



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ

Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky

Experimentální ověření aerodynamických parametrů
leteckých vrtulí

Experimental verification of aerodynamic parameters of aircraft propellers

Bakalářská práce

Vypracoval:

Jan Paďouk

Vedoucí práce:

Ing. Michal Schmirler, Ph.D.

Praha 2021

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Paďouk Jméno: Jan Osobní číslo: 475057
Fakulta/ústav: Fakulta strojní
Zadávací katedra/ústav: Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky
Studijní program: Teoretický základ strojního inženýrství
Studijní obor: bez oboru

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Experimentální ověření aerodynamických parametrů leteckých vrtulí

Název bakalářské práce anglicky:

Experimental Verification of Aerodynamic Parameters of Aircraft Propellers

Pokyny pro vypracování:

- 1) Proveďte rešerši v současné době používaných leteckých vrtulí s popisem jejich předností a nedostatků pro jednotlivé způsoby nasazení a režimy letu. Zaměřte se na různé konstrukce, stavitelnost, ovládání.
- 2) Proveďte úvod do problematiky výpočtu klíčových parametrů leteckých vrtulí a do možností experimentálního ověřování těchto parametrů.
- 3) Proveďte konstrukční návrh zařízení pro měření výkonových charakteristik modelářských vrtulí s nenulovou dopřednou rychlostí (použití aerodynamického tunelu).
- 4) Řiďte stavbu tohoto zařízení v laboratoři.
- 5) Proveďte porovnání teoretických charakteristik (nebo charakteristik poskytnutých výrobcem) s Vámi naměřenými daty u modelářských vrtulí dle pokynů vedoucího práce.

Seznam doporučené literatury:

Dle pokynů vedoucího práce.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Michal Schmirler, Ph.D., ústav mechaniky tekutin a termodynamiky FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: 29.04.2021 Termín odevzdání bakalářské práce: 30.07.2021

Platnost zadání bakalářské práce: _____

Ing. Michal Schmirler, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

Ing. Michal Schmirler, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Anotační list

Jméno autora: Jan Paďouk
Název: Experimentální ověření aerodynamických parametrů leteckých vrtulí
Title: Experimental verification of aerodynamic parameters of aircraft propellers
Akademický rok: 2020/2021
Studijní program: (B2342) Teoretický základ strojního inženýrství
Studijní obor: (2301R000) bez oboru
Ústav: Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky
Vedoucí: Ing. Michal Schmirler, Ph.D.
Bibliografické údaje: Počet stran: 45
Počet obrázků: 36
Počet tabulek: 2
Klíčová slova: Vrtule, režim letu, tah vrtule, experimentální zařízení, teorie nosné čáry, úhel nastavení
Keywords: Propeller, flight mode, thrust, experimental device, lifting line theory, pitch angle

Anotace:

Náplní této práce je návrh a zkonstruování experimentálního zařízení pro měření výkonových parametrů vrtulí. V první části jsou popsány základní geometrické charakteristiky vrtulí. Následně jsou zde uvedeny analytické metody návrhu vrtule. Je zde uveden popis konstrukce experimentálního zařízení a jsou zde prezentovány výsledky měření dvou vybraných vrtulí. Ty jsou srovnány s daty udávanými výrobcem.

Abstract:

The content of this work is to design and construct experimental device for measurements of performance data of aircraft propellers. In the first part, the fundamental geometric characteristics of propellers are described. Subsequently, the analytical methods of propeller design are presented. There is a description of the construction of the experimental device and the results of measurements of two selected propellers are presented. These are compared with the data provided by the manufacturer.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci s názvem: Experimentální ověření aerodynamických parametrů leteckých vrtulí vypracoval samostatně, pod vedením Ing. Michala Schmirlera, Ph.D. s použitím literatury uvedené na konci mé bakalářské práce.

V Praze dne:

Podpis:

Poděkování

Děkuji vedoucímu Ing. Michalu Schmirlerovi, Ph.D. za cenné rady a za odbornou pomoc při zpracování mé bakalářské práce.

Obsah

1. Úvod	13
2. Základní teorie vrtulí	14
2.1 Základní vztahy a pojmy	14
2.2 Geometrické charakteristiky vrtulí	16
2.2.1 Průměr vrtule	16
2.2.2 Šířka listu	16
2.2.3 Tloušťka listu	16
2.2.4 Úhel nastavení a zkroucení listu	16
2.2.5 Zkroucení listů	17
2.3 Výkonnostní charakteristiky vrtulí	17
3. Metody návrhu vrtulí	19
3.1 Hybnostní teorie	19
3.2 Teorie izolovaného elementu listu	21
3.3 Teorie nosné čáry	23
3.3.1 Proudové pole okolo křídla	23
3.3.2 Proudové pole okolo vrtule	25
3.4 Teorie aerodynamické podobnosti vrtulí	26
4. Analýza současných vrtulí	26
4.1 Letové režimy vrtule	26
4.2 Konstrukce vrtulových listů	27
4.3 Konstrukční typy vrtulí	28
4.3.1 Pevné dřevěné vrtule	28
4.3.2 Dřevěné listy stavitelných vrtulí	29
4.3.3 Plné kovové listy	29
4.3.4 Duté kovové listy	30
4.3.5 Kompozitní listy	30
4.4 Konstrukce náboje vrtule	31
4.4.1 Náboje stavitelných vrtulí	31
4.5 Řízení úhlu nastavení vrtule	32
5. Příprava experimentu	33
5.1 Návrh konstrukce měřícího zařízení	33
5.2 Měřící hlava	34
5.2.1 Pohonná jednotka	35

5.2.2	Snímač tahu vrtule	36
5.2.3	Snímač pro měření momentu vrtule	36
5.2.4	Měření rychlosti nabíhajícího proudu vzduchu a otáčky vrtule	37
5.2.5	Měřené vrtule	37
6.	Výsledky měření aerodynamických charakteristik	38
6.1	Srovnání charakteristik teoretických a naměřených.....	39
7.	Závěr.....	44

Seznam obrázků

Obr. 1: Vznik profilu listu, převzato z: [1]	14
Obr. 2: Rychlostní trojúhelník řezu listu, převzato z: [1]	15
Obr. 3: Geometrická charakteristika listu, převzato z: [1]	17
Obr. 4: Závislost c_P na J , převzato z: [13]	19
Obr. 5: Závislost c_T na J , převzato z: [13]	19
Obr. 6: Závislost účinnosti η na J , převzato z: [13]	19
Obr. 7: Základ hybnostní teorie, převzato z: [4]	20
Obr. 8: Aerodynamické síly, působící na element listu, převzato z: [1] a upraveno	22
Obr. 9: Obtékání křídla nekonečného rozpětí, převzato z: [14]	23
Obr. 10: Rozdíl tlaků na čelním pohledu křídla, převzato z: [9]	23
Obr. 11: Vliv postupného vyrovnávání tlaků na rychlostní pole, převzato z: [14]	24
Obr. 12: Podkovovité vírové vlákno, převzato z: [9]	24
Obr. 13: Vírová plocha za křídlem, převzato z: [9]	24
Obr. 14: Vliv indukovaných rychlostí na křídle na úhel náběhu, převzato z: [9]	25
Obr. 15: Rychlostní trojúhelník vycházející z teorie nosné čáry	25
Obr. 16: průběh účinnosti pevné vrtule v závislosti na rychlostním poměru J , převzato z: [11]	27
Obr. 17: Ochrana náběžné hrany dřevěného listu, převzato z: [11]	29
Obr. 18: Spojení dřevěného listu s pouzdrem, převzato z: [11]	29
Obr. 19: Příklady možného připojení vrtule do pouzdra a do náboje, převzato z: [11]	30
Obr. 20: Svařované duté listy, převzato z: [11]	30
Obr. 21: Náboj pevné dřevěné vrtule, převzato z: [11]	31
Obr. 22: Valivé uložení listů, převzato z: [11]	32
Obr. 23: Závislost součinitele výkonu na rychlostním poměru u stavitelné vrtule, [11]	33
Obr. 24: Schéma měřící hlavy	34
Obr. 25: Model měřícího zařízení v ústí dýzy aerodynamického tunelu	35
Obr. 26: Schéma motoru AXI 5330/20 3D EXTREM V2	35
Obr. 27: Schéma tenzometrického snímače Zemic L6D/10 kg C3	36
Obr. 28: Tenzometrický snímač JNNT 5Nm	37
Obr. 29: Kalibrační křivka aerodynamického tunelu	37
Obr. 30: Průběh délky tětiny a úhlu nastavení	38
Obr. 31: Závislost koeficientu tahu na poměrné rychlosti pro vrtuli APC 16x8E	39
Obr. 32: Závislost koeficientu výkonu na poměrné rychlosti pro vrtuli APC 16x8E	40
Obr. 33: Závislost účinnosti na poměrné rychlosti pro vrtuli APC 16x8E	41
Obr. 34: Závislost koeficientu tahu na poměrné rychlosti pro druhou vrtuli	41

Obr. 35: Závislost koeficientu výkonu na poměrné rychlosti pro druhou vrtuli.....	42
Obr. 36: Závislost účinnosti na poměrné rychlosti pro druhou vrtuli.....	42

Seznam tabulek

Tab. 1: Profily vrtule.....	38
Tab. 2: Podmínky měření.....	38

Seznam symbolů

Ω	[rad/s]	Úhlová rychlost
φ	[°]	Úhel nastavení vrtule
v	[m/s]	Rychlost volného proudu
r	[m]	Poloměr v řezu vrtulí
w	[m/s]	Výsledná rychlost nabíhajícího proudu
α	[°]	Úhel náběhu vrtule
β	[°]	Rozdíl úhlu nastavení a náběhu
c_y	[1]	Součinitel vztlaku profilu
c_x	[1]	Součinitel čelního odporu profilu
M	[Nm]	Moment
T	[N]	Tah
η	[1]	Účinnost vrtule
D	[m]	Průměr vrtule
b	[m]	Šířka listu
\bar{b}	[-]	Poměrná šířka listu
\bar{r}	[-]	Poměrný poloměr vrtule
R	[m]	Poloměr vrtule
t	[m]	Tloušťka listu
\bar{t}	[1]	Poměrná tloušťka listu
H	[m]	Stoupání vrtule
n	[ot/min]	Otáčky vrtule
c_T	[1]	Koeficient tahu
c_M	[1]	Koeficient momentu
c_P	[1]	Koeficient výkonu
J	[1]	Rychlostní poměr
\dot{m}	[kg/s]	Hmotnostní tok
P	[W]	Výkon
v_A	[m/s]	Rychlost před diskem
v_C	[m/s]	Rychlost za diskem
v_B	[m/s]	Rychlost v úrovni disku
Δp	[Pa]	Rozdíl tlaků
A	[m ²]	Plocha aktuátorového disku
p	[Pa]	Tlak
ρ	[kg/m ³]	Hustota vzduchu
Y	[N]	Vztlak
Q	[N]	Odpor
r_0	[m]	Poloměr náboje vrtule
n_B	[-]	Počet listů vrtule
f	[Hz]	Frekvence
v_i	[m/s]	Indukovaná rychlost
α_i	[°]	Indukovaný úhel náběhu

α_{ef}	[°]	Efektivní úhel náběhu
p_b	[Pa]	Barometrický tlak
V	[m ³]	Objem
n	[mol]	Látkové množství
R	[J · mol ⁻¹ · K ⁻¹]	Plynová konstanta
r	[J · kg ⁻¹ · K ⁻¹]	Měrná plynová konstanta
T	[K]	Termodynamická teplota

1. Úvod

Cílem této bakalářské práce je postavit zařízení umožňující testování aerodynamických parametrů leteckých vrtulí. Zařízení je následně otestováno na dvou měřených vrtulích. Zpracované výsledky měření budou porovnány s daty udávanými výrobcem vrtulí, popřípadě s teoretickými daty vycházejícími z návrhu vrtule. Pro dosažení maximální účinnosti bezpilotního letounu je potřeba znát tyto parametry. To nám umožní zvolit vhodnou kombinaci vrtule a motoru. V praxi je s tím spojen značný problém, protože většina výrobců tyto údaje neuvádí a udává pouze doporučené rozměry vrtulí pro daný motor. V takovém případě je výhodné využít experimentálního zařízení, které umožní změřit tyto parametry v podmínkách blízkých těm reálným. Zařízení je možné umístit do aerodynamického tunelu, kde lze měnit rychlost nabíhajícího proudu vzduchu a tím se přiblížit reálnému chování vrtule během letu.

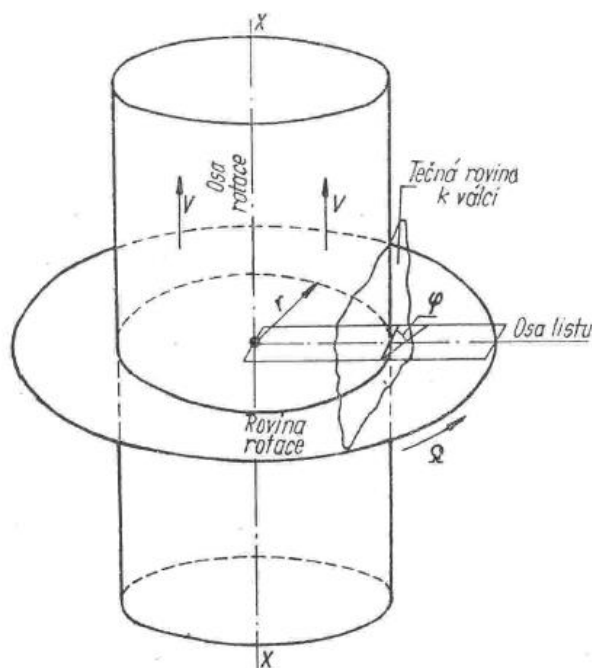
Před samotným vyhodnocením měření se tato práce zabývá principem a geometrickými parametry vrtulí. Zároveň je zde popsán výpočet bezrozměrných koeficientů, jakožto klíčových parametrů, které určují výkonnostní charakteristiky vrtule. Práce se zároveň zabývá základními analytickými metodami návrhu vrtule. V dnešní době se v letectví využívá velkého množství konstrukčních typů leteckých vrtulí. Z tohoto důvodu je zde provedena rešerše základních konstrukcí vrtulí a jejich výhody a nevýhody v různých režimech letu.

V neposlední řadě je zde popsán konstrukční návrh experimentálního zařízení pro měření výkonových charakteristik modelářských vrtulí, které bylo následně zkonstruováno v laboratořích Ústavu mechaniky tekutin a termodynamiky. Toto zařízení bylo nejdříve otestováno a následně využito pro účely této práce.

