

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STAVEBNÍ

KATEDRA GEOMATIKY



Diplomová práce

**Časově proměnné gravitační pole Země a korekce dat z mise
GRACE**

Ondřej Šimáček

Studijní program: Geodézie a kartografie

Studijní obor: Geodézie a kartografie

Vedoucí práce: Ing. Jan Holešovský

Prosinec 2020

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Šimáček Jméno: Ondřej Osobní číslo: 424604Zadávající katedra: Katedra geomatikyStudijní program: Geodézie a kartografieStudijní obor: Geodézie a kartografie

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce: Časově proměnné gravitační pole Země a korekce dat z mise GRACENázev diplomové práce anglicky: The Earth's time variable gravitational field and leakage effects in GRACE data

Pokyny pro vypracování:

Dle zvolené metody bude v programovacím prostředí Matlab vytvořena a otestována sada algoritmů k opravě tzv. "leakage" efektu u gravitačních polí z mise GRACE (GRACE-FO). Vstupními daty jsou měsíční řešení z GRACE, výstupem pak opravené odhady hmotnostních variací (ekvivalentní výška vody). Přednost by měla být dána postupům nezávislým na pozemních datech. Použité postupy a výsledky práce by měly být v textu DP řádně zdokumentovány a dle možností porovnány s publikovanými výsledky.

Seznam doporučené literatury:

1. Baur, O., Kuhn, M., & Featherstone, W. E. (2009). GRACE-derived ice-mass variations over Greenland by accounting for leakage effects. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 114(B6).
2. Baur, O., Kuhn, M., & Featherstone, W. E. (2013). Continental mass change from GRACE over 2002–2011 and its impact on sea level. *Journal of Geodesy*, 87(2), 117-125.
3. Chen, J. L., Wilson, C. R., Li, J., & Zhang, Z. (2015). Reducing leakage error in GRACE-observed long-term ice mass change: a case study in West Antarctica. *Journal of Geodesy*, 89(9), 925-940.
4. Jin, S., & Zou, F. (2015). Re-estimation of glacier mass loss in Greenland from GRACE with correction of land-ocean leakage effects. *Global and Planetary Change*, 135, 170-178.
5. Wouters, B., Bonin, J. A., Chambers, D. P., Riva, R. E., Sasgen, I., & Wahr, J. (2014). GRACE, time-varying gravity, Earth system dynamics and climate change. *Reports on Progress in Physics*, 77(11), 116801.
6. Wahr, J., Molenaar, M., & Bryan, F. (1998). Time variability of the Earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 103(B12), 30205-30229.

Jméno vedoucího diplomové práce: Ing. Jan HolešovskýDatum zadání diplomové práce: 23.9.2020 Termín odevzdání diplomové práce: 3.1.2021*Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku*

Podpis vedoucího práce

Podpis vedoucího katedry

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v diplomové práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta(ky)

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Časově proměnné gravitační pole Země a korekce dat z mise GRACE“ vypracoval samostatně, za použití uvedené literatury a zdrojů.

V Praze dne 29. 12. 2020

.....
Ondřej Šimáček

PODĚKOVÁNÍ

Chtěl bych zde poděkovat vedoucímu této diplomové práce Ing. Janu Holešovskému za poskytnutí rad, informací a svého času při zpracovávání této práce. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Josefovi Seberovi Ph.D. za odborné konzultace a poskytnutí studijních materiálů, trpělivosti a svého času i přes veškeré překážky, které tato doba přinesla.

ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zabývá proměnným gravitačním polem Země, zpracováním a korekcí dat z mise GRACE a GRACE-FO. V programovacím prostředí Matlab (Matlab, 2018) byly vytvořeny algoritmy pro redukci úniku signálu (tzv. „leakage“ efektu). Výstupem jsou opravené odhady hmotnostních variací v podobě ekvivalentní výšky vodního sloupce. Byl zkoumán a na území Grónska demonstrován vliv jednotlivých parametrů vstupujících do výpočtu a výsledné odhady byly porovnány s vědeckými publikacemi.

KLÍČOVÁ SLOVA

proměnné gravitační pole Země, mise GRACE a GRACE-FO, odlehlost geoidu, Gaussův filtr, Stokesovy sféricko-harmonické koeficienty, únik signálu, ekvivalentní výška vodního sloupce, úbytek ledovců, Grónsko

ABSTRACT

This diploma thesis is focused on the Earth's variable gravity field, processing and correction of data from the GRACE and GRACE-FO missions. Algorithms for reducing leakage effect were created in the Matlab programming environment. The outputs of this thesis are corrected estimates of mass variance in the form of the equivalent water height. The influence of individual parameters entering the calculation was investigated and demonstrated in the territory of Greenland. Resulting estimates were compared with scientific publications.

KEY WORDS

Earth's variable gravity field, GRACE and GRACE-FO missions, geoid height, Gaussian filter, Stokes spherical-harmonics coefficients, leakage effect, equivalent water height, glacier mass loss, Greenland

Obsah

Úvod.....	7
1. GRACE a GRACE-FO.....	8
1.1. Princip GRACE.....	8
1.2. Data.....	10
1.2.1. Level-0 data.....	11
1.2.2. Level-1A data.....	11
1.2.3. Level-1B data.....	11
1.2.4. Level-2 data.....	11
1.3. Ekvivalentní výška vodního sloupce (EWH).....	12
1.4. Filtrování dat.....	14
1.4.1. Gaussův filtr.....	15
1.4.2. DDK filtry.....	16
1.4.3. Další filtry.....	18
2. Únik signálu („leakage“ effect).....	8
2.1. Metody na redukci úniku signálu.....	20
2.1.1. Metoda dle Baur et al. (2009).....	20
2.1.2. Metoda dle Jin et al. (2015).....	22
2.1.3. Metoda dle Chen et al. (2015).....	24
3. Numerické experimenty.....	26
3.1. Data.....	26
3.2. Výpočet změn rozložení hmoty na zemském povrchu.....	26
3.2.1. Proměnné gravitační pole.....	26
3.2.2. Použití filtru.....	28
3.2.3. Konverze na EWH.....	28
3.2.4. Sféricko-harmonická syntéza.....	29
3.3. Redukce úniku signálu (leakage-out efektu).....	30
3.3.1. Volba izolinií.....	30
3.3.2. Extrakce signálu.....	31
3.3.3. Tvorba koeficientu <i>IAF</i>	32

3.3.4. Vracení signálu na pevninu	33
3.3.5. Modelace gravitačního potenciálu.....	33
3.3.6. Sféricko-harmonická analýza	34
3.3.7. Druhý výpočet EWH	35
3.3.8. Výpočet <i>FAF</i>	36
3.3.9. Aplikace <i>FAF</i>	36
4. Výsledky	38
4.1. Porovnávání různých nastavení proměnných	38
4.1.1. Volba období	39
4.1.2. Volba filtru	40
4.1.3. Volba oblasti.....	41
4.1.4. Maximální stupeň Stokesových koeficientů.....	42
4.1.5. Volba objemových elementů.....	43
4.2. Srovnání s dalšími publikacemi.....	44
4.2.1. Redukce dle Baur et al. (2009).....	45
4.2.2. Redukce dle Jin et al. (2015)	45
4.2.3. Redukce dle Nahavandchi et al. (2015).....	46
Závěr	48
Použitá literatura	49
Seznam obrázků	53
Seznam tabulek.....	56
Seznam grafů	56
Seznam zkratk	57
Seznam příloh	58

Úvod

Cílem diplomové práce je vytvořit a otestovat sadu algoritmů k opravě úniku signálu (tzv. “leakage“ efektu) u gravitačních polí z mise GRACE a GRACE-FO. Vstupními daty jsou měsíční řešení gravitačního pole Země v podobě sad Stokesových sféricko-harmonických koeficientů. Výstupem pak jsou opravené odhady hmotnostních variací v podobě ekvivalentní výšky vodního sloupce. Pro redukci úniku signálu je v práci použit postup dle Baur et al. (2009).

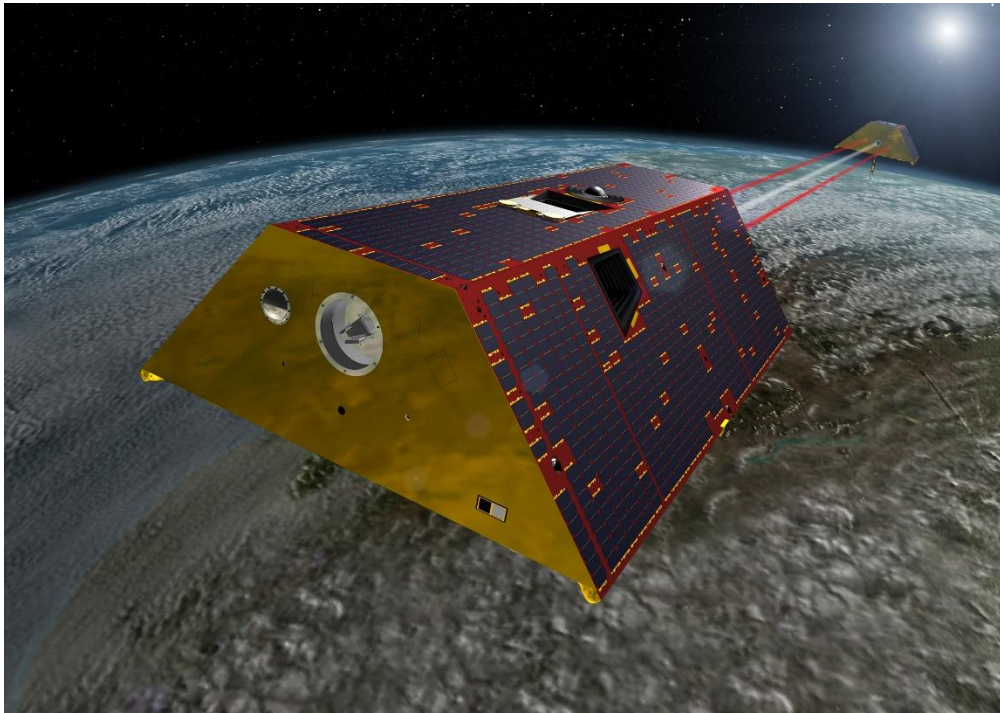
V první kapitole diplomové práce bude nejprve popsán princip fungování družic GRACE a GRACE-FO. Budou popsány datové výstupy z jejich měření a následné prvotní zpracování. Budou zde také popsány teoretické základy k následujícímu zpracování a vysvětlena veličina ekvivalentní výška vodního sloupce.

Ve druhé kapitole bude popsán vznik úniku signálu a na čem závisí jeho velikost a prostorové rozložení. Budou zde uvedeny a vysvětleny tři vybrané metody (Baur et al., 2009, Jin et al., 2015 a Chen et al., 2015) na jeho redukci.

Další část diplomové práce se bude týkat popisu tvorby výpočetních algoritmů, jejichž úkolem je tento únik signálu na základě metody dle Baur et al. (2009) redukovat.

V poslední kapitole budou interpretovány výsledky redukce a zkoumány vlivy voleb jednotlivých parametrů a vstupních dat. Závěrem budou výsledky porovnány s vědeckými publikacemi na toto téma.

1. GRACE a GRACE-FO

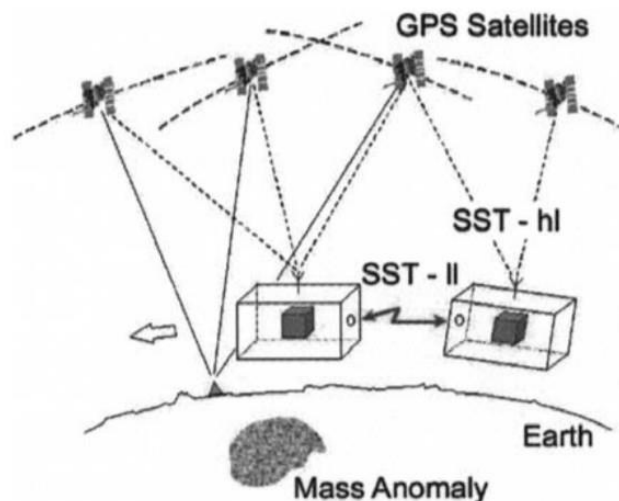


Obrázek 1. Vizualizace družic GRACE. Zdroj: gracefo.jpl.nasa.gov.

Gravity Recovery And Climate Experiment (GRACE) je společná vesmírná mise organizací NASA a Německého střediska pro letectví a kosmonautiku (Tapley et al., 2004). Obě družice byly na oběžnou dráhu vypuštěny v březnu roku 2002 a operovaly do října roku 2017. Díky tomu, že mise byla úspěšná, byl realizován téměř identický projekt GRACE-Follow-On (GRACE-FO), jehož družice byly vyneseny na oběžnou dráhu v květnu 2018 a operují dodnes. GRACE-FO by měla fungovat 5 let.

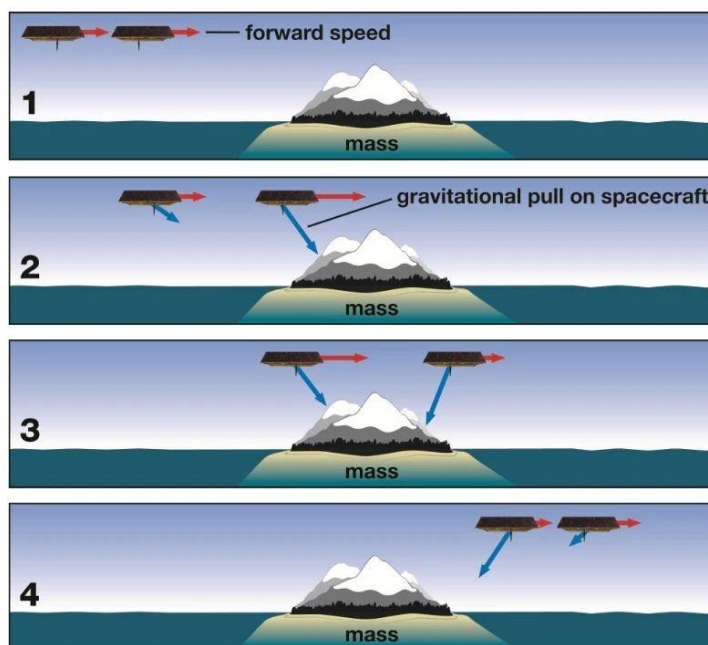
1.1. Princip GRACE

GRACE je první z gravitačních misí, která je založena na měření na oběžné dráze. Jde o techniku Satellite-to-Satellite Tracking low-low (SST-ll), která spočívá v kontinuálním určování vzdálenosti mezi družicemi na nízkém orbitu. Tento princip je kombinován s principem Satellite-to-Satellite Tracking high-low (SST-hl), založený na měření mezi družicemi na vysokém orbitu (GNSS družice) a nízkém orbitu (družice GRACE) (Freedden et al., 2002).



Obrázek 2. Schéma principu SST-II a SST-hl. Zdroj: Johannessen et al. (2003)

GRACE jsou proto dvě za sebou obíhající družice na stejné dráze se vzájemnou vzdáleností přibližně 220 km, které pomocí mikrovlnného dálkoměru mezi sebou měří vzdálenost. Pokud se družice blíží k hustotní anomálii, první z družic je přitahována větší gravitační silou, což zvětší vzdálenost mezi nimi. Jakmile se družice dostane za anomálii, vzdálenost mezi družicemi se naopak zmenší, protože je první družice přitahována zpět (obrázek 3).



Obrázek 3. Schéma principu GRACE. Zdroj: newatlas.com.

Pro měření vzdálenosti mezi sebou jsou družice vybaveny mikrovlnným dálkoměrem v oblasti K pásma, což odpovídá vlnové délce 1 cm – 0.7 mm, který dokáže měřit difference ve vzdálenosti s přesností až 10 mikrometrů (GRACE and GRACE-FO, 2001). Toto měření vzdálenosti probíhá neustále a v obou směrech. Pro měření efektu rušivých negravitačních sil jsou družice vybaveny velmi přesnými akcelerometry. Ve spodní části družic jsou připevněny koutové odražeče, které umožňují měření systémem SLR (Satellite Laser Ranging) z povrchu Země. Poloha družic je měřena technologií GNSS. Díky kombinaci dat z těchto měření je možné vypočítat gravitační potenciál a je možné sestavit mapu gravitačních anomálií.

