



**FAKULTA  
STROJNÍ  
ČVUT V PRAZE**

# **Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky**

**Stanovení střední aerodynamické tětiny  
křídla obecného půdorysu**

**Determination of the Mean Aerodynamic  
Chord of a Generally Shaped Wing**

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**2021**

**František FRANTÁL**

**Studijní program:** N2301 STROJNÍ INŽENÝRSTVÍ  
**Studijní obor:** 3901T003 APLIKOVANÁ MECHANIKA  
**Vedoucí práce:** Ing. Petr Prokop, MBA

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Frantál** Jméno: **František** Osobní číslo: **458527**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky**  
Studijní program: **Strojní inženýrství**  
Studijní obor: **Aplikovaná mechanika**

## II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

**Stanovení střední aerodynamické tětiny křídla obecného půdorysu**

Název diplomové práce anglicky:

**Determination of the Mean Aerodynamic Chord of a Generally Shaped Wing**

Pokyny pro vypracování:

- 1) Vysvětlíte pojem střední aerodynamická tětina (SAT) křídla a vysvětlíte důvody použití.
- 2) Proveďte rešerši grafických i výpočetních metod používaných pro určení SAT.
- 3) Navrhněte softwarový produkt v prostředí dle vašeho uvážení umožňující stanovení SAT křídla obecného půdorysu včetně křidel šípových.
- 4) Pro metodu zpracujte vhodné uživatelské rozhraní a popište ji takovým způsobem, aby ji mohl prakticky užívat i laik.

Seznam doporučené literatury:

Dle doporučení vedoucího diplomové práce.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

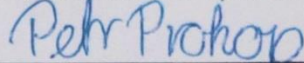
**Ing. Petr Prokop, MBA, ústav mechaniky tekutin a termodynamiky FS**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **30.10.2020**

Termín odevzdání diplomové práce: **08.01.2021**

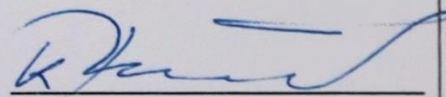
Platnost zadání diplomové práce: \_\_\_\_\_



Ing. Petr Prokop, MBA  
podpis vedoucí(ho) práce



prof. Ing. Jiří Nožička, CSc.  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry



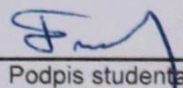
prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.  
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

30.10.2020

Datum převzetí zadání



Podpis studenta



## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne .....15.1. 2021.....

František Frantál



## Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu práce, Ing. Petru Prokopovi, MBA za poskytnutí cenných rad a doporučení. Také bych rád poděkoval svým blízkým a rodině za podporu, díky které jsem mohl věnovat maximum času této práci.

## Abstrakt

V této práci byl objasněn pojem střední aerodynamická tětíva, její běžně uváděný geometrický význam, a zejména její role ve výpočtech statické stability. Byl vytvořen přehledný souhrn výpočetních a grafických metod včetně doporučení pro jejich aplikaci. Byl vytvořen výpočetní software v prostředí Microsoft Excel využívající dvě početní metody plynoucí z geometrických vlastností a z rovnováhy aerodynamický momentů. Pro software byl vytvořen originální způsob nalezení funkcí definujících hloubku a náběžnou hranu křídla, díky kterému lze provádět výpočty i u neortodoxních půdorysných tvarů křídel, které nelze jinými dostupnými programy spočítat. Navrhnuté uživatelské prostředí je nezávislé na odbornosti uživatele a disponuje veškerými potřebnými instrukcemi. Software byl verifikován porovnáním s dostupným softwarem.

## Klíčová slova

Střední aerodynamická tětíva SAT, statická stabilita, obecný půdorys, výpočetní metoda, grafické řešení, šípové křídlo, zužované křídlo, tvorba softwaru, Microsoft Excel, návod pro výpočet

## Summary

This thesis describes mean aerodynamic chord and its importance for static stability of aircraft. In case of developing software for MAC calculations the summary of calculation methods and graphic solutions was made. There was created an original way of finding functions which define wing depths and leading-edge location. Thanks to that it is possible to calculate generally shaped wings with integral formulas easily. User interface contains simple and detailed instructions. Software verification was made.

## Keywords

Mean aerodynamic chord MAC, static aircraft stability, generally shaped wing, calculation method, graphic solution, swept wing, tapered wing, software development, Microsoft Excel, manual for calculation



# Obsah

1	Úvod .....	12
2	Střední aerodynamická těživa SAT .....	13
2.1	Podélná stabilita a význam střední aerodynamické těživy .....	13
3	Výpočetní a grafické metody určování SAT.....	15
3.1	Obecná výpočetní metoda .....	15
3.2	Výpočetní metody odvozené z geometrie křídla .....	21
3.3	Grafická metoda.....	24
4	Software pro stanovení SAT křídel obecných půdorysů .....	26
4.1	Volba výpočetního softwaru a jeho popis.....	26
4.1.1	Vývojářský doplněk Visual Basic pro Microsoft Excel .....	28
4.2	Výpočetní metoda využívající vzorce odvozené z geometrie .....	29
4.2.1	Souřadnicový systém a popis tvaru křídla pomocí kót.....	29
4.2.2	Tvorba výpočetního programu.....	32
4.2.3	Úpravy tvarů křídel a jejich aplikace ve výpočtech .....	39
4.3	Návrh výpočetní metody využívající obecné vzorce .....	41
4.3.1	Alternativní výpočet integrálů v programu Microsoft Excel .....	50
4.4	Experimentální výpočty pro ověření výpočtových metod .....	53
5	Uživatelské rozhraní.....	58
5.1	Manuál - výpočet SAT vzorcí odvozenými z geometrie .....	61
5.2	Manuál – výpočet SAT obecnou metodou .....	62
5.2.1	Manuál – výpočet SAT obecnou metodou (list Integrate).....	64
6	Závěr.....	65
7	Seznam použité literatury .....	67
8	Přílohy .....	70



## Seznam použitých symbolů

$m_x$	[1]	Součinitel klonivého momentu
$m_y$	[1]	Součinitel zatáčivého momentu
$m_z$	[1]	Součinitel klopivého momentu
$m_{zp}$	[1]	Součinitel klopivého momentu profilu
$M_x$	[N · m]	Klonivý moment
$M_y$	[N · m]	Zatáčivý moment
$M_z$	[N · m]	Klopivý moment
$X$	[N]	Aerodynamický odpor (síla)
$Y$	[N]	Aerodynamický vztlak (síla)
$Z$	[N]	Aerodynamický boční síla
$l$	[m]	Rozpětí křídla
$\alpha$	[1]	Úhel náběhu
$v$	[m · s <sup>-1</sup> ]	Rychlost
$\rho$	[kg · m <sup>-3</sup> ]	Měrná hmota (jako ukazatel letové výšky)
$\mu$	[kg · m <sup>-1</sup> · s <sup>-1</sup> ]	Dynamická vazkost
$\vartheta$	[m <sup>2</sup> · s]	Kinematická viskozita
$a$	[m · s <sup>-1</sup> ]	Rychlost zvuku
$b$	[m]	Hloubka křídla
$\eta$	[1]	Zúžení křídla
$\lambda$	[1]	Štíhlost křídla
$\chi$	[°]	Úhel šípu
$S$	[m <sup>2</sup> ]	Nosná plocha křídla
$c_R$	[1]	Aerodynamický součinitel



$Re$	[1]	Reynoldsovo číslo
$M$	[1]	Machovo číslo
$R$	[N]	Aerodynamická síla
$c_x$	[1]	Součinitel odporu
$c_y$	[1]	Součinitel vztlaku
$c_z$	[1]	Součinitel bočné síly
$b_{SAT}$	[m]	Střední aerodynamická hloubka křídla
$z_{SAT}$	[m]	Poloha SAT na rozpětí křídla (osa z)
$x_{SAT}$	[m]	Poloha náběžné hrany v místě SAT (osa x)
$z_{SAT}^{gl.}$	[m]	Poloha SAT na rozpětí v globálním systému
$x_{SAT}^{gl.}$	[m]	Poloha náběžné hrany v místě SAT v globálním syst.
$b_n$	[m]	Hloubka n-tého křídla
$zb_n$	[m]	Z-ová souřadnice n-té hloubky křídla
$nb_n$	[m]	X-ová souřadnice bodu náběžné hrany n-té hloubky k.
$S_n$	[m <sup>2</sup> ]	Nosná plocha n-té části křídla





## Seznam obrázků

Obr. 3.1.1	Systém aerodynamických sil a momentů v prostorovém proudění...	18
Obr. 3.1.2	Kótovaný výkres křídla obecného půdorysu a jeho střední aerodynamické tětiny.....	20
Obr. 3.2.1	Obecné lichoběžníkové křídlo s kótovanými charakteristickými rozměry.....	21
Obr. 3.3.1	Grafická metoda pro nalezení SAT na křídle s dvěma poli.....	25
Obr. 4.2.1	Křídlo s vhodně zvoleným souřadnicovým systémem a kótováním.	30
Obr. 4.2.2.1	Aplikace funkce IFERROR u výpočtu převrácené hodnoty zúžení..	34
Obr. 4.2.2.2	Aplikace funkcí IFERROR a IFS u výpočtu plochy křídla.....	36
Obr. 4.2.2.3	Aplikace funkce IFS ve vzorci pro výpočet střední aerodynamické hloubky $b_{SAT}$ .....	36
Obr. 4.2.2.4	Aplikace funkce IFS ve vzorci pro výpočet střední aerodynamické hloubky $z_{SAT}$ .....	37
Obr. 4.2.2.5	Aplikace funkce IFERROR ve vzorci pro polohu $x_{SAT}$ střední aerodynamické tětiny.....	38
Obr. 4.2.2.6	Aplikace funkce IFS ve vzorcích pro polohy $z_{SAT}$ a $x_{SAT}$ střední aerodynamické tětiny.....	38
Obr. 4.2.3.1	Křídlo se zúžením, model číslo 14, zdroj National Advisory Committee for Aeronautics (NACA).....	39
Obr. 4.3.1	Bodový graf $[z; x_i]$ lichoběžníkového křídla proložený polynomickou křivkou 1. stupně (spojnice trendu).....	43
Obr. 4.3.2	Ošetření hodnot z plošného rozdělení pomocí funkcí KDYŽ a POČET.....	45
Obr. 4.3.3	Ošetření hodnot plošného rozdělení pomocí funkcí KDYŽ, POČET A ABS.....	45
Obr. 4.3.4	Plošné rozdělení křídla na obr. 4.3.1 a příslušná polynomická rovnice.....	46
Obr. 4.3.5	Vyjádření procentuální chyby hodnoty hloubek křídla z výpočtu pomocí rovnice trendu.....	48
Obr. 4.3.1.1	Schéma ilustrující historické zavedení určitého integrálu.....	51
Obr. 4.4.1	Výkres lichoběžníkového křídla složeného ze 2 částí.....	54



Obr. 4.4.2	Výkres lichoběžníkového křídla složeného ze 4 částí.....	55
Obr. 4.4.3	Výkres křídla složeného z lichoběžníku a trojúhelníku (2 částí).....	56
Obr. 4.4.4	Výkres eliptického křídla (1 část) s výsledky střední aerodynamické tětiny.....	57
Obr. 5.1	Podmíněné formátování pro zobrazení tabulky s mezivýsledky vzorců odvozených z geometrie.....	59
Obr. 8.1	Program pro výpočetní metodu pomocí odvozených vzorců z geometrie.....	70
Obr. 8.2	Zobrazení výsledkové oblasti v programu s výpočetní metodou pomocí odvozených vzorců z geometrie.....	71
Obr. 8.3	Výpočet střední aerodynamické tětiny trojúhelníkového křídla se špatně zadanou hodnotou $b_1$ .....	72
Obr. 8.4	Výpočet střední aerodynamické tětiny trojúhelníkového křídla se správně zadanou hodnotou $b_1$ .....	73
Obr. 8.5	Příklad plošného rozdělení u různého půdorysného tvaru křídel.....	74
Obr. 8.6	Příklad výpočetního postupu obecné metody s výsledky, užití funkce QUADF.....	78
Obr. 8.7	Výpočet lichoběžníkového křídla pro porovnání s obecnou metodou (obr. 8.6).....	79
Obr. 8.8	Alternativní výpočet integrálů ve vytvářeném softwaru, začervenalé pole obsahuje hodnotu nosné plochy.....	80
Obr. 8.9	Alternativní výpočet integrálů ve vytvářeném softwaru, $dz = 1 \rightarrow$ přesnější výsledky.....	81
Obr. 8.10	Přesměrování výpočtů na list Integrate, neplatná licence ExceLab 7.0.....	82
Obr. 8.11	Výkres pro exportování bodů lichoběžníkového křídla složeného ze 2 částí.....	82
Obr. 8.12	Výkres pro exportování bodů lichoběžníkového křídla složeného ze 4 částí.....	83
Obr. 8.13	Výkres pro ex. bodů křídla slož. z lich. a trojúh. (4 částí).....	84
Obr. 8.14	Výkres pro ex. bodů elipt. křídla (1 část) s výsledky SAT.....	85



## Seznam tabulek

Tab. 3.2.1	Souhrn obecných vzorců pro výpočet SAT typizovaných geometrických tvarů křídél.....	24
Tab. 4.1.1	Logické funkce programu Microsoft Excel.....	27
Tab. 4.1.2	Statistické funkce programu Microsoft Excel.....	28
Tab. 4.1.3	Matematické a trigonometrické funkce programu Microsoft Excel..	28
Tab. 4.2.3.1	Tabulka přepočítaných vstupních hodnot a výsledku pro polohu $z_{SAT}$ střední aerodynamické tělivity.....	40
Tab. 4.4.1	Porovnání výsledků jednotlivých metod a webového kalkulátoru....	54
Tab. 4.4.2	Porovnání výsledků jednotlivých metod a webového kalkulátoru....	55
Tab. 4.4.3	Porovnání výsledků jednotlivých metod a webového kalkulátoru....	56
Tab. 4.4.4	Porovnání výsledků jednotlivých metod a webového kalkulátoru....	57

# 1 Úvod

V leteckém průmyslu dochází k neustálému vývoji nových konceptů letadel a vzdušných dopravních prostředků. Vývoj moderních technologií výroby křídel umožňuje konstrukční návrhy, které s cílem optimalizace aerodynamických vlastností nosných ploch vedou k tvarově složitým plochám, což vede k vyšší komplexnosti výpočtů daného návrhu.

Důležitým prvkem každého konceptu letounu je jeho podélná stabilita, která je definována vzájemnou polohou aerodynamického středu a těžiště, která bývá obvykle vztažena ke střední aerodynamické těživě (SAT) a udává se v procentech její délky. SAT je geometrickou charakteristikou půdorysného tvaru křídla.

Jakékoli modifikace při řešení komplexního problému vyžadují neustálou kontrolu. Modifikováním tvaru křídel se mění velikost a poloha střední aerodynamické tětiny, a tedy hodnota podélné stability. Je užitečné mít k dispozici přehled výpočtů střední aerodynamické tětiny a vhodnost jejich aplikace na různé půdorysné tvary křídel. Takový přehled jsem osobně postrádal při práci na mé bakalářské práci.

Cílem je definovat vhodný aparát pro získání střední aerodynamické tětiny u různých konceptů křídel. V případě rozdílného postupu výpočtu bude vymezena jejich platnost a následně srovnání. Dále bude vytvořen softwarový produkt, který umožní jednoduchý a názorný výpočet střední aerodynamické tětiny. Bylo zvoleno následující zadání:

- I. Vysvětlíte pojem střední aerodynamická tětina (SAT) křídla a vysvětlíte důvody použití.
- II. Proved'te rešerši grafických i výpočetních metod používaných pro určení SAT.
- III. Navrhněte softwarový produkt v prostředí dle vašeho uvážení umožňující stanovení SAT křídla obecného půdorysu včetně křídel šípových.
- IV. Pro metodu zpracujte vhodné uživatelské rozhraní a popište ji takovým způsobem, aby ji mohl prakticky užívat i laik.

## 2 Střední aerodynamická tětíva SAT

Pro vysvětlení pojmu střední aerodynamická tětíva je nezbytné definovat základní charakteristiky obecného křídla vzdušného prostředí.

Obecné křídlo je definováno rozpětím, hloubkou křídla, nosnou plochou, úhlem šípu, štíhlostí a zúžením. Rozpětí křídla vyjadřuje vzdálenost mezi jeho konci, jedná se o největší šířkový rozměr. V případě křídla se vzepětím se jedná o největší rozměr v půdorysném průmětu. Hloubkou křídla se rozumí přímková vzdálenost bodů na náběžné a odtokové hraně ve směru odtékajícího proudu. Jinak řečeno, je to promítnutí tětívy profilu křídla do vodorovné roviny. Nosná plocha křídla je plocha půdorysného průmětu křídla a je do ní započítána i část křídla procházející trupem. Úhel šípu je úhel mezi normálou podélné osy letounu a čtvrtinové čáry křídla. Čtvrtinová čára spojuje body ve čtvrtině hloubky kořene a konce křídla. Štíhlost je poměr mezi rozpětím a střední hloubkou křídla. Střední hloubka křídla je aritmetickým průměrem hloubky kořene a konce křídla. Zúžení je poměr hloubky kořene ku hloubce konce křídla. Na základě uvedených charakteristik bude v následující podkapitole 2.1 vysvětlen pojem střední aerodynamické tětívy a její význam pro stabilitu letu. [2] [3]

### 2.1 Podélná stabilita a význam střední aerodynamické tětívy

Dostatečnou podélnou stabilitou se rozumí schopnost obnovovat původní rovnovážný letový stav. Tento stav je narušován vnějšími podněty, například svislým větrným poryvem. Pro obnovování stability mají rozhodující význam aerodynamické momenty. [1]

Je zvykem zavádět souřadnicový systém následujícím způsobem, osa  $x$  je v podélném směru letounu, osa  $y$  definuje vertikální směr a osa  $z$  definuje příčný směr. Aerodynamické momenty je možné určit pomocí aerodynamických součinitelů. Těmito součiniteli jsou součinitel klonivého momentu  $m_x$ , součinitel zatáčivého momentu  $m_y$ , a součinitel klopivého momentu  $m_z$ . Pro práci s nimi je nutné udat charakteristický rozměr křídla. Při výpočtu klonivého (okolo osy  $x$ ) a zatáčivého momentu (okolo osy  $y$ ) je charakteristickým rozměrem rozpětí. Pro klopivý moment (okolo osy  $z$ ) je to hloubka. U křídel s obecným půdorysným tvarem je nutné zohlednit proměnnou hloubku podél rozpětí. Jako charakteristický rozměr pro výpočet klopivého momentu je potřeba vybrat pouze jednu z nich. V aerodynamice je používána tzv. **střední aerodynamická hloubka**

**$b_{sat}$**  neboli **délka střední aerodynamické tětiny SAT**. [1] [3]

Velikost střední aerodynamické tětiny je určována tak, aby bylo možné ze známého součinitele klopivého momentu profilu  $m_{zp}$  vypočítat klopivý moment přímého nezkrouceného křídla  $M_z$  se stejným profilem po celém rozpětí. Stanovení velikosti střední aerodynamické tětiny obecných půdorysných tvarů je obtížnější. Proto jsou výpočetní vztahy rozdělovány do kategorií dle typických tvarů křídel. Podrobné odvození popisovaných vztahů bude popsáno v kapitole 3. [1] [3]

V některých případech je možné nahradit střední aerodynamickou tětinu takzvanou střední geometrickou hloubkou. Činí se tak u půdorysů křídel s malým zúžením zejména pro prvotní přibližné kalkulace. [3]

Na základě stanovení střední aerodynamické tětiny je možné stanovit polohy aerodynamického středu nosné plochy, neutrálního bodu. Aerodynamický střed nosné plochy je vzdálen o jednu čtvrtinu délky střední aerodynamické tětiny od náběžné hrany. V tomto místě je součinitel klopivého momentu stálý, nezávisí na poloze nosné plochy vůči úhlu náběhu. Neutrální bod letounu je místo, k němuž je součinitel klopivého momentu stálý se zahrnutím vlivů při změnách rychlostí. Pokud nezahrnuje vlivy změn rychlostí je poloha neutrálního bodu totožná s aerodynamickým středem letounu. Těžiště je působištem tíhových sil. Jejich vzájemné polohy na ose x (ose souměrnosti vzdušného prostředku), kam jsou promítnuty z poloh na střední aerodynamické tětině, mají rozhodující význam pro statickou podélnou stabilitu. Vzdálenost nastavení polohy mezi těžištěm a neutrálním bodem se udává v procentech velikosti střední aerodynamické tětiny a je nazývána statickou zásobou. [4] [5]

## 3 Výpočetní a grafické metody určování SAT

Jak již bylo vysvětleno v podkapitole 2.1, střední aerodynamická tětíva je geometrickou charakteristikou půdorysného tvaru křídla používaná při výpočtech letových vlastností. Byl také nastíněn způsob, jakým je matematicky určována její velikost ve vztahu k aerodynamickým součinitelům. Kompletní odvození obecného vzorce bude popsáno v podkapitole obecná výpočetní metoda. Stanovování střední aerodynamické tětivy pomocí jednoho obecného vzorce může být početně velice složité, a proto se někdy využívá geometrických vlastností konkrétních půdorysných tvarů křídel.

### 3.1 Obecná výpočetní metoda

Obecný vzorec pro výpočet střední aerodynamické tětivy vychází ze srovnání výsledného klopivého momentu a rozložení elementárních momentů po rozpětí křídla. Aby bylo možné získat toto srovnání je potřeba odvodit vzorec pro klopivý moment pomocí aerodynamických součinitelů. [1] [3]

Pro odvození potřebných vzorců bude použita metoda rozměrové analýzy v proudění. Mezi faktory, které mají vliv na aerodynamické síly spadají parametry pohybujícího se tělesa tedy jeho velikost, tvar a úhel náběhu. Dále jsou to parametry proudu, jimiž jsou rychlost, měrná hmota (charakterizující výšku letu), vazkost, stlačitelnost a tepelné parametry. Tyto faktory jsou popsány následujícími veličinami: [1]

velikost (rozpětí)	$l$ [m]
úhel náběhu	$\alpha$ [1]
rychlost	$v$ [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ]
měrná hmota (výška)	$\rho$ [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]
dynamická vazkost	$\mu$ [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ]
rychlost zvuku (stlačitelnost)	$a$ [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ]

Tvar tělesa je obtížné popsat jednoduchou veličinou, a proto bude společně s úhlem náběhu, který je zde inherentně bezrozměrný, zahrnut do výsledného vztahu dodatečně. [1]

Hledaný vztah pro aerodynamickou sílu  $R$  bude závislý na těchto parametrech: [1]

$$R = R(l, v, \rho, \mu, a)$$



Obecný exponenciální tvar lze zapsat takto: [1]

$$R = l^x v^y \rho^z \mu^u a^w \quad (3.1.1)$$

Neznámé exponenty jsou stanoveny zavedením rozměrů na základě rozměrové homogenity následujícím způsobem: [1]

$$kg^1 m^1 s^{-2} = (m^x)(m^y s^{-y})(kg^z m^{-3z})(kg^u m^{-u} s^{-u})(m^w s^{-w})$$

menší úpravou exponentů

$$kg^1 m^1 s^{-2} = kg^{z+u} \cdot m^{x+y-3z-u+w} \cdot s^{-y-u-w}$$

porovnáním rozměrů na obou stranách rovnice vznikne soustava 3 rovnic:

$$1 = z + u$$

$$1 = x + y - 3z - u + w \quad (3.1.2)$$

$$-2 = -y - u - w$$

Stanovení aerodynamické síly nyní závisí na třech rozměrech kg, m, s. Soustava rovnic v tuto chvíli nepostačuje k popisu pěti parametrů, neboť pouze tři z nich mohou být funkcemi zbývajících dvou. Pokud se jako základní vyberou veličiny  $l$ ,  $v$ ,  $\rho$ , přechází soustava rovnic 3.1.2 na soustavu rovnic jejíž exponenty jsou funkcemi  $u$  a  $w$

$$z = 1 - u$$

$$y = 2 - u - w \quad (3.1.3)$$

$$x = 2 - u$$

, kde rovnice pro  $x$  byla získána kombinací předešlých vzorců dosazením za  $z = 1 - u$  a za  $-y = -2 + u + w$ . [1]

Dosazením rovnic 3.1.3 do rovnice 3.1.1 dostáváme výraz

$$R = l^{2-u} v^{2-u-w} \rho^{1-u} \mu^u a^w$$



Ten lze dále upravit seskupením příslušných exponentů a dojít tak ke vztahu ve tvaru

$$\frac{R}{\rho l^2 v^2} = \left(\frac{lv\rho}{\mu}\right)^{-u} \left(\frac{v}{a}\right)^{-w}$$

Tento tvar obsahuje bezrozměrné veličiny. Pokud se veličina  $l^2$  bude považovat za plochu, lze psát

$$\frac{R}{\frac{1}{2}\rho v^2 S} = 2 \left(\frac{lv\rho}{\mu}\right)^{-u} \left(\frac{v}{a}\right)^{-w} \quad (3.1.4)$$

V rovnici 3.1.4 je možné identifikovat bezrozměrná podobnostní čísla Reynoldsovo číslo  $Re$ , Machovo číslo  $M$  a aerodynamický součinitel  $c_R$ . [1]

$$\begin{aligned} \frac{lv\rho}{\mu} &= \frac{lv}{\vartheta} = Re \\ \frac{v}{a} &= M \\ \frac{R}{\frac{1}{2}\rho v^2 S} &= c_R \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