2. Základní teorie vrtulí

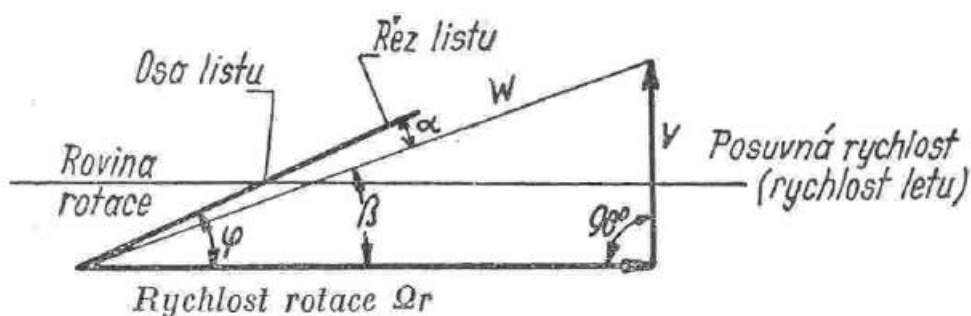
2.1 Základní vztahy a pojmy

Vrtule je zařízení, které v letectví, ale i v jiných oborech slouží k přeměně rotačního pohybu listů vrtule na pohyb posuvný. Vrtule vytváří tah, který má za následek pohyb letadla. Funguje na podobném principu jako nosná plocha letadla s tím rozdílem, že kromě pohybu posuvného koná i pohyb rotační. Pro názornost si můžeme list vrtule představit jako obdélník, jehož délka je mnohonásobně větší ve srovnání s jeho šířkou. Tento list rotuje úhlovou rychlostí Ω okolo osy x , která protíná kratší stranu obdélníka, jak je zobrazeno na **Obr. 1**. Rovina obdélníka neleží v rovině rotace, ale svírá s ní úhel φ . Obdélník zároveň koná pohyb posuvný ve směru osy rotace rychlostí v . Představme si válec o poloměru r , jehož osa je shodná s osou rotace. Tečnou rovinou tohoto válce protneme obdélník. Tím nám vznikne řez vrtulovým listem. [1]



Obr. 1: Vznik profilu listu, převzato z: [1]

Nyní vyšetříme, jaký směr má tento řez vůči nabíhajícímu proudu vzduchu. Protože list koná složený pohyb, budeme ho muset rozložit do dvou složek, jejichž složením dostaneme výsledný pohyb, jak je vidět na **Obr. 2**. První složkou je obvodová rychlost, odpovídající rotačnímu pohybu, která je rovna Ωr . Druhou složkou je pak posuvná rychlost v , která odpovídá rychlosti letounu. Tyto složky jsou na sebe kolmé. Geometrickým součtem složek pak získáme výslednici, kterou označíme w . List vrtule svírá s výslednicí nabíhajícího vzduchu úhel náběhu α , který je zpravidla menší než úhel φ . [1] [2]



Obr. 2: Rychlostní trojúhelník řezu listu, převzato z: [1]

Pokud budeme provádět obdobné řezy podél poloměru, bude posuvná složka výsledné rychlosti neměnná, zároveň se ale bude měnit obvodová rychlost Ωr , která je přímo úměrná poloměru, na kterém se daný řez nachází. Uvažovali jsme, že list je rovinný, proto musí být úhel φ podél poloměru konstantní. Výsledná rychlost w podél poloměru se ale mění, a proto i náběhový úhel proudu β se bude v jednotlivých řezech lišit. S rostoucím poloměrem se úhel β zmenšuje a úhel α se naopak zvětšuje. Čím větší je úhel α , tím větší vztlak nosná plocha dává. Zároveň nejvýhodnější poměry jsou při úhlech, které odpovídají největšímu poměrnému součiniteli vztlaku c_y/c_x . Aby bylo dosaženo co největšího tahu při minimální spotřebě energie, musí mít i jednotlivé řezy co nejvýhodnější úhel náběhu. Proto se musí i úhel nastavení φ podél poloměru měnit, s tím že u osy rotace je největší a na koncích listů nejmenší. V praxi se namísto listů obdélníkových využívá listů, které se na konci a v blízkosti osy rotace zužují. Za účelem dodržení aerodynamických požadavků, má řez listem tvar profilu nosné plochy letadla. [1] [2] [3]

Vrtule můžeme rozdělit podle počtu listů na jednolísté, dvoulísté, třílísté, čtyřlísté i vícelísté, s tím, že jednolísté vrtule se v současnosti téměř nevyžívají. Hlavním důvodem je, že musí mít vyvažovací závaží, které klade při letu velký odpor.

Vrtule slouží k přeměně energie. Pro vrtuli můžeme rozlišit tři druhy přeměny energie:

1. Přeměna energie motoru na práci vykonanou letadlem při posuvném pohybu letadla.
2. Přeměna energie motoru na kinetickou energii proudu vzduchu. Vrtule je zde zdrojem proudu vzduchu a nazýváme ji jako ventilátor.
3. Přeměna kinetické energie nabíhajícího vzduchu v mechanickou práci na hřídeli.

V této práci se budu zabývat pouze prvním případem. Zde se přeměňuje výkon na hřídeli $M\Omega$, kde M vyjadřuje součinitel kroutícího momentu na výkon posuvného pohybu letadla, který je vyjádřen tahem vrtule T a její posuvné rychlosti v . V tomto případě se jedná o hnací vrtuli, dále jen vrtule. Ztráty, které vznikají při přeměně energie jsou vyjádřeny účinností η , která je dána poměrem výkonu vykonaného a dodaného a je vyjádřena vzorcem:

$$\eta = \frac{T \cdot v}{M \cdot \Omega} \quad (2.1)$$

2.2 Geometrické charakteristiky vrtulí

K určení geometrie vrtule slouží několik základních charakteristik a to: průměr vrtule, šířka listů, tloušťka listů, zkroucení listů, a plošná plnost. [1] [4]

2.2.1 Průměr vrtule

Průměrem vrtule D je myšleno průměr kružnice opsané koncům listů vrtule za rotace. Je to nejdůležitější charakteristika vrtule, protože určuje celkové rozměry vrtule. Volí se hlavně podle přípustných vnějších rozměrů. U jednomotorových letadel totiž určuje výšku podvozku, na které závisí velikost plochy, do které se podvozek zatahuje.

2.2.2 Šířka listu

Šířkou listu je míněna délka tětivy průřezu listu a je značena písmenem b . U obdélníkových listů je šířka podél poloměru konstantní. U ostatních vrtulí se na každém poloměru liší, s tím, že největší hodnoty nabývá přibližně v polovině poloměru vrtule. Ve výpočtech se nadále zavádí poměrná šířka \bar{b} a je definována jako:

$$\bar{b} = \frac{b}{D}. \quad (2.2)$$

Pro lepší popis vrtule se používá také tzv. poměrný poloměr \bar{r} , který odpovídá poměru poloměru řezu r a poloměru vrtule R :

$$\bar{r} = \frac{r}{R}. \quad (2.3)$$

2.2.3 Tloušťka listu

Tloušťka listu t je definována jako největší tloušťka průřezu na daném poloměru. Největší tloušťky nabývá list u osy rotace a s rostoucím poloměrem se zmenšuje. Dále můžeme definovat poměrnou tloušťku \bar{t} , což je poměr tloušťky t a šířky b na stejném poloměru.

$$\bar{t} = \frac{t}{b}. \quad (2.4)$$

Největší význam má tloušťka na konci listu. Z tohoto důvodu se bere jako charakteristická tloušťka celého listu tloušťka profilu na poměrném poloměru 0,9.

2.2.4 Úhel nastavení a zkroucení listu

Úhel nastavení profilu listu je úhel φ , který svírá tětiva profilu listu na daném poloměru s rovinou rotace, která je na osu rotace kolmá. Tento úhel se podél poloměru mění. U geometrických vrtulí, jejichž listy jsou vytvořeny z části šroubové plochy, lze závislost úhlu nastavení a poloměru jednoduše analyticky určit. Nejdříve řízeme šroubovici dvěma rovinami kolmými na osu rotace, tak abychom získali jeden závit. Vzdálenost mezi rovinami se nazývá stoupání šroubovice H . Pokud navíneme úhlopříčku obdélníka o délce základny $2\pi r$ a výšce H , získáme tak jeden závit šroubovice. Úhlopříčka svírá se základnou úhel φ . Pokud zvolíme menší poloměr například r_1, r_2 a stoupání bude konstantní, bude se

úhel nastavení zvětšovat a bude odpovídat úhlům φ_1, φ_2 . Stoupání geometrické vrtule se rovná:

$$H = 2\pi r_1 \tan \varphi_1 = 2\pi r_2 \tan \varphi_2 = 2\pi r_3 \tan \varphi_3 = \dots \quad (2.5)$$

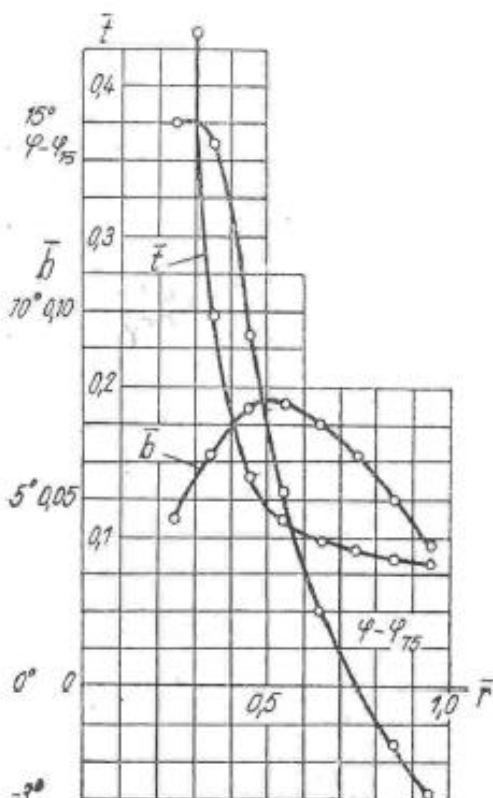
Obecně mohou mít vrtule stoupání podél poloměru jak konstantní, tak i proměnné. Pokud je stoupání konstantní mění se úhel nastavení podle vzorce:

$$\tan \varphi = \frac{H}{2\pi r}. \quad (2.6)$$

Pro snadnější popis vrtule se využívá tzv. „úhel nastavení listu“, který přísluší poměrnému poloměru $\bar{r} = 0,75$. [4]

2.2.5 Zkroucení listů

Zkroucením listů lze posoudit průběh úhlů podél poloměrů, které svírají tětivy profilů listu na daných poloměrech s tětivou profilu na referenčním poloměru $\bar{r} = 0,75$. Jde tedy o rozdíl úhlů nastavení podél poloměru a úhlu nastavení na referenčním poloměru φ_{75} . Příklad základních geometrických charakteristik je vyobrazený na **Obr. 3**.



Obr. 3: Geometrická charakteristika listu, převzato z: [1]

2.3 Výkonnostní charakteristiky vrtulí

Při návrhu pohonné jednotky se snažíme dosáhnout co nejvyšší účinnosti. Abychom toho dosáhli, potřebujeme znát výkonnostní charakteristiky vrtulí a jejich parametry. K zjištění těchto parametrů můžeme použít různé analytické metody. Další možností je využití numerických metod CFD (Computational Fluid Dynamics), nebo využití experimentálního měření v aerodynamickém tunelu. [4] [5]

Pracovní podmínky měření jsou definovány hustotou nabíhajícího proudu vzduchu ρ a rychlostí nabíhajícího proudu vzduchu v , která se rovná rychlosti letu. Důležitým geometrickým parametrem pro měření je průměr vrtule D . Za daných podmínek měříme tah vrtule T , jakožto sílu ve směru osy rotace, statický moment vrtule M a otáčky n .

Abychom mohli lépe posoudit vlastnosti vrtulí, můžeme definovat bezrozměrné koeficienty:

$$c_T = \frac{T}{\rho \cdot n^2 \cdot D^4} \quad (2.7)$$

$$c_M = \frac{M}{\rho \cdot n^2 \cdot D^5} \quad (2.8)$$

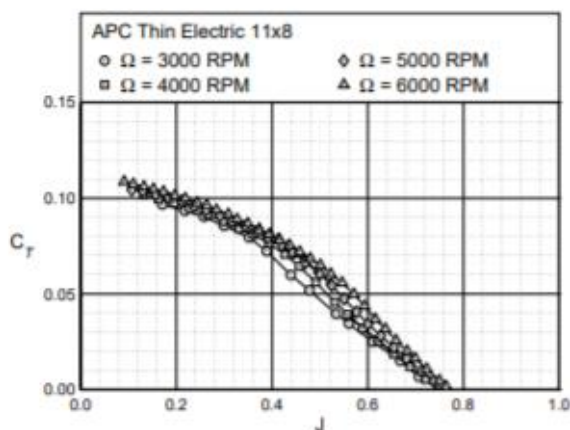
$$c_P = \frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot D^5} \quad (2.9)$$

$$J = \frac{v}{D \cdot n} \quad (2.10)$$

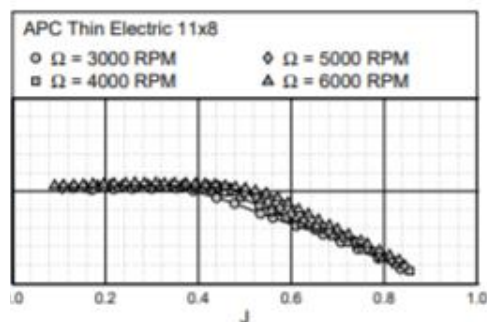
Kde c_T vyjadřuje koeficient tahu, c_M koeficient momentu, c_P koeficient výkonu a J udává rychlostní poměr mezi rychlostí letu a rychlostí otáčení vrtule, který použijeme pro vyhodnocení účinnosti vrtule, kterou můžeme určit pomocí těchto koeficientů jako:

$$\eta = J \cdot \frac{c_T}{c_P} \quad (2.11)$$

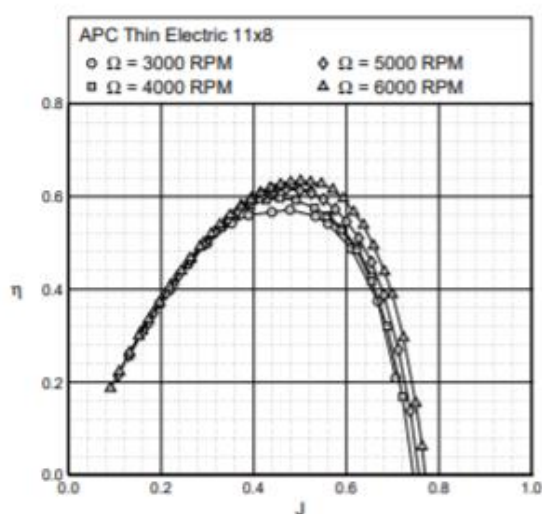
Závislost účinnosti na rychlostním poměru je na **Obr. 6**, kde jsou uvedeny křivky pro dvoulistou vrtulí pro bezpilotní letouny APC Thin Electric 11×8. Dále jsou uvedeny charakteristiky bezrozměrných koeficientů a to c_T na **J Obr.5** a c_P na **J Obr. 4**.



Obr. 6: Závislost c_T na J , převzato z: [13]



Obr. 5: Závislost c_P na J , převzato z: [13]



Obr. 4: Závislost účinnosti η na J , převzato z: [13]

3. Metody návrhu vrtulí

V průběhu 20. století vzniklo nespočetné množství analytických a empirických metod pro analýzu a návrh vrtulí a některé mají počátek už ve století 19. V této práci se zaměřím na rozdělení a popsání základních analytických metod, které se v praxi používali a používají.

3.1 Hybnostní teorie

Tuto teorii nechal původně vzniknout William George Rankine (1865) za účelem zkoumání vlastností lodního šroubu. Byla založena na základě axiálního prodění kapaliny skrz disk šroubu.