Družice GRACE a GRACE-FO obíhají Zemi na nízké oběžné dráze ve výšce cca 500 km nad povrchem. Jejich dráha je téměř kruhová, což zajišťuje podobné podmínky pozorování pro každou oblast na Zemi. Díky sklonu roviny 89 stupňů prolétají družice téměř nad póly a dokážou zmapovat téměř celý povrch. GRACE družice obíhají Zemi 15x za den, díky čemuž jsou jednotlivé gravitační modely vypočítávány každých 30 dní. To umožňuje velmi detailně ve velmi malých časových rozestupech pozorovat časové změny gravitačního pole. Tyto změny jsou způsobovány dynamikou celého zemského systému, to znamená pohybem hmot v jeho jednotlivých subsystémech. Největší podíl na krátkodobých změnách mají pohyby a transport hmot v hydrosféře Země. Pohyb povrchové vody, zásoby podzemních vod, oceánské proudy, tání ledovců a díky tomu i rostoucí hladina oceánů na tom mají majoritní podíl. Dochází ale i k pohybům hmot v jiných systémech, například v atmosféře a litosféře (Ilk et al., 2005). Úkol misí GRACE a GRACE-FO je tyto transporty hmot zaznamenávat jako časové změny gravitačního pole.

1.2. Data

Data z družic GRACE a GRACE-FO jsou zpracovávána v mnoha výzkumných organizacích a univerzitách po celém světě, přičemž hlavní produkty jsou poskytovány třemi zpracovatelskými centry (CSR a JPL v USA, GFZ v Postupimi v Německu). Zpracovaná data, ať už v podobě level-1B nebo level-2 dat, se liší díky odlišným metodám postprocessingu, jiným hodnotám volených parametrů nebo použitými hydrologickými, geologickými nebo atmosférickými modely. V této práci budou

použity datové produkty z Center for Space Research na Texaské univerzitě v Austinu (CSR).

Data z GRACE a GRACE-FO se dají rozdělit do 4 kategorií podle úrovně jejich zpracování.

1.2.1. Level-0 data

Tato data jsou produktem přímého měření jednotlivých přístrojů a senzorů v družicích. Jsou sbírána v GRACE Raw Data Center (RDC) v Německu v Neustrelitzu. Do archivu dat jsou zde ukládána ve dvou složkách, pro každou družici jedna. Tato data jsou společná pro všechna zpracovatelská centra.

1.2.2. Level-1A data

Level-0 data z RDC jsou poté tříděna podle použitých přístrojů a senzorů, jsou převedena a přepočítána, aby byly výsledky měření ve fyzikálních jednotkách, a jsou přidány údaje o přesnosti jednotlivých dat. Kde je potřeba, tak jsou aplikovány časové korekce do satelitního času. Těmto upraveným datům se říká level-1A data. Tento proces je nedestruktivní, z level-1A lze znovu získat level-0 data. Konkrétně se jedná například o data z GNSS přijímače (pseudovzdálenosti, efemeridy a časová data), data z mikrovlnného dálkoměru nebo data z akcelerometrů v podobě zrychlení a orientace z hvězdné kamery. Obvykle je tato úroveň vědcům nedostupná.

1.2.3. Level-1B data

Level-1B data jsou výsledkem nevratných procesů aplikovaných na data typu 0 a 1A. Tento postup se nazývá level-1 processing. Je zde především redukováno množství nasbíraných dat a jsou připojena další data potřebná pro level-2 processing. Tato úroveň dat je obecně dostupná vědeckým pracovníkům.

1.2.4. Level-2 data

Level-2 processing obvykle zahrnuje datové produkty z dílny každého výpočetního střediska. V případě GRACE jsou výsledkem level-2 data ve formě souborů sféricko-harmonických koeficientů pro jednotlivá časová období, tzv. měsíční řešení, tj. změna zemského gravitačního pole v kroku jednoho měsíce. Může se jednat o koeficienty vypočtené pouze z dat družic GRACE, ale i o sady koeficientů, které

vznikly kombinací s pozemními měřeními i modely. Data se neliší pouze metodikou výpočtu, ale také maximálním stupněm a řádem výsledných koeficientů. Level-2 data ze střediska CSR jsou vstupem pro výpočty dále v diplomové práci.

1.3. Ekvivalentní výška vodního sloupce (EWH)

Jedna sada Stokesových sféricko-harmonických koeficientů reprezentuje gravitační pole Země v určitém čase. To je obvykle zobrazováno pomocí tvaru geoidu, což je plocha se stejnou hodnotou tíhového potenciálu procházející střední hladinou oceánů. Matematický zápis geoidu vychází z rozvoje pro gravitační potenciál V (Wouters et al., 2014):

$$V(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{a} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a}{r}\right)^{l+1} P_{lm}(\sin(\varphi))(C_{lm} \cos(m\lambda) + S_{lm} \sin(m\lambda)), \quad [1]$$

kde r je geocentrický průvodič bodu ležícího nad zemským povrchem, φ a λ jsou zeměpisná šířka a délka bodu V , GM je geocentrická gravitační konstanta, a je poloměr referenčního tělesa, l je stupeň, m je řád, P_{lm} jsou plně normované přidružené Legendreovy funkce a C_{lm} a S_{lm} jsou sféricko-harmonické koeficienty odpovídajícího stupně a řádu. Takto mohou být stanoveny ekvipotenciální plochy, mezi které se řadí i geoid. Proloží-li se geoid rotačním elipsoidem, odlehlost těchto dvou těles se pak značí N a nazývá se odlehlost geoidu. Lze zapsat takto (Wouters et al., 2014):

$$N = \frac{V(R, \varphi, \lambda) - U}{\gamma}, \quad [2]$$

kde U je normální tíhový potenciál rotačního elipsoidu a γ je normální tíže na povrchu elipsoidu. Aproximací této normální tíže pomocí vztahu:

$$\gamma = \frac{GM}{a^2}, \quad [3]$$

což platí pro homogenní kouli, lze odlehlost geoidu zapsat pomocí Stokesových koeficientů (Chao and Gross, 1987):

$$N(\varphi, \lambda) = a \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l P_{lm}(\sin(\varphi))(C_{lm} \cos(m\lambda) + S_{lm} \sin(m\lambda)) \quad [4]$$

Tento postup určení tvaru geoidu pomocí součtu sféricko-harmonické řady se také nazývá sféricko-harmonická syntéza.

Vzhledem k tomu, že se zde pracuje s časově proměnným gravitačním polem a jsou k dispozici sady sféricko-harmonických koeficientů za každý měsíc, je lepší tyto změny zobrazit jako rozdíly ΔN :

$$\Delta N(\varphi, \lambda) = a \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l P_{lm}(\sin(\varphi))(\Delta C_{lm} \cos(m\lambda) + \Delta S_{lm} \sin(m\lambda)), \quad [5]$$

kde $\Delta N(\varphi, \lambda)$, ΔC_{lm} a ΔS_{lm} jsou rozdíly hodnot mezi 2 časy.

Takto krátkodobé časové změny v gravitačním poli (v rámci měsíců až roků) jsou převážně způsobené distribucí vody v povrchové vrstvě Země. Pokud je považována tato povrchová vrstva za dostatečně tenkou, aby platilo, že:

$$\frac{(l_{max} + 2)H}{a} \ll 1, \quad [6]$$

kde H je tloušťka povrchové vrstvy Země, je pak možno pomocí odvození ve Wahr et al. (1998) napsat:

$$\Delta\sigma(\varphi, \lambda) = \frac{a\rho_{ave}}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l P_{lm}(\sin \varphi) \frac{2l+1}{1+k_l} (\Delta C_{lm} \cos(m\lambda) + \Delta S_{lm} \sin(m\lambda)), [7]$$

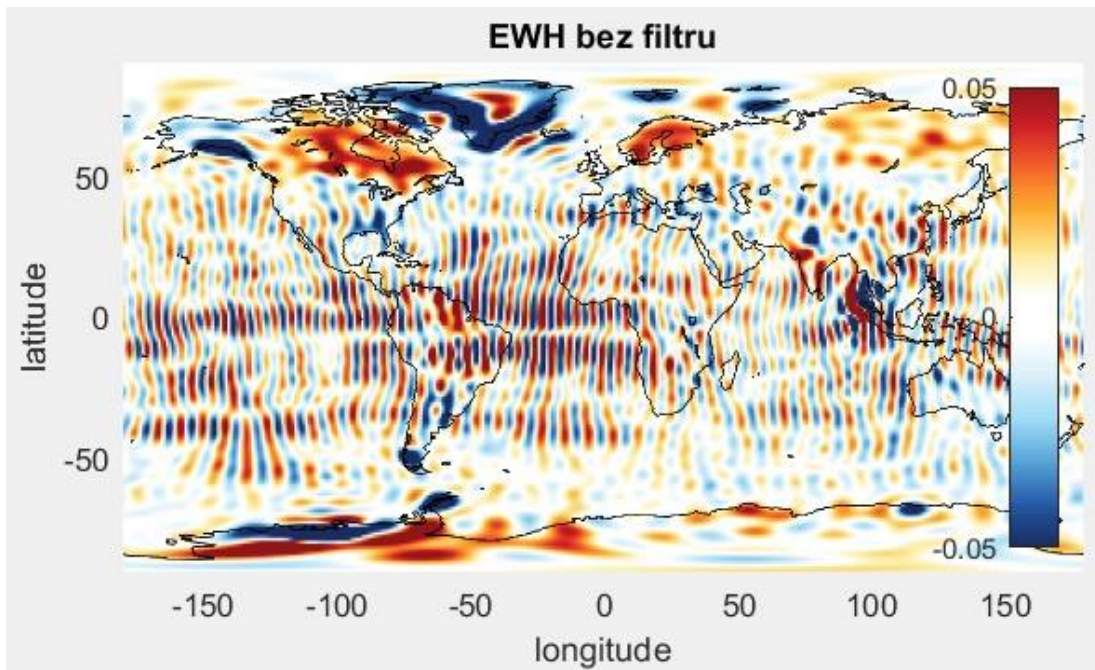
kde $\Delta\sigma(\varphi, \lambda)$ je změna plošné hustoty, ρ_{ave} je průměrná hustota Země a k_l jsou Loveova zatěžovací čísla odpovídajícího stupně (Han and Wahr, 1995). Pokud se tato změna plošné hustoty vydělí hustotou vody ρ_w , vznikne:

$$\Delta h(\varphi, \lambda) = \frac{\Delta\sigma(\varphi, \lambda)}{\rho_w}, \quad [8]$$

kde $\Delta h(\varphi, \lambda)$ je změna v povrchové hmotě, vyjádřena prostřednictvím ekvivalentní výšky vodního sloupce („equivalent water height“ neboli EWH). Tato veličina je nejvýhodnější při popisu krátkodobě časově proměnného gravitačního pole Země a využívá se ve vědeckých studiích na toto téma. I následně dále v práci se pracuje s touto veličinou. Hodnoty parametrů ρ_w , ρ_{ave} , a , GM jsou uvedeny v kapitole 4.1.

1.4. Filtrování dat

Využije-li se tohoto postupu a ze Stokesových koeficientů se vypočítá ekvivalentní výška vodního sloupce, je patrné, že jsou výsledky ovlivněny vysokofrekvenčním šumem v podobě severojižních pruhů (obrázek 4). Za tento šum mohou 2 faktory. Zprv je to způsobeno tím, že koeficienty vyšších stupňů a řádů jsou ovlivněny čím dál většími chybami. Druhá příčina spočívá v tom, že měření vzdálenosti mezi družicemi a následné výpočty koeficientů jsou citlivé na změny pouze ve směru jejich dráhy. Vznikají tak korelace mezi jednotlivými koeficienty, které takto ovlivňují výsledky. Proto se používají filtry, které se aplikují na sady koeficientů a redukují tento šum.



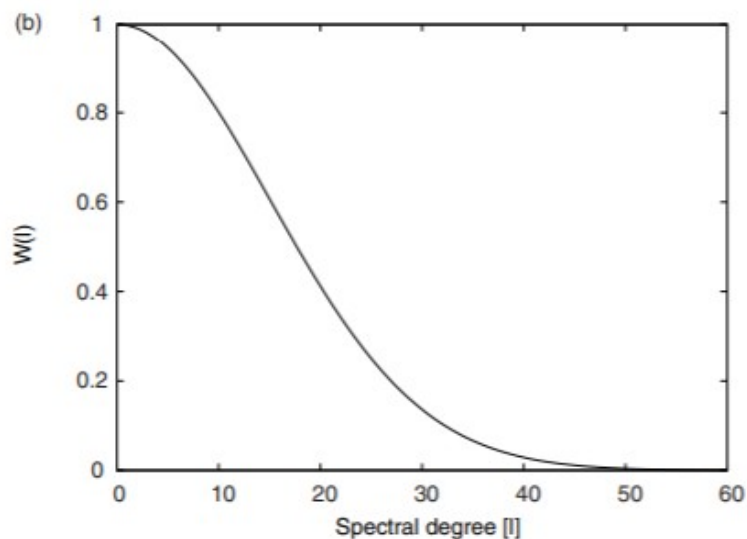
Obrázek 4. Změny EWH v m/rok bez předchozího filtrování dat. Použitá data jsou CSR RL6 pro období od srpna 2002 do července 2008.

1.4.1. Gaussův filtr

Pro vyhlazení vysokofrekvenčního šumu se obvykle používá Gaussův filtr (Jekeli, 1981). Ten spočívá v jednoduchém váhování koeficientů. Pro váhování se používá Gaussovy funkce ve tvaru:

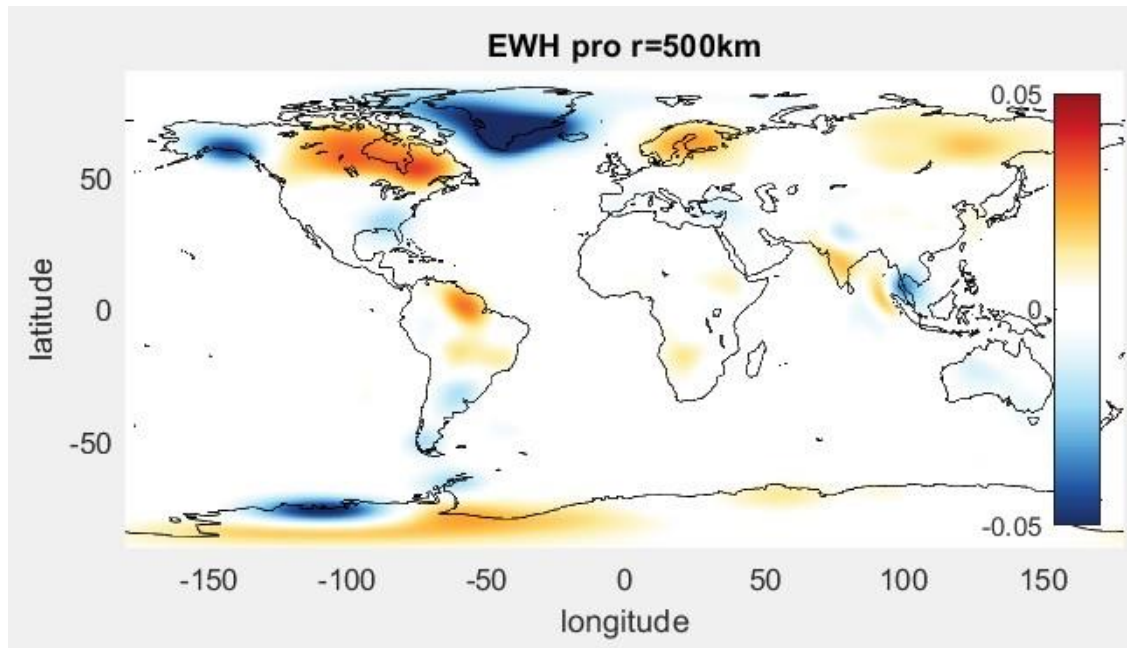
$$W(l) = e^{-\frac{(lr)^2}{4 \ln 2}}, \quad [9]$$

kde $W(l)$ je hodnota funkce pro stupeň l , r je vyhlazovací poloměr a R je poloměr referenční koule. Parametr r představuje vzdálenost po zemském povrchu, za jakou klesne hodnota W na polovinu.



Obrázek 5. Graf závislosti váhové funkce $W(l)$ na stupni sféricko-harmonického rozvoje pro $r=500$ km. Zdroj: Wouters et al. 2014

Na obrázku 5 je funkce $W(l)$ pro hodnotu $r = 500$ km. Gaussův filtr je izotropní filtr, to znamená, že je nezávislý na směru. Obrázek 6 ukazuje aplikaci Gaussova filtru o vyhlazovacím poloměru 500 km na stejná data jako na obrázku 4.

