

Diplomová práce



České
vysoké
učení technické
v Praze

Fakulta stavební
Katedra silničních staveb

Numerická analýza cementobetonové vozovky s ohledem na transportní procesy

Bc. Jakub Veselý

Vedoucí: Ing. Petr Pánek, PhD.

Konzultant: doc. Ing. Vít Šmilauer, Ph.D., DSc.

Obor: Stavební inženýrství

Studijní program: Konstrukce a dopravní stavby

Prosinec 2020

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Veselý Jméno: Jakub Osobní číslo: 460453
Zadávací katedra: Katedra silničních staveb
Studijní program: (N3607) Stavební inženýrství
Studijní obor: (3607T009) Konstrukce a dopravní stavby

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce: Numerická analýza cementobetonové vozovky s ohledem na transportní procesy
Název diplomové práce anglicky: Numerical analysis of Concrete pavement with respect to the transport processes

Pokyny pro vypracování:

Zpracujte problematiku vývoje analýzy chování cementobetonových vozovek. Vytvořte 3D model cementobetonové vozovky běžně používaných rozměrů. 3D mechanický model bude slabě sdružen s modelem(/y) transportních procesů (Vedení tepla a vedení vlhkosti) s přihlédnutím k jevům charakteristickým pro beton (smršťování). Pro výpočet využijte software OOFEM. Ke kalibraci modelů využijte dostupnou literaturu nebo probíhající experimentální měření.

Seznam doporučené literatury:

TP170.,

P. Baggio, C. E. Majorana, B. A. Schrefler: Thermo-hygro-mechanical analysis of concrete.,

A.M. Ioannides: Concrete pavement analysis: the first eighty years.,

V. Šmilauer, P. Havlásek, T. Gasch, A. Delaplace, D.E.-M. Bouhjiti, F. Benboudjema, M. Briffaut, F. Kanavaris, M.

Azenha: Hygro-mechanical modeling of restrained ring test: COST TU1404 benchmark., OOFEM manual

Jméno vedoucího diplomové práce: Ing. Petr Pánek, PhD.

Datum zadání diplomové práce: 25.9.2020 Termín odevzdání diplomové práce: 3.1.2021
Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku

Podpis vedoucího práce

Podpis vedoucího katedry

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v diplomové práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta(ky)

Poděkování

Děkuji zejména svému vedoucímu diplomové práce Ing. Petru Pánkovi, PhD. za pozitivní přístup a motivaci při jejím psaní. Velký dík patří také mému konzultantovi doc. Ing. Vítu Šmilauerovi, Ph.D., DSc. za pomoc při řešení nesčetných problémů s numerickým modelováním.

V neposlední řadě děkuji své rodině, svým přátelům a především své přítelkyni za nekonečnou trpělivost, kterou se mnou v době psaní této práce měli.

Děkuji také katedře silničních staveb za možnost psát zde diplomovou i bakalářskou práci. V této práci byly představeny poznatky zjištěné za podpory grantů TAČR TH03020404, SGS20/107/OHK1/2T/11 a SGS20/046/OHK1/1T/11.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci s názvem "Numerická analýza cementobetonové vozovky s ohledem na transportní procesy" vypracoval samostatně, a že jsem uvedl veškerou použitou literaturu.

V Praze, 20. prosince 2020

Abstrakt

Analýza cementobetonových vozovek je komplexní problém. Většina pozornosti je obvykle soustředěna na kolové zatížení, naopak nesilovému zatížení teplotou není věnována dostatečná pozornost. V této práci jsou důkladně analyzovány účinky nelineárního teplotního namáhání CB vozovek pomocí pokročilých metod numerického modelování. Je vytvořen sdružený termo - mechanický model, pro jeho kalibraci jsou použita experimentálně naměřená data při dlouhodobém monitoringu na dálnici D1. Je diskutován také problém vedení vlhkosti a jevů na něj navázaných, jako je smršťování a dotvarování, které je spolu s dalšími zmíněnými jevy v budoucnu nutné hlouběji analyzovat.

Klíčová slova: beton, cementobetonové vozovky, numerická analýza, vedení tepla, transport vlhkosti, MKP

Vedoucí: Ing. Petr Pánek, PhD.

Abstract

Analysis of concrete pavements is a complex problem. Most attention is usually focused on the wheel loading scenario, while the temperature loading is not given enough attention. In this work, the effects of nonlinear thermal stress of concrete roads are thoroughly analyzed using advanced methods of numerical modeling. Thermo - mechanical coupled task is created, for its calibration experimentally measured data from long term monitoring on D1. The problem of moisture transfer and related phenomena, such as shrinkage and creep, is also discussed, which, together with the other mentioned phenomena, needs to be analyzed in more depth in the future.

Keywords: concrete, concrete pavements, numerical analysis, heat transfer, moisture transport, FEM

Title translation: Numerical analysis of Concrete pavement with respect to the transport processes

Obsah

1 Úvod 1

Část I Teoretická část

2 Cementobetonové vozovky a vývoj historie jejich analýzy 7

2.1 Cementobetonové vozovky 7

2.1.1 Materiály pro výrobu betonu . 8

2.1.2 Rozdělení cementobetonových vozovek 11

2.1.3 Provádění CB vozovek 12

2.1.4 Mechanismy poruch 15

2.2 Analytická řešení 16

2.3 Numerická řešení 19

2.3.1 Pasternakův model 20

2.3.2 Zhemochkin-Sinitsyn-Shtaerman model 21

2.3.3 Kerrův model 21

2.4 Současný stav v ČR 22

2.4.1 Část A, katalog vozovek 22

2.4.2 Část B, návrhová metoda ... 23

3 Metoda konečných prvků 27

3.1 Modelování teploty 30

3.2 Modelování vlhkosti 32

3.3 Dotvarování a smršťování 35

3.3.1 Dotvarování 36

3.3.2 Smršťování 38

Část II Praktická část

4 Motivace práce 43

5 Mechanický model 47

5.1 Vytvoření mechanického modelu 47

5.2 Validace numerického modelu s experimentálními daty 50

6 Vedení tepla 55

6.1 Vytvoření modelu vedení tepla . 55

6.2 Validace modelu vedení tepla ... 57

6.3 Teplotní gradienty po výšce desky	58
7 Sdružená úloha vedení tepla společně s mechanikou	65
7.1 Popis úlohy	66
7.2 Vztah mezi okrajovými podmínkami modelu a jeho napjatostním stavem	66
7.3 Napjatost desky v závislosti na denním teplotním cyklu	70
7.3.1 Porovnání napětí od teploty získané z numerického modelu s TP170	75
8 Model vedení vlhkosti a rozvoj numerického modelování	77
8.1 Experimentální měření	78
8.2 Numerický model transportu vlhkosti	80
8.3 Rozvoj numerického modelování	82
9 Závěr	85
Literatura	87

Obrázky

2.1 Detail betonu od mikrotextury až po výslednou konstrukci [22]	9
2.2 Obrázek experimentu s ohybem trámečků ($10\mu\text{m}$) [36]	9
2.3 Úsek zhotovený metodou Whitetopping [43]	13
2.4 Finišer s čerstvým betonem před rozhrnutím [34]	14
2.5 Finišer s bosuvnými bočnicemi provádějící druhou vrstvu CB krytu [34]	14
2.6 Trhliny v cementobetonových krytech vozovek (vlevo podélná trhлина, vpravo mapové trhliny) [3]	15
2.7 Winklerův model	20
2.8 Pasternakův model	21
2.9 Kerrův model	21
2.10 Schéma postupu návrhu vozovky podle katalogu vozovek	22
2.11 Schéma postupu návrhu vozovky podle návrhové metody	24
3.1 Reprezentativní objemový prvek s použitou konvencí a symboly	29
3.2 Různé teplotní gradienty po tloušťce CB desky, v době krátce po betonáži [18]	30
3.3 Příklady sorpčních izoterm u různých materiálů [31]	33
3.4 Deformace mostu i vlivem dotvarování dosáhla v Palau před kolapsem 1,61 m [24]	35
3.5 Příklad průběhu funkce poddajnosti $J(t, t')$ (vytvoreno pomocí online nástroje od J. Stránského, dostupné z: https://mech.fsv.cvut.cz/stransky/cs/intermech/modelB3/)	38
3.6 Příklad průběhu poměrného přetvoření od smrštění ε_{sh} podle modelu B3 (vytvoreno pomocí online nástroje od J. Stránského, dostupné z: https://mech.fsv.cvut.cz/stransky/cs/intermech/modelB3/)	38
4.1 Úsek D1-137 Přerov - Lipník nad Bečvou (dostupné z https://www.mdcr.cz/Media/Media-a-tiskove-zpravy/Dalnice-D1-se-prodlouzi-o-14-kilometru-Otevira-se)	44
4.2 Porovnání kinetiky cementu při použití různých cementových směsí [29]	44
4.3 Porovnání kinetiky cementu při různých počátcích betonáže [29]	45

4.4 Pohled na dva měřící body během betonáže zkušebního úseku	45	6.2 Aproximace numerických funkcí podle experimentálních dat [29] . . .	58
5.1 Prostorový prvek Qspace s kvadratickou aproximací	48	6.3 Validace modelu vedení tepla (plné čáry) oproti experimentálně naměřeným datům (tečkovaně) [4] .	58
5.2 Geometrie mechanického modelu, vytvořená v generátoru Salome . . .	48	6.4 Četnost výskytu rozdílu maximální a minimální teploty vzduchu během 24 hodin, během letních měsíců (tj. od poloviny dubna do konce září) .	59
5.3 Závislost tuhosti spojovacích prvků na jejich poměrném přetvoření (záporná deformace je tlaková) . . .	50	6.5 Graf vlivu teploty vzduchu na Max. teplotu na desce	60
5.4 Zatěžovací zkouška s využitím dvou těžkých nákladních vozidel . .	51	6.6 Graf vlivu oslunění na Max. teplotu na desce	60
5.5 Celková hodnota poměrného přetvoření na desce po odečtení vlivu teploty v době zatěžovací zkoušky .	52	6.7 Průběh gradientů teploty po výšce desky při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m ² (vlevo) nebo 0 W/m ² (vpravo) v 16:00	61
5.6 Vlevo je zatížení, které odpovídá stejnému zatížení v mechanickém modelu (Hlavní napětí), vedle desky na obou stranách je patrné dodatečné zatížení namísto spolupůsobících desek	53	6.8 Průběh gradientů teploty po výšce desky při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m ² (vlevo) nebo 0 W/m ² (vpravo) ve 22:00	61
5.7 Validace hodnot z modelu oproti výsledkům ze zatěžovací zkoušky pro konkávní deformovaný tvar pro jednotlivá měřící místa	53	6.9 Průběh gradientů teploty po výšce desky při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m ² (vlevo) nebo 0 W/m ² (vpravo) ve 4:00	62
5.8 Validace hodnot z modelu oproti výsledkům ze zatěžovací zkoušky pro konvexní deformovaný tvar pro jednotlivá měřící místa	53	6.10 Průběh gradientů teploty po výšce desky při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m ² (vlevo) nebo 0 W/m ² (vpravo) v 10:00	62
6.1 Geometrie modelu vedení tepla, vytvořená v generátoru Salome . . .	56		

6.11 Průběh teploty v modelu vedení tepla při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m ² (vlevo) nebo 0 W/m ² (vpravo) v 16:00	63	7.8 Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 0 W/m ² v 15:00 (deformovaný tvar x1000)	72
7.1 Graf vlivu teploty vzduchu na Max. kladnou hodnotu σ_y na desce	67	7.9 Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m ² ve 22:00 (deformovaný tvar x1000)	72
7.2 Graf vlivu teploty vzduchu na Max. zápornou hodnotu σ_y na desce	68	7.10 Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 0 W/m ² ve 22:00 (deformovaný tvar x1000)	73
7.3 Graf vlivu oslunění na Max. kladnou hodnotu σ_y na desce	68	7.11 Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m ² ve 4:00 (deformovaný tvar x1000)	74
7.4 Graf vlivu oslunění na Max. zápornou hodnotu σ_y na desce	69	7.12 Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 0 W/m ² ve 4:00 (deformovaný tvar x1000)	74
7.5 Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m ² v 10:00 (deformovaný tvar x1000)	70	7.13 Graf srovnání průběhu tahového napětí σ_T podle TP170 a numerického modelu v rámci denního cyklu	76
7.6 Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 0 W/m ² v 10:00 (deformovaný tvar x1000)	71		
7.7 Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m ² v 15:00 (deformovaný tvar x1000)	71		

8.1 Pohled na hotové vzorky v rámci experimentu na odpar vody z betonu	78
8.2 Vibrování betoné směsi ve formách v Experimentálním centru	79
8.3 Výsledky z experimentálního měření v rámci SGS na katedře silničních staveb	80
8.4 Výchozí stav problému transportu vlhkosti.....	81
8.5 Změna relativní vlhkosti v čase, pokud je v okolí vzorku relativní vlhkost 60%.....	81

Tabulky

2.1 Chemické složení CEM I 42,5 R, cementárna Mokrý [36]	8
2.2 Požadavky na kamenivo s ohledem na výsledné vlastnosti vozovkového betonu	10
5.1 Elastické materiálové parametry pro betonový kryt	49
5.2 Materiálové parametry pro podkladní systém a spojovací prvky	49
5.3 Elastické parametry podkladního systému pro model kontinua použitý ke kalibraci Winkler - Pasternakova modelu	51
6.1 Materiálové parametry pro model vedení tepla	56
7.1 Porovnání tahových napětí z numerického modelu a podle návrhové metody v TP170	75
8.1 Složení betonové směsi pro experimentální měření	79



Kapitola 1

Úvod

Tato diplomová práce je rozdělena na dvě základní části, teoretickou, kde jsou představeny teoretické základy této práce a praktickou část, kde je prezentována vlastní práce autora. Cílem této diplomové práce je pomocí numerického modelování přispět ke správnému návrhu cementobetonových krytů. Zásadní důraz je kladen na teplotní namáhání, ale je nastíněn i princip zavedení transportu vlhkosti. Právě zjednodušení transportních procesů jako je teplota a vlhkost v CB vozovkách je jedním ze zásadních nedostatků jejich návrhu, který je třeba v budoucnu více zohlednit, tak abychom dosáhli prodloužení jejich životnosti.

Rozvoj dopravy má ve světě i u nás stoupající tendenci a zvyšuje se zatížení dopravních cest, jak silnic tak dálnic. Silniční síť v ČR je velice hustá, ale v některých klíčových úsecích není dostatečně kapacitní. Bohužel stále není dobudovaná dálniční síť, která má sloužit pro rychlou a bezpečnou přepravu osob i nákladu v regionálním i mezinárodním měřítku. V poslední době se postupně její výstavba rozbíhá, navíc intenzivně probíhá oprava klíčové dálnice D1. Právě na dálnicích se používají CB vozovky, protože se u nich předpokládá vyšší životnost a méně časté opravy nebo výměny krytových vrstev, než u asfaltových krytů. Bohužel se v posledních letech objevují poruchy podstatně dříve, než uplyne jejich návrhová životnost.

V teoretické části této práce je představena problematika cementobetonových vozovek v obecném měřítku. Větší pozornost je zde věnována betonu jakožto základnímu materiálu, který se pro výrobu CB vozovek používá. Jsou zde rozebrány složky betonové směsi, s důrazem na cement, který je nositelem pevnosti betonu, ale není opomenuto ani kamenivo, voda a přísady, které

jsou při realizaci CB konstrukce vozovky zásadní. Pro výsledné chování CB vozovky je také zásadní spolupůsobení jednotlivých desek mezi sebou, které závisí především na technologii provádění spár, jejich četnosti, vyztužení, atd.

Tato práce se věnuje výpočetní analýze vozovek, vývoj této problematiky začíná však mnohem dříve než s nástupem počítačových simulací. Je nastíněno, že vývoj analýzy vozovek je provázán s vývojem geotechniky. V rámci analytických řešení je zde představena především práce Westergaarda, na kterého mnoho dalších výzkumníků navazuje a snaží se postupně eliminovat omezení použité v jeho původní práci. Jsou zde představeny i některé základní rovnice, především porovnání klíčových parametrů s prací dalšího významného představitele této problematiky Burmistera.

V současné době zažíváme prudký rozvoj numerických metod, úzce spojený s pokrokem na poli IT technologií. V minulosti bylo třeba využít řadu omezujících předpokladů vzhledem ke složitosti samotného řešení, to se nyní mění a je možné provádět složité analýzy především pomocí metody konečných prvků. Stále je však nutné přijímat různá zjednodušení, jako například různé zjednodušující modely fungování podkladního systému, abychom omezili výpočtový čas a zajistili dostatečnou stabilitu výpočtu.

Současný stav analýzy a navrhování vozovek v České Republice je spojen s metodikou obsaženou v TP170, jakožto nejzásadnějšího dokumentu pro návrh vozovek u nás. Obsahuje několik důležitých částí pro návrh vozovek jako je katalog vozovek a také návrhová metoda. Větší pozornost je věnována části, která se věnuje analýze cementobetonových vozovek, zde jsou uvedeny i vztahy, které se pro výpočty mají použít. Je patrné, že postup vychází z Westergaardovi teorie a bohužel si s sebou nese i řadu omezujících předpokladů této skoro sto let staré práce.

Je představena i samotná metoda konečných prvků. Její možnosti jsou opravdu široké, umožňuje nám provádět výpočty týkající se mechaniky, ale i transportu teploty či vlhkosti v betonu. Je zde rozebráno teoretické podloží pro výpočty provedené v rámci této diplomové práce.

Nejdříve jsou vytvořeny dva samostatné modely, mechanický model a model vedení tepla. Mechanický model je popsán pomocí elastických parametrů, s podkladním systémem modelovaným jako Winkler - Pasternakovo podloží, použité konstanty jsou kalibrovány pomocí dat ze zatěžovací zkoušky na dálnici D1. Model vedení tepla je navrhnout pro validaci dlouhodobého monitoringu teplot na stejném úseku dálnice D1, kde proběhla i zmiňovaná zatěžovací zkouška. Pro analýzu teplotního namáhání vozovky je použit inovativní přístup se samostatným modelem vedení teploty. Tato úloha se vyřeší jako

první a poté se exportuje pole teplot. Toto pole teplot vstupuje do mechanické úlohy jako nesilové zatížení. Takto je možné provést analýzu nelineárního teplotního namáhání v libovolném časovém intervalu s různými teplotními gradienty. To je značný pokrok oproti přístupu použitému v rámci TP170. Jsou rovněž představeny různé případové studie vlivu okrajových podmínek na průběh teploty a napětí v desce.

Pokud chceme v budoucnu zkoumat jevy související s objemovými změnami v betonu, tedy dotvarování a smršťování je nutné vytvořit i model vedení vlhkosti. Takový základní model je v rámci této diplomové práce představen, zároveň s nastíněním budoucího vývoje této moderní a progresivní problematiky. V budoucnu se počítá s dalším rozvojem numerického modelování, možnosti jsou nastíněny v závěrečné části práce.



Část I

Teoretická část

Kapitola 2

Cementobetonové vozovky a vývoj historie jejich analýzy

Vozovka je komplexní vícevrstvý inženýrský problém, kde musíme brát v úvahu několik parametrů, například podloží a podkladní systém, tvar a velikost působícího zatížení, spolupůsobení desek, atd. Běžně rozeznáváme vozovky, kde jsou krytové vrstvy zhotovené z asfaltových směsí, z CB a také z dlažeb. Cementobetonové kryty se používají tam, kde předpokládáme třídu dopravního zatížení S, I, II a III s požadovanou návrhovou úrovní porušení vozovky D0 a D1 dle [28]. Lze tedy říct, že se primárně použijí pro výstavbu dálniční sítě, letištních drah nebo industriálních ploch a parkovišť s velkým statickým zatížením, existují ale i výjimky.

2.1 Cementobetonové vozovky

Betonové vozovky se ve světě začínají objevovat už od roku 1891, kdy byla první taková vozovka zhotovena v Bellefontaine v Ohio. Nejvíce kilometrů CB dálnic se v současné době nachází v USA, Německu a Rakousku. [1] Cementobetonové vozovky mají obecně dobrou odolnost proti různým účinkům dopravy, klimatickým účinkům i proti vlivům údržby. Způsob výroby betonu, jeho přepravy, zhutnění a ošetření závisí na vyspělosti obsluhy a kvality strojního vybavení. Návrhové období se ve světě pohybuje mezi 20 až 40 lety, v ČR je to 25 let. Je důležité znát možné mechanismy porušení a snažit se jim předcházet. Opravy jsou totiž technologicky, časově i ekonomicky náročné.

2.1.1 Materiály pro výrobu betonu

Beton sloužící pro výstavbu vozovek se příliš neliší od betonu konstrukčního, jde o nehomogenní kompozit, který vzniká smísením pojiva (cementu), plniva (kamenivo), vody, přísad a příměsí. Cement je práškové hydraulické pojivo, v silniční praxi se využívá pouze Portlandský cement, příp. ještě v kombinaci s jemně mletou vysokopecní struskou, což však v současné době neumožňují české technické předpisy. [2] Portlandský cement se vyrábí pálením slínkových surovin v rotačních pecích, k samotnému slnutí dochází při teplotě cca 1400°C a tak vznikají slínkové minerály, následně jejich dvofázovým mletím v kulových mlýnech vzniká cement. Jemnost mletí je jedním ze zásadních faktorů, který ovlivňuje rychlost nárůstu pevnosti betonu. [2]

Nejlepší cementy jsou takové, kde chemické složení umožňuje úplné zreagování všech složek, v Tab.2.1. je chemické složení cementu z Mokré, který se v ČR běžně pro výstavbu CB krytů používá:

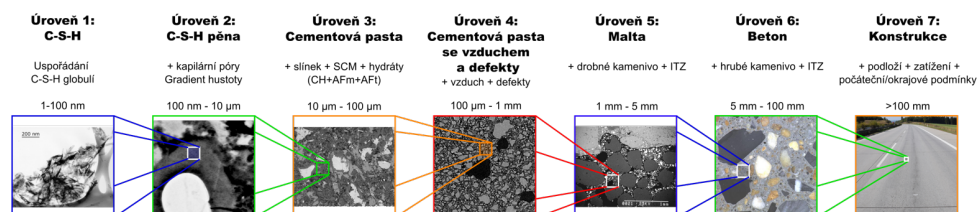
Chemické složení cementu	Podíl hmotnosti [%]
CaO - oxid vápenatý	63,77
MgO - oxid hořečnatý	1,05
SiO ₂ - oxid křemičitý	20,51
Al ₂ O ₃ - oxid hlinitý	4,74
Fe ₂ O ₃ - oxid železitý	3,30
MnO - oxid manganatý	0,09
SO ₃ - oxid sírový	3,07
K ₂ O - oxid draselný	0,95
Na ₂ O - oxid sodný	0,15

Tabulka 2.1: Chemické složení CEM I 42,5 R, cementárna Mokrá [36]

Z hlediska výsledného chování betonu je zásadnější mineralogické složení cementů. Při slinovacím procesu se vytváří slínkové minerály, které po reakci s vodou vytvářejí další produkty, které jsou zcela zásadní pro výsledné vlastnosti betonu. Ty mají speciální zjednodušenou notaci, kdy oxid vápenatý CaO se označuje symbolem C, oxid křemičitý SiO₂ se označuje S oxid hlinitý Al₂O₃ je A a oxid železitý Fe₂O₃ je F. Tyto kysličníky tvoří při slinovací teplotě okolo 1400°C minerály, které jsou naprosto zásadní pro výsledné vlastnosti cementu.

