

Posudek oponenta bakalářské práce

Student: Mário Hoz

Název práce: Plně pravděpodobnostný návrh rozhodovací strategie so zastavováním

Bakalářská práce se zabývá úlohou optimálního zastavení procesu rozhodování či učení, s důrazem na preskriptivní modely rozhodování (Bell, Raiffa a Tversky, 1988), zohledňující chování reálných, omezeně racionálních agentů, rozhodujících za ekonomických či jiných omezení na prostředky pro sběr dat a rozhodování.

Text je rozdělen do čtyř kapitol: Prvá kapitola definuje řešený problém a zasazuje jej do širšího kontextu. Druhá kapitola shrnuje základní vlastnosti markovského rozhodovacího problému, nejdříve v klasickém rámci statistické teorie rozhodování, poté z pohledu plně pravděpodobnostního návrhu (Guy a Kárný, 2006). Třetí kapitola prezentuje původní výsledky autora. Čtvrtá kapitola stručně shrnuje dosažené výsledky.

Po formální stránce je práce logicky strukturovaná a psaná čtivým a kultivovaným jazykem. Po obsahové stránce ale působí nedokončeným dojmem; jakoby autor náhle, pod tlakem času či okolností, přerušil psaní textu i vývoj algoritmů. Zadání práce nebylo splněno v plném rozsahu, jak student sám připouští. Je však třeba vzít v úvahu, že zadání bylo náročnější, než bývá obvyklé, a že student prokázal při jeho řešení nesporný talent a schopnost k samostatné práci.

Po zvážení těchto skutečností navrhuji hodnotit bakalářskou práci pana Mária Hoze **známkou B** (velmi dobře).

Připomínky k práci:

1. **Širší kontext řešené úlohy.** Úlohu výběru časového okamžiku k provedení určité akce, optimálního ve smyslu minimalizace očekávané hodnoty ztrátové funkce, řeší autor na čistě abstraktní úrovni. Neuvažuje a nediskutuje konkrétní charakter zvažované akce a utrpěné ztráty v prakticky zajímavých případech. Takový přístup podle mého názoru ztěžuje čtenáři pochopení podstaty řešeného problému, neposkytuje dostatečný prostor pro rozvoj intuice nezbytné pro návrh konkrétních modelů a brání autorovi využít výsledky publikované v literatuře věnované speciálním případům.

V kontextu řešené úlohy existují vedle čistě ilustračních příkladů (výběr sekretářky, výběr životního partnera, výběr nevěsty s nejvyšším věnem, výběr parkovacího místa apod.) praktičtější problémy jako výběr zaměstnání či prodej nemovitosti, ale i úlohy, které stály u zrodu nových trhů a profesí. K posledním patří obchodování s finančními deriváty, které se stalo základem moderních forem zajištění obchodních aktivit proti nejrůznějším rizikům.

Typickým příkladem finančního derivátu je kupní či prodejní opce, která dává majiteli opce právo zakoupit či prodat v základu ležící aktivum, např. akcie konkrétní firmy, za předem smlouvenou cenu. Výnos z vlastnictví opce závisí na vývoji ceny aktiva. V případě kupní opce, pokud aktuální cena aktiva převyšuje cenu uvedenou na opci, majitel může opci uplatnit, aktivum koupit za smlouvenou (nižší) cenu a obratem se ziskem prodat za tržní (vyšší) cenu. Dosažený zisk je daný rozdílem mezi tržní a smlouvenou cenou aktiva, po odečtení ceny opce. Pokud aktuální cena aktiva je nižší než cena uvedená na opci, majitel kupní opci přirozeně neuplatní a v důsledku utrpí ztrátu rovnou ceně opce. Popsané scénáře zrcadlově platí i pro prodejní opce.

Existují dva základní druhy opcí: ‚evropskou‘ opci lze uplatnit pouze ve stanovené datum, ‚americkou‘ opci lze uplatnit kdykoliv až do stanoveného data. Problém výběru časového okamžiku k uplatnění ‚americké‘ opce, optimálního ve smyslu maximalizace očekávaného výnosu z vlastnictví opce, je ukázkovým případem problému optimálního zastavení. Vedlejším efektem řešení tohoto problému je finanční ocenění opce.

Oceňování amerických opcí je speciálním případem oceňování finančních opcí a jiných derivátů, které je nezbytným předpokladem pro hromadné obchodování těchto nástrojů na finančních trzích. Oceňování finančních derivátů má relativně krátkou, ale bohatou historii, s velmi silnými teoretickými výsledky (Hull, 2018). Oceňování finančních opcí posloužilo brzy jako inspirace i pro oceňování nefinančních, ‚reálných‘ opcí (Guthrie, 2009), které opět zahrnují i úlohy optimálního zastavení (výběr nejvhodnějšího momentu pro investici do rozšíření firmy, do vývojového projektu, do zahájení těžby apod.).

Jsem přesvědčený, že pokud by se autor předem seznámil byť jen se základy oceňování reálných opcí (Guthrie, 2009, kap. 5 a část II), včetně použití rozhodovacích stromů při modelování alternativních akcí (srov. Smith, 2010, kap. 2), byl by schopen rychle posunout úroveň analýzy v kap. 2 práce na vyšší úroveň.

2. **Rozhodování s omezenými prostředky.** Autor v úvodu práce přímočaře spojuje problém omezených prostředků pro sběr dat a rozhodování s úlohou optimálního zastavení: „kritická otázka, které každý agent čelí [je] určení momentu, kdy přestat shromažďovat nové informace“. Tento pohled poněkud přeceňuje rozsah použitelnosti modelu optimálního zastavení. Ten je v praxi omezen na případy, kdy je rozhodování z principu sekvenční a ke dříve učiněným rozhodnutím se již nelze vracet. Tak je tomu např. v případě výše zmíněných finančních nebo reálných opcí: rozhodnutí neuplatnit opci (v každém z uvažovaných časových okamžiků) je nevratné; rozhodnutí uplatnit opci je konečné.