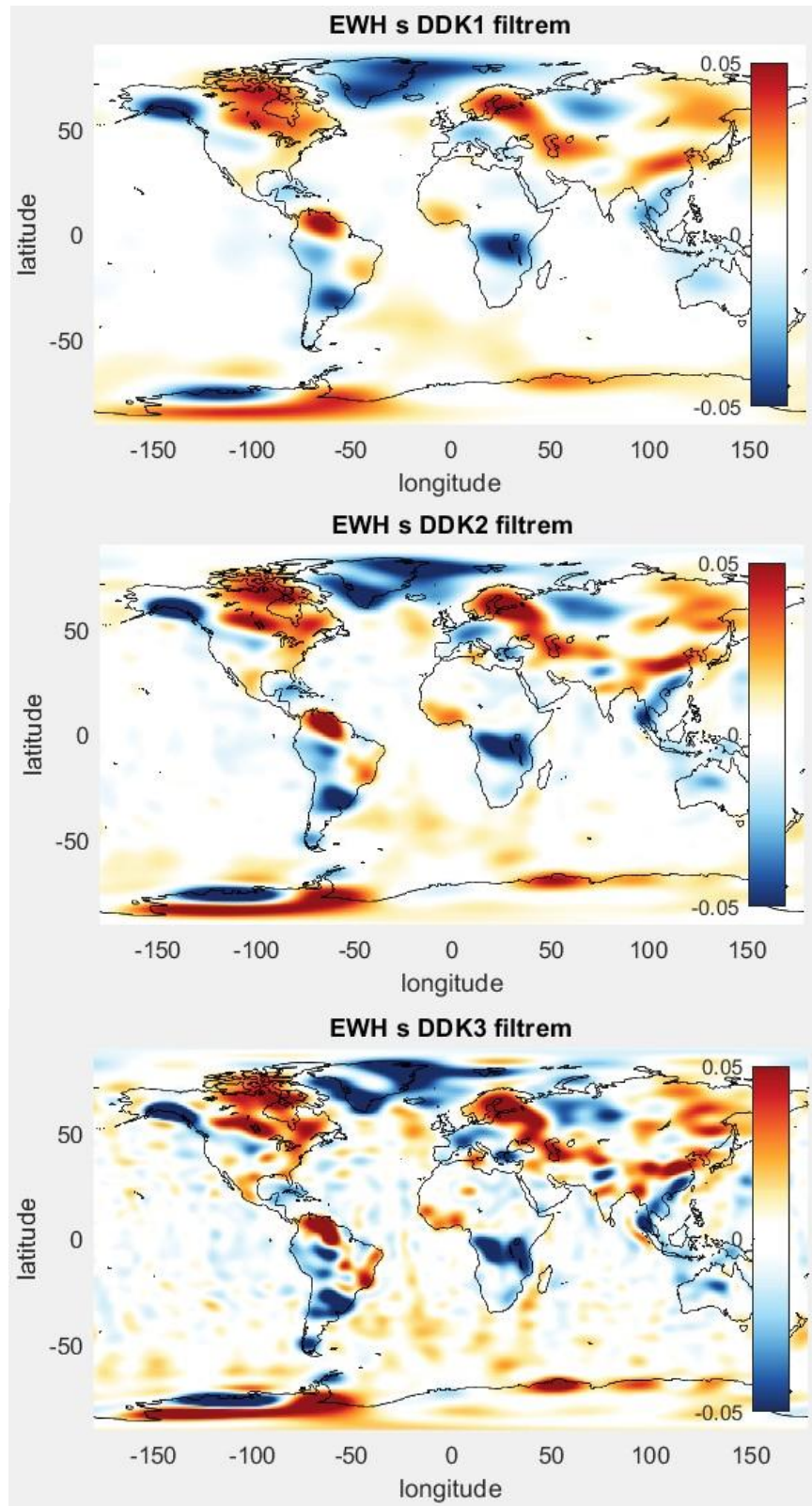


Obrázek 6. Změny EWH v m/rok s použitím Gaussova filtru o poloměru 500 km. Použitá data jsou CSR RL6 pro období od srpna 2002 do července 2008.

1.4.2. DDK filtry

Další možností filtrování dat je použití DDK filtru. DDK filtr odstraňuje korelace mezi jednotlivými Stokesovými koeficienty. Pro výpočet dekorelovaných koeficientů je potřeba vytvoření matice filtrů. K jejímu výpočtu se používá kovarianční matice koeficientů. Ve výpočtech se objevuje parametr a , který udává míru vyhlazení. Velikostí tohoto parametru se odlišují filtry DDK1, DDK2, DDK3 (viz tabulka 1) (Kusche et al., 2009). Tyto filtry jsou anizotropní, nepracují tedy ve všech směrech stejně a dobře tak odstraňují severojižní pásy. Na obrázku 7 je ukázka použití těchto filtrů.

Tabulka 1. Hodnoty parametru a pro různé DDK filtry	
Filtr	parametr a
DDK1	1×10^{14}
DDK2	1×10^{13}
DDK3	1×10^{12}



Obrázek 7. Změny EWH v m/rok s použitím DDK1, DDK2 a DDK3 filtrů. Použitá data jsou CSR RL6 pro období od srpna 2002 do července 2008.

1.4.3. Další filtry

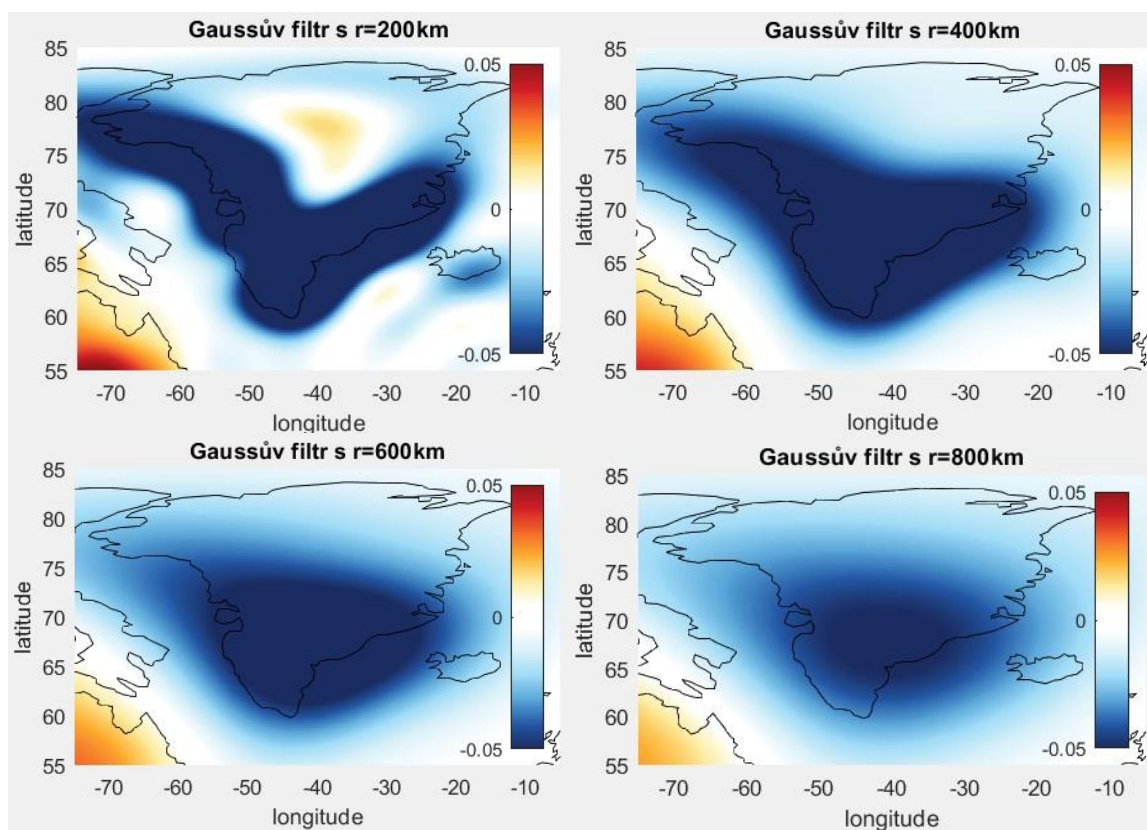
Dále se používají filtry, které vznikly i za použití dat z hydrogeologických modelů nebo jiných pozemních měření. Existují i empirické filtry, které nejdříve zkoumají jednotlivé koeficienty, nebo filtry, které kombinují více těchto postupů.

2. Únik signálu („leakage effect“)

Použití filtrů má ovšem i nevýhody. Ta hlavní se nazývá „leakage effect“, což by se dalo přeložit jako únik signálu (Baur et al., 2009). Hlavní vlastností filtrů je redukovat šum ze Stokesových koeficientů. Protože filtr dává vyšší váhu nižším stupňům a řádům, redukuje v podstatě i menší gravitační anomálie, které mohou být při určitých studiích důležité. Díky nestejnému rozdělení vah dojde k tzv. úniku gravitačního signálu z jeho působíště do okolních regionů, signál se v prostoru v podstatě rozptýlí do plochy (efekt zhlazení). Nejvíce tento efekt narušuje výsledky, pokud je blízko sebe větší pozitivní signál a negativní signál a také pokud se jedná o pobřežní regiony, protože GRACE data neumožňují studovat v měsíčním rozlišení anomálie v oblasti moří, ve kterých se hmotnostní změny okamžitě distribuují do vodních mas. (Pozorovatelné jsou anomálie přes pevniny, ale díky úniku signálu je lze vidět i na oceánech.)

Baur rozděluje únik signálu do dvou kategorií (Baur et al., 2009). V případě dvou blízkých ohnisek signálu může větší pozitivní signál uniknout do regionu s negativním signálem a potlačit tak jeho sílu. Výsledný negativní signál se pak zdá méně výrazný, než ve skutečnosti může být. Tento efekt se nazývá „leakage-in“. Pokud se jedná o druhý případ, tedy případ pobřeží, nazývá se efekt „leakage-out“. Změny signálu nad pevninou by měly být řádově silnější než nad oceány, avšak díky úniku signálu se jeho část z pevniny dostane nad moře. Leakage-out signálu z jednoho území je pro okolní území leakage-in.

Pro Gaussův filtr platí, že čím větší je poloměr vyhlazení při filtrování dat, tím výraznější jsou tyto efekty. U ostatních filtrů závisí na více faktorech, jako je kvalita de Korelace koeficientů či použití pozemních měření. Obecně ale platí totéž jako u Gaussova filtru. Na obrázku 8 lze pozorovat vliv různých nastavení Gaussova filtru na „rozmazání“ signálu nad Grónskem.



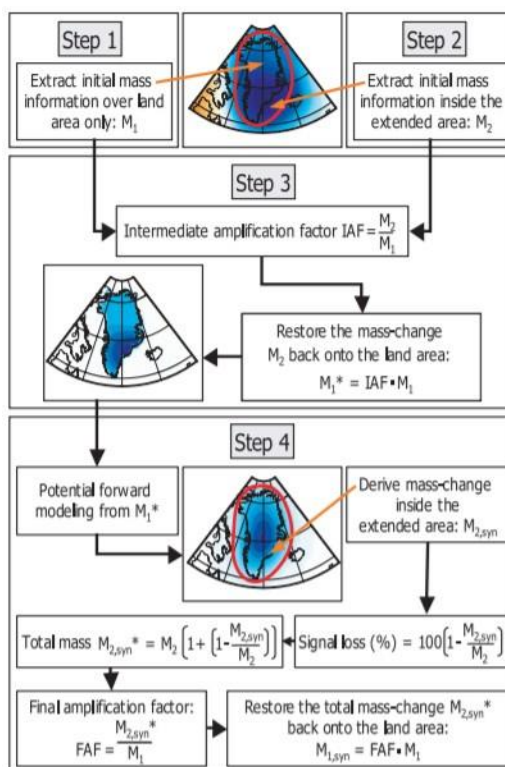
Obrázek 8. Změny EWH v m/rok při použití Gaussových filtrů o různých poloměrech. Ukázka je nad územím Grónska při použití dat CSR RL6 pro období od srpna 2002 do července 2008.

2.1. Metody na redukci úniku signálu

Existuje několik vědeckých prací, které se zabývají odstraňováním úniku signálu. V této práci jsou představeny tři z nich.

2.1.1. Metoda dle Baur et al. (2009)

Nejdříve je zvolena oblast, pro kterou bude únik signálu redukován, a empiricky se vytvoří izolinie, která je rozšířením této oblasti. V této rozšířené oblasti by se neměl vyskytovat žádný další větší zdroj signálu. Celkově tento postup není citlivý pro přesný výběr izolinie, tudíž by i při různých volbách měly vycházet velmi podobné výsledky. Další postup redukce má čtyři části.



Obrázek 9. Schéma postupu pro redukci úniku signálu dle metody Baur et al. (2009). Zdroj: Baur et al. (2009)

V prvním kroku je extrahován signál z rozšířené oblasti, který leží pouze nad pevninou. Tato extrahovaná hmota se označí M_1 .

V kroku dvě je extrahován veškerý signál v rozšířené oblasti a označí se M_2 .

V kroku 3 se podělí tyto dvě hodnoty a vznikne první koeficient, který se nazývá *IAF* (intermediate amplifier factor):

$$IAF = \frac{M_2}{M_1} \quad [10]$$

Tímto koeficientem se vynásobí M_1 a získá se tak množství hmoty, které velikostně odpovídá M_2 , avšak má prostorové rozložení jako M_1 . Takto se získá M_1^* .

V kroku čtyři je modelováno, jak by vypadalo rozložení gravitačního potenciálu pro případ změny rozložení hmoty odpovídající M_1^* . Gravitační potenciál je poté opět

převeden na změny v EWH. Signál se „rozmaže“ po celé Zemi, tudíž i v prostoru mimo vymezenou rozšířenou oblast by měl být nenulový. Tato změna hmoty je označena $M_{2,syn}$. Poté je z této hodnoty vypočtena konečná ztráta signálu a vypočten konečný koeficient FAF (final amplifier factor):

$$ztráta\ signálu(\%) = 100 \left(1 - \frac{M_{2,syn}}{M_1} \right) \quad [11]$$

$$M_{2,syn}^* = M_2 \left(1 + \left(1 - \frac{M_{2,syn}}{M_2} \right) \right) \quad [12]$$

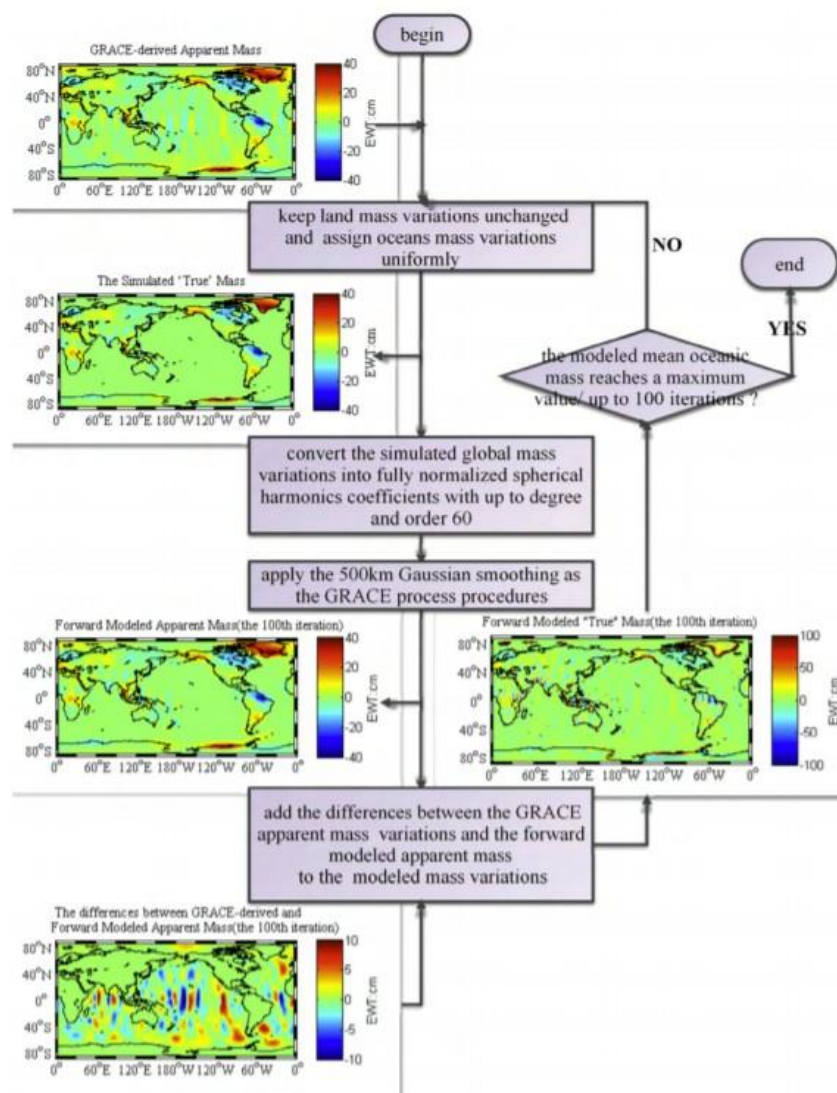
$$FAF = \frac{M_{2,syn}^*}{M_1} \quad [13]$$

V posledním kroku je koeficientem FAF vynásobena hmota M_1 a tím je získán finální odhad. Tento odhad reprezentuje „reálnou“ změnu hmoty po redukci úniku signálu.

