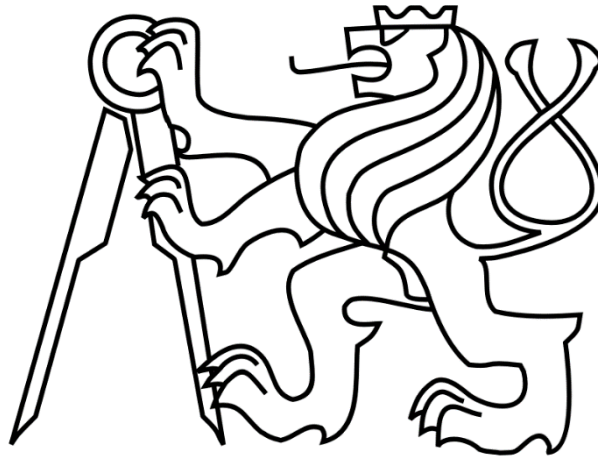


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

Ústav výrobních strojů a zařízení



# Bakalářská práce

Modelování kinematických chyb pohonových řetězců

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Vejražka** Jméno: **Petr** Osobní číslo: **483917**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávající katedra/ústav: **Ústav výrobních strojů a zařízení**  
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**  
Studijní obor: **bez oboru**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Modelování kinematických chyb pohonových řetězců**

Název bakalářské práce anglicky:

**Modeling of imperfections of feed drive kinematic chains**

Pokyny pro vypracování:

Na základě poznatků z geometrie, kinematiky a dostupné literatury sestavte matematické modely kinematických chyb vybraných vložených převodů výrobních strojů včetně jejich frekvenčních spekter. Matematické vztahy implementujte v prostředí Matlab s využitím nadstaveb Simulink Simscape. Vykreslete základní spektrální čáry kinematických chyb ve formě směrných čar/mřížek do frekvenční charakteristiky nerovnoměrného chodu mechanismu; Rozsah textové části: 40-60 stran;

Seznam doporučené literatury:

[1] SOUČEK, Pavel. Servomechanismy ve výrobních strojích. Vyd. 1. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. 210 s. ISBN 80-01-02902-6.; [2] SOUČEK, Pavel. Pohony výrobních zařízení: servomechanismy. 1. vyd. Praha: ČVUT, 1997. 163 s.; [3] SOUČEK, Pavel a Antonín BUBÁK. Vybrané statě z kmitání v pohonech výrobních strojů. Vyd. 1. Praha: České vysoké učení technické, Nakladatelství ČVUT, 2008. 152 s. ISBN 978-80-01-04048-5.; [4] Souček, Pavel., Vložené převody v pohonech NC strojů a robotů. 2019.; [5] Tůma, J. Zpracování signálů získaných z mechanických systémů. 1. vyd. Praha : Sdělovací technika, 1997. 174 s. ISBN 80-901936-1-7

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

**Ing. Jan Moravec, Ph.D., ústav výrobních strojů a zařízení FS**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **29.04.2021**

Termín odevzdání bakalářské práce: **25.07.2021**

Platnost zadání bakalářské práce: **30.09.2021**

Ing. Jan Moravec, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) práce

Ing. Matěj Sulitka, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

\_\_\_\_\_  
Datum převzetí zadání

\_\_\_\_\_  
Podpis studenta

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl v příloženém seznamu veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací, vydaným ČVUT v Praze 1. 7. 2009.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu §60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 22. 7. 2021

.....

Petr Vejražka

## **Poděkování**

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu bakalářské práce Ing. Janu Moravcovi, Ph.D. za cenné rady a podněty při řešení bakalářské práce. Dále bych chtěl poděkovat především své rodině a přítelkyni za podporu a trpělivost během celého mého studia.

# ANOTACE

---

<b>Autor:</b>	Petr Vejražka
<b>Název BP:</b>	Modelování kinematických chyb v pohonných řetězcích
<b>Rozsah práce:</b>	85 str., 57 obr., 6 tab.
<b>Školní rok vyhotovení:</b>	2020/21
<b>Škola:</b>	ČVUT v Praze, Fakulta strojní
<b>Ústav:</b>	Ú12135 – Ústav výrobních strojů a zařízení
<b>Vedoucí BP:</b>	Ing. Jan Moravec, Ph. D.
<b>Zadavatel:</b>	ČVUT v Praze, Fakulta strojní
<b>Využití:</b>	Tvorba simulačních a analytických nástrojů kinematických chyb převodových mechanismů
<b>Klíčová slova:</b>	Kinematická chyba, FFT, Frekvenční charakteristika, Převodové mechanismy
<b>Anotace:</b>	Tato práce se věnuje popsání a modelování kinematických chyb vyskytujících se v pohonových řetězcích NC strojů. Cílem práce je sestavení matematických modelů v softwaru MATLAB.

# ANNOTATION

---

<b>Author:</b>	Petr Vejražka
<b>Title of Bachelor thesis:</b>	Modeling of imperfections of feed drive kinematics chain
<b>Extent:</b>	85 pg., 57 fig., 6 tab.
<b>Academic year:</b>	2020/21
<b>University:</b>	CTU in Prague Faculty of Mechanical engineering
<b>Department:</b>	Department of Production machines
<b>Supervisor:</b>	Ing. Jan Moravec, Ph. D.
<b>Submitter of the theme:</b>	CTU in Prague Faculty of Mechanical engineering
<b>Application:</b>	Design of a simulation and analytic tools for imperfections of feed drive
<b>Key words:</b>	Kinematic error, FFT, Frequency characteristic, Transmission mechanisms
<b>Annotation:</b>	This Bachelor thesis is focused on description of imperfections of feed drive kinematics chain in NC machines. The aim of the thesis is compilation of mathematical models in software MATLAB.

## SEZNAM POUŽITÝCH VELIČIN

---

<b>Značení</b>	<b>Jednotka</b>	<b>Popis</b>
$f_{AP}$	[Hz]	Assembly phase frekvence
$f_{HT}$	[Hz]	Hunting tooth frekvence
$f_{GMF}$	[Hz]	Zubová frekvence
$f_n$	[Hz]	Otáčková frekvence
$f_{max}$	[Hz]	Nejvyšší frekvence obsažená v signálu
$f_M$	[Hz]	Frekvence otáček motoru
$f_i$	[Hz]	Frekvence otáček komponenty
$f_{vz}$	[Hz]	Vzorkovací frekvence
$i$	[-]	Definovaný převodový poměr
$i_{max}$	[-]	Maximální převodový poměr
$i_{real}$	[-]	Aktuální převodový poměr
$i_{teor}$	[-]	Teoreticky přesný převodový poměr
$N$	[-]	Počet vzorků
$n$	[ot/min]	Otáčky za minutu
$N_A$	[-]	Největší společný dělitel počtu zubů
$p$	[-]	Počet planetových kol v převodovce
$r$	[mm]	Definovaný, ideálně přesný poloměr
$R$	[mm]	Proměnný poloměr, $R(t, \varphi)$
$T$	[s]	Perioda
$t$	[s]	Čas
$v_x$	[m/s]	Rychlost posuvu ve směry osy x

$v_{max}$	[m/s]	Maximální rychlost
$z_i$	[-]	Počet zubů na komponentě
$z_f$	[-]	Počet zubů ozubeného řemenu
$\varepsilon$	[mm]	Excentricita řemenice
$\varphi$	[rad]	Úhel natočení
$\varphi_0$	[rad]	Vzájemný úhel natočení v $t=0$
$\omega$	[rad/s]	Kruhová frekvence



## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK

---

<b>Zkratka</b>	<b>Význam</b>
APF	Assembly phase frequency
BP	Bakalářská práce
DFT	Diskrétní Fourierova transformace
DSP	Digital signal processing
FFT	Rychlá Fourierova transformace
GMF	Zubová frekvence
HTF	Hunting tooth frequency
IFFT	Inverzní Fourierova transformace
K	Korunové kolo
NC	Číslicové řízení
S	Satelit – ozubené kolo
SW	Software
U	Unašec – ozubené kolo
1x	První harmonická frekvence
2x	Druhá harmonická frekvence
3x	Třetí harmonická frekvence
4x	Čtvrtá harmonická frekvence

## OBSAH

1	Úvod.....	12
2	Cíle práce .....	13
3	Členy pohonných řetězců .....	14
3.1	Řemenové převody .....	14
3.1.1	Rozdělení dle materiálu řemenů .....	16
3.1.2	Rozdělení dle tvaru řemenů .....	16
3.2	Ozubené převody .....	19
3.2.1	Planetové převodovky .....	19
3.2.2	Harmonické převodovky .....	23
3.2.3	Cykloidní převodovky .....	26
4	Zpracování signálu .....	29
4.1	Fourierova transformace .....	29
4.1.1	Diskrétní Fourierova Transformace – DFT .....	30
4.1.2	Rychlá Fourierova transformace – FFT .....	30
4.1.3	Ukázka zpracování signálu pomocí FFT .....	31
4.2	Vzorkování signálu .....	32
4.2.1	Nyquistův – Shannonův teorém .....	33
4.2.2	Aliasing .....	33
5	Kinematické chyby ve výrobních strojích a jejich popis .....	35
5.1	Chyba způsobená výstředností .....	36
5.1.1	Odvození pro jednostupňový řemenový převod .....	36
5.2	Chyba ozubených převodů .....	42
5.2.1	Otáčková frekvence a její harmonické .....	42
5.2.2	Záběrová frekvence .....	43
5.2.3	Typické frekvence poškozených ozubených kol .....	44

5.3	Kinematická chyba planetových převodovek.....	47
6	Matematické modely v MATLABu .....	51
6.1	Model kinematické chyby řemenice – Simulink .....	51
6.1.1	Popis subsystémů a rozdíl mezi odvozeními .....	54
6.1.2	Amplitudová spektra kinematické chyby úhlu natočení řemenice .....	55
6.2	Model excentrické řemenice – Simscape .....	57
7	Vykreslení frekvenčních spekter.....	60
7.1	Možnosti výpočtu FFT .....	60
7.1.1	Powergui .....	60
7.1.2	DSP System Toolbox .....	61
7.1.3	MATLAB.....	62
7.2	Bloky pro vykreslení chybových čar .....	65
7.2.1	Chybový blok ozubení .....	65
7.2.2	Chybový blok planetové převodovky .....	67
8	Měření .....	71
8.1	Zpracování dat .....	71
8.1.1	Načtení naměřených dat.....	71
8.1.2	Vykreslení spekter.....	73
8.2	Analýza výsledků .....	74
9	Závěr .....	78
	Seznam použité literatury .....	80
	Seznam obrázků.....	83
	Seznam tabulek .....	85
	Seznam použitého softwaru .....	85
	Seznam příloh .....	85

# 1 ÚVOD

Trendem dnešní doby je zrychlování výroby za současného snižování nákladů, proto můžeme v průmyslu pozorovat značný rozmach automatizace a digitalizace. Tato transformace má firmám pomoci, za využití průmyslových manipulátorů, zpracování dat z provozu a dalších moderních technologií, vyrábět efektivněji než kdy dříve.

Automatizace ovšem vyžaduje velmi přesné řízení průmyslových robotů a výrobních strojů. K přesnému řízení robotů je kromě správného NC řízení potřeba znát i stav a specifika zařízení, které dané úkony vykonává. Do přesnosti výsledného pohybu se totiž, kromě celkové konstrukce, promítá celá řada faktorů, mezi které patří např.: nepřesnosti vzniklé při výrobě komponent nebo jejich montáži, dynamické reakce na pohyby stroje, nerovnoměrný chod pohonu a mnohé další. Pokud bychom byli tyto chyby schopni přesně popsat, můžeme se problematickým situacím vyhnout nebo je vhodnou regulací kompenzovat.

Protože spektrum pohybových chyb je skutečně široké, zaměřuji se v této práci pouze na popis kinematických chyb vznikajících u vybraných komponent pohonných řetězců výrobních strojů a průmyslových robotů.

## 2 CÍLE PRÁCE

Cílem této práce je na základě poznatků z geometrie, kinematiky a dostupné literatury sestavit matematické modely kinematických chyb vybraných převodů výrobních strojů. Výběr zpracovaných převodů vychází z provedené rešerše používaných převodů v NC strojích a robotech.

Kinematické chyby jsou analyzovány pomocí Fourierovy transformace a následně zobrazeny ve frekvenčních spektrech. Získané matematické vztahy složí jako vstup pro vytvoření praktického výstupu této práce v SW MATLAB a jeho nadstavbách. Výstupem jsou tedy kromě provedené rešerše také tzv. „chybové bloky“, které mohou sloužit k simulaci nebo analýze měření a k vykreslení chybových frekvencí ve formě čar/mřížky do frekvenční charakteristiky.

Nad rámec zadání práce bych chtěl provést měření na stroji, který obsahuje jeden ze zpracovaných typů převodových mechanismů a ve vykresleném frekvenčním spektru měření následně zobrazit jeho teoretické chyby a porovnat je s reálným záznamem.

### 3 ČLENY POHONNÝCH ŘETĚZCŮ

Většina strojů a strojních zařízení je koncipována podle základního schématu: motor – převodový mechanismus – pracovní člen. Tyto tři skupiny mohou vystupovat jako víceméně samostatné útvary uspořádané ve funkční komplet, nebo mohou být konstrukčně sjednoceny v kompaktní celek (samostatný stroj).

Úloha převodového mechanismu spočívá ve vytvoření potřebné kinematické a silové vazby mezi pohonem a strojem při nejruznějších vzdálenostech a vzájemných polohách propojovaných hřídelů (hřídele rovnoběžné, různoběžné i mimoběžné).

Převodové mechanismy většinou slouží ke snížení otáček, protože rychloběžné motory jsou konstrukčně méně náročné a někdy dokonce i výrobně levnější než motory nízkootáčkové. Tyto převodové mechanismy jsou nazývány reduktory. Jejich opakem jsou multiplikátory, které jsou v praxi méně časté a umožňují převod dorychla (využíváno např. u brusek, centrifug aj.).

Zatímco u motorů bývá výhodné udržovat otáčky na provozně optimální hodnotě, pracovní režim některých strojů vyžaduje změnu otáček v poměrně širokém rozmezí (např. vřeteno soustruhu při vrtání, hrubování nebo jemném soustružení). Tento rozpor řeší nejčastěji převodové mechanismy se stupňovitými převody. Méně častý požadavek na plynulou změnu otáček plní speciální převodové mechanismy – variátory různého druhu (řemenové, řetězové, s třecími koly).[1]

#### 3.1 ŘEMENOVÉ PŘEVODY

Řemenové převody slouží k přenosu malých a středních výkonů (do 30 až 50 kW). Hnací a hnaná řemenice, pevně uložené na hřídelích, jsou za jistého přítlaku obepínány a mechanicky propojeny předepjatým ohebným členem – řemenem. Kinematická a silová vazba mezi řemenem a řemenicemi je u klasických třecích řemenových převodů realizována prostřednictvím třecích sil. Jejich vznik a působení je kromě zmíněného přítlaku podmíněno i relativními mikropohyby řemene vůči řemenicím – tzv. pružným skluzem řemene.

Významnou roli v přenosu výkonu má i materiál řemene a s ním související součinitel tření. Od třecích a ozubených převodů s vnějším ozubením se řemenové převody liší směrem otáčení, který je u obou řemenic stejný. [2]

## **VÝHODY**

- nízké výrobní náklady
- klidný a tichý chod
- schopnost přenášet výkon na větší vzdálenosti
- prokluz při přetížení slouží jako pojistka pohonu chránící před přetížením
- jeden řemen nám dává možnost současně pohánět i více hřídelů
- snadné seřízení a provoz
- různé způsoby vedení
- vyšší tlumení

## **NEVÝHODY**

- větší rozměry převodů – hlavně axiální délka hřídele
- nepřesnost převodu plynoucí z třecí vazby
- větší zatížení hřídelů i ložisek působením nutného předpětí řemene
- citlivost řemenů na vlhkost, oleje a jiné chemické vlivy (statická elektřina)
- převodový poměr  $i_{\max} = 10-15$ . [2]

Výhody i nevýhody jsou uvedeny pro obecný řemenový převod a pro konkrétní typ nebo materiál nemusí dané vlastnosti platit (např. prokluz u ozubených řemenů).

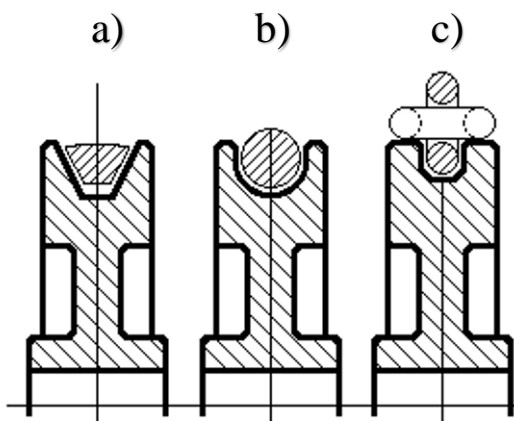
### 3.1.1 Rozdělení dle materiálu řemenů

Řemeny se dříve vyráběly z kůže (hovězí useň), dnes se pro jejich výrobu už používají většinou pryže nebo plasty (polyuretan, polyester, polyamid, novodur, neopren). Tyto řemeny jsou vybaveny tažnou kordovou výztuhou přenášející obvodovou sílu. [5]

Výztuhy jsou tvořeny z jedné nebo více vrstev tkaniny nebo z řad provazců šroubovitě vinutých vláken z umělého hedvábí, polyamidu, polyesteru, skla nebo oceli. U kožených řemenů může docházet ke změnám tuhosti řemenů např. vlivem vlhkosti nebo vytaháním řemene. Řemeny z plasty, se oproti řemenům z kůže a pryže jednoduše spojují pomocí příruční svářečky a díky vysoké odolnosti proti otěru mají dlouhou životnost a zároveň odolávají vlhkosti, olejům, tukům, prachu, nečistotám a chemikáliím. [3,5]

### 3.1.2 Rozdělení dle tvaru řemenů

Podle tvaru průřezu se řemeny rozlišují na klínové, kruhové, ploché a ozubené.



Obrázek 3.1 Rozdělení dle průřezu řemene [2]

- a) řemenice pro klínový řemen
- b) řemenice pro kruhový řemen
- c) řemenice pro řetěz



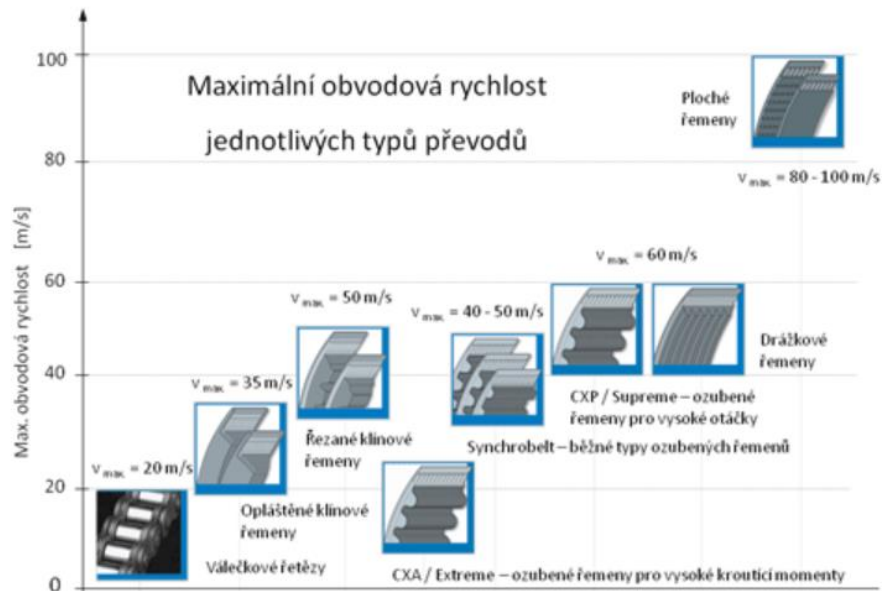
**Kruhový řemen**, který je znázorněn na Obrázku 3.1b), je používán pro přenos malých výkonů. Kruhový řemen vyrobený z kůže nebývá nijak vyztužen, ale řemen z pryže může být vyztužen například umělým provazcem v ose průřezu.

**Plochý řemen** je ohebnější než řemen kruhový a díky většímu tření přenáší větší výkon i na řemenicích malých průměrů.

**Klínový řemen** není tak ohebný jako plochý, ale má větší přilnavost k řemenici způsobenou klínem a tím je schopen přenášet větší zatížení při menší osové vzdálenosti a při větších převodových poměrech. Pro své dobré vlastnosti je velmi rozšířený v pohonech strojů. Vyrábí se v různých provedeních např.: jednoduchý, násobný či oboustranný. Délka i průřez jsou normalizovány. Jak můžeme vidět na Obrázku 3.1a) průřez má tvar rovnoramenného lichoběžníku, dělíme jej na klasický a úzký profil. [3]

**Ozubený řemen** disponuje nejlepšími vlastnostmi jako je: ohebnost, schopnost přenášet vysoké výkony a vysoké obvodové rychlosti (až 80 m/s), nevyžaduje velké předpětí, pracuje bez skluzu s účinností až 99 % a umožňuje současný pohon několika řemenic. Dovoluje zároveň použití malých průměrů řemenic. Vyrábí se z pryže nebo polyuretanu, proto u něj nedochází k velkému opotřebení a udržuje si stabilní vlastnosti po dlouhou dobu s velkou odolností vůči vlivům prostředí (voda, olej, chemikálie, prach, aj.). Jeho nevýhodou je, že musí být pojištěn proti axiálnímu vysunutí ze záběru. Geometrie řemenice je znázorněna na Obrázku 3.1c).

Řemeny z pryže bývají používány pro rychlosti až 40 m/s, polyuretanové jsou schopné přenést rychlosti až do 100 m/s. Přiřazení maximálních rychlostí, dle typu řemenů, je zobrazeno na Obrázku 3.2, kde je zřejmé, že nejvyšší rychlosti je dosaženo použitím již zmíněných plochých řemenů. [3,5]



Obrázek 3.2 Maximální obvodové rychlosti řemenic [5]

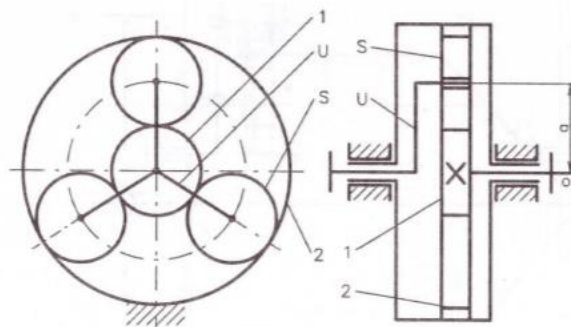
Ačkoli se řemeny bez ozubení používají v pohonech s nižšími nároky na přesnost, tak z hlediska modelování chyb, se díky jejich jednoduché geometrii, hodí pro ilustraci modelování základních chyb daných např. excentricitou a axiálním házením řemenice.

## 3.2 OZUBENÉ PŘEVODY

### 3.2.1 Planetové převodovky

Planetové převodovky se od jiných běžně používaných převodovek (např. čelní vícešupňové) liší zejména konstrukcí, která výhodně kompenzuje účinky radiálních sil a přispívá tím k redukci deformací na hřídelích.

