

České vysoké učení technické v Praze  
Fakulta strojní  
Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky



# Optimalizace a návrh planárního paralelního 5R robota se dvěma stupni volnosti

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: Lukáš Pilný  
Vedoucí práce: Ing. Martin Nečas, MSc., Ph.D.  
Rok: 2021

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Pilný** Jméno: **Lukáš** Osobní číslo: **483275**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**  
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**  
Studijní obor: **bez oboru**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Optimalizace a návrh planárního paralelního 5R robota se dvěma stupni volnosti**

Název bakalářské práce anglicky:

**Optimization and design of a planar parallel 5R robot with two degrees of freedom**

Pokyny pro vypracování:

1. Provedte rešerši problematiky paralelních robotů
2. Sestavte optimalizační algoritmus pro návrh parametrů robota
3. Provedte optimalizaci robota v prostředí Matlab
4. Sestavte simulační model navrženého robota
5. Kriticky zhodnoťte dosažené výsledky

Seznam doporučené literatury:

- [1] BONEV, Ilian. The True Origins of Parallel Robots. Parallelic [online]. 2003 [cit. 2015-03-25]. Dostupné z: <http://www.parallelic.org/Reviews/Review007.html>  
[2] SHOLANOV, Korganbay Sagnayevich, Parallel Manipulators of Robots - Theory and Applications, Springer, 2021  
[3] MERLET, J.P. Parallel Robots. 2. Springer Netherlands, 2006. ISBN 978-1-4020-4133-4.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

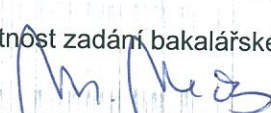
**Ing. Martin Nečas, MSc., Ph.D., odbor mechaniky a mechatroniky FS**


Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **28.04.2021**

Termín odevzdání bakalářské práce: **13.08.2021**

Platnost zadání bakalářské práce: \_\_\_\_\_

  
Ing. Martin Nečas, MSc., Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) práce

  
doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

  
prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

\_\_\_\_\_  
Datum převzetí zadání

\_\_\_\_\_  
Podpis studenta

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne .....

.....  
Lukáš Pilný

## **Poděkování**

Děkuji Ing. Martinu Nečasovi, MSc., Ph.D. za vedení mé bakalářské práce, za podnětné rady a jeho drahocenný čas, který mi věnoval. Dále bych chtěl poděkovat svým rodičům za trpělivost, kterou se mnou během celého bakalářského studia měli. V neposlední řadě patří mé poděkování Ing. Nadě Tylové za pomoc s korekcí práce. Dále děkuji Ondřeji Pištorovi za poskytnutí trajektorie pro kreslení loga ČVUT.

Lukáš Pilný

*Název práce:*

**Optimalizace a návrh planárního paralelního 5R robota se dvěma stupni volnosti**

*Autor:* Lukáš Pilný

*Druh práce:* Bakalářská práce

*Vedoucí práce:* Ing. Martin Nečas, MSc., Ph.D.

*Abstrakt:* Tato bakalářská práce se zabývá optimalizací a návrhem planárního paralelního 5R robota se dvěma stupni volnosti. Jedná se o prakticky zaměřenou práci s cílem představit postup tvorby optimalizačního algoritmu. Nejprve je vysvětlena problematika paralelních robotů. Dále je rozebrána jejich konstrukce a základy řízení. Následně byl do detailu analyzován pracovní prostor planárního paralelního 5R robota a metody jeho analýzy, na jejichž základě byl v programu Matlab vytvořen optimalizační algoritmus. Výstupem optimalizace byl fyzikální model mechanismu.

*Klíčová slova:* paralelní mechanismus, optimální návrh, pracovní prostor, singularita, fyzikální model

*Title:*

**Optimization and design of a planar parallel 5R robot with two degrees of freedom**

*Author:* Lukáš Pilný

*Druh práce:* Bachelor's thesis

*Supervisor:* Ing. Martin Nečas, MSc., Ph.D.

*Abstract:* This thesis aims to optimize and design a planar parallel 5R robot with two degrees of freedom. This work is practically oriented with the focus on introducing the process of development of optimization algorithm. First, the problematics of parallel robots is explained. Second, their construction and the basics of management are discussed. Subsequently, the working space of a planar parallel 5R robot and methods of its analysis were examined in detail. Based on analysis results, an optimization algorithm was created in the Matlab program. Finally, the output of the optimization was a physical model of the mechanism.

*Key words:* Parallel mechanism, Optimum design, Workspace, Singularity, Physical model

# Obsah

Úvod	1
<b>1 Úvod do paralelních kinematických struktur</b>	<b>3</b>
1.1 Značení kinematických řetězců . . . . .	3
1.2 Historie paralelních kinematických struktur . . . . .	4
1.2.1 Počátky paralelních robotů . . . . .	4
1.2.2 Goughova platforma . . . . .	5
1.2.3 Stewartova platforma . . . . .	6
1.2.4 První letecký simulátor založený na oktaedrickém hexapodu . . . . .	7
1.3 Základní pojmy . . . . .	7
<b>2 Porovnání paralelních a sériových kinematických struktur</b>	<b>10</b>
2.1 Sériové kinematické struktury . . . . .	10
2.2 Paralelní kinematické struktury . . . . .	11
2.2.1 Výhody paralelních struktur . . . . .	11
2.2.2 Nevýhody paralelních struktur . . . . .	13
2.2.3 Řešení nevýhod paralelních kinematik . . . . .	13
<b>3 Rozbor konstrukce paralelních struktur</b>	<b>15</b>
3.1 Klouby . . . . .	15
3.1.1 Rotační klouby . . . . .	15
3.1.2 Kulové klouby se třemi stupni volnosti . . . . .	16
3.1.3 Kardanovy klouby . . . . .	17
3.1.4 Flexibilní klouby . . . . .	17
3.2 Ramena . . . . .	18

3.2.1	Ramena s proměnlivou délkou . . . . .	18
3.2.2	Platforma . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Kinematika paralelních kinematických struktur</b>	<b>20</b>
4.1	Počet stupňů volnosti . . . . .	20
4.2	Singulární polohy v paralelních mechanismech . . . . .	21
4.2.1	Sériová singularita . . . . .	21
4.2.2	Paralelní singularita . . . . .	22
4.3	Přímá kinematická úloha . . . . .	22
4.3.1	Numerické metody používané k řešení přímé kinematické úlohy . . . . .	23
4.3.2	Analytické metody používané k řešení přímé kinematické úlohy . . . . .	23
4.4	Inverzní kinematická úloha . . . . .	24
4.4.1	Numerické metody používané k řešení inverzní kinematické úlohy . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Kinematika 5R planárního paralelního mechanismu</b>	<b>26</b>
5.1	Inverzní kinematická úloha . . . . .	27
5.2	Přímá kinematická úloha . . . . .	29
<b>6</b>	<b>Tvorba optimalizačního programu</b>	<b>31</b>
6.1	Teoretický pracovní prostor . . . . .	31
6.1.1	Zvláštní případy teoretického pracovního prostoru . . . . .	31
6.2	Použitelný pracovní prostor . . . . .	32
6.2.1	Typy použitelného pracovního prostoru v závislosti na rozměrech mechanismu . . . . .	32
6.3	Maximální vepsaná kružnice . . . . .	34
6.4	Jacobiho matice . . . . .	36
6.5	Global condition index (GCI) . . . . .	36
6.5.1	Definice GCI . . . . .	36
6.6	Optimalizační program . . . . .	37
6.6.1	Volba optimální konfigurace mechanismu . . . . .	37
6.6.2	Maximální analyzovaný pracovní prostor . . . . .	37

6.6.3	Optimalizační podmínky mechanismu . . . . .	38
6.6.4	Optimalizační program . . . . .	39
6.6.5	Příklad návrhu mechanismu . . . . .	40
<b>7</b>	<b>Sestavení simulačního modelu robota</b>	<b>42</b>
7.1	Volba rozměrů mechanismu . . . . .	42
7.2	Analýza maximální polohové chyby v pracovním prostoru . . . . .	43
7.3	Simulační model mechanismu . . . . .	44
7.3.1	Tvorba fyzikálního modelu . . . . .	44
7.3.2	Simulace . . . . .	45
<b>8</b>	<b>Výsledky</b>	<b>47</b>
	<b>Závěr</b>	<b>49</b>
	<b>Seznam použitých zdrojů</b>	<b>50</b>
	<b>Seznam použitých obrázků</b>	<b>53</b>
	<b>Příloha</b>	<b>55</b>



# Úvod

Paralelní kinematickou strukturu můžeme definovat jako [1] [2]

*Mechanismus s uzavřeným kinematickým řetězcem skládající se z báze a koncového efektoru nebo platformy, které jsou spojeny minimálně dvěma nezávislými paralelně řazenými sériovými kinematickými řetězci.*

V posledních čtyřiceti letech byly paralelní kinematické struktury studovány a rozvíjeny jak z teoretické strany, tak ze strany praktických aplikací. Nelze říct, že by se jednalo o nový objev. Paralelní kinematické struktury tu byly dlouho před vznikem prvních robotů, ale kvůli komplexnosti jejich řízení dlouhou dobu nenacházely své praktické uplatnění a zájem o ně byl zcela minimální. Většího pokroku se dočkaly až s rozvojem počítačových technologií a pokročilých řídicích technik, které umožnily řadu praktických aplikací paralelních struktur jako platforem leteckých simulátorů, vysokorychlostních manipulátorů, obráběcích center a přesných měřicích strojů.

## Motivace

Motivací této práce je optimalizace rozměrů planárního paralelního 5R robota se dvěma stupni volnosti v závislosti na velikosti pracovního prostoru. Cílem je dosáhnout maximálního poměru mezi pracovním a zástavbovým prostorem robota. Pro tuto optimalizaci je nutné vytvořit optimalizační program. Pro realizaci toho programu byl vybrán software Matlab/Simulink.

# Cíle práce

Vlastní práce se zabývá naplněním následujících cílů:

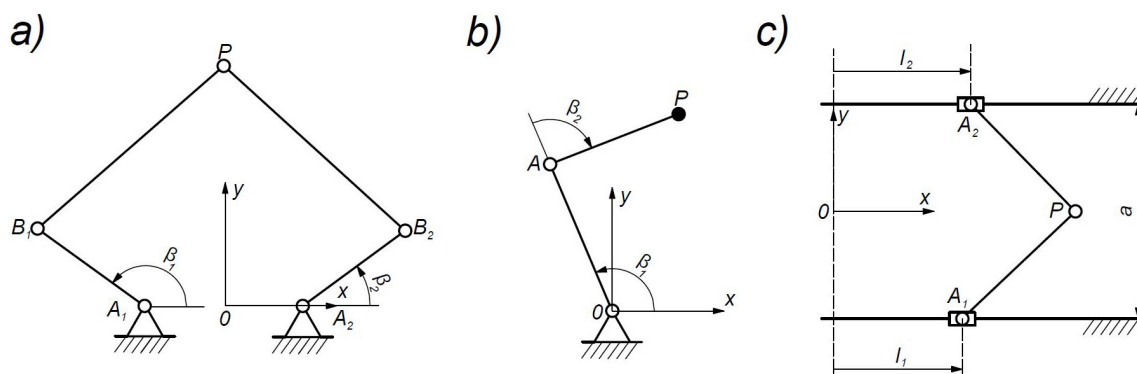
1. Proveďte rešerši problematiky paralelních robotů.
2. Sestavte optimalizační algoritmus pro návrh parametrů robota.
3. Proveďte optimalizaci robota v prostředí Matlab.
4. Sestavte simulační model navrženého robota.
5. Kriticky zhodnoťte dosažené výsledky.

# Kapitola 1

## Úvod do paralelních kinematických struktur

### 1.1 Značení kinematických řetězců

Pro rychlé rozpoznávání kinematických struktur se název robota tvořeného jedním kinematickým řetězcem skládá z řady písmen symbolizujících typy vazeb v řetězci ( $P$  – prizmatická,  $R$  – rotační,  $S$  – sférická,  $C$  – cylindrická) jdoucích od báze ke koncovému členu, nebo dále k bázi (uzavřené řetězce) a typu kinematické struktury robota (sériový, paralelní). Dále lze pro bližší identifikaci přidat počet stupňů volnosti nebo blíže specifikovat typ robota, např. rovinný paralelní mechanismus. Pro specifikování polohy pohonů jsou písmena vazeb tvořených pohonem podtržena. Na obr. 1.1 jsou zobrazeny tři příklady jednoduchých kinematických mechanismů.



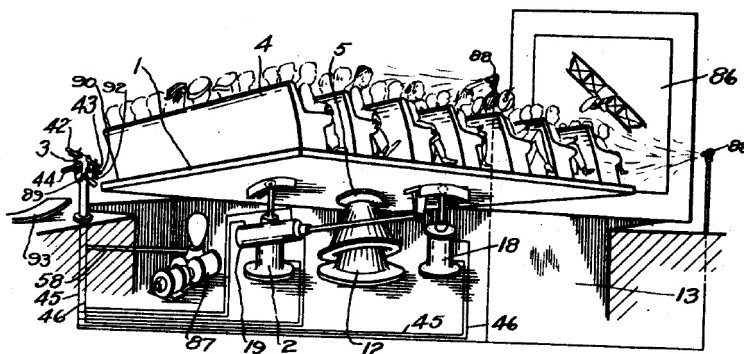
Obrázek 1.1: a)  $\underline{R}\underline{R}\underline{R}\underline{R}$  paralelní robot, b)  $\underline{R}\underline{R}$  sériový robot, c)  $\underline{P}\underline{R}\underline{R}\underline{P}$  paralelní robot

## 1.2 Historie paralelních kinematických struktur

### 1.2.1 Počátky paralelních robotů

Teoretické práce související s tématem paralelních kinematických struktur se datují již do 17. století, kdy byly paralelní struktury zmíněny anglickým architektem Sirem Christopherem Wrenem. Dále se problematikou spjatou s paralelními mechanismy zabývali v 19. a na počátku 20. století Cauchy, Lebesgue, Bricard a Borel. [2]

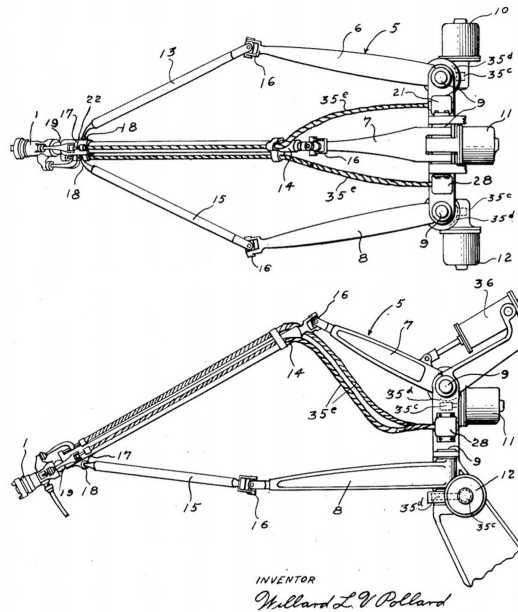
Nejspíš první praktickou aplikací paralelních kinematických struktur byla pohyblivá plošina, o jejíž patent v roce 1928 zažádal James E. Gwinnett. Jeho plošina měla sloužit v kinech pro zprostředkování většího zážitku divákovi. Nevíme, zdali byla někdy platforma zkonstruována. Jistě můžeme říct pouze jedno: James Gwinnett ve svých myšlenkách značně předběhl svou dobu. Na obr. 1.2 je ukázka návrhu plošiny z patentu Jamese E. Gwinnetta z roku 1931. [1]



Obrázek 1.2: První paralelní robot (James E. Gwinnett), patentován v roce 1931 [4]

O desetiletí později vynalezl Willard L. V. Pollard prvního průmyslového robota s paralelní kinematikou. Jednalo se o tříramenný mechanismus s pěti stupni volnosti, skládající se ze tří kinematických řetězců, kde každý řetězec sestával z bazového a koncového ramene spojených universálním kloubem. Bazová ramena byla poháněna motorem umístěným na bázi a dvě okrajová koncová ramena byla připevněna k středovému rameni pomocí kulového kloubu. Robot měl sloužit k automatizaci nástřiku barvy na zeď. [1]

V roce 1934 zažádal Pollardův syn Willard Pollard jr. o patent. Tento patent se skládal ze dvou částí: z elektrického řídicího systému a mechanického manipulátoru, jehož nákres je na obr. 1.3.