2.1.2. Metoda dle Jin et al. (2015)

Toto je iterační postup, kde se při každé iteraci modeluje gravitační potenciál globálně. Kroky jsou následující.

V prvním kroku je extrahován signál nad pevninou, který je prozatím ponechán beze změny. Naopak veškerý signál nad oceány je rozdělen rovnoměrně na celou jejich plochu. Hodnota celkového signálu nad oceány by měla být rovna celkovému signálu nad pevninou, jen s opačným znaménkem, aby bylo zajištěno zachování hmoty. Toto rozložení je považováno za vstupní do procesu redukce.



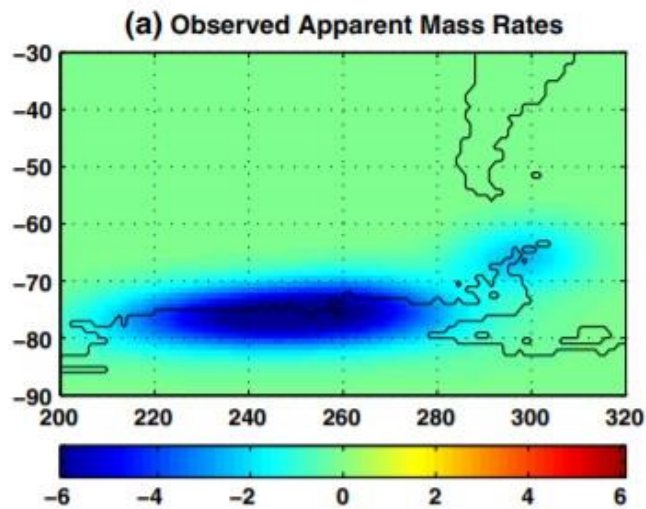
Obrázek 10. Schéma postupu pro redukci úniku signálu dle metody Jin et al. (2015). Zdroj: Jin et al. (2015)

Ve druhém kroku je toto vstupní rozložení hmot přepočítáno na změnu gravitačního potenciálu a pomocí sféricko-harmonické analýzy převedeno na sadu sféricko-harmonických koeficientů. Tyto koeficienty jsou vyhlazeny Gaussovou funkcí o stejném poloměru jako vstupní data. Následně jsou vypočítány změny v rozložení hmoty v podobě EWH.

Následně je vypočten rozdíl mezi vstupním rozložením hmoty z GRACE a vymodelovaným rozložením hmot v kroku 2. Tento rozdíl je připočten k rozložení hmot z kroku jedna. Tímto je ukončen cyklus a pokračuje se krokem jedna jen s výsledkem z kroku 3. Po dosažení zvoleného počtu iterací je dosažen výsledek, který je považován za finální odhad změn EWH po redukci úniku signálu.

2.1.3. Metoda dle Chen et al. (2015)

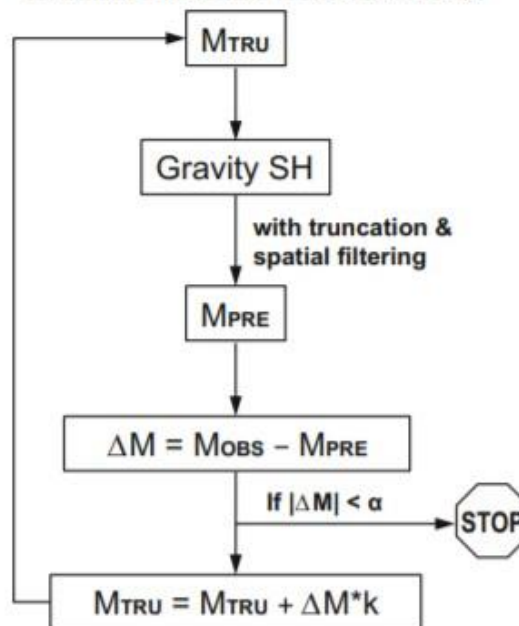
Jako vstupní data tohoto postupu je považována změna EWH vypočtená z dat GRACE nad regionem zájmu. V tomto příkladu nad částí Antarktidy.



Obrázek 11. Změna EWH v cm/rok nad Antarktidou po použití Gaussova filtru s poloměrem 500 km. Příklad vstupních dat pro redukci úniku signálu. Zdroj: Chen et al. (2015)

Toto je také iterační postup, postupující podle algoritmu na obrázku 12.

Schematic Diagram of Forward Modeling



Obrázek 12. Schéma postupu pro redukci úniku signálu dle metody Chen et al. (2015). Zdroj: Chen et al. (2015)

Empiricky je vytvořen model reprezentující změny rozložení hmoty v regionu. Tento model je pouze odhad vstupující do první iterace, v grafu znázorněný jako M_{TRU} . Z tohoto modelu je vymodelován gravitační potenciál, sféricko-harmonické koeficienty a znova změna rozložení EWH jako v postupech předchozích metod. Tento mezivýsledek je porovnáván se vstupními daty a jejich rozdílem je zpřesněn původní odhad.

Tento odhad zpřesňujeme každou iterací, než se přiblíží požadované shodě s daty z GRACE. Výsledek po poslední iteraci je pak považován za finální odhad změny EWH.

3. Numerické experimenty

Další část diplomové práce se zabývá výpočtem proměnného gravitačního pole Země a redukcí úniku signálu. Jako redukční metoda je zvolena metoda popsaná v kapitole 2.1.1. (Baur et al., 2009). Testována byla různá nastavení filtrů, vstupních dat a dalších volitelných parametrů v průběhu výpočtu. V této části bude podrobně popsán postup a v následující části budou interpretovány a porovnány výsledky. Veškeré výpočty proběhly v programovacím prostředí Matlab.

3.1. Data

Jako vstupní data do procesu redukce jsou použita level-2 data z výpočetního centra Center for Space Research na Texaské univerzitě. Je použito poslední vydání dat (release 6), ve zkratce UTCSR6. Konkrétně se jedná o sady sféricko-harmonických Stokesových koeficientů, pro každé měsíční řešení jedna sada včetně odhadu jejich přesností. Každá sada je definována pomocí těchto parametrů: R (poloměr referenční koule), GM (geocentrická gravitační konstanta) a informací o použitém způsobu redukce slapových jevů. Maximální stupeň koeficientů je zvolen 60.

Aby mohly být porovnávány výsledky s původní studií, jsou použita data od začátku mise, tedy od srpna 2002 do července 2008, stejně jako v Baur et al. (2009). Rozdíl je tedy jen v novějším vydání dat.

3.2. Výpočet změn rozložení hmoty na zemském povrchu

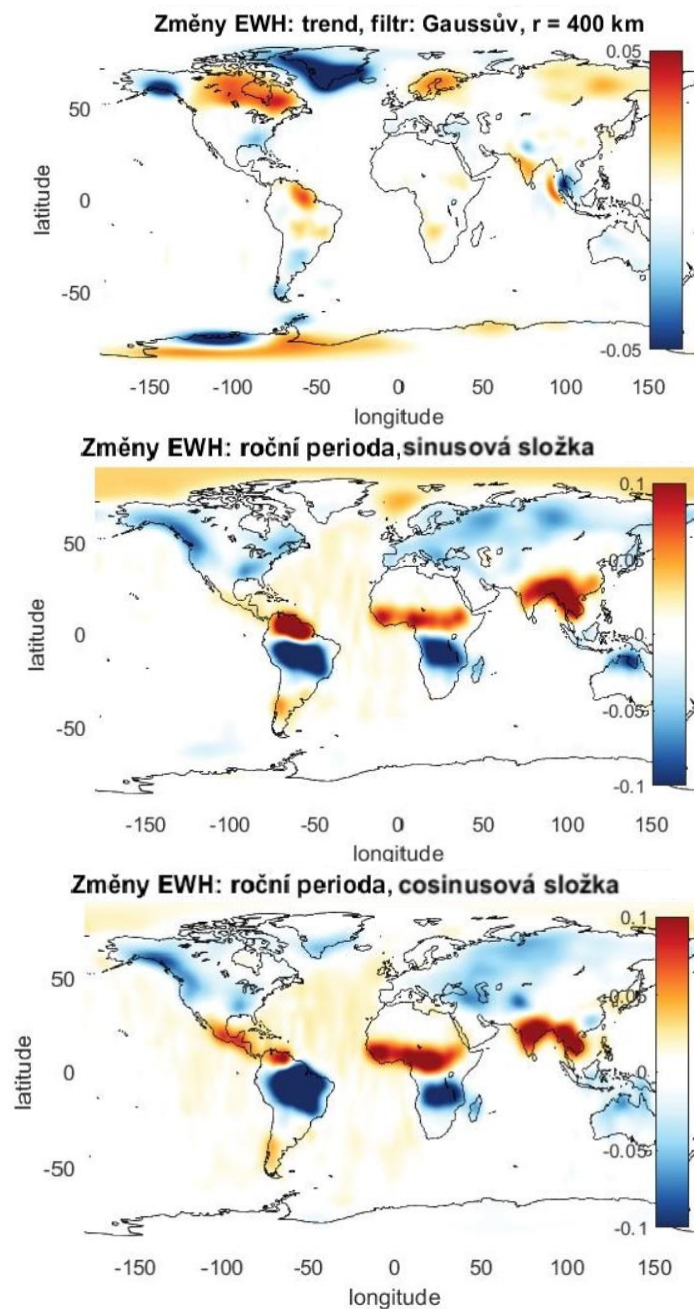
3.2.1. Proměnné gravitační pole

Nejprve je oddělena statická složka Stokesových sféricko-harmonických koeficientů od proměnné složky. Proměnná složka je ještě rozdělena na část lineárního nárůstu (trend), periodických změn s periodou jednoho roku a periodických změn s periodou půl roku.

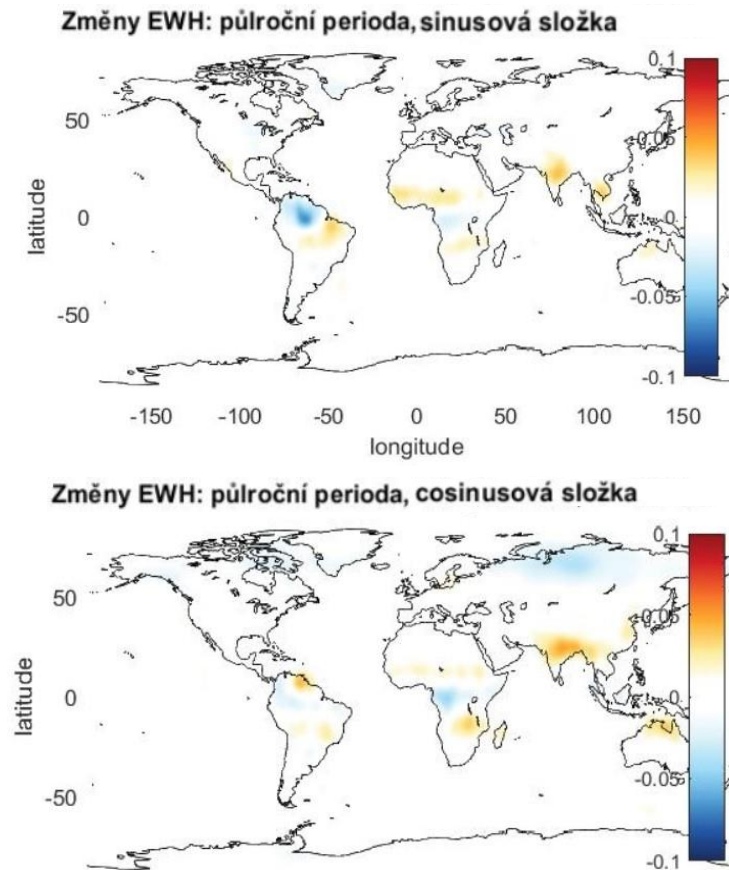
Průběhem vývoje každého koeficientu, který je tvořen jeho numerickými hodnotami každý měsíc, je proložena následující funkce:

$$y = a + bt + c(\cos(2\pi t)) + d(\sin(2\pi t)) + e(\cos(\pi t)) + f(\sin(\pi t)), \quad [14]$$

kde a značí tzv. bias, bt přísluší trendu, $c(\cos(2\pi t)) + d(\sin(2\pi t))$ pro jevy s roční periodou a $e(\cos(\pi t)) + f(\sin(\pi t))$ pro jevy s půlroční periodou. Dále v práci se bude pracovat s trendovou (lineární) složkou těchto koeficientů, jelikož se jedná o trvalé změny v gravitačním poli Země po dobu měření družic GRACE. Na obrázcích 13 a 14 jsou zobrazeny jednotlivé složky proměnného gravitačního pole Země již převedené na EWH.



Obrázek 13. Změny EWH v m/rok pro trend (nahore) a periodické změny s periodou jednoho roku při použití dat CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008.



Obrázek 14. Změny EWH v m/rok pro periodické změny s periodou půl roku při použití dat CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008.

3.2.2. Použití filtru

Tato část výpočtu závisí na tom, jaká jsou vstupní data. Pokud jsou vstupem koeficienty, na které jsou již aplikovány filtry DDK či jiné filtrující postupy, dále se již data nefiltrují. Pokud jsou vstupem nefiltrované koeficienty, je zde použit Gaussov filtr, popsáný v kapitole 1.4.1.

3.2.3. Konverze na EWH

V dalším kroku dochází ke konverzi Stokesových koeficientů na EWH. Aby bylo možno vypočítat

$$\Delta\sigma(\varphi, \lambda) = a\rho_w \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l P_{lm}(\sin \varphi) (\Delta C_{lm}^* \cos(m\lambda) + \Delta S_{lm}^* \sin(m\lambda)), \quad [15]$$

kde $\frac{\Delta\sigma(\varphi,\lambda)}{\rho_w}$ je změna v rozložení povrchové hmoty vyjádřena v EWH, je nejprve nutno vypočítat $\Delta C_{lm}^* \cos(m\lambda)$ a $\Delta S_{lm}^* \sin(m\lambda)$. Tyto upravené koeficienty jsou vypočítány ze vztahu:

$$\begin{pmatrix} \Delta C_{lm}^* \\ \Delta S_{lm}^* \end{pmatrix} = \frac{\rho_{ave}(2l+1)}{3\rho_w(1+k_l)} \begin{pmatrix} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{pmatrix}, \quad [16]$$

kde ρ_{ave} je průměrná hustota Země, ρ_w je hustota vody, k_l jsou Loveova zatěžovací čísla odpovídajícího stupně a ΔC_{lm} a ΔS_{lm} jsou trendové složky Stokesových sféricko-harmonických koeficientů, získané v kapitole 3.2.1. Loveova zatěžovací čísla jsou empiricky vypočítané koeficienty, které vyjadřují elasticitu zemské hmoty, která se po úbytku povrchové hustoty roztahuje a při navýšení stlačuje.

