

**ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE**

**FAKULTA
STROJNÍ**



**DISERTAČNÍ
PRÁCE**

2021

**JAN
GRAU**

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ
ÚSTAV VÝROBNÍCH STROJŮ A ZAŘÍZENÍ

Disertační práce

Vliv poddajnosti pohonů na samobuzené kmitání při obrábění

Ing. Jan GRAU

Doktorský studijní program: Strojní inženýrství

Studijní obor: Konstrukční a procesní inženýrství

Školitel: doc. Ing. Pavel Souček, DrSc.

Školitel specialista: Ing. Matěj Sulitka, Ph.D.

Poděkování

Chtěl bych poděkovat mému školiteli panu doc. Ing. Pavlu Součkovi, DrSc., za jeho vedení a odbornou pomoc. Mé velké díky patří Ing. Matěji Sulitkovi, Ph.D. za jeho odborné rady i kritické připomínky během práce jak v oblasti teoretické, tak i praktické.

Anotace CZ:

Tato disertační práce představuje nově získané poznatky o vlivu nastavení pohonů obráběcích strojů na výslednou stabilitu obráběcího procesu. Hlavní pozornost je zaměřena na dynamickou poddajnost translačních pohybových os a vřeten a jsou analyzovány jejich matematické modely. Nově zavedené propojené modely akčních celků obráběcích strojů jsou využity k vytvoření zjednodušené náhrady stroje z hlediska dynamického chování. Tvorba těchto modelů a analýza dynamického chování strojů s přihlédnutím k volbě nastavení konstant pohybových os je v této práci provedena pro středně velký soustružnický a frézovací stroj.

Anotace ANJ:

This thesis presents newly acquired knowledge about the influence of drive settings in machine tool on the resulting stability of the machining process. The main attention is focused on the dynamic compliance of translational motion axes and spindles and their mathematical models are analyzed. Newly introduced coupled models of machine tool actuators are used to create a simplified machine replacement in terms of dynamic behavior. The creation of these models and the analysis of the dynamic behavior of the machines, taking into account the choice of setting the constants of the motion axes, is performed in this work for a medium-sized turning and milling machine.

Obsah

Přehled použitých veličin a jednotek	5
Úvod.....	8
1. Současný stav problematiky – kritická rešerše	9
1.1. Stabilita zpětnovazebního obvodu.....	10
1.2. Rozdělení samobuzeného kmitání.....	11
1.2.1. Jednorázové obrábění.....	12
1.2.2. Opakované obrábění	13
1.3. Softwarová řešení	17
1.4. Stabilní obrábění.....	18
1.5. Zahnutí vlivu regulačních pohonů	19
1.6. Pohony výrobních strojů	20
1.6.1. Proudová regulace.....	21
1.6.2. Rychlostní regulace – jednohmotový systém.....	22
1.6.3. Polohová regulace – jednohmotový systém.....	22
1.7. Regulace vícehmotového sériového systému.....	23
1.8. Poddajnost regulace pohonu posuvu	24
1.9. Měrný řezný odpor při obrábění.....	24
1.10. Polární diagramy v teorii stability	27
2. Cíle disertační práce, stanovené na základě rešerše.....	28
3. Dynamická poddajnost regulace a mechaniky pasivních systémů	31
3.1. Jednohmotový pasivní mechanický systém	31
3.2. Jednohmotový model regulace – exaktní řešení.....	32
3.3. Dílčí závěr kapitoly 3.1 a 3.2	36
3.4. Model n-hmotového mechanického systému (podle [7]).....	36
3.5. Model n-hmotového mechanického systému s regulací [44].....	38
3.6. Model dvouhmotového mechanického systému	42
3.7. Model dvouhmotového mechanického systému s regulací.....	43
3.8. Dílčí závěr kapitol 3.4 až 3.7.....	46
4. Stabilita dvouhmotového pohonu příčného suportu s lineárním motorem.....	48
4.1. První případ	49
4.2. Druhý případ.....	51
4.3. Třetí případ	52
4.4. Kontrola chování systému.....	52
4.5. Dílčí závěr kapitoly 4	53

5.	Zjednodušený model poddajnosti vřetena – kmitání hmoty v prostoru.....	54
5.1.	Statické chování	54
5.2.	Dynamické vlastnosti	57
5.3.	Dílčí závěr kapitoly 5	62
6.	Vyšetřování stability jednohmotového systému kmitajícího v rovině s dvouhmotovým modelem pohonu.....	63
6.1.	Jedna hmota pohybující se v rovině	63
6.2.	Dvouhmotový model regulace pohonu	67
6.3.	Kompletní model jednohmotového systému kmitajícího v rovině s dvouhmotovým modelem pohonu	69
6.4.	Dílčí závěr kapitoly 6	71
7.	Vyšetřování stability obrábění na středně velkém soustružnickém centru.....	72
7.1.	Model stroje.....	72
7.2.	Model osy X2	73
7.3.	Model vřetena.....	75
7.4.	Propojený model.....	79
7.5.	Simulační testy stability propojeného modelu	79
7.6.	Dílčí závěr kapitoly 7	81
8.	Vyšetřování stability obrábění na středně velkém frézovacím centru	82
8.1.	Identifikace křížového stolu středně velkého frézovacího stroje	82
8.1.1.	Konstrukce křížového stolu	82
8.1.2.	Model mechanické struktury křížového stolu.....	83
8.1.3.	Aktuální nastavení obráběcího centra	85
8.1.4.	Identifikace osy X	85
8.1.5.	Identifikace osy Y	90
8.2.	Dílčí závěr kapitoly 8.1	95
8.3.	Identifikace vřetena stroje	97
8.4.	Propojený model křížového stolu a vřeteníku.....	100
8.5.	Dílčí závěr kapitoly 8.3 a 8.4	107
	Závěr a přínos disertační práce	108
	Shrnutí – dosažení cílů.....	109
	Doporučení pro další výzkum.....	110
	Použitá literatura	111
	Publikace autora	113
	Přílohy.....	115
	Příloha 1.....	115

Přehled použitých veličin a jednotek

y_0, u, y_z	žádaný rozměr, vstupní hodnota	[m]
y, y_{sk}	Skutečný rozměr, výstupní hodnota	[m]
s	Komplexní proměnná	
G_y	Dynamická poddajnost mechaniky a pohonu	[m/N]
$G_{y\ mech}$	Dynamická poddajnost mechaniky	[m/N]
$G_{y\ poh}, G_{poh}$	Dynamická poddajnost pohonu	[m/N]
G_0	Přenos otevřené smyčky	
Z	Přenos uzavřené smyčky	
j	Imaginární jednotka	
ω	Úhlová frekvence, kmitočet	[rad · s ⁻¹]
f	Frekvence	[Hz]
F_C	Řezná síla	[N]
F	Síla	[N]
K_C	Měrný řezný odpor	[N · m ⁻²]
b	Šířka třísky	[m]
b_ω	Kritická šířka třísky při kmitočtu ω	[m]
y_N	Skutečná hloubka řezu	[m]
F_F	Přenos postihující fázový posuv síly	
b_{krit}	Kritická šířka třísky	[m]
G_{CELK}	Celková dynamická poddajnost	[m/N]
ω_1	Daný kmitočet	[rad · s ⁻¹], [Hz]
T_d	Dopravní zpoždění	[s]
n_s	Otáčky za sekundu	[s ⁻¹]
N	Počet celých vln po obvodu jedné otáčky	[-]
ψ	Fázový posuv	[rad]
ε	Doplňek fázového posuvu	[rad]
R	Poloměr obrobku, elektrický odpor	[m], [Ω]
v_{obv}	Obvodová rychlost	[rad · s ⁻¹]
v_z	Žádaná rychlost (vstupní veličina)	[m · s ⁻¹]
v_{sk}	Skutečná rychlost (výstupní veličina)	[m · s ⁻¹]
I_z	Žádaný proud (vstupní veličina)	[A]
I_{sk}	Skutečný proud (výstupní veličina)	[A]
F_{MOT}	Síla motoru	[N]
m_{MOT}	Hmotnost motoru	[kg]
m_1, m	Hmotnost pohyblivých hmot	[kg]
G_{PI}	Přenos PI regulátoru	
K_{PI}	Proporcionální zesílení regulátoru PI/Proudové regulace	[V/A]

T_{NI}	Časová integrační konstanta regulátoru PI/Proudové regulace	[s]
G_I	Přenos proudového regulátoru	
L	Indukčnost	[H]
U_e	Elektromotorické napětí	[V]
K_P	Proporcionální zesílení regulátoru rychlostní regulace	[Nms/rad], [Ns/m]
T_N	Časová integrační konstanta regulátoru rychlostní regulace	[s]
F_M	Dopravní zpoždění sepnutí tranzistorů	[s]
F_{ext}	Externí síla vstupující do regulace	[N]
K_F	Silová konstanta motoru	[N · A ⁻¹]
K_{FCELK}	Celková silová konstanta motoru	[N · A ⁻¹]
G_v	Přenos rychlostního regulátoru	
K_V	proporciální zesílení regulátoru polohové smyčky	[s ⁻¹], $\left[\frac{m/min}{mm}\right]$
τ_v	Časová konstanta rychlostní smyčky	[s]
\mathbf{G}	Přenosová matice	
\mathbf{M}	Matice hmotnosti	
\mathbf{B}	Matice tlumení	
B	Prvky matice tlumení	
\mathbf{K}	Matice tuhosti	
K	Prvky matice tuhosti	
\mathbf{y}	Sloupcový vektor poloh	
\mathbf{F}	Sloupcový vektor sil/momentů	
$\mathbf{G}_{11}, \dots, \mathbf{G}_{NN}$	Členy přenosové matice	
A	Plocha průřezu třísky	[m ²]
h	Výška třísky	[m]
$k_{C1.1}$	Měrná řezná síla pro úběr materiálu o šířce $b = 1$ mm a hloubce $h = 1$ mm	[N/mm ²]
K_{pro}	Koeficient frézování	[-]
K_γ	Koeficient úhlu čela nástroje	[-]
K_v	Koeficient řezné rychlosti	[-]
K_{TW}, K_{ver}	Koeficient opotřebení nástroje	[-]
K_{CM}	Koeficient materiálu nástroje	[-]
K_{CF}	Koeficient řezné kapaliny	[-]
K_{WS}, K_{st}	Koeficient komprese třísky	[-]
K_{WM}	Koeficient materiálu obrobku	[-]
z	Materiálová konstanta	[-]
$F_{mot,x}$	Síla motoru v ose x	[N]
$F_{mot,y}$	Síla motoru v ose y	[N]
m	hmotnost	[kg]
k	tuhost	[N/m]

ζ	Poměrný útlum	$[-]$
b	Součinitel viskózního tlumení	$[N \cdot s \cdot m^{-1}]$
F	Síla	$[N]$
G_v	Přenos rychlostní regulace	
G_F	Reciproký přenos k zavedení vnější síly do obvodu	
F_{1ext}	Externí síla vstupující do systému působící na 1. hmotu	$[N]$
F_{next}	Externí síla vstupující do systému působící na n-tou hmotu	$[N]$
\mathbf{C}	Sloupcový vektor směrových cosinů	
C	Směrový cosinus	
\mathbf{x}	Sloupcový vektor poloh	
δ	Osová deformace pružiny	$[m]$
a	Prvky matice \mathbf{K}^2	
\mathbf{V}	Normovaná modální matice	
\mathbf{q}	Sloupcový vektor modálních souřadnic	
\mathbf{v}	Normovaný sloupcový vlastní vektor	
\mathbf{B}_D	Matice modálních útlumů	
$\mathbf{\Lambda}$	Spektrální matice	
λ	Prvky spektrální matice	
\mathbf{A}	Matice systému	
Ω	Vlastní frekvence systému	$[rad \cdot s^{-1}], [Hz]$

Úvod

Dosažení optimálního výrobního procesu a následná produkce dostatečně kvalitního výrobku je komplexním problémem zahrnujícím volbu materiálu a vhodného polotovaru, dále způsob upnutí a obrobení, řezné podmínky, řezné nástroje, dynamické vlastnosti mechanické stavby stroje a v neposlední řadě zároveň řízení CNC stroje včetně výkonových členů – regulačních pohonů posuvů a vřeten.

1. Současný stav problematiky – kritická rešerše

Jedním z hlavních omezujících vlivů při obrábění je vznik kmitání. To se negativně promítá do momentového zatížení působícího na vřeteno stroje a obráběcí nástroj, jejichž životnost je tak degradována, dále má vliv na kvalitu povrchu obráběného dílce. Existuje více druhů kmitání, které se daří eliminovat, ale již v roce 1907 uvádí Taylor [1], že je to především problém **samobuzeného kmitání**, se kterým se nelze snadno vyrovnat a přináší největší problémy. Detailním vzhledem do problematiky samobuzeného kmitání, jeho identifikací a možným potlačováním se zabývá Tlustý a Poláček [2] a nezávisle také Tobias a Fishwick [3]. Ostatní druhy kmitání, jako je kmitání volné či vynucené, je možné odstraňovat vhodnou konstrukcí stroje či nastavením vhodných obráběcích parametrů. Aktuální přehled postupů a technik, vedoucích k zvýšení stability při obrábění, představuje Quintana a Ciurana ve svém souhrnu [4].



Obr. 1 – Zpětnovazební popis samobuzeného kmitání

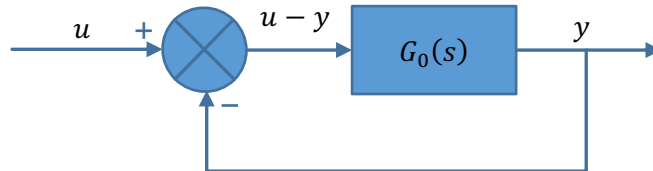
Samobuzené kmitání, které vzniká při oddělování třísky, lze popsat zpětnovazebním obvodem (viz Obr. 1 a Obr. 2). Ústředním členem v přímé větvi je dynamická poddajnost, která bude v dalším textu popisována v Laplaceově transformaci symbolem $G_y(s)$. Ta zahrnuje mechanickou poddajnost konstrukce $G_{y\ mech}(s)$ a v případě NC stroje také poddajnost vlastní regulace pohonů $G_{y\ poh}(s)$, která je dána algoritmem jejich řízení. Jedná se většinou o sériové řazení obou, takže poddajnosti je možné numericky sčítat:

$$G_y(s) = G_{y\ poh}(s) + G_{y\ mech}(s) \quad (1)$$

Schéma interakce procesu a stroje je symbolicky zobrazeno na Obr. 1. Vstupním parametrem je vždy žádaný rozměr y_0 , zadávaný v NC kódu. V této práci bude pro účely simulací aplikována lineární teorie regulace s použitím Laplaceovy transformace a algebry blokových schémat.

1.1. Stabilita zpětnovazebního obvodu

Zpětnovazební obvody a regulaci vyšetřoval již v 19. století Maxwell [5], později např. Nyquist [6]. Obecné schéma zpětnovazebního obvodu je zobrazeno na Obr. 2. Hodnota u představuje obecný vstup systému, hodnota y obecný výstup a přenos otevřené smyčky (přímě větve) je $G_0(s)$. Celé schéma je možné algebraicky popsat rovnicí: $(u - y)G_0(s) = y$.



Obr. 2 – Zpětnovazební obvod

Přenos uzavřené smyčky $Z(s)$ je vyjádřen rovnicí:

$$Z(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} \quad (2)$$

Charakteristická rovnice je:

$$1 + G_0(s) = 0 \quad (3)$$

Pokud je alespoň jeden kořen charakteristické rovnice ryze imaginární, $s = j\omega$, obvod je na hranici stability a platí:

$$G_0(j\omega) = -1 \quad (4)$$

U rovnice (4) je reálná část $ReG_0 = -1$ a zároveň imaginární část $ImG_0 = 0$. Z této podmínky vychází Nyquistovo kritérium stability [6]. U procesu obrábění se jedná o podmínku stability s nejvyšší prioritou. Rovnice (4) má smysl pouze pro přenosy $G_0(s)$ vyššího řádu než 1, což bude v této práci vždy splněno.

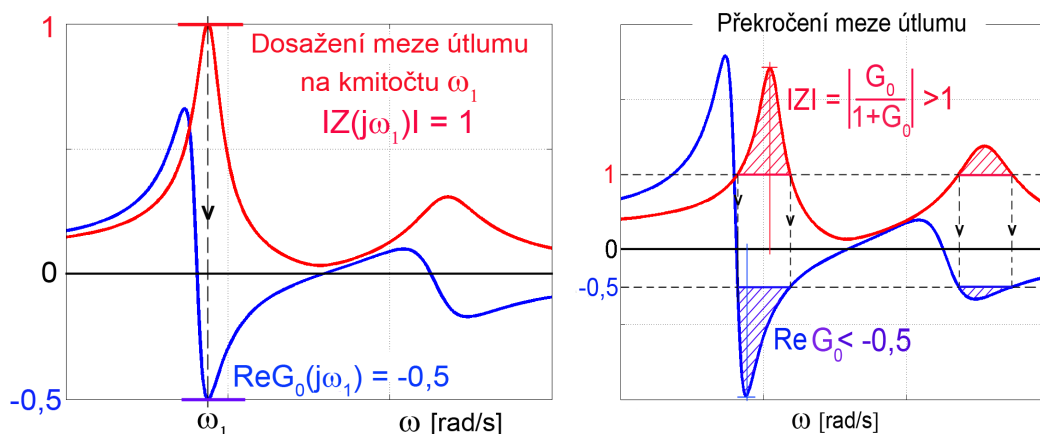
Dále je možné určit podmínku meze útlumu při umělém rozkmitávání systému harmonickým signálem. Ta je splněna, pokud se po průchodu obvodem nezvětší amplituda budicího signálu při všech kmitočtech. Absolutní hodnota celého přenosu je tak menší než 1 pro všechny kmitočty ω . Pro obecný přenos na Obr. 2 je možné psát:

$$abs Z = |Z| = \left| \frac{G_0(j\omega)}{1 + G_0(j\omega)} \right| \leq 1 \quad (5)$$

Po rozepsání na reálné a imaginární části a úpravách vychází podmínka pro frekvenční přenos:

$$\operatorname{Re}G_0(j\omega) \geq -1/2 \quad (6)$$

Grafické znázornění absolutní hodnoty celého přenosu $|Z|$ a její reálné části $\operatorname{Re}G_0(j\omega)$ s přihlédnutím k podmínce meze útlumu je na Obr. 3. Vlevo je zobrazen případ dosažení meze útlumu na jediném kmitočtu ω_1 , vpravo mez překračována ve vyšrafovaných kmitočtových oblastech.



Obr. 3 – Dosažení (vlevo) a překročení meze útlumu (vpravo) podle [9]

Z rovnice (6) vycházejí všechny práce týkající se samobuzeného kmitání při obrábění počínaje autory Poláčkem a Tlustým. Rovnice (6) představuje zpřísnění obecné podmínky stability (4).

Pokusy s řešením stability u diferenciálních rovnic rekurzivním způsobem jsou zaznamenány již z 18. století u Eulera.

1.2. Rozdělení samobuzeného kmitání

Existuje více přístupů a pohledů na samobuzené kmitání. Velmi často je uváděno dělení, které zavedli Poláček a Tlustý:

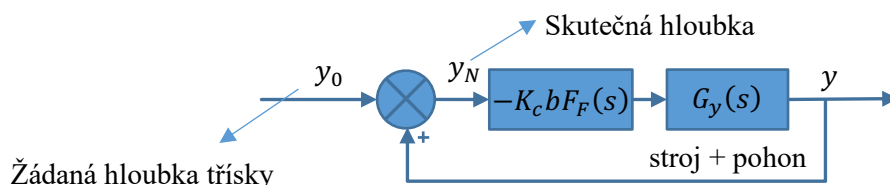
- a) regenerativní princip,
- b) princip polohové vazby.

Při podrobnějším rozboru samobuzeného kmitání je možné oba případy zahrnout do jediného – regenerativního principu.

Z obecnějšího pohledu podle teorie regulace se jako výstižnější jeví dělení podle [7] uvedené dále v kap. 1.2.1 a 1.2.2 a, b. V tomto následujícím zjednodušeném rozdělení jsou při prvotním rozboru vyšetřovány pouze případy, kdy je tzv. měrný rezný odpor K_c považován jako konstantní. Vlivy mazání, chlazení, geometrie a otupení nástroje se většinou korigují dalšími empirickými koeficienty.

1.2.1. Jednorázové obrábění

Při jednorázovém obrábění jde o tzv. neregenerativní kmitání při záběru jediné třísky (např. záběr jediné třísky při hoblování či obrázení). Blokové schéma je zobrazeno na Obr. 4. Jedná se o rozšíření obecného případu z Obr. 2. Schéma je založeno na předpokladu, že řezná síla F_C je dána součinem měrného řezného odporu K_c , šířky řezu b a skutečné hloubky odřezávané vrstvy y_N . Žádaná hloubka třísky y_0 je v NC programu zadávána jako kladné číslo, ale směřuje dovnitř obráběného povrchu, podle zavedené konvence znamének souřadného systému je tedy hodnotou zápornou. Invertováním znamének na Obr. 4 vznikne obvod se zápornou zpětnou vazbou. Z hlediska lineární teorie regulace je třeba upozornit na důležitou okolnost, že **o stabilitě rozhoduje zesílení přímé větve, v němž figuruje pouze šířka třísky, nikoliv hloubka.**



Obr. 4 – Jednorázové obrábění

Někteří autoři [3] předpokládají, že měrný řezný odpor K_c je nejen proměnný, jak již bylo zmíněno, ale že síla je vůči průřezu třísky také fázově posunuta. Tento jev bývá někdy popisován zavádějícím pojmem *komplexní síla* a pro její stanovení jsou hledány tzv. *komplexní koeficienty* – viz [8]. Jedná se o umělou matematickou konstrukci, jejíž použití v praxi je diskutabilní. Navíc (podle zavedené terminologie) je síla vektorem, jehož složky sice mohou být vůči sobě fázově posunuty, ale slovo „komplexní“ svádí pouze k rovinné představě.

Je možné do obvodu zařadit přenosovou funkci $F_F(s)$, která umožňuje fázový posuv síly modelovat. Tato funkce bude pro jednoduchost nadále uvažována rovna jedné.

Bude-li dosazeno do Obr. 2 za $G_0(s) = K_c \cdot b \cdot G_y(s)$ lze případ jednorázového obrábění popsat přenosem:

$$G_{celk}(s) = \frac{y(s)}{y_0(s)} = \frac{K_c \cdot b \cdot G_y(s)}{1 + K_c \cdot b \cdot G_y(s)} \quad (7)$$

Podmínka pro kritickou šířku třísky na mezi stability při jednorázovém obrábění je:

$$b_{krit} = \frac{1}{K_c |ReG_y(j\omega_0)|} \quad (8)$$

Zde ω_0 představuje kmitočet, v kterém Nyquistova křivka přenosu G_y protíná zápornou reálnou osu.

1.2.2. Opakované obrábění

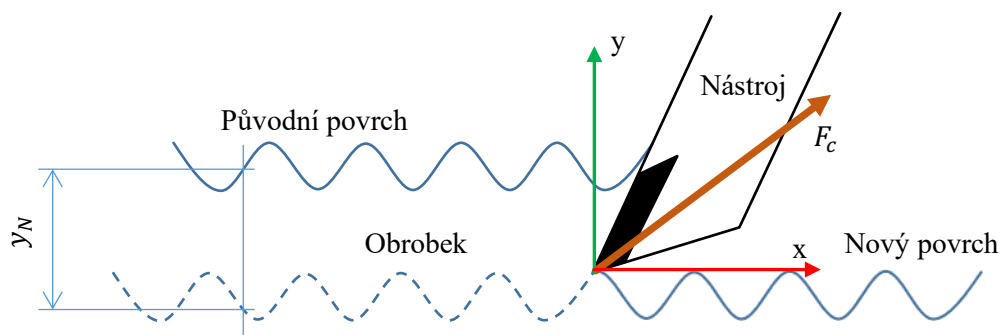
U jednorázového obrábění není vyloučeno, že v případě prvotně zvlněného povrchu nedojde k nárůstu amplitudy zvlnění. Při splnění podmínky $b < b_{krit}$ amplituda kmitání během řezu neporoste a proces bude stabilní. V praxi je však nutno počítat s dalším opakovaným řezem a podmínku (8) zpřísnit.

Teprve tento způsob obrábění lze označit jako regenerativní. Zvlněný povrch od předchozího obrábění se superponuje na novou hloubku třísky v následujícím cyklu (viz Obr. 5).

Při hledání závislosti řezné síly na hloubce řezu v Obr. 5 někteří autoři [8] oddělují vliv nového a původního povrchu, rozlišují dvě příčiny síly:

- 1) tzv. *vnitřní modulace* – vliv hloubky způsobený okamžitým pohybem při kmitání systému (v Obr. 5 vlnitost *nový povrch*),
- 2) tzv. *vnější modulace* – systém buzený silou potřebnou pro seřezávání vln z předchozího cyklu (v Obr. 5 vlnitost *původní povrch*).

Fyzikální vysvětlení těchto přístupů není doposud přesně objasněno.



Obr. 5 – Nástroj – obrobek

Dále je možno rozlišit dva případy opakovaného obrábění:

a) *Obrábění bez pevné časové vazby mezi dvěma po sobě následujícími řezy*

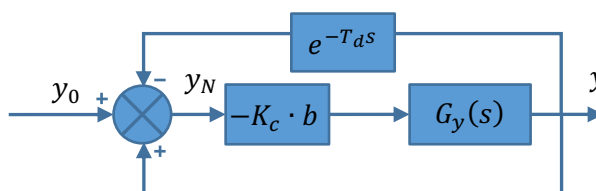
Charakteristické pro obrábění bez pevné časové vazby je, že nástroj opouští řez a následně se do něj vrací po blíže nespécifikované době (např. hoblování, soustružení závitu na

několikrát). Schéma zpětnovazebního obvodu je totožné se schématem pro jednorázové obrábění na Obr. 4. V tomto případě je nutné zohlednit podmínku meze útlumu (6). Protože např. silový ráz při najetí nože u opakovaného hoblování obsahuje více harmonických složek, nesmí nastat případ dle Obr. 3 vpravo. Přípustný stav zachycuje Obr. 3 vlevo a pro kritickou šířku platí vztah (9). Jedině tehdy budou potlačeny všechny kmitočty kromě ω_1 , na kterém se kmitání ustálí. Tento kmitočet je jednoznačně dán vlastnostmi přenosu G_y .

$$b_{krit} = \frac{1}{2K_c |ReG_y(j\omega_1)|} \quad (9)$$

b) Obrábění s pevnou časovou vazbou mezi dvěma po sobě jdoucími řezy

Obrábění s pevnou časovou vazbou představuje kontinuální řez, který je nejčastěji vysvětlován na případu soustružení. Ukázka se zapichováním je vidět na Obr. 8 vlevo [9]. Jedná se o opětovný úběr materiálu po jedné otáčce za přesně daný časový úsek, dobu $T_d = 1/n_s$, kde n_s je počet otáček za sekundu. Do schématu zpětnovazebního obvodu je oproti předchozím variantám nutné zahrnout tento časový úsek blokem dopravního zpoždění, jak je pomocí Laplaceovy transformace uvedeno na Obr. 6.

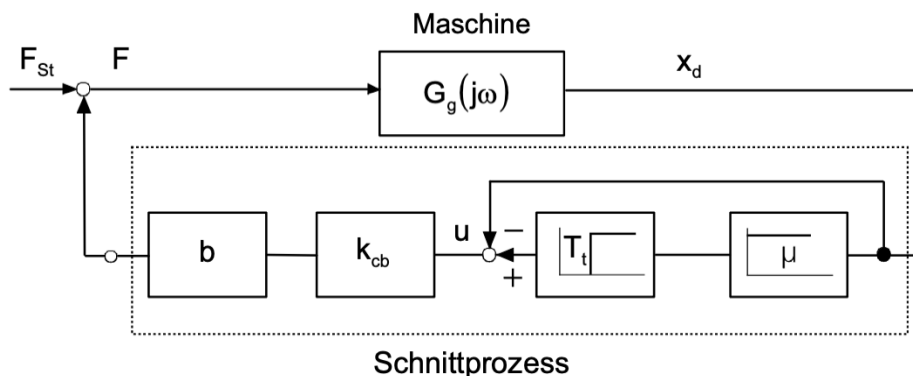


Obr. 6 – Obrábění s pevnou časovou vazbou mezi řezy

Bylo již zmíněno, že ve schématu (Obr. 6) musí být zobrazena vstupní veličina – požadovaná výchylka y_0 . Mnoho pramenů, jako například Altintas v [10] ve Fig. 4.14, uvádí grafické zobrazení bez této vstupní veličiny. Takto zavedený popis samobuzeného kmitání není úplný. Stejný popis opakuje ve svém článku zabývajícím se stabilitou frézování i Shamoto a Akazawa [11]. Je tedy otázkou, jak si autoři představují celkový přenos, co je vstupem, co výstupem a jakým zásahem lze systém vybudit.

Například Stephenson a Agapiou uvádějí [12] na Fig. 12.6, že vstupem do zpětnovazebního obvodu je síla. To je ovšem z fyzikálního hlediska také nepřesné, neboť vstupem je vždy požadovaná poloha, zadaná obsluhou stroje nebo NC programem. Nelze si představit způsob obrábění, kde a jak by byla zadávána jako primární požadavek síla. Vždy jde o konečný rozměr

obrobku. I u konvenčního stroje zadává obsluha polohu, sílu na klíče vnímá řemeslník jen jako vedlejší projev obrábění z pojistných důvodů proti přetížení. Na další Fig. 12.7 [12] je vstupní poloha uvedena v samotném středu blokového schématu regulačního obvodu a dochází tak k nepřesné interpretaci jednotlivých vstupních či výstupních veličin. Táž chyba se silou jako vstupní veličinou se vyskytuje i u předních německých autorů (např. Weck v [13], Bild 6-32, viz Obr. 7).



Obr. 7 – Repräsentace procesu regenerativního samobuzeného kmitání dle Wecka [13]

Přenos zpětnovazebního systému dle Obr. 6 je vyjádřen:

$$G_{celk}(s) = \frac{y(s)}{y_0(s)} = \frac{-K_c \cdot b \cdot G_y(s)}{1 + K_c \cdot b \cdot G_y(s)(1 - e^{-T_d s})} \quad (10)$$

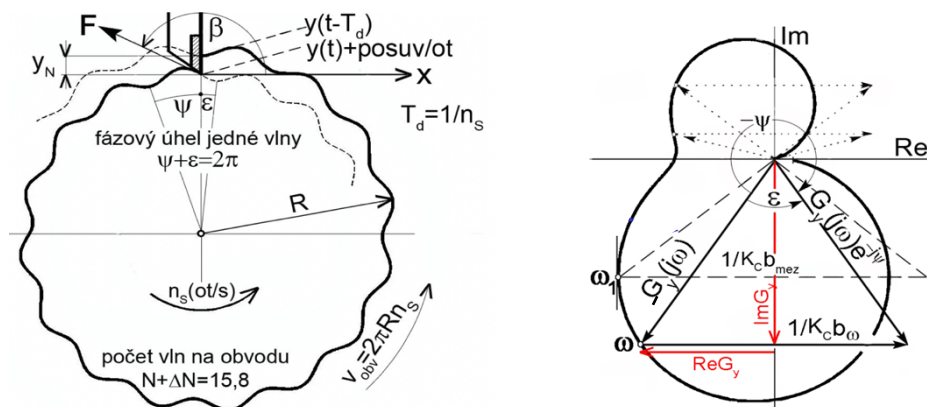
Vztah pro mezní (kritickou) šířku třísky vychází v tomto případě totožný jako v předchozím případě (9), ale nevztahuje se pouze na jediný kmitočet ω_1 . Lze odvodit (např. [7]), že kritická šířka třísky je funkcí obecného kmitočtu ω , viz vztah (11). Do rozboru charakteristického polynomu (jmenovatele (10)) totiž vstupuje oproti vztahu (7) navíc dopravní zpoždění T_d , tj. otáčky, jejichž volbou lze ovlivnit velikost kritické šířky třísky i příslušný kmitočet procesu obrábění na mezi stability.

$$b_{krit} = \frac{1}{2K_c |ReG_y(j\omega)|} = fce(\omega) \quad (11)$$

Často bývá uváděno i grafické řešení meze stability, vycházející z charakteristické rovnice přenosu (10), do které je dosazeno $s = j\omega$ a $T_d \omega = 2\pi N + \psi$, kde N odpovídá počtu celých vln po obvodu jedné otáčky a ψ je fázový posuv, příslušný neúplné vlně, viz příklad zapichování na Obr. 8 vlevo [9]. Vychází rovnice (12), kterou lze zobrazit v komplexní rovině vektorovým trojúhelníkem (viz Obr. 8 vpravo lit. [9], kde je zvolena ukázka s přenosem $G_y(s)$ čtvrtého řádu, úhel ε je doplňkem úhlu ψ).

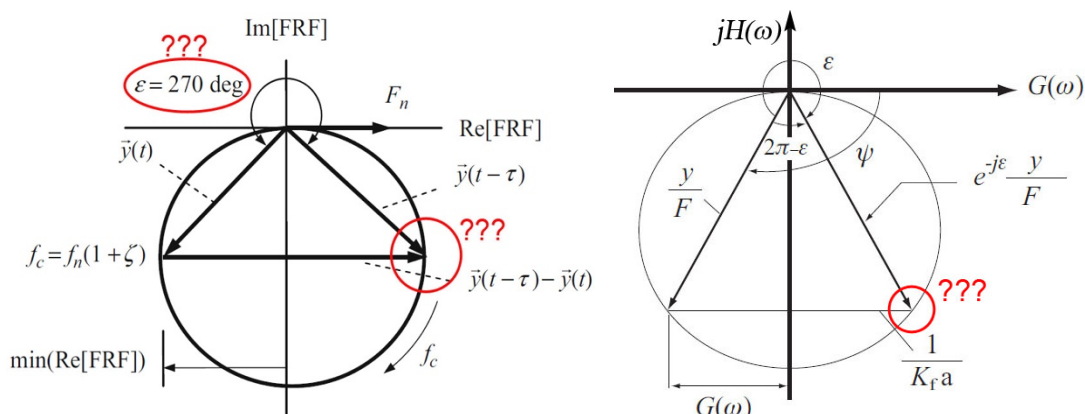
$$\frac{1}{K_c \cdot b} + G_y(j\omega) = G_y(j\omega)e^{-j\psi} \quad (12)$$

Na ukázce je zřejmé, že relevantní pro hodnocení stability je pouze 2. a 3. kvadrant, tedy případ, kdy je reálná část přenosu ReG_y záporná (číslo $1/K_c \cdot b$ je kladné, šipka musí směřovat vpravo).



Obr. 8 – Příklad zapichování (vlevo), Nyquistův diagram (vpravo) lit. [9]

Je zářezující, že i v renomovaných publikacích bývá tento diagram nesprávně zobrazen nejčastěji pro přenos $G_y(s)$ druhého řádu: např. v [10], autor Altintas, je ve Fig. 4.2 uváděn Nyquistův diagram jako kružnice vycházející z počátku (nikoliv z hodnoty statické poddajnosti) a zmíněný trojúhelník je jí vepsán. Táž nepřesnost existuje i v [14] ve Fig. 3.3.2 (Schmitz-Smith), viz Obr. 9.

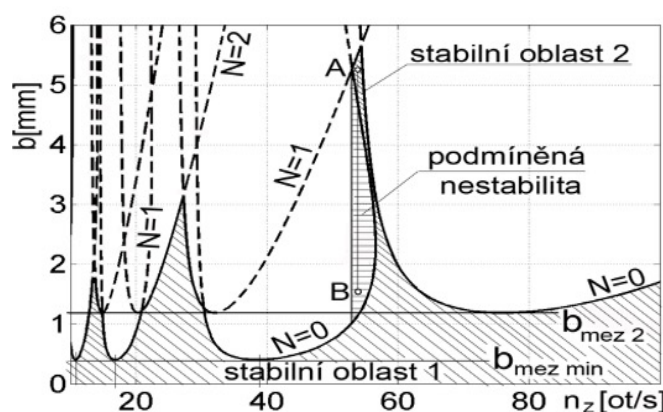


Obr. 9 - Nyquistův diagram v publikaci Schmitze a Smitha (vlevo) [14] a v publikaci Altintase (vpravo) [10]

Na základě znalosti přenosu dynamické poddajnosti $G_y(s)$ (ať již vypočteného, nebo zjištěného experimentálně) lze odvodit tzv. otáčkovou rovnici a příslušnou závislost kritické šířky třísky na otáčkách – tzv. *stability lobe diagram* (dále jen SLD) či otáčkový diagram stability, např. Poláček [2] a Tobias [3] či Altintas [15]. Rovněž při odvození otáčkové rovnice dochází u některých autorů k nepřesnostem, především ve správném chápání smyslů úhlů (např. záměnou ψ a jeho doplňku ε v Obr. 8). Správný tvar otáčkové rovnice je:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = n_s \left(N + 1 - \frac{1}{\pi} \arctg \frac{ReG_y}{ImG_y} \right); N = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

Příklad SLD je uveden na Obr. 10 [9].

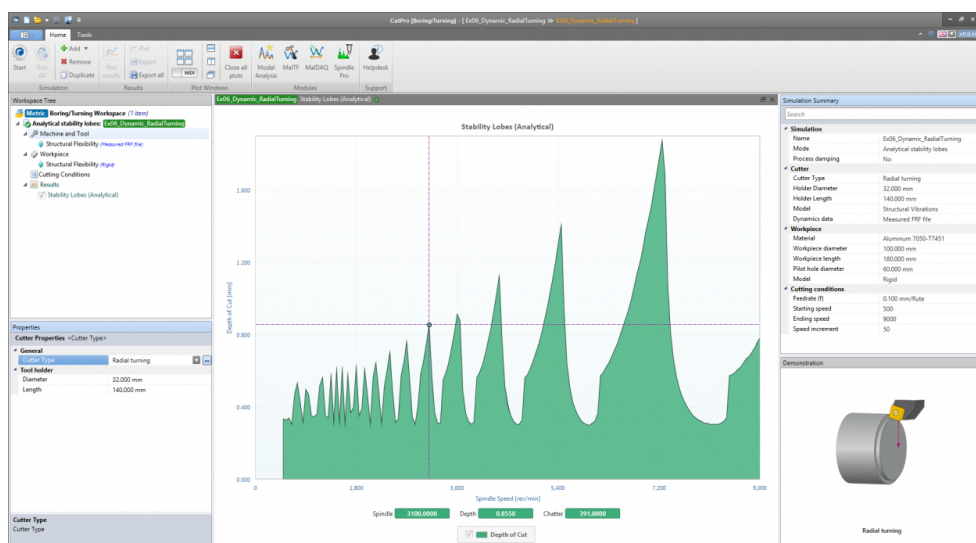


Obr. 10 – Stability lobe diagram [9]

Samobuzené kmitání vyžaduje dodávku energie, kterou zajišťují pohony vřetena a posuvů. Z těchto zdrojů je buzeno kmitání soustavy a dochází k jeho udržování či zvětšování amplitud [16].

1.3. Softwarová řešení

Dnes již existují počítačové programy umožňující uživatelům pohodlnou tvorbu SLD s pomocí naměřeného přenosu dynamické poddajnosti, ale jejich struktura je pro uživatele neprůhledná a výsledky mohou být značně ovlivněny způsobem měření. Stále existují diskuse, je-li vhodnější rychlé měření pomocí modálního kladívka, nebo zdlouhavý a nákladný postup s použitím vibrátoru. Příkladem je software dodávaný firmou MANUFACTURING AUTOMATION LABORATORIES INC. nazvaný CUTPRO®. Uživatelské prostředí tohoto programu pro soustružnickou operaci zobrazuje Obr. 11. Dalším komerčně využívaným softwarem je MetalMAX™ z dílny MANUFACTURING LABORATORIES INC.



Obr. 11 – CutPro®

Způsoby měření pomocí modálního kladívka jsou zobrazeny na Obr. 12 [17]. Obrázek vlevo demonstruje měření na stopkové fréze, kde bude zcela jistě dominantní poddajnost nástroje v ohybu. Proti tomu vpravo je měření provedeno na frézovací hlavě, kde se do hodnocení stability může projevit i poddajnost dalších mechanických celků stroje. Tyto případy je nutné při tvorbě simulačních modelů rozlišovat.



Obr. 12 – Modální analýza na špičce nástroje [17]

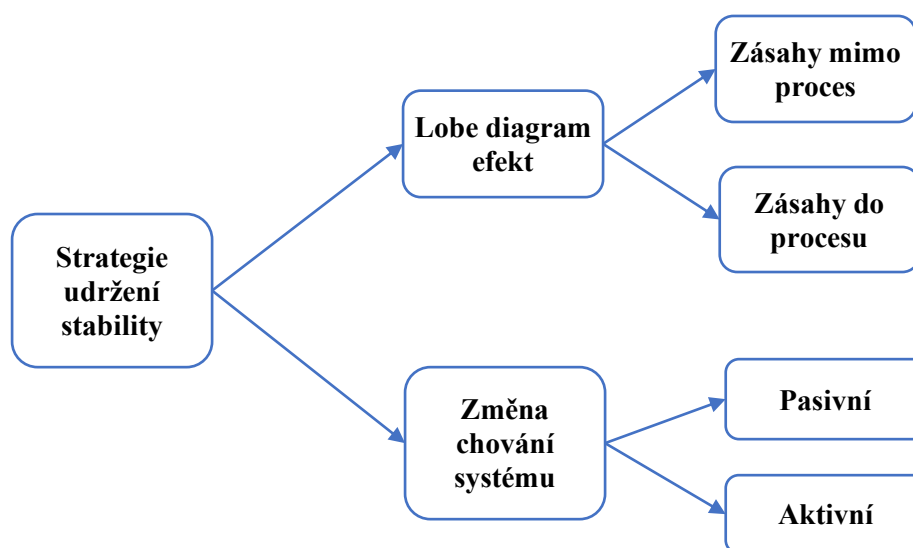
1.4. Stabilní obrábění

Strategie udržení stability je možné dle Quintana [4] rozdělit na dva základní přístupy. První možností je vycházet ze SLD, který je ovšem nutné vyhotovit pro každou soustavu STROJ – DRŽÁK NÁSTROJE – NÁSTROJ – OBROBEK individuálně a odlišně podle způsobu obrábění. Základními postupy pro vrtání, vyvrtávání, soustružení, frézování či broušení se zabývá Altintas v [18]. Druhou možností je aktivně zasáhnout do systému chování stroje, viz Obr. 13.

První přístup stabilizace obráběcího procesu za pomoci sestaveného SLD je možné nadále rozčlenit na dvě podskupiny. První podskupina, ve které dochází k zásahům mimo obráběcí proces, uvažuje sestavení SLD před obráběcím

procesem na základě znalostí všech skupin stroje a obrobku. Následně je pro obrábění zvolena vhodná kombinace rezné rychlosti a axiální hloubky třísky. Identifikaci regenerativního samobuzeného kmitání pomocí matematického modelu se jako první věnuje opět Tlustý a Poláček [2] a Tobias a Fishwick [3]. Tvorbu obecného matematického modelu založeného na dynamických vlastnostech frézování a následné určení limitní hloubky řezu prezentuje Minis [19].

Skupina zásahů do obráběcího procesu předpokládá vygenerování SLD přímo při obrábění a následné upravení obráběcích parametrů na základě změřených a vyhodnocených dat.



Obr. 13 – Udržení stability

Základem druhého přístupu jsou zásahy do struktury stroje a následné změny chování systému. Tento přístup je opět možné rozdělit na 2 podkategorie. První podskupinou jsou pasivní zásahy do systému zahrnující úpravy nástroje či stroje, například v upnutí nástroje. Aktivními zásahy do systému jsou například aktivní tlumičí prvky reagující na aktuální chování stroje. Použití externích aktivních tlumičů prezentuje ve své práci Cowley [20]. Popisuje možné použití akcelerometrů ke snímání vstupních vibrací a na základě toho signálu je proveden zásah v řídicím systému. Aplikaci senzorů velmi blízko obráběcího procesu prezentuje Bleicher [21]. Celkový přehled technik stabilizace rezného procesu za použití je přehledně sumarizován Novotným [22] a Munoo [23].

Další aktivní změny zvyšující tuhost zásahem do struktury stroje a posléze stabilitu a kvalitu výroby představuje Kolář [24] a [25]. Možnost využití kompozitních materiálů ke zlepšení dynamických vlastností obráběcích strojů prezentuje Möhring [26].

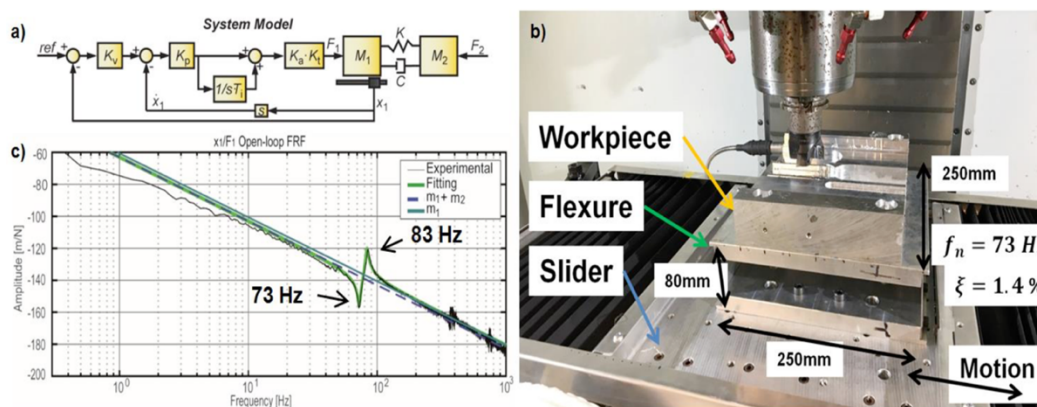
1.5. Zahrnutí vlivu regulačních pohonů

Veškeré simulace a matematické modely samobuzeného kmitání (zejména při frézování) vycházely dle Siddhpury [27] až do devadesátých let 20. století pouze

ze soustavy NÁSTROJ – OBROBEK. Až později lze registrovat komplexnější modely zahrnující celý STROJ, které využívají metody konečných prvků (MKP). Není ale doposud provedena univerzální studie, rozšiřující soustavu STROJ – NÁSTROJ – OBROBEK o vliv samotné regulace pohonů, ať již vřetena nebo posuvů. Např. Ondrášek [28] se tomuto problému věnuje pomocí modelu MKP, ale jen na příkladu jednoduchého křížového stolu, který je modelován jako kompaktní celek.

Vlivu pohonů na stabilitu obrábění se z části věnuje Lehotzky [29], který vyšetřuje vliv jednoduchého PD regulátoru.