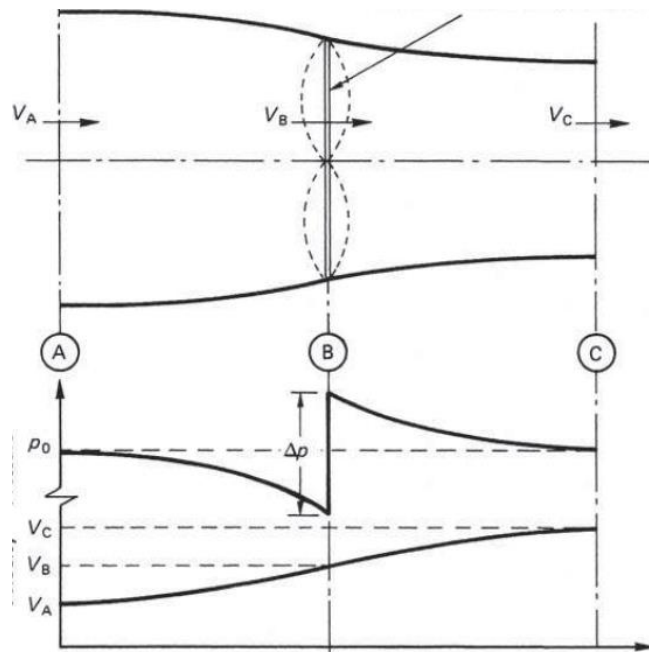
Závěry Rankinovi práce se však dají využít i na letecké vrtule. Tato teorie se nezabývá geometrií vrtule a z toho důvodu není vhodná pro návrh konkrétního tvaru vrtule. Tuto teorii lze však využít k určení závislosti výkonu a tahu vrtule na rychlosti nabíhajícího proudu. Tyto výsledky se dají následně použít v dalších teoretických metodách návrhu geometrie vrtulového listu.

Tato teorie platí na základě tří předpokladů:

1. Vrtule pracuje v ideální tekutině, a proto zde nejsou uvažovány ztráty v důsledku tečného napětí v tekutině a ztráty třením.
2. Vrtule je nahrazena aktuátorovým diskem se stejným průměrem, který odpovídá vrtuli s nekonečným počtem listů.
3. Vrtule produkuje tah, aniž by způsobila rotaci proudu vzduchu.

R.E. Froude (1887) ve své navazující práci tento poslední předpoklad odstranil a umožnil tak rotaci proudu vzduchu za diskem. Touto úpravou vznikl realističtější model pro analýzu vrtule.

Na **Obr. 7** je zobrazen obecný případ vrtule, která byla nahrazena aktuátorovým diskem v nabíhajícím proudu vzduchu. V tomto případě proudí zleva doprava. Oblasti A a C jsou v dostatečné vzdálenosti před a za diskem. Samotný disk se nachází v oblasti B. Statický tlak v oblasti A a C odpovídá atmosférickému tlaku p_0 . [4] [6] [7]



Obr. 7: Základ hybnostní teorie, převzato z: [4]

Silový účinek proudu vzduchu je roven tahu T a odpovídá součinu hmotnostního toku \dot{m} a rozdílu rychlosti neovlivněného proudu v_A a proudu v dostatečné vzdálenosti za diskem v_C .

$$T = \dot{m} \cdot (v_C - v_A). \quad (3.1)$$

Pro rychlost proudu vzduchu na úrovni disku lze psát:

$$v_B = \frac{1}{2}(v_C - v_A). \quad (3.2)$$

Z ní se dá snadno odvodit, že polovina zrychlení probíhá před a polovina za aktuátorovým diskem. [6]

Pro tah vrtule také platí vztah:

$$T = \Delta p A, \quad (3.3)$$

kde A odpovídá ploše disku a Δp rozdílu tlaků před a za diskem.

Z Bernoulliho rovnice vyjádříme rozdíl tlaků Δp . Popíšeme proud vzduchu před:

$$\frac{1}{2} \rho v_A^2 + p_A = \frac{1}{2} \rho v_B^2 + p_B \quad (3.4)$$

a za diskem:

$$\frac{1}{2} \rho v_B^2 + p_B + \Delta p = \frac{1}{2} \rho v_C^2 + p_C. \quad (3.5)$$

Zároveň víme, že $p_A = p_C = p_0$. Po dosazení a následném sečtení rovnic nám vyjde:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho (v_C^2 - v_A^2). \quad (3.6)$$

Celková energie P potřebná ke vzniku tahu T může být zapsána na základě změny kinetické energie jako:

$$P = \frac{1}{2} \dot{m} (v_C^2 - v_A^2) = T v_A + \frac{1}{2} \dot{m} (v_C - v_A)^2. \quad (3.7)$$

Dle druhého vyjádření energie je vidět, že lze rozdělit na užitečnou energii $T \cdot v_A$ a energii potřebnou pro urychlení proudu vzduchu $\frac{1}{2} \dot{m} (v_C - v_A)^2$. Odtud můžeme vyjádřit účinnost vrtule. [6]

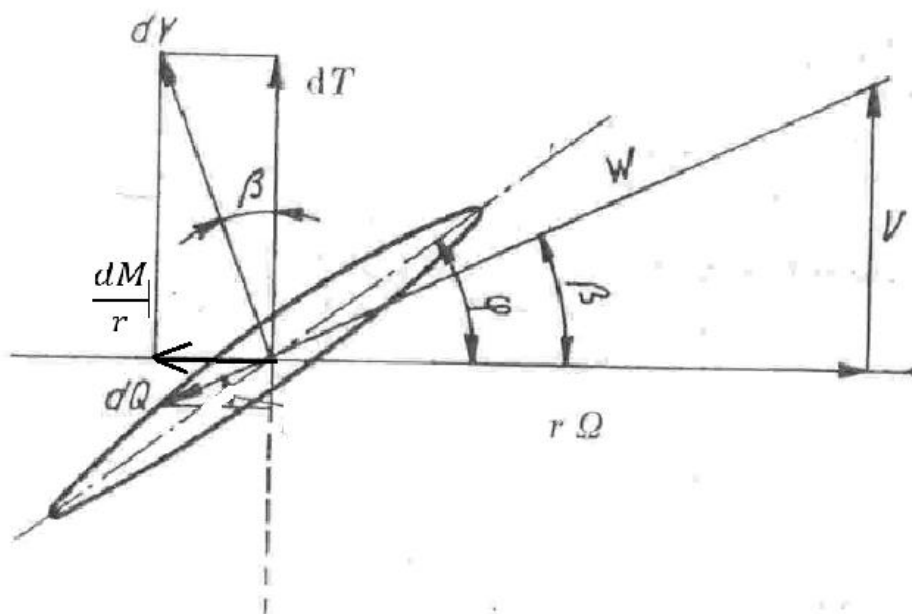
$$\eta = \frac{T v_A}{\frac{1}{2} \dot{m} (v_C^2 - v_A^2)} = \frac{2}{1 + \frac{v_C}{v_A}}. \quad (3.8)$$

3.2 Teorie izolovaného elementu listu

Tato teorie vznikla stejně jako hybnostní teorie za účelem návrhu a analýzy lodních šroubů v 2. polovině 19. století. Tato teorie už lze využít k přesnějšímu návrhu geometrie vrtule. Nevýhodou této metody je, že nepočítá s prostorovými jevy, jako například s prouděním nabíhajícího vzduchu na koncích listů. Z tohoto důvodu vychází výsledný tah vrtule větší na úkor momentu, než je tomu v realitě. [4] [8]

Vrtuli rozdělíme na množství řezů po její délce. Každý takto vzniklý řez si můžeme představit jako samostatný profil podobně jako u nosné plochy křídla letadla. Stejně jako

na profil křídla působí na řez vrtule elementární aerodynamické síly, jak je vidět na **Obr. 8**, na kterém je zobrazen jak rychlostní trojúhelník, tak složky aerodynamických sil.



Obr. 8: Aerodynamické síly, působící na element listu, převzato z: [1] a upraveno

Vztlak lze vypočítat jako:

$$dY = c_y \cdot \rho \cdot \frac{w^2}{2} b \cdot dr. \quad (3.9)$$

A čelní odpor:

$$dQ = c_x \cdot \rho \cdot \frac{w^2}{2} \cdot b \cdot dr. \quad (3.10)$$

Kde ρ je hustota vzduchu, c_y a c_x jsou koeficienty vztlaku a odporu, které závisí na geometrii profilu. Tyto koeficienty mohou být konstantní, nebo se mohou podle tvaru profilu na daném poloměru lišit. Plocha elementu listu je $b \cdot dr$.

Nyní tyto elementární síly promítneme pomocí úhlu β do směru osy rotace a do směru kolmého na ní. Tím získáme elementární tah a moment, z kterých po integraci po poloměr r získáme celkové hodnoty tahu a momentu. [1] [8]

$$T = n_B \int_{r_0}^R [\rho \cdot \frac{w^2}{2} \cdot b \cdot (c_y \cdot \cos \beta - c_x \cdot \sin \beta)] dr. \quad (3.11)$$

$$M = n_B \int_{r_0}^R [\rho \cdot \frac{w^2}{2} \cdot b \cdot (c_x \cdot \cos \beta - c_y \cdot \sin \beta)] \cdot r \cdot dr. \quad (3.12)$$

n_B je celková počet listů vrtule a r_0 poloměr náboje vrtule.

Účinnost vrtule lze následně vyjádřit jako:

$$\eta = \frac{P \cdot v}{M \cdot \Omega}. \quad (3.13)$$

Kde Ω je úhlová frekvence listů vrtule $\Omega = 2\pi n$.

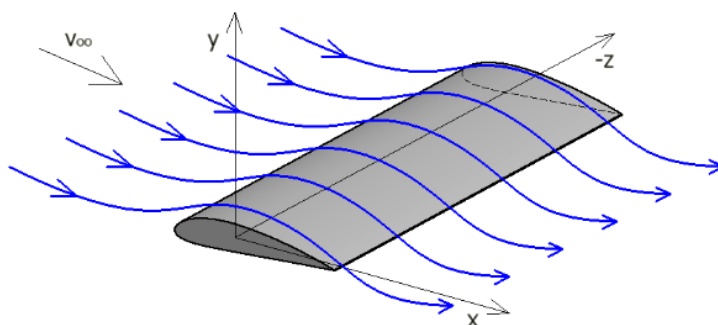
Jak již bylo zmíněno, z této teorie vychází nepřesné výsledky, zvláště pokud je špatně odhadnutá indukovaná rychlost. Pokud využijeme rovnice z hybnostní teorie pro určení indukované rychlosti nazývá se tato metoda v angličtině BEMT (Blade element momentum theory). Tato metoda využívá jak výpočty rychlostního pole, tak geometrické vlastnosti vrtule. [1]

3.3 Teorie nosné čáry

Tato teorie vznikla v první polovině 20. století pod taktovkou německého fyzika Ludwiga Prandtla pro určení rozložení vztlaku podél symetrického křídla konečného rozpětí, ale posléze byla zobecněna i pro rotující list vrtule. Pro pochopení této teorie, popíšu proudění okolo křídla.

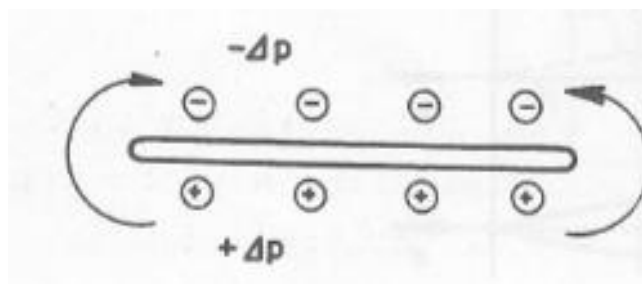
3.3.1 Proudové pole okolo křídla

Jako mezní případ si lze představit obtékání křídla nekonečného rozpětí, které je zobrazeno na **Obr. 9**. Jak je z obrázku zřejmé, jsou proudnice v jakémkoliv řezu kolmé na osu z , která je kolmá na nabíhající proud vzduchu. [9]



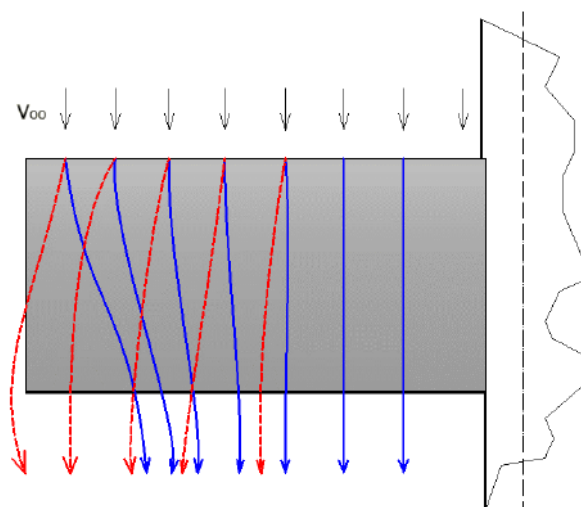
Obr. 9: Obtékání křídla nekonečného rozpětí, převzato z: [14]

Tento případ je ale pouze teoretický, protože reálně se setkáváme pouze s křídly a vrtulemi konečnými. Zde hraje velkou roli účinek konců křídla. Díky tvaru profilu vzniká na horní straně podtlak (sací strana) a na straně spodní přetlak, jak je vidět na **Obr. 10**. Přirozenému vyrovnání tlaků je bráněno ve střední části křídla. Dále od středu se projevuje postupné vyrovnávání tlaků až ke konci křídel, kde se tlaky rovnají. To je spojeno s prouděním vzduchu z místa s vyšším tlakem do místa s tlakem nižším, jak je zobrazeno na **Obr. 10** šipkami.