Z výrazu 3.1.4 je tedy možné zapsat vztah pro aerodynamickou sílu  $R$  a naznačit vztah pro aerodynamický součinitel  $c_R$ , který nyní dodatečně doplníme o faktory tvar tělesa a úhel náběhu. Aerodynamický součinitel může být závislý na více parametrech, zde ale uvažujeme pouze vliv uvedených faktorů na začátku odvození. [1]

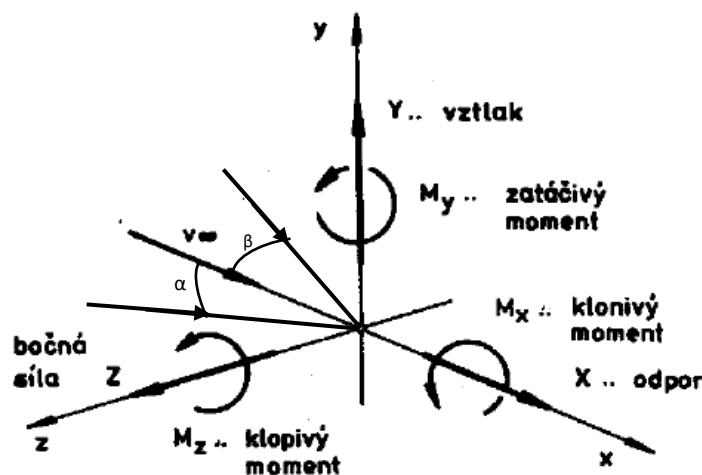
$$R = c_R \frac{1}{2} \rho v^2 S \quad (3.1.6)$$

$$c_R = f(\alpha, tvar, Re, M) \quad (3.1.7)$$

Pro výpočet sil a momentů v aerodynamické soustavě lze vzorec 3.1.6 upravit pro výpočet aerodynamického vzlaku, odporu či bočné síly. Jsou zde použity součinitele odporu  $c_x$ , vzlaku  $c_y$  a bočné síly  $c_z$ , přičemž součet kvadrátů součinitelů odporu a vzlaku je roven kvadrátu aerodynamického součinitele  $c_R$ . Ve vzorcích 3.1.8 vystupuje rychlost označována  $v_\infty$ . Tím je myšlena hodnota rychlosti nabíhajícího proudu v dostatečné vzdálenosti od náběžné hrany křídla, která není ovlivněna aerodynamickými vlastnostmi letounu. [1]

$$\begin{aligned}
 X &= c_x \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 S \\
 Y &= c_y \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 S \\
 Z &= c_z \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 S
 \end{aligned}
 \tag{3.1.8}$$

Následující obrázek znázorňuje třírozměrnou aerodynamickou souřadnou soustavu, která se uplatňuje v prostorovém proudění



Obr. 3.1.1 Systém aerodynamických sil a momentů v prostorovém proudění. (upraveno) [1]

Vektor nabíhajícího proudu nemusí být vždy shodný s podélnou osou  $x$  (letounu). Úhly, které definují vektor nabíhajícího proudu jsou v obrázku výše označeny úhly alfa a beta. Úhel alfa je úhel náběhu definovaný v rovině  $x$ - $y$  a úhel beta je úhel vybočení definovaný v rovině  $x$ - $z$ . Jak již bylo konstatováno v podkapitole 2.1, pro definování aerodynamických momentů je nutné u vzorců 3.1.8 zavést charakteristický rozměr. Dostáváme následující vzorce, ve kterých vystupují součinitelé klonivého momentu  $m_x$ , zatáčivého momentu  $m_y$  a klopivého momentu  $m_z$

$$\begin{aligned}
 M_x &= m_x \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 S l \\
 M_y &= m_y \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 S l
 \end{aligned}$$

$$M_z = m_z \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 S b \quad (3.1.9)$$

, kde  $l$  reprezentuje rozpětí a  $b$  určitou hloubku křídla. [1] [3]

Na základě vzorce pro klopivý moment 3.1.9 lze definovat výraz pro výpočet **střední aerodynamické tětiny (hloubky)  $b_{SAT}$** , aplikuje-li se na případ křídla s proměnným rozložením hloubek  $b_z$ . K výslednému vzorci lze dojít přes srovnání výsledného momentu  $M_z$  a rozložení elementárních momentů po rozpětí. Jejich sečtením vzniká následující rovnice [1]

$$M_z = m_{zK} \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 S b_{SAT} = \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} m_z b(z)^2 dz \quad (3.1.10)$$

Vezme-li se střední hodnota rozložení součinitele klopivého momentu  $m_z$  jako blízká hodnotě  $m_{zK}$ , vede rovnice 3.1.10 přímo k výrazu pro **střední aerodynamickou tětinu  $b_{SAT}$** . U toho jsou ještě upraveny určité meze Riemannova integrálu tak, aby byla spodní mez rovna 0, což ulehčí další výpočty. [1] [3]

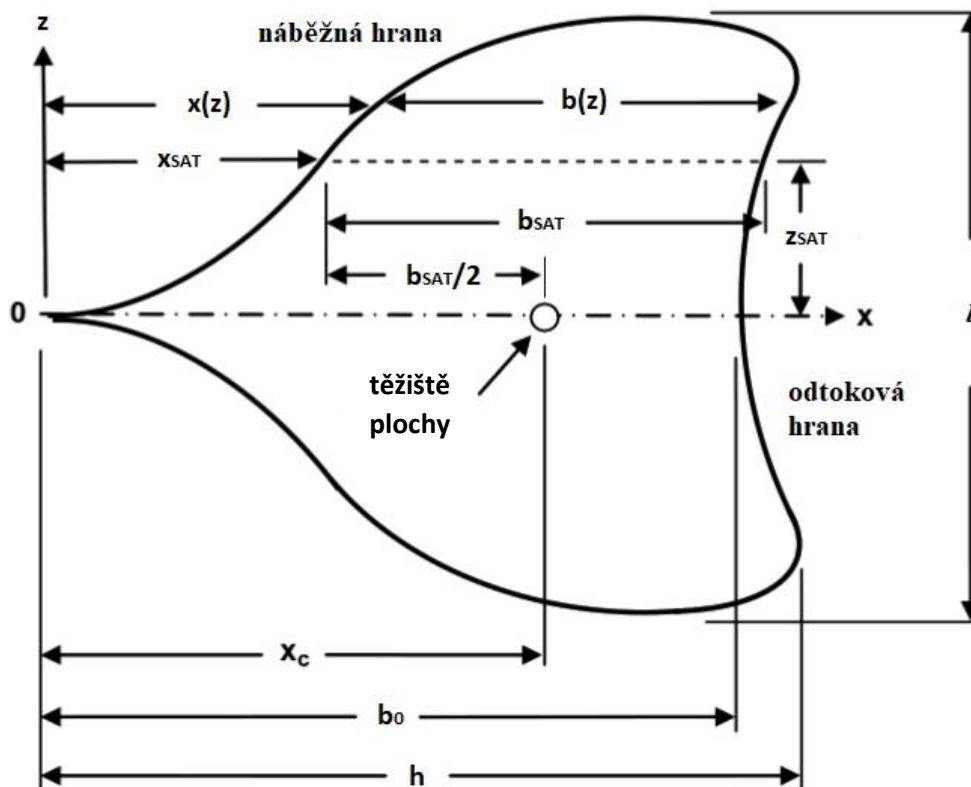
$$b_{SAT} = \frac{2}{S} \int_0^{\frac{l}{2}} b(z)^2 dz \quad (3.1.11)$$

Takto byl tedy odvozen finální obecný vzorec pro délku **střední aerodynamické tětiny (hloubky)  $b_{SAT}$** . Neméně důležitými hodnotami zůstávají poloha SAT, tedy vzdálenost náběžné hrany  $x_{SAT}$  a poloha po rozpětí  $z_{SAT}$ . Tyto hodnoty lze vypočítat následujícím způsobem: [7]

$$x_{SAT} = \frac{2}{S} \int_0^{\frac{l}{2}} b(z) \cdot x(z) dz \quad (3.1.12)$$

$$z_{SAT} = \frac{2}{S} \int_0^{\frac{l}{2}} b(z) \cdot z dz$$

Následující kótovaný obrázek představuje křídlo obecného půdorysného tvaru a graficky doplňuje vzorce pro střední aerodynamické tětivy, které jsou uvedeny výše. Podobný tvar křídla měl například nadzvukový dopravní letoun Aérospatiale-BAC Concorde 101/102.



Obr. 3.1.2 Kótovaný výkres křídla obecného půdorysu a jeho střední aerodynamické tětivy. [8]

Toto odvození se může zdát zdlouhavé a komplikované. Je to ovšem dle mého názoru nezbytné pro objasnění komplexnosti problematiky a významu velikosti a polohy střední aerodynamické tětivy. Po promítnutí SAT na osu souměrnosti stroje je možné stanovit polohu aerodynamického středu. Na vzájemné poloze aerodynamického středu, neutrálního bodu a hmotnostního těžiště letounu závisí míra podélné stability. Tu popisuje hodnota statické zásoby, která je procentuální vzdáleností mezi hmotnostním těžištěm a neutrálním bodem v poměru k velikosti střední aerodynamické tětivy. Na základě vhodné volby statické zásoby se projeví klopivý moment jako moment stabilizující. V opačném případě se klopivý moment projeví jako destabilizující a může dojít k nestabilnímu letu a následnému pádu vzdušného prostředku. [4] [5]

### 3.2 Výpočetní metody odvozené z geometrie křídla

Jedním z nerozšířenějších tvarů křídel je křídlo lichoběžníkové. Využití tohoto křídla je výhodné, neboť snižuje hmotnost konstrukce v porovnání s křídlem obdélníkovým a je přitom dosaženo stejné pevnosti konstrukce. Negativem je odtrhávání proudnic obtékaného vzduchu v oblasti křídélek, to je kompenzováno zkroucením křídel (změnou úhlu náběhu podél rozpětí). [2]

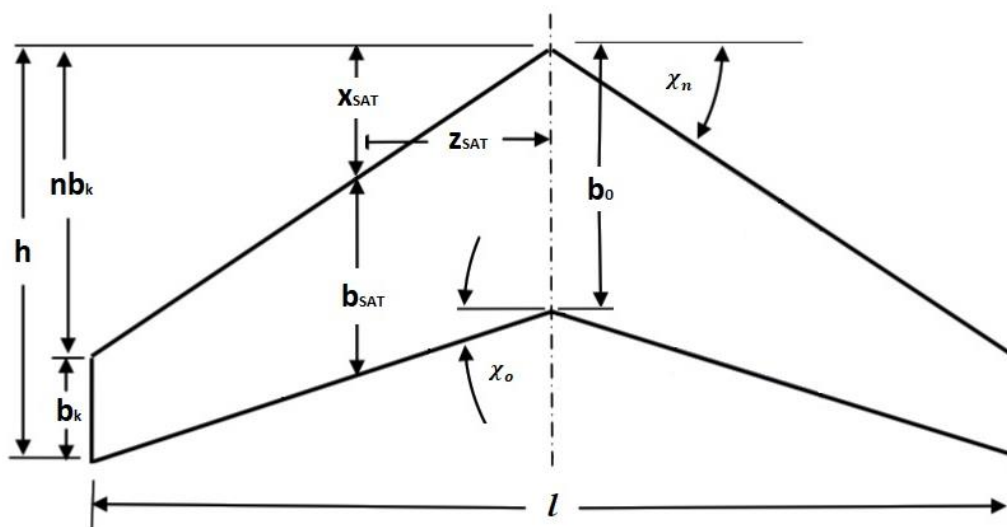
Z důvodu časté aplikace lichoběžníkových křídel byly pro výpočet jejich středních aerodynamických tětív  $b_{SAT}$  odvozeny vzorce na základě jejich geometrických vlastností. Vychází se z obecného vzorce 3.1.11. Ten lze rozepsat do následujícího tvaru

$$b_{SAT} = \frac{2}{S} \int_0^{\frac{l}{2}} b(z)^2 dz = \frac{\int_0^{\frac{l}{2}} b(z)^2 dz}{\int_0^{\frac{l}{2}} b(z) dz} \quad (3.2.1)$$

Ze vzorce 3.2.1 je možné vyčlenit vzorec definující obecnou plochu  $S$ . [8]

$$S = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} b(z) dz = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} b(z) dz \quad (3.2.2)$$

V následujících krocích bude definován vzorec 3.2.3 pro výpočet plochy obecného lichoběžníkového křídla na obrázku 3.2.1. Výsledný vztah pro střední aerodynamickou hloubku obecného lichoběžníkového křídla bude získán dosazením vzorce pro plochu křídla do vztahu 3.2.1. [8]



Obr. 3.2.1 Obecné lichoběžníkové křídlo s kótovanými charakteristickými rozměry. [8]

Pro lichoběžníková křídla jsou charakteristické úhly šípů náběžné  $\chi_n$  a odtokové  $\chi_o$  hrany. Tento fenomén lze vyjádřit pomocí zúžení  $\eta$  křídla. Plocha obecného lichoběžníkového křídla dle vzorce 3.2.2 lze poté vyjádřit pomocí následujícího vzorce

$$S = \frac{1}{2} l b_0 (1 + \eta^{-1}) \quad (3.2.3)$$

Po vyjádření plochy pomocí vzorce 3.2.3 přechází obecný vztah 3.2.1 na tvar 3.2.4. [8]

$$b_{SAT} = \frac{2}{3} \cdot b_0 \cdot \left( \frac{1 + \eta^{-1} + \eta^{-2}}{1 + \eta^{-1}} \right) \quad (3.2.4)$$

Vzorec 3.2.4 lze vyjádřit ve tvaru závislém pouze na kořenové a koncové hloubce křídla. [2] [7]

$$b_{SAT} = \frac{2}{3} \left( b_0 + b_k - \frac{b_0 b_k}{b_0 + b_k} \right) \quad (3.2.5)$$

Další tvar, který je možné nalézt v literatuře ukazuje vzorec 3.2.6. Tento vztah je závislý na hodnotách zúžení  $\eta$ , štíhlosti  $\lambda$  a plochy křídla  $S_{kř}$ . (viz. 3.2.3 a 3.2.7) [2]

$$b_{SAT} = \frac{8}{3} \left[ \frac{\eta(\eta + 1) + 1}{(\eta + 1)^2} \right] \sqrt{\frac{S_{kř}}{\lambda}} \quad (3.2.6)$$

Výše uvedené **vztahy platí jak pro křídla přímá tak i pro křídla šípová**. Vztah 3.2.4 je možné nalézt častěji v cizojazyčné literatuře, zatímco vztahy 3.2.5 a 3.2.6 jsou uváděny v literatuře české. Definice zúžení  $\eta$  a štíhlosti  $\lambda$  křídla byly již uvedeny v kapitole 2, pro úplnost jsou zde uvedeny vztahy 3.2.7 pro jejich výpočet. Štíhlost křídla je zde definována vzorcem pro obecný tvar křídla, kdy se do jmenovatele dosazuje plocha křídla, a ne jeho střední hloubka, jak uvádí definice v kapitole 2 (platí pro obdélníková křídla). Je zde nutné zmínit, že **definice zúžení se v české a cizojazyčné literatuře liší**. V české literatuře je zúžení značeno  $\eta$  a je definováno podle vzorce 3.2.7. V cizojazyčné literatuře lze najít zúžení značené písmenem  $\lambda$  (anglicky taper ratio  $\lambda$ ) a vzorec pro jeho výpočet je roven převrácené hodnotě  $\eta^{-1}$  ze vzorce 3.2.7. [2] [8]

$$\eta = \frac{b_0}{b_k} \quad (3.2.7)$$

$$\lambda = \frac{l^2}{S_{kř}} \quad (3.2.7)$$

Pro účely této práce byly **tvary vzorců z cizojazyčné literatury upraveny** tak, aby souhlasily s definicemi veličin uváděnými českou literaturou.

Vztahy pro výpočet polohy střední aerodynamické tětiny podél rozpětí uvádí vzorce 3.2.8 a 3.2.9. Tyto vzorce představují z-ové souřadnice těžiště lichoběžníkového křídla od počátku souřadného systému (viz. obrázek 3.1.2). Byly odvozeny z podílu statického momentu k ose x a velikosti plochy. [2]

$$z_{SAT} = \frac{l}{6} \left( \frac{b_0 + 2b_k}{b_0 + b_k} \right) \quad (3.2.8)$$

$$z_{SAT} = \frac{l}{6} \left( 1 + \frac{1}{\eta + 1} \right) \quad (3.2.9)$$

Vzorec 3.2.10 uvádí vzdálenost bodu náběžné hrany příslušejícímu poloze střední aerodynamické tětiny (viz. Obr. 3.2.1). [2]

$$x_{SAT} = z_{SAT} \cdot \tan \chi_n \quad (3.2.10)$$

Výše uvedené vzorce byly platné pro výpočet křidel s jednoduchou geometrií. Tato křídla tedy nebyla lomená a nebylo nutné je pro jejich výpočet rozdělovat na více částí. Složené křídlo se složenou geometrií z n polí je nutné rozdělit na  $n$  lichoběžníkových částí s parametry  $b_{sat_i}$ ,  $x_{sat_i}$  a  $z_{sat_i}$ . Tyto parametry s indexem  $i$  je možné počítat pomocí výše uvedených vzorců pro lichoběžníkové křídlo. Pro výpočet souřadnic  $x_{SAT}$  a  $z_{SAT}$  je nutné vyjádřit parametry  $x_{sat_i}$  a  $z_{sat_i}$  jednotlivých částí v globálním souřadnicovém systému xy. [2]

$$b_{SAT} = \frac{\sum_{i=1}^n b_{sat_i} S_i}{\sum_{i=1}^n S_i}$$

$$x_{SAT} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{sat_i} S_i}{\sum_{i=1}^n S_i} \quad (3.2.11)$$

$$z_{SAT} = \frac{\sum_{i=1}^n z_{sat_i} S_i}{\sum_{i=1}^n S_i}$$

Příklad složeného křídla uvádí již zmiňovaný obrázek 3.1.2. Pro výpočet jeho střední aerodynamické tětiny pomocí vzorců 3.2.6 by bylo rozděleno na dvě části.

Výše zmíněné vzorce se týkaly lichoběžníkových křídel a jejich kombinacemi podél rozpětí. Dalšími typizovanými tvary křídel jsou tvary obdélníkové, trojúhelníkové a eliptické. Souhrn obecných vzorců pro výpočet středních aerodynamických hloubek je v následující tabulce 3.2.1. Vzorce jsou platné pro křídla s jednoduchým šípem. Tím je myšleno šípové křídlo, jehož úhel šípu je podél rozpětí neměnný (tedy křídla s neměnnou geometrií). [3]

Křídlo	Plocha S	Střední aerodynamická hloubka $b_{SAT}$	Poloha střední aerodynamické tětiny $z_{SAT}$
Obdélník	$b \cdot l$	$b_0$	$\frac{l}{4}$
lichoběžník	$\frac{1}{2} \cdot b_0 \cdot l \cdot (1 + \eta^{-1})$	$\frac{2}{3} \cdot b_0 \cdot \left( \frac{1 + \eta^{-1} + \eta^{-2}}{1 + \eta^{-1}} \right)$	$\frac{l}{6} \left( 1 + \frac{1}{\eta + 1} \right)$
trojúhelník	$\frac{1}{2} \cdot b_0 \cdot l$	$\frac{2}{3} \cdot b_0$	$\frac{1}{6} \cdot l$
elipsa	$\frac{\pi}{4} \cdot b_0 \cdot l$	$\frac{8}{3\pi} \cdot b_0$	$0,4244 \frac{l}{2}$

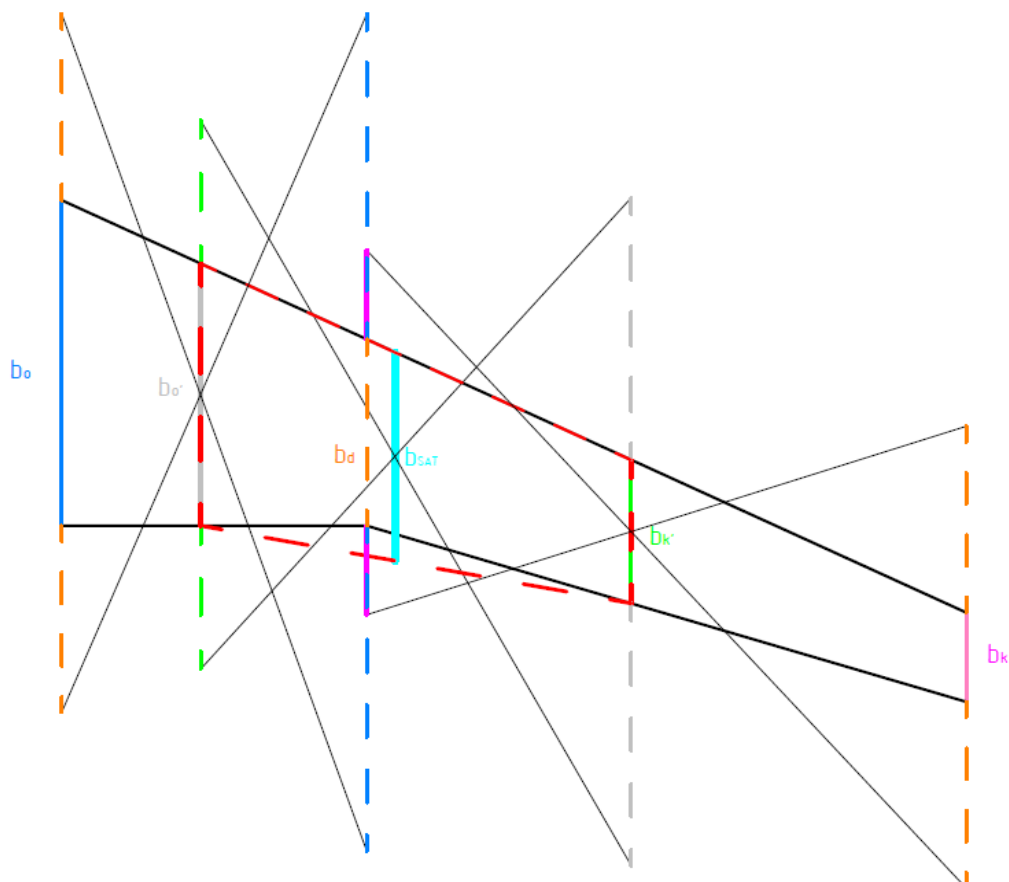
Tab. 3.2.1 Souhrn obecných vzorců pro výpočet SAT typizovaných geometrických tvarů křídel. (upraveno) [3] [8] [9]

### 3.3 Grafická metoda

Grafická metoda, která je zde uváděna, se používá pro nalezení velikosti a polohy střední aerodynamické tětiny u lichoběžníkových křídel. Je založena na grafickém řešení hledání polohy těžiště obecného lichoběžníku. U křídel s neměnnou geometrií o jednom poli je možné dosáhnout grafickou metodou stejně přesných výsledků jako metodou početní. Přesnost výsledků je ovlivněna přesností dosahovanou použitým grafickým programem. Oproti tomu výsledky u křídel se složenou geometrií z více polí jsou jen přibližné, neboť dochází k jejich zkreslení viz dále. Stále ovšem postačují pro vytvoření dobrého počátečního odhadu nebo pro srovnání výsledků získaných složitější početní metodou. [1] [7]



Postup grafické metody je možné vidět na obrázku 3.3.1. Křídlo je jedenkrát lomené a je tedy rozděleno na dvě pole. Centroplán je ohraničen tětivou kořenové hloubky  $b_0$  a tětivou hloubky  $b_d$  příslušející místu, kde se křídlo lomí. Vnější křídlo je ohraničeno tětivami hloubek  $b_d$  a  $b_k$ . Pro obě lichoběžníkové pole s neměnnou geometrií jsou nalezeny jejich střední aerodynamické tětivy  $b_{0'}$  a  $b_{k'}$ . Pokud by se jednalo o dvě samostatná křídla, bylo by možné považovat výsledky za přesné a srovnatelné s výsledky početních metod. Na obrázku 3.3.1 je křídlo složené a následuje tedy další krok, kdy je vytvořeno nové fiktivní křídlo. V tomto kroku dochází k již zmiňovanému zkrácení výsledků grafickou metodou. Fiktivní křídlo je ohraničené tětivami hloubek  $b_{0'}$  a  $b_{k'}$ , jejichž konce jsou spojeny přímkami, které tvoří náběžnou a odtokovou hranu. V obrázku 3.3.1 jsou hrany znázorněny červenými čárkovanými úsečkami. V dalším kroku je nalezena střední aerodynamická tětiva  $b_{SAT}$  fiktivního křídla, která je zároveň střední aerodynamickou tětivou původního křídla se složenou geometrií z více polí. [1] [3] [7]



Obr. 3.3.1 Grafická metoda pro nalezení SAT na křídle s dvěma poli. (zdroj vlastní)

## 4 Software pro stanovení SAT křidel obecných půdorysů

V této kapitole bude podrobně rozebrána tvorba výpočetního softwaru. Nejprve bude vybrán vhodný počítačový program, který umožní jednoduchou implementaci výpočetních metod. Bude zde popsáno jeho uživatelské prostředí, programovací jazyk včetně použitých vývojářských doplňků. Bude zde podrobně vysvětleno, jak byl výpočetní software psán a jak funguje jeho výpočetní logika. Nebudou zde chybět doporučení pro úpravu výpočetních modelů křidel, které vedou k usnadnění výpočtů a které jsou běžně používané v praxi. Na závěr bude provedeno několik experimentálních výpočtů s užitím vytvořeného programu. Získané výsledky budou porovnány se známými hodnotami pro střední aerodynamické tětivy křidel řešených v profesionální praxi.