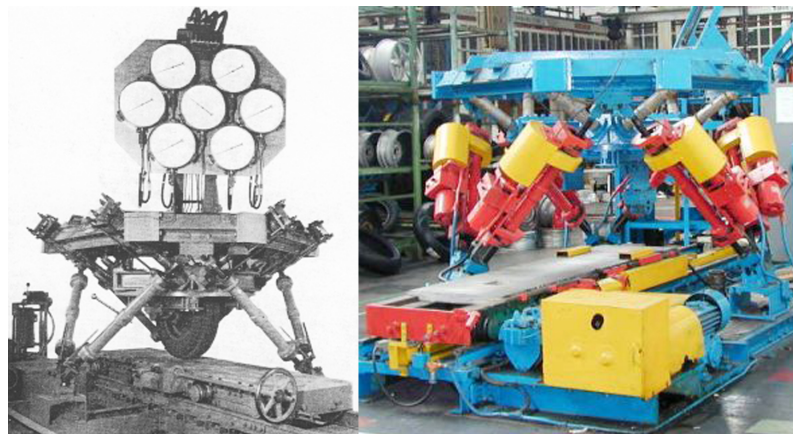
Obrázek 1.3: První průmyslový paralelní robot (Willard L. V. Pollard), patentován v roce 1942 [5]

Patent byl nakonec uznán až v roce 1942. Bohužel ale mezitím dostala firma DeVilbiss licenci a později se stala prvním dodavatelem průmyslových robotů. V roce 1941 DeVilbiss pod vedením Harolda Roselunda vytvořil první prototyp robota sloužícího k nástřiku barvy. Roselundův robot, patentovaný v roce 1944, ale nebyl paralelní. Roselund použil pouze řídicí systém představený Pollardem. [1]

## 1.2.2 Goughova platforma

Dr. Eric Gough, anglický automobilový inženýr pracující v Dunlop Robber Co. v Birminghamu, vynalezl v roce 1947 paralelního robota, který změnil celý průmysl. Vytvořil mechanismus, jehož konstrukce byla v následujících desetiletích mnohokrát kopírována. Jednalo se o stroj, který měl sloužit k stanovení vlastností pneumatik při kombinovaném zatížení vznikajícím během přistávání letadel. Tento mechanismus, později běžně nazývaný jako oktaedrální hexapod, sestával z platformy připojené k bázi za pomoci šesti ramen s proměnnou délkou, která byla vzájemně spojena po párech do třech bodů v bázi a třech bodů v platformě. Nutno podotknout, že Gough nevynalezl hexapod od nuly. Systémy se šesti zvedáky (hexapody) byly v té době již známé. Novinkou ale bylo uspořádání šesti vzpěr. Protože Gough potřeboval relativně velké rozsahy pohybu, zvolil symetrické uspořádání tvořící osmistěn. [1]

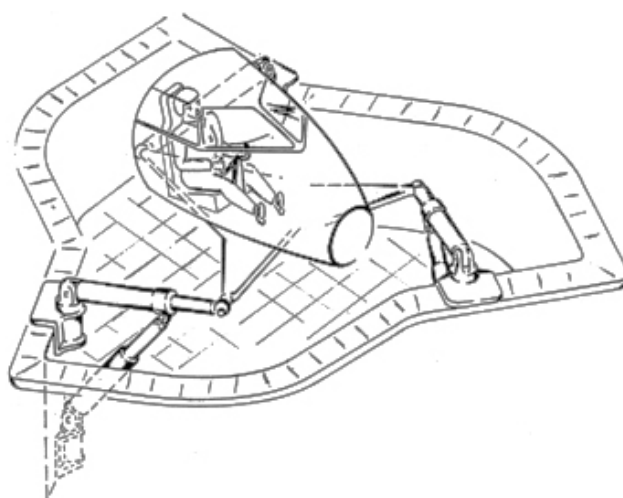
Na obr. 1.4 je vlevo zobrazen historický snímek Goughovy platformy. Pozoruhodná je také doba, po kterou Goughova platforma fungovala. Od svého uvedení do provozu v roce 1954 byla v provozu až do roku 1999. Platforma těsně před ukončením provozu je zobrazena na obr. 1.4 vpravo. [1]



Obrázek 1.4: Původní Goughova platforma (oktaedrální hexapod), vpravo pak fotografie před ukončením provozu v roce 1999 [1]

### 1.2.3 Stewartova platforma

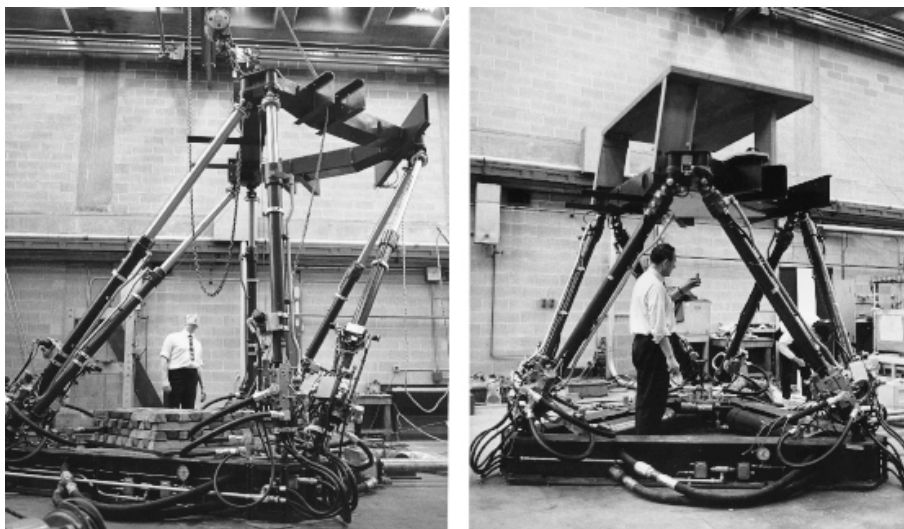
V roce 1965 vydal D. Stewart ve sborníku britské IMechE článek, který proslavil konstrukci okataedrálního hexapodu. V tomto článku D. Stewart představil pohybovou platformu se šesti stupni volnosti a její využití jako leteckého simulátoru, jehož schéma je zobrazeno na obr. 1.5. Nutno podotknout, že Stewartem popsany paralelní mechanismus se lišil od oktaedrálního hexapodu, který je paradoxně dnes často označován jako „Stewartova platforma“ nebo „Stewartova–Goughova platforma“. [1]



Obrázek 1.5: Schéma skutečné Stewartovy platformy [1]

## 1.2.4 První letecký simulátor založený na oktaedrickém hexapodu

Stewart ale nebyl ani druhým člověkem, který přišel s vynálezem oktaedrálního hexapodu. Nezávisle na Goughovi přišel v Americe se stejnou konstrukcí Klaus Cappel, jako řešením platformy leteckého simulátoru pro vrtulník s šesti stupni volnosti, který dostal za úkol postavit od společnosti Sikorsky Aircraft. V roce 1964 podal žádost o patent svého vynálezu. V roce 1971 byl Cappelovi udělen patent na jeho vynález a jeho použití, jako simulátoru pohybu. Na obr. 1.6 jsou zobrazeny fotografie ukazující vývoj prvního leteckého simulátoru v polovině 60. let 20. století. [1]



Obrázek 1.6: První letecký simulátor založený na oktaedrickém hexapodu [1]

## 1.3 Základní pojmy

V práci budou použity následující odborné pojmy, které je nutné si předem definovat.

**Báze**, jinak také pevná základna nebo jen základna, tvoří rám mechanismu, který nekoná žádný pohyb.

**Platforma**, jinak také plošina, je konstrukce tvořící koncový člen mechanismu, který je polohován a orientován vůči bázi prostřednictvím kinematických řetězců. [1]

**End – effector**, též koncový efektor, je koncový člen mechanismu, který je součástí platformy nebo platformu tvoří. Slouží k manipulaci s nástrojem nebo obrobkem. [1]

**Kinematická dvojice** je dvojice těles (ramen), jejichž vzájemný pohyb je omezen vazbou. Typ vazby propůjčuje kinematické dvojici své jméno. Rozlišujeme napří-

klad kinematické vazby rotační, sférické, posuvné atd. Dále rozlišujeme kinematické dvojice nižší a vyšší. U nižších je styk obou těles v ploše (např. rotační, posuvná a sférická). U vyšších kinematických dvojic dochází ke styku jen v bodě nebo křivce (např. styk koule a plochy, nebo bodový styk těles obecného tvaru, jako jsou vačky). [3]

**Kinematický řetězec** je množina členů spojených vazbami. Jeden z členů je obvykle označen za referenční a poloha ostatních těles je určována vůči němu. Rozlišujeme kinematické řetězce otevřené, uzavřené a smíšené. Kinematické řetězce otevřené netvoří žádné smyčky (jejich konfiguraci nelze popsat polygonem) a lze o nich říct, že alespoň jeden člen tvoří pouze jednu kinematickou dvojici. V uzavřeném kinematickém řetězci je každé těleso obsažené v jedné, nebo více smyčkách. Smíšený kinematický řetězec je pak kombinací předchozích dvou případů: obsahuje jednu, nebo více smyček a zároveň alespoň jeden člen tvoří jednu kinematickou dvojici. [3]

**Počet stupňů volnosti** je počet parametrů, které jsou nutné k jednoznačnému určení polohy všech těles mechanismu. Obdobně pak lze určit stupně volnosti kinematické dvojice, kde počet stupňů volnosti určuje počet nezávislých souřadnic potřebných k určení její relativní polohy. [1] [3]

**Mechanismus** je kinematický řetězec, kde jeden z jeho členů (těles) je přeměněn na bázi. Mechanismus musí mít alespoň jeden stupeň volnosti. Jedná se o zařízení sloužící k transformaci pohybu, přenosu sil nebo k vedení bodů a těles po určené trajektorii. [3]

**Kinematická struktura mechanismu** je druh konstrukce mechanismu. Kinematické struktury dělíme podle typu kinematických řetězců, ze kterých se skládají, na struktury sériové (otevřený kinematický řetězec), paralelní (uzavřený kinematický řetězec) a hybridní (kombinace předchozích dvou variant). [3]

**Řízené souřadnice** jsou proměnnou popisující polohu a orientaci pohyblivé platformy. [1]

**Motorové (hnací) souřadnice** jsou proměnnou popisující polohu pohonů. [1]

**Přímá kinematická úloha** je problém, při kterém hledáme řízené souřadnice mechanismu ze souřadnic hnacích. [1]

**Inverzní kinematická úloha** je problém, při kterém hledáme motorové souřadnice mechanismu ze souřadnic řízených. [1]

**Pracovní konfigurace mechanismu** je kombinace poloh a orientací všech členů mechanismu a platformy. Jednotlivé polohy vyplývají z řešení přímé a inverzní ki-



nematiky. V angličtině se rozlišují dva typy pracovních konfigurací. Pracovní konfigurace vycházející z řešení inverzní kinematické úlohy (working mode) a pracovní konfigurace vycházející z řešení přímé kinematické úlohy (assembly mode). [1]

**Singulární konfigurace** je konfigurace, ve které nelze určit veškerý pohyb mechanismu z motorových nebo řízených souřadnic a veškeré okamžité rychlosti v kloubech mechanismu. V singulárních polohách dochází ke ztrátě jednoho, nebo více stupňů volnosti mechanismu. [1]

**Pracovní prostor** je množina všech poloh end – effectoru, kterých je mechanismus schopný dosáhnout. [1]

**Zástavbový prostor** je prostor zaujímaný robotem.

# Kapitola 2

## Porovnání paralelních a sériových kinematických struktur

Podle druhu kinematického řetězce lze kinematické struktury rozdělit do dvou základních skupin: na sériové a paralelní kinematické struktury.

### 2.1 Sériové kinematické struktury

Sériové kinematické struktury jsou tvořeny otevřeným kinematickým řetězcem, který sestává ze sériově uspořádaných kinematických dvojic, které jsou tvořeny pomocí pohonů a ramen mechanismu. Hlavními výhodami sériových robotů jsou velikost pracovního prostoru, vyšší rozsahy pohybu a manipulovatelnost (často existuje až nekonečně mnoho řešení, jak dosáhnout požadované polohy end-effektoru). Typickým příkladem sériového robota může být na obr. 2.1 sériový robot firmy KUKA. [6]



Obrázek 2.1: Ukázka průmyslových sériových robotů firmy KUKA [7]

Konstrukce sériových mechanismů je značně robustní, protože ramena jsou zatížena vahou dalších ramen a pohonů v sérii. Ramena jsou převážně namáhána na ohyb a krut. Mezi další nevýhody patří např. velmi proměnlivá přesnost pohybu v pracovním prostoru. [6]

## 2.2 Paralelní kinematické struktury

Zájem o paralelní kinematické struktury byl a stále je způsoben možnostmi, které nabízí oproti sériovým kinematickým strukturám jako jsou vysoká pohybová rychlost, tuhost, nízké setrvačné účinky a možnost umístění pohonů na bázi.

### 2.2.1 Výhody paralelních struktur

#### Vyšší tuhost

Paralelní mechanismy mají vlastnosti příhradových konstrukcí. Ramena jsou stejně jako pruty příhradových konstrukcí primárně namáhána tahem a tlakem, díky čemuž se paralelní roboty vyznačují vyšší tuhostí, než je tomu u sériových robotů. Vyšší tuhost má pozitivní vliv i na přesnost pohybu koncového efektoru a robustnost ramen, která jsou konstruována menší, než jak je tomu u sériových robotů. Paralelní mechanismy se proto také vyznačují vyšší nosností. Typickými zástupci této kategorie jsou hexapody, jejichž nosnost se pohybuje okolo několika tun. Na obr. 2.2 je zobrazen hexapod Joran francouzské značky Symétrie, který se vyznačuje vysokou přesností  $\pm 0,25 \mu\text{m}$  při tíhovém zatížení až 1,5 tuny. [6] [8]



Obrázek 2.2: Přesně polohovatelný hexapod s vysokou stabilitou od firmy Symétrie [10]

## Vyšší rychlost

Díky vysoké tuhosti, malým hmotnostem a pohonům umístěným na bázi, jsou paralelní mechanismy velmi vhodné pro vysokorychlostní manipulátory. Na obr. 2.3 můžeme vidět vysokorychlostní manipulátor Qattro od firmy Omron Adept, který se prezentuje schopností vykonat až 300 pracovních cyklů za minutu. [6] [8]



Obrázek 2.3: Vysokorychlostní manipulátor Qattro od firmy Omron Adept [11]

## Vyšší přesnost

V odborné literatuře se můžeme dočíst, že paralelní manipulátory jsou přesnější než jejich sériové protějšky kvůli sčítání nepřesností u sériových konstrukcích, k čemuž u paralelních mechanismů nedochází v takové míře. Toto tvrzení je ale podle [6] nedostatečně podloženo. Paralelní manipulátory mohou být přesnější díky přidání speciálních konstrukčních prvků, jako jsou flexibilní klouby, kterými lze nahradit konvenční pasivní klouby. Nelze ale obecně tvrdit, že paralelní manipulátory jsou přesnější, přestože z teoretického úhlu pohledu to tak vypadá. Při praktické aplikaci zde figuruje mnoho dalších aspektů, které se podílí na výsledné přesnosti mechanismu. Není tedy jednoduché rozhodnout, zda jsou paralelní roboty přesnější. Víme ale jistě, že sériové mechanismy jsou citlivější na vstupní chyby než paralelní manipulátory. [6]

## Umístění pohonů

Paralelní konstrukce umožňuje umístit většinu pohonů do báze, což vede k odlehčení pohyblivých částí a snížení setrvačných sil v mechanismu. Oproti tomu sériové mechanismy mají pohony umístěné sériově mimo bázi. Ramena jsou pak kvůli zachování požadavků na tuhost konstruována mnohem mohutnější, než je tomu u paralelních

mechanismů. To nevyhnutelně vede k vyšším setrvačným účinkům těles mechanismu a vyšší energetické náročnosti řízení. [6] [8]

## 2.2.2 Nevýhody paralelních struktur

### Pracovní prostor a singularity

Pracovní prostor paralelních robotů je obecně menší než pracovní prostor sériových robotů. Dále se v něm oproti sériovým konstrukcím častěji objevují singulární polohy, které pracovní prostor dále dělí na pracovní podprostory oddělené paralelními singularitami. [8] [12]

### Rozsahy pohybu ramen

Možnost kolize ramen je větší než u klasických konstrukcí. Paralelní mechanismy jsou mnohem více omezovány rozsahy pohybu kloubů. Tyto faktory značně omezují rozsah pohybu ramen a tím i rozměry pracovního prostoru.

### Délky ramen

Ramena paralelních mechanismů jsou konstruována delší než u sériových mechanismů. S rozměry mechanismu narůstá chyba způsobená tepelnou dilatací materiálu a mechanismus je citlivější na nežádoucí kmitání. [9]

### Řízení

Paralelní mechanismy vyžadují komplexnější strategie řízení. Tento problém je ještě umocněn přidáním redundantních pohonů. Pak je třeba v případě přidání nadbytečného kinematického řetězce zamezit kolizím mezi rameny. [9]

## 2.2.3 Řešení nevýhod paralelních kinematik

### Volba vhodné konstrukce a konstrukčních prvků

Aby mohly být klady paralelní konstrukce zcela uplatněny v praktických aplikacích jako jsou výrobní linky a obráběcí centra, panuje snaha o potlačení výše popsanych nevýhod. Nabízí se snaha o optimalizaci konstrukce robota. Dále je pak klíčová volba

vhodných kloubů a ramen, tak aby bylo dosaženo maximálního poměru mezi pracovním a zástavbovým prostorem robota. Tyto nevýhody nelze zcela eliminovat, ale pouze omezit jejich vliv na chod robota.

