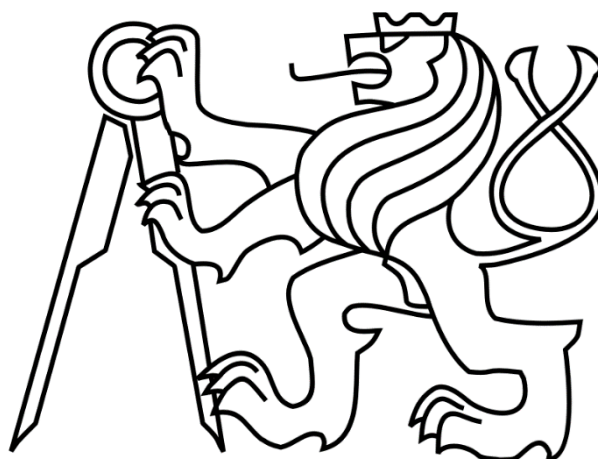


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky



Diplomová práce

Analýza mechanického chování 3D tištěného elastomeru

2021

Bc. Mark Lyzak

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Lyzak** Jméno: **Mark** Osobní číslo: **438277**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**
Studijní program: **Strojní inženýrství**
Studijní obor: **Biomechanika a lékařské přístroje**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Analýza mechanického chování 3D tištěného elastomeru

Název diplomové práce anglicky:

Analysis of mechanical behavior of 3D printed elastomer

Pokyny pro vypracování:

- Proveďte rešerši mechanického chování elastomerů.
- Popište 3D tisk jako metodu výroby elastomerních konstrukcí.
- Proveďte tahové zkoušky se vzorky 3D tištěného elastomeru.
- Proveďte regresní analýzu pozorování vhodným konstitutivním modelem platným v oboru nelineární mechaniky.

Seznam doporučené literatury:

- Meissner B., Zilvar V. (1987) Fyzika polymerů: Struktura a vlastnosti polymerních materiálů. SNTL, Praha.
- Treloar L. R. G. (1975) The physics of rubber elasticity. Third Edition. Oxford University Press, New York.
- Holzappel G. A. (2000) Nonlinear solid mechanics: A continuum approach for engineering. John Wiley and Sons, Chichester.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

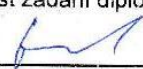
doc. Ing. Lukáš Horný, Ph.D., odbor biomechaniky FS


Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **30.10.2020**

Termín odevzdání diplomové práce: **15.01.2021**

Platnost zadání diplomové práce: _____


doc. Ing. Lukáš Horný, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce



doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

2.11.2020
Datum převzetí zadání


Podpis studenta

Poděkování

Ráda bych poděkoval panu doc. Ing. Lukáši Hornému Ph.D. za odborné vedení, cenné rady, připomínky a především čas, který mi věnoval při psaní této diplomové práce. Dále děkuji své rodině za morální a materiálovou podporu nejen během psaní této práce, ale během celého studia.

Obsah

Seznam použitého značení.....	8
Seznam použitých zkratek	9
1. Úvod	10
2. Polymery.....	11
2.1 Historie polymerů.....	11
2.2 Podstata	12
2.3 Třídění polymeru.....	12
2.4 Uspořádání atomu	13
2.5 Typické vlastnosti	13
2.6 Tvar molekul polymerů.....	14
2.7 Fázové stavy polymerů	14
2.8 Základní způsoby (postupy) výroby polymerů	15
3. Elastomery	16
3.1 Kaučuky	16
3.1.1 Struktura a vlastnosti přírodního kaučuku.....	16
3.1.2 Použití kaučuku.	17
3.2 Syntetický kaučuk	17
3.3 Druhy syntetických kaučuků:.....	17
3.4 Butylkaučuk	18
3.5 Fyzikální vlastnosti a struktura kaučuku.....	18
3.6 Pryže.....	18
3.7 Termoplastické elastomery	19
4. Plasty a technologie 3D tisku.....	21
4.1 Historie	21
4.2 3D tisk elastomeru.....	22
4.3 Technologie 3D tisku polymerů a elastomerů.	22
4.3.1 Popis 3D tisku elastomerů DLP	22
4.3.2 Popis technologií 3D tisku elastomerů – SLA	22
4.3.3 Popis technologií 3D tisku elastomerů – PolyJet	23
4.3.4 Popis technologií 3D tisku elastomerů – ACEO	24
4.3.5 Popis technologií 3D tisku elastomerů – HP Multi Jet Fusion.....	24
4.3.6 Popis technologií 3D tisku elastomerů – Carbon CLIP.....	25
4.3.7 Popis technologií 3D tisku elastomerů – Selektivní laserové spékání (SLS). 25	
4.3.8 Popis technologií 3D tisku elastomerů – MultiJet Printing.....	26
4.4 Výhody a nevýhody 3D tisku elastomeru	26

5. Mechanické vlastnosti polymerů	27
5.1 Materiálová nelinearita.....	31
5.1.1 Lineárně elastický materiál.....	31
5.2 Hyperelasticita.....	32
5.3 Relaxační mechanické vlastnosti polymerů	34
5.4 Zásady pro výběr polymerů pro výrobu dílu.....	35
5.5 Aplikace polymerních materiálů	36
6.Cíl diplomové práce.....	40
7. Princip experimentální práce	41
7.1 Metodika zkoušky	42
7.2 Použité zařízení	42
7.3 Vyhodnocení tahové zkoušky	43
8. Vyhodnocení experimentu	46
9. Odhad materiálových parametrů modelů.....	49
9.1 Odhad materiálových parametrů pomocí programu MAPLE.....	49
9.1.1 Gentův model	49
10. Výsledky	54
11. Závěr	60
12. Seznam použité literatury	61
13. Seznam obrázků.....	65
14. Apendix.....	67

Anotace

Autor:	Bc. Mark Lyzak
Název DP:	Analýza mechanického chování 3D tištěného elastomeru
Rozsah práce:	58 stránek, 43 obrázky, 3 tabulky, 4 grafy
Školní rok vyhotovení:	2021
Škola:	ČVUT v Praze, Fakulta strojní
Ústav:	Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky
Vedoucí DP:	doc. Ing. Lukáš Horný Ph.D
Konzultant:	doc. Ing. Lukáš Horný Ph.D
Zadavatel:	ČVUT FS
Využití:	Použití materiálu pro výrobu
Klíčová slova:	Elastomer, nelineární mechanika, Gentův model
Anotace:	Tato diplomová práce se zabývá konstitutivním modelováním vybraných vzorků pryže, Tyto vzorky jsou vytvořeny z Tango+ materiálu, které mají odlišné materiálové parametry. V první části jsou vyloženy základy makromolekulární chemie s důrazem na elastomery. V další části je vysvětlen experiment jednoosé tahové zkoušky, ze které jsou následná data pro vyhodnocování. Pomocí těchto dat a Gentův model byly odhadnuty materiálové parametry obou materiálů.

Annotation

Author:	Bc. Mark Lyzak
Title of master dissertation:	Analysis of mechanical behavior of 3D printed elastomer
Extent:	58 page, 43 figure, 3 table, 4 graphs
Academic year:	2021
University:	CTU in Prague, Faculty of Mechanical Engineering
Department:	Department of Mechanics, Biomechanics and Mechatronics
Supervisor:	doc. Ing. Lukáš Horný Ph.D
Consultant:	doc. Ing. Lukáš Horný Ph.D
Submitter of the Theme:	CTU FME
Application:	Use of material for production
Key words:	Elastomer, nonlinear mechanics, Gent model
Annotation:	This diploma thesis deals with constitutive modeling of selected rubber samples. These samples are made of Tango + material, which have different material parameters. The first part explains the basics of macromolecular chemistry with emphasis on elastomers. The next part explains the experiment of a uniaxial tensile test, from which there are subsequent data for evaluation. Using these data and Gent's models, the material parameters of both materials were estimated.

Seznam použitého značení

T_g	Teplota skelného přechodu
T_m	Teplota tání
T_f	Teplota viskózního toku
T	Teplota
t	Čas
ε	Relativní deformace
σ	Napětí
Δl	Prodloužení délky zkušební vzorku
l	Počáteční délka vzorku
P	Deformační síla
S	Plocha průřezu
T_c	Teplota skelného přechodu
σ_v	Mez vynucené vysoké pružnosti
λ	První Lamého konstanta
μ	Smykový modul pružnosti
σ_{ik}	Cauchyovo napětí (skutečné)
δ_{ij}	Konečná roztažnost materiálu
λ	Streč (protažení)
E	Youngův modul pružnosti
ν	Poissonovo číslo testovaného materiálu
W	Hustota deformační energie
J	Objemový poměr
p	Lagrangeův multiplikátor
σ_{nom}	Nominální napětí
A	Počáteční plocha průřezu
a	Referenční plocha průřezu
R^2	Koeficient determinace

Seznam použitých zkratk

UHDPE	Polyethylen s velmi vysokou hustotou
LDPE	Polyethylen s nízkou hustotou
HDPE	Polyethylen s vysokou hustotou
UHDPE	Polyethylen s velmi vysokou hustotou
DSC	Diferenciální skenovací kalorimetrie
DMTA	Dynamicko-mechanická termoanalýza
TPE	Termoplastické elastomery
TPE-S	Styrénový termoplastický elastomer
AM	Additive manufacturing
AMF	Additive Manufacturing File
SLA	StereoLithography Apparatus
FDM	Fused Deposition Modeling
SLS	Selective Laser Sintering
MIT	Massachusettský technologický institut
CAD	Computer aided design
DLP	Digital light processing
CLIP	Continuous Liquid Interface Production
MJP	MultiJet Printing
PVC	Polyvinylchlorid
UFR	Močovino-formaldehydové pryskyřice

1. Úvod

Elastomery jsou polymery schopné vykazovat velké elastické deformace v širokém teplotním rozsahu (od $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$ do $200\text{ }^{\circ}\text{C}$). Ne všechny polymery jsou elastomery. Charakteristickou vlastností elastomerů je nízká teplota skeleného přechodu. (Toto pravidlo funguje pouze pro amorfni polymery, ne krystalizované.).[8] Sortiment elastomerních materiálů lišících se jejich chemickou povahou a provozními vlastnostmi má tisíc položek, jejichž výroba používá velké množství různých typů chemických surovin. Rozsáhlé použití elastomerů je způsobeno jedinečnou sadou vlastností a především vysokou elasticitou, dobrým výkonem při dynamickém zatížení a schopností absorbovat a rozptylovat mechanickou energii. Typickými elastomery jsou kaučuky a pryže na jejich základě.[2] Výroba a zpracování elastomerních materiálů v XXI. století zůstává jednou z nejrychleji se rozvíjejících oblastí věd a průmyslu, jejichž účelem je získávání materiálů, které zachovávají stejné mechanické vlastnosti jak při nízkých teplotách, tak i při vysokých teplotách. Existuje mnoho druhů elastomerů:

- Přírodní kaučuk
- Syntetický kaučuk
- Butylová pryž
- Polychloropren
- Chlorovaná guma
- Butadien-styrenový kaučuk
- Fluororubber

V této době největší objem výroby má butadien-styrenový kaučuk. Na základě butadien-styrenového kaučuku se vyrábějí automobilové pneumatiky, gumové podložky, některá lepidla se získávají na jejich základě.[5] Zvláště zajímavé jsou jedinečné vlastnosti chlor- a fluorových derivátů, které umožňují jejich použití jako odolných plastů, povlaků, lepidel, chladiv a táhnoucích olejů. Po mnoho let předurčují vývoj této oblasti organické chemie.

V současné době vědci projevují zvýšený zájem o multifunkční sloučeniny chloru a fluoru, jejichž použití může vyřešit velkou část problémů moderního průmyslu. Nalezení vztahu mezi mikrostrukturou fluoroelastomerů a jeho fyzikálně-mechanickými vlastnostmi, projevující se ve vlastnostech vulkanizátů, má velký praktický význam. Třída fluoropolymerů zahrnuje nejrůznější produkty podle vlastností: tvrdé plasty, elastomery a elastoplasty, nerozpustné polymery a polymery snadno rozpustné v běžných rozpouštědlech, vlákna s pevností v tahu jako vysoce legovaná ocel, povlaky odolné vůči korozi a zvětrávání, kaučuky schopné pracovat ve zvláště drsných podmínkách. Zvláštní vědecký zájem je také věnován směsi chlorovaných kaučuků s jinými kaučuky, jako jsou chlorpren, fluorované kaučuky, nitril butadienové kaučuky a jiné, za účelem získání materiálů s vlastnostmi obou materiálů.[7]

2. Polymery

2.1 Historie polymerů

Rozvoj syntetických polymerů v moderním smyslu nastal sice až ve dvacátém století, některé polymerní materiály (zejména přírodního charakteru) byly známy a využívány již mnohem dříve, např. kaučuk. Kaučuk je v Evropě znám již od roku 1496, kdy se Kryštof Kolumbus vrátil ze své druhé cesty do Nového světa. Trvalo však dalších téměř tři sta let, než kaučuk našel první uplatnění. Jedná se o materiál s velkou pružností, který je schopen se účinkem vnější síly výrazně deformovat a poté zpětně zaujmout původní tvar. Kaučuky jsou základní surovinou pro výrobu pryží, nesprávně označovaných i jako guma.



Obrázek 1 Přírodní kaučuk [12]

Přírodní, surový kaučuk (latex) se získává z tropického stromu kaučukovníku brazilského nařezáním jeho kůry (viz *Obrázek 1*). Dále se upravuje srážením (např. kyselinou mravenčí), pere vodou a suší. Přídavkem plniv, dalších aditiv a vulkanizací (růstem makromolekuly a sesítním) se vyrábí pryž. V roce 1770 se začaly kaučukové kostičky používat na gumování. Významnější bylo použití přírodního kaučuku k impregnaci bavlněné tkaniny, pro výrobu nepromokavých pláštěů, pro výrobu lepidla rozpuštěním v terpentýnu nebo pro výrobu pryže pomocí vulkanizace sírou. V roce 1888 byla britským vynálezcem Johnem Boydem Dunlopem patentována pneumatika. První pneumatiky byly určeny pro jízdní kola, teprve od roku 1906 byly vyráběny pneumatiky také pro automobily.[15] Od počátku 20. století dochází k růstu spotřeby polymerů, z důvodů snadné výroby a zpracování. V současné době jde o nejpoužívanější materiál vůbec. Průměrná roční spotřeba polymerů v roce 2000 byla 240 kg na osobu, přičemž nejvíce polymerů se spotřebuje na výrobu obalů.[6]

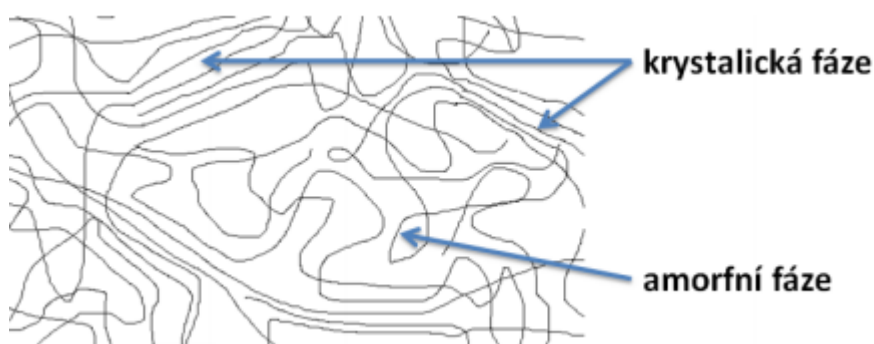
2.2 Podstata

Velký počet materiálů vyskytujících se v přírodě jsou polymery. Ve skutečnosti je základní molekulární struktura celého života rostlin a zvířat podobná jako u syntetického polymeru. Přírodní polymery zahrnují takové materiály jako hedvábí, šelak, bitumen, kaučuk a celulóza. Většina polymerů nebo plastů používaných pro konstrukční návrh je však syntetická a často jsou speciálně formulovány nebo „navrženy“ chemiky nebo chemickými inženýry pro konkrétní účel. Jiní inženýři (konstruktéři, stavaři atd.) obvykle navrhují konstrukční komponenty z dostupných materiálů nebo někdy pracují přímo s chemiky nebo chemickými inženýry, aby syntetizovali polymer se zvláštními charakteristikami. Některé z užitečných vlastností různých technických polymerů jsou vysoká pevnost, poměry modulů a hmotností (nízká hmotnost), houževnatost, odolnost, nízká vodivost (tepelná a elektrická), barva, průhlednost, zpracování a nízké náklady. Mnoho užitečných vlastností polymerů je ve skutečnosti jedinečných pro polymery a jsou způsobeny jejich molekulovou strukturou s dlouhým řetězcem.

2.3 Třídění polymeru

Existují dva obecné typy polymeru. Jsou to termoplasty a termosety. Základní fyzický rozdíl mezi těmito dvěma souvisí s vazbou mezi molekulárními řetězci. Termoplasty mají mezi řetězci pouze sekundární vazby, zatímco termosety mají také primární vazby mezi řetězci. Názvy nejsou spojeny pouze s chemickou strukturou každého z nich, ale také s jejich obecnými tepelnými a zpracovatelskými vlastnostmi, protože tento základní strukturální rozdíl výrazně ovlivňuje vlastnosti materiálů. Termoplastické polymery mohou být taveny nebo formovány, zatímco termosetové polymery nemohou být roztaveny nebo formovány v obecném smyslu tohoto termínu. Termoplastické a termosetové polymery jsou někdy také nazývány jako „lineární“ a zesítěné“. Je třeba poznamenat, že termín lineární se zde vztahuje na molekulární strukturu, a ne na mechanické (napětově-deformační) vlastnosti.

Termoplastické polymery mohou být buď amorfní nebo krystalické (viz Obrázek 2). Je důležité zdůraznit, že stupeň krystalinity je podle standardů pro krystalické kovy, keramiku a další materiály nízký. To znamená, že polymery jsou zřídka více než 50% krystalické. Krystalické polymery jsou často hustší než amorfní polymery díky těsnějšímu balení molekul s dlouhým řetězcem a obecně se zlepšují následující vlastnosti.

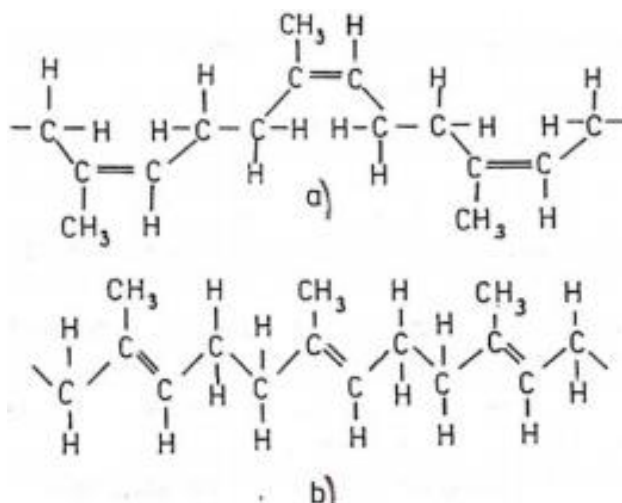


Obrázek 2 Struktura polymerů [18]

Příkladem velmi používaného krystalického termoplastického polymeru je polyethylen. LDPE (polyethylen s nízkou hustotou) je považován za semikrystalický, zatímco HDPE (polyethylen s vysokou hustotou) nebo UHDPE (polyethylen s velmi vysokou hustotou) jsou považovány za vysoce krystalické. LDPE je jedním z nejpoužívanějších plastů, který představuje více než 20 % celkového trhu s polymery, a je hojně používán pro nádoby na mléko a další balicí operace.

2.4 Uspořádání atomu

U polymerů se setkáváme s uspořádáními *cis* nebo *trans*, které obsahují dvojnou vazbu. Konfigurace *cis* společně s tepelným pohybem makromolekul znemožňuje, aby se řetězce polymeru při běžné teplotě k sobě přiblížily natolik, aby mohlo dojít k vytvoření krystalické struktury. Konfigurace *trans* při běžné teplotě dovoluje přiblížení řetězců natolik, aby se krystalická struktura mohla vytvořit. Výše popsané vlastnosti si můžeme objasnit na dvou polymerech obsahujících dvojnou vazbu. *Obrázek 3* ukazuje chemický vzorek přírodním kaučuku (*cis*-1,4-polyizopren) a na gutaperči (*trans*-1,4- 16 polyizopren). *Cis* konfigurace přírodního kaučuku při běžné teplotě znemožňuje vznik krystalické struktury, a proto je přírodní kaučuk vysoce pružný, oproti tomu *trans* konfigurace u gutaperči dovoluje vznik velmi tvrdé krystalické struktury. [31]



Obrázek 3 a) konfigurace cis přírodního kaučuku b) trans konfigurace gutaperče [31]

2.5 Typické vlastnosti

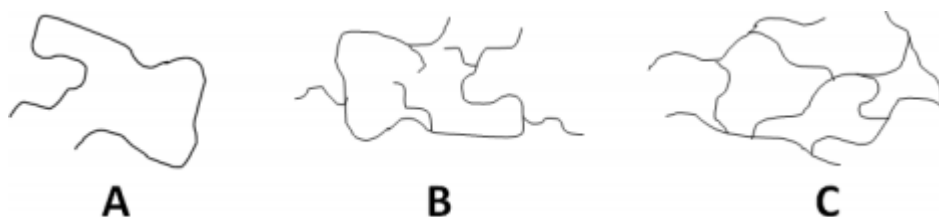
Polymery mohou být v pevném a kapalném stavu, v krystalických a amorfních fázových stavech, jakož i ve skelných, vysoce elastických a viskózních deformačních fyzikálních stavech. Polymery jsou vysoce odolné v prostředích jako jsou koncentrované kyseliny. Na rozdíl od kovů nejsou náchylné k elektrochemické korozi. Se zvýšením molekulové hmotnosti klesá rozpustnost polymerů v rozpouštědlech organického původu. Polymery s prostorovou strukturou nejsou organickými rozpouštědly prakticky ovlivněny. Většina polymerů jsou dielektrika. Polymery jsou hlavně nemagnetické látky. Ze všech použitých konstrukčních materiálů mají polymery nejnižší tepelnou vodivost a nejvyšší tepelnou kapacitu a tepelné smrštění. Tepelné smrštění polymerů je přibližně 10 až 20krát větší než smršťování kovů. Důvodem ztráty těsnosti sestav při nízkých teplotách je skelný přechod pryže a ostrý rozdíl v koeficientech roztažnosti kovu a pryže ve vitrifikovaném stavu. Mechanické vlastnosti polymerů se vyznačují přijatelnou pevností, ale nízkou tuhostí ve srovnání s kovovými materiály. Polymery se vyznačují výraznou anizotropií vlastností, poklesem pevnosti a vývojem tečení při dlouhodobém zatížení. Polymery však mají vysokou odolnost proti únavě. Polymery se vyznačují výraznější teplotní závislostí mechanických vlastností ve srovnání s kovy. Jednou z hlavních charakteristik polymerů je deformovatelnost. Deformovatelnost (nebo tažnost) polymerů v širokém teplotním rozmezí nejčastěji hodnotí jejich základní technologické a provozní vlastnosti. [11]

Z hlediska tvaru makromolekulárních řetězců ještě neumíme přesně oddělovat makroskopické vlastnosti polymerů od jejich molekulární struktury, protože makromolekulární látky zahrnují obrovské množství nejrůznějších vlastností. Z toho důvodu je velice obtížné rozdělit je přesně schematicky podle odlišných projevů. Už jen

existence různých fyzikálních stavů závisících kromě chemického složení také na molekulové hmotnosti polymerů je velmi komplikujícím faktorem.