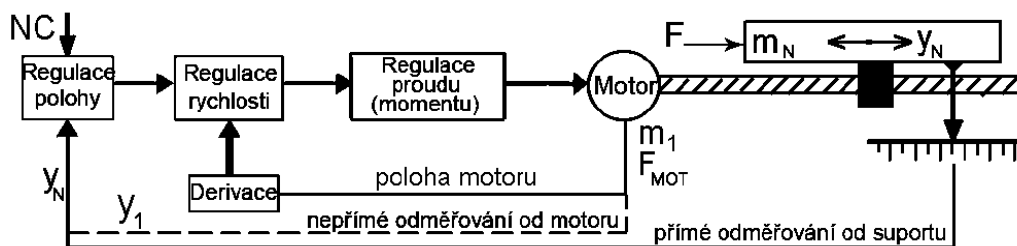
Matematický model s vyšetřením vlivu parametrů kaskádní regulace s lineárním pohonem uvádí Beudaert [30]. Využívá zjednodušeného dvoumotového modelu mechanické stavby samostatné posuvové osy s jednoduchou aproximací řezných sil. Na tento výzkum navazuje Franco [31] a experimentálně jej ověřuje na speciálně přizpůsobeném jednoosém dvoumotovém standu s předem definovanou tuhostí a tlumením. První hmotu tvoří samotný lineární motor a druhou upínací stůl s obrobkem, který je uměle oddělen od motoru paralelogramovým ohybově poddajným závěsem s planžetami, viz Obr. 14. Vlastní frekvence 83 Hz je předem napočítána tak, aby výrazně vynikl vliv nastavení regulačních konstant na stabilitu obrábění. Není tedy podchycen stroj s více pohybovými osami a reálnými vlastnostmi. Franco se také v [32] věnuje vlivu nastavení pohonu na stabilitu systému pastorku s hřebenem.



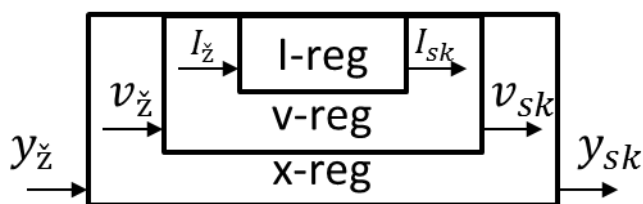
Obr. 14 – Blokové schéma ^{a)}, rozložení experiment ^{b)}, x_1/F_1 open-loop FRF ^{c)} [31]

1.6. Pohony výrobních strojů

Celý systém pohybové osy s tzv. kaskádní regulací je zjednodušeně znázorněn na Obr. 15. Motor pracuje v režimu tří hierarchicky uspořádaných zpětných vazeb – zvnitřku proudové, rychlostní a polohové – viz Obr. 16. O sofistikovanějších typech regulace posuvových os, zahrnujících další zpětné vazby, feedforwardy či jiné pokročilé techniky, pojednává Koren [33].



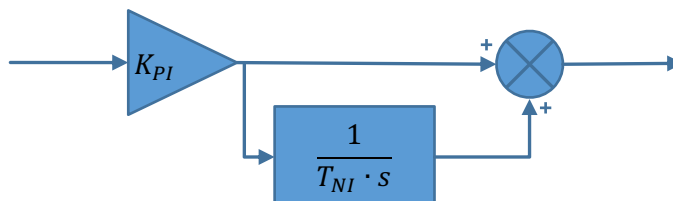
Obr. 15 – Pohybová osa [39]



Obr. 16 – Kaskádní regulace

1.6.1. Proudová regulace

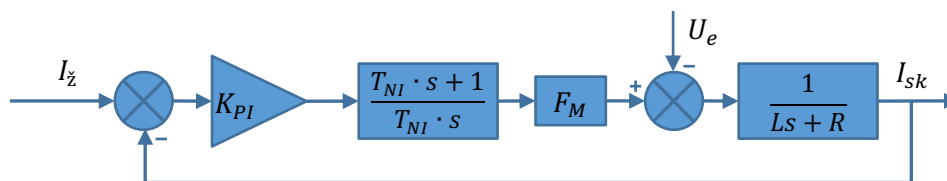
Regulátor proudu je typu PI s přenosem (14), proporcionálním zesílením K_{PI} a integrační konstantou T_{NI} – viz Obr. 17. Jeho výstupem je signál pro sepnutí tranzistorů pulzní šířkové modulače, která způsobuje dopravní zpoždění. To se při simulacích modeluje Paddého rozvojem druhého i vyšších řádů.



Obr. 17 – PI regulátor

$$G_{PI}(s) = K_{PI} \cdot \frac{T_{NI} \cdot s + 1}{T_{NI} \cdot s} \quad (14)$$

Detailní zapojení proudové zpětné vazby je viditelné na Obr. 18. Přenos F_M popisuje dopravní zpoždění, přenos $(Ls + R)^{-1}$ vinutí motoru. Elektromotorické napětí U_e není nutné uvažovat, neboť jeho vliv je eliminován PI regulátorem.



Obr. 18 – Proudová regulace

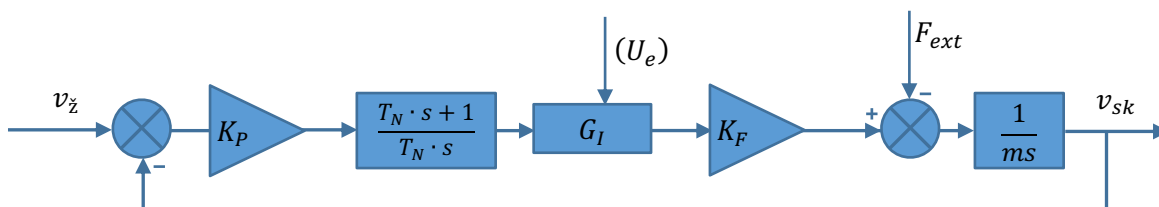
Celkový přenos proudové smyčky, kde I_z je žádaný proud a I_{sk} jeho skutečná hodnota, bez uvažování dopravního zpoždění F_M lze zapsat:

$$G_I(s) = \frac{I_{sk}}{I_z} = \frac{K_{PI} \cdot (T_{NI}s + 1)}{T_{NI}s(Ls + R) + K_{PI}(T_{NI}s + 1)} \approx 1 \quad (15)$$

Propustné pásmo proudové regulace je obvykle vysoké (10^3 Hz) a přenos je možné uvažovat jednotkový.

1.6.2. Rychlostní regulace – jednohmotový systém

Rychlostní regulace je nadřazena regulaci proudové opět s PI regulátorem a dvěma konstantami K_P a T_N . Vstupní veličinou je žádaná rychlost v_z a výstupem je skutečná rychlost v_{sk} pohybující se hmoty m . Pro jednohmotový systém s lineárním motorem je blokové schéma rychlostní smyčky na Obr. 19. F_{ext} symbolizuje externí sílu vstupující do procesu (řezná síla) a K_F je silová (momentová) konstanta motoru.



Obr. 19 – Rychlostní smyčka jednohmotového systému

Přenos takto definovaného zpětnovazebního obvodu je při uvažování jednotkového přenosu proudové regulace a bez zahrnutí vstupu vnější rušící síly vyjádřen přenosem druhého řádu:

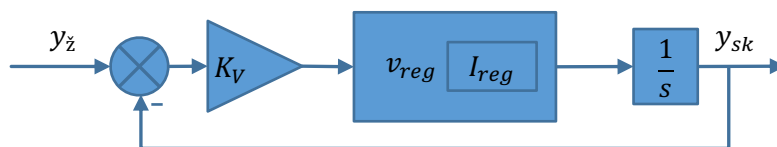
$$G_v(s) = \frac{v_{sk}}{v_z} = \frac{T_N s + 1}{\frac{m T_N}{K_p K_F} s^2 + T_N s + 1} \quad (16)$$

Propustné pásmo bývá pro rychlostní regulaci v oblasti 10^2 Hz .

1.6.3. Polohová regulace – jednohmotový systém

Smyčka polohové regulace je schopna reagovat na změny systému pouze za použití proporcionálního regulátoru, tedy nastavením jedné konstanty, již je

polohové zesílení K_V . Vstupním parametrem obvodu je žádaná poloha $y_{\dot{z}}$ a výstupem je skutečná poloha y_{sk} . Zapojení polohového regulátoru při zjednodušení vnořených smyček je patrné na Obr. 20.



Obr. 20 – Polohová regulace

Proudová i rychlostní smyčka budou uvažovány jednotkové a celkový, maximálně zjednodušený, přenos polohové smyčky je pouze prvního řádu:

$$G_y(s) = \frac{y_{sk}}{y_{\dot{z}}} = \frac{1}{\frac{s}{K_v} + 1} = \frac{1}{\tau_v + 1} \quad (17)$$

Pro polohovou regulaci pohonů obráběcích strojů bývá charakteristické propustné pásmo maximálně v řádu 10^1 Hz

1.7. Regulace víceřadového sériového systému

Simulace kompletních pohonů obráběcích strojů nevystačí pouze s uvedeným jednořadovým modelem (viz Obr. 19). **Při modelování dynamiky pohonu se vychází z rovnice víceřadové, sériově řazené mechanické stavby pohonu, kde na první hmotu působí síla motoru a na poslední hmotu síla externí F_{ext} (respektive řezná síla F_C).** Následný přenos mechaniky pohonu, zahrnující kuličkový šroub, převody a hmotu motoru, má dle literatury [7] tvar:

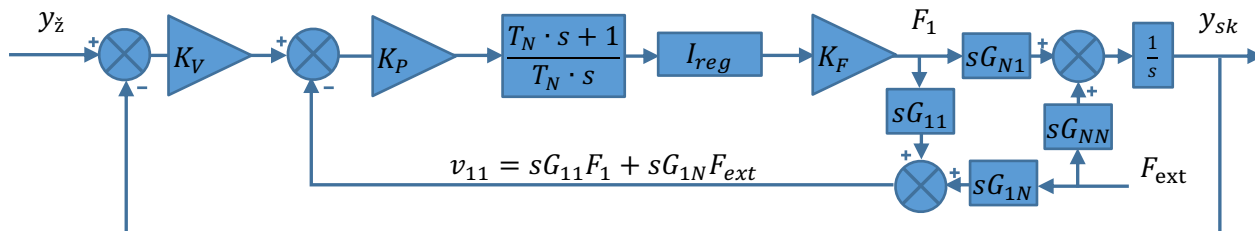
$$\mathbf{G}(s) = (s^2 \mathbf{M} + s \mathbf{B} + \mathbf{K})^{-1} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & \cdots & G_{1N}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{N1}(s) & \cdots & G_{NN}(s) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$\mathbf{G}(s)$ je čtvercová tzv. matice poddajnosti, která je symetrická podél hlavní diagonály (viz také kapitola 3.4). Vektor polohy modelu lze určit z rovnice:

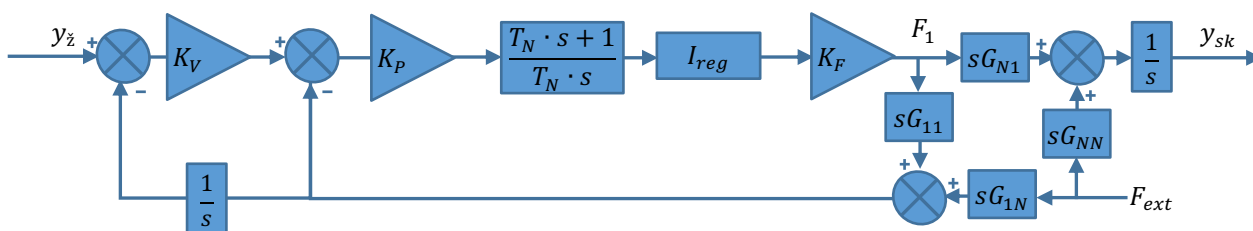
$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}(s) \cdot \mathbf{F}(s) \quad (19)$$

Vektor $\mathbf{y}(s)$ je sloupcovým vektorem poloh a $\mathbf{F}(s)$ sloupcovým vektorem sil (momentů). Výsledné schéma kompletní polohové regulace (9) zahrnující i stavbu reálného pohonu je zobrazeno na Obr. 21. Dle uvedeného schématu, jsou využity pouze členy $G_{11}(s)$, $G_{NN}(s)$ a $G_{1N}(s) = G_{N1}(s)$ a vzniká tzv. čtyřpól. Příklad uvedený na Obr. 21 reprezentuje přímé odměřování, kde vstup zpětné vazby pro polohovou smyčku je odečítán přímo z pravitka na pohybové ose stroje a rychlostní zpětná vazba je odvozena od derivace signálu komutačního snímače polohy motoru. Alternativou k tomuto řešení je nepřímé odměřování, uvedené na Obr. 22. Polohová smyčka je uzavřena od signálu snímače polohy motoru

a rychlostní vazba od její derivace. Využití první nebo druhé varianty se řídí většinou cenovými hledisky a požadavky na přesnost.



Obr. 21 – Kaskádní regulace víceřadového sériového systému (přímé odměřování)



Obr. 22 – Kaskádní regulace víceřadového sériového systému (nepřímé odměřování)

Všechny čtyři rohové přenosy matice poddajnosti zkoumaného systému spolu souvisejí. Pro pozdější měření a identifikaci lineárních systémů je tak možné na základě znalosti jednoho přenosu určit přenosy zbývající.

Schémata na Obr. 21 a Obr. 22 jsou s ohledem na požadavky softwaru Matlab – Simulink transformována tak, aby neobsahovala derivační člen.

1.8. Poddajnost regulace pohonu posuvu

Celkově je možné vyjádřit poddajnost regulace jako přenos:

$$G_{poh}(s) = \frac{y_{sk}(s)}{F_{ext}(s)} \quad (20)$$

Dosavadní metody zmíněné v kapitole 1.4 umožňují vytvoření SLD na základě znalosti přenosů mechanické stavby STROJ – NÁSTROJ – OBROBEK, tedy bez uvažování vlivu vlastní regulace pohonu posuvu.

1.9. Měrný řezný odpor při obrábění

Nejstarší modely samobuzeného kmitání [2], [3] vycházejí z Obr. 5 a z předpokladu, že K_c je konstantní a síla F lineárně závisí na průřezu třísky:

$$F = -K_c \cdot b \cdot y_N \quad (21)$$

Koeficient K_c představuje měrný řezný odpor a hodnota b šířku odebírané třísky. Celý proces lze znázornit blokovým schématem uvedeným na Obr. 4. Celkový přenos mezi pohybem nástroje a žádanou hloubkou y_0 je popsán v rovnici (7). Další a pokročilejší modely určení řezných sil i pro víceosé obrábění uvádí Altintas [10].

Nedostatkem výše zmíněných přístupů je skutečnost, že se měrný řezný odpor uvažuje konstantní, ale např. Mádl [34] uvádí závislost měrného řezného odporu na řezné rychlosti, hloubce řezu, úhlu čela nástroje γ , použité řezné kapaliny a dalších, jež mají nemonotónní charakter. Proto je nutné do vznikajících budoucích modelů zcela jistě zakomponovat proměnný měrný řezný odpor.

Profesor Grote a Anntonsson v knize *Hanbook of Mechanical engineering* [35] uvádí kompletní vztah pro stanovení řezné síly, která zahrnuje řadu opravných koeficientů zjišťovaných převážně empiricky. Kompletní vztah má tvar:

$$F = b \cdot k_{C1.1} \cdot h_m^{1-m_c} \cdot K_{pro} \cdot K_\gamma \cdot K_v \cdot K_{TW} \cdot K_{CM} \cdot K_{CF} \cdot K_{WS} \cdot K_{WM} \quad (22)$$

Jednotlivé členy výrazu reprezentují:

- $k_{C1.1}$... měrná řezná síla pro úběr materiálu o šířce $b = 1 \text{ mm}$ a hloubce $h = 1 \text{ mm}$;
- K_{pro} ... koeficient zohledňující použití vztahu pro frézování, neboť hodnoty $k_{C1.1}$ jsou naměřené výhradně na soustruhu;
- K_γ ... koeficient zohledňující úhel čela nástroje;
- K_v ... koeficient zohledňující řeznou rychlost;
- K_{TW} ... koeficient zohledňující opotřebení nástroje (tool – wear);
- K_{CM} ... koeficient zohledňující materiál nástroje (cutting – material);
- K_{CF} ... koeficient zohledňující použitou řeznou kapalinu (cutting – fluid);
- K_{WS} ... koeficient zohledňující kompresi třísky neboli tvar obrobku (workpiece – shape);
- K_{WM} ... koeficient zohledňující materiál obrobku (workpiece – material).

Knih *Applied Machining Technology* [36] uvádí pro výpočet řezné síly vztah závislý na průřezu třísky a na hodnotě měrného řezného odporu:

$$F = A \cdot K_c = b \cdot h \cdot K_c \quad (23)$$

Koeficient K_c je dán následujícím vzorcem, opět doplněným o řadu empiricky stanovených opravných koeficientů:

$$K_c = \frac{(1 \text{ mm})^z}{h^z} \cdot k_{c1.1} \cdot K_\gamma \cdot K_v \cdot K_{st} \cdot K_{ver} \quad (24)$$

Čítatel prvního členu vzorce upozorňuje na dosazování jednotek v *mm*, odpovídaje hodnotám uvedeným v Tab. 1. Jednotlivé členy výrazu reprezentují:

- $k_{C1.1}$... měrná řezná síla pro úběr materiálu o šířce $b = 1 \text{ mm}$ a hloubce $h = 1 \text{ mm}$;
- h ... tloušťka třísky v *mm*;
- z ... materiálová konstanta;
- K_γ ... koeficient zohledňující úhel čela nástroje;
- K_v ... koeficient zohledňující řeznou rychlost;
- K_{st} ... koeficient zohledňující kompresi třísky;
- K_{ver} ... koeficient zohledňující opotřebení nástroje.

Hodnoty příslušných materiálových konstant z a měrných řezných sil $k_{C1.1}$ jsou v [36] uvedeny pro vybrané materiály též v Tab. 1.

Sumarizací poznatků o výpočtu řezné síly bylo zjištěno, že naprostá většina dostupné literatury modeluje řeznou sílu jako součin řezných parametrů. Skutečnosti se posléze přibližují zahrnutím různých opravných koeficientů zjišťovaných experimentálně. Zajímavé je, že tyto opravné koeficienty se uvažují jako konstantní, přitom v průběhu řezného procesu se podmínky zcela jistě mění, proto by tuto změnu měly reflektovat i opravné koeficienty. Jde například o koeficient zohledňující úhel čela nástroje, který bude při výskytu nedokonalého, tedy zvlněného obráběného povrchu, proměnný.

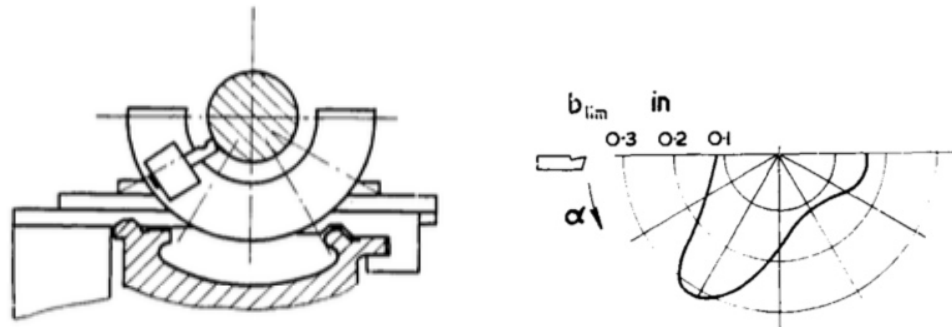
Tab. 1 – Hodnoty materiálových konstant z a měrných řezných sil $k_{C1.1}$

Materiál	ČSN	$k_{C1.1}$ [N/mm ²]	z
S 275 JR	11 443	1780	0,17
E 295	11 500	1990	0,26
E 335	11 600	2110	0,17
E 360	11 700	2260	0,30
C 15	12 023	1820	0,22
C 35	12 040	1860	0,20
C 45, Ck 45	12 050	2220	0,14
Ck 60	12 061	2130	0,18
16 MnCr5	14 220	2100	0,26
18 CrNi6	16 321	2260	0,30
34 CrMo4	15 131	2240	0,21
GJL 200	42 2420	1020	0,25
GJL 250	42 2425	1160	0,26
GE 260	42 2630	1780	0,17
White cast iron	Bílá litina	2060	0,19
Brass	Mosaz	780	0,18

1.10. Polární diagramy v teorii stability

Polární diagram představuje možnost vynášení zvolených veličin, limitní šířky třísky, aktuální polohy nože, atd. – v prostorovém rozmístění od 0 do 360 stupňů. Takto koncipované diagramy je vhodné použít pro charakteristiku rotačních součástí, určení jejich statických a dynamických vlastností. Zobrazení v kompletní kruhové škále dává přehlednější a názornější pojem o probírané problematice.

Využití polárních diagramů k hodnocení stability představil Koenigsberger [37] vyjádřením limitní šířky třísky v závislosti na poloze, ve které jsou aktuálně spolu vřetenem s nástrojem (viz Obr. 23 vlevo). Pomocí vytvořeného přípravku je upínán nůž soustruhu tak, aby byl vždy kolmo na osu obrobku, ale svíral různé úhly s vodorovnou polohou. Výsledkem bylo zjištění, že v nejrozšířenější konfiguraci, tedy pokud je nůž upnut vodorovně, vychází nejmenší hodnota limitní šířky třísky. Nejpříznivější byla poloha pod úhlem 45 stupňů. Výsledky měření v rozsahu 180 stupňů jsou na Obr. 23 vpravo.



Obr. 23 – Měření polárního diagramu (vlevo), Polární diagram – limitní šířka třísky (vpravo) [37]

Je tedy zřejmé, že mechanické vlastnosti stroje není možné celkově shrnout jen jako závislost na hmotnosti stroje a celkové tuhosti, ale je nutné zahrnout do popisu i přesný směr výslednice řezné síly, který ovlivňuje limity stabilního obrábění.

2. Cíle disertační práce, stanovené na základě rešerše

Na základě provedené rešerše je definována jako nedostatečně prozkoumaná oblast vlivu regulace servopohonů na stabilitu obrábění, na níž se tato disertační práce zaměřuje.

Základní principy vzniku nestability v obrábění jsou obecně známé a popsány na základě výzkumu, jehož základy spadají ještě do doby před nástupem NC obráběcích strojů. Zásadní příspěvek k výzkumu stability obrábění vykonali čeští odborníci, např. [2], [37]. Rozbor interakce řezných sil a dynamických vlastností mechanické konstrukce stroje je velmi podrobně a systematicky podán v [13]. **O čem ale současná dostupná literatura nepojednává v dostatečném rozsahu je vliv regulace servopohonů na výslednou stabilitu obrábění.** Regulace pohonů se matematicky jeví jako systém vykazující poddajnost a tlumení, podobně jako je tomu u mechanických systémů.

Hlavním cílem předložené disertační práce je výzkum společného vlivu dynamických vlastností regulace posuvových os NC strojů a dynamických vlastností mechanické stavby stroje na výslednou stabilitu obrábění. Záměrem práce je přinést původní výsledky výzkumu, zaměřeného na otázky, jakým způsobem a na jakých mechanických strukturách strojů se regulace NC pohonů podílí na ovlivnění limitů stability obrábění a jak lze cíleně pomocí parametrů regulace zvýšit odolnost stroje proti vzniku nestabilního (samobuzeného) kmitání. Toho bude dosaženo prostřednictvím dílčích cílů:

1. Stanovení modelu dynamiky NC stroje – rozdělení do dvou typických skupin s dobře identifikovatelnou poddajností a demonstrace na dvou typech strojů:
 - a) svislé frézovací centrum: vřeteník – křížový stůl (viz Obr. 24 vlevo);
 - b) soustruh: vřeteník – nožový suport (viz Obr. 24 vpravo).

Zdůvodnění: Ve většině prací o stabilitě obrábění je celá dynamika stroje charakterizována buď jako pouhý jednohmotový celek s přenosem 2.řádu (např. [10], [14], [15], [29], ...), nebo je naopak poddajnost celého stroje vyjádřena jen symbolicky bez exaktního matematického popisu a vychází se pouze z naměřených frekvenčních charakteristik (např. [13]). Pouze v [30] a [31] je vyšetřován dvouhmotový model pohonu posuvu, ale v nereálném uspořádání, neboť obě hmoty jsou uměle paralelogramově svázány pružnými planžetami.

Rozdělení na výše zmíněné dvě skupiny, které jsou nejbližší reznému procesu, nebylo zatím nikde použito a jeho výhodou je, že umožňuje exaktní matematický popis, který poslouží jako první iterace pro další rozsáhlejší výzkum.

2. Sestavení modelu křížového stolu s lineárními motory (viz Obr. 25):
 - a) osa X – zpřesněný jednohmotový model – zahrnutí vlivu příčné poddajnosti u osy Y; všeobecné chápání způsobu „přímé odměřování“ není správné;
 - b) osa Y – dvouhmotový model.

Zdůvodnění: Model křížového stolu byl nalezen jen v lit. [28] jen v podobě MKP kompaktního tělesa. Křížový stůl je tradičně považován za sériové řazení dvou

pohybových os s nezávislou regulací. V případě výrobcem deklarovaného tzv. přímého odměřování lineárním pravítkem (což je mj. jediná možnost pro pohon s lineárním motorem), ale do regulace horní osy x rušivě vstupuje možný příčný pohyb spodní osy y, který znehodnocuje požadovaný přesný údaj polohy mezi nástrojem (frézou) a obrobkem. Tato okolnost může způsobovat potíže se stabilitou osy x a v matematických modelech je s ní třeba počítat.

3. Zdůraznění rozdílu dynamické poddajnosti pasivního jednohmotového systému a jednohmotového modelu posuvové osy s regulačním pohonem.

Tento pomocný cíl by měl názorně poukázat na zásadní rozdíl v chování klasické pružiny a tzv. "pružiny regulace" v oblasti velmi malých kmitočtů. Nutným předpokladem k nulové statické poddajnosti pohonů posuvů je použití PI regulátoru v podřízené rychlostní zpětné vazbě, což není v některých pracích (např. [29]) respektováno.

4. **Nalezení obecného vztahu pro poddajnost N-hmotového modelu posuvové osy nejlépe ve tvaru matice celkové poddajnosti, zahrnující mechanickou stavbu i regulační algoritmus.**

Jedná se o cíl, jehož řešení v oblasti pohonů posuvů zatím nebylo provedeno. Např. v [29] je vyšetřován pouhý jednohmotový model s PD regulátorem v jediné zpětné vazbě, v [30] a [31] dvouhmotový model s polohovou a podřízenou rychlostní vazbou bez možnosti dalšího rozšíření regulačního algoritmu (o proudovou regulaci, filtry atd.). V této práci bude uvažován pohon posuvu s kaskádní regulací v úplné podobě včetně regulace proudu, která může být navíc rozšířena i o další softwarové možnosti současných řídicích systémů. Při výpočtu celkové poddajnosti bude hledána možná analogie s Maxwellovou větou o vzájemnosti statických deformací mechanických konstrukcí.

5. **Vytvoření matematického modelu dynamiky vřeteně, který bude sloužit k snadné identifikaci a výpočtu polárního diagramu přímé poddajnosti.**

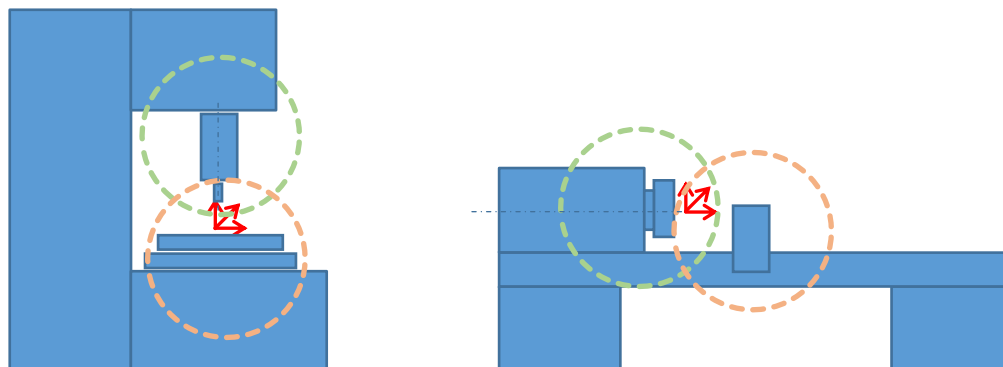
Zdůvodnění: Vřeteník s vřetenem jakožto protilehlá konstrukční skupina, korespondující s regulačními pohony posuvů, je v kontextu této práce chápán jako pasivní systém. Pro rozbor stability obrábění je důležitý součet reálných částí jeho poddajnosti a poddajnosti suportu s regulačním pohonem (resp. jeho minimum příslušný kmitočet - viz např. Obr. 3. Zde by mohla být postačující náhrada jednou hmotou kmitající v prostoru nebo její další zjednodušení na rovinný případ. Nabízí se například prostorový model, dávající tři vlastní kmitočty, by byl z naměřeného polárního diagramu dobře identifikovatelný při vhodném zúžení kmitočtové oblasti. Výpočet polárního diagramu v prostorovém tvaru nebyl v dostupné literatuře nalezen. Rovinný případ je bez odvození zmíněn v [37].

V návaznosti na předchozí cíle byly stanoveny dva další:

6. a 7. **Aplikace získaných teoretických poznatků na konstrukční skupiny typických strojů, uvedených v cíli č. 1:**

- vřeteně a příčný suport NC soustruhu
- vřeteník a křížový stůl vertikálního frézovacího centra.

Provedení úvodních experimentů (polární diagramy poddajnosti vřeten, poddajnosti regulovaných posuvových os). Výpočet mezní šířky třísky pro různá nastavení regulačních konstant pohonů, vyhodnocení jejich vlivu.

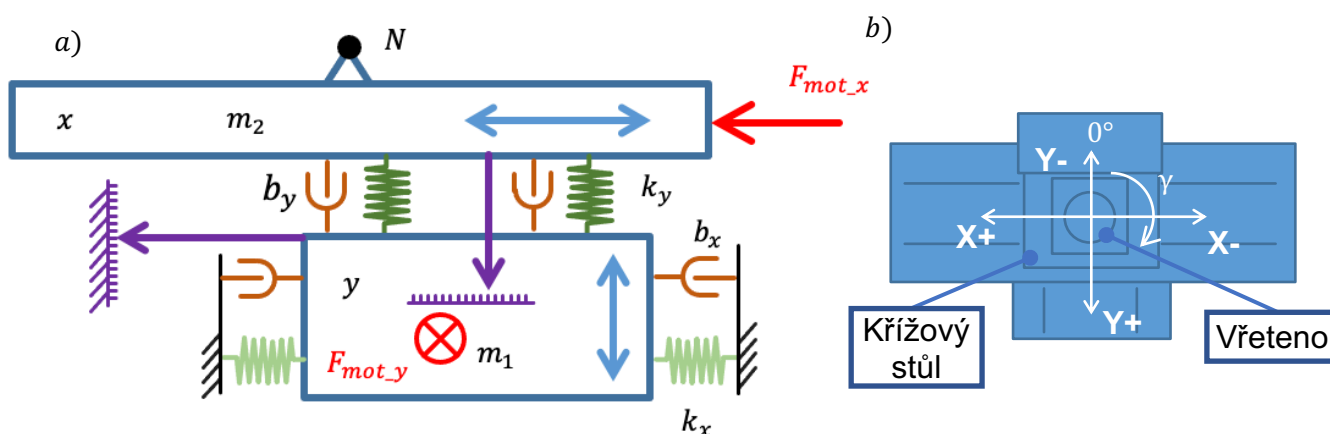


Obr. 24 – Model stroje: vertikální frézovací centrum s křížovým stolem (vlevo), soustruh (vpravo)

Význam stanovených cílů pro praxi

Bývá zvykem pro účely simulací dosáhnout co nejvěrnějšího popisu celého stroje za pomoci velmi složitých a neprůhledných MKP modelů, mnohdy nepodchycujících například svary ve svařovaných konstrukcích, stykové deformace v kontaktních plochách jednotlivých dílců, atd.

Tato práce se zaměří pouze na identifikaci dvou hlavních skupin, které jsou nejbližše řeznému procesu u obou typů strojů (viz Obr. 24). **Takto sestavený popis by měl posloužit jako první aproximace chování celého stroje.** Součet poddajnosti mechanických částí a pro tuto práci stěžejní poddajnosti regulace by pak měl posloužit při dalším výzkumu celkové stability obráběcího procesu, zahrnujícím další, hlavně technologické vlivy.



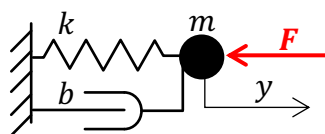
Obr. 25 – Schéma odměrování křížového stolu (a) schématický pohled svrchu (b)

3. Dynamická poddajnost regulace a mechaniky pasivních systémů

Úvodní kapitola je věnována porovnání vlastností jednoduchého mechanického systému a modelu regulace. Analyzovány jsou systémy jednohmotové a vícehmotové.

3.1. Jednohmotový pasivní mechanický systém

Základní mechanický systém je složený z jedné hmoty (o hmotnosti m), pružiny (dané tuhostí k), tlumiče (určeného viskózním tlumením b) a budicí síly F dle Obr. 26.



Obr. 26 – Systém hmota, tlumič, pružina

Pohybová rovnice popisující chování systému na souřadnici y má následující parametry: hmotnost $m = 250 \text{ kg}$, tuhost pružiny $k = 10e6 \text{ N/m}$ a poměrný útlum $\zeta = 0,5$. Součinitel tlumení je stanoven dle vztahu (25). Systém je podroben analýze odezvy na skok síly o velikosti $F = 1000 \text{ N}$ a rozbořem frekvenční dynamické poddajnosti, tj. buzením harmonickým průběhem síly. Tzv. obecná dynamická poddajnost je po Laplaceově transformaci pohybové rovnice dána vztahem (26).

$$b = 2\zeta\sqrt{k \cdot m} \quad (25)$$

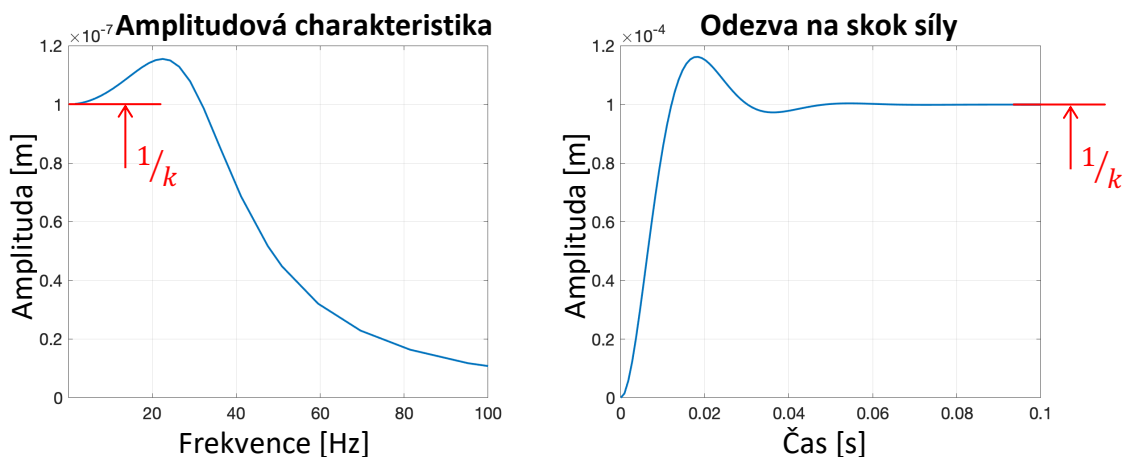
$$G(s) = \frac{y(s)}{F(s)} = (ms^2 + bs + k)^{-1} \quad (26)$$

Výsledné charakteristiky jsou znázorněny na Obr. 27. Vlastní frekvenci Ω lze určit dle vztahu:

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 31,83 \text{ Hz} \quad (27)$$

Pro tlumený systém je možné určit rezonanční frekvenci Ω_T soustavy následovně:

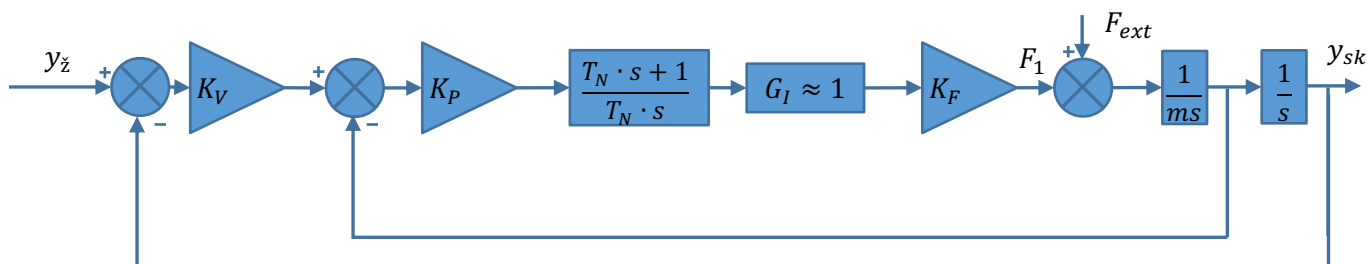
$$\Omega_T = \Omega\sqrt{1 - \zeta^2} = 27,56 \text{ Hz} \quad (28)$$



Obr. 27 – Amplitudová charakteristika a odezva na skok síly

3.2. Jednomotový model regulace – exaktní řešení

Objasnění chování regulačního obvodu je provedeno na jednoduchém jednomotovém regulačním obvodu (jde o detailnější znázornění systému z Obr. 20), kde $y_{\dot{z}}$ představuje žádanou polohu systému (tedy vstupní hodnotu) a y_{sk} jeho



Obr. 28 – Schéma polohové regulace jednomotového systému

skutečnou polohu (tedy výstupní veličinu). Vstup vnější síly je označen F_{ext} . Exaktní určení dynamické poddajnosti, tedy přenosu $G(s) = y_{sk}/F_{ext}$ je možné přímo z rovnic popisujících blokové schéma z Obr. 28:

$$y_{sk} = \frac{F_1 + F_{ext}}{m s^2} \quad (29)$$

$$F_1 = (-K_V y_{sk} - s y_{sk}) K_P K_F \frac{T_N s + 1}{T_N s} \cdot (G_I(s)) \quad (30)$$

Přenos proudové regulace $G_I(s)$ je uvažován jako jednotkový. Následným vyloučením síly F_1 a úpravou obou rovnic (29) a (30) lze přenos $G(s)$ zapsat:

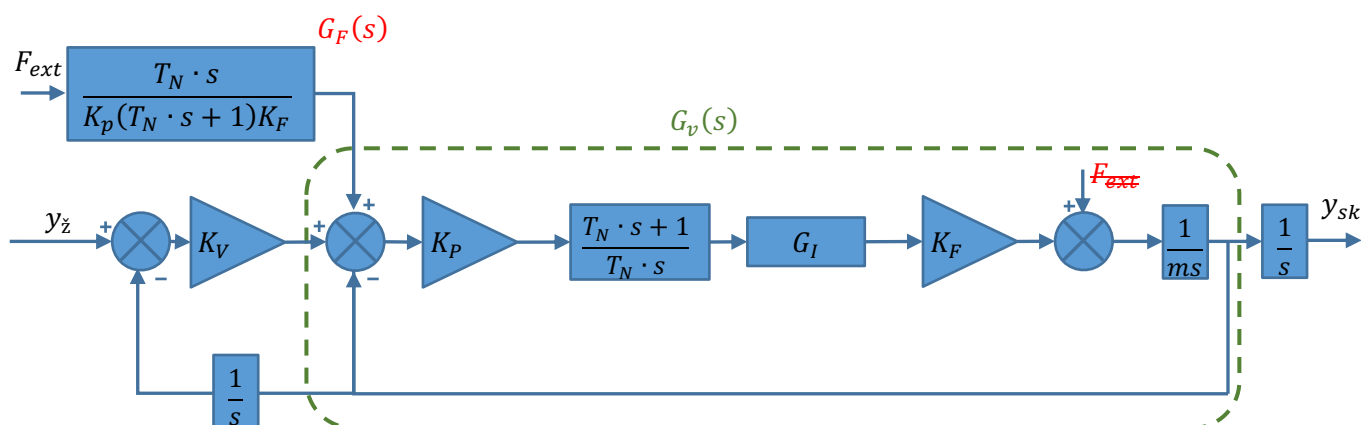
$$G(s) = \frac{y_{sk}(s)}{F_{ext}(s)} = \frac{T_N s}{T_N m s^3 + K_P K_F T_N s^2 + K_P K_F (1 + K_V T_N) s + K_V K_P K_F} \quad (31)$$

Pro další úvahy je důležitá limita přenosu $\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = 0$, která vyjadřuje chování v ustáleném stavu (při konstantní síle je výchylka nulová).

Alternativní postup k získání přenosu $G(s)$ vznikne rozšířením postupu z lit. [7] (úpravou modelu z Obr. 28) tak, aby nebyl změněn význam (viz Obr. 29). Po úpravě dochází k přemístění vnější síly před rychlostní regulační obvod zavedením tzv. reciprokého přenosu označeného jako $G_F(s)$:

$$G_F(s) = \frac{T_N \cdot s}{K_p (T_N \cdot s + 1) K_F} \quad (32)$$

Někdy bývá silová konstanta motoru K_F součástí proporcionální zesílení rychlostního regulátoru K_P . Spolehlivě lze určit, zde je K_F již zahrnuto v K_P dle jednotek K_P . Pokud je konstanta K_F již obsažena v K_P jsou jednotky proporcionálního zesílení rychlostního regulátoru $[Ns/m]$. V opačném případě se jedná o $[As/m]$.



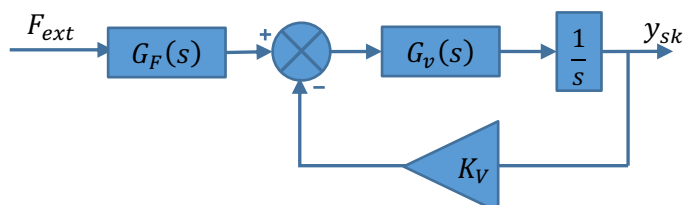
Obr. 29 – Upravené schéma polohové regulace jednohmotového systému

Dále je nutné provést kompresi přenosu rychlostního regulačního obvodu, označeného $G_v(s)$. Pro tuto operaci bylo přijato přípustné zjednodušení proudové regulace $G_I(s)$, ta je rovna jedné, jak je uvedeno v rovnici (15). Zjednodušený přenos rychlostní regulace $G_v(s)$ je dán rovnicí (16).

Upravené schéma regulačního obvodu jednohmotového systému se zavedením přenosu rychlostní regulace $G_v(s)$ a přenosu externí síly $G_F(s)$ je uvedeno na Obr. 30. Celkový přenos $G_{CELK}(s)$, tedy dynamická poddajnost systému je:

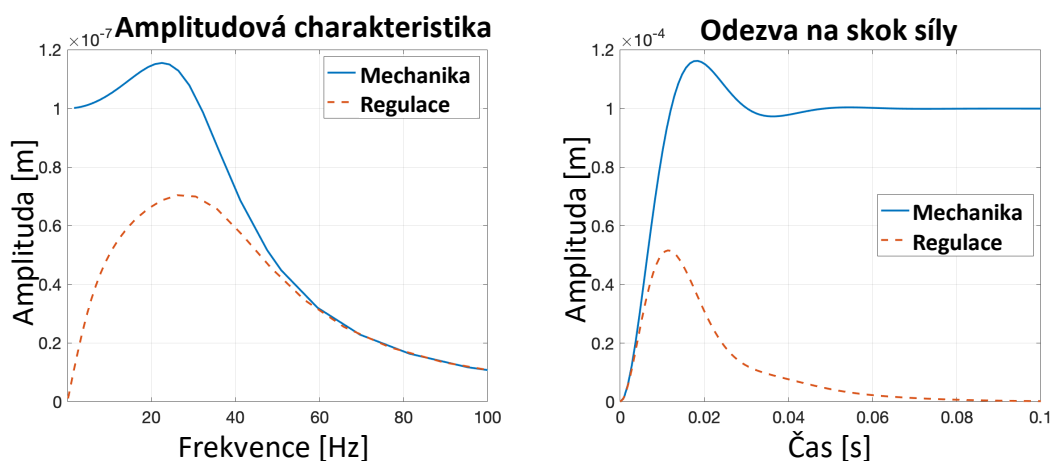
$$G_{CELK}(s) = \frac{y_{sk}(s)}{F_{ext}(s)} = \frac{G_F(s) \cdot G_v(s)}{s + K_V G_v(s)} \quad (33)$$

Po dosazení z rovnice (16) a úpravách vychází totožný vztah jako v rovnici (31).



Obr. 30 – Upravené schéma polohové regulace jednohmotového systému pro přenos dynamické poddajnosti

Celkový přenos $G_{CELK}(s)$ jednohmotového regulačního obvodu je porovnán s přenosem jednohmotového systému $G(s)$ z Obr. 26 vyneseny na Obr. 27. Rozdíly obou přenosů jsou patrné z Obr. 31. Mechanický systém zůstává po působení jednotkové síly trvale vychýlen, naproti tomu pohon se po přechodném vychýlení vrátí do výchozí polohy viz vztah (31). Pro amplitudovou charakteristiku regulačního pohonu platí, že při malých kmitočtech prakticky stojí. Zpětnovazební obvod je schopen pomalé změny efektivně kompenzovat, kdežto mechanický systém je vychylován. Rezonanční oblast s maximální poddajností je u mechanického systému dána rezonanční frekvencí (rovnice (28)), kdežto u regulačního obvodu se jedná o kombinaci všech parametrů regulace.