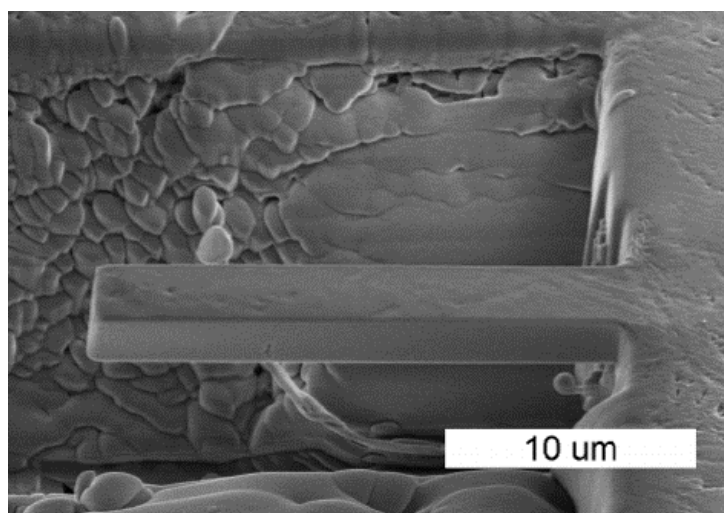
C₂S nebo-li Belit reaguje pomaleji s vodou než C₃S, ale přispívá k výsledné pevnosti cementové malty. V moderních cementech je jeho obsah do 8% (vyžadováno technickými předpisy), v minulosti to bylo více, klidně 15-20% [2]. C₃S (Alit) vzniká při dalším působení teploty z C₂S a je nejdůležitější složkou portlandských cementů. Je rozhodující pro vznik a stálost mechanických vlastností ztvrdlé cementové kaše. Bohužel jeho reakce s vodou je silně

exotermní, zvyšuje tak zásadně hydratační teplo a smršťování. Je zásadní pro rychlý nárůst pevnosti a proto je jeho podíl u moderních cementů čím dál větší. C_3A rychle reaguje s vodou a dává cementové kaši počáteční pevnost, ale také velké smrštění a proto je snaha jeho množství snižovat. C_4AF působí kladně na vývoj tahové pevnosti, ale působí komplikace při výrobě, je nutné přidávat železo. Vzájemný poměr těchto slínekových materiálů udávají základní vlastnosti výsledného produktu [32].



Obrázek 2.1: Detail betonu od mikrotextury až po výslednou konstrukci [22]

Požadavky na cement pro vozovkový beton, by měly být takové, aby dosáhli co nejmenšího smrštění (snížení hydratačního tepla, co největší podíl C_2S v cementu) a bylo umožněno dotvarování betonu, tedy aby beton nebyl příliš křehký. Další důležitá věc je, aby byl beton objemově stálý, největší objemové změny se odehrávají na úrovni cementové pasty (Obr.2.1). Na úrovni cementové pasty vznikají různé defekty, které snižují pevnost betonu. Samotný C-S-H gel, tedy produkt hydratace a samozřejmě kamenivo, mají zásadně lepší vlastnosti než výsledný beton. Jak ukázali experimenty s ohybem mikro trámečků (Obr.2.2) na úrovni C-S-H gelu a nanoindentace, je na této úrovni tahová pevnost přes 200 MPa, navíc je na této úrovni obrovská deformační kapacita. [36]



Obrázek 2.2: Obrázek experimentu s ohybem trámečků ($10\mu\text{m}$) [36]

Další zásadní složkou betonu je kamenivo, jeho výroba není tak komplikovaná jako u cementu, ale pro výslednou konstrukci je stejně důležitá.

Pro CB vozovky se používají různé přísady, které ovlivňují jeho základní fyzikálně chemické vlastnosti. Jsou to především urychlovače a zpomalovače tuhnutí, plastifikátory a provzdušňovače. Urychlovače nebo zpomalovače tuhnutí se příliš nepoužívají, naopak plastifikátory a provzdušňovače se používají skoro vždy.

2.1.2 Rozdělení cementobetonových vozovek

CB vozovky jsou běžně označovány jako tuhé a dají se dále dělit, zejména dle zahraniční literatury, podle jejich vyztužení a počtu příčných spár:

- Nevyztužený cementobetonový kryt se spárami (URC): příčné spáry s trny nebo bez trnů
- Vyztužený se spárami (JRC): desky vyztužené v podélném i příčném směru, příčné spáry obvykle s kluznými trny
- Spojitě vyztužený cementobetonový kryt (CRCP): cementobetonový kryt se souvislou podélnou výztuží bez příčných spár
- Spojitě vyztužený cementobetonový podklad (CRCR): betonová vrstva se souvislou podélnou výztuží bez spár, překrytá asfaltem stmelanou obrusnou vrstvou
- White topping: tenká vrstva cementobetonu, která nahrazuje horní vrstvu asfaltového krytu po jeho odstranění

V rámci výstavby v České Republice se běžně využívá URC, tedy nevyztužený cementobetonový kryt s příčnými spárami s kluznými trny. Příčné spáry se realizují několik hodin po realizaci samotného krytu, když je beton lehce vyzrálý. Postup je takový, že kryt je nařezán pomocí kotoučové pily a následně by měl samovolně doprasknout. Jedním z kritických parametrů tohoto druhu provádění je následné těsnění spár proti pronikání vody do systému, která následně může působit poruchy, jednak chemickým rozkladem materiálu nebo v zimním období objemovou expanzí při proměně vody na led. Rozměry jednotlivých desek ovlivňují velikost napětí od vnějšího zatížení, je výhodné použití půdorysně obdélníkových tvarů před čtvercovými. Velikost jednotlivých desek je závislá na jejich tloušťce, normově jsou uchyceny orientační vztahy pro rozměry desek. V případě nepoužití kluzných trnů, by se měla zvýšit tloušťka desek, ale desky fungují více nezávisle na sobě a ne jako systém, tím pádem dochází k defektům jako je nerovnoměrné sednutí jednotlivých desek vůči sobě a České praxi se již nevyužívají.

Vyztužené CB kryty s příčnými spárami (JRC) mají díky výztuži větší



Obrázek 2.3: Úsek zhotovený metodou Whitetopping [43]

do určité hloubky a nechají se sami doprasknout. Optimální podmínky pro betonáž jsou při teplotě ovzduší cca $+5$ až $+25^{\circ}\text{C}$. Klasickou metodou provádění CB vozovek je betonáž do pevných bočnic, které tvoří bednění a jízdní dráhu pro finišer. Musí být na únosném podkladu a zajištěny proti posunům, jelikož jejich poloha zajišťuje polohu nivelety a rovinnost povrchu. Bočnice se odstraní až po dostatečném vytvrdnutí betonu, aby se nepoškodily hrany desky.

Modernější a v dnešní době takřka výhradně používaná je betonáž finišery s posuvnými bočnicemi, které se pohybují na povrchu podkladní vrstvy, bednění je vlečeno a beton tedy musí mít takovou konzistenci, aby bylo možné vytvořit hrany desky. Výška nivelety a rovinnost je určena přesností vedení finišeru, která je zajištěna vodičím drátem nebo optickým vedením lasery. Postup prací je takový, že nejprve nákladní vozidla se sklopnou korbou vyklopí čerstvý beton před finišer (Obr.2.4), následně je rozhrnut na celou šířku prováděného pásu. Finišer je opatřen zařízením pro rozhrnování čerstvého betonu po celé šířce záběru až k bočnicím, dále vibrátory pro rovnoměrné hutnění směsi a lisovací deskou pro rovnání povrchu, obvykle je také osazeno zařízením na osazení kluzných trnů. Celý proces musí být organizován tak, aby nedocházelo k zastavování finišeru a pokládka probíhala plynule, jinak se objevují problémy s nerovností povrchu a nehomogenitami provedené vrstvy.

Při použití kotvení příčných spár pomocí kluzných trnů se uplatňuje tzv. dvouvrstvá technologie pokládky. Pro samotné vkládání kluzných trnů se používá automatizované vibrační vtlačování do čerstvého betonu po přejezdu finišeru, který zhotovuje první (spodní) vrstvu betonu, kluzné trny musí být osazeny v takové hloubce, aby bylo umožněno prořezání smršťovacích spár. Je

pevnost a bylo možné vrchní část odstranit ("vyméct") a tím obnažit kamenivo, čímž se docílí dobrých akustických a protismykových vlastností. Tento proces probíhá v přesně stanoveném intervalu po betonáži, podle vyzrállosti povrchu desky, povrch musí být následně homogenní v celé šířce i délce. [48]

2.1.4 Mechanismy poruch

U CB vozovek rozeznáváme několik různých mechanismů poruch způsobených různými faktory. První z nich je únavové praskání vozovky, které se objevuje, když poměrné přetvoření překoná tahovou kapacitu betonu. Tento typ poruchy se běžně projevuje olamováním rohů desky nebo podélnými trhlinami v trajektorii kolového zatížení působícího na desku. Dalším mechanismem poruchy je ztráta podpory desky vyvolaná selháním podkladního systému, tomuto problému lze předcházet provedením podkladního systému s lepšími a trvanlivějšími materiály. Velký problém především pro desky s velkým počtem příčných spár je vnikání a vody a s tím související poškození mrazovými cykly. Tomuto poškození lze předcházet těsněním spár, to ale není proveditelné dokonale voděvzdorně a trvanlivě, nebo použitím provzdušňovců, čímž se vytvoří prostor pro expanzi vody při zmrznutí. Je samozřejmě i několik dalších faktorů jako je ohlazení povrchu a ztráta protismykových vlastností nebo naopak vytvoření nerovnoměrností na povrchu desky. V neposlední řadě je třeba zahrnout vzniku mapových trhlin vlivem smrštění betonu (Obr.2.6).



Obrázek 2.6: Trhliny v cementobetonových krytech vozovek (vlevo podélná trhlina, vpravo mapové trhliny) [3]

přenosu účinků zatížení na další desky, limitující je ale je předpoklad, že přenos napětí je stejný jako přenos deformace mezi deskami, což bylo později vyvráceno. [27]

V letech, které následovaly po těchto průlomových člancích, se několik dalších vědců pokoušelo o eliminaci výše uvedených omezujících předpokladů. Jedním z nejzásadnějších byl Pickett, který pracoval na odstranění limitující podmínky zatížení pouze jedním kolem [41]. Jeho řešení vycházelo z Newmarkova řešení pro zjištění teoretických napětí a deformací v pružném podloží.

Zásadní téma na které se mnoho vědců zaměřovalo je zjištění tuhosti podloží. Winklerův modul tuhosti k , který je složitý na determinaci, zejména citlivý na velikost zatěžovací plochy a nelze jej považovat za "reálný" parametr zeminy. Westergaard proto navrhoval zpětnou kalkulaci k z dříve realizovaných desek až do doby, kdy řešil kritické zatížení na hraně a rohu desky a zjistil, že předpoklad elastického tuhého základu je nevhodný. Toto bylo podpořeno několika experimenty, které proběhly v USA ve 30. letech 20. století a které ukázaly, že rohy a hrany desky jsou náchylné k poruchám jako jsou různé trhliny, praskliny a olamování samotných rohů. [26] Toto je jeden z důvodů, proč Burmisterem navrhované řešení s více vrstevným elastickým podložím v roce 1943 [13] nenašlo svoje uplatnění v poli analýzy cementobetonových vozovek, ale je použitelné pro analýzu vozovek s asfaltem stmelеныmi vrstvami. Burmisterovo řešení lze považovat za vylepšení dříve odvozených řešení, jako je to od Boussinesqua:

$$w = \frac{1,5pa}{E_s} \quad (2.1)$$

kde w [m] je svislý posun, p [MPa] je tlak, a [m] je poloměr zatěžovací plochy a E_s [MPa] je elastický modul, Poissonův součinitel $\nu = 0,5$. Burmister vlastně rozšířil toto řešení pro dvou vrstevný podkladní systém, opět s předpokladem, že Poissonův součinitel $\nu = 0,5$:

$$w = \frac{1,5pa}{E_s} F_w \left[\frac{h}{a}, \frac{E}{E_s} \right] \quad (2.2)$$

kde w [m] je svislý posun, p [MPa] je tlak, a [m] je poloměr zatěžovací plochy, h [m] je tloušťka desky, E_s [MPa] je elastický modul a E [MPa] je modul "zhotovené" vrstvy. Burmister tedy zavádí dva bezrozměrné parametry $\frac{h}{a}$ a $\frac{E}{E_s}$. Naproti tomu Westergaard zavádí pro stejný problém pouze jeden bezrozměrný parametr $\frac{a}{l}$:

$$w = \frac{1,5pa}{E_s} F_w \left[\frac{a}{l} \right] \quad (2.3)$$

$$l = \sqrt[4]{\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)k}} \quad (2.4)$$

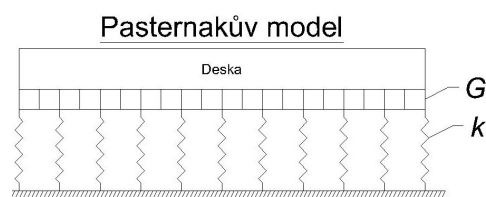
2.3 Numerická řešení

Po nástupu počítačů došlo k prudkému rozvoji metod analýzy ve všech inženýrských odvětvích, nejinak tomu bylo i na poli analýzy cementobetonových vozovek. První ze zásadních věcí je usnadnění maticových výpočtů a řešení složitých neurčitých integrálů numericky, problém na kterém doposud ztroskotalo mnoho průlomových teorií. Produktů vědeckého úsilí bylo opravdu mnoho, počínaje programy navazujícími na Burmisterovu teorii s použitím vícevrstevnatého podkladního systému, přes diskretizaci, metodu konečných diferencí a také tolik v současnosti populární metodu konečných prvků (MKP). V tomto období dochází k podrobnějšímu zkoumání Westergaardových omezujících předpokladů.

Zásadní postavou je profesor Huang z University of Kentucky, který se svými spolupracovníky vyvinul program pro analýzu CB vozovek pomocí MKP. [23] Sám autor ho nechal nepojmenovaný, ale v literatuře ho najdeme pod názvem KENWINK. [26] Tento program odstraňuje hned 3 z původních omezení Westergaardovy teorie: je možné uvažovat více jak jednu desku a také zatížení více jak jedním kolem, zároveň odstranil předpoklad nekonečné desky. Ve stejné době vyvinul Eberhardt z institutu CERL v Illinois [15] svůj taktéž nepojmenovaný kód, který je velice podobný, ale zaměřuje se na modelování vícevrstevnatého podkladního systému, přičemž s jednotlivými vrstevami pracuje jako s plně, částečně nebo nepodepřenými deskami. Nejznámější program využívající MKP, je ale ILLI-SLAB, jak název napovídá z University of Illinois z roku 1978 [44], který kombinuje oba předchozí programy a navíc zavádí možnost modelovat přenos zatížení mezi deskami pomocí zaklínění desek nebo kluzných trnů.

V otázce modelování teploty dochází také ke značnému rozvoji, především v předpokladu lineárního průběhu teplotního gradientu, který se jeví značně zjednodušený. Už před nástupem počítačových simulací se objevilo několik teorií v této problematice, ale bohužel značně nepřehledných. První zásadnější analýza nelineárního teplotního gradientu je až roku 1992 [14], kde je prezentován jasně krok po kroku přístup k problematice, teplotní gradient je modelován pomocí kvadratické funkce. Z výsledků vyplývá, že Westergaardův přístup s použitím lineárního teplotního gradientu je konzervativnější, tedy vede k nižším výsledným napětím, než s použitím kvadratického. Dalším poznatkem je to, že v noci je opravdu průběh opačný, ale skoro poloviční, Westergaardova teorie je opět začně konzervativní.

Další Westergaardův předpoklad je, že deska zůstává kontinuálně podepřená při zatížení teplotou. Naprosto zásadní je uvažovat skutečnou vlastní tíhu



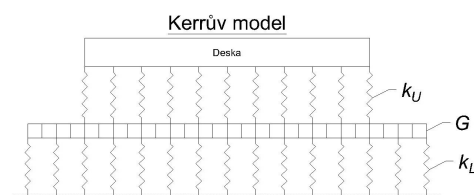
Obrázek 2.8: Pasternakův model

2.3.2 Zhemochkin-Sinitsyn-Shtaerman model

Navzdory svým mnohým výhodám Pasternakův model nemůže být použit k určení napětí v podkladním systému, jelikož vede k nekonečnému napětí v podkladním systému na styku deska-podklad. Tuto nevýhodu překonává model navržený Zhemochkinem a Sinitsynem [49], který využívá kombinace v sérii řazených pružin a kontinua. Tím se vyrovnává s problémem s nekonečným napětím, ale za cenu matice tuhosti, která je víceméně totožná s modely kontinua a nenabízí do důsledku žádné zjednodušení.

2.3.3 Kerrův model

Tento model navržený Kerrem (Obr.2.9) [30] zdokonaluje Pasternakův model přidáním dalšího parametru. Tento model sestává z dalších pružin, které se nacházejí na Pasternakově podloží. Z MKP úhlu pohledu vede tento model ke značně zjednodušené matici tuhosti a nepředvídá nekonečná napětí na styku deska-podklad. Tento model má však několik nevýhod jako určení tří parametrů místo dvou jako je to u Pasternakova modelu. Těmi jsou k_U , G a k_L , kde k_U a k_L jsou tuhosti horních a dolních pružin, G má stejný význam jako u Pasternakova modelu. Kerr nicméně ukázal, že je možné nastavit $k_U = 3k_L$ a tím zredukujeme jeden parametr s dostatečnou přesností. Poměr $\frac{k_U}{k_L}$ lze použít jako jakýsi kvalitativní ukazatel a lze ho použít pro porovnání s různými modely, pokud se tento poměr blíží k 0, blíží se model k modelu kontinua, pokud je poměr někde mezi 10 a 100 blíží se model k modelu Pasternakově.



Obrázek 2.9: Kerrův model

Návrhová úroveň porušení – Jsou uvedeny tři návrhové úrovně porušení D0, D1 a D2, které závisí na dopravním významu pozemní komunikace, očekávané třídě dopravního zatížení a dovolené ploše s konstrukčními poruchami. D0 je pro nejzásadnější pozemní komunikace (PK) s největším dopravním zatížením a s plochou s konstrukčními poruchami do 1%, D1 potom pro méně významné PK, atd.

Dopravní zatížení – Vyjadřuje se hodnotami charakteristik silničního provozu. Vyplývá tedy z počtu přejezdů těžkými nákladními vozidly a stanovuje i počet přejezdů za návrhové období 25 let.

Charakteristiky podloží vozovky – Podloží vozovky se rozděluje do tří tříd (PI, PII a PIII). Musí splňovat podmínky namrzavosti a musí být dosažen minimální modul přetvárnosti při daných podmínkách zhutnění, atd. Jsou zde uvedeny také návrhové moduly pružnosti.

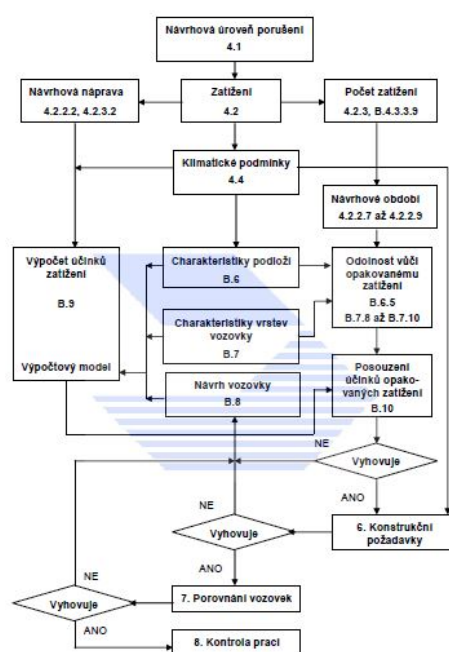
Klimatické podmínky – Vozovky uvedené v katalogových listech jsou navrženy s uvážením odolnosti proti účinkům mrazu, odolnost je třeba ověřit jen pro podloží PII a PIII při návrhové úrovni D0 a D1.

2.4.2 Část B, návrhová metoda

Návrhová metoda v TP170 zavádí pravidla návrhu a posouzení vozovek s detailní analýzou všech vnějších vlivů s využitím funkčních vlastností podloží vozovky a vrstev vozovek. Slouží k návrhu vozovek jiným kolovým zatížením nebo k optimalizaci návrhu vozovky. Návrhová metoda umožňuje zavádění nových vrstev (například technologie zaváděné v zahraničí) a konstrukčních uspořádání. Charakteristiky podloží vozovky a vrstev vozovky je možno stanovit laboratorním měřením použitých materiálů nebo polním měřením. Předpoklad jejího použití je podmíněn dostatečnou znalostí, zkušeností a vybaveností (výpočetní popřípadě laboratorní) uživatele. Další zásadní složkou této části TP170 je, že obsahuje materiálové parametry, které lze použít při numerických výpočtech. Je zde opět obsaženo schéma, jak postupovat při návrhu vozovky pomocí návrhové metody (Obr.2.11), je třeba říci, že postup je značně složitější než při použití katalogu vozovek.

Z hlediska cementobetonových vozovek je důležité, že obsahuje postup pro její analýzu, s ohledem na kolové i teplotní zatížení. Základní charakteristikou konstrukce je poloměr relativní tuhosti desky I , tedy stejná formulace, kterou zavedl Westergaard (2.4):

$$I = \sqrt[4]{\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)k}} \quad (2.6)$$



Obrázek 2.11: Schéma postupu návrhu vozovky podle návrhové metody

kde I [m] je poloměr relativní tuhosti desky, E [MPa] je modul pružnosti, ν [-] je Poissonův součinitel, h [m] je tloušťka desky, k [MN/m³] je modul reakce podloží.

Dále je zaveden předpoklad, že ohybový moment ve středu nekonečné desky na Winklerově podkladu se přibližně rovná modelu s lineárně pružným poloprostorem a zavádí se následující zjednodušení:

$$I = L \quad (2.7)$$

kde L [m] je poloměr relativní tuhosti desky podle modelu desky s Winklerovým podkladem a L [m] je pružná charakteristika desky podle modelu tuhé desky na lineárně pružném poloprostoru.

Pružná charakteristika desky je určena vztahem:

$$L = h^3 \sqrt{\frac{E(1 - \nu_p^2)}{6E_p(1 - \nu^2)}} \quad (2.8)$$

kde L [m] je pružná charakteristika desky, E [MPa] je modul pružnosti desky, E_p [MPa] je modul pružnosti podloží, ν [-] je Poissonův součinitel, ν_p [-] je Poissonův součinitel podloží, h [m] je tloušťka desky.

Pro výpočet je zde použit ekvivalentní modul tuhosti vrstevnatého podkladu E_p stanovený z podmínky rovnosti maximálních ohybových momentů v desce

na vrstevnatém podkladu a na náhradním pružném poloprostoru, z čehož vychází jeho řešení iteračně, jelikož je závislý, respektive náhradní poloměr zatěžovací plochy a je závislý na L , což je pružná charakteristika desky.

$$E_p = \frac{2qa(1 - \nu_p^2)}{w} \quad (2.9)$$

kde E_p [MPa] je modul pružnosti podloží, q [MPa] je dotykový tlak, a [m] je náhradní poloměr zatěžovací plochy, ν_p [-] je Poissonův součinitel podloží, w [m] je maximální průhyb vrstevnatého poloprostoru, představujícího vrstvy podkladního systému a podloží.

$$a = 1,2L \quad (2.10)$$

kde a [m] je náhradní poloměr zatěžovací plochy, L [m] je pružná charakteristika desky.