Mnoho praktických úloh optimálního výběru z více možností ale taková omezení nemá. V podmínkách fungujícího trhu ‚kupující‘ agent při výběru zaměstnance, dodavatele, výrobku, služby nebo projektu – a v omezeném rozsahu i ‚prodávající‘ agent při výběru zaměstnavatele, zákazníka či obecně kupujícího – obvykle může posuzovat všechny dostupné možnosti souběžně a opakovaně. Se skutečností, že prostředky dostupné pro sběr dat a rozhodování jsou omezené a nedovolují typicky posoudit všechny možnosti ve stejném detailu, se agent vypořádává metodou postupné redukce množiny alternativ, kde každý další filtr je podrobnější a přísnější v porovnání s předchozím a výstup poslední fáze je do té míry redukován, že dovoluje za přijatelných nákladů posoudit detailně všechny zbylé kandidáty. Proces známý v literatuře jako *funnel* nebo *pipeline* je přirozeně zatížen neurčitostí (každá fáze filtrace zbylých možností je spojena s rizikem *false positives* a *false negatives*), ale v porovnání se sekvenčním rozhodováním dovoluje principiálně lépe vytěžít dostupnou informaci a posoudit všechny možnosti.

Metod rozhodování s omezenými prostředky je tedy více – a problém optimálního zastavení má ve třídě těchto metod specifické postavení, které by si zasloužilo v bakalářské práci podrobněji analyzovat.

3. **Původní výsledky práce.** Autor sice poctivě cituje všechny použité zdroje, ale citace jsou nedostatečně provázány s textem, takže čtenáři, který není detailně obeznán se všemi citovanými pracemi, není mnohdy zřejmé, kde autor pouze shrnuje či sestavuje předchozí výsledky a kde prezentuje své původní výstupy.
4. **Úvod do teorie pravděpodobnosti.** Shrnutí potřebných výsledků z teorie pravděpodobnosti v části 1.1 práce je poněkud kostrbaté. Autor namísto standardní funkce pravděpodobnosti (*probability function/probability mass function*) diskrétní náhodné veličiny zavádí pojem hustoty pravděpodobnosti. Matematik by pro tento účel použil teorii míry a Radonovu-Nikodymovu derivaci. Fyzik či inženýr by nejspíš zvolil méně rigorózní, zato názornější reprezentaci hustoty jako směsi Diracových delta funkcí („bodových mas“). Autorova definice hustoty pravděpodobnosti na str. 12 jako „rozšířená“ funkce pravděpodobnosti je mírně řečeno nestandardní, nemluvě o těžko obhajitelnému výrazu $\sum_{x \in \mathbb{R}} f(x)$ namísto správného $\sum_{x^i \in \mathbb{R}} f(x^i)$ (srov. např. DeGroot a Schervish 1982, věta 3.1.2).
5. **Česká/slovenská terminologie.** Anglické termíny *Markov property*, *Markov process*, *Markov decision process*, *Markov chain* se běžně překládají jako markovská vlastnost, markovský proces, markovský rozhodovací proces, Markovův (či markovský) řetězec, v souladu s gramatickým významem variant (srov. Bayesova věta, ale bayesovská inference) a konzistentně s terminologií používanou v ruské literatuře: *марковское свойство*, *марковский процесс*, *марковский процесс принятия решений*, *цепь Маркова*, případně *марковская цепь* (srov. např. Gnedenko a Khinchin 1982). Šlo by o drobnost, kdyby se pojmy spojené se jménem A. A. Markova neobjevovaly téměř na každé straně práce, navíc v gramaticky nesprávných tvarech: Markov proces (místo Markovov, či markovský proces) nebo Markova vlastnost (místo Markovova, či markovská vlastnost).

Anglický pojem *Kullback-Leibler divergence* má dva autory a obě jejich jména by měla mít v překladu tvar přivlastňovacího přídavného jména, tedy Kullbackova-Leiblerova divergence.

Dotaz k autorovi práce

Bylo by možné blíže naznačit prakticky významné úlohy, na které se hodí popsaná metoda, a konkrétní přínosy zvoleného přístupu?

V Praze dne 9. 8. 2021

Ing. Rudolf Kulhavý, DrSc.
Odd. adaptivních systémů
ÚTIA AV ČR

Použité odkazy

- BELL, David E., Howard RAIFFA a Amos TVERSKY, eds. *Decision Making: Descriptive, Normative, and Prescriptive Interactions*. Cambridge: Cambridge University Press, 1988.
- DEGROOT, Morris H. a Mark J. SCHERVISH. *Probability and Statistics*. 4th ed. Boston, MA: Addison-Wesley, 2012.
- ГНЕДЕНКО, Борис В. a Александр Я. ХИНЧИН. *Элементарное введение в теорию вероятностей*. 9-е изд. Москва: Наука, 1982.
- GUTHRIE, Graeme A. 2009. *Real Options in Theory and Practice*. Oxford: Oxford University Press.
- GUY, Tatiana V. a Miroslav KÁRNÝ. 2006. Fully probabilistic control design. *Systems & Control Letters*, **55**(4), 259–65.
- HULL, John. 2018. *Options, Futures, and Other Derivatives*. 10th ed. New York, NY: Pearson.
- SMITH, Jim Q. 2010. *Bayesian Decision Analysis: Principles and Practice*. Cambridge: Cambridge University Press.