

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Katedra fyziky

Obor: Fyzika a technika termojaderné fúze



Vlastnosti teplotně a radiačně odolných Halloových senzorů pro
fúzní elektrárny

Properties of temperature and radiation resistant Hall sensors for
fusion power plants

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: Matěj Ivánek

Vedoucí práce: Ing. Slavomír Entler, Ph.D.

Rok: 2020



Katedra: fyziky

Akademický rok: 2019/2020

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student: Matěj Ivánek

Studijní program: Aplikace přírodních věd

Obor: Fyzika a technika termojaderné fúze

Název práce: Vlastnosti teplotně a radiačně odolných Halloových senzorů pro fúzní elektrárny
(česky)

Název práce: Properties of temperature and radiation resistant Hall sensors for fusion power plants
(anglicky)

Pokyny pro vypracování:

- 1) Rešerše - Typy, výroba a využití Halloových senzorů. Hallovy senzory pro fúzní reaktory.
- 2) Teoretická část - analytický popis Hallova jevu:
 - fyzikální základy Hallova jevu,
 - odvození analytických vztahů pro Hallovo napětí,
 - popis normálového a planárního Hallova jevu.
- 3) Praktická část - zpracování a vyhodnocení experimentálních dat získaných při testování Halloových senzorů na supravodivém systému PPMS:
 - načtení experimentálních dat pro 10 senzorů,
 - identifikace složek normálového a planárního Hallova napětí,
 - grafická vizualizace obou složek,
 - nalezení normálových a planárních Halloových koeficientů,
 - vyhodnocení závislostí koeficientů na magnetickém poli a na teplotě.

Doporučená literatura:

- [1] R. S. Popovic: Hall effect devices, IOP Publishing, second edition, 2004, ISBN 0 7503 0855 9
- [2] S. Entler, I. Ďuran: Kovové Hallovy senzory, Čs. čas. fyz. 67 (2017) 91-100
- [3] S. Entler, et al, High magnetic field test of the ITER outer vessel steady-state magnetic field Hall sensors at ITER relevant temperature, Review of Scientific Instruments 89 (2018) 10J112, DOI: 10.1063/1.5038812
- [4] D. R. Popovic, S. Dimitrijevic, M. Blagojevic, Three-Axis Teslameter with Integrated Hall Probe Free from the Planar Hall Effect, IEEE IMTC 2006 – Instrumentation and Measurement Technology Conference, Sorrento, Italy 24-27 April 2006, 1812-1815, DOI: 10.1109/IMTC.2006.328256

Jméno a pracoviště vedoucího bakalářské práce:

Ing. Slavomír Entler, Ph.D., Ústav fyziky plazmatu AV ČR, v.v.i.

Datum zadání bakalářské práce: 25.10.2019

Termín odevzdání bakalářské práce: 07.07.2020

Doba platnosti zadání je dva roky od data zadání.


.....
garant oboru


.....
vedoucí katedry




.....
děkan

V Praze dne 25.10.2019

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti použití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 3. 8. 2020

Matěj Ivánek

Poděkování

Děkuji svému školiteli, panu Ing. Slavomíru Entlerovi, Ph.D., za vedení při tvorbě této bakalářské práce, za trpělivost a ochotu při konzultacích a za poskytnutí experimentálních dat. Dále děkuji panu Dr. Karlovi Výbornému za poskytnuté konzultace v oblasti fyziky pevných látek a polovodičů.

Matěj Ivánek

Název práce:

Vlastnosti teplotně a radiačně odolných Halloových senzorů pro fúzní elektrárny

Autor: Matěj Ivánek

Obor: Fyzika a technika termojaderné fúze

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: Ing. Slavomír Entler, Ph.D.
Ústav fyziky plazmatu AV ČR

Abstrakt: V této práci je shrnut dosavadní vývoj měření magnetického pole při fúzních výbojích v tokamacích. Za tímto účelem zde byly sumarizovány výsledky experimentů v oblastech polovodičových a kovových Halloových senzorů a současný stav výzkumu Halloových senzorů pro fúzní reaktory jako jsou ITER a DEMO. Pro efektivní zpracování dat byl zde odvozen analytický vztah pro normálový Hallův koeficient. Pomocí tohoto vztahu pak byly zpracovány data z experimentu na zařízení PPMS14 Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze.

Klíčová slova: normálový Hallův jev, planární Hallův jev, Hallovy senzory, normálový Hallův koeficient

Title:

Properties of temperature and radiation resistant Hall sensors for fusion power plants

Autor: Matěj Ivánek

Abstract: This thesis discusses the existing development of magnetic field measurement during the fusion discharges in tokamaks. For this reason the results of the contemporary research of Hall sensors for fusion reactors like ITER or DEMO have been summarized. For an efficient data processing an analytic formula for normal Hall coefficient has been derived. Using this formula the data from the experiment on the PPMS14 device at Charles University in Prague have been evaluated.

Key words: normal Hall effect, planar Hall effect, Hall sensors, normal Hall coefficient

Obsah

1 Úvod	13
2 Problematika měření magnetického pole v tokamacích	14
2.1 Termojaderná fúze	14
2.2 Lawsonovo kritérium	15
2.3 Typy fúzních reaktorů	16
2.3.1 Otevřené systémy	16
2.3.2 Uzavřené systémy	16
2.4 Tokamaky	16
2.4.1 Princip fungování	16
2.4.2 Tokamaky v současnosti	17
2.5 Role magnetického pole u fúzního reaktoru	19
2.5.1 Magnetický tlak a parametr β	19
2.5.2 Normalizovaný parametr β	19
2.5.3 Drifty částic v magnetickém poli	19
2.6 Měření magnetického pole	20
2.6.1 Cívky	20
2.6.2 Nevýhody cívek	22
2.6.3 Hallovy senzory	22
2.7 Polovodičové Hallovy senzory	24
2.8 Kovové Hallovy senzory	26
2.8.1 Bismut	26
2.8.2 Design	26
2.8.3 Geometrie	27
2.8.4 Vlastnosti	29
2.8.5 Výzkum pro projekt DEMO	30
3 Normálový a planární Hallův jev	31
3.1 Pohybová rovnice	31
3.2 Průměrná volná doba letu	33
3.3 Efektivní hmotnost	34
3.4 Distribuční funkce pro ustálený stav	35
3.5 Proudová hustota v látce za působení ustáleného elektromagnetického pole	36
3.6 Elektrické pole v materiálu ve vnějším elektromagnetickém poli	39
3.7 Analytický vztah pro normálový Hallův koeficient	40
4 Analýza vlastností Hallových senzorů	42
4.1 Experimentální uspořádání	42
4.2 Výsledky	43
4.2.1 Hallovo napětí a planární Hallovo napětí	43
4.2.2 Hallův koeficient v závislosti na magnetickém poli	48
4.2.3 Hallův koeficient v závislosti na teplotě	51
4.2.4 Planární Hallův koeficient a závislost na magnetickém poli	54
5 Závěr	56