Po stanovení výše uvedených parametrů je možné přikročit k výpočtu ohybového momentu M a následnému stanovení tahového napětí σ v cementobetonové desce.

$$M = 0,335qI^2 \left(\frac{a_e}{I} - 0,042 \right) \quad (2.11)$$

kde M [MN] je ohybový moment na jednotku šířky průřezu, q [MPa] je dotykový tlak, I [m] je poloměr relativní tuhosti desky, a_e [m] je poloměr zatěžovací plochy ekvivalentního zatížení, který se určuje podle tabulky B.P2.1 v TP170 a je závislý poloměru relativní tuhosti desky I [m] a na tom jestli počítáme na podélné nebo příčné hraně desky.

$$\sigma = \frac{6M}{h^2} \quad (2.12)$$

kde σ [MPa] je tahové napětí v průřezu, M [MN] je kladný ohybový moment na jednotku šířky průřezu, h [m] je tloušťka desky.

Dále nám TP170 umožňuje stanovit tahové napětí od účinku teplotního namáhání, tento výpočet skýtá řadu omezení a příliš se neblíží reálnému napětí, které je dosaženo v desce. Pro výpočet se využije I_T , což je poloměr relativní tuhosti při teplotním namáhání a vychází se z následující rovnosti:

$$I_T = L_T \quad (2.13)$$

Kapitola 3

Metoda konečných prvků

V této kapitole krátce představíme Metodu konečných prvků (MKP), což je matematická iterační metoda, která primárně slouží k numerickému řešení diferenciálních parciálních rovnic. Její uplatnění je tam, kde už nám nestačí běžně využívané analyticky popsané postupy (pro cementobetonové vozovky viz. 2.2). Pokud jsou tedy diferenciální rovnice popisující pole posunů příliš složité nebo nevyřešitelné analyticky metodami, celý problém rozdělíme na velké množství malých částí, které nazýváme konečné prvky. Použijeme tzv. bázové funkce pro interpolaci a řešení neznámých uzlových hodnot. MKP nám výhodně umožní řešit problém se složitou geometrií, se složitým a různorodým zatížením a v neposlední řadě nám umožní sdružit problémy v různých odvětvích jako je mechanika, transportní problémy, ale i mnohé další. Má však i svoje nevýhody, všechna řešení, které obdržíme jsou přibližná a jejich přesnost závisí na počtu použitých prvků, jejich typu, druhu bázových funkcí, atd. Celé řešení je závislé také na zkušenosti uživatele, jak velké zvolí prvky, jaké použije okrajové podmínky, atp.[40] Pro výpočty v rámci této diplomové práce je využit výhradně software OOFEM, který je volně šiřitelný a je vyvíjen na Katedře mechaniky, Fakulty stavební ČVUT, jeho hlavním autorem je prof. Dr. Ing. Bořek Patzák. [38]

MKP vychází ze základní teorie popisu materiálu, především ze základních rovnic teorie pružnosti: geometrické rovnice, statické rovnice a fyzikální rovnice [16]. Pro popis stavu deformace tělesa se použijí geometrické rovnice, složky poměrné deformace jsou tři délkové $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ (3.1, 3.2 a 3.3) a tři poměrné úhlové deformace $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ (3.4, 3.5 a 3.6) a rovnice vypadají následovně:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.3)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.4)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.5)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3.6)$$

Geometrické rovnice tedy popisují vztah mezi složkami posunutí a deformace, ε_x je poměrné přetvoření ve směru x v závislosti na posunu u ve stejném směru a γ_{xy} je úhlové přetvoření v rovině xy atd. Pro popis stavu napětí se použijí tzv. Cauchyho statické rovnice (3.7, 3.8 a 3.9), kde musí být v rovnováze vnitřní a vnější síly:

$$x : \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0 \quad (3.7)$$

$$y : \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y = 0 \quad (3.8)$$

$$z : \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + Z = 0 \quad (3.9)$$

kde například v rovnici 3.7 máme rovnováhu ve směru osy x , tedy vnitřní síly: normálové napětí σ_x a smyková napětí τ_{yx} a τ_{zx} musejí být v rovnováze s vnějšími silami X . Zároveň nám platí věta o vzájemnosti smykových napětí, která vychází z momentové rovnováhy kolem os x, y, z :

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} \quad (3.10)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} \quad (3.11)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (3.12)$$

tedy smyková napětí ve dvou vzájemně kolmých rovinách jsou stejně velká a obě směřují k průsečnici obou rovin nebo od ní. Fyzikální rovnice nám vyjadřují vztah mezi složkami napětí a deformace, jako jediné obsahují materiálové konstanty a vycházejí z Hookova zákona:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z)] + \alpha \Delta T \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z)] + \alpha \Delta T \quad (3.14)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] + \alpha\Delta T \quad (3.15)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (3.16)$$

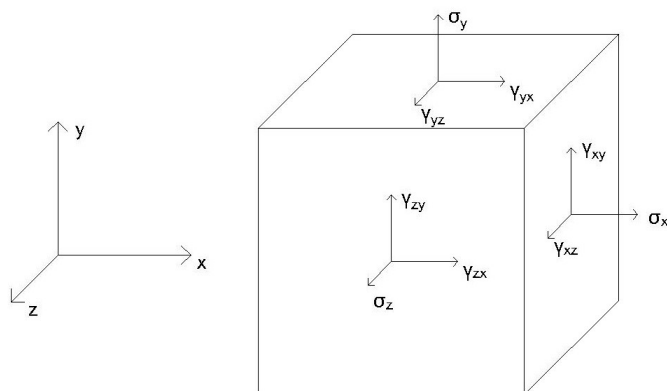
$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} \quad (3.17)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad (3.18)$$

kde jsou do souvislosti uvedeny dříve uvedené veličiny a materiálové parametry jsou modul pružnosti podle Younga E a modul pružnosti ve smyku G podle 3.19. Pokud nám působí kombinace normálových a smykových napětí může nás v jistých případech zajímat hodnota hlavních napětí. K tomu lze dojít z geometrických úvah pomocí tzv. Mohrových kružnic nebo je určit jako vlastní čísla matice σ (3.20), zároveň platí samozřejmě 3.10, 3.11 a 3.12.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.19)$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (3.20)$$



Obrázek 3.1: Reprezentativní objemový prvek s použitou konvencí a symboly

Pro popis chování našeho systému v MKP se používá maticový zápis. Zavádíme takzvané strukturní matice. Strukturní matice nám popisuje spolupůsobení vnějších sil a posunů v jednotlivých uzlech. Tato matice obsahuje informace o geometrii, materiálových parametrech, které určují odolnost prvků proti deformaci, pokud jsou vystaveny zatížení. Známe dva různé druhy strukturních matic: Matici tuhosti a transformační matici. MKP pro statické úlohy řeší rovnici:

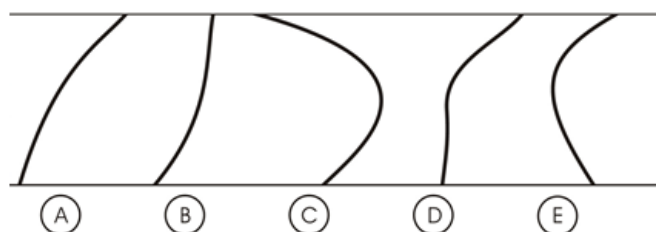
$$\mathbf{K}\mathbf{r} = \mathbf{F} \quad (3.21)$$

kde \mathbf{F} je vektor vnějšího zatížení, \mathbf{K} je matice tuhosti a \mathbf{r} je vektor posunů. Geometrický prvek (prut, deska, těleso) je tedy rozdělen na konečný počet

prvků (sít prvků) a hledáme řešení 3.21 pomocí kombinace bázových funkcí. Řešení musí splňovat rovnice rovnováhy, geometrické rovnice a fyzikální (konstitutivní) rovnice. MKP využívá tzv. slabé formulace, tedy přibližného řešení problému, které umožňuje dostatečně flexibilní numerické řešení. Přesnost našeho řešení závisí na volbě bázových funkcí, pokud náš výsledek bude lineární a použijeme lineární bázové funkce získáme silné nebo-li přesné řešení problému. V reálných problémech je ale řešení popsatečné polynomy n -tého řádu a my využijeme běžně maximálně kvadratické bázové funkce, dostáváme tedy slabé nebo-li přibližné řešení problému.

3.1 Modelování teploty

Beton je ve své podstatě křehký materiál, jehož tahová pevnost dosahuje přibližně 10 % té tlakové, při krátkodobém zatížení je poměrné přetvoření v tahu potřebné k porušení dosaženo při teplotním výkyvu přibližně 8-10 °C. Napětí od teploty úzce souvisí s typem konstrukce, počasím, zvoleným postupem výstavby, materiálovými vlastnostmi betonu a následným používáním konstrukce. [11] V současné době se pro zjednodušení používají při analýze vozovek lineární gradienty, ale je patrné, že to je značné zjednodušení (Obr.3.2).



Obrázek 3.2: Různé teplotní gradienty po tloušťce CB desky, v době krátce po betonáži [18]

Co se týče použitého výpočetního modelu pro úlohu vedení tepla, bude uvažován nestacionární nelineární model implementovaný v programu OO-FEM. [38] V následující pasáži bude demonstrována teorie za nestacionárními transportními modely.

Pokud bychom uvažovali transportní model lineární, slabá formulace diferenciálních parciálních rovnic pro difúzní problémy bude vypadat takto:

$$\mathbf{K}\mathbf{r} + \mathbf{C}\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F} \quad (3.22)$$

kde \mathbf{K} je matice vodivosti (nesymetrická), \mathbf{C} je matice kapacity, vektor \mathbf{F} obsahuje příspěvky od vnějších a vnitřních zdrojů. \mathbf{r} je vektor neznámých, v

tomto případě je to teplota, ale může to být i něco jiného jako je například vlhkost.

Předpokládáme, že známe řešení v čase t a časový příspěvek je Δt .

$$\tau = t + \alpha \Delta t \quad (3.23)$$

$$\mathbf{r}_\tau = (1 - \alpha)\mathbf{r}_t + \alpha\mathbf{r}_{t+\Delta t} \quad (3.24)$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{1}{\Delta t}(\mathbf{r}_{t+\Delta t} - \mathbf{r}_t) \quad (3.25)$$

$$\mathbf{F}_\tau = (1 - \alpha)\mathbf{F}_t + \alpha\mathbf{F}_{t+\Delta t} \quad (3.26)$$

α je parametr, který závisí na tom jestli použijeme implicitní nebo explicitní integrační schéma. Pokud řešíme rovnici (3.22) v čase τ a dosadíme-li (3.24), (3.25) a (3.26) obdržíme:

$$\left[\alpha \mathbf{K} + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{C} \right] \mathbf{r}_{t+\Delta t} = \left[(\alpha - 1) \mathbf{K} + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{C} \right] \mathbf{e}_t + (1 - \alpha) \mathbf{F}_t + \alpha \mathbf{F}_{t+\Delta t} \quad (3.27)$$

Pro nelineární model vypadá základní rovnice následovně:

$$\mathbf{K}(\mathbf{r})\mathbf{r} + \mathbf{C}(\mathbf{r})\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{r}) \quad (3.28)$$

z toho je jasně patrné, že všechny matice jsou závislé na vektoru neznámých \mathbf{r} . Rozepsání rovnice je velice podobné a nebude proto demonstrováno. Okrajové podmínky budou použity Dirichletovské, tedy předepsaná teplota pomocí goniometrických funkcí pro modelování teploty okolního vzduchu a poté okrajová podmínka radiace od slunce, která se bude řídit Stefan-Boltzmannovým zákonem. Je zde také zahrnut model hydratace cementu [45]. Samotný model přestupu tepla potom řeší rovnici:

$$-\nabla^T q(x) + \mathbf{Q}(x, t) = \rho(x)c_v(x) \frac{\partial \mathbf{T}(x, t)}{\partial t} \quad (3.29)$$

kde \mathbf{Q} je teplo od hydratace cementu a \mathbf{T} je teplotní pole. Materiálové parametry, jako je měrná tepelná kapacita a vodivost musejí být definovány. Další podstatný jev, který je třeba zahrnout je Fourierův zákon, který popisuje tepelný tok:

$$q(x) = -\lambda(x)\nabla T(x) \quad (3.30)$$

Počáteční podmínky se použijí pro stanovení počáteční teploty betonu, tedy teplota betonu v $t = 0$:

$$T(x, 0) = \bar{T}(x, 0) \quad (3.31)$$

Dirichletovské okrajové podmínky, pomocí kterých předepíšeme teplotu na okrajích desky, která může být vyjádřena konstantní funkcí nebo libovolnou

jinou funkcí v libovolném čase nebo na časovém intervalu. Takto můžeme vyjádřit zatížení pomocí teploty vzduchu:

$$T(x, t) = \bar{T}(x, t) \quad (3.32)$$

Neumannovy okrajové podmínky pomocí kterých nastavujeme předepsaný tepelný tok na hranici desky:

$$n(x)^T q(x, t) = \bar{q}(x, t) \quad (3.33)$$

Cauchyho okrajové podmínky - Newtonův zákon, nebo-li šíření tepla prouděním slouží k nastavení proudění tepla mezi jednotlivými vrstvami, tj. mezi betonem a podkladním systémem.

$$n(x)^T q(x) = h(x)(T(x) - T_\infty) \quad (3.34)$$

Cauchyho okrajové podmínky - Stefan-Boltzmannův zákon, kterým lze popsat radiace od slunce, jinými slovy oslunění:

$$n(x)^T q(x) = \varepsilon(x)\sigma(x)(T^4(x) - T_\infty^4) \quad (3.35)$$

$\varepsilon(x)$ je záření v rozsahu $\langle 0, 1 \rangle$, pro beton při 40°C $\varepsilon(x) = 0,94$ a konstanta $\sigma(x) = 5,67 \cdot 10^{-8} [\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}]$

3.2 Modelování vlhkosti

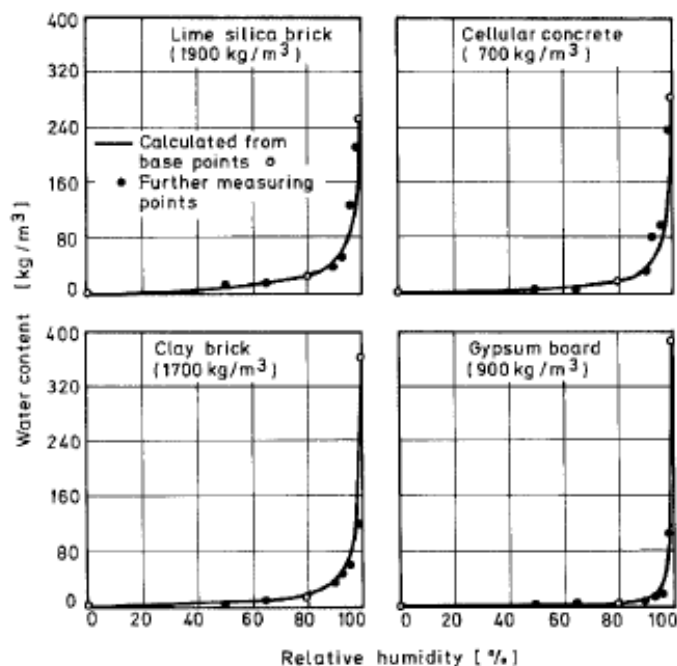
Problematika modelování transportu vlhkosti je relativně složitá a záleží zde na výběru dvou zásadních parametrů a to na výběru sorpční izotermy (poměr mezi relativní vlhkostí h a obsahem vody w) a poté na funkci propustnosti. Možností je velké množství, jediným omezením je, které z těchto problémů jsou implementovány v použitém softwaru. Zde tedy budou představeny pouze možnosti, které nám nabízí OOFEM [38].

První možností je použití izotropního (stejně vlastnosti ve všech směrech) lineárního materiálu pro transport vlhkosti, který je popsán lineární difúzní rovnicí:

$$k \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot (c \nabla h) \quad (3.36)$$

kde h [-] je relativní pórová vlhkost v rozmezí $\langle 0, 1 \rangle$, k [kg/m^3] je vlhkostní kapacita a c [$\text{kg}/\text{m} \cdot \text{s}$] je vlhkostní propustnost.

Další možnost, kterou nám OOFEM nabízí je izotropní model pro transport vlhkosti založený na teorii Bažant-Najjar, toto je specifický model pro



Obrázek 3.3: Příklady sorpčních izoterm u různých materiálů [31]

nelineární transport vlhkosti v cementových materiálech [8]. Řídící rovnice vypadá následovně:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot (C(h)\nabla h) \quad (3.37)$$

kde h [-] je relativní pórová vlhkost a $C(h)$ [mm^2/den] difuzivita závislá na vlhkosti, vycházející z rovnice 3.38. Tato rovnice platí pouze za předpokladu, že sklon sorpční izotermy je lineární a tím pádem vlhkostní kapacita je konstantní

$$C(h) = C_1 \left(\alpha_0 + \frac{1 - \alpha_0}{1 + \left(\frac{1-h}{1-h_c}\right)^n} \right) \quad (3.38)$$

kde C_1 [mm^2/den] je difuzivita při saturaci (pro beton $C_1 \approx 30\text{mm}^2/\text{den}$), koeficient α_0 [-] je poměr difuzivity při nízké vlhkosti k difuzivitě při saturaci (typicky $\alpha_0 \approx 0,05$), h_c [-] je vlhkost na střední hodnotě mezi nízkou vlhkostí a saturací ($h_c \approx 0,8$) a koeficient n [-], určuje rychlost přechodu mezi nízkou a vysokou difuzivitou ($n \approx 12$ znamená rychlý přechod mezi difuzivitami).

Poslední variantou je použití nejobecnějšího materiálového modelu, který je na rozdíl od předchozích nelineární izotropní, který je založený na nelineární sorpční izotermě a na vlhkostně závislé vlhkostní propustnosti, řídicí rovnicí je:

$$k(h)\frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot (c(h)\nabla h) \quad (3.39)$$

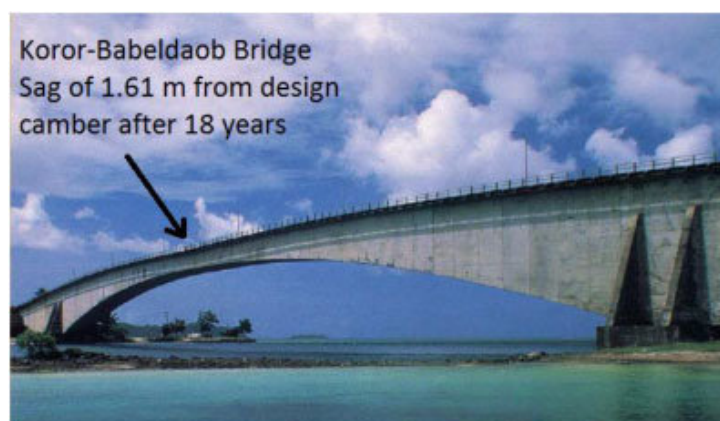
1. **Po částech lineární propustnost**, lomená funkce, kde každé příslušné hodnotě relativní vlhkosti musíme přiřadit odpovídající obsah vody.
2. **Propustnost podle modelu Bažant - Najjar**, která vychází z funkce 3.37, akorát je upravený parametr C_1 [kg/m·s] ve funkci 3.38, který reprezentuje vlhkostní propustnost při plné saturaci.
3. **Propustnost podle Xi a kol.**, vychází z funkce:

$$c(h) = \alpha_h + \beta_h \left[1 - 2^{-10\gamma_h^{(h-1)}} \right] \quad (3.44)$$

kde parametry α_h [-], β_h [-] a γ_h [-] jsou odvozeny z různých rovnic a pokud použijeme model pro jiné materiály, než pro které byla provedena původní kalibrace, můžeme získat propustnost jejíž hodnota postrádá fyzikální význam, je totiž záporná.

3.3 Dotvarování a smršťování

Beton je složitý materiál, který má proměnné chování v čase. Nejzásadnější časově závislé přetvárné charakteristiky betonu jsou dotvarování a smršťování. Tyto jevy jsou dobře známy už mnoho let, ale stále probíhá v této oblasti rozsáhlý výzkum a nelze říct, že lze tyto jevy s jistotou při návrhu předpovědět. V rámci problematiky cementobetonových vozovek nás zajímají především objemové změny, které v betonu nastávají a samozřejmě vznik trhlin, jakožto jeden z nejčastějších poruchových mechanismů, který se objevuje. Dotvarování je provázáno především velkým nárůstem deformace v čase od stálého zatížení, známé jsou i takové případy, kdy svislá deformace dosáhla desítek centimetrů, učebnicovým příkladem je most v Palau [24]. Známé jsou i případy v Čechách.



Obrázek 3.4: Deformace mostu i vlivem dotvarování dosáhla v Palau před kolapsem 1,61 m [24]

Změna deformace u betonových vozovek může být zapříčiněna třemi různými mechanismy podle způsobu namáhání. První způsob je deformace vyvolaná vnějším zatížením, potom máme různé formy smrštění betonu a za třetí teplotní změny. U složitějších konstrukcí než jsou vozovky se často provádí predikce přetvárných pochodů, pomocí modelů vycházejících z archivních dat nebo z experimentálních měření.

3.3.1 Dotvarování

Pokud zatížíme betonový prvek silovým zatížením dochází k okamžité pružné deformaci, která po odtížení opět zmizí. Pokud však zatížení bude působit stále dál, tak se nám deformace bude stále zvětšovat, aniž bychom zatížení zvětšili. Rychlost deformace se postupně pochopitelně snižuje, ale k úplnému zastavení nárůstu dojde v řádu několika desítek let. Tento jev se nazývá dotvarování a doprovází všechny materiály založené na hydrataci cementu. Pokud vyjdeme ze základního podkladu, který máme jako technici k dispozici pro navrhování betonových konstrukcí, tedy Eurokódu 2 [6], tak získáme následující vztah pro výpočet poměrného přetvoření:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varphi(t, t_0) \frac{\sigma_c}{E_{c,eff}} \quad (3.45)$$

kde $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ [-] je poměrné přetvoření od dotvarování, závislé na čase t a čase vnesení zatížení t_0 , $\varphi(t, t_0)$ je součinitel dotvarování, σ_c [MPa] je tlakové napětí a $E_{c,eff}$ [MPa]¹ je efektivní modul pružnosti betonu.

V současnosti se, ale pomalu začíná v pokročilejších metodách přecházet na výpočty pomocí funkce poddajnosti $J(t, t')$, kde t' je čas vnesení zatížení. Tato formulace nám usnadňuje práci, vzhledem k tomu, že k výpočtu poměrného přetvoření nepotřebujeme znalost modulu pružnosti proměnného v čase, na rozdíl od rovnice 3.45. Vychází z využití viskoelastického materiálového popisu a odvozuje se z daného reologického modelu. Pro výpočet poměrného přetvoření poté použijeme:

$$\varepsilon(t) = J(t, t')\sigma \quad (3.46)$$

kde $\varepsilon(t)$ [-] je poměrné přetvoření v čase t , $J(t, t')$ [1/MPa] je funkce poddajnosti a σ [MPa] je jednoosé napětí. Zásadní rozdíl mezi rovnicemi 3.45 a 3.46 je ta, že druhá zmíněná rovnice v sobě zahrnuje i elastickou deformaci, jejich vzájemný vztah je tedy:

$$J(t, t') = \frac{1}{E(t, t')}(\varepsilon(t, t') + 1) \quad (3.47)$$

¹Modul pružnosti se v tomto případě používá různý, závisí co posuzujeme, nejobecněji by se dal použít $E(t)$, jakožto časově závislý modul pružnosti, zajímá nás především jeho hodnota v čase vnesení zatížení.