## **Redundance v paralelních strukturách**

Rozlišujeme dva druhy redundance: redundanci kinematickou a redundanci v počtu pohonů. O kinematické redundanci mluvíme tehdy, kdy počet stupňů volnosti end-effectoru je menší než počet stupňů volnosti mechanismu. Redundance v počtu motorů lze dosáhnout přidáním dalšího kinematického řetězce beze změny počtu stupňů volnosti platformy. Druhou možností je osazení dosud pasivní vazby nebo tělesa dalším pohonem. Lze se také setkat s kombinací předchozích dvou způsobů zisku redundance v počtu motorů. Zvýšení počtu pohonů umožňuje překonat některé singulární polohy a tím dosáhnout ucelenějšího pracovního prostoru. Dále se pak podílí na zvýšení tuhosti a zlepšení setrvačných vlastností mechanismu. Vhodným řízením lze také dosáhnout jistého předpětí v mechanismu, které se přímo nepodílí na výsledném pohybu. To umožňuje například potlačit vliv vůlí v pohonech mechanismu. Na druhou stranu redundantní pohony jsou drahé a velmi náročné na řízení kvůli vysoké komplexnosti řídicích algoritmů. [8] [13]

## **Metody překonávání singulárních poloh**

U některých paralelních manipulátorů, kde není požadovaná přesnost ve všech bodech trajektorie end-effectoru, ale pouze v počáteční a koncové poloze, lze překonávat paralelní singularitu působením vnějších sil, jako jsou například síly setrvačné. Bohužel tento přístup si vybírá svou daň na přesnosti, protože v blízkosti paralelních singularit dochází k její značné ztrátě. Výsledný pracovní prostor je pak rozdělený na víc menších pracovních prostorů, kde jsou požadavky na přesnost dostatečné. [12]

Přijatelnější je přístup přepínání mezi pracovními konfiguracemi překonáváním sériových singularit, čehož lze jednoduše dosáhnout aktivním řízením motorů. Tato metoda umožňuje vyhnout se nepříjemnostem s paralelními singularitami, protože každá pracovní konfigurace má jiné paralelní singularitu, a dosáhnout tak téměř libovolné pozice v teoretickém pracovním prostoru manipulátoru bez nutnosti vytváření ústupků v přesnosti a tuhosti mechanismu. [12]

# Kapitola 3

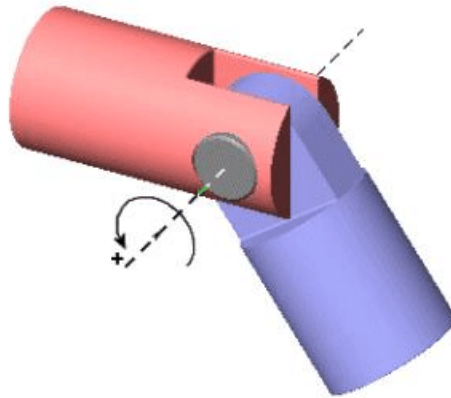
## Rozbor konstrukce paralelních struktur

### 3.1 Klouby

S nárůstem vývoje paralelních struktur v 90. letech 20. století se naskytl nový problém. S paralelními roboty se objevily požadavky na výrobu kulových a kardanových kloubů s vysokými nároky na přesnost, tuhost a statickou únosnost. Dále pak vzrostly nároky na nízkou hmotnost a opotřebení, dlouhou životnost a velké rozsahy pohybu kloubu. Bylo třeba vyvinout nové konstrukce již známých kloubů používaných v automobilovém a zemědělském průmyslu, kde ale na ně nebyly kladeny tak vysoké nároky. Tyče zakončené kulovými nebo kardanovými klouby jsou primárně namáhány tahem a tlakem, což vede k vyšší tuhosti a odlehčení konstrukce. Klíčovým parametrem paralelních struktur je rozsah pohybu kloubu, který ovlivňuje chování robota a velikost jeho pracovního prostoru. Snahou je maximalizovat poměr mezi rozměry pracovního prostoru vůči prostoru zaujímanému robotem. [14]

#### 3.1.1 Rotační klouby

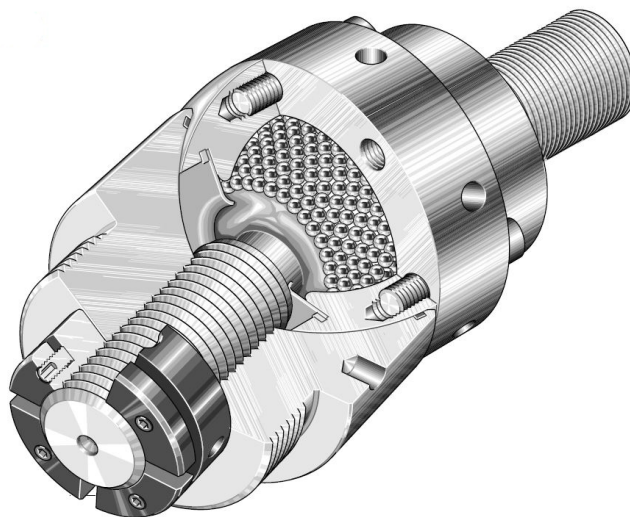
Na obr. 3.1 je zobrazen zjednodušený model rotačního kloubu. Rotační klouby se vyznačují velkým úhlovým rozsahem. Jejich nevýhodou je však pouze jeden stupeň volnosti. Své uplatnění nachází převážně v rovinných aplikacích.



Obrázek 3.1: Rotační kloub s jedním stupněm volnosti [15]

### 3.1.2 Kulové klouby se třemi stupni volnosti

Kulové klouby jsou tvořeny vnitřní kulovou plochou a pouzdem kloubu, mezi kterými se pohybují valivá tělíska ve tvaru kuliček, jako je tomu na obr. 3.2. Velký počet valivých tělísek zajišťuje nízké Hertzovy tlaky mezi kulovou plochou, pouzdem kloubu a valivými tělisky. Ze všech běžně používaných konstrukcí se kulové klouby vyznačují nejvyšší únosností, tuhostí, vysokou přesností pohybu a klade vysoké nároky na geometrickou přesnost kontaktních ploch. Hlavní nevýhodou kulových kloubů je menší rozsah pohybu ( $\pm 20^\circ$  až  $\pm 30^\circ$ ). Nezbytné je dokonalé utěsnění kloubu kvůli zajištění jeho dlouhodobé činnosti. [14] [16]

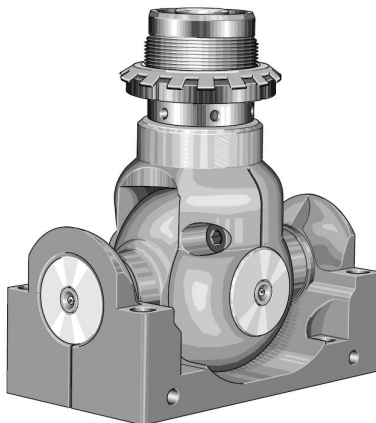


Obrázek 3.2: Kulový kloub se třemi stupni volnosti [16]



### 3.1.3 Kardanovy klouby

Kardanovy klouby bývají tvořeny dvěma sériově řazenými rotačními klouby s kolmo pootočenými osami rotace v rovině středového kříže. Čepy kloubů jsou uloženy v radiálně axiálních jehlových ložiscích. Konstrukce Kardanova kloubu má sama o sobě dva stupně volnosti. Na obr. 3.3 je zobrazen kloub se dvěma stupni volnosti. Třetí stupeň pak vzniká kombinací Kardanova kloubu a radiálně axiálního ložiska umístěného v hlavě kloubu. Oproti kulovým kloubům mají větší rozsahy pohybu ( $\pm 45^\circ$ ,  $\pm 90^\circ$ ,  $360^\circ$ ). [14] [16]



Obrázek 3.3: Kardanův kloub [16]

### 3.1.4 Flexibilní klouby

Speciálním typem kloubů používaných při stavbě paralelních mechanismů jsou flexibilní klouby. Ty jsou tvořeny pružným elementem nebo kombinací elementů navržených tak, aby byly poddajné v určitém počtu stupňů volnosti. Výhody flexibilních kloubů překonávají některé z limitů konvenčních konstrukcí kloubů, jako jsou tření, vůle, přesnost pohybu a opotřebení. Mezi jejich nevýhody patří malý rozsah pohybu a proměnlivá tuhost kloubu v závislosti na výchylce, což značně omezuje jejich využití v praxi. Mechanismy tvořené flexibilními klouby jsou označovány jako poddajné mechanismy (compliant mechanisms). Své uplatnění proto flexibilní klouby nachází v poddajných mechanismech, přesné mechanice, optice. Konstrukce pružných kloubů se dále vyvíjí a objevují se nové komplexní konstrukce umožňující větší rozsahy při menším poklesu tuhosti v kloubu. [6] [17] [18]

## 3.2 Ramena

Ramena jsou společně s klouby základním konstrukčním prvkem paralelních robotů. Stejně jako klouby jsou namáhána primárně na tah a tlak. Proto oproti sériovým konstrukcím nejsou tak robustní a při konstrukci je kladen důraz na tuhost a odolnost vůči vzpěru v ose  $z$ . Dále je nutné ověřovat i statické a dynamické chování kvůli vybuzenému vlastnímu kmitání, které způsobuje nežádoucí ohybové namáhání ramen a snižuje přesnost stroje. Vznik paralelních kinematických struktur, kde jsou ramena namáhána pouze tahem a tlakem, umožnil využití ramen s proměnnou délkou, která byla použita již při konstrukci Goughova oktahedrálního hexapodu. Dnes jsou teleskopická ramena běžně používaným prvkem při konstrukci paralelních robotů. Požadavky na ramena jsou podobně přísné jako požadavky na klouby popsané výše. [14]

### 3.2.1 Ramena s proměnlivou délkou

Ramena s proměnlivou délkou jsou schopna za běhu stroje měnit svou délku a tím ovlivňovat vzdálenost mezi vazbami na koncích ramene. U manipulátorů, kde je vyžadována vysoká rychlost a přesnost změny délky tyče, se používá teleskopických tyčí. Pohyb teleskopické tyče je řešen v závislosti na požadované tuhosti pomocí kuličkového nebo planetového šroubu. Na obr. 3.4 je zobrazena teleskopická tyč s kuličkovým šroubem. Jak už bylo výše zmíněno, tento typ pohonu je vhodný pro rychloposuvy, kde posuvová rychlost dosahuje  $0,8 \text{ m/s}$ . Například zdvih tyčí dodávaných firmou SKF se pohybuje od 300 do 900  $\text{mm}$ . V důsledku rychlého pohybu dochází k zahřívání tyče a k její dilataci v ose  $z$ , jejíž vliv lze minimalizovat pomocí vhodné sensoriky a řídicích algoritmů. [14] [16]



Obrázek 3.4: Teleskopická tyč s kuličkovým šroubem [16]

Mezi další používané typy pohonů ramen s proměnnou délkou patří hydraulické a duté pohony. Výhodou dutých pohonů je fakt, že nejsou omezeny maximální délkou zdvihu, jako je tomu u teleskopických pohonů.

### 3.2.2 Platforma

Platformou rozumíme konstrukci, která tvoří konečný člen mechanismu, který je polohován a orientován vůči bázi prostřednictvím kinematických řetězců. Rozměry plošiny a na ni kladené požadavky se odvíjí od aplikace mechanismu. Hlavními požadavky na platformu jsou její tuhost, pevnost, dynamické účinky a rozsahy pohybu. V přesné mechanice je důraz kladen na vysokou tuhost a pevnost plošiny. Plošina nemusí být nutně tvořena kovem. Například hexapody pro laboratorní účely se vyrábí i s žulovou platformou. V případě rychlých manipulátorů je pak důraz kladen na nízké setrvačné účinky plošiny. [9] [10]

# Kapitola 4

## Kinematika paralelních kinematických struktur

### 4.1 Počet stupňů volnosti

Výpočet stupňů volnosti mechanismu je klíčový pro návrh a řízení kinematických mechanismů. Jeho hodnota určuje počet nezávislých souřadnic mechanismu, které je nutné řídit pohony. Výpočet počtu stupňů volnosti se liší podle rozměru prostoru, ve kterém se mechanismus nachází. Obecně rozlišujeme dvojrozměrný nebo trojrozměrný Euklidovský prostor. V dvojrozměrném Euklidovském prostoru je pohyb popsán dvěma translačními a jedním rotačním pohybem. V trojrozměrném Euklidovském prostoru je pohyb určen třemi translačními a třemi rotačními pohyby. Počet stupňů volnosti lze vypočítat pomocí Chebychev-Grübler-Kutzbachova kritéria:

$$F = \lambda \cdot (n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \quad (4.1)$$

nebo

$$F = \lambda \cdot (n - 1) + \sum_{i=1}^j c_i \quad (4.2)$$

,kde:

$F$  počet stupňů volnosti mechanismu

$\lambda$  počet stupňů volnosti nutný pro jednoznačné určení polohy a orientace mechanismu v prostoru (prostorový mechanismus  $\lambda = 6$ , rovinný nebo sférický mechanismus  $\lambda = 3$ ).

$n$  počet členů mechanismu včetně báze

$j$  počet vazeb

- $f_i$  počet stupňů volnosti  $i$ -té vazby  
 $c_i$  počet omezení odebraných  $i$ -tou vazbou

Tato formule platí pro většinu mechanismů s výjimkou tzv. singulárních případů. Nutno dodat, že toto kritérium neposkytuje správné výsledky pro řadu mechanismů, mezi něž se řadí i některé paralelní roboty, jako například roboty Delta, Star nebo H4. [3] [19] [20]

## 4.2 Singulární polohy v paralelních mechanismech

Singulární polohy mechanismu se získávají analýzou Jacobiho a inverzní Jacobiho matice, které lze získat z časové derivace polohových rovnic mechanismu (viz rovnice 4.3). [21]

$$\mathbf{A} \cdot \dot{\Theta} = \mathbf{B} \cdot \dot{\mathbf{X}} \quad (4.3)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \dot{\Theta} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A} \quad (4.5)$$

$$\mathbf{J}^{-1} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}^{-1} \quad (4.6)$$

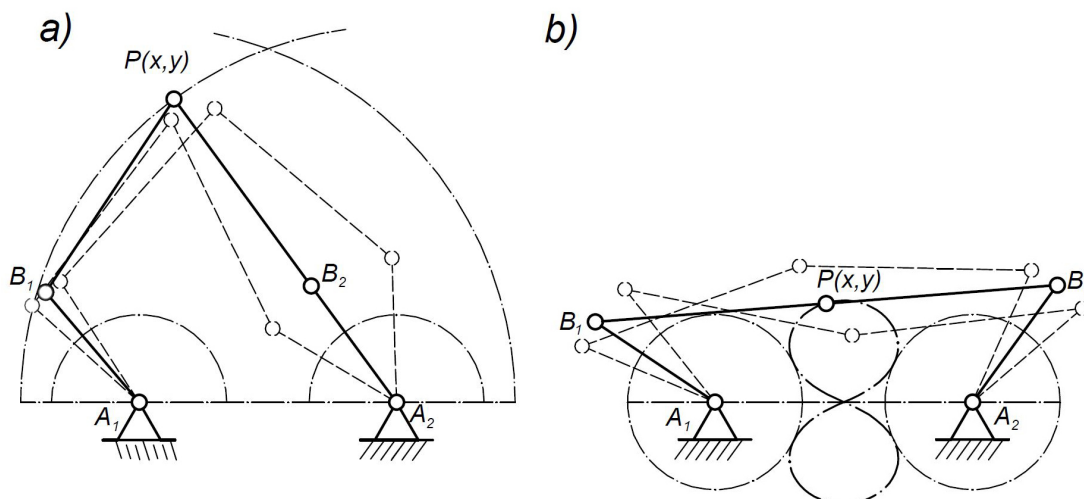
kde,  $\dot{\Theta}$  je vektor motorových souřadnic kloubů,  $\dot{\mathbf{X}}$  je vektor řízených souřadnic mechanismu a  $\mathbf{J}$  Jacobiho matice. Z výše uvedených vztahů vyplývají tři typy singulárních poloh. [21]

### 4.2.1 Sériová singularita

Matice  $\mathbf{A}$  není regulární (jakobián  $\mathbf{J}$  nemá plnou hodnotu). V takové poloze existuje nenulová rychlost motorových souřadnic  $\dot{\Theta} \neq \mathbf{0}$ , pro kterou se koncový efektor nemůže pohybovat  $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{0}$ . Tento typ singularity mají paralelní mechanismy společně se sériovými manipulátory. Jak lze vidět na obr. 4.1 Sériová singularita v podstatě odpovídá hranici pracovního prostoru. Nelze ji však s ní zaměňovat, neboť obecně na hranici nemusí nastávat. [21]