Seznam zkratek

ČVUT České vysoké učení technické

FJFI Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská

AV Akademie věd

ÚFP Ústav fyziky plazmatu

DT deuterium-tritium

JET Joint European Torus

ITER International Thermonuclear Experimental Reactor

DEMO Demonstration Power Station

Seznam obrázků

1	Graf závislosti vazebné energie jádra BE na jeden nukleon na počtu nukleonů A v jádře. Dostupné z [1], upraveno.	14
2	Schéma tokamaku. Dostupné z [2], upraveno.	17
3	Solenoidální cívka o délce l a poloměru R . Dostupné z [7].	20
4	Ekvivalentní znázornění měřicí cívky jako RLC obvodu. Dostupné z [8].	21
5	Schématický nákres Hallova senzoru. Dostupné z [10].	23
6	Vyobrazení původu planárního Hallova jevu. Dostupné z [11], upraveno.	24
7	Postup výroby Hallova senzoru ve finální podobě pro projekt ITER. Dostupné z [10].	27
8	Původní návrh geometrie Hallova senzoru. Na obrázku vzorek s měděnou detekční vrstvou. Dostupné z [10].	27
9	Zdokonalený návrh geometrie Hallova senzoru. Dostupné z [10].	28
10	Finální design geometrie Hallova senzoru. Dostupné z [10].	28
11	Graf závislosti Hallova napětí na magnetickém poli při normálovém Hallově jevu. Dostupné z [10].	29
12	Graf závislosti Hallova napětí na magnetickém poli při planárním Hallově jevu. Dostupné z [10].	29
13	Graf závislosti citlivosti Hallových senzorů o tloušťkách bismutové detekční vrstvy $0,5 \mu\text{m}$, $0,8 \mu\text{m}$ a $1,2 \mu\text{m}$ na teplotě. Dostupné z [16], upraveno.	30
14	Závislost citlivosti Hallova senzoru před a po ozáření neutronovým zářením $2,5 \times 10^{18}$ neutronů/ cm^2 . Dostupné z [16], upraveno.	30
15	Vlevo graf závislosti Hallova koeficientu R_H na provozní teplotě pro jednotlivé zkoumané prvky. Vpravo graf relativní změny Hallova koeficientu v závislosti na teplotě. Dostupné z [17], upraveno.	31
16	Schéma experimentálního uspořádání měření. Podélný směr je podélný s vnějším elektrickým polem, příčný směr je pak na něj kolmý. Dostupné z [19], upraveno.	42
17	Hallova sonda používaná pro měření Hallova napětí. Dostupné z [19].	43
18	Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 1.	44
19	Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 2.	44
20	Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 3.	44
21	Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 4.	44
22	Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 5.	44
23	Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 6.	44
24	Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 7.	45
25	Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 8.	45
26	Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 9.	45
27	Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 10.	45
28	Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 1.	46
29	Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 2.	46
30	Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 3.	46
31	Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 4.	46
32	Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 5.	46
33	Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 6.	46
34	Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 7.	47

35	Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 8. . .	47
36	Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 9. . .	47
37	Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 10. . .	47
38	Závislost normovaného normálového Hallova koeficientu R_H na magnetickém poli při teplotě $T=95$ °C. Jedná se o křivku zobrazující surová data. Proloženo křivkou (120)	48
39	Závislost normovaného normálového Hallova koeficientu R_H na magnetickém poli při teplotě $T=95$ °C. Závislost je očištěna od rušivých signálů. Proloženo křivkou (120)	48
40	Závislost normovaného Hallova koeficientu R_H na magnetickém poli při teplotě $T=100$ °C. Jedná se o křivku zobrazující surová data. Proloženo křivkou (120)	49
41	Závislost normovaného Hallova koeficientu R_H na magnetickém poli při teplotě $T=100$ °C. Závislost je bez asymetrie. Proloženo křivkou (120)	49
42	Závislost normovaného Hallova koeficientu R_H na magnetickém poli při teplotě $T=105$ °C. Jedná se o křivku zobrazující surová data. Proloženo křivkou (120)	50
43	Závislost normovaného Hallova koeficientu R_H na magnetickém poli při teplotě $T=105$ °C. Závislost je bez asymetrie. Proloženo křivkou (120)	50
44	Nenormalizované hodnoty Hallova koeficientu $R_H(B)$ v závislosti na magnetickém poli B . Jedná se o křivku zobrazující surová data.	50
45	Nenormalizované hodnoty Hallova koeficientu $R_H(B)$ v závislosti na magnetickém poli B . Závislost je bez asymetrie.	50
46	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě T při různých hodnotách magnetického pole B . Dostupné z [19], upraveno.	51
47	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = 0,1$ T. Jedná se o závislost zobrazující surová data.	52
48	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = 0,1$ T. Závislost je očištěna id rušivých signálů.	52
49	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = -0,1$ T. Jedná se o závislost zobrazující surová data.	52
50	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = -0,1$ T. Závislost je očištěna id rušivých signálů.	52
51	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = 1$ T. Jedná se o závislost zobrazující surová data.	52
52	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = 1$ T. Závislost je očištěna od rušivých signálů.	52
53	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = -1$ T. Jedná se o závislost zobrazující surová data.	53
54	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = -1$ T. Závislost je očištěna od rušivých signálů.	53
55	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = 2,5$ T. Jedná se o závislost zobrazující surová data.	53
56	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = 2,5$ T. Závislost je očištěna od rušivých signálů.	53
57	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = -2,5$ T. Jedná se o závislost zobrazující surová data.	53
58	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = -2,5$ T. Závislost je očištěna od rušivých signálů.	53

59	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T pro kladné hodnoty magnetického pole B . Jedná se o závislost zobrazující surová data.	54
60	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T pro kladné hodnoty magnetického pole B . Závislost je očištěna od rušivých signálů.	54
61	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T pro záporné hodnoty magnetického pole B . Jedná se o závislost zobrazující surová data.	54
62	Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T pro kladné hodnoty magnetického pole B . Závislost je očištěna od rušivých signálů.	54
63	Závislost planárního Hallova koeficientu P_H na magnetickém poli při teplotě $T=95$ °C. . .	55
64	Závislost planárního Hallova koeficientu P_H na magnetickém poli při teplotě $T=100$ °C. .	55
65	Závislost planárního Hallova koeficientu P_H na magnetickém poli při teplotě $T=105$ °C. .	56