### 4.1 Volba výpočetního softwaru a jeho popis

Při výběru vhodného počítačového programu bylo bráno v potaz několik faktorů. Zvolený program musí umožňovat rozsáhlou modifikaci dat na základě přehledného uspořádání číselných vstupů. Programová logika by měla být co nejjednodušší a zároveň by měla poskytovat výstupní data ve stručné a jasné formě. Dalšími požadavky jsou jednoduchá ovladatelnost a srozumitelnost vytvořeného softwaru a to i pro uživatele, jejichž odbornost nesouvisí s uváděnou problematikou.

Mezi možné kandidáty pro vhodný výpočetní program, který splňuje výše uvedené požadavky, patří Matlab od vývojáře MathWorks a Microsoft Excel od společnosti Microsoft Corporation. Z těchto dvou programů byl zvolen Microsoft Excel a to zejména díky lepší dostupnosti běžnou veřejností jakožto součást balíčku Microsoft Office.

Program Microsoft Excel má formu tabulkového procesoru a umožňuje vytvořit matematickou provázanost mezi jednotlivými buňkami. Užitečným ovládacím prvkem je doplněk provádějící analýzu komplexních dat a parametrů. Lze jím získat tabelované výsledky složitých statistických nebo inženýrských analýz, na základě kterých můžeme již před provedením samotných výpočtů předvídat spolehlivost či přesnost výstupů finálních výpočtů. Zásadní výhodou programu Microsoft Excel oproti programu Matlab je možnost rozsáhlých úprav vizuálního prostředí. Vhodným aplikováním formátování buněk lze vytvořit jednoduchou a srozumitelnou grafickou podobu výsledného programu.

Dalším užitečným prvkem jsou funkce programu Microsoft Excel. Jedná se o předdefinované vzorce provádějící výpočty pomocí určitých hodnot. Tyto hodnoty se nazývají argumenty a ve funkcích mohou být reprezentovány vstupy definovanými různými formáty. Jako je například formát obecný, číselný, textový či jinak blíže specifikovaný (procenta). Argumenty mohou být reprezentovány předem zvolenými buňkami s vlastním obsahem a formátováním. Jsou ve vzorcích v definovaném pořadí a struktuře, která odpovídá logice programovacího jazyka. K získání výsledku stačí, po zvolení funkce, dodržovat zobrazovaný postup pro vkládání argumentů. Tyto funkce je výhodné používat v co největším měřítku, neboť se tím ušetří spousta mezikroků výpočtu. Seznam všech dostupných funkcí a jejich kategorizaci lze nalézt v programu Microsoft Excel v záložce *Vzorce*. [10]

Následující tabulky uvádějí předdefinované funkce včetně jejich popisu, které jsou často aplikované v softwaru, jehož tvorbou se zabývá tato diplomová práce. Názvy funkcí (jazyk) je uváděn tak, jak je definován ve verzi programu Microsoft Office 365 dostupném na portálu Delve pro studenty ČVUT.

Vzorce → Knihovna funkcí → Logické		
Funkce	Syntaxe funkce	Popis
A	A(logická1; [logická2]; ...)	Ověří více logických podmínek najednou. Vhodná pro užití v kombinaci s jinými funkcemi.
KDYŽ	KDYŽ(podmínka; [ano]; [ne])	Ověří, zda je podmínka splněna, v případě ano/ne vrátí příslušnou hodnotu.
IFS	IFS(logická1;[ano];...)	V případě, že je splněna logická, vrátí zadanou hodnotu.
IFERROR	IFERROR(hodnota, hodnota při chybě)	Vrátí určenou hodnotu, pokud je výsledkem vzorce chyba. Jinak vrátí výsledek vzorce.

Tab. 4.1.1 Logické funkce programu Microsoft Excel. [10]

Vzorce → Knihovna funkcí → Statistické		
Funkce	Syntaxe funkce	Popis
MAX	MAX(číslo1, [číslo2], ...)	Vrátí maximální hodnotu z množiny hodnot.
POČET	POČET(hodnota1; [hodnota2]; ...)	Určuje počet buněk, které obsahují čísla, a počet čísel v seznamu argumentů.

Tab. 4.1.2 Statistické funkce programu Microsoft Excel. [10]

Vzorce → Knihovna funkcí → Mat. a trig.		
Funkce	Syntaxe funkce	Popis
ABS	ABS(hodnota)	Vrátí absolutní hodnotu čísla.

Tab. 4.1.3 Matematické a trigonometrické funkce programu Microsoft Excel. [10]

Významným ovládacím prvkem programu Microsoft excel je tzv. podmíněné formátování. Tento ovládací prvek je dostupný na kartě *Domů*. Na základě zvolených kritérií lze měnit vizuální podobu zvolené oblasti. Tento prvek je hojně využíván pro úpravu uživatelského prostředí a bude o něm tedy více uvedeno v kapitole 5.

#### 4.1.1 Vývojářský doplněk Visual Basic pro Microsoft Excel

U softwaru vytvářeného v této diplomové práci se předpokládá, že se bude pracovat s velkým objemem dat. Tím by mohlo dojít ke zkomplikování práce s daty a zvýšení podílu manuální práce koncového uživatele. Jako řešení tohoto potenciálního problému byl nalezen doplněk programu Microsoft Excel v podobě karty Vývojář. Jedná se o součást programu Microsoft Excel, která není v základním nastavení programu aktivována. Kartu Vývojář lze aktivovat následujícím způsobem:

- 1) Na kartě *Soubor* přejděte na *Možnosti* → *přizpůsobení pásu karet*.
- 2) V části *Přizpůsobit pás karet* zaškrtněte v části *Hlavní karty* políčko *Vývojář*.

Po zobrazení karty zůstane karta *Vývojář* viditelná, dokud není odstraněna nebo není přeinstalována aplikace Microsoft Office. [11]

Aktivovaná karta vývojáře umožňuje přístup k dalším ovládacím prvkům včetně editoru Visual Basic s programovacím jazykem Visual Basic for Applications zkr. VBA. Tento programovací jazyk byl vytvořen společností Microsoft pro aplikaci Microsoft Office na základě dřívějšího jazyka Visual Basic 6.0, který byl používán společností pro tvorbu a správu aplikací v systému Windows. Jazyk VBA odkazuje na interakce mezi objekty, kterými jsou prvky v daném sešitě, listu či buňce. [12] [13]

Nejdůležitějším vývojářským prvkem je možnost tvorby makra. Makra se používají k automatizaci rutinních úkonů, které je možné nahrát pomocí záznamníku makra anebo je možné makro napsat v jazyce VBA. Pro implementaci makra do konkrétního výpočetního procesu slouží záložka ovládací prvky formuláře na kartě vývojář. V této diplomové práci je ze zmiňované záložky vybíráno jednoduché tlačítko umístěvané přímo na list s daty pro výpočet. Následně je tlačítku přiřazováno konkrétní makro, které provádí po stisknutí tlačítka naprogramované úkony v kódu VBA. Více informací o kódování bude uvedeno v kapitole 4.3 na konkrétních příkladech. [11]

## **4.2 Výpočetní metoda využívající vzorce odvozené z geometrie**

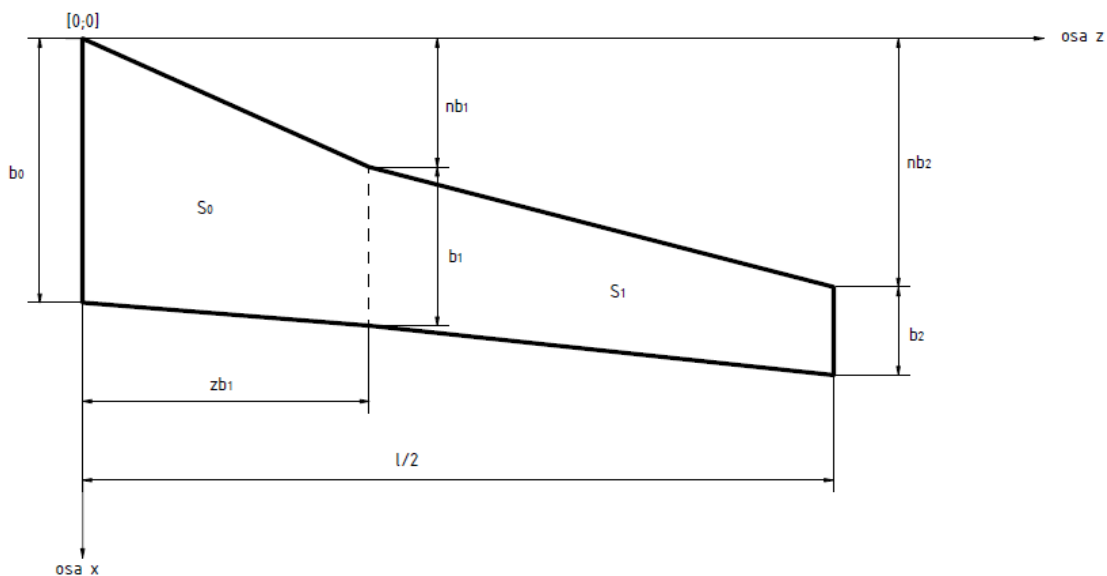
Tato podkapitola je věnována tvorbě programu, který využívá vzorce odvozené na základě geometrických vlastností základních geometrických tvarů křidel. Těmito tvary jsou obdélník, lichoběžník, trojúhelník a elipsa. Odvození vzorců bylo provedeno v kapitole 3.2 a jejich přehled je uveden v tabulce 3.2.1.

### **4.2.1 Souřadnicový systém a popis tvaru křídla pomocí kót**

Na základě vzorců v tabulce 3.2.1 a jejich proměnných je nutné zvolit souřadnicový systém, který by vhodně definoval obecný tvar a charakteristické rozměry křídla. Jak již bylo uvedeno v úvodu kapitoly 2, charakteristickými rozměry křídla jsou rozpětí, hloubka, nosná plocha, úhel šípů, štíhlost a zúžení. Klíčovým faktorem při vytváření systému kót popisujících obecný tvar křídla je jednoduchost. Tou je myšlen stav, kdy nedochází k vytváření nadbytečného počtu kótovaných rozměrů a jejich počet je co nejmenší. Výběr kótovaných rozměrů je prováděn tak, aby umožňoval univerzální práci s vybranými vzorci pro střední aerodynamickou tětivu viz. tabulka 3.2.1.

Univerzálnost systému kót spočívá v tom, že nezáleží na geometrickém tvaru křídla. Křídlo může být složeno z více podčástí přičemž každá může mít jiný geometrický tvar.

S ohledem na uvedené požadavky byl zvolen následující souřadnicový systém s vybranými kótovanými rozměry:



Obr. 4.2.1 Křídlo s vhodně zvoleným souřadnicovým systémem a kótováním.

V obrázku 4.2.1 je možné vidět systém os  $x$ - $z$ . Počátek tohoto souřadnicového systému byl zvolen v místě, kde se setkává náběžná hrana křídla s podélnou osou letounu. Od tohoto bodu je měřena délka křídla zde rovná polovině rozpětí. Z definice rozpětí vyplývá, že se jedná o největší rozměr letounu kolmý na jeho podélnou osu. Je vhodné poznamenat, že se vyskytují případy, kdy se do výpočtů nedosazuje maximální hodnota rozpětí  $l$ . Činí se tak u letounů, u nichž prostupuje část křídla trupem a neplní aerodynamickou funkci křídla. V těchto případech je dosazována upravená hodnota rozpětí zmenšená o rozměr šířky trupu letounu. Toto tvrzení vychází z principu odvození vzorců pro střední aerodynamickou tětivu, kde je rozměr  $l/2$  uváděn jako rozměr délky počítaného křídla. [2]

Dalším kótovaným rozměrem je hloubka křídla  $b$ . Při dosazování hloubky do výpočtů se automaticky předpokládá, že se jedná o hloubku křídla bez geometrického křížení nebo o hloubku křídla přepočtenou do půdorysného průmětu (geometrické křížení viz. další odstavec). Pro případy, kdy je nutné pro správný výpočet rozdělovat křídlo na více částí, byl vytvořen systém postupného kótování hloubek  $b_0$  až  $b_n$ . V praxi se

vyskytují křídla se složenou geometrií z více polí, kterou lze běžně dále rozdělit. Z pravidla jsou většinou tato křídla složena ze dvou částí tak, jak demonstruje obrázek 4.2.1. V ojedinělých případech se vyskytují i modifikovanější křídla složena až ze 4 částí. Vytvářený program proto počítá s maximálním počtem čtyř částí.

Geometrické křížení křídla je takový konstrukční návrh, kdy profil křídla zůstává stejný a mění se jeho úhel nastavení. Ten je roven úhlu, který svírá tětíva profilu v daném místě s podélnou osou trupu  $x$ . Geometricky křížené křídlo má úhel nastavení kořenového profilu větší než úhel nastavení profilu koncového. Střední aerodynamická tětíva reprezentuje celé křídlo. Promítne-li se do roviny souměrnosti letounu, tak se úhel jejího nastavení nazývá úhlem nastavení celého křídla. [7]

Pro výpočty střední aerodynamické tětivy z geometrických vlastností křídla se jeví znalost úhlu šípu nepodstatná. Jak uvádí definice, úhel šípu definuje úhel mezi čtvrtinovou čarou křídla a osou  $z$ . Bohužel tato definice nijak nepopisuje, jak se mění tvar křídla podél náběžné hrany. Pro výpočty střední aerodynamické tětivy je nutné znát vzdálenosti bodů na náběžné hraně od počátku souřadného systému. Proto byly zvoleny kótované rozměry  $nb_1$  až  $nb_n$ , které vhodným způsobem popisují tvar šípovitěho křídla. Indexy těchto rozměrů odpovídají počtu částí, na které je křídlo v případě potřeby rozděleno.

Dalším kótovaným rozměrem je vzdálenost označovaná  $zb_1$  až  $zb_n$ . Tato vzdálenost, obecně řečeno, popisuje místo na křídle, kde je porušen hladký průběh křivky totožné s náběžnou nebo odtokovou hranou křídla. Pokud se nejedná o maximální rozpětí, je nutné v takovém místě křídlo rozdělit na více částí. V místě definovaném rozměrem  $zb_n$  se nachází nově kótovaná hloubka křídla  $b_n$ , jejíž znalost je nutná pro další výpočty.

Poslední hodnotou vystupující na obrázku 4.2.1 je nosná plocha křídla  $S_1$  až  $S_n$ . Tyto hodnoty nosných ploch se dosazují do sumačních vzorců pro výpočet křídla se složenou geometrií z více polí 3.2.11.

Při výpočtech je možné se setkat s pojmem vzepětí křídla, které hraje důležitou roli v tzv. stranové stabilitě. Uplatňují se zde síly a momenty vycházející z klonivých a zatáčivých pohybů. Vzepětí křídla je definováno úhlem vzepětí v rovině  $y$ - $z$  a jedná se o úhel mezi osou  $z$  a osou profilu křídla. Pokud je předmětem výpočtu křídlo se vzepětím, je běžně nutné odsazovat do vzorců hodnoty rozměrů přepočtených do půdorysného průmětu. Tento problém se ve vytvářeném programu týká hodnoty nosné plochy, která je ovšem automaticky počítána z dosazovaných rozměrů, na které nemá vzepětí křídla vliv.

Tímto způsobem je vyřešen vliv vzepětí křídla ve výpočtech střední aerodynamické tětivy. [7] [14]

#### 4.2.2 Tvorba výpočetního programu

V následujících odstavcích bude popsána logika vytvářeného programu. Bude vysvětleno, jakým způsobem jsou zadávány hodnoty veličin a jaké výpočtové vztahy mezi sebou veličiny mají. Při popisování programu bude odkazováno na doprovodné obrázky v kapitole přílohy.

První rozhodnutí, které je nutné v programu učinit, je, o jaký půdorysný tvar křídla se jedná. Možnými vstupy do programu jsou obdélník, lichoběžník, trojúhelník a elipsa. Při zadávání vstupu trojúhelník se předpokládá, že se jedná o trojúhelník pravoúhlý, kterýžto tvar bývá aplikován u křídla delta. Na základě takto definovaného geometrického tvaru křídla je dále možné rozhodovat, které hodnoty a vzorce budou v dalších výpočtech aplikovány. Logika vytvářeného programu předpokládá, že se v případě složeného křídla nemění jeho geometrický tvar. Na začátku je tedy definován jeden typ křídla, pro který je dále volena specifická skupina vzorců. I přes tento logický předpoklad ovšem program umožňuje jistou transformaci v jiný geometrický tvar. Tento fakt vyplývá z podobnosti geometrických tvarů a zejména z možnosti transformace jejich definičních vzorců na základě zadávaných hodnot. Tato schopnost programu bude detailněji popsána později.

Druhým vstupem do programu je číslo  $P$ , které reprezentuje počet částí křídla. Jak již bylo uvedeno v kapitole 3.2, složené křídlo se složenou geometrií z více polí je nutné rozdělit na  $n$  částí. Možné vstupy do programu pro  $n$  jsou čísla 1 až 4. Dle zadaného čísla je program schopný v následujících výpočtech rozpoznat s jakými buňkami a hodnotami pracovat. Postup, jak rozdělovat složená křídla byl popsán v předešlé kapitole. V programu se také nachází doprovodné schéma pro rozdělení lichoběžníkového křídla na dvě části (viz příloha obr. 8.1).

Vstupní hodnoty programu definující typ křídla a počet jeho částí jsou navzájem provázány. Pokud je do programu zadán geometrický tvar trojúhelník, předpokládá se, že nebude křídlo rozdělováno na více částí. Tento logický prvek je zde zařazen ze zjevného důvodu. Rozdělováním trojúhelníkových křídel na více částí vzniká skupina lichoběžníkových tvarů. V takovém případě jsou tyto jednotlivé části počítány dle vzorců pro vstup lichoběžník viz tab. 3.2.1.



Další část programu obsahuje pole pro zadávání charakteristických rozměrů křídla. Vytvářený program umožňuje volbu libovolné jednotky délky. Po zvolení je nutné dodržet stejné jednotky u všech zadávaných hodnot. Výsledky jsou zobrazovány v jednotkách odpovídajících jednotkám vstupních hodnot.

Prvním parametrem, který je nutné zadat je rozpětí křídla. Jeho způsob zadávání nezávisí na předešlých vstupech v programu.

Druhou skupinou zadávaných parametrů jsou hloubky křídla  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$ . Kořenovou hloubku křídla  $b_0$  a hloubku křídla  $b_1$  je nutné zadat vždy. U nerozdělovaného křídla definuje hloubka  $b_1$  hloubku na konci křídla a hodnoty  $b_2$ ,  $b_3$  a  $b_4$  musí být v programu rovny nule. U složeného křídla odpovídá index hloubky pořadovému číslu části křídla viz. obr. 4.2.1. Hodnoty vstupů hloubek  $b_n$ , u kterých jsou hodnoty indexů větší než počet částí rozdělovaného křídla, musí být položeny nule. Tento princip zadávání hloubek odpovídá logice sumačních vzorců 3.2.11 a mohl by být v případě potřeby automatizován i pro více než 4 části.

Třetí skupinou zadávaných parametrů jsou vzdálenosti bodů na náběžných hranách jednotlivých částí křídel. Jsou označovány  $nb_1$ ,  $nb_2$ ,  $nb_3$ ,  $nb_4$ . Význam těchto parametrů byl již vysvětlen v kapitole 4.2.1 a proto je zde uváděn pouze princip zadávání jejich číselných hodnot. Počet nenulových vstupů  $nb_n$  do programu je roven celkovému počtu částí křídla. Například pro křídlo rozdělené na dvě části je hodnota  $n$  rovna 2 a tedy hodnoty vstupů  $nb_3$  a  $nb_4$  musí být rovny nule.

Čtvrtou skupinou zadávaných parametrů jsou délky jednotlivých částí křídla označované  $zb_1$ ,  $zb_2$ ,  $zb_3$ ,  $zb_4$ . V případě, kdy není křídlo rozdělováno na více částí, je nutné zadat do vstupu  $zb_1$  hodnotu rovnou polovině rozpětí  $l$ . Hodnoty  $zb_n$  pro  $n$  větší než 1 jsou pak rovny nule. U složeného křídla se při zadávání hodnot  $zb_n$  postupuje obdobným způsobem a platí stejná pravidla pro zadávání číselných vstupů jako v odstavci referujícím o zadávání hloubek  $b_n$ .

Tímto byly popsány pravidla pro všechny vstupní hodnoty, které je nutné zadávat do výpočetního programu. Nyní jsou pomocí těchto vstupních hodnot dopočítávány charakteristiky křídla, které jsou dosazovány do výpočtů pro získání hodnot definujících střední aerodynamickou tětívu.

První z dopočítávaných hodnot je zúžení  $\eta$  respektive převrácená hodnota zúžení  $\eta^{-1}$ . Výpočet převrácené hodnoty zúžení je realizován, neboť je tato hodnota vyžadována ve vzorci pro výpočet střední aerodynamické hloubky u lichoběžníkového křídla viz.

tabulka 3.2.1. Buňky ve sloupci obsahujícím vzorec pro výpočet převrácené hodnoty zúžení byly ošetřeny funkcí IFERROR. Aplikace funkce je vidět na následujícím obrázku. Hodnoty vstupů F19 a F18 je možné vidět v příloze na obr. 8.1.

Pole	zúžení ^-1	bSAT	zSAT	xSAT	zSAT gl.	xSAT gl.	Plocha
1	1,00	3,0	0,750	0,000	0,750	0,000	4,500
2	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	=IFERROR(F19/F18;0)		0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

**IFERROR(hodnota; hodnota\_v\_případě\_chyby)**

Obr. 4.2.2.1 Aplikace funkce IFERROR u výpočtu převrácené hodnoty zúžení.

Jak je vidět na obr. 8.1, jsou hodnoty vstupů F19 a F18 rovny nule a dochází v tomto případě k dělení nulou, což je nepřípustná matematická operace a program Microsoft Excel by vrátil chybovou hlášku v podobě ###. Díky funkci IFERROR dostáváme jako výsledek výpočtu převrácené hodnoty zúžení nulu. Nulová hodnota v buňkách tudíž nebude způsobovat přerušování výpočtu chybovou hlášku a bude s ní možné pracovat v dalších výpočtech.

Druhou skupinou dopočítávaných hodnot je plocha křídla, kterou je nutné znát pro její dosazení do sumačních vzorců 3.2.11. Za účelem vytvoření co nejjednodušší výpočtové logiky programu vyvstal požadavek na aplikování univerzálního vzorce pro výpočet plochy. Podobnost geometrických tvarů lze nalézt u obdélníku, trojúhelníku a lichoběžníku. Jako univerzální byl stanoven vzorec pro obsah lichoběžníku. Při vhodném zvolení rozměrů jeho stran lze lichoběžník transformovat na obdélník či pravoúhlý trojúhelník. Byly tedy porovnány vzorce pro obsahy zmiňovaných geometrických tvarů známých ze studia na střední škole.

$$S_{\text{obdélník}} = a \cdot b$$

$$S_{\text{trojúhelník}} = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

$$S_{\text{lichoběžník}} = \frac{a + c}{2} \cdot v$$

Z uvedených vzorců je patrné, za jakých podmínek lze vzorec pro lichoběžník aplikovat pro výpočet obsahu pravoúhlého trojúhelníku či obdélníku. Pro výpočet plochy obdélníku je nutné ve vzorci pro lichoběžník položit  $c$  rovno  $a$ . Pro výpočet plochy pravoúhlého trojúhelníku je zase nutné ve vzorci pro lichoběžník položit  $c$  rovno nule. Integrální tvar pro výpočet obsahu lichoběžníku lze zapsat pomocí integrálu jako je ukázáno ve vzorci 3.2.2. Byl odvozen integrant  $f(z)$

$$f(z) = a + \frac{c - a}{v} \cdot z$$

, kde  $a$ ,  $c$  jsou rozměry stran a  $v$  je výška lichoběžníku. Integrální vzorec pro obsah lichoběžníku má po dosazení  $f(z)$  následující tvar:

$$S_{\text{lichoběžníka}} = \int_0^v a + \frac{c - a}{v} \cdot z \, dz$$

Ve výpočetním programu jsou za velikosti stran dosazovány příslušné hloubky křídla a za výšku lichoběžníku je dosazován rozdíl hodnot  $z_{b_n}$ . Je to z toho důvodu, aby byl vzorec vhodný pro složené křídlo s libovolným počtem částí. Zobecněním předešlého integrálního vzorce je možné dojít k tvaru 4.2.1.

$$S_{\text{lichoběžníka}} = \int_0^{(z_{b_{i+1}} - z_{b_i})} b_i + \frac{b_{i+1} - b_i}{z_{b_{i+1}} - z_{b_i}} \cdot z \, dz \quad (4.2.2.1)$$

Po provedení integrace je získán následující tvar:

$$S_{\text{lichoběžníka}} = b_i \cdot (z_{b_{i+1}} - z_{b_i}) + \frac{b_{i+1} - b_i}{2} \cdot (z_{b_{i+1}} - z_{b_i}) \quad (4.2.2.3)$$

Vzorec 4.2.2 je ponechán bez dalších úprav a je v tomto tvaru aplikován ve výpočetním programu. Buňky, ve kterých je prováděn výpočet plochy pomocí vzorce 4.2.2, byly ošetřeny kombinací funkcí IFERROR a IFS. Aplikace funkcí je vidět na obr. 4.2.2.2 na následující straně. Hodnoty vstupů je možné vidět v příloze na obr. 8.1. Použitá kombinace funkcí se může zdát jako zbytečně komplikovaná. Experimentálně bylo ovšem zjištěno, že je nezbytná pro správnou kooperaci funkcí. První použitou funkcí je funkce IFERROR. Ta vrací jako výsledek výpočtu hodnotu nula v případě, kdy je výsledkem výpočtu neurčitý výraz. Dalším nevyhovujícím výsledkem je záporná hodnota. Takovému výsledku je zabráněno užitím funkce IFS, která v případě záporné

Stanovení střední aerodynamické tětiny křídla obecného průřezu 35

hodnoty plochy vrací jako výsledek hodnotu nula. Pro ověření správnosti výpočtů jsou hodnoty ploch jednotlivých částí křídla sečteny pomocí funkce SUM. Hodnota celkové plochy křídla je zobrazena v programu pod skupinou polí se vstupními hodnotami.