2.6 Tvar molekul polymerů

Chemická struktura monomeru předurčuje tvar (architekturu) makromolekul. Podle počtu funkčních skupin (hydroxy, amino, karboxylové skupiny) v molekule monomeru rozlišujeme jeho funkčnost. U monomerů obsahujících dvojnou vazbu představuje tato vazba funkčnost 2. Při polymeraci dvojfunkčních monomerů (např. u dikyseliny a diaminu vzniká lineární polymer nebo monomer s jednou dvojnou vazbou) vznikají polymery s lineární strukturou (A) (viz Obrázek 4). Většina polymerů má lineární strukturu a lze je převést do roztoku nebo taveniny, ze kterých jsou formovány do tvaru výrobku.



Obrázek 4 Tvar makromolekulárních řetězců. [16]

Polymerací třech – a více funkčních monomerů (např. triolu nebo triaminu s dikyselinou nebo monomeru s více než jednou dvojnou vazbou) vzniká podle dosažené konverze funkčních skupin nejdříve větvený polymer (B) a později dojde k sesítování celého systému a výsledkem je vznik jedné polymerní molekuly. Sesítované polymery (C) jsou nerozpustné a netavitelné a jsou např. podstatou gumových výrobků (např. pneumatik, těsnění, hadic) nebo pryskyřic (např. bakelit, epoxidové pryskyřice).[41] Výsledné vlastnosti (viz Obrázek 4):

- (A) -rozpustný, tavitelný, může krystalizovat
- (B) -rozpustný, tavitelný, krystalizace potlačena sesítovaný polymer
- (C) -nerozpustný (jen botná) a netavitelný

2.7 Fázové stavy polymerů

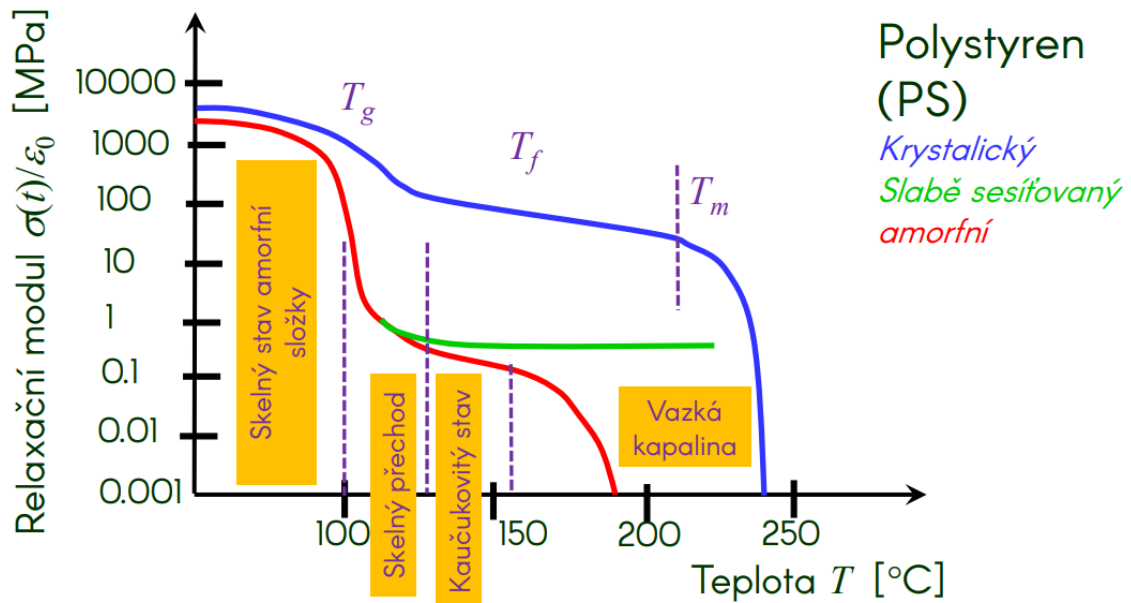
Typickou charakteristikou polymerů je teplota skelného přechodu T_g (viz Obrázek 5), která určuje použití daného polymeru. Pod teplotou T_g je polymer tuhou a poměrně křehkou látkou, která je ve sklovitém stavu. Teplota T_g je ovlivněna strukturou polymeru, zejména ohebností řetězce.

Nad teplotou T_g polymer přechází do kaučukovitého stavu. Dalším zahříváním nad teplotu tečení T_f se dostává do plastického stavu, v kterém je možno polymer zpracovávat.

Teplota T_g se týká pouze amorfni oblasti polymeru. Ve stavu částečně krystalického polymeru materiál nabývá jak teploty T_g , tak teploty tání T_m . T_m je vždy vyšší než T_g .

Se zahříváním polymeru a přechodem přes jednotlivé stavy se zásadně mění řada vlastností, například specifický objem, viskozita, tepelná kapacita nebo mechanické

vlastnosti. Teploty T_g , T_m a T_f určují teplotní intervaly, ve kterých může být polymerní materiál aplikován nebo být zpracováván do tvaru konkrétního výrobku.[18]



Obrázek 5 Závislost relaxačního modulu polystyrenu na teplotě [46]

K charakterizaci fázových stavů polymerů se nejčastěji využívají metody termické analýzy jako jsou diferenciální skenovací kalorimetrie (DSC), dynamicko-mechanická termoanalýza (DMTA) nebo reologické metody, které zkoumají tok polymeru.

2.8 Základní způsoby (postupy) výroby polymerů

Většina polymerací je exotermních, a proto je potřeba zajistit dostatečný odvod reakčního tepla. Rovněž během většiny polymerací narůstá viskozita násady. Pro homogenitu reakčních směsí je tak potřeba zajistit účinné míchání.

Polymery se vyrábějí následujícími způsoby:

- Polymerace v bloku (v monomerní fázi)
- Roztoková polymerace
- Suspenzní polymerace
- Emulzní polymerace
- Mezifázová polykondenzace

3. Elastomery

Elastomery jsou polymery schopné vykazovat velké elastické deformace - v širokém teplotním rozsahu (od $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$ do $250\text{ }^{\circ}\text{C}$). Ne všechny polymery jsou elastomery. Charakteristickou vlastností elastomerů je nízká teplota skelného přechodu. (Toto pravidlo funguje pouze pro amorfní polymery, ne krystalizované). Sortiment elastomerních materiálů lišících se jejich chemickou povahou a provozními vlastnostmi má stovky tisíc položek, jejichž výroba vyžaduje velké množství různých typů chemických surovin. Rozsáhlé použití elastomerů je způsobeno jedinečnou sadou vlastností, především vysokou elasticitou, dobrým výkonem při dynamickém zatížení a schopností absorbovat a rozptylovat mechanickou energii.

3.1 Kaučuky

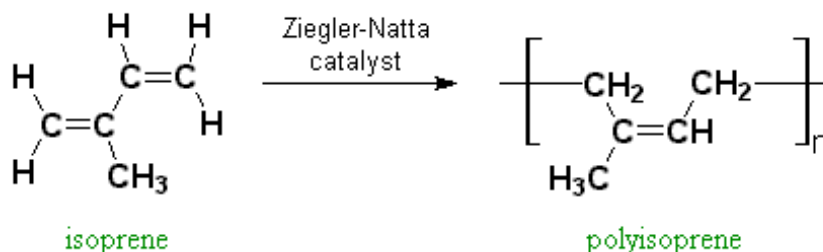
Hlavním zdrojem přírodního kaučuku je mléčná šťáva z kaučukových rostlin – latex. Je to vodní disperze kaučuku, jejíž obsah dosahuje 40 %. Kaučuk v latexu je ve formě nejmenších částic sférického nebo hruškovitého tvaru – globul. Velikost globulí není stejná, má rozměr 0,05 až 3 mikrony. 1 gram 40% latexu obsahuje asi $5 \cdot 10^5$ kaučukových částic s průměrnou velikostí asi 0,26 mikronů. Všechny částice se chaoticky pohybují tzv. Brownovým pohybem. Interiérem globule je uhlovodíkový kaučuk.

Průmyslové využívání přírodního kaučuku v Evropě začalo v první polovině 19. století. Nejprve byly gumované textilie výroby z použití roztoků kaučuku v organickém rozpouštědle. Z hlediska pevnosti a trvanlivosti však tyto výrobky byly pro praktické účely málo užitečné, protože přírodní kaučuk si zachovával svou elasticitu pouze při pokojové teplotě. Po objevení procesu vulkanizace Goodyearem v roce 1839, který zajišťuje přenos termoplastické lepivé pryže s nízkou pevností do vysoce elastické trvanlivé pryže, se využití pro výrobu různých produktů ve všech vyspělých zemích zvýšilo. [48]

3.1.1 Struktura a vlastnosti přírodního kaučuku.

Kaučukové složení zahrnuje: uhlovodíkový kaučuk (hlavní část), vlhkost, acetonové extrakční látky, dusíkaté látky, popel (anorganické látky). Obsah těchto látek v kaučucích se značně liší v závislosti na mnoha důvodech, z nichž nejdůležitější je způsob přípravy kaučuku.

Hlavní vlastnosti technického kaučuku v obsahu vysokomolekulární uhlovodíkové kompozice v něm $(C_5H_8)_n$.



Obrázek 6 Získání polyisoprenu z isopropenu [1]

V čerstvém kaučuku jsou také aldehydové skupiny, jejichž množství se výrazně liší v závislosti na původu kaučuku. Způsobují silné strukturování a zvyšují viskozitu kaučuku během skladování. Při opakovaném zmrazování nejsou pozorovány změny fyzikálních a chemických vlastností kaučuku. Dlouhodobé skladování kaučuku při

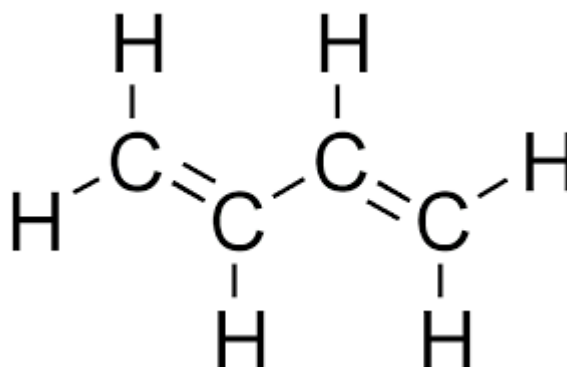
teplotách pod 10 °C způsobuje krystalizaci. Maximální rychlost krystalizace je pozorovatelná při -25 °C.

3.1.2 Použití kaučuku.

Přírodní kaučuk je jediným nesyntetickým elastomerem, který si našel široké uplatnění, ačkoli výzkum pokračuje v používání některých jeho odrůd, jako je Guaula, v pneumatikách a dalších produktech. Kombinace výborných technologických vlastností kaučukových směsí s komplexem cenných technických vlastností vulkanizátů vedla k rozsáhlému používání přírodního kaučuku jak samostatně, tak v kombinaci s jinými gumami pro výrobu pneumatik a různých pryžových technických produktů (tlumiče, těsnění a dalších gumové součásti).

3.2 Syntetický kaučuk

Jedná se o syntetické monomery, které mohou být vulkanizovány na kaučuk. Z důvodu, že přírodní kaučuk je polymerem dienového uhlovodíku, výrobci původně používali pro výrobu syntetického kaučuku dienový uhlovodík, ale jednodušší a dostupnější je butadien (viz Obrázek 7):



Obrázek 7 Strukturální vzorec 1,3-butadienu [2]

Surovinou pro výrobu butadienu je ethylalkohol. Produkce butadienu je založena na dehydrogenačních a dehydratačních reakcích alkoholu.

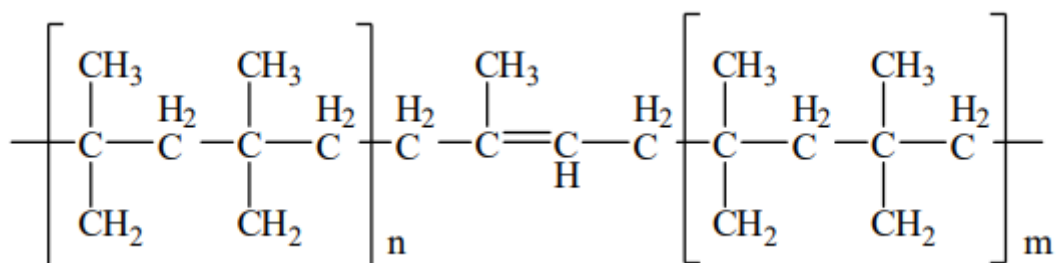
3.3 Druhy syntetických kaučuků:

- 1) Kaučuky pro všeobecné použití – používané při hromadné výrobě výrobků, ve kterých je realizována hlavní vlastnost pryže – pružnost (pneumatiky, dopravní pásy, gumové boty atd.).
- 2) Kaučuky pro speciální účely – používají se při výrobě produktů, které musí být spolu s elasticitou odolné vůči různým činidlům (rozpouštědla, kyseliny atd.). Musí být také odolné proti teplu a mrazu nebo jiným jedinečným vlastnostem.

Všechny v současnosti známé kaučuky jsou polymery – sloučeniny s vysokou molekulovou hmotností s opakováním jedné nebo více strukturálních jednotek. Elastomery speciálního určení jsou pro gumový průmysl velmi důležité. Dávají kaučukům jedinečné vlastnosti, které obecné kaučuky nemohou poskytnout.[8]

3.4 Butylkaučuk

Je to homopolymer isobutylenu, nebo 2-methyl-1-propen, na kterém je založen butylkaučuk. Butylkaučuk (viz. Obrázek 8) se vyrábí polymerací 98% isobutylenu s asi 2% isoprenem. Strukturálně se polyisobutylem podobá polypropylenem, ale má dvě methylové skupiny substituované v každém druhém uhlíku atomu. [3]



Obrázek 8 Chemický vzorek butylkaučuku [41]

3.5 Fyzikální vlastnosti a struktura kaučuku

Makromolekuly butylového kaučuku mají lineární strukturu. Umístění isoprenových jednotek připojených primárně v pozicích 1,4 je ze statistického důvodu. Molekulová hmotnost kaučuku je $200-700 \cdot 10^3$ [kg·mol⁻¹] (podle Floryho). Butylová pryž neobsahuje gel. Rozpouští se v alifatických a aromatických uhlovodících a krystalizuje se pouze ve vysokých roztáznostech (> 500 %).[41]

Tabulka 1 Fyzické vlastnosti butylkaučuku [41]

Vlastnosti	Hodnoty
Hustota, g/cm ³	0,92
Teplota sklenění, °C	-69
Hustota energetické soudržnosti, MJ/m ³	270
Měrné teplo, kJ/(kg*K)	1,94
Koeficient vodivosti tepla, W/(m*K)	0,091
H ₂	$54,3 \cdot 10^{-18}$
O ₂	$9,77 \cdot 10^{-18}$
ε (50MHz)	2,2-2,3

Malá nenasyčenost butylkaučuku určuje jeho vysokou odolnost vůči teplu, světlu, ozónu a také odolnost vůči působení mnoha agresivních prostředí kyselin, alkoholů, ketonů, rostlinných a živočišných tuků, peroxidu vodíku atd. Z hlediska odolnosti vůči kombinovaným účinkům světla a ozónu je butylová pryž výrazně lepší než vysoce nenasyčené kaučuky, jako jsou naturální kaučuk, syntetický kaučuk a butylová pryž.

3.6 Pryže

Pryž neboli vulkanizát je elastický materiál, který je výsledkem vulkanizace přírodních a syntetických kaučuků. Jedná se o čistý elastomer. Pryž se získává hlavně vulkanizací pryžových sloučenin na bázi kaučuků (obvykle 20-60 % hmotnosti). Dalšími složkami kaučukových sloučenin jsou vulkanizační činidla, vulkanizační urychlovače a aktivátory, plniva, činidla proti stárnutí, změkčovadla. Směsi mohou také zahrnovat

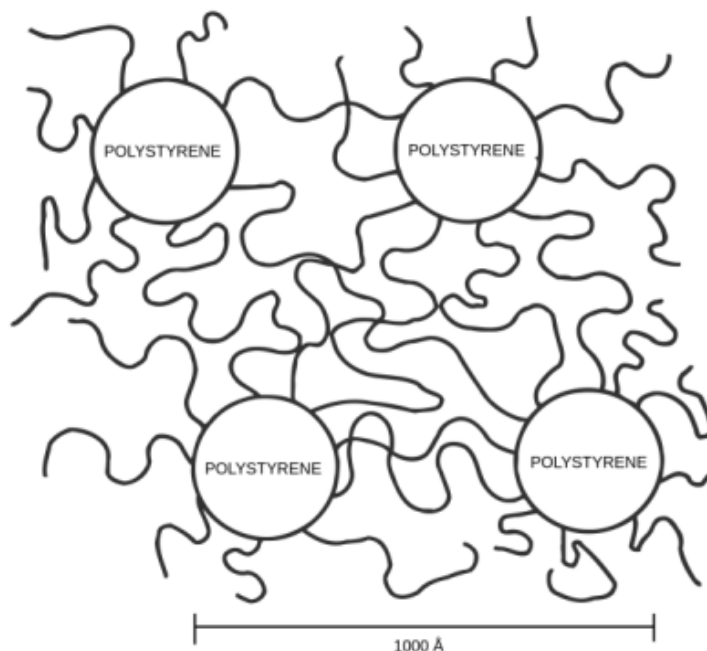
regenerát (plastový produkt regenerace kaučuku schopný opakované vulkanizace), inhibitory vulkanizace, modifikátory, látky vytvářející póry, volné látky a další přísady, jejichž celkový počet může dosáhnout 20 % nebo více. Výběr kaučuku a složení kaučukové směsi je určeno účelem, provozními podmínkami, technickými požadavky na produkt, výrobní technologií, ekonomickými a dalšími hledisky.

Technologie pro výrobu pryžových výrobků zahrnuje míchání kaučuku s přísadami v mísičích nebo válcích, výrobu polotovarů, řezání a dělení polotovarů nebo vulkanizace produktů v dávkových strojích (lisy, kotle, autoklávy). V tomto případě se používá vysoká plasticita kaučukových směsí, díky nimž získají tvar budoucího produktu fixovaného v důsledku vulkanizace. Široce se používá vytlačování a vstřikování, při kterém se lisování a vulkanizace produktů kombinuje v jedné operaci. Použití práškových kaučuků a kompozic a výroba vstřikovaného kaučuku formováním kapalin z kompozic na bázi tekutých kaučuků jsou slibné. [49]

Kombinace relativního a zbytkového prodloužení charakterizuje elasticitu pryžového materiálu. Čím větší je rozdíl mezi těmito indikátory, tím lepší je elasticita materiálu.

3.7 Termoplastické elastomery


Termoplastické elastomery (TPE) (viz *Obrázek 9*) jsou polymerní systémy, které spojují aplikační vlastnosti elastomerů (ohybnost, elasticitu) a zpracovatelské vlastnosti termoplastů (snazší zpracování a recyklovatelnost). Připomeňme si, čím je kombinace těchto vlastností způsobena. Měkké segmenty jsou tvořeny elastomery (snadno se deformují a mají nízkou teplotu skelného přechodu) a tvrdé segmenty, které vytváří uzly sítě, jsou tvořeny amorfním nebo semikrystalickým termoplastem (obtěžně se deformují, mají vysokou teplotu skelného přechodu nebo teplotu tání).



Obrázek 9 Schematická mikrostruktura TPE-S (styrenový termoplastický elastomer).[13]

Termoplastické elastomery se od pryží liší tím, že jejich síť není tak pevná jako chemická síť u pryží a jejich vlastnosti leží vždy někde v oblasti mezi pryžemi a termoplasty. V praxi se setkáváme s několika druhy termoplastických elastomerů v široké škále tvrdosti Shore. *Obrázek 10* uvádí termoplastické elastomery, které jsou

připravovány kopolymerací a liší se typem tvrdých a měkkých segmentů. Tvrdé segmenty vznikají aglomerací neohebných bloků řetězců makromolekuly.[12]

Zkratka	Název	Charakteristika
TPE-S	Blokové styrenové kopolymery	Styrenové bloky se střídají s elastomerem (např. SBS)
		⇒ tvrdé bloky v makromolekule se střídají s elastomerními
TPE-E	TPE na bázi kopolyesterů	Polyesterové bloky se střídají s elastomerními
TPE-U	Termoplastické polyuretany	Polyuretanové bloky se střídají s elastomerními
TPE-A	TPE na bázi polyamidů	Polyamidové bloky se střídají s elastomerními

Obrázek 10 Druhy termoplastických elastomerů (připravených kopolymerací) [12]

Hlavní výhodou termoplastických elastomerů je snazší zpracování (a nižší náklady na energii v porovnání s termosety) za pomoci běžných termoplastických procesů, jako je například vstřikování, vytlačování, vakuové tvarování, vyfukování apod. TPE (viz Obrázek 11) materiály lze také snadno barvit nebo vstřikovat spolu s jinými termoplasty s dobrou přilnavostí.



Obrázek 11 Izolace proti hluku a průvanu, termoplastický elastomer [14]

TPE materiály vyrábí celá řada výrobců, jako jsou například Enplast nebo Ravago. Kromě toho je v některých oblastech aktivní celá řada malých výrobců.

4. Plasty a technologie 3D tisku

Aditivní výroba neboli 3D tisk také inkrementální nebo přírůstková výrobní technologie (anglicky 3D printing nebo additive manufacturing (AM)) je proces tvorby třídimenzionálních pevných objektů z digitálního souboru (Additive Manufacturing File – AMF). V aditivních procesech je objekt vytvořen pokládáním souvislých vrstev materiálu, dokud není celý projekt dokončen. Každá z těchto vrstev může být považována za úzce rozříznutou horizontální sekci daného objektu.

4.1 Historie

Počátky technologie 3D tisku spadají do druhé poloviny 20. století, kdy si Chuck Hull nechal v roce 1986 patentovat technologii stereolitografie. Tato technika spočívá v trojrozměrném laserovém tisku s využitím UV laseru a tekutého fotopolymeru. Ale už roku 1980 se pokusil podat patent Hideo Kodama. Před koncem 90. let pak Chuck Hull pod hlavičkou jeho nové firmy 3D Systems vytvořil první zařízení tisknoucí v 3D formátu pro širokou veřejnost, tzv. stereolitografický aparát SLA-1. V té době se tomuto zařízení ještě neříkalo 3D tiskárna (viz *Obrázek 12*), nicméně modely SLA se také staly základem vývoje dnešních 3D tiskáren či CNC strojů. SLA-1 byl využíván pouze beta zákazníky a postupně upravován až přišla na svět podoba SLA-250, která byla nabídnuta široké veřejnosti. StereoLithography Apparatus SLA-1 je doposud k vidění ve Fordově muzeu v Dearborn, Michigan.

Nástup konkurence na trh přinesly nové technologie, např. modelování depozicí taveniny (FDM, Fused Deposition Modeling), využívající termoplast či selektivní laserové spékání (SLS, Selective Laser Sintering), pracující s CO2 laserem a práškovým materiálem.

3D Systems si však dlouho držela vedoucí pozici na trhu. Pro ukázkou, do roku 1996 se po celém světě prodalo přes 600 různých přístrojů SLA.



Obrázek 12 3D tiskárna [34]

V roce 1993 Massachusettský technologický institut (MIT) patentoval technologii trojrozměrných tiskařských technik, která pracovala s práškovým materiálem a tekutým spojovačem. Licenci k této technologii poté koupila firma Z Corporation a na její bázi započala vývoj 3D tiskáren jako takových.