Seznam tabulek

1	Tabulka technických parametrů tokamaku COMPASS. Dostupné z [3].	18
2	Tabulka parametrů tokamaku JET. Dostupné z [4].	18
3	Tabulka předpokládaných parametrů tokamaku ITER. Dostupné z [5].	18
4	Tabulka předpokládaných parametrů projektu DEMO. Dostupné z [6].	19
5	Tabulka parametrů polovodičových Halloových senzorů od různých výrobců. Dostupné z [12].	25
6	Tabulka výsledků experimentu zkoumajícího vliv neutronového záření na citlivost polovodičových senzorů. Φ_{nT} je celkový tok neutronů o energii > 1 MeV [neutron/cm ²]. Dostupné z Dostupné z [12].	25
7	Tabulka citlivostí měděných Halloových senzorů pro 2 různé tloušťky detekční vrstvy. Dostupné z [15].	26
8	Tabulka parametrů proložené křivky v grafu (38).	49
9	Tabulka parametrů proložené křivky v grafu (39).	49
10	Tabulka parametrů proložené křivky v grafu (40).	49
11	Tabulka parametrů proložené křivky v grafu (41).	49
12	Tabulka parametrů proložené křivky v grafu (42).	50
13	Tabulka parametrů proložené křivky v grafu (43).	50

1 Úvod

Termojaderná fúze je v současné době jedním s nejperspektivnějších zdrojů energie. Primárním cílem této práce je popis měření magnetického pole při plazmových výbojích v tokamacích, což jsou zařízení, v nichž má termojaderná fúze probíhat.

V kapitole s názvem „Problematika měření magnetického pole v tokamacích“ je diskutována idea fenoménu termojaderné fúze, kritéria pro její úspěšné zvládnutí a úskalí s tím spojená. Jedním z těchto problémů je i otázka magnetického udržení plazmatu při fúzním výboji mimo kontakt se stěnami tokamaku z důvodu vysokých provozních teplot. Hlavním výstupem z této kapitoly je pochopení důležitosti znalosti magnetického pole při fúzním výboji, seznámení se s dosavadními metodami měření magnetického pole v tokamacích v podobě cívek a s důvody pro přijetí nového přístupu v této problematice v podobě Hallova jevu. Zařízení využívající tento jev se nazývají Hallové senzory. V této kapitole jsou diskutovány výhody a nevýhody používání polovodičových Hallových senzorů, rozhodnutí přejít k senzorům kovovým z důvodu vyšší radiační a tepelné odolnosti použitelnější pro měření magnetických polí v moderních výzkumných tokamacích a fúzních reaktorech. Následně je probírán design a postup výroby Hallových senzorů, jež jsou v současné době zkoumány a nakonec je zmíněn stav současného výzkumu Hallových senzorů pro projekt DEMO.

V následující kapitole je pak podrobněji vysvětlena fyzika Hallova jevu. Poté odvodíme analytický vztah pro elektrické pole v Hallově senzoru za přítomnosti vnějšího elektromagnetického pole. Jsou zavedeny pojmy jako normálový a planární Hallův koeficient a finálním produktem tohoto oddílu je analytický vztah pro normálový Hallův koeficient, který je stěžejní pro vyhodnocování Hallova napětí jakožto funkce magnetického pole.

Tento vzorec je poté, společně s jinými, použit v poslední kapitole pro zpracování dat z deseti experimentů, jež proběhly ve Společných laboratořích pro magnetická studia na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy v Praze. Zpracování spočívalo v identifikaci normálového Hallova napětí a planárního Hallova napětí v závislosti na magnetickém poli v rozsahu $\pm 2,5$ T pro teploty 95 °C, 100 °C a 105 °C a následného vypočítání a normalizování normálového a planárního Hallova koeficientu. Tyto hodnoty jsou poté normalizovány a graficky znázorněny v závislosti na magnetickém poli a v případě normálového Hallova koeficientu také na teplotě. V závěru diskutujeme správnost výsledků v porovnání s již dosud zpracovanými experimenty.

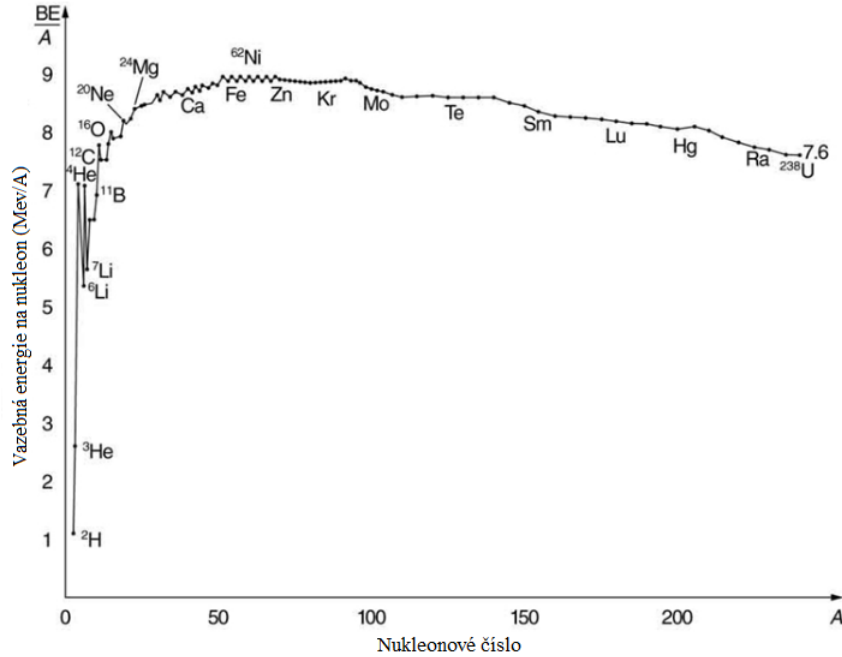
2 Problematika měření magnetického pole v tokamacích

2.1 Termojaderná fúze

Termojadernou fúzi lze definovat mnoha způsoby. Jednou z častých definic je:

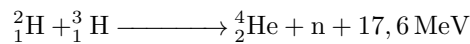
„Fúzní reakce jsou jaderné reakce mezi lehkými atomovými jádry, při kterých se uvolňuje energie.“

V této definici se objevuje pojem **lehké jádro**, čímž je myšleno jádro, jehož nukleonové číslo A je menší než 56. Definice dává dobrý smysl v souvislosti s následujícím grafem (Obr. 1).

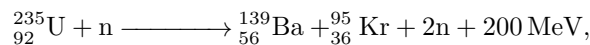


Obr. 1: Graf závislosti vazebné energie jádra BE na jeden nukleon na počtu nukleonů A v jádře. Dostupné z [1], upraveno.

