

**ČESKÉ VYSOKÉ  
UČENÍ TECHNICKÉ  
V PRAZE**

**FAKULTA  
STROJNÍ**



**TEZE  
DISERTAČNÍ  
PRÁCE**



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

ÚSTAV VÝROBNÍCH STROJŮ A ZAŘÍZENÍ

TEZE DISERTAČNÍ PRÁCE

*Vliv poddajnosti pohonů na samobuzené  
kmitání při obrábění*

*Ing. Jan GRAU*

Doktorský studijní program: Strojní inženýrství

Studijní obor: Konstrukční a procesní inženýrství

Školitel: doc. Ing. Pavel Souček, DrSc.

Teze disertace k získání akademického titulu "doktor", ve zkratce "Ph.D."

Praha

červen 2021

Název anglicky: The Influence of servo drive settings  
compliance on the chatter in machining

Disertační práce byla vypracována v kombinované formě doktorského studia na Ústavu výrobních strojů a zařízení Fakulty strojní ČVUT v Praze.

Disertant: Ing. Jan Grau

Ústav výrobních strojů a zařízení, Fakulta strojní ČVUT v Praze  
Horská 3  
128 00 Praha 2 – Albertov

Školitel: doc. Ing. Pavel Souček, DrSc.

Ústav výrobních strojů a zařízení, Fakulta strojní ČVUT v Praze  
Horská 3  
128 00 Praha 2 – Albertov

Školitel-specialista: Ing. Matěj Sulitka, Ph.D.

Ústav výrobních strojů a zařízení, Fakulta strojní ČVUT v Praze  
Horská 3  
128 00 Praha 2 – Albertov

Oponenti:

prof. Ing. Jan Skala, CSc., TU Liberec; [jan.skala@tul.cz](mailto:jan.skala@tul.cz); 605 205 937

Ing. Ondřej Svoboda, Ph.D., Misan, s.r.o.; [o.svoboda@misan.cz](mailto:o.svoboda@misan.cz); 602 625 046

doc. Ing. Petr Jirásko, Ph.D., Výzkumný ústav textilních strojů Liberec;  
[petr.jirasko@vuts.cz](mailto:petr.jirasko@vuts.cz); 603 237 282

Teze byly rozeslány dne: .....

Obhajoba disertace se koná dne ..... v ..... hod.

v zasedací místnosti Ú12135 Fakulty strojní ČVUT v Praze, Horská 3, stará  
budova, 1. patro.

před komisí pro obhajobu disertační práce ve studijním oboru Konstrukční  
a procesní inženýrství.

S disertací je možno se seznámit na oddělení vědy a výzkumu Fakulty strojní  
ČVUT v Praze, Technická 4, Praha 6.

prof. Ing. Tomáš Jirout, Ph.D.

předseda oborové rady oboru Konstrukční a procesní inženýrství (3909V001)  
Fakulta strojní ČVUT v Praze

## **OBSAH**

1.	SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY .....	4
1.1	Jednorázové obrábění .....	4
1.2	Opakované obrábění .....	5
1.3	Zahrnutí vlivu regulačních pohonů .....	6
1.4	Poddajnost regulace vícehmotového sériového systému .....	6
2.	CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE .....	8
3.	MODEL N-HMOT. MECHANICKÉHO SYSTÉMU S REGULACÍ [23] .....	9
4.	STABILITA STŘEDNĚ VELKÉHO SOUSTRUŽNICKÉHO CENTRA .....	11
4.1	Model stroje .....	11
4.2	Model osy X2 .....	11
4.3	Model vřetena .....	12
4.4	Propojený model .....	13
4.5	Simulační testy stability propojeného modelu .....	14
5.	STABILITA STŘEDNĚ VELKÉHO OBRÁBĚČÍHO CENTRA .....	16
5.1	Identifikace křížového stolu .....	16
5.2	Identifikace vřetena stroje .....	18
1.5	Propojený model křížového stolu a vřeteníku .....	19
	ZÁVĚR .....	22
	Použitá literatura .....	23
	Publikace autora .....	24
	Resumé .....	26
	Summary .....	27

# 1. SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY

Jedním z hlavních omezujících vlivů při obrábění je vznik kmitání. Existuje více druhů kmitání, které se daří eliminovat, ale již v roce 1907 uvedl Taylor [1], že je to především problém **samobuzeného kmitání** (SBK), se kterým se nelze snadno vyrovnat. Vzhledem do problematiky SBK se zabývá Tlustý a Poláček [2] a také Tobias a Fishwick [3]. Přehled postupů a technik, vedoucích k zvýšení stability při obrábění, představuje Quintana a Ciurana [4].

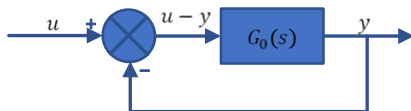


Obr. 1 – Zpětnovazební popis samobuzeného kmitání

SBK lze popsat zpětnovazebním obvodem (viz. Obr. 1 a Obr. 2). Ústředním členem v přímé větvi je dynamická poddajnost, v Laplaceově transformaci  $G_y(s)$ . Ta zahrnuje mechanickou poddajnost konstrukce  $G_{y\ mech}(s)$  a poddajnost regulace pohonů  $G_{y\ poh}(s)$ , která je dána algoritmem jejich řízení. Jedná se o sériové řazení, je tak možné poddajnosti numericky sčítat:

$$G_y(s) = G_{y\ poh}(s) + G_{y\ mech}(s) \tag{1}$$

Zpětnovazební obvody a regulaci vyšetřoval již v 19. století Maxwell [5], později Nyquist [6]. Schéma zpětnovazebního obvodu je na Obr. 2,  $u$  je vstup systému,  $y$  výstup. Přenos otevřené smyčky je  $G_0(s)$ . Celé schéma je možné algebraicky popsat rovnicí:  $(u - y)G_0(s) = y$ . Stabilita přenosu je pak dána podmínkou pro reálnou část přenosu  $ReG_0(j\omega) \geq -1/2$ .



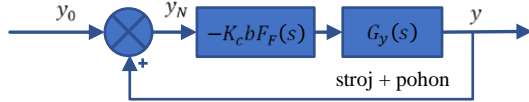
Obr. 2 – Zpětnovazební obvod

Podle teorie regulace [7] lze SBK dělit na jednorázové a opakované obrábění.

## 1.1 Jednorázové obrábění

Při jednorázovém obrábění jde o tzv. neregenerativní kmitání při záběru jediné třísky. Blokové schéma je zobrazeno na Obr. 3.

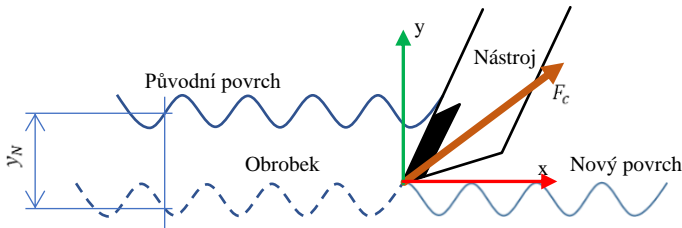
$y_N$  ... Skutečná hloubka  
 $y_0$  ... Žádaná hloubka třísky



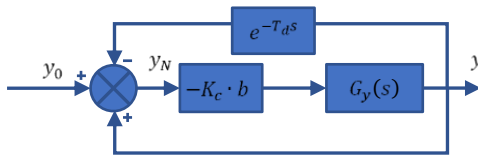
Obr. 3 – Jednorázové obrábění

## 1.2 Opakované obrábění

Zvlněný povrch od předchozího obrábění se superponuje na novou hloubku třísky v následujícím cyklu (viz Obr. 4), vzniká tak kontinuální řez. Do schématu zpětnovazebního obvodu je zahrnut časový úsek mezi předchozí a následující vlnou znázorněný dopravním zpožděním  $T_d$  (viz Obr. 5).