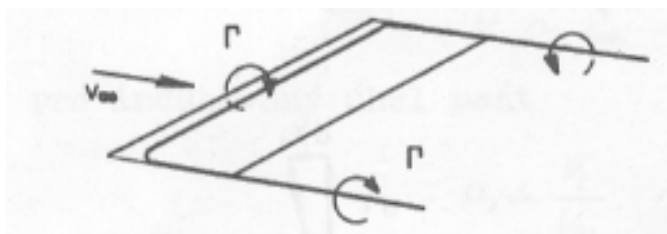
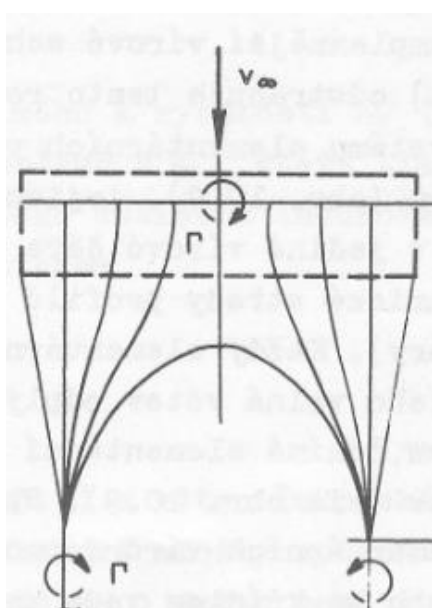
Obr. 10: Rozdíl tlaků na čelním pohledu křídla, převzato z: [9]

Proud kolem konců křídel odchyluje rychlostní vektory původně rovnoběžné s osou křídla. Stranové rychlostní složky odkloní proud u konců křídel na sací straně ke středu křídla a na spodní straně ke konci křídla, jak je zobrazeno na **Obr. 11**. [1] [9]



Obr. 11: Vliv postupného vyrovnávání tlaků na rychlostní pole, převzato z: [14]

Za křídlem takto odkloněné proudové vektory formují vírovou plochu, která je ale nestabilní a postupně degeneruje ve dva oddělené víry viz **Obr. 13**. Takto popsaná situace proudového pole je základem pro zjednodušené vírové modely. Nejjednodušší vírové schéma křídla je tvořeno jedním vírovým vláknem o konstantní intenzitě, jehož dvě větve spojuje vírová čára probíhající podél rozpětí. Vlákna za křídlem směřují do nekonečna. Díky tvaru vírového vlákna je toto uspořádání nazváno podkovovitý vír, zobrazen na **Obr. 12**. Křídlo je v tomto případě nahrazeno úsečkou, která představuje nosné vlákno víru. Dvě větve podkovitého víru se nazývají koncové víry. Pro komplexnější vírové schéma byl zaveden systém elementárních podkovovitých vírů, jejichž nosné části leží v jediné vírové čáře spojující středy profilů. [1] [9]

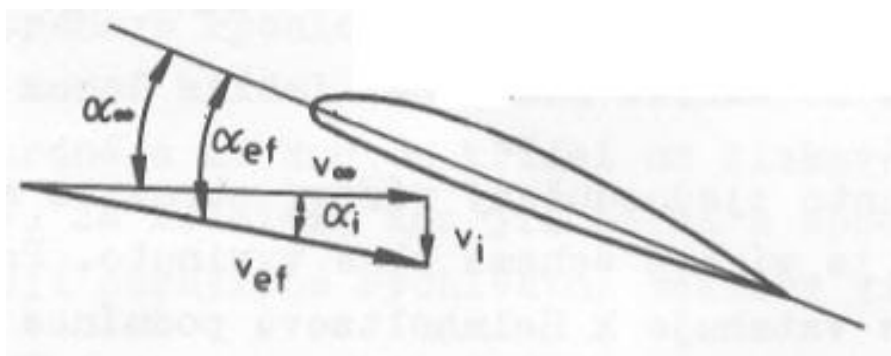


Obr. 13: Vírová plocha za křídlem, převzato z: [9] Obr. 12: Podkovovité vírové vlákno, převzato z: [9]

Tento systém vírů, který nahrazuje křídlo, ve velké míře ovlivňuje rozložení rychlostí v proudovém poli. Víry ve svém okolí indukují pole indukovaných rychlostí. Při kladném smyslu vztlaku vznikají indukované rychlosti směřující ve svislém směru. Indukovaná rychlost v_i , která účinkuje v každém řezu, ovlivňuje proudové pole tím, že snižuje úhel náběhu profilu α na efektivní úhel α_{ef} .

$$\alpha_{ef} = \alpha - \alpha_i. \quad (3.14)$$

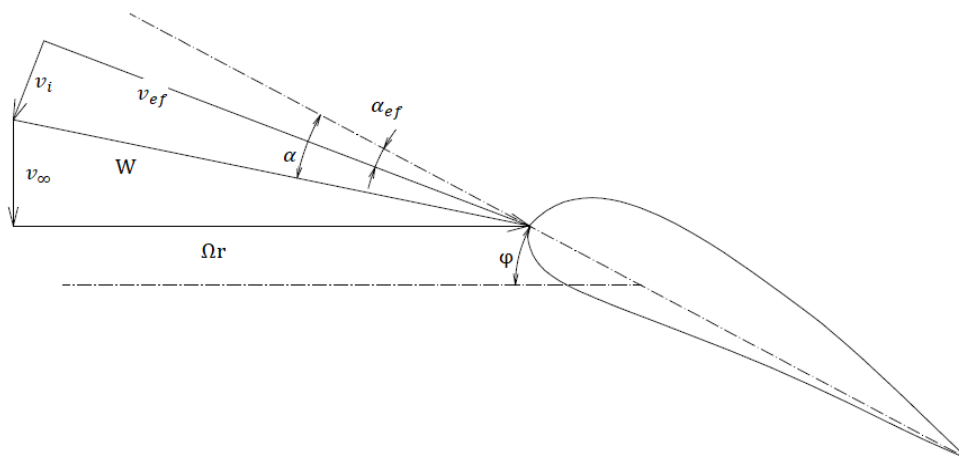
Kde α_i je indukovaný úhel náběhu, který vzniká vektorovým součtem indukované rychlosti v_i a rychlosti nabíhajícího vzduchu v viz **Obr. 14**. Profil křídla konečného rozpětí se tedy chová jako profil na nekonečném křídle obtékáný pod efektivním úhlem náběhu. [9] [10]



Obr. 14: Vliv indukovaných rychlostí na křídle na úhel náběhu, převzato z: [9]

3.3.2 Proudové pole okolo vrtule

Situace bude obdobná i v případě vrtulového listu, s tím, že na rozdíl od nosné plochy letadla koná vrtule kromě pohybu posuvného i pohyb rotační. Z tohoto důvodu se musí do vektorového součtu započítat i obvodová rychlost profilu na daném poloměru, jak je patrné z **Obr. 15**. Tato metoda má své limity. Platí v případech, kdy je štíhlost listů dostatečně velká a zároveň musí platit, že listy nesmí být zahnuté vůči radiálnímu směru. Pokud jde o obecnější případ, je zapotřebí použít sofistikovanější metody jako například teorii nosné plochy, kdy je list nahrazen plochou podél střední části profilu. [9] [10]



Obr. 15: Rychlostní trojúhelník vycházející z teorie nosné čáry

3.4 Teorie aerodynamické podobnosti vrtulí

Pokud jde o zkoušky vrtulí v aerodynamickém tunelu, je kladen velký důraz na ekonomičnost a proveditelnost. Z tohoto důvodu je výhodné provádět zkoušky na zmenšených modelech vrtulí. Abychom mohli využít výsledků zkoušek na skutečné rozměry vrtule, musíme se vypořádat s problémem stanovení podmínek, za kterých můžeme považovat geometricky podobné vrtule podobné i aerodynamicky. Mezi tyto podmínky patří letová rychlost a otáčky vrtule. Pokud budeme uvažovat geometricky podobné vrtule, tedy vrtule jejichž poměrné geometrické charakteristiky jsou stejné, můžeme vypočítat tah a výkon vrtule o libovolném průměru podle vzorců:

$$T = c_T \cdot \rho \cdot n^2 \cdot D^4. \quad (3.15)$$

$$P = c_P \cdot \rho \cdot n^3 \cdot D^5. \quad (3.16)$$

Kde c_T je součinitel tahu a c_P součinitel výkonu. Aerodynamická podobnost vrtulí je zachována, pokud součinitelé c_T a c_P jsou stejní při stejné hodnotě rychlostního poměru J . Můžeme vidět, že tah podobných vrtulí je přímo úměrný čtvrté mocnině průměru D a druhé mocnině otáček. Pro výkon podobných vrtulí platí, že je úměrný páté mocnině průměru a třetí mocnině otáček. Pro účinnost podobných vrtulí platí: [11]

$$\eta = J \cdot \frac{c_T}{c_P}. \quad (3.17)$$

4. Analýza současných vrtulí

4.1 Letové režimy vrtule

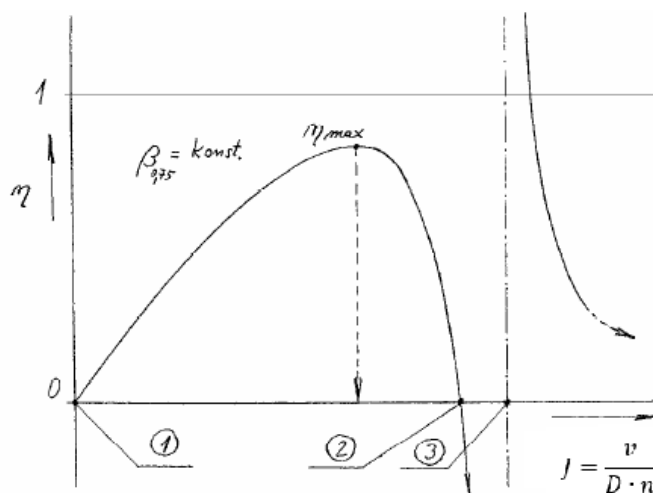
Pro snadnější pochopení výhod a nevýhod různých typů a konstrukcí vrtulí, je výhodné mít představu, v jakých aerodynamických režimech letu může vrtule pracovat. Výsledná rychlost w nabíhajícího vzduchu na profil vrtule, která je dána součtem obvodové rychlosti, rychlosti letu a indukované rychlosti svírá s profilem úhel náběhu α . Pokud budeme zvětšovat rychlost letu, bude se snižovat rychlostní poměr J . Budeme předpokládat pevnou vrtuli, tedy vrtuli s konstantním úhlem nastavení φ . Za tohoto předpokladu se zmenší i úhel náběhu α a následkem toho se sníží i tah vrtule. Pokud budeme nadále zvyšovat rychlost, dosáhneme toho, že úhel α nabude záporných hodnot. Změna úhlu náběhu má větší vliv na vztlak a odpor profilu než změna rychlosti w . Profil má nejvyšší účinnost, pokud dosáhne největšího vztlaku při co nejmenším odporu. [1] [11]

Při návrhu vrtule je kladen důraz na to, aby při předpokládané rychlosti letu bylo dosaženo optimálního úhlu náběhu. Pokud však budeme měnit rychlost, pevná vrtule již neobstojí, protože při konstantním úhlu nastavení nebudou úhly náběhu podél poloměru optimální. Tento problém lze eliminovat možností měnit úhel nastavení za letu. K tomu se využívá stavitelná vrtule, díky které může být dosaženo maximálního tahu při startu a vzletu a zároveň možnosti dosažení co nejvyšší rychlosti letu.

Propulzní účinnost η je dána poměrem užitečného výkonu letounu o rychlosti v a výkonu spotřebovanému:

$$\eta = \frac{T \cdot v}{M \cdot \Omega} \quad (4.1)$$

Pokud tedy vrtule pracuje na místě tzn. $v = 0$, například při pojíždění letounu po dráze, je propulzní účinnost nulová. Při zvyšování rychlosti může dosáhnout hodnot 0,8 až 0,85.



Obr. 16: průběh účinnosti pevné vrtule v závislosti na rychlostním poměru J , převzato z: [11]

Účinnost je ovlivňována hlavně úhly náběhu podél poloměru, které jsou závislé na rychlosti letu a obvodové rychlosti řezů. Poměr mezi nimi udává rychlostní poměr J . Charakteristický průběh účinnosti pevné vrtule v závislosti na rychlostním poměru J je na **Obr. 16**.

V bodě 1 je vrtule ve vrtulníkovém režimu, kdy se letoun nepohybuje nebo se pohybuje relativně malou rychlostí při vzletu. V tomto režimu nekoná vrtule žádnou práci. Díky indukované rychlosti sice vzniká tah, ale veškerý je spotřebován na překonání odporu proti otáčení vrtule. Mezi body 1 a 2 jsou vrtulové režimy, při nichž je propulzní účinnost kladná a stoupá až do maximální hodnoty η_{max} . Následně účinnost klesá a v bodě 2 je rovná nule a vrtule dodává nulový tah. Pokud budeme dále zvyšovat rychlostní poměr, nabude úhel náběhu záporných hodnot a vrtule začne vyvíjet záporný tah a účinnost vrtule je díky tomu také záporná. Tohoto režimu se využívá při přistání k rychlejšímu zabrzdění a zkrácení přistávací dráhy. V bodě 3 pak vrtule pracuje v režimu autorotace, kdy se vrtule sama otáčí v důsledku aerodynamických sil a používá se při nouzovém sestupu po vysazení motoru. [11]

4.2 Konstrukce vrtulových listů

Vrtule musí být konstrukčně řešena tak, aby při zachování co nejmenší hmotnosti a zároveň při dodržení pevnostních podmínek bylo dosaženo potřebných tahů a účinností v kombinaci s letadlem, na kterém mají být umístěny. Výsledný tvar a rozměr vrtule je dán komplexním aparátem, který bere v potaz aerodynamické, pevnostní a dynamické výpočty. Pokud se tedy některý z parametrů vrtule změní, ovlivní to aerodynamické, pevnostní i

dynamické vlastnosti. Výstupem je pak geometrická charakteristika listu. Při návrhu je vytvořeno množství výkresů řezů včetně řezu na kontrolním poloměru.

Spojnice těžišť jednotlivých řezů může být buď přímková, a tedy totožná s osou listu kolmou na osu rotace nebo může být i vyosená. Vyosení ve směru tahu se využívá nejčastěji k redukci namáhání vrtule. První vrtule se vyráběly ze dřeva. Ty se v současné době používají už jen na menší a účelové letouny. Po druhé světové válce se u většiny dopravních letadel využívalo vrtulí z kovového duralu. V dnešní době se hlavně u velkých letadel využívá kompozitních materiálů, někdy v kombinaci s kovem nebo dřevem. [1]

4.3 Konstrukční typy vrtulí

Z pohledu konstrukce rozdělujeme vrtule na dva hlavní typy, a to podle způsobu uchycení, na pevné vrtule a na vrtule stavitelné. Pro pevné vrtule platí, že nemohou měnit za letu úhel nastavení. To má za následek, že optimálního úhlu náběhu mohou dosahovat při jedné konkrétní rychlosti. V ostatních případech se bude úhel náběhu od toho optimálního lišit, a s tím se sníží i celková účinnost pohonu. Dále se pevné vrtule rozlišují na vrtule celistvé, které jsou vyrobené z jednoho kusu a vrtule přestavitelné, které se skládají podle počtu listů z více kusů. Jednotlivé listy jsou vloženy do náboje vrtulové hlavy a jsou upevněny šrouby nebo objímkami. Díky tomu je možné přestavit úhel nastavení vrtule pro předpokládaný režim letu. [11]

Stavitelné vrtule mohou měnit úhel nastavení během rotace vrtule a díky tomu i za letu. Listy vrtule se totiž mohou otáčet kolem své osy. Listy jsou umístěny v náboji vrtulové hlavy a jejich rotace je umožněna soustavou ložisek. Součástí hlavy je pak i stavěcí mechanismus, kterým se nastavuje vrtule.

Nejjednodušším typem jsou dvoupolohové stavitelné vrtule, které mají pouze 2 polohy nastavení listu pro malé a velké stoupání. Druhým typem jsou stavitelné vrtule, které se dají nastavit do libovolné polohy mezi zarážkami pro malé a velké stoupání. Ke stavění vrtulí se pak využívají hydraulické servomotory, elektromotory, nebo mechanické energie motoru. Některé vrtule mají možnost nastavení praporové polohy, za účelem snížení odporu vrtule při poruše motoru. Toho je docíleno tak, že je vrtule nastavena buď ručně nebo automaticky do pozice, kdy se úhel nastavení blíží 90 stupňům. U běžných stavitelných vrtulí se rozsah mezi polohou pro malé a velké stoupání pohybuje v rozmezí 10 až 35 stupňů. Rozsah vrtulí s možností polohy do praporu je okolo 80 stupňů. [11]

Stavitelné vrtule se ovládají ručně nebo automaticky s možností přepínání z jednoho typu na druhý. Nejčastěji používaný typ automatického řízení stavitelných vrtulí je regulace stálých otáček.

4.3.1 Pevné dřevěné vrtule

Nejstarším typem je pevná dřevěná vrtule. Pro lepší mechanické vlastnosti byly vrtule vyráběny z množství desek kladených souběžně s rovinou rotace a slepených do tzv. bloku. Následně byl vyvrtán otvor pro hřídel. Následně se v jednotlivých řezech podle výkresové dokumentace ručním opracováním dosáhlo požadovaných tvarů. Poté se postupným ubíráním materiálu dosáhlo plynulého přechodu mezi výkresovými řezy.