3.2.4. Sféricko-harmonická syntéza

Posledním krokem pro výpočet změn rozložení hmoty na povrchu Země v hodnotách EWH je sféricko-harmonická syntéza čili součet řady pro zvolené území. Základní rovnicí pro syntézu je vztah:

$$V(\varphi, \lambda) = \frac{GM}{R} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l P_{lm}(\sin \varphi) (C_{lm} \cos(m\lambda) + S_{lm} \sin(m\lambda)) \quad [17]$$

Tyto hodnoty jsou počítány v pravidelném rastru. Pokud L je maximální stupeň Stokesových koeficientů, pak podle Tsoulis et al. (1999) lze zapsat diskretizace tohoto vztahu pro hodnoty $\lambda_k = k\Delta\lambda$, kde $k = 0, 1, \dots, 2L - 1$ a kde $\Delta\lambda = \frac{\pi}{L}$, do těchto dvou rovnic:

$$\begin{pmatrix} A_m(\varphi_i) \\ B_m(\varphi_i) \end{pmatrix} = \sum_{l=m}^L P_{lm}(\sin \varphi_i) \begin{pmatrix} C_{lm} \\ S_{lm} \end{pmatrix} \quad [18]$$

$$V(\varphi_i, \lambda_k) = \frac{GM}{R} \sum_{m=0}^L (A_m(\varphi_i) \cos(m\lambda_k) + B_m(\varphi_i) \sin(m\lambda_k)) \quad [19]$$

Pokud jsou ovšem místo sféricko-harmonických koeficientů C_{lm} a S_{lm} do vztahu dosazeny upravené koeficienty ΔC_{lm}^* a ΔS_{lm}^* z kapitoly 3.2.3., místo gravitačního potenciálu jsou výsledkem hodnoty EWH. Pomocí těchto kroků lze tedy ze vstupních

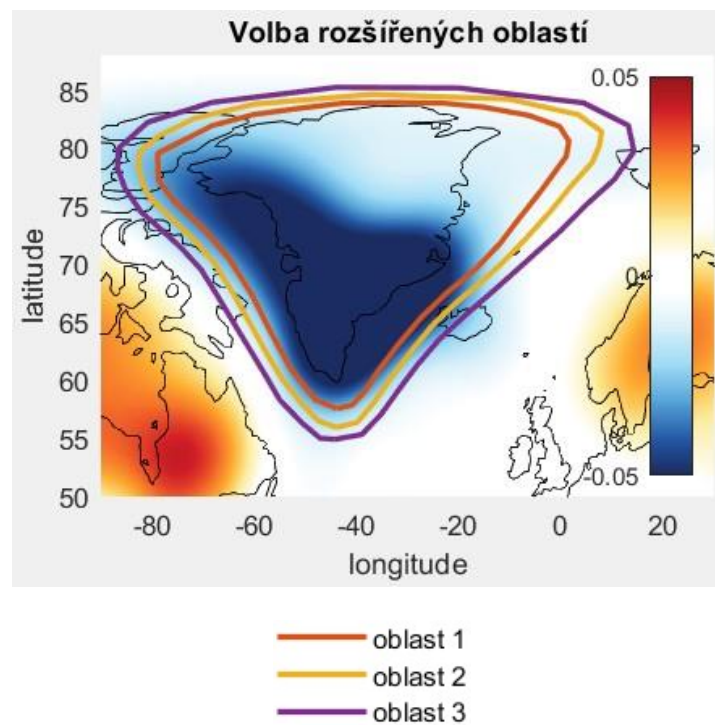
sad sféricko-harmonických koeficientů získat řešení proměnného gravitačního pole, vyjádřeného hodnotami EWH v pravidelném rastru.

3.3. Redukce úniku signálu (leakage-out efektu)

Následující výpočet se zabývá redukcí úniku signálu použitím metody dle Baur et al. (2009), krátce popsané v kapitole 2.1.1. Redukce proběhne v oblasti Grónska, kde odtávající led generuje velmi silný gravitační signál nad pevninskou částí ostrova. Úbytek je zdůvodněn roztáváním ledovců na ostrově, avšak spousta signálu unikla díky filtraci dat z pevniny nad mořskou oblast. Grónsko je proto ideální oblast pro demonstraci vlivu filtrace.

3.3.1. Volba izolinií

Nejprve je zvolena rozšířená oblast okolo Grónska, ve které bude výpočet probíhat. Volba je provedena tak, aby bylo nejlépe celé Grónsko zahrnuto do oblasti, avšak je snaha o vyčlenění dalších větších zdrojů úbytku či nárůstu gravitačního signálu. Jak je ukázáno později (kapitola 4.1.3.), tento postup je tolerantní k různým volbám oblastí, pokud jsou dodržena předešlá pravidla. Jako příklad jsou zvoleny tři oblasti, zobrazené na obrázku 15.



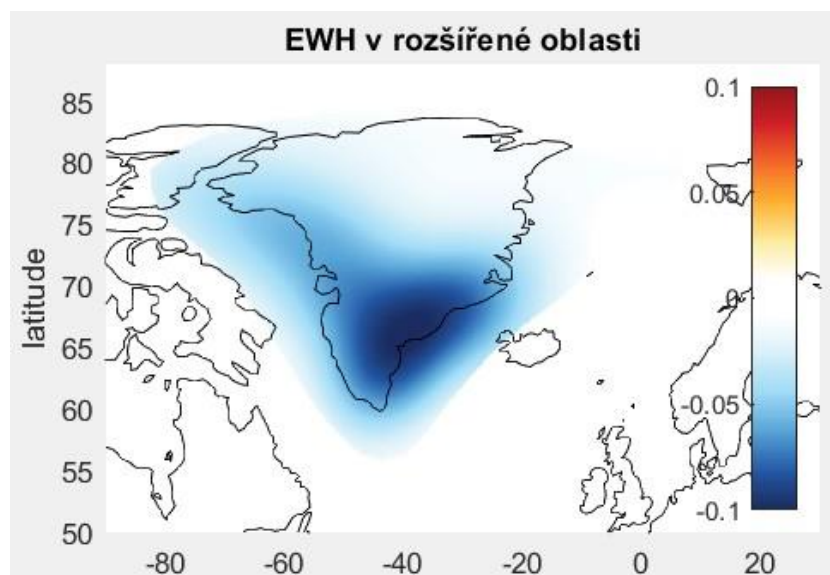
Obrázek 15. Volba rozšířených oblastí okolo ostrova Grónsko. Změna EWH na pozadí je v m/rok při použití dat CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008.

3.3.2. Extrakce signálu

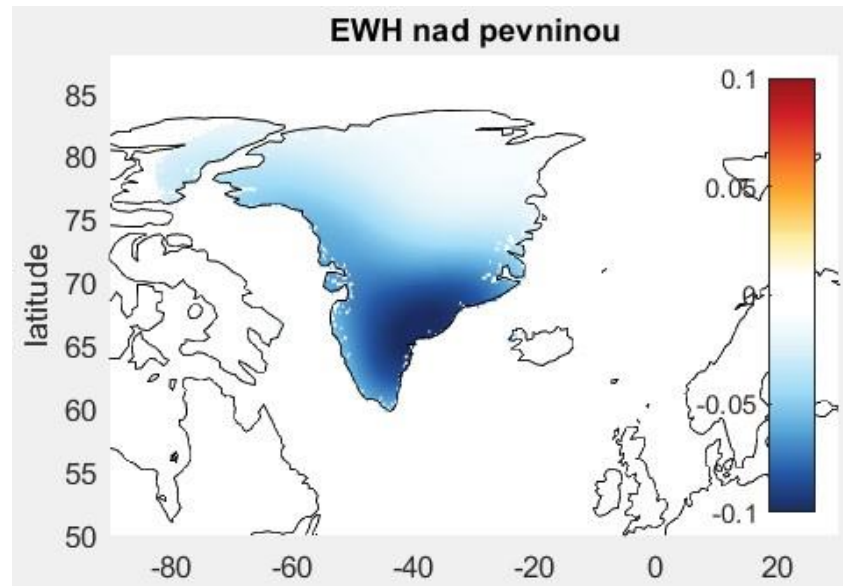
Nyní výpočet probíhá ve zvolené oblasti z předchozí kapitoly (kapitola 3.3.1.). Tato část lze rozdělit do dvou kroků. Zaprvé je potřeba oddělit signál ve zvolené oblasti od zbytku povrchu Země. Zadruhé je z tohoto signálu ještě oddělena část, která leží pouze nad pevninskou částí. Při výpočtu byla použita funkce AlphaShape, dostupná v programovacím prostředí Matlab, která vytvoří polygon nad zvolenou oblastí a poté vybere pouze data, která tento polygon překrývá.

Pro oddělení pevninské části signálu od zbytku je použita land-ocean maska (matice ve stejném gridu, která má hodnotu nad pevninou jedna a hodnotu mimo pevninu 0).

Výsledky pro oba tyto kroky jsou zobrazeny na obrázcích 16 a 17.



Obrázek 16. Změny EWH v m/rok extrahované z rozšířené oblasti 2. Použitá data jsou CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008.



Obrázek 17. Změny EWH v m/rok ležící pouze nad pevninou v rozšířené oblasti 2. Použitá data jsou CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008.

3.3.3. Tvorba koeficientu IAF

Dalším krokem je výpočet koeficientu IAF (intermediate amplification factor). Koeficient se vypočítá dle vzorce:

$$IAF = \frac{M_2}{M_1}, \quad [20]$$

kde M_2 je objem úbytku ledu, vypočítaný ze signálu v celé rozšířené oblasti, a M_1 je objem úbytku ledu ve stejné oblasti, ale pouze nad pevninou. Objem ledu je vypočten jako suma objemu hranolů, jejichž střed podstavy odpovídá bodům gridu a výška hranolů odpovídá hodnotám EWH v těchto bodech. Plocha podstavy hranolů se rovná ploše daného pixelu na povrchu referenční koule. Objem je:

$$\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^n S_{pi}(\varphi) \begin{pmatrix} EWH_1(\varphi, \lambda) \\ EWH_2(\varphi, \lambda) \end{pmatrix}, \quad [21]$$

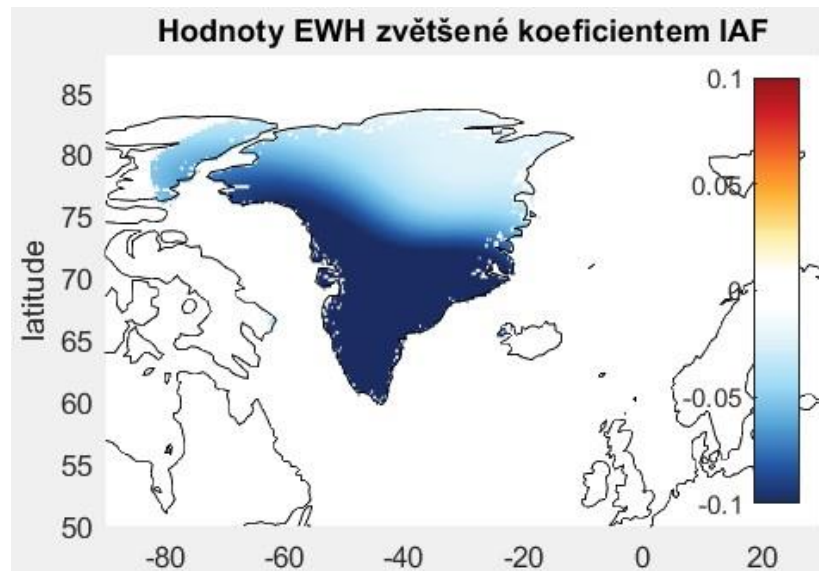
kde n je počet bodů gridu, EWH_1 a EWH_2 jsou změny rozložení hmot (obrázek 16 a 17) a $S_{pi}(\varphi)$ je plocha pixelu gridu na povrchu referenční koule:

$$S_{pi}(\varphi) = \frac{2\pi R^2 [(1 - \cos(\varphi_2)) - (1 - \cos(\varphi_1))]}{m}, \quad [22]$$

kde m je počet sloupců gridu.

3.3.4. Vrácení signálu na pevninu

Pokud jsou koeficientem IAF nyní zvětšeny hodnoty EWH nad pevninou, je tak navracen signál uniklý z Grónska do okolního moře ve zvolené rozšířené oblasti. Takovéto rozložení hmoty je označeno M_I^* .



Obrázek 18. Změny EWH v m/rok z obrázku 17 zvětšené koeficientem IAF .

Částečně je tedy odstraněn únik signálu v rozšířené oblasti. Pokud by byl proces takto ukončen, odstranění úniku signálu by bylo silně závislé na volbě izoliny ohraničující rozšířenou oblast, protože zatím nebylo počítáno se signálem, který unikl až za izolini. Proto následuje další krok, což je modelace gravitačního potenciálu.

3.3.5. Modelace gravitačního potenciálu

Modelace gravitačního potenciálu probíhá ve výšce družic (je počítána výška 450 km nad referenčním tělesem) z rozložení signálu M_I^* .

Gravitační potenciál V je popsán pomocí Newtonova integrálu (Blakely et al., 1995) rovnicí

$$V(Q) = G \iiint_{\Omega} \frac{\rho}{l} d\Omega, \quad [23]$$

kde Q je výpočetní bod, G je gravitační konstanta, ρ hustota hmoty a l je vzdálenost výpočetního bodu a hmoty generující potenciál. Objemový element je

$$d\Omega = \xi^2 d\xi d\sigma, \quad [24]$$

kde ξ je geocentrická vzdálenost hmoty a $d\sigma$ je plošný element. Pro diskretizaci hmoty do objemových elementů (Blakely et al., 1995)

$$V(Q) = G \sum_i \rho_i \iiint_{\Omega} \frac{d\Omega}{l} \quad [25]$$

je považována hustota za konstantní v každém elementu. Dále je tento vztah zjednodušen nahrazením objemových elementů hmotnými body, nacházejícími se ve středu elementu. Gravitační potenciál poté je

$$V(Q) = G \sum_i \frac{M_i}{l_i}, \quad [26]$$

$$M_i = \rho S_{P_i} \Delta z_i, \quad [27]$$

kde S_{P_i} je povrch získaný v kroku 3.3.3., Δz_i je polovina hodnoty funkce EWH v bodu i a l_i je vzdálenost středu tohoto objemového elementu od výpočetního bodu.

Výpočetní grid gravitačního potenciálu je pro další krok výhodné mít v Gauss-Legendreově gridu (Krylov et al., 1962). To je grid, ve kterém jsou voleny hodnoty φ tak, aby byly hodnoty Legendreových funkcí určitých stupňů rovny nule.

3.3.6. Sféricko-harmonická analýza

Z takto vypočteného gravitačního potenciálu je znovu nutno vypočíst sféricko-harmonické koeficienty. V tomto kroku je aplikován postup druhé Neumannovy metody (SNM), pro kterou je nezbytné, aby byl potenciál vypočten v Gauss-Legendreově gridu. Rovnice pro výpočet koeficientů vypadá takto (Tsoulis et al., 1999):

$$\begin{pmatrix} C_{lm} \\ S_{lm} \end{pmatrix} = \frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma} f(\varphi, \lambda) P_{lm}(\sin \varphi) \begin{pmatrix} \cos(m\lambda) \\ \sin(m\lambda) \end{pmatrix} d\sigma, \quad [28]$$

kde $d\sigma = \sin \varphi d\varphi d\lambda$.

