



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA DOPRAVNÍ

Daria Griniuk

Využití metod operačního výzkumu v city logistice

Bakalářská práce

2020

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta dopravní
děkan
Konviktská 20, 110 00 Praha 1



K617 **Ústav logistiky a managementu dopravy**

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE
(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení studenta (včetně titulů):

Daria Griniuk

Kód studijního programu a studijní obor studenta:

B 3710 – LOG – Logistika a řízení dopravních procesů

Název tématu (česky): **Využití metod operačního výzkumu v city logistice**

Název tématu (anglicky): Use of Operational Research Methods in City Logistics

Zásady pro vypracování

Při zpracování bakalářské práce se řiďte následujícími pokyny:

- City logistika a problémy v ní řešené
- Matematický aparát teorie grafů využitelný v úlohách city logistiky
- Modelování dopravních vztahů
- Úlohy teorie grafů přizpůsobené city logistice
- Analýza metod řešení zvolených úloh





- Rozsah grafických prací: podle pokynů vedoucí bakalářské práce
- Rozsah průvodní zprávy: minimálně 35 stran textu (včetně obrázků, grafů a tabulek, které jsou součástí průvodní zprávy)
- Seznam odborné literatury: Taniguchi, E., Thompson, R. G. City logistics: Mapping the future. 2015
Taniguchi, E. City logistics: Modeling, planning and evaluation. 2015
EURO Journal on Transportation and Logistics, March 2017

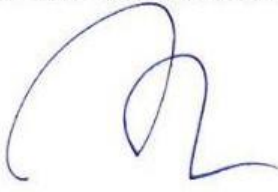
Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Alena Rybičková, Ph.D.**

Datum zadání bakalářské práce: **30. června 2017**
(datum prvního zadání této práce, které musí být nejpozději 10 měsíců před datem prvního předpokládaného odevzdání této práce vyplývajícího ze standardní doby studia)

Datum odevzdání bakalářské práce: **10. srpna 2020**
a) datum prvního předpokládaného odevzdání práce vyplývající ze standardní doby studia a z doporučeného časového plánu studia
b) v případě odkladu odevzdání práce následující datum odevzdání práce vyplývající z doporučeného časového plánu studia


doc. Ing. Tomáš Horák, Ph.D.
vedoucí
Ústavu logistiky a managementu dopravy


doc. Ing. Pavel Hrubeš, Ph.D.
děkan fakulty



Potvrzuji převzetí zadání bakalářské práce.


Daria Griniuk
jméno a podpis studenta

V Praze dne 3. prosince 2019

Poděkování

Chtěla bych poděkovat Ing. Aleně Rybičkové, Ph.D. za odborné vedení, trpělivost a ochotu, kterou mi v průběhu zpracování bakalářské práce věnovala. Dále bych chtěla velmi poděkovat všem členům své rodiny, kteří mi byli po celou dobu studia velkou podporou ve všech ohledech.

Prohlášení

Předkládám k posouzení a obhajobě bakalářskou práci, kterou jsem zpracovala na závěr studia na ČVUT v Praze Fakultě dopravní.

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracovala samostatně a že jsem uvedla veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem č.1/2009 „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.“

Nemám závažný důvod proti užívání tohoto školního díla ve smyslu § 60 zákona č.121/2000 Sb., o autorském právu, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 10.8.2020

Podpis:

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta dopravní

Využití metod operačního výzkumu v city logistice

bakalářská práce

srpen 2020

Daria Griniuk

ABSTRAKT

Předmětem bakalářské práce „Využití metod operačního výzkumu v city logistice“ je analýza úloh teorie grafů zkoumaných v city logistice. Práce se zabývá metodami řešení lokačních úloh a problému směrování vozidel, a jejich podproblémy. V praktické části pomocí grafů modeluje dopravní síť a pomocí heuristických metod demonstruje řešení hlavních problémů městské logistiky.

KLÍČOVÁ SLOVA

City logistika, problém směrování vozidel, lokační úloha, dvouúrovňová síť, heuristické metody.

ABSTRACT

The subject of bachelor thesis “Use of Operational Research Methods in City Logistics” is analysis of scrutinized graph theory tasks in City Logistics. The thesis is devoted to solution methods for location routing and routing vehicle problems and their sub-problems. In practical part transport network was modelled with graph application, and for most lucrative problem solving of urban logistics heuristic methods are employed.

KEYWORDS

City logistics, vehicle routing problem, location routing problem, two-echelon network, heuristics methods.

OBSAH

1. ÚVOD.....	7
2.CITY LOGISTIKA A PROBLÉMY V NÍ ŘEŠENÉ.....	8
2.1 Představení city logistiky.....	8
2.1.1 Koncept city logistiky.....	8
2.1.2 Zúčastněné strany.....	8
2.1.3 Cíle.....	9
2.2 Problémy zkoumané v city logistice.....	9
3.MATEMATICKÝ APARAT TEORIE GRAFU VYUŽITELNÝ V ÚLOHÁCH CITY LOGISTIKY...	11
3.1 Základní popis, definice klíčových pojmů.....	11
3.2 Clark-Wrightův algoritmus.....	13
4.ÚLOHY TEORIE GRAFU PŘIZPŮSOBENÉ CITY LOGISTICE.....	14
4.1 VRP.....	14
4.1.1 VRPTW.....	15
4.1.1.1 Popis problému.....	15
4.1.1.2 Metody řešení.....	17
4.1.2 VRPB.....	18
4.1.2.1 Popis problému.....	18
4.1.2.2 Metody řešení.....	20
4.1.3 VRPPD.....	20
4.1.3.1 Popis problému.....	20
4.1.4 2E-VRP.....	22
4.1.4.1 Popis problému.....	22
4.1.2.2 Metody řešení.....	22
4.2 LRP.....	22
4.2.1LRP.....	22
4.2.1.1 Popis problému.....	22
4.2.1.2 Metody řešení.....	23
4.2.2 2E-LRP.....	24
4.2.2.1 Popis problému.....	24
4.2.2.2 Metody řešení.....	27
5. Příklady použití algoritmů	30

5.1 Jednoúrovňové problémy.....	30
5.1.1 VRPTW model.....	30
5.1.2 VRPB model.....	33
5.2 Dvouúrovňové problémy.....	44
5.2.1 2E-VRP model.....	44
5.2.2 2E-LRP model.....	50
6.ANALYZA METOD ŘEŠENÍ ZVOLENÝCH ÚLOH.....	59
7. ZÁVĚR.....	60
8. LITERATURA.....	61

Seznam použitých zkratk

CVRP	Problém směrování vozidel s kapacitními omezení
FLP	Problém umístění zařízení
LRP	Lokační úloha
VRP	Problém směrování vozidel
VRPB	Problém směrování vozidel s vyzvednutím
VRPPD	Problém směrování vozidel s doručením a vyzvednutím
VRPTW	Problém směrování vozidel s časovými omezení

1. Úvod

City logistika je velmi mladý, ale rychle se rozvíjející obor. Logistika se zabývá řízením toku zboží, materiálů, službami spojenými s jeho přepravou do koncového zákazníka. Začíná od plánování výroby určitého množství zboží až po doručení zboží koncovému zákazníkovi.

Rychlý rozvoj měst a velký úroveň urbanizaci způsobuje problémy přepravy zboží, kterými se zabývá městská logistika. Musí počítat s omezeními, které způsobuje nejen zákazník a výrobní proces, ale i město. Minimalizuje vliv dopravy na životní prostředí a obyvatelstvo. Důsledkem rozvoje hospodářství a průmyslu ve městech stoupá poptávka po nákladní a osobní dopravě. Kvůli růstu měst a novým technologií se šíří door-to-door servis. Všechno to vede k problémům městské nákladní dopravy, které zahrnují přetížení vozidel, zajištění vykládky a nakládky zboží, emise, dopravní zácpy atd. Městská logistika se soustředí na nalezení efektivních způsobů přepravy zboží v městských oblastech, přičemž současně zohledňuje to, že přeprava zboží v městských oblastech má nejen pozitivní, ale i negativní dopad na životy lidí žijících v těchto městských oblastech.

Teorie grafů se zabývá modelováním dopravních vztahů, a pomocí těchto modelů můžeme navrhnout efektivní řešení problémů přepravy zboží v městských oblastech. Cílem práce je namodelovat distribuční sítě a navrhnout řešení pomocí metod teorie grafů přizpůsobených městskému prostředí, a analyzovat použité metody.

2. City logistika a problémy v ní řešené

2.1 Představení city logistiky

Historie City logistiky je poměrně krátká. Vznikla začátkem 70. let, kdy byl proveden výzkum v oblasti městské nákladní dopravy a toku zboží ve městech. Pojem „City logistika“ se poprvé objevil v německých textech v 80. letech.

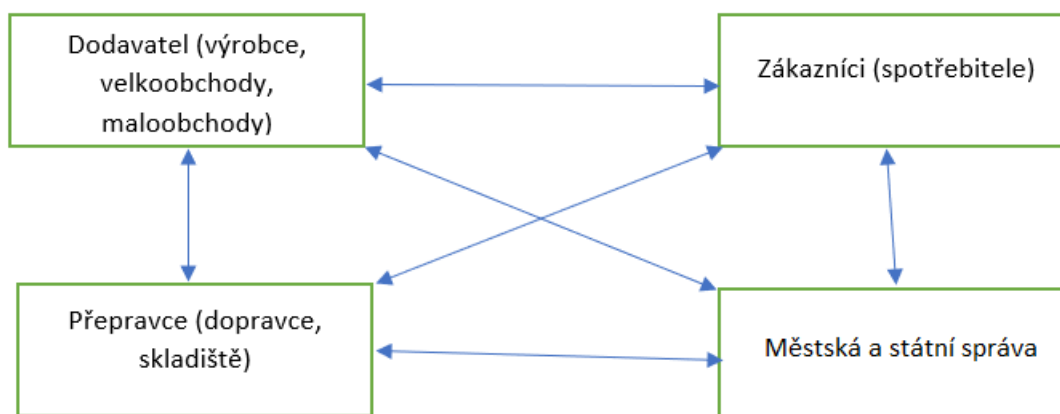
2.1.1 Koncept city logistiky

Koncept City Logistiky řeší mnoho obtížných a komplikovaných logistických problémů. Taniguchi a kol. (r.1999) definoval City Logistiku jako „proces pro úplnou optimalizaci logistických a dopravních činností soukromých společností v městských oblastech při zohlednění dopravního prostředí, dopravní zácpy a spotřeby energie v rámci tržního hospodářství“. Cílem City Logistiky je globálně optimalizovat logistické systémy v městské oblasti s ohledem na náklady a přínosy schémat pro veřejnost i soukromý sektor. Cílem soukromých přepravců je snížit jejich náklady na dopravu, zatímco veřejný sektor se snaží zmírnit dopravní zácpy a problémy životního prostředí [1].

Komplexní řešení procesů směřuje k optimalizaci řízení administrativních rozhodnutí, toků materiálů, vozidel, lidí, produkce, znalostí, energie, finančních toků v rámci subsystémů města a jeho dopravní infrastruktury. Proto jsou otázky městské nákladní dopravy velmi náročné, musí zahrnovat všechny zúčastněné strany.

2.1.2 Zúčastněné strany

Hlavní zúčastněné strany ve městské nákladní dopravě jsou zasílatel, přepravce, zákazník a správce (obr.1). Každá z těchto stran má své specifické cíle a způsoby spolupráce. City Logistika musí počítat se specifikem každé zúčastněné strany [2].



Obrázek 1. Účastníky městské nákladové dopravy a vztahy mezi nimi [2]

Dodavatele jsou zákazníci přepravců, kteří doručují své zboží koncovým spotřebitelům nebo jiným společnostem. Zákazníci jsou většinou obyvatelé měst, kde mají kamióny omezený pohyb, protože by jinak způsobovaly dopravní zácpy a znečištění životního prostředí. Zákazníci očekávají vyšší kvalitu služeb za nižší finance ve stanoveném časovém rozmezí. Avšak nákladní přepravce se často setkává s problémem provozování svých vozidel kvůli dopravním zácpám a to vede k neefektivnímu využití vozů. Zastupitelé měst požadují vyšší úroveň ekonomického rozvoje města, což způsobuje rozvoj elektronického obchodu (zákazníci vyžadují doručení zboží přímo na domů), ale zároveň mají cíl zlepšit úroveň životního prostředí a snížit dopravu ve městě [1].

2.1.3 Cíle

City logistika klade za cíl zmírnit účinky nákladní dopravy prostřednictvím opatření, která zahrnují podporu pokročilých informačních a komunikačních technologií, inteligentní dopravní systémy (ITS), různá omezení (kontrola zatížení dopravních komunikací, zpoplatnění úseků, omezení vjezdu kamionů atd.). Cílem této politiky je zlepšit dopravní tok a životní prostředí města.

Cíle City logistiky jsou:

- Zlepšení toků města
- Maximalizace výrobní výkonnosti podniků
- Ušetření materiálních zdrojů a financí
- Úspora času
- Optimalizace nákladů na výrobu a zásobování
- Snížení dopadů přepravy na životní prostředí
- Integrace různých činností za účelem dosažení požadovaného výsledku s minimálním využitím času a zdrojů pomocí řízení toků zboží a informací

2.2 Problémy zkoumané v city logistice

Problémy a příležitosti ke zlepšení městské logistiky se neustále mění, vliv mají faktory jako:

- Populační růst a urbanizace - Ve světě stále existuje trend k urbanizaci. Města jsou atraktivnější kvůli pracovní příležitosti, vzdělání, kulturním akcím atd. Většina populace EU bydlí ve městech a podíl obyvatel stále roste. Rozšiřování městských oblastí způsobuje problémy s nákladní dopravou. Dnešní úroveň urbanizace ve světě je 55% [3]. Do roku 2050 je předpoklad, že městské obyvatelstvo vzroste až na 64%. Neustálá urbanizace a růst měst vytváří pro City Logistiku řadu problémů.

- Růst elektronického obchodu. Rozvoj internetu vede ke snížení počtu kamenných obchodů a k nárůstu online prodeje. To vede ke zvýšení počtu skladů a logistických center, a nevyhnutelně to vede k problémům poslední míle.

- Touha po rychlosti. Velké množství internetových obchodů nabízí dodání zboží co nejdříve. Pokud jde o City Logistiku, nabídka možnosti rychlého doručení zboží zvýší pohyb nákladní dopravy ve městě a zkomplikuje to koordinaci a konsolidaci přímých dodávek spotřebiteli.

- Přejít od obchodních modelů, jako je C2C (consumer to consumer), k B2B (business to business). To vede ke zvýšení využití kapacit skladů, logistických center a přepravních prostředků.

- Změna klimatu a udržitelnost nárůstu nákladní dopravy vede ke znečištění ovzduší a hluku, k dopravním nehodám a zvýšení emise skleníkových plynů.

V poslední době se městská nákladní doprava potýká s velkým počtem obtížných problémů. Kvůli rostoucímu počtu vozidel se zvyšuje počet problémů způsobených dopravou a stoupá hustota zatížení pozemních komunikací [4].

3. Matematický aparát teorie grafů využitelný v úlohách city logistiky

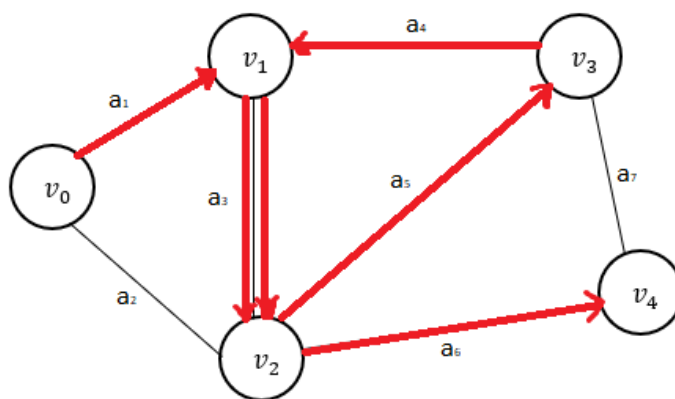
3.1 Základní popis, definice klíčových pojmů [5].

Řešení problémů City logistiky nám pomáhá nahlížet teorie grafů, pomocí nich modelujeme silniční síť, kde hledáme nejlepší řešení. Proto musíme vysvětlit základní pojmy pomocí kterých modelujeme. Graf se skládá z vrcholů a hran $G = (V, A)$. Vrcholy reprezentují depa, zákazníci nebo transferní body. Hrany reprezentují přímé cesty mezi vrcholy, z nich se skládají trasy vozidel. Podmnožinu vrcholů, která reprezentuje depa (dodavatele), může charakterizovat její kapacita, počet vozidel, které ho obsluhují, počet přiřazených transferních bodů nebo zákazníků a čas na nakládku zboží. Podmnožinu vrcholů, která reprezentuje transferní body, může charakterizovat její kapacita, počet vozidel, které ji obsluhují, počet přiřazených zákazníků, potřebný čas na nakládku a vykládku zboží. Podmnožinu vrcholů, která reprezentuje zákazníky, může charakterizovat její poptávka, časové omezení na doručení nebo vyzvednutí zboží a požadavek (potřeba doručení nebo vyzvednutí zboží).

Množinu hran může charakterizovat její délka (km nebo čas projíždění) a kapacita.

Graf může být orientovaný nebo neorientovaný, tzn. že jeho hrany mají nebo nemají stanovený směr. Pokud je hrana orientovaná, můžeme ji projít pouze určitým směrem.

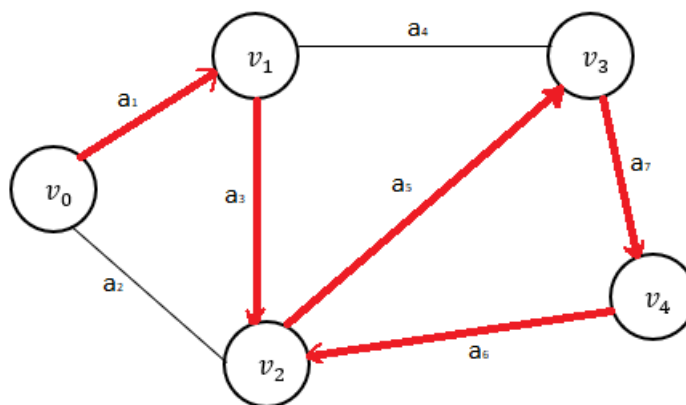
Sled (obr. 2) je střídavá posloupnost vrcholů a hran mezi dvěma vrcholy.



$v_0, a_1, v_1, a_3, v_2, a_5, v_3, a_4, v_1, a_3, v_2, a_6, v_4$

Obrázek 2. Sled

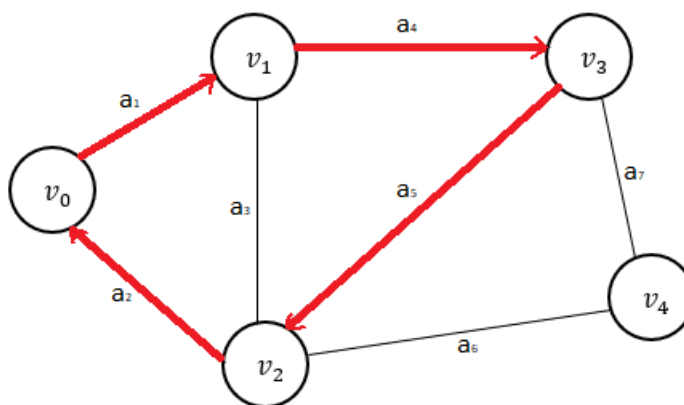
Tah (obr. 3) je sled, ve kterém se neopakuje žádná hrana.