Princip planetových převodovek umožňuje dosažení vysokých převodů dopomaha pomocí menšího počtu převodových stupňů. Dalším zásadním rozdílem při srovnání s tradičními převodovkami je větvení toku výkonu přes několik (nejméně tři, ale i více) paralelních větví – satelitů. Snižuje se tím zatížení jednotlivých větví a tím i jejich deformace. Planetová převodovka je schématicky znázorněna na Obrázku 3.3. [3,7]



- 1 ... centrální kolo (vnější ozubení)  
 2 ... korunové kolo (vnitřní ozubení)  
 u ... unašeč  
 S ... satelit

Obrázek 3.3 Schéma planetové převodovky [8]

Zvýšení koeficientu záběru a zmenšení skluzů je způsobeno implementací kola s vnitřním ozubením do konstrukce převodu. Axiální zástavba je výrazně kratší, což způsobuje snížení celkové poddajnosti vlivem průhybů. Nižší relativní rychlosti v určitých místech převodovky umožňují použití tužších (např. jehlových) ložisek, která snižují radiální deformace v uložení hřídelů. [6]

Planetový princip umožňuje výrazně efektivnější využití vnitřního prostoru skříně, převodovky tedy lze vyrábět výrazně menší a lehčí, než jsme zvyklí u jiných typů převodovek. Výhody planetových převodovek, které jsou konstruovány většinou dopomala a poháněny rychloběžným elektromotorem, se využívá při stavbě kloubových robotů nebo v pohonech obráběcích strojů. Nároky na přesnost a smontovatelnost jsou ale u planetových převodovek vyšší, než u klasických řemenových nebo ozubených převodů. [3,6,7]

### **Výhody**

- realizace velkých převodových stupňů
- možnost využití více vstupů a výstupů
- vysoká účinnost vzhledem k dosaženým velkým převodovým stupňům
- malý počet dílů, ze kterých se převodovka skládá
- malé zástavbové rozměry převodovky
- vysoká hustota přenášeného výkonu vzhledem k hmotnosti a rozměrům převodovky

### **Nevýhody**

- nároky na přesnější geometrické tolerance vyrobených komponent
- vysoké požadavky na přesnost montáže
- unašeče nemohou mít vysoké otáčky z důvodu dynamických účinků odstředivých sil [3]

### **Rozdělení planetových převodovek**

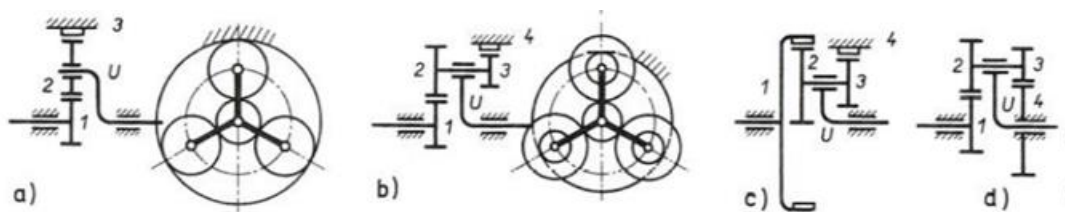
Planetové převodovky lze dělit na jednostupňové a vícestupňové, které jsou však dražší a složitější na výrobu. Vícestupňové převodovky mají různé konstrukční varianty, které mají své specifické výhody a použití.

Protože vícestupňové převody mají více konstrukčních provedení, je nutno definovat jednoznačné značení jednotlivých členů soustavy. Symbol „**K**“ značí centrální (korunové) kolo, symbol „**U**“ unašeč a symbol „**S**“ satelit.

Dle použitých prvků je možno dvoustupňové převody dělit na následující typy:

### Typ K-U

Na jednom z vnějších hřídelů je uložen unašeč a na druhém korunové kolo. Nejčastější je provedení s jednoduchými a dvojitými satelity (viz. Obrázek 3.4a, 3.4b), které jsou vhodné jako silové převody. Mohou být použity jako reduktory i multiplikátory v závislosti na volbě hnaného kola. V obou případech však mají vysokou mechanickou účinnost, která se pohybuje v rozmezí 96-99 %. Jako převody nesilové (kinematické) lze použít převody zobrazené na Obrázcích 3.4c, 3.4d, které mohou realizovat vysoké převodové poměry. S rostoucím převodovým poměrem však značně klesá účinnost. [8]



Obrázek 3.4 Planetová převodovka typu K-U [8]

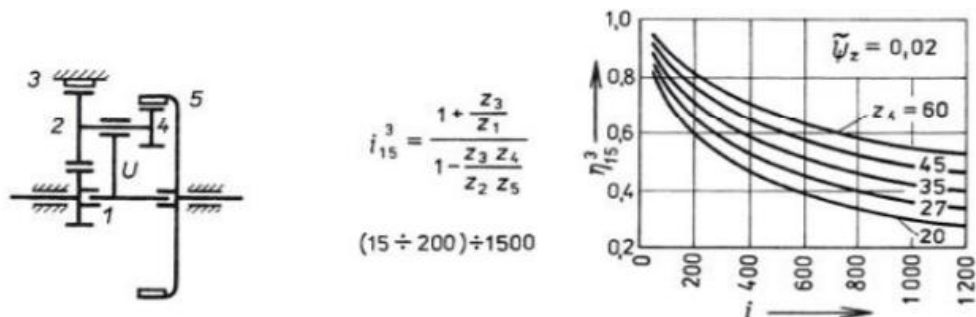
V Tabulce 3.1 jsou uvedeny vztahy pro výpočet a typické hodnoty celkového převodového poměru pro typy převodů zobrazených na obrázku 3.4.

Tabulka 3.1 Převodové poměry pro planetovou převodovku K-U [8]

	a	b	c	d
Výpočet	$i_{1U}^3 = 1 + \frac{z_3}{z_1}$	$i_{1U}^4 = 1 + \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$	$i_{1U}^4 = \frac{1}{1 - \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}}$	
Typická hodnota	8 – 28	1 – 16	30 – 100	1500

### Typ K-K

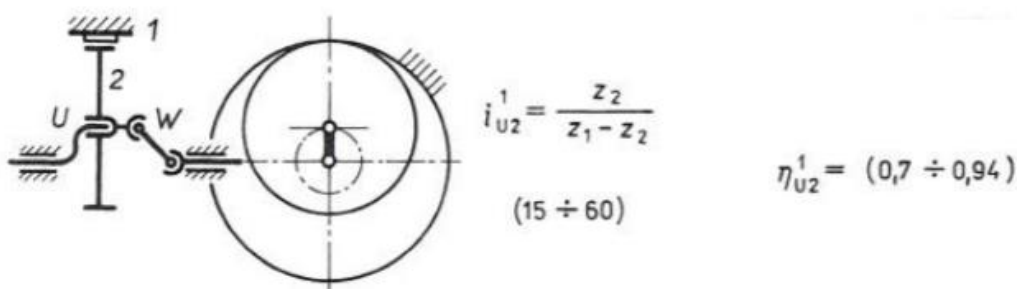
Obě hřídele jsou osazeny centrálními koly (viz Obrázek 3.5). Unášec slouží pouze jako podpora satelitů a není zúčastněn na přenosu točivého momentu. Poskytuje vysoký převodový poměr na úkor účinnosti. [8,9]



Obrázek 3.5 Planetová převodovka typu K-K [8]

### Typ U-S

Jedná se o převody s vyvedeným pohybem satelitu. Na hnací hřídeli je uložen unášec a spojení mezi hnanou hřídelí a satelitem probíhá pomocí přidavného mechanismu W, který je tvořen hřídelí se dvěma klouby v homokinetickém uspořádání, jak je znázorněno na Obrázku 3.6. Při použití těchto převodů lze dosáhnout poměrně velkých převodových poměrů při zachování dobré účinnosti. [8,9]



Obrázek 3.6 Planetová převodovka typu U-S [8]

V oboru výrobních strojů je velmi často používáno uspořádání typu 2K-U.

### 3.2.2 Harmonické převodovky

Harmonické převodovky mají využití v aplikacích, kde je vyžadováno přesné ovládání polohy nebo vysoký převodový poměr. Jejich unikátní konstrukce umožňuje přenos velkých momentů i s malým příkonem, což je společně s jejich velmi nízkou hmotností dělá vhodným pro aplikace v robotice, jelikož mohou být umístěny přímo na ramenu robota společně s motorem. Přesnost je podmíněna neustálým záběrem zubů zabráňujícím prokluzu.

Mechanismus se skládá pouze ze tří částí, které jsou zobrazeny na Obrázku 3.7:

- Generátor vln – eliptický
- Pružné ozubené kolo
- Oběžné (tuhé) ozubené kolo



Obrázek 3.7 Vlnová převodovka Harmonic Drive [10]

#### Generátor vln

Generátor vln (viz. Obrázek 3.8) se skládá z eliptické vačky, na které je nalisováno kuličkové ložisko, které deformuje pružné ozubené kolo. Generátor vln je ve většině případů spojen přímo s hřídelí motoru.[10]



Obrázek 3.8 Wave generator – Harmonic Drive [10]

### Pružné ozubené kolo

Pružné kolo je tenké válcové pouzdro s vnějším ozubením na jeho otevřené straně. Z Obrázku 3.9 je patrný poměr mezi tloušťkou stěny a průměrem kola, který zásadně ovlivňuje vlastnosti a funkčnost mechanismu. Konstrukce umožňuje poddajné chování v radiálním směru, ale velmi tuhé v torzním směru. Při vložení generátoru vln se pružné kolo deformuje a získává eliptický tvar. Zuby v místě hlavní eliptické osy, při deformaci generátorem vln, zabírají do zubových mezer tuhého ozubeného kola. [10]



Obrázek 3.9 Flexspline - Harmonic Drive[10]

### Oběžné ozubené kolo

Oběžné kolo (Obrázek 3.10) je tuhý ocelový kroužek s vnitřním ozubením, který má o dva zuby více než pružné kolo a mírně větší průměr. Důsledkem rozdílu v počtu zubů dochází k relativnímu pohybu mezi pružným a tuhým kolem, který umožňuje dosažení vysokého převodového poměru. Když je převodovka sestavena, zuby pružného kola jsou s oběžným kolem v záběru v místech hlavní eliptické osy generátoru vln.[10]

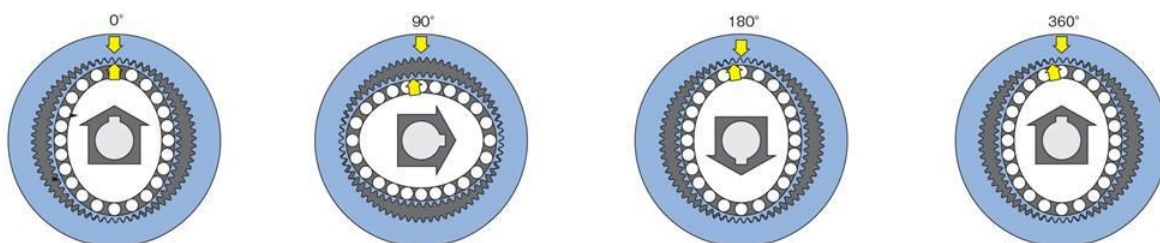


Obrázek 3.10 Circular Spline - Harmonic Drive [10]



## Princip mechanismu

Eliptický tvar generátoru vln způsobuje, že jsou zuby pružného kola v záběru se zuby oběžného kola ve dvou protilehlých místech. Pro každou rotaci generátoru o  $180^\circ$  ve směru hodinových ručiček se zuby pružného kola posunou proti směru hodinových ručiček o jeden zub oproti oběžnému kolu. Každá plná rotace ve směru hodinových ručiček tedy relativně posune pružné kolo o dva zuby „zpátky“ oproti oběžnému kolu. Tento proces je zjednodušeně popsán Obrázkem 3.11. Protože jsou zuby v oblasti velké osy pořád v záběru, má převodovka velmi malé vůle.[10]



Obrázek 3.11 Schéma relativního pohybu harmonické převodovky [10]

### Výhody:

- velký převodový poměr – umožňuje nízkou rychlost a vysoký moment
- velmi nízká hmotnost a zástavbové rozměry
- vysoká účinnost – až 97%
- minimální vůle
- dlouhá životnost

### Nevýhody:

- vyšší cena
- při poškození nutná výměna – drahý servis

### 3.2.3 Cykloidní převodovky

Převodovky s cykloidním ozubením, narozdíl od klasického evolventního ozubení, mají značnou výhodu, v záběru je totiž vždy jedna třetina obvodu cykloidního disku. Cykloidní ozubení má zároveň i výhodnější tvar boční křivky zubu, který zamezuje vzniku vysoké koncentrace napětí.

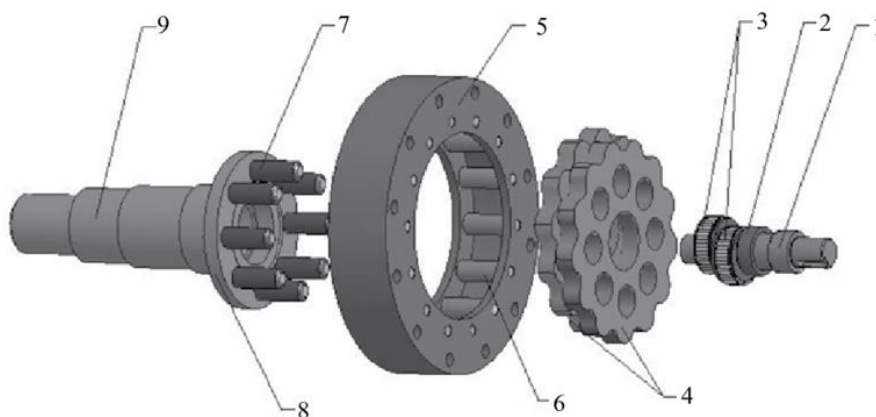
Cykloidní typ převodovek má podobné vlastnosti jako planetové převodovky. Ve srovnání s planetovými převodovkami se však vyznačují vyšší přesností, vyšším převodovým poměrem a vyšším možným maximálním zatížením. Použití mají hlavně v robotech, ale své využití nachází i v různých výrobních strojích nebo v dopravnících. Typickým výrobcem těchto převodovek je například firma Nabtesco, jejichž převodovka je zobrazena na Obrázku 3.12.



Obrázek 3.12 Cykloidní převodovka Nabtesco [11]

Na Obrázku 3.13 je zobrazeno rozdělení cykloidní převodovky na čtyři základní prvky: vstupní hřídel (1), excentrické hřídele (2), vačkové kotouče (4) a výstupní hřídel (9). Konstrukce převodovky může být jednostupňová, ale v praxi se častěji vyskytují vícestupňové varianty. Princip fungování cykloidních převodovek je v BP popsán pro dvojstupňovou konstrukci, protože se jedná o stejný princip jako v případě dalších stupňů.

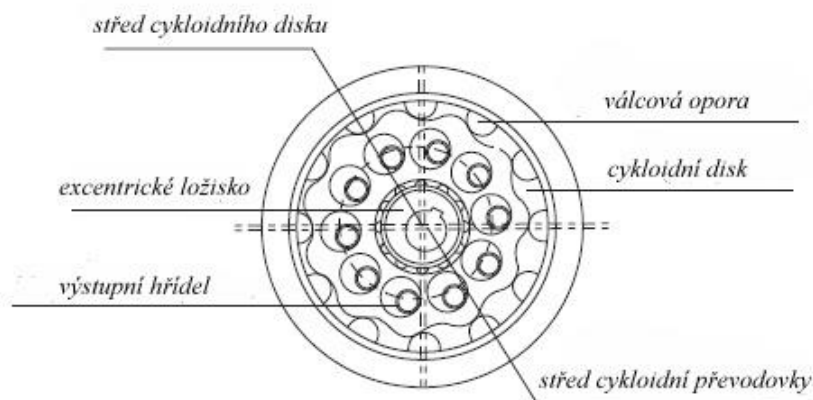
V prvním stupni se otáčivý pohyb servomotoru přenáší prostřednictvím vstupní hřídele na čelní ozubená kola (3). Otáčky se snižují v závislosti na převodovém poměru vstupní hřídele a čelních ozubených kol. Čelní kola jsou usazena na excentrických hřídelích, které jsou vůči sobě otočeny o 180 stupňů. Tyto excentrické hřídele pohání přes ložiska (5+6) oba vačkové kotouče.



Obrázek 3.13 Jednostupňová cykloidní převodovka ve 3D [13]

Pro druhý stupeň převodu je na vnitřní straně tělesa vytvořen vačkový profil odpovídající vačkovým kotoučům. Prostřednictvím čepů (7), které jsou umístěny mezi vačkovými kotouči a vačkovým profilem v tělese, se otáčivý pohyb valivě přenáší na výstupní hřídel. Obrázek 3.14. zobrazuje řez cykloidní převodovkou, kde lze přehledně vyčíst rozložení komponent v převodu.

Protože oba vačkové kotouče jsou díky excentrům vzájemně pootočený o 180 stupňů, je na celém obvodu vačkového profilu zaručen zubový záběr. Tím je možné přenášet velmi vysoké točivé momenty s maximální přesností a klidným chodem. Jednostupňové cykloidní převodovky umožňují převodové poměry 11:1 až 119:1, u dvojstupňových je to pak 30:1 až 300:1 bez přidavných předřazených stupňů. [11,12,13]



Obrázek 3.14 Cykloidní převodovka v řezu [14]

Cykloidní převodovky jsou určeny zejména pro aplikace, které vyžadují vysoký převodový poměr, vysokou kinematickou přesnost, malou vůli v převodech, vysokou momentovou kapacitu a vysokou torzní tuhost konstrukce.

### Výhody

- vysoká přesnost  $< 1$  arcmin
- vysoký převodový poměr
- vysoká torzní tuhost
- kompaktní rozměry
- vysoká účinnost
- přenos i malých momentů
- konstantní provozní chování
- maximální zatížení – až 5x jmenovitý točivý moment – SAFETY STOP

### Nevýhody

- vyšší cena – komplikovaná výroba
- při poškození nutná výměna – drahý servis [11,12,13]

## 4 ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLU

Teorie signálů zaujímá důležitou roli v mnoha oborech, např. v telekomunikacích, radiotechnice, akustice nebo například i seismologii a v digitálním zpracování obrazu. Tato kapitola se však věnuje pouze jedné z možných metod vyhodnocení měřeného (reálného) nebo virtuálního signálu. Virtuálním signálem je myšlen signál, který je dopočítán ze znalosti vstupních veličin a kinematických vlastností konkrétního typu převodu, které vyplývají z jeho geometrie.

Za nejvhodnější metodu byla zvolena Fourierova analýza, která umožňuje rozložení složitěho signálu na základní harmonické složky a jejich následné vykreslení do frekvenčního spektra. Jelikož teorie signálů a matematická teorie Fourierovy transformace je výrazně obsáhlejší a není nosným tématem této práce, je zde uvedena pouze část problematiky, která je nezbytná k tvorbě korektních matematických modelů.

### 4.1 FOURIEROVA TRANSFORMACE

Jestliže lze každý spojitý signál vyjádřit jako řadu harmonických funkcí, z nichž každá má tři parametry – amplitudu, úhlovou rychlost (frekvenci) a počáteční fázi, můžeme u každého signálu pozorovat vzájemnou závislost těchto parametrů. [15,16].

Pokud je srovnávací veličinou je volena frekvence, k ní vztažená amplituda tvoří amplitudovou charakteristiku, fáze fázovou charakteristiku. Pro převod z časové do frekvenční domény slouží integrální lineární operátor nazvaný Fourierova transformace (rovnice 4.1).

$$F(j2\pi f) = \mathcal{F}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j2\pi f t} dt \quad (4.1)$$

Ze získané funkce komplexní proměnné lze dále odvodit rovnici pro amplitudovou charakteristiku popsanou rovnicí 4.2. Amplitudu tedy vypočítáme jako absolutní hodnotu komplexního čísla

$$|A(j2\pi f)| = \sqrt{\Re\{F\}^2 + \Im\{F\}^2} \quad (4.2)$$

Fázová charakteristika popsaná rovnicí 4.3

$$\varphi(j2\pi f) = \arctan\left(\frac{\Im\{F\}}{\Re\{F\}}\right) \quad (4.3)$$

#### 4.1.1 Diskrétní Fourierova Transformace – DFT

Jedná se o využití diskrétních Fourierových řad na konečný vzorkovaný signál, z čehož vyplývá, že výsledkem je konečný počet frekvenčních vzorků. Velmi důležitou vlastností DFT je podmínka periodicity vstupního signálu. Tuto vlastnost můžeme pro obecný signál splnit pouze pokud analyzovaný signál uvažujeme jako jednu periodu periodického signálu, výsledné spektrální vzorky jsou jednou periodou periodického spektra. [15,16].

Diskrétní Fourierova transformace mezi posloupnostmi  $\{s(k)\}_{k=0}^{N-1}$ ,  $\{S(n)\}_{n=0}^{N-1}$ , je definována vztahy:

**Přímá diskrétní Fourierova transformace:**

$$S(n) = \sum_{k=0}^{N-1} s(k) \cdot e^{-\frac{2\pi ink}{N}}, n = 0, \dots, N - 1 \quad (4.4)$$

**Inverzní diskrétní Fourierova transformace:**

$$s(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S(n) \cdot e^{\frac{2\pi ink}{N}}, k = 0, \dots, N - 1 \quad (4.5)$$

#### 4.1.2 Rychlá Fourierova transformace – FFT

Rychlá Fourierova transformace (FFT), z anglického Fast Fourier Transform, slouží k převodu signálů z časové do frekvenční oblasti, k opačnému převodu slouží inverzní Fourierova transformace (IFFT). Jedná se o algoritmus, který umožňuje zrychlený výpočet DFT. Spočívá v postupné decimaci vstupní posloupnosti délky  $2^N$  až k délce 2.

Nejpoužívanější podobou FFT algoritmu je Cooley-Tukey algoritmus, který dělí transformace v každém kroku na dva kusy velikosti  $N/2$ , což má za následek snížení počtu potřebných aritmetických operací z  $O(n^2)$  pouze na  $O(n \cdot \log(n))$  operací, což například pro 1 024 harmonických frekvencí snižuje počet operací z 1 048 576 na 5 120. To představuje asi 99,5 % úsporu výpočetního času. [16,17]

Protože DFT je periodická a zrcadlově symetrická funkce, lze výpočet druhé (horní) poloviny vzorků (od  $N/2$  do  $N-1$ ) získat z již vypočtených hodnot vzorků první (spodní) poloviny (od 0 do  $N/2-1$ ). Toto dělení na polovinu lze rekurzivně aplikovat až na dvoubodovou DFT, která je nejjednodušším případem DFT.