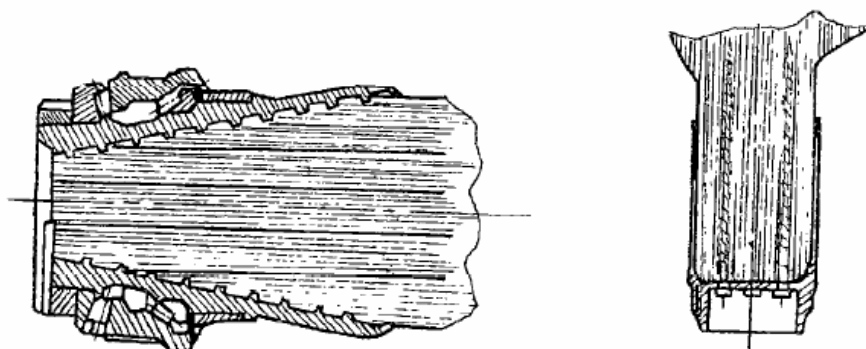
Náběžná hrana vrtule se pak chránila kováním připevněným nýtováním. To však do značné míry narušovalo aerodynamický tvar listů. [1]



Obr. 17: Ochrana náběžné hrany dřevěného listu, převzato z: [11]

4.3.2 Dřevěné listy stavitelných vrtulí

Jednotlivé listy pro stavitelné nebo na zemi přestavitelné vrtule jsou zakončeny válcovým kovovým pouzdrem, pomocí něhož se list uchycuje do náboje vrtulové hlavy. Nevýhodou pak může být rozdílná tepelná roztažnost kovu a dřeva. Nebezpečím pro tyto vrtule je také vlhkost, díky které se může deformovat tvar listu, a zároveň ovlivňuje elastické a pevnostní vlastnosti materiálu. To se dá v dnešní době řešit různými nátěrovými materiály, které odolávají vlhkosti a zároveň jsou dostatečně elastické a pevné, aby odolali deformaci listu při zatížení v průběhu letu. [1] [11]

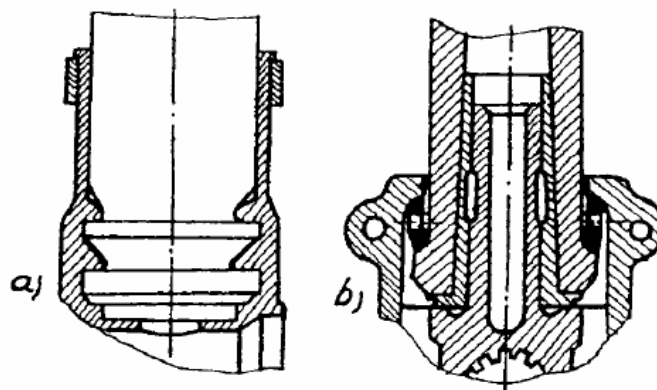


Obr. 18: Spojení dřevěného listu s pouzdrem, převzato z: [11]

4.3.3 Plné kovové listy

Plné kovové vrtule se v dnešní době využívají hlavně pro malé a středně velké vrtule s průměrem do 4 metrů. Jsou vyráběny z kovového duralu, což je slitina hliníku, mědi a malého množství dalších prvků. Jak profilová, tak kořenová část listu je dána komplexním výpočtem při projektování a během konstruování už nemůže být provedeno mnoho úprav. Při každé úpravě parametrů se musí provést nové výpočty. Na **Obr. 19** jsou příklady možného připojení vrtule do pouzdra a do náboje. Velkým nebezpečím pro duralové vrtule jsou i menší poškození, díky kterým se zvyšuje pravděpodobnost vzniku únavové trhliny. Z tohoto důvodu se musí provádět u vrtulí kontroly na trhliny, vměstky, a zároveň kontroly materiálového složení a mechanických vlastností pomocí tenzometrických měření.

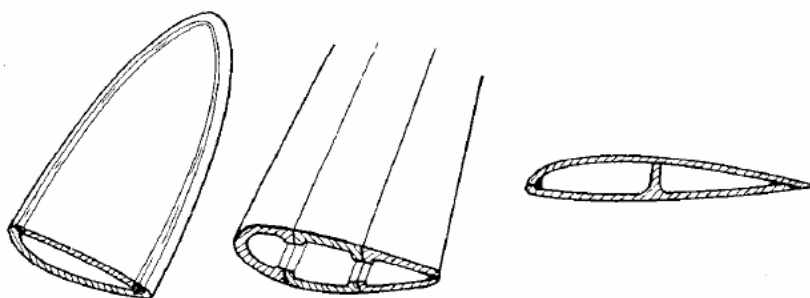
V dnešní době se duralové vrtule vyrábějí na číslicových strojích s následným ručním dokončením povrchu. Dalším krokem je vyvažování vrtule, kdy se dovažuje velký moment listu. Dosažení vysoké ochrany proti korozi je dosaženo úpravami povrchu, jako je využití nátěrů, eloxování, nebo leštění. Náběžná hrana je proti nepříznivým vlivům opatřena lepenými umělohmotnými fóliemi. [1] [11]



Obr. 19: Příklad možného připojení vrtule do pouzdra a do náboje, převzato z: [11]

4.3.4 Duté kovové listy

Duté kovové listy se využívají pro velké vrtule o průměru 4,5 m a více. Menší vrtule by měli horší hmotnostní poměr než plné duralové vrtule. Vyrábí se z vysokopevnostních chrommolybdenových a chromnikmolybdenových ocelí. Konstruují se z několika dílů a jsou buď svařované nebo pájené. Svařované listy jsou vyráběny z několika ocelových vytvarovaných částí, které jsou někdy pro zpevnění celé konstrukce opatřeny žebry. Nosnou částí spájených listů je centrální tvarovaný nosník, který přechází z válce u kořene do plochého oválu. K němu je pak připájen ocelový potah. Kvůli malému materiálovému tlumení vibrací oceli se dutiny listů vyplňují tlumící výplní. [12]



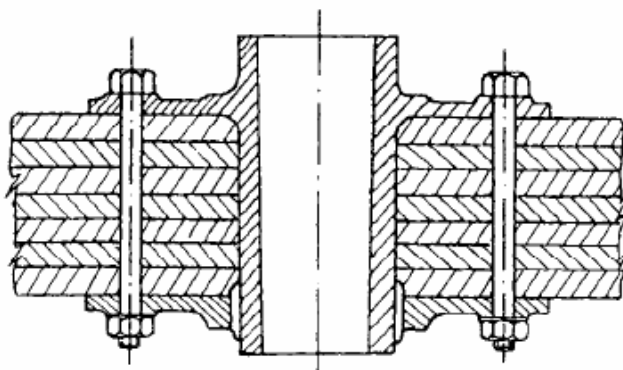
Obr. 20: Svařované duté listy, převzato z: [11]

4.3.5 Kompozitní listy

Listy z kompozitních materiálů se začaly využívat v druhé polovině minulého století. Bylo to zapříčiněno rozvojem skleněných, uhlíkových, kevlarových a dalších umělých vláken. Tato vlákna mají oproti jiným materiálům velikou pevnost v kombinaci s nízkou měrnou hmotností. Listy z kompozitních materiálů jsou na druhou stranu náročnější na výrobu, protože k tomu musí být vyvinuty a vyráběny velmi kvalitní formy pro jednotlivé výrobní etapy. Zároveň musí být dosaženo dostatečné kvality použitých materiálů a k tomu museli vzniknout nové technologické postupy, zvláště pak u sériově vyráběných výrobků. [12]

4.4 Konstrukce náboje vrtule

Náboj je neoddělitelnou součástí vrtule, který je z bezpečnostního hlediska stejně důležitý jako vrtulové listy. V mnoha případech jde o univerzálnější prvek, než jsou vrtulové listy, protože lze do stejného náboje namontovat různé listy. Návrh a konstrukce náboje musí být provedeny tak, aby přenesl kroutící moment z motoru na vrtuli a dlouhodobě odolal cyklickému zatížení od setrvačných sil. Pokud jde o spojení pevné dřevěné vrtule s motorem, je zapotřebí využít ocelového náboje, který je k vrtuli připevněn pomocí přírub a předepjatých průběžných šroubů viz. **Obr. 21**. [1]

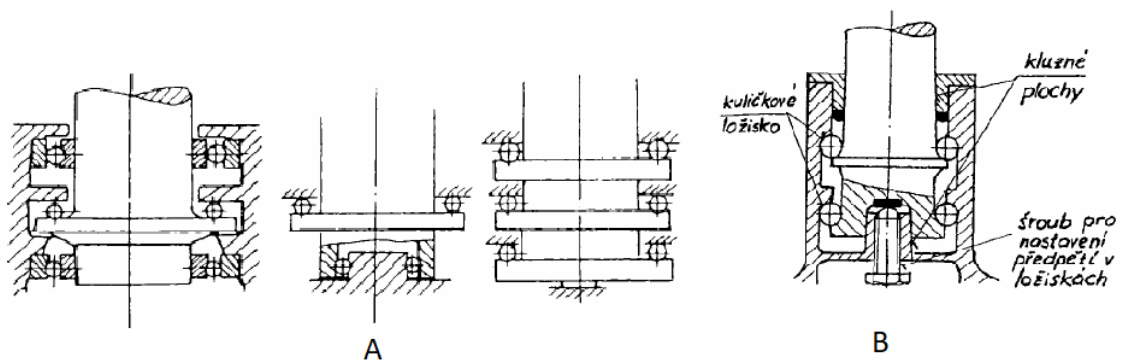


Obr. 21: Náboj pevné dřevěné vrtule, převzato z: [11]

4.4.1 Náboje stavitelných vrtulí

Náboje stavitelných vrtulí jsou konstrukčně o dost složitější, než náboje pevných vrtulí. Kromě toho, že musí přenést kroutící moment z motoru na list vrtule, je zapotřebí, aby umožňovaly změnu úhlu nastavení listu při spuštění motoru. Aby bylo možné zachytit velké odstředivé síly listů, jsou využívána valivá ložiska, nebo se užívá valivého uložení vyráběného souběžně s nábojem. To má nezanedbatelný vliv na tvar, velikost a hmotnost náboje. Na **Obr. 22 A** jsou zobrazeny možné varianty valivého uložení listu v náboji.

Závažným problémem pro toto uložení, a to hlavně u pístových motorů s malým počtem válců, je nerovnoměrný průběh kroutícího momentu během jedné otáčky. To může vést k nerovnoměrnému rozložení na valivé elementy, které způsobuje vytloukání valivých drah i elementů a snížení jejich životnosti. Podobný problém může vzniknout i u motorů s rovnoměrným rozložením momentu. Při rozběhu vrtule totiž není odstředivá síla dostatečně velká na to, aby všechny valivé elementy dosedly na své valivé dráhy a při pulzujících aerodynamických silách tak dochází k jejich nadměrnému opotřebení. To se dá kompenzovat valivým uložáním se seřiditelným předpětím, jehož schéma je na **Obr. 22 B**. Pomocí šroubu se nastaví předpětí tak, aby kleslo k nule až v okamžiku dosažení dostatečných odstředivých sil. To zajistí, že i při pulzujícím průběhu zatížení dojde k dosednutí valivého uložení. [1]



Obr. 22: Valivé uložení listů, převzato z: [11]

Náboje jsou většinou vyrobeny z ocelových výkovků. Pro menší vrtule se využívají kvalitní slitiny duralu, pro jejich snadnější a rychlejší obrobení. Pokrok ve výpočetní technice a metodách umožnil rozbor napjatosti v náboji pro všechny letové režimy.

4.5 Řízení úhlu nastavení vrtule

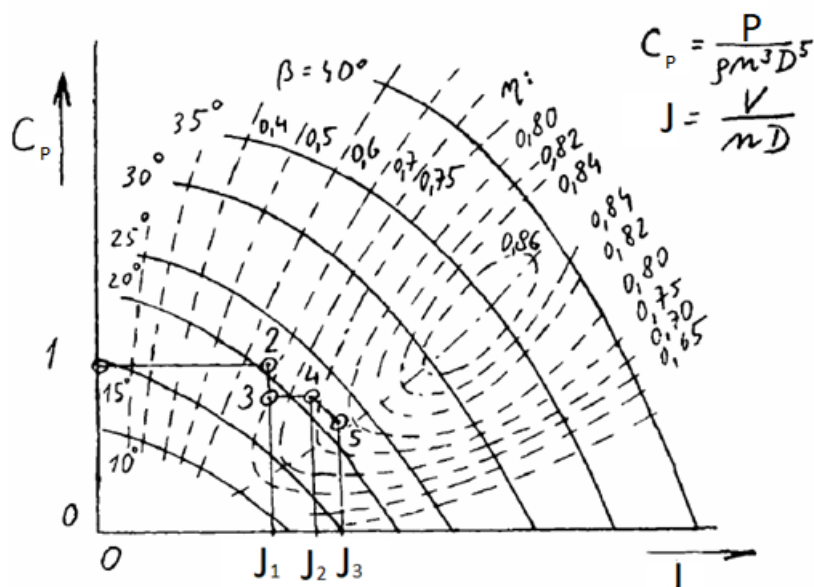
V této kapitole se budu zabývat zejména za letu stavitelnými vrtulemi. Jak už bylo v předchozích kapitolách zmíněno, vrtule s neměnným úhlem nastavení využívají efektivně výkon motoru na tah vrtule jen v omezeném intervalu. Vrtule dosahuje maximální účinnosti při jedné konkrétní hodnotě rychlostního poměru J . Pokud budeme následně zvyšovat rychlost letu a tím i poměr J , začne se propulzní účinnost rychle blížit k nule. Pokud však umožníme vrtuli změnu úhlu nastavení, vyřešíme tím daný problém. [11]

K tomuto účelu vzniklo množství stavěcích mechanismů. Nejvíce se využívá servomotoru v kombinaci s převodovým mechanismem, který je zařazený mezi servomotor a listy. K natočení je potřeba překonat odpor listu. K tomu se využívá mechanické energie na hřídeli leteckého motoru, nebo síly vznikající při rotaci vrtule. Pro vrtule malých rozměrů se využívají elektrické servomotory. Pro vrtule s konstantními otáčkami se v dnešní době nejčastěji využívají servomotory hydraulické.

První stavitelné vrtule byly ručně řízené. Za letu bylo možno pomocí páky nastavit pro start malý úhel nastavení a následně za letu změnit na velký úhel nastavení. Dále se využívalo dvoupolohových vrtulí, která se ovládala ručně pomocí přepínače. U pozdějších typů vrtulí pak byla možnost nastavení libovolného úhlu mezi zárážkami. Aby bylo předejito lidské chybě, začaly vznikat automaticky řízené stavěcí mechanismy.