## 4.2.2 Paralelní singularita

Matrice  $\mathbf{B}$  nemá plnou hodnotu (inverzní jakobián  $\mathbf{J}^{-1}$  nemá plnou hodnotu). V takové poloze existuje nenulová rychlost řízených souřadnic  $\dot{\mathbf{X}} \neq \mathbf{0}$ , pro kterou se motorové souřadnice nemohou pohybovat  $\dot{\Theta} = \mathbf{0}$ . Nachází se uvnitř pracovního prostoru, který dělí na různé úseky bez singularit. V praxi je klíčové se tomuto typu singularit vyhnout. Jak lze vidět na obr. 4.1 koncový efektor je zde zatížen silami nebo momenty, kterým pohony nejsou schopny vzdorovat a stává se v podstatě neovladatelným. [21]



Obrázek 4.1: Typy singulárních poloh a) sériová singularita b) paralelní singularita

## 4.3 Přímá kinematická úloha

Jak už bylo výše zmíněno, přímou kinematickou úlohou je myšlena transformace motorových souřadnic na souřadnice end-effektoru. Pro sériové roboty je řešení přímé úlohy téměř triviálním úkolem. Oproti tomu přímá kinematická úloha pro paralelní mechanismy je velmi obtížná. Obvykle obsahuje řadu značně provázaných nelineárních rovnic, které nevedou k jedinému řešení. Ve skutečnosti počet řešení obecného paralelního manipulátoru s šesti stupni volnosti skládajícího se z rovinné báze a platformy (hexapod) může čítat až 40 řešení. Těmito řešeními jsou jednotlivé pracovní konfigurace robota. Dalším problémem jsou singulární polohy, na které jsou citlivé některé metody řešení, a rychlost odezvy výpočetního programu, kterou komplikuje vysoká náročnost výpočtu přímé kinematické úlohy. [23] [22]

Základní dělení používaných metod pro řešení přímé kinematické úlohy:

- Numerické metody
- Analytické metody

### 4.3.1 Numerické metody používané k řešení přímé kinematické úlohy

Numerické metody jsou nejčastěji používanou metodou pro řešení přímé kinematické úlohy díky své univerzálnosti. Stejným způsobem řeší jak složité, tak i jednoduché úlohy. Existuje velké množství numerických metod, které se liší svou složitostí a přesností výpočtu. Mezi metody používané pro řešení přímé kinematické úlohy patří například metoda Taylorova rozvoje nebo Quasi-Closed Solution Method. Alternativou pro konvenční metody jsou metody založené na umělé neurální síti, jako jsou například vícevrstvé dopředné (neurální) sítě (Multilayer Feed Forward Network). [23] [22]

Numerické metody slouží k získání přibližného řešení kinematické úlohy s danými počátečními podmínkami, za které dosazujeme hodnoty vypočítané v předchozí poloze mechanismu. Jejich cílem je nalezení posloupností, které se co nejvíce přibližují k přesnému řešení úlohy. Pro všechny metody platí, že velikost chyby výpočtu je závislá na velikosti časového kroku  $h$  a počtu iterací. S klesající hodnotou časového kroku klesá chyba metody. K ní se ale zároveň přičítá zaokrouhlovací chyba počítače, která se zmenšujícím se časovým krokem roste. [23] [22]

S narůstající složitostí mechanismů je čím dál obtížnější dosáhnout rychlé odezvy programu. Zrychlení odezvy programu lze dosáhnout výkonnější výpočetní technikou nebo získáním přímější cesty k řešení úlohy. Přímé cesty ke správnému řešení lze dosáhnout přidáním lineárních a rotačních senzorů navíc, které umožňují získat potřebné informace o poloze a orientaci mechanismu k rychlé identifikaci správného řešení. Lineární senzory slouží k získání polohy a orientace platformy, která je propojena trojicí těchto senzorů s bází. Rotační senzory pak poskytují informace o poloze pasivních kloubů. [22]

### 4.3.2 Analytické metody používané k řešení přímé kinematické úlohy

Analytická řešení lze použít pouze pro nejjednodušší paralelní mechanismy s jednoduchou konstrukcí a malým počtem stupňů volnosti. Obtížnost řešení se složitostí mechanismu rychle narůstá. Nalezení analytického řešení pro složité mechanismy je pak téměř nemožné. Možností, jak dosáhnout analytického řešení pro složitější mechanismy, je zjednodušení mechanismu speciálním uspořádáním kloubů na platformě, bázi nebo obojím. Klouby jsou zde uspořádány do řad, nebo počet kloubových bodů je menší než počet ramen (dvě nebo více ramen je spojeno klouby v jediném kloubovém bodě). Těmito úpravami lze snížit počet řešení přibližně na polovinu. Takto upravené mechanismy jsou ale konstručně komplikované a jejich rozsahy pohybu omezené. [22]

## 4.4 Inverzní kinematická úloha

Řešení inverzní kinematické úlohy paralelních kinematických struktur je oproti přímé kinematické úloze jednodušší a přímočaré. Inverzní kinematická úloha je transformací řízených souřadnic na hnací souřadnice určující polohu motorů. To z ní dělá nedílnou součást většiny řídicích programů v robotice. Její aplikace se dále rozšiřuje i na jiné obory, jako jsou počítačové animace, ergonomie nebo herní průmysl. [24] [25] [26]

Stejně jako pro přímou kinematiku i zde je jedním z hlavních problémů redundance mechanismu. Již velmi jednoduché mechanismy mají více jak jedno řešení. Například pro 5R mechanismus, kterým se zabývá tato práce, má inverzní analytická metoda 4 řešení (obr. 5.2). Dalším problémem pak jsou singulární polohy, na které jsou citlivé některé typy numerických úloh, jako například metody založené na pseudoinverzi Jakobiánu. Posledním a také nejdůležitějším problémem je pak rychlá odezva programu. [24] [25] [26]

Stejně jako u přímé kinematické úlohy i zde se metody řešení inverzní kinematické úlohy dělí na:

- Numerické metody
- Analytické metody

### 4.4.1 Numerické metody používané k řešení inverzní kinematické úlohy

Obdobně jako u přímé kinematické úlohy jde analytické řešení použít pouze pro jednodušší úlohy. Proto se nejvíce používají numerické metody. Asi nejčastějším přístupem k získání lineární aproximace je využití metod, které vychází ze znalosti Jacobiho matice. Prvním způsobem je výpočet inverzní kinematické úlohy za pomoci inverzní Jacobiho matice (rovnice 4.6). Tu je nutné vypočítat nebo odhadnout z Jacobiho matice (rovnice 4.5). Inverzní matici lze získat například za užití metody transpozice jakobiánu nebo metody DLS (Damped Least Squares). Řešení inverzní matice poskytuje dobré výsledky, ale je náročné na výpočetní čas. Dalšími problémy pak jsou komplikovaný získání matice a singulární polohy. [24] [25] [26]

Další významnou skupinou řešící soustavy nelineárních rovnic jsou metody založené na Newtonově metodě. První krok Newtonovy metody vychází z počátečního odhadu polohy motorů. Je nutné za odhad dosazovat poslední známou polohu, aby nedošlo k nalezení jiného řešení, které neodpovídá požadované konfiguraci mechanismu. Newtonova metoda poskytuje řešení pro požadovanou konfiguraci s plynulým pohybem bez nevyzpytatelných nespojitostí. Na druhou stranu je obtížná na implementaci a má vysoký výpočetní čas na iteraci. Nejznámějšími metodami jsou Broydenova, Powellova a BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno) metoda. [24] [25] [26]

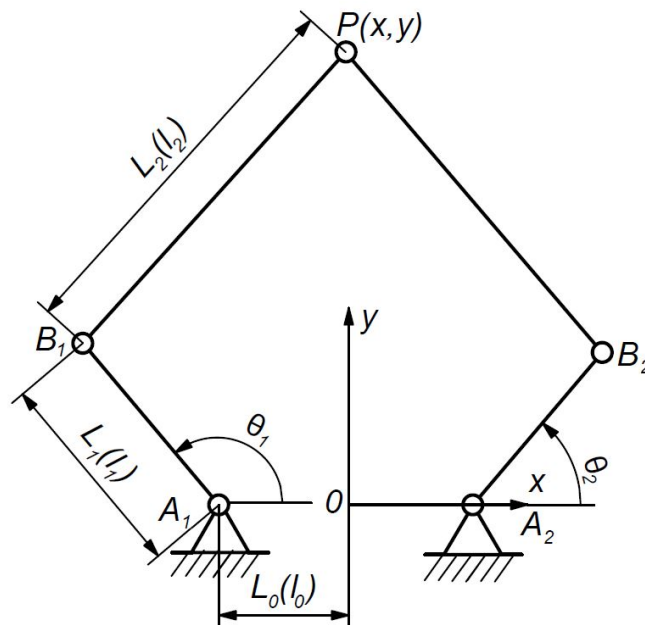


Poslední skupinou jsou metody heuristické. Jedná se o metody spíše používané pro vizualizace, než pro fyzikální realizaci. Heuristické metody nabízí alternativní řešení problému. Používají se tam, kde jsou klasické metody příliš pomalé, pro nalezení aproximace řešení, nebo tam kde ostatní metody selhávají. Tato skupina je postavena na jednoduchém geometrickém principu. Nejpopulárnějším představitelem heuristických metod je CCD (Cyclic Coordinate Decscent) algoritmus, který našel své využití v herním průmyslu. Dalším důležitým zástupcem je pak FABRIK (forward and backward of reaching inverse kinematics), který v některých případech poskytuje dokonce lepší výsledky než CCD. [24] [25] [26]

# Kapitola 5

## Kinematika 5R planárního paralelního mechanismu

Pro optimalizaci parametrů paralelního robota byl pro tuto práci vybrán 5R planární paralelní manipulátor se dvěma stupni volnosti, který je zobrazen na obr. 5.1. Mechanismus je tvořen uzavřeným kinematickým řetězcem, který tvoří dvě symetrické kinematické dvojice, na jedné straně spojené s bází a na druhé spojené dohromady rotačním kloubem, který zároveň tvoří koncový bod mechanismu  $P$ . Každá z kinematických dvojic sestává z bazového  $A_iB_i$  a koncového ramene  $B_iP$  spojených pasivním rotačním kloubem  $B_i$ . Bazová ramena jsou připojena k bázi dvojicí motorů  $A_1$  a  $A_2$ . Počátek souřadnicového systému mechanismu je umístěn ve středu úsečky  $A_1A_2$  s osou  $y$  kolmou na  $A_1A_2$  a osou  $x$  rovnoběžnou s  $A_1A_2$ .



Obrázek 5.1: 5R planární paralelní manipulátor

Pro mechanismus dále platí vztahy:

$$\begin{aligned} |0A_1| &= |0A_2| = L_0 \\ |A_1B_1| &= |A_2B_2| = L_1 \\ |B_1P| &= |B_2P| = L_2 \end{aligned}$$

kde  $L_0$ ,  $L_1$  a  $L_2$  lze získat jako

$$L_0 = D \cdot l_0, \quad L_1 = D \cdot l_1, \quad L_2 = D \cdot l_2 \quad (5.1)$$

kde  $l_0$ ,  $l_1$  a  $l_2$  jsou bezrozměrné parametry a  $D$  je součinitel dimenze mechanismu, který se získá jako

$$D = \frac{L_1 + L_2 + L_3}{3} \quad (5.2)$$

## 5.1 Inverzní kinematická úloha

Následující odvození inverzní kinematické úlohy bylo převzato z [27]. Pozice koncového effektoru vůči počátku souřadného systému můžeme popsat vektorem  $\mathbf{p}$ :

$$\mathbf{p} = (x \quad y)^T \quad (5.3)$$

Podle obr. 5.1 lze popsat polohu bodu  $B_i$  vůči počátku souřadného systému pomocí vektorů  $\mathbf{b}_i$  ( $i = 1, 2$ ) jako:

$$\mathbf{b}_1 = (l_1 \cos \theta_1 - l_0 \quad l_1 \sin \theta_1)^T \quad (5.4)$$

$$\mathbf{b}_2 = (l_1 \cos \theta_2 + l_0 \quad l_1 \sin \theta_2)^T \quad (5.5)$$

kde  $\theta_1$  a  $\theta_2$  jsou hnací souřadnice mechanismu.

$$|\mathbf{p}\mathbf{b}_i| = l_2, \quad i = 1, 2 \quad (5.6)$$

Rovnici 5.6 lze také zapsat jako:

$$(x - l_1 \cos \theta_1 + l_0)^2 + (y - l_1 \sin \theta_1)^2 = l_2^2 \quad (5.7)$$

$$(x - l_1 \cos \theta_2 - l_0)^2 + (y - l_1 \sin \theta_2)^2 = l_2^2 \quad (5.8)$$

z rovnic 5.7, 5.8 můžeme získat řešení inverzní kinematické úlohy:

$$\theta_i = 2 \tan^{-1}(z_i), \quad i = 1, 2 \quad (5.9)$$

kde

$$z_i = \frac{-b_i + \sigma_i \sqrt{b_i^2 - 4a_i c_i}}{2a_i}, \quad i = 1, 2 \quad (5.10)$$

ve kterém

$$\sigma_i = 1 \quad \text{nebo} \quad -1$$

$$a_1 = l_1^2 + y^2 + (x + l_0)^2 - l_2^2 + 2(x + l_0)l_1$$

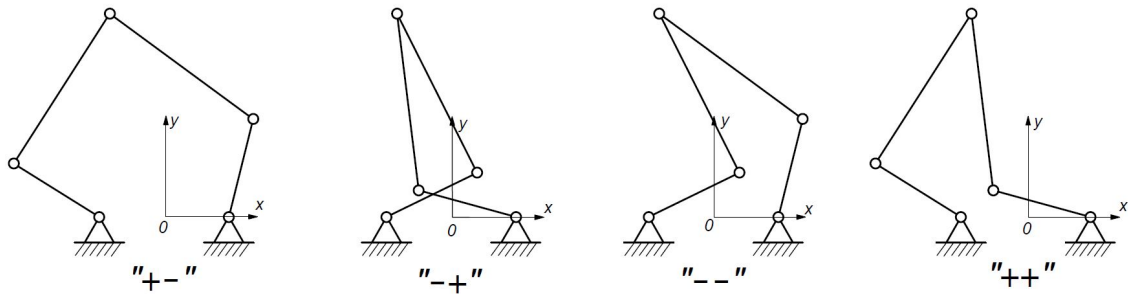
$$b_1 = b_2 = -4yl_1$$

$$c_1 = l_1^2 + y^2 + (x + l_0)^2 - l_2^2 - 2(x + l_0)l_1$$

$$a_2 = l_1^2 + y^2 + (x - l_0)^2 - l_2^2 + 2(x - l_0)l_1$$

$$c_2 = l_1^2 + y^2 + (x - l_0)^2 - l_2^2 - 2(x - l_0)l_1$$

Z rovnice 5.10 vyplývá, že analytické řešení inverzní kinematické úlohy má čtyři řešení. Tato čtyři řešení odpovídají čtyřem pracovním konfiguracím mechanismu. Pro jednoznačnou identifikaci jednotlivých konfigurací se pak používá symbolů + a -, které symbolizují kladné a záporné hodnoty proměnných  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$ . Například pro konfiguraci zobrazenou na obr. 5.1 jsou  $\sigma_1 = 1$  a  $\sigma_2 = -1$ . Taková konfigurace je označována jako konfigurace "+-". Na obr. 5.2 jsou zobrazeny všechny inverzní konfigurace pro stejnou polohu koncového členu. [27]



Obrázek 5.2: Čtyři konfigurace vyplývající z inverzní kinematiky

## 5.2 Přímá kinematická úloha

Odvození přímé kinematické úlohy bylo převzato z [27]. Úpravou rovnic 5.7 a 5.8 získáme

$$x^2 + y^2 - 2(l_1 \cos \theta_1 - l_0)x - 2l_1 \sin \theta_1 y - 2l_1 l_0 \cos \theta_1 + l_0^2 + l_1^2 - l_2^2 = 0 \quad (5.11)$$

$$x^2 + y^2 - 2(l_1 \cos \theta_2 + l_0)x - 2l_1 \sin \theta_2 y + 2l_1 l_0 \cos \theta_2 + l_0^2 + l_1^2 - l_2^2 = 0 \quad (5.12)$$

z rovnice 5.11 – 5.12 lze vyjádřit

$$x = e y + f \quad (5.13)$$

kde

$$e = \frac{l_1 (\sin \theta_1 - \sin \theta_2)}{2l_0 + l_1 \cos \theta_2 - l_1 \cos \theta_1}$$

$$f = \frac{l_1 l_0 (\cos \theta_2 + \cos \theta_1)}{2l_0 + l_1 \cos \theta_2 - l_1 \cos \theta_1}$$

Dosazením rovnice 5.13 do rovnice 5.11 vznikne

$$d y^2 + g y + h = 0 \quad (5.14)$$

kde

$$d = 1 + e^2$$

$$g = 2(e f - e l_1 \cos \theta_1 + e l_0 - l_1 \sin \theta_1)$$

$$h = f^2 - 2 f (l_1 \cos \theta_1 - l_0) - 2 l_1 l_0 \cos \theta_1 + l_0^2 + l_1^2 - l_2^2$$

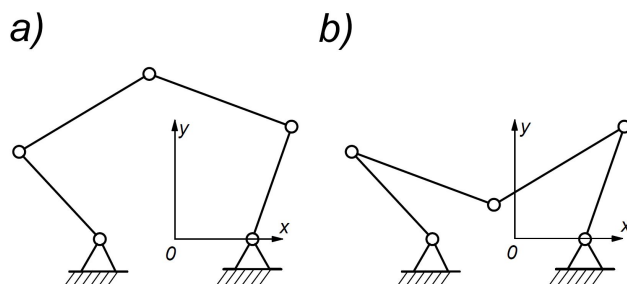
Potom  $y$  lze získat z rovnice 5.14 jako

$$y = \frac{-g + \sigma \sqrt{g^2 - 4 d h}}{2 d} \quad (5.15)$$

kde

$$\sigma = 1 \quad \text{nebo} \quad -1$$

Z analytického řešení přímé kinematické úlohy (rovnice 5.15) vyplývají dvě řešení. Jedná se o horní a dolní konfiguraci mechanismu, kde horní konfigurace je pro  $\sigma = 1$ . Na obr. 5.3 jsou zobrazeny obě konfigurace pro stejnou polohu úhlových souřadnic  $\theta_1$  a  $\theta_2$ . Horní konfigurace se shoduje s inverzní konfigurací "+-". Tato pracovní konfigurace je pro pohyb a velikost pracovního prostoru robota nejvýhodnější. Proto bude dále uvažována při optimalizaci parametrů robota. [27]



Obrázek 5.3: Dvě konfigurace vyplývající z přímé kinematické úlohy:  
a) horní konfigurace b) dolní konfigurace

# Kapitola 6

## Tvorba optimalizačního programu

### 6.1 Teoretický pracovní prostor

Teoretickým pracovním prostorem je myšlena množina všech bodů v prostoru, kterých je koncový bod mechanismu schopný dosáhnout nezávisle na singulárních polohách a kolizích ramen mechanismu.