Obr. 4 – Nástroj – obrobek



Obr. 5 – Obrábění s pevnou časovou vazbou mezi řezy

Přenos takto zavedeného zpětnovazebního systému je:

$$G_{celk}(s) = \frac{y(s)}{y_0(s)} = \frac{-K_c \cdot b \cdot G_y(s)}{1 + K_c \cdot b \cdot G_y(s)(1 - e^{-T_d s})} \quad (2)$$

Lze odvodit (např. [7]), že kritická šířka třísky je funkcí obecného kmitočtu  $\omega$ , vyjádřena vztahem:

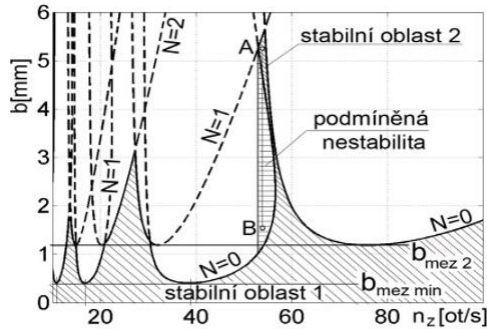
$$b_{krit} = \frac{1}{2K_c |ReG_y(j\omega)|} = fce(\omega) \quad (3)$$

Grafické řešení meze stability, vycházející z charakteristické rovnice přenosu (2), do které je dosazeno  $s = j\omega$  a  $T_d \omega = 2\pi N + \psi$ , kde  $N$  odpovídá počtu

celých vln po obvodu jedné otáčky a  $\psi$  je fázový posuv, příslušný neúplně vlně.

$$\frac{1}{K_c \cdot b} + G_y(j\omega) = G_y(j\omega)e^{-j\psi} \quad (4)$$

Na základě znalosti přenosu dynamické poddajnosti  $G_y(s)$  lze odvodit tzv. otáčkovou rovnici a závislost kritické šířky třísky na otáčkách – tzv. stability lobe diagram (SLD) – viz Obr. 6, např. Poláček [2], Tobias [3], Altintas [8].



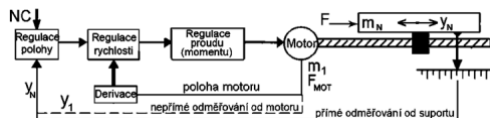
Obr. 6 – Stability lobe diagram [9]

### 1.3 Zahnutí vlivu regulačních pohonů

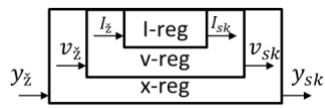
Doposud není provedena univerzální studie, rozšiřující soustavu STROJ – NÁSTROJ – OBROBEK o vliv samotné regulace pohonů. Matematický model s vyšetřením vlivu parametrů kaskádní regulace s lineárním pohonem uvádí Beudaert [9], navazuje na něj Franco [10] a ověřuje jej na speciálně přizpůsobeném standu, dále se v [11] věnuje vlivu nastavení pohonu na stabilitu systému pastorku s hřebenem.

### 1.4 Poddajnost regulace víceřadového sériového systému

Celý systém pohybové osy s tzv. kaskádní regulací je znázorněn na Obr. 7. Motor pracuje v režimu tří zpětných vazeb: proudové, rychlostní a polohové (Obr. 8).



Obr. 7 – Pohybová osa [13]



Obr. 8 – Kaskádní regulace



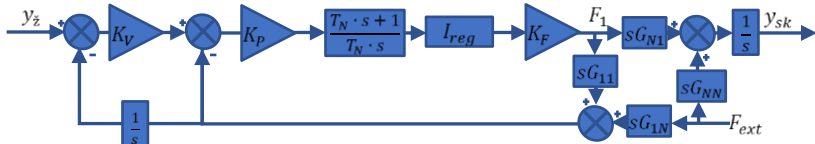
Při modelování dynamiky pohonu se vychází z rovnice vícehmotové, sériově řazené mechanické stavby pohonu, kde na první hmotu působí síla motoru a na poslední hmotu síla externí  $F_{ext}$  (řezná síla  $F_C$ ). Následný přenos mechaniky pohonu má dle literatury [7] tvar:

$$\mathbf{G}(s) = (s^2\mathbf{M} + s\mathbf{B} + \mathbf{K})^{-1} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & \cdots & G_{1N}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{N1}(s) & \cdots & G_{NN}(s) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$\mathbf{G}(s)$  je symetrická čtvercová matice poddajnosti. Vektor poloh modelu je:

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}(s) \cdot \mathbf{F}(s) \quad (6)$$

$\mathbf{F}(s)$  je sloupcovým vektorem sil (momentů). Výsledné schéma kompletní polohové regulace [12] zahrnující i stavbu reálného pohonu je na Obr. 9. Jsou využity pouze členy  $G_{11}(s)$ ,  $G_{NN}(s)$  a  $G_{1N}(s) = G_{N1}(s)$  a vzniká tzv. **čtyřpól**.



Obr. 9 – Kaskádní regulace vícehmotového sériového systému (nepřímé odměřování)

Poddajnost regulace pohonu je možné vyjádřit jako přenos:

$$G_{poh}(s) = \frac{y_{sk}(s)}{F_{ext}(s)} \quad (7)$$

## 2. CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE

Zásadní příspěvek k výzkumu stability obrábění vykonali čeští odborníci, např. [2], [13]. O čem ale současná dostupná literatura nepojednává v dostatečném rozsahu je vliv regulace servopohonů na výslednou stabilitu obrábění. Hlavním cílem práce je výzkum vlivu dynamických vlastností regulace posuvových os NC strojů a dynamických vlastností mechanické stavby stroje na výslednou stabilitu obrábění. Toho bude dosaženo prostřednictvím dílčích cílů:

1. Stanovení modelu dynamiky NC stroje – rozdělení do dvou typických skupin s dobře identifikovatelnou poddajností a demonstrace na:

a) svislém frézovacím centru: vřeteník – křížový stůl (Obr. 10 vlevo);

b) soustruhu: vřeteník – nožový suport (Obr. 10 vpravo).

Rozdělení na zmíněné dvě skupiny nejbližší reznému procesu, nebylo zatím nikde použito a jeho výhodou je, že umožňuje exaktní matematický popis, sloužící jako první iterace pro další rozsáhlejší výzkum.

2. Sestavení modelu křížového stolu s lineárními motory (Obr. 11):

a) osa X – jednohmotový model – přímé odměřování;

b) osa Y – dvouhmotový model.

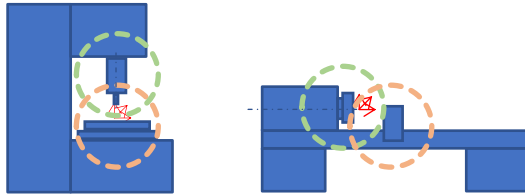
3. Nalezení obecného vztahu pro poddajnost N-hmotového modelu posuvové osy ve tvaru matice celkové poddajnosti (mechanika+ pohon).

4. Aplikace poznatků na konstrukční skupiny strojů, uvedených v cíli č. 1:

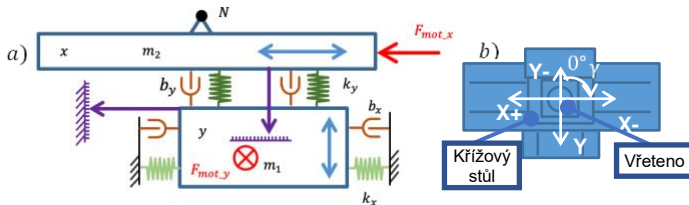
a) vřeteník a příčný suport NC soustruhu;

b) vřeteník a křížový stůl vertikálního frézovacího centra.

Výpočet mezní šířky třísky pro různá nastavení regulačních konstant pohonů, vyhodnocení jejich vlivu.