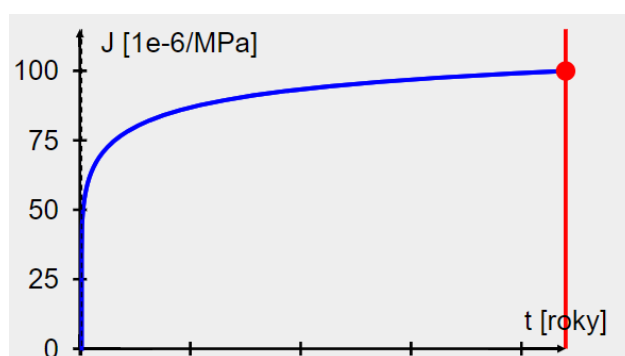
kde $J(t, t')$ [1/MPa] je funkce poddajnosti, $E(t')$ je modul pružnosti v čase vnesení zatížení a $\varepsilon(t, t')$ je součinitel dotvarování v čase vnesení zatížení. Je velké množství parametrů, které ovlivňují dotvarování betonu, můžeme vyjít z obecně uznávaného modelu B3 [7], který je mimo jiné implementován i v programu OOFEM, který jako vstup používá tyto parametry:

- Složení betonové směsi a pevnost betonu
 - Množství cementu c [kg/m³]
 - Množství kameniva a [kg/m³]
 - Množství vody w [kg/m³]
 - Typ cementu a_1
 - Pevnost betonu v tlaku po 28 dnech f_c [MPa]
- Geometrie průřezu
 - Průřezová plocha v [mm²]
 - Obvod průřezu s [mm]
 - Součinitel tvaru průřezu k_s
- Vlhkost a ošetřování betonu
 - Doba ošetřování t_0
 - Průměrná vlhkost prostředí h [%]
 - Součinitel podmínek ošetřování a_2
- Čas vnesení zatížení t'
- Čas, ve kterém nás zajímá výsledek t

Při zadání těchto parametrů můžeme zjistit hodnotu poddajnosti v daném čase $J(t, t')$, popřípadě poměrné přetvoření $\varepsilon(t, t')$, průběh funkce poddajnosti v čase může vypadat následně (Obr.3.5).

Model B3 má svoje nedostatky, ale je obecně uznávaný jako jeden z nejlepších modelů pro předpověď dotvarování a smrštění, byl vyvinut týmem vědců okolo Prof. Bažanta². V rámci [7] je uvedeno rozdělení konstrukcí do pěti kategorií s doporučením, kdy je třeba provádět podrobnější analýzu

²Prof. Ing. Zdeněk P. Bažant je jedním z nejuznávanějších vědců v oblasti mechaniky, zabývá se především dotvarováním a smrštěním betonu, dal by se označit za jednoho z nejúspěšnějších absolventů Fakulty stavební ČVUT. V současné době působí na Northwestern University, mimo jiné je autorem modelů B3 a B4 pro dotvarování a smrštění betonu.

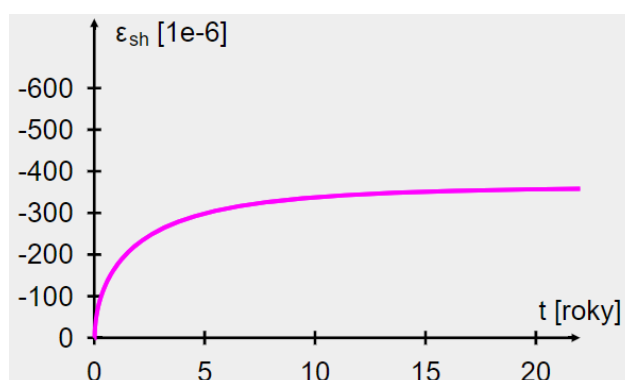


Obrázek 3.5: Příklad průběhu funkce poddažnosti $J(t, t')$ (vytvořeno pomocí online nástroje od J. Stránského, dostupné z: <https://mech.fsv.cvut.cz/stransky/cs/intermech/modelB3/>)

dotvarování. Model B3 umožňuje použití pouze cementů portlandského typu. Pro výpočet poměrného přetvoření se použijí následující příspěvky:

$$\varepsilon(t) = J(t, t')\sigma + \varepsilon_{sh}(t) + \alpha\Delta T(t) \quad (3.48)$$

kde, $\varepsilon(t)$ [-] je celkové poměrní přetvoření proměnné v čase, $J(t, t')$ [1/MPa] je funkce poddažnosti, σ [MPa] je jednoosé napětí, $\varepsilon_{sh}(t)$ [-] je poměrné přetvoření od smrštění (Obr.3.6), α [1/K] je součinitel teplotní roztažnosti a $\Delta T(t)$ [K] je změna teploty. Dalšími modely, které je možné použít pro výpočet dotvarování je model B4 [42], Model Code 2010 (fib) [17], Norma ACI 209.2R-08 [5] nebo již zmíněný Eurokód 2[6].



Obrázek 3.6: Příklad průběhu poměrného přetvoření od smrštění ε_{sh} podle modelu B3 (vytvořeno pomocí online nástroje od J. Stránského, dostupné z: <https://mech.fsv.cvut.cz/stransky/cs/intermech/modelB3/>)

3.3.2 Smršťování

Při jevu běžně nazývaném jako smršťování, dochází v betonu k objemovým změnám a může dojít i k tvarové deformaci konstrukce. Tento jev je provázen

vznikem trhlin, tyto trhliny vznikají, pokud nedochází k volné deformaci, tedy je jí bráněno například způsobem uložení (u vozovek například nedoprasknutí smršťovacích spár), ale na úrovni materiálu jim nelze v současné době zabránit, jak bylo popsáno výše a literatura naznačuje, samotný materiál v mikro měřítku má významně větší pevnosti [36]. Tvarové změny nastávají pouze pokud je vysychání nerovnoměrné, nebo pokud jsou jednotlivé strany vystaveny různě okolní vlhkosti, což je i problém vozovek.

Smršťování je proces nezávislý na okolním zatížení, jak již napovídá rovnice 3.48. Jeho velikost, rychlost i průběh jsou ovlivněny faktory jako je relativní vlhkost okolního prostředí, rozměr konstrukce a nejzásadnější je složení betonové směsi a podíly jeho složek (cementu, vody a kameniva), především volba typu cementu a poměr cementu k vodě. Je možné smrštění rozdělit na dvě základní samostatné složky, smrštění autogenní a smrštění od vysychání, v literatuře lze však najít i další rozdělení.

Autogenní smrštění je jev, který je způsoben změnou objemu cementové pasty, který nastává vlivem hydratace cementu. V cementové pastě dosahuje toto smrštění až 10% jejího objemu, neprojeví se to však v plné míře u betonu, jelikož zrna kameniva tento jev částečně zachytí [35]. Toto smrštění je zásadní především u betonů s nízkým vodním součinitelem, mezi které lze jistě řadit i beton vozovkový. Ovlivňujícím faktorem je také hrubost mletí cementu, což naznačuje [1]. Zde lze také nalézt jeden z největších nedostatků modelu B3, který tento jev bohužel zanedbává.

Smršťování od vysychání je největší složkou celkového smrštění. Je zapříčiněn transportem vlhkosti na úrovni cementové malty do okolního prostředí. Tím vzniká v průřezu kapilární napětí a tahové napětí ve vysychající části betonového prvku. Když toto napětí dosáhne velikosti tahové pevnosti betonu (nesmíme opomenout fakt, že v tuto chvíli, tedy krátce po realizaci, nejsou tahové pevnosti příliš velké) a vzniká síť trhlin, u vozovek tolik mediálně známé mikrotrhliny. Tento typ smršťování lze ovlivňovat druhem a délkou ošetřování betonové směsi, což vede u vozovek ke značné náchylnosti na lidský faktor. Celkové smrštění je kombinací obou těchto fenoménů, které jsou však na sobě závislé a nelze uplatnit princip superpozice [9].



Část II

Praktická část

Kapitola 4

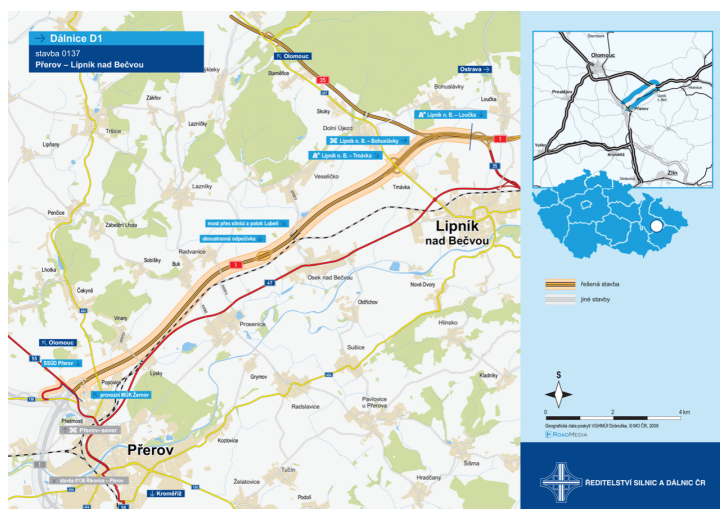
Motivace práce

V rámci praktické části této práce je vytvořeno několik numerických modelů CB desek. Tyto modely navazují na výzkumný projekt ŘSD ČR ISPROFIN 500 115 0001 s názvem “Ověření nové receptury betonu pro CBK”, který si kladl za hlavní cíle ověřit nové možnosti použití receptur pro betonové vozovky v rámci výstavby dálniční sítě u nás. Tyto receptury měli být navrženy tak, aby docházelo k menšímu vývinu hydratačního tepla a tím se zpomalil proces hydratace cementu. Snahou je co nejvíce eliminovat trhliny vzniklé objemovými změnami v betonu, především smršťováním (více v části 3.3.2). [1]

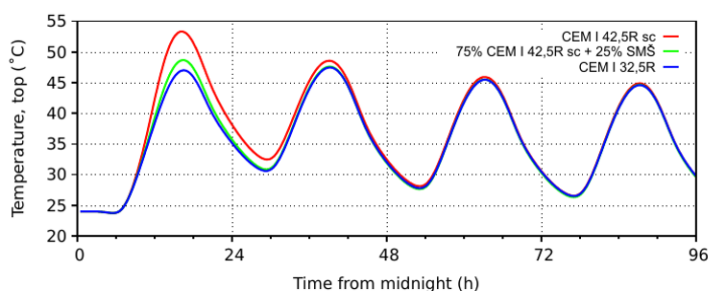
V rámci tohoto výzkumného projektu proběhly laboratorní testy a ověření nových receptur. Byl schválen a vybudován pilotní zkušební úsek s použitím nových receptur v úseku nově zbudovaném úseku dálnice D1-137 Přerov - Lipník nad Bečvou (viz Obr. 4.1), na kterém byl instalován dlouhodobý monitoring, instalace a vyhodnocení se autor aktivně účastnil a stále účastní.

Část tohoto úseku byla zhotovena s použitím běžně použité receptury betonu s cementem CEM I a část byla zhotovena s inovativní recepturou s použitím 75% CEM I a 25 % strusky, tato směs vykazuje nižší vývoj hydratačního tepla, jak už bylo dříve ukázáno (Obr. 4.2) [29]. V rámci numerického modelování zde také byla diskutována možnost snížení vývoje hydratačního tepla, vzhledem k času kdy začíná betonáž (Obr. 4.3).

Dlouhodobý monitoring byl na pilotním úseku navržen pro jednu desku CB krytu v pravém jízdním pruhu. Tato deska je z realizačních důvodů druhá za pracovní spárou. Půdorysné rozměry této desky jsou 5,0 m v délce a 3,75



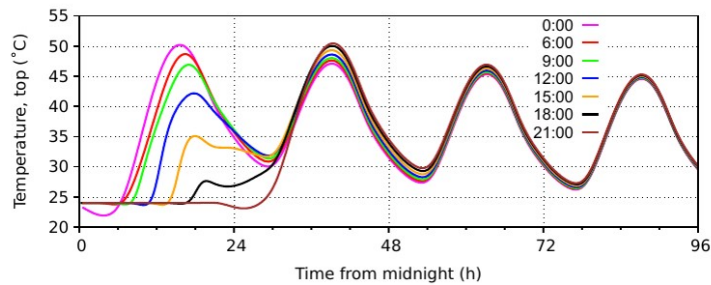
Obrázek 4.1: Úsek D1-137 Přerov - Lipník nad Bečvou (dostupné z <https://www.mdcz.cz/Media/Media-a-tiskove-zpravy/Dalnice-D1-se-prodlouzi-o-14-kilometru-Otevira-se>)



Obrázek 4.2: Porovnání kinetiky cementu při použití různých cementových směsí [29]

m v šířce, tloušťka desky je 0,28 m, což lze označit za standartní rozměry. Pokládka CB vozovky proběhla 9.8.2018, předcházela jí příprava monitoringu. Předpokládá se, že monitoring bude probíhat po několik dalších let. V desce bylo umístěno celkem 6 měřících míst s celkovým počtem 18 strunových tenzometrů a 18 snímačů teploty, na každém měřícím místě jsou umístěny vždy ve třech výškových úrovních (Obr. 4.4). Zároveň byla osazena čidla na měření oslunění a teploty vzduchu na stožáru za protihlukovou stěnou.

Samotná pokládka na tomto úseku dálnice probíhala jako dvouvrstvá se sestavou finišerů s posuvnými bočnicemi. Čidla byla ukryta v plastových "hrncích", které se nacházeli na horní vrstvě podkladního systému. V nich byla složena rozložená čidla, přívodní kabely byly uschovány v podkladní vrstvě a vyvedeny do ústředny, která má za úkol data posílat ke zpracování v nastavených časových intervalech. Po přejezdu prvního finišeru a položení první vrstvy betonu v tloušťce 230 mm, byly "hrnce" odkryty a demontovány. Bylo zajištěno výškové uspořádání čidel a beton v jejich okolí byl doplněn a



Obrázek 4.3: Porovnání kinetiky cementu při různých počátcích betonáže [29]



Obrázek 4.4: Pohled na dva měřící body během betonáže zkušebního úseku

zavibrován pomocí ponorných vibrátorů. Následně proběhl přejezd druhého finišeru, který položil horní vrstvu betonu v tloušťce 50 mm. Poté proběhlo běžné ošetření povrchu postříkem. Po několika hodinách proběhlo řezání spár a úprava povrchu vymetáním, zde je dobré podotknout, že spáry jsou vyztuženy kluznými trny a čidla se nacházejí v takové pozici, aby byly co nejméně ovlivněny jejich působením a navíc nedošlo k jejich poškození při realizaci spár.

V rámci této diplomové práce je ukázána interpretace některých dalších fenoménů, které CB vozovky doprovázejí. Jsou podrobně představeny modely a jejich kalibrace. Je také doplněn model vedení vlhkosti, který autor vytvořil v rámci spolupráce na studentském grantu SGS20/046/OHK1/1T/11 na ČVUT v Praze. V rámci, kterého probíhají experimenty na měření odparu vody z betonu. V budoucnu bude model vlhkosti sdružen s modely vedení teploty a vlhkosti, bude nahrazen elastický materiál a kalkulováno se smršťováním. Předpokládá se integrace lomové mechaniky a rekonstrukce vzniku smršťovacích trhlin.

Kapitola 5

Mechanický model

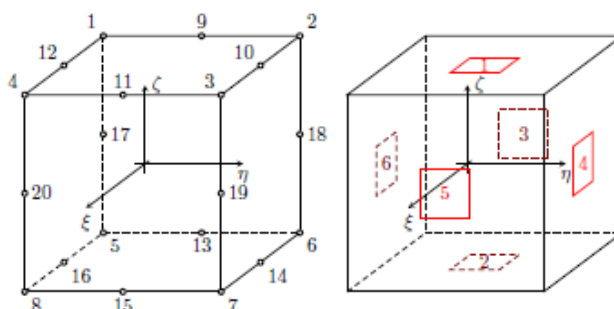
Mechanický model je vytvořen ve výpočtovém balíčku programu OOFEM [38]. Je použitý statický strukturní řešič (StaticStructural), který je možné použít k řešení statických lineárních i nelineárních strukturních problémů. Podporuje proměnné okrajové podmínky, jak statické zatížení, změnu podpor a odezvu od teplotního zatížení. Nejsou zde podporovány zatěžovací stavy v rámci jednoho kroku, ale je možné například měnit velikost zatížení v závislosti na nějaké řídicí funkci, například cyklické zatížení popsané goniometrickými funkcemi a to lze rozložit do několika kroků.

5.1 Vytvoření mechanického modelu

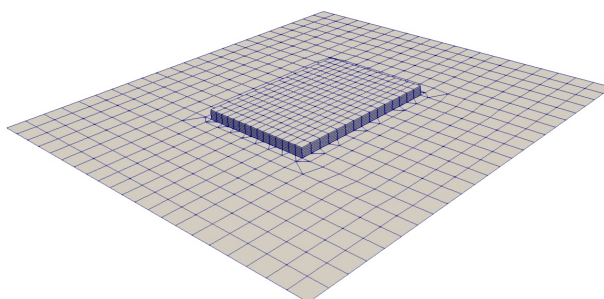
Jsou nastaveny parametry modelu, jako je požadovaná přesnost výpočtu. Konvergence je dosaženo, pokud změna výsledku mezi jednotlivými iteracemi nepřesáhne 10^{-4} . Minimální počet iterací v každém kroku je 5, to je důležité kvůli tomu, že se může objevit tzv. falešná konvergence, kdy jsou splněny konvergenční požadavky, ale výsledek může postrádat fyzikální smysl. Ze stejného důvodu je po každé páté iteraci vynuceno nové sestavení matice tuhosti. Zároveň je omezen maximální počet iterací tak, aby byl v případě, že nedojde ke konvergenci, výpočet ukončen a iterace neprobíhala do nekonečna.

Sít prvků je vytvořena v externím generátoru sítě Salome (Obr. 5.2). Pro CB kryt jsou použity prvky QSpace, což jsou 3D prvky s aproximací pomocí kvadratických bázových funkcí. Každý tento prvek má 20 uzlů se třemi stupni

volnosti. Uzly se nacházejí v rozích prvků a také ve středu každé hrany (Obr.5.1). Použití prvků s lineární aproximací by snížilo výpočtový čas, ale došlo by ke značné nepřesnosti, vzhledem k předpokládané značné nelinearitě výpočtu. Naopak bazové funkce vyššího řádu se pro výpočty příliš nepoužívají, jelikož značně roste počet uzlů a tím stupňů volnosti. Celkem je vozovkový kryt složen z 1350 těchto prvků, přičemž půdorysně je 15x15 prvků a 6 prvků po výšce desky. Rozměr jednoho prvku je tedy 0,333 x 0,25 x 0,0467 m. Jemnost sítě byla volena s ohledem na požadovanou přesnost výpočtu, ale také na výpočtový čas.



Obrázek 5.1: Prostorový prvek Qspace s kvadratickou aproximací



Obrázek 5.2: Geometrie mechanického modelu, vytvořená v generátoru Salome

Podkladní systém pod CB vozovkou je popsán pomocí 2D prvků, opět s kvadratickou aproximací. Jsou zde použity obdélníkové i trojúhelníkové prvky, jak je patrné na Obr.5.2. Obdélníkové prvky Quad2plateSubsoil mají 8 uzlů, 4 v rozích a 4 ve středu hran, každý s 3 stupni volnosti. Trojúhelníkové prvky Tria2PlateSubsoil mají analogicky 6 uzlů, z toho 3 v rozích a 3 ve středu desky. Důležité je zdůraznit, že prvky pod deskou jsou půdorysně stejné jako jsou použity u desky samotné. Počet použitých prvků je 712, s různými půdorysními rozměry. Důvod volby 2D prvků pro podkladní systém je uveden níže. Podkladní systém je půdorysně modelován výrazně větší než je deska, z důvodu správného podepření desky a potenciálního zkreslení výsledků

Interakci CB krytu a podkladního systému zajišťují 1D IntELPoint prvky, které propojují všechny uzly na spodní ploše desky s příslušným uzlem ve stejné půdorysné poloze na podkladním systému. Jsou tedy použity uzly vytvořené pro výše popsané systémy, každý uzel tedy má 3 stupně volnosti. Celkový počet těchto prvků je 735. Celý model potom obsahuje 8880 uzlů, což je 26640 stupňů volnosti.

Materiál modelu je uvažován pro všechny jeho součásti elastický, pro beton je to Isole, tedy lineární izotropní elastický materiál. Betonová vozovka má materiálové parametry, které jsou běžně využívané (Tab. 5.1). Navíc je definována referenční teplota, tedy teplota při které byl beton realizován, tento parametr je důležitý pro budoucí sdružení s teplotním modelem.

Vrstva	Fyzikální veličina	Hodnota	Jednotky
Horní vrstva betonu	Modul pružnosti E	37500	[MPa]
	Poissonův součinitel ν	0,2	[-]
	Součinitel teplotní roztažnosti α	$10 \cdot 10^{-6}$	[$^{\circ}\text{C}^{-1}$]
	Referenční teplota	25	[$^{\circ}\text{C}$]
Dolní vrstva betonu	Modul pružnosti E	37500	[MPa]
	Poissonův součinitel ν	0,2	[-]
	Součinitel teplotní roztažnosti α	$10 \cdot 10^{-6}$	[$^{\circ}\text{C}^{-1}$]
	Referenční teplota	25	[$^{\circ}\text{C}$]

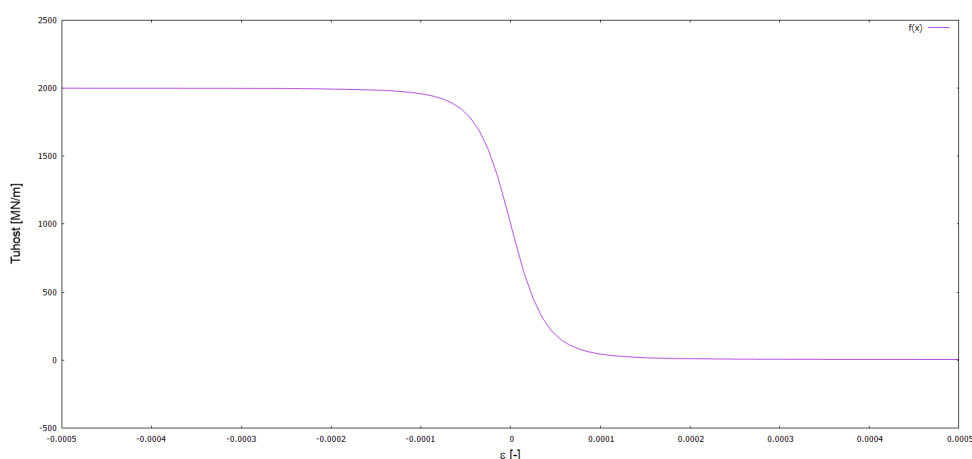
Tabulka 5.1: Elastické materiálové parametry pro betonový kryt

Pro podkladní systém byly použity elastický Winkler - Pasternakův model, který je plošnou variantou Pasternakova modelu z 2.3.1. Jde tedy o soustavu pružin dané tuhosti, které slouží jako svislá podpora pro CB desku. Také mají definovanou smykovou tuhost, tento model je definován parametry c_1 a c_2 . Pro prvky, které zajišťují interakci je použit pokročilý materiálový model, který má různé tuhosti v tlaku, tahu a ve smyku. Také je umožněna separace desky od podkladu, pokud je tahové napětí v prvcích větší než jejich tahová tuhost. Pomocí dalších parametrů je zajištěn hladký a ne skokový přechod ze stavu, kdy prvek ještě působí a kdy působit přestane (Obr. 5.3). Jednotlivé parametry jsou vypsány v Tab. 5.2.