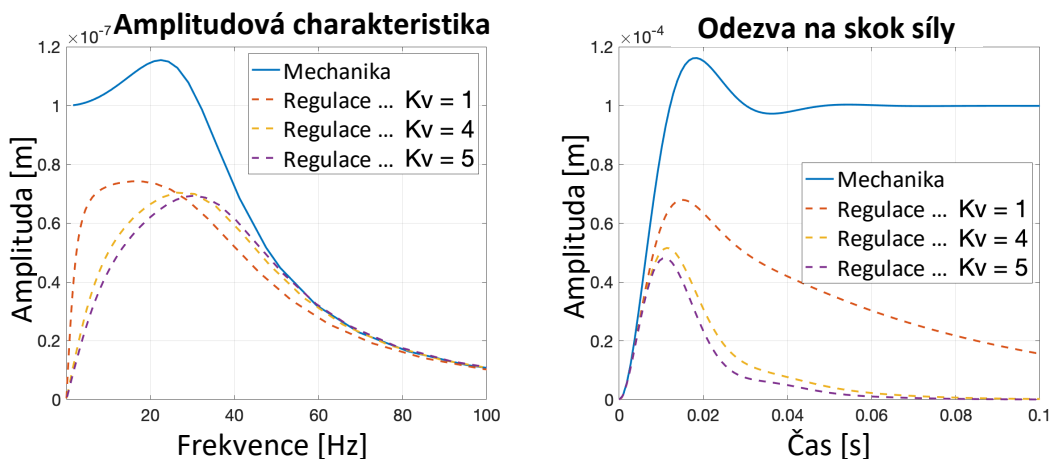


Obr. 31 – Porovnání mechanického systému a regulačního pohonu

Popisovaný systém byl podroben analýze vlivu nastavení regulačních konstant na celkovou dynamickou poddajnost. Pro úvodní simulace a možnost porovnání jsou zachovány parametry mechaniky z kapitoly 3.1, tedy hmotnost

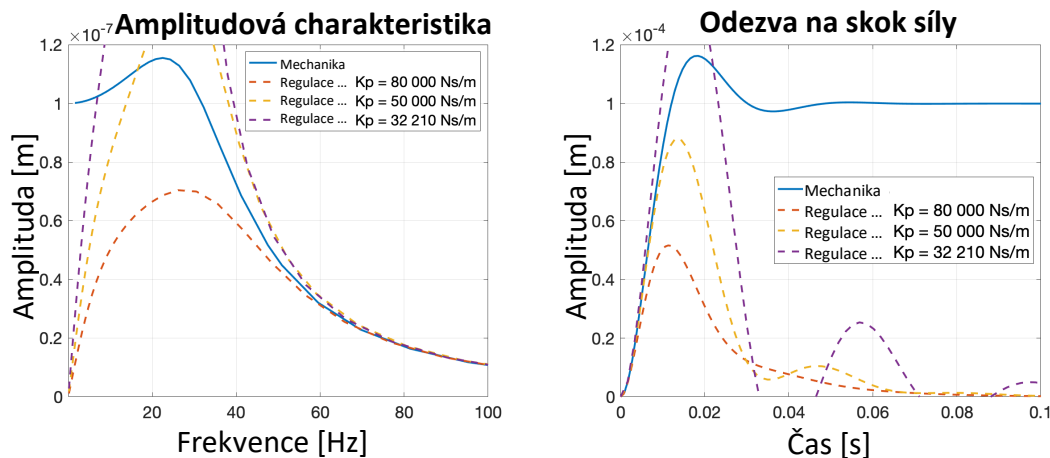
$m = 250 \text{ kg}$. Parametry regulačních obvodů jsou: $K_V = 4 \frac{\text{m/min}}{\text{mm}}$, $K_p = 80\,000 \text{ Ns/m}$, $T_N = 6 \mu\text{s}$, $K_F = 62,8 \text{ N/A}$.

První případ zohledňuje vliv polohového zesílení K_v na výslednou stabilitu. Demonstrovány jsou tři případy nastavení s $K_V = 1 \frac{\text{m/min}}{\text{mm}}$, $K_V = 4 \frac{\text{m/min}}{\text{mm}}$ a $K_V = 5 \frac{\text{m/min}}{\text{mm}}$. Ostatní parametry zůstávají zachovány dle výčtu výše. Porovnání jednotlivých dynamických vlastností je na Obr. 32.



Obr. 32 – Porovnání vlivu K_v – jednohmotový model regulace a mechaniky, $K_p = 80\,000 \text{ Ns/m}$, $T_N = 6 \mu\text{s}$, $K_F = 62,8 \text{ N/A}$

Případ, kdy je v regulačním obvodu různé K_p , s hodnotami $K_p = 80\,000 \text{ Ns/m}$, $K_p = 50\,000 \text{ Ns/m}$ a $K_p = 32\,210 \text{ Ns/m}$, je zobrazen na Obr. 33. V tomto případě je vliv na celkovou dynamickou poddajnost ještě znatelnější než u analýzy K_v . Z důvodů možnosti porovnání těchto grafů je zachován rozsah os.



Obr. 33 – Porovnání vlivu K_p – jednohmotový model regulace a mechaniky, $K_V = 4 \frac{\text{m/min}}{\text{mm}}$, $T_N = 6 \mu\text{s}$, $K_F = 62,8 \text{ N/A}$

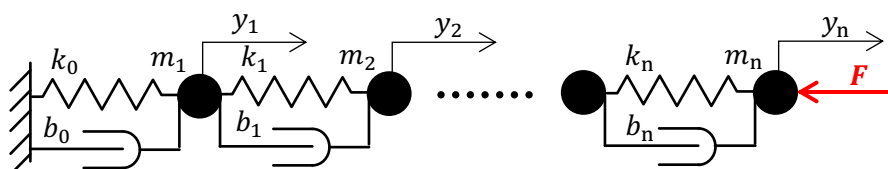
3.3. Dílčí závěr kapitoly 3.1 a 3.2

U vyšetřovaného jednohmotového regulačního systému se ukazuje důležitá vlastnost, která platí i u systémů vícehmotových. Protože $\lim G(s)|_{s \rightarrow 0} = 0$, je statická poddajnost nulová, takže regulační pohon se při konstantní síle chová jako dokonale tuhá pružina. Pro výhradně mechanický systém je při vyšetřování tzv. rázové poddajnosti (odezvy na jednotkový skok síly), po odeznění přechodového jevu, typická statická deformace o velikosti $1/k$ (viz Obr. 27, Obr. 32 a Obr. 33). V případě regulačního pohonu je tato deformace po ustálení nulová. Je ale důležité zdůraznit, že přechodový děj (viz Obr. 32 a Obr. 33) vykazuje chvilkový výkmit polohy podobně jako systém hmota – pružina. Pro amplitudovou charakteristiku mechanického systému platí, že při nulové frekvenci budící síly je výchylka rovna statické výchylce, tedy opět hodnotě $1/k$. Pohon je ovšem i při statické síle schopný doregulovat původní polohu a amplitudová charakteristika vychází z nuly. U obou systémů existuje rezonanční převýšení. Celkově se potvrzuje, že frekvenční i časové průběhy u pohonu lze více než polohovou konstantou K_V ovlivnit zesílením rychlostního regulátoru K_p .

Tímto byl naplněn dílčí cíl disertační práce č. 3, tj. porovnání dynamické poddajnosti jednohmotového mechanického systému a regulačního obvodu.

3.4. Model n-hmotového mechanického systému (podle [7])

Obdobně jako v předchozích podkapitolách je rozebrán obecný **ukotvený** n-hmotový systém hmota – pružina (viz Obr. 34).



Obr. 34 – n-hmotový ukotvený tlumený systém

Tento systém je charakterizovaný sériově řazenými hmotami (m_1, m_2, \dots, m_n), tuhostmi ($k_0, k_1, k_2, \dots, k_n$) a viskózními tlumeními ($b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$). Maticový popis má tvar:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \vdots \\ \ddot{y}_n \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} b_0 + b_1 & -b_1 & \dots & 0 \\ -b_1 & b_1 + b_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -b_n \\ 0 & 0 & -b_n & b_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \vdots \\ \dot{y}_n \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} k_0 + k_1 & -k_1 & \dots & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -k_n \\ 0 & 0 & -k_n & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{34}$$

Zjednodušeně psáno:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{B}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (35)$$

Po Laplaceově transformaci vychází:

$$s^2\mathbf{M}\mathbf{y}(s) + s\mathbf{B}\mathbf{y}(s) + \mathbf{K}\mathbf{y}(s) = \mathbf{f}(s) \quad (36)$$

Úpravou vyjde matice dynamické poddajnosti $\mathbf{G}(s) = (\mathbf{M}s^2 + \mathbf{B}s + \mathbf{K})^{-1}$, která má rozměr $n \times n$.

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}(s) \cdot \mathbf{f}(s) \quad (37)$$

Každý jeden člen matice představuje dílčí dynamickou poddajnost y_i/F_j v závislosti na tom, na jakou hmotu působí budící síla a na jaké hmotě je zkoumána změna polohy:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \cdots & G_{1n}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \cdots & G_{2n}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1}(s) & G_{n2}(s) & \cdots & G_{nn}(s) \end{bmatrix} \quad (38)$$

Všechny dílčí přenosy $G_{ij}(s) = \frac{y_i(s)}{f_j(s)}$ mají stejného jmenovatele, který je polynomem stupně $2n$ a platí $G_{ij}(s) = \frac{y_i(s)}{f_j(s)} = \frac{\text{num}G_{ij}}{\text{den}G}$. Další důležitou vlastností je symetrie matice dynamické poddajnosti $\mathbf{G}(s)$, platí $G_{ij}(s) = G_{ji}(s)$, pro $i \neq j$. Kompletní matici lze vyjádřit:

$$\mathbf{G}(s) = \frac{1}{\text{den}G} \begin{bmatrix} \text{num}G_{11} & \text{num}G_{12} & \cdots & \text{num}G_{1n} \\ \text{num}G_{21} & \text{num}G_{22} & \cdots & \text{num}G_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{num}G_{n1} & \text{num}G_{n2} & \cdots & \text{num}G_{nn} \end{bmatrix} \quad (39)$$

Opět platí $\text{num}G_{ij} = \text{num}G_{ji}$, pro $i \neq j$.

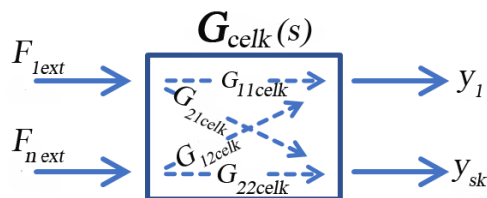
Obdobně je rozebrán i víchemotový **neukotvený** systém, jehož grafické zobrazení je shodné s ukotveným systémem uvedeným na Obr. 34, při vynechání tuhosti k_0 a tlumení b_0 . Matice hmotnosti \mathbf{M} , tuhosti \mathbf{K} a tlumení \mathbf{B} popisující **neukotvený** n -hmotový systém mají ve srovnání s maticemi použitými v rovnici (34) tvar:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & m_n \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} b_1 & -b_1 & \dots & 0 \\ -b_1 & b_1 + b_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -b_n \\ 0 & 0 & -b_n & b_n \end{bmatrix} \\
 \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & \dots & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -k_n \\ 0 & 0 & -k_n & k_n \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{40}$$

Další úpravy při řešení **neukotveného** systému jsou obdobné jako v případě rovnic (35) až (39). Stále platí, že jmenovatel všech dílčích přenosů je totožný (stupně $2n$) a celková matice poddajnosti je symetrická.

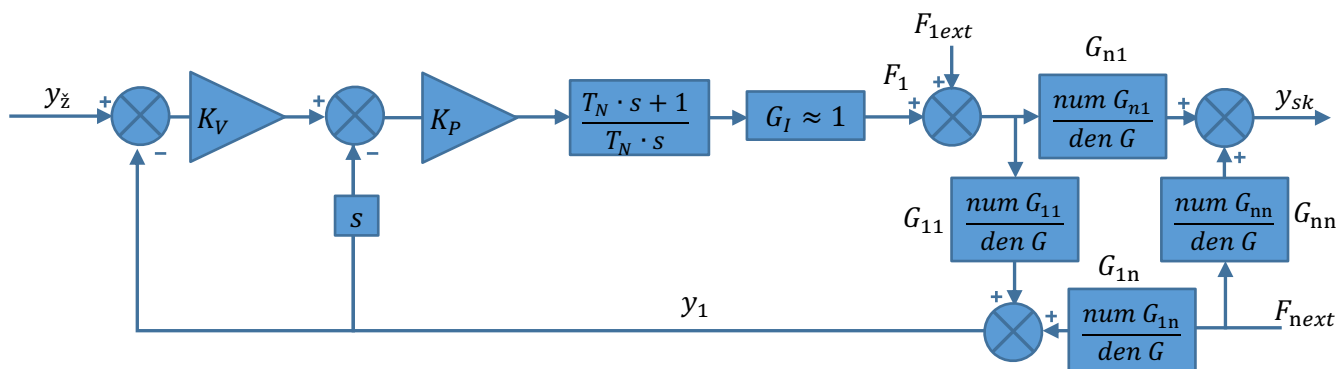
3.5. Model n-hmotového mechanického systému s regulací [44]

Schéma n-hmotového regulačního obvodu je odvozeno z Obr. 22 [44]. Pro vyšetření poddajnosti je zavedena externí síla F_{1ext} působící na první hmotu systému (tj. motor) a vnější síla působící na n-tou hmotu systému (tj. suport soustruhu nebo stůl frézky s obrobkem) je označena F_{next} (viz Obr. 35 a Obr. 36).



Obr. 35 – n-hmotový systém s regulací – schéma [44]

Ve zkoumaném případě jde o n-hmotový systém s **nepřímým** odměřováním zjednodušeně znázorněný jako čtyřpól na Obr. 35. Vstupními veličinami jsou síly F_{1ext} a F_{next} , výstupem pak polohy y_1 a y_{sk} . Pro sestavený systém je y_{sk} totožné



Obr. 36 – Kaskádní regulace n-hmotového systému (nepřímé odměřování)

s y_n . Úplné blokové schéma je uveden na Obr. 36 a opět se zde vyskytuje čtyřpól mechanické stavby (viz kapitola 1.7). Určení dílčích přenosů $G_{11}(s)$, $G_{n1}(s)$, $G_{1n}(s)$, $G_{nn}(s)$ je provedeno obdobně jako v kapitole 3.4 s tím rozdílem, že první pružina ukotveného systému k_0 je nahrazena regulací. Mechanika řízeného systému je charakterizována maticemi (38) a (40).

Analýza celkové poddajnosti je provedena algebraickým opisem blokového schématu na Obr. 36. V nejčastějším případě působí zvenku na systém pouze síla na koncové hmotě F_{next} , která např. u pohonu suportu NC soustruhu zahrnuje sílu řeznou, třecí ve vodicích plochách, eventuálně i gravitační u svislého uspořádání. Dvě rovnice čtyřpólu mechanické stavby jsou:

$$y_1(s) = G_{11}(s)[F_1(s) + F_{1ext}(s)] + G_{1n}(s)F_{next}(s) \quad (41)$$

$$y_{sk}(s) = G_{n1}(s)[F_1(s) + F_{1ext}(s)] + G_{nn}(s)F_{next}(s) \quad (42)$$

Platí, že $G_{1n}(s) = G_{n1}(s)$. Třetí rovnice popisuje sílu motoru danou regulačním algoritmem. Pro **nepřímé** odměřování polohy platí:

$$F_1 = K_V y_z - y_1(K_V + s)K_p \frac{T_n s + 1}{T_n s} G_I(s) \quad (43)$$

Měření dynamické poddajnosti se obvykle děje v klidovém stavu pohonu, takže je v Obr. 36 možné položit $y_z = 0$. Stroj je zpravidla ve vhodném frekvenčním pásmu zatěžován externí harmonickou silou F_{next} . Pokud není k dispozici vhodný dynamometr, je možno zatěžovat ze strany motoru silou F_{1ext} , imitovanou generováním přídavného proudu zdroje.

Blokové schéma na Obr. 36 lze při stanovení dynamické poddajnosti rozdělit na dvě části:

- čtyřpól vpravo popisuje pomocí rovnic (41) a (42) mechanickou stavbu;
- levá část zobrazuje pohon s regulací, popsany rovnicí (43). Při $y_z = 0$ je:

$$F_1 = -y_1 \cdot A_{reg} \quad (44)$$

Označení $A_{reg}(s)$ je zavedeno pro přenos mezi polohou motoru a jeho silou:

$$A_{reg}(s) = (K_V + s)K_p \frac{T_n s + 1}{T_n s} G_I(s) \quad (45)$$

Z hlediska počtu vstupů (F_{1ext} a F_{next}) a obvykle měřitelných výstupů je v Obr. 35 možno vyjádřit čtyři přenosové funkce pro čtyři možné cesty (v technické praxi i čtyři možná měření):

$$G_{11CELK}(s) = \frac{y_1}{F_{1ext}} \quad (46)$$

$$G_{12CELK}(s) = \frac{y_1}{F_{next}} \quad (47)$$

$$G_{21CELK}(s) = \frac{y_{sk}}{F_{1ext}} \quad (48)$$

$$G_{22CELK}(s) = \frac{y_{sk}}{F_{next}} \quad (49)$$

K tomu je třeba rovnice (41) a (42) řešit pro každou sílu odděleně a vždy vyloučit sílu motoru F_1 jakožto vnitřní proměnnou dosazením z rovnice (43). V následující tabulce jsou uvedeny výchozí rovnice a výsledné přenosy.

Tab. 2 – Výsledné přenosy systému

Nepřímé odměřování	Úprava rovnic (41) a (42)	Dynamická poddajnost
$F_{next} = 0$ $F_1 = -y_1 A_{reg}$	$y_1(s) = G_{11}[-y_1 A_{reg} + F_{1ext}]$	$G_{11CELK}(s) = \frac{y_1}{F_{1ext}} = \frac{G_{11}}{1 + A_{reg} G_{11}}$
	$y_{sk}(s) = G_{n1}[-y_1 A_{reg} + F_{1ext}]$	$G_{12CELK}(s) = \frac{y_1}{F_{next}} = \frac{G_{1n}}{1 + A_{reg} G_{11}}$
$F_{1ext} = 0$ $F_1 = -y_1 A_{reg}$	$y_1(s) = -y_1 A_{reg} G_{11} + G_{1n} F_{next}$	$G_{21CELK}(s) = \frac{y_{sk}}{F_{1ext}} = \frac{G_{n1}}{1 + A_{reg} G_{11}}$
	$y_{sk}(s) = -y_1 A_{reg} G_{n1} + G_{nn} F_{next}$	$G_{22CELK}(s) = \frac{y_{sk}}{F_{next}} = \frac{G_{nn} + A_{reg}(G_{nn} G_{11} - G_{1n}^2)}{1 + A_{reg} G_{11}}$

Všechny čtyři poddajnosti lze seřadit do tzv. matice poddajnosti pohonu $\mathbf{G}_{CELK}(s)$, která má některé shodné vlastnosti s maticí poddajnosti mechanické stavby $\mathbf{G}(s)$ (výraz (38)), ale na rozdíl od ní má rozměr pouze 2×2 :

$$\mathbf{G}_{CELK}(s) = \begin{bmatrix} G_{11CELK}(s) & G_{12CELK}(s) \\ G_{21CELK}(s) & G_{22CELK}(s) \end{bmatrix} \quad (50)$$

- Matice $\mathbf{G}_{CELK}(s)$ je symetrická, tj. $G_{12CELK}(s) = G_{21CELK}(s)$, což vyplývá ze symetrie matice $\mathbf{G}(s)$.
- Všechny prvky mají stejného jmenovatele $1 + A_{reg}G_{11}$, tedy i shodné kořeny charakteristické rovnice (póly).
- Pro determinant $\det\mathbf{G}_{CELK}(s)$ platí:

$$\det\mathbf{G}_{CELK}(s) = \frac{G_{11}G_{nn} - G_{1n}^2}{1 + A_{reg}G_{11}} \quad (51)$$

- Pro dvoumotový systém lze determinant $\det\mathbf{G}_{CELK\ 2hm}(s)$ vyjádřit:

$$\det\mathbf{G}_{CELK\ 2hm}(s) = \frac{\det G_{2hm}}{1 + A_{reg}G_{11\ 2hm}} \quad (52)$$

Z hlediska přesnosti obrábění je nejzajímavější dynamická poddajnost $G_{22CELK}(s)$ vyjadřující u pohonu posuvu NC stroje vliv řezné síly na polohu poslední hmoty, kterou je např. u soustruhu suport s nožem nebo u frézky stůl s obrobkem.

Další úpravy a možná zjednodušení prvků matice \mathbf{G}_{CELK} lze provést rozepsáním všech přenosů do tvaru zlomků ve tvaru $numG_{12CELK}/denG_{21CELK}$, kde všechny jmenovatele jsou shodné a je zavedeno označení $denG_{12CELK} = denG_{CELK}$.

U **přímého** odměřování polohy (viz Obr. 21) bude mít rovnice pro sílu motoru tvar:

$$F_1 = -(K_V y_{sk} + s y_1) K_p \frac{T_n s + 1}{T_n s} G_I(s) \quad (53)$$

Další postup je shodný jako v případě nepřímého odměřování.

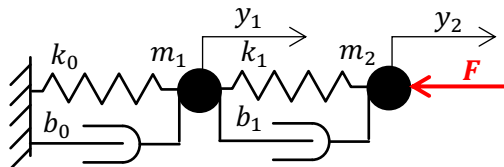
Např. pro dvoumotový model mechanické stavby se přenos G_{22CELK} zjednoduší, neboť matice $\mathbf{G}(s)$ má rozměr 2×2 a v čitateli přenosu G_{22CELK} bude její determinant:

$$\mathbf{G}_{22CELK}(s) = \frac{G_{22}(s) + A_{reg} \det \mathbf{G}(s)}{1 + A_{reg} G_{11}(s)} \quad (54)$$

Takto formulovaný popis jednoduché mechanické soustavy spolu s modelem regulace vykazuje stejně jako samotný mechanický model, viz rovnice (38), symetrii podél hlavní diagonály a platí $G_{12CELK}(s) = G_{21CELK}(s)$. Je potvrzením existence symetrie lineárních mechanických soustav, což formuloval již Maxwell v roce 1864.

3.6. Model dvouhmotového mechanického systému

Obecný dvouhmotový **ukotvený** tlumený systém je zobrazen na Obr. 37. Popis vychází z rovnic (34) až (38) pro $n = 2$.



Obr. 37 – Dvouhmotový tlumený systém

Matice poddajnosti $\mathbf{G}(s)$ ukotveného dvouhmotového opět vychází z rovnice (39) (obecněji (38)) pro $n = 2$. V tomto případě je možné exaktní vyčíslení polynomu $denG$:

$$\begin{aligned} denG = & m_1 m_2 s^4 \\ & + (b_1 m_1 + (b_0 + b_1) m_2) s^3 + (b_0 b_1 \\ & + k_1 m_1 + (k_0 + k_1) m_2) s^2 + (b_0 k_1 + b_1 k_0) s + k_0 k_1 \end{aligned} \quad (55)$$

Matice poddajnosti je:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{denG} \begin{bmatrix} numG_{11} & numG_{12} \\ numG_{21} & numG_{22} \end{bmatrix} \quad (56)$$

Exaktně vyjádřeno:

$$\mathbf{G}(s) = \frac{1}{denG} \begin{bmatrix} m_2 s^2 + b_1 s + k_1 & b_1 s + k_1 \\ b_1 s + k_1 & m_1 s^2 + (b_0 + b_1) s + k_0 + k_1 \end{bmatrix} \quad (57)$$

Zásadní je přenos $G_{22}(s) = y_2/F_2$, který zohledňuje působení vnější síly na hmotu m_2 a výchylku druhé hmoty y_2 (viz Obr. 37). Pro demonstrační účely je vynesena amplitudová charakteristika a odezva na skok síly (pro obdobný systém jako v kapitole 3.1) na Obr. 38. Hmotnosti a tuhosti jsou upraveny tak, aby bylo následně možné demonstrovat vliv strojních konstant. Je patrná první rezonanční frekvence tlumeného systému na $\Omega_1 \approx 14,6 \text{ Hz}$ a druhá na $\Omega_2 \approx 588 \text{ Hz}$ (viz Mechanika na Obr. 38).

Pro další rozbor je analyzován i dvouhmotový **neukotvený** systém, který se liší od ukotveného (viz Obr. 37) absencí pružiny s tuhostí k_0 a tlumením b_0 . Všechny prvky matice $\mathbf{G}(s)$ mají opět shodný jmenovatel přenosu, tentokrát na rozdíl od (55) ve tvaru:

$$denG = m_1 m_2 s^4 + (b_1 m_1 + b_1 m_2) s^3 + (k_1 m_1 + k_1 m_2) s^2 \quad (58)$$

Matice poddajnosti je:

$$\mathbf{G}(s) = \frac{1}{denG} \begin{bmatrix} m_2 s^2 + b_1 s + k_1 & b_1 s + k_1 \\ b_1 s + k_1 & m_1 s^2 + b_1 s + k_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{denG} \begin{bmatrix} numG_{11} & numG_{12} \\ numG_{21} & numG_{22} \end{bmatrix} \quad (59)$$

Snadno je možné dokázat, že zlomek $1/denG$ je zároveň determinantem matice $\mathbf{G}(s)$:

$$det\mathbf{G}(s) = \frac{1}{denG} \quad (60)$$

3.7. Model dvoumotového mechanického systému s regulací

Rozbor dvoumotového mechanického systému s regulací je proveden dle postupu uvedeného v kapitole 3.5 pro $n = 2$. Jedná se o systém dle Obr. 37, který je uvažován jako neukotvený, tedy bez tlumení b_0 a pružiny s tuhostí k_0 . Ta je nahrazena regulačním obvodem. Celková matice poddajnosti regulačního pohonu $\mathbf{G}_{CELK}(s)$ je vyjádřena vztahem (50). Jednotlivé dílčí přenosy $G_{11CELK}(s)$, $G_{12CELK}(s)$, $G_{21CELK}(s)$, $G_{22CELK}(s)$ mají opět totožného jmenovatele a vycházejí z rovnic uvedených v Tab. 2 a výrazů (58) a (59):

$$G_{11CELK}(s) = \frac{y_1}{F_{1ext}} = \frac{numG_{11}}{denG + A_{reg} numG_{11}} \quad (61)$$

$$G_{12CELK}(s) = G_{21CELK}(s) = \frac{y_{sk}}{F_{1ext}} = \frac{numG_{21}}{denG + A_{reg} numG_{11}} \quad (62)$$

U přenosu $G_{22CELK}(s)$ (viz Tab. 2) se po dosazení pro dvoumotový systém objeví determinant $det\mathbf{G} = G_{22}G_{11} - G_{12}G_{21}$, ale zároveň platí, že $det\mathbf{G} = 1/denG$. Vynásobením čitatele i jmenovatele výrazem $denG$ vychází:

$$G_{22CELK}(s) = \frac{y_{sk}}{F_{2ext}} = \frac{numG_{22} + A_{reg}}{denG + A_{reg} numG_{11}} \quad (63)$$

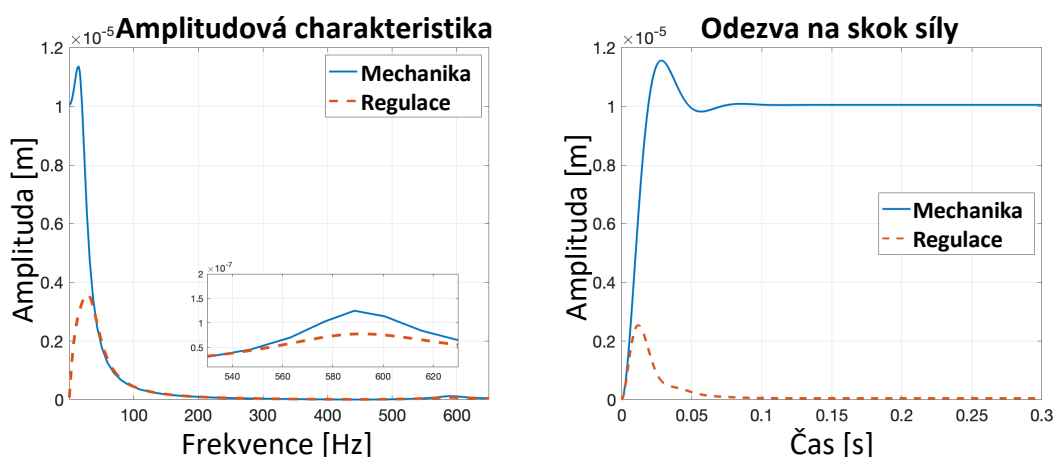
Podrobný tvar matice (50) je:

$$\mathbf{G}_{CELK}(s) = \frac{1}{1 + A_{reg} G_{11}(s)} \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) + A_{reg} det \mathbf{G}(s) \end{bmatrix} \quad (64)$$

Při využití zápisu s totožným jmenovatelem přenosu mechaniky $denG$:

$$\mathbf{G}_{CELK}(s) = \frac{1}{denG + A_{reg} numG_{11}} \begin{bmatrix} numG_{11} & numG_{12} \\ numG_{21} & numG_{22} + A_{reg} \end{bmatrix} \quad (65)$$

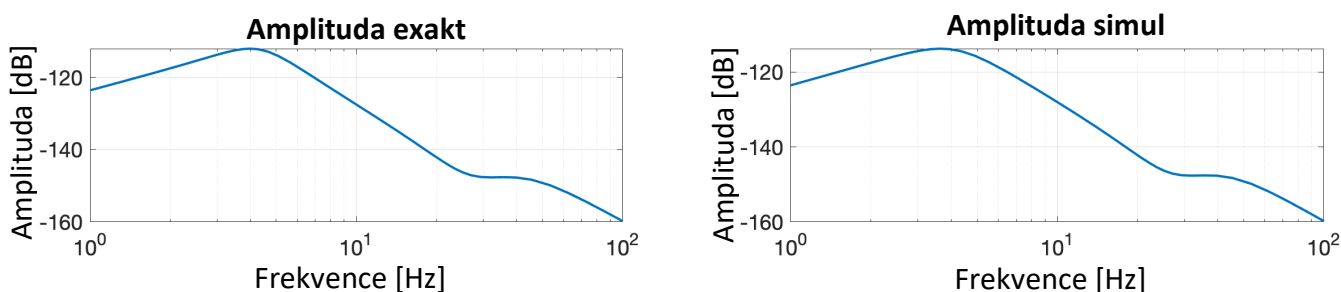
Obdobně jako v kapitole 3.2 je provedeno porovnání vlastností dvouhmotového ukotveného mechanického systému (viz Obr. 37), který je popsán rovnicemi (55) – (57) s dvouhmotovým regulačním pohonem popsáným rovnicemi (50) a (61) – (65). Rozdíly jsou zobrazeny na Obr. 38. Jde o aplikaci přenosů $G_{22}(s)$ a $G_{22CELK}(s)$, kde se působící síla a zkoumaná výchylka váže na druhou hmotu. Závěry je možné převzít též z kapitoly 3.2. Je patrná trvalá výchylka z rovnovážné polohy po zavedení jednotkového skoku síly do mechanického systému. Rezonanční oblasti jsou u regulačního systému dány kombinací jak parametrů regulace, tak vlastnostmi pružiny, tlumiče a hmot systému. U mechanického systému rezonanční frekvence určují pouze vlastnosti pružin, hmot a tlumičů.



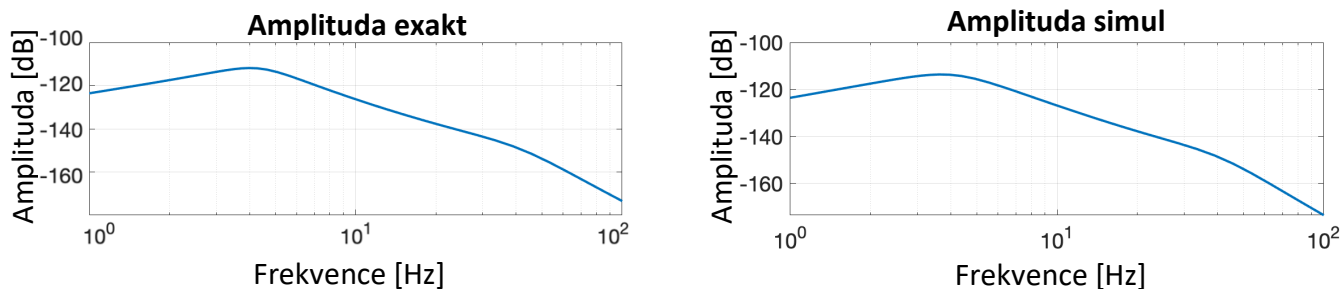
Obr. 38 – Porovnání ukotveného dvouhmotového mechanického systému a regulačního pohonu, $m_1 = 2,5kg$, $m_2 = 3,5kg$, $k_1 = 10e6 N/m$, $k_2 = 20e6 N/m$, $K_V = 4 m/min/mm$, $K_p = 160\ 000 Ns/m$, $T_N = 6\mu s$

Ověření správnosti přijatých zjednodušení je provedeno analýzou modelu z Obr. 36 upraveného do tvaru v prostředí Matlab – Simulink.

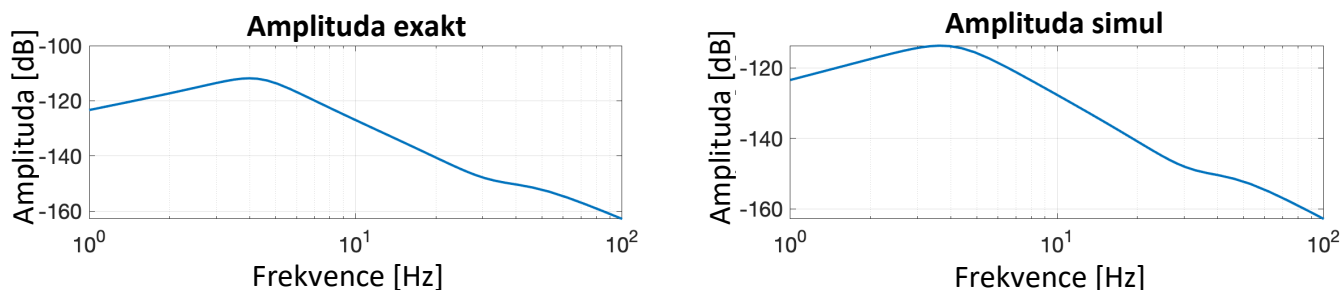
Na Obr. 39 až Obr. 41 jsou vyneseny amplitudové charakteristiky přenosů $G_{11CELK}(s)$, $G_{12CELK}(s)$, $G_{21CELK}(s)$, $G_{22CELK}(s)$. Vlevo uvedená *Amplituda exakt* je přenos daný exaktním výpočtem, který uvažuje proudovou regulaci G_I jednotkovou. Vpravo je pro porovnání vynesena *Amplituda simul*, která zahrnuje i model proudové regulace dle Obr. 18. Rozdíly mezi přenosy nejsou patrné.



Obr. 39 – Porovnání exaktně a simulačně získaných $G_{11CELK}(s)$ přenosů. Vlevo zjednodušená, vpravo úplná regulace proudu, $m_1 = 250kg$, $m_2 = 350kg$, $k_1 = 10e6 N/m$, $k_2 = 45e6 N/m$, $K_V = 4 m/min/mm$, $K_p = 80\ 000 Ns/m$, $T_N = 6\mu s$

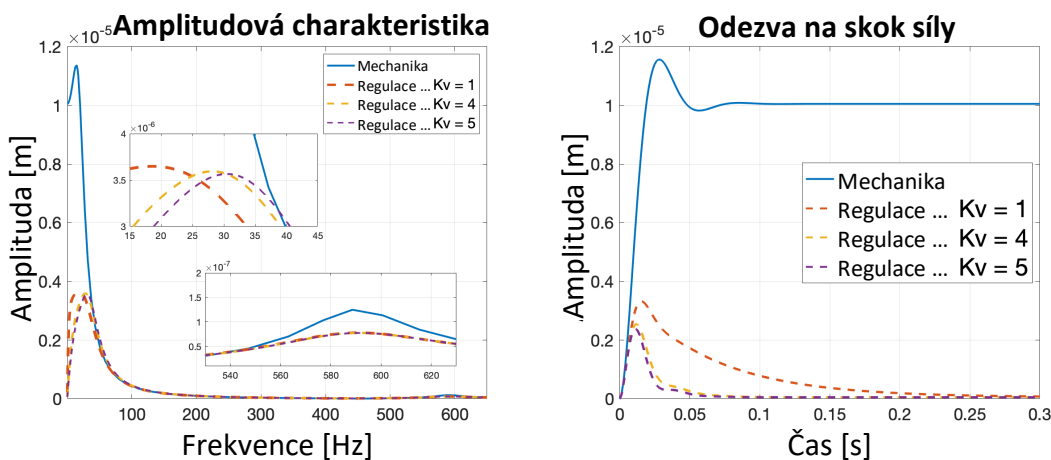


Obr. 40 – Porovnání exaktně a simulačně získaných $G_{12_{CELK}}(s) = G_{21_{CELK}}(s)$ přenosů. Vlevo zjednodušená, vpravo úplná regulace proudu, $m_1 = 250\text{kg}$, $m_2 = 350\text{kg}$, $k_1 = 10e6\text{ N/m}$, $k_2 = 45e6\text{ N/m}$, $K_V = 4\text{ m/min/mm}$, $K_p = 80\,000\text{ Ns/m}$, $T_N = 6\mu\text{s}$



Obr. 41 – Porovnání exaktně a simulačně získaných $G_{22_{CELK}}(s)$ přenosů. Vlevo zjednodušená, vpravo úplná regulace proudu, $m_1 = 250\text{kg}$, $m_2 = 350\text{kg}$, $k_1 = 10e6\text{ N/m}$, $k_2 = 45e6\text{ N/m}$, $K_V = 4\text{ m/min/mm}$, $K_p = 80\,000\text{ Ns/m}$, $T_N = 6\mu\text{s}$

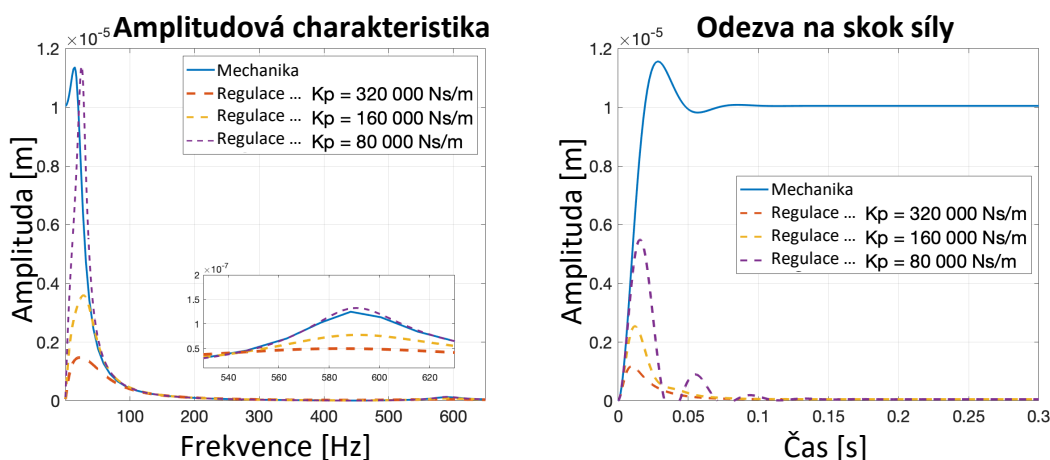
Obdobně jako jednohmotový systém v kapitole 3.2 je i dvouhmotový mechanický ukotvený tlumený systém porovnán s dvouhmotovým systémem regulačním a je vyšetřován vliv regulačních konstant na celkovou dynamickou poddajnost.



Obr. 42 – Porovnání vlivu K_V - dvouhmotový model regulace a mechaniky, $m_1 = 2,5\text{kg}$, $m_2 = 3,5\text{kg}$, $k_1 = 10e6\text{ N/m}$, $k_2 = 20e6\text{ N/m}$, $K_p = 160\,000\text{ Ns/m}$, $T_N = 6\mu\text{s}$

Pro účely demonstrace je využit totožný mechanický systém jako v kapitole 3.4. Na Obr. 42 je znázorněn vliv zesílení polohového regulátoru K_v . Obdobně jako v případě jednohmotového systému s regulací posouvá vyšší hodnota K_v vrchol poddajnosti k vyšším frekvencím a zmenšuje amplitudu. Při sledování odezvy na jednotkový skok působící síly je nejvíce patrný vyšší výkmit z nulové polohy pro nižší K_v .

Vliv zesílení rychlostní smyčky K_p je vyneseno na Obr. 43. S rostoucím zesílením amplitudy na první i druhé hmotě klesají. Odezva na skok vykazuje obdobné vlastnosti, pro rostoucí K_p je amplituda výchylky z rovnovážné polohy méně patrná. Naopak velmi nízké K_p může vést až k nestabilitě a rozkmitání celého systému.



Obr. 43 – Porovnání vlivu K_p – dvouhmotový model regulace a mechaniky $m_1 = 2,5\text{kg}$, $m_2 = 3,5\text{kg}$, $k_1 = 10\text{e}6\text{ N/m}$, $k_2 = 20\text{e}6\text{ N/m}$, $K_v = 4\text{ m/min/mm}$, $T_N = 6\mu\text{s}$

3.8. Dílčí závěr kapitol 3.4 až 3.7

Matice poddajnosti výhradně mechanických struktur jsou dle předpokladů symetrické a jejich tvar závisí na kombinaci hmotností, tuhostí a tlumení. Matice poddajnosti vícehmotových regulačních obvodů jsou opět symetrické a skýtají tak možnosti k nepřímému stanovení dynamických vlastností u modelů posuvových os strojů, kde je možné experimentálně stanovit pouze některý z přenosů celkové matice poddajnosti.

Jednotlivé prvky matice poddajnosti regulačního systému jsou přehledně zpracovány v Tab. 3, kde pro přenos A_{reg} platí vztah (45).

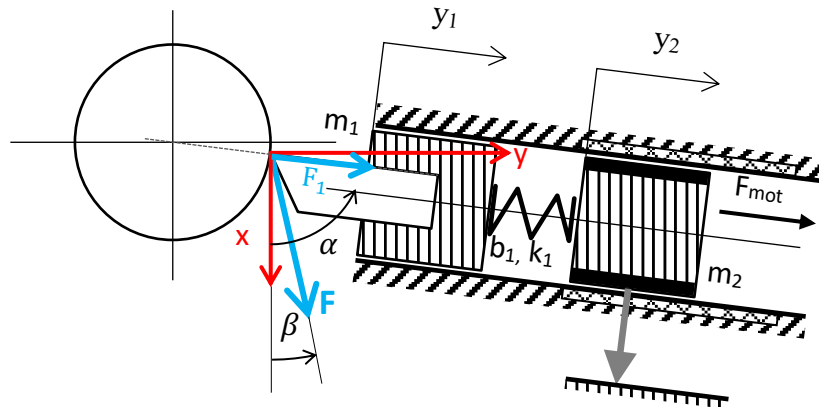
Těmito poznatky je splněn dílčí cíl práce č. 4 a jsou tak dány předpoklady k provedení měření a identifikaci středně velkého obráběcího centra, respektive jeho posuvových os. Výchozí modely jednotlivých os budou jednohmotové či dvouhmotové a vždy bude uvažováno pouze nepřímé odměřování.

Tab. 3 – Celková matice přenosů

Prvky matice celkové dyn. poddajnosti	Popis přenosu	Výraz
$G_{11CELK}(s)$	$\frac{y_1}{F_{1ext}}$	$\frac{G_{11}(s)}{1 + A_{reg}G_{11}(s)}$
$G_{12CELK}(s)$	$\frac{y_1}{F_{next}}$	$\frac{G_{1n}(s)}{1 + A_{reg}G_{11}(s)}$
$G_{21CELK}(s)$	$\frac{y_{sk}}{F_{1ext}}$	$\frac{G_{n1}(s)}{1 + A_{reg}G_{11}(s)}$
$G_{22CELK}(s)$	$\frac{y_{sk}}{F_{next}}$	$\frac{G_{nn}(s) + A_{reg}(G_{nn}(s)G_{11}(s) - G_{1n}^2(s))}{1 + A_{reg}G_{11}(s)}$

4. Stabilita dvoumotového pohonu příčného suptu s lineárním motorem

Ověření vlivu nastavení konstant pohonu na stabilitu obrábění bylo provedeno na jednoduchém dvoumotovém modelu s nepřímým odměřováním [42] uvedeném na Obr. 44.



Obr. 44 – Dvoumotový systém s lineárním motorem [42]

Jedná se o zapichování v obecné poloze. Řezná síla je označena F a její průmět do hlavní osy pohonu je označen F_1 . Velikost síly F_1 lze určit z úhlů α a β :

$$F_1 = F \cdot \cos(\alpha - \beta) \quad (66)$$

Dle Obr. 44 je uvažována hmota m_1 (obráběcí nástroj) spojená pružinou s motorem (hmota m_2). Pohybové rovnice mají pro osu pohonu tvar:

$$\mathbf{M} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{B} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_{mot} \end{bmatrix} \quad (67)$$

Jednotlivé matice jsou sestaveny dle formulace v rovnicích (40) pro $n = 2$. Parametry regulačního obvodu a mechaniky jsou voleny dle Tab. 4. Matice poddajnosti $\mathbf{G}(s)$ mechanické části, tedy **neukotveného** pasivního mechanického systému má tvar (59), kdy jednotný jmenovatel je dán výrazem (58).

Tab. 4 – Parametry systému

	Označení	Hodnota	Jednotka
Úhel osy pohonu	α	90	[°]
Úhel řezné síly	β	20	[°]
Hmota nástroje a držáku	m_1	20	[kg]
Hmota motoru	m_2	80	[kg]
Měrný řezný odpor	K_C	$1 \cdot 10^9$	[N/m ²]
Tuhost pružiny	k_1	$1,5 \cdot 10^6$	[N/m]
Tlumení pružiny	b_1	547,7	[Ns/m]
Zesílení poloh. regulátoru	K_v	15	[1/s]

Sestavený matematický model mechanické struktury je doplněn o regulaci lineárního motoru. Zde je využita standardní kaskádní regulace s nepřímým odměřováním polohy popsaná v kapitole 1.6. Pro účely simulace je využito prostředí Matlab – Simulink a kompletní model je uveden na Obr. 45, přičemž vlastní přenos systému je vyjádřen dle rovnice (20):

$$G_y(j\omega) = \frac{y_1(j\omega)}{F_1(j\omega)} \quad (68)$$

Na stabilitu procesu má hlavní vliv nastavení časové integrační konstanty T_N a proporcionálního zesílení K_P rychlostního PI regulátoru (viz kapitola 1.1). Následuje několik simulací pro různá nastavení těchto konstant.