$v_0, a_1, v_1, a_3, v_2, a_5, v_3, a_7, v_4, a_6, v_2$

Obrázek 3. Tah

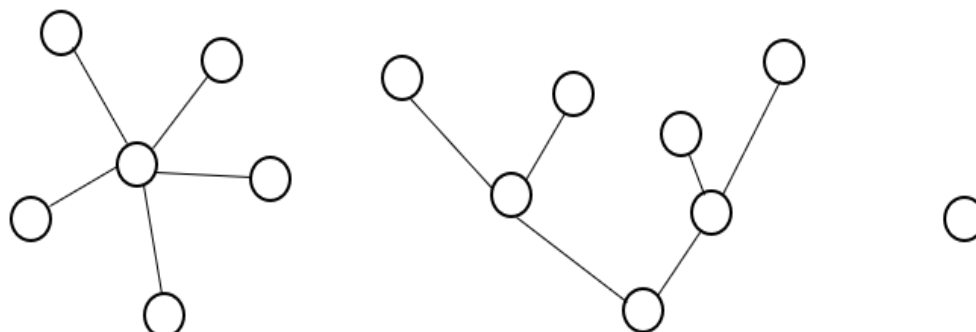
Cesta (obr. 4) je tah, ve kterém se neopakuje žádný vrchol. Uzavřená cesta se nazývá kružnice.



$v_0, a_1, v_1, a_4, v_3, a_5, v_2, a_2, v_0$

Obrázek 4. Cesta

Strom (obr. 5) je souvislý graf, který neobsahuje jako podgraf kružnici [4].



Obrázek 5. Příklady stromů

Základními problémy, které řeší teorie grafů a mají uplatnění v City logistice jsou úloha okružních jízd a Lokačně-trasovací problém. Lokačně-trasovací problém se skládá s lokační úlohy a úlohy okružních jízd.

Metody řešení:

- Exaktní metody
- Klasická heuristika
- Metaheuristika

3.2 Clarkův-Wrightův algoritmus

Metoda určování okružních jízd [5].

Daný algoritmus často používá jako základ pro složitější algoritmy, které řeší kombinované problémy nebo problémy s určitými omezeními.

Máme síť pozemních komunikací, která je vyjádřena pomocí rovinného, souvislého, vrcholové a hranové ohodnoceného grafu $G = (V, A)$. Ohodnocení hran vyjadřuje délku příslušných úseků, ohodnocení vrcholů požadavek příslušného skladu na dodávku z centrálního skladu. Na síti Floydovým algoritmem vypočteme matici vzdáleností, která může být symetrická (pokud graf je neorientovaný), nebo asymetrická (pokud graf je orientovaný). Algoritmus se skládá s 6 kroků:

1. vypočteme $S_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij}$, pro všechna $i, j = 1, 2, \dots, n$.
2. Počátečním řešením je výše popsané triviální řešení, které obsahuje celkem n cyklů.
3. V matici úspor zjistíme, existuje-li nějaké $S_{ij} > 0$, které nebylo dosud vybráno. Mohou nastat dvě možnosti:
 - 3a) $S_{ij} > 0$ existuje, pokračujeme krokem 4.
 - 3b) $S_{ij} > 0$ neexistuje, pokračujeme krokem 6.
4. Najdeme $\max\{S_{ij}\} > 0$, které nebylo dosud vybráno. Pro další postup je rozhodující splnění nebo nesplnění následujících podmínek:
 - a) jsou oba zákazníci krajní na trasách
 - b) nepřekročí kapacitní omezení trasy,
 - 4a) Pokud při sjednocení vrcholů podmínky jsou splněny, označujeme jako použitelné, pokračujeme krokem 5.
 - 4b) Pokud při sjednocení vrcholů alespoň jedna podmínka není splněna, označujeme jako nepoužitelné, pokračujeme krokem 4.
5. Sjednotíme cykly obsahující v_i a v_j do jednoho cyklu, určíme znova příslušná, pro $i = 1, 2, \dots, n$, pokračujeme krokem 3.
6. Obdržené řešení je (sub)optimálním řešením okružních jízd na síti. [5]

4. Úlohy teorie grafů přizpůsobené city logistice

City logistika se zabývá modelováním dopravních vztahů s ohledem na určité omezení. V této kapitole popíšeme úlohy teorie grafů přizpůsobené city logistice: úloha okružních jízd (Vehicle-Routing Problem) a lokační trasovací problém (Lokation-Routing Problem). Každý z těchto problémů postupně prozkoumáme.

4.1 Úloha okružních jízd (VEHICLE ROUTING PROBLEM)

Problém známý jako Vehicle Routing Problem se zabývá přepravou zboží mezi depem a koncovým zákazníkem. Řešením VRP je stanovení tras, kde každá je obsluhovaná pomocí jednoho vozidla, které začíná a končí v jednom depu tak, aby všechny požadavky zákazníků byly splněny, náklady byly co nejmenší a byla splněna všechna daná omezení. VRP lze použít k vyhodnocení opatření a optimalizaci trasy. Výsledkem je využití co nejmenšího počtu vozidel, potřebného pro uspokojení poptávky zákazníků, obsluhování po nejkratší trase a zkrácení cesty prázdných vozů. Tím se zmenšuje zatížení silniční sítě a vliv dopravy na životní prostředí, obyvatelé získají komfortnější města a zákazníci rychleji zboží.

Transportní síť pro přepravu zboží popisuje graf, kde hrany představují komunikace spojující dvojice uvažovaných vrcholů a vrcholy jsou transportní uzly (depo nebo zákazník). Hrany mohou být orientované nebo neorientované v závislosti na tom, jestli vozidlo může projet oba směry nebo ne (např. ulice s jednosměrným provozem - charakteristické pro velká města). Každá hrana je charakterizovaná hodnotou, která označuje její délku a čas projíždění.

Základní popis zákazníka:

- vrchol, ve kterém se nachází zákazník
- množství zboží (různé druhy), které musí vyzvednout nebo předat zákazníkovi
- denní období (Time Windows), ve které může být zákazník obslužen (např. v závislosti na otevírací době nebo dopravních omezeních)
- podmnožina dostupných vozidel, které mohou být používány pro obslužení zákazníka (ohraničená kapacita nebo rychlost vybraného vozidla)

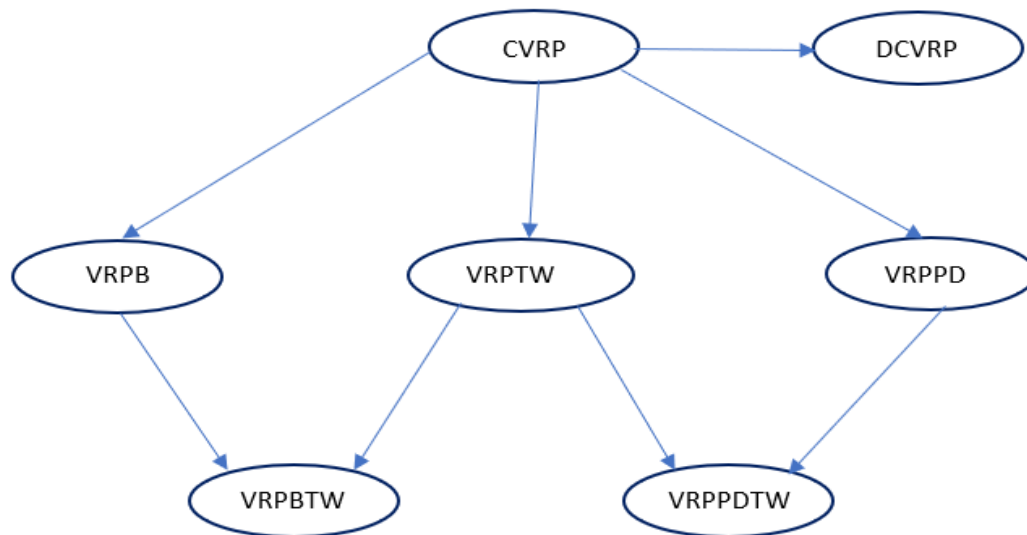
Cesta, pomocí které obsluhujeme zákazníka, musí začínat a končit v depu (jednom nebo různých), které se nachází ve vrcholu grafu.

Depo je popisované počtem a druhem vozidel a také počtem a druhem zboží, které dodává. Úloha s více depy se často zjednoduší rozdělením zákazníků mezi depa, aby vozidla začínala a skončila cestu v stejném depu. V tomto případě je VRP možno řešit pro každé depo zvlášť.

Přeprava zboží se realizuje pomocí flotily vozidel, která může být definována zákazníkem.

Základní popis vozidla:

- domácí depo vozidla
- kapacita vozidla – váha, objem nebo počet palet zboží, které je možné naložit do vozidla
- možnost rozdělení vozidla, pro přepravu různých druhů zboží
- dostupné zařízení pro vykládku a nakládku zboží
- podmnožina hran, kterými může projet vozidlo
- náklady spojené s vozidlem (na jednotku délky, na jednotku času)



Obrázek 6. CVRP a jeho podmnožiny

CVRP (Capacited VRP) je základní verze VRP(obr. 6)

Všichni zákazníci jsou obslouženi z jednoho depa, požadavky jsou deterministické (předem známé).

Vozidla jsou identická a mají jediné centrální depo, jsou povinné pouze kapacitní omezení.

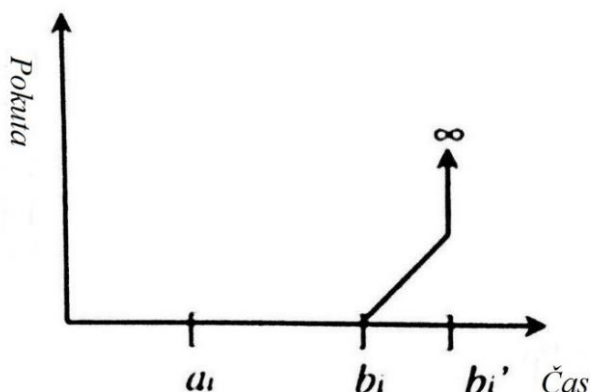
Cílem je minimalizovat celkové náklady na přepravu (náklady na vozidla, náklady na ujeté km, atd.).

4.1.1 Vehicle Routing Problem with Time Windows

4.1.1.1 Popis problému

Vehicle Routing Problem with Time Windows(VRPTW) je další podúlohou CVRP, hledá optimální trasy, které splňují všechny požadavky zákazníků a nepřekročí stanovené omezení. Každý zákazník je spojený s časovým rámcem, který omezuje dobu, během které musí vozidlo obsloužit zákazníka. Tvrdá časová okna nepovolí vozidlu přijet k zákazníkovi později než je dolní povolená časová hranice. V opačném případě pokud vozidlo přijede ke klientovi dřív, musí počkat na horní povolenou časovou hranici, než začne s obsluhou [7].

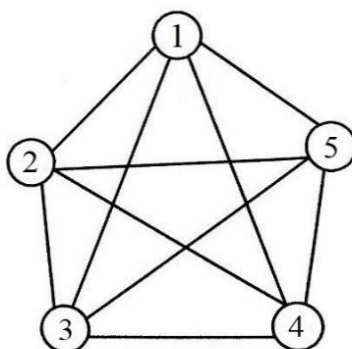
Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows (VRPSTW) umožňují dopravcům překročit stanovené časové omezení s některými pokutami. Tzn. pokud vozidlo přijede dříve, musí počkat na stanovený čas a_i , v opačném případě, když přijede později, může začít, ale dostane pokutu.



Obrázek 7. Penalizační funkce [8]

Penalizační funkce znázorňuje závislost mezi opožděným časem a velikostí pokuty (obr.7) .

VRPTW je definovaný jako kompletní graf, kde je každý vrchol (zákazník nebo depo) propojený se všemi ostatními vrcholy pomocí hran(obr.8) [8].



Obrázek 8. Transformace silniční sítě do kompletního grafu

VRPTW je podmnožinou VRP. Můžeme ji popsat jako graf $G = (V, A)$, kde depo je reprezentované dvěma vrcholy 0 a $n + 1$.

Všechny možné trasy vozidel odpovídají cestám, které začínají v depu 0 a končí v depu $n + 1$. Časové rozmezí je spojené s vrcholy 0 a $n + 1$ tj. $[a_0, b_0] = [a_{n+1}, b_{n+1}] = [E, L]$, kde E a L reprezentují nejdřív možný odjezd z depa a nejpozději možný příjezd. Nulové požadavky a čas obsluhy jsou definované ve dvou uzlech $d_0 = d_{n+1} = s_0 = s_{n+1} = 0$. Realizovatelné řešení existuje pouze při $a_0 = E \leq \min_{i \in V \setminus \{0\}} b_i - t_{0i}$ a $b_{n+1} = L \leq \min_{i \in V \setminus \{0\}} a_i + b_i + t_{i0}$.

Hrana (i, j) může být odstraněná například kvůli časovým úvahám $a_i + s_i + t_{i0} \geq b_j$; kapacitním omezením $d_i + d_j \geq C$ anebo dalším faktorům.

Pokud vozidla mají možnost zůstat v depu, zejména v případě, kdy primární cíle spočívají v minimalizaci nákladu hrana $(0, n + 1)$ s $C_{0,n+1} = t_{0,n+1} = 0$ musí být přidána do sady hran A .

VRPTW může být popsáno pomocí následujících modelů toků sítě s časovými a kapacitními omezeními [7]:

$$(I) \quad (VRPTW) \min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ijk}$$

nelineární vyjádření celkových nákladů

$$(II) \quad \sum_{k \in K} \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N, N = V \setminus \{0, n + 1\}$$

přiřazení každého zákazníka pouze na jeden okruh / trasu.

$$(III) \quad \sum_{j \in \Delta^+(0)} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K$$

$$(IV) \quad \sum_{i \in \Delta^-(j)} x_{ijk} - \sum_{i \in \Delta^+(j)} x_{jik} = 0 \quad \forall k \in K, j \in N$$

$$(V) \quad \sum_{i \in \Delta^-(n+1)} x_{i,n+1,k} = 1 \quad \forall k \in K$$

charakterizují tok zboží na cestě, kterou prochází vozidlo k

$$(VI) \quad x_{ijk} (w_{ik} + s_i + t_i - w_{jk}) \leq 0 \quad \forall k \in K, (i,j) \in A$$

$$(VII) \quad a_i \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} \leq w_{ik} \leq b_i \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} \quad \forall k \in K, i \in N$$

$$(VIII) \quad E \leq w_{ik} \leq L \quad \forall k \in K, i \in \{0, n + 1\}$$

$$(IX) \quad \sum_{i \in N} d_i \sum_{j \in \Delta^+(i)} x_{ijk} \leq C \quad \forall k \in K$$

Záruka realizovatelnosti s ohledem na časové a kapacitní aspekty. w_{ik} musí být 0, pokud zákazník i nebyl obsluhovaný vozidlem k

$$(X) \quad x_{ijk} \geq 0 \quad \forall k \in K, (i,j) \in A$$

$$(XI) \quad x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall k \in K, (i,j) \in A$$

Zavádí binární podmínky proměnného toku vozidel

4.1.1.2 Metody řešení [12]

A Time-Oriented, Nearest-Neighbor Heuristic (Heuristický, časově orientovaný, nejbližší soused)

Začínáme každý okruh tím, že hledáme nejbližšího zákazníka k depu. Při každé následující iteraci vyhledáváme nejbližšího zákazníka kolem posledního přidaného zákazníka do trasy. Hledání se provádí mezi zákazníky, kteří splňují podmínky (časové omezení na obsluhu, čas příjezdu/odjezdu, kapacitní omezení). Nový okruh začíná, když už nejde připojit další zákazníky do staré trasy.

Insertion heuristic

Nechť $(i_0, i_1, i_2, \dots, i_m)$ je současný okruh, kde $i_0 = i_m = 0$ (depo). Pro každého nepřijíženého zákazníka nejdřív vypočítáme nejlepší možné místo na vznikající trase

$c_1(i(u), u, j(u)) = \min[c_1(i_{p-1}, u, i_p)]$, kde $p = 1, \dots, m$. Vkládáním zákazníka mezi i_{p-1} a i_p by mohlo potenciálně změnit všechny časy na obsluhu, proto musíme zkontrolovat časové proveditelnosti každého zákazníka. Po inicializaci aktuální trasy používá metoda v každé iteraci dvě kritéria $c_1(i, u, j)$ a $c_2(i, u, j)$ na jejichž základě vkládá nového zákazníka u do dané částečné trasy mezi dva sousední vrcholy i a j . kritérium c_1 určuje místo na trase a c_2 určuje kterého zákazníka tam vložit. Dále vybíráme nejvhodnějšího zákazníka pomocí kritéria c_2 a vkládáme mezi $i(u^*)$ a $j(u^*)$ do trasy. Pokud už nejsou další zákazníci, které můžeme vložit, začínáme nový okruh.

4.1.2 Vehicle Routing Problem with Backhauls

4.1.2.1 Popis problému

Vehicle Routing Problem with Backhauls (VRPB) je podúlohou CVRP, kde je skupina zákazníků rozdělená na dvě podmnožiny. První je podmnožina zákazníků, kterým musíme dodat zboží. Druhá je skupina zákazníků, u kterých zboží musíme vyzvednout.

Problémy VRPB:

Určování množiny tras / cest / okruhů, kterými musí projet vozidlo za splnění následujících podmínek a omezení:

- Každé vozidlo dělá pouze jeden okruh (projíždí trasu 1krát)
- Každý okruh začíná a končí v jednom depu
- Pro každý okruh celkové množství / váha zboží nepřekročí kapacitu vozidla
- Na každém okruhu (trase) obsloužíme případné backhaul customers (zákazníci, u kterých vyzvedneme zboží) až po linehaul customers (zákazníci, kterým zboží dodáváme). Je to z toho důvodu, abychom se vyhnuli přepravním nákladům ve vozidle i ve vykládce.
- Celková délka trasy je minimalizována.

Matematická formulace problémů [7]

VRPB je podmnožinou VRP a může být popsán pomocí následujícího grafu. Necht' $G = (V, A)$ je kompletní neorientovaný graf a podmnožina $V = \{0\} \cup L \cup B$. Podmnožině $L = \{1, \dots, n\}$ odpovídá linehaul customers a podmnožině $B = \{n + 1, \dots, n + m\}$ odpovídá backhaul customers.

Hodnotě $d \geq 0$ odpovídá množství zboží, které musí být dodané nebo vyzvednuté a je spojené s každým vrcholem $j \in V \setminus \{0\}$. Vrchol 0 odpovídá depu ($d_0 = 0$), kde jsou umístěná vozidla K s danou kapacitou C .

Necht' $c_{ij} \geq 0$ je spojená s hranou $(i, j) \in A$, $c_{ii} = +\infty \forall i \in V$; $c_{ij} = c_{ji} \forall i, j \in A, i \neq j$.