Vrstva	Fyzikální veličina	Hodnota	Jednotky
Podkladní systém	c_1	70,0	[MN/m ³]
	c_2	70,0	[MN/m]
Spojovací prvky	Smyková tuhost	0,01	[MN/m]
	Tlaková tuhost	2000	[MN/m]
	Tahová tuhost	0,2	[MN/m]

Tabulka 5.2: Materiálové parametry pro podkladní systém a spojovací prvky

Okrajové podmínky modelu jsou především Dirichletovské, tedy kvůli stabilitě systému je předepsán nulový posun některých uzlů ve směrech x



Obrázek 5.3: Závislost tuhosti spojovacích prvků na jejich poměrném přetvoření (záporná deformace je tlaková)

a y. Ve směru osy z je podepření zajištěno pomocí Winkler - Pasternakova modelu podloží. Vlastní tíha CB desky je předepsána jako stálé zatížení, kde zásadní roli hraje pochopitelně objemová hmotnost, kde je pro horní vrstvu krytu použita hodnota 2300 kg/m^3 a pro dolní vrstvu je to 2400 kg/m^3 . Tyto hodnoty jsou voleny s ohledem na laboratorně získaná data z pilotního projektu. Vlastní tíha desky je zásadní především u analýzy teplotního namáhání a její opomenutí by mohlo vést k fyzikálně nepřijatelným výsledkům.

5.2 Validace numerického modelu s experimentálními daty

Validace tohoto modelu je nutná zejména s ohledem na použití Winkler - Pasternakova modelu pro podkladní systém. TP170 [28] nám poskytuje v tabulkách B.3 a B.4 v části Návrhová metoda, elastické parametry, které lze použít pro numerickou analýzu. Při znalosti skladby vozovkového systému na úseku, kde probíhá monitoring lze odhadnout slepou predikcí parametry c_1 a c_2 . Tento postup byl popsán v [29], je založen na porovnání deformovaného tvaru horní vrstvy podkladního systému při použití modelu s Winkler - Pasternakovým podložím a modelu s podkladním systémem modelovaným jako elastické kontinuum. Právě pro elastické kontinuum lze využít materiálové parametry převzaté z TP170 viz Tab. 5.3. Pro výpočet modelu s použitím kontinua byl použit program pro MKP Abaqus a pro výpočty s Winkler - Pasternakovým (W-P) podložím program OOFEM.

Odpověď na otázku proč vždy nevyužívat model kontinua pro podkladní systém, pro který nemusíme řešit žádné kalibrace je jednoduchá a to je výpočtový čas. S použitím W-P modelu je výpočtový čas po sružení s teplotou přibližně 3 hodiny a to máme 26640 stupňů volnosti. Pokud bychom použily prvně zmíněný systém, jehož skladba je cca půl metru, ale kvůli přesnosti ještě musím kalkulovat s cca tři metry hlubokou vrstvou zeminy. I s hrubou sítí nám počet stupňů volnosti naroste přibližně čtyři až pětkrát. Pokud tedy předpokládáme nárůst výpočtového času lineární dostaneme se na 12 až 15 hodin, ale v některých krocích výpočtu je třeba více iterací a tím pádem nám výpočtový čas pravděpodobně vyrostě někde k 20 hodinám, což je uživatelsky nepříjemné a celý proces to značně zpomalí. Proto se vyplatí dát si práci s kalibrací W-P podloží.

Vrstva	Fyzikální veličina	Hodnota	Jednotky
MZK tloušťka 200 mm	Modul pružnosti E Poissonův součinitel ν	600 0,25	[MPa] [-]
ŠD tloušťka 150 mm	Modul pružnosti E Poissonův součinitel ν	400 0,3	[MPa] [-]
PII tloušťka 3000 mm	Modul pružnosti E Poissonův součinitel ν	80 0,35	[MPa] [-]

Tabulka 5.3: Elastické parametry podkladního systému pro model kontinua použitý ke kalibraci Winkler - Pasternakova modelu

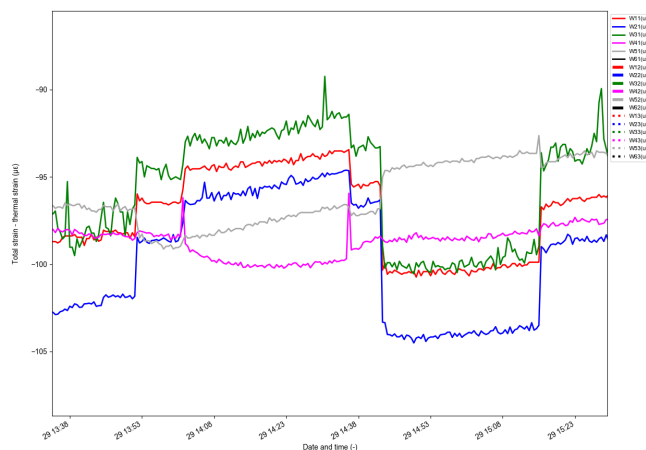
Na základě porovnání byla určena predikce parametrů a to $c_1 = 34,6$ [MN/m³] a $c_2 = 50,0$ [MN/m¹], kterou lze označit jako slepou predikci. Tento model by však měl odpovídat skutečnému chování CB desky, především té, na které probíhá dlouhodobý monitoring. K tomu velice dobře přispěl fakt, že byl úsek dálnice D1 Přerov - Lipník nad Bečvou uveden do provozu 12.12.2019 (Dostupné z https://mapapp.rsd.cz/Upload/Stavby/6/infoletak_d1-prerov-lipnik.pdf). Tomu předcházela zatěžovací zkouška pomocí dvojice těžkých nákladních vozidel, která proběhla právě na námi instrumentované desce.



Obrázek 5.4: Zatěžovací zkouška s využitím dvou těžkých nákladních vozidel

Zatěžovací zkouška se odehrála dne 29.4.2019 a pomocí monitoringu bylo zachyceno celkové poměrné přetvoření od osazení tenzometrů, jsou ale patrné výkyvy, které zatížení způsobilo, na Obr.5.5 bez vlivu fluktuace teplot. Doba

zatížení v prvním zatěžovacím stavu je 14:08 - 14:35 a v druhém zatěžovacím stavu 14:43 - 15:14. Pro kalibraci modelu tedy byly použity pouze hodnoty, které vznikly zatížením (jsou patrné značné výkyvy v čase zatížení).

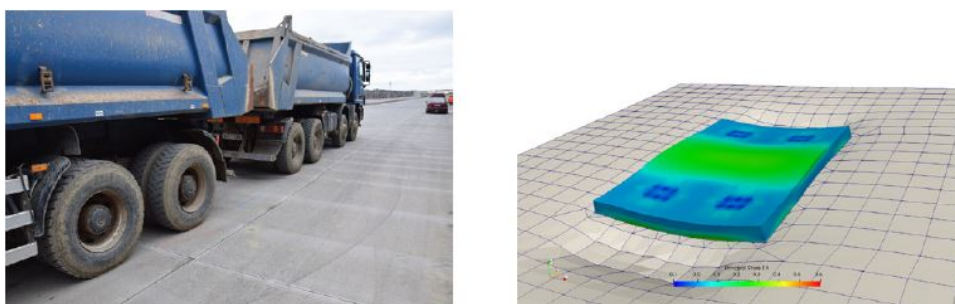


Obrázek 5.5: Celková hodnota poměrného přetvoření na desce po odečtení vlivu teploty v době zatěžovací zkoušky

Po konzultaci s Prof. Kuklíkem z katedry mechaniky a po podrobnější rešerši literatury [12], byl přehodnocen přístup k určení hodnot c_1 a c_2 , jelikož c_1 by vždy mělo být větší než c_2 a ne naopak, jak tomu bylo u původní slepé predikce. Kalibrací modelu na data z tenzometrů jsem tedy dospěl iteračně k hodnotám $c_1 = 70 \text{ [MN/m}^3\text{]}$ a $c_2 = 60,0 \text{ [MN/m}^1\text{]}$. Tyto hodnoty jsou značně větší, než ty od slepé predikce. To je ale očekávatelný výsledek, vzhledem k tomu, že původní hodnoty převzaté z TP170 pro elastické parametry materiálů, lze nazvat návrhové a měly by tedy zahrnovat jistou míru bezpečnosti.

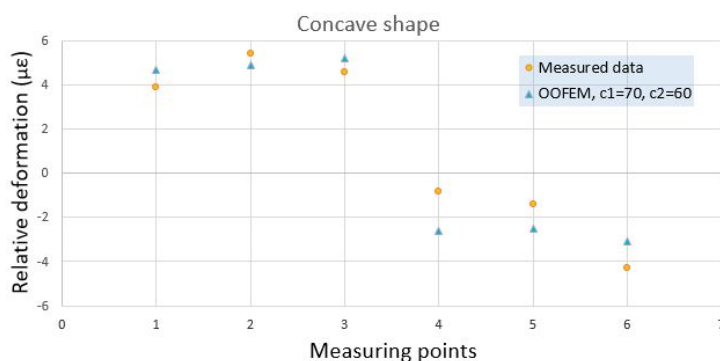
Problémem se zde ukázala být skutečnost, že model obsahuje pouze jednu desku a zanedbává tak spolupůsobení s ostatními deskami, což je validní, ale v tomto případě se poté neshodují výsledky s monitoringem, kde nelze úplně zanedbat vliv náprav stojících i na okolních deskách. Tento problém byl vyřešen zadáním potřebného zatížení na plochu W-P podloží, s roznášecím úhlem 45° , tedy na velkou plochu, tak jako by zde vedlejší desky byly (Obr.5.6). Další zajímavostí je, že se v této kalibraci neobjevuje vlastní tíha desky, jelikož ta už působí v celkovém poměrném přetvoření a v inkrementu od statického zatížení se neprojeví.

Validace experimentálního měření lze označit za úspěšnou, naměřené hodnoty se velice dobře shodují s reálně naměřenými daty. Pro oba zatěžovací stavy, i pro ten vyvozuující konkávní (Obr.5.7) deformovaný tvar, tak i ten konvexní (Obr.5.8) je model validní. Není samozřejmě stoprocentní shoda, ale reálné chování desky ovlivňuje velké množství numericky nepostihnuteľ-

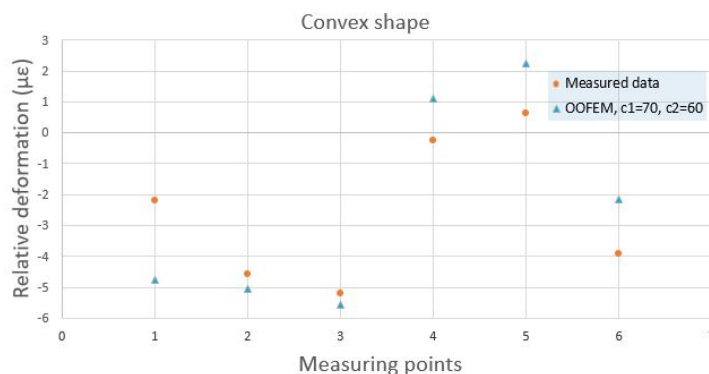


Obrázek 5.6: Vlevo je zatížení, které odpovídá stejnému zatížení v mechanickém modelu (Hlavní napětí), vedle desky na obou stranách je patrné dodatečné zatížení namísto spolupůsobících desek

ných jevů. Spolupůsobení desek je samozřejmé, ale pro podobné analýzy je zanedbatelné. Stejně tak, předpokládáme jisté elastické parametry betonové desky, které ale budou ve skutečnosti lehce odlišné, takže jistá chyba je vždy očekávaná a přípustná.



Obrázek 5.7: Validace hodnot z modelu oproti výsledkům ze zatěžovací zkoušky pro konkávní deformovaný tvar pro jednotlivá měřicí místa



Obrázek 5.8: Validace hodnot z modelu oproti výsledkům ze zatěžovací zkoušky pro konvexní deformovaný tvar pro jednotlivá měřicí místa

Kapitola 6

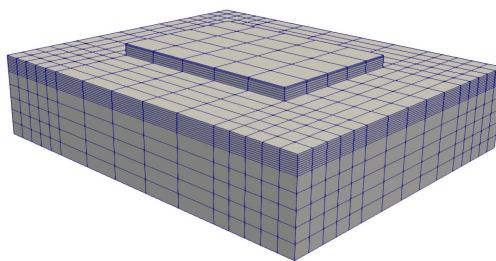
Vedení tepla

Model pro výpočet vedení tepla je opět řešen v programovém balíčku OOFEM. Pro tuto úlohu je použit řešič TransientTransport, který je určen pro nelineární transportní problémy, jako je přestup tepla v CB vozovce a podkladním systému. Jsou zde podporovány různé okrajové podmínky, které umožňují pokročilou analýzu teplotních účinků a neomezují se pouze na využití lineárních gradientů po výšce desky. Zároveň je možné exportovat teplotní pole a následně ho využít v mechanickém modelu jako nesilové zatížení.

6.1 Vytvoření modelu vedení tepla

Nastavení konvergence modelu je totožné jako u mechanického modelu, je jí tedy dosaženo pokud se změna mezi jednotlivými iteracemi dostane pod hodnotu 10^{-4} . Tento model řeší rovnici 3.29. Matice vodivosti (pro transportní úlohy totéž, jako matice tuhosti v mechanických výpočtech) se znovu sestavuje po každé iteraci. Není zde nastaven ani požadavek na minimální počet iterací, ani na jejich maximální počet. U této úlohy to není nutné, protože výpočet je stabilní a konverguje obvykle během tří až čtyř iterací. V rámci této úlohy je řešeno 200 kroků, s časovým přírůstkem mezi jednotlivými kroky 600 vteřin, tedy 10 minut. Výpočet začíná v 6:00 ráno, což koresponduje s obvyklým časem začátku betonáže a také tomu, jak betonáž začala při experimentálním měření.

Sít prvků v tomto modelu je opět vytvořena v generátoru sítě Salome (Obr.6.1). Pro CB desku i pro podkladní systém jsou použité 3D prvky Brick1ht, které používají lineární aproximaci, která pro tento druh analyzy zcela vyhovuje. Vede to ke značné úspoře výpočtového času, navíc má každý uzel pouze jeden stupeň volnosti a tím je teplota v každém z 8 uzlů. Celý model obsahuje 3590 těchto prvků a tím pádem 4348 uzlů a stupňů volnosti, jejichž rozměry a tloušťka se liší. Nejjemnější síť je použita pro CB desku a pro podkladní systém. Jemnost sítě je zásadní především po tloušťce desky, kde nás nejvíce zajímají výsledky. Podkladní systém je nezbytné modelovat jako kontinuum, protože jinak by došlo k zanedbání tepelné kapacity tohoto systému, který by zásadně ovlivnil celkové výsledky.



Obrázek 6.1: Geometrie modelu vedení tepla, vytvořená v generátoru Salome

Pro každý materiál (IsoHeat v OOFEMu) je nutné nastavit několik parametrů. Jsou to hustoty jednotlivých materiálů, jejich tepelná vodivost a měrná tepelná kapacita (Tab.6.1). Tyto parametry jsou pro beton zjištěny laboratorně [4] a pro podkladní systémy jsou použity běžné hodnoty.

Vrstva	Fyzikální veličina	Hodnota	Jednotky
Horní vrstva betonu	Hustota ρ	2377	[kg/m ³]
	Tepelná vodivost k	2,0	[W/mK]
	Měrná tepelná kapacita c	950	[J/kgK]
Dolní vrstva betonu	Hustota ρ	2323	[kg/m ³]
	Tepelná vodivost k	2,0	[W/mK]
	Měrná tepelná kapacita c	950	[J/kgK]
MZK a ŠDa	Hustota ρ	1900	[kg/m ³]
	Tepelná vodivost k	1,4	[W/mK]
	Měrná tepelná kapacita c	700	[J/kgK]
PII	Hustota ρ	1800	[kg/m ³]
	Tepelná vodivost k	1,4	[W/mK]
	Měrná tepelná kapacita c	700	[J/kgK]

Tabulka 6.1: Materiálové parametry pro model vedení tepla

Tento model má nastaveno několik počátečních podmínek, jsou to teploty ve všech uzlech modelu, které vycházejí z naměřených a předpokládaných hodnot v době začátku betonáže, nehrají však zásadní význam, protože dochází k ustálení vlivem okrajových podmínek. Pro beton je počáteční teplota 25°C stejně jako v mechanickém modelu, pro vrstvu MZK je to 26°C, pro ŠD a PII je to 31°C. Je nutné si uvědomit, že tepelná kapacita "spodních" vrstev ovlivní jejich počáteční teplotu a ta je tedy vzhledem k uvažování letních dnů vyšší.

Okrajové podmínky jsou značně složitější, jedná se o teplotu vzduchu u povrchu desky, dále tepelný tok od slunce podle Stefan - Boltzmannova zákona. Je také nezbytné nastavit parametry pro přestup mezi jednotlivými vrstvami skladby vozovkového systému. Hodnoty pro teplotu vzduchu a oslunění se budou lišit a jsou popsány na několika menších případových studiích v následující části. Jsou vyjádřeny pomocí goniometrických funkcí a Heavisideovy funkce¹ a jsou proměnné v čase.

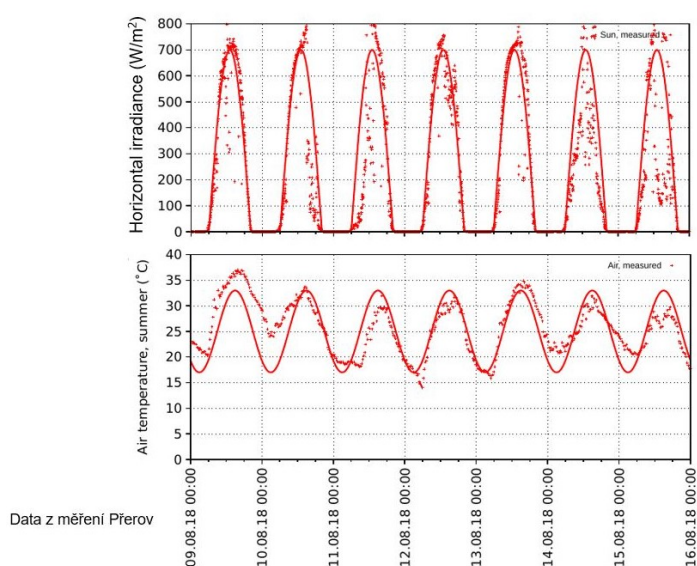
6.2 Validace modelu vedení tepla

Validace je opět založena v pilotním projektu na dálnici D1. Pro tyto účely byl zahrnut pro beton materiálový model založený na CEMHYD3D [45]: HydratingConcreteMat, jelikož kinetika cementů byla v rámci výzkumného záměru ISPROFIN zásadním tématem. Okrajové podmínky byly uvažovány následovně (Obr.6.2):

- Teplota vzduchu pravidelně osciluje mezi hodnotami 17-33°C
- Sluneční energie přes den dosahuje maxima 700 W/m², přes noc je naopak nulová

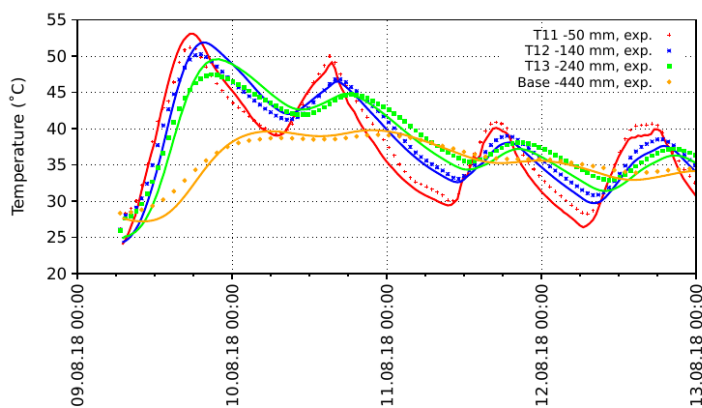
Model vykazuje velice dobrou shodu s naměřenými daty (Obr. 6.3), tento postup byl již prezentován v rámci [2] a [4], nebude tedy zde detailněji rozepsán. Prostor si zaslouží i jiné fenomény, které jsou zásadní v rámci životního cyklu vozovky. Nicméně je zásadní v budoucnu více analyzovat vliv teploty v ranných fázích po betonáži. Ukazuje se, že právě toto je jakousi Achillovou patou současných CB vozovek nejen v ČR. Je nutné tuto problematiku zapracovat do českých norem, ale to je běh na dlouhou trať. Další zásadní parametr je vliv

¹Heavisideova funkce je nespojitá a nabývá ve svém záporném intervalu nulové hodnoty, zatímco v kladném intervalu hodnoty jedna. Lze ji tedy například použít, pokud ve dne svítí slunce a v noci ne. Je pojmenována po Anglickém matematikovi, fyzikovi a elektroinženýrovi Oliveru Heavisideovi. [21]



Obrázek 6.2: Aproximace numerických funkcí podle experimentálních dat [29]

hrubosti mletí cementu apod. Třeba se v budoucnu dostaneme k zapracování nějakých technologií, které nám pomůžou zachytit vliv smrštění, který souvisí právě s rychlostí hydratace cementu. Je diskutabilní, jestli současný směr experimentů je ten správný, ale to jistě ukáže čas.



Obrázek 6.3: Validace modelu vedení tepla (plné čáry) oproti experimentálně naměřeným datům (tečkované) [4]

6.3 Teplotní gradienty po výšce desky

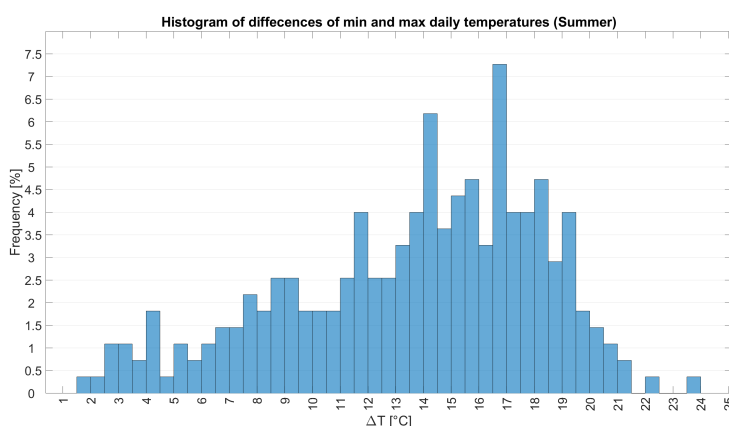
V současné inženýrské praxi jsou při analýze CB vozovek uvažovány lineární teplotní gradienty. Toto je zásadní zjednodušující předpoklad. Pokud pou-

žíváme jednoduchou 3D MKP analýzu, která obsahuje pouze mechanický model, situace se příliš nezlepší, jelikož jsme omezeni předepisováním teploty po výšce desky a to je zdlouhavý, především však nepřesný proces. Teplota totiž neosciluje pouze po výšce desky, ale i ve zbývajících směrech. Lze říci, že v každém bodě desky se bude teplota lišit.

Zahrnutí tohoto jevu je však možné pouze pomocí modelu vedení tepla, který je primárně určen právě ke kalkulaci teploty v jednotlivých uzlech sítě. I toto je pochopitelně mírně zjednodušující parametr, ale není možné (alespoň v současném rozvoji numerických metod) obdržet absolutně přesné řešení. Předpoklady toho, jak teplotní gradienty vypadají, pochopitelně existují, respektive se dá říct, že jsou známé. Složitá je pouze jejich numerická implementace.

V této části jsou ukázány teplotní gradienty po výšce desky v závislosti na dvou zde použitých okrajových podmínkách. Těmi jsou teplota vzduchu a oslunění. Dá se očekávat, že oba parametry budou mít na teplotní průběhy v desce zásadní vliv. Otázkou je, který z těchto fenoménů má jaký vliv.