Obr. 10 – Model stroje: vertikální frézovací centrum s křížovým stolem (vlevo), soustruh (vpravo)



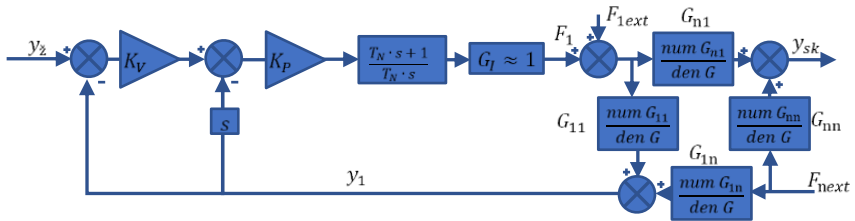
Obr. 11 – Schéma odměřování křížového stolu (a) schématický pohled svrchu (b)

### 3. MODEL N-HMOT. MECHANICKÉHO SYSTÉMU S REGULACÍ [23]

Pro vyšetření poddajnosti je uvažována externí síla  $F_{1ext}$  působící na první hmotu systému (tj. motor) a vnější síla působící na n-tou hmotu systému (suport nebo stůl s obrobkem) je  $F_{next}$  (Obr. 12 a Obr. 13). Jde o n-hmotový systém s **nepřímým odměřováním** a opět se zde vyskytuje čtyřpól mechanické stavby (kapitola 1.4) s přenosy  $G_{11}(s)$ ,  $G_{n1}(s)$ ,  $G_{1n}(s)$ ,  $G_{nn}(s)$ .



Obr. 12 – n-hmotový systém s regulací – schéma [23]



Obr. 13 – Kaskádní regulace n-hmotového systému (nepřímé odměřování)

Analýza celkové poddajnosti je provedena algebraickým opisem blokového schématu na Obr. 13. Na systém působí pouze síla  $F_{next}$ , která u pohonu suportu zahrnuje sílu řeznou, třecí ve vodičích plochách, eventuálně i gravitační u svislého uspořádání. Rovnice čtyřpólu mechanické stavby jsou:

$$y_1(s) = G_{11}(s)[F_1(s) + F_{1ext}(s)] + G_{1n}(s)F_{next}(s) \quad (8)$$

$$y_{sk}(s) = G_{n1}(s)[F_1(s) + F_{1ext}(s)] + G_{nn}(s)F_{next}(s) \quad (9)$$

Platí, že  $G_{1n}(s) = G_{n1}(s)$ . Třetí rovnice popisuje sílu motoru danou regulačním algoritmem. Pro **nepřímé odměřování** polohy platí:

$$F_1 = K_V y_{\dot{z}} - y_1(K_V + s)K_P \frac{T_N s + 1}{T_N s} G_I(s) \quad (10)$$

Měření dynamické poddajnosti se děje v klidovém stavu, takže je v Obr. 13 možné položit  $y_{\dot{z}} = 0$ . Stroj je zatěžován externí harmonickou silou  $F_{next}$ . Ze strany motoru silou  $F_{1ext}$ , generováním přídavného proudu zdroje.

Blokové schéma na Obr. 13 lze při stanovení dynamické poddajnosti rozdělit na dvě části:

- čtyřpól vpravo popisuje pomocí rovnic (8) a (9) mechanickou stavbu;
- levá část zobrazuje pohon s regulací, popsany rovnicí (10). Při  $y_z = 0$  je:

$$F_1 = -y_1 \cdot A_{reg} \quad (11)$$

Označení  $A_{reg}(s)$  je zavedeno pro přenos mezi polohou motoru a jeho silou:

$$A_{reg}(s) = (K_V + s)K_p \frac{T_n s + 1}{T_n s} G_I(s) \quad (12)$$

Z hlediska počtu vstupů ( $F_{1ext}$  a  $F_{next}$ ) a obvykle měřitelných výstupů je v Obr. 12 možno vyjádřit čtyři přenosové funkce pro čtyři možné cesty:

$$\begin{aligned} G_{11CELK}(s) &= \frac{y_1}{F_{1ext}} & G_{12CELK}(s) &= \frac{y_1}{F_{next}} \\ G_{21CELK}(s) &= \frac{y_{sk}}{F_{1ext}} & G_{22CELK}(s) &= \frac{y_{sk}}{F_{next}} \end{aligned} \quad (13)$$

K tomu je třeba rovnice (8) a (9) řešit pro každou sílu odděleně a vždy vyloučit sílu motoru  $F_1$  jakožto vnitřní proměnnou dosazením z rovnice (10). V následující tabulce jsou uvedeny výchozí rovnice a výsledné přenosy.

Tab. 1 – Výsledné přenosy systému

Nepřímé odměřování	Úprava rovnic (8) a (9)	Dynamická poddajnost
$F_{next} = 0$ $F_1 = -y_1 A_{reg}$	$y_1(s) = G_{11}[-y_1 A_{reg} + F_{1ext}]$	$G_{11CELK}(s) = \frac{y_1}{F_{1ext}} = \frac{G_{11}}{1 + A_{reg} G_{11}}$
	$y_{sk}(s) = G_{n1}[-y_1 A_{reg} + F_{1ext}]$	$G_{12CELK}(s) = \frac{y_1}{F_{next}} = \frac{G_{1n}}{1 + A_{reg} G_{11}}$
$F_{1ext} = 0$ $F_1 = -y_1 A_{reg}$	$y_1(s) = -y_1 A_{reg} G_{11} + G_{1n} F_{next}$	$G_{21CELK}(s) = \frac{y_{sk}}{F_{1ext}} = \frac{G_{n1}}{1 + A_{reg} G_{11}}$
	$y_{sk}(s) = -y_1 A_{reg} G_{n1} + G_{nn} F_{next}$	$G_{22CELK}(s) = \frac{y_{sk}}{F_{next}} = \frac{G_{nn} + A_{reg}(G_{nn} G_{11} - G_{1n}^2)}{1 + A_{reg} G_{11}}$

Poddajnosti lze seřadit do matice poddajnosti pohonu  $\mathbf{G}_{CELK}(s)$  o rozměru  $2 \times 2$ :

$$\mathbf{G}_{CELK}(s) = \begin{bmatrix} G_{11CELK}(s) & G_{12CELK}(s) \\ G_{21CELK}(s) & G_{22CELK}(s) \end{bmatrix} \quad (14)$$

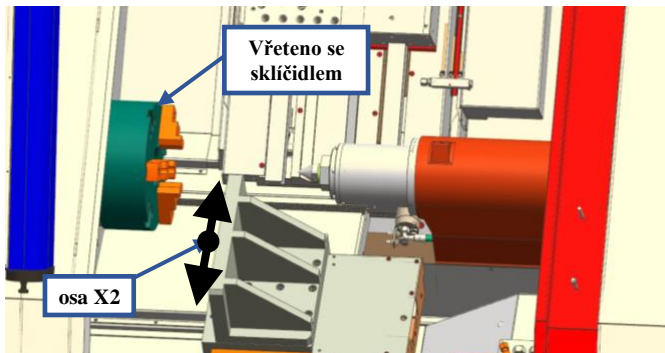
Pro dvoumotový model mechanické stavby se přenos  $G_{22CELK}$  zjednoduší, matice  $\mathbf{G}(s)$  má rozměr  $2 \times 2$  a v čitateli přenosu  $G_{22CELK}$  bude její determinant:

$$\mathbf{G}_{22CELK}(s) = \frac{G_{22}(s) + A_{reg} \det \mathbf{G}(s)}{1 + A_{reg} G_{11}(s)} \quad (15)$$

Takto formulovaný popis jednoduché mechanické soustavy spolu s modelem regulace vykazuje stejně jako samotný mechanický model, symetrii podél hlavní diagonály a platí  $G_{12CELK}(s) = G_{21CELK}(s)$ . Je potvrzením existence symetrie lineárních mechanických soustav, což formuloval již Maxwell v roce 1864.

## 4. STABILITA STŘEDNĚ VELKÉHO SOUSTRUŽNICKÉHO CENTRA

Experimenty byly provedeny na středně velkém CNC soustruhu [22] (Obr. 14).