Nejpoužívanějším typem automatického řízení úhlu nastavení je regulace konstantních otáček. Pro lepší pochopení zde vysvětlím na příkladu. Mějme vrtuli, jejíž závislost součinitele výkonu c_p na rychlostním poměru J je zobrazena na **Obr. 23**. Do grafu jsou též přerušovanými čarami zakresleny křivky, na kterých je stejná propulzní účinnost. Při startu se blíží rychlost letounu nule tj. $v_0 \cong 0 \text{ ms}^{-1}$ a tím se i rychlostní poměr J bude blížit nule. Součinitel výkonu se vypočte podle vzorce v kapitole 1.3. Nacházíme se v bodě 1 grafu. Otáčky vrtule jsou udržovány na konstantní hodnotě. Velikost poměru J se bude zvětšovat s rostoucí rychlostí při startu až do hodnoty J_1 . Výkon motoru zůstává téměř neměnný, a proto i hodnota c_p bude neměnná. Nyní se nacházíme v bodě 2 grafu. Z grafu je zřejmé, že abychom toho dosáhli, musí se měnit i úhel nastavení vrtule. Při konstantních otáčkách je po startu stažena přípust motoru na stoupací výkonnost. Tím se sníží hodnota c_p na hodnotu v bodě 3. Při dostatku výkonu se zvyšuje rychlost až do okamžiku, kdy letadlo

dostoupá do letové hladiny, kde poměr J odpovídá hodnotě v bodě 4. Následuje cestovní režim, který je zpravidla charakterizovaný nižšími otáčkami a nižším výkonem na hřídeli motoru.



Obr. 23: Závislost součinitele výkonu na rychlostním poměru u stavitelné vrtule, převzato z: [11]

5. Příprava experimentu

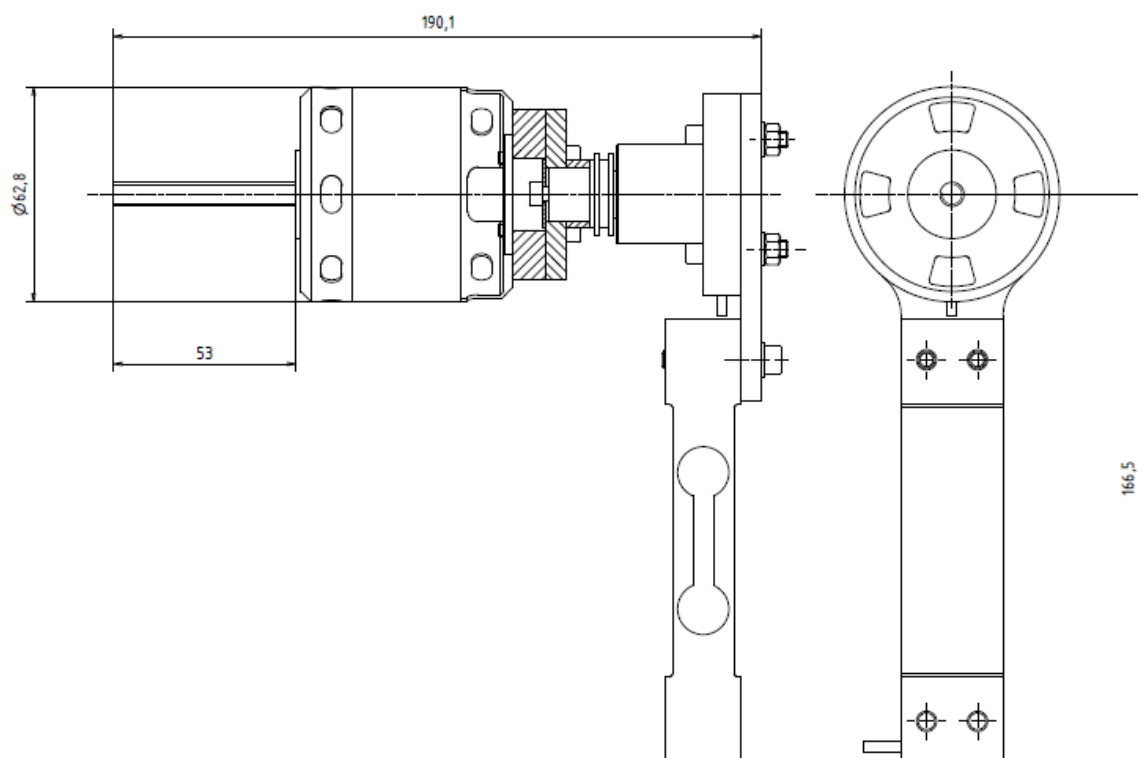
V této části se zaměřím na kompletní popis experimentu, a to zejména na konstrukci experimentálního zařízení, které slouží k měření aerodynamických vlastností vrtulí a k následnému porovnání s daty dodaných výrobcem vrtule.

5.1 Návrh konstrukce měřícího zařízení

Aby bylo využito plného potenciálu experimentálního zařízení a bylo možné provádět kromě statických i dynamické zkoušky, bylo zařízení umístěno do prostoru aerodynamického tunelu, který bude popsán v následujících kapitolách. K umístění samotného zařízení do tunelu byla navržena konstrukce přímo za tímto účelem. Jde o výškově polohovatelný stojan, kterým lze změnit polohu experimentálního zařízení v případě přesunu na jiný typ tunelu. Je tvořen dvěma do sebe zasouvateľnými bezešvými trubkami s možností aretace ve zvolené pozici. Bylo zvoleno takových rozměrů, aby bylo dosaženo dostatečné tuhosti konstrukce. Pro dosažení stability byli ke spodní trubce přivařeny 4 ocelové profily, na jejichž konci je umístěna nastavitelná noha.

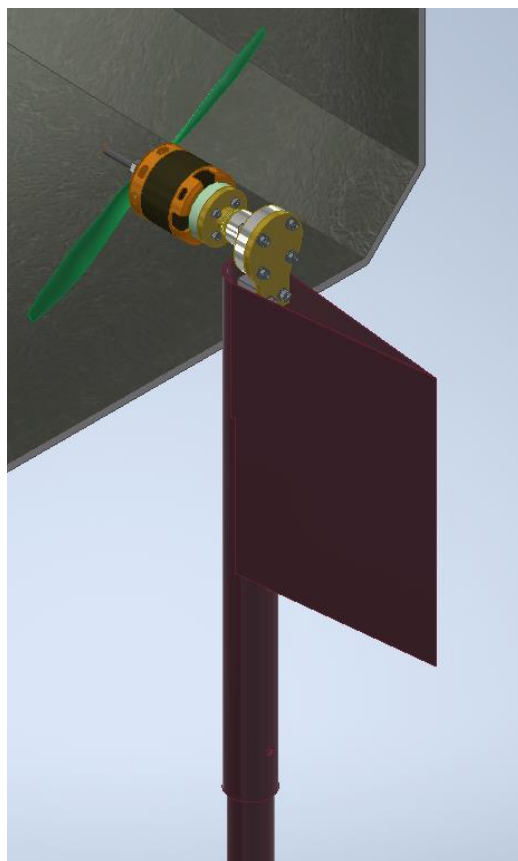
5.2 Měřící hlava

Nejdůležitější částí celého zařízení je měřící hlava, která se skládá ze samotného pohonu vrtule a dále veškerých snímačů potřebných ke změření výkonových veličin. Z nich se následně získají charakteristiky popsané v sekci 1.3 Výkonnostní charakteristiky vrtulí. Schéma měřící hlavy je zobrazeno na **Obr. 22**.



Obr. 24: Schéma měřící hlavy

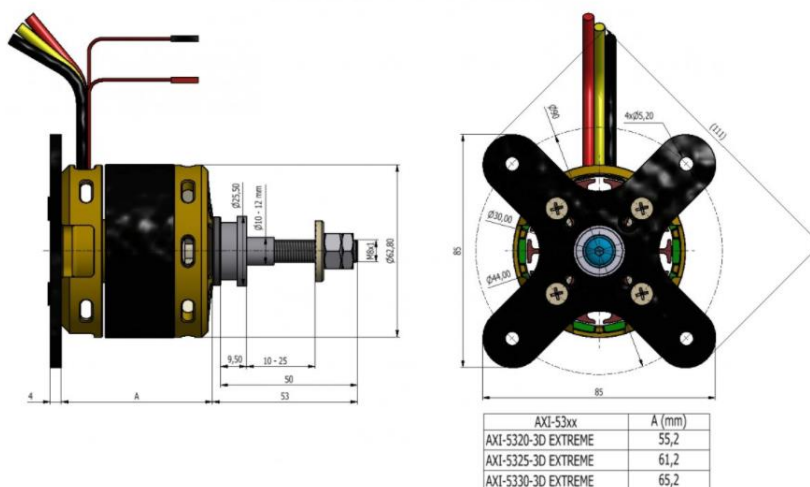
Na schématu je zobrazena pohonná jednotka, kterou je BLDC motor AXI 5330/20 3D EXTREM V2 od společnosti AXI. Motor je připojen pomocí spojovacího materiálu k tenzometrickému snímači, měřícího statický moment. Pod ním je pak připevněn tenzometrický snímač, měřící tah vrtule. Aby bylo dosaženo co největší tuhosti, je celá hlava připevněna ke zbytku konstrukce dvěma šrouby. Pro dosažení co nejpřesnějšího měření byl do úplavu za měřící hlavu umístěn plech vytvarovaný do kapkovitého tvaru. Ten je přivařen ke zbytku konstrukce viz. **Obr.23**. To má za následek postupné rozložení tlaku a snížení pravděpodobnosti vzniku vírů v úplavu, které by jinak mohly ovlivnit měření.



Obr. 25: Model měřícího zařízení v ústí dýzy aerodynamického tunelu

5.2.1 Pohonná jednotka

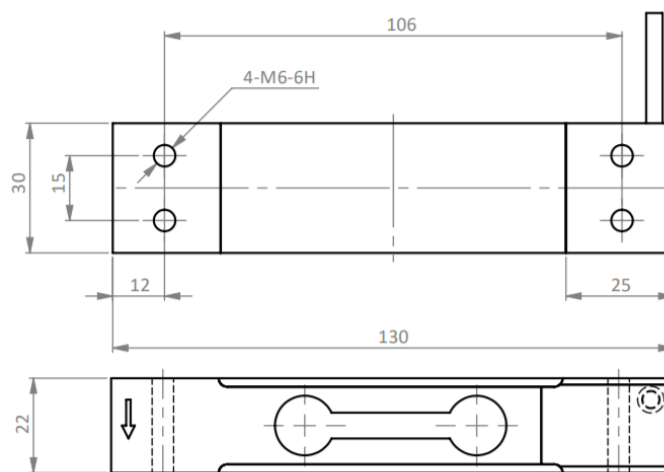
Pro naše měřící stanoviště by zvolen motor **AXI 5330/20 3D EXTREM V2** s výkonem 2900W a maximální účinností 93%. V aerodynamickém tunelu budeme měřit modelářské vrtule o průměru 14-18 palců. Pro tento motor jsou výrobcem doporučeny vrtule s rozměrem 20 palců. Takto výkonný motor byl zvolen pro dosažení dostatečné rezervy a pro možnost testování větších vrtulí v případě přesunu měřícího zařízení do jiného aerodynamického tunelu. Na **Obr. 23** je schéma vybraného motoru.



Obr. 26: Schéma motoru AXI 5330/20 3D EXTREM V2

5.2.2 Snímač tahu vrtule

Pro měření tahu vrtule byl vybrán tenzometrický snímač tvaru ohybového nosníku Zemic L6D/10 kg C3. Jde o tenzometr v hliníkovém šasi se zvýšenou ochranou proti vniknutí cizích předmětů a vody IP65. Tato konkrétní varianta může dosáhnout maximálního zatížení 100 N. Při našem tunelovém měření by zatížení nemělo přesáhnout 40 N. To nám do budoucna umožňuje měřit vrtule ve velkém rozsahu rozměrů a dává to zařízení dostatečnou univerzálnost pro budoucí využití. Na jednom konci je snímač připevněn šrouby k podložce, která je přivařena ke konstrukci polohovatelného stojanu. Na druhém konci je pak tenzometr zatížen působící silou. V našem případě jde o pohonnou jednotku s měřenou vrtulí vytvářející tah. Schéma snímače je zobrazeno na **Obr. 27**.

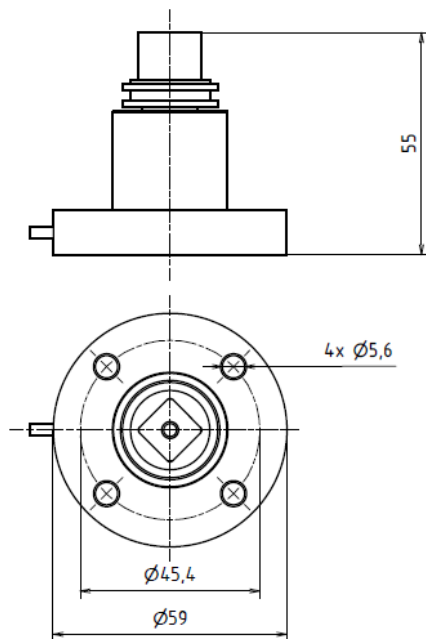


Obr. 27: Schéma tenzometrického snímače Zemic L6D/10 kg C3

5.2.3 Snímač pro měření momentu vrtule

Pro měření statického momentu vrtule byl vybrán tenzometrický snímač JNNT 5. Tento snímač měří v rozmezí 0 až 5 Nm, což zaručuje dostatečný rozsah pro naše měření. Umožňuje to zároveň dostatečnou rezervu pro budoucí měření s většími vrtulemi. Výhodou tohoto snímače je relativně nízká pořizovací cena. Dosahuje dostatečné citlivosti 1 až 2 mV/V. Je vyroben z legované oceli, a opatřen ochranou IP67.

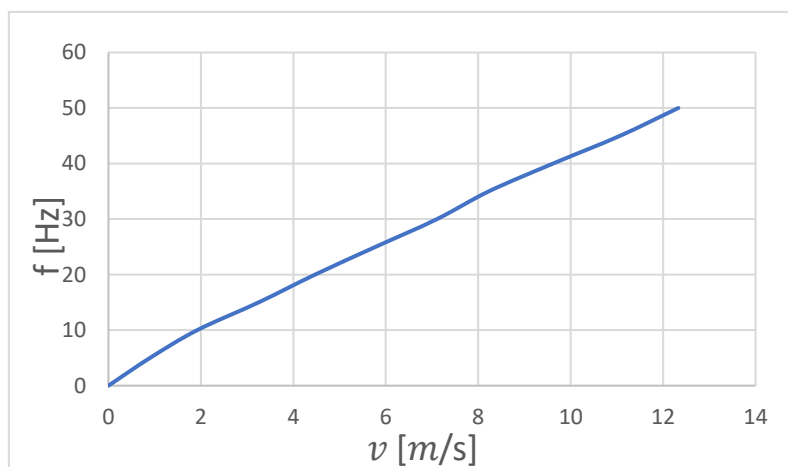
Snímač je prostřední článek měřící hlavy viz. **Obr. 24**. K snímači tahu Zemic je připevněn pomocí čtyř šroubů a tvarované sklolaminátové destičky, která by měla zaručovat dostatečnou tuhost spojení. Statický moment od motoru je pak přenášen obdobným způsobem. Schéma snímače je zobrazeno na **Obr. 28**.



Obr. 28: Tenzometrický snímač JNNT 5Nm

5.2.4 Měření rychlosti nabíhajícího proudu vzduchu a otáčky vrtule

Změna rychlosti nabíhajícího proudu vzduchu byla prováděna manuálně změnou řídicí frekvence asynchronního motoru aerodynamického tunelu. Rychlost byla proměřena pomocí ručního vrtulkového anemometru v maximálním rozsahu rychlostí. Pro snadné odečítání rychlosti byla z naměřených dat vytvořena kalibrační křivka, která je zobrazena na **Obr. 29**.