VRPB spočívá v nalezení K jednoduchých obvodů / okruhů s minimálními náklady, které odpovídají následujícím podmínkám:

- Každý obvod obsahuje 0 vrchol
- Každý vrchol $j \in V \setminus \{0\}$ navštíven pouze jednou
- Součet požadavků všech zákazníků každého okruhu nesmí překročit kapacitu vozidla, které ho obsluhuje

Cílem je minimalizovat celkové náklady na každý okruh, který je definovaný jako součet hran určitého okruhu.

Nechť $K_L(K_B)$ označuje minimální počet vozidel potřebný pro obsluhu všech L (B) vrcholů.

Předpokládáme, že $K \geq \max\{K_1, K_2\}$. Hodnoty K_L a K_B mohou být získané pomocí BBP (Bin Packing Problem). V tomto případě je kapacita zásobníku rovna C a každé j je ekvivalentní požadavkům d_j odpovídajícího vrcholu.

4.1.2.2 Metody řešení [11]

Deifův-Bodinův algoritmus je rozšířením Clarkova-Wrightova algoritmu, kde hledáme optimální trasu pro vozidlo na základě úspor za spojení dvou zákazníků za stejnou trasu podle vzorce $S_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij}$.

Deifův-Bodinův algoritmus je založen na dvou modifikacích původního algoritmu Clarka-Wrighta pro VRPB. První modifikace přidává omezení, že na každé trase je povolen pouze jedno spojení mezi vrcholy doručení a vyzvednutí zboží. Za druhé, definice úspor je upravena tak, aby zahrnovala pokutu, aby se snížila velikost úspor při přechodu z dodání zboží na vyzvednutí. Upravený výpočet úspor je $S_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij} - \alpha S'$, kde α je multiplikátor penalizace. Pro dvojici zákazníků které jsou oba linehaul nebo oba backhaul je $\alpha = 0$, pro dvojici zákazníků, kde jeden je backhaul a druhý je linehaul, zvolíme hodnotu $\alpha \in [0.05, 0.2]$.

4.1.3 Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery

4.1.3.1 Popis problému

Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery (VRPPD) je podúlohou CVRP

Zadání úlohy stanovuje požadavky na přepravu. Každý požadavek je definovaný bodem vyzvednutí (pickup point), bodem doručení (delivery point) a požadavky na přepravu mezi nimi. Přepravní požadavky mohou zahrnovat zboží nebo osoby. Cílem je minimalizovat nákladovou funkci.

VRPPD with Time Windows je zobecněním VRPTW

Časové omezení stanovuje časové intervaly, během kterých musí být provedená obsluha každé

zastávky, jinak způsobí komplikaci pro uživatele a omezení pro cestující. Navíc pro časová okna, aby každá zastávka byla obsloužená (uspokojená), VRPPD zahrnuje další omezení, které vynucují navštívit každý bod vyzvednutí (pickup stop) a bod dodání (delivery stop) pouze jednou, nepřesahovat kapacitu vozidla, spojovat bod vyzvednutí a odpovídající bod dodání na každém okruhu. Existují také omezení týkající se skladování, která zajišťují návrat vozidel do příslušných terminálů, omezení počtu řidičů a typů vozidel [7].

VRPPD je podmnožinou VRP.

Matematická formulace VRPPD

Existuje množina pickup uzlů $P = \{1, \dots, n\}$ a množina delivery uzlů $D = \{n + 1, \dots, 2n\}$. Množina $N = P \cup D$, pokud požadavek se skládá z přepravy d_i jednotek z i do $n + i$, nechť

$$l_i = d_i, l_{n+i} = -d_i, \text{ kde } i \text{ -pickup stop, } n + i \text{ - delivery stop.}$$

Nechť K je množina vozidel. Protože ne všechna vozidla mohou obsloužit všechny požadavky, každé vozidlo k má speciální podmnožinu $N_k = P_k \cup U_k$ spojenou s ní.

Pro každé vozidlo k definujeme síť $G_k = (V_k, A_k)$. Množina $V_k = N_k \cup \{o(k), d(k)\}$ obsahuje původní (počáteční) a konečné depo. Podmnožina $A_k (V_k \times V_k)$ obsahuje všechny možné hrany. Kapacita vozidla k je daná C_k . Čas a cena přepravy mezi vrcholy $i, j \in V$ jsou dané $t_{i,j,k}$ a $c_{i,j,k}$.

Předpokládáme, že prázdné vozidlo opustí svoje původní / počáteční depo v čase $a_{o(k)} = b_{o(k)}$.

Každý přípustný pickup a delivery okruh pro dané vozidlo odpovídá reálné cestě z $o(k)$ do $d(k)$ sítě $G(k)$ a navštívuje každý vrchol maximálně jednou. Pokud vozidlo navštíví vrchol $i \in N$, musí to udělat v závislosti na časový rámeček $[a_i, b_i]$, když začne čas na obsluhu s_i . Jestliže vozidlo přijelo dřív, musí počkat.

Podmínky a omezení [7]:

$$(I) \quad \min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A_k} c_{ij} x_{ijk}$$

Minimalizace celkových nákladů na přepravu

$$(II) \quad \sum_{k \in K} \sum_{j \in N_k \cup \{d(k)\}} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in P$$

$$(III) \quad \sum_{j \in N_k} x_{ijk} - \sum_{j \in N_k} x_{j,n+i,k} = 0 \quad \forall k \in K, i \in P_k$$

Každý vrchol navštívujeme pouze jednou

$$(IV) \quad \sum_{j \in P_k \cup \{d(k)\}} x_{o(k),j,k} = 1 \quad \forall k \in K$$

$$(V) \quad \sum_{i \in N_k \cup \{o(k)\}} x_{ijk} - \sum_{i \in N_k \cup \{d(k)\}} x_{jik} = 0 \quad \forall k \in K, j \in N_k$$

$$(VI) \quad \sum_{i \in D_k \cup \{o(k)\}} x_{i,d(k),k} = 1 \quad \forall k \in K$$

Charakterizují strukturu toků a zajišťují, že každé vozidlo k začíná v depu $o(k)$ a končí v depu $d(k)$

$$(VII) \quad x_{ijk}(T_{ik} + s_i + t_{ijk} - T_{jk}) \leq 0 \quad \forall k \in K, (i,j) \in A_k$$

Slučitelnost mezi trasami a rozvrhem

$$(VIII) \quad a_i \leq T_{ik} \leq b_i \quad \forall k \in K, i \in V_k$$

TW omezení

$$(IX) \quad T_{ik} + t_{i,n+i,k} \leq T_{n+i,k} \quad \forall k \in K, i \in P_k$$

Vozidlo navštíví pickup stop před delivery stop

$$(X) \quad x_{ijk}(L_{ik} + l_j - L_{jk}) = 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A_k$$

Slučitelnost mezi okruhy a zatížení vozidla

$$(XI) \quad l_i \leq L_{ik} \leq C_k \quad \forall k \in K, i \in P_k$$

$$(XII) \quad 0 \leq L_{n+i,k} \leq C_k - l_i \quad \forall k \in K, n+i \in D_k$$

Omezení kapacity závislé na pickup a delivery stop

$$(XIII) \quad L_{o(k),k} = 0 \quad \forall k \in K$$

Zavádí zatížení vozidla

$$(XIV) \quad x_{ijk} \geq 0 \quad \forall k \in K, (i, j) \in A_k$$

Nezáporné podmínky

$$(XV) \quad x_{ijk} \quad \text{binární} \quad \forall k \in K, (i, j) \in A_k$$

Binární podmínky

4.1.4 Two -Eschelon Vehicle Routing Problem

4.1.4.1 Popis problému

Two -Eschelon Vehicle Routing Problem (2E-VRP) dvou úrovnový problém směřování vozidel [10].

Pro větší obsluhované oblasti nebo v městském prostředí je často vhodné rozšířit úlohu VRP na dvě úrovně a obsluhovat území pomocí transferních bodů, kde můžeme provádět vykládku a nakládku zboží a jeho kombinování do vozů. 2E-VRP se skládá z prvků:

D – dodavatel

TB – transferní bod

Z – zákazník

Úlohou je najít optimální trasy pro obsluhu území. Musíme rozdělit problém na dva VRP podproblémy, první podproblém je první úroveň (hledáme řešení mezi depem a transferními body), druhý podproblém je druhá úroveň (hledáme řešení mezi transferními body a zákazníky). Kvůli tomu, že 2E-VRP má pouze jedno depo, na první úrovni řešíme základní verze VRP s kapacitním omezením, neřešíme rozdělení zákazníky.

4.1.2.2 Metody řešení

Heuristika založena na klastrech [10]

Řešením tohoto problému je úprava stávajícího řešení, které už existuje. Proto musíme nejdříve najít počáteční řešení. Počáteční shlukování je založeno na kritériu přímé přepravy, které přiřadí zákazníka transfernímu bodu s nejmenší euklidovskou vzdáleností. Přiřazení musí být přípustné s ohledem na omezení kapacity vozidel. Pokud přiřazení není přípustné, je zákazník přiřazen k druhému nejbližšímu transfernímu bodu a tak dále, dokud není nalezeno přípustné přiřazení.

Výsledný nezávislý VRP lze vyřešit pomocí metody pro CVRP. Náklady na řešení druhé úrovně se počítají jako součet získaných řešení VRP. Požadavky každého transferního bodu jsou aktualizovány podle přiřazení a řešení druhé úrovně se počítá jako součet získaných řešení VRP. Kombinace VRP první a druhé úrovně poskytuje proveditelné řešení pro 2E-VRP, které je označeno jako výsledné řešení.

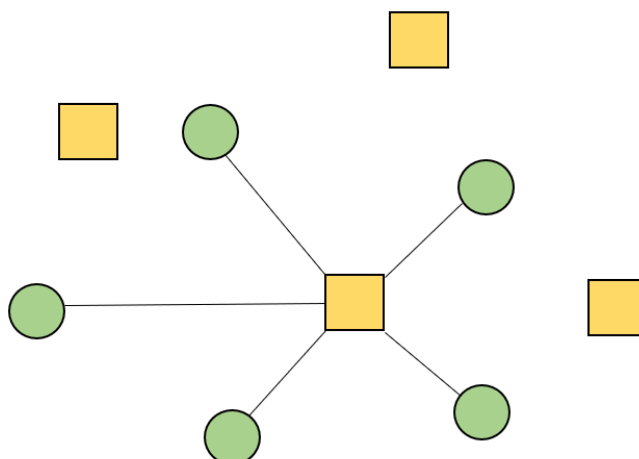
4.2 Problém směřování vozidel (LOCATION ROUTING PROBLEM)

4.2.1 Location Routin Problem (LRP)

4.2.1.1 Popis problému

LRP kombinuje dva základní problémy: FACILITY LOCATION PROBLEM (FLP) - problém umístění zařízení (depo, sklad, továrna atd.) a problémem směřování vozidel (určením tras pro obsluhu).

FLP (lokační úloha)(obr. 9) - úkolem je vybrat nejlepší umístění středisek obsluhy (jednoho nebo více) [6].



Vlastnosti LRP [6]:

- Orientovaný nebo neorientovaný graf
- Omezená nebo neomezená kapacita středisek
- Homogenní nebo heterogenní vozový park
- Omezený nebo neomezený počet vozů

4.2.1.2 Metody řešení

Exaktní metody:

- Metoda větví a mezí - rozděluje prostor problémů na menší podmnožiny, které tvoří větve stromů a postupně je zkoumá.
- Metoda větví a řezů - máme množinu možných řešení a posouváme horní a dolní mez podmínek, čím zmenšujeme oblast možných řešení.
- Metoda větví a ceny

Exaktní metody řešení problémů poskytují důkaz, že získané řešení je optimální. Tyto metody často fungují na principu algoritmů prohledávání stromů.

Střední a velké problémy nelze vyřešit pomocí exaktních algoritmů, proto využíváme heuristické a metaheuristické metody.

Klasická heuristika

Na rozdíl od exaktních metod nezajistí nalezení nejlepšího řešení. Najde řešení, které splňuje požadavky. Hlavní výhodou je rychlost nalezeného řešení.

Metaheuristika

Představuje třídu přibližných algoritmů, která poskytuje přijatelné řešení. Je možné ji přizpůsobit různým problémům. Na rozdíl od klasické heuristiky je zde možnost opustit optimum za určitých okolností, že v případě jiné možné oblasti řešení existuje možnost nalezení lepšího řešení, za tímto účelem metaheuristika používá kompromis mezi randomizací a lokálním vyhledáváním. Výhoda metaheuristiky je rychlejší doba řešení, řešení velmi velkých problémů, nevyžaduje přesné matematické definice a může zvládnout neúplná vstupní data.

Heuristické a metaheuristické metody

Metody jsou založené na klastrech. Tyto metody začínají rozdělením zákazníků do klastrů: jeden klastr pro jeden potenciální sklad nebo pro jednu trasu vozidla. Poté je každý klastr řešen samostatně.

Iterační metody. Metody rozdělují problém na dva podproblémy (umístění a směřování). Poté problémy řeší iterativně (základním principem iterace je opakování). Základem této metody je přenos informace z jedné fáze do druhé. Podproblémy jsou považované za rovnocenné.

Hierarchické metody. Tyto metody také rozdělí problém na podproblémy, ale na rozdíl od iteračních metod, problém umístění zařízení je hlavním problémem a směřování je subproblémem.

4.2.2 Two-Echelon Location Routing Problem (2E-LRP)

4.2.2.1 Popis problému [9]

2E-LRP je kombinovaný problém s umístěním, směřováním, časovým a kapacitním omezením .

Klíčové problémy při optimalizaci systému městské logistiky jsou: jak vybrat umístění středisek, jak určit správný počet vozidel, jak vhodně plánovat trasy.

Dvouúrovňová síť (Two-Echelon) je síť pro městskou logistiku sestavená z množství známých distribučních center, potenciálních přestupních stanic a známých zákazníků. Kvůli problémům městského prostředí a dopravní efektivitě zboží jsou distribuované z distribučních center přes přestupní stanici a poté zasílané zákazníkům v daném čase.

2E-LRP se skládá s prvků (obr. 10):

D – dodavatel

TB – transferní bod

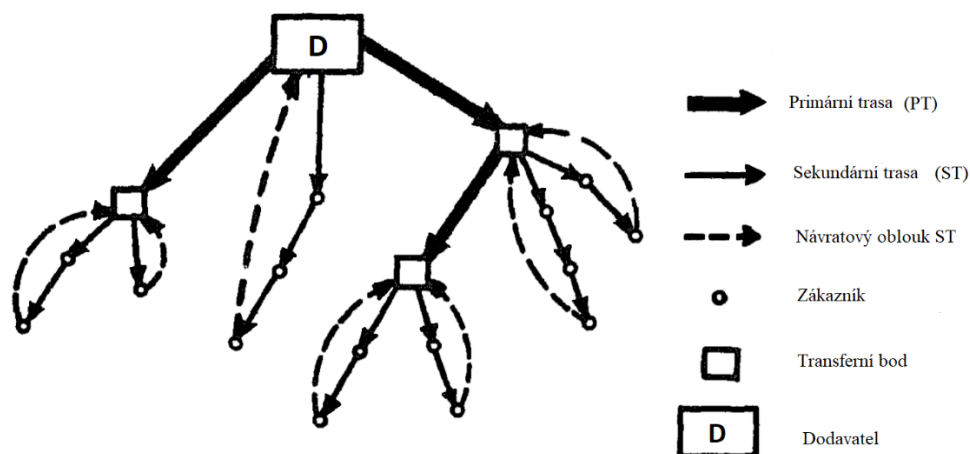
Z – zákazník

PT – primární trasa

ST – sekundární trasa

Dodavatel (distribuční centra), transferní bod (logistická centra) a příslušné trasy mezi nimi tvoří první úroveň systému. Logistická centra, zákazníci a příslušné trasy mezi nimi tvoří druhou úroveň systému.

Za podmínek jako jsou geografická poloha zákazníků a jejich množství, poptávka, geografické umístění distribučních center a transferních bodů, omezení kapacity vozidel a kapacitní omezení logistické sítě musíme vyřešit problém dodání zboží s minimem nákladů a minimální ztrátě času.



Obrázek 10. 2E-LRP

Tento systém můžeme prozkoumat jako graf $G = (N, E)$, kde N – množství uzlů a E – množství hran mezi uzly. $N = P \cup S \cup C$; kde P popisuje množinu distribučních center; S popisuje množinu logistických center; C popisuje množinu zákazníků.

Množina C – poptávka (požadavky) zákazníků. Každý zákazník i ($1 \leq i \leq k$) představuje množinu $c_i = (w_i, d_i)$; kde $w_i \in R +$ je množství požadavků zákazníka a $d_i \in R +$ je požadovaný datum dodání zboží v časovém rozsahu $[0, d_i]$.

Množina P se skládá z m dep. Každé depo p_i ($1 \leq i \leq m$) představuje množinu $p_i = (pc_i, pl_i)$; kde $pc_i \in R +$ je fixní cena za užívání depa a $pl_i \in R +$ je maximálně možné zatížení depa. Depo nemůže povolit přetížení, proto zatížení nemůže překročit pl_i .

Množina S se skládá z n transferních bodů. Každé transferní bod s_i ($1 \leq i \leq n$) představuje množinu $s_i = (sc_i, sl_i)$; kde $sc_i \in R +$ je fixní cena za užívání transferního bodu a $sl_i \in R +$ je maximálně možné zatížení transferního bodu. Transferní bod nemůže povolit přetížení, proto zatížení nemůže překročit sl_i .

Kapacita přepravy mezi depy a transferními body je reprezentovaná jako kapacita první úrovně přepravy L_1 . Kapacita přepravy mezi transferními body a zákazníky je reprezentovaná jako kapacita druhé úrovně přepravy L_2 a z praktického pohledu je očividné, že $L_1 > L_2$.

Mezi dva libovolné uzly $N_1, N_2 \in P \cup S \cup C$ existuje hrana $E_{N_1}^{N_2} = (c_{N_1}^{N_2}, t_{N_1}^{N_2})$; kde $c_{N_1}^{N_2} \in R +$ je cena přepravy mezi uzly N_1 a N_2 a $t_{N_1}^{N_2} \in R +$ je čas přepravy mezi uzly N_1 a N_2 . Pokud $N_1, N_2 \in P \cup S$ je první úroveň přepravy, jestliže $N_2 \in C \wedge N_1 \in S \cup C$ je druhý úroveň přepravy. pokud mezi dvěma uzly neexistuje přímá trasa $E_{N_1}^{N_2} = 0$.

Když zajišťujeme přepravu zboží ve dvou fázích, nemůže existovat přímá trasa mezi depem a zákazníkem: $N_1, \in P \wedge N_2 \in C, E_{N_1}^{N_2} = E_{N_2}^{N_1} = 0$.

Vozidlo T_i je reprezentované jako množina $T_i = \{path_i, \{C_{T_i}\}\}$; kde $path_i = \{E_{N_1}^{N_2}, E_{N_2}^{N_3}, \dots, E_{N_k}^{N_{k+1}}\}$ je cesta, kterou musí vozidlo projet od depa k zákazníkovi a $C_{T_i} = \{C_{T_i}^1, C_{T_i}^2, \dots, C_{T_i}^k\}$ je přepravní poptávka všech zákazníků, které vozidlo obsahuje.