Obr. 14 – Pohled do pracovního prostoru soustruhu [22]

### 4.1 Model stroje

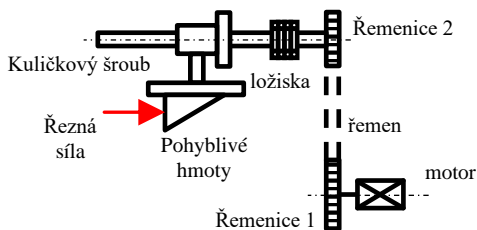
Při vyšetřování stability obráběcího procesu není nutné znát celou konstrukci stroje. Nejdůležitější jsou sestavy nejbližší k řeznému procesu. U soustruhu jde o vřeteník a upínač nástroje (osa X2). Vřeteno je uvažováno jako jednohmotový systém, kterému je umožněn pouze rovinný pohyb, kolmý k ose rotace (případ zapichování). Regulace pohonu posuvu osy X2 je kaskádní. Model mechaniky osy X2 s kuličkovým šroubem, je proveden diskretizací na čtyř hmotový systém. Důležitým propojovacím prvkem je řezná síla  $F_C$ .

### 4.2 Model osy X2

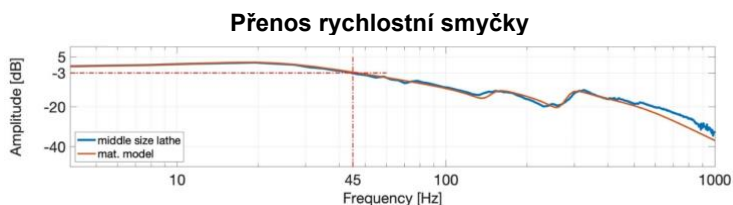
Proudová regulace je aproximována přenosem druhého řádu. Rychlostní zpětná vazba je uzavřena od komutačního snímače rotačního motoru a řízena PI regulátorem se zesílením  $K_p$  a integrační konstantou  $T_n$ . Pro uzavření polohového regulačního obvodu je signál o přesné poloze získáván z pravítka na ose X2. V tomto případě je použit P regulátor se zesílením  $K_v$ .

Mechanická část osy X2 je skloněna pod úhlem  $45^\circ$  a složena z motoru, řemenového převodu (řemen + dvě řemenice), kuličkového šroubu a matice, viz Obr. 15. Pro diskretizaci sestavy je přijat čtyřhmotový model [14]. Pro výpočty je uvažována torzní tuhost i poddajnost na tah – tlak a je sestaven ABCD model postihující mechanické parametry osy X2.

Pro sérii parametrů regulačního obvodu,  $K_v = 3 (m/min)/mm$ ,  $K_p = 2,66 Nms/rad$ ,  $T_n = 10 ms$ , byl ověřen matematický model rychlostní regulační smyčky pomocí bode diagramu, oba průběhy jsou na Obr. 16. Modrý průběh je získán měřením pomocí programu v řídicím systému stroje a červený průběh je přenos matematického modelu.



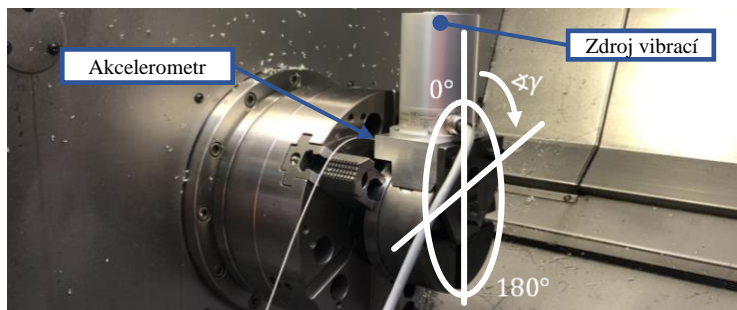
Obr. 15 – Mechanická struktura osy X2



Obr. 16 – Bode diagram rychlostního regulačního obvodu osy X2 [22]

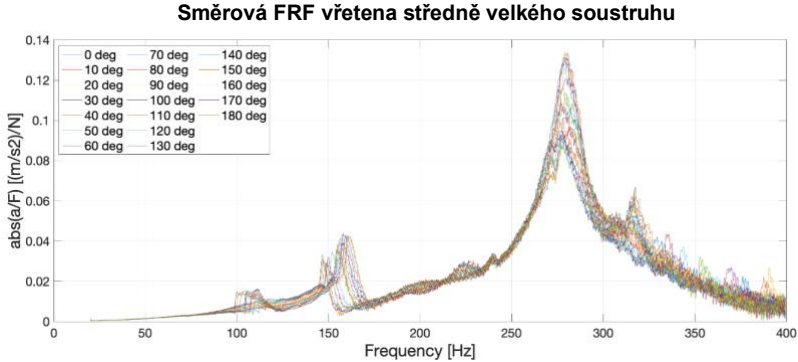
### 4.3 Model vřetena

Vřeteno bylo rozkmitáváno kolmo na osu rotace v rozsahu  $\gamma = (0^\circ - 180^\circ)$  tak, aby byly popsány všechny směry, ze kterých může působit řezná síla. Směr  $0^\circ$  je volen jako směr svislý a roste v záporném smyslu otáčení (Obr. 17). Zrychlení (výchyłka) je snímáno vždy ve směru budící síly.



Obr. 17 – Upnutí zdroje vibrací [22]

Amplituda budicí síly byla 31,5 N. Frekvence budicí síly byla v rozsahu od 20 Hz do 400 Hz. Měřením odezvy na budicí sílu byly zjištěny dvě rezonanční frekvence vřeteníku, přibližně na 155 Hz a 280 Hz. Měření v uvedeném rozsahu je uvedeno na Obr. 18. Umístěný akcelerometr podává informace o zrychlení systému a protože vstupní síla má harmonický průběh, je možné získat přenos vřetená  $G'$  dle rovnice (16), kde  $x$  značí aktuální polohu,  $F$  je budicí dynamická síla,  $a$  je naměřené zrychlení a  $f$  je aktuální frekvence.



Obr. 18 – Amplitudová charakteristika soustružnického vřeteníku

$$G'(\text{vřetená}) = \frac{x}{F} = \frac{a}{(2 \cdot \pi \cdot f)^2} \quad (16)$$

Výsledkem měření je zobrazení dynamické poddajnosti vřetená v polárních souřadnicích (Obr. 19). Křivky reprezentují odezvu systému vřetená v rezonančních frekvencích a jsou vypočteny na základě rovnice (16). Polární diagram (Obr. 19) je doplněn o směr, kterým do systému vstupuje řezná síla.

Pro sestavení matematického modelu zkoumaného vřetená je uvažována jediná hmota kmitající na dvou pružinách, které je umožněn pouze rovinný pohyb. Pro poddajnosti v jednotlivých směrech je možné maticově zapsat přenosové funkce:

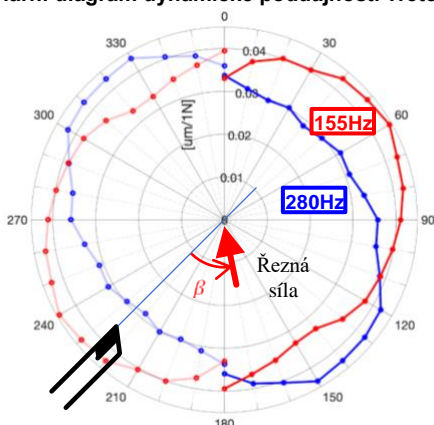
$$\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_C \cdot \cos \beta \\ F_C \cdot \sin \beta \end{bmatrix} \quad (17)$$

#### 4.4 Propojený model

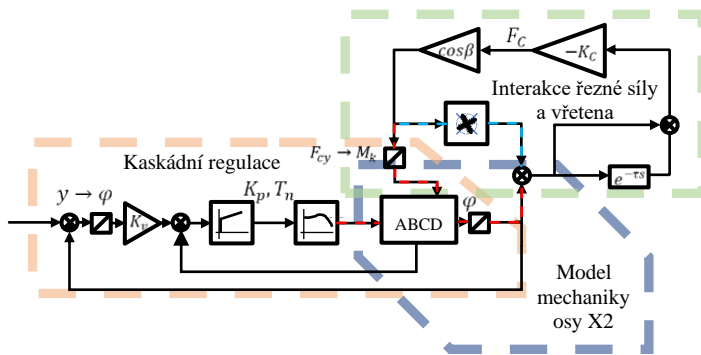
Změřené přenosy a identifikované modely v předchozích kapitolách umožňují sestavit kompletní model složený z řídicího systému osy X2 (kaskádní regulace), mechanice osy X2 (ABCD model pohybové osy) a poddajnosti vřetená (hmota s rovinným pohybem), kde spojujícím prvkem je opět řezná

síla. Blokový popis je na Obr. 20. Celková poddajnost je součtem poddajnosti jednotlivých částí dle rovnice (1).