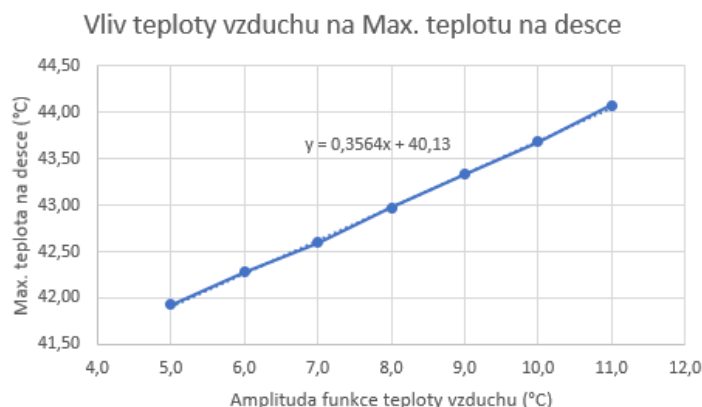
U amplitudy rozkmitu teploty vzduchu se v numerické aproximaci stejně jako pro funkci oslunění vycházelo z dat naměřených při monitoringu vozovky na dálnici D1. Funkce oslunění v globálním měřítku dosahuje maximálních hodnot právě 700 W/m^2 . Pro teplotu vzduchu máme pochopitelně různé variace toho, jak se nám pohybuje teplota. Na obrázku 6.4 je graf, který nám ukazuje četnost výskytu dní, podle rozdílu maximální a minimální teploty během 24 hodin. Pro numerický výpočet je uvažována vždy amplituda funkce sinus, což je polovina této hodnoty. Data jsou zpracována za dva roky od začátku monitoringu pro letní měsíce (od poloviny dubna do konce září).



Obrázek 6.4: Četnost výskytu rozdílu maximální a minimální teploty vzduchu během 24 hodin, během letních měsíců (tj. od poloviny dubna do konce září)

Je provedena případová studie, kde se v jedné variantě mění amplituda

teploty vzduchu v hodnotách od 5°C do 11°C, amplituda funkce oslunění je naopak konstantní s hodnotou 700 W/m². Jak ukazuje Obr. 6.5 je vliv teploty vzduchu na maximální teplotu v desce v lineární závislosti a lze popsat rovnicí 6.1.



Obrázek 6.5: Graf vlivu teploty vzduchu na Max. teplotu na desce

$$y = 0,3564x + 40,13 \quad (6.1)$$

kde y je maximální teplota na desce a x je amplituda funkce teploty vzduchu.

Ve druhé variantě se mění naopak amplituda funkce oslunění v hodnotách v rozmezí od 0 W/m² do 700 W/m², tato veličina nám zohledňuje jak moc nám v jaké době přispívá slunce do vývoje teploty, pokud je amplituda teploty vzduchu konstantní (Obr.6.6). Tento vztah už lineární není a uspokojivě lze popsat polynomem třetího stupně s předpisem 6.2. Nekompatibilita jednotek je zanedbána, je to pouze statistický vztah dvou veličin.

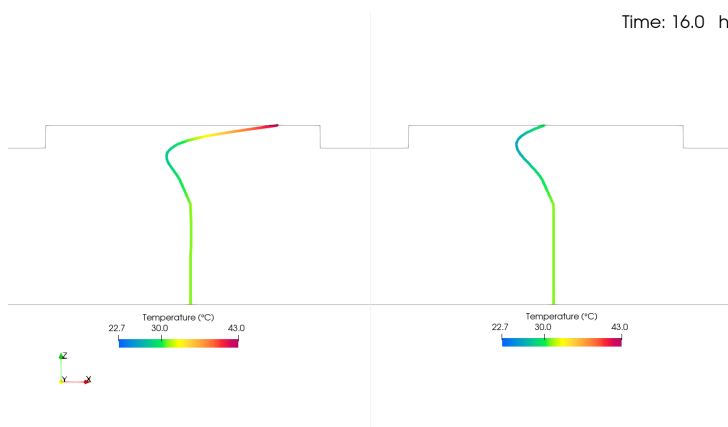


Obrázek 6.6: Graf vlivu oslunění na Max. teplotu na desce

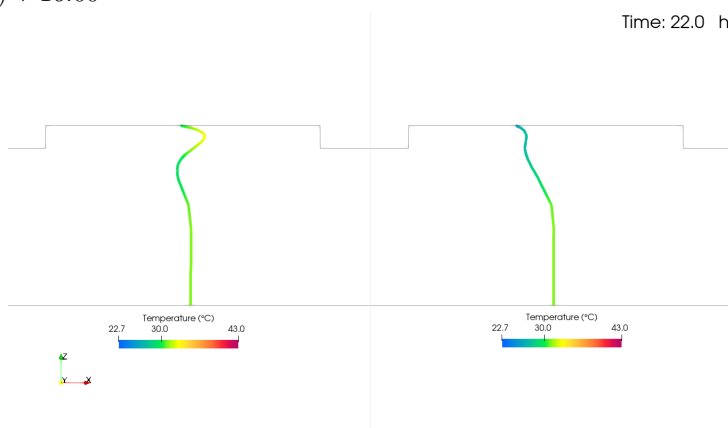
$$y = 7 \cdot 10^{-9}x^3 + 1 \cdot 10^{-6}x^2 + 0,0114x + 32,468 \quad (6.2)$$

kde y je maximální teplota na desce a x je amplituda funkce oslunění.

Takto vypadají vztahy mezi hodnotou maximální teploty na povrchu desky v závislosti na okrajových podmínkách. Na následujících obrázcích je ukázáno, jak se postupem času mění teplotní gradient po výšce desky a podkladního systému. Je diskutabilní vliv počátečních podmínek, ale tento vliv není pravděpodobně nikterak zásadní, pokud necháme celý systém ustábit.

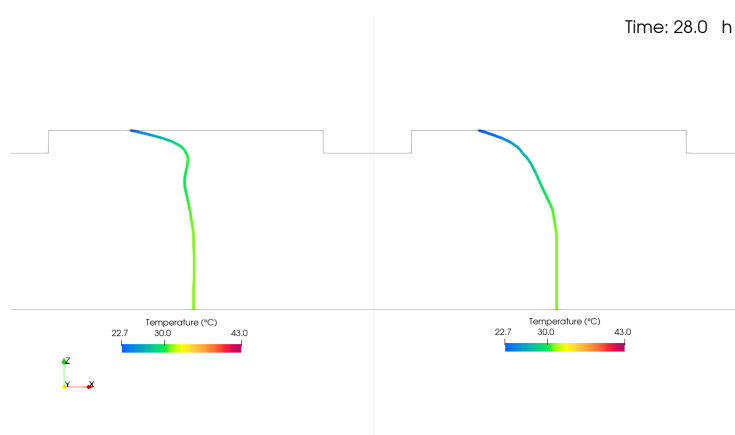


Obrázek 6.7: Průběh gradientů teploty po výšce desky při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m^2 (vlevo) nebo 0 W/m^2 (vpravo) v 16:00

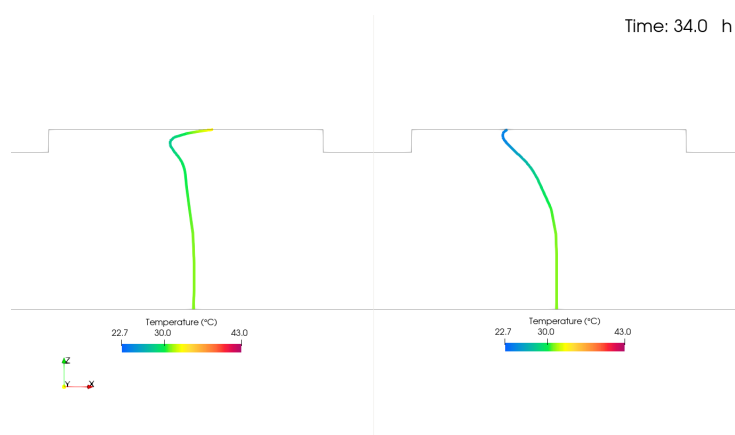


Obrázek 6.8: Průběh gradientů teploty po výšce desky při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m^2 (vlevo) nebo 0 W/m^2 (vpravo) ve 22:00

Z obrázků 6.7, 6.8, 6.9 a 6.10 je na první pohled patrné, že průběh teploty opravdu není lineární. Naprosto jednoznačný je i vliv oslunění, které zásadně urychluje změnu teploty a i samotnou maximální hodnotu teploty v desce. Navíc i zvyšuje nelinearitu průběhu. V následující kapitole bude ukázán vliv nelineárního průběhu teploty na průběh napětí v desce.

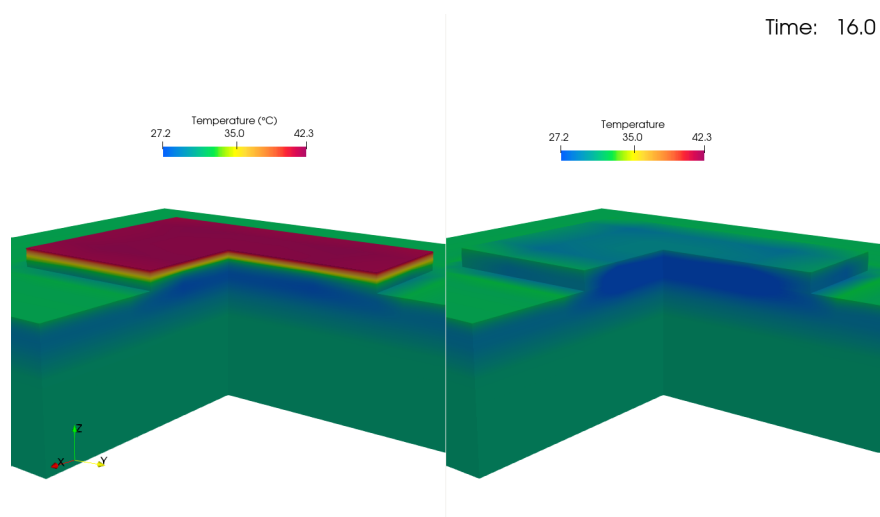


Obrázek 6.9: Průběh gradientů teploty po výšce desky při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m^2 (vlevo) nebo 0 W/m^2 (vpravo) ve 4:00



Obrázek 6.10: Průběh gradientů teploty po výšce desky při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m^2 (vlevo) nebo 0 W/m^2 (vpravo) v 10:00

Pro úplnost je na Obr.6.11 doplněn pohled na výřez z modelu, kde lze pozorovat poměrně složité rozložení teploty především u obrázku vpravo, kde není vliv oslunění, který svým působením vyvolává rovnoměrné rozložení teploty ve směru os x a y .



Obrázek 6.11: Průběh teploty v modelu vedení tepla při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m^2 (vlevo) nebo 0 W/m^2 (vpravo) v 16:00

Kapitola 7

Sdružená úloha vedení tepla společně s mechanikou

Tento sdružený model slouží k vyhodnocení teplotně závislých napětí v CB vozovce v provozní době, je možné ho také použít pro analýzu chování v době krátce po provedení stavby. Samotné vedení tepla v CB vozovce je zajímavý problém, co je ale zásadní, je právě vliv teploty na mechanické chování vozovky. V současné době je v ČR používán vztah 2.15. Tato rovnice se s numerickým výpočtem zásadně neliší až na ΔT , které se ve druhém zmíněném vůbec neobjevuje a je nahrazeno polem teplot spočítaných modelem vedení tepla. V případě, že by se model používal pro analýzu krytu v ranných stádiích (tj. fáze tuhnutí a tvrdnutí betonu) je nutné rozšířit mechanickou úlohu minimálně o časově závislý modul pružnosti $E(t)$, který je však v programu OOFEM implementován pouze v rámci viskoelastických materiálových modelů, které mohou být použity v budoucnu. Model vedení tepla je na tento problém připraven, je zde kalibrovaný hydratační model, jak bylo popsáno výše, avšak ten je v tuto chvíli vypnutý a není uvažován.

Je třeba si uvědomit, že zde uvedená napětí jsou pravděpodobně vyšší než je skutečnost. To je následek zanedbání vzájemného spolupůsobení desek. Propojení desek zamezí takto zásadnímu deformovanému tvaru, může však naopak docházet ke koncentraci napětí v okolí kluzných trnů a kotev.

7.1 Popis úlohy

Princip této úlohy není nijak složitý. V každém kroku se nejdříve spočítá model vedení tepla, ze kterého se vyexportuje pole teplot. Toto pole následně vstupuje do mechaniky jako okrajová podmínka, ze kterého se spočítá přetvoření a napětí v modelu. Tento princip je nazýván MuPIF (multi-physics integration framework, volně přeloženo jako multi-fyzikální integrační pracovní rámec) [39]. Je nutné si zvolit nadřazenost v rámci úloh, zde je hlavní úloha vedení tepla. Podle ní se řídí počet kroků řešení úlohy a také časový přírůstek mezi nimi a spočítá se jako první.

Je důležité dodržení několika zásad. Při tvorbě geometrie je naprosto esenciální dodržet polohovou konstantnost umístění desky ve sdružených úlohách. To je zde dodrženo, síť nemusí být konstantní pro obě úlohy, dochází zde k interpolaci dat pro potřeby výpočtu. Další, ale neméně důležité je zadání materiálových parametrů, které zapříčiňují interakci mechanického modelu s teplotou. V tabulce 5.1 je uveden součinitel teplotní roztažnosti α , který tuto interakci zajišťuje.

7.2 Vztah mezi okrajovými podmínkami modelu a jeho napjatostním stavem

V rámci této části práce je prezentována nejzásadnější část a to vliv nelineárního teplotního namáhání na napjatost v desce. Je bráno v úvahu a analyzováno několik skutečností. V části 6.3 je představena případová studie, kde je analyzován vliv okrajových podmínek na průběh teploty v desce. V této části je studie rozšířena na vliv okrajových podmínek na napjatost v desce.

Z výsledků studie ohledně teplotních gradientů se dá předpokládat obdobná závislost napjatosti vůči okrajovým podmínkám, jako tomu bylo u teploty. Přinejmenším závislost oslunění na napětí by měla být nelineární. Může, ale nemusí se však ukázat, že závislost teploty na napětí je nelineární, ale pokud tomu tak bude, měla by být popsatelná polynomem nižšího řádu. Pokud však vycházíme z rovnice 7.1, která je základní pro popis teplotního namáhání, měl by vztah zůstat lineární.

V rámci analýzy byla vybrána hodnota σ_y , která vhodně reprezentuje stav

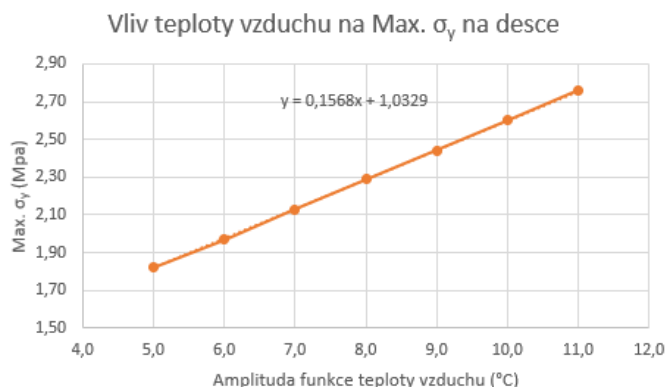
napjatosti v desce, nekoresponduje přesně s tím, kde se nacházejí tažená vlákna a vzniká tahové/tlakové napětí, znaménková konvence je opačná. Bylo by možné použít i hlavní napětí σ_1 , což by však vedlo k zneprůhlednění výsledku, pro to je vhodné právě σ_y .

Jako první byla provedena studie vlivu teploty vzduchu na velikost napětí v desce. Byly vždy vybrány největší kladné hodnoty σ_y do jednoho grafu. Do druhého grafu potom největší záporné hodnoty σ_y .

$$\sigma = \alpha \Delta T E \quad (7.1)$$

Základní rovnice popisující vztah napětí a teplotního namáhání, kde σ [MPa] je napětí, α [$^{\circ}\text{C}^{-1}$] je součinitel teplotní roztažnosti, ΔT [$^{\circ}\text{C}$] je změna teploty a E [MPa] je modul pružnosti. Z této rovnice vychází, že pokud uvažujeme E a α jako materiálové konstanty, které jsou časově proměnné, je závislost σ a ΔT skutečně lineární.

Na obrázku 7.1 je vidět vliv teploty vzduchu na maximální hodnotu kladného napětí σ_y , těchto hodnot dosahuje deska při horním povrchu, pokud je teplotní gradient záporný a při spodku desky, když je gradient kladný. Zde je splněn předchozí předpoklad a vztah teploty vzduchu s napětím, zůstává lineární podle předpisu. Z této závislosti 7.2 je patrné, že teplota vzduchu má nezanedbatelný vliv na napjatost desky, protože přidáním jednoho stupně Celsia u amplitudy teploty vzduchu, se nám zvýší σ_y o 0,16 MPa.

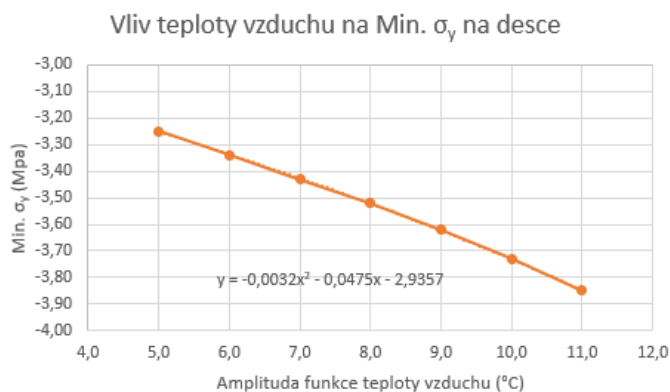


Obrázek 7.1: Graf vlivu teploty vzduchu na Max. kladnou hodnotu σ_y na desce

$$y = 0,1568x + 1,0329 \quad (7.2)$$

Kde y je jeden MPa maximálního kladného napětí σ_y v závislosti na x , což je jeden $^{\circ}\text{C}$ v amplitudě teploty vzduchu. Zajímavější je vliv stejného parametru na velikost maximální hodnoty záporného napětí σ_y , která je

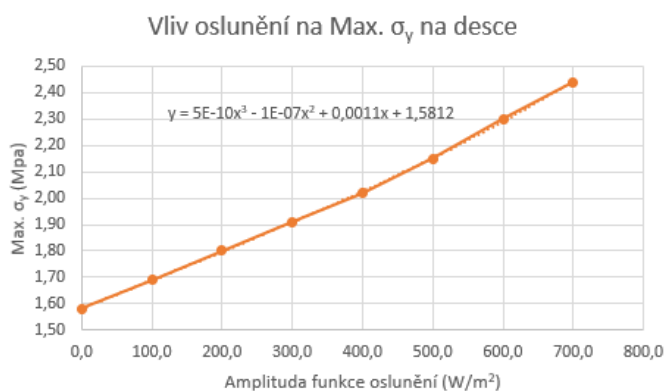
oproti předpokladům nelineární, popsatelná polynomem 2. stupně (parabola) 7.3. Tyto hodnoty dosahují výrazně vyšších hodnot než maximální kladné. Jedná se o stav, kdy máme kladný teplotní gradient a toto napětí se objevuje na povrchu desky, která je v tomto zatěžovacím módu tažená. Nelinearitu lze vysvětlit několika způsoby. Nejvíce na snadě je pochopitelně vysvětlení, že vliv teploty vzduchu na průběh teploty na desce je ve skutečnosti nelineární, akorát nelinearita je natolik malá, že lze funkci dostatečně uspokojivě popsat lineárním vztahem.



Obrázek 7.2: Graf vlivu teploty vzduchu na Max. zápornou hodnotu σ_y na desce

$$y = -0,0032x^2 - 0,0475x - 2,9357 \quad (7.3)$$

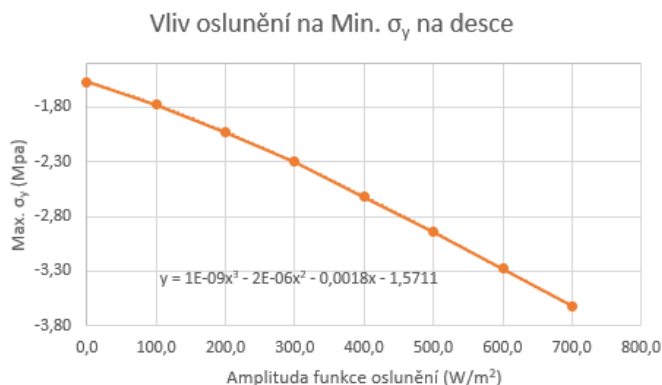
Kde y je jeden MPa maximálního záporného napětí σ_y v závislosti na x , což je jeden °C v amplitudě teploty vzduchu. Vliv oslunění na napětí v desce je už podle vlivu na maximální teploty na desce naprosto zásadní. Nejen, že zvyšuje teplotu, ale i urychluje změnu průběhy a také časově posouvá výskyt teplotních maxim. Předpoklad je jednoznačný, vzhledem k tomu, že závislost maximální teploty desky na amplitudě funkce oslunění je nelineární, popsatelná polynomem 3.stupně. Lze i závislost napjatosti popsat nelineárním vztahem 7.4.



Obrázek 7.3: Graf vlivu oslunění na Max. kladnou hodnotu σ_y na desce

$$y = 5 \cdot 10^{-10}x^3 - 1 \cdot 10^{-7}x^2 + 0,00114x + 1,5812 \quad (7.4)$$

Kde y je jeden MPa maximálního kladného napětí σ_y v závislosti na x , což je jeden W/m^2 v amplitudě funkce oslunění. Potvrzuje se, že vztah těchto veličin je opravdu nelineární (7.4), navíc vliv oslunění na napjatost v desce je naprosto zásadní (Obr.7.3). Je tedy třeba s tímto parametrem do budoucna počítat.



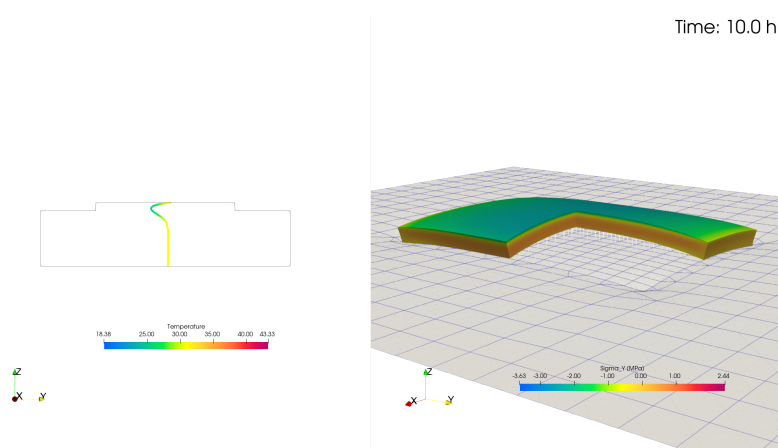
Obrázek 7.4: Graf vlivu oslunění na Max. zápornou hodnotu σ_y na desce

$$y = 1 \cdot 10^{-9}x^3 - 2 \cdot 10^{-6}x^2 - 0,0018x - 1,5711 \quad (7.5)$$

Kde y je jeden MPa maximálního záporného napětí σ_y v závislosti na x , což je jeden W/m^2 v amplitudě funkce oslunění. I tato závislost zůstává nelineární (Rovnice 7.5) a rozptyl hodnot na grafu z Obr. 7.4 je opravdu velký. Lze jednoznačně říci, že vliv slunečního záření na napjatost CB desky je nutné brát do budoucna v potaz.