Rozbor stability je proveden dle teorie popsané v kapitole 1.1. Ve zkoumaném případě se jedná o obrábění s pevnou časovou vazbou mezi dvěma po sobě následujícími řezy. Měrný řezný odpor K_C je uvažován konstantní, proto pro určení stabilního obrábění postačí pouze vynesení reálné části celkového přenosu a odečtení minima na frekvenci ω_1 . Simulace je provedena pro následující tři případy nastavení rychlostních konstant a vždy je stanovena mezní šířka třísky dle rovnice (9):

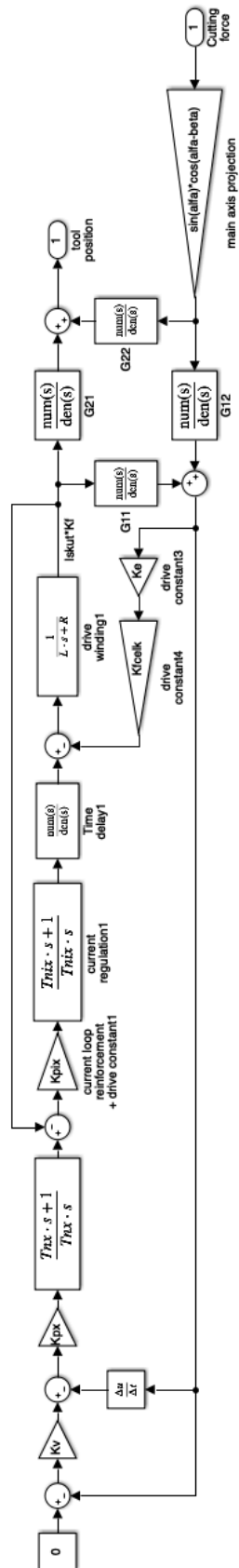
4.1. První případ

Použité parametry rychlostního regulátoru (viz Obr. 46):

$$K_{px} = 6000 \text{ Ns/m}$$

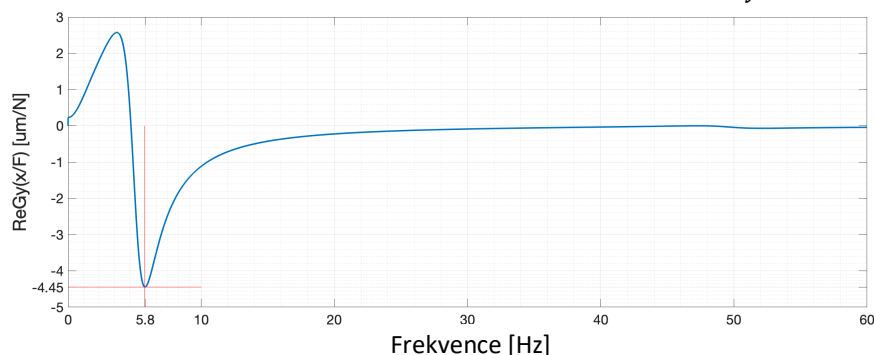
$$T_{nx} = 60 \text{ ms}$$

Pro určení mezní šířky třísky je na průběhu reálné části odečteno minimum $-4,446e - 7$ při frekvenci $\omega_1 = 5,8 \text{ Hz}$.



Obr. 45 – Simulinkový model dvouhmotového systému s lineárním motorem

Reálná část dynamické poddajnosti G_y



Obr. 46 – První případ nastavení

Mezní šířka třísky je:

$$b_{lim} = 1,25 \text{ mm} \tag{69}$$

4.2. Druhý případ

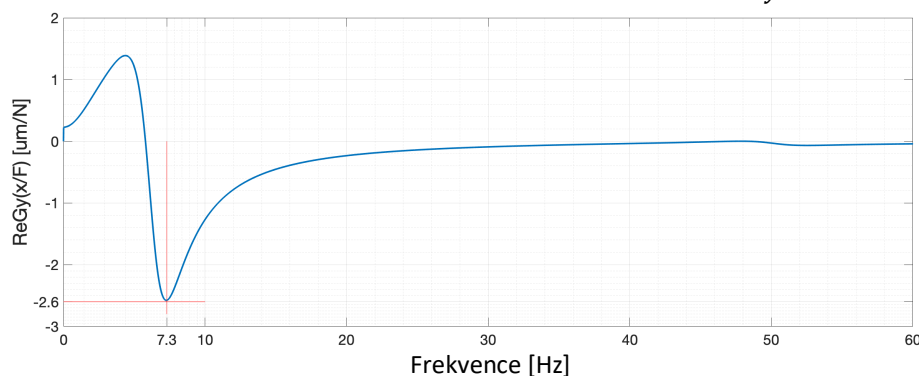
Použité parametry rychlostního regulátoru jsou (viz Obr. 47):

$$K_{px} = 9\,000 \text{ Ns/m}$$

$$T_{nx} = 40 \text{ ms}$$

Při tomto nastavení hodnota mezní šířky třísky klesá, minimum reálné části $-2,577e - 7$ je nyní odečteno při frekvenci $\omega_1 = 7,3 \text{ Hz}$:

Reálná část dynamické poddajnosti G_y



Obr. 47 – Druhý případ nastavení

Mezní šířka třísky je:

$$b_{lim} = 1,94 \text{ mm} \tag{70}$$

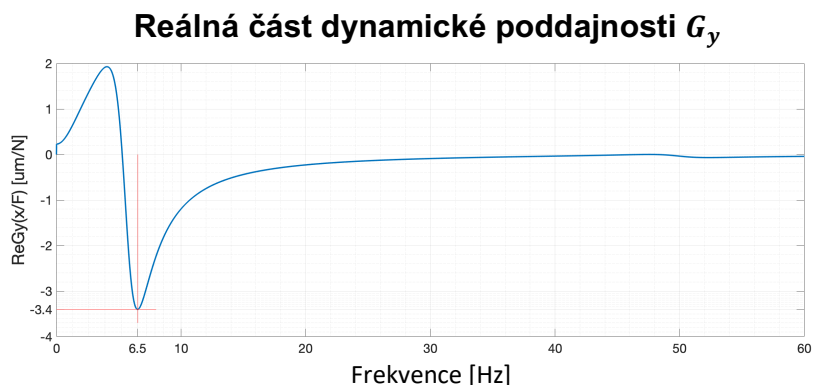
4.3. Třetí případ

Použité parametry rychlostního regulátoru jsou (viz Obr. 48):

$$K_{px} = 7\,500 \text{ Ns/m}$$

$$T_{nx} = 50 \text{ ms}$$

Dalším zvyšování regulačních konstant dosáhne reálná část přenosu svého minima $-3,4e - 7$ pro $\omega_1 = 6,5 \text{ Hz}$.



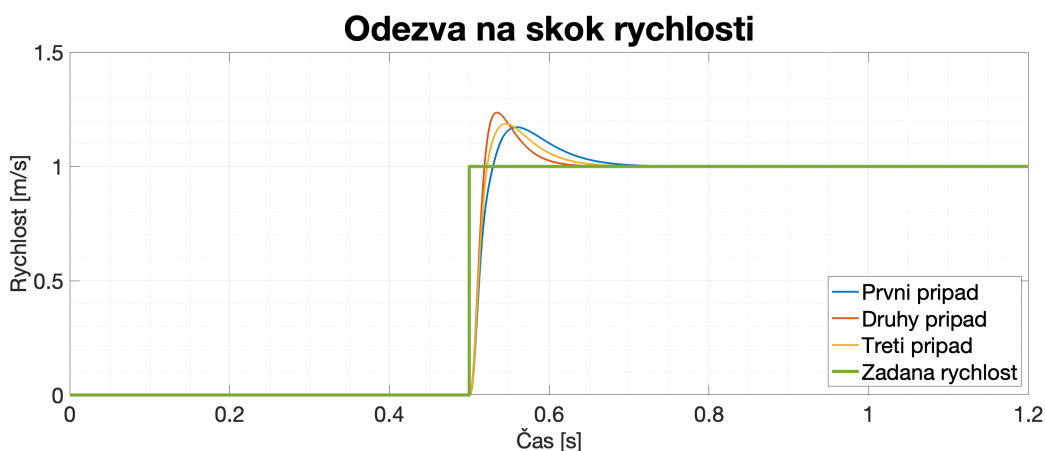
Obr. 48 – Třetí případ nastavení

Mezní šířka třísky je:

$$b_{lim} = 1,47 \text{ mm} \tag{71}$$

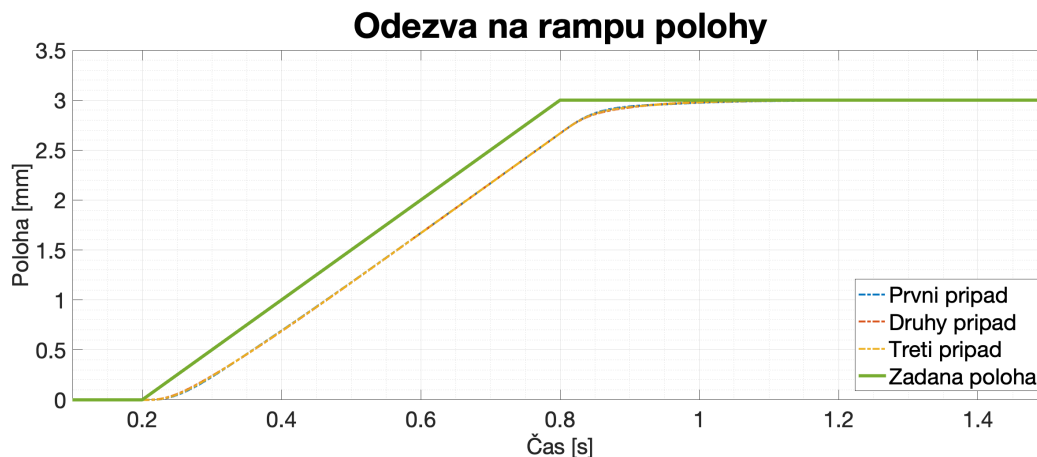
4.4. Kontrola chování systému

Kombinace strojních parametrů jsou v modelu na Obr. 45 podrobeny analýze skoku rychlosti na Obr. 49 a odezvy na „rampu polohy“ na Obr. 50. V obou



Obr. 49 – Odezva rychlostní smyčky na skok rychlosti

případech jsou dodrženy obecné zásady při seřizování pohonů posuvů. Při překmitu rychlosti se peak pohybuje kolem 120% požadované hodnoty a v případě polohy nedochází k žádnému překmitu.



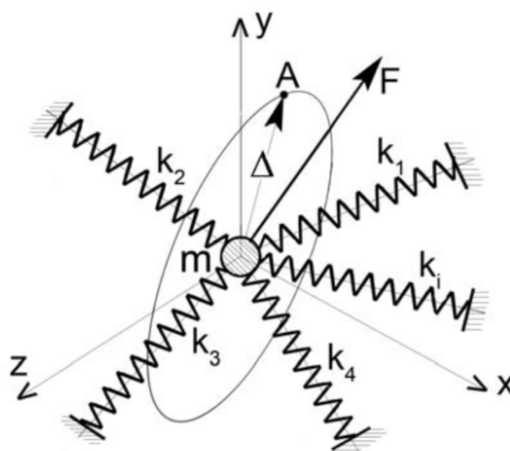
Obr. 50 – Odezva polohové smyčky na “rampu polohy“

4.5. Dílčí závěr kapitoly 4

Výše zmíněné a rozebrané příklady nastavení konstant rychlostního regulátoru zcela prokázaly jeho podstatný vliv na výslednou stabilitu řezného procesu. Diskuse může být otevřena nad uplatnitelností získaných výsledků a poznatků u strojů, kde není možná pouze dvouhmotová náhrada. Vliv nastavení bude dále prověřován u složitějších struktur.

5. Zjednodušený model poddajnosti vřetena – kmitání hmoty v prostoru

Při teoretickém rozboru chování vřetena obráběcího stroje je pro stanovení limitů stability zásadní pohyb na špičce nástroje (resp. v bodě, kde vzniká řezná síla, kde dochází ke kontaktu nástroje s obráběným materiálem). Do tohoto bodu se koncentruje veškerá mechanická poddajnost struktury vřetena. Dle přijaté hypotézy je tedy nasnadě využít model s tímto bodem dotyku, do kterého bude koncentrována poměrná hmotnost a tuhost dle Obr. 51. Jde o hmotu zavěšenou na prostorově neuspořádaném systému pružin. Předpokládá se, že deformace pružin jsou tak malé, že neovlivní jejich úhlovou orientaci.



Obr. 51 – Kmitání se třemi stupni volnosti [44]

5.1. Statické chování

Sílu F lze považovat za řeznou sílu a její směr charakterizovat sloupcovým vektorem směrových cosinů C_F .

$$C_F = [C_{Fx} C_{Fy} C_{Fz}]^T \quad (72)$$

Zároveň platí:

$$C_F^T C_F = C_{Fx}^2 + C_{Fy}^2 + C_{Fz}^2 = 1 \quad (73)$$

Vlivem působení řezné síly F dojde k vychýlení hmoty m z bodu $[0 \ 0 \ 0]$ do bodu A , který je popsán sloupcovým vektorem x .

$$x = [x \ y \ z]^T \quad (74)$$

Poddajnost v bodě dotyku, ve kterém je koncentrovaná hmotnost m , je možné vyjádřit prostorově neuspořádaným systémem i pružin, kde každé pružině přísluší tuhost k_i . Pozice pružiny v prostoru je dána vektorem směrových cosinů \mathbf{C}_i příslušejícím každé pružině i :

$$\mathbf{C}_i = [C_{ix} C_{iy} C_{iz}]^T \quad (75)$$

Osová deformace i – té pružiny δ_i je určena skalárním součinem vektoru \mathbf{x}^T a vektoru směrových cosinů \mathbf{C}_i , tedy $\delta_i = \mathbf{x}^T \mathbf{C}_i$. Poté je možné stanovit osovou sílu F_i v i – té pružině.

$$F_i = k_i \delta_i = k_i \mathbf{x}^T \mathbf{C}_i = k_i (x C_{ix} + y C_{iy} + z C_{iz}) \quad (76)$$

Podmínky statické rovnováhy hmoty m v každé ose jsou:

$$\begin{aligned} \sum_i k_i (x C_{ix}^2 + y C_{iy} C_{ix} + z C_{iz} C_{ix}) &= F C_{Fx} \\ \sum_i k_i (x C_{ix} C_{iy} + y C_{iy}^2 + z C_{iz} C_{iy}) &= F C_{Fy} \\ \sum_i k_i (x C_{ix} C_{iz} + y C_{iy} C_{iz} + z C_{iz}^2) &= F C_{Fz} \end{aligned} \quad (77)$$

Maticově:

$$\begin{bmatrix} \sum_i k_i C_{ix}^2 & \sum_i k_i C_{iy} C_{ix} & \sum_i k_i C_{iz} C_{ix} \\ \sum_i k_i C_{ix} C_{iy} & \sum_i k_i C_{iy}^2 & \sum_i k_i C_{iz} C_{iy} \\ \sum_i k_i C_{ix} C_{iz} & \sum_i k_i C_{iy} C_{iz} & \sum_i k_i C_{iz}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{Fx} \\ C_{Fy} \\ C_{Fz} \end{bmatrix} F \quad (78)$$

Vzniklý matematický popis odpovídá tvaru $\mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{C}_F F$ a matice tuhosti \mathbf{K} vychází symetrická.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} \end{bmatrix} \quad (79)$$

Platí tedy $\mathbf{K} = \mathbf{K}^T$, $\mathbf{K}\mathbf{K}^T = \mathbf{K}^2$.

Rovnici (78) lze řešit provedením transpozice $\mathbf{x}^T \mathbf{K}^T = F \mathbf{C}_F^T$ a vynásobením $\mathbf{x}^T \mathbf{K}^T \mathbf{K} \mathbf{x} = F^2 \mathbf{C}_F^T \mathbf{C}_F$. Po úpravě vychází rovnice plochy druhého stupně, tzv. Cauchyho kvadriky:

$$\mathbf{x}^T \mathbf{K}^2 \mathbf{x} = F^2 \quad (80)$$

Obecně platí, že vlastní čísla matice \mathbf{K}^2 se získají umocněním vlastních čísel matice \mathbf{K} . Směry vlastních vektorů jsou v obou případech stejné.

Rozepsání maticové rovnice $\mathbf{K} \mathbf{x} = \mathbf{C}_F F$ na jednotlivé rovnice:

$$\begin{aligned} K_{11}x + K_{12}y + K_{13}z &= F C_{Fx} \\ K_{12}x + K_{22}y + K_{23}z &= F C_{Fy} \\ K_{13}x + K_{23}y + K_{33}z &= F C_{Fz} \end{aligned} \quad (81)$$

Umocnění rovnic (81) na druhou:

$$\begin{aligned} K_{11}^2 x^2 + K_{12}^2 y^2 + K_{13}^2 z^2 + 2K_{11}K_{12}xy + 2K_{11}K_{13}xz \\ + 2K_{12}K_{13}yz &= F^2 C_{Fx}^2 \\ K_{12}^2 x^2 + K_{22}^2 y^2 + K_{23}^2 z^2 + 2K_{12}K_{22}xy + 2K_{12}K_{23}xz \\ + 2K_{22}K_{23}yz &= F^2 C_{Fy}^2 \\ K_{13}^2 x^2 + K_{23}^2 y^2 + K_{33}^2 z^2 + 2K_{13}K_{23}xy + 2K_{13}K_{33}xz \\ + 2K_{23}K_{33}yz &= F^2 C_{Fz}^2 \end{aligned} \quad (82)$$

Sečtení těchto rovnic:

$$\begin{aligned} (K_{11}^2 + K_{12}^2 + K_{13}^2)x^2 + (K_{12}^2 + K_{22}^2 + K_{23}^2)y^2 \\ + (K_{13}^2 + K_{23}^2 + K_{33}^2)z^2 \\ + 2(K_{11}K_{12} + K_{12}K_{22} + K_{13}K_{23})xy \\ + 2(K_{11}K_{13} + K_{12}K_{23} + K_{13}K_{33})xz \\ + 2(K_{12}K_{13} + K_{22}K_{23} + K_{23}K_{33})yz - F^2 = 0 \end{aligned} \quad (83)$$

Vznikne tak rovnice plochy, tvořené množinou bodů A , která je implicitní funkcí popisující kvadriku (je nutné dodržet konstantní sílu F a dosazovat prostorové úhly v rozsahu $(0 - 4\pi)$ steradiánů) a podle Cauchyho klasifikace kvadrik (uvedeno bez důkazu) se jedná o rovnici obecně skloněného nerotačního elipsoidu. Stručný zápis je:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + a_{44} = 0 \quad (84)$$

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= K_{11}^2 + K_{12}^2 + K_{13}^2 \\
 a_{22} &= K_{12}^2 + K_{22}^2 + K_{23}^2 \\
 a_{33} &= K_{13}^2 + K_{23}^2 + K_{33}^2 \\
 a_{44} &= -F^2 \\
 a_{12} &= K_{11}K_{12} + K_{12}K_{22} + K_{13}K_{23} \\
 a_{13} &= K_{11}K_{13} + K_{12}K_{23} + K_{13}K_{33} \\
 a_{23} &= K_{12}K_{13} + K_{22}K_{23} + K_{23}K_{33}
 \end{aligned} \tag{85}$$

Maticově:

$$\mathbf{K}^2 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \tag{86}$$

5.2. Dynamické vlastnosti

Dynamický popis systému na Obr. 51 s proporcionálním tlumením $\mathbf{B} = \text{konst} \cdot \mathbf{K}$ je:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{C}_F F(t) \tag{87}$$

Řešení je nejsnadnější modální transformací. Matice systému je $\mathbf{A} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} = \frac{1}{m}\mathbf{K}$. Matice \mathbf{B} , \mathbf{K} , \mathbf{A} jsou symetrické podél hlavní diagonály:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{Fx} \\ C_{Fy} \\ C_{Fz} \end{bmatrix} F(t) \tag{88}$$

Rozepsáním lze vyjádřit pohybové rovnice:

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} + B_{11}\dot{x} + B_{12}\dot{y} + B_{13}\dot{z} + K_{11}x + K_{12}y + K_{13}z &= C_{Fx}F(t) \\
 m\ddot{y} + B_{12}\dot{x} + B_{22}\dot{y} + B_{23}\dot{z} + K_{12}x + K_{22}y + K_{23}z &= C_{Fy}F(t) \\
 m\ddot{z} + B_{13}\dot{x} + B_{23}\dot{y} + B_{33}\dot{z} + K_{13}x + K_{23}y + K_{33}z &= C_{Fz}F(t)
 \end{aligned} \tag{89}$$

Normované sloupcové vlastní vektory matice \mathbf{A} jsou \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 , \mathbf{v}_3 a pro každé dva vektory \mathbf{v}_i a \mathbf{v}_j platí ortogonalita přes matici hmotnosti $\mathbf{v}_i^T \mathbf{M} \mathbf{v}_j = \mathbf{0}$. Protože \mathbf{M} je diagonální maticí se shodnými prvky m na hlavní diagonále, lze hmotou m krátit a vychází rovnice (90), podle které je skalární součin každých dvou vlastních vektorů nulový. Tím je splněna podmínka kolmosti všech tří vlastních vektorů – hlavních os vzniklého elipsoidu.

$$v_{1i}v_{1j} + v_{2i}v_{2j} + v_{3i}v_{3j} = 0 \quad (90)$$

Normovaná modální matice má tvar:

$$\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \mathbf{v}_3] = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} \\ v_{31} & v_{32} & v_{33} \end{bmatrix} \quad (91)$$

Dále platí vztah $\mathbf{V}^T \mathbf{M} \mathbf{V} = \mathbf{E}$ (jednotková matice) a $\mathbf{V}^T \mathbf{K} \mathbf{V} = \mathbf{\Lambda}$ (spektrální matice).

Transformací do modálních souřadnic, substitucí $\mathbf{x} = \mathbf{V} \mathbf{q}$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} \\ v_{31} & v_{32} & v_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (92)$$

je systém (87) popsán rovnicí:

$$\mathbf{E} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B}_D \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{\Lambda} \mathbf{q}(t) = \mathbf{V}^T \mathbf{C}_F F(t) \quad (93)$$

Matice \mathbf{B}_D a $\mathbf{\Lambda}$ jsou diagonální a lze je vyjádřit vztahy: $\mathbf{B}_D = \mathbf{V}^T \mathbf{B} \mathbf{V}$ a $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{V}^T \mathbf{K} \mathbf{V}$ ($\mathbf{\Lambda}$ obsahuje prvky $\lambda_{1,2,3}$). Rozepsáním vznikají rovnice:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 + b_{D1} \dot{q}_1 + \lambda_1 q_1 &= (v_{11} C_{Fx} + v_{21} C_{Fy} + v_{31} C_{Fz}) F(t) = \mathbf{v}_1^T \mathbf{C}_F F(t) \\ \ddot{q}_2 + b_{D2} \dot{q}_2 + \lambda_2 q_2 &= (v_{12} C_{Fx} + v_{22} C_{Fy} + v_{32} C_{Fz}) F(t) = \mathbf{v}_2^T \mathbf{C}_F F(t) \\ \ddot{q}_3 + b_{D3} \dot{q}_3 + \lambda_3 q_3 &= (v_{13} C_{Fx} + v_{23} C_{Fy} + v_{33} C_{Fz}) F(t) = \mathbf{v}_3^T \mathbf{C}_F F(t) \end{aligned} \quad (94)$$

Vlastní frekvence systému určené ze spektrální matice jsou $\Omega_{1,2,3}^2 = \lambda_{1,2,3}$ a tlumení je dáno poměrnými útlumy $b_{D1,2,3} = 2\zeta_{q1,2,3} \cdot \Omega_{1,2,3}$. Laplaceovou transformací rovnic (94) jsou určeny Laplaceovy obrazy jednotlivých modálních souřadnic:

$$q_{1,2,3}(s) = \frac{\mathbf{v}_{1,2,3}^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D1,2,3} s + \lambda_{1,2,3}} F(s) \quad (95)$$

Geometrické souřadnice jsou:

$$\begin{aligned} x(s) &= v_{11} q_1(s) + v_{12} q_2(s) + v_{13} q_3(s) \\ y(s) &= v_{21} q_1(s) + v_{22} q_2(s) + v_{23} q_3(s) \\ z(s) &= v_{31} q_1(s) + v_{32} q_2(s) + v_{33} q_3(s) \end{aligned} \quad (96)$$

Z porovnání sčítanců na stejných pořadových místech v rovnicích (96) je patrné, že příspěvky jednotlivých modálních souřadnic q_1, q_2, q_3 do výsledné polohy x, y, z mají směry příslušných vlastních vektorů matice systému \mathbf{A} . Ty jsou ale shodné se směry vlastních vektorů matic \mathbf{K} a \mathbf{K}^2 .

Dosazením (95) do (96) a po úpravě jsou stanoveny vztahy pro směrové poddajnosti:

$$\begin{aligned} G_x(s) &= \frac{x(s)}{F(s)} = v_{11} \frac{\mathbf{v}_1^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D1}s + \lambda_1} + v_{12} \frac{\mathbf{v}_2^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D2}s + \lambda_2} + v_{13} \frac{\mathbf{v}_3^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D3}s + \lambda_3} \\ G_y(s) &= \frac{y(s)}{F(s)} = v_{21} \frac{\mathbf{v}_1^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D1}s + \lambda_1} + v_{22} \frac{\mathbf{v}_2^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D2}s + \lambda_2} + v_{23} \frac{\mathbf{v}_3^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D3}s + \lambda_3} \\ G_z(s) &= \frac{z(s)}{F(s)} = v_{31} \frac{\mathbf{v}_1^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D1}s + \lambda_1} + v_{32} \frac{\mathbf{v}_2^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D2}s + \lambda_2} + v_{33} \frac{\mathbf{v}_3^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D3}s + \lambda_3} \end{aligned} \quad (97)$$

Přímá dynamická poddajnost $G_F(s)$ popisuje výchylky ve směru působící síly. Je tedy nutné provést transformaci ze směřů x, y, z do směru síly F :

$$\Delta_F(s) = \mathbf{x}^T(s) \mathbf{C}_F = x(s)C_{Fx} + y(s)C_{Fy} + z(s)C_{Fz} \quad (98)$$

Přímá dynamická poddajnost je vyjádřena:

$$\begin{aligned} G_F(s) &= \frac{\Delta_F(s)}{F(s)} = G_x(s)C_{Fx} + G_y(s)C_{Fy} + G_z(s)C_{Fz} = \\ &= C_{Fx}v_{11} \frac{\mathbf{v}_1^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D1}s + \lambda_1} + C_{Fx}v_{12} \frac{\mathbf{v}_2^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D2}s + \lambda_2} + C_{Fx}v_{13} \frac{\mathbf{v}_3^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D3}s + \lambda_3} + \\ &+ C_{Fy}v_{21} \frac{\mathbf{v}_1^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D1}s + \lambda_1} + C_{Fy}v_{22} \frac{\mathbf{v}_2^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D2}s + \lambda_2} + C_{Fy}v_{23} \frac{\mathbf{v}_3^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D3}s + \lambda_3} + \\ &+ C_{Fz}v_{31} \frac{\mathbf{v}_1^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D1}s + \lambda_1} + C_{Fz}v_{32} \frac{\mathbf{v}_2^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D2}s + \lambda_2} + C_{Fz}v_{33} \frac{\mathbf{v}_3^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D3}s + \lambda_3} \end{aligned} \quad (99)$$

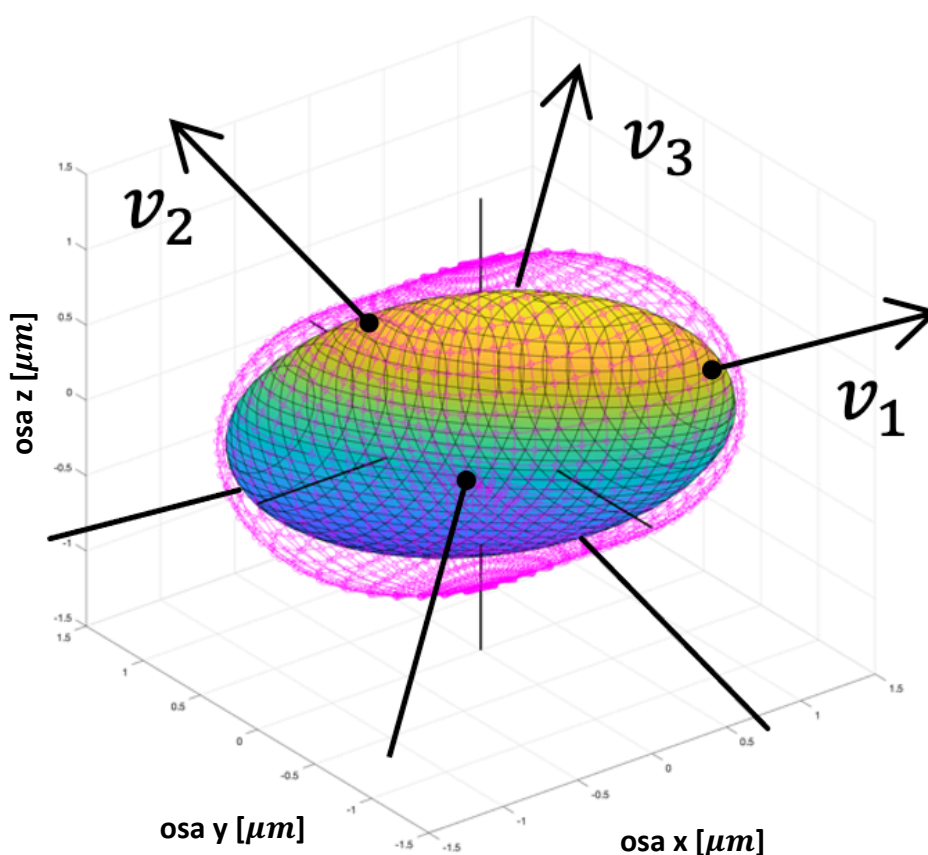
Sečtení členů se stejnými vlastními vektory v čitateli vede na vztahy s kvadráty skalárních součinů, např. pro \mathbf{v}_1^T je:

$$\begin{aligned} (C_{Fx}v_{11} + C_{Fy}v_{21} + C_{Fz}v_{31}) \frac{\mathbf{v}_1^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D1}s + \lambda_1} &= (\mathbf{v}_1^T \mathbf{C}_F) \frac{\mathbf{v}_1^T \mathbf{C}_F}{s^2 + b_{D1}s + \lambda_1} = \\ &= \frac{(\mathbf{v}_1^T \mathbf{C}_F)^2}{s^2 + b_{D1}s + \lambda_1} \end{aligned} \quad (100)$$

Obdobně lze postupovat i pro v_2^T a v_3^T . Konečný vztah pro přímou dynamickou poddajnost je:

$$G_F(s) = \frac{\Delta_F(s)}{F(s)} = \sum_{i=1,2,3} \frac{(v_i^T C_F)^2}{s^2 + b_{Di}s + \lambda_i} \quad (101)$$

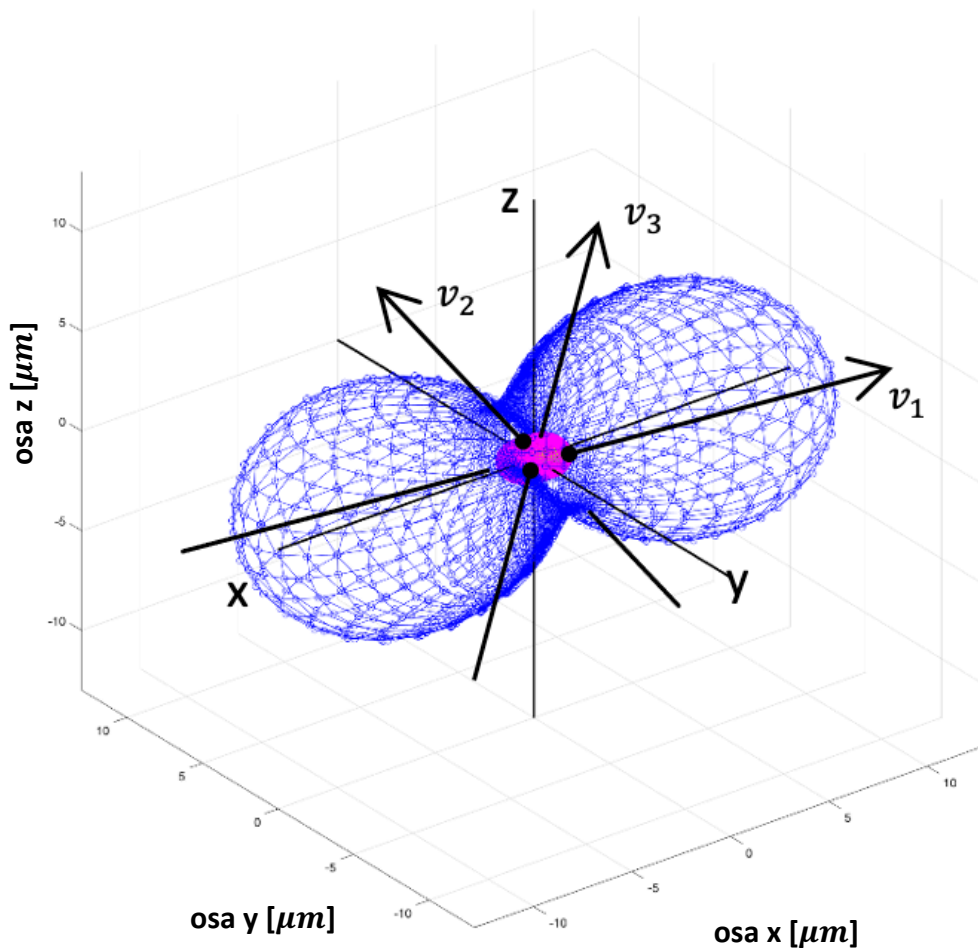
Plochu přímé dynamické poddajnosti je pro dobrou představu o chování systému nutné vykreslit třikrát pro každou vlastní frekvenci $s = j \cdot \Omega_{1,2,3}$ a směr C_F . Příklad plochy pro vhodně zvolené tuhosti pružin obklopujících hmotu m je v rozsahu $(0 - 4\pi)$ steradiánů pro první vlastní tvar vykreslen na Obr. 53. Pro znázornění **plochy přímé statické poddajnosti** je možné do rovnice (101) dosadit za $s = 0$ (viz Obr. 52 – fialové kroužky). Pro dotvoření představy je pro totožný systém vykreslen elipsoid statické poddajnosti dle (84). Tento elipsoid je vepsán ploše přímé statické poddajnosti a dotýká se jí v šesti bodech, které jsou totožné s průsečíky s vlastními vektory. Vlastní vektory matice A , K a K^2 (viz rovnice (82)) udávají orientaci tří hlavních poloos nerotačního elipsoidu.



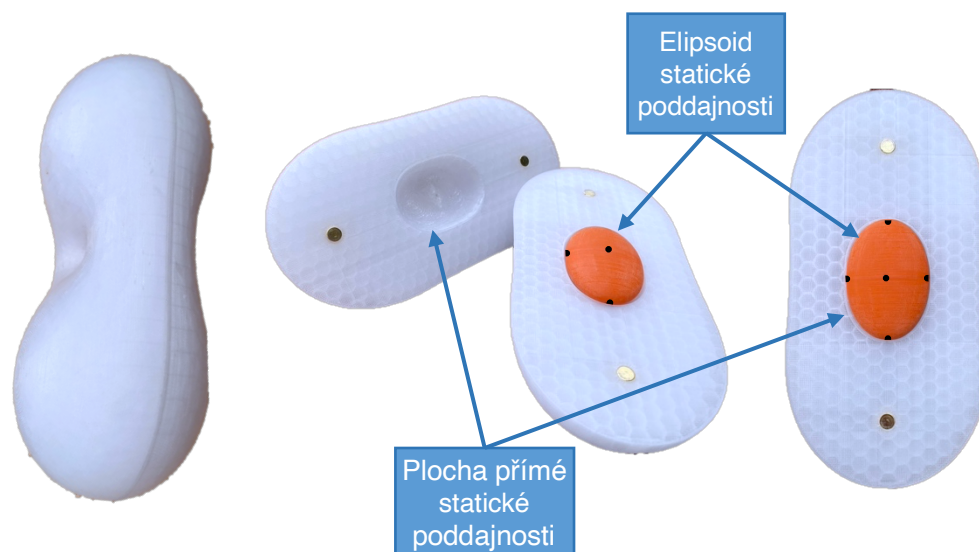
Obr. 52 – Plocha přímé statické poddajnosti (fialové kroužky) a vepsaný elipsoid poddajnosti [44]

3D model popisovaných ploch byl vyroben jako pomůcka (viz Obr. 54) dávající do souvislosti elipsoid statické poddajnosti dotýkající se plochy přímé statické poddajnosti v 6 bodech (vyznačeny černými tečkami). Dynamická poddajnost na jedné z vlastních frekvencí v tomto případě tvoří vnější plochu 3D modelu.

Pro účely jednoduchých popisů chování vřeten obráběcích strojů může být někdy dostačující aproximovat mechaniku vřetena pouze rovinným systémem. V tomto případě není nutné pracovat s maticemi o rozměru 3×3 , ale pouze 2×2 , což lze zvládnout bez podpory PC. Možný je i postup bez modální analýzy, který je demonstrován v kapitole 6.1.



Obr. 53 – Přímá dynamická poddajnost hmoty kmitající v prostoru – 1. vlastní tvar [44]



Obr. 54 – 3D model plochy přímé dynamické a statické poddajnosti s vloženým elipsoidem statické poddajnosti (Vyrobeno na Ú12135)

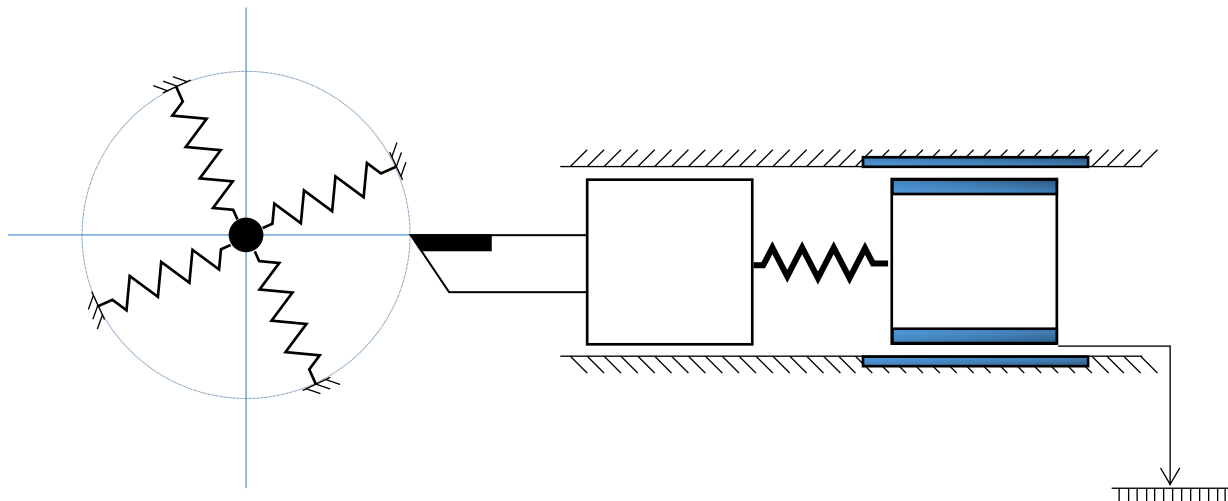
5.3. Dílčí závěr kapitoly 5

Dynamický model vřetena (popřípadě celého vřeteníku) je v této práci okrajovým tématem, takže byl vyšetřován jen v nejjednodušší podobě jako kmitání jedné hmoty v prostoru. Výsledkem výpočtu pomocí modální transformace je možná náhrada ortogonálním systémem jedné hmoty a tří pružin se třemi vlastními kmitočty. Dále byl odvozen vztah pro přímou dynamickou poddajnost ve všech směrech ($0 - 4\pi$) steradiánů.

Tímto postupem byl splněn dílčí cíl č. 5. Další zjednodušení popisovaného modelu budou přijata v následujících případech.

6. Vyšetřování stability jednohmotového systému kmitajícího v rovině s dvouhmotovým modelem pohonu

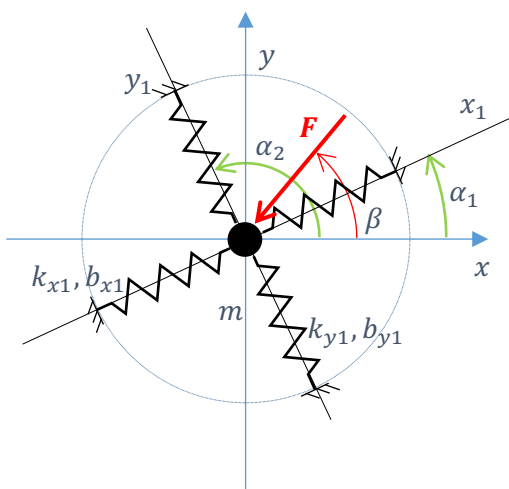
Rozšíření modelu z Obr. 44 je provedeno uvažováním radiální poddajnosti vřetena o hmotě m , kterému je umožněn pohyb v rovině, dle Obr. 55. Tento model je dále rozdělen na dvě samostatné skupiny, které jsou na závěr spojeny. Výsledkem je vyšetřování stability propojeného modelu vřetena a příčného pohonu posuvu u soustruhu.



Obr. 55 – Jednohmotový systém pohybující se ve dvou osách s dvouhmotovým lineárním pohonem

6.1. Jedna hmota pohybující se v rovině

V kapitole 5 bylo ukázáno, že systém s jednou hmotou kmitající v prostoru lze redukovat na hmotu se třemi vzájemně kolmými pružinami, ale modální analýza s maticemi o rozměru 3×3 vyžadovala počítačovou podporu.



Obr. 56 – Jednohmotový systém

U hmoty kmitající v rovině (viz Obr. 56) stačí náhrada dvěma kolnými pružinami a je možné se i obejít bez modální analýzy. Takto sestavený model představuje hmotu m vřetená stoje a jeho poddajné radiální upevnění k rámu. Pro účely simulace je předpokládáno, že deformace pružin jsou malé a neovlivňují jejich úhlovou orientaci.

Rovnice jsou sestaveny ve směru osy x i osy y :

- Působící síla v ose x_1 :

$$F_{x1} = k_{x1} \cdot x \cdot \cos \alpha_1 + k_{x1} \cdot y \cdot \sin \alpha_1 + b_{x1} \cdot \dot{x} \cdot \cos \alpha_1 + b_{x1} \cdot \dot{y} \cdot \sin \alpha_1 + m\ddot{x} \quad (102)$$

- Působící síla v ose y_1 :

$$F_{y1} = k_{y1} \cdot x \cdot \cos \alpha_2 + k_{y1} \cdot y \cdot \sin \alpha_2 + b_{y1} \cdot \dot{x} \cdot \cos \alpha_2 + k_{y1} \cdot \dot{y} \cdot \sin \alpha_2 + m\ddot{y} \quad (103)$$

- Promítnutí do osy x :

$$F_{x1} \cdot \cos \alpha_1 + F_{y1} \cdot \cos \alpha_2 - F \cdot \cos \beta = 0 \quad (104)$$

- Promítnutí do osy y :

$$F_{x1} \cdot \sin \alpha_1 + F_{y1} \cdot \sin \alpha_2 + F \cdot \sin \beta = 0 \quad (105)$$

- Pohybová rovnice osy x :

$$m\ddot{x} + (b_{x1} \cdot \cos^2 \alpha_1 + b_{y1} \cdot \cos^2 \alpha_2) \cdot \dot{x} + (b_{x1} \cdot \sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1 + b_{y1} \cdot \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2) \cdot \dot{y} + (k_{x1} \cdot \cos^2 \alpha_1 + k_{y1} \cdot \cos^2 \alpha_2) \cdot x + (k_{x1} \cdot \sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1 + k_{y1} \cdot \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2) \cdot y = F \cdot \cos \beta \quad (106)$$

- Pohybová rovnice pro osu y :

$$m\ddot{y} + (b_{x1} \cdot \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1 + b_{y1} \cdot \cos \alpha_2 \cdot \sin \alpha_2) \cdot \dot{x} + (b_{x1} \cdot \sin^2 \alpha_1 + b_{y1} \cdot \sin^2 \alpha_2) \cdot \dot{y} + (k_{x1} \cdot \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1 + k_{y1} \cdot \cos \alpha_2 \cdot \sin \alpha_2) \cdot x + (k_{x1} \cdot \sin^2 \alpha_1 + k_{y1} \cdot \sin^2 \alpha_2) \cdot y = F \cdot \sin \beta \quad (107)$$

Matice hmotnosti \mathbf{M} systému:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \quad (108)$$

Matice tuhosti systému \mathbf{K} :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \quad (109)$$

Jednotlivé členy jsou:

$$\begin{aligned} K_{11} &= k_{x1} \cdot \cos^2 \alpha_1 + k_{y1} \cdot \cos^2 \alpha_2 \\ K_{12} = K_{21} &= k_{x1} \cdot \sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1 + k_{y1} \cdot \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2 \\ K_{22} &= k_{x1} \cdot \sin^2 \alpha_1 + k_{y1} \cdot \sin^2 \alpha_2 \end{aligned} \quad (110)$$

Výsledná matice viskózního tlumení systému \mathbf{B} :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \quad (111)$$

Pro jednotlivé členy platí:

$$\begin{aligned} B_{11} &= b_{x1} \cdot \cos^2 \alpha_1 + b_{y1} \cdot \cos^2 \alpha_2 \\ B_{12} = B_{21} &= b_{x1} \cdot \sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1 + b_{y1} \cdot \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2 \\ B_{22} &= b_{x1} \cdot \sin^2 \alpha_1 + b_{y1} \cdot \sin^2 \alpha_2 \end{aligned} \quad (112)$$

Celý systém je tedy možné maticově popsat obdobně jako v rovnici (35):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (113)$$

Vektory polohy, rychlosti, zrychlení a působící síly jsou:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix}, \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \mathbf{f} = \begin{bmatrix} F \cdot \cos \beta \\ F \cdot \sin \beta \end{bmatrix} \quad (114)$$

Pomocí prvků matice poddajnosti lze psát:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F \cdot \cos \beta \\ F \cdot \sin \beta \end{bmatrix} \quad (115)$$

Všechny dílčí přenosy v matici poddajnosti mají stejný jmenovatel 4. stupně $denG$:

$$\begin{aligned} denG = m^2 s^4 + m(b_{x1} + b_{y1})s^3 \\ + [m(k_{x1} + k_{y1}) + b_{x1}b_{y1} \sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)]s^2 \\ + \sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)(b_{x1}k_{y1} + b_{y1}k_{x1})s \\ + \sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)k_{x1}k_{y1} \end{aligned} \quad (116)$$

Dílčí přenosy jsou:

$$G_{11} = \frac{ms^2 + (b_{x1} \sin^2 \alpha_1 + b_{y1} \sin^2 \alpha_2)s + k_{x1} \sin^2 \alpha_1 + k_{y1} \sin^2 \alpha_2}{denG} \quad (117)$$

$$\begin{aligned} G_{21} = G_{12} = \\ = \frac{-(b_{x1} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 + b_{y1} \sin \alpha_2 \cos \alpha_2)s - k_{x1} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - k_{y1} \sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{denG} \end{aligned} \quad (118)$$

$$G_{22} = \frac{ms^2 + (b_{x1} \cos^2 \alpha_1 + b_{y1} \cos^2 \alpha_2)s + k_{x1} \cos^2 \alpha_1 + k_{y1} \cos^2 \alpha_2}{denG} \quad (119)$$

Výsledné přenosy v jednotlivých směrech systému jsou:

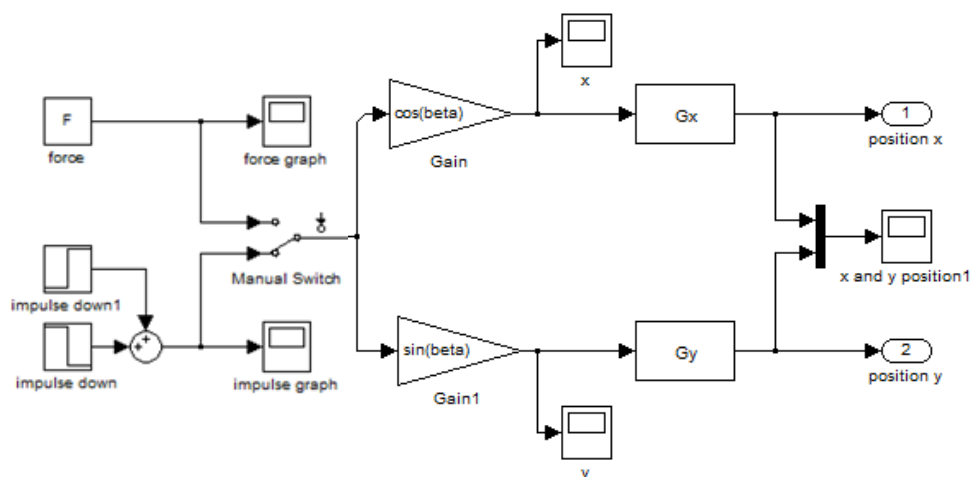
$$G_x = \frac{x}{F} = G_{11} \cdot \cos \beta + G_{12} \cdot \sin \beta \quad (120)$$

$$G_y = \frac{y}{F} = G_{21} \cdot \cos \beta + G_{22} \cdot \sin \beta \quad (121)$$

System byl vymodelován v Matlabu, v prostředí Simulink a jeho blokové schéma je uvedeno na Obr. 57. Mechanické parametry jsou uvedeny v Tab. 5.