Při slučování jader se až do izotopu železa 56 uvolňuje energie. Tehdy je vazebná energie na nukleon nejvyšší a poté už jen klesá. Termojaderná fúze je v současné době jedním z nejperspektivnějších zdrojů energie. V principu se jedná o proces opačný k jadernému štěpení, je však energeticky mnohem výnosnější. Podíváme-li se na rovnici reakce deuteria a tritia, která má vůči ostatním fúzním reakcím nejvyšší účinný průřez

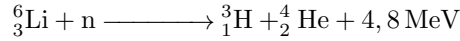


a na rovnici štěpení uranu ${}^{235}_{92}\text{U}$



může se na první pohled zdát, že štěpení uranu je mnohem výhodnější. Pokud se však zaměříme na výstupní energii připadající na jeden nukleon, dostaneme v případě termojaderné fúze přibližně 3,52 MeV/nukleon a v případě jaderného štěpení zhruba 0,85 MeV/nukleon. Tudíž z hlediska energetického výtěžku na 1 nukleon je DT fúze bezmála čtyřikrát efektivnější. Jak již bylo naznačeno výše, jako předpokládané palivo

uvažujeme deuterium a tritium. Toto rozhodnutí vyvolává otázku zdroje tritia, jelikož se na Zemi vyskytuje pouze zřídka. Řešením by mohlo být štěpení izotopu ${}^6\text{Li}$ pomocí neutronů. Reakce by vypadala takto:



Neutrony potřebné pro tuto reakci lze vzít z produktu DT fúze. Tyto neutrony nelze zachytit magnetickým polem, tedy opustí plazma. Okolo plazmatu může být vrstva ${}^6\text{Li}$ těmito neutrony štěpeného.

2.2 Lawsonovo kritérium

Lawsonovo kritérium označuje jistou dolní hranici parametrů fúzního výboje, kterou musíme překročit, abychom dosáhli termojaderné řetězové reakce s kladnou energetickou bilancí. Tuto hodnotu lze zjistit porovnáním bilance výkonů při plazmatickém výboji. Tento vztah lze popsat jako

$$P_L + \frac{dW_P}{dt} = P_H + P_I, \quad (1)$$

kde P_L je ztrátový výkon výboje, W_P je vnitřní energie plazmatu, P_H je příkon z ohřevu a P_I je vlastní ohřev plazmatu. V tomto vztahu můžeme určit veličiny W_P a P_I .

$$W_P = \int_V nk_B T dV = 3Nk_B T, \quad (2)$$

kde n je koncentrace částic v jednotce objemu, k_B je Boltzmannova konstanta, T je teplota a N je počet částic. Pro vnitřní výkon plazmatu P_I platí, že přibližně pouze 1/5 lze uvažovat jako přínosnou pro ohřev plazmatu, protože 4/5 výkonu z DT reakce odnese neutron, který nelze zachytit v magnetickém poli.

$$P_I = \frac{1}{5} \int_V n_D n_T \langle \sigma v \rangle \varepsilon_{DT}, \quad (3)$$

kde n_D a n_T jsou koncentrace deuteria, respektive tritia, $\langle \sigma v \rangle$ je reaktivita DT reakce a ε_{DT} je energetický výtěžek DT reakce. Jestliže budeme uvažovat, že $n_D = n_T = \frac{n}{2}$, dostaneme pro vlastní ohřev plazmatu vztah

$$P_I = \frac{1}{20} n^2 \langle \sigma v \rangle \varepsilon_{DT} V. \quad (4)$$

Dále můžeme definovat dobu udržení energie τ_E jako

$$\tau_E = \frac{W_P}{P_L} = \frac{W_P}{P_H + P_I - \frac{dW_P}{dt}}. \quad (5)$$

Nyní už jen stačí uvážit, že k zapálení dojde v energetické rovnováze za absence vnějšího ohřevu P_H a dostaneme kritérium

$$P_I \geq \frac{W_P}{\tau_E}. \quad (6)$$

Po dosazení vztahů (2) a (4) získáme nerovnost

$$n\tau_E \geq \frac{12k_B T}{\langle \sigma v \rangle \varepsilon_\alpha}, \quad (7)$$

která se nazývá Lawsonovo kritérium. Zde ε_α je $1/5\varepsilon_{DT}$. Lawsonovo kritérium je zřejmě závislé na teplotě. V podmínkách magnetického udržení při optimální teplotě 14 keV dostaneme konkrétní hodnotu

$$nT\tau_E \geq 5,55 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3} \cdot \text{keV} \cdot \text{s}. \quad (8)$$

Po splnění této podmínky teoreticky nastane stav, kdy vlivem četnosti fúzních reakcí není třeba dodávat další energie pro udržení teploty plazmatu. Zařízení, jež by měly umožnit kontinuální provoz fúzních reakcí se nazývají fúzní reaktory.

2.3 Typy fúzních reaktorů

Na základě současného stavu výzkumu se soustředíme na reaktory s magnetickým udržením. Tyto fúzní reaktory můžeme dělit do dvou tříd. Otevřené systémy a uzavřené systémy.

2.3.1 Otevřené systémy

Otevřené systémy jsou charakterizovány takovou konfigurací magnetického pole, ve které magnetické siločivky nejsou uzavřené. Formulace může být poněkud zavádějící, protože ze zákona

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (9)$$

víme, že magnetické siločivky nemohou zůstat neuzavřené. Otevřenými siločivkami tedy v tomto případě myslíme ty, které nejsou uzavřené v měřítku našeho systému. Mezi otevřené systémy řadíme:

- Magnetická zrcadla
- Ioffeho tyče
- Systémy s magnetickými kotvami
- FRC (Field Reverse Configuration)
- Pinče

2.3.2 Uzavřené systémy

V uzavřených systémech se naopak siločivky magnetického pole uzavírají. Tedy jediný způsob, kterým můžou magneticky udržitelné částice uniknout ze systému, je pohybem napříč polem. Mezi tyto konfigurace patří:

- Tokamaky
- Stellarátory
- Sféromaky
- Toroidální pinče

Jak již bylo zmíněno, uzavřené systémy řeší problematiku otevřených konců, avšak vlivem jejich geometrie dochází k jiným obtížím způsobeným mimo jiné i zakřivením magnetického pole, které se používá pro udržení plazmatu v požadované formě.