Kvůli tomu, že je čas omezený, musíme počítat s dobou přepravy zboží. $t_{T_i}^{N_j}$ – reprezentuje čas, za který vozidlo T_i projede uzel N_j . Tudiž celkový čas, za který vozidlo projede do konce cesty, je $t_{T_i}^{N_{k+1}}$; kde $k+1$ je poslední uzel (zákazník). Celková váha zboží je $W_{T_i} = \sum c_j \in \{C_{T_i}\} w_j$.

Aby bylo možné splnit poptávku zákazníků, musí být zboží přepraveno pomocí dvou různých vozidel z důvodu, že máme dva stupně přepravy (první a druhá úroveň). Proto cestu zboží popisuje množina $path_{c_i} = (p_{c_i}, s_{c_i}, T_i^1, T_i^2)$. To znamená, že cesta začíná v depu p_{c_i} , ze kterého je přepraveno vozidlem T_i^1 do transferního bodu s_{c_i} a poté je vozidlem T_i^2 přepraveno ke koncovému zákazníkovi.

Na přepravu zboží máme omezený čas, proto je třeba spočítat celkový čas přepravního procesu. Celková doba se skládá ze tří částí:

- (1) Čas strávený v první úrovni přepravy - $t_{T_i^1}^{s_{c_i}}$
- (2) Čas strávený v druhé úrovni přepravy - $t_{T_i^2}^{c_{c_i}}$
- (3) Čekací doba v depu s_{c_i} – tento čas vychází z toho, že zboží po přijetí do logistického centra musí počkat na jiné zboží pro další expedici. Čekací doba je vyjádřena jako $w_{t_{c_i}} = \max \left\{ t_{T_j^1}^{s_{c_i}} \mid T_j^2 = T_i^1 \right\} - t_{T_i^1}^{s_{c_i}}$.

Požadovaná poptávka zákazníků je známá předem, proto zboží v depu je přepraveno předem, a kvůli tomu tam není čekací doba.

Kapacita depa je ohraničená souborem $UP = \{up_1, up_2, \dots, up_m\}$ – který popisuje využití možností depa, kde up_i ($1 \leq i \leq m$) je možné 0 nebo 1. Pokud $up_i = 1$ znamená, že depo je využité, jinak je nevyužité.

Kapacita transferního bodu je ohraničená také souborem $US = \{us_1, us_2, \dots, us_n\}$ – který popisuje využití možností transferního bodu, kde up_i ($1 \leq i \leq n$) je možné 0 nebo 1. Pokud $up_i = 1$ znamená, že transferní bod je využitý, jinak je nevyužitý.

Soubor $R = \{r_{N_1}^{N_2}\}$ je součet všech cest ve výsledku, kde r je počet využitých vozidel z uzlu N_1 do uzlu N_2 .

Chceme ušetřit nejen čas, ale i peníze, proto vyjádříme celkové náklady na přepravu. Spočítáme to jako součet fixních nákladů za využití depa, součet fixních nákladů za využití transferního bodu a náklady na přepravu mezi uzly (path-to-path) $Z = \sum up_i * pc_i + \sum us_i * sc_i + \sum r_{N_1}^{N_2} * c_{N_1}^{N_2}$

Tudíž musíme splňovat následující podmínky:

- (1) $t_{T_i^1}^{sc_i} + t_{T_i^2}^{sc_i} + wt_{c_i} \leq d_i$ – všechny požadavky zákazníků musí být splněné ve stanoveném časovém rozsahu
- (2) $W_{T_i} \leq L$ – žádné vozidlo nesmí být přetíženo, L odpovídá každé úrovni.
- (3) $\sum_{T_i \in \text{Euroveň 1}} W_{T_i} = \sum_{T_i \in \text{Euroveň 2}} W_{T_i}$ – celkové množství zboží přesunutého do transferního bodu musí být ekvivalentní celkové poptávce zákazníků přiřazených do určitého transferního bodu.
- (4) $\sum_{p_j \in \text{path}_{T_i}} W_{T_i} \leq pl_j$
- (5) $\sum_{s_j \in \text{path}_{T_i}} W_{T_i} \leq sl_j$ – zboží předávané prostřednictvím dep a transferních bodů nemůže překročit limit jejich zatížení.

4.2.2.2 Metody řešení

Heuristics for 2E-LRP [10]

Formulace problému:

Upravit stávající systém tak, aby snížil celkové náklady. Následně se problém řeší minimalizováním nákladů při dodržení všech omezení.

Požadavky pro modelování:

- Omezení kapacity vozidla
- Požadavky na čas dodání (omezuje každý zákazník)

Rozhodnutí které třeba učinit jsou:

- umístění transferních bodů
- spojení transferních bodů pro vytváření primární trasy
- spojení zákazníků pro vytváření sekundární trasy
- pořadí primární trasy – posloupnost, ve které primární vozidla opustí depo

The Tree-Tour Heuristic (TTH)

Odstraněním návratových oblouků sekundární trasy z grafu vzniká strom s takovým omezením, že pouze depa a transferní body mohou mít následovníky. Tudíž tento problém může být chápán jako vytvoření stromu, který splňuje všechny požadavky. Potíže, se kterými se můžeme setkat:

- počet a umístění transferních bodů nejsou známy – musíme zavést vhodný počet transferních bodů na vhodných místech
- celkové náklady nelze vypočítat jako součet nákladů spojených s jednotlivými hranami (spíše se jedná o náklady spojené s celkovými trasami)

TTH se skládá ze tří následných kroků:

- (I) výběr několika hran – sady
- (II) výběr ze sady hran (I) ten nejlepší, který splňuje podmínky
- (III) aktualizování stromu přidáním hrany, která byla vybrána

Kroky se opakují, dokud nebude získán vhodný strom. Důležité je, že transferní body jsou nepřímou nalezené vrcholy s více vstupy. Vzhledem k velkému počtu hran je potřebné omezit sadu, za účelem efektivnějšího výpočtu stromu. Proto je zavedené následující pravidlo:

- (1) Vybereme nějaké zákazníky, které ještě není připojené ke stromu. Podmnožina hran spojuje zákazníky a uzly stromů. Hrany by neměly překročit definovanou délku. Podle uvedeného pravidla TTH je konstrukční metodou přidáno jednoho zákazníka do každé iterace.

Podle kroku (1) je Z posloupnost rozdělena podle vzorce: $S_j = T_j - t_{0j}$; kde T_j je nejpozdější možný čas dodání do Z_j a t_{0j} je čas potřebný na přepravu od depa přímo do zákazníka.

Krok (2) definuje délku, která je závislá na typu vrcholů, do kterého je zasazená hrana. Pokud vrcholem je depo, žádná horní mez délky není stanovena. Pokud vrcholem je transferní bod, používá se velká horní mez. Jestliže vrcholem je jiný zákazník, používá se poměrně malá horní mez. Důvodem pro toto rozlišení je omezení doby trvání sekundární trasy, což umožňuje dlouhé hrany mezi transferními body, prvním a posledním zákazníkem na sekundární trase, zatímco vzdálenosti mezi zákazníky na sekundární trase by měly být kratší. Možnost přímého připojení depa se používá jako poslední možnost.

Před hledáním nejlepší možné hrany (II) se vybraný soubor rozdělí na skupiny s různou prioritou. Pokud skupina s vyšší prioritou obsahuje proveditelnou hrana, dále se nehledají skupiny s nižší prioritou. Důvodem pro seskupení je to, že některé hrany zahrnují fixní náklady trasy a jiné ne. TTH se rozlišuje následující skupiny:

- 1a – vybraná hrana připojená k zákazníkovi bez následovníka. Je prodloužením existující sekundární trasy a nezahrnuje žádné další fixní náklady
- 1b – vybraná hrana připojená k zákazníkovi s dalším následovníkem
- 2 – vybraná hrana připojená k transfernímu bodu. Přidáním se začíná jiná sekundární trasa, zahrnuje fixní náklady.

- 3 – vybraná hrana připojená k zákazníkovi s následovníkem a k transfernímu bodu s předchůdcem. Přidáním této hrany se rozšíří primární trasa a začíná nová sekundární trasa.
- 4 – vybraná hrana připojená k depu. Přidáním hrany vytváří sekundární trasa, která se později může změnit na primární trasu.

Při hledání nejlepší hrany se skupiny priority 1a a 1b mohou sloučit. Uvnitř skupiny je nejlepší hrana ta nejkratší.

TTH se především zaměřuje na přesné časové omezení. Zákazníci jsou seřazeny podle naléhavosti doručení. Poté se zákazníci přidávají jeden po druhém do grafu podle pravidel priority, kde je nepřímo zohledněna minimalizace nákladu.

The ALA-SAV heuristic

Přístup ALA-SAV je třístupňový postup alternativního umístění transferního bodu metodou alokace (ALA) a úspor (SAV)

- (I) Předvolený počet transferních bodů je umístěn pomocí ALA postupu (ALTERNATE LOCATION AND ALLOCATION ALGORITHM) a zákazníci jsou náhodně rozděleni do ekvivalentních klastrů a hledá se umístění depa pomocí exaktní metody. Pak ověříme, jestli umístění dep jsou optimální.
- (II) Sekundární trasa se vytváří pomocí SAV postupu, kde se postupně rozmísťujeme každý transferní bod a přidělené k němu zákazníci. Splňujeme omezení trvání sekundární trasy a omezení času doručení.
- (III) Primární trasa se vytváří pomocí SAV postupu, kde považujeme depo jako depo, a transferní bod jako zákazníka

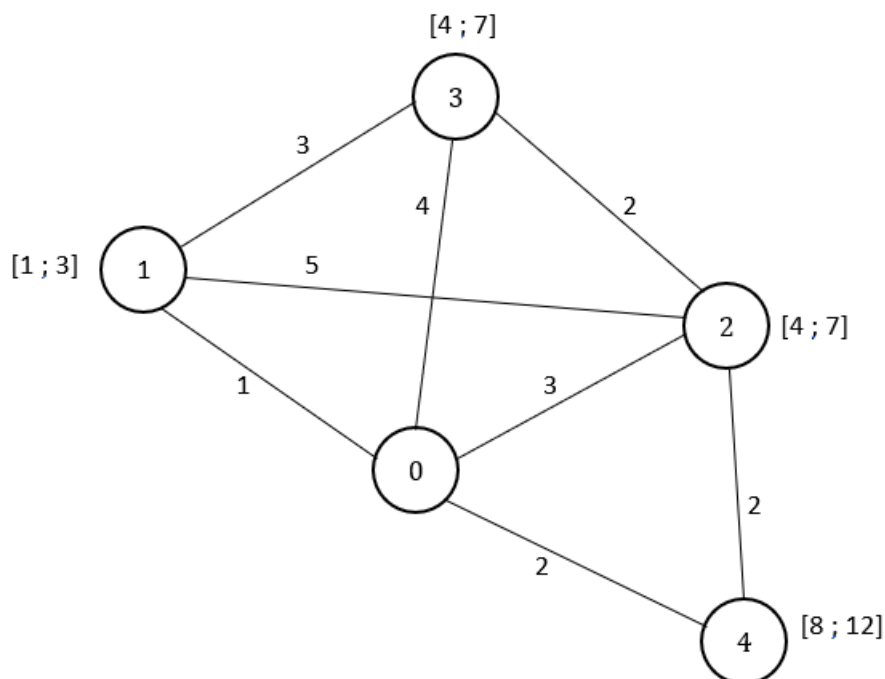
Transferní body jsou umístěné ve středu vzdáleností mezi depo a zákazníci. Mezi (I) a (II) zkontrolujeme proveditelnost omezení doby doručení.

5. Příklady použití algoritmů

5.1 Jednoúrovňové problémy

5.1.1 VRPTW model

Časové orientovaný, nejbližší soused



Obrázek.11 Umístění depa a zákazníků

Máme graf (obr.11), který reprezentuje depo (vrchol 0), zákazníci (vrcholy 1, 2, 3, 4) a cesty mezi nimi (hrany). V závorkách jsou časové omezení pro každého zákazníka. Hodnocení hran jsou vzdálenosti mezi zákazníky. 1 jednotku délky vozidlo projíždí za 1 jednotku času. $s_i = 1$ – čas, potřebný na obsluhu každého zákazníka. $s_0 = 0$

Tabulka 1. Matice přímých vzdáleností

	0	1	2	3	4
0	X	1	3	4	2
1	1	X	5	3	-
2	3	5	X	2	2
3	4	3	2	X	-
4	2	-	2	-	X

Tabulka 2. Distanční matice

	0	1	2	3	4
0	X	1	3	4	2
1	1	X	4	3	3
2	3	4	X	2	2
3	4	3	2	X	4
4	2	3	2	4	X

Definujeme dvě množiny: množinu nepřiražených vrcholů $N = \{1, 2, 3, 4\}$ a množinu přiražených vrcholů $P = \{0\}$, kvůli tomu, že musíme začít v depu.

Vyhodnotíme nejbližšího souseda pomocí distanční matice (tab.2), kterou nalezneme z matice přímých vzdáleností (tab. 1).

0 →1

$$T_{01} = b_1 - (b_0 + s_0) = 1 - (0 + 0) = 1$$

$$v_{01} = l_1 - (b_0 + s_0 + t_{01}) = 3 - (0 + 0 + 1) = 2$$

$$c_{01} = d_{01} + T_{01} + v_{01} = (1 - 0) + 1 + 2 = 4$$

0 →2

$$T_{02} = b_2 - (b_0 + s_0) = 5 - (0 + 0) = 5$$

$$v_{02} = l_2 - (b_0 + s_0 + t_{02}) = 9 - (0 + 0 + 5) = 4$$

$$c_{02} = d_{02} + T_{02} + v_{02} = (5 - 0) + 5 + 4 = 14$$

0 →3

$$T_{03} = b_3 - (b_0 + s_0) = 4 - (0 + 0) = 4$$

$$v_{03} = l_3 - (b_0 + s_0 + t_{03}) = 7 - (0 + 0 + 4) = 3$$

$$c_{03} = d_{03} + T_{03} + v_{03} = (4 - 0) + 4 + 3 = 11$$

0 →4

$$T_{04} = b_4 - (b_0 + s_0) = 8 - (0 + 0) = 8$$

$$v_{04} = l_4 - (b_0 + s_0 + t_{04}) = 12 - (0 + 0 + 2) = 10$$

$$c_{04} = d_{04} + T_{04} + v_{04} = (8 - 0) + 8 + 10 = 26$$

Potřebujeme nejmenší c_{ij} $\min\{c_{01}, c_{02}, c_{03}, c_{04}\} = \min\{4, 14, 11, 26\} = 4 = c_{01}$

Přiradíme vrchol do množiny $P = \{0, 1\}$, tehdy $N = \{2, 3, 4\}$. Hledáme další vrchol :

1 →2

$$T_{12} = b_2 - (b_1 + s_1) = 7 - (1 + 1) = 5$$

$$b_2 = \max\{e_2, b_1 + s_1 + t_{12}\} = \max\{5, 6\} = 6$$

$$v_{12} = l_2 - (b_1 + s_1 + t_{12}) = 9 - (1 + 1 + 4) = 3$$

$$c_{12} = d_{12} + T_{12} + v_{12} = (6 - 1) + 5 + 3 = 13$$

1 → 3

$$T_{13} = b_3 - (b_1 + s_1) = 5 - (1 + 1) = 3$$

$$b_3 = \max\{e_3, b_1 + s_1 + t_{13}\} = \max\{4, 5\} = 5$$

$$v_{13} = l_3 - (b_1 + s_1 + t_{13}) = 7 - (1 + 1 + 3) = 2$$

$$c_{13} = d_{13} + T_{13} + v_{13} = (5 - 1) + 3 + 2 = 9$$

1 → 4

$$T_{14} = b_4 - (b_1 + s_1) = 8 - (1 + 1) = 6$$

$$b_4 = \max\{e_2, b_1 + s_1 + t_{14}\} = \max\{8, 4\} = 8$$

$$v_{14} = l_4 - (b_1 + s_1 + t_{14}) = 12 - (1 + 1 + 2) = 8$$

$$c_{14} = d_{14} + T_{14} + v_{14} = (8 - 1) + 6 + 8 = 21$$

Zase potřebujeme nejmenší c_{ij} $\min\{c_{12}, c_{13}, c_{14}\} = \min\{13, 9, 21\} = 9 = c_{13}$.

Přiradíme vrchol do množiny $P = \{0, 1, 3\}$, tedy $N = \{2, 4\}$. Hledáme další vrchol :

3 → 2

$$T_{32} = b_2 - (b_3 + s_3) = 8 - (5 + 1) = 2$$

$$b_2 = \max\{e_2, b_3 + s_3 + t_{32}\} = \max\{5, 8\} = 8$$

$$v_{32} = l_2 - (b_3 + s_3 + t_{32}) = 9 - (5 + 1 + 2) = 1$$

$$c_{32} = d_{32} + T_{32} + v_{32} = (8 - 5) + 2 + 1 = 6 \rightarrow 2$$

3 → 4

$$T_{34} = b_4 - (b_3 + s_3) = 10 - (5 + 1) = 4$$

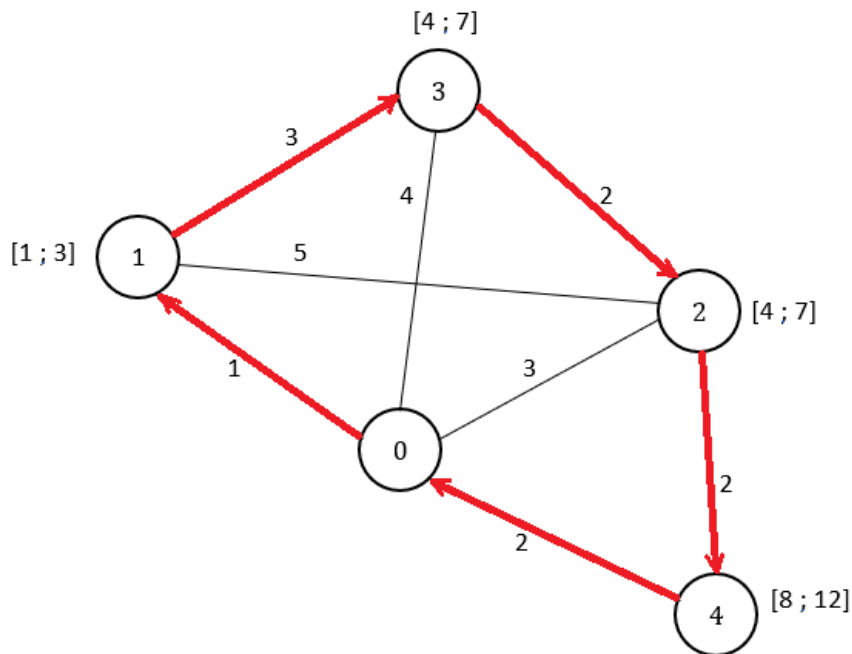
$$b_4 = \max\{e_4, b_3 + s_3 + t_{34}\} = \max\{8, 10\} = 10$$

$$v_{34} = l_4 - (b_3 + s_3 + t_{34}) = 12 - (5 + 1 + 4) = 2$$

$$c_{34} = d_{34} + T_{34} + v_{34} = (10 - 5) + 4 + 2 = 11$$

nejmenší $c_{ij} \min\{c_{32}, c_{34}\} = \min\{6, 11\} = 6 = c_{32}$.