Na obr. 6.1 je zobrazen teoretický pracovní prostor 5R planárního paralelního manipulátoru, který lze na základě analýzy v [27] popsat čtyřmi kružnicemi:

$$C_{1o} : (x + l_0)^2 + y^2 = (l_1 + l_2)^2 \quad (6.1)$$

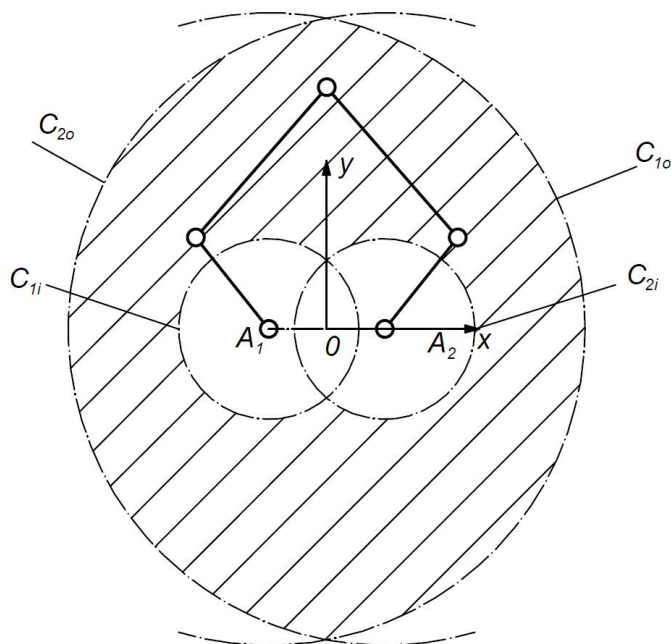
$$C_{1i} : (x + l_0)^2 + y^2 = (l_1 - l_2)^2 \quad (6.2)$$

$$C_{2o} : (x - l_0)^2 + y^2 = (l_1 + l_2)^2 \quad (6.3)$$

$$C_{2i} : (x - l_0)^2 + y^2 = (l_1 - l_2)^2 \quad (6.4)$$

#### 6.1.1 Zvláštní případy teoretického pracovního prostoru

Na obr. 6.1 je zobrazen teoretický pracovní prostor 5R planárního paralelního robota s rozměry  $l_0 = 0, 5$ ,  $l_1 = 1$  a  $l_2 = 1, 7$ . Z rovnic 6.1 – 6.4 lze získat několik zvláštních případů teoretického pracovního prostoru. Pro  $l_1 = l_2$  je teoretický pracovní prostor popsán pouze rovnicemi 6.1 a 6.3. Výsledný teoretický prostor je poté tvořen průnikem pouze dvou kruhů. Dále pak lze vyvodit hlavní tři scénáře existence teoretického prostoru ze vztahu mezi  $l_0$  a  $l_1 + l_2$ . Pokud  $l_0 > l_1 + l_2$  nedochází k žádnému průniku kružnic a teoretický prostor neexistuje. Pro  $l_0 = l_1 + l_2$  je teoretický prostor tvořen jediným bodem, který se nachází ve středu přímky  $A_1A_2$ . Více dvojrozměrný teoretický prostor existuje pouze pro vztah  $l_0 < l_1 + l_2$ . [27]



Obrázek 6.1: Teoretický pracovní prostor 5R planárního paralelního robota

## 6.2 Použitelný pracovní prostor

Použitelný pracovní prostor je maximální souvislý pracovní prostor neobsahující singulární polohy. Tento prostor je ohraničený singulárními polohami, uvnitř kterých se mechanismus o stejné pracovní konfiguraci může volně pohybovat. Nutno podotknout, že skutečný pracovní prostor reálného mechanismu bude dále zmenšen o hranici použitelného prostoru a její blízké okolí, ve kterém je mechanismus nestabilní a nesplňuje požadavky na přesnost pohybu. Skutečný pracovní prostor dále omezují rozsahy pohybu kloubů a ramen reálného mechanismu. [27]

### 6.2.1 Typy použitelného pracovního prostoru v závislosti na rozměrech mechanismu

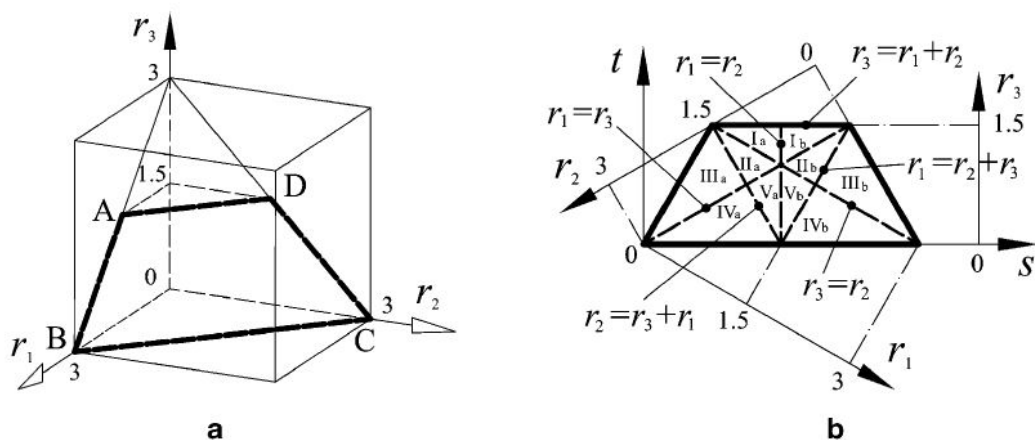
V [27] Liu, Wang a Pritschow představili detailní analýzu tvaru a rozměrů použitelného pracovního prostoru 5R planárního paralelního robota pro jeho "+-" konfiguraci. V [27] byla zavedena trojice bezrozměrných parametrů  $r_1$ ,  $r_2$  a  $r_3$ , které odpovídají bezrozměrným parametrům:  $r_1 = l_1$ ,  $r_2 = l_2$  a  $r_3 = l_0$ , zavedeným v této práci. Při analýze mechanismu v [27] pro tyto parametry platí:

$$r_1 + r_2 + r_3 = 3 \quad (6.5)$$

$$0 < r_1, r_2 < 3 \quad \text{a} \quad 0 \leq r_3 \leq 1,5 \quad (6.6)$$

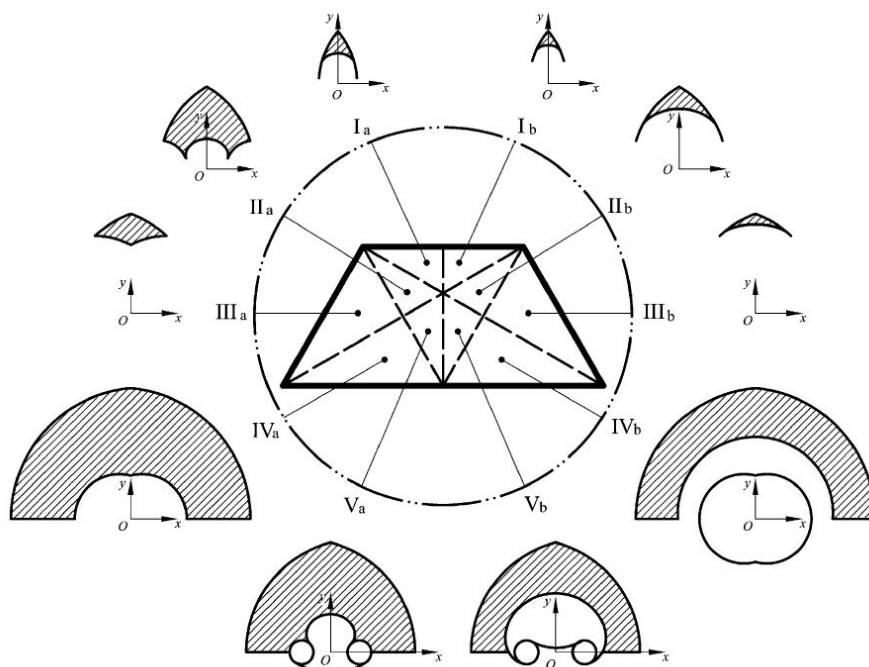


Za pomoci parametrů  $r_1$ ,  $r_2$  a  $r_3$  byl vytvořen fyzický model prostoru všech řešení mechanismu (obr. 6.2), který byl použit pro studium chování 5R planárního paralelního mechanismu.



Obrázek 6.2: Návrhový prostor 5R planárního paralelního manipulátoru [27]

Na obr. 6.3 je zobrazena analýza tvaru použitelného pracovního prostoru 5R planárního paralelního manipulátoru v konfiguraci "+-" v závislosti na bezrozměrných parametrech  $r_1$ ,  $r_2$  a  $r_3$ . [27]



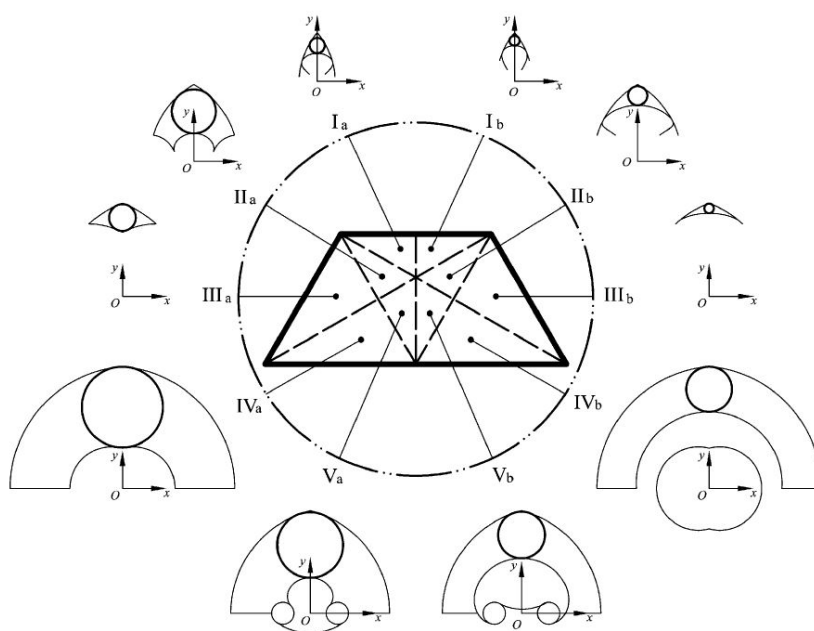
Obrázek 6.3: Použitelný pracovní prostor 5R planárního paralelního manipulátoru [27]

Z obr. 6.3 lze vyvodit [27]:

- Všechny použitelné pracovní prostory jsou symetrické podle osy  $y$ .
- Použitelný pracovní prostor v oblasti  $IV_a$  je roven polovině jejího teoretického pracovního prostoru.
- Nejplošší část pracovního prostoru se vždy nachází v místě, kde  $y = 0$
- Nejširší ucelená pracovní plocha v použitelném pracovním prostoru se nachází v jeho středu na ose  $y$  a je podle ní symetrická.

### 6.3 Maximalní vepsaná kružnice

Ve snaze vytvořit největší možný pracovní prostor, co nejdál od singulárních poloh, je většinou volena nejširší část použitelného pracovního prostoru. Jak bylo výše zmíněno tato část se nachází na ose  $y$  a je podle ní symetrická. V [27] je tato plocha charakterizovaná pomocí Maximální vepsané kružnice (Maximal inscribed circle zkráceně MIC). Na obr. 6.4 je zobrazen použitelný pracovní prostor s Maximální vepsanou kružnicí v závislosti na bezrozměrných parametrech  $r_1$ ,  $r_2$  a  $r_3$ .



Obrázek 6.4: Rozmístění Maximální vepsané kružnice v návrhovém prostoru [27]

Na základě níže popsaných výsledků (obr. 6.5) je v této práci řešena pouze Maximální vepsaná kružnice pro případ,  $r_2 > r_1 + r_3$  kterou lze definovat jako

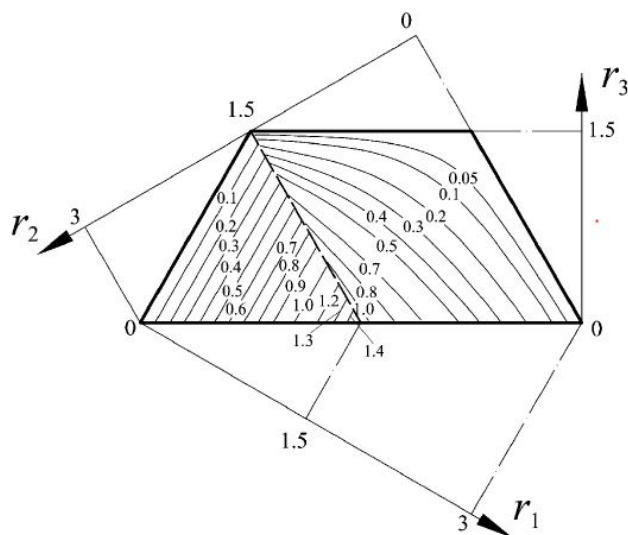
$$x^2 + (y - y_{\text{MIC}})^2 = r_{\text{MIC}}^2 \quad (6.7)$$

kde,  $r_{\text{MIC}}$  je poloměr Maximální vepsané kružnice a  $y_{\text{MIC}}$  je  $y$  souřadnice středu Maximální vepsané kružnice.

$$r_{\text{MIC}} = \frac{l_1 + l_2 - |l_1 - l_2|}{2} \quad (6.8)$$

$$y_{\text{MIC}} = \sqrt{\frac{(l_1 + l_2 + |l_1 - l_2|)^2}{4} - l_0^2} \quad (6.9)$$

Na základě výše popsané maximální vepsané kružnice, lze analyzovat rozměry maximálního vepsaného pracovního prostoru, který je v tomto případě definován jako prostor ohraničený maximální vepsanou kružnicí. Tento prostor byl v [27] analyzován na základě hodnot poloměru Maximální vepsané kružnice  $r_{\text{MIC}}$  (obr. 6.5).



Obrázek 6.5: Mapa hodnot  $r_{\text{MIC}}$  v závislosti na parametrech  $r_1$ ,  $r_2$  a  $r_3$  [27]

## 6.4 Jacobiho matice

Derivací rovnic 5.5 a 5.6 podle času vznikne

$$l_1 [y \cos \theta_1 - (x + l_0) \sin \theta_1] \dot{\theta}_1 = (x + l_0 - l_1 \cos \theta_1) \dot{x} + (y - l_1 \sin \theta_1) \dot{y} \quad (6.10)$$

$$l_1 [y \cos \theta_2 + (-x + l_0) \sin \theta_2] \dot{\theta}_2 = (x - l_0 - l_1 \cos \theta_2) \dot{x} + (y - l_1 \sin \theta_2) \dot{y} \quad (6.11)$$

Úpravou rovnic 6.10 a 6.11 do tvaru 4.3, kde  $\dot{\theta} = (\theta_1 \quad \theta_2)^T$  a  $\dot{x} = (x_1 \quad x_2)^T$  získáme matice  $\mathbf{A}$  a  $\mathbf{B}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} l_1 [y \cos \theta_1 - (x + l_0) \sin \theta_1] & 0 \\ 0 & l_1 [y \cos \theta_2 + (l_0 - x) \sin \theta_2] \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} x + l_0 - l_1 \cos \theta_1 & y - l_1 \sin \theta_1 \\ x - l_0 - l_1 \cos \theta_2 & y - l_1 \sin \theta_2 \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

Jacobiho matici pak lze získat dosazením do vztahu 4.5.