2.4 Tokamaky

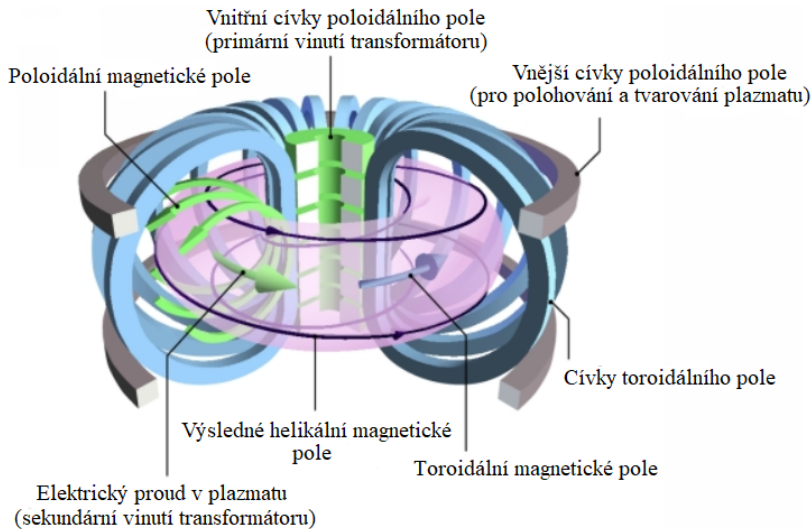
2.4.1 Princip fungování

V této práci se budeme zabývat výlučně tokamaky. Jedná se o uzavřené fúzní reaktory, tedy magnetické siločivky jsou uvnitř uzavřené. Středem toroidální komory, v níž probíhají plazmatické výboje, prochází centrální solenoid, který funguje jako primární vinutí. Magnetickým tokem vyvolaným průchodem elektrického proudu tímto solenoidem dochází k indukci elektrického proudu v plazmatu. Plazma v tomto

případě funguje jako sekundární vinutí transformátoru, čímž získáváme napětí, kterému se u tokamaků konvenčně říká **napětí na závit** a je značeno U_{loop} . Celou tuto situaci lze popsat matematicky:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \int_S \text{rot } \vec{E} d\vec{S} &= -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \\ \oint_{\delta S} \vec{E} d\vec{l} &= -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} \\ U_{loop} &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dI_{CS}} \frac{dI_{CS}}{dt} = -L \frac{dI_{CS}}{dt} \end{aligned} \quad (10)$$

V tomto odvození jsme proud centrálním solenoidem označili jako I_{CS} a indukčnost centrálního solenoidu jako L . Samotná toroidální nádoba je poté osázena sérií cívek. Jedná se především o cívky toroidálního pole a cívky poloidálního pole. Schéma takového uspořádání je znázorněno v následujícím obrázku. (Obr. 2).



Obr. 2: Schéma tokamaku. Dostupné z [2], upraveno.

Cívky toroidálního pole se starají o formování plazmatu a jeho udržení v rovnovážném stavu. Samotné plazma přitom indukuje vlastní poloidální magnetické pole, kterým se samo stlačuje. Součtem těchto polí je pole helikální (Obr. 2).

2.4.2 Tokamaky v současnosti

Tokamak GOLEM

Tento tokamak je umístěn v budově Fakulty jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT v Praze. Slouží primárně pro účely výuky. Jakožto výukové zařízení disponuje možností vzdáleného přístupu.

Tokamak COMPASS

Tokamak COMPASS nacházející se na Ústavu fyziky plazmatu Akademie věd. Jedná se o výzkumné zařízení s následujícími parametry (Tab. 1):

Parametry	Hodnoty
Velký poloměr R	0,56 m
Malý poloměr a	0,23 m
Toroidální magnetické pole B_T	0,9 - 2,1 T
Proud plazmatem I_P	400 kA
Délka výboje t	~ 1 s

Tab. 1: Tabulka technických parametrů tokamaku COMPASS. Dostupné z [3].

Tokamak JET

Ze zahraničních tokamaků je jistě třeba zmínit tokamak JET, jež je největším fúzním reaktorem současnosti a zároveň výzkumným zařízením, na němž proběhla doposud nejdelší fúzní DT reakce. Jeho parametry jsou v následující tabulce (Tab. 2):

Parametry	Hodnoty
Velký poloměr R	2.96 m
Malý poloměr a	1,25 m
Toroidální magnetické pole B_T	3.45 T
Proud plazmatem I_P	4,8 MA
Délka výboje t	~ 20 s

Tab. 2: Tabulka parametrů tokamaku JET. Dostupné z [4].

Projekt ITER

Ve fázi výstavby je projekt ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor), což bude výzkumný fúzní reaktor s úkolem zjistit, zda je možné využít termojadernou fúzi pro energetické účely. Předpokládané parametry tohoto tokamaku jsou tyto (Tab. 3):

Parametry	Hodnoty
Velký poloměr R	6,2 m
Malý poloměr a	2,0 m
Toroidální magnetické pole B_T	5,3 T
Proud plazmatem I_P	15 MA
Délka výboje t	~ 400 s

Tab. 3: Tabulka předpokládaných parametrů tokamaku ITER. Dostupné z [5].

Projekt DEMO

Tento projekt se nachází ve fázi projektové dokumentace. Má se jednat o přímé rozšíření projektu ITER do oblasti běžných jaderných reaktorů a měl by již tedy sloužit pro účely výroby energie. Plánované parametry tohoto projektu jsou tyto (Tab. 4):

Parametry	Hodnoty
Velký poloměr R	9,07 m
Malý poloměr a	2,93 m
Toroidální magnetické pole B_T	5,667 T
Proud plazmatem I_P	19,6 MA

Tab. 4: Tabulka předpokládaných parametrů projektu DEMO. Dostupné z [6].

2.5 Role magnetického pole u fúzního reaktoru

2.5.1 Magnetický tlak a parametr β

V průběhu plazmatického výboje ve fúzním reaktoru je potřeba dosáhnout teplot řádově až 10^8 K, což jsou hodnoty, kterým v současné době nedokáže odolat žádný materiál. Je tedy potřeba udržovat plazma mimo kontakt se stěnou reaktoru. To je realizováno pomocí magnetických polí, s nimiž plazma interaguje. Významným ukazatelem schopnosti fúzního reaktoru udržet plazma v požadovaném tvaru je tzv. **parametr** β . V matematickém zápise je vyjádřen jako

$$\beta = \frac{p}{\frac{B^2}{2\mu_0}}, \quad (11)$$

kde p je tlak plazmatu, \vec{B} je vektor magnetického pole a μ_0 je magnetická permeabilita. Jedná se tedy o podíl tlaku plazmatu a tlaku magnetického pole, pomocí kterého je plazma udržováno. V současné době se parametr β u tokamaků pohybuje okolo hodnoty 0,05.

2.5.2 Normalizovaný parametr β

Normalizovaný parametr β značený β_N zohledňuje parametry reaktoru. Jeho matematická podoba je

$$\beta_N = \beta \frac{aB}{I_p}, \quad (12)$$

kde a je malý poloměr tokamaku, B je magnetické pole tokamaku a I_p je proud plazmatem. Na rozdíl od klasického β není β_N bezrozměrná. Proud plazmatem I_p je navíc v tomto případě vyjádřen v mA.