4.2 3D tisk elastomerů

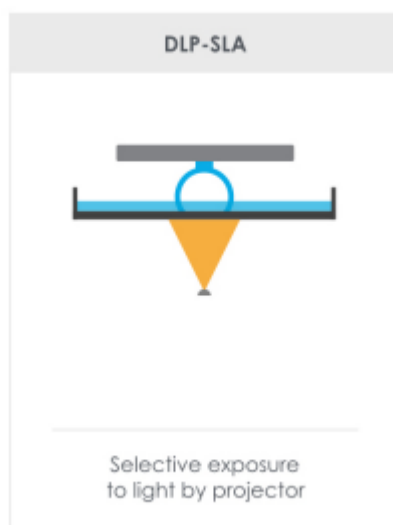
3D tisk elastomeru je nová výrobní technologie, která byla vyvinuta během posledních 15 let pro výrobu různých komponentů. Tato technologie je založena na vytváření trojrozměrných součástí pomocí softwaru CAD, strojního zařízení a vrstveného materiálu. Po vytvoření 3D modelu a nahrání do strojního zařízení, zařízení dokáže vytvořit součást.

4.3 Technologie 3D tisku polymerů a elastomerů.

Nové elastomery a materiály, které věrohodně suplují reálné díly, nabízí nový rozměr rychlé výroby prototypů i nástrojů. Nové elastomery jsou určeny pro 3D tiskárny F123, nové termoplasty přinášejí jedinečnou elasticitu, trvanlivost a skutečnou rozpustnou podporu. Společnost Stratasys uvedla na trh pokročilé elastomery a vyspělé materiály pro své přední 3D tiskárny FDM i PolyJet. Umožňuje tak zákazníkům, aby využili metody aditivní výroby pro rychlou výrobu prototypů, nástrojů a výrobu dílů pomocí 3D tisku. [45]

4.3.1 Popis 3D tisku polymerů DLP

DLP (Digital light processing) je 3D tisk který pracuje s fotopolymerem. Technologie DLP je vidět na dalším (viz. *Obrázek 13*). Základem toho je běžný světelný zdroj, jako například oblouková lampa se zobrazovacím panelem z tekutých krystalů, který osvětluje celý povrch nádrže fotopolymerové pryskyřice najednou. Projektor osvětluje obraz dané vrstvy na povrch nádrže s kapalinou. Daná vrstva kapalného polymeru se vytvrdí a konstrukční deska klesne o tloušťku další vrstvy. Proces se opakuje, dokud není 3D model dokončen a kádě s kapalinou vypuštěna.

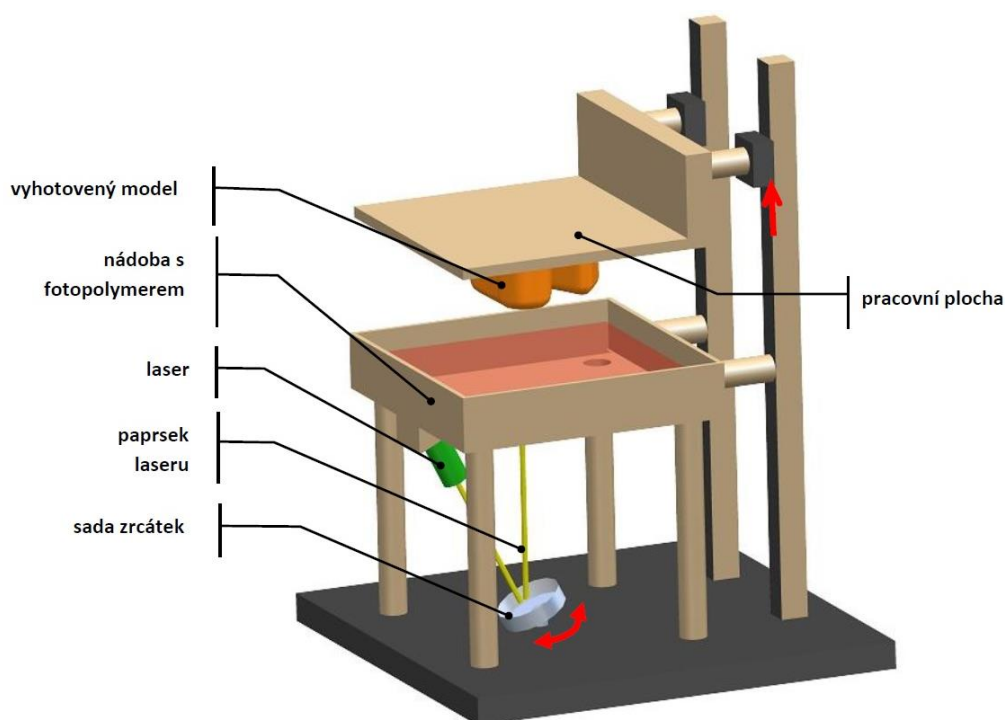


Obrázek 13 Schéma 3D tisku DLP [20]

4.3.2 Popis technologií 3D tisku polymerů – SLA

Stereolitografie (SLA) je velmi podobná technologii DLP. Je založena na vytvrzování epoxidové nebo akrylátové pryskyřice, ale na rozdíl od technologie DLP se tato pryskyřice vytvrzuje pomocí laseru. SLA zařízení (viz *Obrázek 14*) se skládají ze čtyř hlavních částí. První je nádrž, kterou lze naplnit fotopolymerem, další je platforma, která je spuštěna do nádrže, ultrafialový (UV) laser, počítač řídicí plošinu a laser. V prvním kroku je platforma ponořena do nádrže tak, aby nad touto plošinou vznikla vrstva s fotopolymerem přibližně okolo 0,05-0,15 mm. UV laser sleduje průřez dané vrstvy, kde se tekutina okamžitě vytvrdí a vzniká tak první vrstva 3D tištěného objektu. Jakmile je

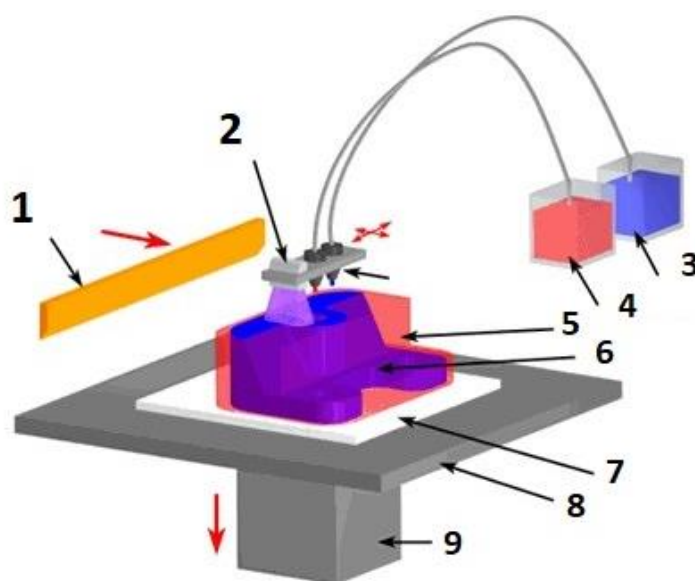
první vrstva vytvrzena, platforma je spuštěna o tloušťku další vrstvy a celý proces se opakuje, dokud není celý objekt vytvořen a zcela ponořen do nádrže.[21]



Obrázek 14 Schéma 3D tisku SLA [44]

4.3.3 Popis technologií 3D tisku elastomerů – PolyJet

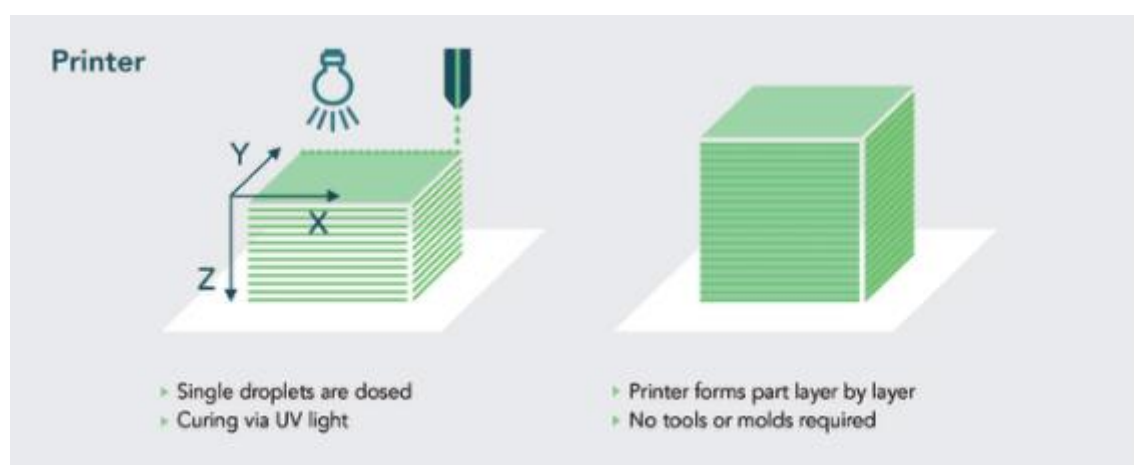
PolyJet pracuje na principu nanášení velmi tenké vrstvy tekutých fotopolymerových materiálů na platformu pomocí tryskových hlavice (viz Obrázek 15). Každá vrstva fotopolymeru je okamžitě po nástřiku na platformu vytvrzena UV světlem. Jak můžeme vidět na obrázku 8., součást je stavěna na platformu od spodní vrstvy a není vytahována z nádrže, jako tomu je u technologie CLIP nebo DLP, musí být použit i podpurný materiál k podepření komplikovaných geometrií. Tento podpurný materiál je gelový a po dokončení tisku součásti je odstraněn proudem vody nebo v lázni s roztokem.[21]



Obrázek 15 Schéma 3D tisku PolyJET [23] 1. Leveling blade 2. UV curing lamp 3. Build materiál 4. Support materiál 5. Injet print heads 6. Part support 7. Build substrate 8. Build platform 9. Elevator

4.3.4 Popis technologií 3D tisku elastomerů – ACEO

ACEO je technologie vytvořena pro tisk silikonových materiálů (viz *Obrázek 16*). Tisková hlava ukládá jednoduché silikonové kapičky na stavěcí plošinu a tvoří tak homogenní povrch první vrstvy. Po vytištění vrstvy je nutné tuto vrstvu vytvrdit pomocí UV světla. Silikonový kaučuk musí být vulkanizován, aby se přeměnil na elastomerní materiál. Chemický proces technologií ACEO je založen na vytvrzování s přídavkem katalyzované platiny. Během vytvrzovacího procesu reagují skupiny Si-H zesilovače s vinylovými skupinami polymeru za vzniku trojrozměrné sítě. Výsledkem je 100 % silikon. Tímto způsobem je požadovaný objekt vybudován vrstvou po vrstvě. Pro realizaci složitých konstrukcí, převisů a dutin se při stejném procesu tiskne podpůrný materiál. Hned po ukončení tisku se z tiskárny vyjme silikonová část a nosný materiál se snadno vypláchne vodou. Následně je část temperována, aby se dosáhlo konečných mechanických vlastností. Výhodou je, že nejsou uvolňovány žádné vedlejší produkty, takže se silikonový kaučuk vytvrzuje bez smrštění.[21]

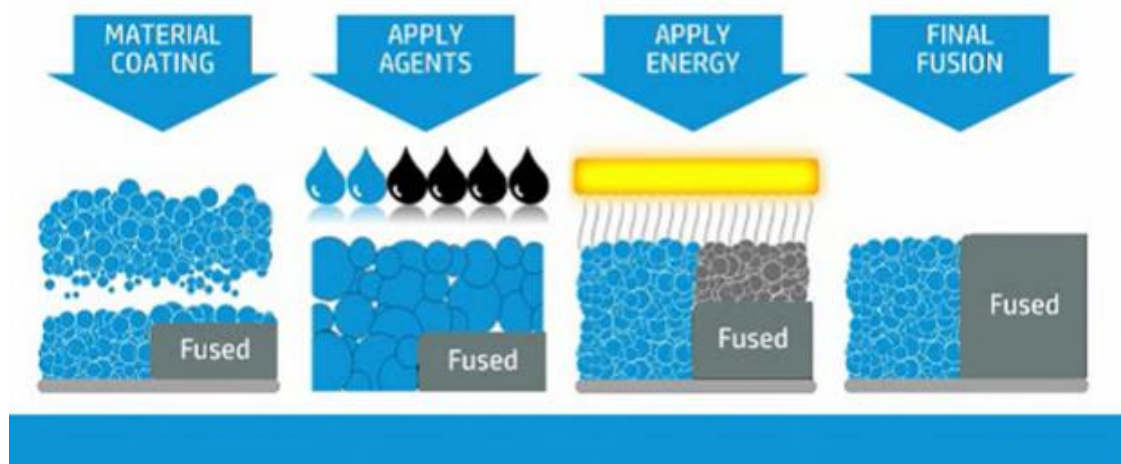


Obrázek 16 Schéma 3D tisku ACEO [24]

4.3.5 Popis technologií 3D tisku elastomerů – HP Multi Jet Fusion

HP Multi Jet Fusion je plnobarevný proces, který umožňuje vytvářet 3D objekty až desetkrát rychleji než technologie SLS. Technologie (viz *Obrázek 17*) probíhá opakovaným nanášením tenké vrstvy práškového materiálu, na kterou se přesně a rovnoměrně aplikuje fúzovací a detailní látka. Fúzovací látka se aplikuje na tu část vrstvy, kterou chceme sloučit. Detailní látka slouží k vytvoření hladkého povrchu součástí a proces fúze inhibuje tam, kde vrstvu sloučit nechceme. Na každý čtvereční centimetr pracovní plochy připadá 30 mil. kapek roztoků za vteřinu. Díky tomu se zajistí dosažení vysokého detailu a prostorové přesnosti. Poté se na tiskovou plochu dodává energie a díky aplikaci právě zmínovaných roztoků zajistí, že dojde k selektivní fúzi, při které vznikne finální výrobek.[21]

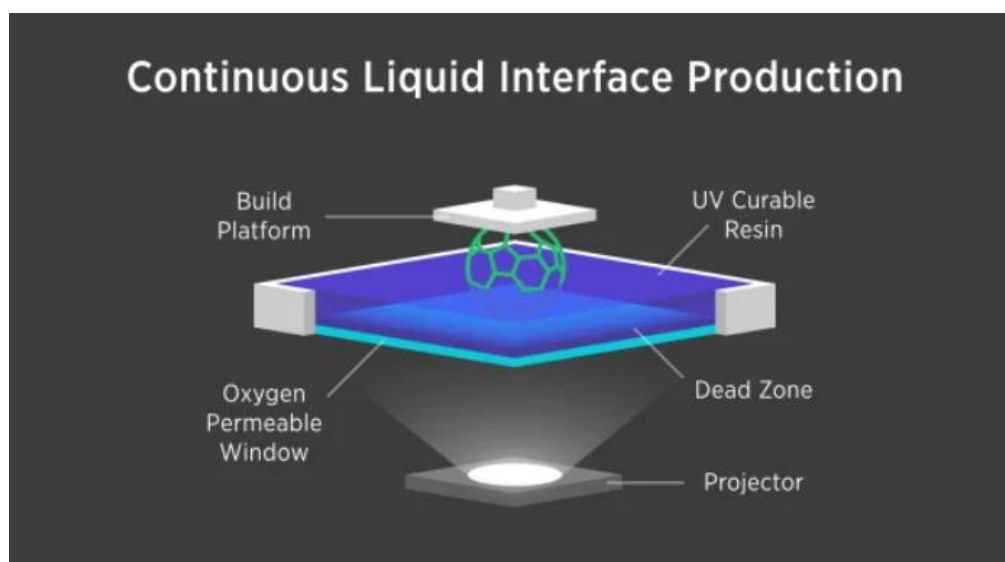
MULTI JET FUSION PROCESS:



Obrázek 17 Schéma 3D tisku HP Multi Jet Fusion [25]

4.3.6 Popis technologií 3D tisku elastomerů – Carbon CLIP

Technologie založená na bázi uhlíku kombinuje vlastnosti termoplastů s vynikajícím rozlišením a povrchovou úpravou. Nabízí širokou škálu funkcí a aplikací pro různé průmyslové odvětví, jako je automobilová, zdravotní a spotřební elektronika. CLIP (viz Obrázek 18) pracuje tak, že promítá nepřetržitou sekvenci UV obrazů generovaných digitálním projektem světla průsvitným oknem propustným pro kyslík pod tekutou pryskyřicí. Srdcem procesu CLIP je "mrtvá zóna". Je to tenké, kapalně rozhraní nevytvrzené pryskyřice mezi oknem a částí tisku. Světlo prochází mrtvou zónou a vytvrzuje pryskyřici nad ní, aby vytvořila pevnou část. Mrtvá zóna vytvořená nad oknem udržuje kontinuální rozhraní kapaliny pod součástí. Nad mrtvou zónou je vytvřovací součást vytažena z pryskyřice.[21]

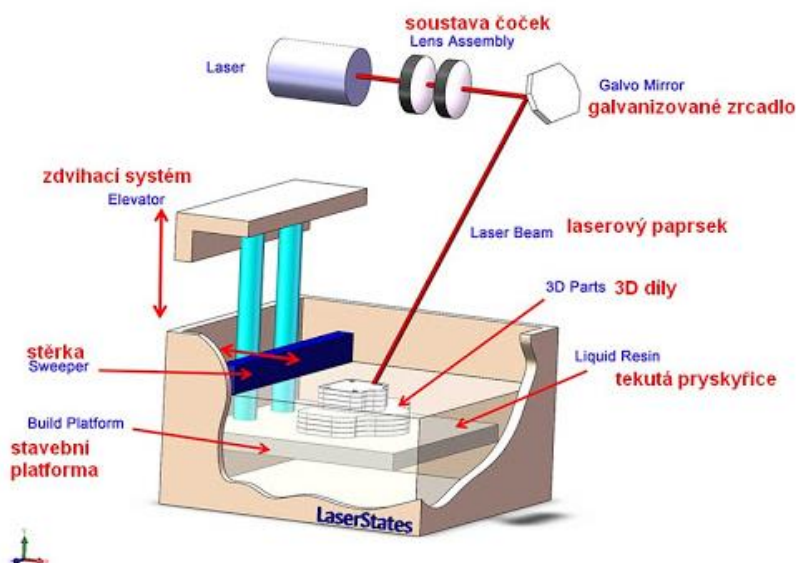


Obrázek 18 Schémata procesu CLIP [26]

4.3.7 Popis technologií 3D tisku elastomerů – Selektivní laserové spékání (SLS)

Tato technologie využívá vysoce výkonný laser CO_2 jako zdroj energie pro spékání práškového materiálu. Systém se skládá z laseru, kontrolního systému a komory, která je složena ze stavební platformy, zásobníku s práškem a nivelačního válečku (viz Obrázek

19). Nivelační váleček nanáší vrstvu prášku na platformu, laser skenuje profil dané součásti a spéká prášek v místech průřezu. Po naskenování každého průřezu se práškové lože neboli platforma sníží o jednu vrstvu s typickou tloušťkou 20 až 150 μm a na horní ploše se nanáší nová vrstva prášku. Proces se takto opakuje až do dokončení součásti.[21]



Obrázek 19 Schéma 3D tisku SLS [27]

4.3.8 Popis technologií 3D tisku elastomerů – MultiJet Printing

Tisk MJP nebo MultiJet je proces inkoustového tisku, který nabízí rychlý tisk hladkých součástí se složitými geometriemi. Tento proces výroby začíná jako každá jiná 3D technologie tisku, a to dělením 3D CAD souboru do stovek přesných vrstev. 3D tiskárna poté vytiskne velmi jemné vrstvy z tekutého plastu nebo vosku, které jsou dále vytvrzovány UV zářením. Voskový nosný materiál je také tryskán pro vyplnění dutin a jiných složitějších tvarů. [21]

4.4 Výhody a nevýhody 3D tisku elastomeru

Výhody:

- Hlavní výhodou 3D tisku je flexibilní výrobní proces. Touto technologií je možné vyrobit součásti se složitou vnitřní geometrií, které by bylo nemožné vyrobit klasickou výrobní metodou.
- Druhou výhodou 3D tisku je šetření materiálu. Vzhledem k tomu, že během 3D tisku se používá pouze materiál, který je potřebný pro tuto součást. Je vidět, že při použití metody 3D tisku dochází k 90% využití suroviny, narozdíl od klasických metod obrábění, kde může docházet až k 60% odpadu.[19]

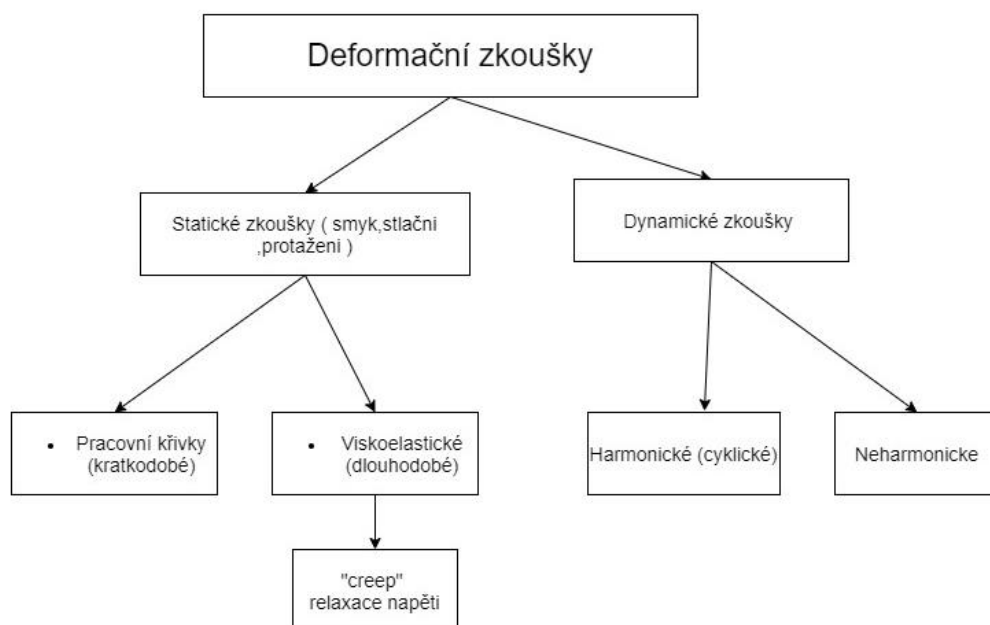
Nevýhody:

- Poměrně vysoké náklady na vybavení
- Neustálá potřeba udržovat tlak kyslíku,
- Není možné získat objemové struktury z různých materiálů.

5. Mechanické vlastnosti polymerů

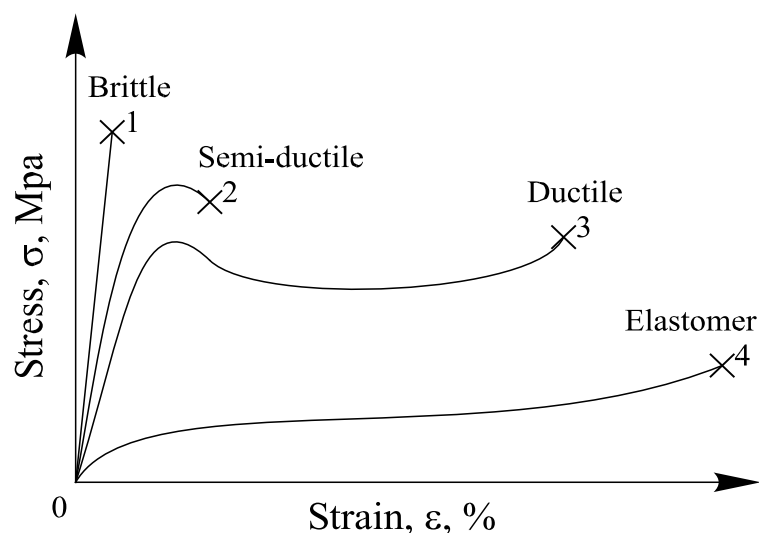
Mechanické vlastnosti určují stupeň změny struktury, velikost a tvar výrobku, při působení sil. V závislosti na velikosti a době působení silového pole podléhají polymery deformaci. Rozlišují se deformační a pevnostní vlastnosti. Deformační vlastnosti také charakterizují schopnost polymeru deformovat se při mechanickém namáhání. Na druhé straně pevnostní vlastnosti charakterizují schopnost odolávat deformaci (viz Obrázek 20).