Plocha
4,500
0,000
0,000
=IFERROR(SUM(IFERROR(F18*(F29-F28)+((F19-F18)/2)*(F29-F28);0)<0;0);IFERROR(F18*(F29-F28)+((F19-F18)/2)*(F29-F28);0))
IFERROR(hodnota; hodnota_v_případě_chyby)

Obr. 4.2.2.2 Aplikace funkcí IFERROR a IFS u výpočtu plochy křídla.

V dalších krocích je prováděn výpočet hodnot definujících velikost střední aerodynamické hloubky  $b_{SAT}$ , polohu podél rozpětí  $z_{SAT}$  a podélnou polohu  $x_{SAT}$ . Nejprve byl aplikován vzorec pro střední aerodynamickou hloubku lichoběžníku z tabulky 3.2.1. Během experimentálních výpočtů s různými geometrickými tvary křídel se ukázalo, že je tento vzorec vhodný i pro výpočet středních aerodynamických tětív obdélníkových a pravoúhlých trojúhelníkových křídel. V buňkách výpočetního programu byly vzorce opět ošetřeny funkcí IFS a mají následující podobu.

Pole	zúžení <sup>-1</sup>	$b_{SAT}$	$z_{SAT}$	$x_{SAT}$	$z_{SAT}$ gl.	$x_{SAT}$ gl.	Plocha
1	1,00	3,0	0,750	0,000	0,750	0,000	4,500
2	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,00						
4	0,00	=IFS( 45=0;0;(2/3)*F18*((1+ 45+ 45^2)/(1+ 45));(2/3)*F18*((1+ 45+ 45^2)/(1+ 45)))					
		IFS(logický_test1; podmínka1; [logický_test2; podmínka2]; [logický_test3; ...])					

Obr. 4.2.2.3 Aplikace funkce IFS ve vzorci pro výpočet střední aerodynamické hloubky  $b_{SAT}$ .

Buňka F18 představuje ve vzorci kořenovou hloubku 4. části (pole) křídla. Hodnoty vstupů je možné vidět v příloze na obr. 8.1.

Pokud mají být aplikovány vzorce definující střední aerodynamickou tětívu lichoběžníkových křídel i pro křídla trojúhelníková, je nutné zadat modifikovanou vstupní hodnotu pro hloubku na konci křídla. Za hloubku na konci křídla nesmí být dosazována nulová hodnota, ale hodnota blízká nule. Doporučovanou dostatečně malou hodnotou je například  $1 \cdot 10^{-30}$ . Názorný příklad, kde jsou porovnány správné a špatné výsledky, uvádí obrázky 8.3 a 8.4 v příloze této diplomové práce.

Pro výpočet polohy střední aerodynamické tětiny podél rozpětí byl vzorec  $z_{SAT}$  z tabulky 3.2.1 upraven. Nový tvar vzorce obsahuje již převrácenou hodnotu zúžení  $\eta^{-1}$ , aby bylo možné použít již vypočtené hodnoty. Upravený tvar uvádí následující vzorec 4.2.2.4.

$$z_{SAT} = \frac{l}{6} \cdot \left( \frac{1 + 2 \cdot \eta^{-1}}{1 + \eta^{-1}} \right) \quad (4.2.2.4)$$

Logika posloupnosti zadávaných vstupních hodnot vyžaduje další modifikaci vzorce  $z_{SAT}$ . Pro křídlo, které není rozdělováno na více částí, je do vzorce 4.2.2.4 dosazován místo rozpětí  $l$  dvojnásobek hodnoty vstupu  $z_{b_1}$ . U křídla složeného z více částí je první zlomek ve vzorci roven dvěma šestinám z rozdílu  $z_{b_{i+1}} - z_{b_i}$ . V buňkách výpočetního programu byly vzorce opět ošetřeny funkcí IFS a mají následující podobu.

Pole	zúžení <sup>-1</sup>	bSAT	zSAT	xSAT	zSAT gl.	xSAT gl.	Plocha
1	1,00	3,0	0,750	0,000	0,750	0,000	4,500
2	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,00	0,000					
4	0,00	0,000	=IFS(I45=0;0;(2*F29-2*F28)/6*(1+2*I45)/(1+I45);(2*F29-2*F28)/6*(1+2*I45)/(1+I45))				

IFS(logický\_test1; podmínka1; [logický\_test2; podmínka2]; [logický\_test3; ...])

Obr. 4.2.2.4 Aplikace funkce IFS ve vzorci pro výpočet střední aerodynamické hloubky  $z_{SAT}$ .

Na obrázku uvedeném výše je vidět, že funkce IFS vrací, v případě kdy je hodnota zúžení rovna nule, taktéž nulovou hodnotu  $z_{SAT}$ . Tímto způsobem je zajištěno, aby nebyla do sumačních výpočtů vnášena chybná hodnota při absenci příslušné části křídla.

Poslední souřadnicí definující střední aerodynamickou tětivu je její poloha na podélné ose  $x_{SAT}$ . Pro výpočet této vzdálenosti byl vzorec 3.2.10 upraven na obecný tvar 4.2.2.5.

$$x_{SAT_i} = \frac{z_{SAT_i}}{z_{b_i}} \cdot nb_i \quad (4.2.2.5)$$

V takto upraveném tvaru je v programu možné počítat se zadávanými a již známými dopočítávanými hodnotami. Pro  $x_{SAT}$  křídla, které není rozdělováno na více částí, je užít vzorec 4.2.2.5 beze změny. U křídla složeného z více částí je ve jmenovateli vzorce 4.2.2.5 nahrazena hodnota  $z_{b_i}$  rozdílem  $z_{b_{i+1}} - z_{b_i}$  a místo hodnoty  $nb_i$  je aplikován rozdíl

$nb_{i+1} - nb_i$ . V buňkách výpočetního programu byly vzorce ošetřeny funkcí IFERROR a mají následující podobu (viz. obr. 4.2.2.5 na další straně).

Aplikace funkce IFERROR je zde nezbytná, aby nedocházelo k vytváření neurčitých výrazů, dělení nulou, a nebyl přerušen výpočet v sumačních vzorcích 3.2.11. Jak je vidět, funkce IFERROR vrací v případě neurčitého výrazu hodnotu nula. Zároveň se tento výpočet opírá o již provedené funkční úpravy buněk při výpočtech  $z_{SAT}$  a „zúžení<sup>-1</sup>“.

Pole	zúžení <sup>-1</sup>	b <sub>SAT</sub>	z <sub>SAT</sub>	x <sub>SAT</sub>	z <sub>SAT</sub> gl.	x <sub>SAT</sub> gl.	Plocha
1	1,00	3,0	0,750	0,000	0,750	0,000	4,500
2	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,00	0,000	0,000				0,000
4	0,00	0,000	0,000				0,000

=IFERROR(K45/(F29-F28)\*(F24-F23);0)  
IFERROR(hodnota; hodnota\_v\_případě\_chyby)

Obr. 4.2.2.5 Aplikace funkce IFERROR ve vzorci pro polohu  $x_{SAT}$  střední aerodynamické tětiny.

Před aplikací finálních sumačních vzorců 3.2.11 pro výpočet hodnot  $b_{SAT}$ ,  $z_{SAT}$  a  $x_{SAT}$  je nutné převést souřadnice  $z_{SAT_i}$  a  $x_{SAT_i}$  do globálního souřadnicového systému. To je provedeno zejména v případě křídla rozdělovaného na více částí sečtením příslušných hodnot  $z_{SAT_i}$  s hodnotami  $z_{b_i}$  a příslušných hodnot  $x_{SAT_i}$  s hodnotami  $nb_i$ . I zde bylo nutné ošetřit buňky s výpočty příslušnými funkcemi viz. obr. 4.2.2.6.

Pole	zúžení <sup>-1</sup>	b <sub>SAT</sub>	z <sub>SAT</sub>	x <sub>SAT</sub>	z <sub>SAT</sub> gl.	x <sub>SAT</sub> gl.	Plocha
1	1,00	3,0	0,750	0,000	0,750	0,000	4,500
2	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,00	0,000	0,000	0,000			
4	0,00	0,000	0,000	0,000			

=IFS(K45=0;0;K45+F28;K45+F28)  
IFS(logický\_test1; podmínka1; [logický\_test2; podmínka2];)

Obr. 4.2.2.6 Aplikace funkce IFS ve vzorcích pro polohy  $z_{SAT}$  a  $x_{SAT}$  střední aerodynamické tětiny.

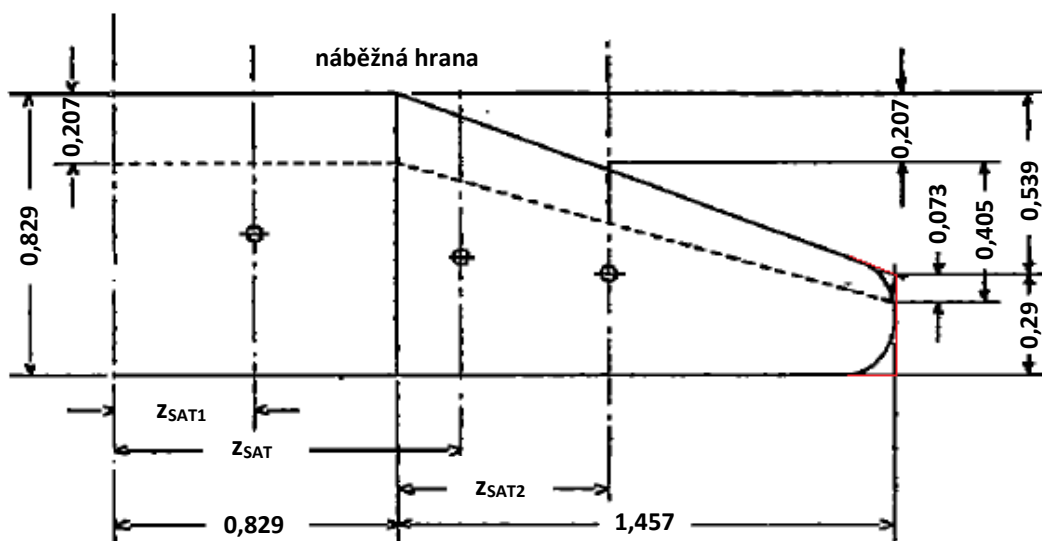
Funkce IFS zajišťuje získání správné hodnoty, tedy nula, v případě, kdy neexistuje příslušná část křídla.

Na základě těchto vypočtených hodnot je možné dosazovat do finálních vzorců 3.2.11. Výsledky těchto vzorců jsou aplikovány pro křídla obdélníková, trojúhelníková a lichoběžníková včetně jejich modifikací do tvaru šípů. Pro křídlo eliptické je v těchto vzorcích vytvořena výjimka. Pro výpočet jejich střední aerodynamické tětiny nelze užít výše popisovaný aparát. Místo sumačních vzorců 3.2.11 jsou zde aplikovány vzorce

uvedené v tabulce 3.2.1. Pro nalezení hodnoty  $x_{SAT}$  eliptického křídla je odkazováno na schéma přiložené v programu. Výpočet by byl složitý, a tak je pouze vysvětleno získání výsledku pomocí grafické metody. Poloha  $x_{SAT}$  vzhledem k ose x je totožná s tětvou křídla v 53 % hodnoty rozpětí křídla. V programu je tento logický prvek realizován pomocí funkce IFS. Ta v případě, že je v prvním vstupu do programu zvolena možnost „elipsa“, aplikuje vzorce z tabulky 3.2.1 a místo hodnoty  $x_{SAT}$  odkáže na zmiňované schéma viz. obr. 8.2 v příloze. Výpočty střední aerodynamické tětivy eliptických křídel jsou ponechány s těmito výstupy, neboť se předpokládá, že budou počítána spíše pomocí integrálních vzorců 3.1.11 a 3.1.12 obecnou metodou v kapitole 4.3.

### 4.2.3 Úpravy tvarů křídel a jejich aplikace ve výpočtech

Poměrně běžně se lze setkat s křídly, která mají upravenou jejich základní geometrii. Tyto úpravy mohou být například různá zaoblení konců křídel. Pokud je lichoběžníkové křídlo na konci zaoblené, není již možné získat správné výsledky po aplikování vzorců pro střední aerodynamickou tětivu. Je nutné vytvořit náhradní model a provádět výpočty podle náležitých pravidel. Tvorba náhradního modelu a výpočetní postup bude pospán na příkladu křídla na obrázku 4.2.3.1. Tento tvar křídla byl testován společností NACA a hodnoty uváděné v tomto textu byly převedeny



Obr. 4.2.3.1 Křídlo se zúžením, model číslo 14, zdroj National Advisory Committee for Aeronautics (NACA). [6]

z angloamerické měrné soustavy. Hodnoty byly zaokrouhleny na 3 desetinná místa, jednotky jsou metry.

Rozpětí křídla na obrázku 4.2.3.1 je 4,572 m a reálná hodnota nosné plochy křídla je 9,796 m<sup>2</sup>. Úpravou zaoblení se zvětší nosná plocha výpočetního modelu na 9,851 m<sup>2</sup>. Pro výpočet hodnot střední aerodynamické tětiny jsou uváděny 3 základní postupy. [6]

- 1) Do výpočtů je dosazována skutečná hodnota rozpětí a nosné plochy křídla. Je zanedbán fakt, že došlo k úpravě půdorysného tvaru křídla.
- 2) Do výpočtů je dosazována skutečná hodnota rozpětí a za nosnou plochu je dosazována plocha výpočetního modelu křídla bez zaoblení.
- 3) Do výpočtů je dosazována skutečná hodnota nosné plochy a za rozpětí je dosazována hodnota upravená tak, aby byl kompenzován nárůst nosné plochy výpočtového modelu.

Následující tabulka shrnuje výsledky výpočtů NACA s příslušnými hodnotami rozpětí dle uvedených metod.

METODA	1)	2)	3)
Rozpětí $l$	4,572	4,572	4,514
Poloha SAT2 podél rozpětí $z_{SAT2}$	0,610	0,610	0,604
Poloha SAT podél rozpětí $z_{SAT}$	0,966	0,969	0,960

Tab. 1.2.3.1 Tabulka přepočítaných vstupních hodnot a výsledku pro polohu  $z_{SAT}$  střední aerodynamické tětiny. [6]

Výsledky pro hodnoty  $x_{SAT}$  a  $b_{SAT}$  zde nejsou uvedeny, neboť se ve výpočtech NACA neobjevují. Místo hodnot  $x_{SAT}$  a  $b_{SAT}$  je počítána poloha aerodynamického středu křídla, která ovšem není cílem této práce. Jako nejpřesnější metoda výpočtu je uváděna metoda 3. Dále je uvedeno, že pro jednoduché tvary křídel jsou i metody 1 a 2 považovány za dostatečně přesné. Z výsledků je vidět, že se výsledné hodnoty  $z_{SAT}$  liší v řádech milimetrů. [6]



### 4.3 Návrh výpočetní metody využívající obecné vzorce

V této kapitole bude probrána tvorba výpočetního programu, ve kterém jsou aplikovány integrální vzorce 3.1.11 a 3.1.12 odvozené v kapitole 3.1. Aby bylo možné aplikovat tyto vzorce, je nutné stanovit jejich integranty. Jsou jimi funkce definující změnu hloubky křídla podél rozpětí  $b(z)$  a funkce popisující vzdálenost bodů náběžné hrany  $x(z)$  od počátku souřadného systému.

Pro popis křídla byl vytvořen nový systém. Způsob zadávání vstupních hodnot definujících tvar křídla je zcela odlišný od logických postupů aplikovaných v kapitole 4.2, která se zabývá výpočty pomocí vzorců odvozených z geometrie křídla.

Tvar křídla je zde definován pomocí souřadnic v souřadnicovém systému  $x$ - $z$ . Počátek tohoto souřadného systému se nachází v průsečíku podélné osy  $x$  a křivky definující náběžnou hranu. Každá souřadnice  $[z; x_1]$  a  $[z; x_2]$  představuje bod na náběžné nebo odtokové hraně křídla. V programu jsou naprogramovány tři sloupce pro zadávání vstupních hodnot. Maximální předpokládaný počet vstupů v jednom sloupci je stanoven na 2000 buněk. První sloupec představuje hodnoty na ose  $z$ , druhý sloupec je pro vstupní hodnoty  $x_1$  definující náběžnou hranu a třetí sloupec je pro vstupní hodnoty  $x_2$  definující odtokovou hranu.

Pro získání vstupních parametrů  $[z; x_i]$  popisujících tvar křídla je možné využít jiné dostupné softwary. Příkladem takového softwaru je například program Autodesk Inventor. Postup může být následující (doplňující informace a doporučení str. 41):

- 1) Vytvořit 2D náčrt půdorysného tvaru křídla, všechny body se musí nacházet v témže kvadrantu kartézského souřadného systému. Je doporučován 4. kvadrant. Náběžná hrana by měla mít počátek v  $[0; 0]$ . Na závěr se doporučuje smazat počáteční bod souřadného systému.
- 2) Po uložení náčrtu následuje export bodů pomocí kódu VBA. Na kartě *Nástroje* se zvolí ikona *Editor VBA*. Zobrazí se okno editoru, klikne se na ikonu *File*, následuje *Import file*. Vybere se soubor s názvem *Exportsouřadnic.bas*. Zavře se okno Editoru.
- 3) Opět se přejde na kartu *Nástroje* a tentokrát se klikne na ikonu *Makra*. Ve vyskakovacím okně se zvolí následující jméno makra *Module11.Exportsouřadnic*. Po kliknutí na tlačítko *Run* vyskočí okno nového souboru excelu, který obsahuje exportované souřadnice z programu Autodesk Inventor.



Soubor Exportsouřadnic.bas obsahuje následující kód v jazyce VBA, který byl napsán na základě znalostí získaných na webových stránkách Autodesk. [15]

```
Sub Exportsouřadnic()
```

```
'Vytvoří a otevře soubor excel po spuštění makra.
```

```
Set oExcelApp = CreateObject("Excel.Application")
```

```
oExcelApp.Visible = True
```

```
Set wb = oExcelApp.Workbooks.Add
```

```
Set osheet = wb.Sheets(1)
```

```
'Přiřadí kód mezi makra aktivního dokumentu a vybere první vytvořený nákres.
```

```
Set oPartDoc = ThisApplication.ActiveDocument
```

```
Set oPartCompDef = oPartDoc.ComponentDefinition
```

```
Set oSketch = oPartCompDef.Sketches.Item(1)
```

```
'Definice proměnné.
```

```
x = 1
```

```
'Vytvoří sloupce pro exportování hodnot x a y
```

```
osheet.Cells(x, 1).Value = "z"
```

```
osheet.Cells(x, 2).Value = "x"
```

```
'Definice proměnné.
```

```
x = 2
```

```
'Vypíše hodnoty pro každý nalezený bod
```

```
'*10 převede jednotky cm na mm
```

```
For Each oSketchPoint In oSketch.SketchPoints
```

```
osheet.Cells(x, 1).Value = oSketchPoint.Geometry.x * 10
```

```
osheet.Cells(x, 2).Value = oSketchPoint.Geometry.Y * 10
```

```
x = x + 1
```

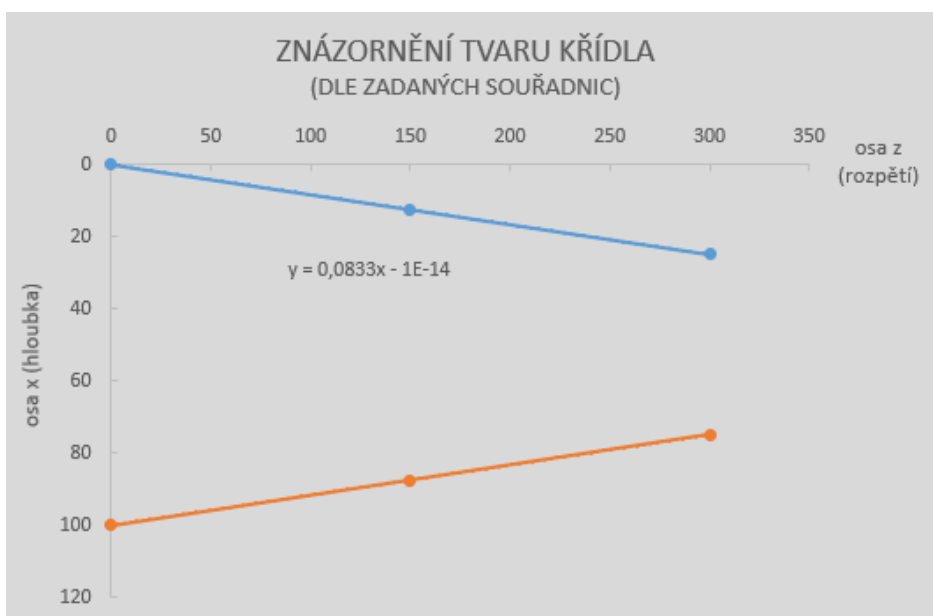
```
Next
```

```
End Sub
```

V bodu jedna popisovaného postupu pro získání bodů definujících tvar křídla a jejich následný export je doporučováno umísťovat body do 4. kvadrantu a začít v počátku souřadnicového systému. Cílem těchto doporučení je předejít výpočtovým chybám v dalších krocích a získání správných hodnot souřadnic bez nutnosti dalších úprav. Souřadnice bodů jsou z výkresu exportovány do sloupců v pořadí, ve kterém byly

vytvářeny ve výkresu. Doporučuje se tedy začít v počátku a postupovat podél náběžné hrany na konec křídla. S vytvářením bodu definující odtokovou hranu je vhodné začít v místě kde je  $z$  rovno nule. Vytvářením bodů výkresu v tomto pořadí jsou exportované hodnoty  $x$  vhodně seřazeny pro jednoduché překopírování do buněk výpočetního programu. Poslední doporučenou úpravou je vkládat hodnoty  $x$  v absolutní hodnotě, aby bylo možné získat správný tvar počítaného křídla.

Pro zobrazení tvaru křídla, které je definované vstupními hodnotami  $[z; x_i]$ , je generován bodový graf. Vytvořenými body je následně proložena křivka pomocí funkce spojnice trendu viz obr. 4.3.1.



Obr. 4.3.1 Bodový graf  $[z; x_i]$  lichoběžníkového křídla proložený polynomicou křivkou 1. stupně (spojnice trendu).

Spojnice trendu je nástrojem regresní analýzy v programu Microsoft Excel. Jedná se o křivku vytvořenou na základě výpočtů regresní analýzy metodou nejmenších čtverců. Získaná křivka odpovídá vloženým datům a na základě rovnice této křivky je možné dopočítat hodnoty i mimo již známé body. Spolehlivost s jakou spojnice trendu prokládá vstupní hodnoty v grafu lze ověřit koeficientem spolehlivosti  $R^2$ . Ten je v grafu spočítán automaticky a lze jej zobrazit společně s rovnicí spojnice trendu. Spolehlivost  $R^2$  regresní funkce je popisována číselnou hodnotou. Pokud je tato hodnota rovna jedné, jedná se o 100 % spolehlivost. V možnostech spojnice trendu je možné zvolit typ rovnice dle charakteru dat. Na základě toho, jak se data mění je vhodné zvolit konkrétní typ rovnice.