2.5.3 Drifty částic v magnetickém poli

V přítomnosti elektromagnetického pole se nabitě částice pohybují podle rovnice Lorentzovy síly, tedy

$$\vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (13)$$

Na levé straně může být obecně jakákoliv síla. Pro naše účely se nyní zaměříme na magnetickou složku a rovnici zprava vynásobíme vektorově magnetickým polem \vec{B} . Pokud poté rozdělíme rychlost \vec{v} na složku vodorovnou a kolmou k magnetickému poli \vec{B} , dostaneme vztah

$$\vec{v}_\perp = \frac{1}{q} \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{B^2}. \quad (14)$$

Získáváme tedy výraz pro rychlost částic. Tato rychlost je vždy kolmá na magnetické pole \vec{B} i na sílu \vec{F} působící na částici. Pohybům částic s takovou rychlostí se říká **drifty** a je nutné s nimi počítat při otázce magnetického udržení, protože právě tyto pohyby způsobují pohyb nabitých částic napříč polem. Mezi tyto driftы patří:

- Gravitační drift způsobený silou $\vec{F}_G = m\vec{g}$
- $\vec{E} \times \vec{B}$ drift způsobený silou $\vec{F}_E = q\vec{E}$
- Drift zakřivení způsobený silou $\vec{F}_{od} = \frac{mv_{\parallel}^2}{r}\vec{r}$

2.6 Měření magnetického pole

Z předchozí části úvodu je patrné, že dobrá znalost magnetického pole ve fúzním reaktoru je důležitá ať už z hlediska magnetického udržení nebo pro určení polohy plazmatu při výboji. Je tedy potřeba tuto veličinu měřit, což lze dělat několika způsoby.

2.6.1 Cívky

Jednou z variant jsou cívky. Pomocí nich měříme magnetické pole na základě elektromagnetické indukce. Jestliže cívka zaznamená změnu toku magnetického pole Φ , indukuje se na ní napětí U_i . Tímto postupem však získáme informaci pouze o derivaci magnetického pole, protože platí:

$$U_i = \frac{d\Phi}{dt}. \quad (15)$$

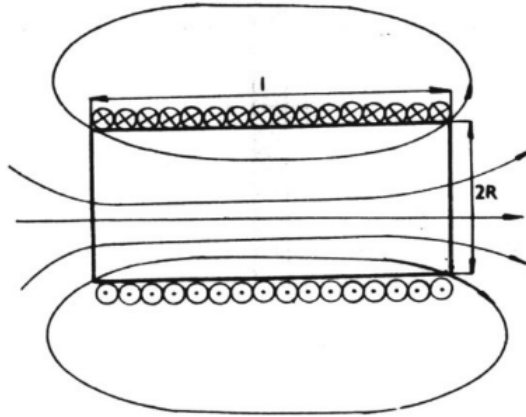
Tento výsledek je přímým důsledkem Faradayova zákona ve tvaru

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (16)$$

kde \vec{B} je magnetická indukce a \vec{E} intenzita elektrického pole, po aplikaci Stokesovy věty. Situace pro cívku je podobná. Máme-li cívku (solenoid) s N závitů o délce l a poloměru R (Obr. 3) s indukčností L , bude indukované napětí U_i dáno vztahem

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt} = -\mu_0 n^2 V \frac{dI}{dt}, \quad L = \frac{N\Phi}{I} = \mu_0 n V \frac{N}{l} = \mu_0 n^2 V, \quad (17)$$

kde n je počet závitů v jednotce délky, μ_0 je permeabilita vakua a V je objem cívky.



Obr. 3: Solenoidální cívka o délce l a poloměru R . Dostupné z [7].

V praxi se magnetické pole pomocí cívky měří následujícím způsobem. Předpokládejme cívku bez jádra. Můžeme vycházet ze vztahu pro U_i z (17). Protože platí vztah

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}, \quad (18)$$

kde \vec{B} je magnetická indukce a $d\vec{S}$ je orientovaný element uzavřené plochy, můžeme zmíněný vztah pro U_i přepsat do podoby

$$U_i = \mu_0 \mu_r n S \frac{dH}{dt}, \quad (19)$$

kde μ_0 je permeabilita vakua, μ_r je relativní permeabilita prostředí, S je obsah plochy, kterou uzavírá smyčka a n je počet závitů. Tento přepis je možné provést, pokud předpokládáme cívku prostorově uniformní, tedy pokud má skalární součin $\vec{B} \cdot d\vec{S}$ konstantní hodnotu a dílčí vektory jsou vodorovné. Pokud bychom chtěli nějak kvantifikovat citlivost takovéto cívky bez jádra, aplikujeme na vztah (19) Laplaceovu transformaci, čímž získáme rovnost

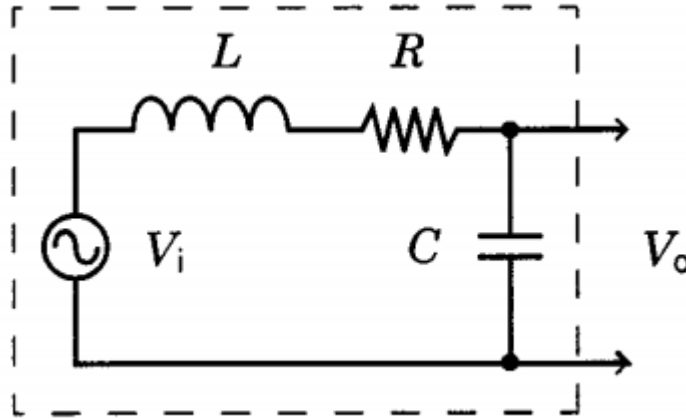
$$\hat{U}_i = -\mu_0 \mu_r n S p \hat{H}, \quad (20)$$

kde \hat{U}_i je Laplaceův obraz U_i , \hat{H} je Laplaceův obraz H a p je proměnná Laplaceovy transformace. Ve vztahu (20) si označíme konstanty souhrnně jako citlivost cívky

$$K = \mu_0 \mu_r n S. \quad (21)$$

Z podstaty Laplaceovy transformace ($p = \sigma + i\omega$) a vztahu (20) je patrné, že napětí měřené pomocí cívky je přímo úměrné jak velikosti intenzity magnetického pole, tak její frekvenci.

Reálná situace ovšem vypadá následovně. Měřící cívku můžeme nahradit následujícím RLC obvodem.



Obr. 4: Ekvivalentní znázornění měřící cívky jako RLC obvodu. Dostupné z [8].