Souhrn mechanických vlastností polymerů tvoří komplex vlastností, které vykazují polymery při působení vnějších sil. Tyto vlastnosti závisí především na fázovém stavu polymerů, na teplotě, na čase, na velikosti a směru působení vnější síly. Mechanické vlastnosti polymerů se zjišťují pomocí deformačních zkoušek, z jejichž výsledků se vyhodnocuje vzájemný vztah čtyř proměnných veličin: napětí σ , deformace ε , teploty T a času t . [10]



Obrázek 20 Schematické znázornění různých typů deformačních zkoušek u polymerních materiálů [10]

Jedna z nejčastěji používaných deformačních zkoušek je jednoosá tahová zkouška, která se provádí za konstantní rychlosti pohybu hlavy podobné těm, které se používají pro kovy a jiné materiály. Schematické diagramy napětí-deformace charakteristické pro uvedené typy pevných polymerů, jsou uvedeny na Obrázek 21. Křivka 1 představuje lineární elastický a křehký materiál, jako je epoxid nebo polystyren. Křivka 2 je podobná jako u polotuhého materiálu, jako je PMMA. Křivka 3 je podobná jako u tažného materiálu, jako je PET nebo polykarbonát. Křivka 4 je podobná křivce typického elastomeru, jako je pružný uretan.[8]



Obrázek 21 Tahová zkouška [8]

„Creepem“ (krípem) se rozumí izotermální časová závislost relativní deformace způsobena konstantním deformujícím napětím. Další deformační zkouška je tzv. zkouška relaxace napětí, při níž v čase $t = 0$ je vzorek deformován na určitou hodnotu konstantní deformace ε_0 , která byla dosažena při maximální hodnotě deformačního napětí σ_0 , které během zkoušky postupně klesá. Pracovní (tahová) křivka zobrazuje závislosti napětí na deformaci. V rámci těchto zkoušek sledujeme deformační chování vzorků stejného průřezu vystavených jednosměrné deformaci ve směru vzorku měnící se s konstantní rychlostí ($\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \text{konst.}$).

Dynamické zkoušky umožňují komplexnější studium viskoelastických vlastností polymeru. Na vzorek je vkládáno periodické proměnlivé tahové nebo tlakové napětí nebo je vzorek periodicky deformován. Při vysokých frekvencích se materiál jeví jako dokonale elastická látka, naopak při nízkých frekvencích se uplatňují více viskoelastické vlastnosti.

Deformaci polymeru je třeba chápat jako změnu jeho velikosti, objemu a tvaru vlivem teploty, vnějšího mechanického působení nebo vnitřních sil. Deformace je zpravidla doprovázena změnou struktury polymerů a jejich vlastností. V tomto případě platí, že čím větší je deformace (ε), tím významnější je změna struktury a vlastností. Hodnota ε se odhaduje jako relativní deformace, která se rovná poměru absolutní deformace těla Δl k velikosti vzorku l před deformací:

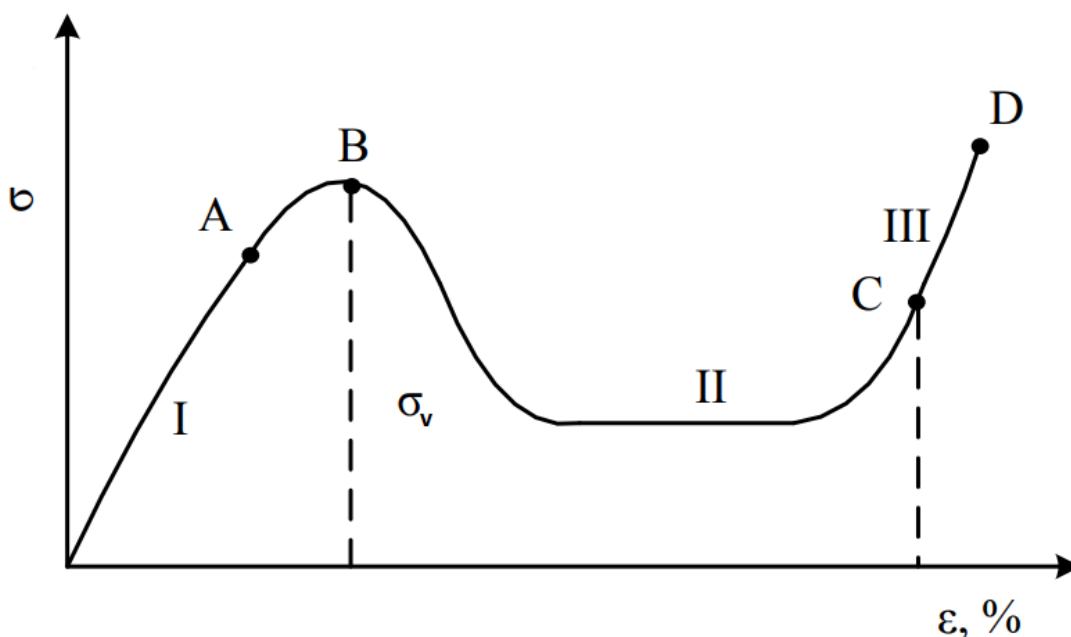
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (5.1)$$

Velikost deformačních sil je charakterizována napětím:

$$\sigma = \frac{P}{S} \quad (5.2)$$

kde P je deformační síla [MPa], S je plocha průřezu vzorku.

Jak je známo, deformační vlastnosti polymerů se obvykle odhadují z křivek napětí-deformace.



Obrázek 22 Deformační křivka amorfního polymeru [29]

Jak je vidět na obrázku (viz *Obrázek 22*), v počáteční části tohoto grafu prodloužení amorfního polymeru je téměř lineární. Jinými slovy v počáteční části je polymer pružně deformován, a proto je zde použit Hookův zákon. Tvar vzorku polymeru se prakticky nemění. V bodě A však začíná stupeň II, který je charakterizován silným prodloužením vzorku polymeru s mírným zvýšením σ . Deformace polymeru v této oblasti se nazývá "studený proud".

V bodě B napětí v tahu mírně klesá a vzorek se ztenčuje. V tomto případě se ve vzorku objeví „zlom“ a k dalšímu prodloužení vzorku dochází kvůli prodloužení takzvaného „krčku“. Délka „krčku“ se zvyšuje, dokud se nerozkládá po celé napínací části vzorku a tloušťka „krčku“ ve fázi II zůstává konstantní.

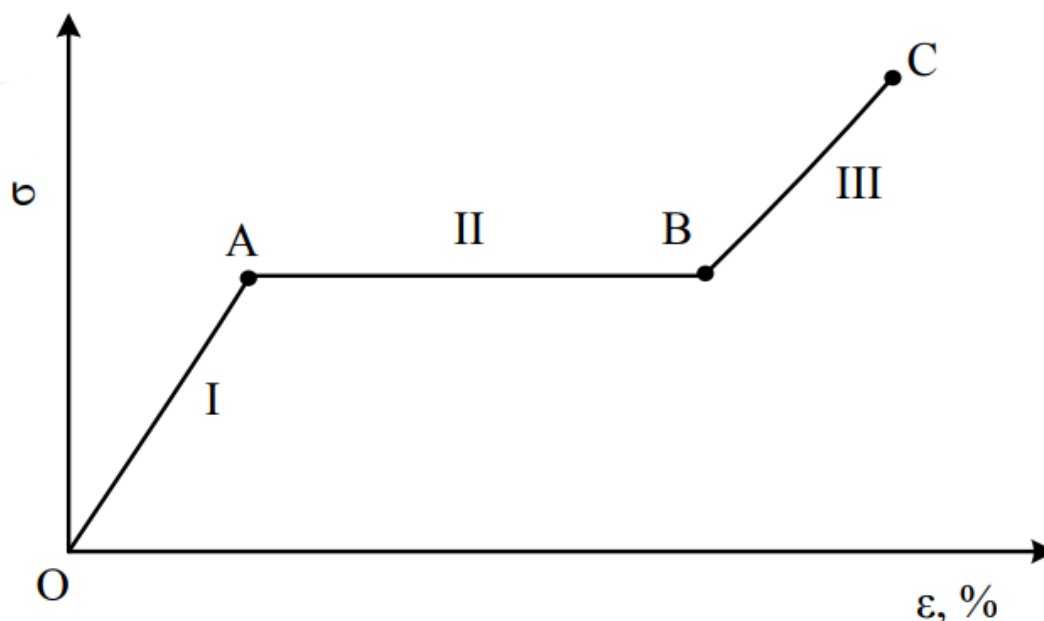
Fáze I a III jsou tedy charakterizovány mírnou reverzibilní elastickou deformací. Deformace dosažená ve fázi II přetrvává i po odstranění zátěže. Pokud je vzorek s „krčkem“ zahřátý, pak „krček“ mizí a vzorek se vrací do původního tvaru.

V rámci analýzy křivky napětí-deformace vyvstává otázka mechanismu tvorby „krčku“ ve vzorku. „Krček“ vzniká z toho důvodu, že pružná deformace vzorku (podél vazeb a uzlů) je doprovázena zvětšením volného objemu. V polymeru jsou slabé a silnější oblasti. Strukturální vady jsou koncentráty napětí, a proto v polymeru dochází k lokálním mikroskopickým zlomům řetězce, což vede k tvorbě mikrotrhlin o velikosti přibližně 2 až 20 nm. Polymer v T_c zóně (teplota skelného přechodu) vykazuje schopnost vyvinout vysoce elastickou deformaci, která je charakterizována relaxačními jevy. Pravděpodobně se vysoké hodnoty napětí ve vadné oblasti uvolní a jsou distribuovány do dalších oblastí. Stresovou relaxaci navíc usnadňují mikrovoidy.

Relaxační jevy tedy mohou způsobit mírný pokles napětí v bodě A. Nelze však ignorovat změnu aktivační bariéry rotace atomů a jejich skupin kolem jednoduchých vazeb po aplikaci napětí. V tomto případě aplikované napětí snižuje potenciální bariéru omezující segmentovou pohyblivost a současně zvyšuje pravděpodobnost pohybu ve směru aplikované síly, jinými slovy zvyšuje pravděpodobnost proudění (tažení za studena). Snížení potenciální bariéry také urychluje relaxaci.

Po přechodu polymeru do třetí fáze (část III na obrázku) v systému se významně zvyšuje úroveň intermolekulární interakce. Hustota fyzické sítě se zvyšuje v důsledku konvergence polymerních řetězců. Mez vynucené pružnosti (σ_v) klesá s nárůstem teploty nebo se snížením rychlosti deformace a velikost deformace se zvyšuje. Při určité

teplotě, při které dochází ke křehkému lomu polymeru, $\sigma_v = \sigma_{st}$. Tato teplota se nazývá teplota křehkosti. Jak již bylo zmíněno, vlastnosti polymerů významně závisí na jejich struktuře. V tomto ohledu je vhodné zvážit chování krystalického polymeru v silovém poli. *Obrázek 23* ukazuje typický tahový diagram krystalického polymeru.



Obrázek 23 Tahová křivka $\sigma - \varepsilon$ krystalického polymeru [40]

Jak je vidět z obrázku (viz *Obrázek 23*), v oblasti "OA" je polymer deformován jako celek bez znatelného strukturního přeskupení. Míra deformace může na konci sekce I dosáhnout až 15 %. S dalším nárůstem napětí nastane okamžik, kdy se na vzorku objeví „krček“ (zúžení vzorku). S nárůstem deformace vzorku se „krček“ postupně šíří po celé délce vzorku a napětí ve vzorku se nemění (část II) (viz *Obrázek 23*). Ve druhé fázi se struktura polymeru ve vzorku změní. Je to způsobeno vývojem procesu rekrytalizace – rozdrčením některých krystalů a vytvořením dalších orientovaných ve směru prodloužení. Dochází k fázovému přechodu. Bylo zjištěno, že materiál „krčku“ vykazuje významnou anizotropii vlastností. To znamená, že při roztahování se vzorek přetvoří od „krčku“. Zároveň platí, že když je vzorek roztažen v kolmém směru, vykazuje schopnost velmi velkých deformací (několik procent) a tyto deformace se budou řídit stejnými pravidly jako pro původní vzorek.

Třetí stupeň odpovídá deformaci orientovaného krystalického polymeru. Poloha bodu zlomu C významně závisí na molekulové hmotnosti polymeru. Tento bod se posouvá podél deformační křivky doleva a dolů, což odpovídá snížení pevnosti materiálu.

Schopnost krystalického polymeru rekrytalizovat při tažení je široce využívána v technologickém procesu výroby vláken z těchto materiálů. Teplotní rozsah provozu krystalického vlákna leží pod teplotou tání a technologický rozsah tažení je v rozsahu omezeném teplotou tání. Při teplotách pod bodem tání zůstává materiál s vysokou pevností a při jeho natažení „krček“ nevzniká. Pevnost vláken je určena hlavně molekulární orientací. Vlákná krystalické a nekrystalické struktury v orientovaném stavu mají stejnou pevnost. Je třeba mít na paměti, že krystalické a amorfny polymery vykazují dva typy lomů křehký a plastický.

V případě křehkého typu lomu dochází k deformaci bez znatelných zbytkových deformací spojených s tokem viskózního (pro amorfny) nebo plastického materiálu (pro krystalické polymery). Je obvyklé označovat typ lomu jako plastický, u kterého dojde k lomu vzorku po významných plastických deformacích a zejména po vytvoření „krčku“.

Plastická deformace je pozorována, když je mez kluzu pevné látky pod hranicí její „křehké“ pevnosti. Stejný polymerní materiál v závislosti na teplotě vykazuje křehkou i plastickou deformaci. Křehký lom nastává v důsledku odtržení malých částí polymeru. V tomto případě je typ lomu určen povahou pevné látky a povahou stresového stavu. V tahu dochází k lomu podle mechanismu charakteristického pro orientovaná pevná tělesa se strukturou s nízkými vadami. Deformované amorfní krystalické polymery se vyskytují v amorfní části určeným mechanismem vycházejícím z podmínek procesů (teplota, rychlost).

5.1 Materiálová nelinearita

Materiálovou nelinearitu chápeme jako nelineární závislost mezi tenzorem napětí a přetvoření, kdy tuhost není konstantní, elastické parametry závisí na deformaci $D_{ij} = f(\varepsilon_{ij})$. Nárůst deformace tedy od určité hodnoty vzhledem k napětí zpomaluje (zpevňující průběh $\sigma - \varepsilon$) nebo zrychluje (změkčující průběh). U pryží nastává kombinace progresse s degesí v rámci jedné deformačně-napěťové charakteristiky (S-křivka). Mimo pryží se s materiálovou nelinearitou setkáme i u biologických měkkých materiálů. O vzniku materiálové nelinearity rozhoduje vnitřní struktura.[47]

5.1.1 Lineárně elastický materiál

Jedná se o materiál, ve kterém nedochází k disipaci energie a všechny procesy jsou vratné. Cauchyovská elasticita:

Materiál popisujeme Cauchyovským přístupem v případě, jestliže chování materiálu popíšeme explicitní stavovou rovnicí:

$$\sigma = f(\varepsilon) \quad (5.3)$$

σ - je Cauchyho tenzor napětí nebo jednoduše nazvaný tenzor napětí je druhého řádu tenzor pojmenoval Augustin-Louis Cauchy . Tenzor se skládá z devíti komponent, které zcela definují stav napětí v bodě uvnitř materiálu v deformovaném stavu, umístění nebo konfiguraci. ε - je tenzor deformace, změna jeho velikosti a tvaru, se obvykle určuje stanovením posuvů jednotlivých částic a stanovením přetvoření v bezprostředním okolí částic. Míra deformace se nejlépe určuje posuvy vztaženými k celkovým rozměrům tělesa. [47]

Cauchyovský přístup znamená, že se snažíme zkonstruovat přímou funkční závislost mezi složkami tenzoru deformace a napětí tak, jak je tomu např. v zobecněném Hookově zákoně při jednoosém stavu napjatosti izotropního materiálu.

$$\sigma = \lambda \text{tr}(\varepsilon) \mathbf{I} + 2\mu \varepsilon \quad (5.4)$$

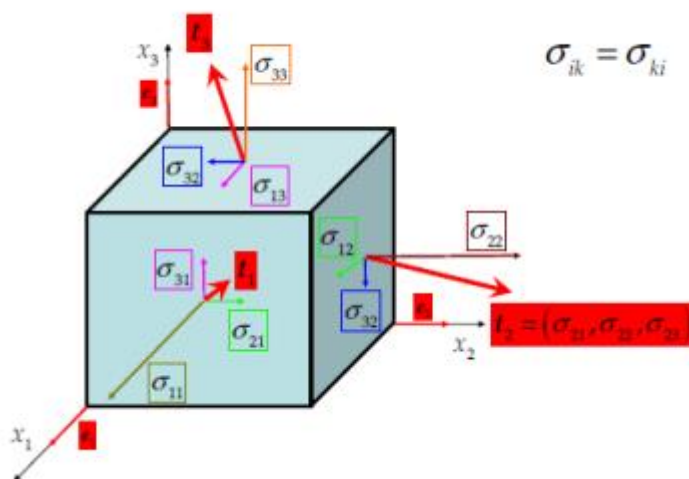
$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (5.5)$$

Kde μ je smykový modul pružnosti, který lze značit G , a λ je tzv. první Lamého konstanta.

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (5.6)$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (5.7)$$

Rozložení složek tenzoru napětí a vektorů skutečné intenzity vnitřních sil (viz. Obrázek 24) značení složek tenzoru napětí.[37] Diagonální složky σ_{ii} ($i = 1,2,3$) nazýváme normálová napětí a mimodiagonální složky (σ_{ik} pro $i \neq k$) smyková napětí. Kde i je směr průmětu a k je směr normály stěny krychle.



Obrázek 24 Značení složek tenzoru napětí [37]

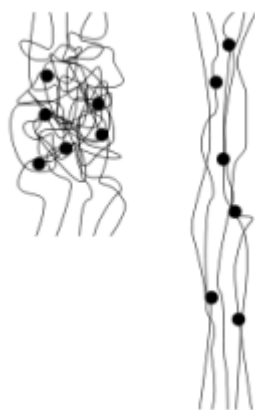
5.2 Hyperelasticita

Hyperelastický nebo zelený elastický materiál je typ konstitutivního modelu pro ideálně elastický materiál, pro nějž z deformační vztahů vyplývá z funkce kmen hustoty energie. Hyperelastický materiál je speciální případ Cauchyho elastického materiálu. U mnoha materiálů lineární elastické modely přesně nepopisují pozorované chování materiálu. Nejběžnějším příkladem tohoto druhu materiálu je guma, jejíž vztah napětí - deformace lze definovat jako nelineárně elastický, izotropní, nestlačitelný a obecně nezávislý na rychlosti deformace. Hyperelasticita poskytuje prostředky k modelování chování těchto materiálů vůči napětí. Chování nenaplněných vulkanizovaných elastomerů často úzce odpovídá hyperelastickému ideálu. Plněné elastomery a biologické tkáně se také často modelují pomocí hyperelastické idealizace. [39]

Cauchyova metoda je známá z lineární pružnosti. V nelineární pružnosti, která se snaží vyrovnat s vlastnostmi elastomerů, které vykazují veliké deformace, se tato metoda neuplatnila. Z tohoto důvodu je většina nelineárně pružných materiálů při konečných deformacích charakterizována pomocí tzv. Greenova přístupu, který nese název hyperelasticita. Greenovský přístup značí snahu zkonstruovat funkci hustoty deformační energie $W(\epsilon)$, neboli hustotu vzhledem k referenčnímu objemu. Složky tenzoru napětí σ lze získat pomocí derivací $W(\epsilon)$. [37]

$$\sigma = \frac{\partial W(\epsilon)}{\partial \epsilon} \quad (5.8)$$

Nejběžnějším materiálem, který lze modelovat jako hyperelastický, je pryž. Strukturně pryže tvoří dlouhé vláknité molekuly, které jsou navzájem propojené a které jim umožňují velká, elastická přetvoření. Důsledkem těchto velkých deformací je nelinearita deformačně napěťového chování. Je důležité zmínit, že postulátem hyperelasticity se automaticky předpokládá ryze elastické chování materiálu, tedy zanedbávají se veškeré neelastické efekty, jako je například viskoelastické chování nebo vnitřní poškození (Mullinsův) efektu. V této diplomové práci se budu zabývat pouze hyperelasticitou. [37]



Obrázek 25 Uspořádání molekul pryže v nezatíženém a zatíženém stavu [38]

U elastomerů v určitém rozsahu zatěžování předpokládáme nestlačitelné chování – tzn. mechanické děje probíhají isochoricky. Nemění-li materiál objem, jsou jeho posuvy, na kterých by složky hydrostatické napjatosti konaly práci, nulové (viz Obrázek 25). Materiál se chová nestlačitelně, a tak pomocí operace $\frac{\partial W}{\partial F}$ nelze složky hydrostatické napjatosti z W získat. A proto se při výpočtu předpokládá existence Lagrangeova multiplikátoru p a rovnice se rozšíří na rovnici. F -je deformační gradient, který určuje vztah mezi výslednou a počáteční konfigurací. [37]

$$W = W(F) - p(J - 1) \quad (5.9)$$

kde $J = I$

Konstitutivní rovnice jsou pak definovány vztahy:

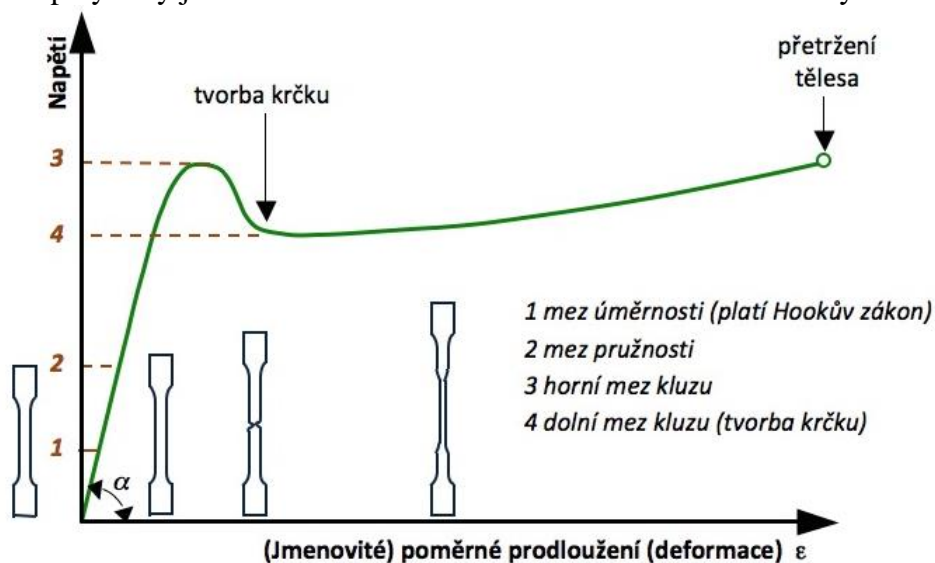
$$P = \frac{\partial W}{\partial F} - pF^{-T} \quad (5.10)$$

$$\sigma = \frac{\partial W}{\partial F} F^T - pI \quad (5.11)$$

Kde p je Lagrangeův multiplikátor, jehož hodnotu lze určit pomocí silové okrajové podmínky úlohy. Pro jednoosou tahovou zkoušku, kde $\sigma_{11} = \sigma$ je okrajová podmínka dána $\sigma_{33} = 0$.