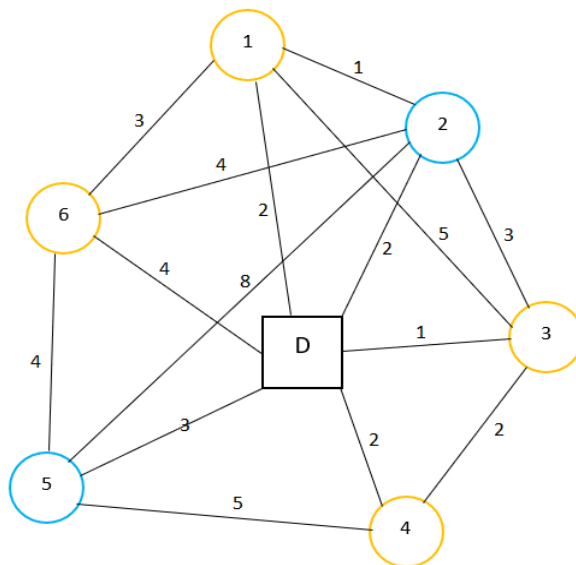
Přiradíme vrchol do množiny $P = \{0, 1, 3, 2\}$, tedy $N = \{4\}$. zůstává nám poslední vrchol 4, přiradíme jeho naposled, a vrátíme se do depa $P = \{0, 1, 3, 2, 4\}$. Dostaneme trasu $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 0$ (obr. 12).



Obrázek.12 Řešení VRPTW

5.1.2 VRPB model

Máme silniční síť a umístěné na něj zákazníci, modří jsou backhauled (u kterých zboží musíme vyzvednout), žluté jsou linehauled (kterým zboží musíme doručit) (obr.13). Požadavky zákazníků 1=700, 2=500, 3=400, 4=500, 5=300, 6=800, kapacita vozu se rovná 1500.



Obrázek 13. Silniční síť a umístěné na něj zákazníci

Pro řešení příkladu potřebujeme distanční matici (tab. 4), kterou vypočítáme z matici přímých vzdáleností (tab. 3).

	D	1	2	3	4	5	6
D	X	2	2	1	2	3	4
1	2	X	1	5	-	-	3
2	2	1	X	3	-	8	4
3	1	5	3	X	2	-	-
4	2	-	-	2	X	5	-
5	3	-	8	-	5	X	4
6	4	3	4	-	-	4	X

Tabulka 3. Matice přímých vzdáleností

	D	1	2	3	4	5	6
D	X	2	2	1	2	3	4
1	2	X	1	3	4	5	3
2	2	1	X	3	4	5	4
3	1	3	3	X	2	4	5
4	2	4	4	2	X	5	6
5	3	5	5	4	5	X	4
6	4	3	4	5	6	4	X

Tabulka 4. Distanční matice

Podle Clarkova-Wrightova algoritmu spočítáme uspořádky mezi každou dvojicí vrcholů podle vzorců

$S_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij}$, kde d je vzdálenost mezi vrcholy. Graf je neorientovaný, proto platí $d_{ij} = d_{ji}$, a $S_{ij} = S_{ji}$,

$$S_{12} = 2 + 2 - 1 = 3$$

$$S_{13} = 2 + 1 - 3 = 0$$

$$S_{14} = 2 + 2 - 4 = 0$$

$$S_{15} = 2 + 3 - 5 = 0$$

$$S_{16} = 2 + 4 - 3 = 3$$

$$S_{23} = 2 + 1 - 3 = 0$$

$$S_{24} = 2 + 2 - 4 = 0$$

$$S_{25} = 2 + 3 - 5 = 0$$

$$S_{26} = 2 + 4 - 4 = 2$$

$$S_{34} = 1 + 2 - 2 = 1$$

$$S_{35} = 1 + 3 - 4 = 0$$

$$S_{36} = 1 + 4 - 5 = 0$$

$$S_{45} = 2 + 3 - 5 = 0$$

$$S_{46} = 2 + 4 - 6 = 0$$

$$S_{56} = 3 + 4 - 4 = 3$$

Z toho můžeme zjistit, že odhad max hodnoty úspor S' se rovna 3. Ted' přepočítáme úspory pro každou dvojici podle Deifova-Bodinova algoritmu podle vzorku $S_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij} - \alpha S'$, kde α je multiplikátor penalizaci. Pro dvojici zákazníků které jsou oba linehaul nebo oba backhaul je $\alpha = 0$, pro dvojici zákazníků kde jeden je backhaul a druhý je linehaul zvolíme hodnotu $\alpha = 0,1$ (autoři doporučují rozmezí 0,05 – 0,2).

$$S_{12} = 2 + 2 - 1 - 0,1 * 3 = 2,7$$

$$S_{13} = 2 + 1 - 3 - 0 * 3 = 0$$

$$S_{14} = 2 + 2 - 4 - 0 * 3 = 0$$

$$S_{15} = 2 + 3 - 5 - 0,1 * 3 = -0,3$$

$$S_{16} = 2 + 4 - 3 - 0 * 3 = 3$$

$$S_{23} = 2 + 1 - 3 - 0,1 * 3 = -0,3$$

$$S_{24} = 2 + 2 - 4 - 0,1 * 3 = -0,3$$

$$S_{25} = 2 + 3 - 5 - 0 * 3 = 0$$

$$S_{26} = 2 + 4 - 4 - 0,1 * 3 = 1,7$$

$$S_{34} = 1 + 2 - 2 - 0 * 3 = 1$$

$$S_{35} = 1 + 3 - 4 - 0,1 * 3 = -0,3$$

$$S_{36} = 1 + 4 - 5 - 0 * 3 = 0$$

$$S_{45} = 2 + 3 - 5 - 0,1 * 3 = -0,3$$

$$S_{46} = 2 + 4 - 6 - 0 * 3 = 0$$

$$S_{56} = 3 + 4 - 4 - 0,1 * 3 = 2,7$$

A výsledky zapišeme do tabulky (tab. 5)

	1	2	3	4	5	6
1	X	2,7	0	0	-0,3	3
2	2,7	X	-0,3	-0,3	0	1,7
3	0	-0,3	X	1	-0,3	0
4	0	-0,3	1	X	-0,3	0
5	- 0,3	0	-0,3	-0,3	X	2,7
6	3	1,7	0	0	2,7	X

Tabulka 5. Dvojice úspor

Teď můžeme tvořit okruhy. Na začátku uděláme trasu pro každého zákazníka zvlášť. Dostaneme okruhy (obr. 14):

$D \rightarrow 1 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $700 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

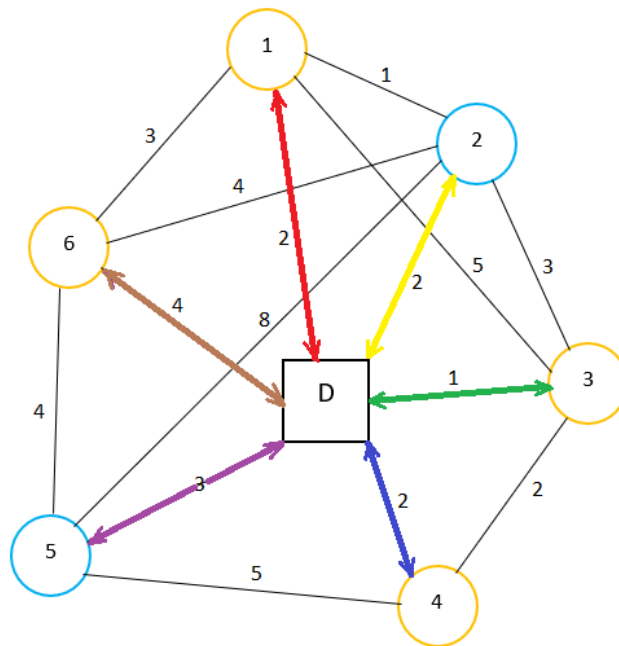
$D \rightarrow 2 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 3 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $400 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 4 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 5 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $300 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 6 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $800 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky.



Obrázek 14. Krok 1

Pro obsluhu daných okruhů potřebujeme 6 vozidel. Pomoci matici úspor spojíme dvojíce zákazníků s největšími úspory. Kvůli tomu, že graf je neorientovaný, můžeme spojovat vrcholy v libovolném pořadí, jenom musí okruhy splňovat podmínku, že linehaul vrcholy obsluhujeme před backhaul vrcholy. Dostaneme nové okruhy (obr. 15):

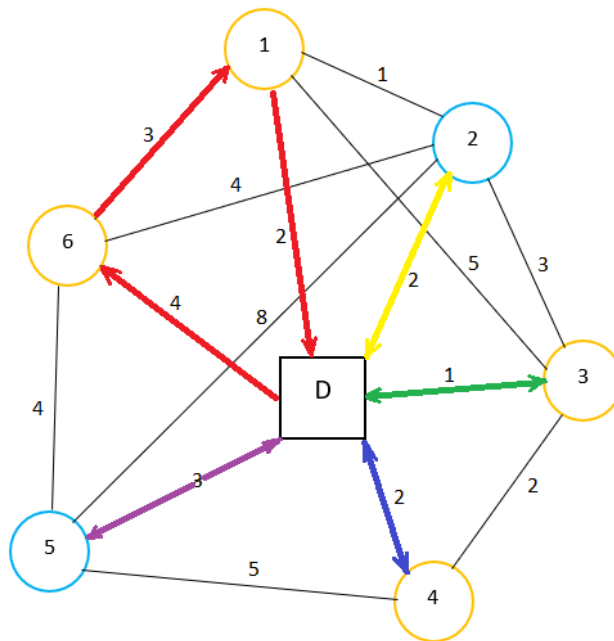
$D \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow D$ vrcholy jsou stejné (linehaul), požadavky zákazníka $800+700 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 2 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 3 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $400 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 4 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 5 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $300 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky.



Obrázek 15. Krok 2

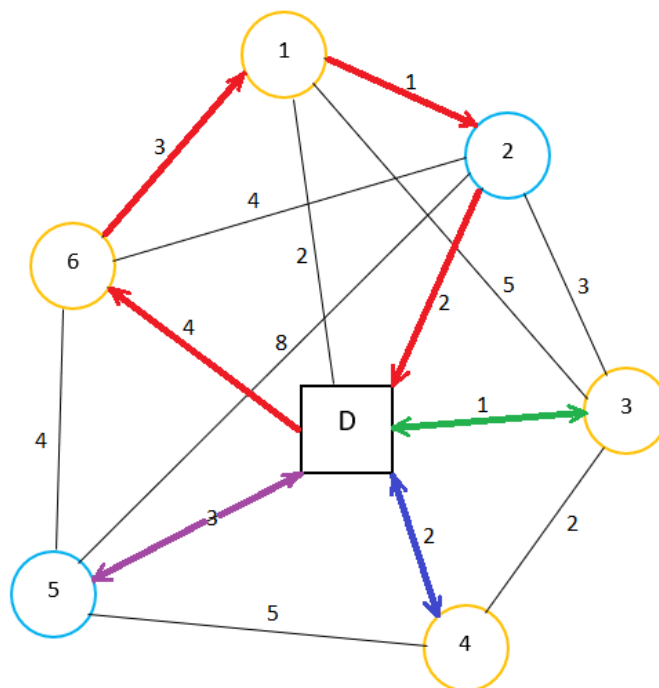
Pomocí matice úspor připojíme další vrchol. Máme dvě možnosti: 1) vrchol 2 připojit k vrcholu 1 nebo 2) vrchol 5 přiřadit k vrcholu 6. Vyzkoušíme obě varianty. První varianta: připojíme vrchol 2 k vrcholu 1. Dostaneme nové okruhy (obr.16):

$D \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow D$ vrcholy 6 a 1 jsou linehaul, vrchol 2 je backhaul, požadavky zákazníka na doručení $800+700 \leq 1500$. Doručíme zboží linehaul-zákazníkům a budeme mít prázdné vozidlo, pak vyzvedneme zboží u backhaul-zákazníků. Požadavky zákazníků na vyzvednutí $500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 3 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $400 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 4 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 5 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $300 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,



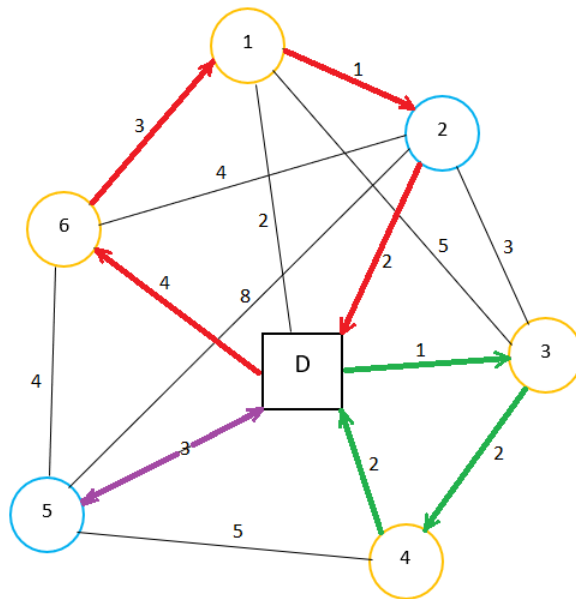
Obrázek 16.Krok 3 první varianta

Pomoci matici úspor připojíme další vrchol. Největší úspora je při spojení vrcholů 5 a 6, ale vrchol 5 k danému okruhu přiřadit nemůžeme. V současném okruhu už máme jednu linehaul-backhaul vazbu, dle podmínek další přidat nemůžeme. Další největší úspora při spojení vrcholů 3 a 4. Dostaneme nové okruhy (obr. 17):

$D \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow D$ vrcholy 6 a 1 jsou linehaul, vrchol 2 je backhaul, požadavky zákazníka na doručení $800+700 \leq 1500$. Doručíme zboží linehaul-zákazníkům a budeme mít prázdné vozidlo, pak vyzvedneme zboží u backhaul-zákazníků. Požadavky zákazníků na vyzvednouti $500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow D$ vrcholy jsou linehaul, požadavky zákazníka $400+500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 5 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $300 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

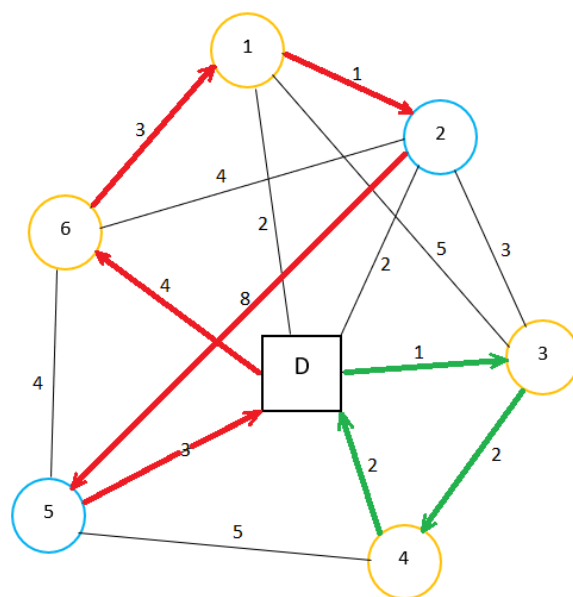


Obrázek 17. krok 4 první varianta

Další největší úsporou, která splňuje všechny podmínky je úspora vrcholů 5 a 2. Spojením vrcholů dostaneme nové okruhy (obr. 18):

$D \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow D$ vrcholy 6 a 1 jsou linehaul, vrcholy 2 a 5 jsou backhaul, požadavky zákazníka na doručení $800+700 \leq 1500$. Doručíme zboží linehaul-zákazníkům a budeme mít prázdné vozidlo, pak vyzvedneme zboží u backhaul-zákazníků. Požadavky zákazníků na vyzvednutí $500+300 \leq 1500$ kapacita vozidla, máme pouze jednu linehaul-backhaul vazbu, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow D$ vrcholy jsou linehaul, požadavky zákazníka $400+500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,



Obrázek 18. První varianta řešení

Na obsluhu daného řešení potřebujeme 2 vozidla, celková délka okruhu je $4 + 3 + 1 + 8 + 3 + 1 + 2 + 2 = 24$.