Řešení této rovnice v diskrétní formě pro bodová data je rozděleno do dvou kroků. Prvním krokem je řešení lineárních rovnic (Tsoulis et al., 1999):

$$\begin{pmatrix} A_m(\varphi_i) \\ B_m(\varphi_i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ L(1 + \delta_{m0} + \delta_{mL}) \\ 1 \\ L(1 - \delta_{m0} - \delta_{mL}) \end{pmatrix} \sum_{k=0}^{2L-1} f(\varphi_i, \lambda_k) \begin{pmatrix} \cos m\lambda_k \\ \sin m\lambda_k \end{pmatrix}. \quad [29]$$

Pokud jsou zvoleny vektory

$$a = (A_m(\varphi_1) \ A_m(\varphi_2) \ \dots \ A_m(\varphi_N))^T \quad [30]$$

$$b = (B_m(\varphi_1) \ B_m(\varphi_2) \ \dots \ B_m(\varphi_N))^T \quad [31]$$

$$c = (C_{m,m} \ C_{m+1,m} \ \dots \ C_{Lm})^T \quad [32]$$

$$s = (S_{m,m} \ S_{m+1,m} \ \dots \ S_{Lm})^T \quad [33]$$

$$P = \begin{pmatrix} P_{m,m}(\sin \varphi_1) & P_{m+1,m}(\sin \varphi_1) & \dots & P_{L,m}(\sin \varphi_1) \\ P_{m,m}(\sin \varphi_2) & P_{m+1,m}(\sin \varphi_2) & \dots & P_{L,m}(\sin \varphi_2) \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ P_{m,m}(\sin \varphi_N) & \dots & & P_{L,m}(\sin \varphi_N) \end{pmatrix}, \quad [34]$$

pak se druhý krok k řešení rovnice [28] maticově запиše takto:

$$c = (P^T W P)^{-1} P^T W a \quad [35]$$

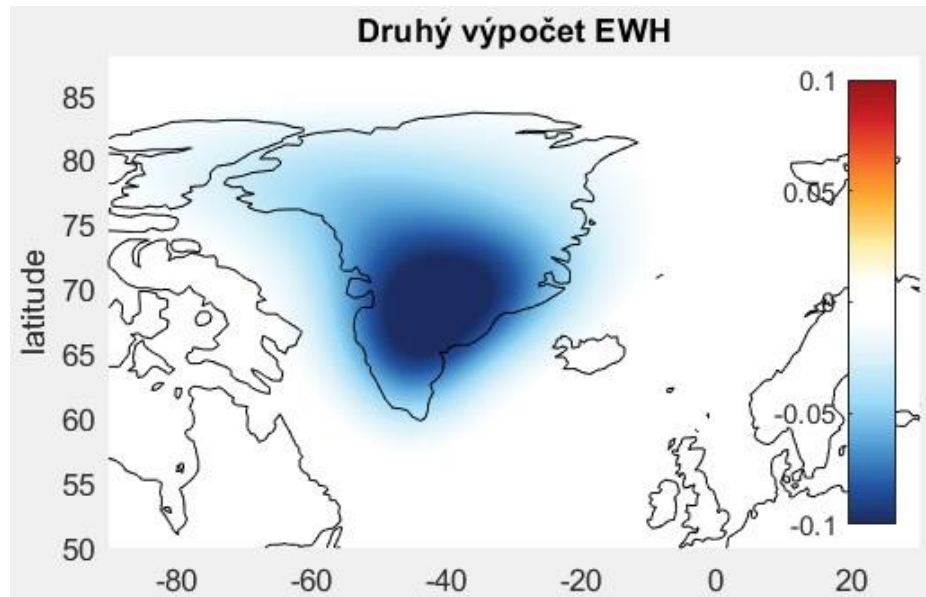
$$s = (P^T W P)^{-1} P^T W b, \quad [36]$$

kde W je diagonální váhová matice pro SNM. Řešení výpočtu Stokesových sféricko-harmonických koeficientů je tedy realizováno metodou nejmenších čtverců.

3.3.7. Druhý výpočet EWH

Dále je nutno vyjádřit změnu EWH z této série Stokesových koeficientů. Kroky potřebné k tomuto výpočtu již byly jednou provedeny. Nejdříve je na sadu Stokesových koeficientů aplikován stejný filtr, který byl použit poprvé (viz kapitola 3.2.2.). Následuje převod koeficientů na EWH (viz kapitola 3.2.3.) a sféricko-harmonická syntéza (viz kapitola 3.2.4.).

Výsledky tohoto výpočtu zobrazuje obrázek 19.



Obrázek 19. Vypočtené změny EWH v m/rok po třech krocích metody dle Baur et al. (2009) pro redukci úniku signálu.

3.3.8. Výpočet FAF

Z rozložení EWH, vypočteného v kapitole 3.3.7., je extrahován signál, který se nachází pouze ve zvolené rozšířené oblasti. Tato změna rozložení hmoty je označena $M_{2,syn}$. Je důležité použít stejnou oblast jako v kapitole 3.3.1. Signál, který se nyní nachází mimo rozšířenou oblast, je uniklý signál, se kterým nebylo do výpočtu IAF počítáno. Proto je počítán nový koeficient FAF , který již s uniklým signálem počítá. FAF rovněž odstraní odchylky pro různé volby izolinií kolem Grónska a tím se velmi omezí závislost výpočtu na této volbě. FAF je vypočten (Baur et al. 2009):

$$Ztráta\ signálu(\%) = 100 \left(1 - \frac{M_{2,syn}}{M_2} \right) \quad [37]$$

$$M_{2,syn}^* = M_2 \left(1 + \left(1 - \frac{M_{2,syn}}{M_2} \right) \right) \quad [38]$$

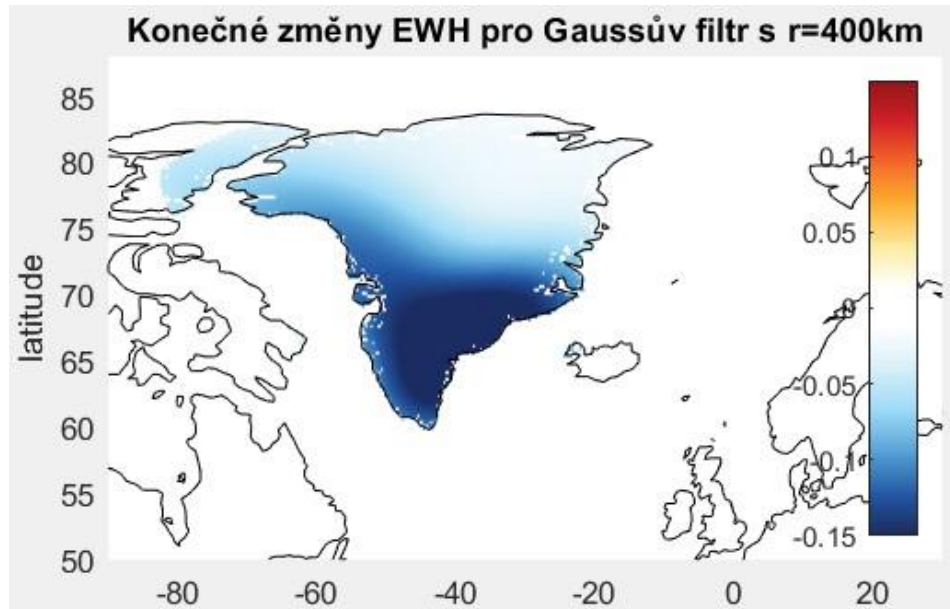
$$FAF = \frac{M_{2,syn}^*}{M_1} \quad [39]$$

3.3.9. Aplikace FAF

Poslední krok redukce úniku signálu (Baur et al. 2009) je navrácení uniklého signálu na pevninu. Konečné rozložení EWH je vypočteno takto:

$$M_{1,syn} = FAF * M_1 \quad [40]$$

Výsledkem je hmota, rozložením odpovídající původní M_1 , avšak objemově odpovídající výsledku po redukci úniku signálu.



Obrázek 20. Konečný odhad změny EWH v m/rok po použití redukční metody dle Baur et al. (2009). Použitá data jsou CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008.

4. Výsledky

Tato kapitola je věnována porovnávání výsledků redukce úniku signálu. Ve výpočtu je několik proměnných, kterými jsou upravována vstupní data, neboť přímo zasahují do výpočtu jednotlivých kroků.

Volba časového období vstupních dat, volba filtru dat (DDK filtr nebo Gaussův filtr), jeho poloměr a volba maximálního použitého stupně a řádu sféricko-harmonických koeficientů jsou proměnné, které přímo ovlivňují vstupní data. Naopak volba izolinií při volbě rozšířené oblasti, maximální stupeň sféricko-harmonických koeficientů (tentokrát při modelaci gravitačního potenciálu) a volba objemových elementů jsou proměnné, které ovlivňují výpočet.

Dále budou porovnány výsledky dosažené v této práci s výsledky jiných studií se stejným způsobem redukce úniku signálu (Baur et al. 2009), ale i studií, kde byly použity jiné metody redukce (Jin et al. 2015), (Nahavandchi et al. 2015).

4.1. Porovnávání různých nastavení proměnných

Nejprve je zkoumána závislost výsledků práce na volbě jednotlivých proměnných. Vše bude znovu dokumentováno na regionu kolem Grónska. Pro určení vlivu jednotlivých volitelných parametrů na celkové výsledky je vždy měněn jen jeden zkoumaný parametr, přičemž ostatní jsou ponechány neměnné. Výchozí nastavení parametrů zobrazuje tabulka 2:

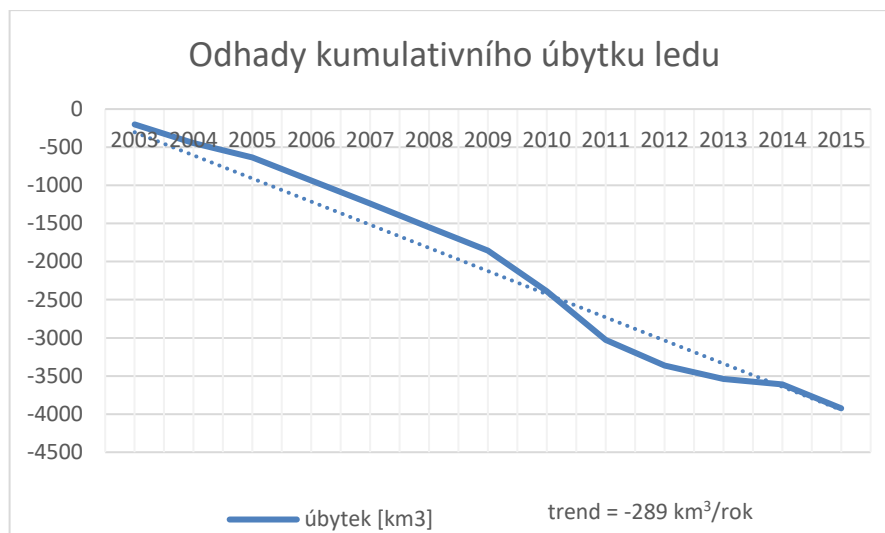
Tabulka 2. Výchozí nastavení parametrů	
parametr	hodnota
období	leden 2002 - leden 2017
výpočetní centrum	CSR
vydání dat	RL6
filtr	Gaussův
poloměr filtru	400 km
max. stupeň koeficientů	60
rozšířená oblast	oblast 2
referenční těleso	koule
poloměr ref. tělesa	6378.1 km
prům. hustota Země	5517 kg/m ³
hustota vody	1000 kg/m ³
<i>GM</i>	3.986 x 10 ¹⁴ m ³ s ⁻²
území	Grónsko

4.1.1. Volba období

Celá mise GRACE pro data z centra CSR čítá 71 měsíčních řešení od ledna 2002 do ledna 2017. Jediná mezera v datech nastala pro červen 2003. Po redukci úniku signálu v této práci bylo odhadnuto, že v období mezi rokem 2003 a 2016 ubylo celkově zhruba 3920 km³ ledu s průměrným ročním trendem okolo 290 km³/rok. Pokud by byl tento objem počítán z původních dat bez redukce úniku signálu, bylo by dosaženo úbytku okolo 2100 km³, což je 1,86x méně. Tabulky 3 a 4 a graf 1 zobrazují jak kumulativní, tak roční odhady úbytku ledu s použitím redukce úniku signálu. Jak lze vypořádat z tabulky 3, odhady úbytku ledu nejsou lineární. Díky tomu se stává výpočet trendu silně závislý na volbě časového období. Například mezi lety 2008-2012 by byl trend odhadnut na -430 km³/rok, kdežto v letech 2013-2015 pouze na -190 km³/rok. Předpovědi do budoucna se tak stávají obtížné, jak z důvodu právě nelineární závislosti, tak z důvodu relativně krátkého trvání celé mise GRACE. Přibývajících data tak mohou pomoci se zpřesňováním předpovědí.

Tabulka 3. Roční odhady úbytku ledu													
rok	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
úbytek [km ³ /rok]	-201	-244	-189	-301	-304	-311	-306	-534	-635	-339	-177	-71	-312
průměr	-289 km ³ /rok												

Tabulka 4. Odhady kumulativního úbytku ledu													
rok	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
úbytek [km ³]	-201	-445	-634	-935	-1239	-1550	-1856	-2390	-3025	-3364	-3541	-3612	-3924



Graf 1. Odhady kumulativního úbytku ledu mezi lety 2003 a 2015 v Grónsku.

4.1.2. Volba filtru

V této kapitole jsou porovnávány výsledky při volbě filtrů DDK1, DDK2, DDK3 a Gaussova filtru s poloměrem od 200 km do 600 km s krokem 100 km. Porovnáván je zde jak výsledek trendu za celé období, tak i mezivýsledky v podobě koeficientů IAF , FAF a celková ztráta signálu, protože i u nich lze vyzorovat závislost na zvoleném filtru.

Tabulka 5. Závislost výsledků na volbách filtru				
Filtr	IAF	FAF	Ztráta signálu [%]	Odhad úbytku ledu [km³/rok]
DDK1	1.95	1.82	-6.4	-200
DDK2	1.92	1.80	-6.2	-221
DDK3	1.88	1.77	-5.7	-227
Gauss R = 200 km	1.72	1.63	-5.1	-294
Gauss R = 300 km	1.82	1.75	-3.4	-292
Gauss R = 400 km	1.86	1.86	0.0	-289
Gauss R = 500 km	1.89	1.98	4.8	-285
Gauss R = 600 km	1.91	2.11	10.5	-281

Co se týče koeficientu IAF , u Gaussova filtru hodnoty rostou s rostoucím poloměrem filtru. Čím vyšší je tento poloměr, tím více se signál „rozpíjí“ mimo pevninu a vzniká tak větší poměr mezi signálem extrahovaným pouze z pevninské části a signálem z celé oblasti. U DDK filtrů je závislost opačná, což je způsobeno tím, že čím

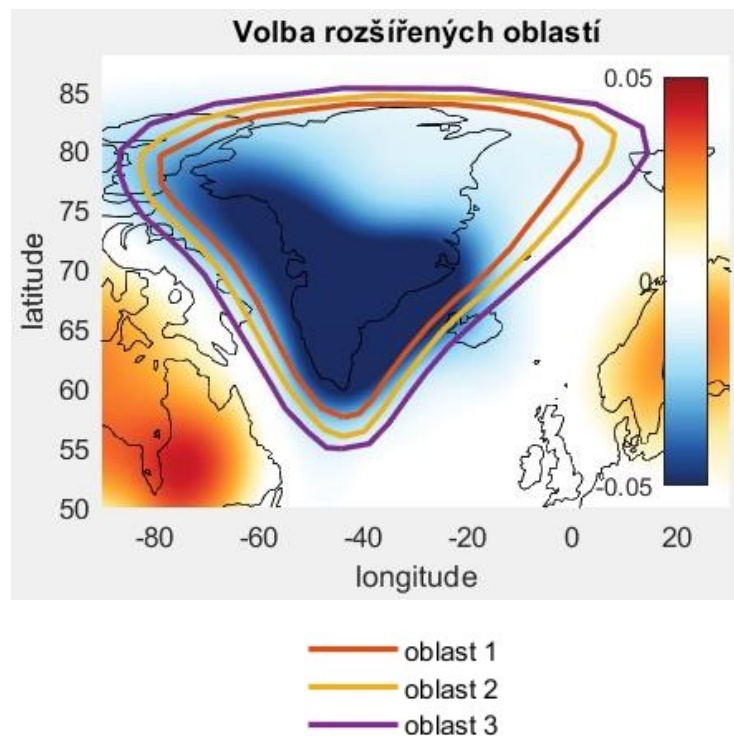
vyšší číslo má DDK filtr, tím menší je poloměr vyhlazení a signál se tak méně „rozpíjí“ do okolí.

Čím větší je únik signálu do okolí, tím větší je i ztráta signálu. Stejnou závislost má i koeficient FAF , který označuje finální modifikaci signálu. Pokud je ztracený signál se záporným znaménkem, koeficient FAF je menší než koeficient IAF a pokud je ztráta signálu kladná, musí být i koeficient FAF větší než IAF .

Všechny tyto mezivýsledky by ale měly vést k přibližně stejným finálním odhadům úbytku ledu. S rostoucím poloměrem vyhlazení filtrů roste ale i význam leakage-in efektu. Uniklý signál z jiných zdrojů mimo zvolené území ovlivňuje výsledky v tomto území. Tato diplomová práce se ovšem zabývá redukcí pouze leakage-out efektu. To způsobuje závislost konečných výsledků na volbě filtru. S rostoucím poloměrem vyhlazení klesá hodnota celkového úbytku ledu, jelikož do území vniká čím dál více pozitivního signálu z okolních zdrojů.

4.1.3. Volba oblasti

Další proměnnou je volba rozšířené oblasti kolem sledovaného území. Vhodná kritéria této volby jsou již zmíněna v kapitole 3.3.1. Jsou zvoleny 3 oblasti v různé vzdálenosti od břehů Grónska, na kterých je závislost zkoumána.



Obrázek 21. Volba rozšířených oblastí okolo ostrova Grónsko. Změna EWH na pozadí je v m/rok při použití dat CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008.