5.3 Relaxační mechanické vlastnosti polymerů

Pro polymery je charakteristická celá řada relaxačních mechanických vlastností.

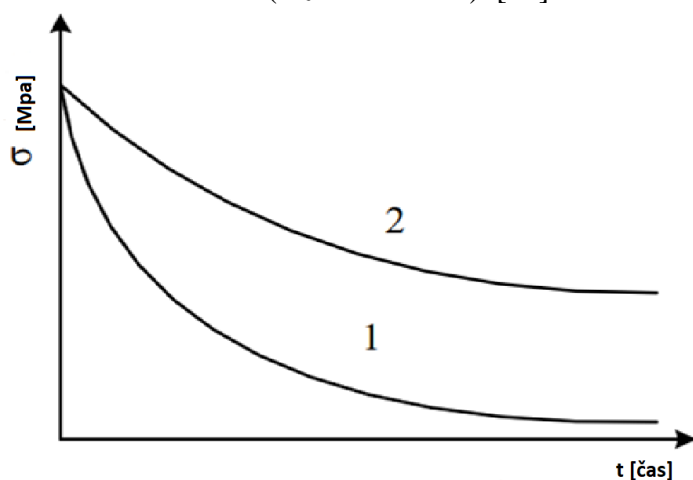


Obrázek 26 Typická deformační křivka pro semikrystalické termoplasty [30]

Creepové zkoušky jsou prováděny především v tahu, i když jsou normovány i zkoušky v ohybu a tlaku, které jsou snadno proveditelné na jednodušším zařízení. Způsob vyhodnocování je však stejný a tahovým deformacím se dává přednost pro jejich větší citlivost a jednodušší mechanismus deformace. Při creepových zkouškách (viz Obrázek 26) se předpokládá, že zmenšení průřezu zkušebního tělesa je zanedbatelné. Sleduje se protažení zkušebního tělesa v různých časových intervalech a ze získaných hodnot se sestavuje základní creepová křivka (závislost deformace na čase). [50]

Relaxace napětí je jev projevující se u polykrytalických látek, zvláště u polymerů tím, že změna přetvoření probíhá pomaleji než změna zatížení, je to schopnost materiálu rozptylovat elastickou energii při vibracích, odborně hysterezní vztah mezi deformací a silou.

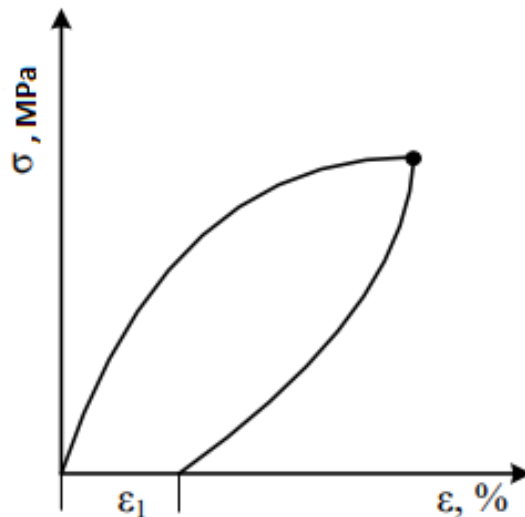
Relaxace se u některých materiálů projevuje tak, že po odstranění zatížení se deformace vytrácí postupně po určité době, a ne okamžitě jako je to u pružných materiálů. Relaxace nastává u těles, u nichž nebylo vyvoláno větší normálové napětí, než byla mez pružnosti. Relaxace a odchylky od Hookova zákona se objevují při opakovaném namáhání materiálu tahem a tlakem (viz Obrázek 27). [51]



Obrázek 27 Stresová relaxace v polymerech [40]

Na obrázku níže (Obrázek 28) je zobrazena křivka růstu a poklesu napětí v závislosti na deformaci. Tato křivka se nazývá hysterezní smyčka.

Křivka $\sigma - \varepsilon$ odpovídající růstu σ se neshoduje s křivkou jejího poklesu. Jak je patrné z obrázku (viz Obrázek 28), křivka rozpadu deformace se při sníženém napětí nevrátí k počátku a ε_1 (nevratná deformace) odpovídá nule ε . Po určité době však tato „trvalá“ deformace postupně klesá.



Obrázek 28 Závislost σ na ε [40]

Na závěr si potvrdíme, že vlastnosti polymerů jsou do značné míry ovlivněny způsobem jejich deformace, především povahou působení vnějších sil. Rozlišujeme mezi režimy statického a dynamického zatěžování.

5.4 Zásady pro výběr polymerů pro výrobu dílu

Polymerní materiály otevřely člověku nové možnosti technické výroby, vědecké a umělecké tvořivosti a pomohly vytvořit a poskytnout pohodlí. Využití polymerů je obrovské a pro každý směr použití je nutné zvolit materiál s optimálními vlastnostmi. Jak si vybrat polymerní materiál pro výrobu určitého produktu z něj? Existují nějaké zásady, které usnadní práci v tomto směru? Jak bude uvedeno v této kapitole, takové principy existují a budou diskutovány níže. Nejprve při výběru polymerního materiálu je třeba vycházet z účelu produktu a podmínek jeho provozu. V tomto případě jsou brány v úvahu hodnoty těchto charakteristik polymeru, které určují jeho vlastnosti. Samozřejmě je třeba těmto vlastnostem přičíst podmínky, za kterých bude produkt používán. Například hodnota pevnosti polymerního materiálu musí zůstat alespoň na stanovených hodnotách všech provozních podmínek pro výrobky z něj vyrobené. Zadruhé, výroba produktu je možná pouze při zohlednění charakteristik vlastností polymerů, které závisí na metodách jejich zpracování. Za třetí, při výběru polymerních materiálů je nutné usilovat o maximální využití jejich zdrojů. V tomto případě musí produkt splňovat svůj účel a jeho výroba z vybraného polymeru musí být ekonomicky zdůvodněna. Při výběru polymerního materiálu by se tedy mělo vycházet z účelu produktu a podmínek jeho provozu. Například úspěšné řešení problému návrhu výrobku je možné pouze při zohlednění různých charakteristických vlastností polymerů v závislosti na provozních podmínkách a metodách zpracování. Při navrhování produktu je nutné vědět, na jaké zatížení bude vystaven a za jakých podmínek bude fungovat. Jak je známo, zvýšení teploty má negativní vliv na pevnost polymerního materiálu. Některé polymery jsou

schopné během provozu absorbovat určité množství atmosférické vlhkosti, což mění mechanické vlastnosti a rozměry dílů.[31]

5.5 Aplikace polymerních materiálů

Z velkých polymerních materiálů zaujímá první místo výroba polyolefinů. Průmysl vyrábí polyethylen o různé hustotě. Polyetylén (viz Obrázek 29) s nízkou hustotou (vysoký tlak) se tedy používá k výrobě dílů vysokofrekvenčních zařízení, izolace vysokofrekvenčních a ultravysokofrekvenčních kabelů a vodičů, tlakových potrubí, nádrží a kontejnerů pro skladování agresivních kapalin, ozubených kol pracujících při nízkém zatížení v teplotním rozsahu od - 60 do + 80 °C, antikoroziční nátěry kovových dílů, fólií a plechů. Polyethylen s vysokou hustotou (nízký tlak) se používá k výrobě trubek, hadic, fólií, dílů vysokofrekvenčních zařízení a rádiových zařízení, jeřábů a bezhlučných ozubených kol. Polyetylen o vysoké hustotě (střední tlak) se spotřebovává na potrubí, hadice, fólie, armatury, kontejnery pro přepravu a skladování korozivních kapalin, části vysokofrekvenčních zařízení a rádiových zařízení, ventily, tiché převody, lékařské výrobky. [32]



Obrázek 29 Příklady aplikací polyethylenu [32]

Dalším polyolefinem je polypropylen, který se používá k výrobě trubek, ozubených kol, chemických přístrojů, armatur, izolace vodičů, nárazníků pro automobily atd (viz Obrázek 30).



Obrázek 30 Příklady aplikací polypropylenu [32]

Polyvinylchlorid (viz Obrázek 31) se používá jako těsnění a těsnící chemicky odolný materiál pro provoz při teplotách od -15 do $+40$ °C. V zásadě se tento polymer používá k výrobě fólií, hadic a izolací. Deska Viniplast na bázi PVC je určena k výrobě dílů pracujících v korozivním prostředí při teplotách od 0 °C do $+40$ °C (části čerpadel pro čerpání kyselin a čerpadel, pro chemická zařízení, potrubí, nádrže pro tvarování desek baterií atd.). Emulzní polystyren se používá k výrobě skladovacích nádrží, dílů chladniček, rámu cívek, dílů kondenzátorů, panelů a izolátorů. Blokovaný polystyren se zase doporučuje pro elektrické součásti, části chladničky, kondenzátory. Závěsný polystyren a jeho kopolymery se používají k výrobě technických dílů i spotřebního zboží. Nárazuvzdorný polystyren je materiál pro velké díly pro technické a domácí účely.[32]



Obrázek 31 Příklady aplikací polyvinylchloridu [32]

Polymethylmethakrylátový prášek (viz Obrázek 32) je vhodný pro tváření dílů, které nejsou nosné a nejsou vystaveny teplu například různé krytky, váhy přístrojů atd. Plexisklo se používá pro zasklení letadel, pro výrobu brýlí pro různá zařízení, včetně hodinek. Fluoroplast-4 se používá jako těsnící materiál v zařízeních (těsnění, ucpávky, manžety) pro fluorovaná média. Jsou z něj vyrobeny části pro elektrotechniku a radiotechniku: desky, kroužky, kroužky, válce a kluzná ložiska. Fluoroplast-3 se používá k utěsnění dílů pracujících pod vysokým tlakem, těsnění pracující v agresivních médiích při tlacích do $3,2$ MPa a provozních teplotách od -70 do $+50$ °C, jakož i díly pro ventily kyslíkových zařízení pracujících při tlacích od 15 do 20 MPa, membrány. Kromě toho lze tento polymerní materiál použít jako antikoroziční nátěr. Polyamidy se používají

k výrobě těsnění v automobilech, fóliích, lepidlech, částech lodního kování, ochranných nátěrech proti mikroorganismům a plísním, jakož i kování, různých pouzder, ložiskové skořepiny, ozubená kola, šrouby a další části. Teplotní rozsah pro provoz polyamidových produktů je od -70 do +220 °C.[32]



Obrázek 32 Aplikací polymethylmethakrylátu [32]

Pkaučukolyamidová kola (viz *Obrázek 33*) dobře absorbují rázová zatížení, jsou odolná a pracují v podmínkách malého mazání. Polyakrylonitril je široce používán v technologii a každodenním životě. Většina polyakrylonitrilu se používá k získávání vláken pro domácí a technické účely například průmyslové tkaniny, rybářské sítě, dopravní pásy atd. Polyvinylacetát se široce používá při výrobě laků, barev a lepidel, jakož i pro povrchovou úpravu kůže, papíru, textilie, při výrobě umělé kůže, jako přísada do cementu atd. Polyvinylkarbazol se používá v chemickém průmyslu k výrobě částí chemických zařízení, které jsou odolné vůči agresivním médiím a vysokým teplotám. Polyvinylkarbazolové fólie jsou široce využívány v elektrotechnice při výrobě kondenzátorů, dílů pro televizi, radarových instalací.

Polyformaldehyd je široce používán k nahrazení neželezných kovů a slitin v automobilovém průmyslu, výrobě nástrojů v elektronickém a komunikačním průmyslu a dalších průmyslových odvětvích. Pouzdra, ozubená kola, rukojeti jsou vyrobeny vstřikováním, kufry na přístroje, součásti spínačů, kohoutky, potrubí oleje a plynu, válečky, ventily (viz *Obrázek 33*). [32]



Obrázek 33 Příklady aplikací polyformaldehydu [32]

V automobilovém průmyslu se polyformaldehyd používá k výrobě dílů pro spojky karburátorů, brzdové systémy a v textilním průmyslu zařízení pro textilní stroje. Polyurethany se používají jako pružná vlákna a filmy odolné proti stárnutí. Hlavní využití polyurethanů spočívá ve výrobě plynem plněných plastů (pěn). Pružné pěny s uzavřenými buňkami se používají k výrobě plovákových výrobků, mechanických izolačních podpěr pro práci při nízkých (kapalný dusík) a relativně vysokých (až 120 °C) teplotách. Pěny s otevřenými buňkami se používají k výrobě hub polštáře, sedaček, zvukotěsných materiálů atd. Tuhé polyuretanové pěny se používají v letectví, v automobilovém průmyslu a při stavbě lodí atd. Močovino-formaldehydové pryskyřice (UFR) jsou široce používány pro výrobu lepidel, laků a emailů. Kromě toho desky pro podlahy, opěradla a sedadla pro židle, rámy dveří a oken a další výrobky. Fenolformaldehydové pryskyřice (PFS) jsou k dispozici ve dvou typech: novolakové a rezolové pryskyřice. Novolakové pryskyřice se tedy používají k výrobě lisovacích prášků s vláknitými a plošnými plnivými. Resolové pryskyřice se zase používají k výrobě laminovaných plastů (textolity, elektroizolační lisovací prášky atd.), nárazuvzdorné materiály (sklolaminát), jakož i pro výrobu speciálních formovacích hmot (faolit), tmelů, lepidel v kombinaci s epoxidovými pryskyřicemi.

Polykarbonát se používá v mnoha oblastech, kde jsou vyžadovány takové vlastnosti jako vysoká průhlednost, odolnost proti zatížení a nárazům, tepelná odolnost nebo teplotní stabilita. Hlavní oblasti použití polykarbonátu jsou stavebnictví, medicína, komunikační systémy, elektrotechnika a automobilový průmysl. Polyethylen tereftalát se široce používá k výrobě vláken – lavsan, který se používá k výrobě pleteného zboží, dekorativní látky, stejně jako filtrační a podšívkové látky. Epoxid se široce používá při výrobě lepidel a cementů, zalévacích hmot, laminátů a dalších materiálů. Polyorganosiloxany se používají k výrobě laků a emailů, skleněných vláken, skleněných vláken. Kaučuky jsou široce používány jako základní guma pro vozidla a tlumicí materiál.

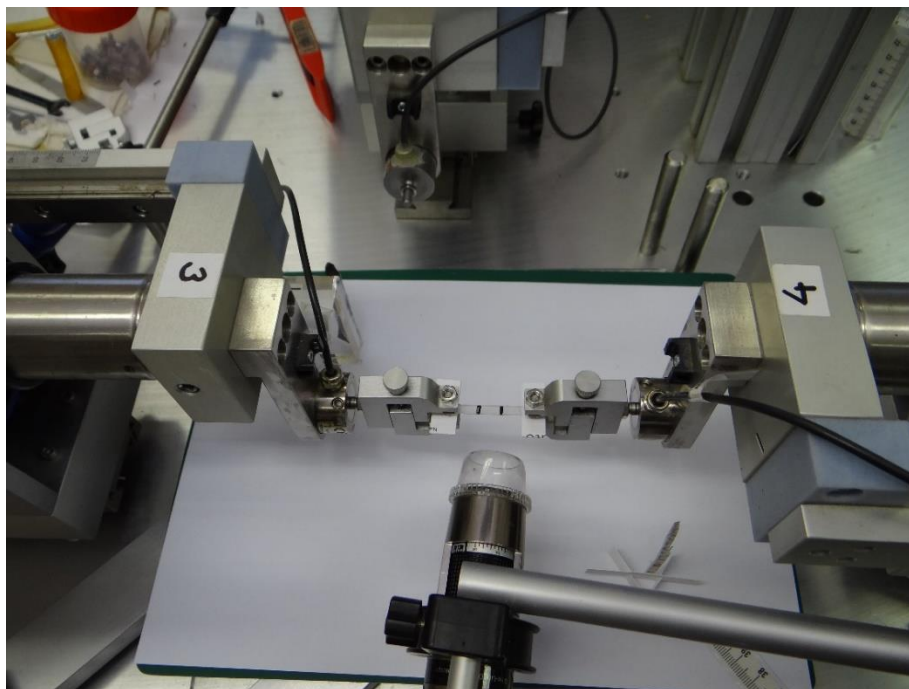
6. Cíl diplomové práce

Cílem diplomové práce je určení mechanických vlastností vzorků 3D tištěného elastomeru s využitím jednoosé tahové zkoušky, následné vyhodnocení naměřených dat a vzájemné porovnání jednotlivých vzorků mezi sebou pomocí Gentova modelu.

- Provedení tahové zkoušky
- Zpracování výsledných dat
- Provedení analýzy dat
- Zjištění klíčových parametrů pro vyhodnocení vlastností materiálu
- Vyhodnocení, je-li materiál anizotropní nebo izotropní
- Zjištění, je-li materiál viskoelastický

7. Princip experimentální práce

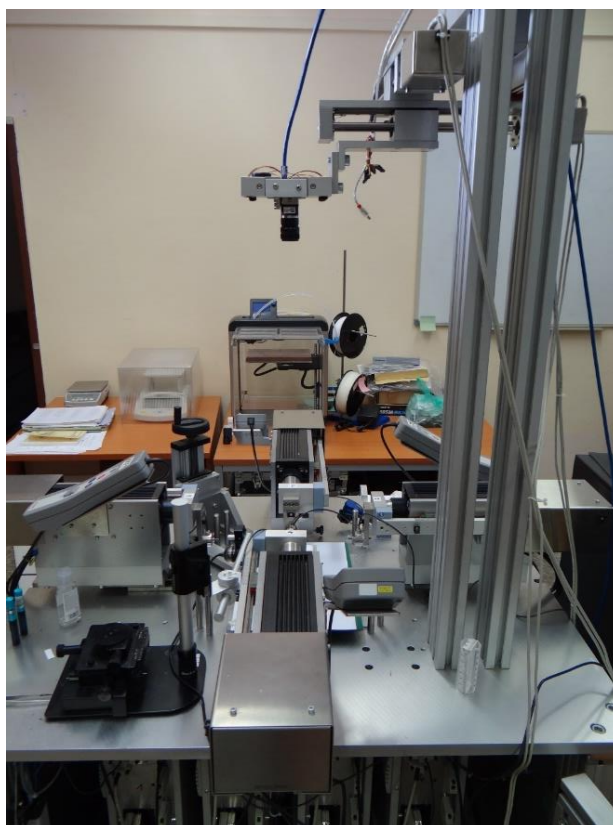
Zkouška tahem patří k principiálním metodám sloužícím k hodnocení mechanických vlastností materiálu. Patří do skupiny statických krátkodobých zkoušek, na principu pomalu vzrůstající zátěžné síly, nebo konstantní síly. Nejčastěji se provádí na normalizovaných tyčích kruhového či obdélníkového tvaru, přičemž stroj v průběhu zkoušení zaznamenává a vyhodnocuje řadu veličin. Výsledkem je diagram znázorňující závislosti napětí na poměrném prodloužení nebo závislost síly na prostém prodloužení.



Obrázek 34 Jednoosá tahová zkouška vzorku – natahování

Pomocí počítače, který zaznamenával celý průběh jednoosé tahové zkoušky (viz Obrázek 34), jsem získal data z padesáti zkoušek, které byly ve formátu XLS (Microsoft Excel). Tento excel obsahoval dobu trvání celé zkoušky, vzdálenosti hlav trhačího stroje, síly na rameni 3,4 a axiální zatížení.

V těchto datech jsem našel poslední cyklus natahování, určil hodnoty streče λ a smluvní napětí σ . Následně jsem výsledky vyhodnocoval pomocí softwaru Maple 2020.



Obrázek 35 Trhací stroj od firmy Zwick /Roell

7.1 Metodika zkoušky

V literatuře je popsána metodika pro provádění zkoušek s videokamerou. V této oblasti byly zjišťovány tyto data: typ přístroje, software pro detekci, způsob umístění značek a provedení testu. Provedení testu bylo jak na standardním zařízení, případně byly využity přístroje vybaveny kamerou pro zjištění změny zúžení. Postup provedení zkoušky je následující:

- Změření počátečních rozměrů vzorků
- Upnutí vzorku do sklíčidel
- Změření volné délky vzorku mezi sklíčidla
- Upnutí čelistí do stroje
- Zatěžování šesti cykly pro zadanou rychlost zatěžování

7.2 Použité zařízení

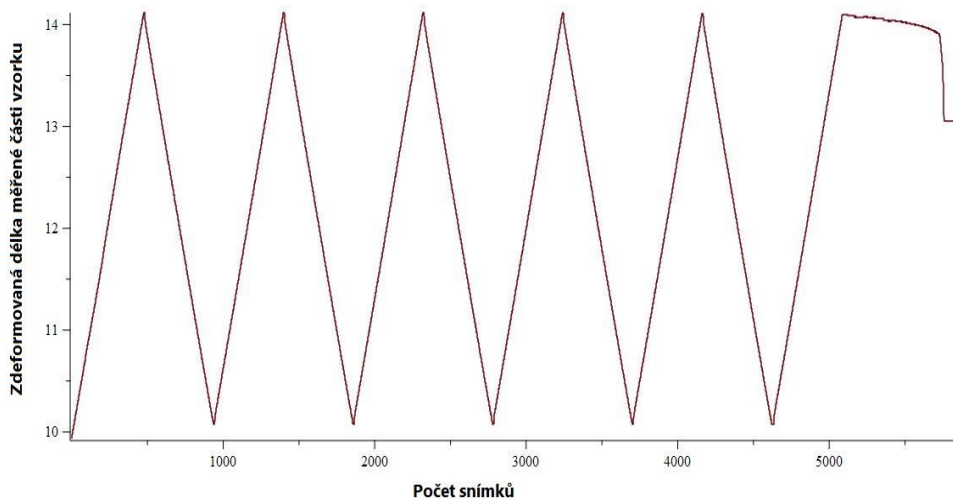
Experiment byl proveden na víceúčelovém zatěžovacím stroji Zwick/Roell (viz. *Obrázek 35*) určeném pro testování měkkých tkání a elastomerů. Stroj je vybaven vestavěným videoextenzometrem, který funguje na bázi detekce hran pomocí korelace ve fourierovském obrazu zkalibrované měřené scény. Měřicí kamera IDS s rozlišením 5 MPx. Stroj je vybaven čtyřmi elektromechanickými aktuátory s rozlišením polohy 1 μm . Dále jsou připojeny silové snímače HBM U9C 50 N, které mají třídu přesnosti 0.2. Celý systém je ovládán měřicím programem TestExpert II 3.5 firmy Zwick/Roell (viz. *Obrázek 36*). Pro měření rozměrů vzorků jsem využíval program Paint.



Obrázek 36 Trhací stroj od firmy Zwick /Roell

7.3 Vyhodnocení tahové zkoušky

Z tahové zkoušky byly naměřeny datové záznamy tahových křivek a tyto záznamy byly poté převedeny do Microsoft Excel. Následně byla provedena regresní analýza, ze které byly získány hodnoty materiálových parametrů pro model. Průběhy testů byly monitorovány kamerou a získány videozáznamy, které byly upraveny a ze kterých se následně získávaly snímky. Tyto snímky sloužily pro detekci vytvořených značek. Ze souřadnic poloh byly vypočteny mechanické charakteristiky. U tahových zkoušek bylo získáno skutečné napětí.