Z nákresu (Obr. 4) je patrné, že měřené napětí V_0 je ovlivněno indukčností cívky L , odporem cívky R a kapacitou C způsobenou stíněním cívky. Podle [8] jsou tyto veličiny popsány vztahy

$$R = 4n \frac{d}{d_w^2} \left(1 + \frac{t}{d}\right) \rho, \quad (22)$$

$$L = \mu_0 n^2 \pi \left(\frac{\bar{d}}{2}\right)^2 \frac{k}{w} H,$$

$$k = \frac{1}{1 + 0,45 \frac{\bar{d}}{w} + 0,63 \frac{t}{d} + 0,84 \frac{t}{w}},$$

$$C = \left(\frac{\varepsilon_w \varepsilon_l}{\varepsilon_w t_l + \varepsilon_l t_w} \right) \frac{0,018544 \bar{d} w (n_l - 1)}{n_l^2},$$

kde d je průměr cívký, d_w je průměr vinutého drátu, t je tloušťka vinutí, ρ je rezistivita vinutého drátu, w je celková šířka vinutí, \bar{d} je průměrný průměr cívký, ε_l a ε_w jsou permitivity izolantu vinutí mezi jednotlivými vrstvami vinutí a izolantu vinutého drátu, t_l a t_w jsou tloušťky izolantu mezi jednotlivými vrstvami vinutí a izolantu drátu a n je počet závitů. Takové cívký se hojně využívají pro měření frekvencí v řádech 10^2 - 10^6 Hz. Ačkoliv pro dosažení dobré citlivosti při nižších frekvencích je třeba tyto cívký konstruovat poměrně velké.

2.6.2 Nevýhody cívek

Již ze vztahů (17) je patrné, že bude-li magnetické pole stacionární, tedy derivace magnetického indukčního toku Φ bude rovna 0, nebudeme schopni detekovat žádné výstupní napětí U_i . Navíc v případě, že cívka nedetekuje žádné změny magnetického toku, stále je přítomný v jisté míře i šum. Protože je signál integrován, tento šum způsobí, že měřené magnetické pole bude driftovat k nesprávné hodnotě. Novodobé tokamaky jako ITER nebo DEMO jsou, respektive budou konstruovány tak, aby plazmatické výboje v nich trvaly v řádu minut nebo i kontinuálně (konkrétně asi 3000 sekund u tokamaku ITER [9] a přibližně 2 hodiny u tokamaku DEMO [9]). V takovém případě je stacionárnost, případně pomalá proměnlivost, zaručená a požadovaná. Proto nejsou cívký dostatečně dobrou metodou magnetické diagnostiky pro účely tokamaků.

2.6.3 Hallovy senzory

Jako doplnění cívek se zkoumají Hallovy senzory. Hallův senzor je v principu velice jednoduché zařízení využívající Hallův jev. V přiblížení se jedná o polovodičový nebo kovový tenký plátek sloužící jako citlivá vrstva, k níž jsou přivedeny čtyři vodiče. Dva z nich fungují jako napájení a zbylé dva slouží ke snímání Hallova napětí. Toto napětí lze přibližně odvodit následujícím způsobem:

- Představme si částici s nábojem q o rychlosti \vec{v} , na kterou působí magnetická složka Lorentzovy síly

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (23)$$

- Rychlost lze vyjádřit pomocí mobility μ dané částice a elektrického pole \vec{E} na částici působícího jako

$$\vec{v} = \mu \vec{E}. \quad (24)$$

- Složením těchto vzorců dostaneme vztah pro sílu \vec{F}_B ve tvaru

$$\vec{F}_B = q\mu(\vec{E} \times \vec{B}). \quad (25)$$

Taková síla zakříví trajektorii dané částice.

- Budeme-li uvažovat vzorek jako Obr. 5, s hustotou námi diskutovaných částic n , elektrickým polem \vec{E} ve směru osy x a magnetickým polem \vec{B} ve směru osy z bude tato síla působit ve směru y . Tím se uvažované částice stejného znaménka náboje začnou „hromadit“ na okraji vzorku a oproti protilehlému okraji vznikne rozdíl potenciálů, tedy elektrické pole \vec{E}_H . Jakmile nastane dynamická rovnováha, budou se magnetická složka Lorentzovy síly \vec{F}_B a nově vzniklá elektrostatická síla $\vec{F}_H = q\vec{E}_H$ kompenzovat. Dojdeme tedy do stavu, kdy

$$-\mu(\vec{E} \times \vec{B}) = \vec{E}_H. \quad (26)$$

Elektrickému poli \vec{E}_H se říká Hallovo elektrické pole.

- Pro získání Hallova napětí U_H musíme Hallovo elektrické pole integrovat. Tedy

$$U_H = \int_{y_{min}}^{y_{max}} \mu E_x B_z dy = \mu E_x B_y w, \quad (27)$$

kde w je šířka vzorku ve směru y .

- Vyjádříme-li si nyní proudovou hustotu \vec{j} indukovanou elektrickým polem \vec{E} jako

$$\vec{j} = qn\mu\vec{E}, \quad (28)$$

můžeme už pak po snadných úpravách dojít k vyjádření Hallova napětí ve tvaru

$$U_H = \frac{1}{qnt} IB = \frac{R_H}{t} IB. \quad (29)$$

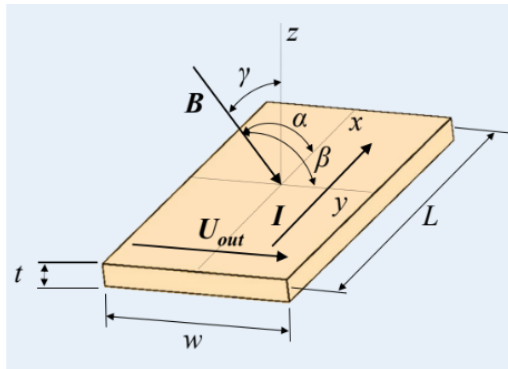
Vztah (29) je vyjádřením Hallova napětí v ideálním případě, kdy jsou na sebe elektrické a magnetické pole dokonale kolmá. Při reálném měření se však projevují různé parazitní jevy, které vztah pro napětí měřené Hallovy senzorem modifikují do podoby

$$\vec{E} = \rho\vec{j} + R_H(\vec{j} \times \vec{B}) + P_H(\vec{j} \cdot \vec{B})\vec{B}. \quad (30)$$

Koeficient ρ můžeme chápat jako offsetovou rezistivitu senzoru, R_H budeme nazývat normálový Hallův koeficient a P_H je planární Hallův koeficient. Geometrickou interpretací rovnice (30) pomocí obrázku (Obr. 5) lze pro měřené napětí U_{out} získat vztah

$$U_{out} = R_{off}I + \frac{R_H}{t} IB \cos(\gamma) + \frac{P_H}{t} IB^2 \cos(\alpha) \cos(\beta), \quad (31)$$

kde R_{off} je offsetový odpor senzoru, a I je napájecí proud a t je tloušťka citlivé vrstvy senzoru.