Rovnice může být lineární, exponenciální, logaritmická, mocninná nebo polynomická. Nejčastěji zde budou aplikovány lineární a polynomické rovnice spojnice trendu.[16] [17]

Pro křídla jednoduchá (nerozdělovaná viz. kap 4.2) obdélníková, trojúhelníková a lichoběžníková je vhodné používat lineární spojnice trendu. Data jsou lineární, pokud průběh jejich datových bodů připomíná přímku. Lineární spojnice trendu používá pro výpočet nejnižších druhých mocnin tuto rovnici:

$$y = m \cdot x + b$$

kde  $m$  je směrnice a  $b$  je průsečík s osou  $y$ . [17]

Pro křídla složená, nebo křídla eliptická je vhodné použít polynomickou spojnicí trendu. Jedná se o regresní model, který je lineární z hlediska jeho parametrů, ale popisuje nelineární závislost mezi proměnnými. Polynomická nebo křivočará spojnice trendu používá pro výpočet nejnižších druhých mocnin následující rovnici:

$$y = b + c_1 \cdot x + c_2 \cdot x^2 + c_3 \cdot x^3 + c_4 \cdot x^4 + c_5 \cdot x^5 + c_6 \cdot x^6$$

kde  $b$  a  $c_1$  až  $c_6$  jsou konstanty. Jak je ze vzorců vidět lineární spojnice trendu je speciální případ polynomické rovnice prvního řádu. V případě potřeby je tedy možné užívat polynomickou spojnicí trendu i v případech, kdy se jedná o lineární průběh dat. [17]

Potom, co je definován tvar křídla, je nutné stanovit funkce popisující změnu jeho hloubky a polohy náběžné hrany a následně je aplikovat ve vzorcích 3.1.11 a 3.1.12. Aby bylo možné tyto funkce nalézt, je nutné provést tzv. plošné rozdělení angl. area distribution. To spočívá v postupném odečtení hodnot hloubek křídla a jejich opětovného vnesení do nového grafu a proložení jejich koncových bodů regresní křivkou (spojnicí trendu) vhodného typu. Příklad plošných distribucí u různých půdorysných tvarů křídel je možné vidět na obr. 8.5 v příloze. Hodnoty plošného rozdělení jsou získány rozdílem vstupních hodnot  $x_i$ , které byly předem vhodně uspořádány podle postupu popsáno na str. 41. Hodnoty  $z$  jsou přeneseny do nového sloupce viz. obr. 4.3.2 a 4.3.3. Oblast pro výběr hodnot grafu plošného rozdělení může v případě nevyplnění maximálního počtu vstupů (2000) obsahovat prázdné buňky. Nevyplněné buňky jsou programem Microsoft Excel chápány jako buňky s číselnou hodnotou nula. Následně je tato hodnota zobrazena v grafu a není možné provést regresní analýzu pro nalezení funkce  $b(z)$ . Pro správnou funkci programu byly buňky s hodnotami plošného rozdělení ošetřeny pomocí předprogramovaných funkcí.

SOUŘADNICE KŘÍDLA			PLOŠNÉ ROZDĚLENÍ		MEZIVÝPOČET	
z	x1	x2	z	x=x1-x2	Hloubka b(x)	chyba
0	0	100	0	100	100	0,00%
150	12,5	87,5	150	75	75	0,00%
300	25	75	300	50	50	0,00%
			=KDYŽ(POČET(C10)=1;C10;#NENÍ_K_DISPOZICI)			
			# KDYŽ(podmínka; [ano]; [ne])			
			#####	#####		
			#####	#####		

Obr. 4.3.2 Ošetření hodnot z plošného rozdělení pomocí funkcí KDYŽ a POČET.

Hodnoty, které se mají v buňce zobrazit, jsou vybírány pomocí funkce KDYŽ. Jako argument podmínky funkce KDYŽ je vložena funkce POČET, která kontroluje hodnoty ve sloupci proměnné z. Když je buňka vyplněná nějakou číselnou hodnotou, je výsledkem tatáž hodnota. Pokud je buňka prázdná, zobrazí funkce hlášku #NENÍ\_K\_DISPOZICI. Nejedná se o číselnou hodnotu ani o chybovou hlášku a proto logika výběru dat do grafu tyto buňky přeskakuje. Díky těmto úpravám je zajištěn správný výběr dat proměnné z.

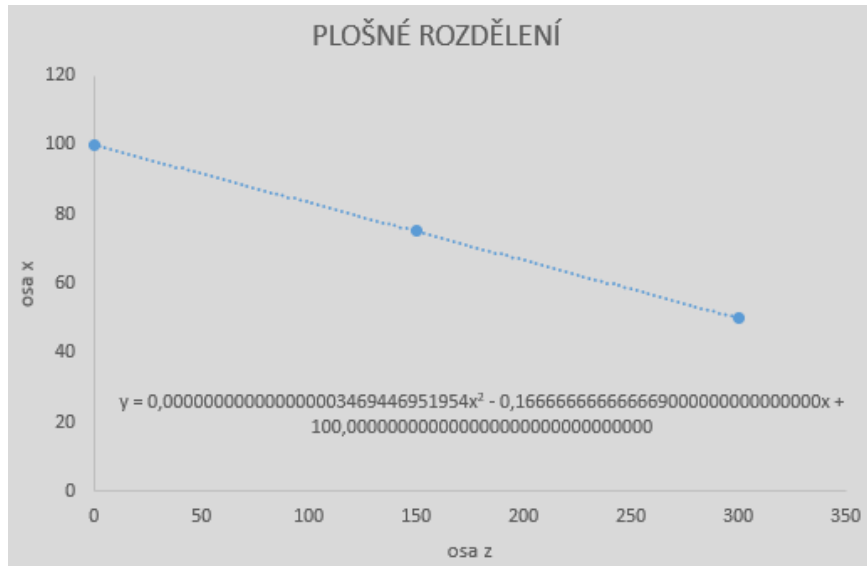
Buňky s hodnotami hloubky křídla získané rozdílem hodnot  $x_1$  a  $x_2$  byly ošetřeny obdobným způsobem jako buňky s proměnnou z. Navíc je přidána funkce ABS, která v případě nedodržení doporučení s 4. kvadrantem a kladnými hodnotami vstupů x zajišťuje správný výpočet hloubky křídla viz. obr. 4.3.3.

SOUŘADNICE KŘÍDLA			PLOŠNÉ ROZDĚLENÍ		MEZIVÝPOČET	
z	x1	x2	z	x=x1-x2	Hloubka b(x)	chyba
0	0	100	0	100	100	0,00%
150	12,5	87,5	150	75	75	0,00%
300	25	75	300	=KDYŽ(POČET(D9:E9)=2;ABS(ABS(D9)-ABS(E9));#NENÍ_K_DISPOZICI)		
			# KDYŽ(podmínka; [ano]; [ne])			
			#####	#####		
			#####	#####		

Obr. 4.3.3 Ošetření hodnot plošného rozdělení pomocí funkcí KDYŽ, POČET A ABS.

Na základě těchto získaných hodnot je vykreslován graf plošného rozdělení. Jako příklad je uvedeno plošné rozdělení křídla zobrazeného na obr. 4.3.1. Body v grafu je proložena polynomická spojnice trendu a je zobrazena její rovnice viz. obr. 4.3.4. V polynomické rovnici na obr. 4.3.4 se vyskytují nezávislé y a  $x^n$ . Toto zobrazení je předdefinované programem Microsoft Excel a není možné ho změnit. Rovnice má ve skutečnosti tvar, kdy se y rovná x a x se rovná z. Tato změna odpovídá popisu os grafu,

který je správně. Pro správný výpočet hodnot  $y$  respektive  $x$  (dle správného značení) pomocí rovnice spojnice trendu ji bylo nutné upravit do tvaru, který je uveden na obrázku.



Obr. 4.3.4 Plošné rozdělení křídla na obr. 4.3.1 a příslušná polynomičtá rovnice.

V základním nastavení je rovnice zobrazována s omezeným počtem desetinných míst a v důsledku toho jsou výsledky zatíženy příliš velkou chybou. Pro úpravu zobrazovaného tvaru rovnice je nutné změnit *Formát popisku spojnice trendu* z kategorie *Obecné* na *Číslo*. V poli *Desetinná místa* se doporučuje zvolit minimálně hodnotu 30. Tak je zajištěno, že budou zobrazena veškerá desetinná místa a nebude ovlivněna přesnost výsledku. Přesnost výsledku může být snížena již jen na základě špatně zvoleného typu spojnice trendu (lineární, polynomičtý, ...) nebo špatně zvolené sítě bodů definujících tvar křídla.

Zobrazovaná rovnice spojnice trendu má nyní formát textu. Pro získání formátu rovnice aplikovatelného v buňkách a dalších výpočtech bylo vytvořeno makro. Další motivací k vytvoření skriptu transformujícího formát rovnice do výpočtové buňky je zvýšená pravděpodobnost vytvoření chyby uživatelem programu při přepisování zobrazované rovnice. Na list výpočtového programu byl z karty Vývojář vložen ovládací prvek, tlačítko, pro vytvořené makro. Po kliknutí na toto tlačítko makro vyhledá příslušnou rovnici trendu zobrazenou v grafu plošného rozdělení (obr.4.3.4). Následně ji transformuje do výpočtového tvaru a uloží do první buňky ve sloupci označeném jako Hloubka  $b(z)$ . Transformace do výpočtového tvaru spočívá v nahrazení „y =“ prvkem „=“ a v nahrazení „0,00... $x^2$ “ matematickým výrazem „0,00... $\cdot B7^n$ “. B7 představuje

konkrétní buňku s hodnotou, která reprezentuje souřadnici z. Kód makra je v jazyce VBA a má následující tvar:

```
Sub REGRESEpolynomicka()
' vybereme graf a příslušnou rovnici trendu na otevřeném listě
  With ActiveSheet.ChartObjects(2).Chart
  Set objTrendline = .SeriesCollection(1).Trendlines(1)
  With objTrendline
    .DisplayRSquared = False
    .DisplayEquation = True
    strEquation = .DataLabel.Text
  ' vložíme exportovaný tvar rovnice do buňky S7 pro další úpravu
    Range("S7") = strEquation
    MsgBox strEquation
  End With
End With
' aktivujeme buňku na požadovaném listě
  Worksheets("Obecná metoda").Activate
  Worksheets("Obecná metoda").Range("S7").Activate
' transformujeme rovnici do požadované podoby
  ActiveCell.Replace What:="x6", Replacement:="*G7^6"
  ActiveCell.Replace What:="x5", Replacement:="*G7^5"
  ActiveCell.Replace What:="x4", Replacement:="*G7^4"
  ActiveCell.Replace What:="x3", Replacement:="*G7^3"
  ActiveCell.Replace What:="x2", Replacement:="*G7^2"
  ActiveCell.Replace What:="x", Replacement:="*G7"
  ActiveCell.Replace What:"y = ", Replacement:=""
' doplníme do cílové buňky „=“
  pomocnabunka = "=" & Worksheets("Obecná metoda").Range("S7").Value
  Worksheets("Obecná metoda").Range("J7").FormulaLocal = pomocnabunka
' Nakopírování rovnice do listu Integrace (alternativní výpočet integrálů)
  Worksheets("Integrace").Range("H7").FormulaLocal = pomocnabunka
End Sub
```

Po získání výpočtového tvaru rovnice trendu plošného rozdělení je možné dopočítat velikosti hloubek křídla. Vypočtené hodnoty jsou následně porovnávány s již známými hodnotami hloubek, získaných rozdílem  $x_1 - x_2$ . Na základě tohoto porovnání je vypočítána procentuální chyba výpočtu pomocí rovnice spojnice trendu. Výsledné hodnoty jsou zobrazeny ve vedlejším sloupci viz. obr. 4.3.5.

É ROZDĚLENÍ		MEZIVÝPOČET	
	$x=x_1-x_2$	Hloubka $b(z)$	chyba
0	100	100	0,00%
.50	75	75	0,00%
1.00	50	50	=IFERROR(ABS((H9-J9)/J9);"")
##	#####		IFERROR(hodnota; hodnota_v_případě_chyby)
##	#####		

Obr. 4.3.5 Vyjádření procentuální chyby hodnoty hloubek křídla z výpočtu pomocí rovnice trendu.

Z obrázku je patrné, že byly opět aplikovány předdefinované funkce Microsoft Excel. Funkce IFERROR zajišťuje zobrazení prázdné buňky v případě, že by docházelo ke vzniku neurčitého výrazu dělením nulou. Pokud je buňka ve sloupci J prázdná, potom jí program přiřazuje hodnotu 0. Dále je aplikována funkce ABS, která zajišťuje, že bude výstup vždy kladný. Buňkám ve sloupci K je přiřazen formát čísla v procentech. Pokud se počet hodnot dosahuje vysokých čísel, stává se metoda zobrazování procentuálních chyb nepřehledná. Pro větší přehlednost byla naprogramována další buňka, ve které se pomocí funkce MAX hledá maximální hodnota chyby.

Na základě získaných výsledků a ověření jejich přesnosti je možné přistoupit k řešení integrálních vzorců definujících střední aerodynamickou tětivu. Program Microsoft Excel bohužel nenabízí předdefinovanou funkci, pomocí které by bylo možné provádět integrační počty. Proto byl na internetu proveden průzkum s cílem nalezení možných add-inů, které řeší výpočet integrálů. Na webové stránce ExcelWorks LLC byl nalezen stažitelný program ExceLab 7.0. [19] Na základě registrace na této stránce je možné stáhnout zmíněný program s dočasnou licencí. Instalací add-inu do počítače se do programu Microsoft Excel přidají funkce pro řešení integrálních počtů, derivací a interpolací. Z důvodu zpoplatnění licence ExceLab 7.0 po uplynutí zkušební doby je vytvořen i alternativní výpočet integrálů, ale nejedná se o integraci v pravém slova smyslu. Alternativní výpočet bude pospán později.

Ze zmíněných skupin funkcí programu ExceLab 7.0 je ve vytvářeném softwaru aplikována funkce QUADF. Tato funkce je schopná počítat určité i neurčité



integrály obecných funkcí  $f(x)$  s definovatelnými mezemi  $a$ ,  $b$ . Pro výpočet je užíván adaptivní algoritmus s vysokou přesností. Pomocí vhodných argumentů lze přepsat výchozí algoritmus integrace nebo zadat singulární body pro integrant  $f(x)$ , pokud je to nutné. Funkci QUADF je možné kombinovat s jinými funkcemi či vytvořit složený integrál v různém pořadí integrace. Syntax funkce je následovný:

$$= QUADF(f, x, a, b, [options]) \quad (4.3.1)$$

Argument  $f$  představuje integrant,  $x$  představuje proměnnou dané funkce. Argumenty  $a$ ,  $b$  představují spodní a horní mez určitého integrálu. Mohou být určeny konkrétní číselnou hodnotou nebo je možné odkazovat na hodnotu v buňce. Výstupem funkce je číselná hodnota výsledku určitého integrálu. [20]

Aby bylo možné funkci QUADF aplikovat je nyní nutné vytvořit správný tvar funkce  $b(z)$  a  $x(z)$  s definovanou proměnnou.

Pro získání funkce  $b(z)$  je použito makro s kódem v jazyce VBA podobné makru popsanému na straně 45. Rozdíl je ve způsobu definování proměnné. Kód makra netransformuje proměnnou  $x$  spojnice trendu na obr. 4.3.4 na buňku s konkrétní hodnotou. Místo toho přepisuje proměnnou  $x$  na proměnnou  $Z1$ , která v excelu představuje prázdnou buňku s pozicí  $Z1$ . Novému makru je následně přiřazeno ovládací tlačítko. Po kliknutí se do vedlejší buňky vypíše hodnota, která je výsledkem rovnice  $b(z)$ , když se proměnná  $Z1$  rovná nule. Kód v jazyce VBA je možné nalézt v příloze.

Pro získání funkce  $x(z)$  definující vzdálenost bodů náběžné hrany od počátku souřadnicového systému je postupováno podobně jako u funkce  $b(z)$ . Prvním krokem je získání rovnice spojnice trendu popisující náběžnou hranu křídla. Tuto spojnici trendu je možné získat z grafu na obr. 4.3.1. Graf je již v programu v této fázi výpočtu vytvořen a zbývá v něm zobrazit rovnici příslušné spojnice trendu. Na obrázku 4.3.1 je již tato rovnice zobrazena ve zkráceném tvaru. Opět je nutné pro správný výpočet změnit *Formát popisku spojnice trendu* z kategorie *Obecné* na *Číslo* a v poli *Desetinná místa* zvolit minimálně hodnotu 30. S takto získanou rovnicí zbývá použít tlačítko s příslušným makrem, které převede rovnici spojnice trendu na funkci  $x(z)$  aplikovatelnou ve funkci QUADF. Aplikované makro obsahuje podobný kód, který byl popsán v předešlém odstavci. Pracuje ale s jiným grafem a také obsahuje část kódu, která

transformuje rovnici spojnice trendu na tvar použitelný při alternativním výpočtu integrálů. Ten bude pospán později. Kód v jazyce VBA je možné nalézt v příloze.

Výpočet  $b_{SAT}$ ,  $z_{SAT}$  a  $x_{SAT}$  pomocí vzorců 3.1.11 a 3.1.12 je z praktických důvodů rozdělen do několika mezikroků. Výsledné hodnoty definující střední aerodynamickou tětivu jsou na konci získány součinem výsledků příslušných mezikroků.

Nejprve je naprogramována buňka, ve které se zobrazuje hodnota horní meze určitých integrálů. Jedná se o polovinu rozpětí křídla a proto je v buňce aplikována funkce MAX, která nalézá maximální hodnotu ve sloupci se souřadnicemi z.

V druhém kroku je vypočítána nosná plocha poloviny křídla pomocí upraveného integrálu 3.2.2. V programu je tento integrál realizován funkcí QUADF( $b(z)$ , Z1, 0, „hodnota v buňce z kroku jedna“).

V dalších krocích jsou zvlášť vypočítány integrály ve vzorcích 3.1.11, 3.1.12 a výsledky jsou uloženy do vlastních buněk označených jako mezivýpočty. Opět je to provedeno pomocí funkce QUADF s mezemi 0 až  $\max(z)$ . Argument reprezentující integrant  $b(z)^2$  je realizován umocněním buňky obsahující rovnici  $b(z)$ . Argument reprezentující integrant  $b(z)*z$  je realizován součinem buňky obsahující rovnici  $b(z)$  a prázdné buňky Z1 představující proměnnou. Argument reprezentující integrant  $b(z)*x(z)$  je realizován součinem buněk obsahujících rovnice  $b(z)$  a  $x(z)$ .

Po provedení všech předešlých výpočtů jsou vypočteny výsledné hodnoty  $b_{SAT}$ ,  $z_{SAT}$  a  $x_{SAT}$ . Zkušební výpočet je prováděn na příkladu lichoběžníkového křídla, které je popisováno v této kapitole. Jeho tvar je vidět na obrázku 4.3.1. Kompletní výpočet s výslednými hodnotami je možné vidět na obrázku 8.5 v příloze. Pro porovnání byl proveden výpočet i metodou aplikující vzorce odvozené z geometrie křídla. Výsledky dokumentuje obrázek 8.7 v příloze. Jak je vidět, výsledky jsou naprosto identické.

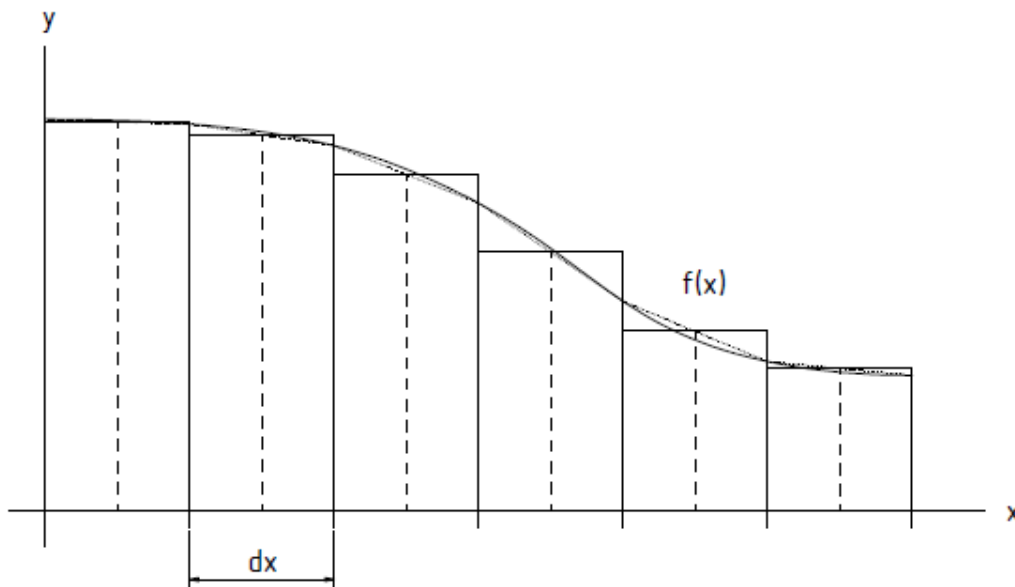
#### 4.3.1 Alternativní výpočet integrálů v programu Microsoft Excel

Předmětem této podkapitoly je popis alternativního výpočtu integrálů pro případ, kdy nemá koncový uživatel aktivní licenci programu Excel 7.0.

Pokud je ve výpočetním programu identifikována neplatná licence pro použití funkce QUADF, vyskočí v programu oznámení v podobě tučného červeného nápisu *NEMÁTE K DISPOZICI FUNKCI QUADF, PŘEJDĚTE NA LIST „INTEGRACE“* (viz. obr. 8.10 v příloze). List Integrace byl vytvořen speciálně pro výpočty nahrazující funkci QUADF. Předtím, než je možné začít práci na listu *Integrace*, je nutné získat rovnice  $b(z)$

a  $x(z)$ . Ty jsou získány postupem popsáným v kapitole 4.3 po stisknutí tlačítek *Vypočítat*  $b(z)$  z rovnice regresivní křivky příslušející grafu *PLOŠNÉ ROZDĚLENÍ* a *Vypsat rovnici* definující  $x(z)$ . Kódy VBA maker příslušejících těmto tlačítkům obsahují části, které kopírují vhodné tvary rovnic do předem stanovených buněk na listu *Integrace*. Po dosažení výše popsaného postupu ve výpočtu je možné přejít na list *Integrace*.

Výpočet určitého integrálu vychází z definice Riemannova určitého integrálu respektive z jeho geometrického významu. Hodnota Riemannova určitého integrálu spojitě omezené funkce  $f$  s proměnnou  $x$  na uzavřeném omezeném neprázdném intervalu od  $a$  do  $b$  je roven plošnému obsahu oblasti  $M$ . Oblast  $M$  je ohraničena grafem integrované funkce  $f$ , osou  $x$  a přímkami  $x = a$ ,  $x = b$ . Výpočet obsahu této oblasti lze převést z hlediska historického zavedení určitého integrálu na součet obsahů segmentů, které jsou vytvořeny dělením uzavřeného intervalu  $a$  a  $b$ , kde se šířka segmentu rovná  $dx$ . Velikost  $dx$  lze popsat jako „nekonečně malé“ kladné číslo. Na intervalu takové velikosti je možné považovat funkci  $f$  za konstantní. Oblast  $M$  je tedy „nekonečně úzkým“ obdélníkem se stranami délky  $dx$  a  $f(x)$  a obsah takové oblasti je roven součinu  $dx \cdot f(x)$ . [21]



Obr. 4.3.1.1 Schéma ilustrující historické zavedení určitého integrálu.

Schéma na obrázku 4.3.1.1 a definice historického zavedení určitého integrálu představuje způsob jakým je možné získávat výsledky určitých integrálů v prostředí

programu Microsoft Excel. Pro potřeby výpočetního softwaru střední aerodynamické tětivy byl vytvořen a aplikován následující vzorec.

$$F(z_{i+1}) = F(z_i) + \frac{f(z_i) + f(z_{i+1})}{2} \cdot dz \quad (4.3.1.1)$$

Proměnná  $F(z_{i+1})$  a  $F(z_i)$  představuje obsah oblasti  $M$  skládající se z  $i + 1$  resp.  $i$  počtu segmentů. Hranicím segmentů o šířce  $dz$  přísluší funkční hodnoty  $f(z_i)$  a  $f(z_{i+1})$ , ze kterých je vypočtena střední hodnota.

Na základě vysvětleného principu je možné přistoupit k samotným výpočtům. Postupně jsou stanovovány hodnoty souřadnice  $z$ , hloubky křídla  $b(z)$ , hodnoty  $b(z)^2$ ,  $b(z) \cdot z$ ,  $x(z)$ ,  $b(z) \cdot x(z)$ , nosná plocha, a hodnoty určitých integrálů ze vzorců 3.1.11 a 3.1.12 označené jako  $b_{sat}$ ,  $z_{sat}$  a  $x_{sat}$  viz. obrázek 8.8 v příloze.

Nejprve se volí číselná hodnota velikosti integračního kroku  $dz$ , pomocí které se následně vytvářejí ve sloupci se souřadnicemi  $z$  (sloupec G) hodnoty od 0 do  $l/2$ . Zvolený krok  $dz$  tedy určuje celkový počet vyplněných buněk ve všech sloupcích. Maximální možný počet vstupů v jednom sloupci byl ve vzorcích nastaven na 2000. Čím menší je hodnota  $dz$ , tím přesnější jsou výsledky početní metody!

Poté je nutné nakopírovat vzorce  $b(z)$  a  $x(z)$  ve sloupcích H a K až do řádku, ve kterém se nachází hodnota  $l/2$ . V dalších krocích se kopírují zbylé vzorce pro,  $b(z)^2$ ,  $b(z) \cdot z$ ,  $b(z) \cdot x(z)$ , nosnou plochu,  $b_{sat}$ ,  $z_{sat}$  a  $x_{sat}$ . Veškeré kopírované vzorce jsou v příslušných buňkách předprogramovány a není nutné je předem vytvářet. Tyto buňky jsou v programu označeny tmavým podbarvením a obsažená čísla mají zelenou barvu.

Z napočítaných hodnot jsou pomocí kombinace předprogramovaných vzorců 4.3.1.2 získány výsledné hodnoty střední aerodynamické hloubky  $b_{SAT}$ , polohy střední aerodynamické tětivy na rozpětí  $z_{SAT}$  a vzdálenost náběžné hrany  $x_{SAT}$ .

$$b_{SAT} = \frac{2}{MAX(M7: M2007)} \cdot \frac{MAX(N7: N2007) - N7}{2}$$

$$z_{SAT} = \frac{2}{MAX(M7: M2007)} \cdot \frac{MAX(O7: O2007) - O7}{2} \quad (4.3.1.2)$$

$$x_{SAT} = \frac{2}{MAX(M7: M2007)} \cdot \frac{MAX(P7: P2007) - P7}{2}$$

Sloupec M obsahuje hodnoty nosné plochy, sloupec N obsahuje hodnoty  $b_{SAT}$ , sloupec O obsahuje hodnoty  $z_{SAT}$  a sloupec P obsahuje hodnoty  $x_{SAT}$ . Vzorce byly naprogramovány tak, aby fungovaly nezávisle na počtu vyplněných řádků.