Obrázek 37 Průběh zatěžování a odlehčování

Požadavky na zpracování dat:

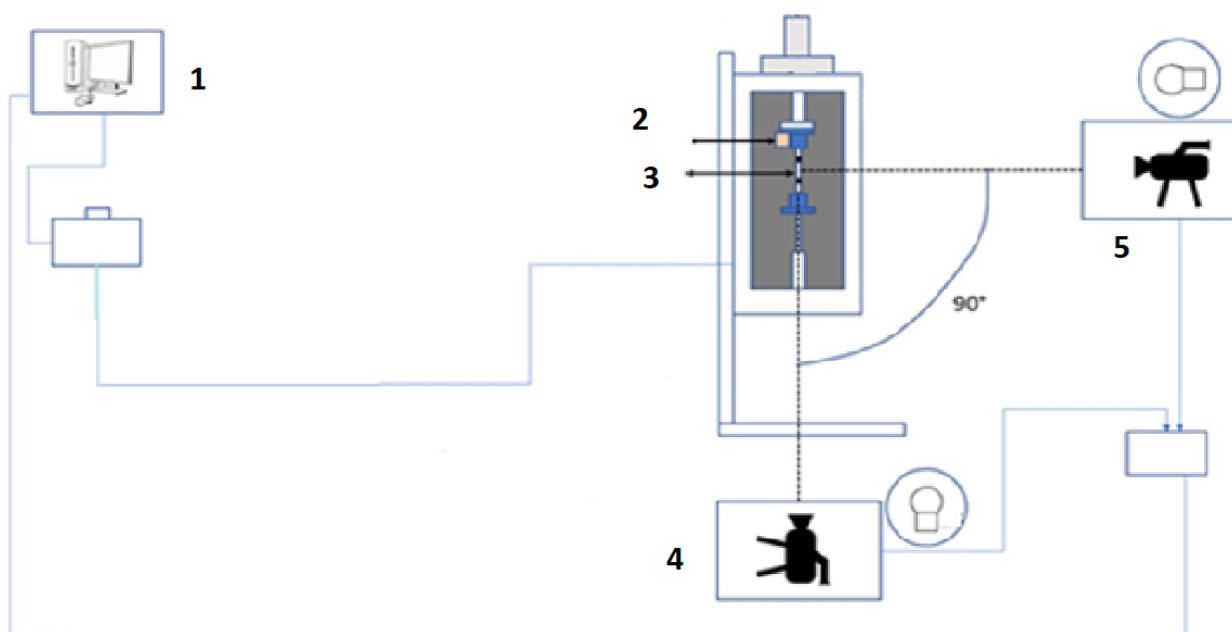
Z naměřených dat vyhodnocujeme, pro každý vzorek zatěžovaný tahem, následující grafické závislosti:

- Závislost zátěžné síly F [N] a prodloužení Δl [mm]
- Závislost nominálního napětí σ_{nom} [MPa] na deformaci ε [-]

Realizace zkoušky:

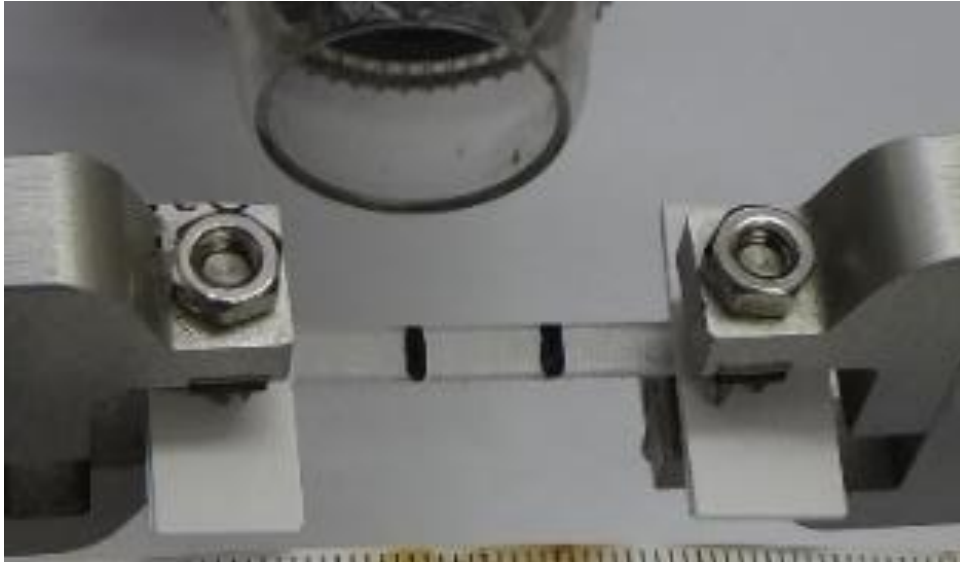
Pro každý vzorek byla změřena pomocí programu Paint tloušťka [px] s přesností na tisíce. Dále byla změřena šířka vzorku [px] s přesností na setiny a po upnutí do čelistí volná délka [mm] s přesností na setiny. Tyto hodnoty jsem následně zaznamenal.

Nejprve se testovací vzorky zafixovaly do čelistí, aby se zabránilo nežádoucímu prokluzu při natahování (viz Obrázek 39). Nastavily se parametry zatěžování a zapisování dat. Po spuštění byl vzorek pětikrát natažen a následně byl odlehčen, prošel tedy pěti cykly. Snímány byly tyto hodnoty: čas t [s], axiální prodloužení Δl [mm], zatěžující síla F [N].



Obrázek 38 Schéma měřicí aparatury (1) – počítač, (2) – čelisti pro upínání vzorku, (3) – testovaný vzorek, (4) – kamery, (5) – kamery

Pro testování byly použity materiály od švýcarské firmy TangoPlus FLX930y a TangoPlus FLX930x. Tyto materiály byly vyrobeny pomocí 3D tisku o tloušťce 1 mm. Pro čistou zkoušku byly vybrány vzorky o velikost 60 mm x 8 mm. Zkouška probíhala při laboratorní teplotě (viz Obrázek 38).



Obrázek 39 Markery na uchyceném vzorku

Na vzorcích byla provedena tahová zkouška a z každého místa měření byly získány 3 hodnoty. Konkrétně se jedná o polohu motoru/příčnicku, sílu na snímači a vzdálenost mezi značkami na povrchu vzorku kterou určoval videoextenzometr.

Výstupem experimentální tahové zkoušky byly datové soubory s naměřenými hodnotami pro jednotlivé vzorky. Tyto hodnoty byly dále zpracovány v programu Maple.

Pro přesnější vyhodnocení musí být odfiltrovány šumové hodnoty, proto je stanovena tzv. experimentální nula. Dále bylo provedeno numerické nulování, aby prodloužení bylo v čase $t=0$ nulové. Z takto upravených dat byla vynesena do grafu závislost zátěžné síly F na referenční ploše o průřezu a .

8. Vyhodnocení experimentu

Data byla zpracována celkově pro 36 vzorků ze sedmi materiálů. Průběh každé zkoušky byl zaznamenáván optickou kamerou a vyhodnocován softwarem pro trhací stroj. Data z počítače byla převedena do tabulkového editoru Excel a byly vytvořeny grafy znázorňující závislost napětí na poměrném prodloužení. Počítač zaznamenával hodnoty každých 1, 2 a 5 [s] pro každý z 36 vzorků.

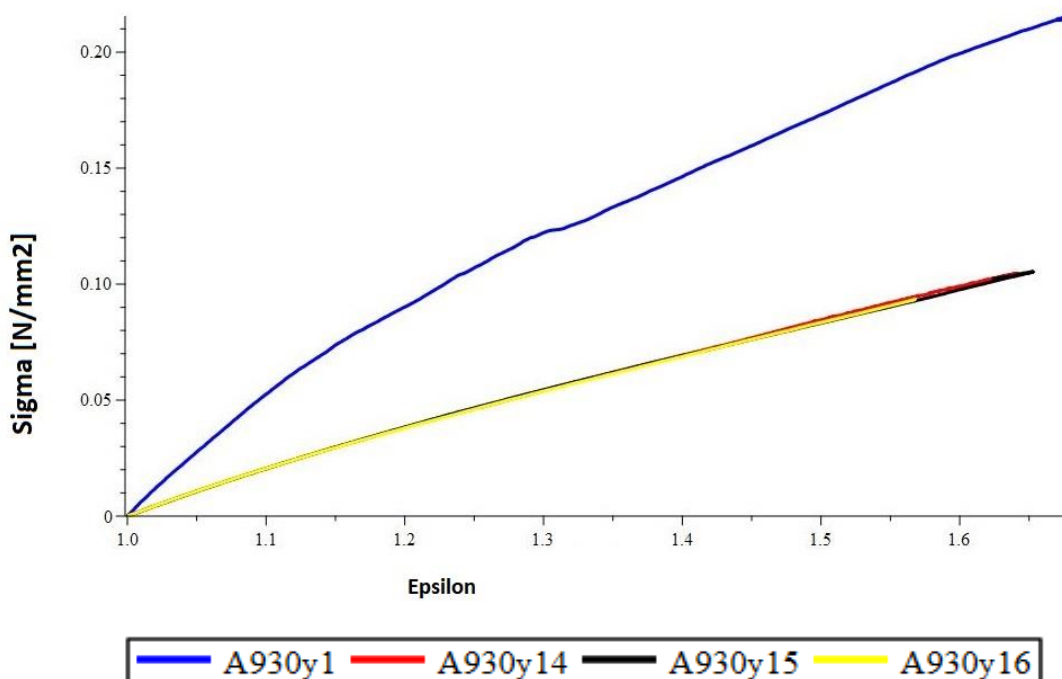
Hodnoty napětí byly vypočteny podle vzorců:

$$\text{Smluvní napětí} \quad P = \frac{F}{A} = \left[\frac{\text{síla}}{\text{referenční plocha průřezu}} \right] \quad (8.1)$$

$$\text{Cauchyho napětí} \quad \sigma = \frac{F}{a} = \frac{F}{\lambda^{-1}A} \quad (8.2)$$

kde F je zatěžovací síla, A je počáteční plocha průřezu pracovní části, λ je délka pracovní části tělesa při protažení a l_0 je délka pracovní části tělesa před deformací.

Níže uvedený graf (viz *Obrázek 40*) zobrazuje závislost smluvního napětí na poměrném prodloužení.



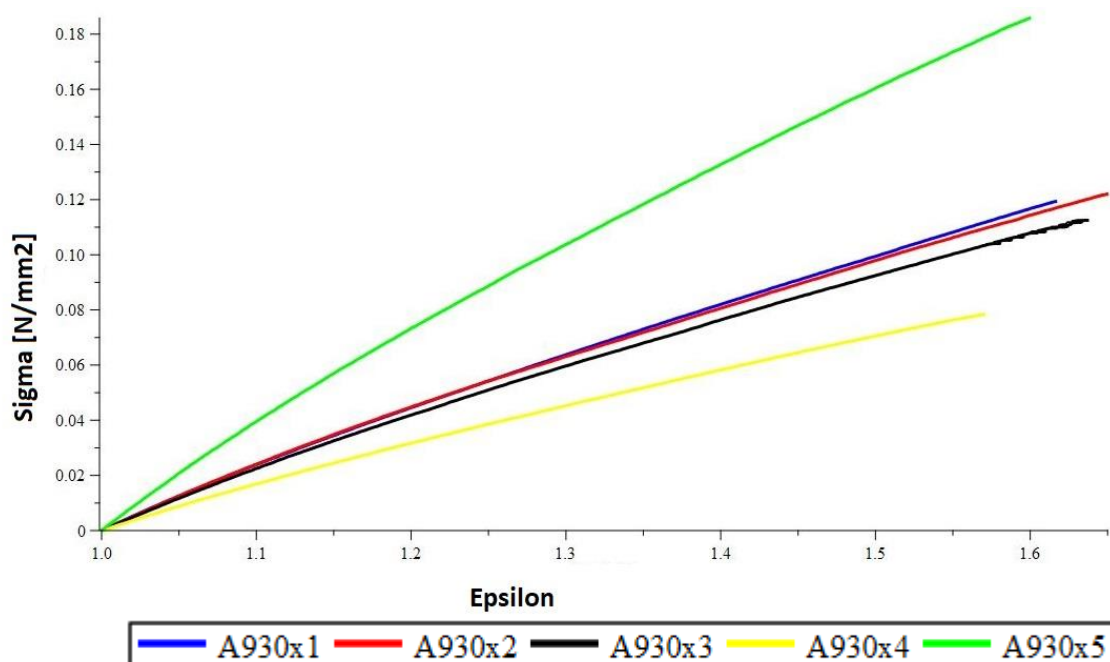
Obrázek 40 Graf namáhání vzorku 930y pro zjištění maximálního napětí

Obrázek 40 znázorňuje naměřený pracovní tahový diagram. Napětí je zde vypočteno z měřené síly a původního průřezu zkušební tělesa. Relativní prodloužení je stanoveno z posuvu čelistí.

Tabulka 2 Přehled výsledků testovaných vzorků

Vzorek	ϵ_{tm} [1]	σ_{max} [$\frac{N}{mm^2}$]
930y_1	1,678	0,215
930y_14	1,643	0,104
930y_16	1,566	0,093
930y_15	1,642	0,105

Z grafu lze vyhodit že maximální smluvní napětí, které je možné dosáhnout u tohoto materiálu je $\sigma_{max} = 0.1$ [N/mm²], a maximální prodloužení tohoto materiálu je $\epsilon_{tm} = 1.617$.



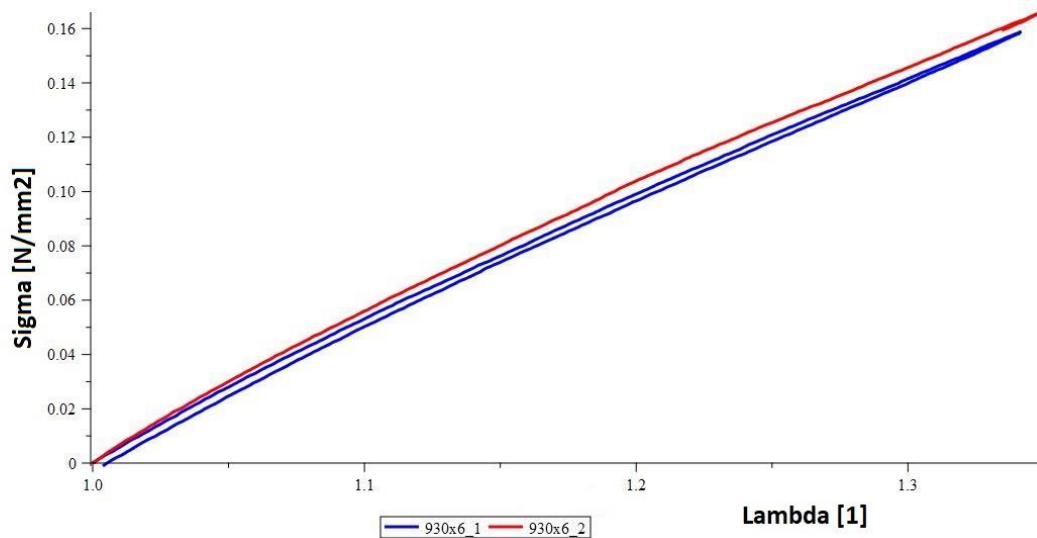
Obrázek 41 Tahová zkouška pro mez zjištění maximálního napětí pro materiál 930x

Tabulka 3 Přehled výsledků testovaných vzorků materiálu Tango

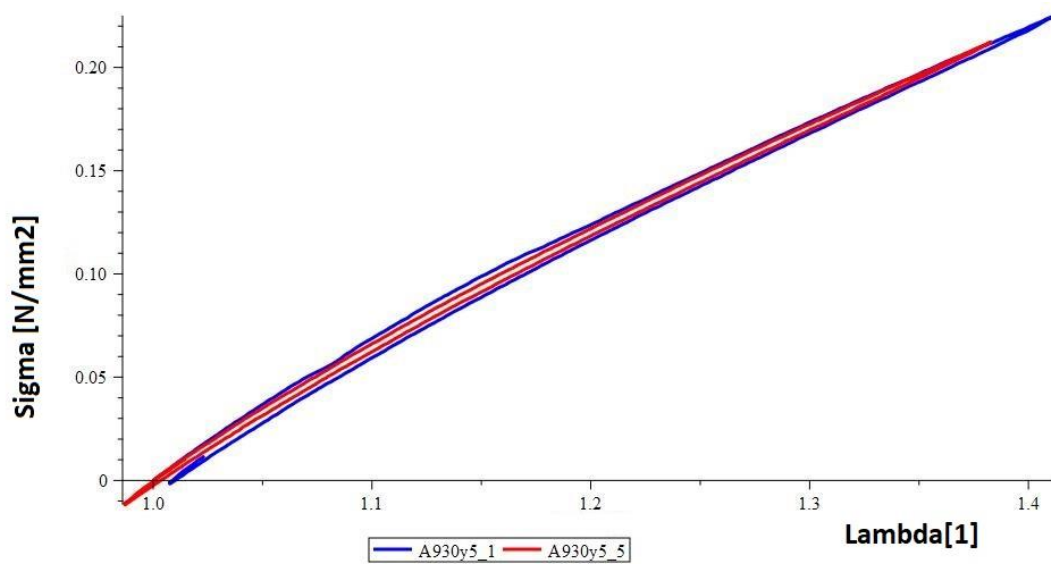
Vzorek	ϵ_{tm} [1]	σ_{max} [$\frac{N}{mm^2}$]
930x_1	1.6	0.186
930x_2	1.644	0.122
930x_3	1.635	0.112
930x_4	1.57	0.078
930x_5	1.616	0.118

Ve vzorku nestříhaného ve směru X 930x je maximální prodloužení $\epsilon_{tm} = 1.613$ a maximální smluvní napětí je $\sigma_{max} = 0.123$ [N/mm²].

Zatěžovací grafy



Obrázek 42 Zatěžovací graf pro 1 a 2 cyklus vzorku 930x6



Obrázek 43 Zatěžovací graf pro 1 a 5 cyklus vzorku 930y5

9. Odhad materiálových parametrů modelů

Tahové křivky pro účely numerických simulací budeme rekonstruovat na základě výsledků tahových zkoušek.

Jak již bylo napsáno výše, při tahových zkouškách je měřena deformace ze vzorků (viz *Obrázek 39*). Údaj z posuvu čelistí nám nedává přesnou informaci o deformaci vzorku. Při tahovém zatížení dochází k tažení materiálu i na úrovni upínacích čelistí.

Pro numerickou simulaci může být experiment proveden přímo na zkoumané součásti, jelikož v konečně prvkovém programu není problém modelovat situaci stejnou jako v experimentu. Případnou modifikaci lze v programu rychle implementovat, což je pro vývoj velice výhodné. Je možné nastavit vyšší hodnoty zatěžování, a tím předpovídat chování v oblasti, pro které nejsou k dispozici naměřená data. Experimentální data sloužící jako vstupní hodnoty pro optimalizaci není nutné upravovat. Pouze se vybere požadovaná zatěžovací křivka. Pro vynechání oblasti s vlivem creepu, narovnávání kroužkou se v optimalizačním softwaru jednoduše nastaví meze, ve kterých má optimalizace probíhat.

9.1 Odhad materiálových parametrů pomocí programu MAPLE

V dnešní době jsou formulovány stále nové modely hustoty deformační energie. Formulují se stále nové modely, které přesněji popisují chování zkoumaných materiálů. Neo-hookeovský model pro lineární materiály je formulován takto:

$$W = \frac{\mu}{2}(I_1 - 3) \quad (9.1)$$

Průkopníci v tvorbě nelineárních modelů hustoty deformační energie byli Melvin

Mooney a Ronald Rivlin, kteří ve 40. letech minulého století představili MooneyůvRivlinův model. Po nich přišlo několik dalších významných profesorů, kteří prezentovali své vlastní návrhy tvaru modelu pro hustotu deformační energie jako A.N. Gent a jeho model .

V této práci bude k analýze chování zkoušeného materiálu použit Gentův model materiálový model.

9.1.1 Gentův model

Gentův model je model pružnosti pryže, který je založen na konceptu omezení roztažnosti řetězce. V tomto modelu se k popisu nelineárního konstitutivního modelu gumy používá jednoduchá matematická forma. Stejně jako většina hyperelastických modelů je Gentův model pojmenovaný podle příjmení autora. V roce 1996 publikoval Gent v časopise „Rubber Chemistry and Technology“ krátký článek s názvem „Nový konstitutivní vztah pro kaučuk“, který navrhoval použití jednoduchého dvouparametrického fenomenologického konstitutivního modelu pro hyperelastické izotropní nestlačitelné materiály. Tento model je empirický, ale má výhody matematické jednoduchosti, odráží silné vyztužení pozorované experimentálně. Gentův model má široké uplatnění nejen v oblasti elasticity pryže, ale také v oblasti biomechaniky měkkých biomateriálů. Tento model spojuje chování makroskopického měřítko s mezoskopickou strukturou polymerních sítí. Gentův model představuje určitý základ pro budoucí výzkum

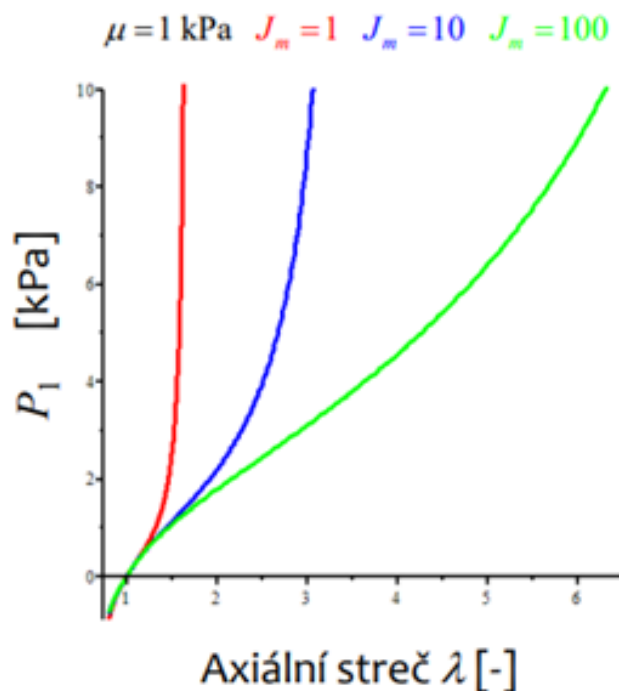
víceúrovňového výzkumu. Dr. Alan Neville Gent (1927–2012) se narodil ve Velké Británii. Gent byl vzděláván na univerzitě v Londýně, kde získal doktorát z fyziky a matematiky. Než se přestěhoval do USA, pracoval Dr. Gent ve společnosti John Bull Rubber Co., britské armádě a British Research Producer Research Association. Je to podobné jako u Rivlinovy zkušenosti, až na to, že Rivlin je o 10 let starší než Gent. V roce 1961 nastoupil Dr. Gent na fakultu na univerzitě v Akronu. V letech 1964 až 2002 působil také jako konzultant a vědecký poradce výzkumné divize společnosti Goodyear Tire & Rubber Company. Dr. Gent publikoval více než 200 článků a kapitol knih. Je také předsedou několika spřízněných společností. V roce 1991 byl zvolen do National Academy of Engineering. Gent zasvětil svůj život výzkumu polymerních materiálů a jejich mechaniky a získal řadu ocenění. [42]

$$W = -\frac{\mu J_m}{2} \ln\left(1 - \frac{I_1 - 3}{J_m}\right) \quad (9.2)$$

Kde J_m a μ jsou parametry Gentova modelu, pro které platí podmínky:

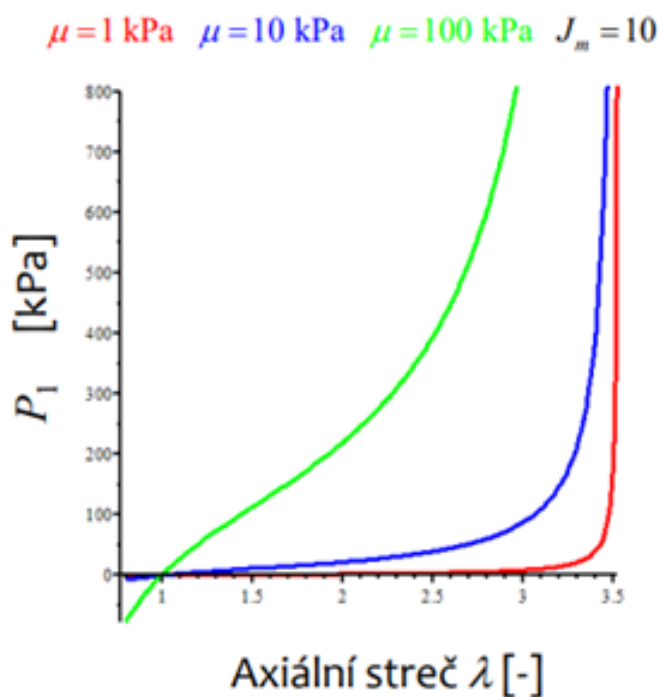
$$J_m > 0 ; \mu > 0 ;$$

Gentův model a formálně složitější Arruda-Boyce využívají konceptu limitního síťového protažení, Arruda-Boyce však nevychází z modelu vnitřní struktury elastomerů. Kde μ je počáteční modul pružnosti, který je pro nestlačitelné materiály 3μ . J_m je limitní hodnota členu $(I_1 - 3)$, analogická k ν v Arruda-Boyce modelu. Pokud stoupá hodnota přirozeného logaritmu, bude se ve výsledné formě podobat modelu Yeoh. Když bude $J_m = \infty$, model znovu přejde na formu Neo-Hooke. [33]



Obrázek 44 Závislost smluvního napětí na streči při limitní hodnotě J_m 1 až 1 kPa [35]

Když má parametr J_m sklon k nekonečnu, je Gentův model ekvivalentní neohookeanskému modelu. Když parametr J_m není blízky nekonečnu, může Gent popsat složitější konstitutivní modelovou křivku v roztaženém stavu.