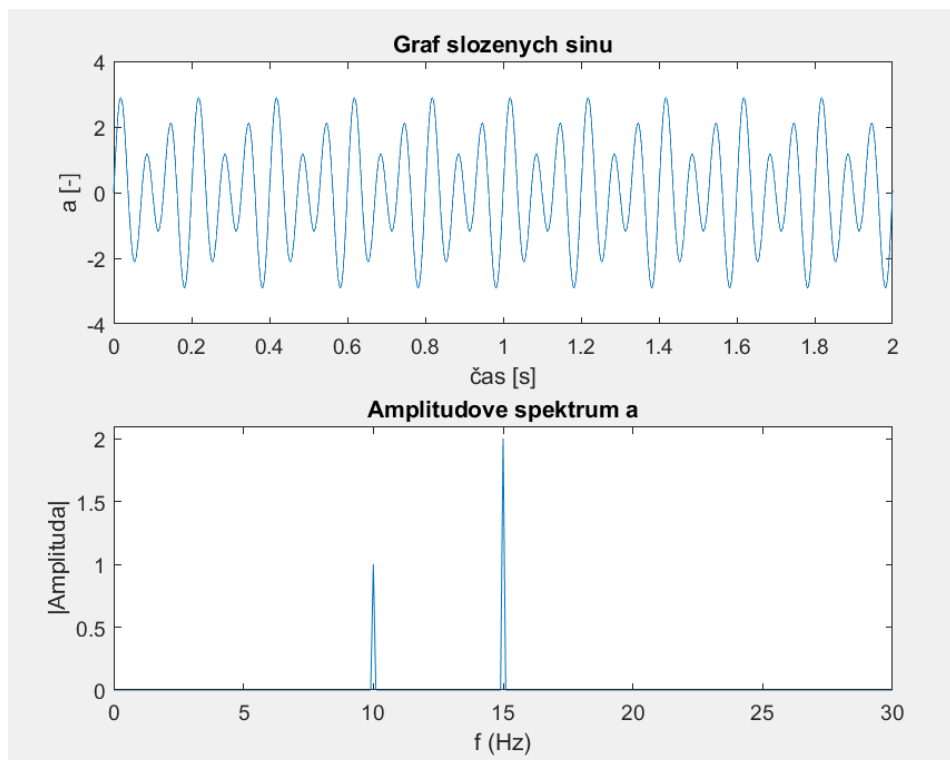
### 4.1.3 Ukázka zpracování signálu pomocí FFT

Na Obrázku 4.1 je v horním okně grafu vykreslen signál, který popisuje rovnice:

$$a = \sin(10 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t) + 2 \cdot \sin(15 \cdot 2 \cdot \pi \cdot t) \quad (4.6)$$

Z rovnice, která se skládá ze dvou základních harmonických složek. První složka o frekvenci 10 Hz je zobrazena v amplitudovém spektru s amplitudou rovné hodnotě 1 a druhá složka je s amplitudou rovné hodnotě 2 vykreslena na frekvenci 15 Hz.

Frekvenční spektrum je tedy funkce frekvence a představuje četnost složek o určité frekvenci v analyzovaném signálu. Jedná se o velice jednoduché a přehledné zobrazení hodnot, pokud pro nás není důležitý časový průběh a okamžik dosažení amplitud.



Obrázek 4.1 Ukázka FFT

## 4.2 VZORKOVÁNÍ SIGNÁLU

V minulých desetiletích došlo ke skokovému vývoji a rozšíření počítačů, což mělo za následek výrazné zlevnění a zjednodušení zpracování dat. Tento digitální přechod vedl k navýšení podílu diskrétních signálů v technice, protože počítače nedokážou pracovat se spojitou veličinou. Dnes je proto důležitou součástí technických měření vzorkování analogových signálů z měřících prvků, které je velmi důležitým prvkem při převodu spojitého signálu na signál diskrétní. Pokud jsou splněny všechny podmínky pro převod platí:

$$x_d [n] = x (n \cdot T) \quad (4.7)$$

$T$  představuje vzorkovací periodu, pomocí které lze vypočítat vzorkovací frekvenci.

$$f_{vz} = \frac{1}{T} \quad (4.7)$$



Důležité pro vzorkování ovšem je, aby byl diskretizovaný signál rekonstruovatelný (musí být zachována amplituda a frekvence), proto musí být vzorkovací frekvence volena s ohledem na obsah původního signálu, dle Shannon-Nyquistovy podmínky vzorkování (rovnice 4.8), jinak vzniká aliasing [16,17].

#### 4.2.1 Nyquistův – Shannonův teorém

Fyzikální tvrzení, které říká že „Přesná rekonstrukce spojitého, frekvenčně omezeného signálu z jeho vzorků je možná tehdy, pokud byla vzorkovací frekvence vyšší než dvojnásobek nejvyšší harmonické složky vzorkovaného signálu.“ Platí tedy vztah:

$$f_{vz} > 2 \cdot f_{max} \quad (4.8)$$

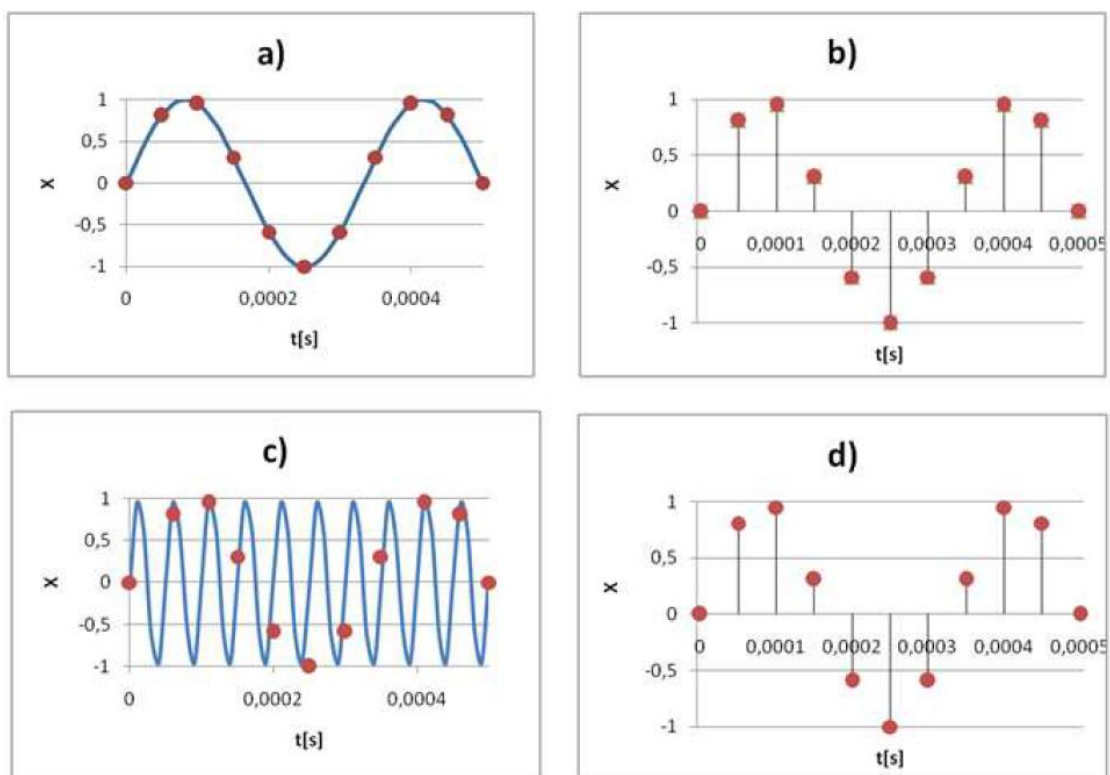
#### 4.2.2 Aliasing

K tomuto jevu dochází, pokud není splněn vzorkovací teorém. Nesplnění podmínky znamená překrytí frekvenčních spekter vzorkovaného signálu a vznik superpozice dvou replik periodicky opakujícího se spektra. Ztrácíme tím informaci o tom, co se děje v daný okamžik vzorkování a již nelze k vzorkům navzorkovaného původního signálu najít správný spojitý časový průběh.

Zkreslení je ale u některých signálů těžké rozeznat, může tedy při analýze spektra dojít k mylnému přisuzování významu „peaku“, který vznikl aliasingem. V praxi se proto často při měření používají antialiasigové filtry signálu.

### Příklad aliasingu

Na Obrázku 4.2a a Obrázku 4.2b je zobrazen časový průběh sinusového signálu s frekvencí 3 kHz navzorkovaný frekvencí 20kHz. Na Obrázcích 4.2c, 4.2d je sinusový signál s frekvencí 17 kHz vzorkovaný opět s frekvencí 20 kHz. Jak je z obrázků vidět, frekvence 17 kHz se přeložila na frekvenci 3 kHz. Výsledné měření nebo simulace by tedy měla u obou vzorků naprosto stejný průběh, přestože průběh signálů se zřetelně liší.[18]



Obrázek 4.2 Vznik aliasingu [18].

## 5 KINEMATICKÉ CHYBY VE VÝROBNÍCH STROJÍCH A JEJICH POPIS

Kinematické chyby u výrobních strojů způsobují například kolísání rychlosti při požadovaném rovnoměrném chodu pohybové osy, čímž dochází ke vzniku chvění stroje, které může mít negativní dopad na stav stroje a přesnost výroby (případný vznik zmetku).

Příčinnou vzniku chyby je v tomto případě proměnný převod, který způsobuje kolísání setrvačných momentů a sil, které se svým působením na soustavu projevují jako porucha vstupující do rychlostní i polohové regulační smyčky. [19]

Při simulacích popsaných v BP je předpokládán rovnoměrný chod pohybové osy, což je při použití převodů z kapitoly 3 v manipulačních robotech a jejich dalšího využití v praxi jen těžko představitelné. Proč je tedy tento fenomén přesto popisován?

Kinematické chyby hmotných převodů, společně s celou řadou dalších zdrojů chyb, jako například proměnou poddajnosti řemene nebo tuhostí ozubení a vlivem setrvačných sil, tvoří dohromady chyby dynamické. Kinematické chyby jsou tedy pouze jednou, ale za to velmi důležitou součástí výsledného dynamického modelu, který by popisoval skutečný převod. V dostupné literatuře [29,30] autoři dokonce přisuzují kinematickým chybám u cykloidních ozubení nejvyšší váhu a výsledný model je i při zanedbání ostatních vlivů téměř totožný.

Protože ve skutečnosti žádný stroj nelze vyrobit, aby za provozu nebyl doprovázen vibracemi, tak jich může být využito k jeho analýze. Tyto mechanické kmity jsou charakteristické pro každý typ stroje a popisují jeho vnitřní vazby, stav ale i spojení s okolím. Tato analýza se nazývá vibrační diagnostika.

Vibrační diagnostika je velice propracovaná metoda zjišťování stavu strojů, díky svojí komplexnosti jsou vibrace vhodným diagnostickým signálem pro zjištění informací o technickém stavu měřených objektů. Kromě informací o vnitřním stavu jednotlivých uzlů a dílů mohou vibrace popsat dokonce i místo a příčinu poruchy s vysokou přesností.[20]

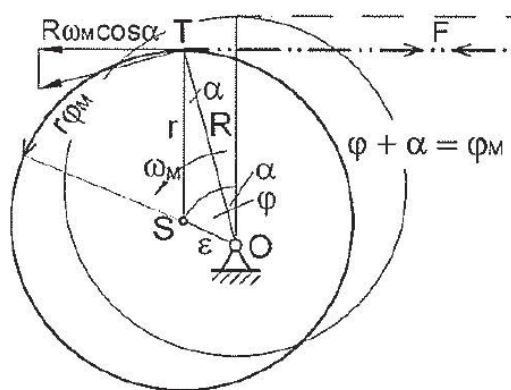
## 5.1 CHYBA ZPŮSOBENÁ VÝSTŘEDNOSTÍ

Pro popis této chyby byla vybrána řemenice jako nejjednodušší možný převod. Řemenice byla vybrána nejen z důvodu vysvětlení a odvození teoretických chyb na jednoduchém příkladu, kde je uvažován pouze vliv excentricity, ale také z důvodu častého využití řemenic v praxi.

### 5.1.1 Odvození pro jednostupňový řemenový převod

Při odvození je důležité si uvědomit, jak v praxi stroje fungují a které veličiny jsou známe nebo snadno měřitelné. Z tohoto důvodu se opouští obecně definovaný převod za pomoci poměru rychlostí, protože jediná veličina, která je měřitelná s dostatečnou přesností pro teoretický výpočet kinematické chyby, je úhel natočení. Rychlost a zrychlení jsou hodnoty z polohy získané postupnou časovou derivací. V praxi je však pro zjištění celkové chyby možné využít i měření vibrací pomocí akcelerometru.

Je uvažován nejjednodušší případ převodu s řemenem. Na Obrázku 5.1 je zobrazena excentrická montáž řemenice, která vykazuje výstřednost valivé kružnice, kde bod S znázorňuje střed řemenice a bod O osu otáčení.



Obrázek 5.1 Výstředná řemenice [19]

Takto zobrazenou situaci lze popsat ze znalostí kinematických a goniometrických závislostí. Vznikají rovnice 5.1–5.3:

**Trojúhelník OST:**

$$\frac{\sin(\varphi_M - \alpha)}{\alpha} = \frac{r}{\varepsilon} \text{ neboli } \alpha = \arctg \frac{\sin(\varphi_M)}{\frac{r}{\varepsilon} + \cos(\varphi_M)} \quad (5.1)$$

$$R = \sqrt{r^2 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon r \cdot \cos\varphi_M} \quad (5.2)$$

**Rychlost řemene:**

$$v = R \cdot \omega_M \cdot \cos\alpha \quad (5.3)$$

Pro další výpočty je vyjádření proměnného poloměru rovnicí 5.2 příliš složité, je tedy zavedeno zjednodušení 5.4., které platí za podmínky  $r \gg \varepsilon$ .

Pokud  $r \gg \varepsilon$  je  $\alpha \rightarrow 0$  a platí:

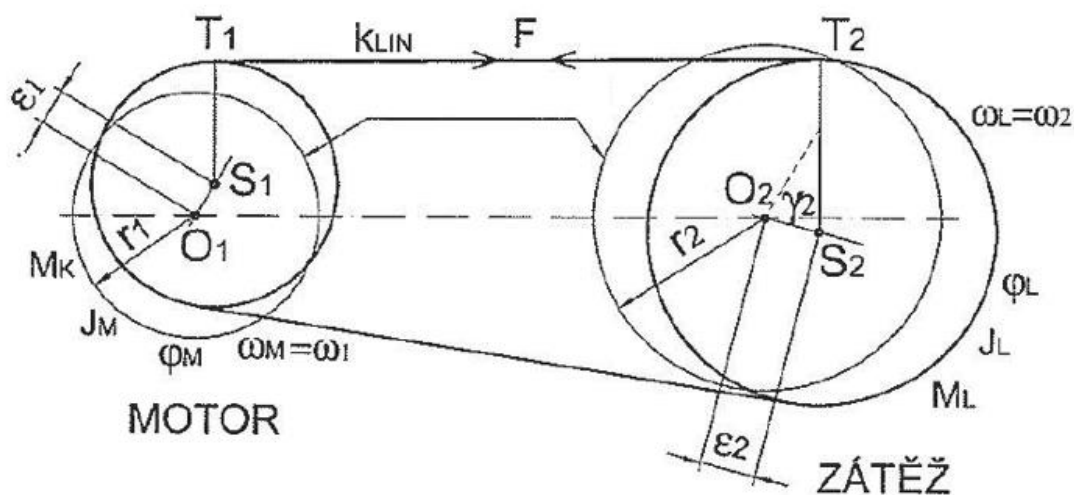
$$R = r + \varepsilon \cdot \cos\varphi_M \quad (5.4)$$

Rovnice 5.5 definuje převodový poměr pro řemenový převod, který je zobrazen na Obrázku 5.2. K definici je využito úhlu natočení, který je, jak už bylo výše zmíněno, jediný v praxi měřitelný s dostatečnou přesností.

$$i_{real} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d\varphi_2/dt}{d\varphi_1/dt} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \quad (5.5)$$

Teoreticky přesný převod je definován v rovnici 5.6 pomocí poloměrů řemenic, protože se jedná o jednoduše zjistitelný údaj, ať už z katalogu výrobce nebo jednoduchým měřením.

$$i_{teor} = \frac{r_1}{r_2} \quad (5.6)$$



Obrázek 5.2 Řemenový převod s výstředností obou řemenic

Kinematické chyby do modelu vnáší proměnné poloměry  $R_i$ , které jsou funkcí úhlu natočení. Rovnice 5.7 a 5.8 jsou získány dosazením do obecné rovnice 5.4 a zavedením vzájemného natočení  $\varphi_0$ , které by se projevilo ve fázovém spektru.

$$R_1 = r_1 + \varepsilon_1 \cdot \cos(\varphi_1) \quad (5.7)$$

$$R_2 = r_2 + \varepsilon_2 \cdot \cos(\varphi_2 + \varphi_0) \quad (5.8)$$

### Srovnání odvození kinematické chyby

Obě odvození (varianta a/B), která zde budou popsána, vychází z podmínky odvalování (rovnice 5.9). Jak je však dále ukázáno, liší se přístupem pro výpočet úhlu natočení hnané řemenice.

$$R_1 \cdot \omega_1 = R_2 \cdot \omega_2 \quad (5.9)$$

#### A) Odvození se zanedbáním kmitů nízkých amplitud

Odvození vychází z podmínky odvalování a vzájemné závislosti úhlů natočení popsané rovnicí 5.10, kde je popsán ideálně přesný a „hladký“ přenos, při kterém nedochází ke vzniku chvění.

$$\varphi_2 = \frac{r_1}{r_2} \varphi_1 \quad (5.10)$$

Postupným dosazením rovnic 5.7, 5.8 a 5.10 do rovnice 5.5 je získán vztah 5.11, který je nutno pro další operace zjednodušit, proto je zaveden předpoklad ze znalosti teorie malých čísel ve tvaru:  $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x$ . [19]

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_1 + \varepsilon_1 \cdot \cos(\varphi_1)}{r_2 + \varepsilon_2 \cdot \cos(r_1/r_2 \cdot \varphi_1 + \varphi_0)} \quad (5.11)$$

$$i \approx \frac{r_1}{r_2} + \frac{\varepsilon_1}{r_2} \cos(\varphi_1) - \frac{r_1 \varepsilon_2}{r_2^2} \cos\left(\frac{r_1}{r_2} \varphi_1 + \varphi_0\right) - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{2r_2^2} \cos\left(\left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right) \varphi_1 + \varphi_0\right) - \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{2r_2^2} \cos\left(\left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right) \varphi_1 - \varphi_0\right) = i_{teor} + \Delta i(\varphi_1) \quad (5.12)$$

Výsledná rovnice proměnného převodu (5.12) je ve tvaru:  $i_{teor} + \Delta i(\varphi_1)$ . Lze tedy vidět, že se k teoretickému převodu přičítají 4 harmonické složky, které popisují kinematickou chybu. Výsledek může být popsán i jejich sumou, jak je ukázáno rovnicí 5.13.

$$\Delta i(\varphi_1) = \sum_{i=1}^4 \Delta i_i \cos\left(\frac{2\pi}{T_i} \cdot \varphi_1 + \xi_i\right) \quad (5.13)$$

Tabulka 5.1 Parametry chybových frekvencí proměnného převodu [19]

	$\Delta i_1$	$\Delta i_2$	$\Delta i_3$	$\Delta i$
Frekvence $\omega_i$ [rad/s]	$\omega_1$	$\frac{r_1}{r_2} \omega_1$	$\left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right) \omega_1$	$\left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right) \omega_1$
Amplituda $ \Delta i_i $ [-]	$\frac{\varepsilon_1}{r_2}$	$\frac{r_1 \varepsilon_2}{r_2^2}$	$\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{2r_2^2}$	$\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{2r_2^2}$
Fázový posun $\xi_i$ [rad]	0	$\varphi_0$	$\varphi_0$	$-\varphi_0$

Chyby převodů se ve frekvenčním spektru vyskytují na kmitočtech odpovídajících teoretickým otáčkám hřídelů, jak je znázorněno v Tabulce 5.1 v prvních dvou sloupcích. Amplitudy harmonických složek, které vzniknou součtem a rozdílem těchto frekvencí, jsou dle odvození typu A velmi malé hodnoty a v praxi by byly zanedbatelné.

Proměřením převodové funkce  $i = \frac{\omega_2}{\omega_1}$  a zjištěním frekvenčního spektra by tedy bylo možné nepřímo zjistit výstřednosti řemenic. Tento postup je však prakticky nerealizovatelný, protože přesné měření úhlových rychlostí, které zároveň kolísají v čase, není s dostupnou měřicí technikou možné. Jedním z dalších důvodů je, že ani při použití nejkvalitnějších servopohonů nelze u vstupního hřídele dokonale zaručit podmínku  $\omega_1 = konst.$ [19]

Postup musí být založen na měření úhlů, nikoliv rychlostí, což je v současné době umožněno například přesnými inkrementálními snímači úhlů s vysokým rozlišením. Proto se frekvenční spektrum chyby převodu musí převést na frekvenční spektrum kinematické chyby úhlu. Převod je popsán rovnicemi 5.14-5.16

Úhel výstupního hřídele je zjištěn pomocí integrace jeho úhlové rychlosti  $\omega_2$ :

$$\varphi_2 = \int \omega_2 dt = \int \omega_1 i dt = \int \omega_1 i_{teor} dt + \int \omega_1 \Delta i dt = \varphi_{2teor} + \int \omega_1 \Delta i dt \quad (5.14)$$

Kinematická chyba úhlu (5.15) je získána dosazením rovnice 5.13 do rovnice 5.14:

$$\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_{2teor} = \int \omega_1 \sum_{i=1}^4 \Delta w_i \cos\left(\frac{2\pi}{T_i} \varphi_i + \xi_i\right) dt \quad (5.15)$$

Numerickými úpravami lze vztah dále upravit do výsledného tvaru:

$$\Delta \varphi = \sum_{i=1}^4 \Delta \varphi_i \sin\left(\frac{2\pi}{T_i} \varphi_i + \xi_i\right) \quad (5.16)$$

Při srovnání s rovnicí 5.13 lze vidět, že kinematická chyba úhlu  $\Delta \varphi$  se také skládá ze 4 harmonických složek. Oproti chybě převodu  $\Delta i$  však došlo ke změně amplitud a fázových posunů.



Úhel natočení  $\varphi_1$  je nezávisle proměnnou, to znamená, že z našich úvah je vyloučen čas a experimenty mohou probíhat i při nerovnoměrném chodu vstupního hřídele, ovšem pouze za předpokladu, že měření nebude zkresleno deformacemi vlastního řemenu. Nutnou podmínkou je synchronní vzorkování obou veličin  $\varphi_1, \varphi_2$ .

Pro zvláštní případ  $\omega_1 = konst$  jsou výsledky shrnuty v Tabulce 5.2.

Tabulka 5.2 Kinematická chyba úhlu natočení [19]

	$\Delta\varphi_1$	$\Delta\varphi_2$	$\Delta\varphi_3$	$\Delta\varphi_4$
Frekvence $\omega_i$ [rad/s]	$\omega_1$	$\frac{r_1}{r_2} \omega_1$	$\left(1 + \frac{r_1}{r_2}\right) \omega_1$	$\left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right) \omega_1$
Amplituda $ \Delta\varphi_i $ [-]	$\frac{\varepsilon_1}{r_2}$	$\frac{\varepsilon_2}{r_2}$	$\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{2r_2(r_2 + r_1)}$	$\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{2r_2(r_2 + r_1)}$

Stejně jako u kinematické chyby převodu jsou relevantní pouze chyby na frekvencích  $\omega_1$  a  $\frac{r_1}{r_2} \omega_1$ , protože u  $\Delta\varphi_3$  a  $\Delta\varphi_4$  jsou amplitudy příliš malé, než aby měly v praxi zásadní význam. Výjimka nastává v případě tzv. „záznějového kmitočtu“, ke kterému dochází v případě stejných nebo velmi podobných poloměrů řemenic.[19]

## B) Odvození se zahrnutím kmitů nízkých amplitud

Odvození B také vychází z podmínky odvalování a vzájemné závislosti úhlů natočení řemenic, ale narozdíl od odvození typu A není odvalování považováno za dokonalé a uvažuje nedokonalou tečnost řemene.