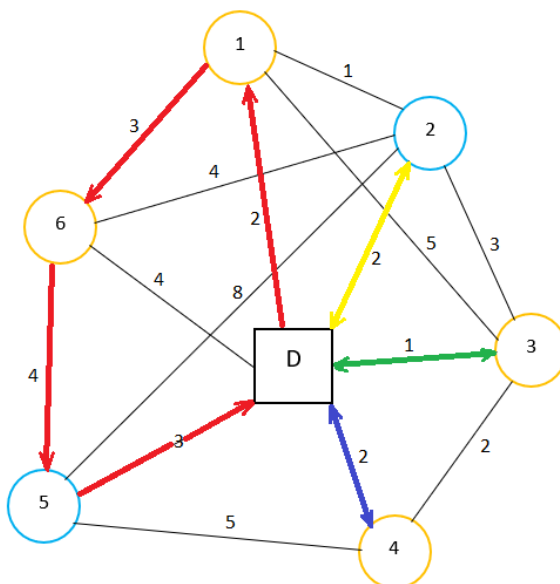
Zkusíme druhou možnost řešení: V kroku 3 spojíme vrcholy 5 a 6, dostaneme okruhy (obr. 19):

$D \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow D$ vrcholy 1 a 6 jsou linehaul, vrchol 5 je backhaul, požadavky zákazníka na doručení $800+700 \leq 1500$. Doručíme zboží linehaul-zákazníkům a budeme mít prázdné vozidlo, pak vyzvedneme zboží u backhaul-zákazníků. Požadavky zákazníků na vyzvednutí $300 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 2 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 3 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $400 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 4 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,



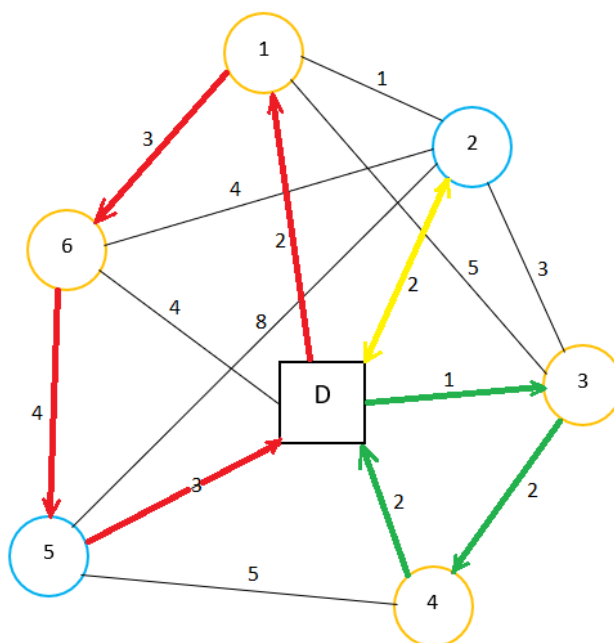
Obrázek 19. Krok 3 druha varianta

Pomoci matici úspor připojíme další vrchol. Největší úspora je při spojení vrcholů 2 a 1, ale vrchol 2 k danému okruhu přiřadit nemůžeme. V současném okruhu už máme jednu linehaul-backhaul vazbu, dle podmínek další přidat nemůžeme. Další největší úspora při spojení vrcholů 3 a 4. Dostaneme nové okruhy (obr. 20):

$D \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow D$ vrcholy 1 a 6 jsou linehaul, vrchol 5 je backhaul, požadavky zákazníka na doručení $800+700 \leq 1500$. Doručíme zboží linehaul-zákazníkům a budeme mít prázdné vozidlo, pak vyzvedneme zboží u backhaul-zákazníků. Požadavky zákazníků na vyzvednutí $300 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 2 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow D$ vrcholy jsou linehaul, požadavky zákazníka $400+500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

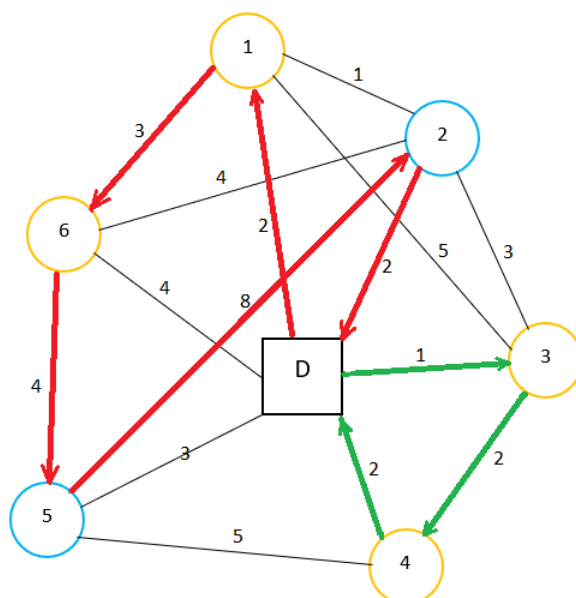


Obrázek 20. Krok 4 druha varianta

Další největší úsporou, která splňuje všichni podmínky je úspora vrcholů 2 a 5. Spojením vrcholů dostaneme nové okruhy (obr. 21):

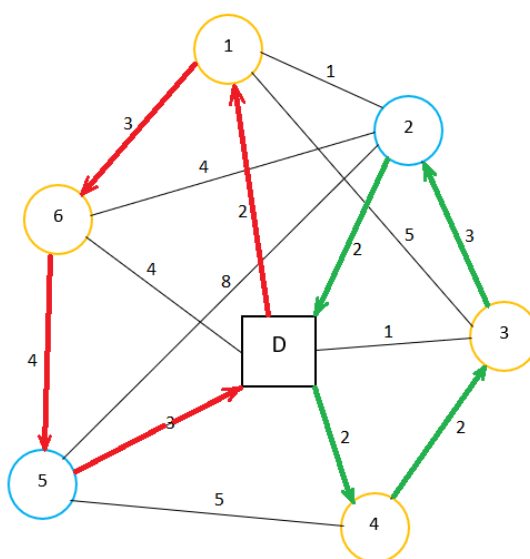
$D \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow D$ vrcholy 1 a 6 jsou linehaul, vrcholy 5 a 2 jsou backhaul, požadavky zákazníka na doručení $700+800 \leq 1500$. Doručíme zboží linehaul-zákazníkům a budeme mít prázdné vozidlo, pak vyzvedneme zboží u backhaul-zákazníků. Požadavky zákazníků na vyzvednutí $300+500 \leq 1500$ kapacita vozidla, máme pouze jednu linehaul-backhaul vazbu, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow D$ vrcholy jsou linehaul, požadavky zákazníka $400+500 \leq 1500$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,



Obrázek 21. Druhá varianta řešení

Na obsluhu daného řešení potřebujeme 2 vozidla, celková délka okruhu je $2 + 3 + 4 + 8 + 2 + 1 + 2 + 2 = 24$. Dostali jsme dva řešení (obr. 18 a obr. 21) se stejnou celkovou trasou a stejným počtem vozidel, potřebných na obsluhu území, můžeme libovolně počítat za konečné řešení.



Obrázek 22. Lepší řešení

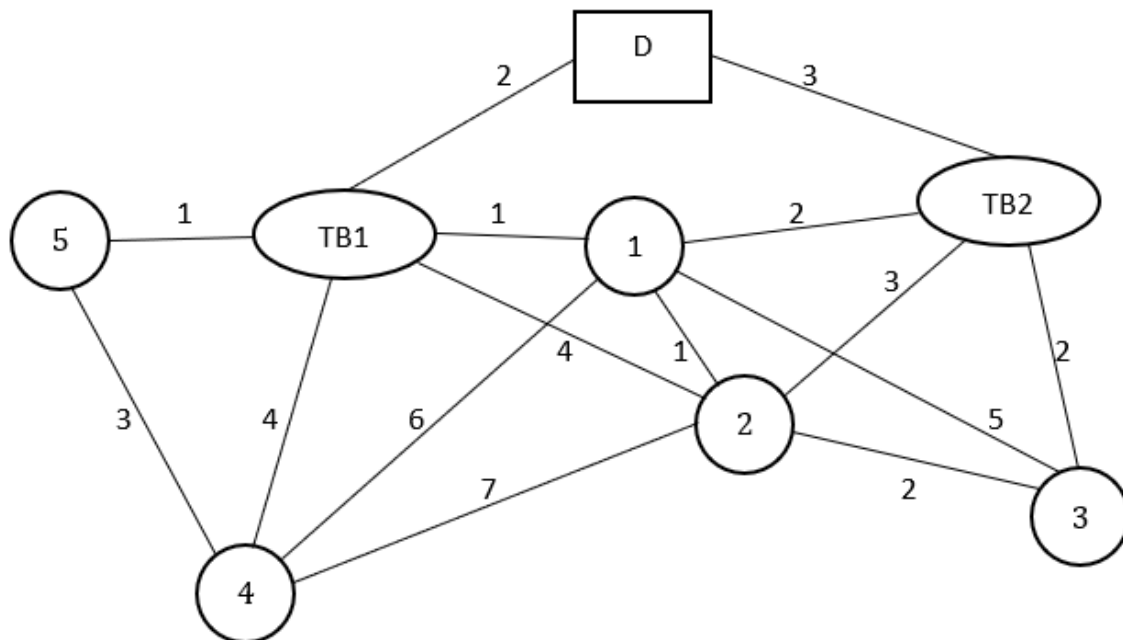
Na obsluhu řešení potřebujeme 2 vozidla, celková délka trasy, kterou obslouží je $2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 2 + 3 + 2 = 21$.

Pomocí daného algoritmu nedostali jsme v tomto případě lepšího řešení (obr.22). Použitý algoritmus je heuristický, nezajistí nalezení nejlepšího řešení. Výhodou daného algoritmu je minimalizace času výpočtu a nalezení vhodného řešení.

5.2 Dvouúrovňové problémy

5.2.1 2E-VRP model

Máme silniční síť, zákazníci a střediska na něj umístěné (obr. 23)



Obrázek 23. Silniční síť, zákazníci a střediska na něj umístěné

Požadavek každého zákazníka je 1000, kapacita vozidla je 3000.

Rozdělíme náš příklad na dva podproblémy. První podproblém je VRP mezi depo a transferní body, druhý podproblém je VRP mezi transferní body a zákazníci. Kvůli tomu, že máme pouze jedno depo, nemusíme řešit jak přiřadit transferní body, v tomto případě řešíme pouze VRP pro druhou úroveň.

Původní algoritmus používá pro nalezení počátečního řešení euklidovské vzdálenosti. Náš příklad není v souřadnicovém systému, proto místo nejmenších euklidových vzdáleností použijeme distanční matici, jej prvky představují délky minimálních cest v grafu (tab.7). Distanční matici vypočteme z matice přímých vzdálenosti (tab. 6) pomocí Floydova-Warshallova algoritmu.

	TB1	TB2	1	2	3	4	5
TB1	X	-	1	4	-	4	1
TB2	-	X	2	3	2	-	-
1	1	2	X	1	5	6	-
2	4	3	1	X	2	7	-
3	-	2	5	2	X	-	-
4	4	-	6	7	-	X	3
5	1	-	-	-	-	3	X

Tabulka 6. matice přímých vzdáleností

	TB1	TB2	1	2	3	4	5
TB1	X	X	1	2	4	4	1
TB2	X	X	2	3	2	7	4
1	1	2	X	1	3	5	2
2	2	3	1	X	2	6	3
3	4	2	3	2	X	8	5
4	4	7	5	6	8	X	3
5	1	4	2	3	5	3	X

Tabulka 7. Distanční matice

Do množiny T_1 přiřadíme zákazníky které jsou bliž k TB1, do množiny T_2 přiřadíme zákazníky které jsou bliž k TB2.

Vrchol 1 $\min\{d_{TB1,1}, d_{TB2,1}\} = \min\{1,2\} = 1 = d_{TB1,1}$ přiřadíme do množiny T_1

Vrchol 2 $\min\{d_{TB1,2}, d_{TB2,2}\} = \min\{2,3\} = 2 = d_{TB1,2}$ přiřadíme do množiny T_1

Vrchol 3 $\min\{d_{TB1,3}, d_{TB2,3}\} = \min\{4,2\} = 2 = d_{TB2,3}$ přiřadíme do množiny T_2

Vrchol 4 $\min\{d_{TB1,4}, d_{TB2,4}\} = \min\{4,7\} = 4 = d_{TB1,4}$ přiřadíme do množiny T_1

Vrchol 5 $\min\{d_{TB1,5}, d_{TB2,5}\} = \min\{1,4\} = 1 = d_{TB1,5}$ přiřadíme do množiny T_1

$$T_1 = \{1,2,4,5\}, T_2 = \{3\}$$

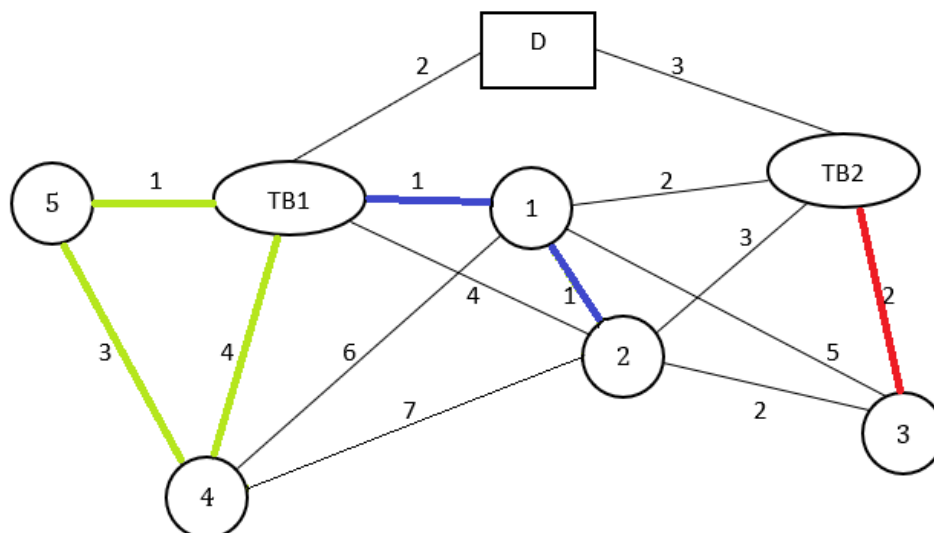
Pro nalezení řešení použili jsme software VRP Spreadsheet Solver [13].

Počáteční řešení (obr. 24).

První okruh je $TB1 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow TB1$

Druhý okruh je $TB1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow TB1$

Třetí okruh je $TB2 \rightarrow 3 \rightarrow TB2$



Obrázek 24. Počáteční řešení

Požadavky zákazníků prvního okruhu je $1000+1000 \leq 3000$, požadavky zákazníků druhého okruhu je $1000+1000 \leq 3000$, požadavky zákazníků třetího okruhu je $1000 \leq 3000$

Okruhy splňují kapacitní omezení vozidel

Délka prvního okruhu se rovná $1 + 3 + 4 = 8$, délka druhého okruhu se rovná $1 + 1 + 1 + 1 = 4$, délka třetího okruhu se rovná $2 + 2 = 4$ celková délka cesty, kterou musíme obsloužit je $8 + 4 + 4 = 16$

Teď pomoci heuristické metody lokálního vyhledávání zkusíme najít lepší řešení. Vezmeme jednoho libovolného zákazníka a přiřadíme do jiného TB. V našem případě zkusíme vrchol 2 přiřadit k TB2

tehdy

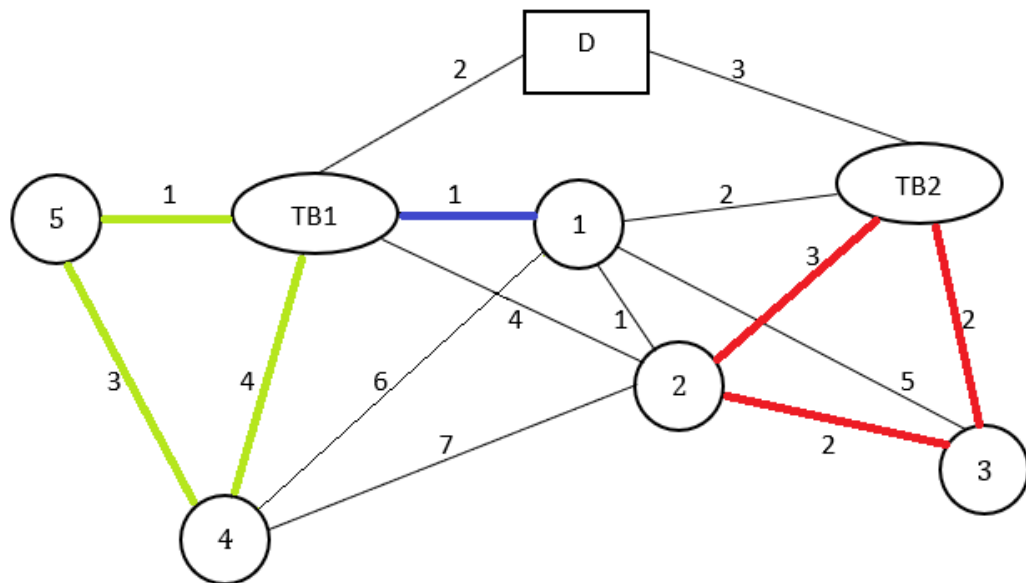
$$T_1 = \{1,4,5\}, T_2 = \{2,3\}$$

Dostaneme tři okruhy (obr. 25)

První okruh je $TB1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow TB1$

Druhý okruh je $TB1 \rightarrow 1 \rightarrow TB1$

Třetí okruh je $TB2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow TB2$



Obrázek 25. Přirazení zákazníka 2 do TB2

Požadavky zákazníků prvního okruhu je $1000+1000 \leq 3000$, požadavky zákazníků druhého okruhu je $1000 \leq 3000$, požadavky zákazníků třetího okruhu je $1000+1000 \leq 3000$

Okruhy splňují kapacitní omezení vozidel

Délka prvního okruhu se rovná $1 + 3 + 4 = 8$, délka druhého okruhu se rovná $1 + 1 = 2$, délka třetího okruhu se rovná $2 + 2 + 3 = 7$ celková délka cesty, kterou musíme obsloužit je $8 + 2 + 7 = 17$. $17 > 16$ dostali jsme horší návrh na obslužení dané sítě

Zkusíme přiřadit dalšího zákazníka. Vezmeme vrchol 1 a přiřadíme jeho k TB2

tehdy

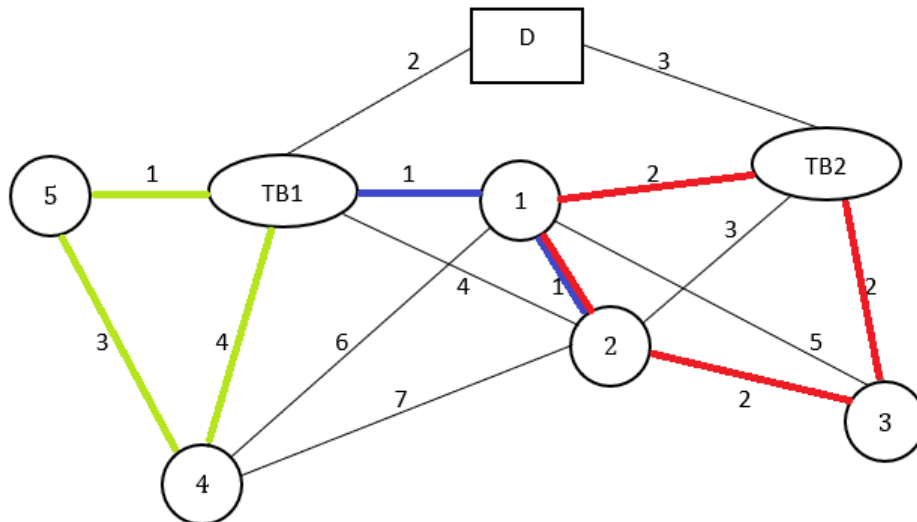
$$T_1 = \{2,4,5\}, T_2 = \{1,3\}$$

Dostaneme nové okruhy (obr.26)

První okruh je $TB1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow TB1$

Druhý okruh je $TB1 \rightarrow 2 \rightarrow TB1$

Třetí okruh je $TB2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow TB2$



Obrázek 26. Přirazení zákazníka 1 do TB2

Požadavky zákazníků prvního okruhu je $1000+1000 \leq 3000$, požadavky zákazníků druhého okruhu je $1000 \leq 3000$, požadavky zákazníků třetího okruhu je $1000+1000 \leq 3000$.