Tabulka 6. Závislost výsledků na volbě rozšířené oblasti				
oblast	<i>IAF</i>	<i>FAF</i>	Ztráta signálu [%]	Úbytek ledu [km ³ /rok]
1	1.71	1.79	4.3	-270
2	1.86	1.86	0.0	-289 (280)
3	1.92	1.90	-1.3	-308 (286)

Volba oblasti nejvíce ovlivňuje koeficient *IAF*. Čím větší je zvolená oblast tím větší je koeficient. To je způsobeno tím, že většina přidaného území u větších oblastí je nad mořem. Signál z území nad mořem je při výpočtu v čitateli, takže čím větší oblast moře bude zasažena, tím větší bude koeficient.

Koeficient *FAF* by se v ideálním případě měl blížit ke konstantě. V tomto případě mírně roste. To je způsobeno pozitivním signálem z kanadské pevniny, který uniká nad zvolenou oblast.

Zvyšující se úbytek ledu je způsoben dvěma příčinami. První je rostoucí koeficient *FAF* z důvodu neodstranění leakage-in efektu. Druhou příčinou je to, že čím více je zvětšována oblast, tím více se na ní nachází pevniny (především na severozápadě), kde rovněž ubývá led. Pokud by byl použit koeficient *FAF* vypočtený z oblastí 2 a 3 na neredukovaný úbytek ledu z oblasti 1, dostaneme lépe porovnatelné výsledky. Tyto výsledky jsou uvedeny v tabulce 6 v závorkách.

4.1.4. Maximální stupeň Stokesových koeficientů

Další parametr, který ovlivňuje výsledky, je maximální stupeň Stokesových koeficientů, které vstupují do výpočtu. Koeficienty vyšších stupňů a řádů dokážou zaznamenat anomálie s menším prostorovým rozlišením, ovšem jsou více ovlivňovány chybami a šumem. Čím méně koeficientů je do výpočtu zahrnuto, tím méně detailů se ve výsledcích objeví a tím více se může projevit únik signálu. Vstupní data jsou k dispozici až do stupně a řádu 96, přičemž tyto vyšší stupně (od stupně 60) pocházejí z neregularizovaného řešení centra CSR.

Vliv tohoto parametru je ovšem výrazně ovlivněn volbou filtru. Pokud je použit Gaussův filtr o poloměru 400 km, výsledky s různým maximálním stupněm (od hodnoty 50 do 90) jsou téměř stejné (tabulka 7), protože filtr redukuje jejich vliv. Změna se projeví při filtrech o menším poloměru, například při použití Gaussova filtru o

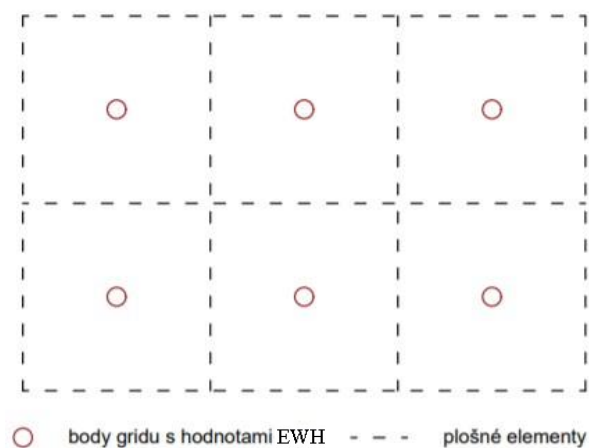
poloměru 200 km (tabulka 8) již volba maximálního stupně Stokesových koeficientů výsledky ovlivní.

Tabulka 7. Závislost výsledků na volbě maximálního stupně Stokesových koeficientů při použití Gaussova filtru o poloměru 400 km				
max. stupeň koeficientů	<i>IAF</i>	<i>FAF</i>	Ztráta signálu [%]	Úbytek ledu [km ³ /rok]
50	1.87	1.87	0.0	-289
90	1.87	1.87	0.0	-289

Tabulka 8. Závislost výsledků na volbě maximálního stupně Stokesových koeficientů při použití Gaussova filtru o poloměru 200 km				
max. stupeň koeficientů	<i>IAF</i>	<i>FAF</i>	Ztráta signálu [%]	Úbytek ledu [km ³ /rok]
50	1.78	1.68	-5.7	-296
90	1.71	1.62	-5.4	-293

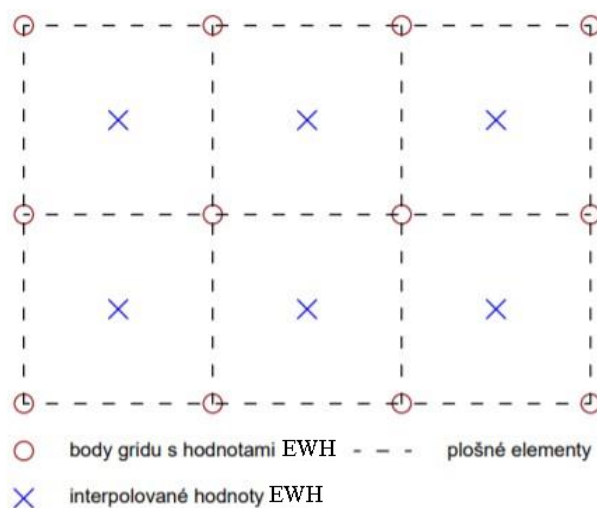
4.1.5. Volba objemových elementů

Nakonec byl zkoumán vliv volby objemových elementů. Tato volba se promítne do výsledků dvěma efekty. Prvním je odlišný výpočet objemových elementů, které jsou přiřazeny k hodnotám EWH. Druhým efektem je změna polohy bodů, ke kterým jsou vztaženy hodnoty EWH a které vstupují do Newtonovy integrace (kapitola 3.3.5.) jako integrační jádra. Byly vybrány dva způsoby této volby.



Obrázek 22. První způsob volby objemových elementů

V první volbě byl element volen tak, že středy elementů jsou body gridu, které mají přesné hodnoty EWH (viz obrázek 22).



Obrázek 23. Druhý způsob volby objemových elementů.

V druhém způsobu jsou body gridu v rozích a hodnoty EWH byly interpolovány do středu takto zvolených elementů (viz obrázek 23).

Rozdíl ve výsledcích těchto dvou voleb je pouze $0.01 \text{ km}^3/\text{rok}$. Lze tedy říct, že společný účinek výše zmíněných efektů má jen minimální vliv, který je možno zanedbat.

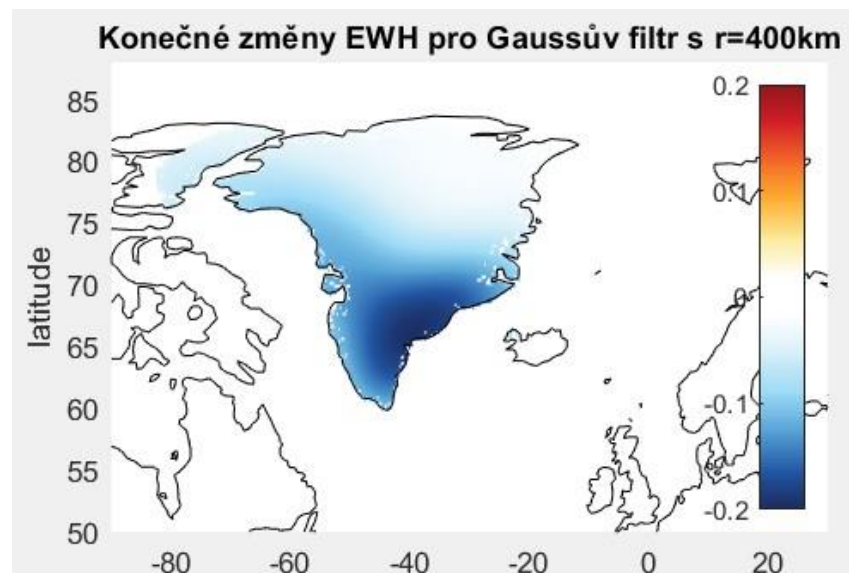
4.2. Srovnání s dalšími publikacemi

Dále je potřeba výsledky, kterých bylo dosaženo v této práci, porovnat s výsledky z vědeckých publikací. Byly zvoleny tyto tři publikace: Baur et al. (2009),

Jin et al. (2015) a Nahavandchi et al. (2015), které mají každá jiný způsob redukce úniku signálu pro jiné období a jiná vstupní data.

4.2.1. Redukce dle Baur et al. (2009)

Redukce úniku signálu je v diplomové práci počítána na základě této publikace. Jsou zde použita data z mise GRACE z období od srpna 2002 do července 2008. Výsledky jsou srovnávány při použití Gaussova filtru o poloměru 400 km a maximální stupeň Stokesových koeficientů je zvolen 60. Také volba rozšířené oblasti byla co nejvíce přiblížena těmto autorům. Odhad roční změny v objemu ledu v Grónsku činil v diplomové práci $-220 \text{ km}^3/\text{rok}$, což představuje -1280 km^3 za celé zkoumané období. V publikaci Baur et al. (2009) vychází tato hodnota $-240 \text{ km}^3/\text{rok}$, což činí -1440 km^3 za celé období.

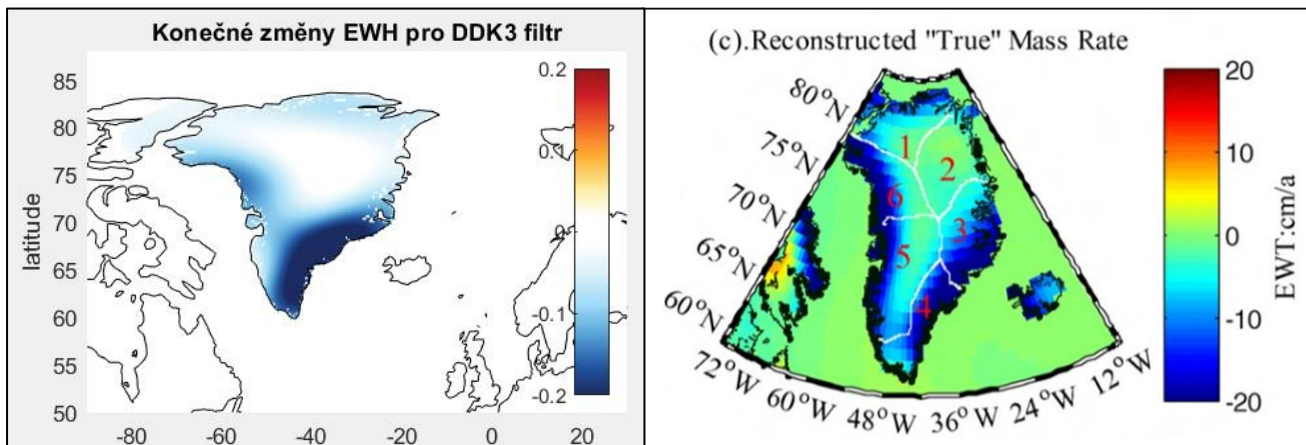


Obrázek 24. Konečný odhad změny EWH v m/rok po použití redukční metody dle Baur et al. (2009). Použitá data jsou CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008.

Rozdíl těchto výsledků je zapříčiněn dvěma faktory. Zaprvé se diplomová práce nezabývá odstraněním leakage-in signálu. Tato hodnota je mezi $15\text{-}20 \text{ km}^3/\text{rok}$ a závisí především na volbě oblasti a použitého filtru. Druhým důvodem jsou jiná vstupní data. V diplomové práci je použito nejnovější vydání dat RL06 a ve srovnávané práci starší data RL04.

4.2.2. Redukce dle Jin et al. (2015)

Zde dochází ke srovnání dvou různých postupů na odstranění úniku signálu. V této diplomové práci je využit postup dle Baur et al. (2009), zatímco v Jin et al. (2015) je použit postup popsáný v kapitole 2.1.2.

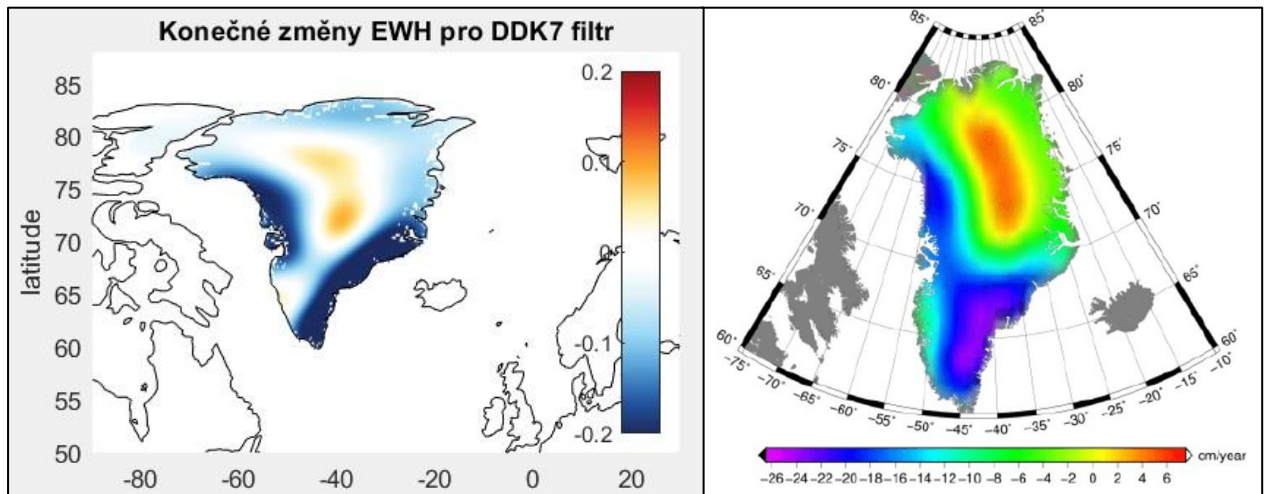


Obrázek 25. Porovnání změn EWH po redukci úniku signálu (leakage-out efektu) v období od ledna 2003 do ledna 2013. Vlevo: výpočet z diplomové práce pomocí metody dle Baur et al. (2009) v m/rok. Vpravo: výpočet pomocí metody dle Jin et al. (2015) v cm/rok. Zdroj: Jin et al. (2015).

Porovnávaná data jsou z období od ledna 2003 do ledna 2013. Pro oba postupy byl použit dekorelační filtr, který nejlépe koresponduje s Gaussovým filtrem o poloměru 200 km. Rozdíl je v použitých datech. V diplomové práci jsou použita RL06 na rozdíl od druhé, kde byla použita data RL05. I přesto, že byly použity odlišné postupy redukce úniku signálu, výsledky dosahují podobných hodnot. V diplomové práci se jedná o úbytek $210 \text{ km}^3/\text{rok}$ a ve zmíněné práci $260 \text{ km}^3/\text{rok}$. Jak již bylo zmíněno v předchozí kapitole, výsledky diplomové práce neredukují vniknutý signál (leakage-in) z jiných ohnisek.

4.2.3. Redukce dle Nahavandchi et al. (2015)

V této studii je odhadován úbytek ledu v Grónsku cca $180 \text{ km}^3/\text{rok}$. Jsou použita data od ledna 2003 do prosince 2012, stejně jako v práci Nahavandchi et al. (2015). V této diplomové práci dosaženo hodnoty $200 \text{ km}^3/\text{rok}$. Pro oba postupy byl použit dekorelační filtr, který nejlépe koresponduje s Gaussovým filtrem o poloměru 125 km. Rozdíl je znovu ve vydání dat, v diplomové práci jsou použita RL06, zatímco v Nahavandchi et al. (2015) je použito RL05.



Obrázek 26. Porovnání změn EWH po redukci úniku signálu (leakage-out efektu) v období od ledna 2003 do prosince 2012. Vlevo: výpočet z diplomové práce pomocí metody dle Baur et al. (2009) v m/rok. Vpravo: výpočet pomocí metody dle Nahavandchi et al. (2015) v cm/rok. Zdroj: Jin et al. (2015).

Závěr

Cílem diplomové práce bylo vytvořit a otestovat sadu algoritmů k opravě úniku signálu (tzv. „leakage“ efektu) u gravitačních polí z mise GRACE a GRACE-FO. Tyto algoritmy byly vytvořeny na základě metody popsané v publikaci Baur et al. (2009). Vstupními daty do procesu jsou měsíční řešení gravitačního pole Země v podobě sad Stokesových sféricko-harmonických koeficientů. Bylo pracováno s volně dostupnými datovými produkty nejnovějšího vydání z Center for Space Research (CSR RL6). Výstupem pak jsou opravené odhady hmotnostních variací v podobě ekvivalentní výšky vodního sloupce.