Tab. 5 – Parametry modelu hmoty v rovině

	Značení	Hodnota	Jednotka
Hmota modelu vřetena	m	20	[kg]
Úhel řezné síly	β	135	[°]
Tuhost pružiny modelu vřetena v ose x_1	k_{x1}	1,2e6	[N/m]
Poměrný útlum modelu vřetena v ose x_1	ζ_{x1}	0,04	[–]
Úhel osy x_1	α_1	60	[°]
Tuhost pružiny modelu vřetena v ose y_1	k_{y1}	1,4e6	[N/m]
Poměrný útlum modelu vřetena v ose y_1	ζ_{y1}	0,043	[–]
Úhel osy y_1	α_2	145	[°]



Obr. 57 – Dynamický model jedné hmoty na dvou pružinách

6.2. Dvouhmotový model regulace pohonu

Model vychází ze schématu na Obr. 58. Poloha je řízena kaskádní regulací s nepřímým odměřováním (viz Obr. 22 pro $N = 2$). System má 2 vstupy. Prvním je požadovaná poloha a druhým je řezná síla. Jediným výstupem je skutečná poloha obráběcího nástroje y_2 . Jedná se tedy o prakticky totožný model, jako v kapitole 4 a na Obr. 45

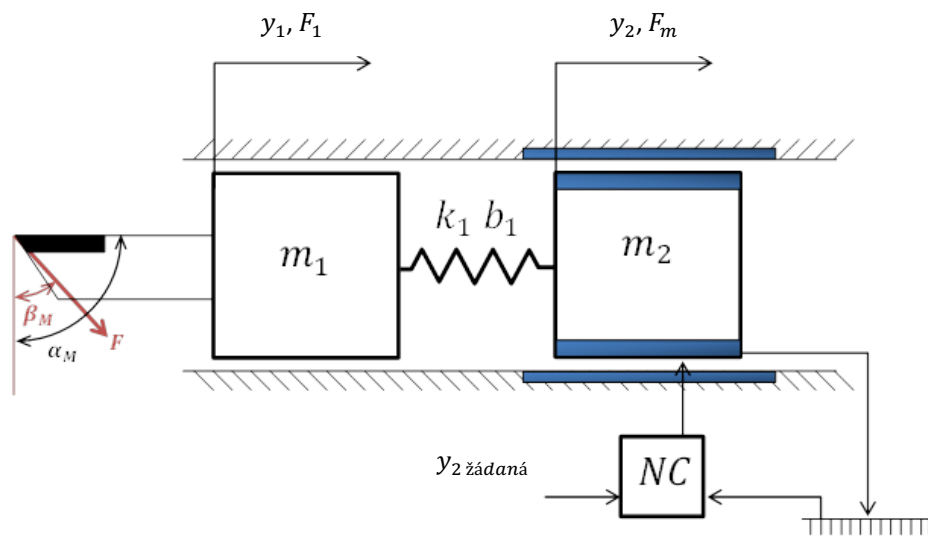
Regulační systém je testován pomocí signálu rampy polohy při různých nastaveních konstant pohonu. Mechanické parametry systému jsou uvedeny v Tab. 6.

Nejprve je dosazeno zesílení $K_{Px} = 120 \text{ As/m}$, integrační časová konstanta rychlostní smyčky je $T_{Nx} = 0.1 \text{ s}$ a polohové zesílení $K_V = 25 \text{ s}^{-1}$.

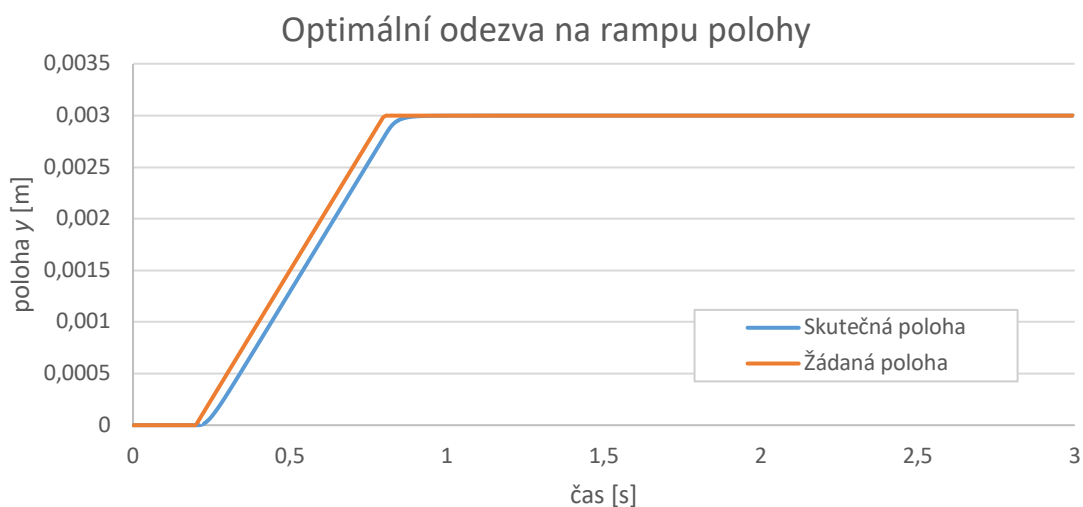
Výsledná odezva je na Obr. 59. Plynulý a nekmitavý průběh charakterizuje optimální nastavení.

Tab. 6 – Parametry modelu pohonu

	Značení	Hodnota	Jednotka
Hmota nástroje	m_1	20	[kg]
Hmota motoru	m_2	80	[kg]
Úhel řezné síly	β	135	[°]
Tuhost modelu pohonu	k_1	1,6e9	[N/m]
Tlumení modelu pohonu	b_1	547,7	[Ns/m]

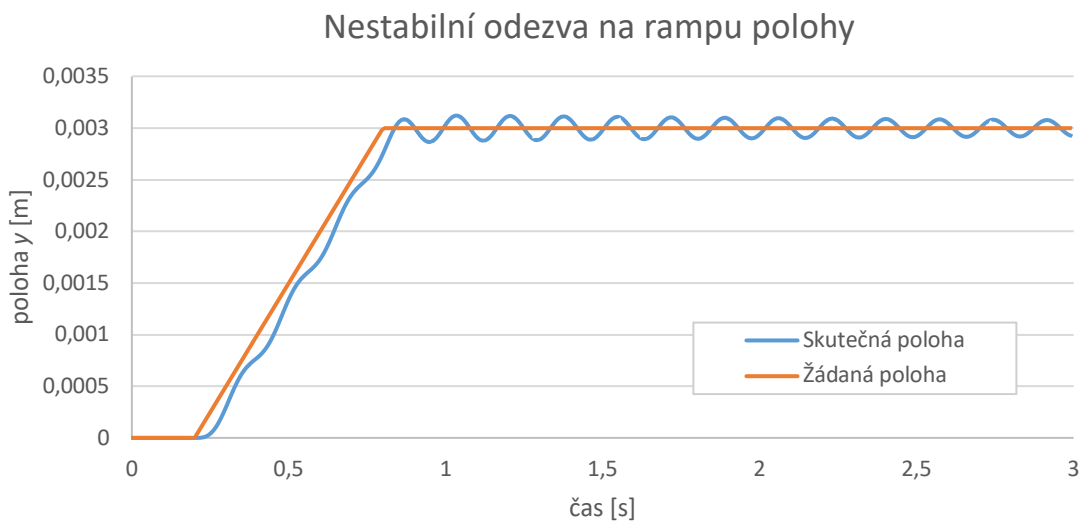


Obr. 58 – Dvouhmotový model regulace pohonu



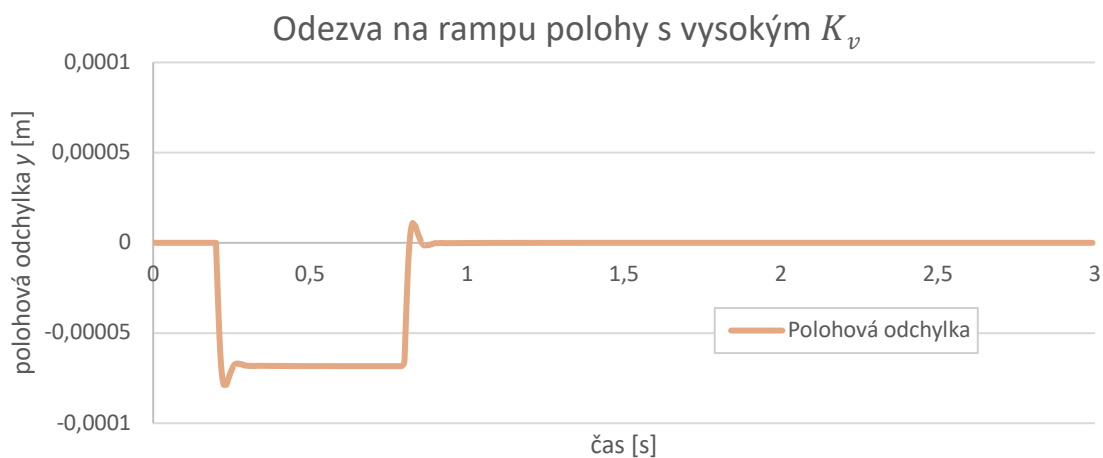
Obr. 59 – Optimální odezva na rampu polohy, souřadnice y_1

Při snížení rychlostního zesílení na $K_{Px} = 12 \text{ As/m}$, časové integrační konstanty na $T_{Nx} = 0.01 \text{ s}$, se systém stává nestabilní, viz Obr. 60.



Obr. 60 – Nestabilní odezva na rampu polohy, souřadnice y_1

Pro další simulace bylo zesílení polohové smyčky zvýšeno na $K_V = 80 \text{ s}^{-1}$. Na Obr. 61 je vidět nevyhovující chování.



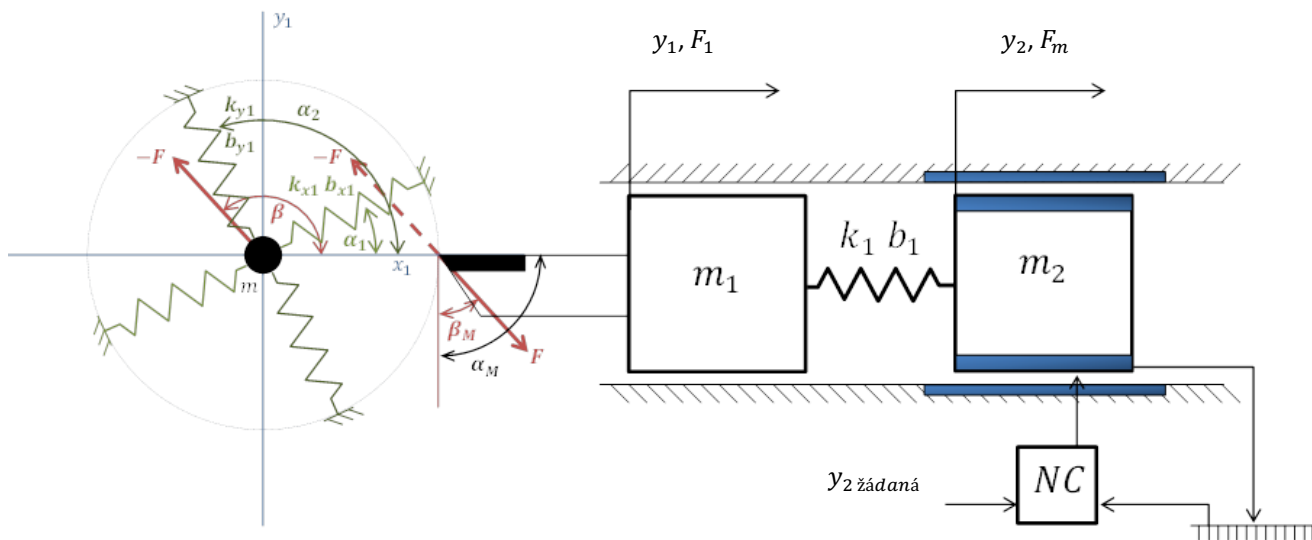
Obr. 61 – Odezva na rampu polohy s vysokým K_v – polohová odchylka, souřadnice y_1

6.3. Kompletní model jednohmotového systému kmitajícího v rovině s dvouhmotovým modelem pohonu

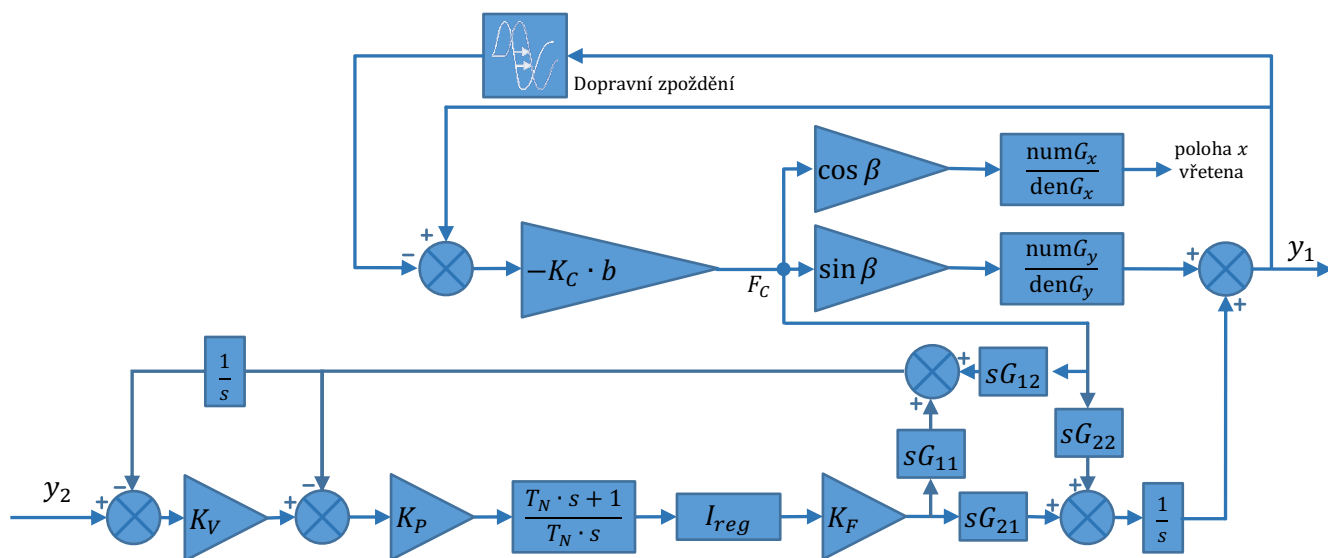
Modely z Obr. 56 a Obr. 58 jsou sloučeny na Obr. 62.

Propojení sub-modelů (Obr. 56 a Obr. 58) je možné při uvažování zapichovací soustružnické operace. Dynamický model popisuje obrábění s pevnou časovou vazbou mezi dvěma po sobě jdoucími řezy (viz kapitola 1.2.2, Obr. 6). Propojení modelů je provedeno pomocí řezné síly F a za předpokladu neměnného

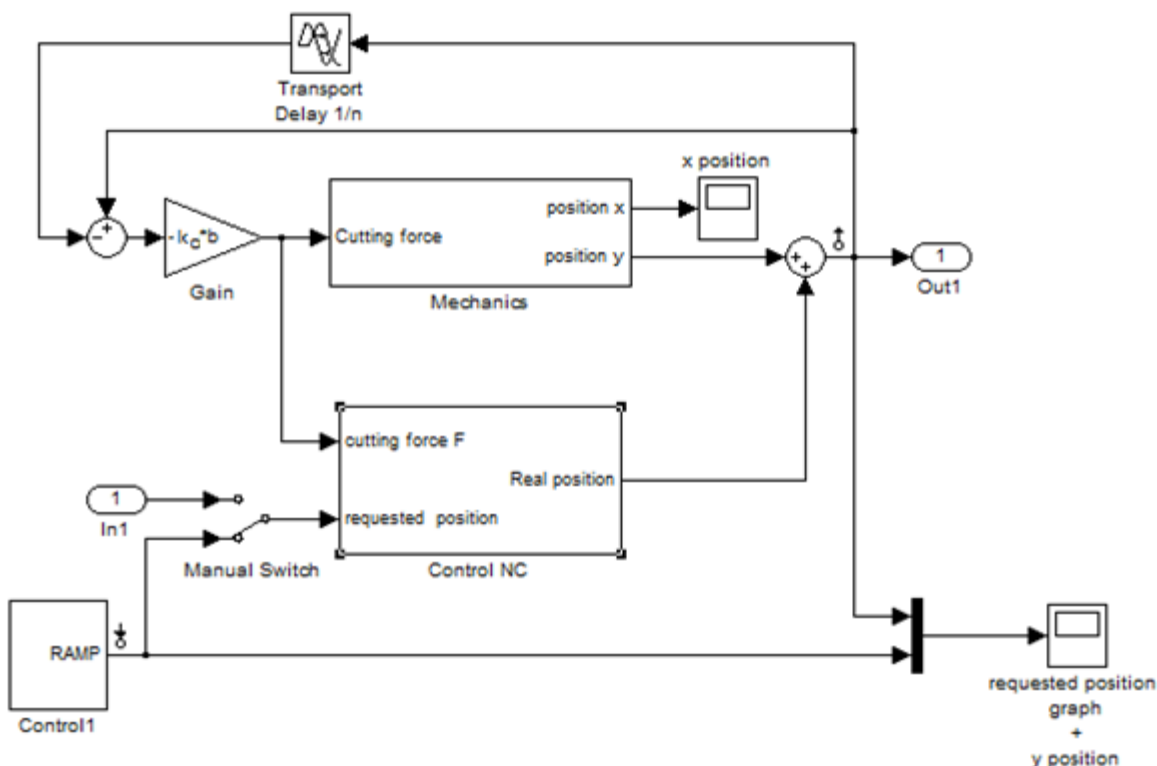
měrného řezného odporu K_c , dle vzorce (21). Propojený model mechaniky a řízení je zobrazen v prostředí Matlab – Simulink na Obr. 64 a blokovém schématem na Obr. 63.



Obr. 62 – Finální model



Obr. 63 – Blokové schéma propojeného modelu



Obr. 64 – Kompletní Matlab – Simulink model

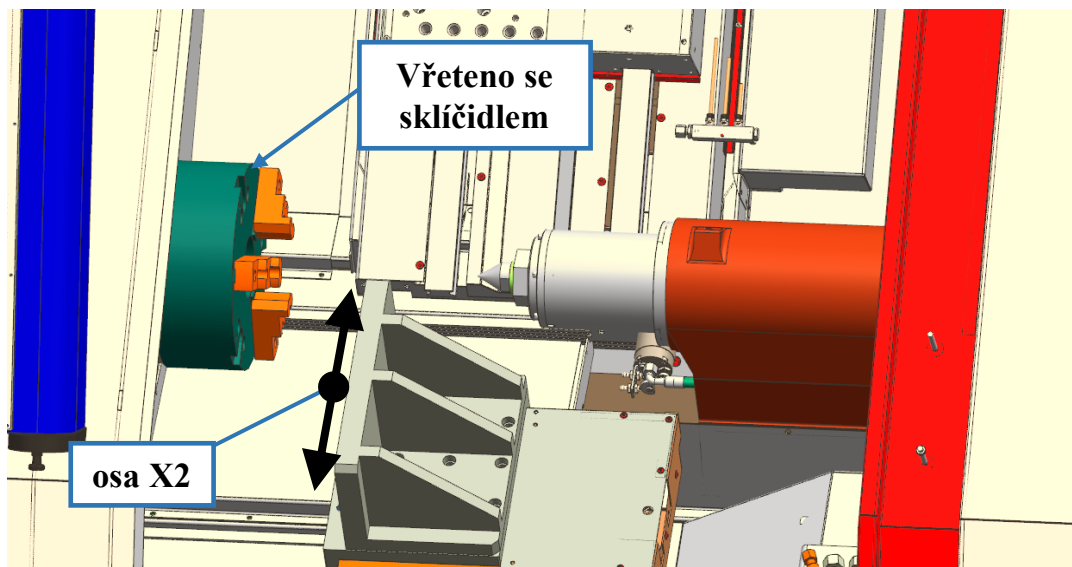
6.4. Dílčí závěr kapitoly 6

V kapitole 6 byl sestaven propojený model skládající se z jedné hmoty kmitající v rovině, reprezentující vřeteno soustruhu s upnutým obrobkem a dvouhmotového regulačního pohonu, nahrazujícího příčný suport s upnutým nástrojem. Propojení modelu bylo provedeno skrze řeznou sílu (viz kapitola 1.2.2). Model postihuje chování při zapichování.

Tímto jsou vytvořeny podklady ke splnění dílčího cíle č. 6. Jsou tak dány předpoklady k provedení experimentu na reálném stroji. V následující kapitole je demonstrován postup s odlišným modelováním mechaniky.

7. Vyšetřování stability obrábění na středně velkém soustružnickém centru

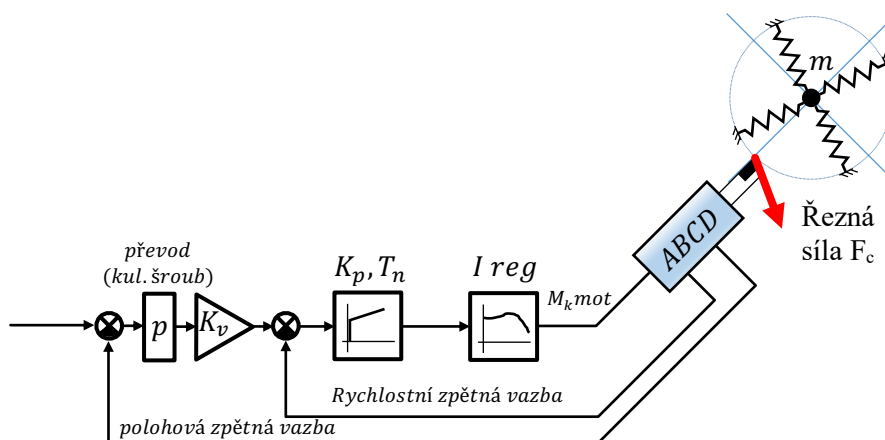
Další experimenty se přesouvají ze simulační úrovně na reálný obráběcí stroj dle [43]. Pro první pokusy byl využit dostupný středně velký CNC soustruh.



Obr. 65 – Pohled do pracovního prostoru soustruhu [43]

7.1. Model stroje

Při vyšetřování stability obráběcího procesu není nutné znát detailně celou konstrukci stroje. Nejdůležitější jsou sestavy nejbližší k řeznému procesu. U soustruhu jde o vřeteník a upínač nástroje (osa X2), jejichž poddajnost bude u řezného procesu dominantní. Stavba vnitřního uspořádání zkoumaného stroje je



Obr. 66 – Model vřetena a osy posuvu středně velkého soustruhu [43]

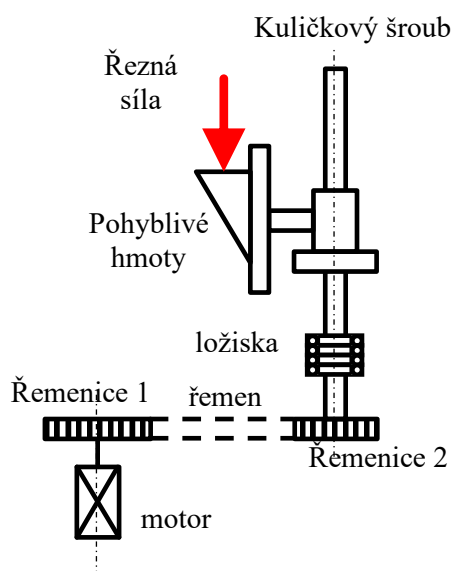
na Obr. 65. Vřeteno je uvažováno jako jednohmotový systém, kterému je umožněn pouze rovinný pohyb, kolmý k ose rotace – jde o modelový případ pro operaci zapichování. Regulace pohonu posuvu osy X2 je kaskádní pomocí proudové, rychlostní a polohové řídicí smyčky, přičemž parametry pohonu jsou převzaty přímo z řídicího systému stroje. Model mechaniky osy X2 s kuličkovým šroubem, je proveden diskretizací na čtyřhmotový systém. Schéma modelu je na Obr. 66, důležitým propojovacím prvkem je řezná síla F_C .

7.2. Model osy X2

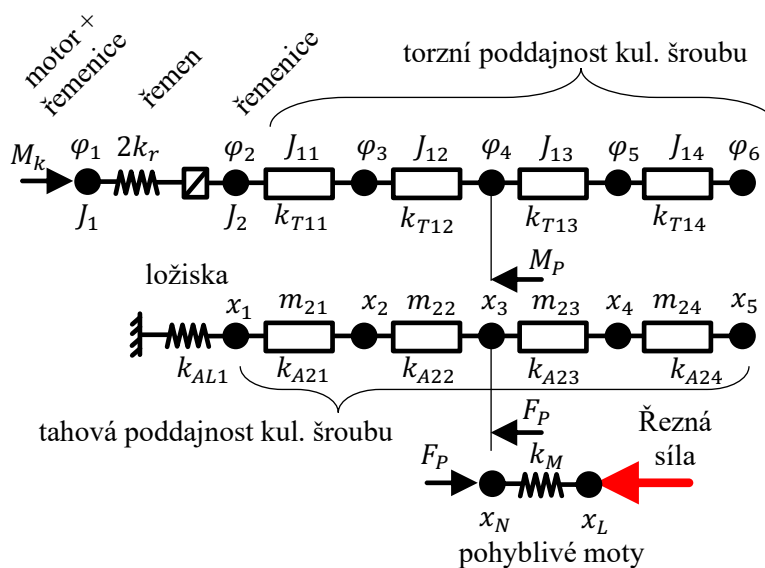
Proudová regulace je aproximována přenosem druhého řádu s propustným pásmem 547 Hz , jak bylo ověřeno přímo v řídicím systému stroje. Rychlostní zpětná vazba je uzavřena od komutačního snímače rotačního motoru a řízena PI regulátorem se zesílením K_p a časovou integrační konstantou T_n . Pro uzavření polohového regulačního obvodu je signál o přesné poloze získáván z pravítka na ose X2. V tom případě je použit P regulátor se zesílením K_v .

Mechanická část osy X2 je skloněna pod úhlem 45° od vodorovné polohy a je složena z motoru, řemenového převodu (řemen + dvě řemenice), kuličkového šroubu uloženého letmo a maticí s držákem, viz Obr. 67. Vzhledem k poměrně malému zdvihu osy X2 je pro diskretizaci mechanické sestavy přijat čtyřhmotový model (dle lit. [38]). Pro výpočty je uvažována jak jeho torzní tuhost tak poddajnost na tah – tlak. Na základě diskretizovaného popisu dle schématu uvedeného na Obr. 68 je sestaven ABCD model postihující mechanické parametry osy X2.

Jednotlivé tři systémy (mechanika vřetena dle Obr. 76, řízení osy X2 a mechanická stavba osy X2) jsou propojeny do jednoho.



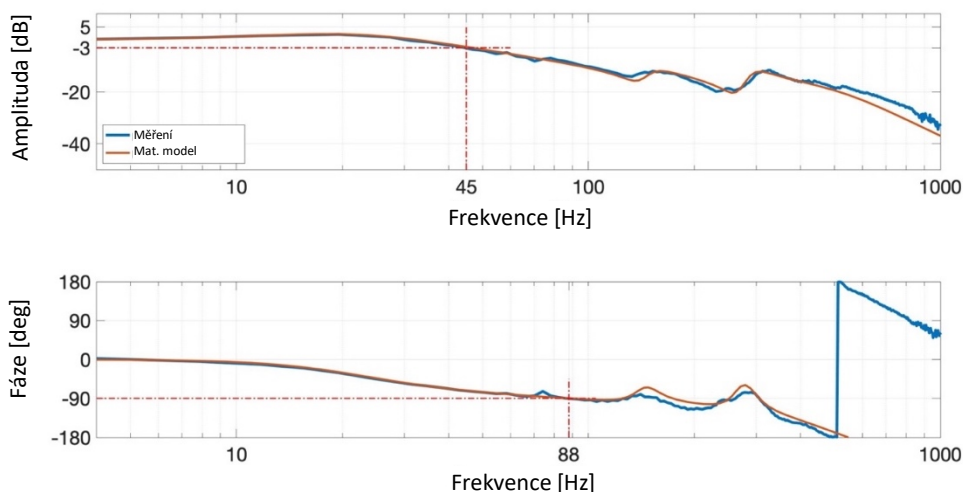
Obr. 67 – Mechanická struktura osy X2 [43]



Obr. 68 – Diskretizovaný model osy X2 [43]

Pro sérii parametrů regulačního obvodu, $K_v = 3 (m/min)/mm$, $K_p = 2,66 Nms/rad$, $T_n = 10 ms$, byl ověřen matematický model rychlostní regulační smyčky pomocí bode diagramu a oba průběhy jsou na Obr. 69. Modrý průběh je získán měřením pomocí programu v řídicím systému stroje a červený průběh je přenos matematického modelu.

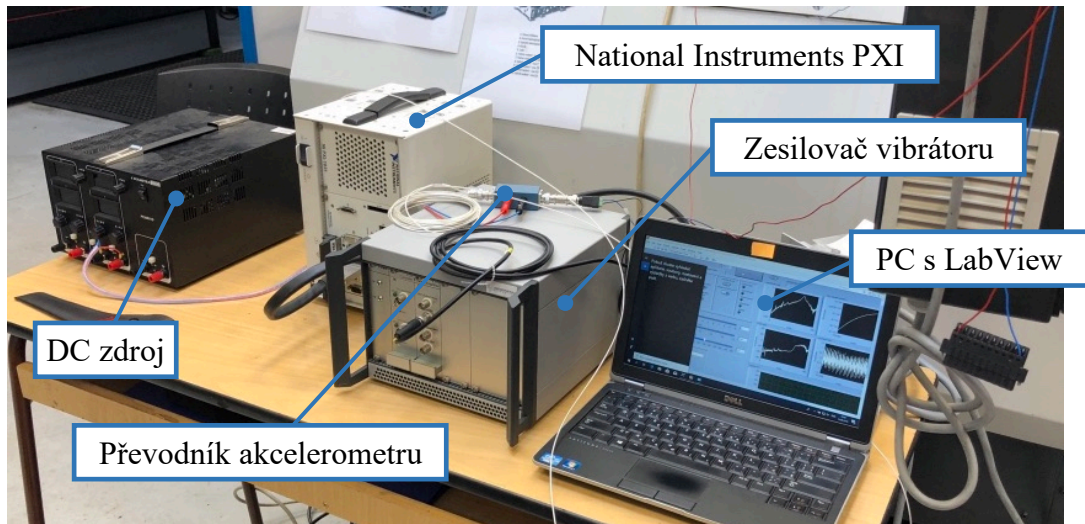
Přenos rychlostní smyčky



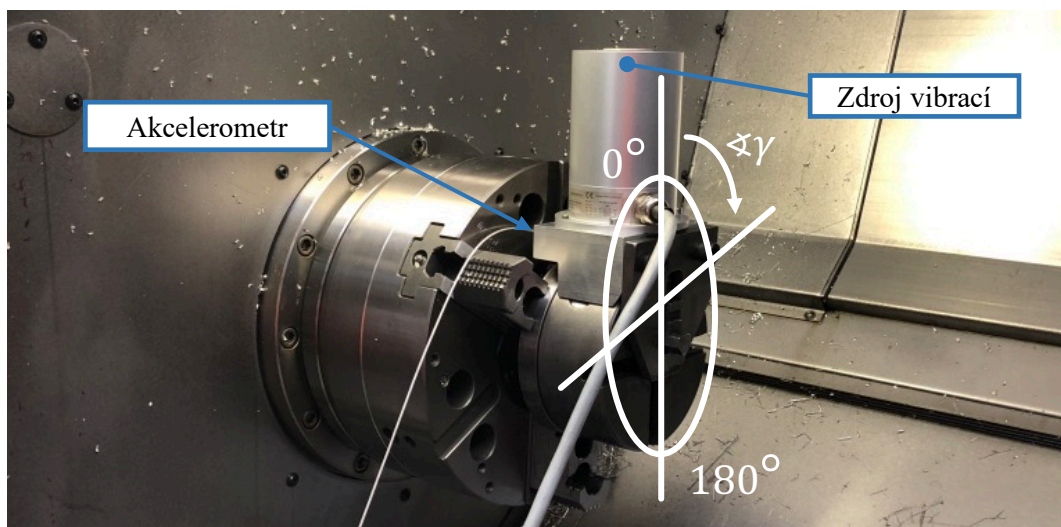
Obr. 69 – Bode diagram rychlostního regulačního obvodu osy X2 [43]

7.3. Model vřetena

K identifikaci vřetena soustruhu bylo použito měřicí aparatury (viz Obr. 70). Vřeteno bylo postupně rozkmitáváno kolmo na osu rotace v rozsahu $\gamma = (0^\circ - 180^\circ)$ tak, aby byly popsány všechny směry, ze kterých může působit řezná síla. Směr 0° je volen jako směr svislý a roste v záporném smyslu otáčení. Montáž zdroje vibrací a je uvedena na Obr. 71. Zrychlení, resp. výchylka jsou snímány vždy ve stejném směru, v jakém je zavedena budicí síla.



Obr. 70 – Měřicí aparatura [43]



Obr. 71 – Upnutí zdroje vibrací [43]

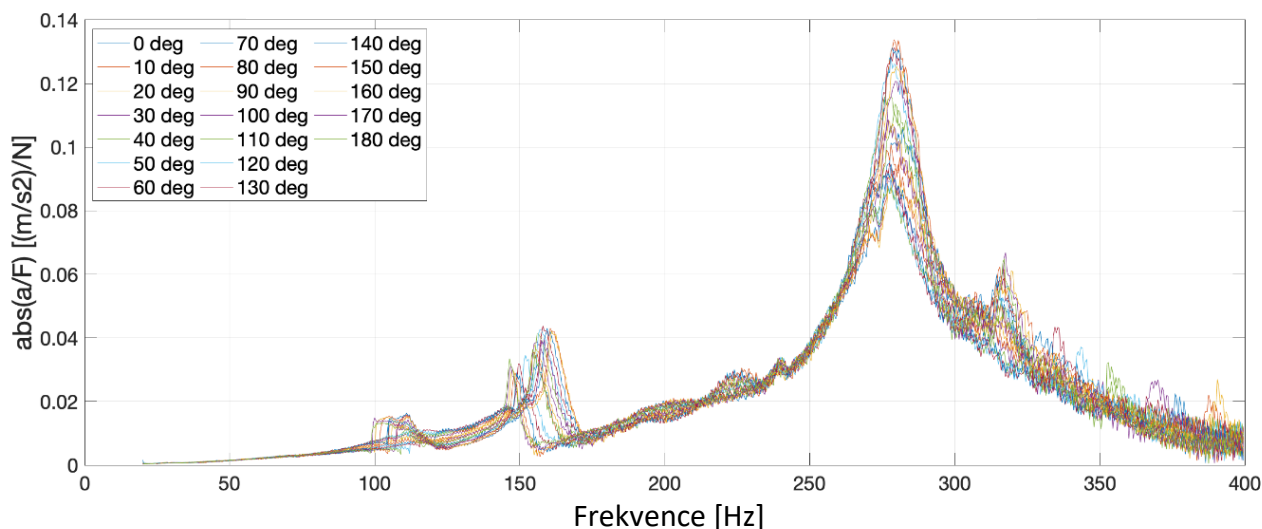
Amplituda budicí síly byla volena dle možností dostupného zdroje vibrací, tedy 31,5 N. Frekvence budicí síly byla s ohledem na typ stroje a zkoumané parametry v rozsahu od 20 Hz do 400 Hz. Eliminace rušivých vlivů je zajištěna 0,5 s pauzou mezi každým měřením a jednotlivé frekvence jsou vybudeny

minimálně dvaceti sinusovými průběhy o dané budicí síle. Měřením odezvy na budicí sílu byly zjištěny dvě rezonanční frekvence vřeteníku, přibližně na 155 Hz a 280 Hz. Měření v uvedeném rozsahu je uvedeno na Obr. 72. Umístěný akcelerometr podává informace o zrychlení systému a protože vstupní síla má harmonický průběh, je možné získat přenos vřetená G' dle rovnice (122), kde x značí aktuální polohu (výchylku), F je budicí dynamická síla, a je naměřené zrychlení a f je aktuální frekvence.

$$G'(\text{vřetená}) = \frac{x}{F} = \frac{a}{(2 \cdot \pi \cdot f)^2} \quad (122)$$

Výsledkem měření je zobrazení dynamické poddajnosti vřetená v polárních souřadnicích (viz Obr. 74). Výsledné křivky reprezentují odezvu systému vřetená pouze v rezonančních frekvencích a jsou vypočteny na základě rovnice (122). Měření postihuje pouze rozsah $0^\circ - 180^\circ$, dokončení celého 360° rozsahu je docíleno překlopením naměřených hodnot. Polární diagram na Obr. 74 je také doplněn o směr, kterým do systému vstupuje řezná síla.

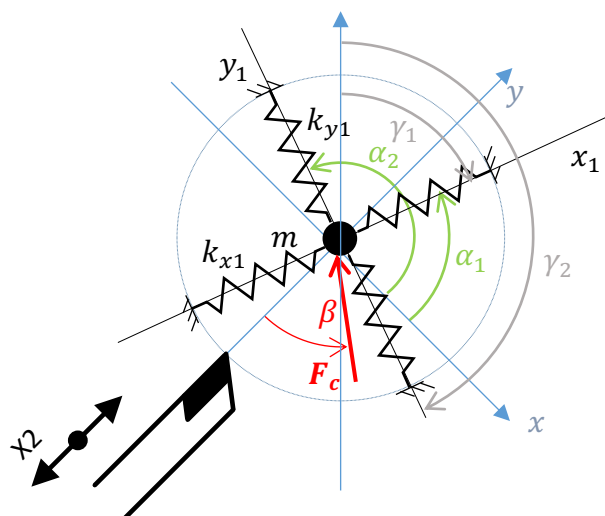
Směrová FRF vřetená středně velkého soustruhu



Obr. 72 – Amplitudová charakteristika soustružnického vřeteníku [43]

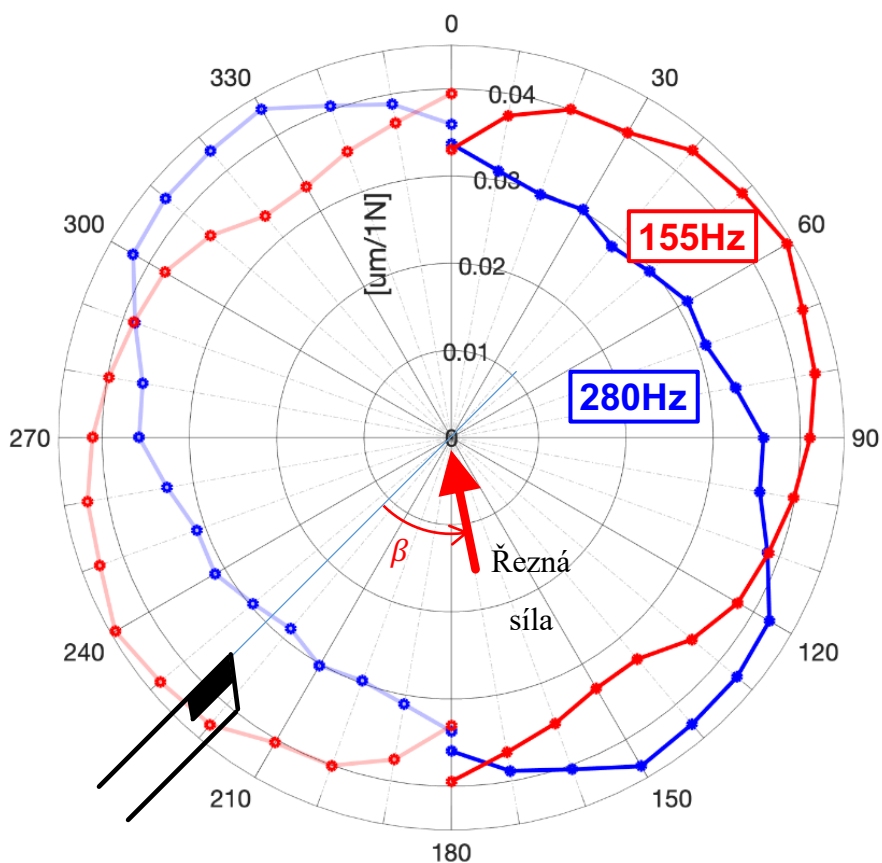
Pro sestavení matematického modelu zkoumaného vřetená je přijato výše zmíněné zjednodušení. Vřetená je uvažováno jako jediná hmota kmitající na dvou pružinách, které je umožněn pouze rovinný pohyb, dle Obr. 73. Takto zjednodušený systém je opět možné popsat pomocí postupu popsaného v kapitole 6.1 s přihlédnutím k natočení systému o 45° . Porovnání matematického modelu a naměřených amplitudových charakteristik pro úhly 40° a 50° je uvedeno na Obr. 75. Pro poddajnosti v jednotlivých směrech dle Obr. 73 je možné maticově zapsat přenosové funkce:

$$\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_C \cdot \cos \beta \\ F_C \cdot \sin \beta \end{bmatrix} \quad (123)$$

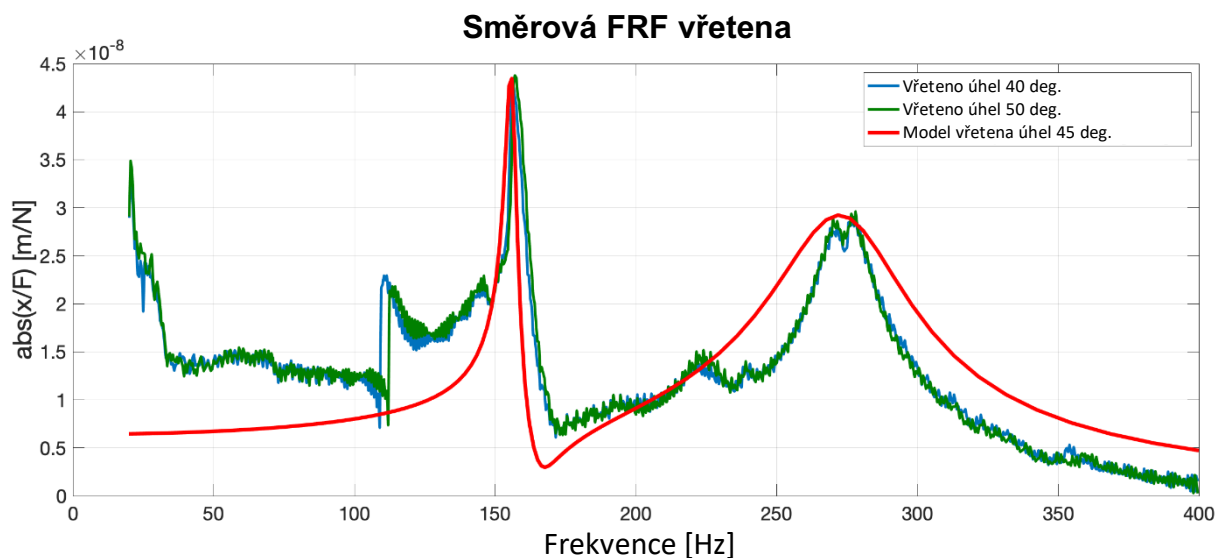


Obr. 73 – Model vřetena, $m = 60 \text{ kg}$, $k_1 = 177,8e6 \text{ N/m}$, $\zeta_1 = 0,09$, $\gamma_1 = 345^\circ$, $k_2 = 57,6e6 \text{ N/m}$, $\zeta_2 = 0,014$, $\gamma_2 = 75^\circ$ [43]

Polární diagram dynamické poddajnosti vřetena



Obr. 74 – Polární diagram dynamické poddajnosti vřetena [43]

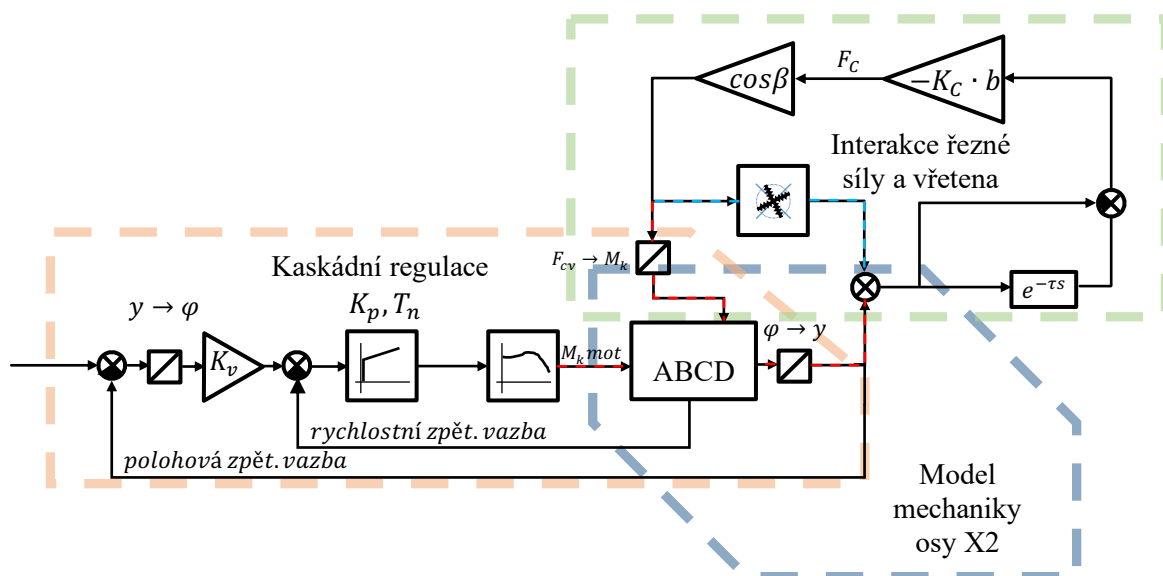


Obr. 75 – Model vřetena pro orientaci 45°, $m = 60 \text{ kg}$, $k_1 = 177,8e6 \text{ N/m}$, $\zeta_1 = 0,09$, $\gamma_1 = 345^\circ$, $k_2 = 57,6e6 \text{ N/m}$, $\zeta_2 = 0,014$, $\gamma_2 = 75^\circ$ [43]

Z těchto rovnic (123) lze vyjádřit dynamické poddajnosti v jednotlivých osách stroje:

$$G_y(\text{vřetena}) = \frac{y}{F_C} = G_{11} \cdot \cos \beta + G_{12} \cdot \sin \beta \quad (124)$$

$$G_x(\text{vřetena}) = \frac{x}{F_C} = G_{21} \cdot \cos \beta + G_{22} \cdot \sin \beta \quad (125)$$



Obr. 76 – Znáornění celého modelu [43]

7.4. Propojený model

Změřené přenosy a identifikované modely v předchozích kapitolách umožňují sestavit kompletní model složený z řídicího systému osy X2 (kaskádní regulace), mechanice osy X2 (ABCD model pohybové osy) a poddajnosti vřetena (hmota s rovinným pohybem), kde spojujícím prvkem je opět řezná síla. Blokové schéma je na Obr. 76. Celková poddajnost je součtem poddajnosti jednotlivých částí dle rovnice (1). Silové propojení je realizováno dle rovnice (21).