7.3 Napjatost desky v závislosti na denním teplotním cyklu

V následující části bude rozebrán postupný vývoj napjatostního stavu u CB vozovky v závislosti na teplotě a oslunění během denního cyklu. V úvahu jsou brány dva různé zatěžovací vztahy. První s okrajovými podmínkami teploty vzduchu s amplitudou 9°C a osluněním s amplitudou 700 W/m^2 a druhý stav se zanedbáním oslunění.

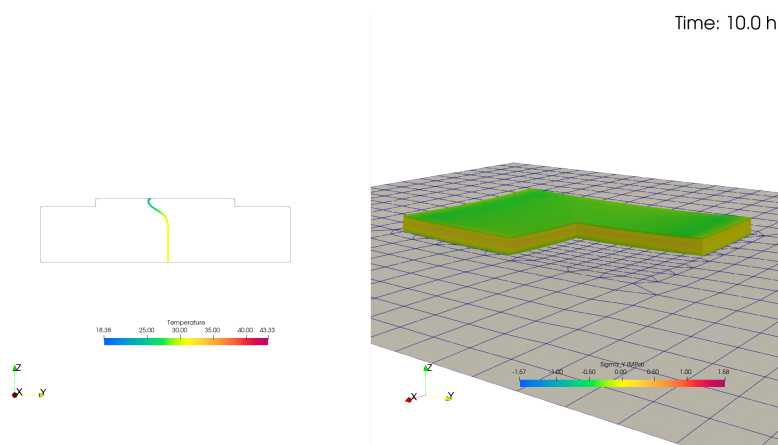


Obrázek 7.5: Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m^2 v 10:00 (deformovaný tvar x1000)

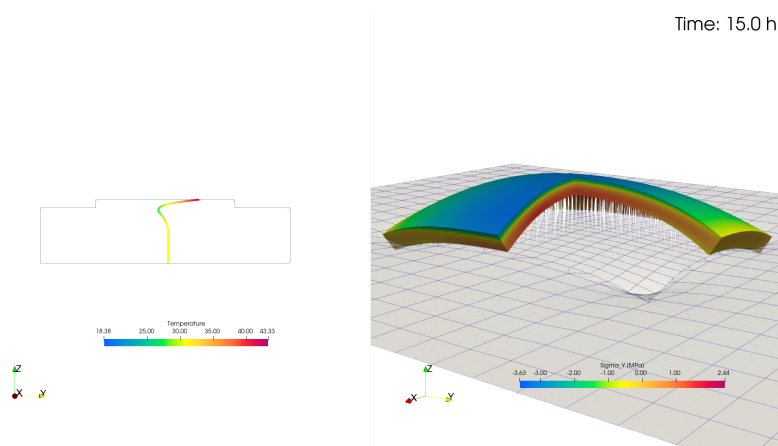
Na Obr. 7.5 je patrné, že se zahrnutím vlivu oslunění se v 10:00 začíná zvyšovat teplota na povrchu desky. Tím pádem horní povrch začíná expandovat a je vyvozen konkávní deformovaný tvar. Zároveň je patrné, že tahové napětí spojovacích prvků, už je takové, že dochází k jejich prodloužení. V následujících hodinách se ještě teplota bude zvyšovat a tím pádem se bude zvětšovat i napětí. Je dobré si povšimnout počínající separaci desky od podkladního systému způsobeného namáháním desky.

Na rozdíl od Obr.7.5 je na Obr.7.6 situace diametrálně odlišná. Vlivem zanedbání oslunění desky je celý deformační proces značně zpomalený. Teplotní gradient teprve začíná růst a deska není výrazně zatížena na svém povrchu. Tím pádem je deformovaný tvar takřka totožný, jako při jejím zatížení pouze vlastní tíhou. Prvky zajišťující spojení podkladního systému s vozovkou nejsou zatím tažené a nedochází tak k jejich přílišnému prodloužení. Celý proces bude oproti předchozímu případu o nějaké čas opožděn, ale i zde nakonec začne docházet k separaci desky od podkladu.

V 15:00 se deska vlivem teplotního namáhání dostává do extrémního stavu



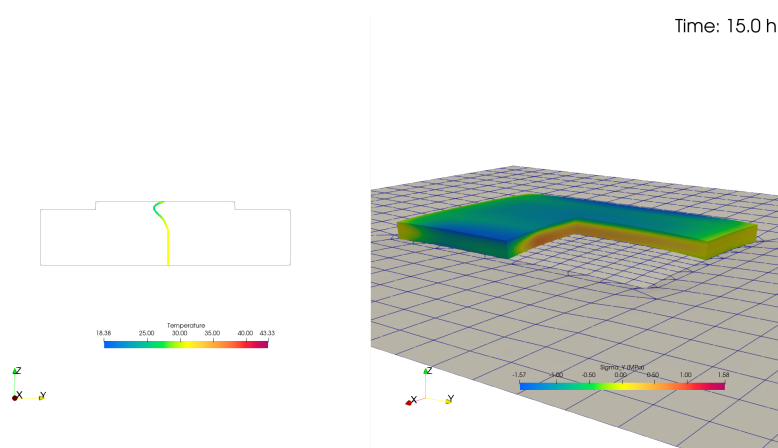
Obrázek 7.6: Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 0 W/m^2 v 10:00 (deformovaný tvar x1000)



Obrázek 7.7: Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m^2 v 15:00 (deformovaný tvar x1000)

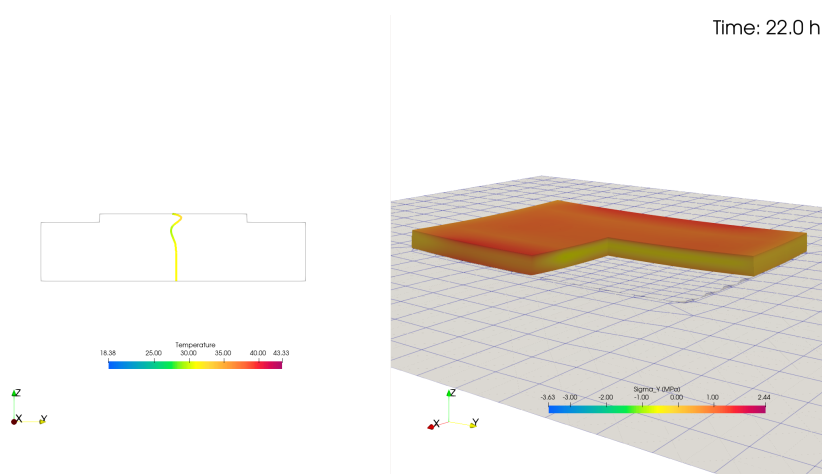
(Obr.7.7), kdy máme opravdu velký rozdíl teploty po výšce desky (dorůstá až k rozdílu 15°C při tloušťce desky 280 mm). Deska už má výrazný konkávní deformovaný tvar a je výrazně odseparována od podkladního systému¹, což je velký problém, protože pokud deska není kontinuálně podepřena a bude kolově zatížena, může postupem času dojít k jejímu porušení. Toto je jev, se kterým je třeba už při návrhu vozovky počítat. Zároveň dochází k zatlačování rohů desky do podkladu, takže může dojít k jejich porušení. Hodnota napětí σ_y nabývá absolutní hodnoty až 3,6 MPa při horním povrchu desky.

¹Při monitoringu na odpočívce Rajhrad jsou osazena čidla, která měří delaminaci desky (technologie White topping) a prvotní výsledky naznačují, že k separaci desky opravdu dochází, tyto data budou prezentována v budoucnosti na základě vyhodnocení pilotního projektu použití této technologie u nás. K realizaci došlo letos na podzim.



Obrázek 7.8: Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 0 W/m^2 v 15:00 (deformovaný tvar x1000)

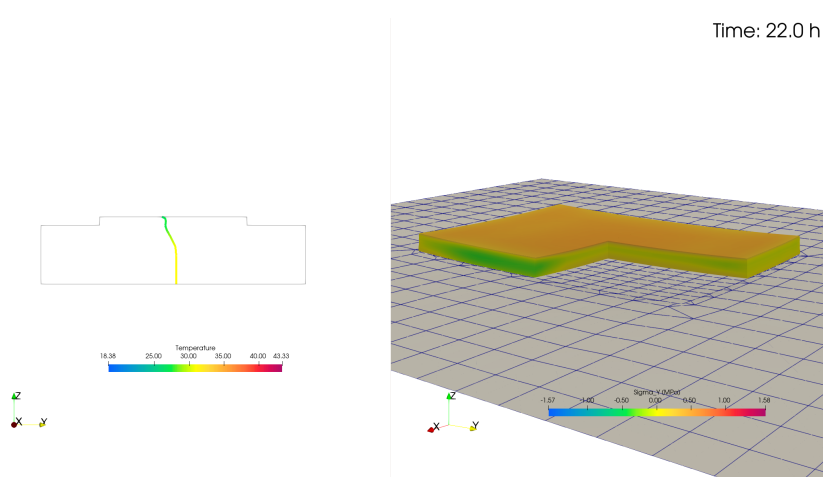
Se zanedbáním oslunění teplotní gradient stále ještě roste a pomalu se začíná separovat deska od podkladu (Obr. 7.8). Tady lze dojít logickou úvahou k závěru, že tento model se příliš neblíží realitě, protože v letních dnech se dá mezi 15 a 16 hodinou odpolední očekávat nejextrémnější zatížení, jelikož deska postupem času nakumulovala velké množství tepla a ještě nezačala od vzduchu vychlázdat, jelikož teploty se stále drží poměrně vysoko.



Obrázek 7.9: Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m^2 ve 22:00 (deformovaný tvar x1000)

S ochlazením povrchu desky kolem 22:00 dochází k zajímavému stavu (Obr.7.9), kdy horní i dolní povrch jsou namáhány jinak než její střed. Zároveň deska přešla z konkávního tvaru do nedeformovaného (zde by jistě byla zajímavá implementace dotvarování do modelu a analýza vlivu teplotního namáhání na deformovaný tvar desky v delším časovém intervalu, jelikož deformace jistě nebude plně elastická). Spojovací prvky jsou v tuto chvíli

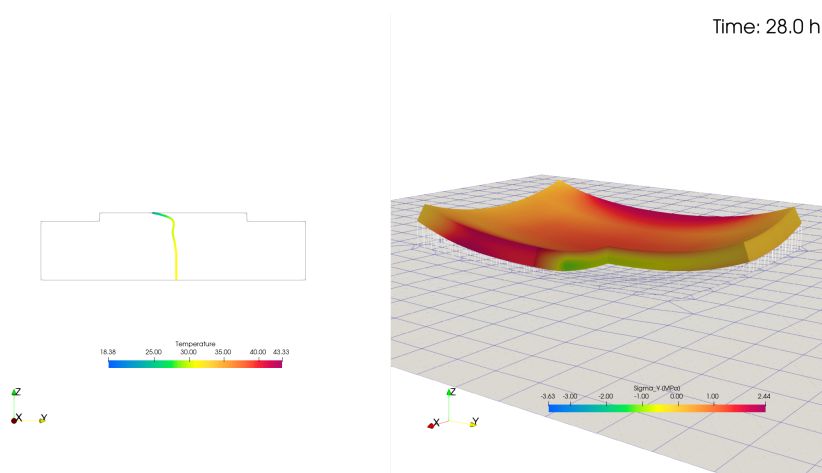
ve výchozím tvaru. Systém se nachází ve stavu přechodu z konkávního do konvexního tvaru. Zajímavostí je, že právě v tomto stavu je největší problém s konvergencí modelu, jelikož spojovací prvky jsou ve fázi, kdy se mění napjatost z tahové na tlakovou (nebo obráceně) a s tím se mění i jejich tuhost, což je potenciální konvergenční problém a je třeba s tím při nastavení těchto prvků kalkulovat. Konvergenci lze například ovlivnit změnou tuhostních parametrů nebo zkrácením kroku výpočtu (snížení časového rozdílu mezi jednotlivými časovými přírůstky).



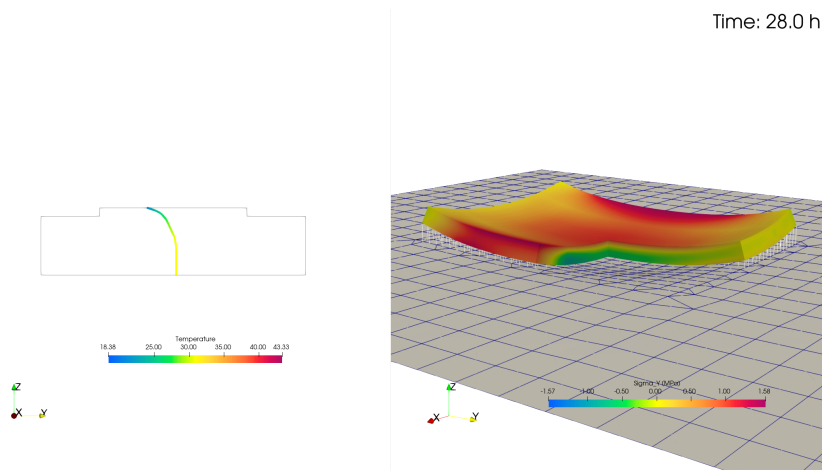
Obrázek 7.10: Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 0 W/m^2 ve 22:00 (deformovaný tvar x1000)

Naproti tomu, při zanedbání oslunění deska nenakumulovala takové množství tepla. Průběh teploty po výšce desky je výrazně více lineární a nedochází k tak zajímavému napjatostnímu stavu (Obr.7.10). Rychlost změny teploty způsobuje také lepší stabilitu výpočtu, který není tak náchylný k divergenci. Zpomalení průběhu teplotního namáhání totiž funguje stejně jako zkrácení kroku výpočtu.

V nočních hodinách se projevuje vliv oslunění pouze zbytkově, díky tepelné kapacitě materiálu. Dochází k vyvození konvexního tvaru desky a k tzv. nadzvedávání rohů desky. Průběh teploty po výšce desky je spíše logaritmický. Ve 4:00 je rozložení napětí nejméně příznivé (Obr.7.11). Pod středem desky dochází naopak k jejímu zatlačení. Dalo by se říci, že deformovaný tvar je inverzní k tomu dennímu, což je jedna z původních Westergaardových úvah. Extrémní hodnota napětí je vyvozena na podélné hraně desky. Na Obr.7.12 je mód operandi analogický, akorát je deformace mírně nižší, ale k nadzdvížení rohů desky dochází také. V nočních hodinách je samozřejmě vliv oslunění nulový.



Obrázek 7.11: Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 700 W/m^2 ve 4:00 (deformovaný tvar x1000)



Obrázek 7.12: Průběh napětí (σ_y) v desce (vpravo) v závislosti na teplotním namáhání (vlevo) při amplitudě teploty vzduchu 9°C a amplitudě funkce oslunění 0 W/m^2 ve 4:00 (deformovaný tvar x1000)

7.3.1 Porovnání napětí od teploty získané z numerického modelu s TP170

Postup výpočtu napětí od teplotního namáhání je rámci TP170 nepřehledný. Vstupuje do něj celá řada parametrů, které nejsou příliš dobře komunikovány a pro uživatele je celý postup nepřehledný. Z mechanického hlediska nedává přílišný smysl zmenšování modulu pružnosti, které není nikde objasněno. Dle TP dostáváme modul pružnosti a následující charakteristiky následovně:

$$E_T = 0,65 \cdot E = 24375 \text{ MPa} \quad (7.6)$$

$$L_T = h \sqrt[3]{\frac{E_T(1 - \nu_p^2)}{6E_p(1 - \nu^2)}} = 0,899 \text{ m} \quad (7.7)$$

V rámci tohoto kroku, tedy výpočtu L_T dochází asi k největším nejasnostem, jelikož je například třeba počítat zatěžovací plochu a to opravdu postrádá jakýkoliv fyzikální smysl. Zde uvedená hodnota je určena podle provedeného výpočtu v TP170 na základě kvalifikovaného odhadu.

$$\sigma_T = 0,5E_T\alpha_T\Delta TC_T = 0,5 \cdot 24375 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \cdot 0,82 \approx 1,5 \text{ MPa} \quad (7.8)$$

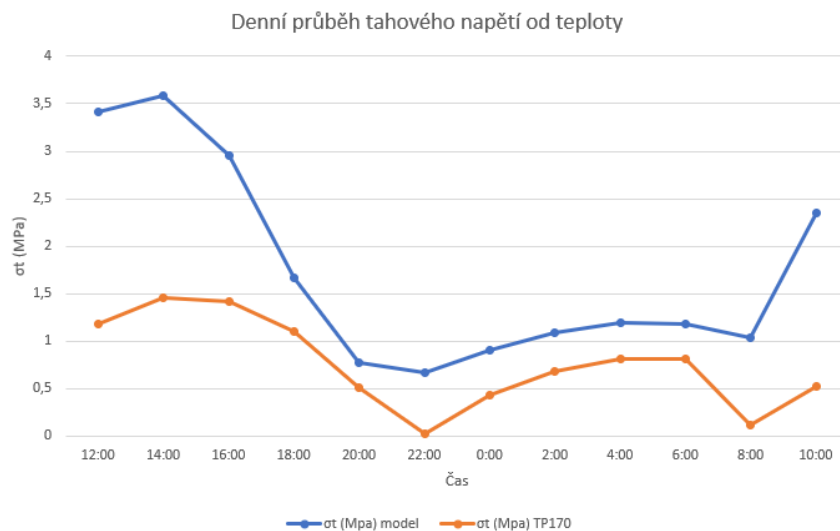
Zde se nabízí porovnat hodnoty napětí v průběhu dne mezi numerickým modelem s TP170. Postup je lehce zjednodušený, jelikož se bude měnit pouze δT ve výpočtu podle návrhové metody, ne celý výpočet, je to pouze ilustrativní postup. Pro porovnání budou ukázány hodnoty z modelu s plným osluněním a teplotou vzduchu s amplitudou 9°C.

Čas	ΔT [°C]	σ_T z modelu [MPa]	σ_T z TP170 [MPa]
12:00	11,8	3,42	1,18
14:00	14,5	3,58	1,45
16:00	14,2	2,95	1,42
18:00	11,0	1,67	1,10
20:00	5,1	0,77	0,51
22:00	0,2	0,67	0,02
0:00	4,3	0,90	0,43
2:00	6,8	1,09	0,68
4:00	8,1	1,19	0,81
6:00	8,1	1,18	0,81
8:00	1,2	1,03	0,12
10:00	5,2	2,35	0,52

Tabulka 7.1: Porovnání tahových napětí z numerického modelu a podle návrhové metody v TP170

Rozdíly mezi výpočty dosahují v některých časech až 2 MPa (viz. Obr. 7.13 a Tab. 7.1). To je naprosto zásadní rozdíl, pokud vezmeme v potaz tahovou pevnost v betonu někde v rozmezí 3,5 až 4 MPa. Je velice nepravděpodobné,

že by reálně vyvolala teplota, tak velké napětí jak nám říká model, jelikož spolupůsobení desek tento proces zmírní. Napětí bude o cca 25% menší, i tak ale naprosto zásadní.



Obrázek 7.13: Graf srovnání průběhu tahového napětí σ_T podle TP170 a numerického modelu v rámci denního cyklu

Z těchto výsledků je jasně patrná nutnost změny přístupu k analýze teplotního namáhání u CB vozovek. Ten současný je totiž silně zastaralý a dalo by se říct až naivní.

Kapitola 8

Model vedení vlhkosti a rozvoj numerického modelování

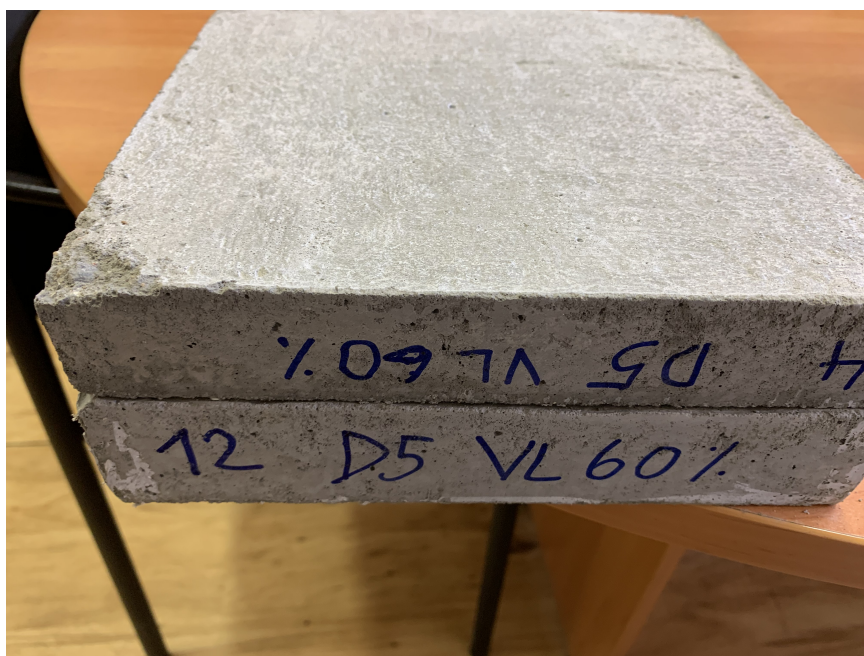
Chování betonových konstrukcí, vozovky nevyjímaje ovlivňuje mimo teploty i jiný transportní proces a to je vlhkost. Transport vlhkosti ovlivňuje především jevy, které souvisí s objemovými změnami v materiálu, tedy především smršťování a dotvarování betonu. Zahrnutí těchto jevů je teoreticky i experimentálně velmi složité a jejich implementace do numerického modelu je otázkou příštích let. Není možné obsáhnout toto téma v rámci diplomové práce, dostatečně účelně a s potenciálním budoucím využitím.

Svět teoretické mechaniky a velká část její vědecké komunity se právě dotvarováním potažmo smršťováním betonu zabývá. V dnešní době je z iniciativy Profesora Bažanta vytvářena rozsáhlá databáze s výsledky experimentů na téma smršťování nebo dotvarování betonu. Katedra mechaniky na Fakultě stavební ČVUT je v rámci zkoumání těchto jevů na světové úrovni. V poslední době lze vypíchnout práci Ing. Petra Havlásk a Prof. Milana Jirásk a zakládající se na Microprestress–solidification theory[20].

V rámci katedry silničních staveb aktuálně probíhá výzkumný projekt SGS, který se zaměřuje na návrh metodiky pro stanovení rizika vzniku poruch u cementobetonového krytu během pokládky a v době krátce po jejím dokončení. Proběhla řada laboratorních měření, kde byl zkoumán vliv různých ošetřujících prostředků na odpar vody z betonu. V rámci této práce byl položen základ numerického modelu, který bude dále rozvíjen.

8.1 Experimentální měření

V rámci experimentálního měření byly v laboratorních podmínkách v Experimentálním centru na Fakultě stavební ČVUT vytvořeny betonové vzorky, které byly následně vystaveny různým okrajovým podmínkám s cílem zjistit jejich vliv na množství odpařené vody z betonu. Zároveň byly použity různé varianty ošetřování povrchu vzorků. Vážení probíhalo po 1 hodině od vybetonování, následně 2, 4 a 6 hodin od vybetonování a po jednom, respektive třech dnech. Obvykle bylo zhotoveno 6 vzorků s ohledem na kapacitu sušáku, kde byly vzorky uschovány po dobu vážení. Na dva z nich nebyly aplikovány žádné ošetřující přísady, na zbylé dvě dvojice byly aplikovány různé disperzní vodní postřiky, běžně využívané v silničním stavitelství, při pokládce CB krytů.