Obrázek 45 Závislost smluvního napětí na streči při hodnotě počátečního modulu pružnosti: 1-100Kpa [35]

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (9.3)$$

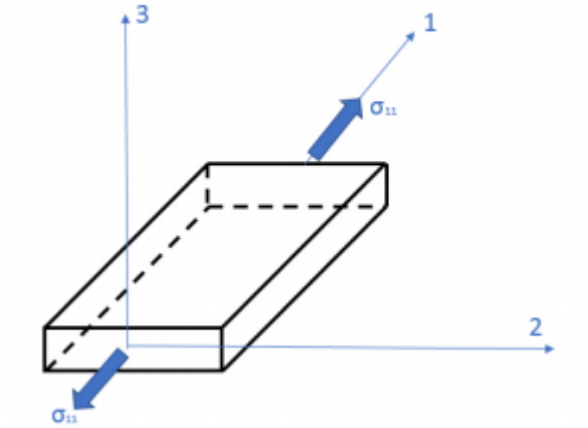
V rovnici 9. 3 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ jsou složky deformačního gradientu.

$$W = -\frac{\mu J_m}{2} \ln \left(1 - \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3}{J_m} \right) \quad (9.4)$$

$$\sigma_1 = \lambda_1 \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} - p \quad (9.5)$$

$$\sigma_2 = \lambda_2 \frac{\partial W}{\partial \lambda_2} - p \quad (9.6)$$

$$\sigma_3 = \lambda_3 \frac{\partial W}{\partial \lambda_3} - p \quad (9.7)$$



Obrázek 46 Jednoosá napjatost [36]

$$\frac{\partial W}{\partial \lambda_1} = \frac{\mu J_m \lambda_1}{J_m - I_1 + 3} \quad (9.8)$$

Vzhledem k tomu, že je materiál izotropní, materiál se zužuje v obou směrech stejně, a proto platí:

$$\sigma_{33} = 0 \wedge \lambda_3 = \lambda_2$$

V rámci experimentu je předpokládána nestlačitelnost.

$$\lambda_3 = \lambda_2 = \lambda_1 = 1 \quad (9.9)$$

$$\lambda_3 = \lambda_2 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \quad (9.10)$$

$$\sigma_{11} = \frac{\mu J_m \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1} \right)}{J_m - \left(\lambda_1^2 + \frac{2}{\lambda_1} - 3 \right)} \quad (9.11)$$

Poměr zdeformované délky vůči původní

$$\lambda_1 = \frac{1}{L} \quad (9.12)$$

Lagrangeův multiplikátor P

$$P = \frac{\mu J_m \lambda_1}{J_m + 3 - \lambda_1^2 - \frac{2}{\lambda_1}} - \frac{\mu J_m}{\lambda_1^2 \left(J_m + 3 - \lambda_1^2 - \frac{2}{\lambda_1} \right)} \quad (9.13)$$

Důležitým ukazatelem kvality regrese je koeficient determinace R^2 . Koeficient determinace nabývá hodnot od 0 do 1 a vyjadřuje podíl celkové variability, jaké se podařilo v závisle proměnné dosáhnout zvoleným matematickým modelem. K určení R^2 slouží vztah:

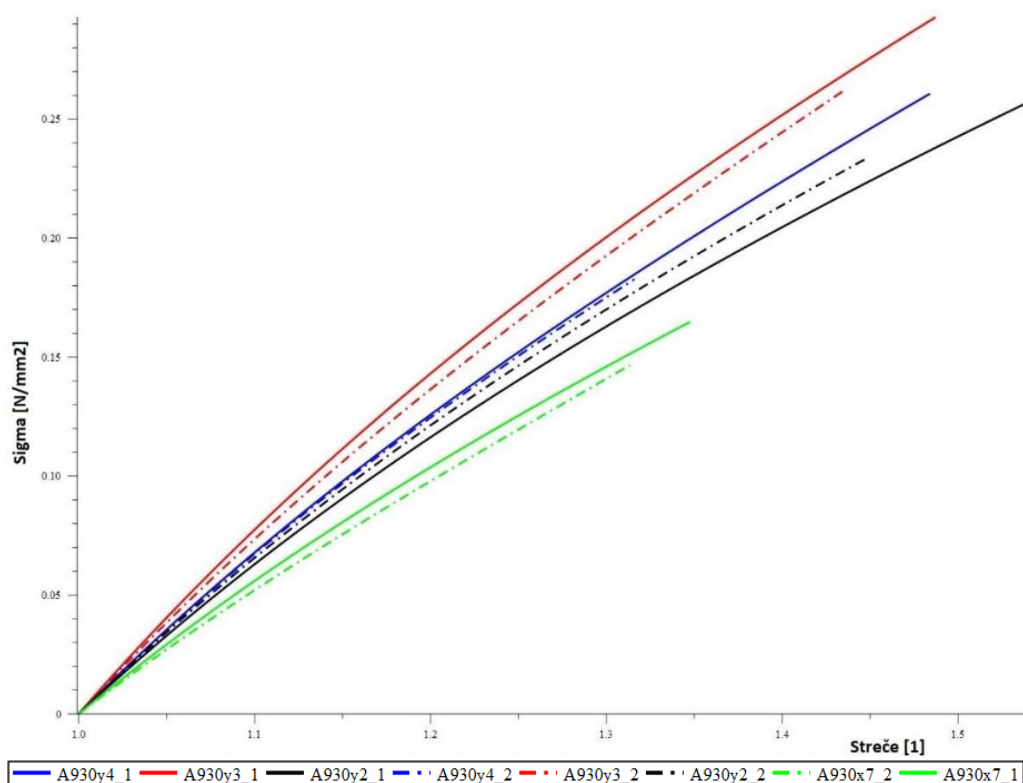
$$R^2 = 1 - \frac{S_e}{S_T} = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j)^2}{\sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2} \quad (9.14)$$

Kde \hat{y}_j je regresní odhad j -tého pozorování a \bar{y} je střední hodnota proměnné y . S_e zastupuje sumu čtverců chyb (residuí) a S_T představuje kvadratické odchylky od střední hodnoty. Platí, že čím blíže k hodnotě 1 se koeficient determinace blíží, tím lepší je predikce modelu.

10. Výsledky

Jak již bylo zmíněno v kapitole s výpočtem jsem použil Gentův model.

Do grafu (viz Obrázek 47) jsou vykresleny průběhy odezvy modelu pro první a druhý zatěžovací cyklus, pro čtyři vzorky. Vzorek A930y2 je označen černou barvou, vzorek A930y3 je označen červenou barvou, vzorek A930y4 je označen modrou barvou a vzorek A930x7 je označen zelenou barvou. Přerušovaná čára reprezentuje v grafu odezvu pro druhý zatěžovací cyklus.

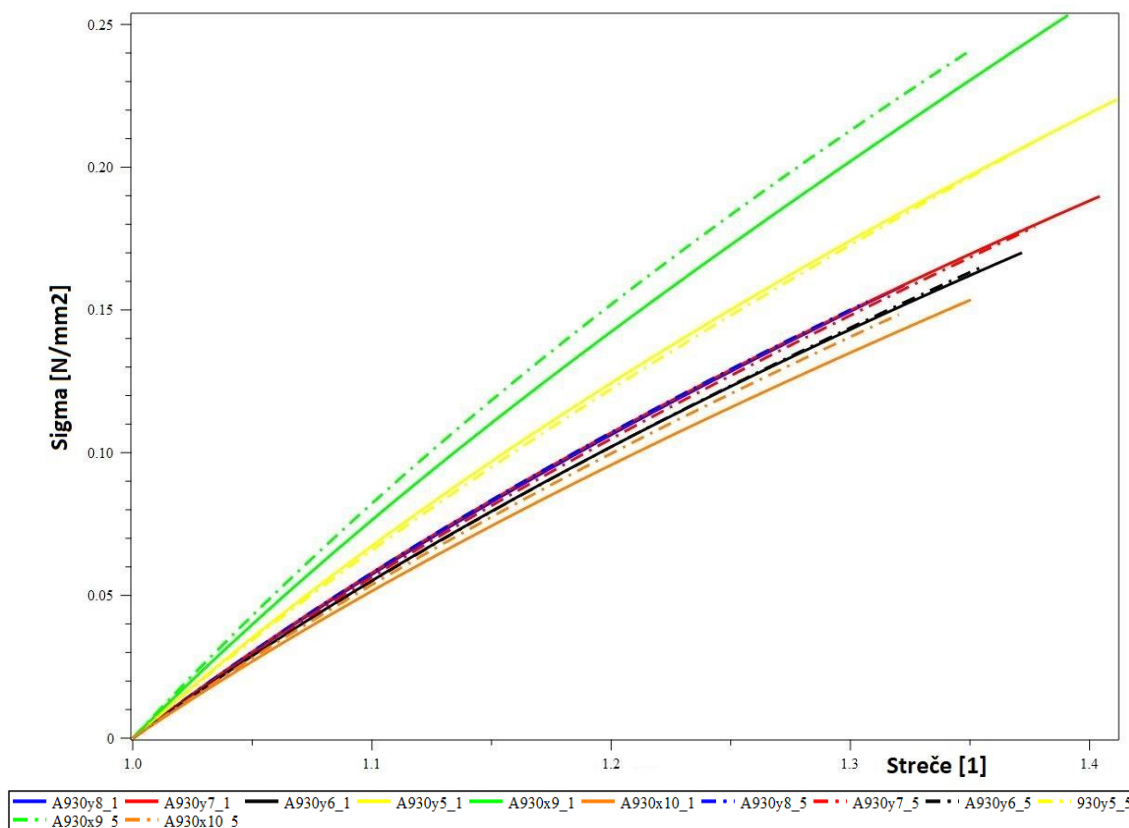


Obrázek 47 Závislost napětí na streči pro 1. a 2. cyklus

Tyto grafy následně slouží k vyhodnocení chování materiálu. Materiál, který je málo viskoelastický by měl mít průběh odezvy stejný jak pro první, tak i pro druhý zatěžovací cyklus. Pro určení shody byly v pěti bodech počítány rozdíly napětí pro danou hodnotu streče mezi prvním a druhým zatěžovacím cyklem. Tyto rozdíly byly zprůměrovány a z výsledků je patrné, že nejmenší procentuální rozdíl byl vypočten pro vzorek A930y4, je tedy nejvíce shodný. Největší procentuální rozdíl byl vypočten pro vzorek A930x7, tím pádem vykazuje nejmenší shodu. Pro zbytek vzorků je průměrná shoda mezi odezvou v prvním a v druhém cyklu uvedena v tabulce.

Tabulka 4 Prorvaní odezvy pro 1. a 2. cyklus

Vzorek	Průměrný procentuální rozdíl hodnot pro 1. a 2. cyklus [%]
A930y2	4,3
A930y3	2,24
A930y4	1,09
A930x7	3,3

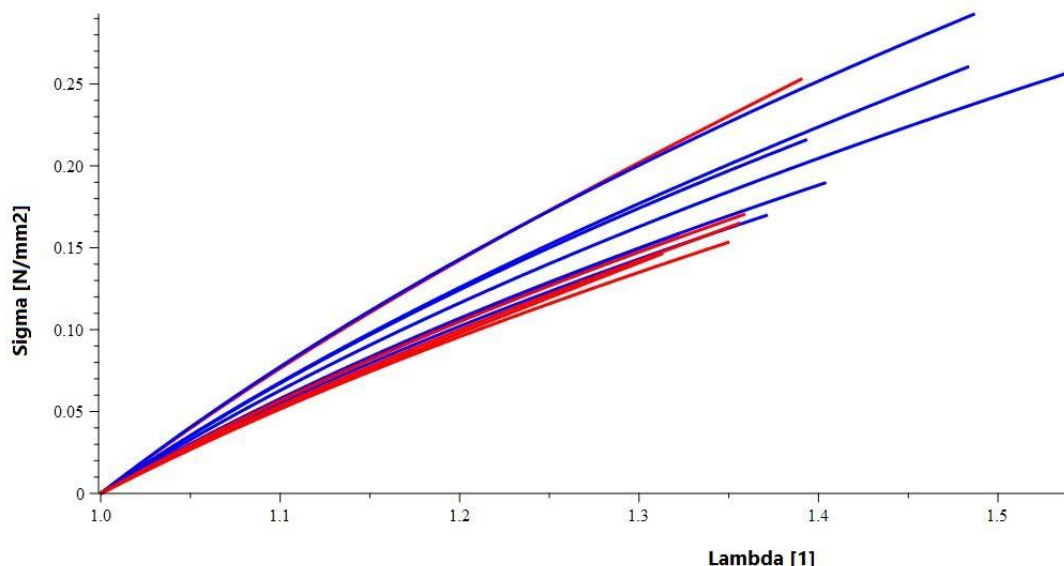


Obrázek 48 Závislost napětí na streči pro 1 až 5 cyklus

Z porovnání křivek odezvy modelů při jednoosém tahovém zatížení je patrné, že jednotlivý model popisují odezvu materiálu pro první a pro pátý cyklus nabývá hodnot které vykazují, že materiál je málo viskoelastický. Tak například pro vzorek A930y5 platí procentuální rozdíl odezvy materiálu (0,23 %) mezi prvním a pátým cyklem. Tento rozdíl je však minimální, a proto lze vyhodnotit tento materiál jako málo viskoelastický. Podobné se chova vzorek A930y6. Ale například pro A930x9 je vidět že má větší rozdíl mezi 1 a 5 cyklem a ten rozdíl vychází 3,4 %.

Tabulka 5 Porovnání 1 a 5 cyklus

Vzorek	Průměrný procentuální rozdíl hodnot pro 1 a 5 cyklus [%]
A930y8	0.33
A930y7	0.56
A930y6	1.22
A930y5	0.49
A930x9	4.33
A930x10	4.54



Obrázek 49 Porovnání vzorku prvních cyklu. V grafu vzorky A930x označeny modrou barvou a vzorky A930y označeny červenou barvou.

Z porovnání křivek ve grafu (Viz Obrázek 49), které představují odezvu materiálu pro 1. zatěžovací cyklus vzorky (vytištěných ve směru X a ve směru Y) můžeme dojít k závěru, že materiál je izotropní, protože odezva materiálů v první zatěžovacím cyklu, jak je vidět z grafu, nabývá stejných hodnot jak pro vzorky A930x tak i vzorky A930y.

Výsledné parametry materiálu:

Tabulka 6 Porovnání 1-5 cyklu

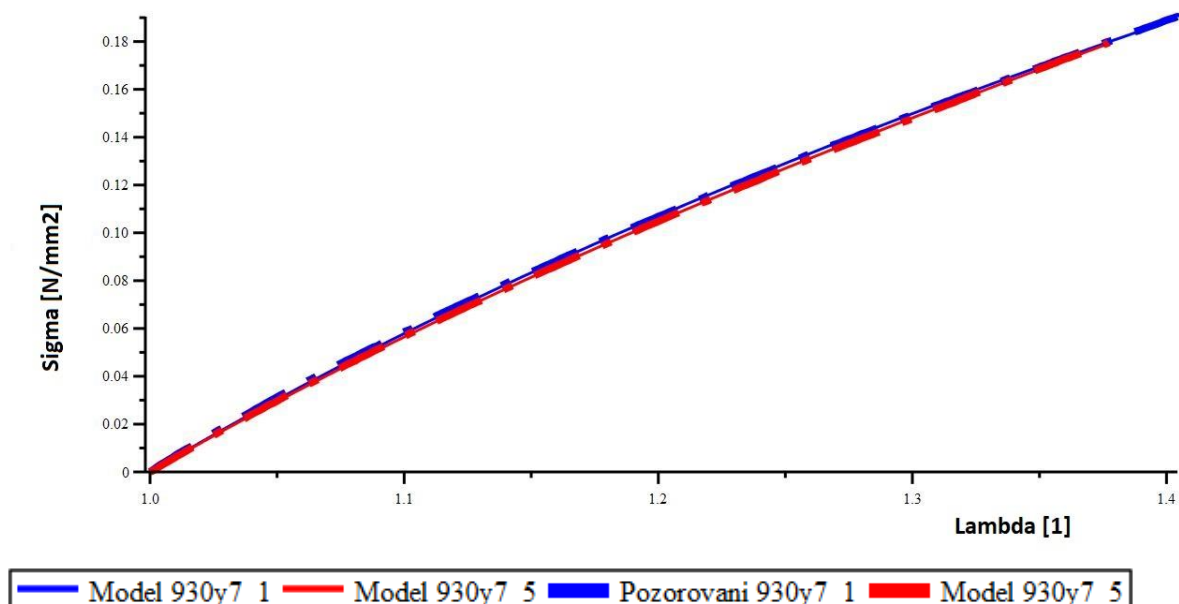
Vzorky	J_m [1]	μ [MPa]
930y8_1	29.71	0.209
930y7_1	114616.60	0.212
930y6_1	96.28	0.202
930y5_1	131657.60	0.246
930y8_5	201928.70	0.212
930y7_5	15.24	0.206
930y6_5	22.60	0.201
930y5_5	14.48	0.240
930x9_5	144464.60	0.300
930x10_5	19.80	0.196
930x9_1	9.58	0.278
930x10_1	17.38	0.188

Průměrná hodnota koeficientu μ pro 1-5 cyklus u vzorku tištěných ve směru Y (A930y) vychází 0.216 [MPa], pro vzorky tištěné ve směru X (A930x) hodnota koeficientu μ vychází 0.19377875 [MPa]. Parametr J_m pro vzorky vytištěné ve směru Y (A930y) vychází 56047.6 a pro směr X (A930x) vychází 36127.84.

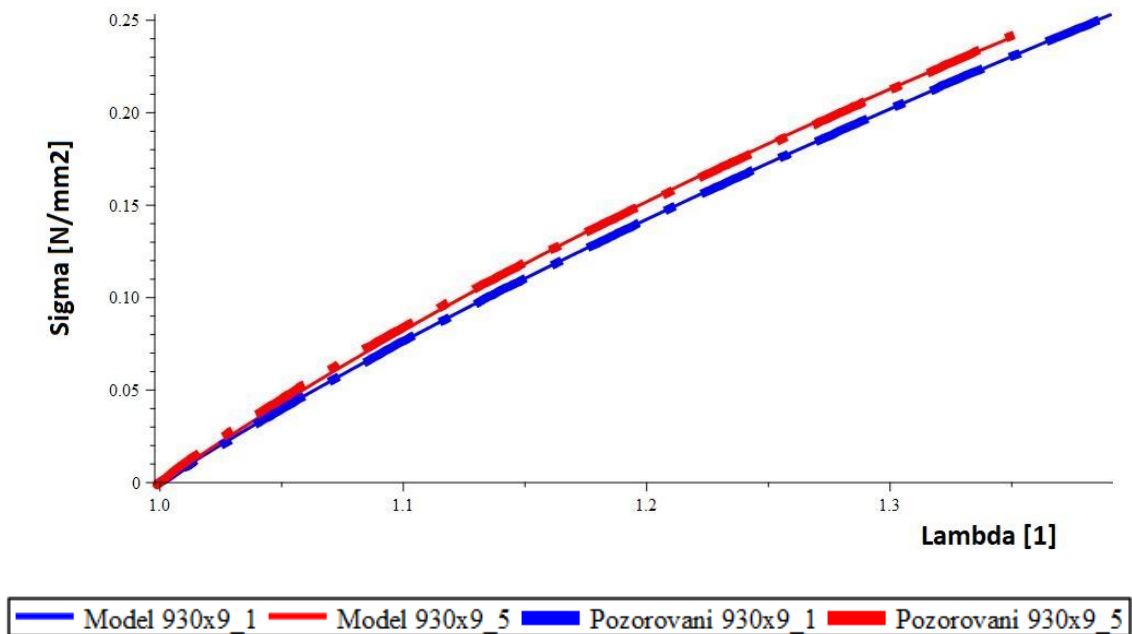
Tabulka 7 Porovnání 1-2 cyklu

Vzorky	J_m [1]	μ [MPa]
930y2_1	114756.50	0.230
930y3_1	201534.90	0.283
930y4_1	25.40	0.248
930y2_2	152.38	0.240
930y3_2	15.72	0.268
930y4_2	34.21	0.246
930x6_2	21.88	0.204
930x7_2	23.08	0.204
930x6_1	7.68	0.195
930x7_1	4.62	0.189

Z výše uvedené tabulky (viz Tabulka 7) lze soudit, že průměr hodnot koeficientu μ pro vzorky tištěné ve směru Y vychází 0,252 [MPa], a pro vzorky 930x hodnota činí 0,198 [MPa]. Parametr J_m pro vzorky vytištěné ve směru Y vychází 52753.2 a pro směr X vychází 14.315.