**Polární diagram dynamické poddajnosti vřetena**



Obr. 19 – Polární diagram dynamické poddajnosti vřetena [22]



Obr. 20 – Znáornění celého modelu [22]

#### 4.5 Simulační testy stability propojeného modelu

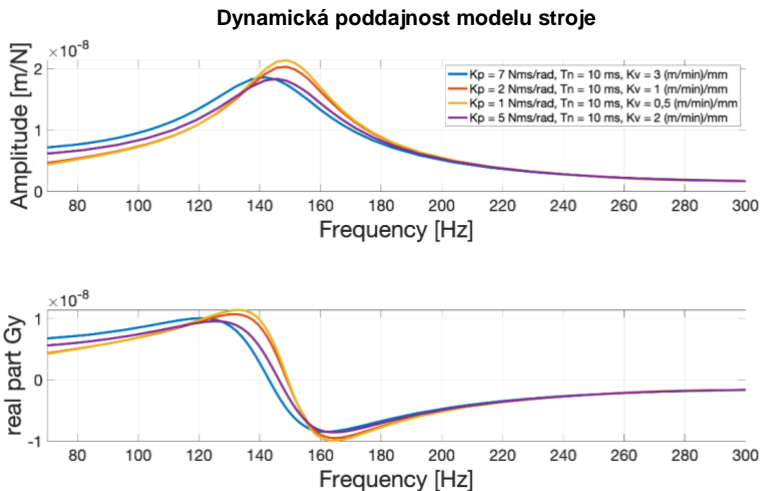
Simulace dále probíhaly se sérií parametrů, za kterých byl stroj v různých situacích reálně provozován. Hodnoty zesílení regulace polohy  $K_v$ , zesílení regulace rychlosti  $K_p$  a integrační konstanta PI regulátoru rychlosti  $T_N$  jsou uvedeny v Tab. 2.



Tab. 2 – Hodnoty parametrů regulace soustruhu posuvové osy X2

	$K_v$ [(m/min)/mm]	$T_n$ [ms]	$K_p$ [Nms/rad]	Limitní tříska [mm]	Poměr lim. třísiky [%]
1. SET	7	10	3	23.6	100
2. SET	2	10	1	21.1	89.4
3. SET	1	10	0,5	18.1	76.7
4. SET	5	10	2	23.3	98.7

Výsledky simulace systému reprezentujícího vřeteno a posuvovou osu soustruhu, tedy dynamická poddajnost složená z propojeného modelu všech tří podsystémů (dle Obr. 20), jsou demonstrovány na Obr. 21 (pro snadnější orientaci jsou řádky v Tab. 2 ve stejné barvě jako průběhy na Obr. 21). Je zřejmé, že vlivem rozdílného nastavení regulačních konstant dochází k posuvu vrcholu amplitudy výchylky a také ke změně minima reálné části, která je dle rovnice (3) jedním z parametrů ovlivňujících limitní tříska. Hodnoty takto vypočtené tloušťky limitní třísiky a jejich poměrné porovnání je uvedeno opět v Tab. 2. Pro různé kombinace hodnot polohového a rychlostního zesílení je možné sledovat rozdíl až 25% ve velikosti limitní třísiky.



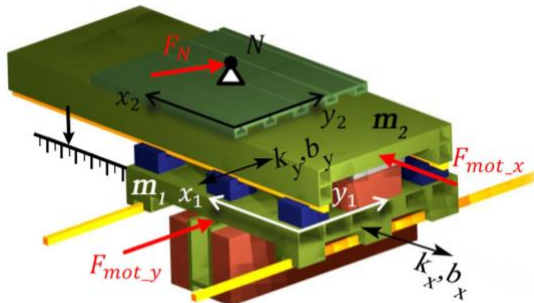
Obr. 21 – Dynamická poddajnost modelu stroje [22]

## 5. STABILITA STŘEDNĚ VELKÉHO OBRÁBĚČÍHO CENTRA

Identifikován je středně velký CNC vertikální frézovací stroj [23].

### 5.1 Identifikace křížového stolu

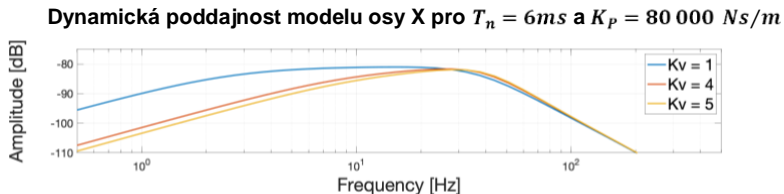
Křížový stůl je navržen jako prostorový svařenec složený z plechů a válcovaných profilů. Každá osa je osazena šesti valivými hnízdy. Osa Y je poháněna dvojicí lineárních motorů, osa X pouze jedním (Obr. 22). Schéma interakce pohyblivých hmot stolu stroje je uvedeno na Obr. 11.



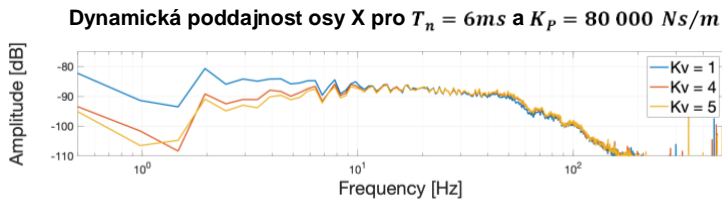
Obr. 22 – CAD model stolu stroje

U osy Y je odměrovací pravítko na rámu stroje (přímé odměrování) – považován za dokonale tuhý. Pohon osy X je umístěn na ose Y a i pravítko je umístěno na ose Y. Poloha osy X je relativní k ose Y. V matematickém modelu se s touto skutečností již počítá (Obr. 11). Naměřená poloha v ose X je tedy ovlivňována chybami osy Y.

Byly naměřeny přenosy dynamické poddajnosti, přenosy regulačních smyček osy X. Experimentálně získaná amplitudová charakteristika je pro osu X na Obr. 24. Porovnání dynamické poddajnosti  $G(s) = x_{out}(s)/F_x(s)$  je obdobně jako u naměřených hodnot provedeno pro tři různé hodnoty  $K_v$ . Jednotlivé průběhy těchto dynamických poddajností jsou znázorněny na Obr. 23.

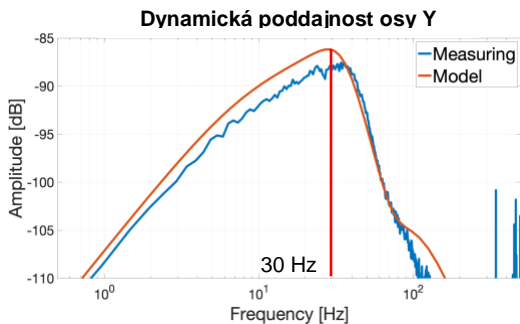


Obr. 23 – Dynamická poddajnost modelu osy X



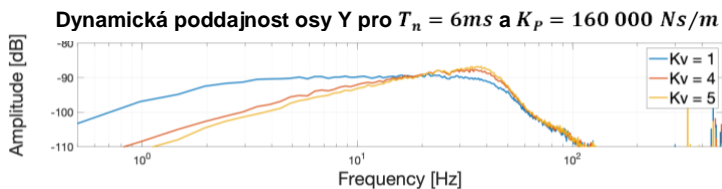
*Obr. 24 – Dynamická poddajnost osy X*

Přenosy dynamické poddajnosti regulačních smyček jsou určeny pro osu Y pro paralelní zapojení dvou motorů. Na základě konstrukce a prostorového uspořádání osy Y (Obr. 22) je sestaven dvouhmotový model. Pro identifikaci modelu jsou nutné všechny přenosy mechanické části ( $G_{11}$ ,  $G_{12}$ ,  $G_{21}$ ,  $G_{22}$ ). Stroj ovšem z řídicího systému dovoluje získat pouze přenos řízení přes  $G_{11CELK} = y_1/F_{1ext}$ . Přenos rekonstrukce a měření je na Obr. 25.



