Posudek vedoucí na bakalářskou práci			
Název:	**POZIČNÍ REPREZENTACE VEKTORŮ**		
Autor:	**Stefan HAJDUK**	Akademický rok:	2019-2020

Bakalářská práce se zabývá problematikou pozičních numeračních systémů, s hlavním zaměřením na maticové numerační systémy, kde se reprezentují vektory $x \in \mathbb{Z}^d$ ve tvaru $x = \Sigma_j M^j a_j$, s použitím (expanzivní) maticové báze $M \in \mathbb{Z}^{dxd}$ a vektorových cifer $a_j \in \mathcal{A}$ z abecedy $\mathcal{A} \subset \mathbb{Z}^d$.

Zadání práce bylo splněno ve všech bodech:
Základní terminologie používaná v oblasti numeračních systémů (číselných, resp. maticových) je zavedena v kapitolách 1 a 2, spolu s algoritmy jak nalézt reprezentaci čísla, resp. vektoru v určitém numeračním systému. Zkoumá se otázka, jaké abecedy jsou vhodné (pro danou bázi) k tomu, aby numerační systém mohl reprezentovat celé číselné těleso, resp. celý vektorový prostor.
Zde připravený matematický aparát (včetně zavedení vhodných vektorových a maticových norem) se dále využívá v algoritmech, které rozhodnou, zda zadaná (expandující) matice $M \in \mathbb{Z}^{dxd}$ s konkrétní abecedou $\mathcal{A} \subset \mathbb{Z}^d$ reprezentují celý vektorový prostor $\mathbb{Z}^d$. Kapitola 3 vymezuje konečnou množinu bodů, na níž stačí reprezentovatelnost testovat. Výsledky tohoto postupu (získané programovou implementací) pro konkrétní maticové numerační systémy jsou pak popsány v kapitole 4.
Souvislost vektorového prostoru $\mathbb{Z}^2$ s tělesem $\mathbb{C}$, resp. jeho podmnožinou $\mathbb{Z}[i]$, je předvedena s využitím Penneyho numeračních systémů.
Nakonec kapitola 5 popisuje výsledky a metody známé pro paralelní sčítání na numeračních systémech číselných, a dále je analogicky rozpracovává pro vybrané příklady numeračních systémů maticových.

Text práce je vesměs logicky strukturovaný a srozumitelný, relevantní matematické pojmy a tvrzení i odkazy na použité zdroje jsou zaváděny v potřebné návaznosti. Snad kromě kapitoly 4.3, která uprostřed konkrétního příkladu uvádí obecnější teorii – ta by ovšem měla být zařazena spíše do teoretického bloku / kapitoly 3.
Poněkud nejasné jsou názvy uváděných algoritmů – např. „První / Druhý algoritmus“, „Algoritmus v Penneyho / Eisensteinově systému“ nebo „Základní / rozšířený algoritmus“ příliš nevypovídají o skutečném obsahu. Dále by se hodilo (kromě jasnějších slovních názvů) algoritmy v dokumentu číslovat (jako se to dělá pro definice či tvrzení) – reference na ně pak budou zcela jednoznačné.
Podobně by lepší čtivosti a přehlednosti ještě prospělo, kdyby v textu bylo častěji využito umístění vzorců na samostatný řádek, spolu s očíslováním pro následné reference.

Terminologicky je správnější místo jako „poziční“ vs. „maticové“ popisovat numerační systémy jako „číselné“ vs. „maticové“, protože „poziční“ jsou všechny numerační systémy v práci diskutované (tedy jak číselné, tak i maticové).

Předvedené důkazy jsou korektní – až na některé překlepy či nejasnosti, například zde:

1. Na str. 19-20 se komentuje souvislost mezi Větou 12 a „Algoritmem v Penneyho systému“, avšak není zde přímo zřejmé, co přesně se v nich shoduje; proč z Věty 12 plyne, že Algoritmus po konečně mnoha krocích skončí. Přece jen je rozdíl v postupu Věty a Algoritmu – totiž ve Větě 12 se nejprve provádí převod zpracovávaného čísla do reprezentace s nezápornými ciframi, což se ale v Algoritmu neděje.
2. Na str. 22-23 jsou chyby v některých vzorcích pro „Algoritmus v Eisensteinově systému“:
   - namísto chybného vztahu $1/(\omega-1) = -2/3 - 2\omega/3$ správně platí vztah $1/(\omega-1) = -2/3 - \omega/3$;
   - následně pak namísto chybného vztahu $(a+b\omega)/(\omega-1) = -(2a+b)/3 - (a-b)/3$ správně platí vztah $(a+b\omega)/(\omega-1) = -(2a-b)/3 - (a+b)/3$;
   - a nakonec v Algoritmu podmínky $2a+b \in 3\mathbb{Z}$, resp. $2a+b \in 3\mathbb{Z}+2$ mají správně mít tvar $2a-b \in 3\mathbb{Z}$, resp. $2a-b \in 3\mathbb{Z}+2$.

   A i pro tento „Algoritmus v Eisensteinově systému“ by bylo vhodné okomentovat, zda / čím je zaručeno, že skončí po konečně mnoha krocích.
3. Drobnější překlepy v indexech na různých místech – např.:
   - sumy na str. 25 v posledním vzorci kapitoly 1.4 mají opačně některá znaménka ve sčítacích indexech;
   - reprezentace $e_m \dots e_1 a_1 \dots a_n$ na samém konci kapitoly 3.2 má správně mít tvar $e_m \dots e_1 a_n \dots a_1$;
   - opačná znamínka některých prvků matice M^{-1} a jejího vlastního vektoru na v kapitole 4.2 na str. 59;
   - označování w_j namísto příhodnějšího w_i v kapitole 5.3.

Výše uvedené výhrady nejsou závažného charakteru, celkově je provedené této bakalářské práce kvalitní.

Byl prostudován relativně široký rozsah témat souvisejících s numeračními systémy (číselnými i maticovými), teoretický základ byl vhodně rozpracován v příkladech a algoritmech.

Implementace algoritmů v rámci této práce je realizována v programu Sage. Zdrojové kódy jsou publikovány na úložišti GitHub, spolu se základními instrukcemi k jejich použití. Další podrobnější popis implementace je uveden v samotném textu bakalářské práce, zejména v kapitole 4. V souhrnu je tato implementační dokumentace adekvátní a srozumitelná.

Navrhuji hodnotit tuto bakalářskou práci známkou **A (výborně)**.

V Praze, dne 18. srpna 2020 **Milena SVOBODOVÁ** (vedoucí)