Obr. 29: Kalibrační křivka aerodynamického tunelu

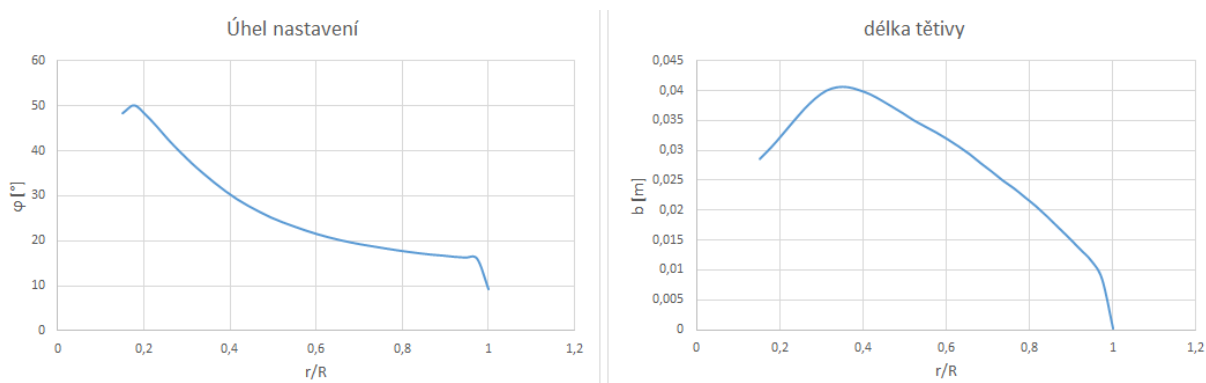
Otáčky vrtule byly měřeny pomocí frekvence otáček točivého elektromagnetického pole synchronního motoru pohánějícího vrtuli.

5.2.5 Měření vrtule

Pro experiment byly vybrány dvě vrtule. Obě vrtule mají průměr 16 palců (tj. 406,4 mm). Jako první byla měřena dvoulistá vrtule APC 16x8E od společnosti APC propellers. Jde o vrtuli určenou pro elektrické pohony. Vrtule této společnosti byla vybrána proto, že je k ní možné dohledat data pro teoretické aerodynamické charakteristiky, které je možné dohledat na internetových stránkách výrobce. Tato vrtule disponuje relativně malým

stoupáním 8 palců na otáčku. Bylo tak zvoleno pro dosažení co největších otáček pro zvolený napájecí zdroj.

Druhou vrtulí je dvoulistá vrtule, která byla navržena pracovníky na Ústavu mechaniky tekutin a termodynamiky. Návrh vrtule je založen na metodě nelineární vztakové čáry s volným vírovým úplavem (Non linear lifting line free vortex wake method). Geometrické charakteristiky vrtule jsou zobrazeny na **Obr. 30** a v **Tab. 1**.



Obr. 30: Průběh délky tělivity a úhlu nastavení

Pozice r/R	Profil
0,15	NACA 5515
0,30	NACA 6512
0,50	NACA 5510
0,75	NACA 3510
1,00	NACA 2509

Tab. 1: Profily vrtule

6. Výsledky měření aerodynamických charakteristik

V této kapitole budou prezentovány výsledky měření dvou uvedených vrtulí a zároveň zde budou porovnány aerodynamické charakteristiky vycházející z měření s teoretickými charakteristikami. Měření proběhlo ve spolupráci s Bc. Jiřím Walterem.

Měření probíhalo v tunelu s otevřeným okruhem v laboratořích Ústavu mechaniky tekutin a termodynamiky. Měřící zařízení bylo nastaveno do potřebné výšky a bylo zatíženo ocelovými závažími pro větší stabilitu. V průběhu měření byla změřena teplota a barometrický tlak v tunelu, viz. **Tab. 2**.

Teplota	18, 2 C°
Barometrický tlak	99, 65 kPa

Tab. 2: Podmínky měření

Tyto hodnoty byly následně využity k získání teoretické hodnoty hustoty vzduchu. Vzduch byl uvažován jako ideální plyn. Z tohoto důvodu bylo možné hustotu spočítat pomocí stavové rovnice ideálního plynu:

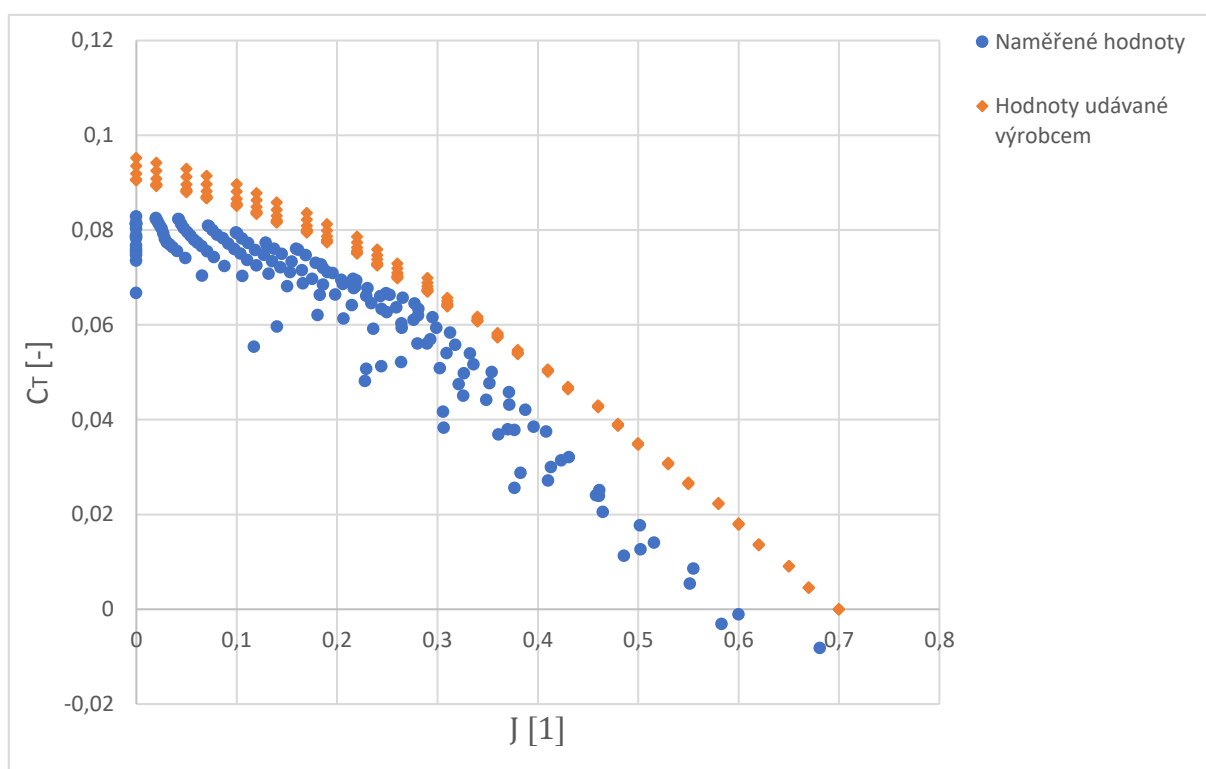
$$p_b \cdot V = n \cdot R \cdot T. \quad (6.1)$$

$$\rho = \frac{p_b}{r \cdot T}, \quad (6.2)$$

kde $r = 287,10 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ je měrná plynová konstanta, p je barometrický tlak a T je termodynamická teplota. Měření obou vrtulí proběhlo v maximální rozsahu rychlostí, tedy od nulové rychlosti, představující statické měření až po $v = 12,33 \text{ m/s}$. Byla provedena série měření, kdy při každém měření byla nastavena konstantní rychlost volného proudu vzduchu. Automaticky pak probíhalo měření, při kterém byly navyšovány otáčky a byly měřeny potřebné veličiny. Rozsah otáček byl dán maximálními otáčkami elektromotoru v konfiguraci s danou vrtulí, napájený třemi sériově zapojenými autobateriemi. Měření probíhalo v rozsahu 1100 až 6800 *ot/min*.

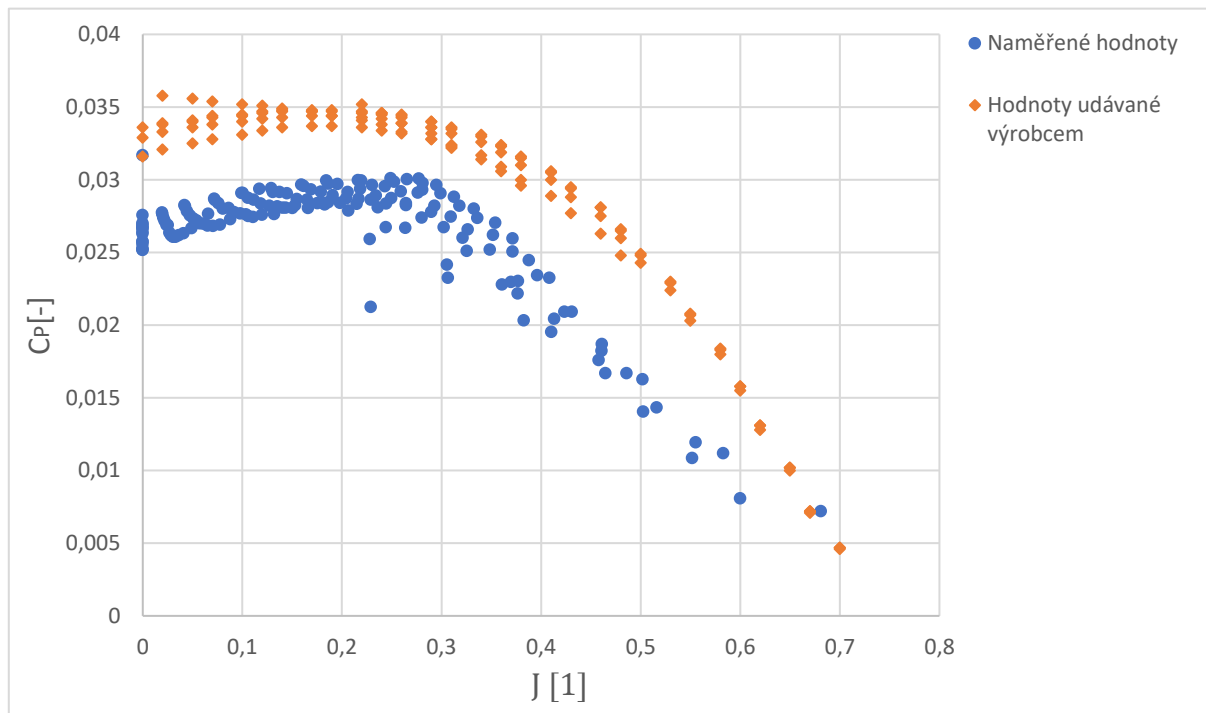
6.1 Srovnání charakteristik teoretických a naměřených

Na následujících obrázcích jsou uvedeny aerodynamické charakteristiky obou měřených vrtulí. Pro každou vrtuli jsou uvedeny tři charakteristiky, které se nejčastěji používají v odborné literatuře pro dynamické zkoušky. Jde o závislost koeficientu tahu c_T , koeficientu výkonu c_P a propulzní účinnosti η na poměrné rychlosti J . Charakteristiky odpovídající vrtuli APC 16x8E jsou na **Obr. 31** až **Obr. 33**. Charakteristiky pro druhou vrtuli jsou pak zobrazeny na **Obr. 34** až **Obr. 36**. Na každém obrázku jsou modrou barvou zobrazeny charakteristiky vyplývající z měření a oranžovou barvou teoretické charakteristiky, popřípadě charakteristiky udávané výrobcem.



Obr. 31: Závislost koeficientu tahu na poměrné rychlosti pro vrtuli APC 16x8E

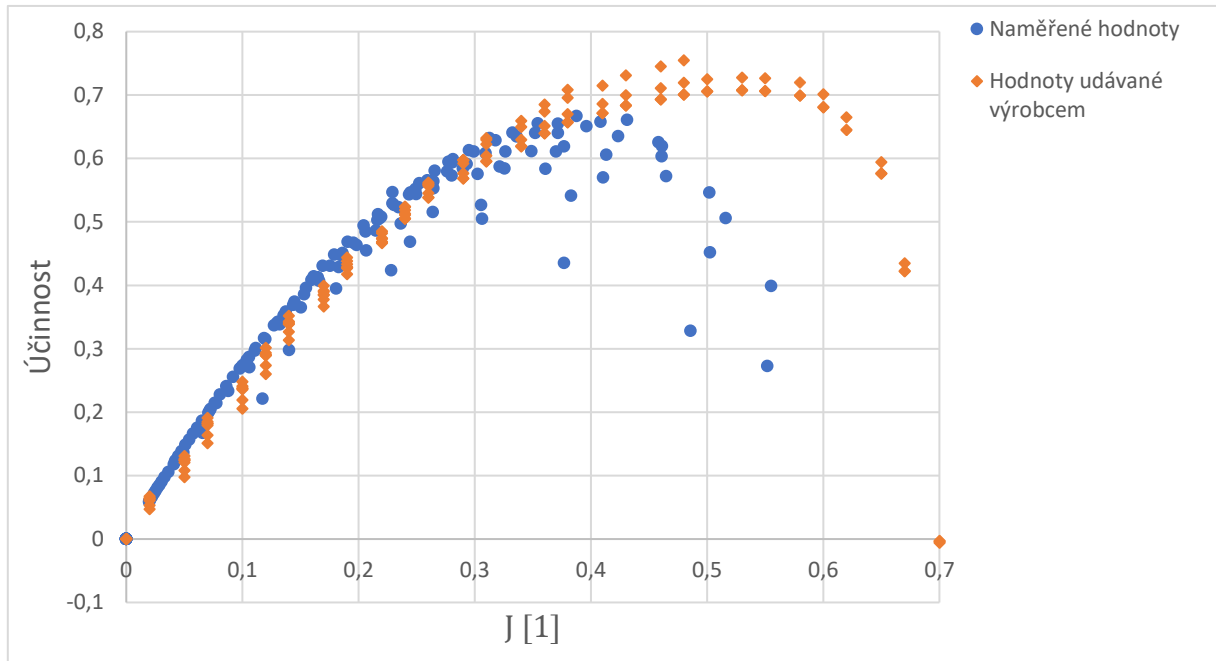
Z obrázků je zřejmé, že křivky vycházející z měření nejsou pro větší hodnoty rychlostního poměru zcela vykresleny. To je způsobeným omezeným rozsahem rychlostí volného proudu, které je možno dosáhnout při dané konfiguraci tunelu. Z **Obr. 31** a **Obr. 34** je patrné, že koeficient tahu nabývá od určité hodnoty rychlostního poměru záporných hodnot. V tomto režimu nabývá tah směru opačného ke směru letu.