Obrázek 8.1: Pohled na hotové vzorky v rámci experimentu na odpar vody z betonu

Beton byl připraven podle různých receptur, které byly použity při výstavbě dálniční sítě v ČR. Nakonec byla jedna receptura zvolena (Obr.8.1) a na té byly aplikovány různé okrajové podmínky. Byl použit cement CEM I 42,5 R z cementárny Mokrá (ze stejného místa, jako na pilotním úseku dálnice D1). Směs kameniva těžného i drceného, množství vody a přísady také odpovídaly receptuře (Tab.8.1). Velikost vzorků je 225x225x50 mm, které byly zhotoveny do předem připravených forem (Obr. 8.2). Je patrné, že směs má velice nízký vodní součinitel, tak aby byla možná betonáž pomocí finišeru s posuvnými bočnicemi. Byly provedeny zkoušky pro obsah vzduchu v betonu

a také zkouška sednutí kužele.

Materiál	Množství	Jednotky	Podíl
Cement CEM I 42,5 R	420	[kg/m ³]	18,4 %
Těžné kamenivo 0/2	475	[kg/m ³]	20,8 %
Drcené kamenivo 2/4	220	[kg/m ³]	9,6 %
Drcené kamenivo 4/8	1000	[kg/m ³]	43,7 %
Voda	170	[kg/m ³]	7,4 %
Plastifikační přísada	1,3	[kg/m ³]	<0,1%
Prozdušňovací přísada	0,35	[kg/m ³]	<0,1%
Celkem	2286,65	[kg/m ³]	100 %

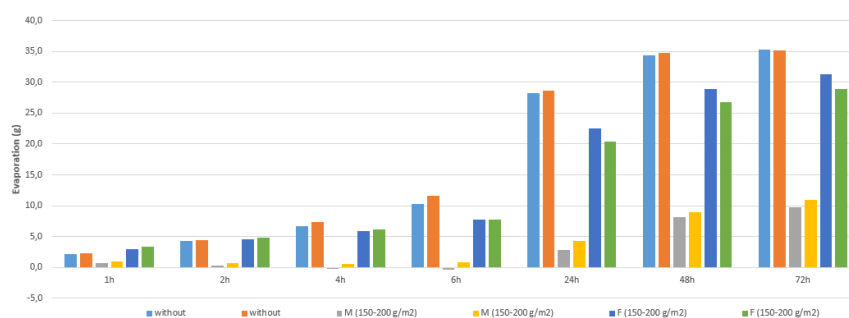
Tabulka 8.1: Složení betonové směsi pro experimentální měření



Obrázek 8.2: Vibrování betonové směsi ve formách v Experimentálním centru

Po zhotovení byly vzorky přepraveny do silniční laboratoře. Zde došlo k prvnímu vážení a následně nanesení postříků, které by měly zamezit většímu odparu vody. Po provedení postříků došlo k dalšímu vážení a uložení do sušáku, kde je možné současně kontrolovat teplotu i vlhkost prostředí. Zde byly vzorky uchovány během 72 hodin od jejich zhotovení, výstupem je tabulka s průběhem odparu vody v čase (Obr. 8.3).

Toto měření lze považovat, stejně jako celý projekt za úspěšné. V rámci této diplomové práce není však nikterak zásadní a není zde ani její vyhodnocení.



Obrázek 8.3: Výsledky z experimentálního měření v rámci SGS na katedře silničních staveb

Data z tohoto měření lze však velice dobře využít pro budoucí podrobnější kalibraci modelu vlhkosti, který v základní podobě bude představen v další části této práce.

8.2 Numerický model transportu vlhkosti

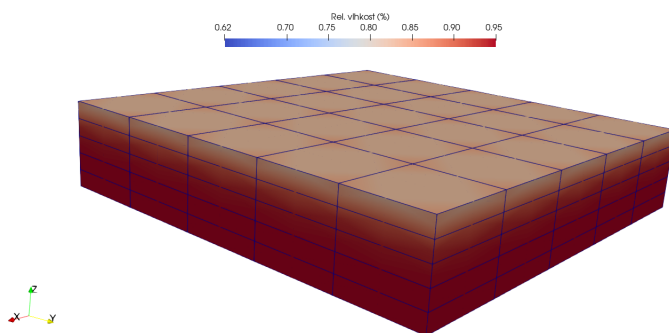
V rámci této kapitoly bude představen základní model vedení vlhkosti implementovaný v softwaru OOFEM. Je třeba si uvědomit, že vytvoření zvalidovaného modelu trvá dlouhou dobu a není zvládnutelný v čase vymezeném pro psaní diplomové práce, pokud to navíc není její primární cíl.

V budoucnu se počítá s vytvořením analogického robustního modelu, který je k dispozici pro vedení teploty. Postupný vývoj tohoto modelu trvá již od roku 2018, zdá se v současné době hotový a vyladěný. Víze je taková, že po základní kalibraci začne práce na sdruženém modelu vlhkosti s mechanikou, tak aby bylo možné analyzovat vliv smršťování a dotvarování pro CB kryty. V posledním stádiu by pak mělo dojít na sdružení modelu vlhkosti, teploty a mechaniky do jednoho komplexního modelu, ale to je v současné době hudba budoucnosti.

Úloha vedení vlhkosti je zatím postavena na experimentálním měření v rámci SGS. Geometrie modelu se tedy shoduje se vzorkem s rozměry 225x225x50 mm, je použita poměrně hrubá síť prvků, kde je model na každé hraně rozdělen rovnoměrně na 5 dílů a vzniká síť tvořená stejnými kvádry s rozměry 45x45x10 mm. Je použitý stejný řešič TransientTransport jako pro vedení teploty, jen jeho jiná doména, která umožňuje uchovávat jiný stupeň volnosti, než je teplota a to je relativní vlhkost.

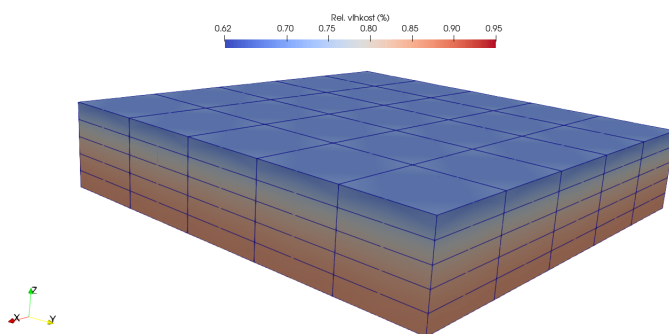
Použité prvky QBrick1mt jsou určeny pro náš druh problému, pro aproximaci jsou použity kvadratické bázové funkce. Každý prvek má 20 uzlů, v rozích a ve středu každé hrany. Model obsahuje 125 stejných prvků a 756 uzlů v síti prvků. Je zde tedy pouze 756 stupňů volnosti, jelikož každý uzel má jen jeden stupeň volnosti. Tento fakt nám úlohu staví jako velice vhodnou pro kalibraci, jelikož doba výpočtu je v řádu vteřin.

Celý systém je postaven tak, že počáteční relativní vlhkost ve všech uzlech je 95% (Obr. 8.4). Pokud bychom uvažovali 100% bylo by nutné využít komplikovanější izoterma než lineární, která je zde díky své jednoduchosti uvažována. Pokud je úloha postavena takto, je lineární izoterma přípustná.



Obrázek 8.4: Výchozí stav problému transportu vlhkosti

Okrajová podmínka úlohy je předepsaná okolní vlhkost prostředí na 60%. Tato podmínka je předepsána "měkce", není použita Dirichletovská pevná podmínka, kdy předepíšeme přímo na prvky hodnotu. Je použit podobný přístup, jako při modelování teploty vzduchu pomocí Neumannovské podmínky, kdy nám vlhkost postupně konverguje k předepsané hodnotě.



Obrázek 8.5: Změna relativní vlhkosti v čase, pokud je v okolí vzorku relativní vlhkost 60%

Postupem času nám celý problém dospívá postupným snižováním vlhkosti v betonu (Obr.8.5), k rovnovážnému stavu. V budoucnu je nutné tento model a zahrnout i další okrajové podmínky, které se vyskytují in situ, ale v laboratorních podmínkách se neobjevují. Takto modelovaný přestup vlhkosti, pomocí kterého je možné postihnout nerovnoměrné vysychání vozovky, je klíčový pro analýzu smršťování v CB krytu.

8.3 Rozvoj numerického modelování

Numerická analýza je výhodný a levný nástroj k analýze vozovek. Je však nutné jej neustále rozvíjet. Samotný základní model transportu vlhkosti je v ČR ojedinělý, je třeba jej řádně nakalibrovat a dále rozvíjet. Je několik zásadních věcí, kterými by se v budoucnu modely CB vozovek zabývat.

- Implementace transportu vlhkosti
 1. Model pro celou desku vozovky a ne jen pro laboratorní testy
 2. Kalibrace modelu oproti experimentálním datům
 3. Použití složitější sorpční izotermy, než je ta lineární
 4. Použití přesnější formulace propustnosti
- Sdružení transportu vlhkosti s mechanikou
 1. Analýza vysychání a smršťování
 2. Začít se pomalu zabývat i problematikou dotvarování
- Rozvoj analýzy vozovek v ranných fázích tuhnutí a tvrdnutí betonu
 1. Je důležité zahrnout vliv časově závislého modulu pružnosti
 2. V dlouhodobém horizontu začít používat viskoelastický materiál místo elastického pro beton
- Sdružení úloh vedení tepla, vedení vlhkosti a mechaniky dohromady
 1. To by vedlo k možnosti komplexní analýzy vozovky, ale je to velmi náročné
- Zpřesnění únavové analýzy vozovek
 1. Stávající postup je třeba vylepšit
 2. Možná kombinace kolového zatížení jako vysokocyklové únavy a teplotního namáhání jako nízkocyklové únavy

- Parametrizace zde představeného sdruženého modelu vedení tepla a mechaniky
 1. Vytvoření jednoduchého programu na výpočet napětí v desce, při zadání několika vstupních parametrů (rozměry desky, tloušťka, atd.)

V budoucnu je třeba začít více prosazovat výsledky a předpoklady získané z numerického modelování do stavební praxe. Zároveň je potřeba řešit problémy, které praxe má a vybudovat vzájemný pozitivní vztah a důvěru. Je však nezbytné, aby se touto tematikou začalo zabývat více lidí, snad se najde v budoucnu více studentů, kteří na tuto práci navážou a zásadně ji vylepší. Sám autor v dané tematice má vizi pokračovat i nadále v rámci disertační práce.

Kapitola 9

Závěr

V rámci této diplomové práce je představena pokročilá numerická analýza cementobetonových krytů. V současné době se právě u nich potýkáme s nedostatečnou životností, což má mnohé negativní efekty. Jeden z nich je pochopitelně ekonomický. Přitom je pouze nutné problémy zkracující životnost CBK definovat a pracovat na jejich odstranění, což je cílem této práce.

Jedním z problémů je zastaralý přístup k návrhu CB vozovek, potažmo k jejich analýze. V této práci je uveden současný postup dle návrhové metody v TP170, která vychází z takřka 100 let staré Westergaardovi teorie. Samotní autoři předpisu v něm varují před jeho neodborným použitím, to je jistě těžko představitelné např. u norem pro návrh nosných konstrukcí.

Cílem této práce je ve svém důsledku přispět ke správnému návrhu CB krytů, což je dlouhodobý proces. Je zde navržen slabě sdružený termo - mechanický model. V analýze teplotní napjatosti se v současné době používá výhradně lineární průběh teploty po výšce desky, v této práci je nahrazen časově závislým modelem vedení tepla, který počítá teplotu v jednotlivých bodech desky. Tímto přístupem docílíme výrazně reálnějšího teplotního zatížení než doposud. Zpřesňování současných přístupů a jejich inovace je cesta k lepšímu návrhu, lepšímu nastavení podmínek pokládky CB krytu a tím k prodloužení životnosti vozovek.

Tento model má stále svoje omezení, například je využit pouze elastický materiál. Používá se zde Winkler - Pasternakův model podloží, který je kalibrován na výsledky ze zatěžovací zkoušky na dálnici D1. Samotný model vedení tepla je na toto měření také kalibrován, takže se ani v jednom z modelů

nejedná o slepou predikci. Je zkoumán vliv okrajových podmínek na průběh teploty a napětí v desce. Je ukázáno, že oba představené jevy, tedy oslunění a teplota vzduchu jsou nezanedbatelné. Na několika studiích je dokázáno, že vliv těchto jevů na chování desky je většinou nelineární.

Především vliv oslunění na napjatostní stav desky je opravdu výrazný, tento jev zásadně urychluje rychlost změny teplotního gradientu v desce a zvyšuje jeho nelinearitu. Ve výsledku je vliv tohoto fenoménu v řádu desetin až jednotek MPa. Teplota vzduchu není tak významná, ale jejich kombinace nám dává celkem reálný obrázek, jak se deska chová. Je pravděpodobné, že se deska vlivem teplotního namáhání odděluje od podkladního systému, to je třeba potvrdit a dále zkoumat. Pokud se tento jev potvrdí, je to zcela jistě činitel snižující životnost desky, která se tímto vlivem může poškodit a deformovat, což může snížit její odolnost proti zatížení dopravou.

Takto získaný napjatostní stav vozovky nám může osvětlit mnohé fenomény, které se ve vozovce odehrávají a ovlivňují ji. Nejsme také omezeni tolika zjednodušujícími předpoklady, jako tomu bylo v minulosti. Toho je třeba využít a aplikovat tyto poznatky do předpisů a norem, především však do samotného provádění vozovek.

V rámci provedeného porovnání výpočtu napětí od teplotního nesilového namáhání podle TP170 a numerického sdruženého modelu se jasně ukazuje, že současná návrhová metoda je nevyhovující a je nutné ji inovovat. Současný přístup by bylo vhodné změnit a více zohlednit reálné chování CB desek.

Podrobné zkoumání teplotního namáhání je velice zajímavé, ale není to jediný jev, který nám může negativně ovlivnit životnost CB vozovky. Je představen základní model vedení vlhkosti, který je třeba v budoucnu ještě dále rozvíjet a propojit s mechanickým modelem. Pomocí něj bude možné zkoumat vliv dotvarování a smršťování, což jsou jevy, které pravděpodobně souvisí se vznikem sítě trhlin a mikrotrhlin v betonu. I z tohoto základního modelu je patrné, že k vysychání dochází nerovnoměrně, což deformaci pomocí smršťování.

Současná situace v ČR inovace na poli CB vozovek poměrně umožňuje, je tak třeba těchto možností využít. Probíhá celá řada pilotních projektů a měření, na které je třeba navázat, pomocí numerického modelování je analyzovat a následně výsledky parametrizovat, tak abychom získali vztahy použitelné k jejich zjednodušenému návrhu. Není dobré být závislý pouze na katalogu vozovek, který není vždy plně aplikovatelný.



Literatura

- [1] K. Hlavatý a B. Slánský a V. Šmilauer a R. Dvořák. Opatření k prodloužení životnosti cementobetonových krytů vozovek - část i. *Silniční obzor*, 6(1):164 – 168, 2019.
- [2] K. Hlavatý a B. Slánský a V. Šmilauer a R. Dvořák. Opatření k prodloužení životnosti cementobetonových krytů vozovek - část ii. *Silniční obzor*, 7-8(1):193 – 197, 2019.
- [3] Rolf Breitenbücher a Robin Przondziono. Faktory ovlivňující asr v betonových vozovkách a strategie prevence. In *Sborník betonové vozovky 2018*, pages 35 – 45. Výzkumný ústav maltovin Praha, Praha, 2018.
- [4] Slánský a Vysloužil a Šmilauer a Veselý a Dvořák. Opatření pro vyšší životnost cbk - výsledky pilotního projektu. In *Sborník betonové vozovky 2020*, pages 32 – 47. Výzkumný ústav maltovin Praha, Praha, 2020.
- [5] ACI 209. *Guide for Modeling and Calculating Shrinkage and Creep in Hardened Concrete*. American Concrete Institute, 2008.
- [6] Kol. autorů. ČSN EN 1992-1-1 (731201): Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby. Technical report, Český normalizační institut, 11 2006.
- [7] Z. P. Bažant and S. Baweja. Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures: Model B3. Technical report, Am. Concrete Institute, 2000.
- [8] Z. P. Bažant and L. J. Najjar. Nonlinear water diffusion in nonsaturated concrete. *Materials and Structures*, 5(25):3–20, 1972.

- [9] Zdeněk P Bažant and Milan Jirásek. *Creep and hygrothermal effects in concrete structures*, volume 38. Springer, 2018.
- [10] Anne Beeldens. White topping, jak tenkovrstvý může být? In *Sborník betonové vozovky 2018*, pages 183 – 189. Výzkumný ústav maltovin Praha, Praha, 2018.
- [11] Zhu Bofang. 1 - introduction. In Zhu Bofang, editor, *Thermal Stresses and Temperature Control of Mass Concrete*, pages 1 – 10. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2014.
- [12] BJS Breeveld. *Modelling the Interaction between Structure and Soil for Shallow Foundations-A Computational Modelling Approach*. PhD thesis, Delft University of Technology, 2013.
- [13] DM Burmister. The theory of stresses and displacements in layered systems and applications of the design of airport runways, paper presented at the annual meeting, highway res. Board, Natl. Res. Council., Washington, DC, 1943.
- [14] Bouzid Choubane and MANG Tia. Nonlinear temperature gradient effect on maximum warping stresses in rigid pavements. *Transportation Research Record*, 1370(1):11, 1992.
- [15] Arthur C Eberhardt. Air craft-pavement interaction studies. phase i: A finite-element model of a jointed concrete pavement on a non-linear viscous subgrade. *Highway Research Record*, 1973.
- [16] Jiří Šejnoha and Jitka Bittnarová. *Pružnost a pevnost 20*. České vysoké učení technické, Praha, 1. edition, 1998.
- [17] FIB. *Model Code 2010*. International Federation for Structural Concrete (fib), 2010.
- [18] Marc-Oliver Förster. *Temperaturbedingte Beanspruchung von Betonfahrbahnen*. Universität Hannover, Hannover, 1. edition, 2005.
- [19] Geoffrey Griffiths. 22 - concrete roads and pavements. In John Newman and Ban Seng Choo, editors, *Advanced Concrete Technology*, pages 1 – 24. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2003.
- [20] Petr Havlásek and Milan Jirásek. Multiscale modeling of drying shrinkage and creep of concrete. *Cement and Concrete Research*, 85:55 – 74, 2016.
- [21] Oliver Heaviside. *Electromagnetic theory*, volume 237. American Mathematical Soc., 2003.
- [22] Michal Hlobil, Vít Šmilauer, and Gilles Chanvillard. Micromechanical multiscale fracture model for compressive strength of blended cement pastes. *Cement and Concrete Research*, 83:188 – 202, 2016.

- [23] YH Huang and ST Wang. Finite-element analysis of concrete slabs and its implications for rigid pavement design. *Highway Research Record*, 1(466), 1973.
- [24] Mija Hubler, Z Bažant, and Roman Wan-Wendner. Recalibration and uncertainty quantification of the b3 creep model for long term estimates using bayesian methods. In *Conference: 11th International Conference, ICOSSAR 2013 overview*, page 3, 06 2013.
- [25] AM Ioannides. The problem of a slab on an elastic solid foundation in the light of the finite element method. In *Proceedings, Sixth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Innsbruck, Austria*, pages 1059–1064, 1988.
- [26] A.M. Ioannides. Concrete pavement analysis: the first eighty years. *International Journal of Pavement Engineering*, 7(4):233–249, 2006.
- [27] Anastasios M. Ioannides and Michael I. Hammons. Westergaard-type solution for edge load transfer problem. *Transportation Research Record*, 1525(1):28–34, 1996.
- [28] J. Kudrna, M. Varaus, F. Luxemburg, L. Vébr, I. Racek, J. Fiedler and A. Arťušenko. Navrhování vozovek pozemních komunikací, TP170. Technical report, Ministerstvo dopravy, 11 2004.
- [29] L. Vébr J. Veselý, P. Pánek. Termomechanický model cb vozovky ve fázi tuhnutí a tvrdnutí betonu. *Silniční obzor*, 12(1):164 – 168, 2019.
- [30] Arnold D. Kerr. Elastic and Viscoelastic Foundation Models. *Journal of Applied Mechanics*, 31(3):491–498, 09 1964.
- [31] Hartwig M Künzel. Simultaneous heat and moisture transport in building components. *One-and two-dimensional calculation using simple parameters. IRB-Verlag Stuttgart*, 65, 1995.
- [32] E. Šlachta. *Vozovky z cementového betonu*. SNTL, Praha, 1981.
- [33] Anders Losberg. *Structurally reinforced concrete pavements*, volume 29. Akademiforlaget Gumperts, 1960.
- [34] Radek Mátl. „nemoci“ z jiných staveb při sledování kvality nás provázejí i při modernizaci d1. In *Sborník betonové vozovky 2018*, pages 7 – 26. Výzkumný ústav maltovin Praha, Praha, 2018.
- [35] A. M. Neville. *Properties of Concrete*. John Wiley & Sons, Inc., 1997.
- [36] J. Němeček, V. Králík, V. Šmilauer, L. Polívka, and A. Jäger. Tensile strength of hydrated cement paste phases assessed by micro-bending tests and nanoindentation. *Cement and Concrete Composites*, 73:164 – 173, 2016.

- [37] PL Pasternak. New method of calculation for flexible substructures on two-parameter elastic foundation. *Gasudarstvennoe Izdatelstvo. Literatura po Stroitelstvu I Architekture*, pages 1–56, 1954.
- [38] B. Patzák et al. Object Oriented Finite Element Method - OOFEM. <http://www.oofem.org>, since 1993.
- [39] B. Patzák, D. Ryppl, and J. Krus. Mupif – a distributed multi-physics integration tool. *Advances in Engineering Software*, 60-61:89 – 97, 2013.
- [40] Dimitrios G. Pavlou. Chapter 1 - an overview of the finite element method. In Dimitrios G. Pavlou, editor, *Essentials of the Finite Element Method*, pages 1 – 18. Academic Press, 2015.
- [41] Gerald Pickett and Gordon K Ray. Influence charts for rigid pavements. *American Society of Civil Engineers Transactions*, 1951.
- [42] RILEM Technical Committee TC-242-MDC (Z.P. Bažant, chair). Model B4 for creep, drying shrinkage and autogenous shrinkage of normal and high-strength concretes with multi-decade applicability (RILEM Technical Committee TC-242-MDC multi-decade creep and shrinkage of concrete: material model and structural analysis). *Materials and Structures*, 48:753–770, 2015.
- [43] Bijok Slánský, Vysloužil. Whitetopping - první pilotní projekt v ČR. In *Sborník betonové vozovky 2020*, pages 108 – 117. Výzkumný ústav maltovin Praha, Praha, 2020.
- [44] Amir M Tabatabaie and Ernest J Barenberg. Finite-element analysis of jointed or cracked concrete pavements. *Transportation Research Record*, 1(671), 1978.
- [45] F. Vallee. Modeling drying, hydration, carbonation in thin mortars using CEMHYD3D. Technical report, NIST Building and Fire Research Laboratory, Gaithersburg, Maryland, June 2000.
- [46] HM Westergaard. Om beregning af plader paa elastik underlag med saerligt henblik paa sporgsmaalet om spaendinger i betonveje (on the design of slabs on elastic foundation with special reference to stresses in concrete pavements). *Ingenioren (Copenhagen)*, 32, 1923.
- [47] HM Westergaard. Analysis of stresses in concrete pavements due to variations of temperature. In *Highway Research Board Proceedings*, volume 6, 1927.
- [48] Jan Zajíček. *Technologie stavby vozovek*. Informační centrum ČKAIT, Praha, 2014.
- [49] BN Zhemochkin and AP Sinitsyn. Practical methods of calculation of foundation beams and slabs on elastic foundation. *Stroiizdat, Moscow*, 1947.