Celková chyba převodu je ve skutečnosti způsobena celou řadou dalších zdrojů, jako je například poddajnost nebo prokluz řemene. Poddajnost vloženého řemene by byla v modelu reprezentována tzv. deformační maticí. Stejně jako při vzniku prokluzu to znamená, že chyba by byla rozdílná dle typu, materiálu a napnutí použitého řemene. Chyba tedy nevychází pouze z geometrických a kinematických závislostí a jedná se o chybu dynamickou, která v této práci není dále rozebírána.

Odvození navržené autorem BP se pokouší model rozšířit o nepřesnost způsobenou nedokonalou tečností, která by měla za následek nelineární závislost mezi  $\varphi_1$  a  $\varphi_2$ . Toho je dosaženo nahrazením excentrické řemenice vačkou už před definicí závislosti úhlů natočení. Znamená to, že se při výpočtu  $\varphi_2$  nezanedbá závislost poloměru hnací řemenice  $R_I$  na vstupním úhlu  $\varphi_1$ . Platí tedy:  $R_1 = R_1(\varphi_1)$ ;  $R_2 \approx r_2$ . V odvození proto vznikají tzv. „mikrokmity“, neboli kmity s nízkou amplitudou, popsané goniometrickou závislostí.

$$\varphi_2 = \frac{R_1}{r_2} \varphi_1 = \frac{r_1}{r_2} \cdot \varphi_1 + \frac{\varepsilon_1 \cdot \cos(\varphi_1)}{r_2} \cdot \varphi_1 \quad (5.17)$$

Jak si lze všimnout z rovnice 5.18, která popisuje proměnný převod  $i$  v závislosti na vstupním úhlu  $\varphi_1$ , teoretické odvození kinematické chyby úhlu  $\Delta \varphi$  je v tomto případně mnohem náročnější. Výsledná chyba  $\Delta \varphi$ , která by byla dále počítána dle vztahu 5.14 a obsahovala by integraci složitěho vztahu 5.18, je v kapitole 6 vyřešena pro konkrétní hodnoty sestavením matematického modelu v SW MATLAB Simulink.

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_1 + \varepsilon_1 \cdot \cos(\varphi_1)}{r_2 + \varepsilon_2 \cdot \cos\left(\frac{r_1}{r_2} \cdot \varphi_1 + \frac{\varepsilon_1 \cdot \cos(\varphi_1)}{r_2} \cdot \varphi_1 + \varphi_0\right)} \quad (5.18)$$

## 5.2 CHYBA OZUBENÝCH PŘEVODŮ

Stejně jako ve spektru řemenic i pro ozubení existují typické frekvence, u kterých můžeme očekávat vznik kinematických chyb. Níže jsou uvedeny tři případy s nejvýraznějšími amplitudami.

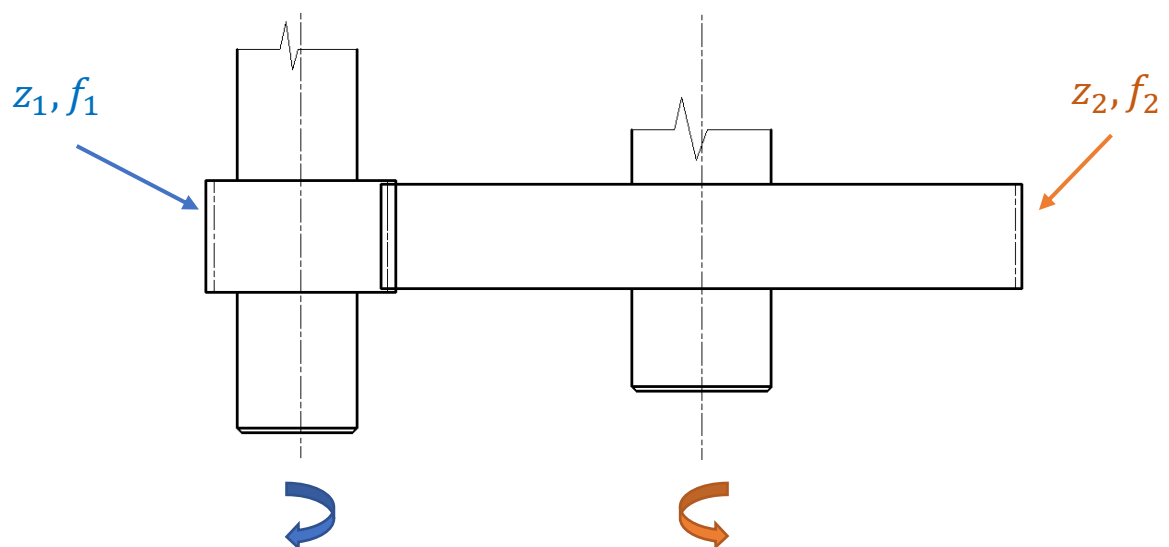
### 5.2.1 Otáčková frekvence a její harmonické

Je frekvence otáčení hřídele nesoucí ozubené kolo nebo kola. Počet otáčkových frekvencí ve spektru je shodný s počtem hřídelů v převodovém mechanismu. Ve spektrech bývá označována jako 1x. Harmonické frekvence. K této frekvenci vnikají

další tzv. harmonické na jejich celočíselných násobcích. Značení je shodné jako u 1x, například druhá harmonická frekvence se ve spektru značí jako 2x. [21]

### 5.2.2 Záběrová frekvence

Záběrová (zubová, případně z ang. „mesh“) frekvence je frekvencí, která udává, kolikrát se zuby ozubeného kola dostanou do záběru během jedné otáčky hřídele. Tato frekvence bývá ve spektrech označována jako GMF. Jedná-li se o její harmonickou frekvenci, je ve spektru značena dle toho, o kolikátou harmonickou se jedná, například 2xGMF pro druhou harmonickou a tak dále.



Obrázek 5.3 Záběr ozubených kol

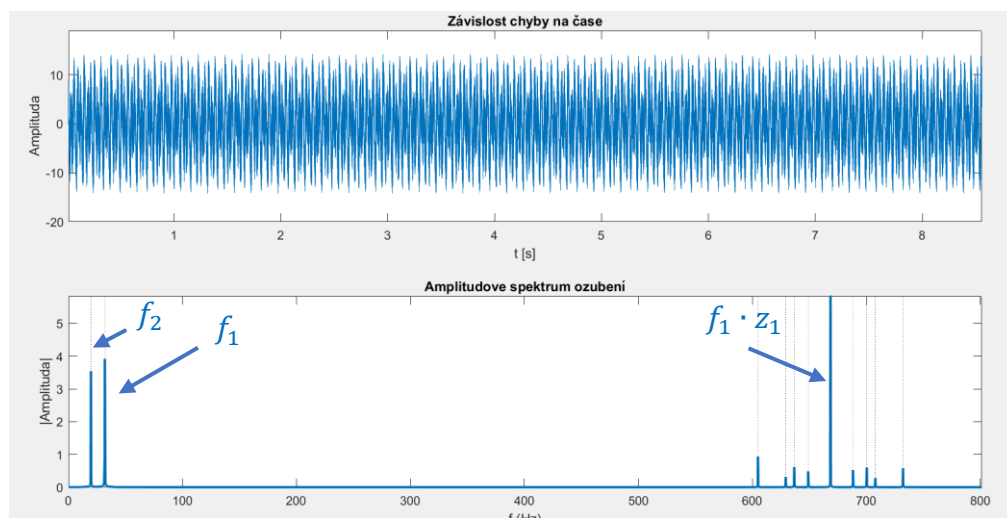
Na Obrázku 5.3 je zobrazen záběr dvou ozubených kol, kde je každé kolo uloženo na jedné z rovnoběžných hřídelů. Frekvence otáčení jsou značeny  $f_1$  a  $f_2$ , počet zubů ozubených kol  $z_1$  a  $z_2$ . Ze schématu také vyplývá, že se jedná o vnější ozubení, protože se oba hřídele otáčejí v obráceném směru. Frekvence otáčení druhého hřídele je závislá na frekvenci otáčení prvního hřídele podle vztahu 5.19. Záporné znaménko naznačuje opačný směr otáčení.

$$f_2 = -\frac{f_1 \cdot z_1}{z_2} \quad (5.19)$$

Z výpočtu 5.20 je zřejmé, že obě kola soukolí s počtem zubů  $z_1$  a  $z_2$  mají shodné absolutní hodnoty zubové frekvence.

$$f_{GMF} = |f_1 \cdot z_1| = |f_2 \cdot z_2| \quad (5.20)$$

Ve frekvenčních spektrech proto jednomu soukolí přísluší jen jedna složka se základní frekvencí a případně také její harmonické složky. Pravidelnost záběru je spojena s frekvencí otáčení ozubených kol, proto lze u složky s frekvencí  $f_{GMF}$  pozorovat postranní složky ve vzdálenostech frekvencí otáček obou hřídelů  $f_1$  a  $f_2$  a jejich harmonických. Vznik postranních složek je zobrazen na Obrázku 5.4., který se skládá z časového průběhu a frekvenčního spektra chyby ozubení. Obvykle jsou ve víceúhňové převodovce kolem složek se záběrovými frekvencemi identifikovatelné postranní složky s frekvencemi, které odpovídají frekvencím otáček všech hřídelů převodovky. [22]



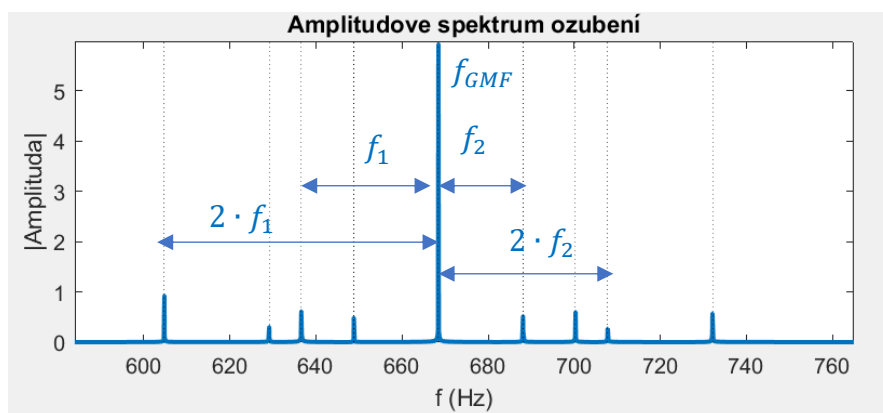
Obrázek 5.4 Vznik chyby ozubení

## 5.2.3 Typické frekvence poškozených ozubených kol

### Postranní pásma

Postranní pásma k nosným složkám, které přísluší záběrovým frekvencím, jsou projevem modulačních efektů. Pro záběr zubů to znamená, že budící signál se během otáčky mění. Modulace může mít zdroj v nepřesnosti výroby ozubeného kola, v proměnlivém hnacím nebo zatěžovacím momentu. Původ postranních složek lze rozlišit amplitudovou a fázovou demodulací. [22]

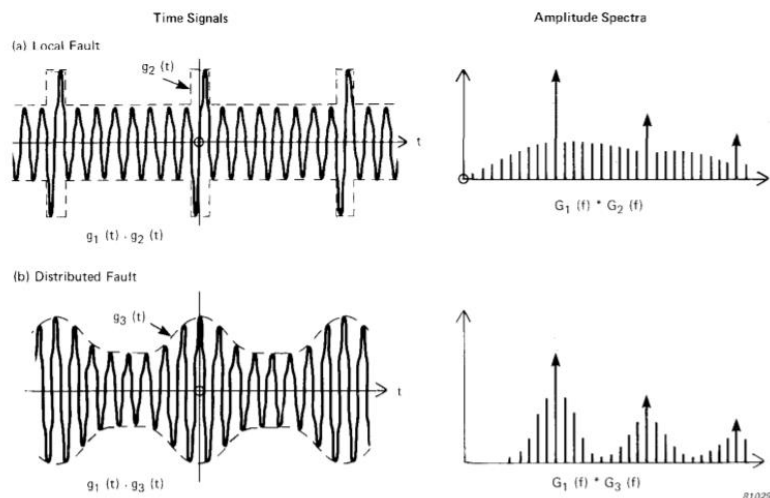
Obrázek 5.5 detailně zobrazuje okolí záběrové frekvence, kde vznikají postranní složky ve vzdálenostech frekvencí otáček obou hřídelí  $f_1$  a  $f_2$  a jejich harmonických.



Obrázek 5.5 Postranní složky záběrové frekvence

Fázový modulační signál souvisí s kolísáním úhlové rychlosti otáčení, to může být způsobeno proměnlivostí zatížení převodu. Poruchy pravidelnosti záběru za otáčku jsou dvojí, tzv. lokální a distribuované. [22]

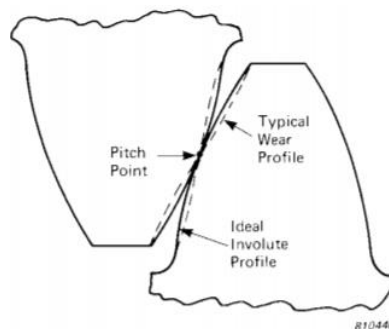
Lokální poruchou je např. pitting na jediném zubu. Příkladem distribuované poruchy je házení, které je způsobeno nesoustředností ozubení s osou kola. Postranní pásma obsahují u neopotrebovaných ozubených kol složky o mnohem nižší amplitudě, než je amplituda zubové frekvence. Opotřebením ozubení se postranní složky zvětšují. [22]



Obrázek 5.6 Porovnání spekter s lokální a distribuovanou chybou [26]

Na Obrázku 5.6a je zobrazen rozdíl mezi časovými průběhy, které jsou způsobeny lokální a distribuovanou chybou. Obrázek 5.6b zobrazuje frekvenční spektra těchto chyb.

Na Obrázku 5.7 je znázorněna typická změna profilu zubu vlivem opotřebení. Tato změna má vliv na vznik kinematických chyb v převodovém řetězci.



Obrázek 5.7 Profil opotřebovaného zubu [26]

### Hunting tooth frequency – HTF

HTF je frekvence jevu, při kterém se setkají v záběru dva poškozené zuby, jeden na ozubeném kole a druhý na pastorku, a vzniká chyba s výraznou amplitudou. Tato frekvence je velmi nízká, a proto je ve frekvenčním spektru velmi špatně viditelná. Výpočet frekvence je popsán vztahem 5.21, kde  $N_a$  představuje největší společný dělitel počtu zubů ozubeného kola a pastorku. [23,24,25]

$$f_{HT} = \frac{f_{GMF} \cdot N_a}{z_1 \cdot z_2} \quad (5.21)$$

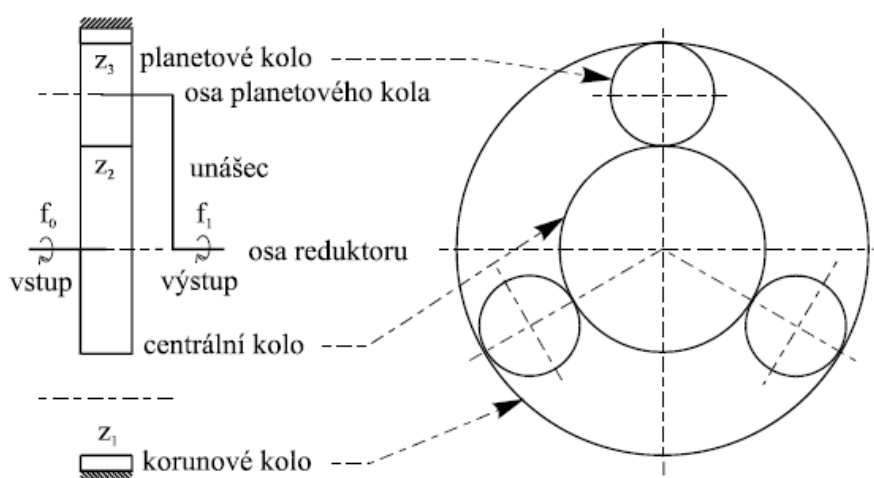
### Assembly phase frequency – APF

APF je název pro frekvenci, která vzniká změnou profilu mezi zuby v záběru. Většinou se jedná o výsledek opotřebení. [24,25]

$$f_{AP} = \frac{f_{GMF}}{N_a} \quad (5.22)$$

### 5.3 KINEMATICKÁ CHYBA PLANETOVÝCH PŘEVODOVEK

Planetové převody a jejich diagnostika jsou výrazně komplikovanější než převody s nepohyblivými hřídelemi. Naproti frekvenčnímu spektru signálu převodů se záběrem jen jednoho páru ozubených kol, které obsahuje snadno identifikovatelné složky, v planetové převodovce je planetové kolo nejen v záběru s korunovým a centrálním kolem, ale jeho osa se otáčí společně s unáščem. Tím vzniká celá řada frekvenčních složek, které nejsou na první pohled snadno vysvětlitelné. [22, 27]



Obrázek 5.8 Planetový reduktor [22]

Na Obrázku 5.8 je zobrazeno kinematické schéma planetového reduktoru s korunovým kolem, které je nepohyblivě uchyceno ke skříni. Značení veličin ve schématu:

Počet zubů korunového kola .....	$z_1$
Počet zubů centrálního kola.....	$z_2$
Počet zubů planety.....	$z_3$
Frekvence otáčení vstupního hřídele .....	$f_0$
Frekvence otáčení výstupního hřídele.....	$f_1$

Výše definované frekvence otáčení jsou absolutní vzhledem ke skříni.

Základem pro stanovení všech periodických jevů a záběrové frekvence ozubení planetové převodovky je určení převodového poměru. Pro další úvahy je nutné definovat relativní frekvenci otáčení planetového kola  $f_p$  vzhledem k unášeči. [22]

Absolutní frekvence otáčení unášeče .....  $f_1$

Frekvence otáčení korunového kola vzhledem k unášeči .....  $-f_1$

Frekvence otáčení vstupního hřídele vzhledem k unášeči.....  $f_0 - f_1$

Frekvence otáčení planetového kola  $f_p$  souvisí s oběma zmíněnými relativními frekvencemi otáčení centrálního a korunového kola podle vztahů 5.23 a 5.24

$$\frac{f_p}{f_0 - f_1} = -\frac{z_2}{z_3} \quad (5.23)$$

$$\frac{f_p}{f_1} = -\frac{z_1}{z_3} \quad (5.24)$$

Následnými úpravami lze rovnice pomocí vyloučení  $f_p$  upravit do rovnice ve tvaru 5.25.

$$\frac{f_1}{f_0} = \frac{z_1}{z_1 + z_2} \quad (5.25)$$

U soukolí s nepohyblivými hřídelemi mohou vzniknout v souvislosti s lokálními poruchami ozubení periodické jevy o frekvencích otáčení jednotlivých ozubených kol. V případě planetového převodu vnikají chybové frekvence vlivem lokálních poruch i na několika dalších méně zjevných frekvencích, jejichž seznam je následující:



Otáčení centrálního kola, tj. vstupního hřídele reduktoru .....	$f_0$
Otáčení unášeče, tj. výstupního hřídele reduktoru.....	$f_1$
Dotyk zvoleného zubu korunového kola s planetovými koly.....	$f_2$
Dotyk zvoleného zubu centrálního kola s planetovými koly.....	$f_3$
Dotyk zvoleného zubu planetového kola buď s korunovým kolem nebo s centrálním kolem .....	$f_4$
Frekvence dotyku zubů korunového kola se zuby jednoho planetového kola, tj. základní zubová frekvence .....	$f_5$
Frekvence dotyku zubů korunového kola současně se všemi planetovými koly...	$f_6$
Frekvence dotyku zubů korunového kola postupně se všemi planetovými koly (vždy jen jedno planetové kolo přenáší krouticí moment) .....	$f_7$

Základní frekvence  $f_0$  až  $f_4$  jsou vhodné k hodnocení časového záznamu signálů, které jsou vybuzeny záběrem ozubených kol. Jedná se o frekvence  $f_5$  až  $f_7$ , které jsou řádově vyšší, než jsou frekvence  $f_0$  až  $f_4$ .

Základní zubová frekvence  $f_5$  má význam jen pro planetový převod s jedním planetovým kolem nebo v případě většího počtu planetových kol jen pro reduktor s dělitelností počtu zubů korunového kola počtem planet. [22] Ve výpočtech je počet planet značen  $p$ .

Frekvence  $f_6$  je násobkem záběrové frekvence  $f_5$  a počtu planet  $p$ , což odpovídá frekvenci kontaktů všech planetových kol, které zabírají v rozdílné fázi záběrového cyklu.

Frekvence  $f_6$  předpokládá stejné podmínky záběru pro všechna planetová kola, což není vždy splněno. Chyba záběru vzniká například při skoku v roztečích zubů v ozubení korunového kola, to vede k nerovnoměrnému rozdělení zatížení mezi všechna planetová kola. Planetové kolo nejbližší k místu skoku je namáháno více než ostatní planetová kola, a proto vznikají intenzivnější rázy při dotyku zubů jednoho planetového kola ve srovnání

s ostatními koly. Při otáčce unášeče se planetová kola postupně vystřídají ve funkci nejvíce zatíženého všechna planetová kola. To znamená, že vznikne periodický jev s frekvencí  $f_7$ . [22]

Přehled vzorců pro výpočet všech uvedených frekvencí  $f_0$  až  $f_7$  pomocí prvních pěti základních frekvencí  $f_0$  až  $f_4$  je uveden v Tabulce 5.3.

Tabulka 5.3 Vzájemný přepočítání frekvencí periodicit u planetového reduktoru [22]

	$f_0$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$
$f_0 =$	$f_0$	$\frac{z_1 + z_2}{z_2} \cdot f_1$	$\frac{1}{p} \cdot \frac{z_1 + z_2}{z_2} \cdot f_2$	$\frac{1}{p} \cdot \frac{z_1 + z_2}{z_1} \cdot f_3$	$\frac{z_3}{z_1} \cdot \frac{z_1 + z_2}{z_2} \cdot f_4$
$f_1 =$	$\frac{z_2}{z_1 + z_2} \cdot f_0$	$f_1$	$\frac{1}{p} f_2$	$\frac{1}{p} \cdot \frac{z_2}{z_1} f_3$	$\frac{z_3}{z_1} \cdot f_4$
$f_2 =$	$p \cdot \frac{z_2}{z_1 + z_2} \cdot f_0$	$p \cdot f_1$	$f_2$	$\frac{z_2}{z_1} \cdot f_3$	$p \cdot \frac{z_3}{z_1} \cdot f_4$
$f_3 =$	$p \cdot \frac{z_1}{z_1 + z_2} \cdot f_0$	$p \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot f_1$	$\frac{z_1}{z_2} \cdot f_2$	$f_3$	$p \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot f_4$
$f_4 =$	$\frac{z_1}{z_3} \cdot \frac{z_2}{z_1 + z_2} \cdot f_0$	$\frac{z_1}{z_3} \cdot f_1$	$\frac{1}{p} \cdot \frac{z_1}{z_3} \cdot f_2$	$\frac{1}{p} \cdot \frac{z_2}{z_3} \cdot f_3$	$f_4$
$f_5 =$	$\frac{z_1 \cdot z_2}{z_1 + z_2} \cdot f_0$	$z_1 \cdot f_1$	$\frac{z_1}{p} \cdot f_2$	$\frac{z_2}{p} \cdot f_3$	$z_3 \cdot f_4$
$f_6 =$	$p \cdot \frac{z_1 \cdot z_2}{z_1 + z_2} \cdot f_0$	$p \cdot z_1 \cdot f_1$	$z_1 \cdot f_2$	$z_2 \cdot f_3$	$p \cdot z_3 \cdot f_4$
$f_7 =$	$\left[ \frac{z_1}{p} \right] \frac{p \cdot z_2}{z_1 + z_2} \cdot f_0$	$p \cdot \left[ \frac{z_1}{p} \right] \cdot f_1$	$\left[ \frac{z_1}{p} \right] \cdot f_2$	$\left[ \frac{z_1}{p} \right] \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot f_3$	$\left[ \frac{z_1}{p} \right] \cdot \frac{p \cdot z_2}{z_1} \cdot f_4$

Počet vstupů páru zubů do záběru, tj.  $\left[ \frac{z_1}{p} \right]$  může být jen celé číslo, [...] je symbolem matematické operace.