Obrázek 50 Porovnání model a pozorování pro 1-5 cyklus , vyorek tištěný směrem y



Obrázek 51 Porovnání model a pozorování pro 1-5 cyklus

Výhody modelu Gent:

- Jednoduché a přehledné, pouze se třemi parametry. Dva materiálové parametry jsou modul smyku pro nekonečně malé deformace a parametr, který měří maximální povolenou hodnotu přetvoření. Odpovídajícím způsobem je zapotřebí méně experimentálních údajů.
- Parametry lze interpretovat na molekulární vlastnosti polymeru. Tento model má blokovací úsek, který odráží omezující roztažnost řetězce na molekulární úrovni.
- Může vykazovat silné zpevnění napětí v odezvě na stres.

Omezení modelu Gent:

- U malých a středních deformací, zejména mírných deformací (200–300% deformace), je odchylka velká.
- Stejně jako všechny ostatní dvouparametrové modely není schopen předpovědět celou škálu napětí. [42]

Porovnání 1-5 cyklus	J_m[1]	μ [MPa]	K_d
930y8_1	29.71	0.209	0.9999
930y_1	114616.60	0.212	0.9999
930y6_1	96.28	0.202	0.9998
930y5_1	131657.60	0.246	0.9997
930y8_5	201928.70	0.212	0.9998
930y7_5	15.24	0.206	1.0000
930y6_5	22.60	0.201	0.9999
930y5_5	14.48	0.240	1.0000
930x9_5	144464.60	0.300	0.9996
930x10_5	19.80	0.196	0.9999
930x9_1	9.58	0.278	1.0000
930x10_1	17.38	0.188	0.9999

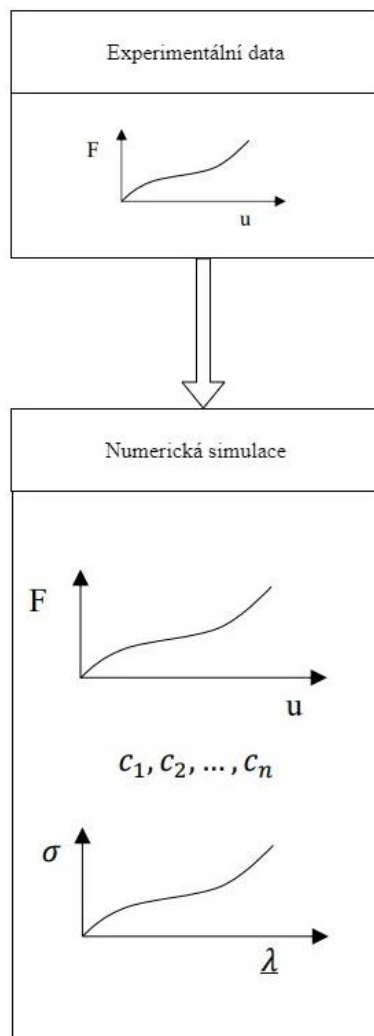
Porovnání 1-2 cyklus	J_m[1]	μ [MPa]	K_d
930y2_1	114756.50	0.230	0.9965
930y3_1	201534.90	0.283	0.9957
930y4_1	25.40	0.248	0.9999
930y2_2	152.38	0.240	0.9986
930y3_2	15.72	0.268	0.9999
930y4_2	34.21	0.246	0.9999
930x6_2	21.88	0.204	0.9999
930x7_2	23.08	0.204	0.9999
930x6_1	7.68	0.195	0.9991
930x7_1	4.62	0.189	1.0000

Pro 1-5 a 1-2 cyklus průměrný index determinace vyšel $R^2 = 0,99$ a $R^2 = 0,99$. Jelikož obě hodnoty indexu se blíží 1, což je maximální hodnota, kterou index determinace může nabývat, můžeme z toho soudit, že matematický model dobře predikuje hodnoty závisle proměnné.

11. Závěr

Cílem této práce bylo určit materiálové vlastnosti materiálu TangoPlus. K tomu byly použity experimentální tahové zkoušky. Dále byly z matematického modelu určeny materiálové vlastnosti.

Vyhodnocování vlastností materiálu v celé práci probíhalo podle schématu, které je zjednodušeně zobrazeno na *obrázku 48*. Na počátku se provedly jednoosé tahové zkoušky. Z experimentů se získaly cyklické závislosti reakční síly F na posuvu. Následně se provedla metoda numerické simulace.



Obrázek 52 Schéma analýzy [autor]

Nastavení experimentu a jeho zpracování bylo přizpůsobeno pro případný numerický výpočet.

V kapitole 10 bylo zkoumáno cyklické zatěžování materiálu TangoPlus. Nejprve byla zkoumána odezva pro 1. a 2. cyklus a následně byla zkoumána odezva pro 1. a 5. cyklus. Z výsledného chování je patrné, že materiál lze vyhodnotit jako málo viskoelastický. Dle výsledků z grafu (viz *Obrázek 49*) lze vyhodnotit chování materiálu jako izotropní. To je způsobeno tím, že hodnoty, kterých nabývá materiál v prvním cyklu zatěžování jak pro vzorky A930X (tištěné v ose X), tak i vzorky A930Y (tištěné v ose Y), jsou shodné. Ukázalo se, že koeficienty determinace určené z tahové zkoušky s využitím Gentova modelu se blíží k 1, to znamená, že Gentův model úspěšně popisuje chování tohoto materiálu.

12. Seznam použité literatury

- [1] Meet Polyisoprene [online]. USA: Polymer Science Learning Center, 2020 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://pslc.ws/macrog/exp/rubber/sepisode/meet.htm>
- [2] 1,3-butadien. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/1,3-butadien>
- [3] Butylkaučuk - Butyl rubber Butylkaučuk - https://cs.qaz.wiki/wiki/Butyl_rubber. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: https://cs.qaz.wiki/wiki/Butyl_rubber
- [4] BUTYLKAUCHUK [online]. Moskow: xumuk.ru, 1996 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://xumuk.ru/encyklopedia/665.html>
- [5] Styrene-butadiene. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/Styrene-butadiene>
- [6] KARABINA, Matouš. Zjišťování mechanických vlastností elastomeru pomocí nanoindentace. Praha, 2019. Bakalářská práce. ČVUT. Vedoucí práce Doc. Ing. Lukáš Horný Ph.D.
- [7] BRINSON, Hal F. a L. Catherine BRINSON. Polymer Engineering Science and Viscoelasticity: An Introduction. New York, USA: Springer Science+Business Media, 2008.
- [8] SACCOMANDI, Giuseppe a Raymond W. OGDEN, ed. Mechanics and Thermomechanics of Rubberlike Solids [online]. Vienna: Springer Vienna, 2004 [cit. 2020-12-29]. ISBN 978-3-211-21251-6. Dostupné z: doi:10.1007/978-3-7091-2540-3
- [9] Polymer. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Polymer>
- [10] Polymery [online]. Praha: V.Švorčík, 2018 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: http://users.fs.cvut.cz/libor.benes/vyuka/polymvsauto/Struktura%20a%20vlastnosti%20polymeru%20-%20strucne_Svorcik.pdf
- [11] Basic properties of polymers [online]. Kiyev: Ukrainian Association of Steel Smelters, 2013 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://uas.su/books/newmaterial/152/razdel152.php>
- [12] BĚHÁLEK, PH.D., Ing. Luboš a. *Termoplastické elastomery* [online]. In: . Liberec: Podpora přírodovědného a technického vzdělávání v Pardubickém kraji, 2014, s. 1 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://publi.cz/books/180/09.html>
- [13] Schematická mikrostruktura TPE-S (styrénový termoplastický elastomer) [online]. CR: <http://www.ekomonitor.cz>, 2012 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <http://www.ekomonitor.cz/vyrobky>

- [14] Izolace proti hluku a průvanu, Termoplastický elastomer (TPE) [online]. Praha: hafele, 2014 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://www.hafele.cz/cs/product/izolace-proti-hluku-a-pr-vanu-termoplastick-elastomer-tpe-/000001090000462400020023/>
- [15] BĚHÁLEK, PH.D., Ing. Luboš a . *Podstata, význam a historie polymerů* [online]. In: . Liberec: Podpora přírodovědného a technického vzdělávání v Pardubickém kraji, 2014, s. 1 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://publi.cz/books/180/09.html>
- [16] Makromolekulární látky [online]. Praha: RNDr. Jan Břížďala, 2018 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <http://e-chembook.eu/synteticke-makromolekularni-latky>
- [17] DUCHÁČEK, DRSC., Prof. Ing. Vratislav. *Polymery: Výroba, vlastnosti, zpracování, použití*. 3. vydání. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická v Praze, 2015. ISBN ISBN 978-80-7080-788-0.
- [18] *Polymery-uvod* [online]. Praha: Jan Merna, 2019 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <http://merna.eu/wp-content/uploads/2017/03/Polymery-uvod.pdf>
- [19] NEWMAN, John. *Additive Manufacturing: Past, Present and Future* [online]. 2016 [cit. 2017-11-28]. Dostupné z: <https://www.cmtc.com/blog/additive-manufacturing-past-presentand-future>
- [20] *Multi Jet Fusion* [online]. USA: Materialise, 2014 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://www.materialise.com/cs/manufacturing/technologie-materialy-a-dokoncovaci-upravy/multi-jet-fusion>
- [21] PROKOPOVÁ, Bc. Barbora. *Výzkum 3D tisku elastomerů*. Ostrava, 2018. DIPLOMOVÁ PRÁCE. VŠB – Technická univerzita Ostrava. Vedoucí práce Ing. Marek Pagáč, Ph.D.
- [22] Schéma 3D tisku SLA. In: Zive.cz [online]. CZ: Higher School of Technology, 2016 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: https://m.zive.cz/GetThumbNail.aspx?id_file=727153103&width=450&height=332&q=100
- [23] *POLYJET TECHNOLOGY* [online]. Guntur: MKS Technologies Pvt, 2019 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <http://www.mkstechgroup.com/polyjet-technology/>
- [24] WACKER's ACEO Brings Silicone 3D Printing to the Public [online]. Canada: Michael Molitch-Hou, 2017 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://new.engineering.com/story/wackers-aceo-brings-silicone-3d-printing-to-the-public>
- [25] HP Multi Jet Fusion 3D tiskárna, co z toho? [online]. Praha: Josef Průša, 2014 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://josefprusa.cz/hp-multi-jet-fusion-3d-tiskarna-co-z-toho/>
- [26] TUMBLESTON, J. R., D. SHIRVANYANTS, N. ERMOSHKIN, et al. Continuous liquid interface production of 3D objects. *Science* [online]. 2015, 347(6228), 1349-1352 [cit. 2020-12-29]. ISSN 0036-8075. Dostupné z: doi:10.1126/science.aaa2397

- [27] Aditivní výroba v kostce, aneb: vyznáte se v AM? [online]. Praha: TECH MEDIA PUBLISHING, s r.o. - TechMagazín, 2019 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <http://www.techmagazin.cz/47364>
- [28] A Stress-strain Diagram For A Polymer Is Shown. [online]. USA: Chegg Study, 2010 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/stress-strain-diagram-polymer-shown-identify-items-b-c-lower-yield-point-b-plastic-deforma-q39448028>
- [29] SUCHÝ, MAREK. *MECHANICKÉ VLASTNOSTI PLASTŮ*. Brno, 2009. Bakalářská práce. VUT. Vedoucí práce Ing. EVA NOVOTNÁ, Ph.D.
- [30] ROHEL, Bc. Daniel. Materiálové modely plastů a jejich implementace pro simulace crash-testů světlometů. Ostrava, 2019. DIPLOMOVÁ PRÁCE. VŠB – Technická univerzita Ostrava. Vedoucí práce Prof. Ing. Petr Horyl, CSc., dr.h.c.
- [31] Polymery a polykondenzáty [online]. Praha: Ing. Miroslav Richter, Ph.D., EUR ING, 2019 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: http://www.ekomonitor.cz/sites/default/files/filepath/prezentace/8_polymery_a_plykondenzssty.pdf
- [32] Termoplasty – základní druhy [online]. Liberec: Ing. Luboš Běhálek, Ph.D., 2014 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://publi.cz/books/180/18.html>
- [33] KOLAŘÍK, Radek. Stanovení vhodného materiálového modelu pro pryžové uložení stabilizátoru. Žlín, 2014. Bakalářská práce. Univerzita Tomáše Bati v Žlíně.
- [34] 3D tiskárna [online]. Praha: Denisa Chvistková, 2014 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://sites.google.com/site/chvistkovad/home/historie-3d-tisku>
- [35] Modelování a experimentální zjišťování mechanických vlastností nelineárních materiálů [online]. Praha: ČVUT, 2012 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <http://users.fs.cvut.cz/~hornyluk/files/Odhad-materialovych-parametru-nelienarniho-modelu-Projekt-II.pdf>
- [36] NOVÁK, Jakub. Odhad parametrů hyperelastického materiálového modelu s využitím MKP. Praha, 2018. DIPLOMOVÁ PRÁCE. ČVUT. Vedoucí práce Doc. Ing. Lukáš Horný Ph.D.
- [37] Horný, L.: Patobiomechanika srdečněcévního systému I.díl. ČVUT, 2015, ISBN 978-80-01-05473-4
- [38] ROUBALOVÁ, Lucie. *Konstitutivní modelování nelineárně pružného chování pryže*. Praha, 2019. Bakalářská práce. ČVUT. Vedoucí práce Doc. Ing. Lukáš Horný Ph.D.
- [39] Hyperelastický materiál - Hyperelastic material Hyperelastický materiál - https://cs.qaz.wiki/wiki/Hyperelastic_material. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: https://cs.qaz.wiki/wiki/Hyperelastic_material

- [40] Properties of polymers [online]. Tomsk: Vydavatel Tomská polytechnická univerzita, 2010 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: https://portal.tpu.ru/SHARED/k/KUKURINA/instr_work/Tab/Tab/Sutyagin_Kukurina_a_Polymers_properties.pdf
- [41] OSOVSKAYA, I.I., E.V. SAVINA a V.E. LEVICH. MAIN PROPERTIES OF POLYMERS. In: <https://www.twirpx.com/> [online]. Saint Petersburg: Higher School of Technology and Energy SPbGUPTD, 2016, 2010 [cit. 2020-12-27]. Dostupné z: https://portal.tpu.ru/SHARED/k/KUKURINA/instr_work/Tab/Tab/Sutyagin_Kukurina_Polymers_properties.pdf
- [42] *Gent hyperelastic model for nonlinear finite element analysis* [online]. New York, 2020 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://medium.com/@getwelsim/gent-hyperelastic-model-for-nonlinear-finite-element-analysis-6f6bd18b0d8b>
- [43] BĚHÁLEK, PH.D., Ing. Luboš a . *Mechanické vlastnosti polymerů – statické namáhání* [online]. In: . Liberec: Podpora přírodovědného a technického vzdělávání v Pardubickém kraji, 2014, s. 1 [cit. 2020-12-29]. Dostupné z: <https://publi.cz/books/180/09.html>
- [44] STEREOLOGRAFIE (SLA) [online]. Libhošť: dkmp.cz, 2018 [cit. 2021-01-02]. Dostupné z: <http://www.dkmp.cz/o-nas/detail/prehled-technologie-3d-tisku>
- [45] *Stratasys využívá aditivní výrobu naplno* [online]. Brno: www.technikaatrh.cz, 2019 [cit. 2021-01-04]. Dostupné z: <https://www.technikaatrh.cz/komponenty/stratasys-vyuziva-aditivni-vyrobu-naplno>
- [46] *Polymery* [online]. Praha: Lukáš Horný, 2019 [cit. 2021-01-05]. Dostupné z: <http://users.fs.cvut.cz/~hornyluk/files/Polymery-pro-biomechaniku.pdf>
- [47] *DEFORMAČNĚ-NAPĚŤOVÁ ANALÝZA VÝDUTÍ TEPEN*. Brno, 2008. Bakalářská práce. VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ.
- [48] *Latex a jeho použití v medicine*. Žilina, 2007. Bakalářská práce. Latex a jeho použití v medicine.
- [49] PAVLÍČKOVÁ, Hana. *Syntetické kaučuky a jejich využití v praxi*. Pardubice, 2019. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice.
- [50] LUKY, Bc. ROBIN. PREDIKCE CREEPOVÉHO POŠKOZENÍ POLYMERNÍCH TRUBEK. Brno, 2012. DIPLOMOVÁ PRÁCE. VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ.
- [51] Dopružování. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2021-01-14]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Dopru%C5%BEov%C3%A1n%C3%AD>

13. Seznam obrázků

Obrázek 1 Přírodní kaučuk [12].....	11
Obrázek 2 Struktura polymerů [18]	12
Obrázek 3 a) konfigurace cis přírodního kaučuku b) trans konfigurace gutaperče [31] ..	13
Obrázek 4 Tvar makromolekulárních řetězců. [16].....	14
Obrázek 5 Závislost relaxačního modulu polystyrenu na teplotě [46]	15
Obrázek 6 Získání polyisoprenu z isopropenu [1].....	16
Obrázek 7 Strukturní vzorec 1,3-butadienu [2]	17
Obrázek 8 Chemický vzorek butylkaučuku [41]	18
Obrázek 9 Schematická mikrostruktura TPE-S (styrénový termoplastický elastomer).[13]	19
Obrázek 10 Druhy termoplastických elastomerů (připravených kopolymerací) [12]	20
Obrázek 11 Izolace proti hluku a průvanu, termoplastický elastomer [14].....	20
Obrázek 12 3D tiskárna [34].....	21
Obrázek 13 Schéma 3D tisku DLP [20]	22
Obrázek 14 Schéma 3D tisku SLA [44]	23
Obrázek 15 Schéma 3D tisku PolyJET [23] 1. Leveling blade 2.UV curing lamp 3. Build materiál 4. Support materiál 5. Injet print heads 6. Part support 7. Build substrate 8.Build platform 9. Elevator	23
Obrázek 16 Schéma 3D tisku ACEO [24]	24
Obrázek 17 Schéma 3D tisku HP Multi Jet Fusion [25].....	25
Obrázek 18 Schémata procesu CLIP [26].....	25
Obrázek 19 Schéma 3D tisku SLS [27]	26
Obrázek 20 Schematické znázornění různých typů deformačních zkoušek u polymerních materiálů [10].....	27
Obrázek 21 Tahová zkouška [8]	28
Obrázek 22 Deformační křivka amorfního polymeru [29]	29
Obrázek 23 Tahová křivka $\sigma - \epsilon$ krystalického polymeru [40]	30
Obrázek 24 Značení složek tenzoru napětí [37]	32
Obrázek 25 Uspořádání molekul pryže v nezatíženém a zatíženém stavu [38]	33
Obrázek 26 Typická deformační křivka pro semikrystalické termoplasty [30]	34
Obrázek 27 Stresová relaxace v polymerech [40]	34
Obrázek 28 Závislost σ na ϵ [40]	35
Obrázek 29 Příklady aplikací polyethylenu [32]	36
Obrázek 30 Příklady aplikací polypropylenu [32].....	37
Obrázek 31 Příklady aplikací polyvinylchloridu [32]	37
Obrázek 32 Aplikací polymethylmethakrylátu [32]	38
Obrázek 33 Příklady aplikací polyformaldehydu [32]	39
Obrázek 34 Jednoosá tahová zkouška vzorku – natahování.....	41
Obrázek 35 Trhací stroj od firmy Zwick /Roell	42
Obrázek 36 Trhací stroj od firmy Zwick /Roell	43
Obrázek 37 Průběh zatěžování a odlehčování	43
Obrázek 38 Schéma měřicí aparatury (1) – počítač, (2) – čelisti pro upínání vzorku, (3) – testovaný vzorek, (4) – kamery, (5) - kamery.....	44
Obrázek 39 Číslování čelistí trhacího stroje	45
Obrázek 40 Graf namáhání vzorku 930y pro zjištění maximálního napětí	46

Obrázek 41 Tahová zkouška pro mez zjištění maximálního napětí pro materiál 930x....	47
Obrázek 42 Zatěžovací graf pro 1 a 2 cyklus vzorku 930x6	48
Obrázek 43 Zatěžovací graf pro 1 a 5 cyklus vzorku 930y5	48
Obrázek 44 Závislost smluvního napětí na streči při limitní hodnotě Jm 1 až 1 kPa [35]	50
Obrázek 45 Závislost smluvního napětí na streči při hodnotě počátečního modulu pružnosti: 1-100Kpa [35].....	51
Obrázek 46 Jednoosá napjatost [36]	52
Obrázek 47 Závislost napětí na streči pro 1. a 2. cyklus	54
Obrázek 48 Závislost napětí na streči pro 1 až 5 cyklus.....	55
Obrázek 49 Porovnání vzorku prvních cyklu. V grafu vzorky A930x označeny modrou barvou a vzorky A930y označeny červenou barvou.....	56
Obrázek 50 Porovnání model a pozorování pro 1-5 cyklus , vyorek tištěny směrem y .	57
Obrázek 51 Porovnání model a pozorování pro 1-5 cyklus.....	58
Obrázek 52 Schéma analýzy [autor]	60

14. Apendix

Odvození 1. Piolova-Kirchhoffovo napětí P pro jednoosou tahovou zkoušku

Nejdříve si zavedu tvar hustoty deformační energie pro Neo Hookean model. Hustota deformační energie má tvar:

$$W = \frac{\mu}{2}(I_1 - 3) \quad (14.1)$$

Neo Hook model je závislý na prvním invariantu, proto je potřeba si pro následující výpočty definovat tvar prvního invariantu, který je již znám ze vztahu (5.12):

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (14.2)$$

Pomocí rovnice (5.27, dostaneme vztahy pro všechna tři skutečná napětí.

$$\sigma = -pI + \frac{\partial W}{\partial F} F^T \quad (14.3)$$

Vztahy pro skutečná napětí mají tedy tvar:

$$\sigma_1 = \lambda_1 \frac{\partial}{\partial \lambda_1} \left[\frac{\mu}{2} (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2) \right] - p = \lambda_1^2 \mu - p \quad (14.4)$$

$$\sigma_2 = \lambda_2 \frac{\partial}{\partial \lambda_2} \left[\frac{\mu}{2} (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2) \right] - p = \lambda_2^2 \mu - p \quad (14.5)$$

$$\sigma_3 = \lambda_3 \frac{\partial}{\partial \lambda_3} \left[\frac{\mu}{2} (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2) \right] - p = \lambda_3^2 \mu - p \quad (14.6)$$

Lagrangeův multiplikátor p je třeba určit z okrajové podmínky, která pro jednoosý tah vyplývá z podmínky

$$\sigma_3 = 0 \quad (14.7)$$

Z okrajové podmínky (11.7) vyplývá p:

$$p = \lambda_3^2 \mu \quad (14.8)$$

Pro nestlačitelné materiály předpokládáme podmínku: $J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$, ze které vyjde:

$$\lambda_3 = \lambda_2 \quad (14.9)$$

Z podmínky (11.9) poté vyjde závislost pro streč:

$$\lambda_3 = \lambda_2 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \quad (14.10)$$

Dosazením vztahu (11.10) a (9.8) do rovnic (11.4), (11.5) a (11.6) vyplynou vztahy:

$$\sigma_1 = \lambda_1^2 \mu - \frac{\mu}{\lambda_1} \quad (14.11)$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0 \quad (14.12)$$

Pro získání hodnot 1.Piola-Kirchhoffovo napětí (smluvní napětí) P_1 pro jednoosý tah, je potřeba výsledný vztah upravit pomocí vztahu:

$$P_1 = \frac{\sigma_1}{\lambda_1} \quad (14.13)$$

Pomocí vztahu (11.13), kam dosadíme vztah (11.11) nám vyjde konečný tvar rovnice:

$$P_1 = \lambda_1 \mu - \frac{\mu}{\lambda_1^2} \quad (14.14)$$

System odvození je pro všechny ostatní uvedené modely obdobný.