*Obr. 25 – Frekvenční dynamická poddajnost  $G_{11}$  osy Y*

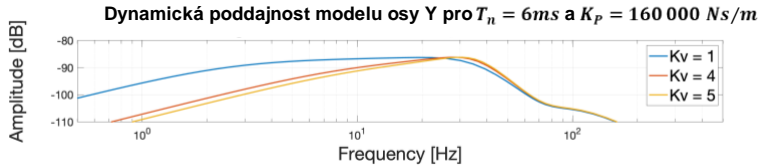
Měření přenosu regulace polohové smyčky  $G_{11CELK}$ , zahrnující přenos mechaniky  $G_{11}$ , je provedeno pro tři různá nastavení  $K_V$  na Obr. 26.



*Obr. 26 – Dynamická poddajnost osy Y –  $G_{11CELK}$*

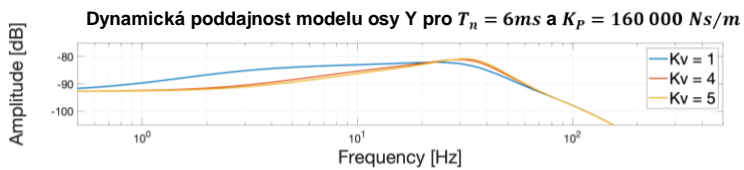
Dynamická poddajnost modelu osy Y je na Obr. 27. Vynesené křivky ukazují průběhy pro tři různá zesílení  $K_V$ . Měření založené pouze na datech z řídicího systému nepodává informaci o skutečné dynamické poddajnosti na křížovém

stole. Z umístění pravítka dle Obr. 11 plyne, že měření poskytne informaci pouze o vztahu síly a polohy na první hmotě systému  $G_{11CELK}$ .



Obr. 27 – Dynamická poddajnost modelu osy Y –  $G_{11CELK}$

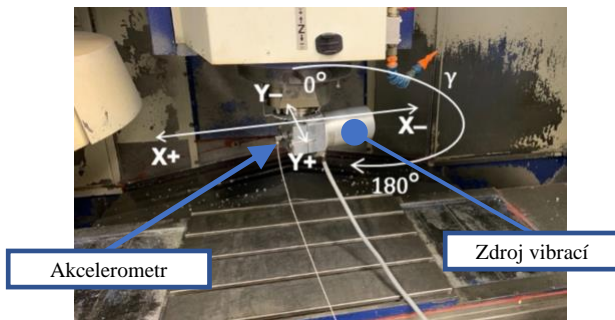
Pro další simulace je ovšem zásadní přenos  $G_{22CELK} = y_{out}/F_y$  zahrnující přenos mechaniky (Obr. 28).



Obr. 28 – Dynamická poddajnost modelu osy Y –  $G_{22CELK}$

## 5.2 Identifikace vřetena stroje

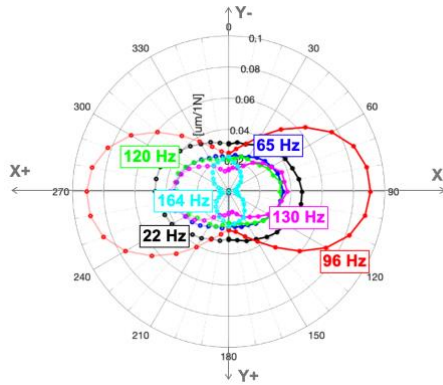
Určení dynamických vlastností vřeteníku je provedeno dle Obr. 29.



Obr. 29 – Úpnutí zdroje vibrací [23]

Nulový úhel je směr záporné osy Y a postup měření je v záporném smyslu otáčení. Amplitudy dynamické poddajnosti na výrazných kmitočtech jsou vyneseny v polárním diagramu na Obr. 30. Matematický model bude vycházet z nejvýraznějších rezonančních frekvencí. Výsledný tvar dynamické poddajnosti poukazuje na způsob uložení vřetena. Největší výchylky je

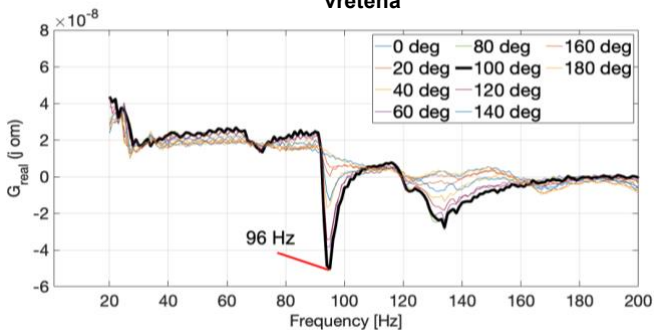
dosaženo na  $90^\circ$ . Tento směr kopíruje osu X stroje a je možné obrazně hovořit o kyvadlovém pohybu celého vřeteníku kolem svislé osy.



Obr. 30 – Polární diagram dynamické poddajnosti vřetena stroje [23]

Pro vytvoření propojeného modelu vřeteníku a stolu je nutná reálná část přenosové funkce pro různé směry. V další části budou tyto charakteristiky sečteny s reálnými složkami přenosů stolu a určen tak kritický směr obrábění.

### Reálná část směrové dynamické poddajnosti vřetena

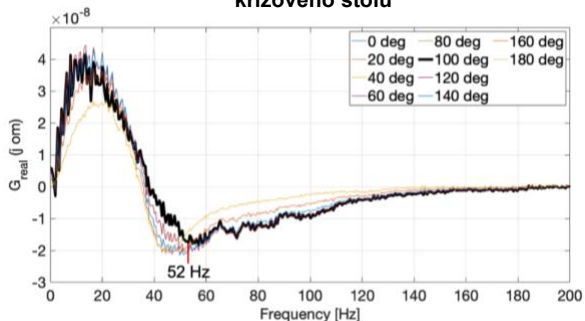


Obr. 31 – Reálná část směrové dynamické poddajnosti vřetena [23]

### 1.5 Propojený model křížového stolu a vřeteníku

Matematický model je získán analýzou směrové dynamické poddajnosti v rovině stolu v rozsahu od  $0^\circ$  do  $360^\circ$ . Je vynesena graf reálné části směrové dynamické poddajnosti (Obr. 32).