## 6 MATEMATICKÉ MODEL Y V MATLABU

Tato kapitola popisuje přepracování výsledných vztahů kinematických chyb z kapitoly 5. do matematických modelů v SW MATLAB a jeho nadstavbě Simulink a Simscape.

Jediná chyba, která byla popsána kompletně i se svými teoretickými hodnotami je chyba způsobená výstředností převodu (řemenice). Pro excentrickou řemenici je tedy možné vytvořit model, který je schopný ze znalosti poloměrů, výstředností a otáček (resp. frekvence otáčení) simulovat průběh kolísání převodového poměru nebo otáček výstupního hřídele. Tento model je zpracován v SW Simulink a Simscape do tzv. bloků, které je možné zapojit do systémů a využít jich při simulacích mechanických systémů.

### 6.1 MODEL KINEMATICKÉ CHYBY ŘEMENICE – SIMULINK

V této podkapitole jsou zpracovány odvození A a B z podkapitoly 5.1.1 do modelů v Simulinku a porovnány jejich kinematické chyby pomocí frekvenčních spekter.

Princip fungování modelu a definované vstupní parametry jsou však stejné pro oba případy, proto je nejdříve pomocí jednotlivých kroků výpočtu popsán matematický model a jeho logika.

#### 1) Definování vstupních parametrů

Tento krok je proveden připraveným skriptem v MATLABu (Obrázek 6.1) nebo definicí neznámých ve „Workspace“. Důležité je dodržet podmínku  $\omega_1 = konst$  a podmínku vzorkování, aby nedošlo ke vzniku aliasingu.

```
%Definovani parametru
omega1 = 2000;           %vstupni uhlova rychlost [rad/s]
r1 = 500;                %polomer remenice 1      [mm]
r2 = 800;                %polomer remenice 2      [mm]
e1 = 0.2;                %excentricita rem. 1    [mm]
e2 = 0.4;                %excentricita rem. 2    [mm]
fi0 = 0;                %Uhel vzajemneho natoceni v t0
```

Obrázek 6.1 Definice parametru simulace

## 2) Načtení parametrů a spuštění simulace

Na Obrázku 6.2 je zobrazen příkaz ze skriptu, který spustí matematický model v Simulinku pro výpočet kinematické chyby úhlu řemenice. Model lze spustit i z prostředí Simulink.

```
%Spusteni simulace  
out = sim('Remenice_teoreticka_chyba');
```

Obrázek 6.2 Spuštění simulace

## 3) Výpočet

Nejsložitější část modelu se skládá z rovnic, které byly odvozeny v podkapitole 5.1.1. Jak je zobrazeno na Obrázku 6.3 prvním krokem je výpočet ideálního převodu a vstup definovaných hodnot poloměrů řemenic spolu s úhlovou rychlostí hnacího hřídele do subsystémů „Řemenice 1“ a „Řemenice 2“, kde probíhá výpočet jejich proměnných převodů  $R_1$  a  $R_2$ . Z proměnných poloměrů je vypočítán převod závislý na úhlu  $\varphi_1$ , který je dále upraven dle rovnice 5.14 do výsledného tvaru.

Obrázek 6.3 zobrazuje celý matematický model, a je v něm přehledně vyznačeno rozdělení na tři základní části: definice, výpočet a export.

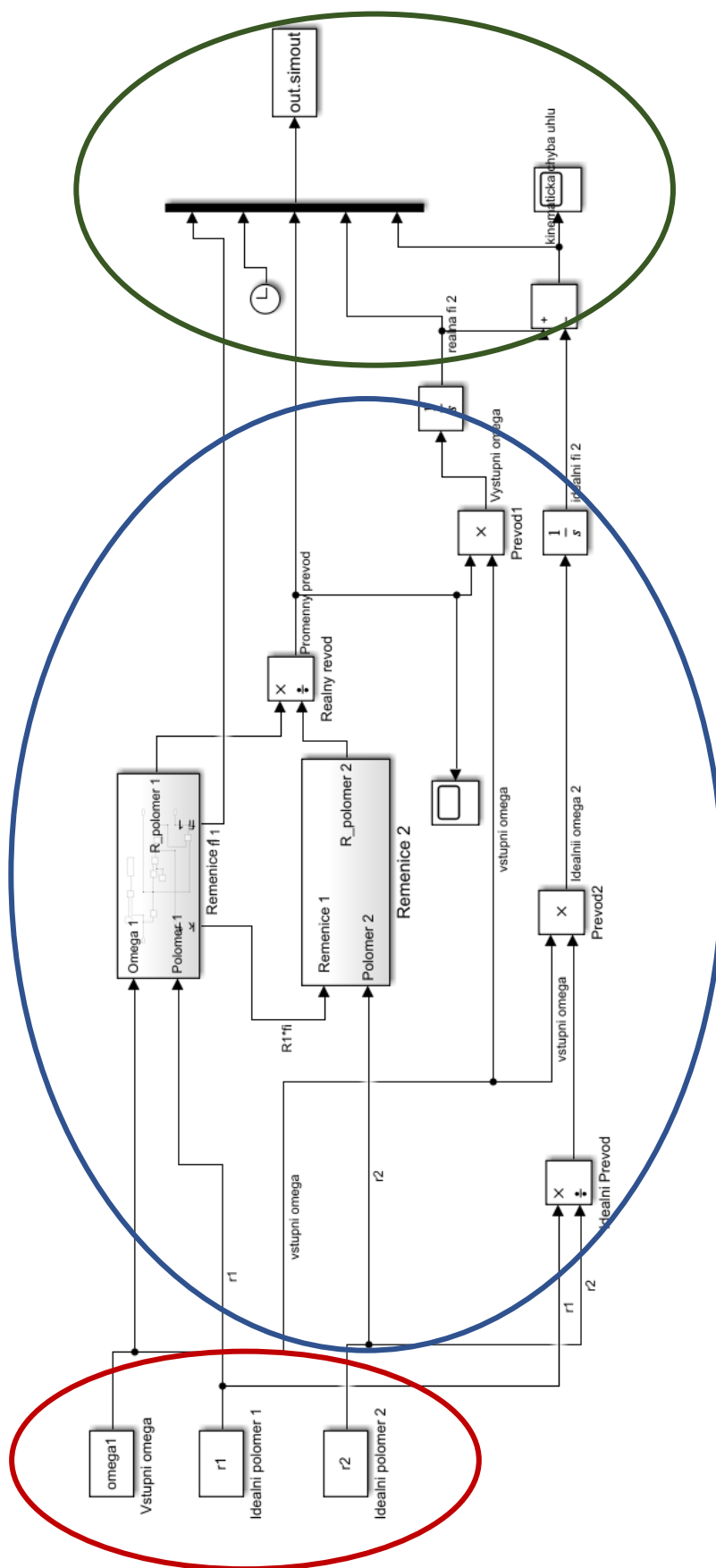
## 4) Export, zpracování výsledků a vykreslení frekvenčních spekter

Výsledná data jsou exportována pomocí bloku „Simout“ do „Workspace“ v MATLABu, kde jsou načtena a upravena pomocí skriptu do vhodné podoby k dalšímu zpracování pomocí funkce FFT.

Export

Výpočet

Definice

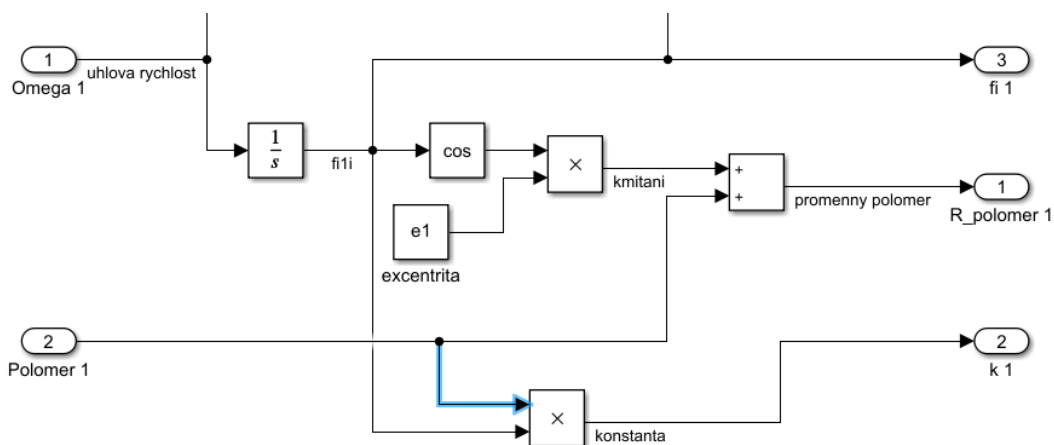


Obrázek 6.3 Matematický model kin. chyby řemenice v SW Simulink

### 6.1.1 Popis subsystémů a rozdíl mezi odvozeními

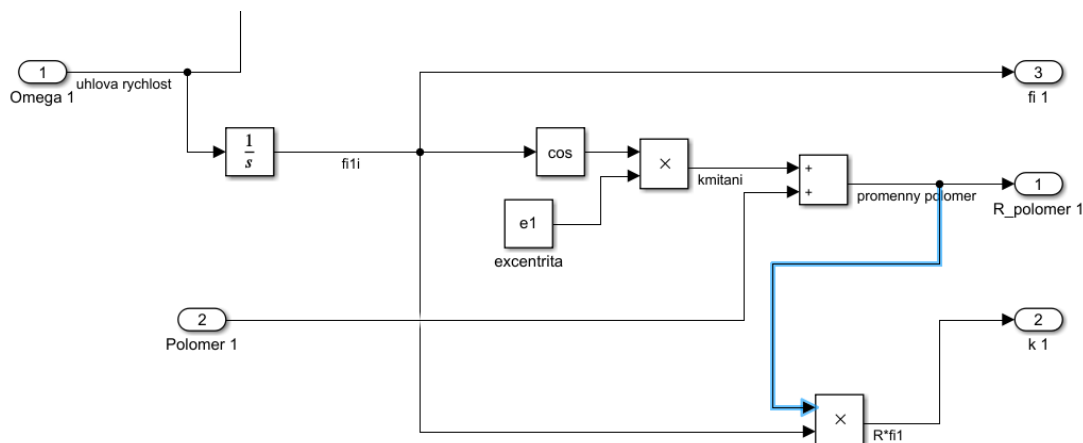
Vstupem do subsystému „Řemenice 1“ jsou u odvození A (Obrázek 6.4) i B (Obrázek 6.5) stejné parametry, které tvoří úhlová rychlost hnacího hřídele  $\omega_1$ , poloměr hnací řemenice  $r_1$  a předpokládaná excentricita  $e_1$ .

Rozdíl v modelech je pouze v jediné větvi, která vstupuje do bloku násobení se vstupním úhlem  $\varphi_1$ . V případě Obrázku 6.4 a odvození A se jedná o hodnotu definovaného poloměru  $r_1$ , v případě Obrázku 6.5 a odvození B se jedná o hodnotu proměnného poloměru  $R_1$ . Daná větev je na obrázcích modře zvýrazněna. Výstup z bloku násobení je exportován ze subsystému pod názvem  $k_1$  a slouží jako vstup do subsystému „Řemenice 2“, kde slouží k výpočtu úhlu  $\varphi_2$ , dle odvození popsanych rovnic 5.10 pro odvození A a rovnic 5.17 pro odvození B.



Obrázek 6.4 Detail matematického modelu pro odvození A

$$k_1 = r_1 \cdot \varphi_1$$

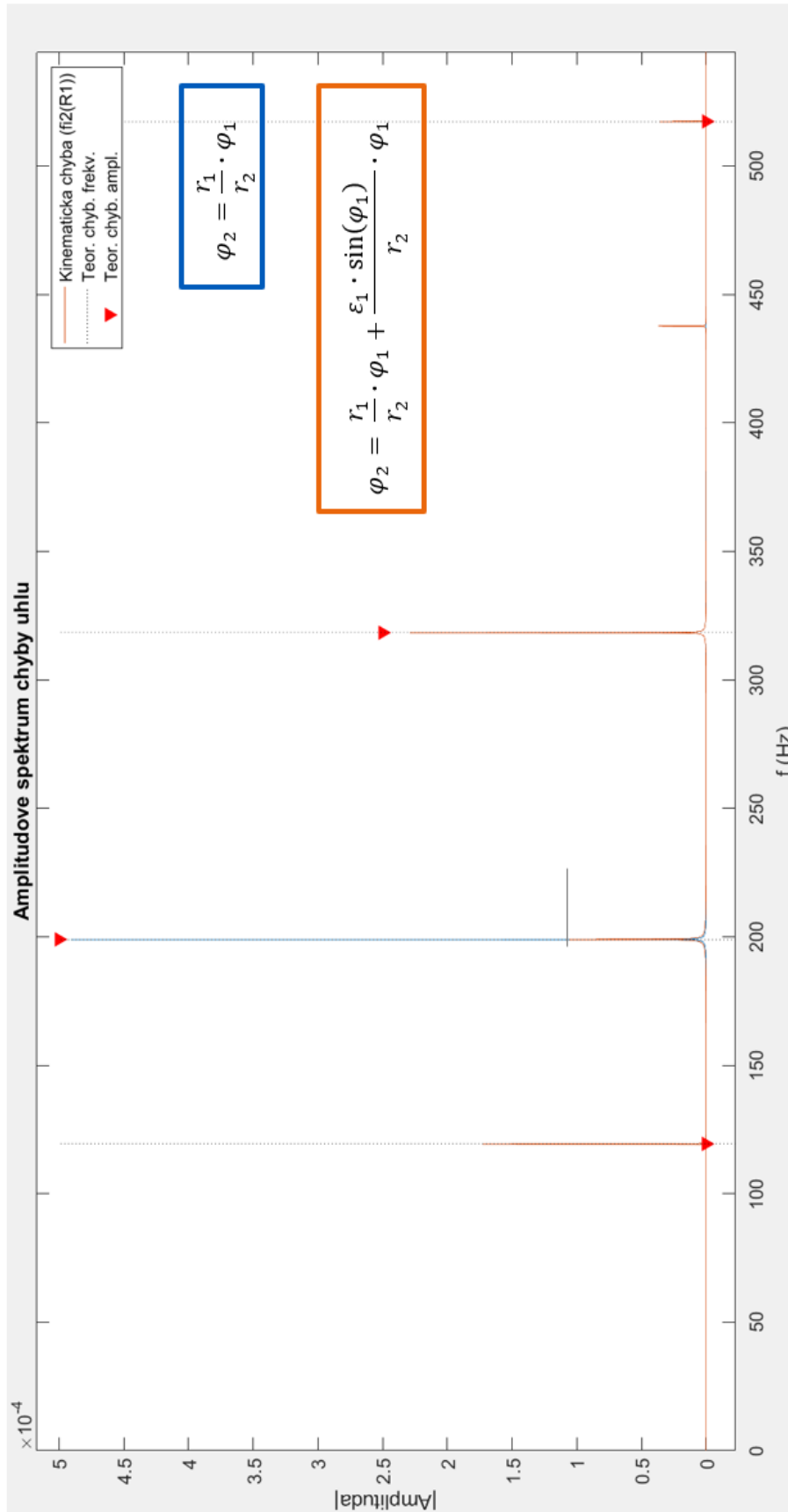


Obrázek 6.5 Detail matematického modelu pro odvození B

$$k_1 = r_1 \cdot \varphi_1 + \varepsilon_1 \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \varphi_1$$

### 6.1.2 Amplitudová spektra kinematické chyby úhlu natočení řemenice

Výsledná amplitudová spektra pro odvození A i B se zadanými hodnotami z Obrázku 6.1 jsou zobrazeny na Obrázku 6.6. Odvození typu A je vyznačeno modře, odvození typu B oranžově. V grafu jsou zavedeny také teoretické hodnoty z Tabulky 5.2, kde jsou ve formě frekvenčních čar vykresleny 4 hlavní frekvence, na kterých můžeme očekávat kinematické chyby a pomocí červených trojúhelníků jsou vyznačeny teoretické hodnoty jejich amplitud. Při porovnání jednotlivých odvození lze vidět, že se liší především na frekvenci 200 Hz, což odpovídá frekvenci výstupního hřídele. Jev je způsoben změnou výchozí podmínky odvození. Ve výsledku tedy při odvození B dochází k rozložení amplitudy na frekvenci 200 Hz mezi tzv. součtové ( $318 + 200 = 518$  Hz) a rozdílové ( $318 - 200 = 118$  Hz) frekvence, kterým ve výsledku odvození A není přikládán téměř žádný význam.



Obrázek 6.6 Srovnání frekvenčních spekter kinematických chyb výšředných řemenic

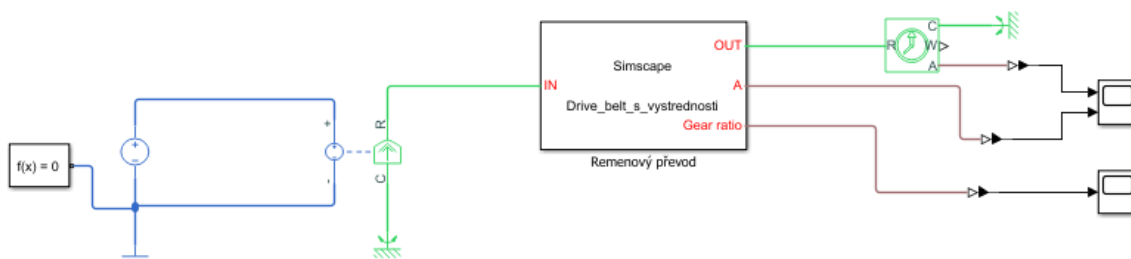


## 6.2 MODEL EXCENTRICKÉ ŘEMENICE – SIMSCAPE

Simscape je vhodným nástrojem pro tvorbu matematických modelů kinematických chyb, protože na rozdíl od základní knihovny SW Simulink nepracuje pouze s čísly, ale má v sobě zavedeny i tzv. „fyzikální“ signály, které reprezentují např. mechanickou, elektrickou nebo hydrodynamickou energii. V praxi to velmi zjednodušuje tvorbu modelů soustav a systémů, protože uživatel má k dispozici stejné komponenty, které jsou v reálném systému (např. pružina, tlumič nebo ozubené kolo).

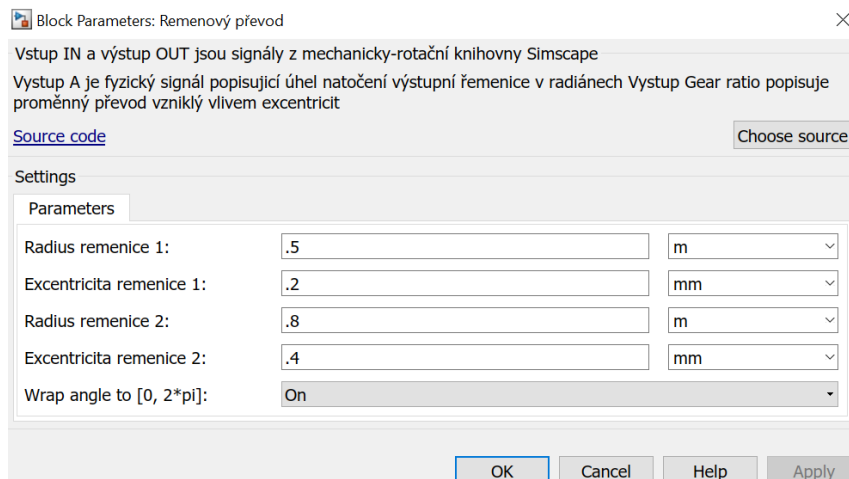
Model z kapitoly 6.1.2, který byl vytvořen v Simulinku, je korektní, ale jeho případná úprava nebo jiné zapojení vyžadují zdlouhavé zorientování se v modelu. Pro jednodušší využití při simulacích je model převeden do nadstavby Simscape.

Obrázek 6.7 zobrazuje celý simulovaný model včetně ideálního zdroje elektrické energie a ideálního pohonu. Chybový blok se skládá u jednoho vstupu označeného „IN“ pro připojení mechanické energie a tří výstupů, které reprezentují výstupní mechanickou energii (OUT), úhel natočení řemenice 2 (A) a proměnného převodového poměru (Gear ratio).



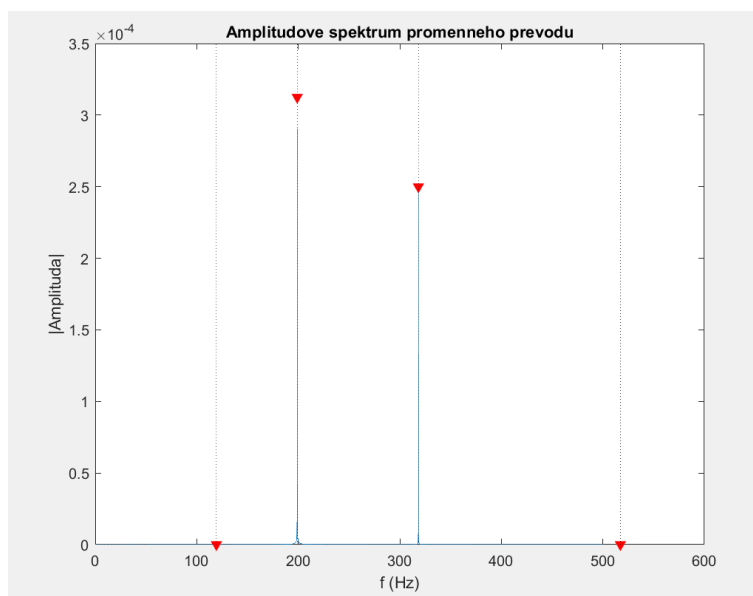
Obrázek 6.7 Zapojení chybového bloku řemenice v Simscape

Uživatel musí před simulací v nabídce chybového bloku definovat parametry převodového mechanismu. Prostředí pro definici je zobrazeno na Obrázku 6.8, kde lze také vyčíst potřebné parametry pro simulaci, kterými jsou poloměry a výstřednosti obou řemenic. V menu je také možné zvolit, jestli výsledkem simulace ve výstupu „A“ bude úhel natočení řemenice v absolutním nebo relativním (v rozmezí  $\langle 0, 2\pi \rangle$ ) tvaru.