Parametry, které byly změřeny a následně použity k tvorbě modelů jsou pro stavový popis ABCD modelu mechaniky osy X2 (dle Obr. 68) uvedeny v Tab. 7. Pro model vřetena byly odvozeny hodnoty uvedené v Tab. 8.

Tab. 7 – Parametry ABCD modelu mechaniky osy X2

	Označení	Hodnota	Jednotka
Moment setrvačnosti motoru	I_{motor}	0,09	$[kg \cdot m^2]$
Moment setrvačnosti řemenice 1	$I_{\text{řemenice 1}}$	0,00124651	$[kg \cdot m^2]$
Moment setrvačnosti řemenice 2	$I_{\text{řemenice 2}}$	0,002241281	$[kg \cdot m^2]$
Tuhost řemenu	$k_{\text{řemen}}$	773140	$[N/m]$
Osová vzdálenost řemenic	a	0,376	$[m]$
Průměr kuličkového šroubu	d	50	$[mm]$
Stoupání kuličkového šroubu	h	15	$[mm]$
Styková tuhost matice	k_M	$279,5 \cdot 10^6$	$[N \cdot m^{-1}]$
Hmotnost pohybujících se hmot	m_T	228,45	$[kg]$
Momentová konstanta	K_M	1,43	$[Nm \cdot A]$

Tab. 8 – Parametry vřetena

	Označení	Hodnota	Jednotka
Hmotnost pohybujících se hmot	m	60	$[kg]$
Tuhost pružiny v ose x_1	k_{x1}	$177,8 \cdot 10^6$	$[N \cdot m^{-1}]$
Tuhost pružiny v ose y_1	k_{y1}	$57,6 \cdot 10^6$	$[N \cdot m^{-1}]$
Úhel osy x_1 vůči ose x	α_1	-15	$[^\circ]$
Úhel osy y_1 vůči ose x	α_2	75	$[^\circ]$
Měrný řezný odpor	K_c	$2,5 \cdot 10^9$	$[N \cdot m^{-2}]$

7.5. Simulační testy stability propojeného modelu

Simulace dále probíhaly se sérií parametrů, za kterých byl stroj v různých situacích reálně provozován. Hodnoty zesílení regulace polohy K_v , zesílení regulace rychlosti K_p a integrační konstanta PI regulátoru rychlosti T_N jsou uvedeny v Tab. 9.

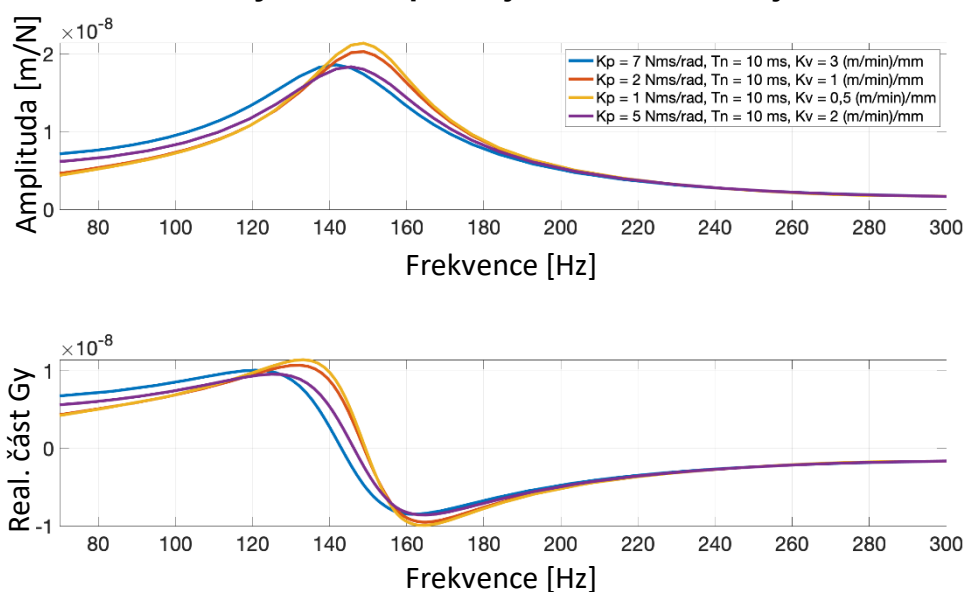
Tab. 9 – Hodnoty parametrů regulace soustruhu posuvové osy X2

	K_v [(m/min)/mm]	T_n [ms]	K_p [Nms/rad]	Limitní šířka třísky [mm]	Poměr šířky lim. třísky [%]
1. SET	7	10	3	23.6	100
2. SET	2	10	1	21.1	89.4
3. SET	1	10	0,5	18.1	76.7
4. SET	5	10	2	23.3	98.7

Výsledky simulace systému reprezentujícího vřeteno a posuvovou osu soustruhu, tedy dynamická poddajnost složená z propojeného modelu všech tří podsystémů (dle Obr. 76), jsou demonstrovány na Obr. 77 (pro snadnější orientaci jsou řádky v Tab. 9 ve stejné barvě jako průběhy na Obr. 77). Je zřejmé, že vlivem rozdílného nastavení regulačních konstant dochází k posuvu vrcholu amplitudy výchylky a také ke změně minima reálné části, která je dle rovnice (11) jedním z parametrů ovlivňujících limitní šířku třísky. Hodnoty takto vypočtené limitní šířky třísky a jejich poměrné porovnání je uvedeno opět v Tab. 9. Pro různé kombinace hodnot polohového a rychlostního zesílení je možné sledovat rozdíl až 25% ve velikosti limitní šířky třísky.

Závěrem byly provedeny testy ověřující vliv regulačních konstant. Pro jednotlivá nastavení byly simulovány odezvy rychlostní regulace na skok rychlosti (Obr. 78) a také odezvy polohové regulace na tzv. rampu polohy (Obr. 79). Dovolený překmit v rychlostní regulaci, který je stanoven na 20 %, je splněn u třech setů parametrů a v jednom případě dochází pouze k nepatrnému navýšení. U polohové regulace lze konstatovat, že je vždy splněn požadavek aperiodického průběhu.

Dynamická poddajnost modelu stroje



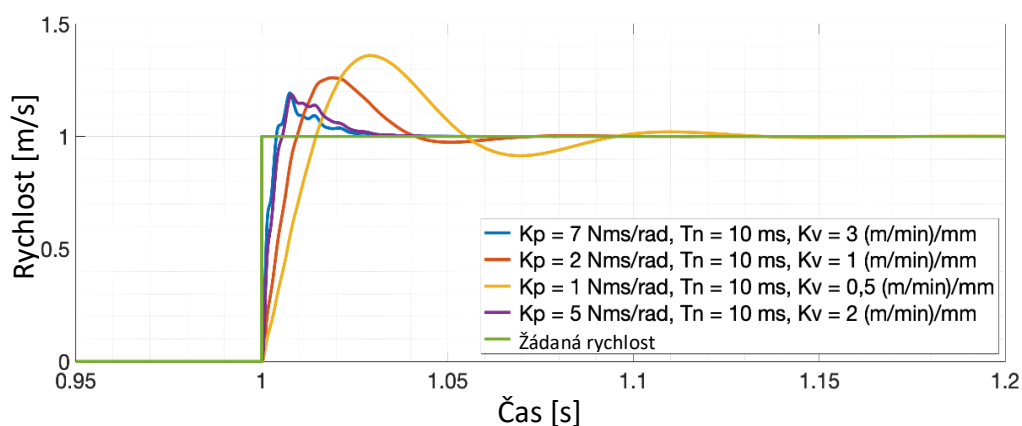
Obr. 77 – Dynamická poddajnost modelu stroje [43]

7.6. Dílčí závěr kapitoly 7

V kapitole 7 byla provedena identifikace středně velkého soustruhu. Experimentálně byly stanoveny a simulačně ověřeny parametry identifikovaného modelu. Shoda je demonstrována na Obr. 69 u chování rychlostní regulace. Na něm byla simulačně provedena analýza vlivu nastavení konstant regulačního pohonu na celkovou stabilitu a velikost limitní šířky třísky.

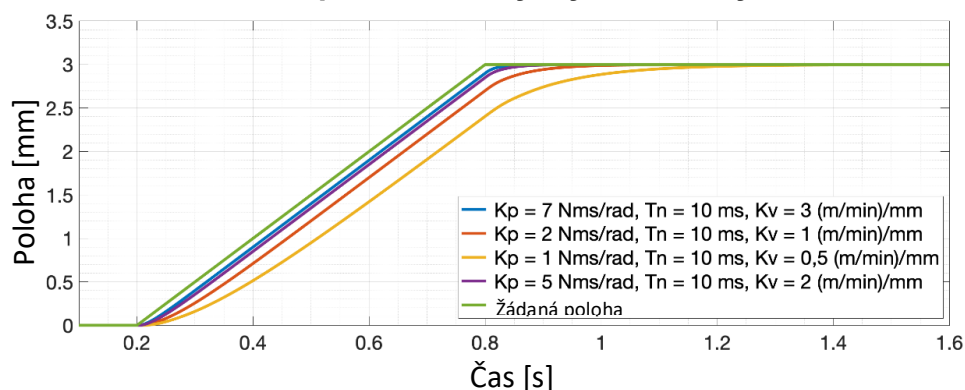
Byl sestaven relevantní model soustružnického stroje, který je tvořen soustavou vřeteníku a regulačního pohonu s mechanikou posuvu. Došlo tak k naplnění dílčího cíle 1b.

Odezva rychlostní smyčky na skok rychlosti



Obr. 78 – Odezva rychlostní smyčky na skok rychlosti [43]

Odezva polohové smyčky na skok rychlosti



Obr. 79 – Odezva polohové smyčky na skok rychlosti (tzv. “rampu polohy”) [43]

8. Vyšetřování stability obrábění na středně velkém frézovacím centru

Tato kapitola je věnovaná identifikaci středně velkého CNC vertikálního frézovacího stroje [44] uvedeného na Obr. 80. Předpokladem je, že opět není nutné identifikovat stroj jako celek včetně robustních odlitků rámu. Identifikovány jsou pouze sestavy nejbližší reznému procesu (křížového stolu stroje a vřetena s vřeteníkem). Tyto skupiny jsou následně propojeny do kompletního modelu. Pohon křížových saní (vodorovné osy X a Y) je zajištěn lineárními pohony. Vřeteno se pohybuje svisle (osa Z).



Obr. 80 – Středně velký vertikální frézovací stroj [44]

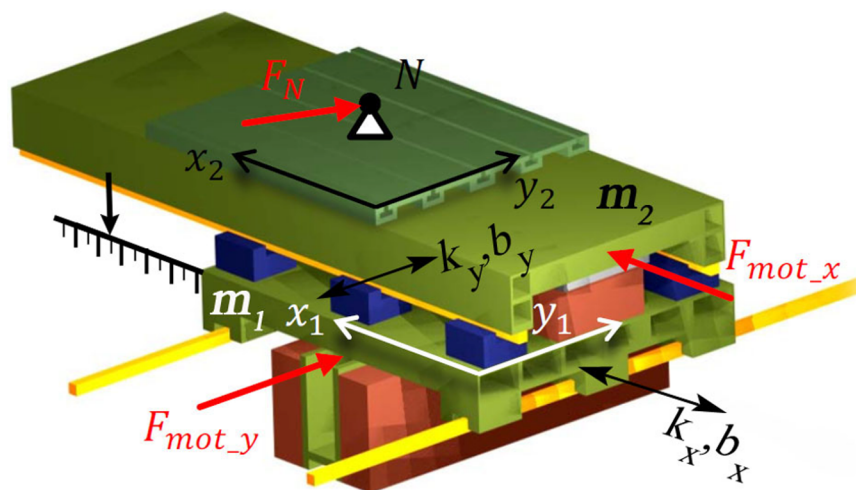
8.1. Identifikace křížového stolu středně velkého frézovacího stroje

Nejdříve je rozebrána konstrukce křížového stolu. Následně je provedeno měření, na jehož základě jsou upraveny sestavené matematické modely.

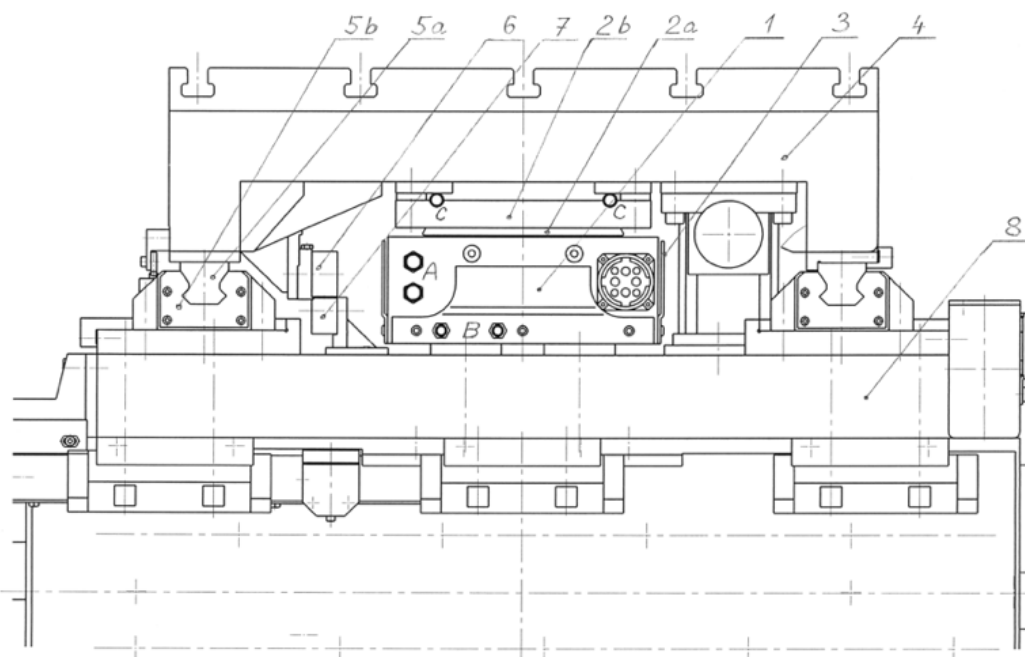
8.1.1. Konstrukce křížového stolu

Celý středně velký frézovací stroj vznikl v rámci výzkumu vlastností lineárních motorů na Ústavu výrobních strojů a zařízení ČVUT. Křížový stůl je na rozdíl od tradiční litinové koncepce navržen kvůli maximálnímu odlehčení jako prostorový svařenec složený z plechů a válcovaných profilů. Každá osa je osazena šesti valivými hnízdy. Výkonnými jednotkami jsou lineární motory značky Siemens. Pro pohyb osy Y je využito dvojice lineárních motorů, osa X je poháněna

pouze jedním. CAD model konstrukce stolu je uveden na Obr. 81. Detailnější řez osou X zobrazuje Obr. 82, řez osou Y pak Obr. 83.



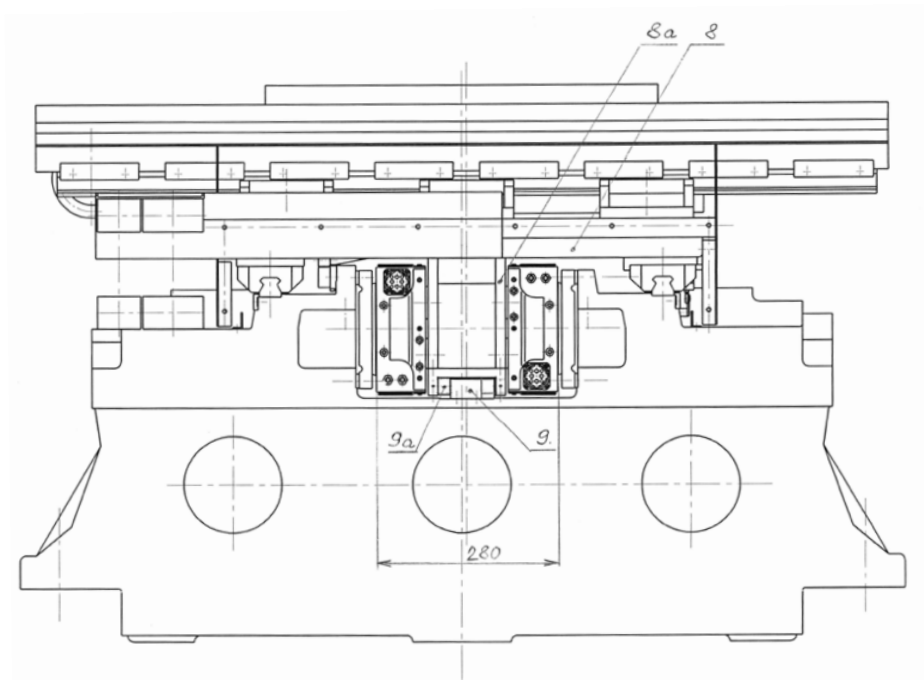
Obr. 81 – CAD model stolu stroje [40]



Obr. 82 – Řez osou X [39]

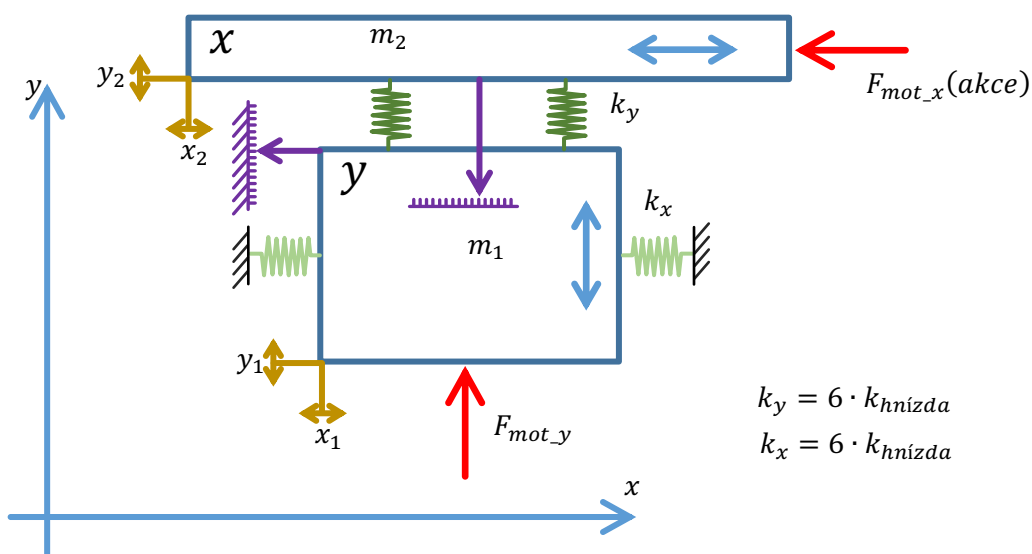
8.1.2. Model mechanické struktury křížového stolu

Model mechaniky křížového stolu stroje je pojat zjednodušeně jako dvouhmotový a je znázorněn na Obr. 81. Schéma interakce pohyblivých hmot stolu stroje je uvedeno na Obr. 84.



Obr. 83 – Řez osou Y [39]

Důležitou skutečností při tvorbě matematických modelů je umístění odměřovacích pravítek. V případě osy Y, jak je zobrazeno na Obr. 84, je pravítko umístěno na rámu stroje, takže jde v pravém slova smyslu o přímé odměřování. V této práci je rám stroje považován za dokonale tuhý. Pro osu X platí, že lineární pohonné jednotky jsou umístěny na ose Y, a tudíž i pravítko pro uzavření polohové zpětné vazby je umístěno na ose Y. Poloha osy X je relativní k ose Y. V sestaveném matematickém modelu se s touto skutečností již počítá (viz Obr. 84). Naměřená poloha v ose X je tedy ovlivňována chybami osy Y, v tomto případě tedy její příčnou poddajností včetně příčné poddajnosti jejich valivých hnízd.



Obr. 84 – Dvoumotové schéma křížového stolu stroje

8.1.3. Aktuální nastavení obráběcího centra

V první fázi byly z řídicího systému stroje identifikovány veškeré potřebné aktuální strojové konstanty (viz Příloha 1).

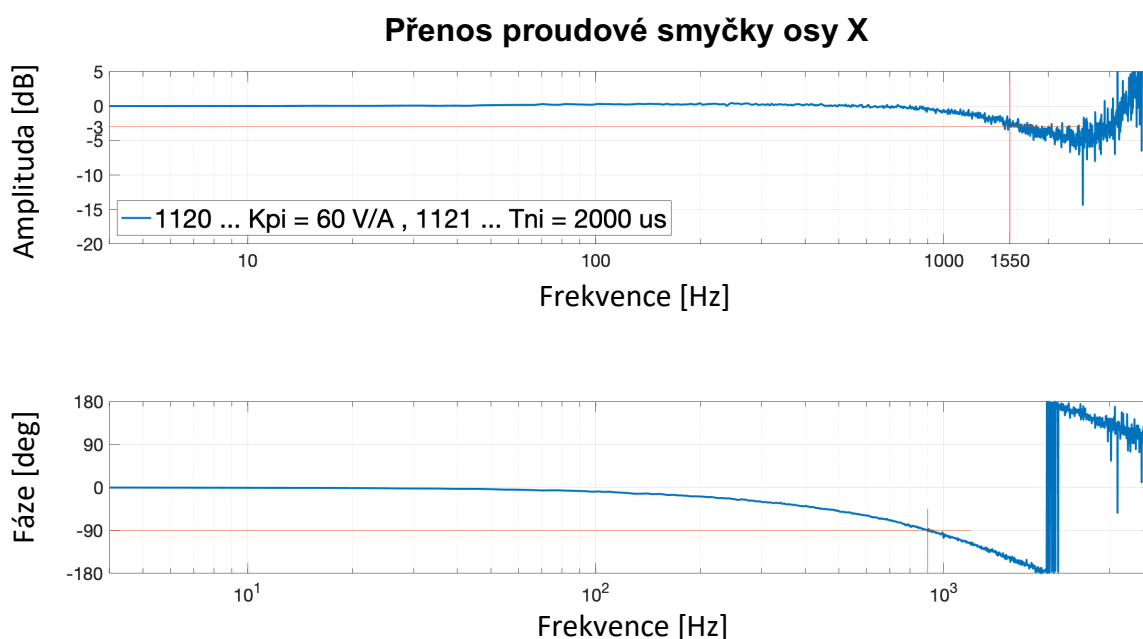
8.1.4. Identifikace osy X

Byly naměřeny přenosy dynamické poddajnosti, přenosy proudové, rychlostní a polohové smyčky osy X křížového stolu při nastavení stroje dle tabulek uvedených v Příloze 1. Tyto údaje byly výchozí při následné tvorbě matematického modelu osy X (viz Obr. 104) a celého stolu stroje. Z konstrukce vyplývající z Obr. 81 a Obr. 82 a posléze Obr. 84 je pro účely simulací osa X uvažovaná jako jednohmotový systém, kde je použit jeden lineární motor. Hodnoty pro sestavení schématu řídicího uzlu jsou uvedeny v Tab. 10.

Přenos proudové smyčky osy X stroje je na Obr. 85. Z přenosu lze identifikovat propustné pásmo proudové regulace na 1550 Hz v amplitudové oblasti a 900 Hz z fázového posunutí, které je bráno jako rozhodující.

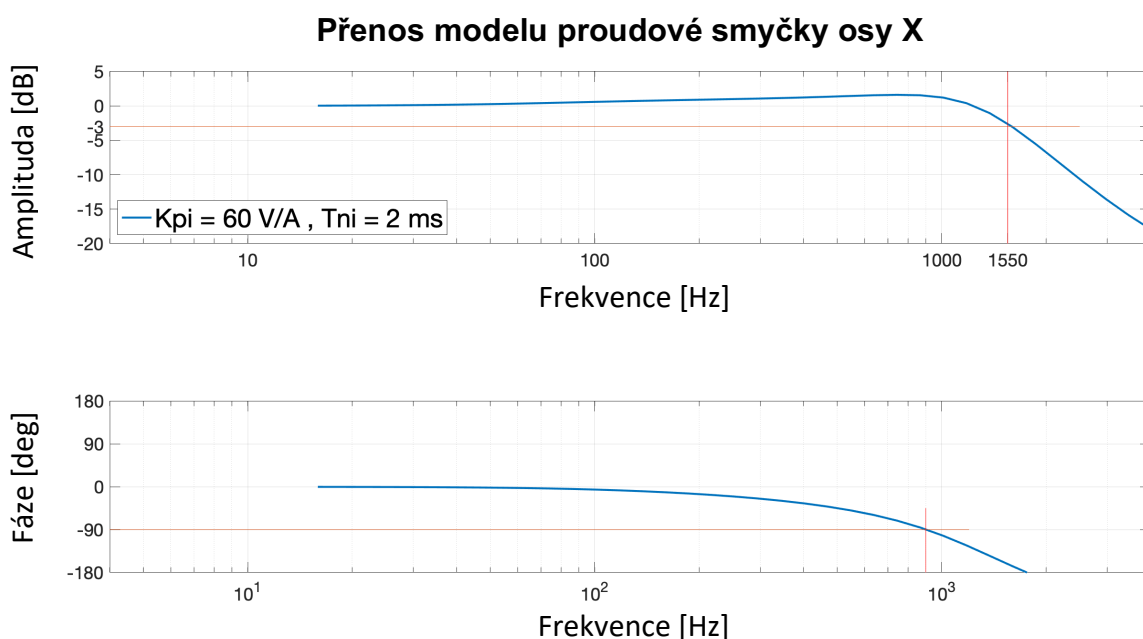
Tab. 10 – Parametry pohonu osy X

	Značení	Hodnota	Jednotka
Zdvih osy X	h_x	500	[mm]
Celková hmotnost pohybujících se hmot	m_x	250	[kg]
Silová konstanta	K_F	133,3	[N/A]
Odpor jedné cívky	R	1,8	[Ω]
Napět'ová konstanta	K_E	44,3	[V/m/s]
Indukčnost jedné cívky	L	18	[mH]
Příčná tuhost jednoho hnízda vedení	k_h	1,6e9	[N/m]



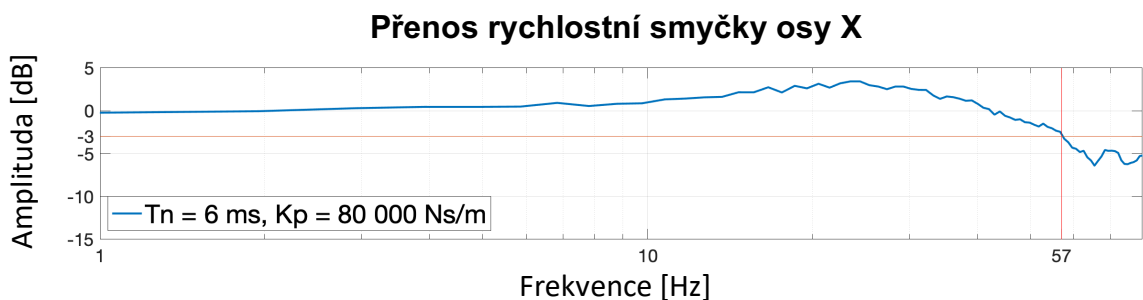
Obr. 85 – Přenos proudové smyčky osy X

Přenos identifikované proudové smyčky (schéma viz Obr. 18) pro sestavený model znázorňuje Obr. 86. Na amplitudové charakteristice je vidět propustné pásmo 1550 Hz a pro fázovou charakteristiku je propustné pásmo 900 Hz. Takto vytvořený model odpovídá naměřeným hodnotám z Obr. 85. Oproti tabulkovým hodnotám výrobce z Tab. 10 byla upravena hodnota indukčnosti jedné cívky o přibližně 20 % na hodnotu 14 mH. Pro matematický model jsou v případě silové konstanty motoru K_F a napěťové konstanty K_E relevantní hodnoty pro jednu cívku. Silová konstanta K_F modelu má hodnotu 62,8 N/A_{SS} a napěťová konstanta K_E je 62,8 V_{SS}/m/s. Vysoké propustné pásmo z měření i modelu dovoluje v dalších simulacích považovat přenos této části regulačního obvodu za jednotkový. Tomuto zjednodušení je i přizpůsoben model osy X z Obr. 104.

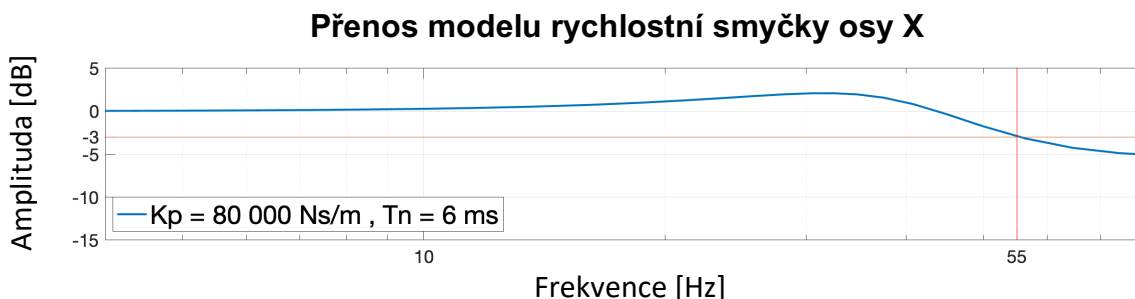


Obr. 86 – Přenos modelu proudové smyčky osy X

Dalším určujícím parametrem je přenos rychlostní smyčky osy X uvedený na Obr. 87. Pokles o -3 dB je v tomto případě možné sledovat v amplitudové části při zhruba 57 Hz.



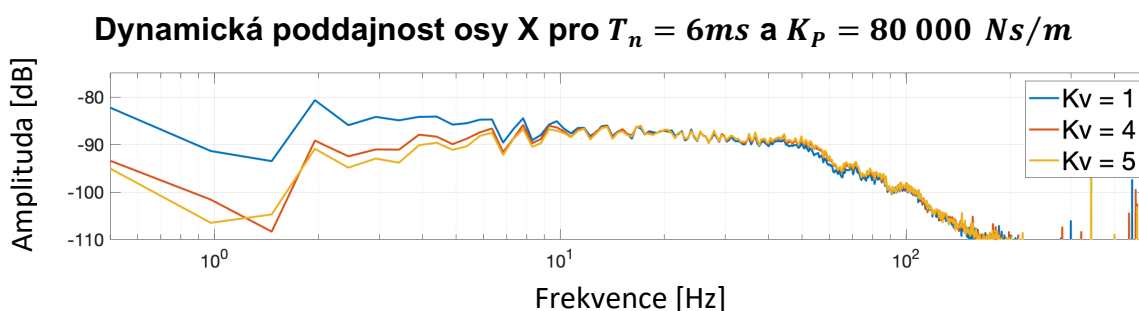
Obr. 87 – Přenos rychlostní smyčky osy X



Obr. 88 – Přenos modelu rychlostní smyčky osy X

Přenos modelu rychlostní smyčky osy X je uveden na Obr. 88. Model je navržen jako jednohmotový systém a svým chováním je naměřenému přenosu z Obr. 87 velmi podobný. Drobné odchylky v propustných pásmech (57 Hz z měření a 55 Hz u modelu) jsou zcela zanedbatelné.

Pro polohovou smyčku byla zvolena možnost identifikace pomocí přenosu frekvenční dynamické poddajnosti osy X. Model celé regulační osy X je uveden na Obr. 104. Oproti klasickému zapojení regulačního jednohmotového pohonu vystupují v systému i hmoty a příčné poddajnosti vážící se na osu Y systému. Důvodem je provázání systémů plynoucí z Obr. 84. Osa X je s teoreticky dokonale tuhým rámem spojena přes mechanickou stavbu osy Y. Vývoj vlivu dynamické poddajnosti byl zkoumán v závislosti na různých nastaveních polohového zesílení K_V . Veškeré ostatní parametry regulace jsou zachovány a odpovídají údajům v tabulkách viz Příloha 1. Určení dynamické poddajnosti proběhlo pro zvolenou amplitudu vstupní síly o velikosti 800 N. Experimentálně získaná amplitudová charakteristika je zachycena pro osu X na Obr. 89.

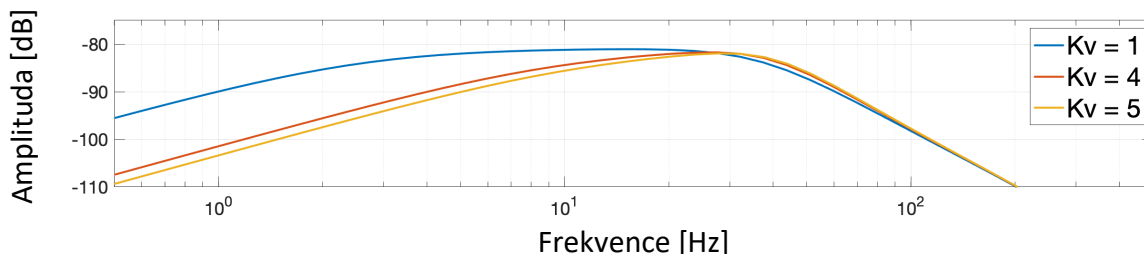


Obr. 89 – Frekvenční dynamická poddajnost osy X

Porovnání dynamické poddajnosti, tedy přenosu $G(s) = \frac{x_{out}(s)}{F_x(s)}$ (viz Obr. 104), je obdobně jako u naměřených hodnot (viz Obr. 89) provedeno pro tři různé hodnoty polohového zesílení K_p . Jednotlivé průběhy těchto dynamických poddajností jsou znázorněny na Obr. 90 a odpovídají stejným konstantám pohonu jako na reálné ose X stroje dle Přílohy 1. Amplitudy dynamických poddajností v oblasti nízkých frekvencí nelze uvažovat jako relevantní, neboť měření je

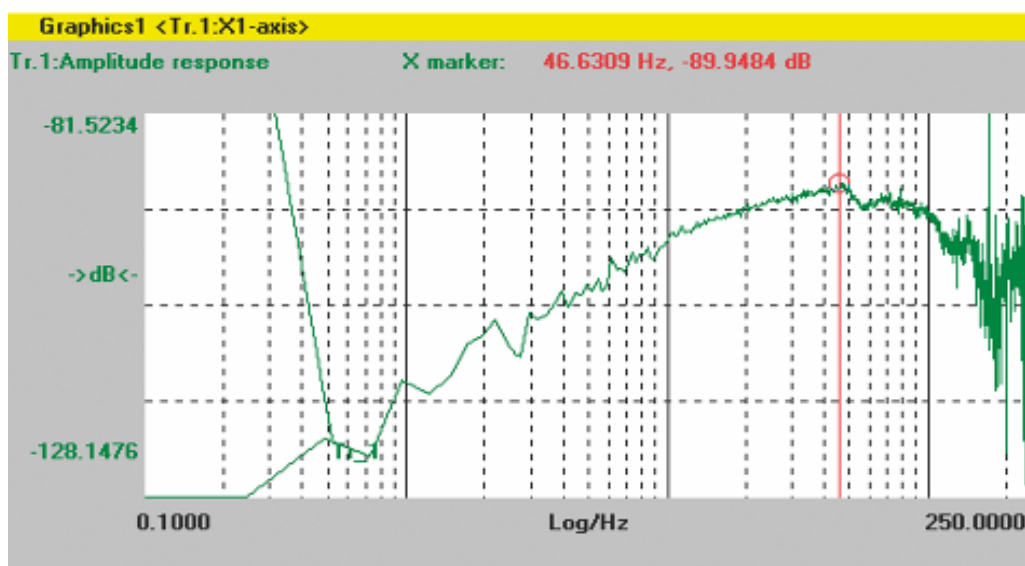
pravděpodobně znehodnoceno nízkou vzorkovací frekvencí, která je dána výrobcem současně instalovaného řídicího systému.

Dynamická poddajnost modelu osy X pro $T_n = 6ms$ a $K_p = 80\,000\,Ns/m$



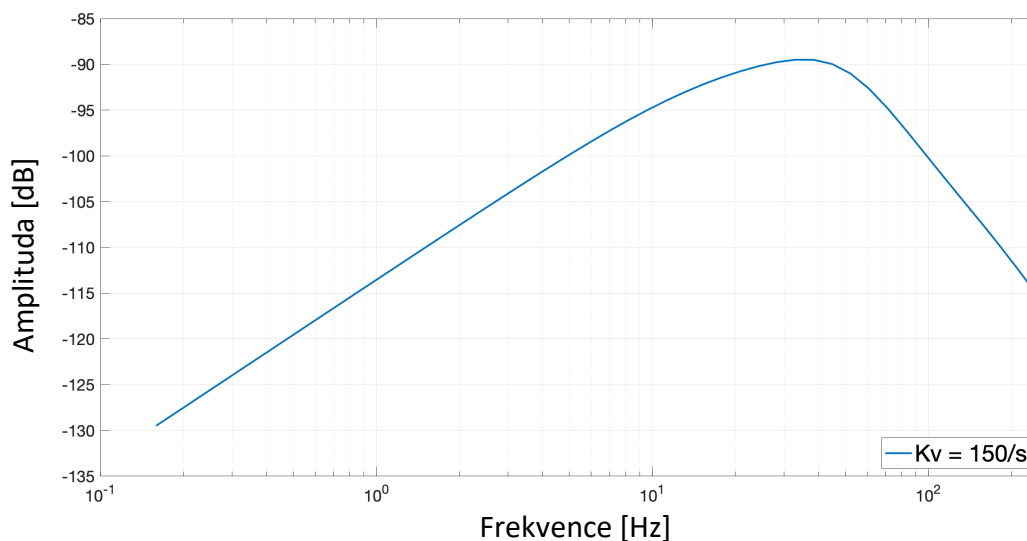
Obr. 90 – Dynamická poddajnost modelu osy X

Naměřené hodnoty z Obr. 89 působí v oblasti nízkých frekvencí pod 10 Hz nejednoznačně. Důvodem je pravděpodobně nevhodně daná vzorkovací frekvence systému stroje a vstup neidentifikovaných zdrojů vibrací (např. kryty stroje). Z tohoto důvodu bylo přistoupeno k další verifikaci modelu. Vzorem přenosu frekvenční dynamické poddajnosti je měření provedené v lit. [39] uvedené na Obr. 91. Jde o data získaná přímo z přibližně o patnáct let staršího řídicího systému stroje pro parametry regulace $K_V = 150/s$, $T_N = 6ms$, $K_P = 1200\,As/m$, $K_{FCELK} = 94,2\,N/A$ při amplitudě budicí síly 1000 N. Sestavený model charakterizovaný v Obr. 90 byl přizpůsoben uvedeným hodnotám a opět byl vynesena přenos dynamické poddajnosti na Obr. 92. Zde je patrná shoda modelu se strojem, proto je nadále uvažován původní identifikovaný model.



Obr. 91 – Frekvenční dynamická poddajnost osy X dle [39]

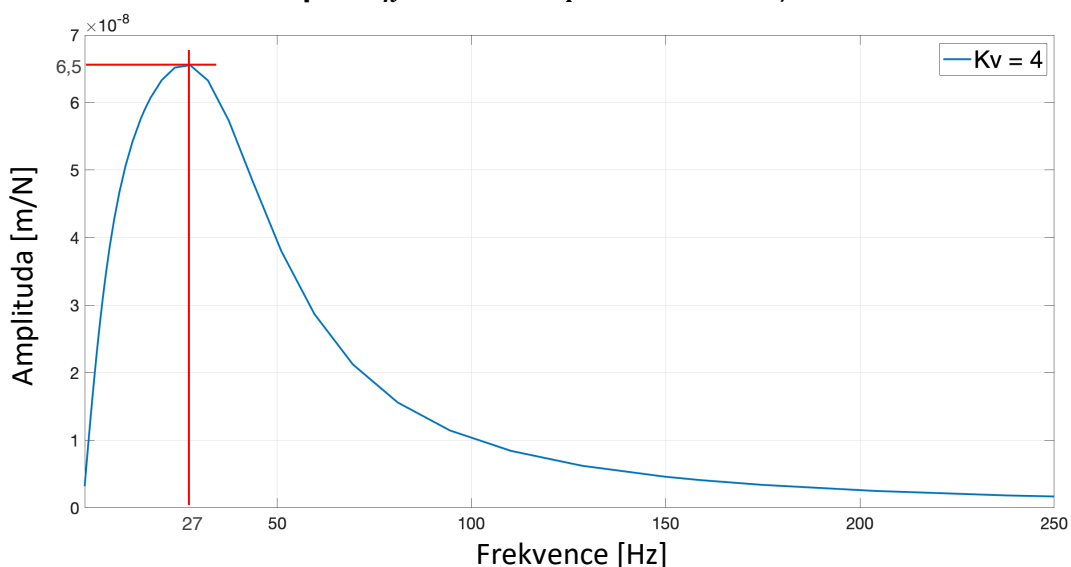
Frekvenční dynamická poddajnost modelu osy X



Obr. 92 – Frekvenční dynamická poddajnost modelu osy X dle [39]

Pro další srovnání je vhodné uvést přenos dynamické poddajnosti modelu osy X i v absolutních souřadnicích, jak je vyneseno pro $K_V = 4$ na Obr. 93. Z charakteristiky plyne, že pro model osy X je amplituda polohy při jednotkové harmonické budící síle s kmitočtem 27 Hz $0,065 \mu\text{m}$. Pro tuto frekvenci platí poddajnost $1 \mu\text{m}/15\text{N}$.

Dynamická poddajnost modelu osy X pro $T_n = 6\text{ms}$ a $K_P = 80\,000 \text{Ns/m}$



Obr. 93 – Dynamická poddajnost modelu osy X – absolutní souřadnice

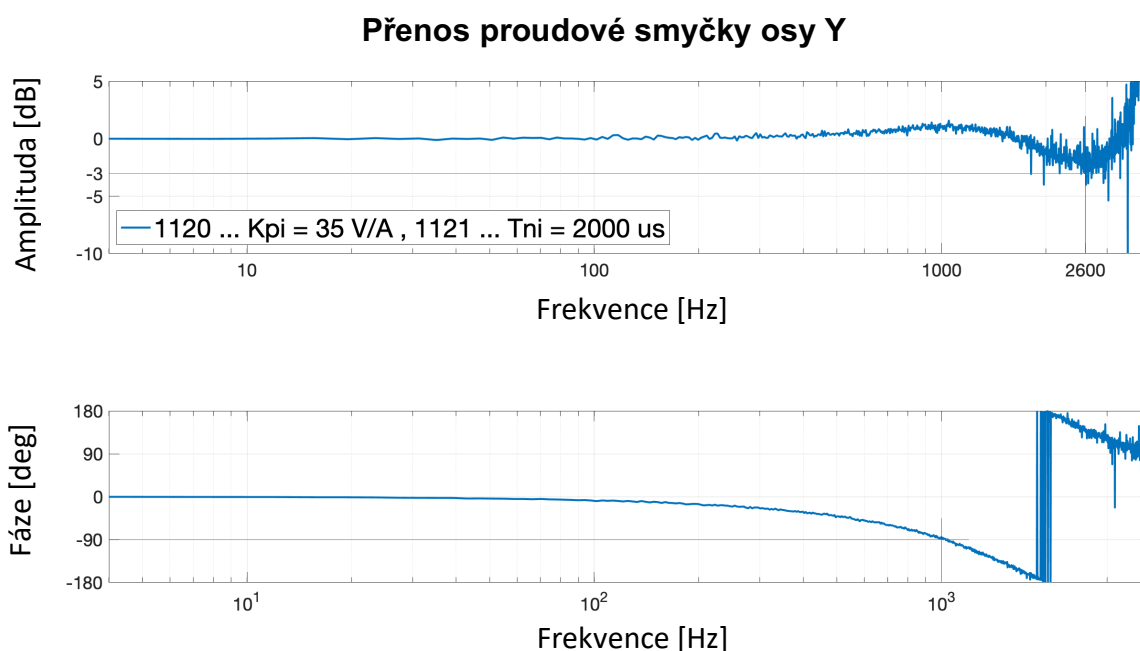
8.1.5. Identifikace osy Y

Obdobně jakou u osy X jsou určeny přenosy dynamické poddajnosti proudové, rychlostní a polohové smyčky pro parametry v Příloze 1. Konstrukce osy Y vychází z Obr. 83, prostorový CAD model je uveden na Obr. 81. Tato osa je modelována jako dvoumotový systém (viz Obr. 105). Postup vytváření modelu vychází z poznatků popsaných v kapitole 3.7. Základní specifikace regulačního pohonu jsou uvedeny v Tab. 11, podrobněji v Příloze 1. Tato osa je vybavena dvojicí lineárních motorů (stejného typu jako u osy X) z důvodů pohybu větších pohyblivých hmot.