Obr. 32: Závislost koeficientu výkonu na poměrné rychlosti pro vrtuli APC 16x8E

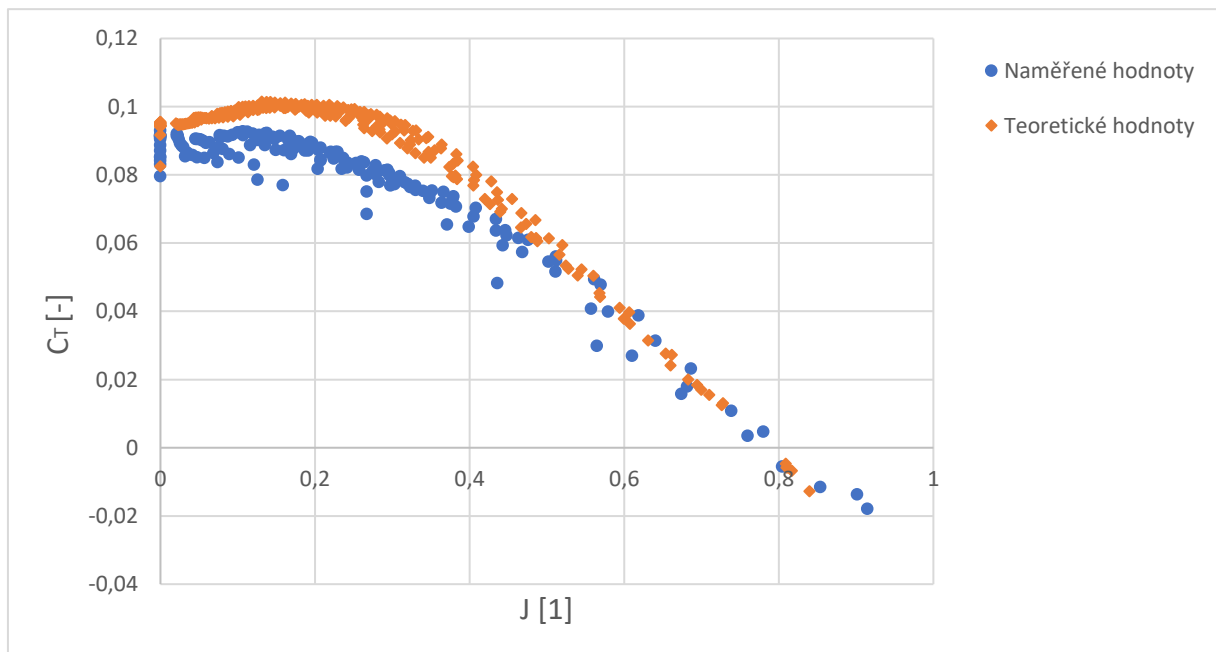
Z **Obr. 31** a **Obr. 32** je zřejmé, že koeficienty tahu a výkonu, vycházející z měření, nabývají menších hodnot než data udávaná výrobcem v celém rozsahu rychlostí. Pro vrtuli APC 16x8E platí, že koeficient výkonu, vycházející z měření, roste přibližně do hodnoty $J = 0,3$. Zde nabývá koeficient maxima a následně se charakteristika láme a klesá k nule.

Na **Obr. 33** je vidět, že účinnost vyplývající z měřených dat, kopíruje hodnoty udávané výrobcem. Do rychlostního poměru $J = 0,3$ dokonce nabývá vyšších hodnot. Následně se však hodnoty měřené a teoretické odchylní. Nejvyšší účinnosti nabývá měřená charakteristika při hodnotě $J = 0,4$. Následně rychle klesá k nule.

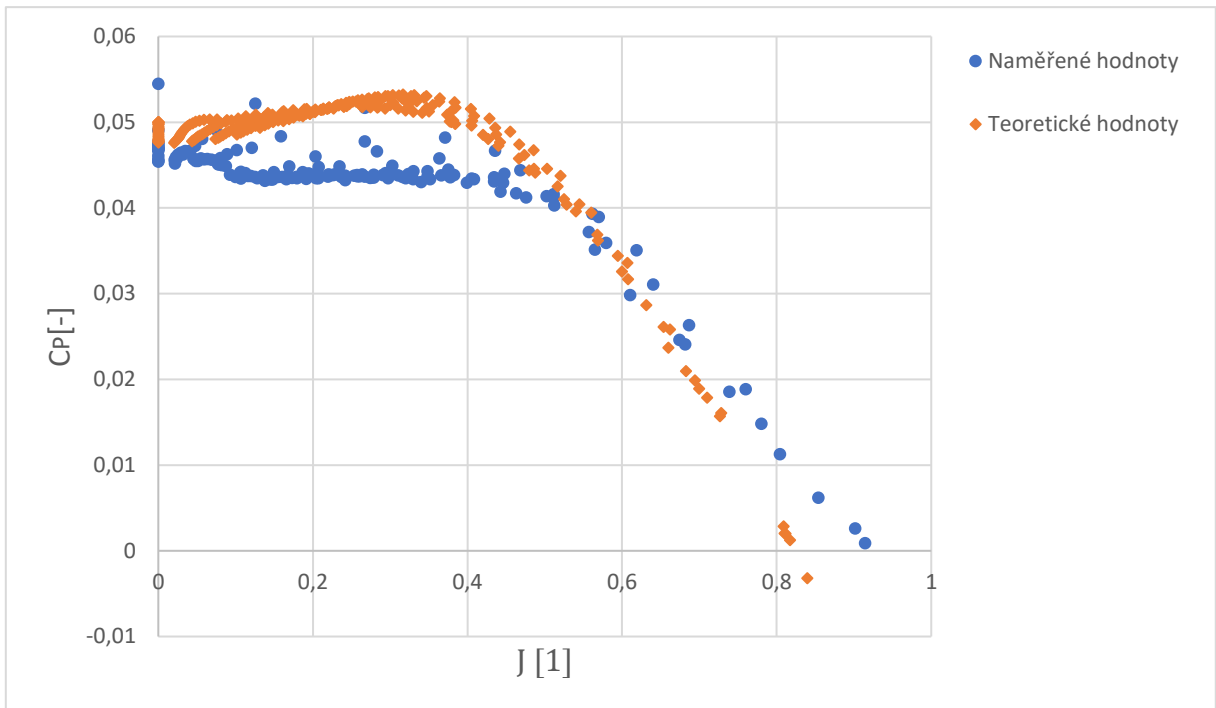


Obr. 33: Závislost účinnosti na poměrné rychlosti pro vrtuli APC 16x8E

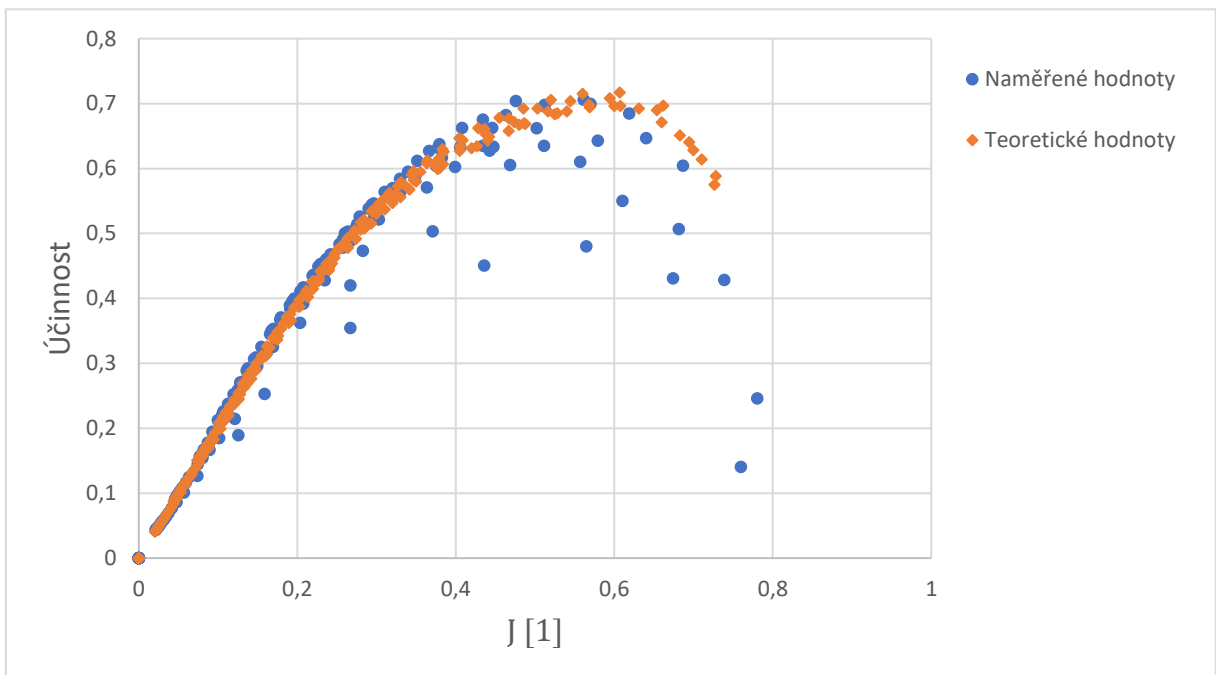
Následující charakteristiky odpovídají druhé měřené vrtuli. Je zde vidět, že měřené hodnoty koeficientů neodpovídají hodnotám teoretickým pro nižší hodnoty rychlostního poměru. Následně se charakteristiky z velké části překrývají.



Obr. 34: Závislost koeficientu tahu na poměrné rychlosti pro druhou vrtuli



Obr. 35: Závislost koeficientu výkonu na poměrné rychlosti pro druhou vrtuli



Obr. 36: Závislost účinnosti na poměrné rychlosti pro druhou vrtuli

Z charakteristik vytvořených z teoretických dat, popřípadě z dat udávaných výrobcem vrtule, je zřejmé, že se nejedná pouze o jednu křivku, ale o soustavu křivek. Ty se však pro vyšší hodnoty rychlostního poměru sbíhají do křivky jedné. Ve srovnání s tím mají charakteristiky vycházející z měření značný rozptyl hodnot.

Z tohoto důvodu je potřeba brát zřetel i na možné vlivy na výsledky měření, které mohou do následného vyhodnocení vnášet chybu. Velký vliv na výsledky měl způsob měření rychlosti volného proudu vzduchu v tunelu. Jak už bylo v jedné z předchozích kapitol zmíněno, byla rychlost měřena před samotným měřením parametrů vrtule, tedy ve stavu, kdy vrtule byla v klidu a rychlost proudu se měnila pouze v závislosti na frekvenci frekvenčního měniče. Reálná rychlost volného proudu během měření vrtule byla s velkou pravděpodobností odlišná. Při měření totiž rotující vrtule ovlivňuje rychlostní pole v tunelu a tento vliv se měnil se změnou otáček. Pro přesnější hodnoty rychlosti by proto bylo zapotřebí měřit její hodnotu v průběhu samotného měření vrtule po každé změně otáček. K tomu by mohla posloužit například Pitotova trubice, která měří rychlost pomocí rozdílu dynamického a statického tlaku.

Velký vliv na samotné charakteristiky může mít zároveň způsob měření a stanovení otáček. Při přepočtu z měřených hodnot na hodnoty koeficientů se totiž počítá s druhou, popřípadě třetí mocninou otáček. To má za následek, že i relativně malá odchylka má velký vliv na výsledek.

Nezanedbatelný vliv na měření měly vibrace, vznikající v důsledku konečné tuhosti konstrukce měřícího zařízení. Tyto vibrace byly také způsobeny v důsledku nevyvážení vrtule. Při měření druhé vrtule došlo v určitém intervalu otáček k zvýšení vibrací, kdy amplituda měřeného tahu dosahovala jednotek newtonu.

7. Závěr

V této práci jsem se zabýval experimentálním ověřením aerodynamických parametrů modelářských vrtulí, které jsou udávány výrobcem, a porovnání teoretických dat vycházejících z návrhu vrtule s daty vycházejících z měření. Za tímto účelem bylo postaveno zařízení umožňující měření těchto parametrů. Výsledky měření mohou být využity k vytvoření vlastních aerodynamických charakteristik, protože většina výrobců tyto charakteristiky neuvádí a udává pouze doporučení rozměrů vrtule pro použitý motor.

V úvodu jsem se zaměřil na popis a princip fungování vrtule. Popsal jsem vznik geometrie vrtule, která vychází z geometrie nosné plochy letounu. Dále jsem popsal základní geometrické charakteristiky vrtulí a následně jsem tyto charakteristiky uvedl pro jednu z modelářských vrtulí, kterou jsem následně použil pro experimentální měření. Uvedl jsem zde definici bezrozměrných koeficientů, které jsou klíčovými aerodynamickými parametry vrtulí. Teoreticky jsem zde popsal několik základních analytických metod, které se používají pro návrh nebo analýzu vrtulí. Těchto metod je velké množství a v praxi se jich využívá k vytvoření výpočetního modelu pro návrh vrtule v kombinaci s různými numerickými metodami.

V další části jsem popsal základní typy v dnešní době používaných vrtulí. Uvedl jsem výčet režimů letu, ve kterých může vrtule pracovat. Popsal jsem funkci stavitelných vrtulí a vysvětlil jsem jejich výhody oproti vrtulím pevným a na zemi přestavitelným, které se v dnešní době u letadel téměř nevyužívají.

Ve třetí části je popsána konstrukce experimentálního zařízení pro měření aerodynamických vlastností modelářských vrtulí. Jsou zde vytknuty výhody této konstrukce pro měření dynamických charakteristik v aerodynamickém tunelu. Dále jsou popsány měřicí snímače potřebné pro měření dynamických veličin.

V poslední části se věnuji samotnému měření vrtulí a jeho vyhodnocení. Měřil jsem dvě modelářské vrtule. První měření jsem provedl na vrtuli APC 16x8E. Následně byla změřena vrtule navržená pomocí metody nelineární vztahové čáry s volným vírovým úplavem. V závěru jsem uvedl charakteristiky pro měřené vrtule a porovnal je s daty udávanými výrobcem a s teoretickými hodnotami vycházejícími z návrhu vrtule.

Literatura

- [1]. **Alexandrov, V. L.** *LETECKÉ VRTULE*. Praha : Statní nakladatelství technické literatury, 1954.
- [2]. **Wald, Q. R.** The aerodynamics of propellers. *Progress in Aerospace Sciences*. Port Townsend : autor neznámý, 2006.
- [3]. **SFORZA, Pasquale M.** *Theory of Aerospace propulsion*. místo neznámé : Butterworth-Heinemann, 2017.
- [4]. **John, Carlton.** *Marine Propellers and Propulsion*. místo neznámé : Butterworth-Heinemann, 2007. 978-07506-8150-6.
- [5]. **Martínez, Isidoro.** Propellers. *Propellers*. [Online] 1995. [Citace: 27. Březen 2021.] <http://webserver.dmt.upm.es/~isidoro/bk3/c17/Propellers.pdf>.
- [6]. Thermodynamics and Propulsion. *Thermodynamics and Propulsion*. [Online] [Citace: 24. Duben 2021.] <https://web.mit.edu/16.unified/www/FALL/thermodynamics/notes/node86.html>.
- [7]. **Okulov, V. L.** Rotor theories by professor Joukowsky: Momentum theories. *Progress in Aerospace Sciences*. 2004.
- [8]. Aerodynamics for Students. *Aerodynamics for Students*. [Online] [Citace: 15. Duben 2021.] <http://www.aerodynamics4students.com/propulsion/blade-element-propeller-theory.php>.
- [9]. **Brož, Václav.** *Aerodynamika nízkých rychlostí*. Praha : České vysoké učení technické v Praze, 1990. 6882.
- [10]. **Katz, J. and Plotkin.** *Low-Speed Aerodynamics*. místo neznámé : Cambridge University Press, 2001. 9780521665520.
- [11]. **Zdeněk, Huječek.** *STUDIJNÍ MODUL 17 Vrtule*. Brno : Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN.
- [12]. **Benda, L. a Faber, V.** *Vrtule s kompozitními listy*. místo neznámé : VZLÚ, 1986.
- [13]. **Brandt, John B.** *Propeller Performance Data at Low Reynolds Numbers*. Orlando : University of Illinois at Urbana-Champaign, 2011. 61801.
- [14]. **Trnka, Aleš.** *Porovnání metod k určování rozložení tlaku na letadlovém křídle při malých Re*. Praha, 2015.