Obrázek 6.8 Uživatelské rozhraní chybového bloku řemenice v Simscape

Na Obrázku 6.9 je zobrazeno výsledné frekvenční spektrum modelu výstředné řemenice zpracovaného v Simscape, dle odvození A z kapitoly 5.1.1. Teoretické hodnoty kinematických chyb dle tohoto odvození jsou zobrazeny pomocí červených trojúhelníků, výsledek simulace pro naprogramovaný blok ze Simscape je ve spektru vykreslen modře.



Obrázek 6.9 Výsledné frekvenční spektrum chybového bloku řemenice v Simscape

## Zdrojový kód

Zdrojový kód naprogramovaného bloku se skládá ze tří hlavních částí:

1. Definice vstupních parametrů zadávaných uživatelem
2. Definice vnitřních proměnných programu
3. Soustavy diferenciálních rovnic

Celý kód je přiložen v Příloze 1.

Na Obrázku 6.10. je zobrazen úryvek kódu, který slouží k vytvoření uživatelského okna, které umožňuje zadat vstupní parametry simulace, a definici vstupu a výstupu pro signál mechanické energie.

```

component Prevod_pomoci_vystrednych_remenic
% Vstup IN a výstup OUT jsou signály z mechanicky-rotační knihovny Simscape
% Výstup A je fyzický signál popisující úhel natočení výstupní řemenice v radiánech
% Výstup Gear ratio popisuje proměnný převod vzniklý vlivem excentricit

nodes
    C = foundation.mechanical.rotational.rotational; % IN:left
    R = foundation.mechanical.rotational.rotational; % OUT:right
end

parameters
    r_1 = { .5, 'm' }; % Radius řemenice 1
    e_1 = { .2, 'mm' }; % Excentricita řemenice 1
    r_2 = { .8, 'm' }; % Radius řemenice 2
    e_2 = { .4, 'mm' }; % Excentricita řemenice 2
    %fi_0 = { .15, 'deg' }; % Počáteční úhel natočení
    wrap_angle = simscape.enum.onoff.off; % Wrap angle to [0, 2*pi]
    %
    % 0 - Off
    % 1 - On

end

```

Obrázek 6.10 Definice vstupních parametrů v Simscape

Hlavní výhodou programování v Simscape je možnost definování soustavy diferenciálních rovnic (viz Obrázek 6.11), která je vyřešena vhodnou numerickou metodou zvolenou automaticky programem.

```

equations
    fi_1.der == C.w;
    R.w == ratio * C.w;
    ratio == (r_1/r_2)+delta_p;
    delta_p == (e_1/r_2)*cos(fi_1)-((r_1*e_2)/r_2^2)*cos((r_1/r_2)*fi_1)
    t_out == ratio * t_in;
    omega_2 == R.w;
    fi_2.der == omega_2
    p == ratio;

```

Obrázek 6.11 Definování diferenciálních rovnic v programovacím jazyce Simscape

## 7 VYKRESLENÍ FREKVENČNÍCH SPEKTER

V této kapitole jsou popsány různé způsoby vykreslení frekvenčních spekter v MATLABu a v jeho nadstavbách. Následně je vybrán nejvhodnější způsob pro vykreslení frekvenčních spekter a spektrálních čar na chybových frekvencích. Tento způsob je dále rozpracován a jeho pomocí jsou sestrojeny bloky pro analýzu otáček měřeného nebo simulovaného signálu.

### 7.1 MOŽNOSTI VÝPOČTU FFT

Vykreslení frekvenčních spekter je v MATLABu a jeho nadstavbách možné více způsoby. Mezi nejpoužívanější patří:

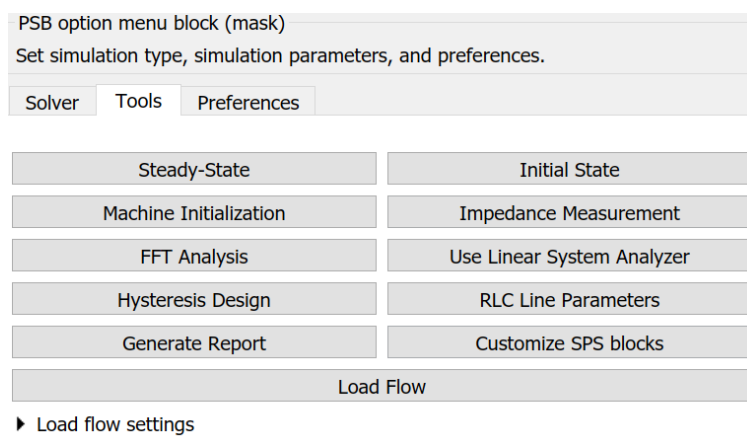
**Blok POWERGUI** z nadstavby Simscape Electric

Kombinace bloků FFT a Array Plot z knihovny **DSP System Toolbox**

**Funkce FFT** ze základní knihovny MATLAB

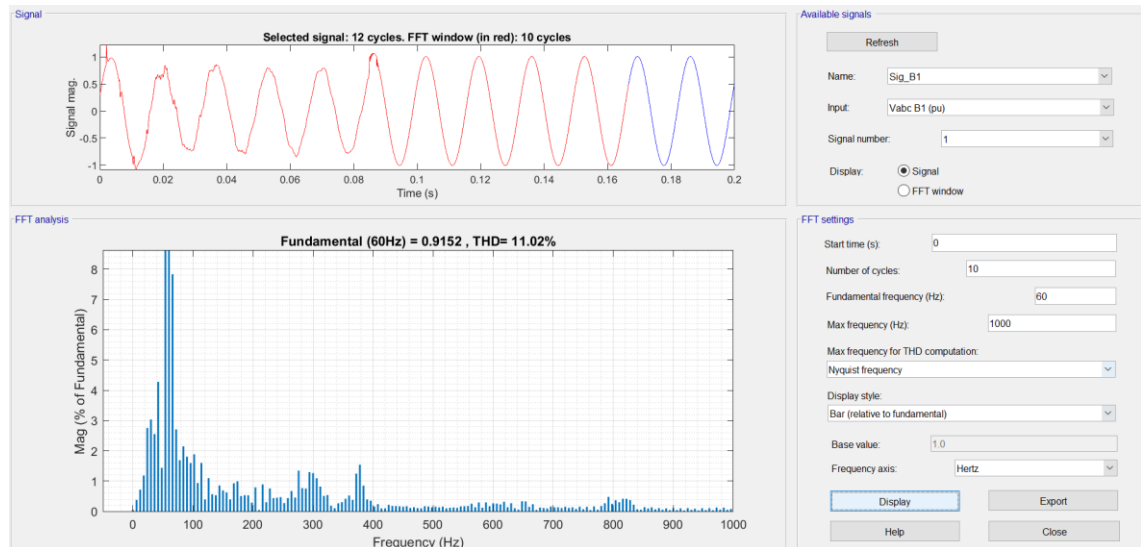
#### 7.1.1 Powergui

Powergui je velmi užitečný nástroj z knihovny Simscape Electric, který umožňuje analýzu spojitých i diskrétních signálů. FFT analýza je pouze jednou z funkcí bloku, celý seznam funkcí je zobrazen na Obrázku 7.1.



Obrázek 7.1 Powergui menu

Obrázek 7.2 obsahuje diagnostické okno funkce FFT v „Powergui“ bloku, kde je možné zvolit analyzovaný signál, počáteční čas analýzy, počet cyklů, které budou analyzované, základní frekvenci a maximální frekvenci.



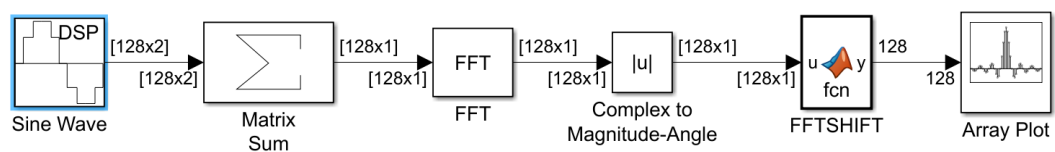
Obrázek 7.2 Powergui FFT analýza

Vzhledem ke své složitosti není „Powergui“ vhodný pro úpravu a vykreslování spektrálních čar na chybových frekvencích.

### 7.1.2 DSP System Toolbox

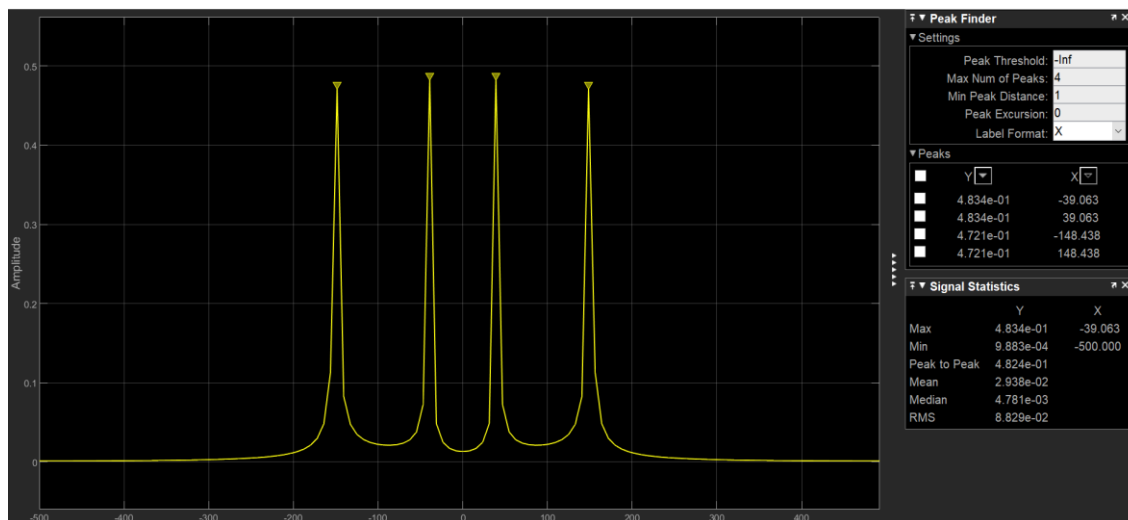
DSP System Toolbox je nadstavba MATLABu a Simulinku, která poskytuje algoritmy, aplikace a grafy pro design, simulace a analýzu signálů.

Nejjednodušší příklad zpracování signálu pomocí této knihovny je zobrazen na Obrázku 7.3



Obrázek 7.3 Zapojení pro vykreslení frekvenčního spektra v DSP[3!]

Výstup v podobě dvojstranného frekvenčního spektra je zobrazený v bloku „Array Plot“ na Obrázku 7.4, kde lze vidět i vestavěné funkce bloku hledání „peaků“ a jejich analýzu.



Obrázek 7.4 Frekvenční spektrum v DSP

Graf lze upravit i v Simulinku, ale pro editaci grafu je nejlepší využít možnosti exportu do MATLABu. Toho lze dosáhnout zaškrtnutím možnosti “Save Data to Workspace” v nastavení bloku.

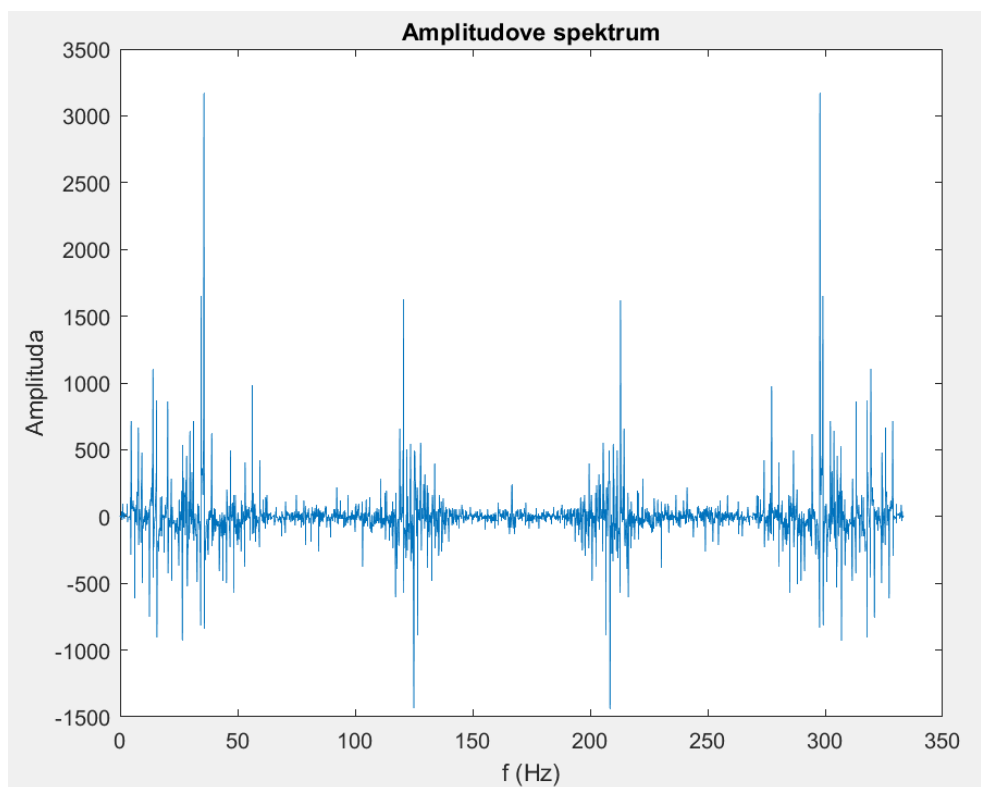
### 7.1.3 MATLAB

Využití MATLABu pro vykreslení frekvenčních spekter je z hlediska programování nejnáročnější, ale zároveň umožňuje největší možnosti editace výsledného grafu a je proto vhodný pro vykreslování spektrálních čar na chybových frekvencích.

Prvním krokem k vykreslení amplitudového frekvenčního spektra je proložení signálu přímkou, což umožňuje odečtení základní složky, která by se ve frekvenčním spektru zobrazovala na frekvenci 0 Hz.

Dalším krokem k vytvoření frekvenčního spektra, je takto upravený časový záznam nebo simulovaný signál přetransformovat pomocí funkce FFT do frekvenční oblasti.

Výstupem této funkce je však dvoustranné spektrum (viz. Obrázek 7.5), které je zapotřebí převést na spektrum jednostranné.



Obrázek 7.5 Dvoustranné amplitudové spektrum z MATLABu

Převod spektra vyžaduje zkrácení příslušného vektoru na polovinu a následné vynásobení amplitud spektra na dvojnásobek, aby byla zachována jejich hodnota. Souběžně s tímto procesem je zpracováván i vektor frekvencí, který je následně v grafu spojen s vektorem amplitud. Je nutné dodržet Nyquistův teorém, aby bylo možné nalezené špičky přesně přiřadit k odpovídající frekvenci. Ukázka skriptu pro převod do frekvenčního spektra je na Obrázku 7.6.

```

%Vypocet polynomu pro odečtení spektrální čáry v 0 Hz
pl=polyfit(t,w,l);
polynom1 = polyval(pl,t);
w_clean = w-polynom1;

%Fourierova transformace signalu
Yw = fft(w_clean);           %Fourierova transformace pro w

% Vypocet dvojstraneho spektra a jeho prevod na jednostranne pro w
P2w = abs(Yw/L);
Plw = P2w(1:L/2+1);
Plw(2:end-1) = 2*Plw(2:end-1);
    
```

*Obrázek 7.6 Skript pro výpočet FFT*

Pro vykreslení spektrálních čar je nutné definovat chybové frekvence dle analyzovaného mechanismu. Na Obrázku 7.7 je část skriptu, která definuje teoretické chyby ozubeného převodu dle vztahů z kapitoly 5.2.

```

%Definice teoretickych frekvenci chyb

f1 = mean(n_ist_vctr(b))/60;           %frekvence hnaci remenice
f1_2 = 2*f1;                          %druha harmonicka frekvence hnaci remenice
f2 = f1*z1/z2;                        %frekvence vystupni remenice
GMF = f1*z1;                          %Gear meshing frekvence
GMF_2 = 2 * GMF;                      %Gear meshing frekvence - druha harmonicka
GMF_3 = 3 * GMF;                      %Gear meshing frekvence - treti harmonicka
f_R = f1*z1/zr;                       %frekvence remenu
f_M = 8*f1;                           %druha harmonicka frekvence 4pol-motoru
    
```

*Obrázek 7.7 Definice chybových frekvencí ve skriptu*

Nakonec je nutné definovat bod skrz, který bude spektrální čára procházet. Je k tomu využita spočítaná frekvence a příkaz „ylim“. Následně jsou funkcí „plot“ čáry vykresleny.



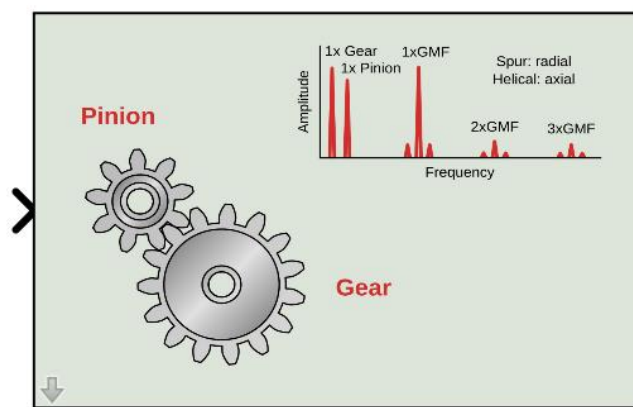
## 7.2 BLOKY PRO VYKRESLENÍ CHYBOVÝCH ČAR

V podkapitole 7.2 jsou zpracovány bloky pro vykreslení frekvenčních spekter a spektrálních čar chybových frekvencí pro signály v Simulinku. Teoretické hodnoty frekvencí, na kterých jsou spektrální čáry vykresleny, jsou převzaty z kapitoly 5.

Na základě možností popsaných v podkapitole 7.1 je vybrána možnost zpracování spekter pomocí funkce FFT v základní knihovně MATLABu. Signál závislý na čase je tedy nutno exportovat i se všemi potřebnými informacemi, včetně informací o převodovém mechanismu ve standardizovaném tvaru, tak aby mohl blok připojen k jakémukoli signálu a nevyžadoval žádný zásah uživatele.

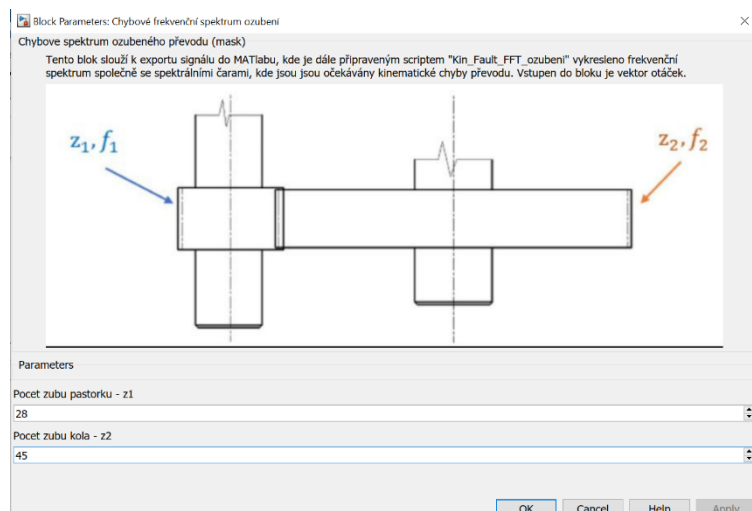
### 7.2.1 Chybový blok ozubení

Na Obrázku 7.8 je zobrazen blok „Chybové frekvenční spektrum“, který umožňuje exportovat signál otáček vstupní hřídele ozubeného převodu ze Simulinku do „Workspace“ v prostředí MATLAB. V bloku lze definovat počet zubů na jednotlivých kolech ozubeného převodu viz. Obrázek 7.9.



**Chybové frekvenční spektrum**

*Obrázek 7.8 Chybový blok ozubeného převodu*



Obrázek 7.9 Uživatelské rozhraní chybového bloku ozubení

Výsledky simulace jsou načteny připraveným skriptem „Kin\_Fault\_FFT\_ozubeni“ viz. Obrázek 7.10.

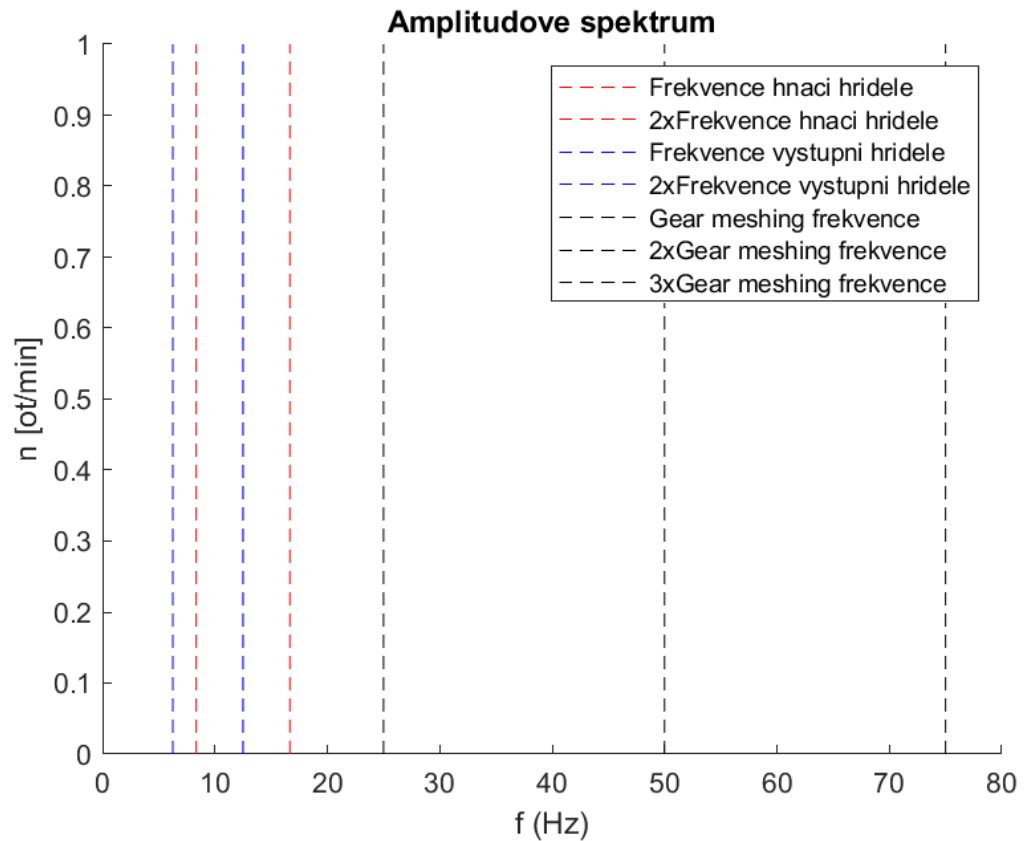
```

%Načtení výsledku simulace
t=out.tout(:,1);
n=out.FFT_var.signals.values(:,1);
z1 = out.FFT_var.signals.values(1,2);
z2 = out.FFT_var.signals.values(1,3);
L = length(t)-1;
fs = 1/(t(2)-t(1));

```

Obrázek 7.10 Načtení výsledků simulace pro zpracování spektra ozubení

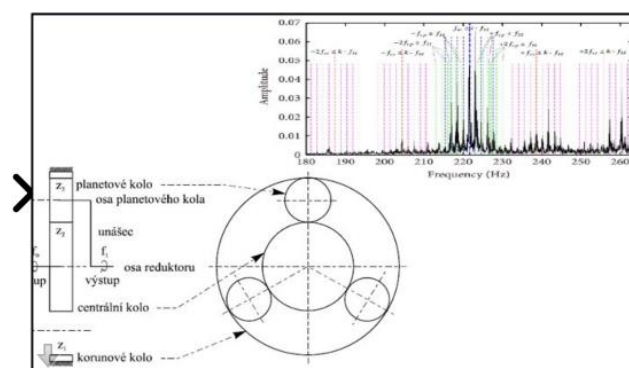
Data jsou dále zpracována dle postupu z podkapitoly 7.1.3 a nakonec vykreslena ve frekvenčním spektru společně s chybovými frekvencemi. Výsledné spektrum je zobrazeno na Obrázku 7.11, kde jsou červeně vykresleny spektrální čáry očekávaných kinematických chyb způsobených frekvencí otáčení vstupní hřídele a jejich harmonických, modře frekvence výstupní hřídele a černě záběrová frekvence se svými harmonickými. Celý skript je přiložen v Příloze 2.