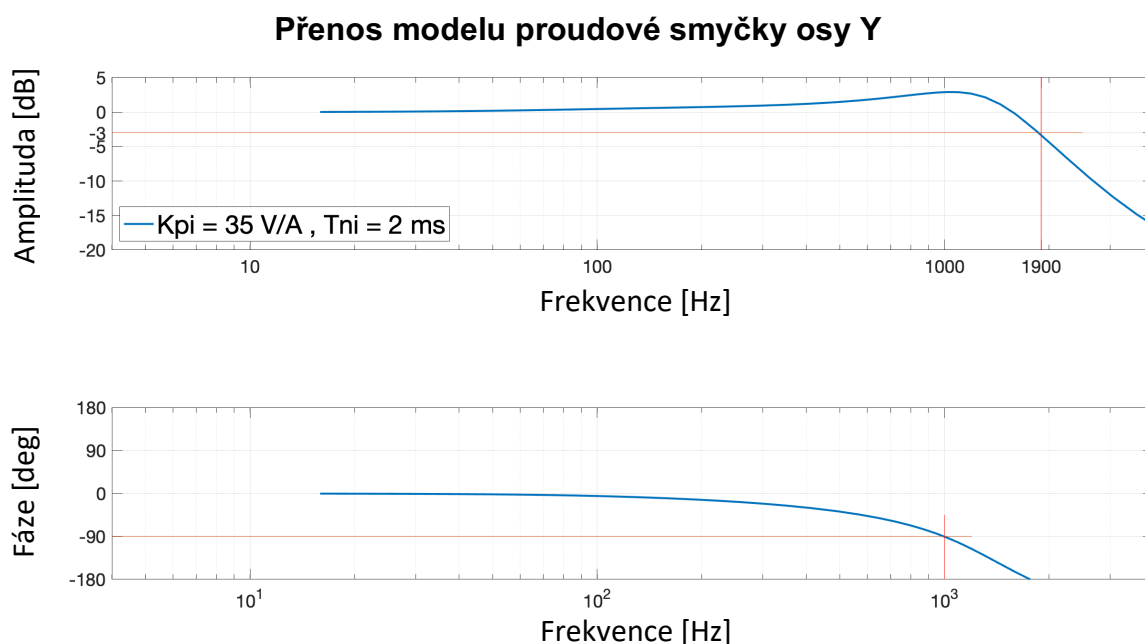
Přenos proudové smyčky získané z řídicího systému stroje je uveden na Obr. 94. Oba motory jsou připojeny paralelně k jednomu dvojnásobně dimenzovanému zdroji. Propustné pásmo se pro amplitudovou oblast díky použitým filtrům dostává až na 2600 Hz. Rozhodující je ovšem opět fázová část přenosu, kde je určeno pásmo propustnosti na hranici 1000 Hz.

Tab. 11 – Parametry pohonu osy Y

	Značení	Hodnota	Jednotka
Zdvih osy Y	h_x	450	[mm]
Celková hmotnost pohybujících se hmot	m_x	600	[kg]
Silová konstanta	K_F	133,3	[N/A]
Odpor jedné cívky	R	1,8	[Ω]
Napět'ová konstanta	K_E	44,3	[V/m/s]
Indukčnost jedné cívky	L	18	[mH]
Příčná tuhost jednoho hnízda vedení	k_h	1,6e9	[N/m]



Obr. 94 – Přenos proudové smyčky osy Y



Obr. 95 – Přenos modelu proudové smyčky osy Y

U modelu osy Y vede paralelní zapojení dvou motorů k jedinému regulátoru k zadání polovičních hodnot indukčnosti a odporu cívek do simulačního modelu. Optimalizací modelu se od tabulkových hodnot odchyľují hodnoty v modelu opět o přibližně 20 %. Také zde platí, že uvedené hodnoty v tabulce je nutné přepočítat na hodnoty relevantní pro jednu cívku. V matematickém modelu jsou použity hodnoty silové konstanty $K_F = 62,8 \text{ N/A}_{SS}$ a napěťové konstanty $K_E = 62,8 \text{ V}_{SS}/\text{m}/\text{s}$.

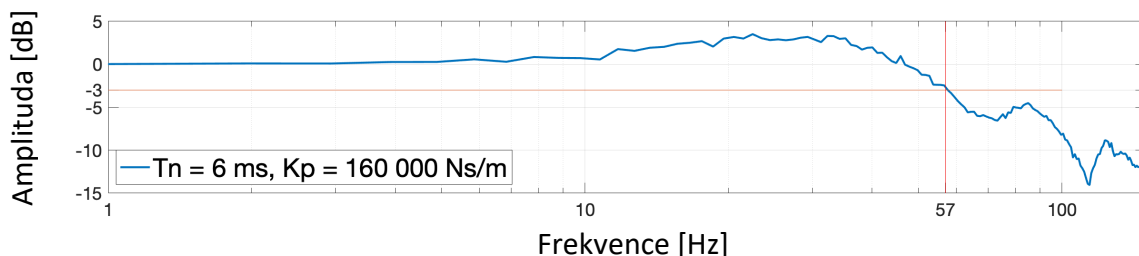
Simulační model proudové smyčky osy Y (viz Obr. 95) vykazuje ve fázové části přenosu totožné chování jako naměřený přenos z Obr. 94, kde je jasně identifikovatelné propustné pásmo při -90 deg . na 1000 Hz . Pro amplitudovou charakteristiku se podařilo s modelem přiblížit na propustné pásmo 1900 Hz . Nicméně zásadní vliv na další simulace má hodnota 1000 Hz z fázové části přenosu. Velikost propustného pásma dovoluje, stejně jako u osy X, považovat pro další simulace přenos této části regulace za jednotkový.

Rychlostní regulace osy Y je identifikována pomocí získaného přenosu rychlostní smyčky řídicího systému na Obr. 96, propustné pásmo určeno z poklesu o -3 dB na 57 Hz .

Mechanická stavba osy Y je zjednodušena na dvouhmotový systém, přenos takto modelované osy je znázorněn na Obr. 97. Z důvodů provázanosti s osou X bylo nutné provést zásah do tuhosti a tlumení v ose Y. Hodnoty tuhosti pro osu Y byly oproti původním sníženy. Tuhost jednoho hnízda vedení je uvažována $k_h = 9e6 \text{ N}/\text{m}$, tak aby modelovaný přenos co nejlépe reflektoval naměřená data. Důvodem takto zásadních změn v tuhostech je celková poddajnost mechanických dílů. Jedná se o svařenou konstrukci stroje a není tak možné ji uvažovat jako dokonale tuhou. Při poklesu charakteristiky o -3 dB bylo dosaženo propustného pásma na 51 Hz . Výpočtové modely složitějších konstrukcí

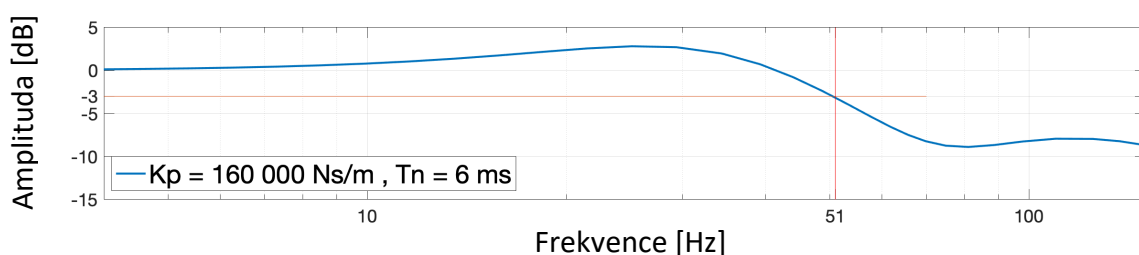
svařovaných z tenkostěnných profilů obecně selhávají a zde je otevřené pole pro další výzkum.

Přenos rychlostní smyčky osy Y



Obr. 96 – Přenos rychlostní smyčky osy Y

Přenos modelu rychlostní smyčky osy Y



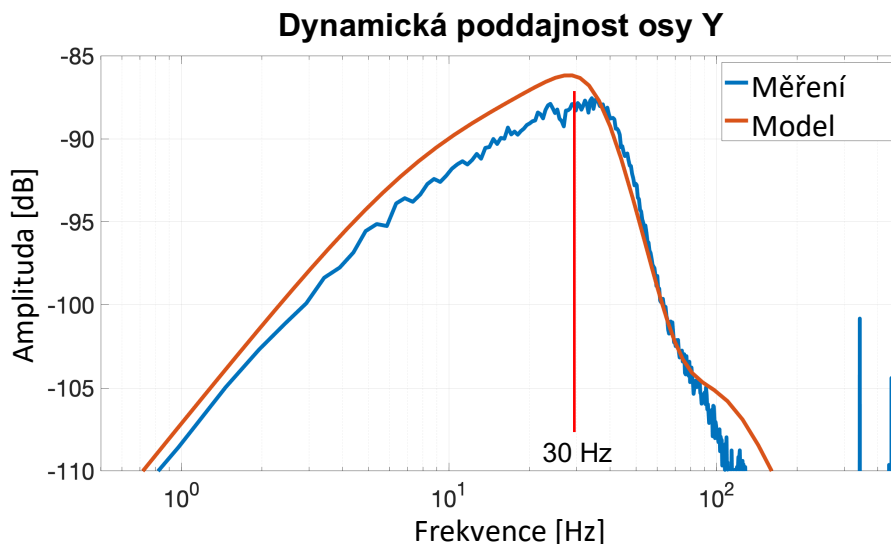
Obr. 97 – Přenos modelu rychlostní smyčky osy Y

Identifikace polohové smyčky je založena na přenosu frekvenční dynamické poddajnosti. Na základě konstrukce a prostorového uspořádání osy Y (viz Obr. 81 a Obr. 83) je model sestaven jako dvoumotový (dle postupu v kapitole 3.7), schéma viz Obr. 105. Pro identifikaci modelu je nutné znát všechny přenosy mechanické části, tedy G_{11} , G_{12} , G_{21} , G_{22} . Stroj ovšem z řídicího systému dovoluje získat pouze přenos řízení přes $G_{11CELK} = \frac{y_1}{F_{1ext}}$ (viz rovnice (61)). Tento přenos je vynesena na Obr. 98 – modrý průběh a je provedena matematická rekonstrukce – červený průběh. S výhodou je využito poznatků uvedených v kapitole 3.7 a zbylé přenosy G_{12} , G_{21} , G_{22} jsou následně odvozeny. Rekonstruovaná amplitudová charakteristika frekvenční dynamické poddajnosti G_{22} modelu je vynesena na Obr. 99.

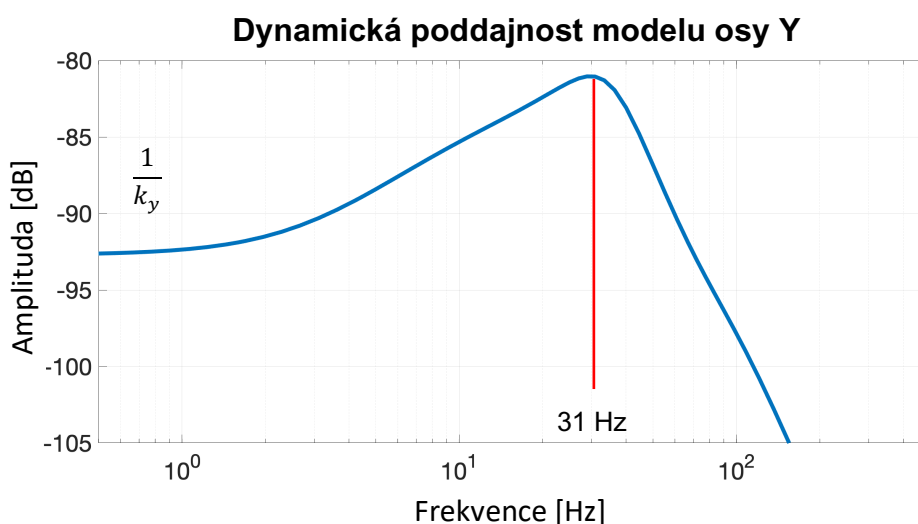
Měření přenosu regulace polohové smyčky G_{11CELK} , který bere v úvahu přenos mechaniky G_{11} , je provedeno pro tři různá nastavení polohového regulátoru K_V na Obr. 100.

Dynamická poddajnost modelu osy Y korespondující s Obr. 100 je zobrazena na Obr. 101. Opět jsou zachovány strojní konstanty odpovídající parametrům reálné osy Y ze stroje dle Přílohy 1. Vynesená dynamická poddajnost ukazuje průběhy pro tři různá zesílení polohového regulátoru K_V . Je důležité si uvědomit, že měření založené pouze na datech z řídicího systému nepodává

informaci o skutečné dynamické poddajnosti na křížovém stole. Z umístění pravítka dle schématu na Obr. 84 plyne, že měření poskytne informaci pouze o vztahu síly a polohy na první hmotě systému. Jde o přenos G_{11CELK} zahrnující přenos mechaniky G_{11} .



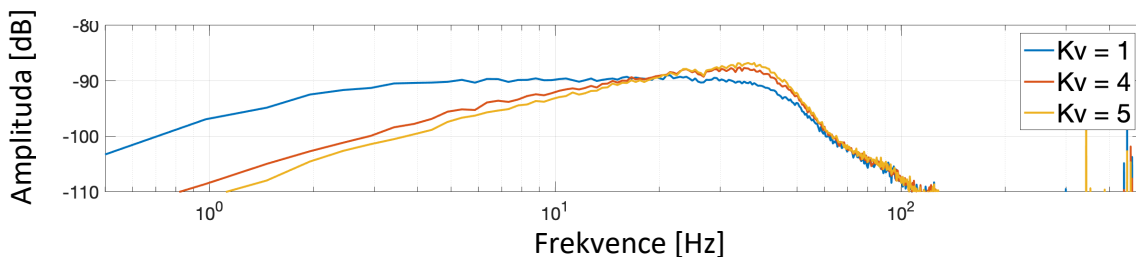
Obr. 98 – Frekvenční dynamická poddajnost G_{11} osy Y (měření a model), $m_1 = 250\text{kg}$, $m_2 = 350\text{kg}$, $k_y = 9e6\text{ N/m}$, $\zeta_y = 0,21$, $K_V = 4\text{ m/min/mm}$, $K_p = 160\,000\text{ Ns/m}$, $T_N = 6\mu\text{s}$ [44]



Obr. 99 - Frekvenční dynamická poddajnost G_{22} osy Y (model), $m_1 = 250\text{kg}$, $m_2 = 350\text{kg}$, $k_y = 9e6\text{ N/m}$, $\zeta_y = 0,21$, $K_V = 4\text{ m/min/mm}$, $K_p = 160\,000\text{ Ns/m}$, $T_N = 6\mu\text{s}$ [44]

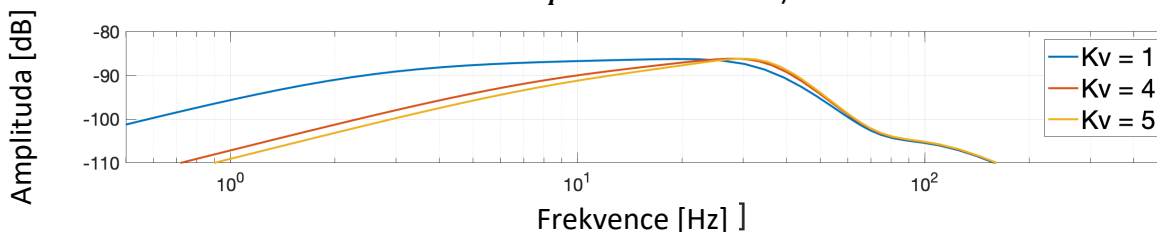
Pro další simulace je ovšem zásadní přenos popisující vztah síly působící na druhou hmotu a výchylku na druhé hmotě (respektive hmotě stolu). Tento přenos $G_{22CELK} = \frac{y_{out}}{F_y}$ (viz rovnice (63) – značení koresponduje s Obr. 105) zahrnuje přenos mechaniky a je uveden na Obr. 102.

Dynamická poddajnost osy Y pro $T_n = 6ms$ a $K_P = 160\,000\,Ns/m$



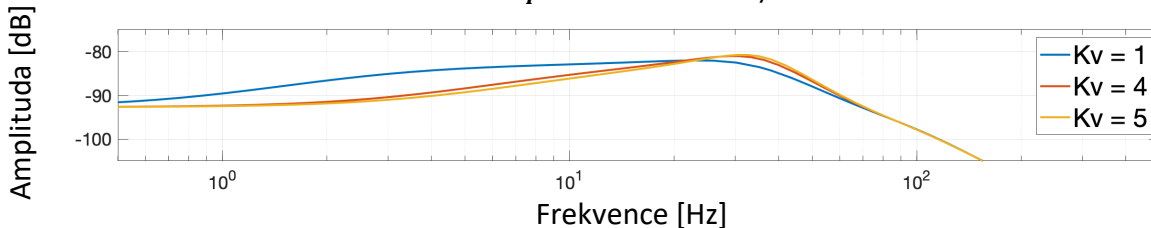
Obr. 100 – Dynamická poddajnost osy Y – G_{11CELK}

**Dynamická poddajnost modelu osy Y pro $T_n = 6ms$
a $K_P = 160\,000\,Ns/m$**



Obr. 101 – Dynamická poddajnost modelu osy Y, – G_{11CELK}

**Dynamická poddajnost modelu osy Y pro $T_n = 6ms$
a $K_P = 160\,000\,Ns/m$**

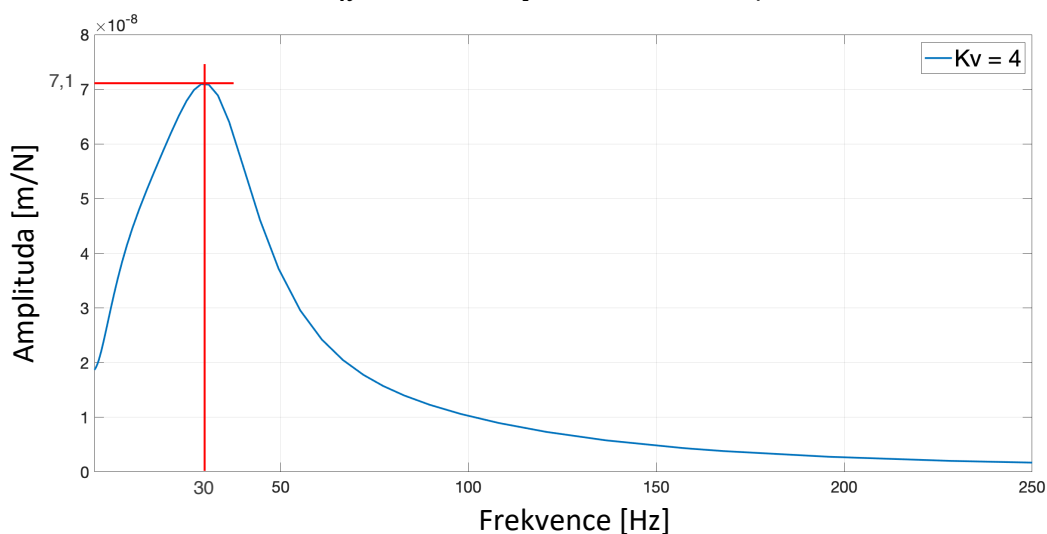


Obr. 102 – Dynamická poddajnost modelu osy Y – G_{22CELK}

Na závěr je, obdobně jako u osy X, vynesena frekvenční dynamická poddajnost osy Y (přenos G_{22CELK} na Obr. 103) pro $K_V = 4$. Amplituda polohy při kmitočtu 30 Hz a jednotkové budicí síle je $0,071\,\mu m$. Pro tuto frekvenci je dynamická poddajnost $1\,\mu m/14N$.

V další části práce je sestaven matematický model jednotlivých pohybových os, který je propojen, tak aby reflektoval chování křížového stolu jako celku. Takto vzniklý model je možné následně použít do kompletního modelu STŮL – VŘETENO a určit tak limity stability při obrábění.

**Dynamická poddajnost osy Y pro
 $T_n = 6ms$ a $K_p = 160\,000\,Ns/m$**



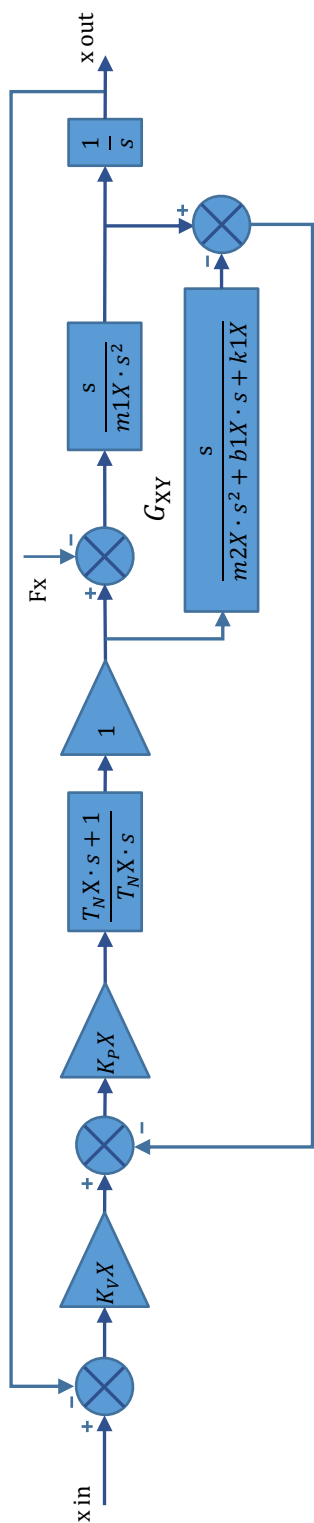
Obr. 103 – Dynamická poddajnost modelu osy Y – G_{22CELK} (viz Obr. 99) – absolutní souřadnice

8.2. Dílčí závěr kapitoly 8.1

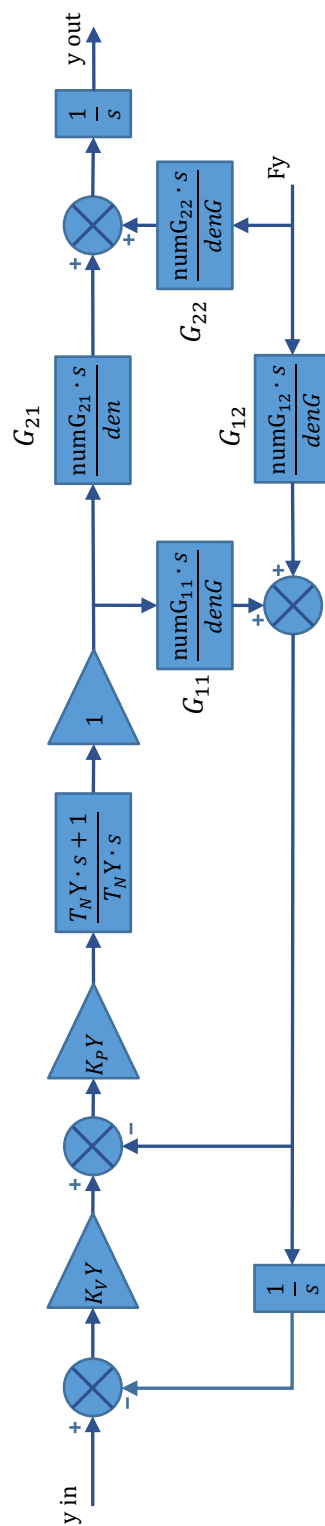
Kapitoly 8.1.1 až 8.1.5 aplikují teorii rozebranou v kapitolách 3.2 a 3.7. Je identifikovaná mechanická stavba osy X frézovacího stroje jako jednohmotový regulační systém, do kterého je promítnut vliv poddajností svázaných s osou Y, na které je osa X umístěna (viz regulační schéma Obr. 104, blok G_{XY}).

Osa Y je pro účely simulací uvažována jako dvouhmotová, umístění pravítka pro uzavření zpětné polohové vazby není provedeno přímo z konečné polohy stolu, ale mezi pravítkem a konečnou polohou ještě vystupuje příčná poddajnost vedení a mechaniky osy X. Hovoří se sice o přímém odměřování, ale ve skutečnosti nedochází k měření konečné polohy. Schéma osy Y je uvedeno na Obr. 105. Měřením byly získány přenosové funkce G_{11CELK} a pro model byly dopočítány přenosy G_{22CELK} postihující konečnou polohu stolu a sílu působící na stůl.

Tímto bylo vysvětleno, jakým způsobem je třeba nahlížet na termín *přímé odměřování* a byl tak naplněn dílčí cíl č. 2 této práce.



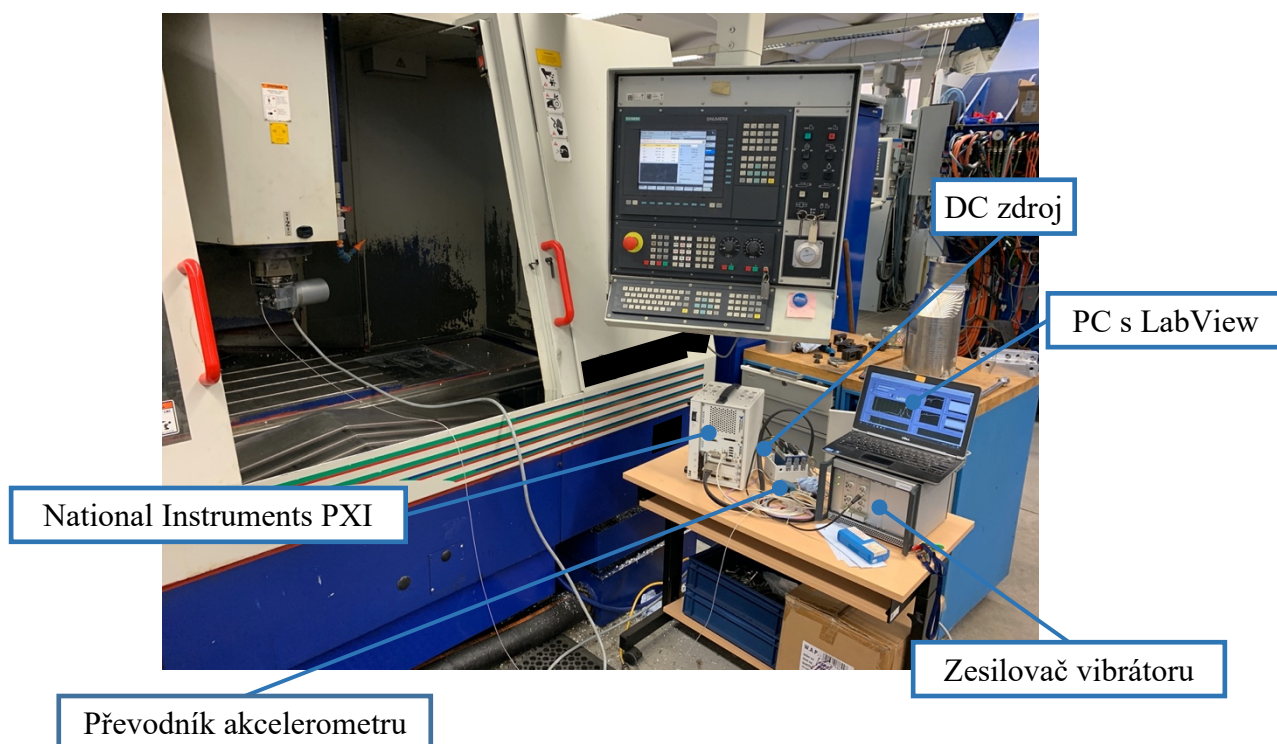
Obr. 104 – Matlab – Simulink-ový model osy X



Obr. 105 – Matlab – Simulink-ový model osy Y

8.3. Identifikace vřetena stroje

Stanovení dynamických vlastností vřeteníku středně velkého CNC obráběcího stroje [44] je provedeno obdobným postupem jako u vřetena soustruhu v kapitole 7.3. K určení dynamických vlastností vřeteníku je znovu využito vibrátoru (parametry viz Tab. 12), který je pomocí univerzálního upínacího trnu ISO 40 a vyrobeného mezikusu upnut do vřetena stroje. Měřicí aparatura je na Obr. 106. Upnutí akcelerometru a zdroje vibrací je vyobrazeno na Obr. 107.

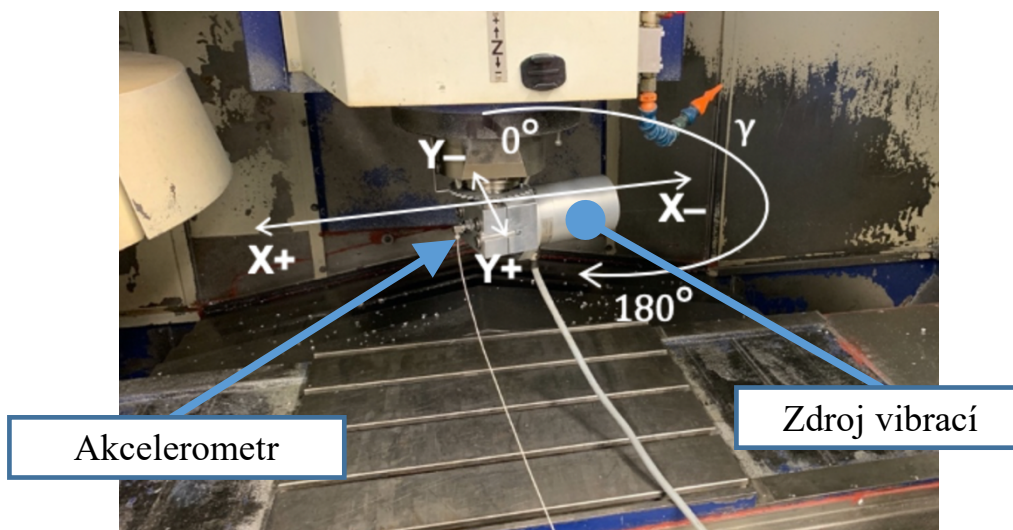


Obr. 106 – Měřicí aparatura [44]

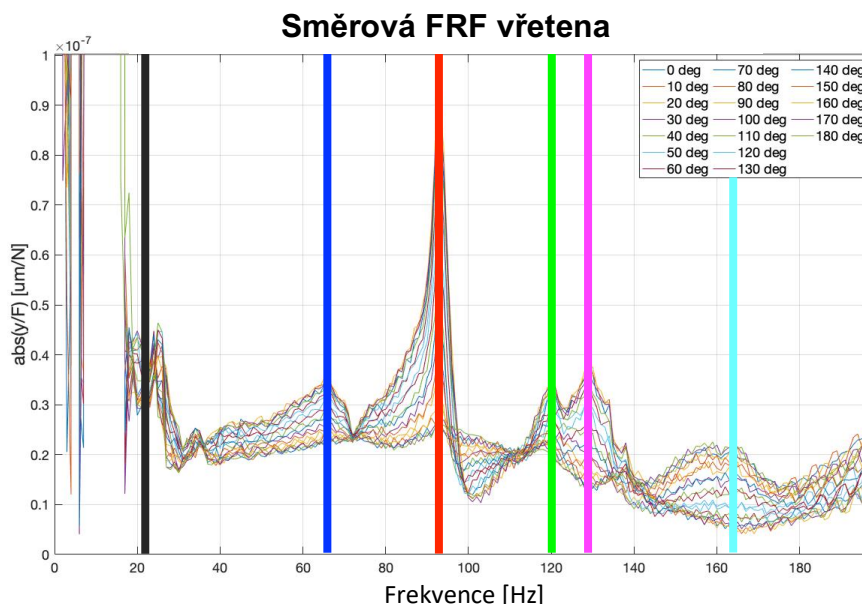
Tab. 12 – Parametry vibrátoru

Parametry	Hodnota
Výrobce	Micromega Dynamics
Typ	ADD-45N
Model	PR-106-01-04-03
S/N	001
Maximální síla	45 N
Hmotnost pohybových hmot	2,2 kg
Tuhost	6130 N/m
Tlumení	$\zeta = 0.15$
Rozsah zdvihu	$\pm 3\text{mm}$
Rezonanční frekvence	8,4 Hz
Rozměry	$\varnothing 90\text{ mm} \times 142\text{ mm}$
Silová konstanta	20 N/A
Celková hmotnost	3 kg

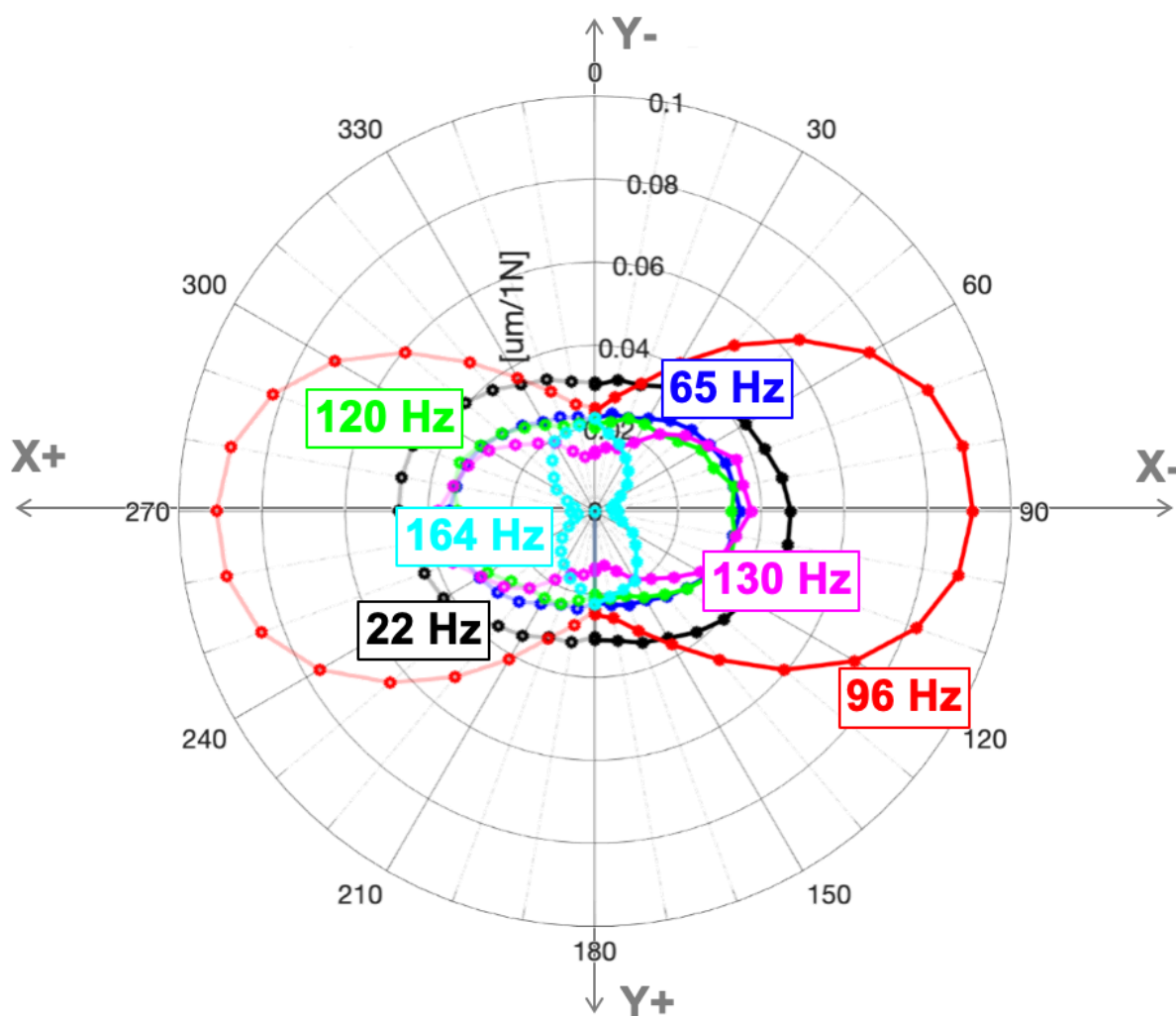
Obdobně jako u soustružnického vřeteníku bylo měření provedeno natáčením ve vodorovné rovině (kolmé k ose vřetená) s krokem 10° v rozsahu $\gamma = (0^\circ - 180^\circ)$. Poměrně atypicky je zde zvolen nulový úhel (viz Obr. 107), jedná se o směr záporné osy Y stroje a postup měření je následně v záporném smyslu otáčení. V každém kroku bylo vřeteno buzeno harmonickými průběhy síly o amplitudě $31,5\text{ N}$ v rozsahu od 1 Hz do 200 Hz . Osa akcelerometru je shodná s osou působící síly. Je možné tedy opět využít rovnici (122) pro určení výchylky pro danou frekvenci. Výsledky měření jsou vyneseny v grafu na Obr. 108. Vynikají amplitudy na zvýrazněných frekvencích. Amplitudy dynamické poddajnosti na



Obr. 107 – Upnutí zdroje vibrací [44]



Obr. 108 – Přímá frekvenční dynamická poddajnost vřetená frézovacího stroje



Obr. 109 – Polární diagram dynamické poddajnosti vřeten stroje [44]

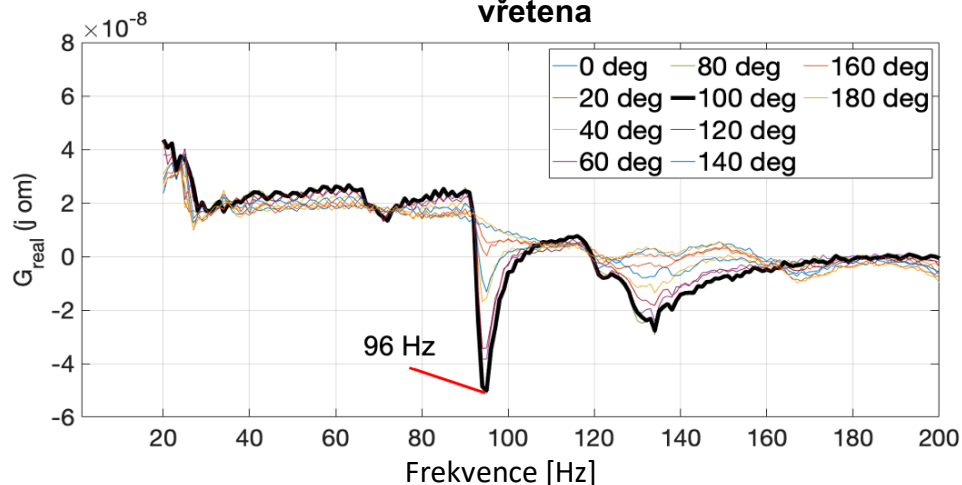
těchto kmitočtech jsou vyneseny v polárním diagramu na Obr. 109. Dříve uvedené modely vřeten (např. kapitola 5, či podkapitola 6.1) předpokládají v rovinném směru přítomnost dvou vlastních kmitočtů. V měřeném případě se ukazuje, že vřeteno s celou navazující konstrukcí svislých saní zkoumaného stroje vykazuje rezonance na více frekvencích. Zjednodušení pro tvorbu matematického modelu bude vycházet z nejvýraznějších rezonančních frekvencí.

Výsledný tvar dynamické poddajnosti z Obr. 109 není překvapením. Poukazuje na způsob uložení vřeten. Největší výchylky je dosaženo pro téměř všechny frekvence právě na 90°. Tento směr kopíruje osu X stroje a dá se obrazně hovořit o kyvadlovém pohybu celého vřeteníku kolem svislé osy.

Pro vytvoření propojeného modelu vřeteníku a stolu stroje za účelem určení limitů obrábění je nutné vynést i reálnou část přenosové funkce z Obr. 108 pro různé směry, neboť je zřejmé, že celková složená poddajnost vřeteníku a stolu a tím i výpočet stability obrábění budou směrově závislé. Průběhy jsou

opět vyneseny pro rozsah $0^\circ - 180^\circ$. V další části budou tyto charakteristiky sečteny s reálnými složkami přenosů stolu a určen tak kritický směr obrábění.

Reálná část směrové dynamické poddajnosti vřetena

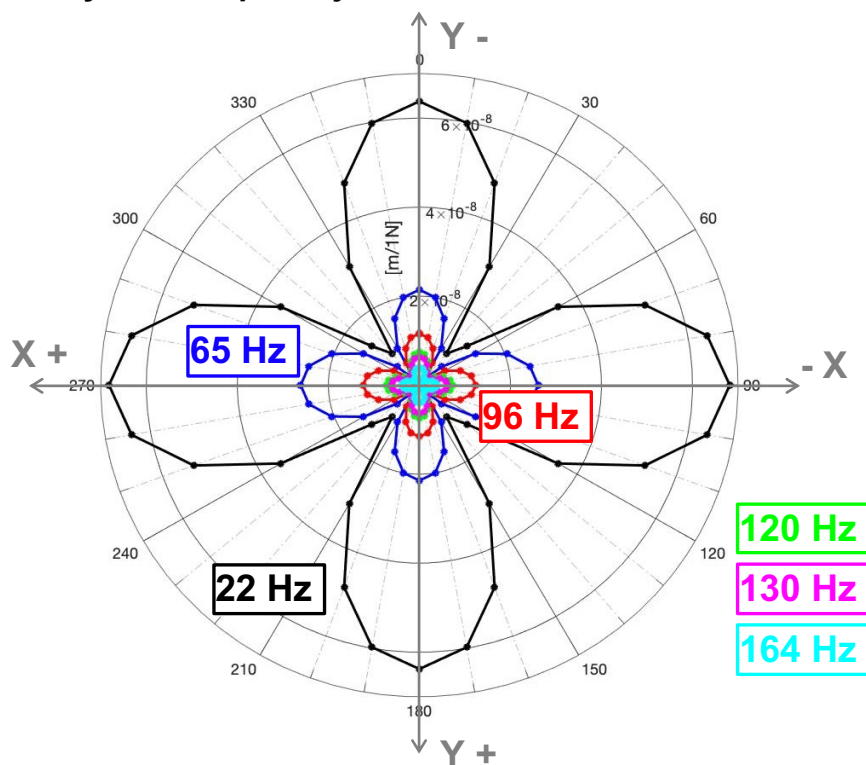


Obr. 110 – Reálná část směrové dynamické poddajnosti vřetena [44]

8.4. Propojený model křížového stolu a vřeteníku

Matematický model křížového stolu sestavený v kapitole 8.1 je možné simulačně podrobit obdobné zkoušce jako byla provedena na vřeteníku. Jedná se

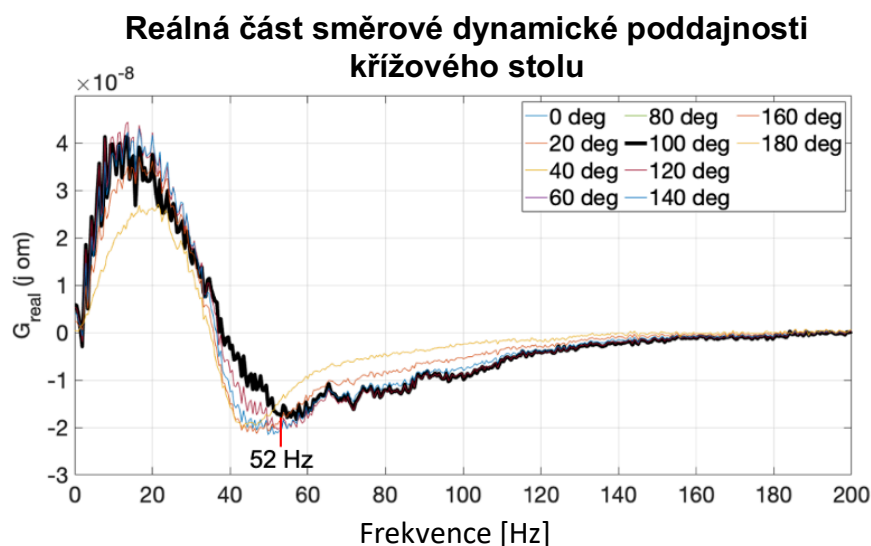
Dynamická poddajnost modelu křížového stolu



Obr. 111 – Polární diagram dynamické poddajnosti modelu křížového stolu stroje

o analýzu směrové dynamické poddajnosti (jako na Obr. 109) provedenou v rovině stolu pro rozsah úhlů od 0° do 360° . Protože měření jednotlivých poddajností probíhalo pouze ve směrech pohybových os stroje, jsou v modelu zbylé směry dopočítány poměrově pomocí goniometrických funkcí. Smysl odečtu úhlových stupňů je zvolen stejný jako na Obr. 107 (popsáno v kapitole 8.3) tak, aby bylo možné promítnout systém stolu a vřeteníku přes sebe. Výsledky této analýzy jsou zobrazeny na Obr. 111. Uvedený diagram je vyneseno pouze pro frekvence korespondující s Obr. 109.