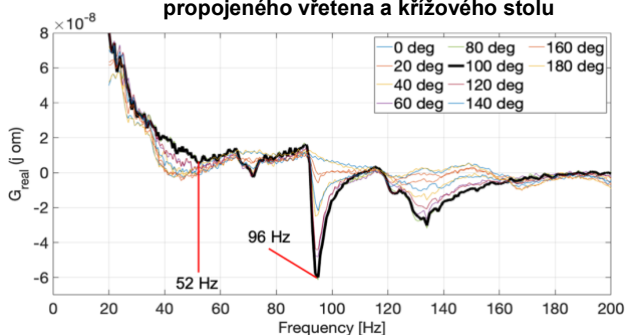
### Reálná část směrové dynamické poddajnosti křížového stolu



Obr. 32 – Reálná část směrové dynamické poddajnosti stolu [23]

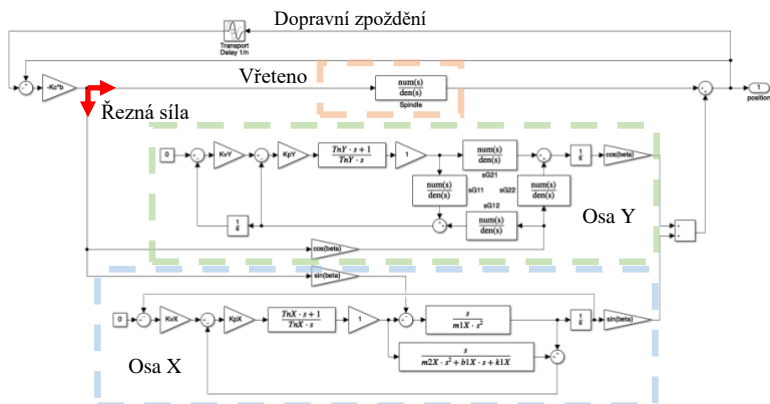
Nyní je možné sečíst oba průběhy z Obr. 31 a Obr. 32. Je tak postižena reálná část složené dynamické poddajnosti celé soustavy stroje a včetně pro různé směry v rovině XY– viz Obr. 33. Reálná část dosahuje svého minima o hodnotě přibližně  $-6 \times 10^{-8}$  pro směry  $80^\circ$ ,  $90^\circ$  a  $100^\circ$ . Pro větší provázanost a zahrnutí vlivu regulace osy X i regulace osy Y bude nadále vyšetřován směr odpovídající  $100^\circ$ .

### Reálná část směrové dynamické poddajnosti propojeného vřetena a křížového stolu



Obr. 33 – Reálná část směrové dynamické poddajnosti stolu stroje a vřetena [23]

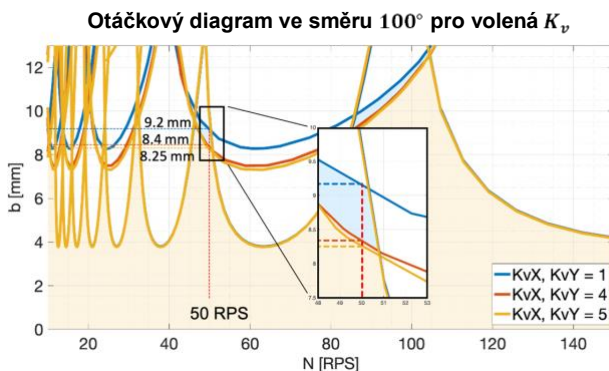
Uvedené hodnoty minima reálné části neodpovídají skutečné hodnotě na stolu stroje. Měřením byl stanoven přenos  $G_{11CELK}$ . Pro matematické simulace je využít identifikovaný přenos  $G_{22CELK}$ , popisující chování na stolu stroje. Propojení modelů je provedeno řeznou silou dle blokového schématu uvedeného na Obr. 34.



Obr. 34 – Propojený model středně velkého frézovacího stroje – expandované subsystémy

Dynamická poddajnost zahrnující obě pohybové osy křížového stolu, vřeteno a zjednodušený řezný proces je analyzována z hlediska vlivu nastavení strojních konstant  $K_p$  a  $K_v$ . Vypovídající schopnost o stabilitě má reálná složka dynamické poddajnosti, přesněji její minimum.

Pro různé hodnoty polohového zesílení  $K_v$  sestaven diagram stability (Obr. 35) demonstrující posun limitní šířky třísky v rozmezí od 8,25 mm do 9,2 mm.



Obr. 35 – Diagram stability  $K_v - 100 \text{ deg}$  [23].

Při poměrném posouzení je patrný rozdíl 10 % v hodnotě limitní šířky třísky v oblasti 50 ot/s (viz Obr. 35), kde se výrazněji projevuje vliv nastavení polohového zesílení. V celém rozsahu otáček stroje je zřejmý dominantní vliv poddajnosti vřetena, pro zkoumané otáčky je ovšem méně výrazný.

## ZÁVĚR

Práce se věnuje rozboru limitů stability obrábění s přihlédnutím k vlivu pohonů posuvů a nastavení jejich regulačních konstant. Toho bylo v této práci dosaženo stanovením přenosových funkcí jednotlivých akčních systémů: vřetena, osy X a osy Y.

Identifikace stroje a určení limitů stability je aplikována na stroj s lineárními pohony. Identifikované vřeteno je propojeno s modelem křížového stolu a následně je zkoumána reálná část celkové poddajnosti. Pro osu stolu Y je využit dvouhmotový model. Dynamická poddajnost této osy je v místě upnutí obrobku (přenos  $G_{22_{CELK}}$ ) odvozena na základě měření dynamické poddajnosti v řídicím systému stroje (přenos  $G_{11_{CELK}}$ ). Vzniká tzv. čtyřpól popisující chování této osy. Je zdůrazněn vliv jednotlivých zesílení regulačních smyček, která ovlivňují výsledné minimum reálné části celkového přenosu, tedy velikost limitní šířky odebírané třísky.

Tato práce podává obecnou a doposud opomíjenou metodiku zkoumání vlivu regulačních pohonů posuvů na celkovou dynamickou poddajnost NC stroje, která rozhodujícím způsobem ovlivňuje stabilitu obrábění.

Pro navazující experimenty určující směrovou dynamickou poddajnost strojů by bylo žádoucí použít silnější vibrátor, který bohužel nebyl na řešitelském pracovišti k dispozici. Ukazuje se, že použití modálního kladívka vždy nestačí a nejlépe by bylo použít oba přístroje a výsledky porovnávat. Získá se tak lepší představa o směrové dynamické poddajnosti a tím i o směrové závislosti stability při obrábění.

Pro budoucí modelování svařených dílů je nutné zdokonalit jejich modelování metodou MKP. Není jasně vyřešen problém tření (tlumení) v dotýkajících se nesvařených plochách.

Měření směrové dynamické poddajnosti by mělo být prováděno nejen na vypnutém stroji, ale i na zapnutém, aby lépe vynikl vliv dynamiky pohonů.

Důležitou a zatím opomíjenou vlastností a průvodním dokumentem každého NC stroje by měl být rovinný (nebo ještě lépe prostorový) polární diagram přímé dynamické poddajnosti vřetena např. Obr. 19, Obr. 30.

Dalším, teoreticky náročnějším tématem je výzkum symetrie rozsáhlejších modelů, které obsahují MKP model mechaniky (propojené modely, vyvíjené také na Ú12135). Symetrie je v přírodě obecným jevem (uvedl poprvé Maxwell u pružných těles – obecně odvodila E. Noetherová) a platí i v teorii relativity, viz např. Lorentzova transformační matice.



## **Použitá literatura**

- [1] **TAYLOR, F. W.** *On the art of cutting metals*. New York : The American society of mechanical engineers, 1907.
- [2] **TLUSTÝ, J. a POLÁČEK, M.** *The stability of machine tools against self-excited vibrations in machining, International Research in Production Engineering*. 1963. stránky 465-474.
- [3] **TOBIAS, S. A. a FISHWICK, W.** *Theory of regenerative machine tool chatter, The engineer*. 1958258.
- [4] **QUINTANA, G. a CIURANA, J.** Chatter in machining processes: A review. 2011, 51(5), stránky 363-376.
- [5] **MAXWELL, J. C.** On Governors. 1867, 16, stránky 270-283.
- [6] **NYQUIST, H.** *Regeneration Theory*. : Bell System Technical Journal, 1932. stránky 126-147.
- [7] **SOUČEK, P. a BUBÁK, A.** *Vybrané statě z kmitání v pohonech výrobních strojů*. Praha : České vysoké učení technické, 2008. 978-80-01-04048-5.
- [8] **ALTINTAS, Y. a BUDAK, E.** Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling. [editor] CIRP Annals - Manufacturing Technology [online]. 1995, stránky 357-362.
- [9] **BEUDAERT, X., a další.** Analysis of the feed drives control parameters on structural chatter vibrations. *XIIIth International Conference on High Speed Machining*. Oct 2016.
- [10] **FRANCO, O., a další.** Machining chatter stability limit improvement by means of feed drive control parameters. *8th International Conference on Virtual Machining Process Technology*. 2019.
- [11] **FRANCO, O., BEUDAERT, X. a ERKORKMAZ, K.** Effect of Rack and Pinion Feed Drive Control Parameters on Machine Tool Dynamics. 2020, Sv. 33, 4.
- [12] **SOUČEK, P.** Seminář kmitání. Praha : České Vysoké Učení technické v Praze, 2015.
- [13] **KOENIGSBERGER, F. a TLUSTÝ, J.** *Machine Tool Structures*. Oxford : Pergamon Press Ltd., 1970. 08 013405 x.