Obrázek 7.11 Vykreslené spektrální čáry na chybových frekvencích ozubení

## 7.2.2 Chybový blok planetové převodovky

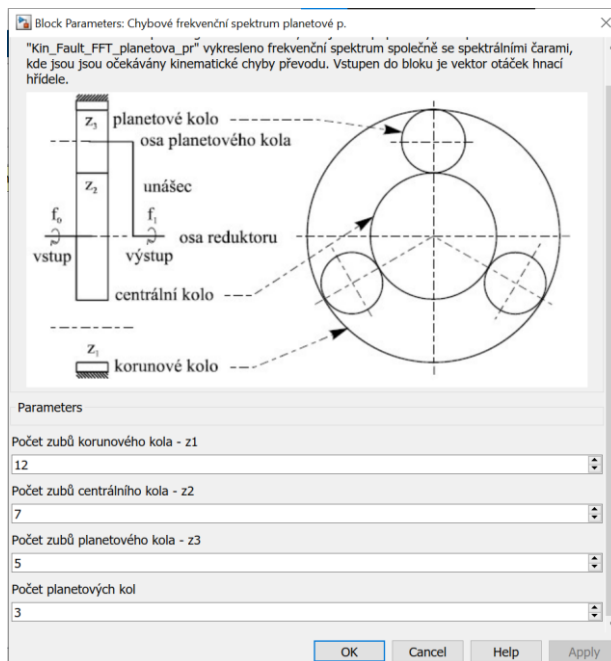
V této podkapitole je popsán blok „Chybové frekvenční spektrum planetové převodovky“ (viz. Obrázek 7.12), který obdobně jako blok v podkapitole 7.2.1 umožňuje export signálu společně s parametry převodu ze Simulinku do prostředí MATLABu.



Chybové frekvenční spektrum planetové p.

Obrázek 7.12 Chybový blok planetové převodovky

Rozdíl mezi bloky spočívá v parametrech převodu, které jsou uživatelem definovány v nabídce bloku (viz. Obrázek 7.13). Pro správné vykreslení spektrálních čar na teoretických chybových frekvencích je nutné definovat kromě počtu planet i počet zubů korunového, centrálního a planetového kola.



Obrázek 7.13 Uživatelské rozhraní chybového bloku planetové převodovky

Výsledky simulace jsou načteny připraveným skriptem v MATLABu „Kin\_Fault\_FFT\_planetova\_pr“ viz. Obrázek 7.14.

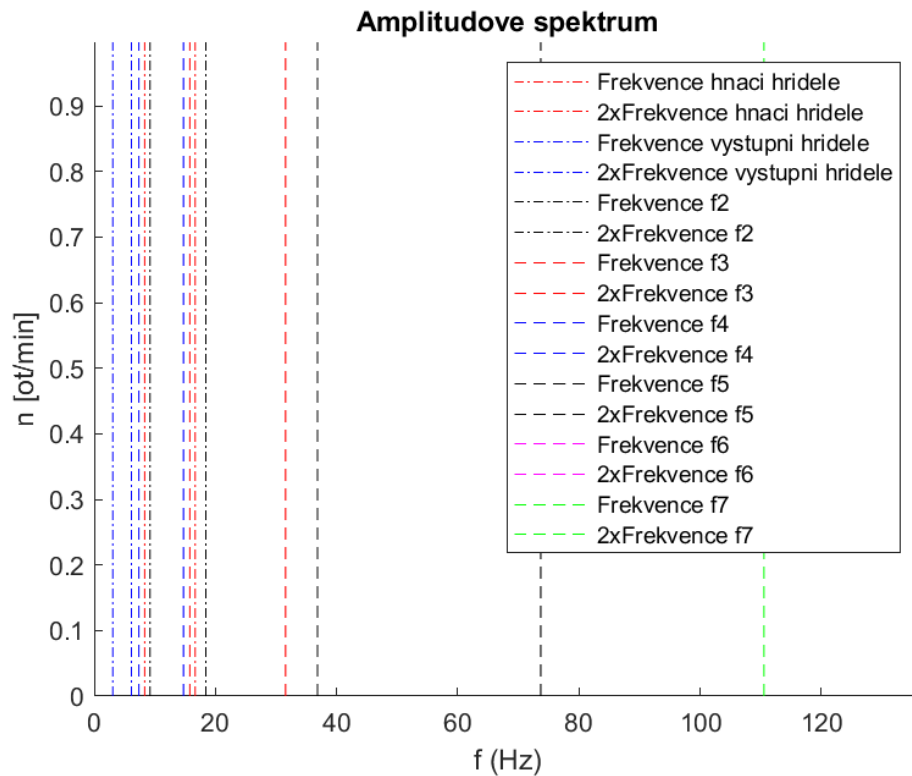
```

%Načtení výsledku simulace
t=out.tout(:,1); %Vektor času
n=out.FFT_planeta.signals.values(:,1); %Vstupní otacky
z1 = out.FFT_planeta.signals.values(1,2); %Pocet zubu korunového kola
z2 = out.FFT_planeta.signals.values(1,3); %Pocet zubu centralního kola
z3 = out.FFT_planeta.signals.values(1,4); %Pocet zubu planety
p = out.FFT_planeta.signals.values(1,5); %Pocet planet
L = length(t)-1; %Velikost vektoru
fs = 1/(t(2)-t(1)); %Vzorkovací frekvence

```

Obrázek 7.14 Načtení výsledků simulace pro zpracování spektra planetové převodovky

Data jsou opět dále zpracována dle postupu z podkapitoly 7.1.3 a nakonec vykreslena ve frekvenčním spektru společně s chybovými frekvencemi. Výsledné spektrum je zobrazeno na Obrázku 7.15, kde jsou frekvence značeny dle zavedeného značení z kapitoly 5. Skript pro vykreslení frekvenčních spekter a spektrálních čar chybových frekvencí planetové převodovky je přiložen v Příloze 3.



Obrázek 7.15 Vykreslené spektrální čáry na chybových frekvencích planetové převodovky

Spektrální čáry jsou tedy vykresleny na frekvencích, které se shodují s:

- Otáčení centrálního kola, tj. vstupního hřídele reduktoru .....  $f_0$
- Otáčení unášeče, tj. výstupního hřídele reduktoru.....  $f_1$
- Dotyk zvoleného zubu korunového kola s planetovými koly.....  $f_2$
- Dotyk zvoleného zubu centrálního kola s planetovými koly.....  $f_3$
- Dotyk zvoleného zubu planetového kola buď s korunovým kolem  
nebo s centrálním kolem .....  $f_4$

Frekvence dotyku zubů korunového kola se zuby jednoho planetového kola,  
tj. základní zubová frekvence .....  $f_5$

Frekvence dotyku zubů korunového kola současně se všemi planetovými koly...  $f_6$

Frekvence dotyku zubů korunového kola postupně se všemi planetovými koly  
(vždy jen jedno planetové kolo přenáší krouticí moment) .....  $f_7$

## 8 MĚŘENÍ

V této kapitole jsou aplikovány teoretické poznatky a modely z předchozích kapitol, které jsou porovnány s výsledky měření na průmyslovém stroji. Jedná se o stroj, který je v měřené ose poháněn pomocí ozubené řemenice a kuličkového šroubu. Stroj byl anonymizován z důvodu použití neveřejných technických parametrů.





### 8.1 ZPRACOVÁNÍ DAT

Data byla převzata z měření provedeného vedoucím BP Ing. Janem Moravcem, Ph.D. Měření obsahuje různé rychlosti posuvu ve směry osy, která je definována jako osa x. Pro vyhodnocení měření a vykreslení teoretických chybových frekvencí bylo nutné zjistit i počty zubů na jednotlivých řemenicích a ozubeném řemenu.

Počet zubů hnací řemenice	$z_1$	28
Počet zubů hnané řemenice	$z_2$	45
Počet zubů ozubeného řemenu	$z_f$	80

#### 8.1.1 Načtení naměřených dat

Naměřená data jsou uložena ve formátu „MATLAB DATA (.mat)“ a je tedy možné je jednoduše importovat do „Workspace“ buď příkazem „load“ nebo otevřením souboru. Naměřeno je celkem 6 různých signálů pro každou  $v_x$ . Každý signál je definován čtyřmi vektory (třídami), kterými jsou rychlost posuvu, čas, jednotka a název signálu (viz. Obrázek 8.1).

Import	Name ^	Size	Bytes	Class
<input checked="" type="checkbox"/>	 DATAexp	1x6	1445232	cell
<input checked="" type="checkbox"/>	 DIMENSION	1x6	696	cell
<input checked="" type="checkbox"/>	 NAME	1x6	746	cell
<input checked="" type="checkbox"/>	 TIMEexp	1x6	1445232	cell

Obrázek 8.1 Třídy importovaných signálů

Měřené signály, jejich název a jednotky jsou popsány ve Tabulce 8.1

*Tabulka 8.1 Importované signály*

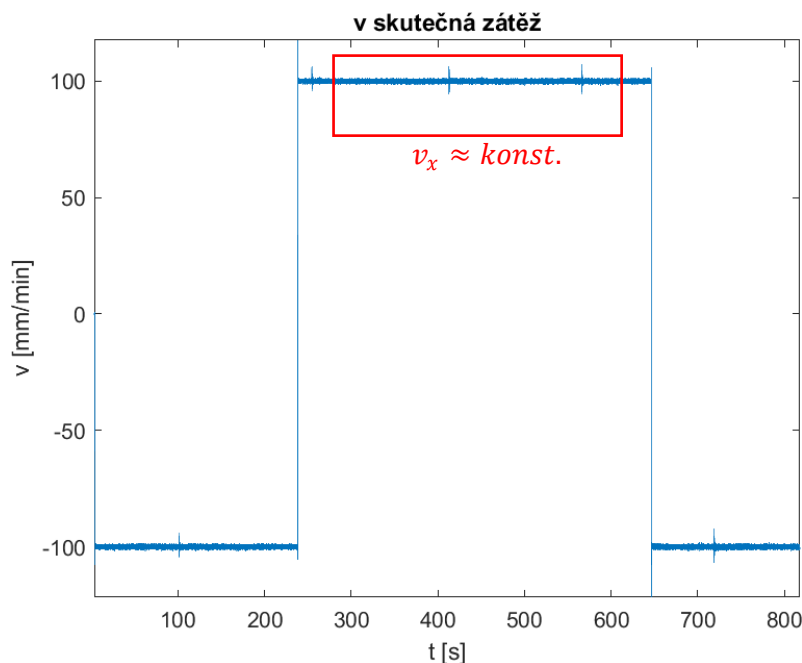
Signál	DIMENSION	NAME
Skutečný posuv osy	<i>mm/min</i>	V_skutecna/X
Požadovaný posuv osy	<i>mm/min</i>	V_nom/X
Skutečný posuv osy – signál motoru	<i>mm/min</i>	V_act_vctrl/X
Požadovaný posuv osy – signál motoru	<i>mm/min</i>	V_nom_vctrl/X
Skutečné otáčky hnací řemenice	<i>ot/min</i>	N_act/X
Požadované otáčky hnací řemenice	<i>ot/min</i>	N_nom/X

Rozdíl mezi signály posuvu pro zátěž a motor spočívá ve vzorkovací frekvenci. Vzorkovací frekvence pro signál motoru je násobně vyšší, což umožňuje vykreslení širšího frekvenčního spektra. Nevýhodou tohoto signálu je, že se nejedná o přímo měřenou veličinu, ale o signál, který je vnitřně přepočítáván z měřených otáček hnací řemenice.



### 8.1.2 Vykreslení spekter

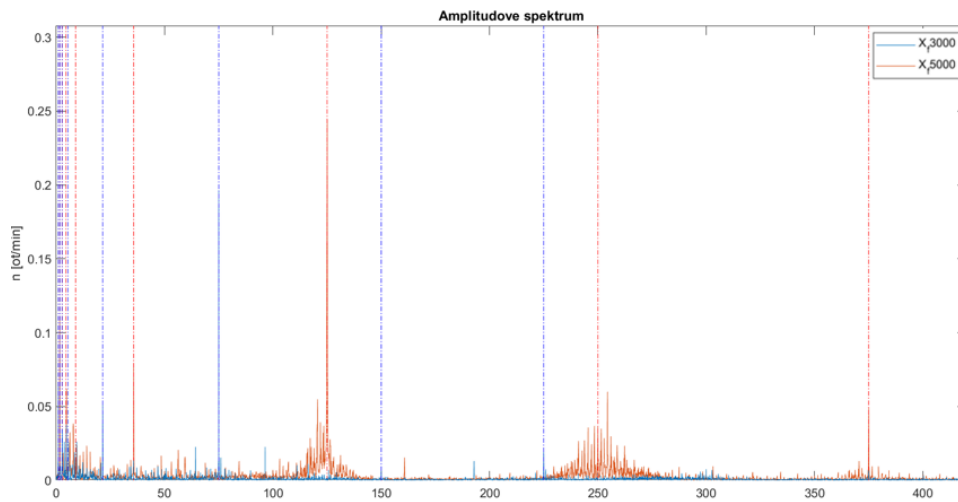
K vykreslení spekter je opět použit SW MATLAB, kde jsou pro výpočet teoretických hodnot frekvencí použity vztahy pro chybové frekvence ozubení z kapitoly 5. Každé z měření zachycuje pojezd po celé délce pohybové osy. Vzhledem k rozdílným rychlostem posuvu, jsou však měření různě dlouhá a vyžadují individuální zadání zkoumaného vektoru dat, protože nemohou být k výpočtu použita celá. Na Obrázku 8.2 je zobrazen příklad naměřených dat. Pokud by bylo požitó celé měření dojde k chybnému výpočtu spektra kinematických chyb, protože není dodržena podmínka  $v_x \approx konst.$  K analýze měření se tak využívá pouze červeně vyznačená část měření, která tuto podmínku splňuje.



Obrázek 8.2 Měření závislost rychlosti posuvu v ose x na čase

Obdobná podmínka  $n \approx konst$  platí při výpočtu frekvenčního spektra otáček hnací řemenice. U spekter otáček a rychlosti posuvu vznikají chyby na stejných frekvencích a liší se pouze hodnoty a jednotky jejich amplitud.

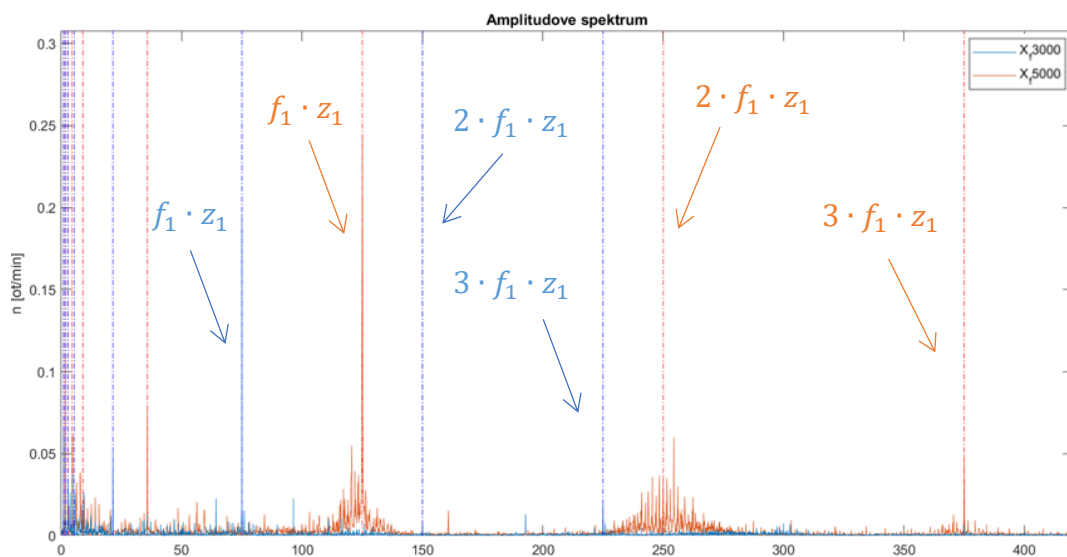
Na Obrázku 8.3 jsou jako ukázka výstupu zpracovaného měření pomocí naprogramovaného skriptu vykreslena frekvenční spektra otáček při rychlostech posuvu 3000 a 5000 mm/min.



Obrázek 8.3 Frekvenční spektra otáček při posuvu 3000 a 5000 mm/min

## 8.2 ANALÝZA VÝSLEDKŮ

Z Obrázku 8.4 lze konstatovat, že frekvenční spektrum měření vypadá dle očekávání, protože „peaky“ vznikají právě na frekvencích, kde jsou vykresleny spektrální čáry dle matematického modelu. Porovnáním výsledků dvou měření je zároveň dokázán kinematický původ chyb, protože chyby se v závislosti na rychlosti otáčení řemenic posouvají dle lineární závislosti do vyšších frekvencí.



Obrázek 8.4 Zobrazení GMF ve frekvenčních spektrech měření

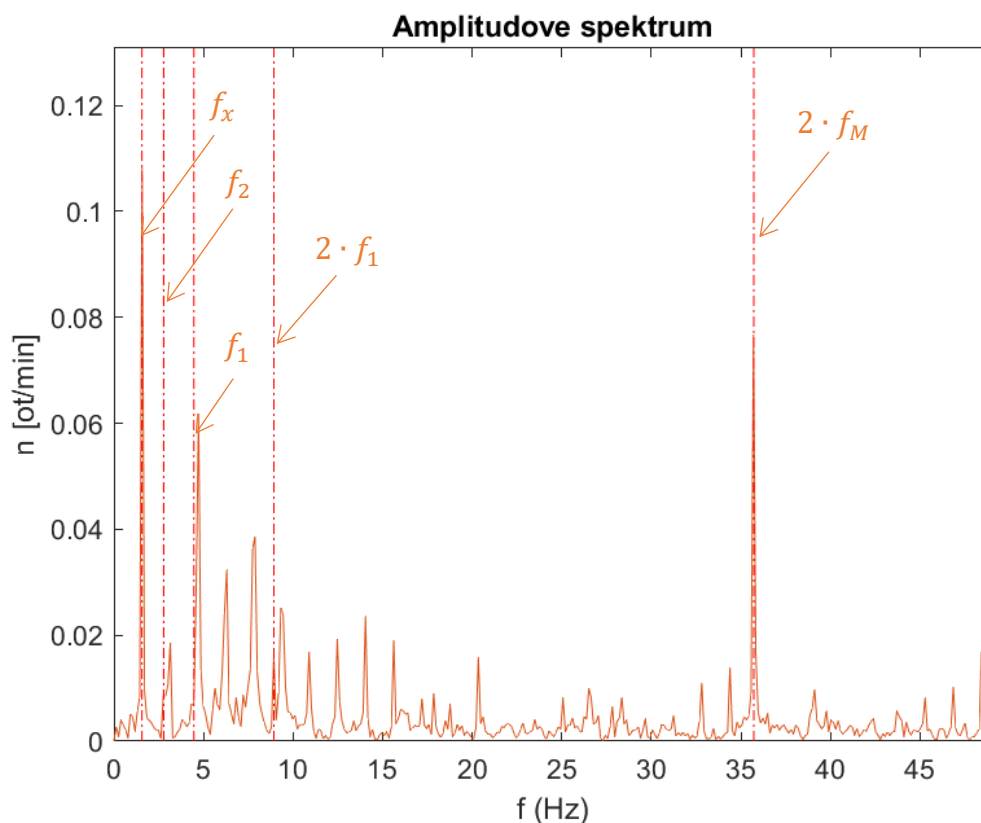
Obrázek 8.4 porovnává záběrové frekvence ozubených řemenic získaných měřením posuvu osy x rychlostmi 3000 a 5000 mm/min, ale nelze z něj přehledně vyčíst nižší frekvence, jako jsou například frekvence otáčení hnací a hnané řemenice.

„Peaky“ o nižších frekvencích jsou proto zobrazeny na Obrázku 8.5, kde se kromě odvozených frekvencí  $f_1, f_2$  vyskytují dvě nové výrazné složky  $f_x, f_M$ , které byly analyzovány a popsány. Výsledné vztahy pro tyto frekvence jsou:

$f_M$	$4 \cdot f_1$	Frekvence čtyřpólového motoru
$f_x$	$f_1 - f_2$	Rozdílová frekvence otáček řemenic

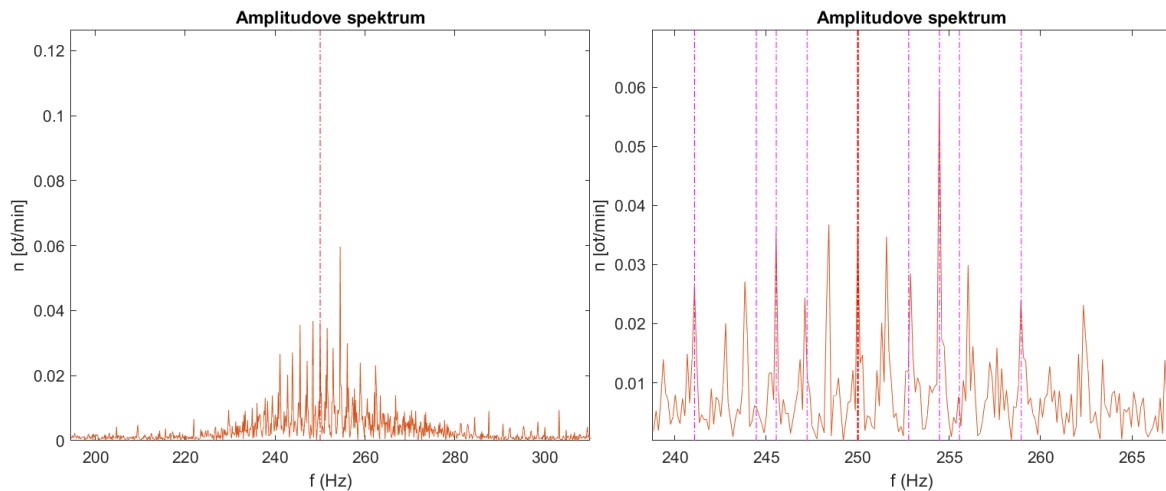
Frekvence  $f_M$  může být s velkou pravděpodobností prohlášena za chybu způsobenou nerovnoměrným chodem motoru, ale vzhledem k velmi vysoké amplitudě  $f_x$  zde může docházet k součtu chyb, které mají rozdílný původ. Další chybou, která by se mohla vyskytovat na této frekvenci je například chyba způsobená nerovnoměrným vytaháním řemene popsaná vztahem 8.1.

$$f_x = \frac{f_1 \cdot z_1}{z_ř} \quad (8.1)$$



Obrázek 8.5 Amplitudové spektrum měření – nízké frekvence

Další chybou, která se projevila v naměřených datech a zároveň byla rozebírána v této práci, je vznik postranního spektra u záběrových frekvencí. Tento jev je popsán Obrázkem 8.6, kde dle očekávání dochází ke vzniku postranních „peaků“ ve vzdálenostech  $f_1, f_2$  od záběrové frekvence.