Na závěr je nutné zdůraznit, že tato alternativní metoda výpočtu integrálů poskytuje přibližné výsledky. Nebyl totiž realizován Riemannův součet ani nebyla zjišťována jeho limita. Aplikovaný aritmetický průměr funkčních hodnot na hranicích segmentů neodpovídá funkčním hodnotám funkce  $f$  pro dané. Je také nemožné zvolit „nekonečně malou“ hodnotu šířky segmentu. Nepřesnost výpočtu plynoucí z těchto nesrovnalostí je možné minimalizovat zvolením dostatečně malé hodnoty  $dz$ .

Pro hodnotu  $dz = 10$  jsou získány výsledky, které se liší od hodnot získaných funkcí QUADF v řádu desetin milimetru (viz. obr. 8.6 a obr. 8.8 v příloze).

Pro hodnotu  $dz = 1$  jsou výsledky této alternativní metody totožné s výsledky poskytnutými funkcí QUADF (viz. obr. 8.6 a obr. 8.9 v příloze).

#### 4.4 Experimentální výpočty pro ověření výpočtových metod

Pro validování vytvořeného výpočetního softwaru je vytvořeno několik experimentálních půdorysných tvarů křídel. Tyto experimentální křídla jsou současně počítána pomocí volně dostupného webového kalkulátoru Aircraft Center of Gravity Calculator. [21] Tento kalkulátor není zaměřen čistě na výpočet střední aerodynamické tětiny, potřebné hodnoty pro lze najít ve výsledcích mezivýpočtů. Systém kótování křídel je shodný jako systém kótování v softwaru v této práci. Jak bylo zjištěno, jedná se o obecně užívaný systém kótování křídel pro výpočty středních aerodynamických tětin, aerodynamických center, neutrálních bodů a poloh těžišť letounů.

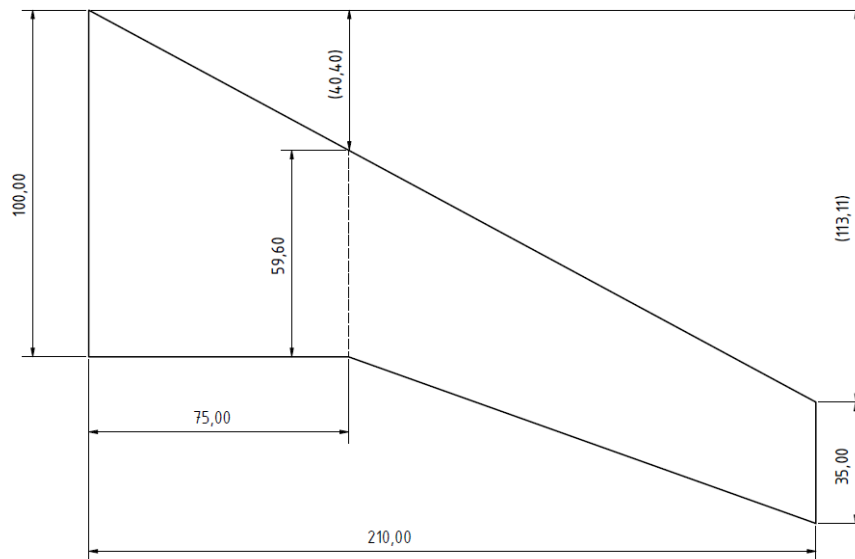
Prvním experimentálním tvarem je křídlo lichoběžníkové složené ze dvou částí. Vytvořený systém bodů definujících tvar křídla zobrazuje obr. 8.11 v příloze. Vstupní parametry pro výpočet jsou následující:

$$\begin{array}{lll}
 b_0 = 100 \text{ mm} & z_{b_1} = 75 \text{ mm} & nb_1 = 40,4 \text{ mm} \\
 b_1 = 59,6 \text{ mm} & z_{b_2} = 210 \text{ mm} & nb_2 = 113,11 \text{ mm} \\
 b_2 = 35 \text{ mm} & & 
 \end{array}$$

Výpočty jsou provedeny pomocí obou metod popsanych v této práci. Výpočty jsou porovnány s výsledky získanými z webového kalkulátoru Aircraft Center of Gravity Calculator v tabulce 4.4.1 na následující straně.

Metoda	Vzorce z geom.	Obecná metoda	Kalkulátor ACGC
$b_{SAT}$	64,399	64,423	64,4
$z_{SAT}$	87,149	87,111	87,15
$x_{SAT}$	46,942	46,920	46,94

Tab. 4.4.1 Porovnání výsledků jednotlivých metod a webového kalkulátoru. [22]



Obr. 4.4.1 Výkres lichoběžníkového křídla složeného ze 2 částí.

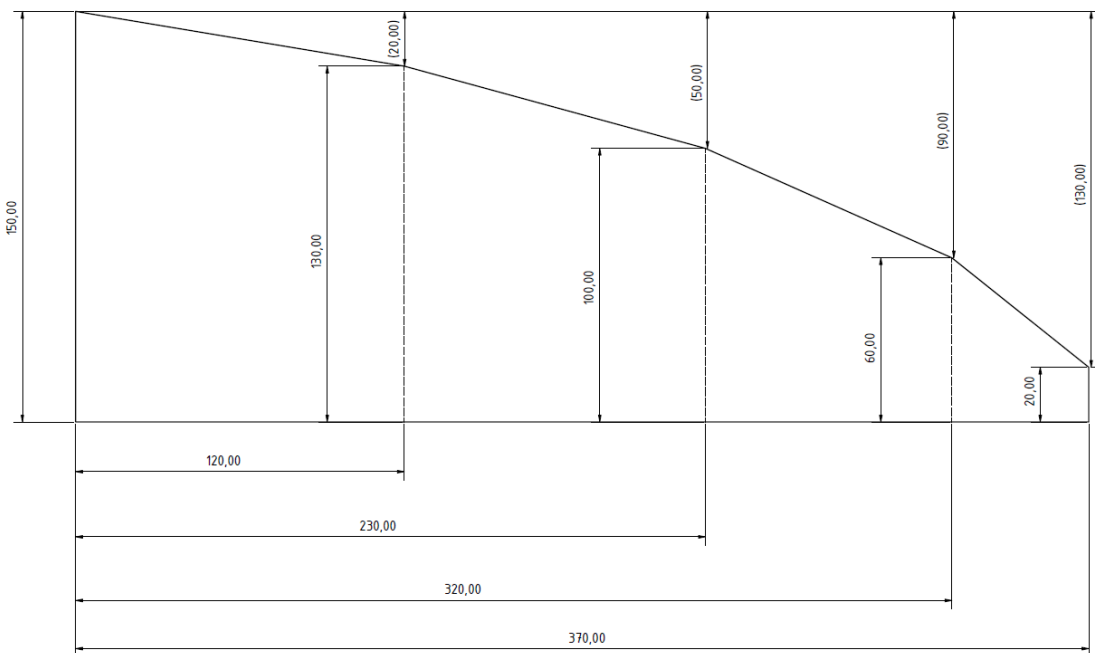
Druhým experimentálním tvarem je křídlo lichoběžníkové složené ze čtyř částí. Vytvořený systém bodů definujících tvar křídla zobrazuje obr. 8.12 v příloze. Vstupní parametry pro výpočet jsou následující:

$$\begin{array}{lll}
 b_0 = 150 \text{ mm} & zb_1 = 120 \text{ mm} & nb_1 = 20 \text{ mm} \\
 b_1 = 130 \text{ mm} & zb_2 = 230 \text{ mm} & nb_2 = 50 \text{ mm} \\
 b_2 = 100 \text{ mm} & zb_3 = 320 \text{ mm} & nb_3 = 90 \text{ mm} \\
 b_3 = 60 \text{ mm} & zb_4 = 370 \text{ mm} & nb_4 = 130 \text{ mm} \\
 b_4 = 20 \text{ mm} & & 
 \end{array}$$

Výpočty jsou porovnány s výsledky získanými z webového kalkulátoru Aircraft Center of Gravity Calculator tabulce 4.4.2 na následující straně.

Metoda	Vzorce z geom.	Obecná metoda	Kalkulátor ACGC
$b_{SAT}$	116,266	116,254	116,27
$z_{SAT}$	150,121	150,166	150,12
$x_{SAT}$	33,734	33,746	33,73

Tab. 4.4.2 Porovnání výsledků jednotlivých metod a webového kalkulátoru. [22]



Obr. 4.4.2 Výkres lichoběžníkového křídla složeného ze 4 částí.

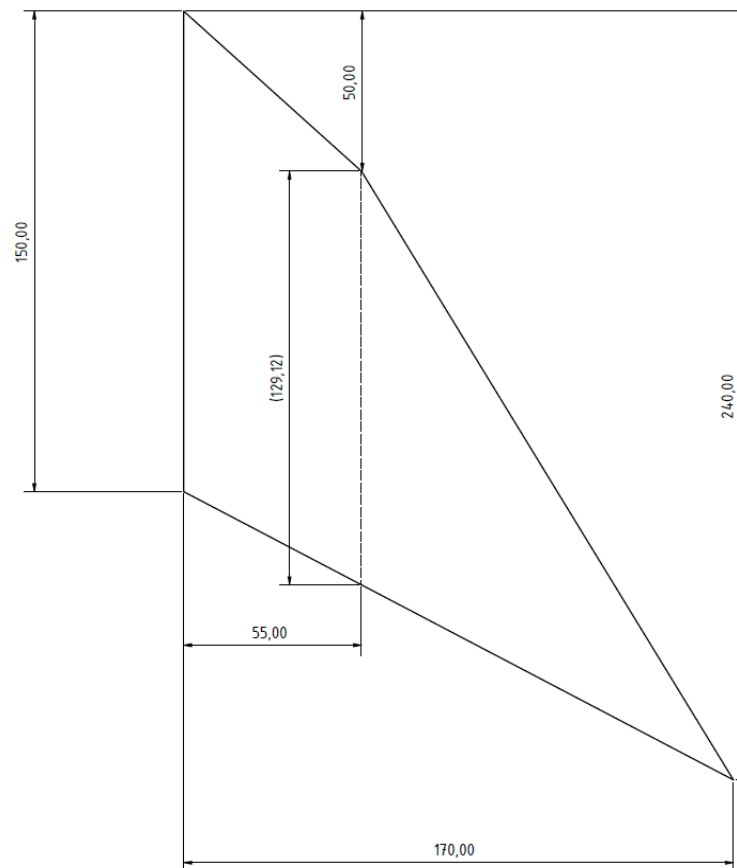
Třetím experimentálním tvarem je křídlo složené z lichoběžníku a trojúhelníku, tedy ze dvou částí. Vytvořený systém bodů definujících tvar křídla zobrazuje obr. 8.13 v příloze. Vstupní parametry pro výpočet jsou následující:

$$\begin{aligned}
 b_0 &= 150 \text{ mm} & z_{b1} &= 55 \text{ mm} & nb_1 &= 50 \text{ mm} \\
 b_1 &= 129,12 \text{ mm} & z_{b2} &= 170 \text{ mm} & nb_2 &= 240 \text{ mm} \\
 b_2 &= 0 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Výpočty jsou porovnány s výsledky získanými z webového kalkulátoru Aircraft Center of Gravity Calculator v tabulce 4.4.3 na následující straně.

Metoda	Vzorce z geom.	Obecná metoda	Kalkulátor ACGC
$b_{SAT}$	113,398	113,364	113,4
$z_{SAT}$	59,520	59,543	59,52
$x_{SAT}$	68,114	68,159	68,11

Tab. 4.4.3 Porovnání výsledků jednotlivých metod a webového kalkulátoru. [22]



Obr. 4.4.3 Výkres křídla složeného z lichoběžníku a trojúhelníku (2 části).

Čtvrtým experimentálním tvarem je křídlo eliptické jednoduché (1 část). Vytvořený systém bodů definujících tvar křídla zobrazuje obr. 8.14 v příloze. Vstupní parametry pro výpočet jsou následující:

$$b_0 = 100 \text{ mm}$$

$$zb_1 = 250 \text{ mm}$$

Výpočty získané pomocí vytvořeného softwaru jsou v následující tabulce 4.4.4. Výsledky

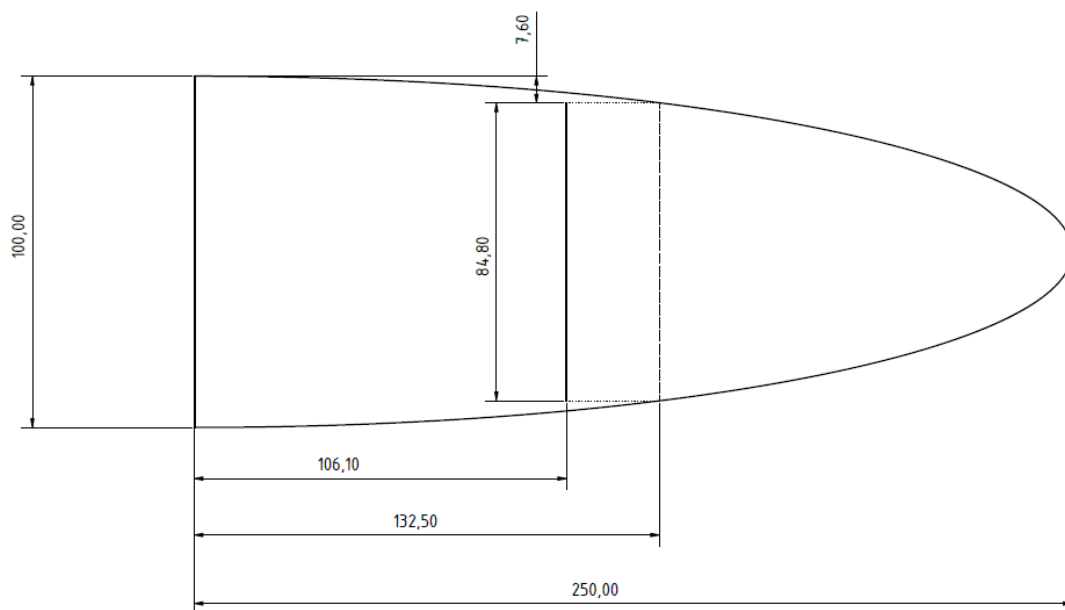


z webového kalkulátoru Aircraft Center of Gravity Calculator není možné získat, neboť neumí počítat eliptická křídla.

Metoda	Vzorce z geom.	Obecná metoda
$b_{SAT}$	84,883	84,961
$z_{SAT}$	106,100	106,124
$x_{SAT}$	viz. Obr. 4.4.4	7,519

Tab. 4.4.4 Porovnání výsledků jednotlivých metod a webového kalkulátoru. [22]

Obrázek 4.4.4 představuje výkres experimentálního eliptického křídla, který byl vytvořen v programu Autodesk Inventor. Je v něm již zcela definována střední aerodynamická tětíva. Hodnoty  $b_{SAT}$ ,  $z_{SAT}$  a  $x_{SAT}$  jsou nalezeny pomocí vzorců z tabulky 3.2.1 a pomocí geometrického postupu demonstrovaného na obrázku 1 na listu *Výpočetní program* ve vytvořeném softwaru.



Obr. 4.4.4 Výkres eliptického křídla (1 část) s výsledky střední aerodynamické tětivy.

Veškeré výpočetní soubory s experimentálními daty jsou k dispozici na přiloženém CD v příloze.

## 5 Uživatelské rozhraní

Jak je již zjevné z předešlých kapitol, byl pro tvorbu softwaru vybrán program Microsoft Excel. Disponuje rozsáhlými programovacími možnostmi a je možné snadno upravit vzhled listů do požadované podoby.

Software je rozdělen na tři části, listy sešitu Microsoft Excel, s názvy *Výpočetní program*, *Obecná metoda* a *Integrace*. Na listu *Výpočetní program* je vytvořena výpočetní metoda SAT využívající vzorce odvozené z geometrie. Na listu *Obecná metoda* je vytvořena výpočetní metoda SAT využívající obecné integrální vzorce řešené pomocí funkce QUADF, která je součástí add-inu ExceLab 7.0 s placenou licenci. Pro případ, kdy uživatel nevlastní licenci ExceLab 7.0, je vytvořena na listu *Integrace* alternativní metoda výpočtu integrálních vzorů.

Vzhled jednotlivých listů softwaru je koncipován tak, aby co nejméně připomínal prostředí programu Microsoft Excel. Pozadí základních buněk všech listů je vyplněno šedou barvou, která má stejný odstín jako barva předdefinovaných hranic buněk. Díky tomu je vytvořen vzhled, kde není viditelné dělení listu na buňky. Pro dobrou přehlednost je text označující výpočetní sekce na listech podbarven tmavou barvou. Barva základního textu poskytujícího instrukce k výpočtům je černá. Na listech je několik typů buněk obsahujících číselné hodnoty. Buňky určené k vepisování vstupních hodnot jsou podbarveny bílou barvou. Buňky zobrazující hodnoty mezivýpočtů, které nejsou určeny k editaci, jsou pouze ohraničeny bílou barvou a barva jejich pozadí je shodná se základní barvou stránky. Buňky s výsledky jsou podbarveny kontrastní žlutou barvou s tučným černým textem.

Na listu *Výpočetní program* je u buněk pro zadání vstupních hodnot vytvořen systém nápověd. Na listu se nachází kótovaný výkres, pomocí kterého je vysvětlen význam jednotlivých vstupů. Pomocí podmíněného formátování buněk je ke každému poli pro vstupní hodnoty vytvořen návodný text. Principem použitého podmíněného formátování je změna formátu buněk na základě zvoleného vzorce. Je možné měnit formát čísla, písma, ohraničení a výplně. V programu tedy existuje nějaký text, hodnota či celá oblast, která splývá s barvou pozadí. Pomocí příslušného vzorce je změněn formát barvy obsahu buněk, ohraničení nebo pozadí a tím je zviditelněna požadovaná oblast. Návodné texty jsou naprogramovány v závislosti na hodnotách vstupů definujících typ křídla a počet částí (polí), na které je křídlo nutné rozdělit. Výsledkem je zobrazení

požadované informace. Konkrétní příklad návodných textů pro trojúhelníkové křídlo skládající se z jedné části (pole) je na obrázku 8.4 v příloze. Pro vstupní hodnotu 1 příslušející počtu částí křídla je zobrazen návodný text *Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu*. Pro vstupní hodnotu *trojúhelník* je u buněk určených k editaci zobrazena doplňující informace: *zadejte 1E-30, je rovna b0, je rovna l/2*. Následující vzorce jsou uplatněny

u výše popisovaného podmíněného formátování na obrázku 8.4.

$$\text{Vzorec:} = A(\$F\$8 = 1; \$F\$5 <> \text{"elipsa"})$$

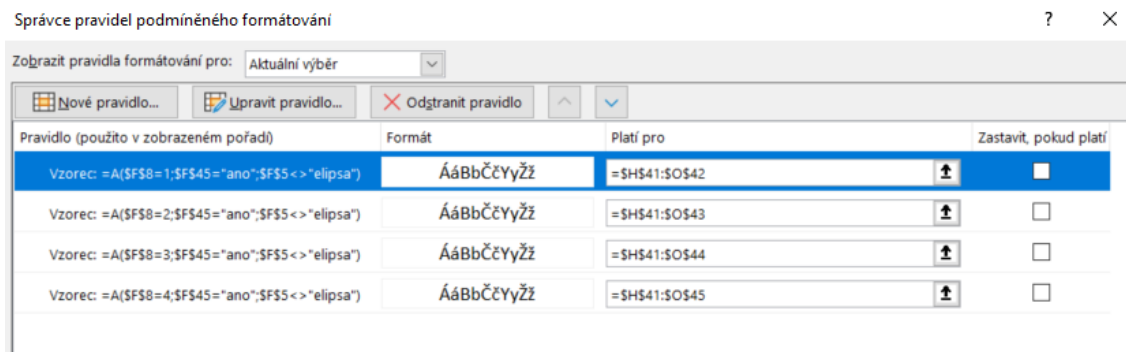
$$\text{Platí pro:} = \$H\$15; \$J\$16; \$H\$21; \$H\$26$$

(5.1)

$$\text{Vzorec:} = A(\$F\$8 = 1; \$F\$5 = \text{"trojúhelník"})$$

$$\text{Platí pro:} = \$K\$16; \$K\$21; \$K\$26$$

Dalším prvkem, který je realizován pomocí podmíněného programování, je možnost zobrazení výsledků mezivýpočtů. Mezivýpočty vstupující do sumačních vzorců 3.2.11 jsou uspořádány do přehledné tabulky (viz obr. 8.2), která je zneviditelněná. V programu je předprogramována buňka F45, do které je možné zadat vstup „ano“. Tento vstup v kombinaci se vstupem buňky F8 představujícím počet částí (polí) křídla a negací vstupu „elipsa“ v buňce F5 je použit pro zobrazení tabulky s mezivýsledky. Způsob naprogramování tohoto prvku je zobrazen na následujícím obrázku.



Obr. 5.1 Podmíněné formátování pro zobrazení tabulky s mezivýsledky vzorců odvozených z geometrie.

Na listu *Obecná metoda* je zvolen stejný grafický vzhled jako na listu *Výpočetní program*. List je rozdělen na tři části. První část obsahuje sloupce buněk pro zadávání vstupních hodnot. Druhá část obsahuje grafy pro vizualizaci tvaru křídla a plošného rozdělení. Třetí část obsahuje ovládací tlačítka maker a instrukce pro provádění a hodnocení výpočtů.

Důležitým hodnocením, které je uživateli poskytnuto, je kontrola použité regresní křivky. Jsou zde naprogramovány tři buňky, které jsou mezi sebou vzájemně provázány. První buňka je určena pro zadání procentuální tolerované chyby u výpočtu hloubky  $b(z)$ , která je získána pomocí rovnice spojnice trendu v grafu plošného rozdělení. Druhá buňka obsahuje maximální dosaženou chybu ve výpočtech hloubek  $b(z)$  nalezenou pomocí funkce MAX. Ve třetí buňce je naprogramována funkce, která porovnává hodnoty v předešlých buňkách. Pokud je zadaná hodnota tolerované chyby větší nebo rovna maximální dosažené chybě zobrazí se v buňce zvýrazněný zelený nápis *Použili jste vhodnou regresi, výpočet dosahuje maximálně vámi tolerovanou chybu*. V opačném případě je zobrazen zvýrazněný červený nápis *Nepřesný výsledek. Změňte řád polynomu regrese nebo vytvořte hustší síť souřadnic definujících profil křídla*. Doporučení týkající se vytvoření hustší sítě souřadnic je zde uvedeno pro případ, kdy je testováno křídlo s velkým zakřivením hran. Jsou jimi zejména křídla eliptická, nebo křídla se zaoblenými konci. V těchto případech je nutné zadat větší počet bodů, ze kterých je pomocí metody nejmenších čtverců dopočítávána dostatečně přesná regresní křivka.

Výpočet střední aerodynamické tětiny obecnou metodou závisí na tom, zda má koncový uživatel k dispozici předdefinovanou funkci QUADF. Pokud funkce QUADF není k dispozici je výpočet přerušen chybovou hláškou. Pro tento případ je v softwaru naprogramováno několik kontrolních funkcí. V buňkách pro výsledky SAT je pomocí funkce IFERROR zobrazeno oznámení *list integrace*. Zároveň je pomocí podmíněného formátování naprogramována buňka, ve které se v případě potřeby zobrazí výrazné červené oznámení *NEMÁTE K DISPOZICI FUNKCI QUADF, PŘEJDĚTE NA LIST „INTEGRACE“*.

Pokud jsou zobrazena výše uvedená oznámení, pokračuje uživatel na list *Integrace*. Tento list je opět rozdělen na tři části. První část obsahuje body s instrukcemi, jak provádět výpočty. Druhá část obsahuje předprogramované sloupce s až 2 000 buňkami. Tyto buňky jsou barevně odlišeny podle toho, zda jsou určeny pro zadávání hodnot (bílé pozadí) nebo pro kopírování již nastavených vzorců (bílé ohraničení). Třetí

část listu obsahuje tmavě ohraničené buňky se žlutým podbarvením, které obsahují výsledky definující střední aerodynamickou tětivu.

## 5.1 Manuál - výpočet SAT vzorci odvozenými z geometrie

V následujících bodech bude popsán postup pro výpočet střední aerodynamické tětivy metodou aplikující vzorce odvozené z geometrie.

- 1) Otevřete soubor programu Microsoft Excel s názvem *Software pro výpočet střední aerodynamické tětivy křídla obecného půdorysu.xlsx*
- 2) Klikněte na záložku listu s názvem *Výpočetní program*.
- 3) Postupně od shora vyplňujte **pouze pole s bílým pozadím** podle instrukcí zobrazovaných napravo od nich. Pokud se vedle bílého pole nezobrazuje instrukce, **ponechte v poli hodnotu 0**. S porozuměním významu vstupních hodnot vám pomůže přiložený **kótovaný výkres**. Po zadání hodnot se výpočty provedou automaticky.
- 4) **Tmavě žluté pole obsahuje výsledné hodnoty** střední aerodynamické hloubky  $b_{SAT}$ , polohy SAT na rozpětí  $z_{SAT}$  a vzdálenost náběžné hrany  $x_{SAT}$ .
- 5) Pod polem s výsledky SAT je možné zobrazit **výsledky mezivýpočtů**. Do bílého pole zadejte *ano* a se zobrazí tabulka s mezivýsledky.