Okruhy splňují kapacitní omezení vozidel

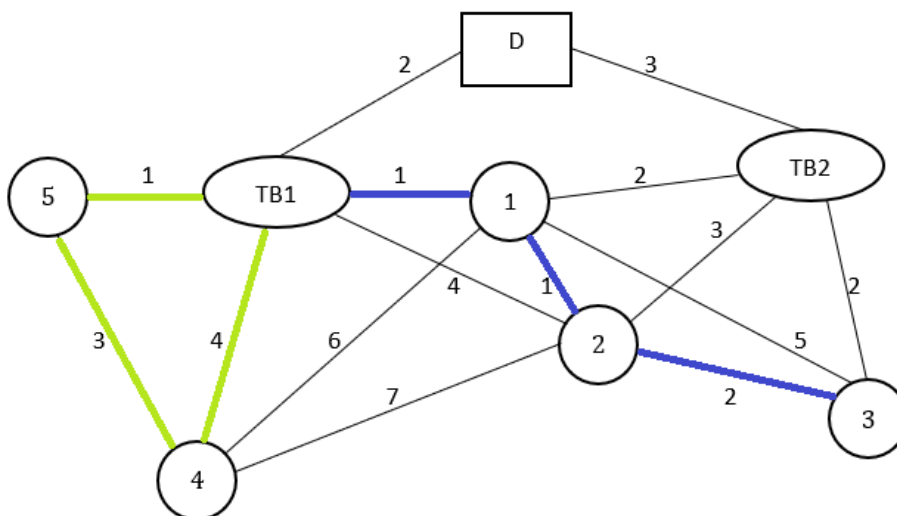
Délka prvního okruhu se rovna $1 + 3 + 4 = 8$, délka druhého okruhu se rovna $1 + 1 + 1 + 1 = 4$, délka třetího okruhu se rovna $2 + 2 + 1 + 2 = 7$, celková délka cesty, kterou musíme obsloužit je $8 + 4 + 7 = 19$, $19 > 16$ dostali jsme horší návrh na obslužení dané sítě, a taky zbytečně projíždíme vrcholy 1 a 2 dvakrát. Zkusíme přiřadit vrchol 3 do TB1, tehdy

$$T_1 = \{1,2,3,4,5\}, T_2 = \{\emptyset\}$$

Dostaneme nové okruhy (obr.27)

První okruh je $TB1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow TB1$

Druhý okruh je $TB1 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow TB1$

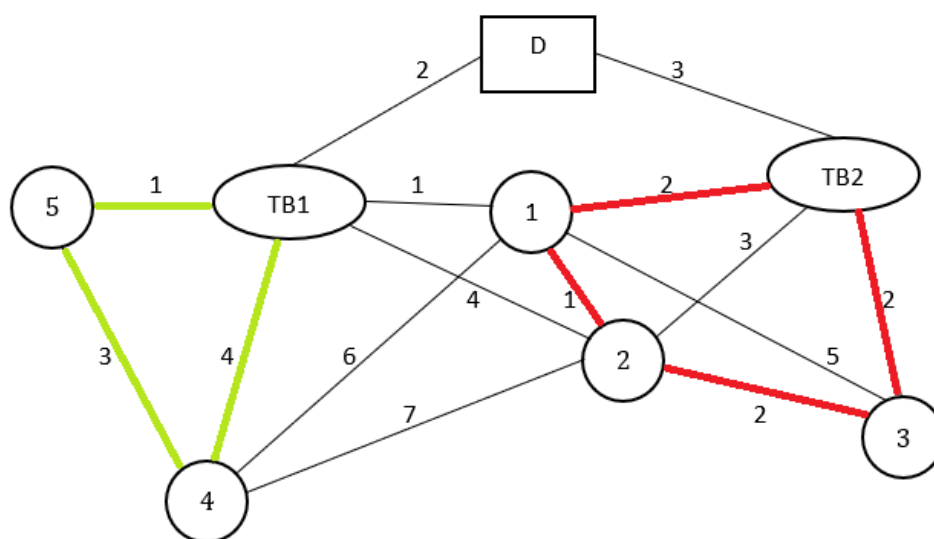


Obrázek 27. Přirazení zákazníka 3 do TB1

Požadavky zákazníků prvního okruhu je $1000+1000 \leq 3000$, požadavky zákazníků druhého okruhu je $1000+1000+1000 \leq 3000$.

Okruhy splňují kapacitní omezení vozidel

Délka prvního okruhu se rovná $1 + 3 + 4 = 8$, délka druhého okruhu se rovná $1 + 1 + 2 + 2 + 1 + 1 = 8$, celková délka cesty, kterou musíme obsloužit je $8 + 8 = 16$. Na rozdíl od počátečního řešení provozujeme pouze jedno depo a dva vozy, což znamená menší náklady na obsluhu. Dostali jsme lepší řešení (obr. 27). Z obrázku (obr. 23) a distanční matice (tab. 2) je viditelné, že přiřazení vrcholů 5 a 6 nepřivede k lepšímu řešení.



Obrázek 28. Řešení nalezené pomocí softwaru

Řešení, které navrhl software (obr.28)

První okruh je $TB1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow TB1$

Druhý okruh je $TB2 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow TB2$

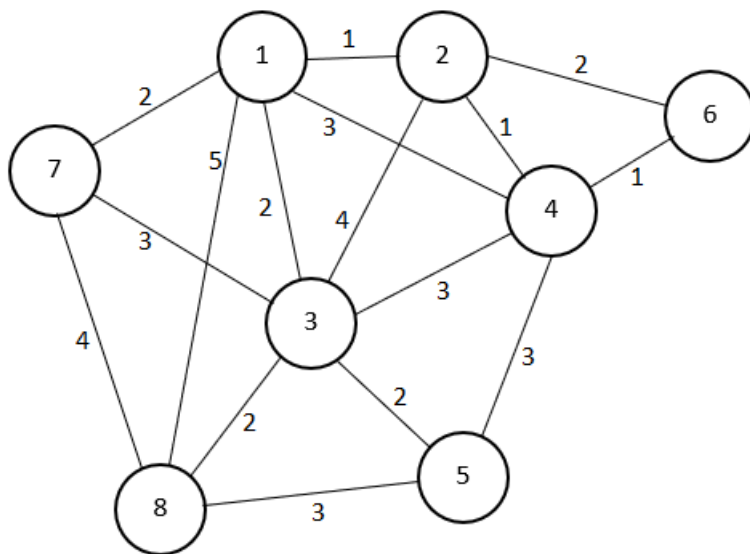
Požadavky zákazníků prvního okruhu je $1000+1000 \leq 3000$, požadavky zákazníků druhého okruhu je $1000+1000+1000 \leq 3000$.

Okruhy splňují kapacitní omezení vozidel

Délka prvního okruhu se rovná $1 + 3 + 4 = 8$, délka druhého okruhu se rovná $2 + 2 + 1 + 2 = 7$, celková délka cesty, kterou musíme obsloužit je $8 + 7 = 15$. $15 < 16$. Řešení, které jsme našli pomocí demonstrovaného algoritmu se liší od řešení nalezeného pomocí softwaru. Použitý algoritmus je heuristický, zaměřen na nalezení vhodného řešení, ale ne zajišťuje nalezení nejlepšího řešení. Výhodou daného algoritmu je minimalizace času vypočtu, který se výrazně zvyšuje při zdůraznění požadavků na nalezení kvalitnějšího řešení.

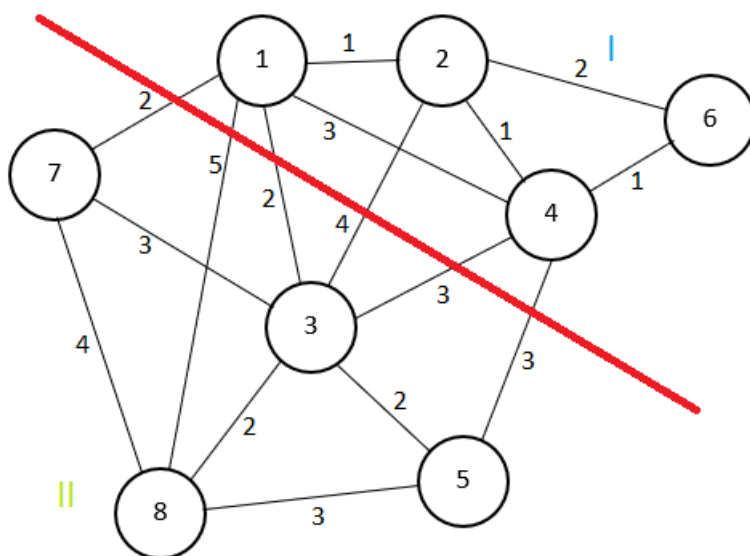
5.2.2 2E-LRP model

Máme silniční síť a zákazníci na něj umístěné (obr. 29). Kapacita vozidel = 800, požadavky zákazníků=200.



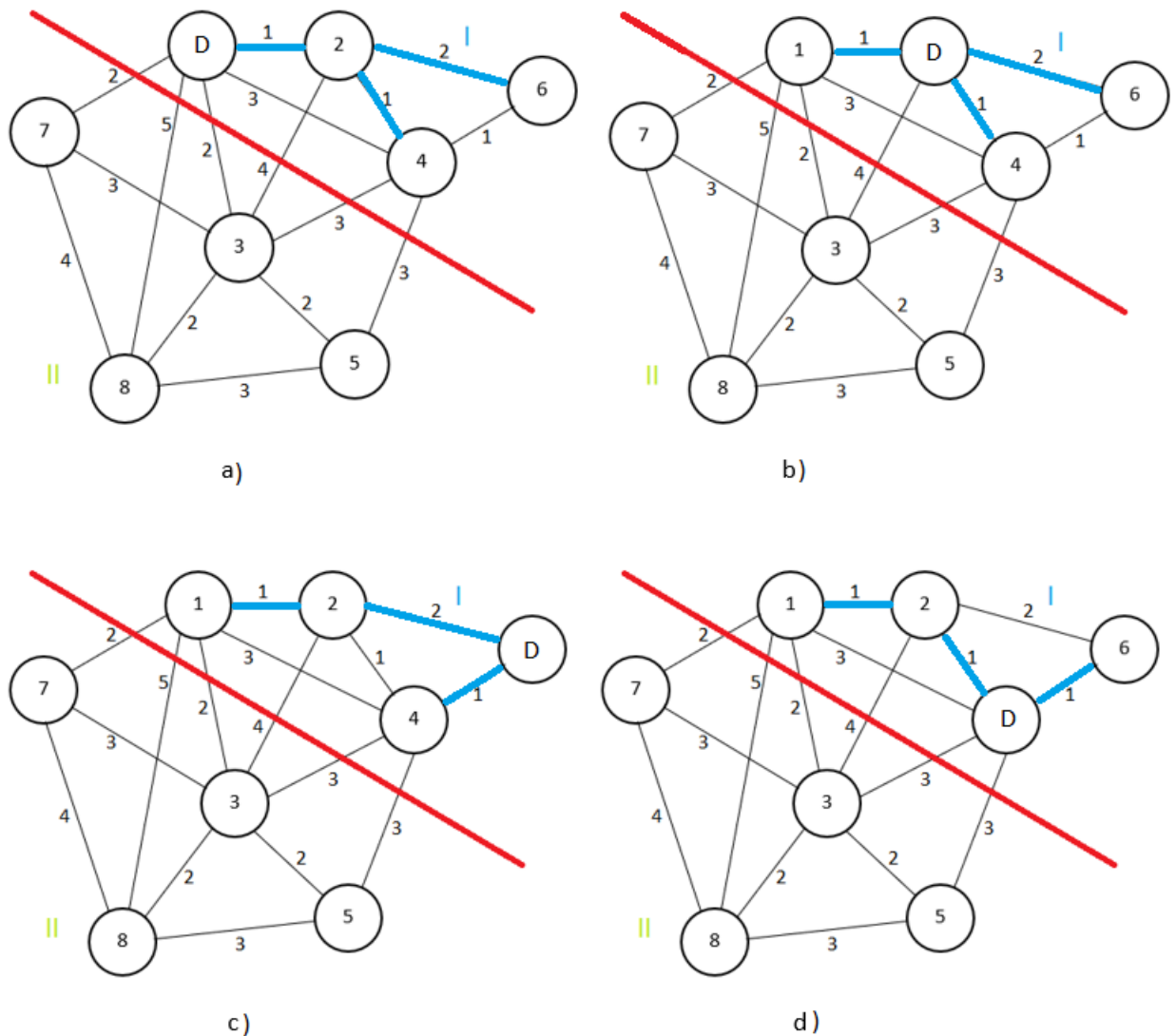
Obrázek 29. Silniční síť a zákazníci na něj umístěné

Musíme umístit dva depa a přiřadit k nim zákazníci pro obsluhu trasy. Na začátku libovolně rozdělíme zákazníci na dva ekvivalentní klastry (dva depa = dva klastry) (obr. 30).



Obrázek 30. Rozdělení na klastry

Dalším krokem musíme najít umístění depa pro každý klaster. Spočítáme účelovou funkcí pro každé možné umístění depa, a vybereme tu nejmenší. Váhy vrcholů jsou identické proto můžeme počítat účelovou funkcí jako $\sum_{i=1}^n (d_{Di} + d_{iD})$, Pro první klaster (obr. 31):



Obrázek 31. Možností umístění depa v II klastru

Pomocí distanční matice (tab.2), kterou vypočteme z matice přímých vzdáleností (tab.1), spočítáme účelovou funkci pro každou variantu (obr. 32):

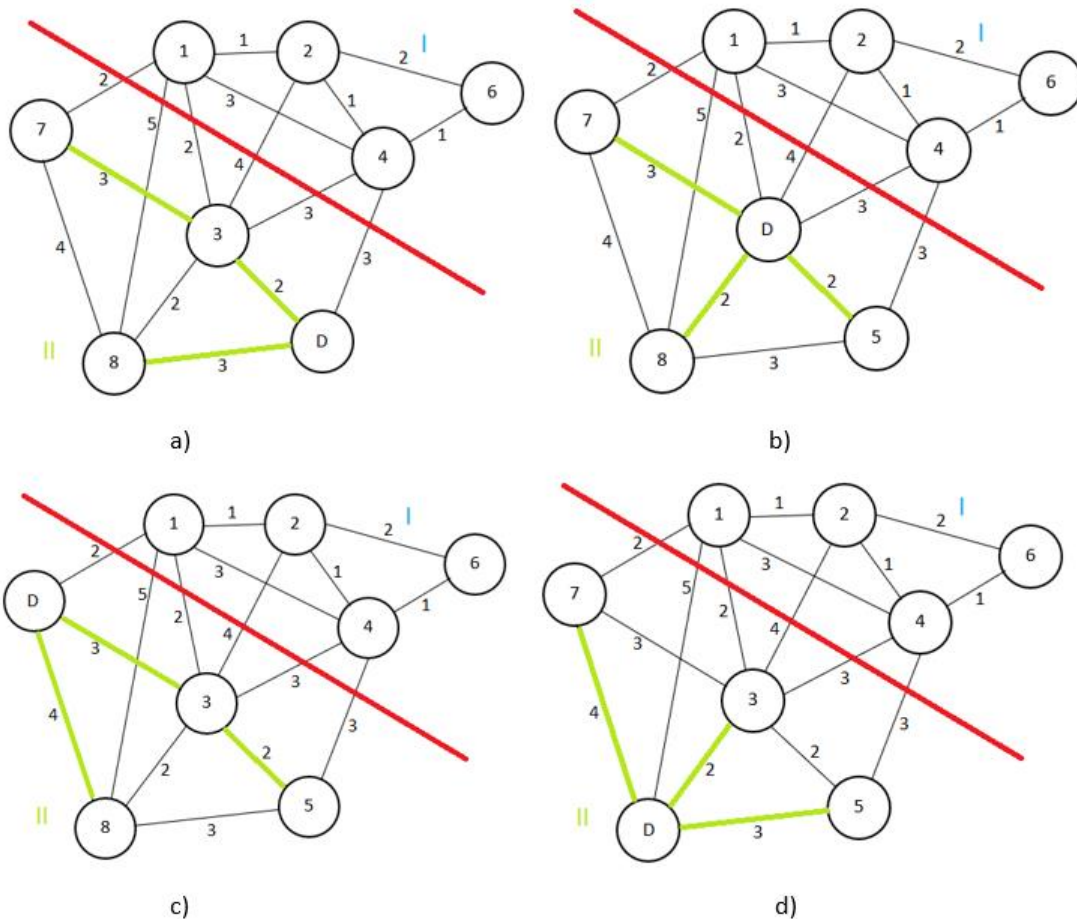
$$\text{a) } (1 + 1) + (3 + 3) + (2 + 2) = 12$$

$$\text{b) } (1 + 1) + (1 + 1) + (2 + 2) = 8$$

$$\text{c) } (2 + 2) + (3 + 3) + (1 + 1) = 12$$

$$\text{d) } (1 + 1) + (2 + 2) + (1 + 1) = 8$$

Nejmenší účelovou funkci dostaneme ve variantě b a d, vybereme d, aby depo se nacházelo bliž k druhému klastru a jeho depu, pro snadnější obsluhu druhého úrovně dopravní sítě. V prvním klastru umístíme depo ve vrcholu 4.

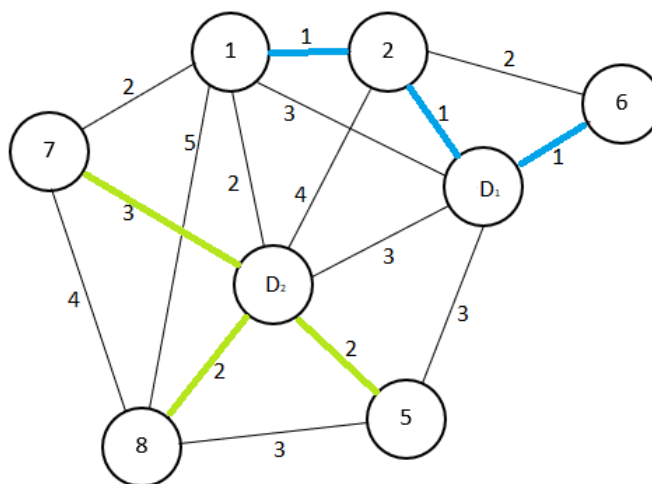


Obrázek 32. možnosti umístění depa v II klastru

Pomocí distanční matice (tab.2) spočítáme účelovou funkci pro každou variantu:

- a) $(2 + 2) + (5 + 5) + (3 + 3) = 20$
- b) $(2 + 2) + (2 + 2) + (3 + 3) = 14$
- c) $(3 + 3) + (5 + 5) + (4 + 4) = 24$
- d) $(4 + 4) + (2 + 2) + (3 + 3) = 1$

Nejmenší účelovou funkci dostaneme ve variantě b, tak že v druhém klastru umístíme depo ve vrcholu 3. Dostali jsme počáteční řešení (obr. 33)



Obrázek 33. Počáteční umístění dep

Ted' ověříme, jestli přiřazení vrcholů k depům je optimální (zákazník přiřazen k depu s nejbližší vzdáleností) pomocí distanční matice (tab.9), kterou nalezneme pomocí matice vzdálenosti (tab.8). Pokud existuje depo s bližší vzdáleností, přiřadíme zákazníka k němu. Zatím hledáme umístění dep pro nové klastry.

	1	2	D_2	D_1	5	6	7	8
1	X	1	2	3	-	-	2	5
2	1	X	4	1	-	2	-	-
D_2	2	4	X	3	2	-	3	2
D_1	3	1	3	X	3	1	-	-
5	-	-	2	3	X	-	-	3
6	-	2	-	1	-	X	-	-
7	2	-	3	-	-	-	X	4
8	5	-	2	-	3	-	4	X

Tabulka 8. matice přímých vzdáleností

	1	2	D_2	D_1	5	6	7	8
1	X	1	2	2	4	3	2	4
2	1	X	3	1	4	2	3	5
D_2	2	3	X	3	2	4	3	2
D_1	2	1	3	X	3	1	4	5
5	4	4	2	3	X	4	5	3
6	3	2	4	1	4	X	5	6
7	2	3	3	4	5	5	X	4
8	4	5	2	5	3	6	4	X

Tabulka 9. distanční matice

Vrchol 1 $\min\{d_{D_1,1}, d_{D_2,1}\} = \min\{2,2\} = 2$, necháme přiřazený k I klastru,

Vrchol 2 $\min\{d_{D_1,2}, d_{D_2,2}\} = \min\{1,3\} = 1$, necháme přiřazený k I klastru,

Vrchol 3 $\min\{d_{D_1,3}, d_{D_2,3}\} = \min\{3,0\} = 0$, necháme přiřazený k II klastru,

Vrchol 4 $\min\{d_{D_1,4}, d_{D_2,4}\} = \min\{0,3\} = 0$, necháme přiřazený k I klastru,

Vrchol 5 $\min\{d_{D_1,5}, d_{D_2,5}\} = \min\{3,2\} = 2$, necháme přiřazený k II klastru,

Vrchol 6 $\min\{d_{D_1,6}, d_{D_2,6}\} = \min\{1,4\} = 1$, necháme přiřazený k I klastru,

Vrchol 7 $\min\{d_{D_1,7}, d_{D_2,7}\} = \min\{4,3\} = 3$, necháme přiřazený k II klastru,

Vrchol 8 $\min\{d_{D_1,8}, d_{D_2,8}\} = \min\{5,2\} = 2$, necháme přiřazený k II klastru.