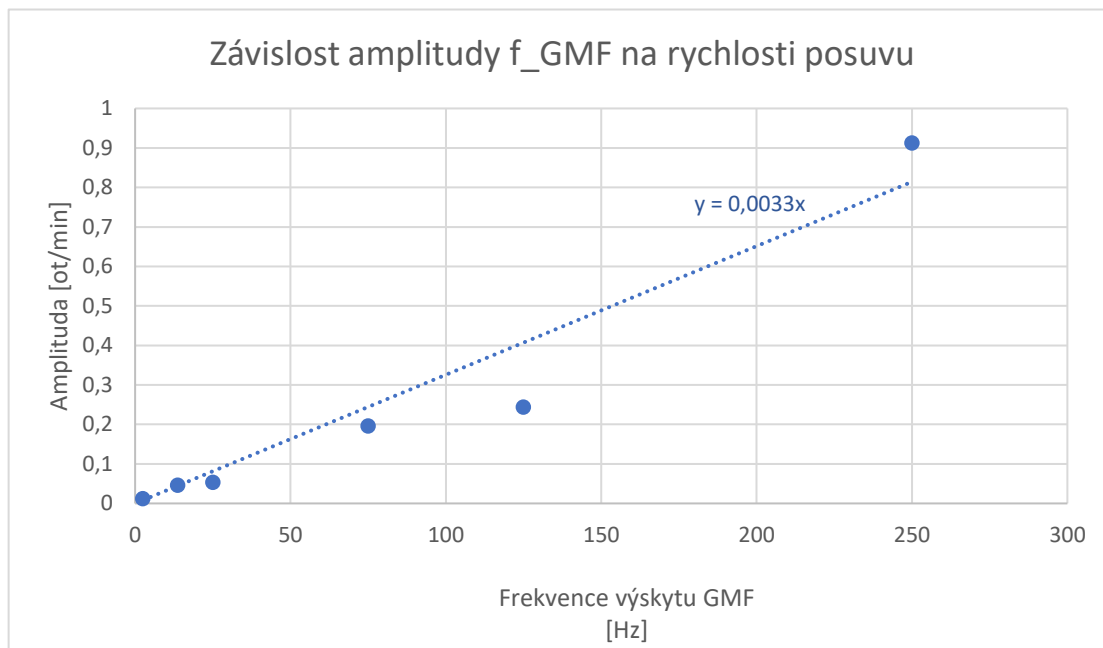
Obrázek 8.6 Vznik postranního spektra GMF

Kompletní srovnání modelu a měření je uvedeno v Tabulce 8.2, kde jsou vypsány skutečné a teoretické hodnoty záběrové frekvence pro všechny naměřené rychlosti posuvu.

Tabulka 8.2 Srovnání teoretických a naměřených chybových frekvencí

Rychlost posuvu [mm/min]	$f_{GMF}$ teoretické [Hz]	$f_{GMF}$ naměřené [Hz]	Amplituda [ot/min]
100	2,5	2,501	0,0125
550	13,75	13,75	0,0465
1000	25,001	25	0,0533
3000	75,003	75	0,196
5000	125,005	125,1	0,244
10000	250,006	250	0,913

Naměřená data zároveň mohou být použita k popsání teoretické hodnoty amplitudy „peaku“ vyskytujícího se ve frekvenčním spektru. Toho je za předpokladu lineární závislosti hodnoty amplitudy na rychlosti posuvu dosaženo provedením lineární regrese. Tento krok je pro „peak“ na hodnotě  $f_{GMF}$  zobrazen na Obrázku 8.7.



Obrázek 8.7 Lineární regrese

Směrnice proložené přímkou je rovna 0,033 a udává koeficient který může být použit pro výpočet teoretické hodnoty amplitudy. Jedná se však o velmi hrubý odhad, protože byl zpracován relativně malý počet měření.

## 9 ZÁVĚR

Z provedené rešerše vyplynulo, jaké převodové mechanismy jsou ve výrobních strojích a robotech běžně používány a jaké jsou jejich konkrétní výhody a aplikace. Dále bylo popsáno, jaké musí být dodrženy podmínky, aby signál mohl být analyzován pomocí Fourierovy transformace. Pro Fourierovu transformaci byl nalezen vhodný algoritmus ke zkrácení výpočetního času a na konkrétním příkladě ukázán vliv jevu zvaného „aliasing“.

Na závěr rešeršní části jsou popsány frekvence kinematických chyb, které se mohou vyskytovat v konkrétních převodech. Pro řemenový převod byly porovnány dva matematické modely simulující vliv excentrické řemenice. Závěrem srovnání je, že rozdílným přístupem k zanedbání velmi malých čísel může vzniknout poměrně velký rozdíl v amplitudách očekávaných chyb. Pro ozubené převody jsou popsány charakteristické frekvence vzniku kinematických chyb a také projevy konkrétních poruch na frekvenční spektrum. Pro planetové převody jsou také popsány typické frekvence a jejich závislost na otáčkách vstupní a výstupní hřídele.

V praktické části je nejprve zpracována kinematická chyba excentrické řemenice, která je vymodelována v softwarech Simulink a Simscape. Model v Simulinku byl vytvořen pro obě odvození z rešeršní části a slouží k vykreslení a porovnání jejich frekvenčních spekter. Model v Simscape využívá možností moderní knihovny, která umožňuje sestavování reálných systémů pomocí tzv. „fyzikálních“ signálů, a je zjednodušen do chybového bloku. Chybový blok tedy simuluje chování excentrické řemenice a je přizpůsoben tak, aby mohl být připojen do modelu reálného mechanismu.

Pro chyby ozubení a planetové převodovky byly zavedeny pouze frekvence kinematických chyb, protože se na rozdíl od modelu excentrické řemenice nepodařilo odvodit ani dohledat vztahy pro amplitudy chyb. Bez znalosti teoretických hodnot amplitud není možné sestavit blok, který by mohl být použit pro generování chyby v simulacích. Byly proto sestaveny bloky do SW Simulink pro vyhodnocení simulací a měření otáček převodových mechanismů.

Bloky pro vykreslení spektrálních čar byly sestaveny pro zapojení v SW Simulink, nicméně k vykreslení frekvenční spekter signálu a chybových spektrálních čar je použit MATLAB, do kterého jsou data exportována. Tato forma řešení byla zvolena jako nejvhodnější, protože Simulink ani jeho rozšíření DSP System Toolbox nebo Simscape nenabízejí vhodný nástroj pro vykreslení a editaci frekvenčního spektra.

Na závěr bylo pořízeno měření na průmyslovém stroji, jehož pohonová osa je poháněna ozubeným řemenovým převodem. Výsledné frekvenční spektrum měření bylo následně porovnáno s teoretickými frekvencemi kinematických chyb. Měření potvrdilo funkčnost matematických modelů a ukázalo další možnosti rozšíření modelů ozubení, kde by bylo možné dostatečným počtem měření experimentálně určit přibližnou hodnotu amplitud kinematických chyb na zkoumaných frekvencích.

Vhodným námětem pro další práce v této oblasti může být rozšíření modelů jednotlivých převodů o chyby způsobené dynamikou nebo tuhostí mechanismů. Z praktického hlediska lze navázat naprogramováním skriptu s funkcí automatického nalezení „peaků“ v měření a jejich porovnání s teoretickou hodnotou.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] ŠVEC, Vladimír a České vysoké učení technické v Praze. Strojní fakulta. *Části a mechanismy strojů: mechanické převody*. 1. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1999. ISBN 80-01-01934-9.
- [2] BOHÁČEK, František. *Části a mechanismy strojů III. Převody*. 2. vyd. Brno: VUT Brno, 1987. 267 s. ISBN 55-618-87
- [3] KALÁB, Květoslav. *Části a mechanismy strojů pro bakaláře: Části pohonů strojů*. 1. vyd. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, 2008. 128 s. ISBN 978-80-248-1860-3.
- [4] Rozdělení dle průřezu řemene. In: Wikipedie: otevřená encyklopedie [online]. Wikimedia Foundation. [vid. 21. 12. 2020].  
Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/%C5%98emenice>
- [5] Maximální obvodové rychlosti řemenic. In: Tyma[online]. © 2004 - 2020 TYMA CZ, s.r.o. Řemeny, převody a dopravní pásy. [vid. 21. 12. 2020].  
Dostupné z: <https://www.tyma.cz/technicke-informace/caste-dotazy/obvodova-rychlost-remenu/>
- [6] SOUČEK, Pavel. *Vložené převody v pohonech NC strojů a robotů*. Praha: ČVUT v Praze, 2019
- [7] VAŠÁT, Michal. *C-osa soustruhu s planetovou převodovkou*. Praha, 2016. Bakalářská práce. ČVUT v Praze, Fakulta strojní
- [8] BOLEK, KOCHMAN A KOLEKTIV. *Technický průvodce 6 – Části strojů*. Praha: SNTL, 1990. ISBN 80-03-00426-8
- [9] GRŮN, David. *Planetová převodovka – jednostupňový reduktor pro posuvový mechanismus*. Plzeň, 2020. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta strojní
- [10] Technology: Harmonic Drive. 2021. *Harmonic Drive Group* [online]. [vid. 9. 1. 2021],  
Dostupné z: <http://www.harmonicdrive.net/technology/harmonicdrive>
- [11] Cykloidní převodovka Nabtesco. Raveo [online]. [vid. 9. 1. 2021]  
Dostupné z: <https://www.raveo.cz/cykloidni-prevodovka-nabtesco-rve>



- [12] LÖW, Marcus. Srovnání cykloidních a planetových převodovek. In: *MM Průmyslové spektrum*[online]. [vid. 9. 1. 2021]  
Dostupné z: <https://www.mmspektrum.com/clanek/srovnani-cykloidnich-a-planetovych-prevodovek.html>
- [13] MAČKIC, BLAGOJEVIC, BABIC, KOSTIC. *Influence of design parameters on cyclo drive efficiency*. Journal of the Balkan Tribological Association. 2013. ISBN 19-497-507.
- [14] *Cykloidní převodovky*. [online]. [vid. 9. 1. 2021]  
Dostupné z: [http://opis.cz/prevodovky-bonfiglioli/cyklopres\\_cz.html](http://opis.cz/prevodovky-bonfiglioli/cyklopres_cz.html)
- [15] SOUČEK, Pavel a Antonín BUBÁK. *Vybrané statě z kmitání v pohonech výrobních strojů*. Vyd. 1. Praha: České vysoké učení technické, Nakladatelství ČVUT, 2008. 152 s. ISBN 978-80-01-04048-5.;
- [16] VEJRAŽKA, František. *Signály a soustavy*. [Skriptum.] Praha, ČVUT 1996, 243 s
- [17] ROBERTS, Stephen. Lecture 7 - The Discrete Fourier Transform [online] [cit. 2021-05-04]. Dostupné z: <http://www.robots.ox.ac.uk/~sjrob/Teaching/SP/17.pdf>.
- [18] VANĚK, Pavel. *Program pro výuku FFT analýzy*. 2013. Diplomová práce. Technická Univerzita v Liberci
- [19] SOUČEK, Pavel. *Servomechanismy ve výrobních strojích*. ČVUT v Praze, 2004
- [20] VDOLEČEK, F. *Spolehlivost a technická diagnostika*. Brno 2002.[cit. 2021-11-04]  
Dostupné z: <https://docplayer.cz/12193120-Spolehlivost-a-technicka-diagnostika.html>
- [21] VANĚK, Tomáš. *Diagnostika zdroje hluků převodové skříně*. Praha, 2018. Diplomová práce. ČVUT v Praze, Fakulta strojní
- [22] TŮMA, J. *Zpracování signálů získaných z mechanických systémů užitím FFT*. 1. vyd. Praha: Sdělovací technika, 1997. 174 str. ISBN 80-901936-1-7
- [23] *Gear Problems: Hunting Tooth Frequency*. [online]. [vid. 9. 5. 2021]  
Dostupné z: <http://www.vibrationschool.com/mans/SpecInter/SpecInter50.htm>
- [24] *Frequencies of a gear assembly*. [online]. [vid. 9. 5. 2021]  
Dostupné z: <https://power-mi.com/content/frequencies-gear-assembly>
- [25] *Vibration Analysis in Gearboxes*. [online]. [vid. 9. 5. 2021]  
Dostupné z: <https://power-mi.com/content/vibration-analysis-gearboxes>
- [26] RANDALL, R. B., TECH, B. A. *Cepstrum Analysis and Gearbox Fault Diagnosis applications Notes* Brüel & Kjaer. 2. vyd.

- [27] BOYDES, J. D. *Analysis Techniques for gearbox Diagnosis using high resolution FFT analyser*. Applications Notes Brüel & Kjaer, 1981
- [28] SOUČEK, Pavel. *Pohony výrobních zařízení: servomechanismy*. 1. vyd. Praha: ČVUT, 1997. 163 s.
- [29] GHORBEL, GANDHI, ALPETER. *On the Kinematic Error in Harmonic Drive Gears*. In: *Journal of Mechanical Design*, vyd. 123, s. 90–97, 2001
- [30] K. LIN, K. CHAN, J. LEE. *Kinematic error analysis and tolerance allocation of cycloidal gear reducers*. In: *Mechanism and Machine Theory*, vyd. 124, s. 73–91, 2018
- [31] MATLAB. (2018). *DSP System Toolbox: User's Guide (r2019b)*. [vid. 9. 6. 2021]  
Dostupné z: [https://www.mathworks.com/help/dsp/ref/fft.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://www.mathworks.com/help/dsp/ref/fft.html?s_tid=doc_ta)
- [32] M. QIANG, Z. QINGHUA. *Planetary Gearbox Vibration Signal Characteristics Analysis and Fault Diagnosis*. *Shock and Vibration*. 2015. 1-8.  
10.1155/2015/126489.

## SEZNAM OBRÁZKŮ

OBRÁZEK 3.1 ROZDĚLENÍ DLE PRŮŘEZU ŘEMENE [2].....	16
OBRÁZEK 3.2 MAXIMÁLNÍ OBVODOVÉ RYCHLOSTI ŘEMENIC [5].....	18
OBRÁZEK 3.3 SCHÉMA PLANETOVÉ PŘEVODOVKY [8] .....	19
OBRÁZEK 3.4 PLANETOVÁ PŘEVODOVKA TYPU K-U [8].....	21
OBRÁZEK 3.5 PLANETOVÁ PŘEVODOVKA TYPU K-K [8] .....	22
OBRÁZEK 3.6 PLANETOVÁ PŘEVODOVKA TYPU U-S [8] .....	22
OBRÁZEK 3.7 VLNOVÁ PŘEVODOVKA HARMONIC DRIVE [10] .....	23
OBRÁZEK 3.8 WAVE GENERATOR – HARMONIC DRIVE [10].....	23
OBRÁZEK 3.9 FLEXPLINE - HARMONIC DRIVE[10] .....	24
OBRÁZEK 3.10 CIRCULAR SPLINE - HARMONIC DRIVE [10].....	24
OBRÁZEK 3.11 SCHÉMA RELATIVNÍHO POHYBU HARMONICKÉ PŘEVODOVKY [10].....	25
OBRÁZEK 3.12 CYKLOIDNÍ PŘEVODOVKA NABTESCO [11] .....	26
OBRÁZEK 3.13 JEDNOSTUPŇOVÁ CYKLOIDNÍ PŘEVODOVKA VE 3D [13].....	27
OBRÁZEK 3.14 CYKLOIDNÍ PŘEVODOVKA V ŘEZU [14] .....	28
OBRÁZEK 4.1 UKÁZKA FFT.....	32
OBRÁZEK 4.2 VZNIK ALIASINGU [18].....	34
OBRÁZEK 5.1 VÝSTŘEDNÁ ŘEMENICE [19].....	36
OBRÁZEK 5.2 ŘEMENOVÝ PŘEVOD S VÝSTŘEDNOSTÍ OBOU ŘEMENIC .....	38
OBRÁZEK 5.3 ZÁBĚR OZUBENÝCH KOL.....	43
OBRÁZEK 5.4 VZNIK CHYBY OZUBENÍ .....	44
OBRÁZEK 5.5 POSTRANNÍ SLOŽKY ZÁBĚROVÉ FREKVENCE .....	45
OBRÁZEK 5.6 POROVNÁNÍ SPEKTER S LOKÁLNÍ A DISTRIBUOVANOU CHYBOU [26] .....	45
OBRÁZEK 5.7 PROFIL OPOTŘEBOVANÉHO ZUBU [26] .....	46
OBRÁZEK 5.8 PLANETOVÝ REDUKTOR [22] .....	47
OBRÁZEK 6.1 DEFINICE PARAMETRU SIMULACE .....	51
OBRÁZEK 6.2 SPUŠTĚNÍ SIMULACE .....	52
OBRÁZEK 6.3 MATEMATICKÝ MODEL KIN. CHYBY ŘEMENICE V SW SIMULINK .....	53
OBRÁZEK 6.4 DETAIL MATEMATICKÉHO MODELU PRO ODVOZENÍ A .....	54
OBRÁZEK 6.5 DETAIL MATEMATICKÉHO MODELU PRO ODVOZENÍ B .....	55
OBRÁZEK 6.6 SROVNÁNÍ FREKVENČNÍCH SPEKTER KINEMATICKÝCH CHYB VÝSTŘEDNÝCH ŘEMENIC .....	56
OBRÁZEK 6.7 ZAPOJENÍ CHYBOVÉHO BLOKU ŘEMENICE V SIMSCAPE .....	57
OBRÁZEK 6.8 UŽIVATELSKÉ ROZHŘANÍ CHYBOVÉHO BLOKU ŘEMENICE V SIMSCAPE .....	58
OBRÁZEK 6.9 VÝSLEDNÉ FREKVENČNÍ SPEKTRUM CHYBOVÉHO BLOKU ŘEMENICE V SIMSCAPE .....	58
OBRÁZEK 6.10 DEFINICE VSTUPNÍCH PARAMETRŮ V SIMSCAPE.....	59
OBRÁZEK 6.11 DEFINOVÁNÍ DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC V PROGRAMOVACÍM JAZYKU SIMSCAPE.....	59

OBRÁZEK 7.1 POWERGUI MENU.....	60
OBRÁZEK 7.2 POWERGUI FFT ANALÝZA.....	61
OBRÁZEK 7.3 ZAPOJENÍ PRO VYKRESLENÍ FREKVENČNÍHO SPEKTRA V DSP[3!]	61
OBRÁZEK 7.4 FREKVENČNÍ SPEKTRUM V DSP.....	62
OBRÁZEK 7.5 DVOUSTRANNÉ AMPLITUDOVÉ SPEKTRUM Z MATLABU.....	63
OBRÁZEK 7.6 SKRIPT PRO VÝPOČET FFT.....	64
OBRÁZEK 7.7 DEFINICE CHYBOVÝCH FREKVENCÍ VE SKRIPTU .....	64
OBRÁZEK 7.8 CHYBOVÝ BLOK OZUBENÉHO PŘEVODU.....	65
OBRÁZEK 7.9 UŽIVATELSKÉ ROZHRAŇÍ CHYBOVÉHO BLOKU OZUBENÍ.....	66
OBRÁZEK 7.10 NAČTENÍ VÝSLEDKŮ SIMULACE PRO ZPRACOVÁNÍ SPEKTRA OZUBENÍ .....	66
OBRÁZEK 7.11 VYKRESLENÉ SPEKTRÁLNÍ ČÁRY NA CHYBOVÝCH FREKVENCÍCH OZUBENÍ.....	67
OBRÁZEK 7.12 CHYBOVÝ BLOK PLANETOVÉ PŘEVODOVKY .....	67
OBRÁZEK 7.13 UŽIVATELSKÉ ROZHRAŇÍ CHYBOVÉHO BLOKU PLANETOVÉ PŘEVODOVKY.....	68
OBRÁZEK 7.14 NAČTENÍ VÝSLEDKŮ SIMULACE PRO ZPRACOVÁNÍ SPEKTRA PLANETOVÉ PŘEVODOVKY .....	68
OBRÁZEK 7.15 VYKRESLENÉ SPEKTRÁLNÍ ČÁRY NA CHYBOVÝCH FREKVENCÍCH PLANETOVÉ PŘEVODOVKY.....	69
OBRÁZEK 8.1 TŘÍDY IMPORTOVANÝCH SIGNÁLŮ.....	71
OBRÁZEK 8.2 MĚŘENÍ ZÁVISLOST RYCHLOSTI POSUVU V OSE X NA ČASE.....	73
OBRÁZEK 8.3 FREKVENČNÍ SPEKTRA OTÁČEK PŘI POSUVU 3000 A 5000 MM/MIN.....	74
OBRÁZEK 8.4 ZOBRAZENÍ GMF VE FREKVENČNÍCH SPEKTRU MĚŘENÍ.....	74
OBRÁZEK 8.5 AMPLITUDOVÉ SPEKTRUM MĚŘENÍ – NÍZKÉ FREKVENCE .....	75
OBRÁZEK 8.6 VZNIK POSTRANNÍHO SPEKTRA GMF .....	76
OBRÁZEK 8.7 LINEÁRNÍ REGRESE .....	77

## SEZNAM TABULEK

TABULKA 3.1 PŘEVODOVÉ POMĚRY PRO PLANETOVOU PŘEVODOVKU K-U [8] .....	21
TABULKA 5.1 PARAMETRY CHYBOVÝCH FREKVENČÍ PROMĚNNÉHO PŘEVODU [19] .....	39
TABULKA 5.2 KINEMATICKÁ CHYBA ÚHLU NATOČENÍ [19] .....	41
TABULKA 5.3 VZÁJEMNÝ PŘEPOČET FREKVENČÍ PERIODICIT U PLANETOVÉHO REDUKTORU [22] .....	50
TABULKA 8.1 IMPORTOVANÉ SIGNÁLY .....	72
TABULKA 8.2 SROVNÁNÍ TEORETICKÝCH A NAMĚŘENÝCH CHYBOVÝCH FREKVENČÍ .....	76

## SEZNAM POUŽITÉHO SOFTWARE

MATLAB (R2020a)

Simulink (10.1)

Simulink, DSP Systém Toolbox (9.10)

Simscape (4.8)

Simscape Electrical (7.3)

MS Word (2016)

MS Excel (2016)

## SEZNAM PŘÍLOH

### Elektronické přílohy

Příloha 1: Zdrojový kód Simscap bloku „Prevod\_pomoci\_vystrednych\_remenic“

Příloha 2: Skript „Kin\_Fault\_FFT\_ozubeni“

Příloha 3: Skript „Kin\_Fault\_FFT\_planetova“