### Poznámky:

**Pro správnou funkci softwaru se přesvědčte, že máte k dispozici ve vaší verzi Microsoft Excel následující funkce: *IFERROR, IFS, A*.**


Důrazně se nedoporučuje editování či prosté klikání do oblastí mimo bílé buňky.

V případě výpočtu eliptického křídla není poskytnuta výsledná hodnota  $x_{SAT}$ , místo toho je odkázáno na obr.1. Ten zobrazuje postup nalezení  $x_{SAT}$  pomocí geometrické metody. Pro získání číselné hodnoty  $x_{SAT}$  eliptického křídla využijte obecnou metodu na listě *Obecná metoda*.

Výpočet složeného trojúhelníkového křídla je možný, ale instrukce nejsou v takové situaci poskytovány.

## 5.2 Manuál – výpočet SAT obecnou metodou

V následujících bodech bude popsán postup pro výpočet střední aerodynamické tětivy metodou aplikující obecné integrální vzorce.

- 1) Otevřete soubor programu Microsoft Excel s názvem *Software pro výpočet střední aerodynamické tětivy křídla obecného půdorysu.xlsx*
- 2) Klikněte na záložku listu s názvem *Obecná metoda*.
- 3) Prohlédněte si list se vzorovými výpočty lichoběžníkového křídla. List obsahuje bílá pole pro zadání vstupních hodnot  $z$ ,  $x_1$  a  $x_2$ . Křídlo definované vstupními hodnotami je zobrazeno v grafu *ZNÁZORNĚNÍ TVARU KŘÍDLA*. Graf *PLOŠNÉ ROZDĚLENÍ* obsahuje rovnici trendu pro získání hodnot hloubky  $b(z)$  ve sloupci J obsahujícím bílá pole. Dále je možné vidět tlačítka a oznámení, jejichž význam bude popsán v dalších bodech. Vymažte obsah v bílých polích nebo je nezapomeňte v průběhu výpočtu změnit.
- 4) **Vytvořte síť souřadnic  $[z; x_1]$  a  $[z; x_2]$ .** Pokud nemáte tyto body již k dispozici použijte externí program dle vaší volby. Můžete také využít program Autodesk Inventor a soubor s VBA kódem v příloze této práce.
  - I. V programu Autodesk Inventor vytvořte 2D náčrt vašeho křídla. Výkres vytvořte ve čtvrtém kvadrantu ( $x > 0, y < 0$ ) a první bod náběžné hrany umístěte **do počátku  $[0;0]$** . Na křivce vašeho křídla vytvářejte postupně body. Začněte v  $[0;0]$ , **pokračujte podél náběžné hrany ke konci křídla**. Body na odtokové hraně začnete vytvářet na ose  $y$ , tedy v  $[0; y]$ , a postupujte ke konci křídla. **Na náběžné a odtokové hraně musí existovat vždy dva body, které mají stejnou hodnotu  $x$ !** Na závěr odstraňte defaultní počáteční bod souřadného systému a vámi vytvořenou křivku! **Zůstat musí jen vámi vytvořené body. Velice důležité je dodržet popsaní pořadí při vytváření bodů!**
  - II. V programu Autodesk Inventor na kartě *Nástroje* klikněte na ikonu  Editor VBA . Vyskočí okno Microsoft VBA. Klikněte na *File* → *Import file...* a zvolte soubor *Exportsouřadnic.bas*. Zavřete okno Microsoft VBA. Na kartě

Nástroje klikněte na ikonu  , zvolte *Module11.Exportsouřadnic* a klikněte na *Run*. Otevře se sešit Microsoft Excel.

- III. V otevřeném sešitu Microsoft excel se nachází dva sloupce  $x$  a  $y$ . Hodnoty ve sloupci  $x$  jsou hledanými souřadnicemi  $z$  a hodnoty ve sloupci  $y$  odpovídají hodnotám  $x_1$  a  $x_2$ . Nyní je stačí správně vložit do bílých polí na listu *Obecná metoda*.
- 5) Ze zadaných hodnot  $z$ ,  $x_1$  a  $x_2$  se vám vykreslí grafy **ZNÁZORNĚNÍ TVARU KŘÍDLA a plošné rozdělení**. V grafech **zvolte vhodný formát spojnice trendu** (pokud vám nevyhovují předvolené), **u grafu ZNÁZORNĚNÍ ... volte spojnici trendu jen pro náběžnou hranu** (hodnoty  $x_1$ ). Doporučuje se **polynomický formát**. Pokud není zobrazena rovnice spojnice trendu zobrazte ji. **Nezobrazujte žádné další informace!** Přesvědčte se, že je formát popisku spojnice trendu nastaven **na kategorii Číslo** a desetinná místa na hodnotu **nejméně 30**.
  - 6) Klikněte na tlačítko *Vypočítat hodnoty  $b(z)$  z rovnice regresivní křivky...* . V buňce J7 se vám vypočítá vaše hloubka  $b(z)$ . Zkopírujte vzorec z buňky J7 dále do sloupce J až do řádku, který obsahuje poslední hodnotu  $z$  ve sloupci C. Získáte veškeré hodnoty hloubek  $b(z)$  vašeho křídla. Ve sloupci K se zobrazuje procentuální chyba hodnoty hloubky  $b(z)$  v porovnání se zadanými hodnotami.
  - 7) Do buňky O12 zadejte hodnotu v procentech, která představuje vámi tolerovanou hodnotu chyby regresivního výpočtu hloubky  $b(z)$ . Pokud je tato hodnota menší než maximální chyba výpočtů zobrazí se vám zelený nápis *Použili jste...* . V opačném případě se zobrazí červený nápis s instrukcemi jak zpřesnit výpočet.
  - 8) Klikněte na tlačítka *Vypsát rovnici definující  $b(z)$*  a *Vypsát rovnici definující  $x(z)$* . V buňkách vedle získáte číselné hodnoty pro  $z = 0$ .
  - 9) Další postup je závislý na licenci add-inu ExceLab 7.0 obsahujícím funkci pro výpočet integrálů QUADF. Licence je v režimu týdenního zkušebního období od data registrace na stránkách excel-works.com, poté je ji nutné zakoupit. Pokud ji máte k dispozici, získáte výsledky pro SAT v tmavě žlutých polích. Pod výsledky můžete zadáním „ano“ do bílého pole zobrazit mezivýpočty.

10) Pokud nemáte k dispozici funkci QUADF, zobrazí se červený nápis *NEMÁTE K DISPOZICI FUNKCI QUADF, PŘEJDETE NA LIST „INTEGRACE“*. Pokud nechce využít funkci QUADF, následujte zobrazené instrukce. Další postup je popsán v kapitole 5.2.1.

### **Poznámky:**

Pro správnou funkci softwaru se přesvědčte, že máte k dispozici ve vaší verzi Microsoft Excel následující funkce: *IFERROR, IFS, KDYŽ, A, POČET, ABS, MAX*.

Pro vykreslení grafu *PLOŠNÉ ROZDĚLENÍ* nesmí být rozdíl  $x_1$  a  $x_2$  rovno nule. Pokud má být roven nule, změňte hodnotu  $x_1$  resp.  $x_2$  v řádku menším než  $10^{-10}$ . Přesnost výpočtu bude minimálně ovlivněna.

Obecná výpočetní metoda v tomto programu se nedoporučuje u křidel s výraznou/ostrou změnou tvaru. V tom případě využijte metodu se vzorci odvozenými z geometrie.

### **5.2.1 Manuál – výpočet SAT obecnou metodou (list Integrace)**

V následujících bodech bude popsána alternativní metoda výpočtu integrálů. Tento postup nahrazuje funkci QUADF. Poskytuje přibližné výsledky integrálů, ale při zvolení dostatečně malé hodnotě  $dz$  lze získat velice přesné výsledky.

- 1) Klikněte na záložku listu s názvem *Integrace*.
- 2) Do bílého pole **zadejte vámi zvolenou velikost  $dz$** . Čím menší hodnotu  $dz$  vůči velikosti křídla zvolíte, tím přesnější bude výsledek.
- 3) Postupujte podle detailně popsaného postupu zobrazeného v levé části listu, body 1. až 7. **Editujte pouze buňky určené postupem!**
- 4) Po provedení všech instrukcí se **ve tmavě žlutém poli zobrazí výsledky** pro střední aerodynamickou tětivu vašeho křídla.

### **Poznámky:**

Pro správnou funkci softwaru se přesvědčte, že máte k dispozici ve vaší verzi Microsoft Excel následující funkce: *IFERROR, IFS, KDYŽ, A, POČET, ABS, MAX*.



## 6 Závěr

V této diplomové práci bylo dosaženo všech cílů popsaných v úvodní kapitole a zadání práce.

Pojem střední aerodynamická tětíva byl vhodně vysvětlen na základě informací poskytovaných českou i cizojazyčnou literaturou a odbornými publikacemi. Střední aerodynamická tětíva byla pospána podle běžně dostupných definic jako geometrická charakteristika půdorysného tvaru křídla. Byl podrobně popsán význam střední aerodynamické tětívy při stanovování poloh aerodynamického středu a těžiště, na kterých závisí statická stabilita. Původ a nutnost používání byla demonstrována na výpočtech aerodynamických sil a momentů, zejména pak klopivého momentu pro stanovení podélné statické stability.

Byl vytvořen přehledný souhrn výpočetních metod a grafických řešení s vymezením jejich platnosti a dosahované přesnosti výsledků. Výpočetní metody byly rozděleny do dvou skupin podle způsobu odvození využívaných vzorců. Tvary vzorců vychází z geometrických vlastností půdorysných tvarů křídel, nebo z rovnic pro aerodynamické momenty získané rozměrovou analýzou v proudění. Bylo zjištěno, že grafické řešení nabízí u křídel se složenou geometrií z více polí pouze přibližné výsledky.

Pro tvorbu výpočetního softwaru střední aerodynamické tětívy byl zvolen program Microsoft Excel. Tento číselný editor byl zvolen kvůli velkému množství předdefinovaných matematických, logických a statistických funkcí a kvůli jeho velké rozšířenosti. Výpočetní software obsahuje dvě zmíněné výpočetní metody. Do výpočetní logiky softwaru byl zakomponován doplněk Visual Basic for Applications, ve kterém byly naprogramovány makra, které automatizují výpočty a výrazně snižují počet pracovních úkonů. Velkým přínosem bylo vytvoření originálního způsobu stanovování funkcí definujících změnu hloubky a polohu náběžné hrany křídla pomocí regresní analýzy využívající metodu nejmenších čtverců. Výpočetní software je díky tomu schopen provádět výpočty integrálními vzorci pro jakýkoli půdorysný tvar křídla. Tímto se odlišuje od jiných dostupných softwarů, které tuto univerzálnost postrádají. Verifikace softwaru a ověření přesnosti jím poskytovaných výsledků byla provedena pomocí experimentálních půdorysných tvarů křídel. Získané hodnoty střední aerodynamické

tětivy byly porovnány s výsledky z jiného dostupného programu a bylo zjištěno, že dosahují stejné přesnosti.

Uživatelského prostředí bylo zpracováno do srozumitelné a přehledné podoby. Byla naprogramována posloupnost instrukcí vysvětlujících výpočetní postup a ovládání aplikovaných prvků v softwaru. Systém těchto nápověd umožňuje pohodlné užívání uživateli bez vyšší odbornosti v probírané problematice.

Tuto práci je možné využít pro hlubší pochopení původu, významu a aplikace střední aerodynamické tětivy ve výpočetním procesu statické stability letounu. Software pro výpočet střední aerodynamické tětivy je omezen pouze licencí programu Microsoft Excel a nabízí možnost výpočtu jakéhokoli půdorysného tvaru křídla. Software lze efektivně využít pro další akademická zkoumání neortodoxních půdorysných tvarů křídel využitelných pro vývoj nových malých bezpilotních letounů.

## 7 Seznam použité literatury

- [1] BROŽ, V. *Aerodynamika nízkých rychlostí*. 3. vyd. Praha: Ediční středisko Českého vysokého učení technického, 1990.
- [2] MIKULA, J. *Konstrukce a projektování letadel II*. Praha: ČVUT, 2005. ISBN 80-01-03338-4.
- [3] HOŘENÍ, B. a LNĚNIČKA, J. *Letecké modelářství a aerodynamika*. 1.vyd. Praha: Naše vojsko, 1977. Knižnice Svazarmu.
- [4] *Akademie letectví: O stabilitě letounu 1. část* [online]. 2010. Jaroslav Lněnička, 2010 [cit. 2020-11-20]. Dostupné z: <http://www.airspace.cz/akademie/rocnik/2010/09/stabilita.php>
- [5] *Akademie letectví: O stabilitě letounu 2. část* [online]. 2010. Jaroslav Lněnička, 2010 [cit. 2020-11-20]. Dostupné z: <http://www.airspace.cz/akademie/rocnik/2010/10/stabilita.php>
- [6] Walter S. Diehl, *The Mean Aerodynamic Chord and the Aerodynamic Center of a Tapered Wing*, NACA Technical Report 751, 1942. Dostupné z: <http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19930091829.pdf>
- [7] SLAVĚTÍNSKÝ, Dušan. *Obecná geometrie křídla*. Dušan Slavětínský: O letadlech [online]. © 2010 [cit. 2020-11-22]. Dostupné z: <http://www.slavetind.cz/stavba/konstrukce/kridlo/Kridlo-obecnageometrie.aspx>
- [8] Sforza, Pasquale M.. *Commercial Airplane Design Principles*. Elsevier Science & Technology, 2014. ProQuest Ebook Central, Dostupné z: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/cvut/detail.action?docID=1637338>
- [9] *Aerodynamics: Stability Concepts. Model Aircraft* [online]. [cit. 2020-12-23]. Dostupné z: <https://rcplanes.online/index5.htm>
- [10] *Microsoft Podpora: Vzorce a funkce* [online]. © Microsoft 2020: Microsoft, 2020 [cit. 2020-12-27]. Dostupné z: <https://support.microsoft.com/cs-cz/office/vzorce-a-funkce-294d9486-b332-48ed-b489-abe7d0f9eda9?ui=cs-CZ&rs=cs-CZ&ad=CZ#ID0EAABAAA=Formulas>

- [11] *Microsoft Docs: Getting started with VBA in Office* [online]. © Microsoft 2020: Microsoft, 2020 [cit. 2020-12-27]. Dostupné z: <https://docs.microsoft.com/en-us/office/vba/library-reference/concepts/getting-started-with-vba-in-office>
- [12] *Jak na Excel: Kurz Excel VBA* [online]. Pavel Lasák, Copyright ©: Pavel Lasák 2004 – 2021 [cit. 2020-12-27]. Dostupné z: <https://office.lasakovi.com/excel/zaklady/excel-kurz-vba-on-line-zdarma/>
- [13] KRÁL, Martin. *Excel VBA: výukový kurz*. Vyd. 1. Brno: Computer Press, 2010. ISBN 978-80-251-2358-4.
- [14] *Akademie letectví: O stabilitě letounu 3. část* [online]. 2010. Jaroslav Lněnička, 2010 [cit. 2020-12-28]. Dostupné z: <http://www.airspace.cz/akademie/rocnik/2010/10/stabilita.php>
- [15] AUTODESK KNOWLEDGE NETWORK: Extracting points coordinates form a sketch using VBA to excel. *Autodesk* [online]. © Copyright 2018 Autodesk Inc. All rights reserved, [cit. 2020-12-30]. Dostupné z: <https://forums.autodesk.com/t5/inventor-customization/extracting-points-coordinates-form-a-sketch-using-vba-to-excel/td-p/9004932>
- [16] *Microsoft Podpora: Analýza komplexních dat pomocí doplňku Analytické nástroje* [online]. © Microsoft 2020: Microsoft, 2020 [cit. 2020-12-31]. Dostupné z: <https://support.microsoft.com/cs-cz/office/anal%C3%BDza-komplexn%C3%ADch-dat-pomoc%C3%AD-dopl%C5%88ku-analytick%C3%A9-n%C3%A1stroje-6c67ccf0-f4a9-487c-8dec-bdb5a2cefab6?ns=excel&version=90&syslcid=1029&uilcid=1029&appver=zx1900&helpid=xladdin.chm1802&ui=cs-cz&rs=cs-cz&ad=cz>
- [17] *Microsoft Podpora: Možnosti spojnice trendu v Office* [online]. © Microsoft 2020: Microsoft, 2020 [cit. 2020-12-31]. Dostupné z: <https://support.microsoft.com/cs-cz/office/mo%C5%BEnosti-spojnice-trendu-v-office-92157920-fee4-4905-bc89-6a0f48152c52>
- [18] SIMONS, Martin. *Model Aircraft Aerodynamics* [online]. 3. Argus, 1994 [cit. 2021-01-01]. ISBN 1854861212, 9781854861214. Dostupné z: [https://issuu.com/eeaviation/docs/model\\_aircraft\\_aerodynamics](https://issuu.com/eeaviation/docs/model_aircraft_aerodynamics)



- [19] *Excel Works LLC* [online]. Boston, USA: ExcelWorks, © 2015-2021 [cit. 2021-01-05]. Dostupné z: <https://excel-works.com/>
- [20] *Excel Works LLC: Computing Integral of a Function in Excel* [online]. Boston, USA: ExcelWorks, © 2015-2021 [cit. 2021-01-11]. Dostupné z: <https://excel-works.com/manual/quadf>
- [21] NEUSTUPA, Jiří. *MATEMATIKA 1*. Praha: Česká technika, 1991, 2014. ISBN 978-80-01-05328-7.
- [22] *Aircraft Center of Gravity Calculator: Aerodynamic Center (AC), Mean Aerodynamic Chord (MAC), Center of Gravity (CG), Neutral Point (NP) and Wing Area* [online]. rcplanes.online, 2018 [cit. 2021-01-11]. Dostupné z: [https://rcplanes.online/cg\\_calc.htm](https://rcplanes.online/cg_calc.htm)

# 8 Přílohy

**PROGRAM PRO STANOVENÍ STŘEDNÍ AERODYNAMICKÉ TĚTIVY KŘÍDLA OBECNÉHO PŮDORYSU**

Zadejte půdorysný tvar vašeho křídla. V případě složeného křídla z více částí program předpokládá, že se "typ křídla" (jeho geometrické řazení) nemění. Předpokládá se pravouhlý trojúhelník = delta křídlo)  
 Možné vstupy: obdélník, lichoběžník, trojúhelník, elipsa

Křídlo je buď jednoduché (neměnná geom.) nebo složené (proměnná geom.). Složené křídlo je nutné rozdělit na více jednoduchých subkřídel v místech, kde se geometrie mění viz. obrázek.  
 Možné vstupy (počet subkřídel): 1, 2, 3, 4

**Definujte typ křídla**

obdélník

**Zadejte počet částí křídla P**

1

**Zadejte parametry křídla :**

Rozpětí  $l$

Hloubka u kořene křídla  $b_0$

Hloubka subkřídla  $b_1$

Hloubka subkřídla  $b_2$

Hloubka subkřídla  $b_3$

Hloubka subkřídla  $b_4$

Šířovitost -> vzdálenost  $nb_1$

Šířovitost -> vzdálenost  $nb_2$

Šířovitost -> vzdálenost  $nb_3$

Šířovitost -> vzdálenost  $nb_4$

Šířovitost -> vzdálenost  $zb_1$

Šířovitost -> vzdálenost  $zb_2$

Šířovitost -> vzdálenost  $zb_3$

Šířovitost -> vzdálenost  $zb_4$

**Vypočtená hodnota ploch subkřídel :**

Plocha křídla  $S_1$

Plocha křídla  $S_2$

Plocha křídla  $S_3$

Plocha křídla  $S_4$

Plocha křídla  $S$  (celková)

Zadejte hodnotu 0 na vaši hodnotu

Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu.

Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu

Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu

Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu (je rovna  $l/2$ )

**Plocha křídla a plochy jeho částí pro kontrolu.**  
viz. obrázek.

Kótovaný výkres složeného křídla rozděleného na dvě jednoduchá subkřídla. Teďy pro P=2.

Obr. 8.1 Program pro výpočetní metodu pomocí odvozených vzorců z geometrie.

**VÝSLEDNÉ HODNOTY DEFINUJÍCÍ STŘEDNÍ AERODYNAMICKOU TĚTIVU**

Pole	zúžení	bsAT	zSAT	xsAT	zsAT gl.	xsAT gl.	Plocha
1	1,00	3,0	0,750	0,000	0,750	0,000	4,500
2	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Střední aerodynamická hloubka $bs_{AT}$	3,000
Poloha SAT na rozpětí $z_{SAT}$	0,750
Vzdálenost náběžné hrany $x_{SAT}$	0,000

Zobrazit mezivýpočty? (zadejte "ano")   
(neobrazuje pro eřpsu)

Obr. 1 Znázmění principu nalezení souřadnice  $x_{SAT}$  eliptického křídla [9]

Obr. 8.2 Zobrazení výsledkové oblasti v programu s výpočetní metodou pomocí odvozených vzorců z geometrie.

**Definujte typ křídla**  Zadejte půdorysný tvar vašeho křídla. V případě složeného křídla z více částí program předpokládá, že se "ty  
Možné vstupy: obdélník, lichoběžník, trojúhelník, elipsa

**Zadejte počet částí křídla P**  Křídlo je buď jednoduché (neměnná geom.) nebo složené (proměnná geom.). Složené křídlo je nutné rozdělit na  
Možné vstupy (počet subkřídel): 1, 2, 3, 4

**Zadejte parametry křídla :**

Rozpětí  $l$   Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu.

Hloubka u kořene křídla  $b_0$   Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu.

Hloubka subkřídla  $b_1$   Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu. (zajedte 1E-30)

Hloubka subkřídla  $b_2$

Hloubka subkřídla  $b_3$

Hloubka subkřídla  $b_4$

Šířivost -> vzdálenost  $nb_1$   Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu. (je rovna  $b_0$ )

Šířivost -> vzdálenost  $nb_2$

Šířivost -> vzdálenost  $nb_3$

Šířivost -> vzdálenost  $nb_4$

Šířivost -> vzdálenost  $zb_1$   Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu. (je rovna  $l/2$ )

Šířivost -> vzdálenost  $zb_2$

Šířivost -> vzdálenost  $zb_3$

Šířivost -> vzdálenost  $zb_4$

**Vypočtená hodnota ploch subkřídel :**

Plocha křídla S1

Plocha křídla S2

Plocha křídla S3

Plocha křídla S4

Plocha křídla S (celková)

Plocha křídla a plochy jeho částí pro kontrolu. viz. obrázek.

**VÝSLEDNÉ HODNOTY DEFINUJÍCÍ STŘEDNÍ AERODYNAMICKOU TĚTIVU**

Pole	zúžení	bsAT	zSAT	xSAT	zSAT gl.	xSAT gl.	Plocha
1	0,00	0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	2,250

Střední aerodynamická hloubka  $b_{SAT}$  #####

Poloha SAT na rozpětí  $z_{SAT}$  #####

Vzdálenost náběžné hrany  $x_{SAT}$  #####

Zobrazit mezivýpočty? (zadejte "ano")   
(nezobrazuje pro elipsu)

Kótovaný výkres složeného křídla rozděle

Obr. 8.3 Výpočet střední aerodynamické tětiny trojúhelníkového křídla se špatně zadanou hodnotou  $b_1$ .