Bylo zjištěno, že nejvíce jsou odhady ovlivněny volbou filtru dat. Rozdíly v odhadech při použití Gaussova filtru a DDK filtru dosahují mezi lety 2003 a 2015 až $80 \text{ km}^3/\text{rok}$, což je přibližně $1/3$ celé hodnoty. Druhý největší vliv má volba oblasti. Zde ale dosahují rozdíly pouze $15 \text{ km}^3/\text{rok}$. Další zkoumané proměnné (maximální stupeň Stokesových koeficientů a volba objemových elementů) mají na výsledné odhady pouze minimální vliv.

Největší rozdíl při porovnání výsledných odhadů s publikací Baur et al. (2009) vznikl tím, že v diplomové práci nebyl redukován „leakage-out“ efekt. Část rozdílu má na svědomí i rozdíl v použitých datech (RL6 oproti RL4). Rozdíl oproti publikaci Jin et al. (2015) je $50 \text{ km}^3/\text{rok}$ a oproti publikaci Chen et al. (2015) je $20 \text{ km}^3/\text{rok}$. Tyto rozdíly jsou způsobeny použitím rozdílné metody redukce úniku signálu.

Výhoda metody Baur et al. (2009) na redukci úniku signálu je rychlost výpočtu. Modelace gravitačního potenciálu, která je na rychlost výpočtu nejnáročnější, a následná harmonická analýza zde probíhá na rozdíl od dalších dvou postupů (Jin et al., 2015 a Chen et al., 2015) pouze jednou. Naopak nevýhoda je, že původní rozložení hmotnostních variací v podobě EWH zůstane neměnné, mění se pouze jeho hodnota.

Použitá literatura

- BAUR, O., KUHN, M. a FEATHERSTONE, W. E., 2009. GRACE-derived ice-mass variations over Greenland by accounting for leakage effects. *Journal of Geophysical Research* [online]. 114(B6) [cit. 2020-12-30]. ISSN 0148-0227. Dostupné z: doi:10.1029/2008JB006239
- BAUR, O., KUHN, M. a FEATHERSTONE, W. E., 2013. Continental mass change from GRACE over 2002–2011 and its impact on sea level. *Journal of Geodesy* [online]. 87(2), 117-125 [cit. 2020-12-30]. ISSN 0949-7714. Dostupné z: doi:10.1007/s00190-012-0583-2
- BLAKELY, R. J., 1995. *Potential theory in gravity and magnetic applications*. New York: Cambridge University Press. ISBN 0-521-41508-x.
- FREEDEN, W., MICHEL, V. a NUTZ, H., 2002. Satellite-to-satellite tracking and satellite gravity gradiometry (Advanced techniques for high-resolution geopotential field determination). *Journal of Engineering Mathematics* [online]. 43(1), 19-56 [cit. 2020-12-30]. ISSN 00220833. Dostupné z: doi:10.1023/A:1016577524288
- HAN, D. a WAHR, J., 1995. The viscoelastic relaxation of a realistically stratified earth, and a further analysis of postglacial rebound. *Geophysical Journal International* [online]. 120(2), 287-311 [cit. 2021-01-03]. ISSN 0956540X. Dostupné z: doi:10.1111/j.1365-246X.1995.tb01819.x
- CHAMBERS, D. P., 2006. Observing seasonal steric sea level variations with GRACE and satellite altimetry. *Journal of Geophysical Research* [online]. 111(C3) [cit. 2020-12-30]. ISSN 0148-0227. Dostupné z: doi:10.1029/2005JC002914
- CHAO, B. F. a GROSS, R. S., 1987. Changes in the Earth's rotation and low-degree gravitational field induced by earthquakes. *Geophysical Journal International* [online]. 91(3), 569-596 [cit. 2021-01-03]. ISSN 0956-540X. Dostupné z: doi:10.1111/j.1365-246X.1987.tb01659.x
- CHEN, J. L., WILSON, C. R., LI, J. a ZHANG, Z., 2015. Reducing leakage error in GRACE-observed long-term ice mass change: a case study in West Antarctica.

- Journal of Geodesy [online]. 89(9), 925-940 [cit. 2020-12-30]. ISSN 0949-7714.
Dostupné z: doi:10.1007/s00190-015-0824-2
- ILK, K.H., FLIRY, J., RUMMEL, R., SCHWINTZER, P., BOSCH, W., HAAS, C.,
SCHROTER, J., STAMMER, D., ZAHHEL, W., MILLER, H., DIETRICH, R.,
HUYBRECHTS, P., SCHMELING, H., WOLF, D., GOTZE, H.J., RIEGGER,
J., BÁRDOSSY, A., GUNTNER, A., & TH., G. ,2005. Mass transport and mass
distribution in the Earth system - Contribution of the new generation of satellite
gravity and altimetry missions to geosciences. [online]. [cit. 2020-12-30].
Dostupné z: <https://mediatum.ub.tum.de/doc/1367829/file.pdf>
- JEKELI, Ch., 1981. Alternative methods to smooth the Earth's gravity field [online].
[cit. 2020-12-16]. Dostupné z:
<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1981amse.book.....J>
- JIN, S. a ZOU, F., 2015. Re-estimation of glacier mass loss in Greenland from GRACE
with correction of land–ocean leakage effects. Global and Planetary Change
[online]. 135, 170-178 [cit. 2020-12-30]. ISSN 09218181. Dostupné z:
doi:10.1016/j.gloplacha.2015.11.002
- JOHANNESSEN, J. A., BALMINO, G., LE PROVOST, C., et al., 2003. The European
Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer Satellite Mission: Its
Impact on Geophysics. Surveys in Geophysics [online]. 24(4), 339-386 [cit.
2020-12-30]. ISSN 0169-3298. Dostupné z:
doi:10.1023/B:GEOP.0000004264.04667.5e
- KRYLOV, V. I. a STROUD, A. H., 1962. Approximate calculation of integrals. Dover
ed. Mineola, N.Y.: Dover Publications. ISBN 9780486445793.
- KUSCHE, J., SCHMIDT, R., PETROVIC, S. a RIETBROEK, R., 2009. Decorrelated
GRACE time-variable gravity solutions by GFZ, and their validation using a
hydrological model. Journal of Geodesy [online]. 83(10), 903-913 [cit. 2020-12-
29]. ISSN 0949-7714. Dostupné z: doi:10.1007/s00190-009-0308-3
- KUSCHE, J., 2007. Approximate decorrelation and non-isotropic smoothing of time-
variable GRACE-type gravity field models. Journal of Geodesy [online]. 81(11),
733-749 [cit. 2020-12-30]. ISSN 0949-7714. Dostupné z: doi:10.1007/s00190-
007-0143-3

- MATLAB. (2018). 9.7.0.1190202 (R2019b). Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.
- NAHAVANDCHI, H., JOODAKI, G. a SCHWARZ, V., 2015. GRACE-derived ice-mass loss spread over Greenland. *Journal of Geodetic Science* [online]. 5(1) [cit. 2020-12-30]. ISSN 2081-9943. Dostupné z: doi:10.1515/jogs-2015-0010
- SZONDY, D., 2018. GRACE-FO to precisely measure Earth's gravitational field with lasers. In: *Newatlas.com* [online]. [cit. 2020-12-30]. Dostupné z: <https://newatlas.com/grace-fo-lasers-gravity-nasa/54551/>
- TAPLEY, B. D., 2004. GRACE Measurements of Mass Variability in the Earth System. *Science* [online]. 305(5683), 503-505 [cit. 2020-12-30]. ISSN 0036-8075. Dostupné z: doi:10.1126/science.1099192
- TSOULIS, D., 1999. Spherical harmonic computations with topographic/isostatic coefficients. Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie. Technische Universität München
- VISSER, P.N.A.M., 2005. Low-low satellite-to-satellite tracking: a comparison between analytical linear orbit perturbation theory and numerical integration. *Journal of Geodesy* [online]. 79(1-3), 160-166 [cit. 2020-12-29]. ISSN 0949-7714. Dostupné z: doi:10.1007/s00190-005-0455-0
- WAHR, J., MOLENAAR, M. a BRYAN, F., 1998. Time variability of the Earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* [online]. 103(B12), 30205-30229 [cit. 2020-12-30]. ISSN 01480227. Dostupné z: doi:10.1029/98JB02844
- WILD-PFEIFFER, F., 2008. A comparison of different mass elements for use in gravity gradiometry. *Journal of Geodesy* [online]. 82(10), 637-653 [cit. 2020-12-29]. ISSN 0949-7714. Dostupné z: doi:10.1007/s00190-008-0219-8
- WOUTERS, B., BONIN, J. A., CHAMBERS, D. P., RIVA, R. E. M., SASGEN, I. a WAHR, J., 2014. GRACE, time-varying gravity, Earth system dynamics and climate change. *Reports on Progress in Physics* [online]. 77(11) [cit. 2020-12-29]. ISSN 0034-4885. Dostupné z: doi:10.1088/0034-4885/77/11/116801

- GRACE and GRACE-FO, 2001-. In: Wikipedia: the free encyclopedia [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation [cit. 2020-12-30]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/GRACE_and_GRACE-FO#GRACE_Follow-On
- Gravity Recovery and Climate Experiment Follow-On. In: Jpl.nasa.gov [online]. [cit. 2020-12-30]. Dostupné z: <https://www.jpl.nasa.gov/missions/gravity-recovery-and-climate-experiment-follow-on-grace-fo/>

Seznam obrázků

Obrázek 1. Vizualizace družic GRACE. Zdroj: gracefo.jpl.nasa.gov.	8
Obrázek 2. Schéma principu SST-II a SST-hl. Zdroj: Johannessen et al. (2003).....	9
Obrázek 3. Schéma principu GRACE. Zdroj: newatlas.com.	9
Obrázek 4. Změny EWH v m/rok bez předchozího filtrování dat. Použitá data jsou CSR RL6 pro období od srpna 2002 do července 2008.....	14
Obrázek 5. Graf závislosti váhové funkce $W(l)$ na stupni sféricko-harmonického rozvoje pro $r=500$ km.	15
Obrázek 6. Změny EWH v m/rok s použitím Gaussova filtru o poloměru 500 km. Použitá data jsou CSR RL6 pro období od srpna 2002 do července 2008. .	16
Obrázek 7. Změny EWH v m/rok s použitím DDK1, DDK2 a DDK3 filtrů. Použitá data jsou CSR RL6 pro období od srpna 2002 do července 2008.....	17
Obrázek 8. Změny EWH v m/rok při použití Gaussových filtrů o různých poloměrech. Ukázka je nad územím Grónska při použití dat CSR RL6 pro období od srpna 2002 do července 2008.....	20
Obrázek 9. Schéma postupu pro redukci úniku signálu dle metody Baur et al. (2009). Zdroj: Baur et al. (2009)	21
Obrázek 10. Schéma postupu pro redukci úniku signálu dle metody Jin et al. (2015). Zdroj: Jin et al. (2015)	23

- Obrázek 11. Změna EWH v cm/rok nad Antarktidou po použití Gaussova filtru s poloměrem 500 km. Příklad vstupních dat pro redukci úniku signálu. Zdroj: Chen et al. (2015)..... 24
- Obrázek 12. Schéma postupu pro redukci úniku signálu dle metody Chen et al. (2015). Zdroj: Chen et al. (2015)..... 24
- Obrázek 13. Změny EWH v m/rok pro trend (nahore) a periodické změny s periodou jednoho roku při použití dat CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008. 27
- Obrázek 14. Změny EWH v m/rok pro periodické změny s periodou půl roku při použití dat CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008. 28
- Obrázek 15. Volba rozšířených oblastí okolo ostrova Grónsko. Změna EWH na pozadí je v m/rok při použití dat CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008. 30
- Obrázek 16. Změny EWH v m/rok extrahované z rozšířené oblasti 2. Použitá data jsou CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008. 31
- Obrázek 17. Změny EWH v m/rok ležící pouze nad pevninou v rozšířené oblasti 2. Použitá data jsou CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008. 32
- Obrázek 18. Změny EWH v m/rok z obrázku 17 zvětšené koeficientem IAF. 33

- Obrázek 19. Vypočtené změny EWH v m/rok po třech krocích metody dle Baur et al. (2009) pro redukci úniku signálu..... 36
- Obrázek 20. Konečný odhad změny EWH v m/rok po použití redukční metody dle Baur et al. (2009). Použitá data jsou CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008. 37
- Obrázek 21. Volba rozšířených oblastí okolo ostrova Grónsko. Změna EWH na pozadí je v m/rok při použití dat CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008. 41
- Obrázek 22. První způsob volby objemových elementů 44
- Obrázek 23. Druhý způsob volby objemových elementů..... 44
- Obrázek 24. Konečný odhad změny EWH v m/rok po použití redukční metody dle Baur et al. (2009). Použitá data jsou CSR RL6 s Gaussovým filtrem o poloměru 400 km pro období od srpna 2002 do července 2008. 45
- Obrázek 25. Porovnání změn EWH po redukci úniku signálu (leakage-out efektu) v období od ledna 2003 do ledna 2013. Vlevo: výpočet z diplomové práce pomocí metody dle Baur et al. (2009) v m/rok. Vpravo: výpočet pomocí metody dle Jin et al. (2015) v cm/rok. Zdroj: Jin et al. (2015). 46
- Obrázek 26. Porovnání změn EWH po redukci úniku signálu (leakage-out efektu) v období od ledna 2003 do prosince 2012. Vlevo: výpočet z diplomové práce pomocí metody dle Baur et al. (2009) v m/rok. Vpravo: výpočet pomocí metody dle Nahavandchi et al. (2015) v cm/rok. Zdroj: Jin et al. (2015). 47

Seznam tabulek

Tabulka 1. Hodnoty parametru a pro různé DDK filtry	16
Tabulka 2. Výchozí nastavení parametrů	38
Tabulka 3. Roční odhady úbytku ledu	39
Tabulka 4. Odhady kumulativního úbytku ledu	39
Tabulka 5. Závislost výsledků na volbách filtru	40
Tabulka 6. Závislost výsledků na volbě rozšířené oblasti	42
Tabulka 7. Závislost výsledků na volbě maximálního stupně Stokesových koeficientů při použití Gaussova filtru o poloměru 400km	43
Tabulka 8. Závislost výsledků na volbě maximálního stupně Stokesových koeficientů při použití Gaussova filtru o poloměru 200km	43

Seznam grafů

Graf 2. Odhady kumulativního úbytku ledu mezi lety 2003 a 2015 v Grónsku	39
--	----

Seznam zkratek

GRACE	Gravity Recovery and Climate Experiment
GRACE-FO	Gravity Recovery and Climate Experiment Follow On
SST-ll	Satellite to Satellite Tracking mode low-low
SST-hl	Satellite to Satellite Tracking mode high-low
GNSS	Globální družicový polohový systém (Global Navigation Satellite System)
SLR	Satellite Laser Ranging
CSR	Center for Space Research
JPL	Jet Propulsion Laboratory
GFZ	Geoforschungszentrum
RDC	Raw Data Center
EWH	ekvivalentní výška vodního sloupce (equivalent water height)
RLx	vydání x (release x)
IAF	Intermediate Amplificator Factor
FAF	Final Amplificator Factor
SNM	druhá Neumannova metoda (second Neumann method)

Seznam příloh

DP_GRACE.pdf	text diplomové práce ve formátu pdf
data_UTCSR6.txt	textový soubor s odkazem na data UTCSR6
data_matlab.zip	složka s funkcemi a daty obsahující:
cptfiles	složka se soubory pro tvorbu obrazových výstupů
main_grace_ewh_plot.m	hlavní skript výpočtu
world_gshhs_i.mat	
topo_data.mat	
r.mat, love_numbers.mat	soubory obsahující data použitá ve výpočtu
global_mask_60min.mat	
global_mask_30min.mat	
global_mask_15min.mat	
plmmatchclass.m	
pl0.m	
objem_masy.m	
objem_masy2.m	
norm_potential.m	
newton_int.m	
latweight.m	
gmt_gaussian.m	
glgrid.m	
fit_grace_monthly.m	skripty do programovacího prostředí Matlab
find_grace_months.m	použité při výpočtu
fhs_potential.m	
fha_main.m	
csfilter.m	
csconvert.m	
colormap_cpt.m	
body.m	
apply_love2cs.m	