

Ing. František Štampach, Ph.D.
Katedra matematiky FJFI ČVUT v Praze:

Posudek oponenta bakalářské práce
Lukáše Váchy

Variace na harmonické téma

Bakalářská práce studenta Lukáše Váchy je zaměřena na studium spektrálních vlastností 3 modifikací Schrödingerova operátoru pro harmonický oscilátor na přímce. Práce je členěna do šesti kapitol. Rešeršní část pokrývají kapitoly 1, 2 a 3, vlastní práci autora obsahují kapitoly 4, 5 a 6.

Kapitola 1 shrnuje vybrané výsledky z funkcionální a spektrální analýzy, které jsou později použity. Kapitoly 2 a 3 připomínají standardní řešení úlohy s lineárním harmonickým oscilátorem v klasické a kvantové mechanice.

První modifikace operátoru pro harmonický oscilátor je představena v kapitole 4. Potenciál této modifikace tvoří dvě ramena paraboly mezi něž je vložen konstantně nulový potenciál na symetrickém intervalu okolo počátku. Je dokázána samosdruženost tohoto operátoru a nalezeno spektrum jako množina kořenů implicitní rovnice. Dále student napočítal první dva Rayleigh–Schrödingerovy koeficienty poruchového rozvoje pro nejnižší vlastní hodnotu.

V Kapitole 5 je nalezeno spektrum druhé modifikace operátoru pro harmonický oscilátor, kde parametr interpretovaný jako frekvence se skokově mění v počátku. Postup je analogický jako v předchozí kapitole, spektrum je bodové a vyjádřené jako množina řešení implicitní rovnice.

Poslední modifikace s potenciálem definovaným jako periodicky prodloužený úsek paraboly je analyzována v kapitole 6. Postup pro nalezení spektra využívá Blochovy analýzy Schrödingerových operátorů s periodickým potenciálem a je zcela odlišný od předchozích dvou modelů. Spektrum je popsáno jako obor hodnot jisté funkce, kterou lze definovat pomocí konfluentních hypergeometrických řad.

Zadání BP student splnil. Práce je vhodně strukturována, není problém se v ní rychle orientovat, ale vyjadřování je místy útržkovité. I text s rovnicemi by měl být formulován do vět (často chybí interpunkce). Cíle i použité metody jsou většinou z textu dobře pochopitelné.

Vyzdvihnu dva nedostatky předložené BP. Za prvé u některých tvrzení postrádám argument, příp. referenci. To by bylo vhodné např. u obecného řešení (3.7) rovnice (3.3), které se v BP několikrát použije. Také tvrzení o kvadratické integrabilitě funkce (3.7) by bylo vhodné doložit např. odpovídajícím asymptotickým rozvojem funkce a referencí. Referenci, nebo alespoň stručné ověření, postrádám u asymptotických rozvoje α a γ na str. 15 a podobně ještě na několika místech. Proč lze derivaci konfluentní

hypergeometrické řady vyjádřit jako lineární kombinaci podobných funkcí, viz rovnice (6.4), by také mělo být vysvětleno, příp. doloženo referencí. Tento nedostatek může souviset s používáním Wolfram Mathematica (WM), která je jistě výborný pomocník, ale její výstupy nemůžou nahradit analytické ověření úpravy, výpočet, referenci, atd. Takové použití WM spatřuji např. v úpravě na konci str. 20 (indikují to tři tečky za rovnítkem?) nebo výrazu pro koeficient z Přílohy A (takové vzorce nejsou dle mého názoru k ničemu dobré).

Druhá výtka se týká nesrozumitelnosti některých části BP. Např. převzatou teorii v kapitole 1 by bylo možné zpracovat lépe. Čtenář s nulovou znalostí Blochovy teorie by výklad sekce 1.2 asi jen těžko pochopil. Při čtení jsem občas narazil na části, kdy mi unikal úmysl autora. Např., proč autor vkládá do odvození na str. 14 větu „Podobně jako [2, Nerovnost (7.6)]:...“ mi není jasné (mimořádně jsem v knize [2] nerovnost (7.6) nenašel). Podobně mi není jasné, co přesně chce autor říct na str. 17 větou začínající „Funkce λ lze spojitě dodefinovat...“ nebo smysl reference [15] na konci str. 26.

BP obsahuje několik drobných chyb, ale jejich počet nepřesahuje běžně tolerovanou mez. Chybí vysvětlení konstanty S v asymptotických rozvoji pro α a γ ze str. 15 a 16 (nestačí vedoucí člen?). Logická chyba je v argumentu ve větě „Z tohoto důvodu...“ pod Obr. 5.1 na str. 21. Je trochu matoucí zařadit 0 do spektra \hat{H} podle první rovnice sekce 4.4, a pak vysvětlovat, proč 0 ve spektru \hat{H} není. Řešení diferenciální rovnice bych neoznačoval za „fyzikálně správně/nesprávně“ (str. 17), podobně „podprostor s fixní energií“ (str. 10) by bylo lepší nazývat vlastní podprostor.

Při obhajobě může student reagovat na uvedené výtky, příp. přikládám následující otázku:

- Bylo by možné v modelu z kapitoly 4 dokázat monotónní závislost vlastních hodnot na parametru a např. pomocí min-max principu?

Přes všechny uvedené výtky považuji práci za zdařilou. Rád bych vyzdvihl, že student pracoval na poměrně obtížném tématu a v některých částech si musel osvojit metody pokročilé funkcionální analýzy jdoucí nad rámec kurzů 3. ročníku. Proto *bakalářskou práci Lukáše Váchy doporučuji k obhajobě a navrhuji hodnotit známkou C (dobře).*