**Definujte typ křídla**  Zadejte půdorysný tvar vašeho křídla. V případě složeného křídla z více částí program předpokládá, že se "t  
**Možné vstupy:** obdélník, lichoběžník, trojúhelník, elipsa

**Zadejte počet částí křídla P**  *Křídlo je buď jednoduché (neměnná geom.) nebo složené (proměnná geom.). Složené křídlo je nutné rozdělit  
**Možné vstupy (počet subkřídél):** 1, 2, 3, 4*

**Zadejte parametry křídla :**

Rozpětí  $l$   *Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu.*

Hloubka u kořene křídla  $b_0$   *Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu.*

Hloubka subkřídla  $b_1$   *Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu. (zadejte 1E-30)*

Hloubka subkřídla  $b_2$

Hloubka subkřídla  $b_3$

Hloubka subkřídla  $b_4$

Šířivost -> vzdálenost  $nb_1$   *Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu. (je rovna  $b_0$ )*

Šířivost -> vzdálenost  $nb_2$

Šířivost -> vzdálenost  $nb_3$

Šířivost -> vzdálenost  $nb_4$

Šířivost -> vzdálenost  $zb_1$   *Změňte hodnotu 0 na vaši hodnotu. (je rovna  $l/2$ )*

Šířivost -> vzdálenost  $zb_2$

Šířivost -> vzdálenost  $zb_3$

Šířivost -> vzdálenost  $zb_4$

**Vypočtená hodnota ploch subkřídél :**

Plocha křídla  $S_1$

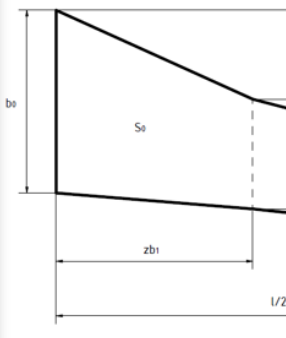
Plocha křídla  $S_2$

Plocha křídla  $S_3$

Plocha křídla  $S_4$

Plocha křídla  $S$  (celková)

*Plocha křídla a plochy jeho částí pro kontrolu. viz. obrázek.*



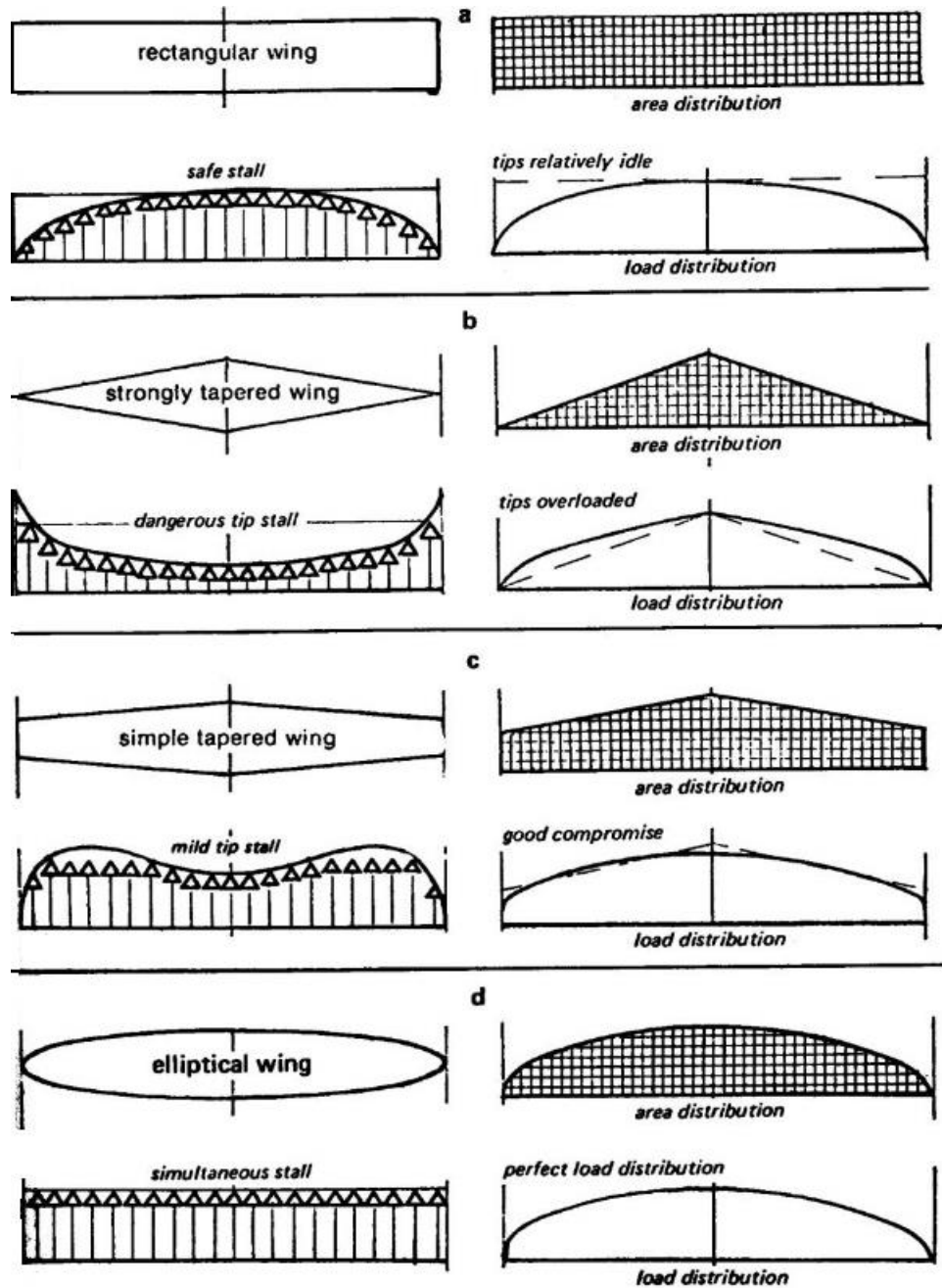
Kótovaný výkres složeného křídla rozděl

**VÝSLEDNÉ HODNOTY DEFINUJÍCÍ STŘEDNÍ AERODYNAMICKOU TĚTIVU**

<b>Střední aerodynamická hloubka <math>b_{SAT}</math></b>	<b>2,000</b>	Pole	zúžení	$b_{SAT}$	$z_{SAT}$	$x_{SAT}$	$z_{SAT}$ gl.	$x_{SAT}$ gl.	Plocha
<b>Poloha SAT na rozpětí <math>z_{SAT}</math></b>	<b>0,500</b>	1	0,00	2,0	0,500	1,000	0,500	1,000	2,250
<b>Vzdálenost náběžné hrany <math>x_{SAT}</math></b>	<b>1,000</b>								

Zobrazit mezivýpočty? (zadejte "ano")  (neobrazuje pro elipsu)

Obr. 8.4 Výpočet střední aerodynamické tětiny trojúhelníkového křídla se správně zadanou hodnotou  $b_1$ .



Obr. 8.5 Příklad plošného rozdělení u různého půdorysného tvaru křídla. [18]

**VBA kód makra pro získání funkce b(z) aplikovatelné ve funkci QUADF ()**

```
Sub FunkceBz()  
' vybereme graf a příslušnou rovnici trendu na otevřeném listě  
    With ActiveSheet.ChartObjects(2).Chart  
        Set objTrendline = .SeriesCollection(1).Trendlines(1)  
        With objTrendline  
            .DisplayRSquared = False  
            .DisplayEquation = True  
            strEquation = .DataLabel.Text  
        End With  
        ' vložíme exportovaný tvar rovnice do buňky S26 pro další úpravu  
        Range("S26") = strEquation  
        MsgBox strEquation  
    End With  
End With  
' aktivujeme buňku na požadovaném listě  
Worksheets("Obecná metoda").Activate  
Worksheets("Obecná metoda").Range("S26").Activate  
' upravíme rovnici do požadované podoby  
ActiveCell.Replace What:="x6", Replacement:="*z1^6"  
ActiveCell.Replace What:="x5", Replacement:="*z1^5"  
ActiveCell.Replace What:="x4", Replacement:="*z1^4"  
ActiveCell.Replace What:="x3", Replacement:="*z1^3"  
ActiveCell.Replace What:="x2", Replacement:="*z1^2"  
ActiveCell.Replace What:="x", Replacement:="*z1"  
ActiveCell.Replace What:="y = ", Replacement:=""  
' doplníme do cílové buňky „=“  
pomocnabunka = "=" & Worksheets("Obecná metoda").Range("S26").Value  
Worksheets("Obecná metoda").Range("O26").FormulaLocal = pomocnabunka  
End Sub
```

## VBA kód makra pro získání funkce $x(z)$ aplikovatelné ve funkci QUADF () a získání funkce $x(z)$ pro manuální integraci

```
Sub FunkceXz()  
' vybereme graf a příslušnou rovnici trendu na otevřeném listě  
    With ActiveSheet.ChartObjects(1).Chart  
        Set objTrendline = .SeriesCollection(1).Trendlines(1)  
        With objTrendline  
            .DisplayRSquared = False  
            .DisplayEquation = True  
            strEquation = .DataLabel.Text  
' vložíme exportovaný tvar rovnice do buňky S28 pro další úpravu  
            Range("S28") = strEquation  
            MsgBox strEquation  
        End With  
    End With  
    End With  
' aktivujeme buňku na požadovaném listě  
    Worksheets("Obecná metoda").Activate  
    Worksheets("Obecná metoda").Range("S28").Activate  
' upravíme rovnici do požadované podoby  
    ActiveCell.Replace What:="x6", Replacement:="*z1^6"  
    ActiveCell.Replace What:="x5", Replacement:="*z1^5"  
    ActiveCell.Replace What:="x4", Replacement:="*z1^4"  
    ActiveCell.Replace What:="x3", Replacement:="*z1^3"  
    ActiveCell.Replace What:="x2", Replacement:="*z1^2"  
    ActiveCell.Replace What:="x", Replacement:="*z1"  
    ActiveCell.Replace What:="y = ", Replacement:=""  
' doplníme do cílové buňky „=“  
    pomocnabunka = "=" & Worksheets("Obecná metoda").Range("S28").Value  
    Worksheets("Obecná metoda").Range("O28").FormulaLocal = pomocnabunka  
' následující sekce kódu exportuje tvar rovnice  $x(z)$  pro alternativní výpočet integrálů  
' vybereme graf a příslušnou rovnici trendu na otevřeném listě  
    With ActiveSheet.ChartObjects(1).Chart  
        With objTrendline
```



```
strEquation = .DataLabel.Text
' vložíme exportovaný tvar rovnice do buňky S29 pro další úpravu
    Range("S29") = strEquation
    MsgBox strEquation
End With
End With
    Worksheets("Obecná metoda").Activate
    Worksheets("Obecná metoda").Range("S29").Activate
    ActiveCell.Replace What:="x6", Replacement:="*G7^6"
    ActiveCell.Replace What:="x5", Replacement:="*G7^5"
    ActiveCell.Replace What:="x4", Replacement:="*G7^4"
    ActiveCell.Replace What:="x3", Replacement:="*G7^3"
    ActiveCell.Replace What:="x2", Replacement:="*G7^2"
    ActiveCell.Replace What:="x", Replacement:="*G7"
    ActiveCell.Replace What:="y = ", Replacement:=""

    pomocnabunka = "=" & Worksheets("Obecná metoda").Range("S29").Value
    Worksheets("Integrace").Range("K7").FormulaLocal = pomocnabunka
End Sub
```



**PROGRAM PRO STANOVENÍ STŘEDNÍ AERODYNAMICKÉ TĚTIVY KŘÍDLA OBECNÉHO PŮDORYSU**

**Definujte typ křídla**  
 Ilichoběžník

**Zadejte počet částí křídla P**  
 1

**Zadejte parametry křídla :**

Rozpětí  $l$  600  
 Hloubka u kořene křídla  $b_0$  100  
 Hloubka subkřídla  $b_1$  50  
 Hloubka subkřídla  $b_2$  0  
 Hloubka subkřídla  $b_3$  0  
 Hloubka subkřídla  $b_4$  0

Šipovitost  $\rightarrow$  vzdálenost  $nb_1$  25  
 Šipovitost  $\rightarrow$  vzdálenost  $nb_2$  0  
 Šipovitost  $\rightarrow$  vzdálenost  $nb_3$  0  
 Šipovitost  $\rightarrow$  vzdálenost  $nb_4$  0

Šipovitost  $\rightarrow$  vzdálenost  $zb_1$  300  
 Šipovitost  $\rightarrow$  vzdálenost  $zb_2$  0  
 Šipovitost  $\rightarrow$  vzdálenost  $zb_3$  0  
 Šipovitost  $\rightarrow$  vzdálenost  $zb_4$  0

**Vypočtená hodnota ploch subkřídla :**

Plocha křídla S1 22500,00  
 Plocha křídla S2 0,00  
 Plocha křídla S3 0,00  
 Plocha křídla S4 0,00  
 Plocha křídla S (celková) 22500,00

**WYSLEDNÍ HODNOTY DEFINUJÍCÍ STŘEDNÍ AERODYNAMICKOU TĚTIVU**

Střední aerodynamická hloubka $b_{SAT}$	77,778
Pořadka SAT na rozpětí $z_{SAT}$	133,333
Vzdálenost náběžné hrany $x_{SAT}$	11,111

**Zadejte půdorysný tvar vašeho křídla.** V případě složeného křídla z více částí program předpokládá, že se "typ křídla" (jeho geometrické řazení) nemění. Předpokládá se pravoúhlý trojúhelník = delta křídlo  
 Možné vstupy: obdélník, lichoběžník, trojúhelník, elipsa

*Křídlo je buď "jednoduché" (neměnná geom.) nebo "složené" (proměnná geom.). Složené křídlo je nutné rozdělit na více jednoduchých subkřídla v místech, kde se geometrie mění viz. obrázek.  
 Možné vstupy (počet subkřídla): 1, 2, 3, 4*

Kótovaný výkres složeného křídla rozděleného na dvě jednoduchá sub-křídla. Tedy pro  $P=2$ .

**Plocha křídla a plochy jeho částí pro kontrolu.**  
 viz. obrázek.

Pole	zUšení <sup>A-1</sup>	bSAT	zSAT	xSAT	zSAT gl.	xSAT gl.	Plocha
1	0,50	77,8	133,333	11,111	133,333	11,111	22500,000

Obr. 8.7 Výpočet lichoběžníkového křídla pro porovnání s obecnou metodou (obr. 8.6).

### ALTERNATIVNÍ VÝPOČET INTEGRÁLŮ PRO ZÍSKÁNÍ STŘEDNÍ AERODYNAMICKÉ TĚTIVY

dz	b(z)	b(z) <sup>2</sup>	b(z)*z	x(z)	b(z)*x(z)	plocha	bsat*	zsat*	xsat*
10	0	10000	0	-1,4E-14	-1,4E-12	0	0	0	0
10	98,3333	9669,44	983,333	0,83333	81,9444	991,667	98347,2	4916,67	409,722
20	96,6667	9344,44	1933,33	1,66667	161,111	1966,67	193417	19500	1625
30	95	9025	2850	2,5	237,5	2925	285264	43416,7	3618,06
40	93,3333	8711,11	3733,33	3,33333	311,111	3866,67	373944	76333,3	6361,11
50	91,6667	8402,78	4583,33	4,16667	381,944	4791,67	459514	117917	9826,39
60	90	8100	5400	5	450	5700	542028	167833	13986,1
70	88,3333	7802,78	6183,33	5,83333	515,278	6591,67	621542	225750	18812,5
80	86,6667	7511,11	6933,33	6,66667	577,778	7466,67	698111	291333	24277,8
90	85	7225	7650	7,5	637,5	8325	771792	364250	30354,2
100	83,3333	6944,44	8333,33	8,33333	694,444	9166,67	842639	444167	37013,9
110	81,6667	6669,44	8983,33	9,16667	748,611	9991,67	910708	530750	44229,2
120	80	6400	9600	10	800	10800	976056	623667	51972,2
130	78,3333	6136,11	10183,3	10,8333	848,611	11591,7	1038736	722583	60215,3
140	76,6667	5877,78	10733,3	11,6667	894,444	12366,7	1098806	827167	68930,6
150	75	5625	11250	12,5	937,5	13125	1156319	937083	78090,3
160	73,3333	5377,78	11733,3	13,3333	977,778	13866,7	1211333	1052000	87666,7
170	71,6667	5136,11	12183,3	14,1667	1015,28	14591,7	1263903	1171583	97631,9
180	70	4900	12600	15	1050	15300	1314083	1295500	107958
190	68,3333	4669,44	12983,3	15,8333	1081,94	15991,7	1361931	1423417	118618
200	66,6667	4444,44	13333,3	16,6667	1111,11	16666,7	1407500	1555000	129583
210	65	4225	13650	17,5	1137,5	17325	1450847	1689917	140826
220	63,3333	4011,11	13933,3	18,3333	1161,11	17966,7	1492028	1827833	152319
230	61,6667	3802,78	14183,3	19,1667	1181,94	18591,7	1531097	1968417	164035
240	60	3600	14400	20	1200	19200	1568111	2111333	175944
250	58,3333	3402,78	14583,3	20,8333	1215,28	19791,7	1603125	2256250	188021
260	56,6667	3211,11	14733,3	21,6667	1227,78	20366,7	1636194	2402833	200236
270	55	3025	14850	22,5	1237,5	20925	1667375	2550750	212562
280	53,3333	2844,44	14983,3	23,3333	1244,44	21466,7	1696722	2699667	224972
290	51,6667	2669,44	14983,3	24,1667	1248,61	21991,7	1724292	2849250	237437
300	50	2500	15000	25	1250	22500	1750139	2999167	249931

VÝSLEDNÉ HODNOTY

Střední aerodynamická hloubka  $b_{SAT}$  77,784  
 Poloha SAT na rozpětí  $z_{SAT}$  133,296  
 Vzdálenost náběžné hrany  $x_{SAT}$  11,108

Obr. 8.8 Alternativní výpočet integrálů ve vytvářeném softwaru, začervenalé pole obsahuje hodnotu nosné plochy



**ALTERNATIVNÍ VÝPOČET INTEGRÁLŮ PRO ZÍSKÁNÍ STŘEDNÍ AERODYNAMICKÉ TĚTIVY**

$dz$	$b(z)$	$b(z)^2$	$b(z)*z$	$x(z)$	$b(z)*x(z)$	nosná plocha	$bsat'$	$zsat'$	$xsat'$
1	0	100	0	-1E-14	-1E-12	0	0	0	0
2	99,8333	9966,69	99,8333	0,08333	8,31944	99,91666667	9983,35	49,9167	4,15972
3	99,6667	9933,44	199,333	0,16667	16,6111	199,6666667	19933,4	199,5	16,625
4	99,5	9900,25	298,5	0,25	24,875	299,25	29850,3	448,417	37,3681
5	99,3333	9867,11	397,333	0,33333	33,1111	398,6666667	39733,9	796,333	66,3611
6	99,1667	9834,03	495,833	0,41667	41,3194	497,9166667	49584,5	1242,92	103,576
7	99	9801	594	0,5	49,5	597	59402	1787,83	148,986
8	98,8333	9768,03	691,833	0,58333	57,6528	695,9166667	69186,5	2430,75	202,562
9	98,6667	9735,11	789,333	0,66667	65,7778	794,6666667	78938,1	3171,33	264,278
10	98,5	9702,25	886,5	0,75	73,875	893,25	88656,8	4009,25	334,104
11	98,3333	9669,44	983,333	0,83333	81,9444	991,6666667	98342,6	4944,17	412,014
...	98,1667	9636,69	1079,83	0,91667	89,9861	1089,916667	107996	5975,75	497,979
298	50,3333	2533,44	14999,3	24,8333	1249,94	22399,66667	1744968	2969992	247499
299	50,1667	2516,69	14999,8	24,9167	1249,99	22449,91667	1747493	2984992	248749
300	50	2500	15000	25	1250	22500	1750001	2999992	249999

**VÝSLEDNÉ HODNOTY**

Střední aerodynamická hloubka  $b_{SAT}$       77,778

Polooha SAT na rozpětí  $z_{SAT}$       133,333

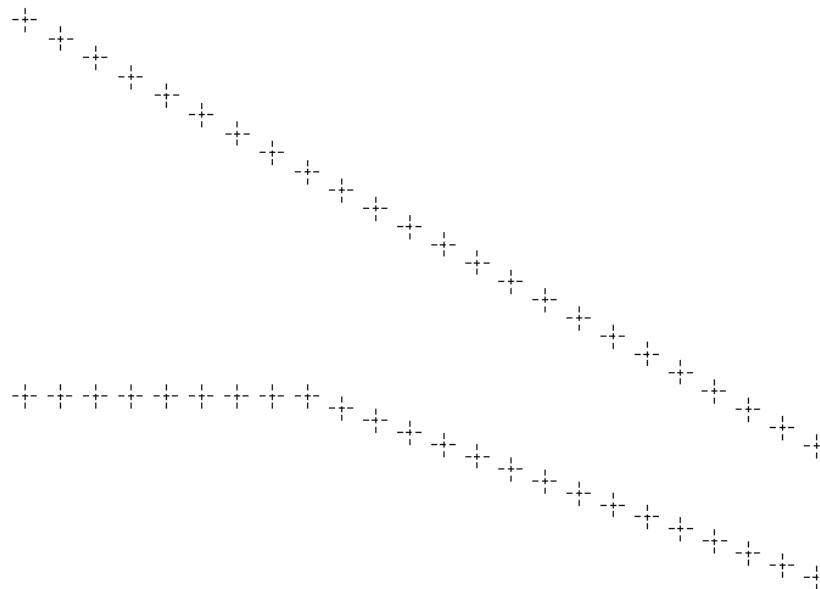
Vzdálenost náběžné hrany  $x_{SAT}$       11,111

Obr. 8.9 Alternativní výpočet integrálů ve vytvářeném softwaru,  $dz = 1 \rightarrow$  přesnější výsledky.

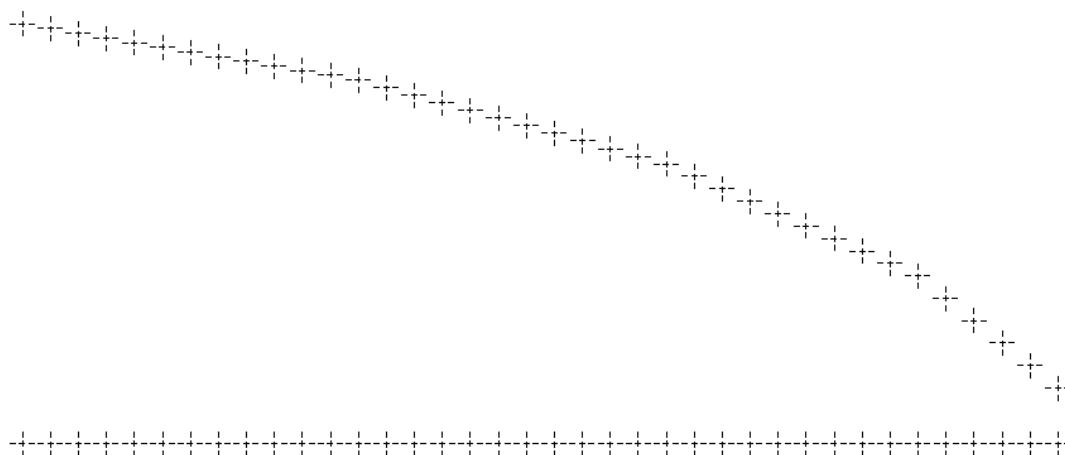
**NEMÁTE K DISPOZICI FUNKCI QADF(), PŘEJDĚTE NA LIST "INTEGRACE".**

Horní mez integrálů (= polovině rozpětí)	300
Plocha křídla (získaná integrací $b(z)$ )	red. Please renew yo
<b>Střední aerodynamická hloubka <math>b_{SAT}</math></b>	list Integrace
<b>Poloha SAT na rozpětí <math>z_{SAT}</math></b>	list Integrace
<b>Vzdálenost náběžné hrany <math>x_{SAT}</math></b>	list Integrace
Zobrazit mezivýpočty? (vepište "ano")	ano
Integrál $z b(z)^2$	cel-works.com
Integrál $z b(z)*z$	cel-works.com
Integrál $z b(z)*x(z)$	cel-works.com

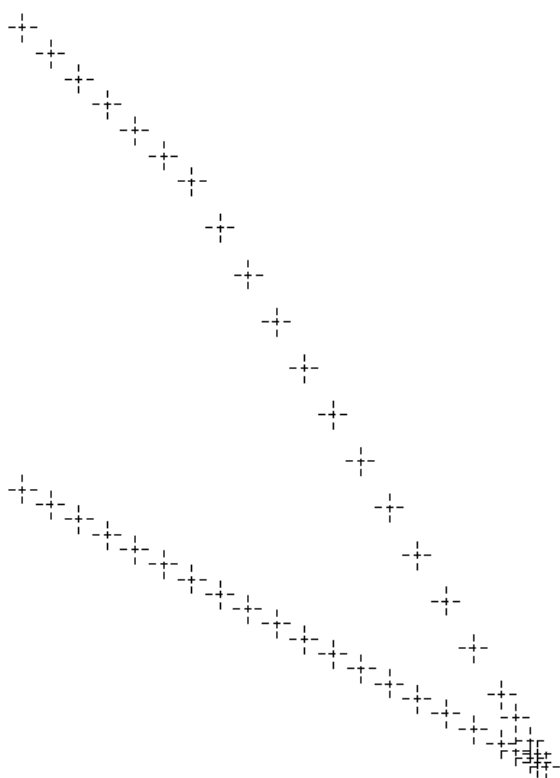
Obr. 8.10 Přesměrování výpočtů na list Integrace, neplatná licence ExceLab 7.0.



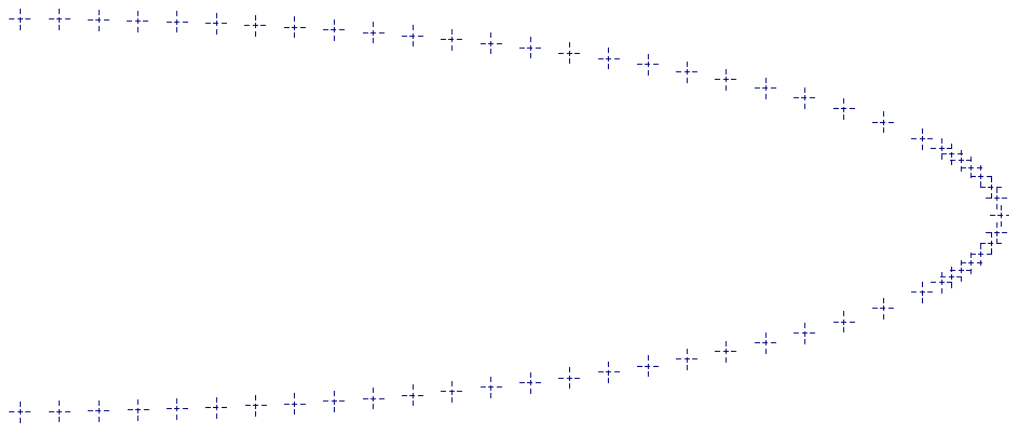
Obr. 8.11 Výkres pro exportování bodů lichoběžníkového křídla složeného ze 2 částí.



Obr. 8.12 Výkres pro exportování bodů lichoběžníkového křídla složeného ze 4 částí.



Obr. 8.13 Výkres pro exportování bodů křídla složeného z lichoběžníku a trojúhelníku (4 části).



Obr. 8.14 Výkres pro exportování bodů eliptického křídla (1 část) s výsledky střední aerodynamické tětiny.