- [14] **BUBÁK, A.** Zvyšování dynamiky a přesnosti posuvových os obráběcích strojů. *Doktorská práce*. Praha : ČVUT FS, Ústav výrobních strojů a mechanismů, 2005.
- [15] **SOUČEK, P.** *Servomechanismy ve výrobních strojích*. Praha : ČVUT, 2004. 80-01-02902-6.
- [16] **WECK, M. a BRECHER, C.** *Werkzeugmaschinen. 7. neu bearb. Aufl.* Berlin : Springer, 2006. 978-3-540-22505-8.
- [17] **ALTINTAS, Y.** *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*. New York : Cambridge University Press, 2000. 0521659736.
- [18] **SCHMITZ, T. L. a SMITH, K. S.** *Machining dynamics: frequency response to improved productivity*. New York : Springer, 2008. 978-0-387-09644-5.
- [19] **LEHOTZKY, D., TURI, J. a INSPERGER, T.** Stabilizability diagram for turning processes subjected to digital PD control: A review. *International Journal of Dynamics and Control*. 2195-268X, 2014, Sv. 2, 1, stránky 46-54.
- [20] **ONDRÁŠEK, J.** Cross Slide Mathematical Model for Solving Chatter. 2012, Sv. 1, stránky 1-9.
- [21] **SMOLÍK, J. a HOUŠA, J.** Dynamické výpočty křížového stolu stroje MCFV 5050 LN.

#### *Publikace autora*

- [22] **GRAU, J., M. SULITKA a P. SOUCEK.** INFLUENCE OF LINEAR FEED DRIVE CONTROLLER SETTING IN CNC TURNING LATHE ON THE STABILITY OF MACHINING. *Journal of Machine Engineering*. 2019, **19**(2), 18-31. DOI: 10.5604/01.3001.0013.2221. ISSN 1895-7595. Dostupné také z: <https://jme.publisherspanel.com/gicid/01.3001.0013.2221>
- [23] **GRAU, J., M. SULITKA a P. SOUCEK.** The Influence of Servo Drive Control on the NC Vertical Milling Machine Dynamic Compliance. *J. Manuf. Mater. Process.* 2020, 4, 111. DOI: 10.3390/jmmp4040111. ISSN 2504-4494. Dostupné také z: <https://doi.org/10.3390/jmmp4040111>
- GRAU, J.** The servo-drives influence on vibration machines. In: *Studentská tvůrčí činnost 2016*. Praha: České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, 2016. ISBN 978-80-01-05929-6.

**GRAU, J., P. SOUČEK a M. SULITKA. ČVUT V PRAZE, FAKULTA STROJNÍ, ÚSTAV VÝROBNÍCH STROJŮ A ZAŘÍZENÍ (Ú12135).** *Rozbor vlivu pohonů na samobuzené kmitání při obrábění.* Praha, 2018. Report no. V-18-066.

**GRAU, J. ČVUT V PRAZE, FAKULTA STROJNÍ, ÚSTAV VÝROBNÍCH STROJŮ A ZAŘÍZENÍ (Ú12135).** *Vliv pohonů na samobuzené kmitání při obrábění.* Praha, 2015. Report no. V-15-084.

**ANDRLÍK, V., L. DRAHORÁDOVÁ, J. GRAU a M. KOLÁŘ.** *Vícechodý pohybový závitový mechanismus se segmentovou maticí.* [Prototyp] 2015.

**KAŠPAR, M., V. ANDRLÍK a J. GRAU.** *Přetlakový pomaluběžný pneu-motor.* [Funkční vzorek] 2015.

**CHVOJKA, P., J. MACHYL, D. BURIAN a J. GRAU. FAKULTA STROJNÍ, ÚSTAV VÝROBNÍCH STROJŮ A ZAŘÍZENÍ (Ú12135).** *Vývoj koncepce siloměrného kozlíku pro měření provozních veličin čerpadel Sigmy Lutín.* PRAHA, 2014.

## Resumé

Práce představuje nově získané poznatky o vlivu nastavení pohonů obráběcích strojů na výslednou stabilitu obráběcího procesu. Hlavní pozornost je věnována dynamické poddajnosti translačních pohybových os strojů. Poznatky o translačních osách jsou využity k citlivostní analýze modelového pohonu. Zohledňují vliv nastavení parametrů řídicího obvodu na výslednou limitní šířku třísky.

Okrajově se tato práce věnuje i problematice zjednodušeného modelování vřeten obráběcích strojů.

Následně jsou analyzovány propojené matematické modely os a vřeten. Je představen způsob řešení vícehmotových systémů vedoucích na zobrazení jejich dynamiky ve tvaru čtyřpólů. Tyto nově zavedené propojené modely akčních celků obráběcích strojů jsou využity k vytvoření zjednodušené náhrady stroje z hlediska dynamického chování. Byl stanoven přístup, kdy pro určení stability obrábění není nutné identifikovat stroj jako složitou strukturu (MKP metody), ale jen části ležící nejbliže k reznému procesu.

Tvorba těchto modelů a analýza dynamického chování strojů s přihlédnutím k volbě nastavení konstant pohybových os je v této práci provedena pro středně velký soustružnický a frézovací stroj.

Nejpokročilejším propojeným modelem byla náhrada vertikálního frézovacího centra dvěma charakteristickými skupinami, křížovým stolem a vřeteníkem. Sestavením tohoto modelu na základě naměřených hodnot ze skutečného stroje a následné vyhodnocení limitní šířky třísky v oblasti vlivu poddajnosti pohonu posouvá podává jasné důkazy o provázanosti nastavení regulačních pohonů obráběcích strojů s vlivem na výslednou stabilitu obrábění.

Při sestavování matematických modelů bylo také prokázán obecný jev symetrie. Platí, že jak pro model mechanické stavby stroje, tak pro model propojeného pohonu s mechanickou stavbou je celková dynamická poddajnost dána maticí, která je vždy symetrická podél své hlavní diagonály.

## *Summary*

This work presents newly acquired knowledge in the influence of machine tool drives on the resulting stability of the machining process. The main attention is focused on the dynamic compliance of translational motion axes of milling machines. The known knowledge about translational axes is used for sensitivity analysis of a feed drive mode. The influence of the feed drive settings on the resulting limiting chip width is considered.

Peripherally, this work also deals with the problem of simplified modelling of machine tool spindles.

Subsequently, coupled mathematical models of motion axes and spindles are analyzed. A method for solving multi-mass systems leading to a quadrupole representation of their dynamics. These newly introduced coupled models of machine tool action units are used to develop a simplified machine replacement in terms of dynamic behavior. An approach has been established where, to determine the stability of the machining process, it is not necessary to identify the machine as a complex structure (FEM methods), but only the parts that are the closest to the cutting process.

The development of these models and the analysis of the dynamic behavior of the machines with respect to the choice of the setting of the motion axis constants is carried out in this work for a medium-sized turning and milling machine.

The most advanced coupled model was the replacement of the vertical milling center by two characteristic groups, a cross table and a spindle. By constructing this model based on measurements from a real machine and then evaluating the limiting chip width in terms of the effect of feed drive compliance, it provides clear evidence of the interdependence of the machine tool control drive settings with the effect on the resulting machining stability.

The general phenomenon of symmetry was also demonstrated in the construction of the mathematical models. It is true that for both the mechanical machine structure model and the coupled feed drive and mechanical structure model, the overall dynamic compliance is given by a matrix that is always symmetric along its main diagonal.