V našem případě umístění dep je optimální a nedošlo k výměně zákazníků. Teď musíme řešit úlohu okružních jízd pro každý klastr.

Podle Clarkova-Wrightova algoritmu pomocí distanční matice (tab. 9). spočítáme úspory mezi každou dvojicí vrcholů podle vzorců

$S_{ij} = d_{Di} + d_{Dj} - d_{ij}$, kde d je vzdálenost mezi vrcholy. Graf je neorientovaný, proto platí $d_{ij} = d_{ji}$, a $S_{ij} = S_{ji}$.

První klastr:

$$S_{12} = d_{D_1,1} + d_{D_1,2} - d_{12} = 2 + 1 - 1 = 2,$$

$$S_{16} = d_{D_1,1} + d_{D_1,6} - d_{16} = 2 + 1 - 3 = 0,$$

$$S_{26} = d_{D_1,2} + d_{D_1,6} - d_{26} = 1 + 1 - 2 = 0.$$

Zapišeme výsledky do tabulky (tab. 10)

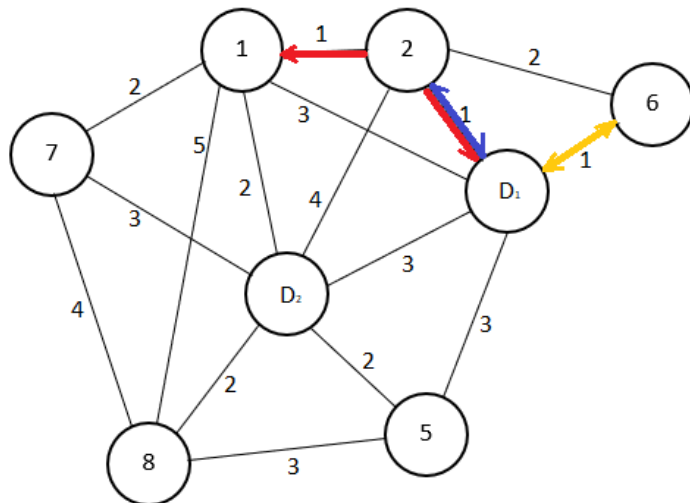
	1	2	6
1	X	2	0
2	2	X	0
6	0	0	X

Tabulka 10. matice úspor pro první klastr

Teď můžeme tvořit okruhy. Na začátku uděláme trasu pro každého zákazníka zvlášť.

Dostaneme okruhy (obr. 34):

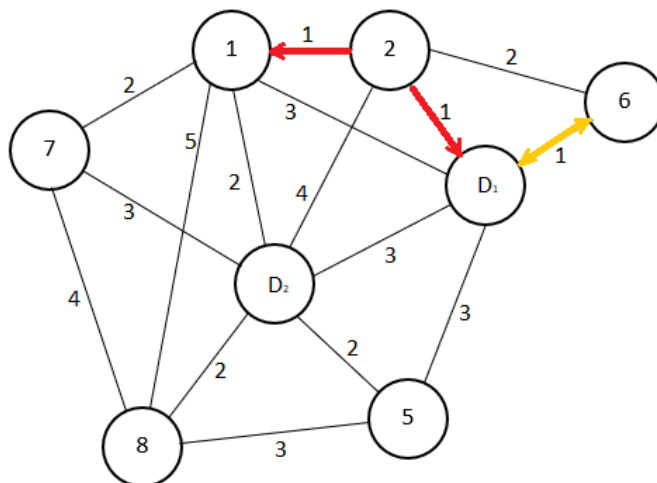
$D \rightarrow 1 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $200 \leq 800$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,
 $D \rightarrow 2 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $200 \leq 800$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,
 $D \rightarrow 6 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $200 \leq 800$ kapacita vozidla, splňuje podmínky.



Obrázek 34. Krok 1

Pomoci matici úspor spojíme dvojice zákazníků s největšími úspory. Dostaneme okruhy (obr.35):

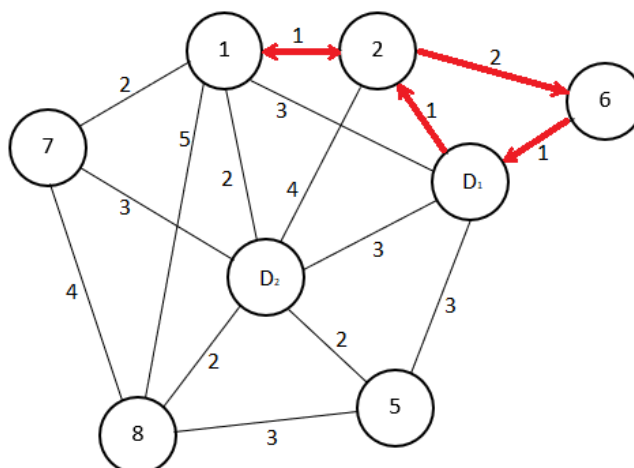
$D \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $200+200 \leq 800$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,
 $D \rightarrow 6 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $200 \leq 800$ kapacita vozidla, splňuje podmínky.



Obrázek 35. Krok 2

Pomoci matici úspor spojíme další dvojice zákazníků s největšími úspory. Dostaneme okruhy (obr.36):

$D \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $200+200+200 \leq 800$ kapacita vozidla, splňuje podmínky.



Obrázek 36. Řešení VRP pro první klastr

Dostali jsme řešení úlohy okružních jízd pro první klastr. Stejným způsobem hledáme řešení pro druhý klastr. spočítáme úspory mezi každou dvojicí vrcholů:

$$S_{57} = d_{D_2 5} + d_{D_2 7} - d_{57} = 2 + 3 - 5 = 0,$$

$$S_{58} = d_{D_2 5} + d_{D_2 8} - d_{58} = 2 + 2 - 3 = 1,$$

$$S_{78} = d_{D_2 7} + d_{D_2 8} - d_{78} = 3 + 2 - 4 = 1.$$

Zapišeme výsledky do tabulky (tab. 11)

	5	7	8
5	X	0	1
7	0	X	1
8	1	1	X

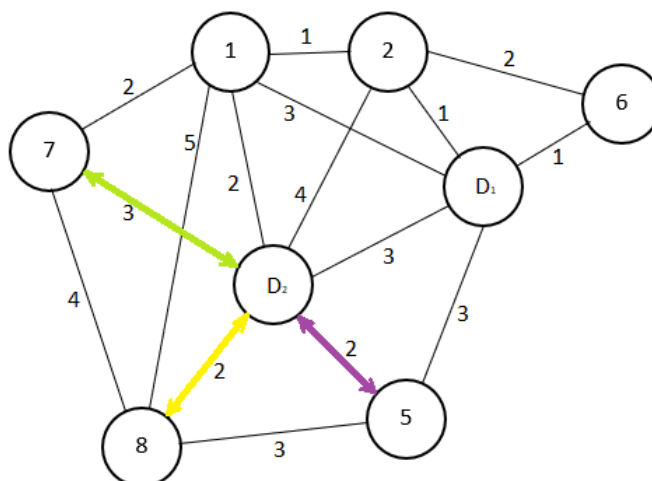
Tabulka 11. Matice úspor pro druhý klastr

Teď můžeme tvořit okruhy. Na začátku uděláme trasu pro každého zákazníka zvlášť. Dostaneme okruhy (obr. 37):

$D \rightarrow 5 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $200 \leq 800$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 7 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $200 \leq 800$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

$D \rightarrow 8 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $200 \leq 800$ kapacita vozidla, splňuje podmínky.

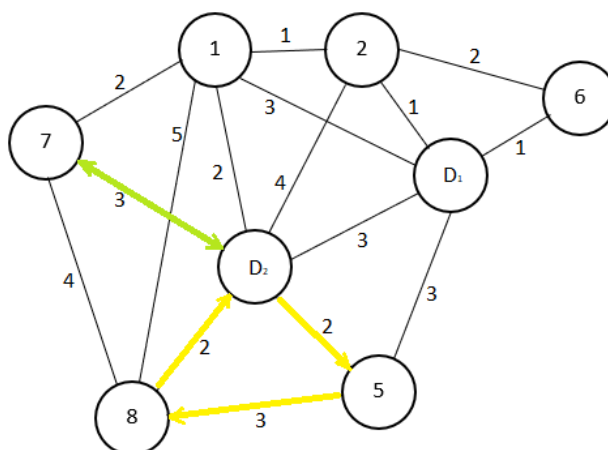


Obrázek 37. Krok 1

Pomoci matici úspor spojíme dvojice zákazníků s největšími úspory. Dostaneme okruhy (obr.38):

$D \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $200+200 \leq 800$ kapacita vozidla, splňuje podmínky,

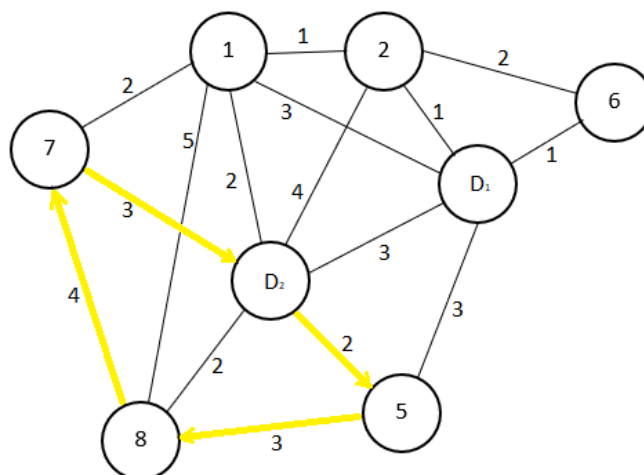
$D \rightarrow 7 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $200 \leq 800$ kapacita vozidla, splňuje podmínky.



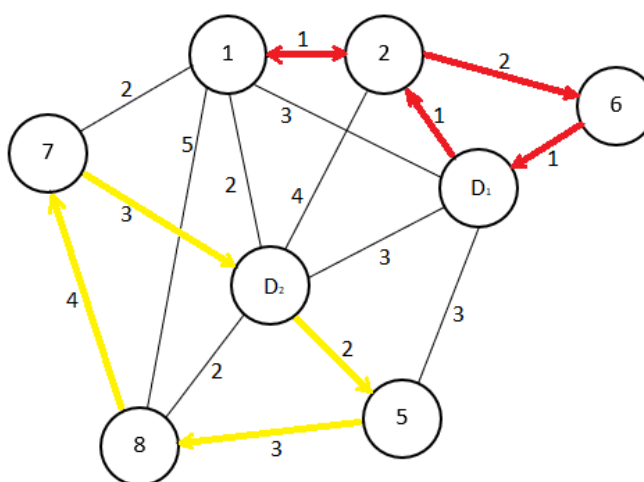
Obrázek 38. Krok 2

Pomoci matici úspor spojíme další dvojice zákazníků s největšími úspory. Dostaneme okruhy (obr.39):

$D \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow D$ požadavky zákazníka $200+200+200 \leq 800$ kapacita vozidla, splňuje podmínky.



Obrázek 39. Řešení VRP pro druhý klastr



Obrázek 40. Řešení LRP

Našli jsme řešení úlohy okružních jízd druhého úrovně (obr.39) a řešení LRP (obr. 40). Kvůli tomu, že máme pouze jedno hlavní depo, nemusíme řešit jak přiřadit D_1 a D_2 , v tomto případě řešíme pouze VRP pro druhou úroveň. LRP je složitý problém, skládá se z lokační úlohy a úlohy okružních jízd.

6. Analýza metod řešení zvolených úloh

V předchozí kapitole jsem namodelovala různé podproblémy VRP a LRP a navrhla řešení každému modelů pomoci heuristických metod. Na příkladu VRPTW modelu jsem zjistila, že je možné dosáhnout vhodného řešení pomoci heuristických algoritmů, ale nejde ověřit jestli je optimální. Při návrhu řešení 2E-VRP modelu a VRPB modelu je viditelné, že řešení nalezené pomocí vybraných heuristických algoritmů vhodné, ale není optimální. Heuristické metody jsou intuitivní, nepoužívají přesné matematické algoritmy, vyzkouší možné varianty řešení, a pokud je lepší, nahradí současné řešení. Výhodou daných metod je minimalizace času vypočtu, který se výrazně zvyšuje při zdůraznění požadavků na nalezení kvalitnějšího řešení. Na rozdíl od heuristických metod, exaktní metody používá přesné algoritmy pro nalezení optima a zajistí jeho nalezení.

7. Závěr

V úvodní části své práce jsem popsala koncept city logistiky, její cíle a zúčastněné strany. Městská logistika se soustředí na nalezení efektivních způsobů přepravy zboží v městských oblastech. Pro nalezení řešení daného problému jsem použila teorii grafů.

Zabývala jsem se úlohami teorie grafů, které jsou přizpůsobené city logistice. Řešila jsem dvě hlavní úlohy: VRP – problém směřování vozidel a LRP – lokační úloha. VRP se zabývá stanovením tras, kde je každá obsluhovaná pomocí jednoho vozidla, které začíná a končí v jednom depu tak, aby všechny požadavky zákazníků byly splněny, náklady byly co nejmenší a byla splněna všechna daná omezení. VRP lze použít k vyhodnocení opatření a optimalizaci trasy. Výsledkem je využití co nejmenšího počtu vozidel potřebného k uspokojení poptávky zákazníků, obsluhování po co nejkratší trase a zkrácení cesty prázdných vozů. Tím se zmenšuje zatížení silniční sítě a vliv dopravy na životní prostředí, obyvatelé získají komfortnější města a zákazníci rychleji zboží.

LRP kombinuje dva základní problémy: problém umístění středisek (depo, sklad, továrna, atd.) a problémem směřování vozidel. Výsledkem je optimální umístění zařízení, využití co nejmenšího počtu vozidel, rychlejší obsluha zákazníků po co nejkratší trase. Každý z těchto problémů se dělí na další podproblémy, které se rozlišují požadavky dopravní sítě jako je časové omezení, požadavek na doručení nebo vyzvednutí a kapacitní omezení.

Existují různé metody používané k řešení daných problémů. Jsou to exaktní a heuristické metody. Exaktní metody používají přesné matematické algoritmy, výsledkem je optimální řešení pro danou síť. Na rozdíl od exaktních metod, heuristické metody jsou intuitivní, fungují na základě pokusů a omylů. Výsledkem je vhodné řešení, které splňuje omezení a požadavky dopravní sítě.

V praktické části jsem namodelovala dopravní vztahy pro úlohy s různými požadavky a použila jsem heuristické metody návrhu řešení pro každý problém. Na modelu VRPTW jsem dosáhla vhodného řešení pro danou dopravní síť, ale nemůžeme ověřit, jestli je optimální. U modelu VRPB a 2E-VRP jsem našla řešení, které splňují požadavky sítě, ale nejsou optimální. Pro 2E-LRP model jsem našla vhodné řešení, ale stále ne optimální. Výsledkem modelování je analýza řešení problémů, kde heuristické metody jsou lepší na řešení obsluhy velkých sítí. Navrhnou vhodné řešení, ale nezajistí, že budou optimální. Jejich výhodou je však minimalizace času vypočtu řešení. Exaktní metody zajistí nalezení optimálního řešení, ale jsou náročné pro řešení velkých dopravních sítí.

8. Literatura

- [1] TANIGUCHI, Eiichi a Russell G. THOMPSON. *City logistics: mapping the future*. Boca Raton: CRC Press, 2015. ISBN 978-1-4822-0889-4.
- [2] OLIVEIRA, Leise, Betty BARRAZA, Bruno BERTOCINI, et al. An Overview of Problems and Solutions for Urban Freight Transport in Brazilian Cities. *Sustainability* [online]. 2018, 10(4) [cit. 2020-07-27]. DOI: 10.3390/su10041233. ISSN 2071-1050. Dostupné z: <http://www.mdpi.com/2071-1050/10/4/1233>
- [3] Urbanization. *Our World in Data* [online]. [cit. 2020-08-10]. Dostupné z: <https://ourworldindata.org/urbanization#number-of-people-living-in-urban-areas>
- [4] 50th Anniversary Invited Article—City Logistics: Challenges and Opportunities. *Transportation Science*. 2016, (Vol. 50, 2), 579-590. ISSN 0041-1655.
- [5] VOLEK, Josef a Bohdan LINDA. *Teorie grafů: Aplikace v dopravě a veřejné správě*. 1. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2012. ISBN 978-80-7395-225-9.
- [6] RYBIČKOVÁ, Alena. *APPLICATION OF GENETIC ALGORITHMS TO LOCATION-ROUTING PROBLEM*. Praha, 2018. Disertace. České Vysoké Učení Technická, Fakulta dopravní.
- [7] TOTH, Paolo a Daniele VIGO. *The vehicle routing problem*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, c2002. ISBN 978-0-89871-498-2.
- [8] City logistics: Modeling, Planning and Evaluation. New York: Tazlot & Francis group, 2015. ISBN 978-1-138-06023-4.
- [9] Jacobsen, S. K. & Madsen, O. B. G., 1980. "A comparative study of heuristics for a two-level routing-location problem," European Journal of Operational Research, Elsevier, vol. 5(6), pages 378-387, December.
- [10] CRAINIC, Teodor Gabriel, Simona MANCINI, Guido PERBOLI a Roberto TADEI. Multi-start Heuristics for the Two-Echelon Vehicle Routing Problem. MERZ, Peter a Jin-Kao HAO, ed. *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization* [online]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011, 2011, s. 179-190 [cit. 2020-08-07]. Lecture Notes in Computer Science. DOI: 10.1007/978-3-642-20364-0_16. ISBN 978-3-642-20363-3. Dostupné z: http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-20364-0_16
- [11] (PDF) The Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem: Models and Math-Based Heuristics. ResearchGate | Find and share research [online]. Copyright © Copyright Perboli, Tadei, Vigo and CIRRELT, 2008 [cit. 28.07.2020]. Dostupné

z: <https://www.researchgate.net/publication/228937506> The Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem Models and Math-Based Heuristics

[12] Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints. *European Journal of Operational Research*. 1987, (Vol. 35, 2), 254-265.

[13] VRP Spreadsheet Solver. *Güneş Erdoğan* [online]. [cit. 2020-08-08]. Dostupné z: <https://people.bath.ac.uk/ge277/vrp-spreadsheet-solver/>