## 6.5 Global condition index (GCI)

Pro analýzu chování robota v pracovním prostoru byl vybrán *Global conditioning index*, který v [28] představili Gosselin a Angeles.

### 6.5.1 Definice GCI

Podmíněnost matic manipulátoru je definována z Jacobiho matice jako:

$$\kappa = \|\mathbf{J}\| \cdot \|\mathbf{J}^{-1}\| \quad (6.14)$$

kde  $\|\cdot\|$  je Euklidovská norma matice, kterou lze zapsat jako

$$\|\mathbf{J}\| = \sqrt{\text{Tr}\left(\mathbf{J} \frac{1}{n} \mathbf{J}^T\right)} \quad (6.15)$$

kde  $n$  je počet řádků matice. Výsledný GCI je pak zapsán jako

$$\eta = \frac{1}{\kappa} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (6.16)$$

kde  $\sigma_{\min}$  a  $\sigma_{\max}$  jsou minimální a maximální singulární hodnoty matice. Pro GCI dále platí  $0 < \eta < 1$ , kde čím vyšší je hodnota GCI tím lepší je chování mechanismu.

## 6.6 Optimalizační program

Optimalizační kinematický návrh parametrů mechanismu je založen na optimalizační metodě představené v [29]. Tato metoda se skládá ze dvou částí. V první části je nutné dosáhnout optimální konfigurace mechanismu, jejímž výsledkem je uzavřený parametrický popis mechanismu. Druhou část tvoří optimalizační algoritmus hledající rozměry maximálního použitelného pracovního prostoru v závislosti na poměru délek ramen  $l_1$  a  $l_2$ , který splňuje požadavky na absenci singulárních poloh a dobrou obratnost (eng. dexterity) mechanismu.

### 6.6.1 Volba optimální konfigurace mechanismu

Z výše popsaných analýz (obr. 6.3 – 6.5) lze vyvodit, že nejvhodnější oblastí pro optimalizaci parametrů 5R planárního paralelního robota je oblast  $IV_a$ , pro kterou platí:

$$l_2 > l_1 + l_0 \quad \text{a} \quad 0 < l_0 < l_1 < 1,5.$$

Dále podle výsledků v [30], pro optimální konfiguraci parametrů mechanismu platí podmínka 6.17, při jejímž splnění platí, že  $\sigma_{\min}$  dosahuje maximálních hodnot a současně  $\sigma_{\max}$  dosahuje minimálních hodnot v celém pracovním prostoru.

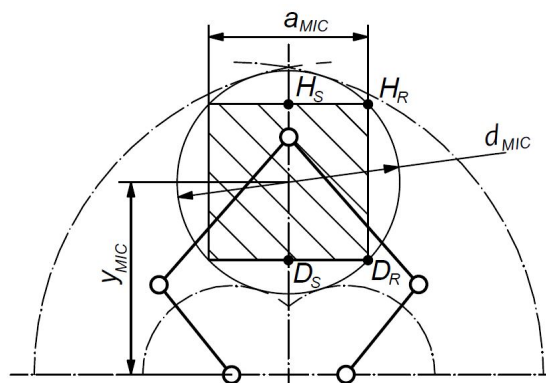
$$l_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}(l_2 - l_1) \tag{6.17}$$

### 6.6.2 Maximální analyzovaný pracovní prostor

Pro zjednodušení kontroly splněných podmínek v pracovním prostoru byl na základě [30] do Maximální vepsané kružnice vepsán čtverec ohraničující analyzovaný maximální pracovní prostor. Pro analýzu maximálních rozměrů pracovního prostoru byla na místo plochy ohraničené čtvercem pro její jednoduchost zvolena délka strany čtverce  $a_{\text{MIC}}$ , jejíž hodnotu lze vypočítat jako:

$$a_{\text{MIC}} = \sqrt{2} \cdot r_{\text{MIC}} \tag{6.18}$$

Vzhledem k symetrii mechanismu byla analyzována pouze jedna polovina plochy oddělená podle osy  $y$ . Na základě pozorování bylo zjištěno, že nejhorších výsledků na hranici plochy je dosaženo v jejích rozích. Z tohoto důvodu byly v bodech ohraničujících pracovní prostor zavedeny kontrolní body  $H_r$ ,  $H_s$ ,  $D_r$  a  $D_s$ . Jak lze vidět na obr. 6.6, body  $H_s$  a  $D_s$  jsou umístěny v průnicích osy  $y$  se čtvercem a body  $H_r$  a  $D_r$  tvoří vrcholy čtverce umístěné napravo od osy  $y$ .



Obrázek 6.6: Maximální vepsaná kružnice

### 6.6.3 Optimalizační podmínky mechanismu

Pro optimalizační algoritmus je nutná volba kritérií, na základě kterých budou získána optimalizační data mechanismu. Pro tuto práci byl zvolen Global Conditioning Index na jehož základě je analyzováno chování mechanismu v prostoru. Dále byly přidány podmínky omezující rozsahy pohybu vazeb reálného robota. Mimo rozsahů pohybu motorů ( $\theta_1$  a  $\theta_2$ ) byly dále zavedeny úhly  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  a  $\beta_3$ , popisující vnitřní úhel, který mezi sebou svírají ramena robota. Kde úhel  $\beta_1$  popisuje vzájemnou polohu ramen v bodě  $B_1$ , úhel  $\beta_2$  popisuje vzájemnou polohu ramen v bodě  $B_2$  a úhel  $\beta_3$  popisuje vzájemnou polohu ramen v bodě  $P$ .

#### Optimalizační podmínky

1.  $\eta = \frac{1}{\kappa} \geq \alpha$  (GCI)
2.  $l_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (l_2 - l_1)$  (Konfigurační podmínka)
3.  $\theta_{1min} \leq \theta_1 \leq \theta_{1max}$  (Rozsahy pohybu pohonu v  $A_1$ )
4.  $\theta_{2min} \leq \theta_2 \leq \theta_{2max}$  (Rozsahy pohybu pohonu v  $A_2$ )
5.  $\beta_{1min} \leq \beta_1 \leq \beta_{1max}$  (Minimální rozsah pohybu ramen v  $B_1$ )
6.  $\beta_{2min} \leq \beta_2 \leq \beta_{2max}$  (Minimální rozsah pohybu ramen v  $B_2$ )
7.  $\beta_{3min} \leq \beta_3 \leq \beta_{3max}$  (Minimální rozsah pohybu ramen v  $P$ )

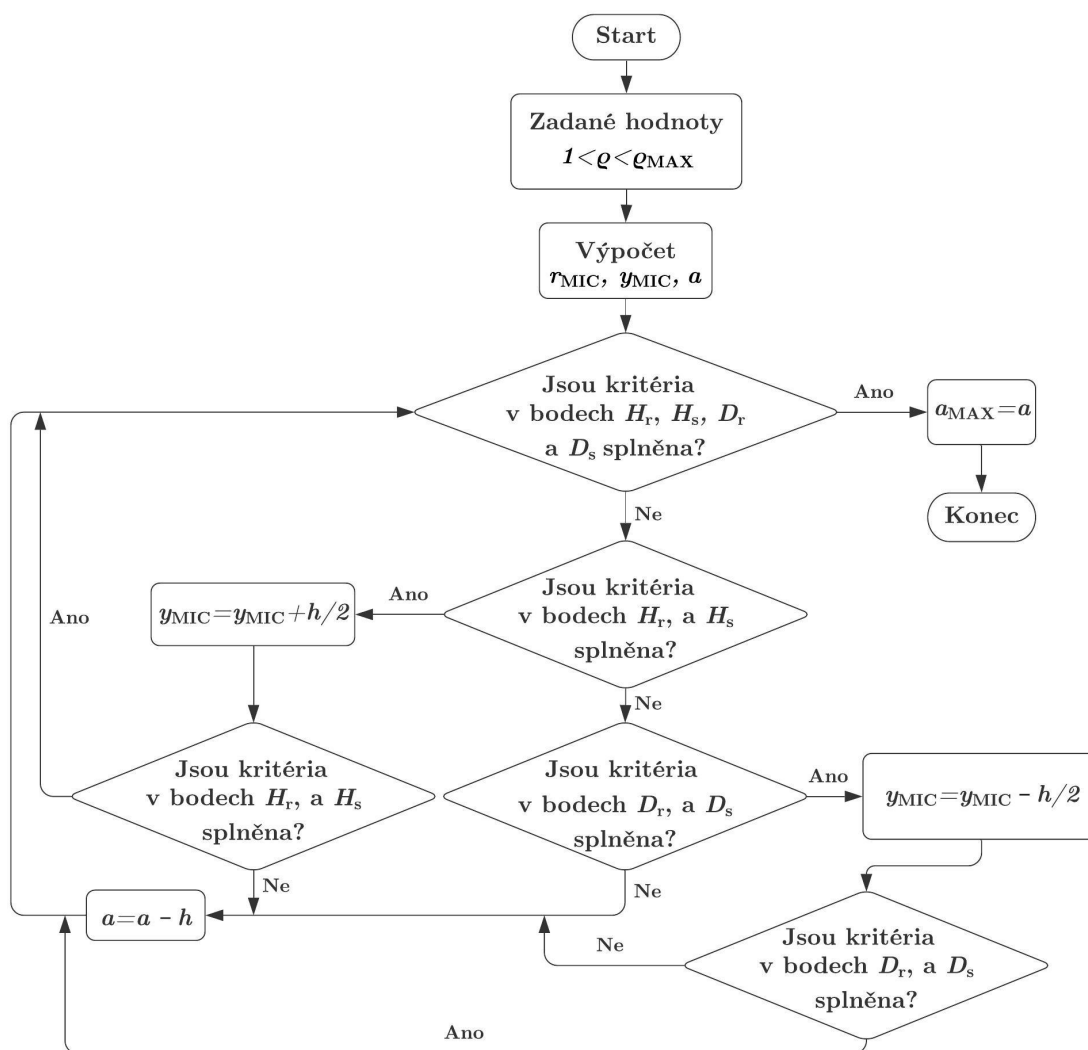
kde  $\alpha$  je návrhová konstanta mechanismu, pro kterou platí  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

## 6.6.4 Optimalizační program

Na základě [29] byly parametry  $l_1$  a  $l_2$  nahrazeny parametrem  $\rho$ , pro který platí  $\rho \geq 1$ . Parametr  $\rho$  lze získat jako

$$\rho = \frac{l_2}{l_1} \quad (6.19)$$

Nahrazením  $l_1$  a  $l_2$  byl získán jednorozměrný optimalizační problém  $a_{\text{MAX}}(\rho)$ . Algoritmus pro získání  $a_{\text{MAX}}(\rho)$  je popsán níže:



Obrázek 6.7: Průběhový diagram algoritmu pro získání  $a_{\text{MAX}}$

Z obr. 6.7 lze vyčíst, že na začátku jsou na základě vstupní hodnoty  $\rho$  předpočítány vstupní parametry  $r_{\text{MIC}}$ ,  $y_{\text{MIC}}$  a  $a_{\text{MIC}}$ . Následně je pak délka strany čtverce  $a_{\text{MIC}}$  zmenšována s krokem  $h$  po dobu, kdy nejsou splněny podmínky ve všech kontrolních bodech.

Oproti algoritmu v [29] byl tento algoritmus rozšířen o možnost posouvání středu čtverce po ose  $y$  v závislosti na splnění parametrů v bodech  $H_r$  a  $H_s$  nebo  $D_r$  a  $D_s$ . Například v případě, že jsou podmínky v bodech  $H_r$  a  $H_s$  splněny, dojde ke kontrole, zda nelze celou plochu posunout o  $h/2$  v kladném směru osy  $y$ . V případě, že jsou podmínky v bodech znovu splněny, celý postup se opakuje. Pokud ale podmínky splněny nejsou, dojde ke zmenšení strany čtverce  $a_{MIC}$  o krok  $h$ . Tím je dosaženo zmenšení čtvercové plochy při zachování počáteční polohy úsečky  $H_r H_s$  vůči ose  $x$ , tedy ve směru osy  $y$  se pohybují pouze body  $D_r$  a  $D_s$ . Tento přístup umožnil malé zvětšení pracovního prostoru.

### 6.6.5 Příklad návrhu mechanismu

Do výše popsaného optimalizačního algoritmu jehož výsledek je zobrazen na obr. 6.8 byly zadány následující vstupní parametry:

$$\alpha = 0,85$$

$$l_1 = 1$$

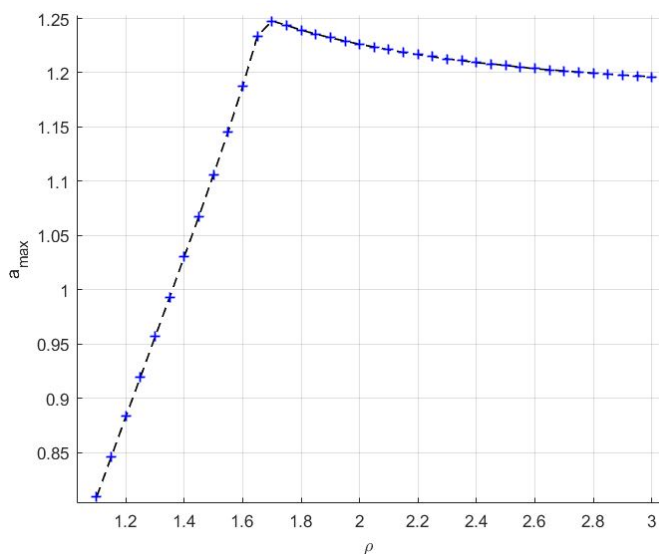
$$\theta_{1\min}, \theta_{2\min} = \frac{4}{3} \pi \text{ rad}$$

$$\theta_{1\max}, \theta_{2\max} = -\frac{1}{3} \pi \text{ rad}$$

$$\beta_{1\min}, \beta_{2\min}, \beta_{3\min} = \frac{1}{6} \pi \text{ rad}$$

$$h = 5 \cdot 10^{-4}$$

$$\rho = 1, 2 - 3$$

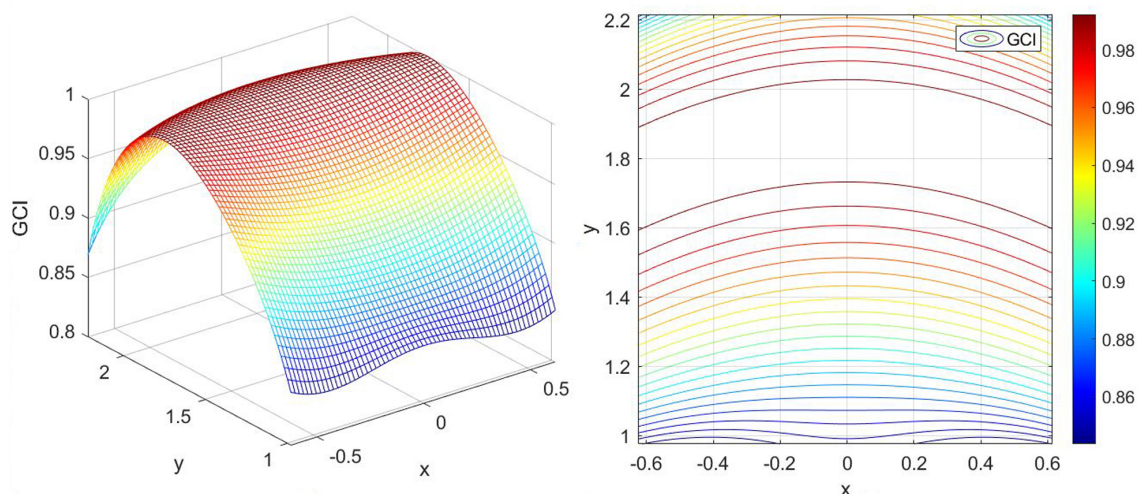


Obrázek 6.8: Průběhový diagram algoritmu pro zisk  $a_{MAX}$



Na obr. 6.8 je zobrazena závislost  $a_{\text{MAX}}$  na  $\rho$ , kde  $a_{\text{MAX}}$  je maximální délka strany čtvercového pracovního prostoru splňující optimalizační podmínky. Z grafu je zřejmé, že nejvyšších hodnot splňujících kritéria dosahuje  $a_{\text{MAX}}$  v intervalu  $\rho = (1,65; 1,8)$ . Další analýzou na intervalu  $\rho = (1,65; 1,7)$  bylo zjištěno, že nejvyšší hodnoty  $a_{\text{MAX}}$  při kroku  $h = 0.0005$ , bylo dosaženo pro  $\rho = 1,67$ , kde  $a_{\text{MAX}} = 1,2507$  a  $y_{\text{MAX}} = 1,6124$ . Nutno dále podotknout, že tvar zde prezentované optimalizační křivky se shoduje s křivkou prezentovanou v [29]. Tato křivka se pouze liší svými rozměry v obou osách, což bude nejspíše zapříčiněno rozdíly v kritériích a výpočtu GCI.