Nezávisle zjištěné absolutní hodnoty poddajností vřeteníku a stolu je možno počítat jen vektorově, ale reálné části algebraicky. Proto pro další vyšetřování poddajnosti je i pro křížový stůl vyneseno graf reálné části směrové dynamické poddajnosti v rozsahu $0^\circ - 180^\circ$ pro nastavení pohonů dle Přílohy 1 (viz Obr. 112). Minimum reálné části je pro směr 100° na frekvenci 52 Hz

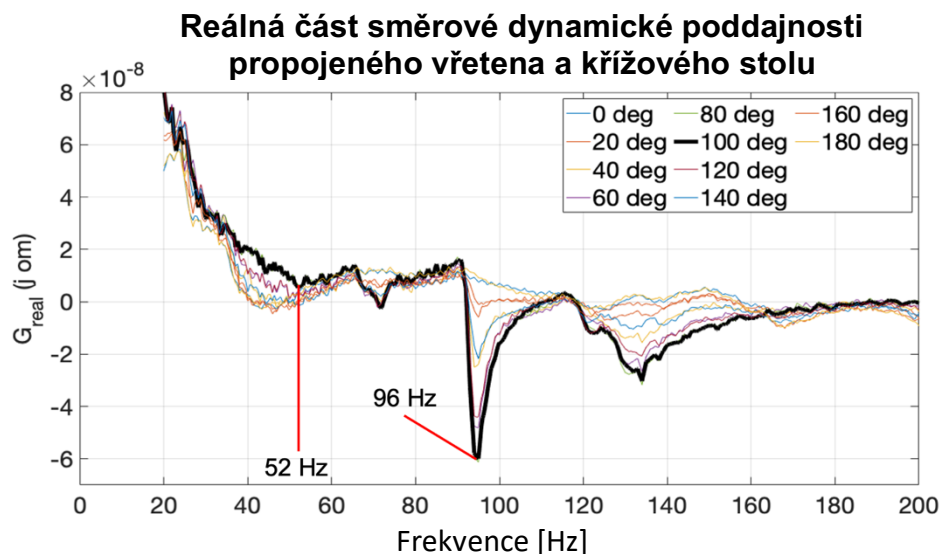


Obr. 112 – Reálná část směrové dynamické poddajnosti stolu [44]

Nyní je možné sečíst oba průběhy z Obr. 110 a Obr. 112. Je tak postižena reálná část složené dynamické poddajnosti celé soustavy stroje a vřetená pro různé směry v rovině XY – viz Obr. 113. Z průběhů plyne, že reálná část dosahuje svého minima o hodnotě přibližně -6×10^{-8} pro směry 80° , 90° a 100° . Pro větší provázanost a zahrnutí vlivu regulace osy X i regulace osy Y bude nadále vyšetřován směr odpovídající 100° . Z průběhu sečtených reálných částí na Obr. 113 je zřejmé, že dominantní vliv na stabilitu bude mít vřetená na frekvenci 96 Hz

Uvedené hodnoty minima reálné části jsou brány jako orientační. Nelze je považovat za stoprocentně směrodatné, protože hodnoty dynamické poddajnosti osy Y neodpovídají skutečné hodnotě na stole stoje. Jak již bylo uvedeno, měřením byl stanoven přenos $G_{11\text{CE}LK}$ (viz kapitola 3.7), který je použit při stanovení reálné části přenosů na Obr. 112 a Obr. 113. Pro další matematické simulace je nutné využít identifikovaného přenosu $G_{22\text{CE}LK}$, který popisuje chování na stole stroje.

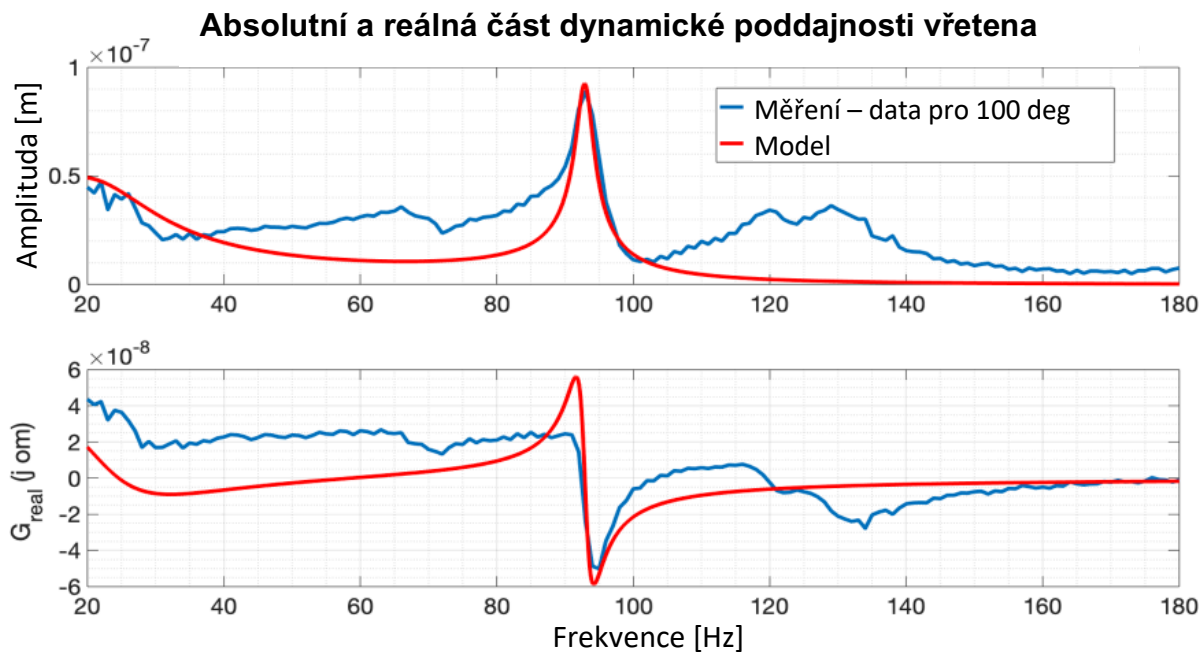
Vyšetřování vlivu regulace pohonů na stabilitu obrábění je řešeno sestavením propojeného modelu vřeteníku a obou os křížového stolu stroje.



Obr. 113 – Reálná část směrové dynamické poddajnosti stolu stroje a vřetena [44]

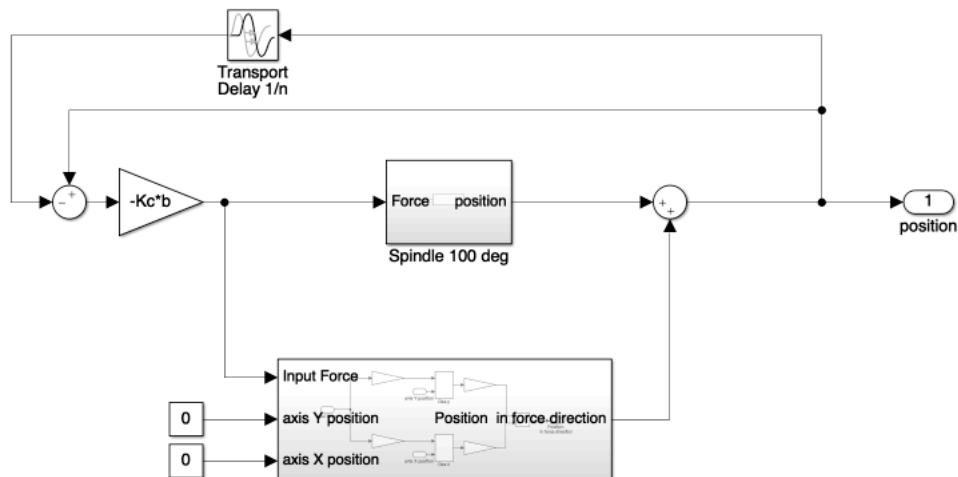
U vřeteníku je zvolený směr vyšetřování poddajnosti (100°) aproximován modelem popsáním v kapitole 6.1. Je přijat jednotový model vřetena, který dovoluje postihnout dvě výraznější rezonanční frekvence vřetena a využít je tak pro další výzkum. Skutečná naměřená odezva vřeteníku je vynesena modře v grafu na Obr. 114. Aproximovaný průběh sloužící k dalším simulacím je vynesena červeně dle parametrů uvedených u Obr. 114.

Provázání obou modelů pohybových os (Obr. 104 a Obr. 105) je provedeno výhradně pomocí goniometrických funkcí (viz Obr. 116). Je to jediný možný



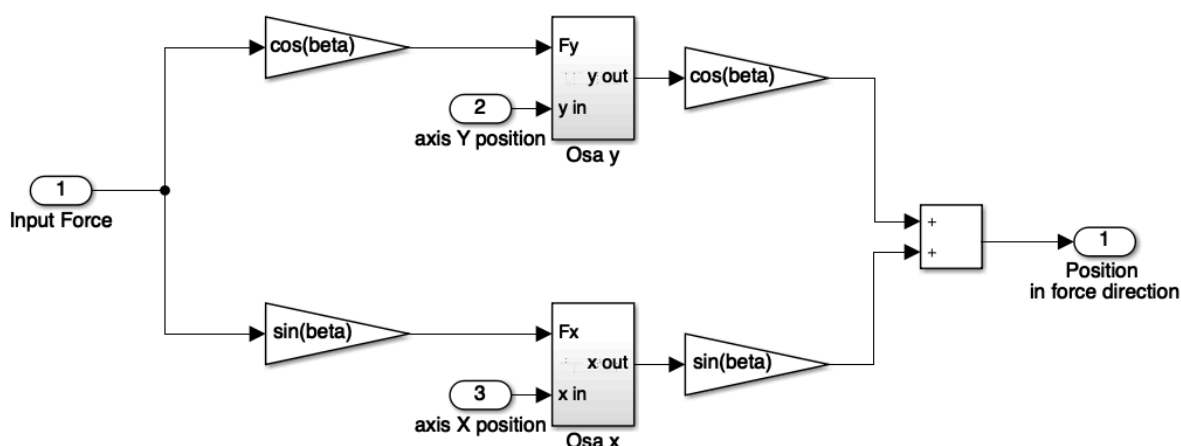
Obr. 114 – Přenosová funkce vřeteníku a modelu – 100° $m = 550$ kg, $k_1 = 1,875e8$ N/m, $\zeta_1 = 0,043$, $\gamma_1 = 51^\circ$, $k_2 = 0,04e8$ N/m, $\zeta_2 = 0,7$, $\gamma_2 = 141^\circ$ [44]

způsob, protože je založen na identifikaci každé osy pouze ve směru jejího pohybu. Z tohoto modelu je vytvořen i polární diagram dynamické poddajnosti uvedený výše na Obr. 111.



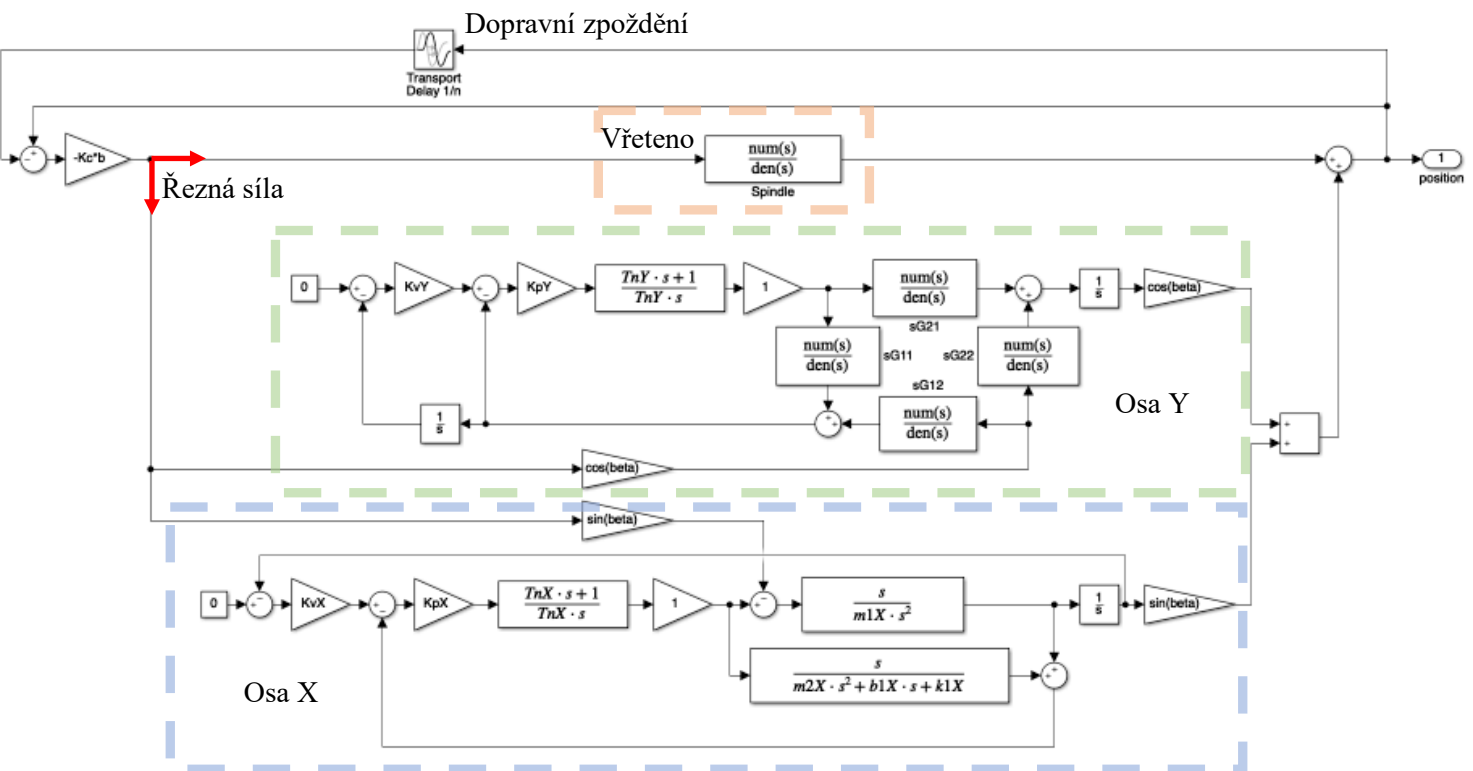
Obr. 115 – Propojený model středně velkého frézovacího stroje

Propojení modelů je obdobně jako v kapitole 7.4 provedeno řeznou silou a vztahem (21) dle blokového schématu uvedeného na Obr. 115 (detailněji rozebráno na Obr. 117). Do systému je také zavedeno dopravní zpoždění. Subsystem vřeteníku reprezentuje přenosovou funkci zobrazenou na Obr. 114. Subsystem popisující křížový stůl je rozkreslen na Obr. 116, kde β je úhlem, pod kterým do systému vstupuje řezná síla a je opět měřen dle zavedeného přístupu při tvorbě polárních diagramů. Úhel 0° je v záporné ose Y a záporným směrem roste úhel β (jak je uvedeno např. na Obr. 107). Další rozpad subsystemu ze schématu na Obr. 116 odpovídá modelům uvedeným na Obr. 104 pro osu X a Obr. 105 pro osu Y.



Obr. 116 – Model křížového stolu frézovacího stroje.

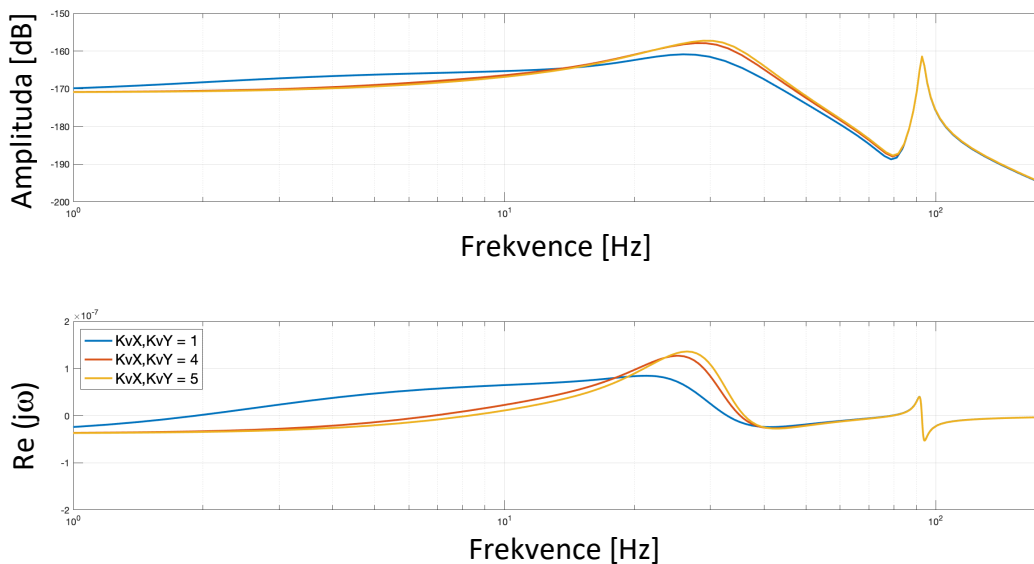
Dynamická poddajnost zahrnující obě pohybové osy křížového stolu, včetně a zjednodušený řezný proces je analyzována z hlediska vlivu nastavení strojních konstant K_P a K_V . Vypovídající schopnost o stabilitě má reálná složka dynamické poddajnosti, přesněji její minimum.



Obr. 117 – Propojený model středně velkého frézovacího stroje – expandované subsystémy

Vliv nastavení polohového zesílení K_v na celkovou dynamickou poddajnost a minimum reálné části je pro orientaci 100° vyneseno v grafu na Obr. 118.

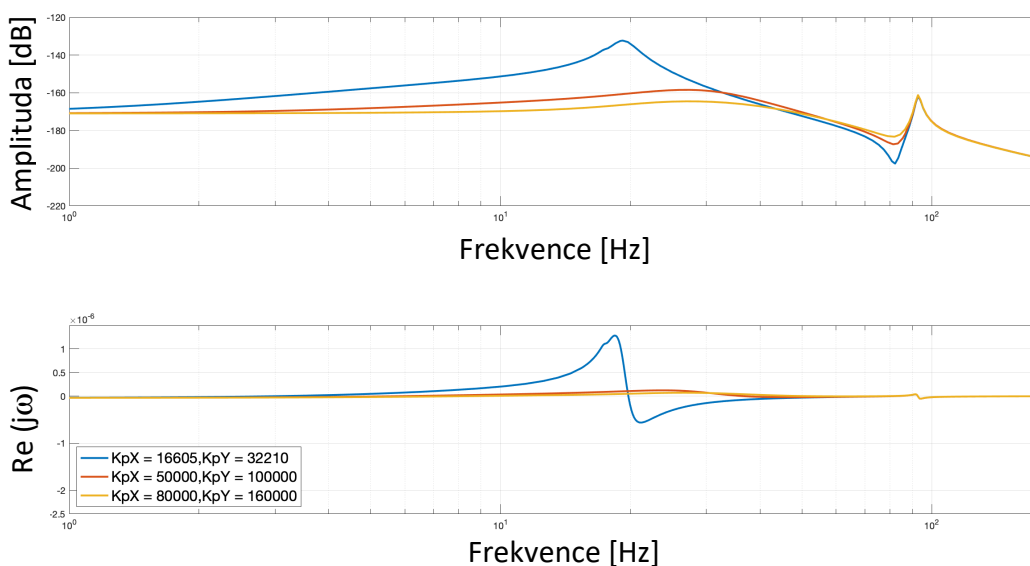
Absolutní a reálná část dynamické poddajnosti ve směru 100° pro volená K_v



Obr. 118 – Absolutní a reálná část dynamické poddajnosti K_v – 100° deg.

Stejný postup je opakován pro demonstraci vlivu nastavení zesílení rychlostního zesílení K_p na Obr. 119.

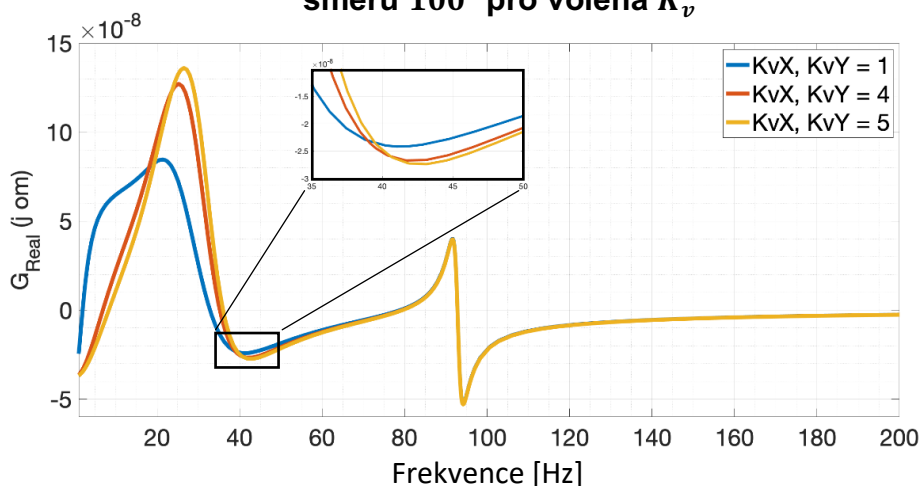
Absolutní a reálná část dynamické poddajnosti ve směru 100° pro volená K_p



Obr. 119 – Absolutní a reálná část dynamické poddajnosti K_p – 100° deg.

V obou případech je zjevný posun minima záporné reálné části, tedy stability celého systému. Je zcela zřejmé z modrého průběhu na Obr. 119 charakterizujícího nízké hodnoty K_p , že tyto hodnoty zvyšují nestabilitu systému v oblasti nízkých frekvencí a jsou důsledkem nastavení regulátoru nikoliv mechaniky systému. Projev nastavení polohového zesílení K_v z Obr. 118 je pro reálnou část vynesena v detailu na Obr. 120. Posun lokálního minima v oblasti 40 Hz opět ovlivňuje velikost limitní šířky třísky.

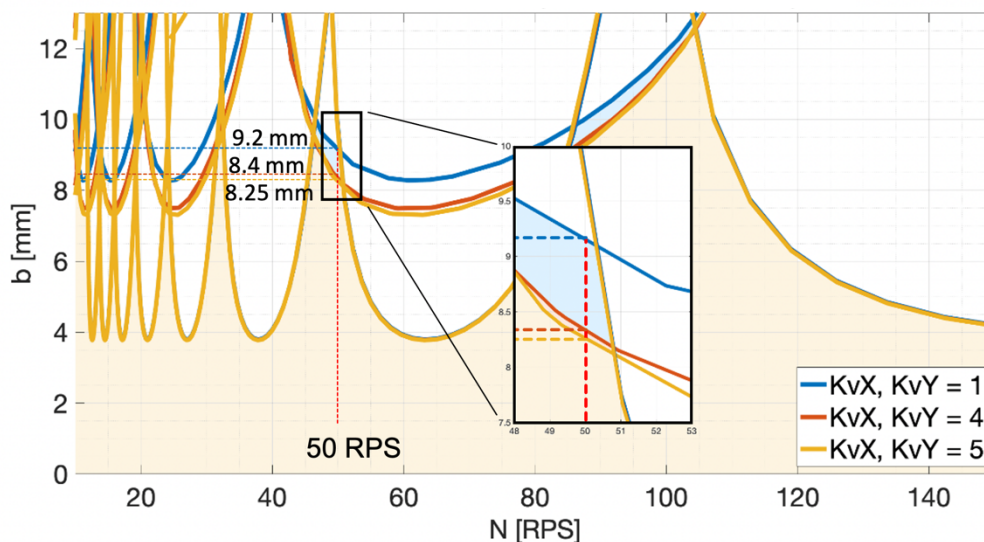
Reálná část dynamické poddajnosti ve směru 100° pro volená K_v



Obr. 120 – Reálná část dynamické poddajnosti $K_v - 100 \text{ deg.}$ [44]

Pro výše uvedené průběhy reálných částí odezvy systému je pro různé polohového zesílení K_v sestaven diagram stability (Obr. 121) demonstrující posun limitní šířky třísky v rozmezí od 8,25 mm do 9,2 mm.

Otáčkový diagram ve směru 100° pro volená K_v



Obr. 121 – Diagram stability $K_v - 100 \text{ deg}$ [44].

Jednotlivé posuny hodnot reálných částí s přibližným odhadem limitní šířky třísky dle vzorce (9) jsou vedeny v Tab. 13. Je uvažován měrný řezný odpor o hodnotě $K_C = 1e9 \text{ N/m}^2$. Jednotlivé šířky třísky jsou uvedeny pro případy popsané reálnou částí dynamické poddajnosti uvedené na Obr. 120. Při poměrném posouzení je patrný rozdíl 10 % v hodnotě limitní šířky třísky v oblasti 50 ot/s (viz Obr. 121), kde se výrazněji projevuje vliv nastavení polohového zesílení. V celém rozsahu otáček stroje je zřejmý dominantní vliv poddajnosti vřetená, pro zkoumané otáčky je ovšem méně výrazný.

Tab. 13 – Vliv nastavení strojních konstant na mezní šířku třísky

$K_V X$ a $K_V Y$	b_{krit}	poměr
1 (m/min)/mm	9,2 mm	109,5 %
4 (m/min)/mm	8,4 mm	100 %
5 (m/min)/mm	8,25 mm	98,2 %

8.5. Dílčí závěr kapitoly 8.3 a 8.4

Křížový stůl stroje identifikovaný v úvodu kapitoly 8.1 byl doplněn o identifikovaný model vřeteníku z kapitoly 8.3. Propojením obou skupin byl sestaven kompletní model popisující chování stroje. Byl tak naplněn dílčí cíl práce č. 1a. Následně byly vyneseny reálné části celkových přenosů systému, které poukazují na změnu minima danou nastavením strojních konstant, a tak je ovlivněna kritická šířka odebírané vrstvy, tedy stabilita řezného procesu (viz Tab. 13).

Sestavení kompletního modelu a podrobení citlivostní analýze vlivu polohového zesílení K_V a zesílení rychlostní smyčky K_p byl naplněn dílčí cíl práce č 7.

Závěr a přínos disertační práce

Disertační práce se věnuje rozboru limitů stability obrábění s přihlédnutím k vlivu pohonů posuvů a nastavení jejich regulačních konstant. Toho bylo v této práci dosaženo stanovením přenosových funkcí jednotlivých akčních systémů: vřetena, osy X a osy Y. Původní záměr, identifikovat pouze translační pohybové osy a u nich zkoumat vliv strojních konstant na stabilitu, byl doplněn o jednoduchý model vřetena tak, aby vznikl kompletní model stroje a ten posloužil k predikci limitů obrábění.

Jednotlivé případy a přístupy k identifikaci translačních os jsou detailně popsány v kapitole 3. Jedná se o postupy, jakými jsou modelovány jednohmotové až vícehmotové regulační pohony. Je zde představen způsob řešení vícehmotových systémů vedoucích na zobrazení jejich dynamiky ve tvaru čtyřpólů.

Poznatky o translačních osách jsou v kapitole 4 využity k základní citlivostní analýze modelového pohonu. Zohledňují vliv nastavení parametrů polohové a rychlostní smyčky řídicího obvodu na výslednou limitní šířku třísky. Výsledkem byly její různé hodnoty pro různé nastavení strojních konstant K_p a K_V . Jednalo se ovšem pouze o matematickou úlohu, obdobný přístup byl dále aplikován při analýze reálných os strojů.

Okrajově se tato práce věnuje i problematice zjednodušeného modelování vřeten obráběcích strojů. Metoda, jak lze využít statickou i dynamickou náhradu vřetena jednou hmotou kmitající na n pružinách v prostoru, je popsána v kapitole 5.

Navazující kapitola 6 zahrnuje jak poddajnost vřetena stroje, tak pohybové osy. Zkoumáním reakcí systému na typické vstupní signály byly dány předpoklady k využití daného modelu pro identifikaci strojů. Byl tak stanoven přístup, kdy pro určení stability obrábění není nutné identifikovat stroj jako složitou strukturu (MKP metody), ale jen části ležící nejbliže k reznému procesu. Využití identifikovaného vřetena (jako jedné hmoty kmitající v prostoru či rovině) a poddajnosti translační osy jako jednohmotového či dvouhmotového modelu se jeví jako zcela dostačující.

V kapitole 7 je přistoupeno k experimentům na středně velkém CNC soustruhu. Pohon posuvové osy stroje byl zajištěn kuličkovým šroubem. Experimenty sloužily k identifikaci jednotlivých sub-systémů stroje. Sestavené matematické modely a jejich charakteristiky byly porovnány s naměřenými hodnotami a byl tak sestaven matematický model postihující osu translační (zahrnující i nástroj) a vřeteno stroje. Propojením těchto modelů byly opět simulačně rozebrány odezvy na typické vstupní signály a provedeno srovnání pro různé nastavení strojních konstant. Ze simulace vyplynulo, že při zachování standardních postupů ladění pohonu je možné v úzkém rozptylu funkčních strojních parametrů dosáhnout až 20% rozdílu v limitní šířce třísky.

Poslední kapitola převádí postup identifikace stroje a určení limitů stability na stroj s lineárními pohony. Opět je sestaven matematický model stroje vycházející ze strojních dat a měření. Identifikované vřeteno je propojeno s modelem křížového stolu a následně je zkoumána reálná část celkové poddajnosti. Pro osu stolu Y je využit dvouhmotový model. Dynamická poddajnost této osy je v místě upnutí obrobku (přenos $G_{22_{CELK}}$) odvozena na základě měření dynamické

poddajnosti metodou, kterou je vybaven řídicí systém stroje (přenos G_{11CELK}). Vzniká tzv. čtyřpól popisující chování této osy. Je zdůrazněn vliv jednotlivých zesílení rychlostní a polohové smyčky, která ovlivňují výsledné minimum reálné části celkového přenosu, tedy velikost limitní šířky odebírané třísky.

V tomto případě se ukázalo, že síla, kterou je schopen dostupný vibrátor rozkmitat stůl stroje, je opět nedostatečná pro měření poddajnosti. Další výzkum by měl být veden s využitím techniky schopné vyvodit vyšší dynamické síly, které by i experimentálně prokázaly závěry učiněné z matematických modelů uvedených v této práci.

Shrnutí – dosažení cílů

Tato práce podává obecnou a doposud opomíjenou metodiku zkoumání vlivu regulačních pohonů posuvů na celkovou dynamickou poddajnost NC stroje, která rozhodujícím způsobem ovlivňuje stabilitu obrábění. Stanoveného cíle bylo dosaženo řešením těchto dílčích cílů:

Dílčí cíl č. 1 byl naplněn sestavením matematických modelů analyzovaných strojů tak, že bylo využito skupin stroje ležících nejbližší k řeznému procesu. Pro středně velký soustruh z kapitoly 7 byl sestaven model vřetena stroje a pohybové osy X s kuličkovým šroubem. Pro frézovací stroj z kapitoly 8 byl sestaven zjednodušený model vřetena a křížového stolu. Osa X stolu byla modelována jako jednohmotová, osa Y jako dvouhmotová.

Dílčí cíl č. 2 byl splněn vytvořením provázaného modelu křížového stolu. Jednohmotová náhrada osy X usazené na ose Y je ovlivňována poddajností této osy. Tato skutečnost je v modelu brána v potaz.

Splněním **dílčího cíle č. 3** bylo ozřejmeno, že vliv poddajnosti regulace jednohmotového systému je nezanedbatelný fenomén, ovlivňující stabilitu obrábění. Bylo prokázáno, že na velikosti tohoto vlivu se nejnvýznamněji podílejí strojní konstanty K_V a K_p .

Dílčího cíle č. 4 bylo dosaženo rozšířením modelů na dvou- a vícehmotové. Byla nalezena matice celkové dynamické poddajnosti n-hmotového systému s regulací, která je symetrická, stejně jako matice mechanické stavby. Platnost Maxwellovy věty o vzájemnosti statických přetvoření u pasivních mechanických soustav byla tak rozšířena i na dynamické systémy s regulačními pohony. Tím bylo ukázáno, že v reálném přírodním světě platný fyzikální princip symetrie lze rozšířit i na regulované soustavy, pracující s **uměle vytvořenými softwarovými algoritmy, které jsou výsledkem "nehmotných" matematických operací.**

Sestavením matematického popisu hmoty kmitající v prostoru, jako zjednodušené náhrady vřetene byl naplněn **dílčí cíl č. 5**. Byla odvozena rovnice (101) plochy přímé dynamické poddajnosti této náhrady.

Propojením modelu jedné hmoty kmitající v prostoru (reprezentující vřeteno soustruhu) a dvouhmotového regulačního pohonu (translační osy s nástrojem) a následným rozbořením poddajnosti byl splněn **dílčí cíl č. 6** práce.

Nejpokročilejším propojeným modelem byla náhrada vertikálního frézovacího centra dvěma charakteristickými skupinami, křížovým stolem a vřeteníkem. Sestavením tohoto modelu na základě naměřených hodnot ze skutečného stroje a následné vyhodnocení limitní šířky třísky v oblasti vlivu poddajnosti pohonu posuvů byl naplněn **dílčí cíl práce č. 7**. Symetrie matice celkové dynamické poddajnosti umožňuje rekonstruovat žádaný přenos G_{22CELK} mezi řeznou silou a polohou stolu (resp. nástroje) z měřitelného přenosu G_{11CELK} .

Doporučení pro další výzkum

Pro navazující experimenty určující směrovou dynamickou poddajnost strojů by bylo žádoucí použít silnější vibrátor, který bohužel nebyl na řešitelském pracovišti k dispozici. Ukazuje se, že použití modálního kladívka vždy nestačí a nejlépe by bylo použít oba přístroje a výsledky porovnávat. Získá se tak lepší představa o směrové dynamické poddajnosti a tím i o směrové závislosti stability při obrábění.

Pro budoucí modelování svařených dílů je nutné zdokonalit jejich modelování metodou MKP. Není jasně vyřešen problém tření (tlumení) v dotýkajících se nesvařených plochách.

V této práci byl použit nejjednodušší model pro řeznou sílu a v budoucích výzkumech bude nepochybně zdokonalován. V této oblasti se na různých světových pracovištích intenzivně pracuje, mj. i na Ú12135.

Měření směrové dynamické poddajnosti by mělo být prováděno nejen na vypnutém stroji, ale i na zapnutém, aby lépe vynikl vliv dynamiky pohonů.

Důležitou a zatím opomíjenou vlastností a průvodním dokumentem každého NC stroje by měl být rovinný (nebo ještě lépe prostorový) polární diagram přímé dynamické poddajnosti vřetena - viz Obr. 52, Obr. 53, Obr. 54 a např. Obr. 74, Obr. 109.

Dalším, teoreticky náročnějším tématem je výzkum symetrie rozsáhlejších modelů, které obsahují MKP model mechaniky (propojené modely, vyvíjené také na Ú12135). Symetrie je v přírodě obecným jevem (uvedl poprvé Maxwell u pružných těles – obecně odvodila E. Noetherová) a platí i v teorii relativity, viz např. Lorentzova transformační matice.

Použitá literatura

[1] TAYLOR, F. W. *On the art of cutting metals*. New York : The American society of mechanical engineers, 1907.

[2] TLUSTÝ, J. a POLÁČEK, M. *The stability of machine tools against self-excited vibrations in machining, International Research in Production Engineering*. 1963. stránky 465-474.

[3] TOBIAS, S. A. a FISHWICK, W. *Theory of regenerative machine tool chatter, The engineer*. 1958258.

[4] QUINTANA, G. a CIURANA, J. Chatter in machining processes: A review. 2011, 51(5), stránky 363-376.

[5] MAXWELL, J. C. On Governors. 1867, 16, stránky 270-283.

[6] NYQUIST, H. *Regeneration Theory*. Bell System Technical Journal, 1932. stránky 126-147.

[7] SOUČEK, P. a BUBÁK, A. *Vybrané statě z kmitání v pohonech výrobních strojů*. Praha : České vysoké učení technické, 2008. 978-80-01-04048-5.

[8] DROBÍLEK, J. *Samobuzené kmitání v obráběcích strojích*. Praha : ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE FAKULTA STROJNÍ ÚSTAV VÝROBNÍCH STROJŮ A ZAŘÍZENÍ, 2018.

[9] SOUČEK, P. *Seminář kmitání*. Praha : České Vysoké Učení technické v Praze, 2015.

[10] ALTINTAS, Y. *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*. New York : Cambridge University Press, 2000. 0521659736.

[11] SHAMOTO, E. a AKAZAWA, K. Analytical prediction of chatter stability in ball end milling with tool inclination. 2009, Sv. vol. 58, issue 1, stránky 351-354.

[12] STEPHENSON, D. A. a AGAPIOU, J. S. *Metal cutting theory and practice*. Boca Raton : CRC Press, 2016. 978-1-4665- 8753-3.

[13] WECK, M. a BRECHER, C. *Werkzeugmaschinen. 7. neu bearb. Aufl.* Berlin : Springer, 2006. 978-3-540-22505-8.

[14] SCHMITZ, T. L. a SMITH, K. S. *Machining dynamics: frequency response to improved productivity*. New York : Springer, 2008. 978-0-387-09644-5.

[15] ALTINTAS, Y. a BUDAK, E. Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling. [editor] CIRP Annals - Manufacturing Technology [online]. 1995, stránky 357-362.

[16] SLAVÍK, J., STEJSKAL, V. a ZEMAN, V. *Základy dynamiky strojů*. Praha : ČVUT, 1997. 80-01-01622-6.

- [17] **MetalMAX**. WantagePoint. *MetalMAX*. [Online] 2020. [Citace: 28. 1 2020.] <http://vantagepointusa.com/metalmax>.
- [18] **ALTINTAS, Y. a WECK, M.** Chatter Stability of Metal Cutting and Grinding. 2004, 53(2), stránky 619-642.
- [19] **MINIS, I., a další.** Analysis of Linear and Nonlinear Chatter in Milling. 1990, 39(1), stránky 459-462.
- [20] **COWLEY, A. a BOYLE, A.** Active Dampers for Machine Tools. *CIRP anal.* 1970, Sv. 18, 1, stránky 213-222.
- [21] **BLEICHER, F., SCHÖRGHOFER, P. a HABERSOHN, C.** In-process control with a sensory tool holde to avoid chatter. *Journal of machine engineering*. 2018, Sv. 18, 3, stránky 16-27.
- [22] **NOVOTNÝ, L., a další.** Damping in machine tool structure. *Proceedings od 14th International Conference on High Speed Machining: Productivity, Quality and Digitalization. San Sebastian: Uriate, Munoa.* 17.-18. April 2018.
- [23] **MUNOA, J., a další.** Active Suppression of Structural Chatter vibrations Using Machine Drives and Accelerometers. *Annals of the CIRP*. 2015, Sv. 64, 1, stránky 385-388.
- [24] **KOLÁŘ, P., a další.** Modern Methods for efficient Machine Tool Design. *10th International Conference on High Speed Machining. Darmstadt: Abele, Metternich.* 26.-27. September 2013.
- [25] **KOLÁŘ, P., a další.** An Integrated approach to the development of machine tool structural parts. *MM Science Journal*. 2012, Sv. Special issue on 9th International Conference on Machine Tools, Automation, Technology and Robotics MATAR 2012, stránky 1-7.
- [26] **MÖHRING, H.-C., a další.** Intelligent Hybrid Material Slide Component for Machine Tools. *Journal of Machine Engineering*. 2017, Sv. 17, 1, stránky 31-45.
- [27] **SIDDHPURA, M. a PAUROBALLY, R.** A review of chatter vibration research in turning. 2012, 61, stránky 27-47.
- [28] **ONDRÁŠEK, J.** Cross Slide Mathematical Model for Solving Chatter. 2012, Sv. 1, stránky 1-9.
- [29] **LEHOTZKY, D., TURI, J. a INSPERGER, T.** Stabilizability diagram for turning processes subjected to digital PD control: A review. *International Journal of Dynamics and Control*. 2195-268X, 2014, Sv. 2, 1, stránky 46-54.
- [30] **BEUDAERT, X., a další.** Analysis of the feed drives control parameters on structural chatter vibrations. *XIIIth International Conference on High Speed Machining*. Oct 2016.
- [31] **FRANCO, O., a další.** Machining chatter stability limit improvement by means of feed drive control parameters. *8th International Conference on Virtual Machining Process Technology*. 2019.

- [32] **FRANCO, O., BEUDAERT, X. a ERKORKMAZ, K.** Effect of Rack and Pinion Feed Drive Control Parameters on Machine Tool Dynamics. 2020, Sv. 33, 4.
- [33] **KOREN, Y. a LO, C.C.** Advanced Controllers for Feed Drives. 1992, 41(2), stránky 689-698.
- [34] **MÁDL, J.** *Teorie obrábění*. Praha : České vysoké učení technické, 1989.
- [35] **GROTE, K.-H. a ANTONSSON, K. E.** *Springer handbook of mechanical engineering*. New York : Springer, 2009. 978-3-540-49131-6.
- [36] **TSCHÄTSCH, H.** *Applied machining technology*. New York : Springer, 2009. 978-3-642-01006-4.
- [37] **KOENIGSBERGER, F. a TLUSTÝ, J.** *Machine Tool Structures*. Oxford : Pergamon Press Ltd., 1970. 08 013405 x.
- [38] **BUBÁK, A.** Zvyšování dynamiky a přesnosti posuvových os obráběcích strojů. *Doktorská práce*. Praha : ČVUT FS, Ústav výrobních strojů a mechanismů, 2005.
- [39] **SOUČEK, P.** *Servomechanismy ve výrobních strojích*. Praha : ČVUT, 2004. 80-01-02902-6.
- [40] **SMOLÍK, J. a HOUŠA, J.** Dynamické výpočty křížového stolu stroje MCFV 5050 LN.
- [41] **MM PRŮMYSLOVÉ SPEKTRUM.** Volba kuličkových šroubů. *MM PRŮMYSLOVÉ SPEKTRUM*. [Online] 2008. [Citace: 14. 06 2016.] <http://www.mmspektrum.com/clanek/volba-kulickovych-sroubu.html>.

Publikace autora

- [42] **GRAU, J.** The servo-drives influence on vibration machines. In: Studentská tvůrčí činnost 2016. Praha: České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, 2016. ISBN 978-80-01-05929-6.
- [43] **GRAU, J., M. SULITKA a P. SOUCEK.** INFLUENCE OF LINEAR FEED DRIVE CONTROLLER SETTING IN CNC TURNING LATHE ON THE STABILITY OF MACHINING. *Journal of Machine Engineering*. 2019, **19**(2), 18-31. DOI: 10.5604/01.3001.0013.2221. ISSN 1895-7595. Dostupné také z: <https://jme.publisherspanel.com/gicid/01.3001.0013.2221>
- [44] **GRAU, J., M. SULITKA a P. SOUCEK.** The Influence of Servo Drive Control on the NC Vertical Milling Machine Dynamic Compliance. *J. Manuf. Mater. Process.* 2020, 4, 111. DOI: 10.3390/jmmp4040111. ISSN 2504-4494. Dostupné také z: <https://doi.org/10.3390/jmmp4040111>

GRAU, J., P. SOUČEK a M. SULITKA. ČVUT V PRAZE, FAKULTA STROJNÍ, ÚSTAV VÝROBNÍCH STROJŮ A ZAŘÍZENÍ (Ú12135). *Rozbor vlivu pohonů na samobuzené kmitání při obrábění.* Praha, 2018. Report no. V-18-066.

GRAU, J. ČVUT V PRAZE, FAKULTA STROJNÍ, ÚSTAV VÝROBNÍCH STROJŮ A ZAŘÍZENÍ (Ú12135). *Vliv pohonů na samobuzené kmitání při obrábění.* Praha, 2015. Report no. V-15-084.

ANDRLÍK, V., L. DRAHORÁDOVÁ, J. GRAU a M. KOLÁŘ. *Vícechodý pohybový závitový mechanismus se segmentovou maticí.* [Prototyp] 2015.

KAŠPAR, M., V. ANDRLÍK a J. GRAU. *Přetlakový pomaluběžný pneu-motor.* [Funkční vzorek] 2015.

CHVOJKA, P., J. MACHYL, D. BURIAN a J. GRAU. FAKULTA STROJNÍ, ÚSTAV VÝROBNÍCH STROJŮ A ZAŘÍZENÍ (Ú12135). *Vývoj koncepce siloměrného kozlíku pro měření provozních veličin čerpadel Sigmy Lutín.* PRAHA, 2014.

Přílohy

Příloha 1

Parametry nastavení strojních os středně velkého frézovacího stroje

Aktuální strojové konstanty pro osu X středně velkého frézovacího stroje.

Tab. 14 - Strojové konstanty osy X

Číslo param.	Popis	Znač.	Hodnota 1	Jednot.
1407	SPEEDCTRL_GAIN 1	K_P	80 000	Ns/m
1409	SPEEDCTRL_INTEGRATOR_TIME_1	T_N	6	ms
1120	CURRCTRL_GAIN	K_{PI}	60	V/A
1121	CURRCTRL_INTEGRATOR_TIME	T_{NI}	2 000	μ s
32200	POSCTRL_GAIN	K_v	4	-
Filtry:				
1200	NUM_CURRENT_FILTERS		4	
1201	CURRENT_FILTER_CONFIG		3 2 1 0 X X X	
Filtr 1				
1202	CURRENT_FILTER_1_FREQUENCY[n]		1500	Hz
1203	CURRENT_FILTER_1_DAMPING [n]		0,6999	-
Filtr 2				
1213	CURRENT_FILTER_2_SUPPR_FREQ		1615	Hz
1214	CURRENT_FILTER_2_BANDWIDT		1500	Hz
1215	CURRENT_FILTER_2_BW_NUM		150	Hz
1223	CURRENT_FILTER_2_BS_FREQ		100	%
Filtr 3				
1216	CURRENT_FILTER_3_SUPPR_FREQ		625	Hz
1217	CURRENT_FILTER_3_BANDWIDTH		300	Hz
1218	CURRENT_FILTER_3_BW_NUM		94	Hz
1224	CURRENT_FILTER_3_BS_FREQ		100	%
Filtr 4				
1219	CURRENT_FILTER_4_SUPPR_FREQ		1315	Hz
1220	CURRENT_FILTER_4_BANDWIDT		200	Hz
1221	CURRENT_FILTER_4_BW_NUM		112,5	Hz
1225	CURRENT_FILTER_4_BS_FREQ		100	%

Aktuální strojové konstanty pro osu Y středně velkého frézovacího stroje.

Tab. 15 - Strojové konstanty osy Y

Číslo param.	Popis	Znač.	Hodnota 1	Jednot.
1407	SPEEDCTRL_GAIN 1	K_P	160 000	Ns/m
1409	SPEEDCTRL_INTEGRATOR_TIME_1	T_N	6	ms
1120	CURCTRL_GAIN	K_{PI}	35	V/A
1121	CURCTRL_INTEGRATOR_TIME	T_{NI}	2 000	μ s
32200	POSCTRL_GAIN	K_v	4	-
Filtry:				
1200	NUM_CURRENT_FILTERS		4	
1201	CURRENT_FILTER_CONFIG		3 2 1 0	
			X X	
Filtr 1				
1202	CURRENT_FILTER_1_FREQUENCY[n]		700	Hz
1203	CURRENT_FILTER_1_DAMPING [n]		0,6999	-
Filtr 2				
1213	CURRENT_FILTER_2_SUPPR_FREQ		1000	Hz
1214	CURRENT_FILTER_2_BANDWIDT		500	Hz
1215	CURRENT_FILTER_2_BW_NUM		88,9	Hz
1223	CURRENT_FILTER_2_BS_FREQ		100	%
Filtr 3				
1216	CURRENT_FILTER_3_SUPPR_FREQ		275	Hz
1217	CURRENT_FILTER_3_BANDWIDTH		120	Hz
1218	CURRENT_FILTER_3_BW_NUM		12	Hz
1224	CURRENT_FILTER_3_BS_FREQ		100	%
Filtr 4				
1208	CURRENT_FILTER_4_FREQUENCY		332	Hz
1209	CURRENT_FILTER_4_DAMPING		1	-