Na obr. 6.9 je zobrazena vrstevnicová mapa pro výše získané parametry mechanismu  $a_{\text{MAX}} = 1,2507$ ,  $\rho = 1,67$  a  $y_{\text{MAX}} = 1,6124$ . Z grafů můžeme vyčíst, že nejméně stabilního chování dosahuje mechanismus ve spodní části pracovního prostoru. Naopak nejvyšších hodnot dosahuje GCI pro  $y = (1,6; 2)$ . Dále lze najít spojitost mezi tvarem vrstevnic a tvarem hranic teoretického pracovního prostoru. Do tvaru vrstevnic ve spodní šestině pracovního prostoru se promítá vnitřní hranice teoretického pracovního prostoru popsaná kružnicemi  $C_{1i}$  a  $C_{2i}$  obsahující singulární polohy. Ve zbytku plochy jsou pak vrstevnice srovnané s vnější hranicí teoretického pracovního prostoru popsané kružnicemi  $C_{1o}$  a  $C_{2o}$ .



Obrázek 6.9: Vrstevnicová mapa maximální vepsané čtvercové plochy pro  $a_{\text{MAX}} = 1,2507$  a  $\rho = 1,67$

# Kapitola 7

## Sestavení simulačního modelu robota

### 7.1 Volba rozměrů mechanismu

Na základě získaných bezrozměrných parametrů  $a_{\text{MAX}}$ ,  $y_{\text{MAX}}$  a  $\rho$  byl vytvořen simulační model. Rozměry mechanismu byly založeny na minimální velikosti pracovního prostoru mechanismu. Pro tento případ byl zvolen za minimální pracovní prostor formát papírů A5, jehož delší strana se rovná  $A_{\text{MAX}} = 210 \text{ mm}$ . Na základě této hodnoty lze získat součinitel dimenze mechanismu  $D$  pomocí vztahu:

$$D = \frac{A_{\text{MAX}}}{a_{\text{MAX}}} \quad (7.1)$$

Rozměry  $L_0$ ,  $L_1$  a  $L_2$  pak lze vypočítat z rovnic 5.1 a hodnotu  $Y_{\text{MAX}}$  popisující polohu pracovního prostoru lze pak získat obdobným způsobem. Délky ramen byly zaokrouhleny na celočíselnou hodnotu tak, aby se poměr ramen  $L_1$  a  $L_2$  co nejvíce blížil hodnotě  $\rho = 1,67$ .

Vypočítané hodnoty parametrů 5R planárního paralelního robota:

$$L_0 = 79,2 \text{ mm}$$

$$L_1 = 168 \text{ mm}$$

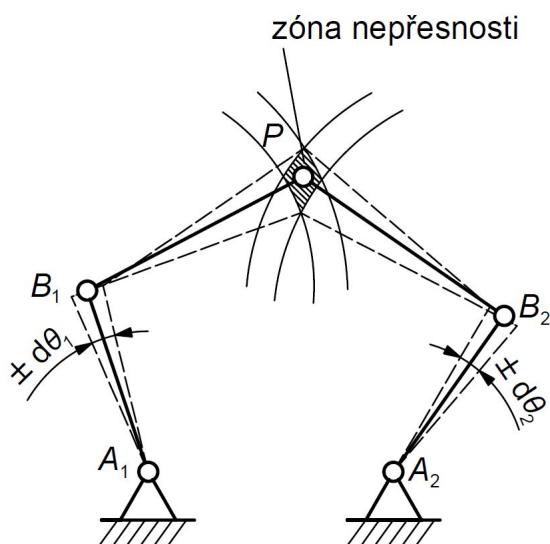
$$L_2 = 280 \text{ mm}$$

$$A_{\text{MAX}} = 210,1 \text{ mm}$$

$$Y_{\text{MAX}} = 270,9 \text{ mm}$$

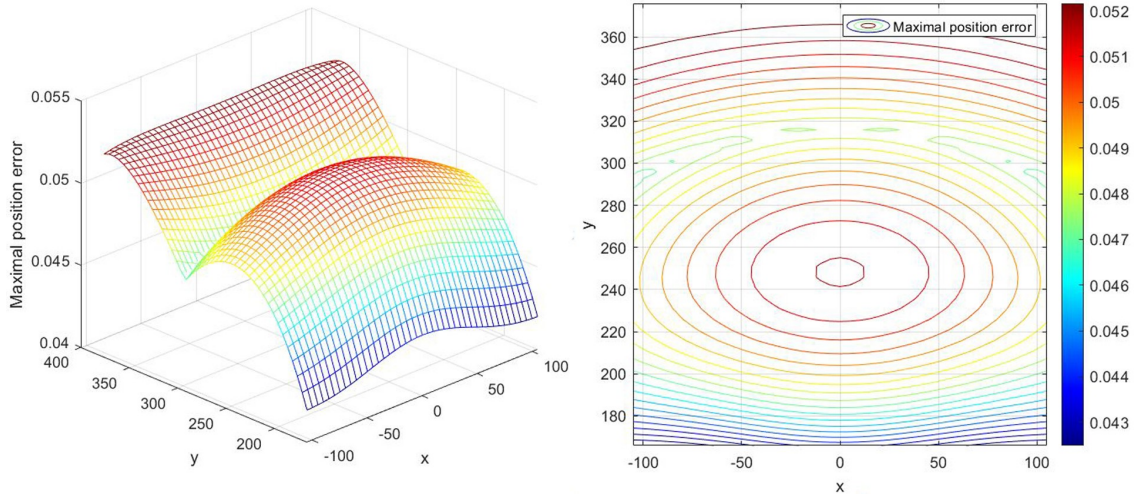
## 7.2 Analýza maximální polohové chyby v pracovním prostoru

Vzhledem k tomu, že GCI je nezávislé na rozměrech mechanismu, byla pro následující analýzu přesnosti v předchozí podkapitole 7.1 popsaného robota v jeho pracovním prostoru zvolena metoda Maximální polohové nebo rotační chyby. Tuto metodu lze snadno aplikovat za použití jednoduché geometrické metody. Na základě [31], kde pan Merlet tvrdí, že největším zdrojem nepřesností v mechanismech jsou nepřesnosti senzorů v kloubech, byly při výpočtu Maximální polohové chyby uvažovány pouze nepřesnosti hnacích souřadnic  $\theta_1$  a  $\theta_2$ . Maximální polohová chyba se pak získá jako vzdálenost nejvzdálenějšího bodu od požadované polohy nacházejícího se na hranici zóny neurčitosti, která je zobrazena na obr. 7.1. Z obrázku lze vyčíst, že největší vzdálenost bude mezi požadovanou polohou a jedním ze čtyř rohů nacházejících se na hranici zóny. [6]



Obrázek 7.1: Zóna nepřesnosti 5R paralelního robota

Pro následující analýzu byla zvolena chyba hnacích souřadnic  $d\theta_{1,2} = \pm 2 \cdot 10^{-4}$  rad. Na obr. 7.2 je zobrazena mapa Maximální polohové chyby v pracovním prostoru o straně  $A_{MAX} = 210,1 \text{ mm}$ . Z vrstevnicové mapy lze vyčíst, že Maximální polohová chyba v pracovním prostoru se pohybuje v intervalu od  $42 \mu\text{m}$  do  $52,7 \mu\text{m}$ . Pracovní prostor je možné rozdělit podle osy  $y$  na třetiny. V bližších rozích pracovního prostoru vůči středu souřadného systému se nachází absolutní minima Maximální polohové chyby, jejichž hodnota dosahuje  $42 \mu\text{m}$ . V první třetině od bližší stěny pracovního prostoru se ve středu osy  $x$  nachází lokální maximum Maximální polohové chyby  $51,7 \mu\text{m}$ . V druhé třetině ve středu osy  $x$ , se pak nachází lokální minimum  $47,6 \mu\text{m}$  oděluující lokální maximum v první třetině a absolutní maxima nacházející se ve vzdálenějších rozích pracovního prostoru, kde Maximální polohová chyba end-effectoru dosahuje  $52,7 \mu\text{m}$ .



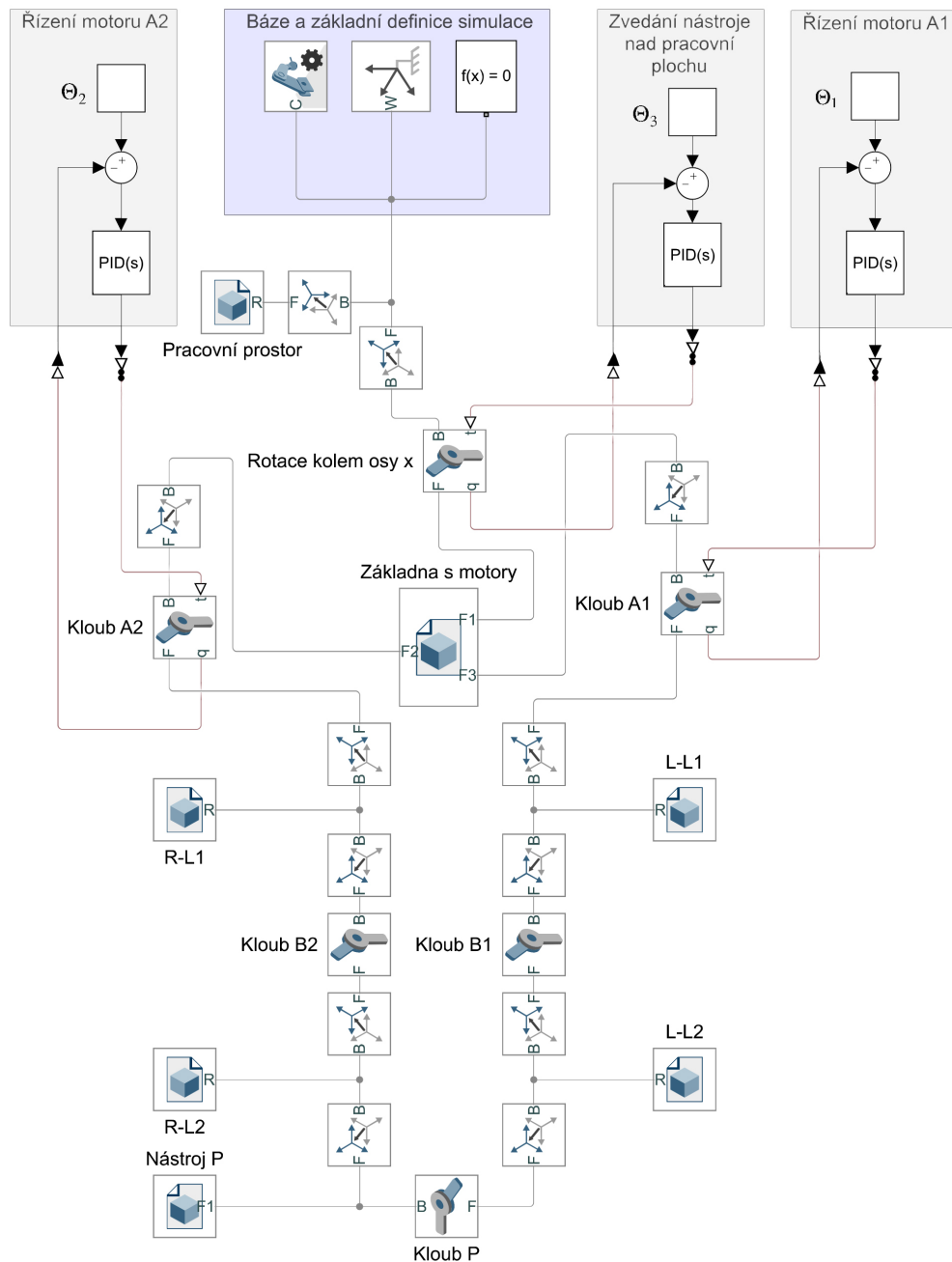
Obrázek 7.2: Maximální polohová chyba [ $\mu m$ ] pro  $d\theta_{1,2} = \pm 2 \cdot 10^{-4}$  rad

## 7.3 Simulační model mechanismu

Pro tvorbu fyzikálního modelu robota byla zvolena programová prostředí Matlab, Simulink. Pro tvorbu fyzikálního modelu byl dále použit SimMechanics, který dále rozšiřuje simulační schopnosti prostředí Simulink. Samotné 3D modely součástí pak byly vytvořeny v programu Autodesk Inventor, odkud byly ve formátu .ipt importovány do prostředí Matlab, Simulink.

### 7.3.1 Tvorba fyzikálního modelu

Fyzikální model mechanismu sestává ze tří základních stavebních bloků, od nichž se odvíjí různé varianty s odlišnými funkcemi. Každá kinematická dvojice je tvořena blokem představujícím těleso (3D součást), blokem tvořícím vazbu (v tomto případě kloub) a blokem transformujícím souřadnice. Na obr. 7.3 je zobrazeno zjednodušené schéma fyzikálního modelu robota. Ve spodní části schématu lze vidět uzavřený kinematický řetězec tvořený tělesy (Základna s motory, R-L1, R-L2, Nástroj P atd.) a klouby (kloub A2, kloub B2, kloub P atd.), které jsou navzájem spojeny za pomoci transformačních bloků, které tvoří změnu souřadného systémů (translaci a rotaci) vůči základnímu souřadnému systému těles. Transformační bloky lze přímo předdefinovat uvnitř bloků těles. Pro názornost příkladu byly ve schématu ponechány. Celý kinematický řetězec je připojen k blokům, které jsou ve schématu ohraničeny modrým čtvercem s nápisem Báze a základní definice simulace. Tento čtverec sestává z bloku báze mechanismu (uprostřed), konfiguračního bloku mechanismu (vlevo), který definuje parametry prostředí jako je např. gravitace, a bloku konfigurace řešiče (vpravo), který definuje základní parametry simulace. Schéma je pak řízeno za pomoci řídicích bloků, do kterých je v požadovaných časových intervalech posílána žádaná poloha  $\theta_i$ , a PID regulátoru, který na základě rozdílu mezi žádanou a skutečnou polohou do motorů vyšle hnací signál odpovídající velikosti.

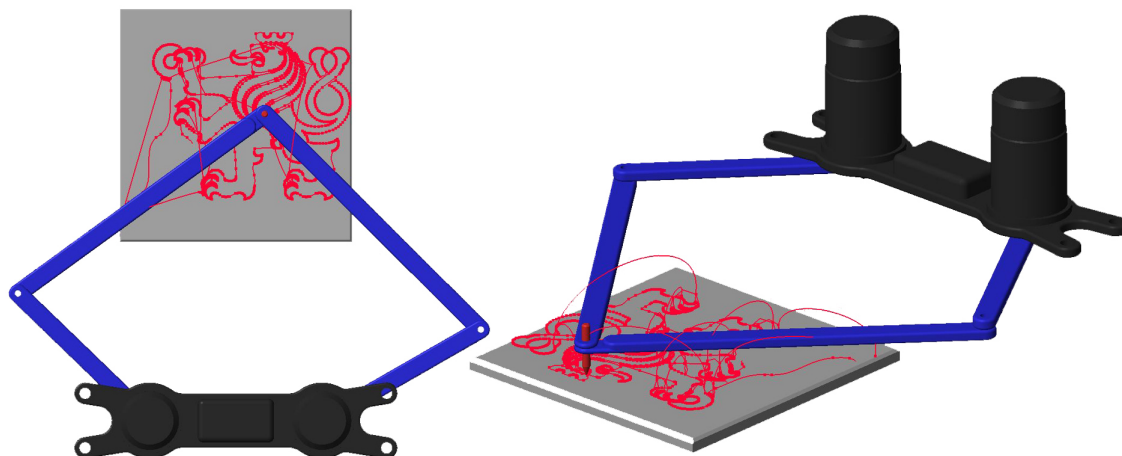


Obrázek 7.3: Schéma fyzikálního modelu v prostředí Matlab, Simulink

### 7.3.2 Simulace

Pro výše popsany fyzikální model byl v prostředí Matlab vytvořený jednoduchý program pro řízení. Tento program byl založen na výše popsanych rovnicích pro inverzní kinematickou úlohu 5.9 a 5.10. Za pomoci těchto rovnic byla požadovaná trajektorie v polohových souřadnicích převedena na matice obsahující hnací souřadnice a čas jejich vykonání. Zadaná trajektorie pro kresbu loga ČVUT byla převzata z projektu Ing. Ondřeje Pištory. Na obr. 7.4 je zobrazen výsledek simulace. Pracovní prostor je zde zobrazen pomocí šedé čtvercové desky. Robot sestává z černé základny, na

kteře jsou zjednodušeně zobrazeny pohony, z pod kterých vystupují modřá ramena. Na konci ramen v bodě P je zobrazen červený nástroj (např. pero). V pracovním prostoru je dále červeně zobrazena trajektorie end – effectoru kreslicího logo ČVUT.



Obrázek 7.4: Simulace 5R paralelního robota

# Kapitola 8

## Výsledky

V práci byl představen postup optimalizace 5R planárního paralelního robota s ohledem na maximální zjednodušení optimalizačního procesu, snížení množství analyzovaných parametrů a zkrácení celkové doby optimalizace parametrů mechanismu a výpočetní náročnosti algoritmu. Byl vytvořen nový optimalizační algoritmus založený na [29]. Tento algoritmus byl oproti původnímu algoritmu rozšířen o podmínku posuvu Maximálního vepsaného čtverce uvnitř pracovního prostoru, která v případě splněných podmínek na jedné straně čtverce umožňuje posunout kontrolovaný čtverec tak, aby při dalším zmenšování byla posunována v ose  $y$  pouze strana, na jejíž straně nebyly doposud splněny podmínky. Tímto bylo dosaženo mírného zvětšení Maximálního vepsaného čtverce pracovního prostoru.

Z výsledků simulací byly zjištěny nesrovnalosti ve výsledcích výpočítaných hodnot Global condition index (GCI), které se oproti výsledkům prezentovaným v [29] lišily. Pro vysvětlení GCI dává výsledky v intervalu od 0 do 1 (čím vyšší číslo, tím lepší vlastnosti). Výsledky vytvořené za pomoci GCI prezentovaného v této práci se shodovaly tvarem vrstevnicové mapy s výsledky prezentovanými v [29]. Lišily se, ale svým rozsahem hodnot, který v [29] byl značně rozšířen a jeho výsledky jsou tedy méně příznivé. Po důkladné kontrole celého postupu výpočtu byl vyvozen závěr, že výsledky v [29] byly neznámým způsobem upraveny tak, aby umožnily vyšší citlivost GCI. Zde prezentovaný algoritmus, který je založený na GCI také, proto nedává zcela identické výsledky.

Výsledkem optimalizace byla optimalizační křivka, jejíž tvar se shoduje s tvarem prezentovaným v [29]. Její hodnoty byly ale posunuty tak, že maximum odpovídalo nižším hodnotám poměru délek ramen  $\rho$ , než je tomu v [29]. Maximální hodnota strany Maximálního vepsaného čtverce vyšla také menší. Tyto odchylky byly nejspíše způsobeny rozdílem v GCI, lehce odlišnými vstupními parametry a úpravami algoritmu.

Na základě výsledků algoritmu byly zvoleny rozměry robota, pro které byl pracovní prostor analyzován z pohledu Maximální polohové chyby v závislosti na úhlové chybě

senzorů v pohonech. Tato vrstevnicová mapa vyšla dle očekávání. Z mapy je patrné, že GCI nemůže být jediným aspektem, podle kterého lze optimalizovat rozměry robota, protože rozložení Maximální polohové chyby je naprosto odlišné oproti výsledkům z GCI a ukazuje se zde další nevýhoda GCI a to jeho nezávislost na rozměrech mechanismu.

V poslední části byl pak vytvořen fyzikální model mechanismu na základě, kterého byla ověřena funkčnost navržených parametrů mechanismu.

Zde prezentovaný algoritmus je možné dále přizpůsobit pro jiné počáteční podmínky.



# Závěr

Cílem této práce bylo návrhnout rozměry planárního paralelního 5R robota se dvěma stupni volnosti s ohledem na nejvyšší poměr mezi zástavbovým a pracovním prostorem robota.

Nejdříve byla popsána základní problematika paralelních robotů, jejich historie a využití v praxi. To bylo popsáno v kapitole Úvod do paralelních kinematických struktur a v kapitole Porovnání paralelních a sériových kinematických struktur. Následně byla v kapitole Rozbor konstrukce paralelních struktur blíže rozebrána konstrukce paralelních mechanismů a její vliv na konstrukci kloubů a ramen paralelních robotů. Tímto byl naplněn první cíl práce.

V kapitole Kinematika paralelních a kinematických struktur byla představena základní problematika řízení paralelních mechanismů a vliv singulárních poloh na rozměry pracovního prostoru mechanismu. V kapitole Kinematika 5R planárního paralelního mechanismu byla představena konstrukce 5R planárního paralelního robota a popsána přímá a inverzní kinematika, na základě jejichž výsledku byla zvolena vhodná pracovní konfigurace robota. V kapitole Tvorba optimalizačního programu byla problematika 5R planárního paralelního robota dále rozebrána. Na základě analýzy v [27] byl představen vliv rozměrů mechanismu na velikost pracovního prostoru. Z výše popsaných vlastností pak byla zvolena vhodná pracovní oblast, pro kterou byl vytvořen optimalizační algoritmus v programovém prostředí Matlab, založený na algoritmu prezentovaném v [29]. Tímto byl splněn druhý a třetí cíl práce.

Čtvrtý cíl práce byl naplněn v kapitole Sestavení simulačního modelu robota, kde byly výše získané výsledky použity při tvorbě fyzikálního modelu robota v prostředí Matlab, Simulink. Pro získaný model bylo dále vytvořeno jednoduché řízení a program pro výpočet inverzní kinematické úlohy. Výsledkem je simulační animace, ve které robot kreslí logo ČVUT.

Poslední cíl práce byl celkově shrnut v kapitole Výsledky, kde byly diskutovány výsledky dosažené v předchozích kapitolách.

# Seznam použitých zdrojů

- [1] BONEV, Ilian. ParalleMIC: The Parallel Mechanisms information Center [online]. 2000 [cit. 2021-4-27]. Dostupné z: <https://www.parallemic.org>
- [2] HAY, Alexander Morrison. Optimal dimensional synthesis of planar parallel manipulators with respect to workspaces [online]. Pretoria, 2003 [cit. 2021-4-27]. Dostupné z: <https://repository.up.ac.za/handle/2263/24313>. Disertační práce. University of Pretoria. Vedoucí práce Professor J .A. Snyman.
- [3] VALÁŠEK, Michal a A KOL. Mechatronika. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1996. ISBN 80-01-01276-X.
- [4] GWINNETT, James E. Amusement device. United States of America. US 1 789 680. Uděleno 20.1.1931. Zapsáno 1.10.1928.
- [5] POLLARD, Willard L. V. Position controlling apparatus. United States of America. US 2 286 571. Uděleno 22.4.1938. Zapsáno 16.6.1942.
- [6] Are parallel robots more accurate than serial robots? Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering [online]. 2007, 31(4), 445-455 [cit. 2021-4-27]. ISSN 0315-8977. Dostupné z: doi:10.1139/tcsme-2007-0032
- [7] KUKA: KR 360 FORTEC [online]. [cit. 2021-4-27]. Dostupné z: <https://www.kuka.com/en-de/products/robot-systems/industrial-robots/kr-360-fortec>
- [8] BELDA, Květoslav. Řízení paralelních redundantních struktur robotických systémů. Praha, 2002. Disertační práce. České vysoké učení technické v Praze. Vedoucí práce Prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
- [9] PETRUŠKA, Bohumil. Lineární jednotka s hydraulickým pohonem pro robota s paralelní kinematickou strukturou. Brno, 2012. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce Doc. Ing. Radek Knoflíček, Dr.
- [10] Symétrie: Joran [online]. [cit. 2021-4-28]. Dostupné z: <https://symetrie.fr/en/hexapods/joran/>
- [11] ROBOTS your guide to the world of robotics: Quattro [online]. [cit. 2021-4-28]. Dostupné z: <https://robots.ieee.org/robots/quattro/?gallery=photo1>

- [12] CAMPOS, Lucas, Francis BOURBONNAIS, Ilian A. BONEV a Pascal BIGRAS. Development of a Five-Bar Parallel Robot With Large Workspace. Volume 2: 34th Annual Mechanisms and Robotics Conference, Parts A and B [online]. ASME/EDC, 2010, 1. 1. 2010, , 917-922 [cit. 2021-4-29]. ISBN 978-0-7918-4410-6. Dostupné z: doi:10.1115/DETC2010-28962
- [13] PROCHÁZKA, František. Robustní řízení redundantních paralelních mechanismů. Praha, 2020. Disertační práce. České vysoké učení technické v Praze.
- [14] Průmyslové spektrum: Komponenty pro paralelní konstrukce [online]. 2002 [cit. 2021-4-28]. Dostupné z: <https://www.mmspektrum.com/clanek/komponenty-pro-paralelni-kinematicke-struktury>
- [15] POULADI, Ehsan, Farzin PILTAN, Narges Gholami MOZAFARI, Somayeh JOWKAR, Ali ROSHANZAMIR a Nasri SULAIMAN. Design Neuro-Fuzzy On-line Tuning Controller for Sensitive Dental Actuator. International Journal of Hybrid Information Technology [online]. 2016, 9(12), 99-116 [cit. 2021-4-28]. ISSN 17389968. Dostupné z: doi:10.14257/ijhit.2016.9.12.10
- [16] Components for parallel kinematics. In: Promshop: Catalogues [online]. [cit.2021-04-16]. Dostupné z:<http://www.promshop.info/cataloguespdf/mai66deus.pdf>
- [17] TEO, Tat Joo a YANG. Handbook of Manufacturing Engineering and Technology [online]. London: Springer London, 2013 [cit. 2021-4-28]. ISBN 978-1-4471-4976-7. Dostupné z: doi:10.1007/978-1-4471-4976-7-102-1
- [18] YouTube [online]. 22. 5. 2017 [cit. 2021-4-28]. Dostupné z: [https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=4fFH2RHpcTY&ab\\_channel=DanBrouwer](https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=4fFH2RHpcTY&ab_channel=DanBrouwer)
- [19] GOGU, Grigore. Chebychev–Grübler–Kutzbach’s criterion for mobility calculation of multi-loop mechanisms revisited via theory of linear transformations. European Journal of Mechanics - A/Solids [online]. 2005, 24(3), 427-441 [cit. 2021-4-30]. ISSN 09977538. Dostupné z: doi:10.1016/j.euromechsol.2004.12.003
- [20] SMUTNÝ, Vladimír. ROBOTIKA: Úvod do kinematiky [online]. České vysoké učení technické v Praze [cit. 2021-4-30]. Dostupné z: <http://cmp.felk.cvut.cz/cmp/courses/ROB/roblec/kinematika-notecz.pdf>
- [21] ŠVEJDA, Martin. Kinematika robotických architektur. 2011. Práce ke státní doktorské zkoušce. Západočeská univerzita v Plzni.
- [22] BONEV, I.A., J. RYU, SUNG-GAUN KIM a SUN-KYU LEE. A closed-form solution to the direct kinematics of nearly general parallel manipulators with optimally located three linear extra sensors. IEEE Transactions on Robotics and Automation [online]. 17(2), 148-156 [cit. 2021-5-1]. ISSN 1042296X. Dostupné z: doi:10.1109/70.928560
- [23] SADJADIAN, H. a H. D. TAGHIRAD. Comparison of Different Methods for Computing the Forward Kinematics of a Redundant Parallel Manipulator. Journal of Intelligent and Robotic Systems [online]. 2005, 44(3), 225-246 [cit. 2021-5-1]. ISSN 0921-0296. Dostupné z: doi:10.1007/s10846-005-9006-4

- [24] ARISTIDOU, Andreas a Joan LASENBY. Inverse Kinematics: a review of existing techniques and introduction of a new fast iterative solver [online]. Cambridge, 2009 [cit. 2021-5-1]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/273166356\\_Inverse\\_Kinematics\\_a\\_review\\_of\\_existing\\_techniques\\_and\\_introduction\\_of\\_a\\_new\\_fast\\_iterative\\_solver](https://www.researchgate.net/publication/273166356_Inverse_Kinematics_a_review_of_existing_techniques_and_introduction_of_a_new_fast_iterative_solver). Technical report. University of Cambridge.
- [25] GOLIÁŠ, Robert. Inverzní kinematika. Brno, 1999. Diplomová práce. Masari-kova univerzita. Vedoucí práce Doc. Ing. Jiří Sochor, CSc.
- [26] ČEJKA, Jan. Rychlé heuristické metody numerického řešení úlohy inverzní kinematiky. Liberec, 2019. Disertační práce. Technická univerzita v Liberci. Vedoucí práce Doc. Ing. Josef Černožorský, Ph.D.
- [27] LIU, Xin-Jun, Jinsong WANG a G. PRITSCHOW. Kinematics, singularity and workspace of planar 5R symmetrical parallel mechanisms. Mechanism and Machine Theory [online]. 2006, 41(2), 145-169 [cit. 2021-5-3]. ISSN 0094114X. Dostupné z: doi:10.1016/j.mechmachtheory.2005.05.004
- [28] C. Gosselin and J. Angeles, "A Global Performance Index for the Kinematic Optimization of Robotic Manipulators," Journal of Mechanical Design, vol. 113, pp. 220-226, 1991.
- [29] TIEN DUNG LE, HEE-JUN KANG a QUANG VINH DOAN. A method for optimal kinematic design of five-bar planar parallel manipulators. 2013 International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS) [online]. IEEE, 2013, 2013, , 7-11 [cit. 2021-5-5]. ISBN 978-1-4799-0572-0. Dostupné z: doi:10.1109/ICCAIS.2013.6720521
- [30] HUANG, T., M. LI, Z. LI, D.G. CHETWYND a D.J. WHITEHOUSE. Optimal Kinematic Design of 2-DOF Parallel Manipulators With Well-Shaped Workspace Bounded by a Specified Conditioning Index. IEEE Transactions on Robotics and Automation [online]. 2004, 20(3), 538-543 [cit. 2021-5-5]. ISSN 1042-296X. Dostupné z: doi:10.1109/TRA.2004.824690
- [31] J. P. Merlet, "Computing the worst case accuracy of a PKM over a workspace or a trajectory," The 5th Parallel Kinematics Seminar, Chemnitz, Germany, pp. 83-95, 2006.

# Seznam použitých obrázků

1.1	a) $\underline{RRRRR}$ paralelní robot, b) $\underline{RR}$ sériový robot, c) $\underline{PRRRP}$ paralelní robot . . . . .	3
1.2	První paralelní robot (James E. Gwinnett), patentován v roce 1931 [4]	4
1.3	První průmyslový paralelní robot (Willard L. V. Pollard), patentován v roce 1942 [5] . . . . .	5
1.4	Původní Goughova platforma (oktaedrální hexapod), vpravo pak fotografie před ukončením provozu v roce 1999 [1] . . . . .	6
1.5	Schéma skutečné Stewartovy platformy [1] . . . . .	6
1.6	První letecký simulátor založený na oktaedrickém hexapodu [1] . . . . .	7
2.1	Ukázka průmyslových sériových robotů firmy KUKA [7] . . . . .	10
2.2	Přesně polohovatelný hexapod s vysokou stabilitou od firmy Symétrie [10] . . . . .	11
2.3	Vysokorychlostní manipulátor Quattro od firmy Omron Adept [11] . . . . .	12
3.1	Rotační kloub s jedním stupněm volnosti [15] . . . . .	16
3.2	Kulový kloub se třemi stupni volnosti [16] . . . . .	16
3.3	Kardanův kloub [16] . . . . .	17
3.4	Teleskopická tyč s kuličkovým šroubem [16] . . . . .	18
4.1	Typy singulárních poloh a) sériová singularita b) paralelní singularita	22
5.1	5R planární paralelní manipulátor . . . . .	26
5.2	Čtyři konfigurace vyplývající z inverzní kinematiky . . . . .	28
5.3	Dvě konfigurace vyplývající z přímé kinematické úlohy: a) horní konfigurace b) dolní konfigurace . . . . .	30
6.1	Teoretický pracovní prostor 5R planárního paralelního robota . . . . .	32
6.2	Návrhový prostor 5R planárního paralelního manipulátoru [27] . . . . .	33

6.3	Použitelný pracovní prostor 5R planárního paralelního manipulátoru [27] . . . . .	33
6.4	Rozmístění Maximální vepsané kružnice v návrhovém prostoru [27] . .	34
6.5	Mapa hodnot $r_{MIC}$ v závislosti na parametrech $r_1$ , $r_2$ a $r_3$ [27] . . . .	35
6.6	Maximální vepsaná kružnice . . . . .	38
6.7	Průběhový diagram algoritmu pro zisk $a_{MAX}$ . . . . .	39
6.8	Průběhový diagram algoritmu pro zisk $a_{MAX}$ . . . . .	40
6.9	Vrstevnicová mapa maximální vepsané čtvercové plochy pro $a_{MAX} = 1,2507$ a $\rho = 1,67$ . . . . .	41
7.1	Zóna nepřesnosti 5R paralelního robota . . . . .	43
7.2	Maximální polohová chyba [ $\mu m$ ] pro $d\theta_{1,2} = \pm 2 \cdot 10^{-4}$ rad . . . . .	44
7.3	Schéma fyzikálního modelu v prostředí Matlab, Simulink . . . . .	45
7.4	Simulace 5R paralelního robota . . . . .	46

# Příloha

Na přiloženém DVD je text bakalářské práce. V adresáři Program jsou zdrojové kódy a schémata Simulinku a skripty vytvořených programů.