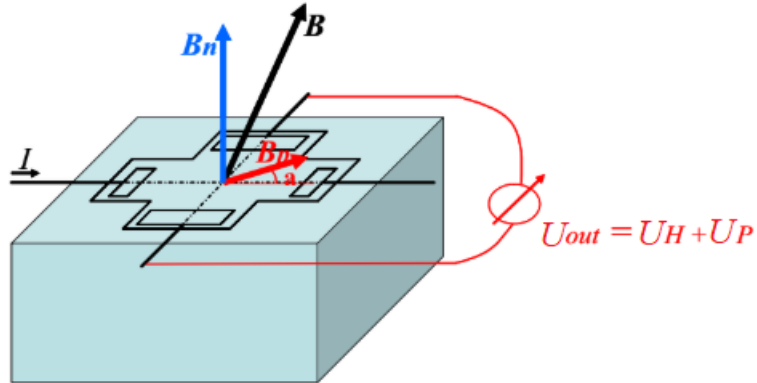
Obr. 5: Schématický náčrt Hallova senzoru. Dostupné z [10].

Chceme-li měřit pouze normálové Hallovo napětí, zajímá nás pouze druhý člen rovnice (31), tedy

$$U_H = \frac{R_H}{t} IB \cos(\gamma), \quad (32)$$

jež je přímo úměrný zkoumanému magnetickému poli B . Tato lineární závislost je hlavní výhodou oproti používání cívek. Zde dostáváme informaci přímo o magnetickém poli a signál tedy není třeba integrovat.

Sčítanec s koeficientem P_H se označuje jako planární Hallův jev. Ten nastává v situaci, kdy je planární složka magnetického pole \vec{B} nenulová (Obr. 6):



Obr. 6: Vyobrazení původu planárního Hallova jevu. Dostupné z [11], upraveno.

Průmět magnetického pole \vec{B} do roviny Hallova senzoru způsobí vznik planárního Hallova napětí o velikosti

$$U_{pl} = \frac{P_H}{t} I B^2 \cos(\alpha) \cos(\beta). \quad (33)$$

V případě měření normálového Hallova napětí považujeme toto napětí za parazitní a snažíme se jej odstranit stejně jako offsetové napětí s koeficientem R_{off} . Offsetové napětí či termální závislost senzoru je eliminováno kompenzačními obvody nebo odpovídající kalibrací.

2.7 Polovodičové Hallovy senzory

Standardně se pro konstrukci Hallových senzorů používají polovodiče, zejména InSb, InAs nebo GaAs, primárně z důvodu jejich vysoké citlivosti na magnetické pole. Navíc jsou běžně Hallovy senzory používány při provozních podmínkách (zejména teplotách), při kterých mají polovodiče vlastnosti optimální pro daný účel. Zde se pohybujeme v rozmezí teplot okolo 85°C - 150°C [10]. Pokud je však překročena jistá kritická teplota (vizte Tab. 5), polovodič se zničí. Podobné problémy s sebou přináší také ionizující záření. Ionizace způsobí v polovodiči změnu hustoty nosičů náboje, čímž dojde ke změně citlivosti senzoru. Navíc, podobně jako u teploty, může dojít při vystavení příliš vysoké intenzitě záření ke zničení polovodiče. V následujících tabulkách (Tab. 5 a 6) jsou uvedeny technické parametry různých typů polovodičových Hallových senzorů a výsledky experimentu zkoumajícího jejich citlivost po ozáření.

Typ	Výrobce	Materiál	Citlivost [mV/mT]	Max. provozní teplota [C°]
MSL-1	MSL, Lvov, Ukrajina	InSb	15	100
MSL-2	MSL, Lvov, Ukrajina	InSb	6	100
MSL-3	MSL, Lvov, Ukrajina	InSb	10	100
MSL-4	MSL, Lvov, Ukrajina	InSb	10	100
HGT-3010	Lakeshore, USA	InAs vysoce dopované	10	100
HGT-3030	Lakeshore, USA	InAs slabě dopované	100	100
HS-100	L. W. Bell, USA	InAs	240	185
GH-800	L. W. Bell USA	GaAs	1000	175

Tab. 5: Tabulka parametrů polovodičových Hallových senzorů od různých výrobců. Dostupné z [12].

Typ	Φ_{nT} [n/cm ²]	Zbytková citlivost [%]
MSL-1	$2,5 \cdot 10^{17}$	77
MSL-2	$3,0 \cdot 10^{17}$	94
MSL-3	$1,1 \cdot 10^{18}$	82
MSL-4	$1,3 \cdot 10^{18}$	85
HGT-3010	$4,8 \cdot 10^{17}$	58
HGT-3030	$8,4 \cdot 10^{17}$	13,8
HS-100	$3,6 \cdot 10^{17}$	30,2
GH-800	$9,8 \cdot 10^{17}$	zničen

Tab. 6: Tabulka výsledků experimentu zkoumajícího vliv neutronového záření na citlivost polovodičových senzorů. Φ_{nT} je celkový tok neutronů o energii > 1 MeV [neutron/cm²]. Dostupné z [12].

Vysoká stabilita senzorů ze Lvovské národní polytechnické univerzity (MSL 1-4) vůči neutronovému záření, jak je patrné z tabulky (Tab. 6), je zajištěna tím, že reakce jednotlivých prvků v materiálu na neutronové záření se navzájem kompenzují. Tento přístup má zásadní nevýhodu v tom, že směs jednotlivých polovodičů odpovídá velmi konkrétnímu spektru záření, tudíž musí být senzory konstruovány přímo pro specifická zařízení. Jakmile jsou však vystaveny kolísavému energetickému spektru, dojde k narušení mezi složkami a tedy k degradaci polovodiče a ztráty citlivosti. Navíc kritické teploty těchto senzorů dosahují podle tabulky (Tab. 5) maximálně 100 °C.

Dobré výsledky v oblasti radiační odolnosti InSb senzorů vedly ke zdokonalování jejich designu. Na Poznaňské technologické univerzitě byly připraveny Hallovy senzory schopné operovat v teplotách až okolo 350 °C. Tyto senzory byly konstruovány jako 0,9 μ m tlustá vrstva InSb dopovaná cínem a nanesená na krystal korundu (Al₂O₃) a nitridu hlinitého (AlN). Polovina vzorků byla opatřena 1 mm tlustou vrstvou směsice CdTe/InSb, jež sloužila jako radiační štít. V roce 2008 byly tyto vzorky testovány v Ústavu jaderného výzkumu v Řeži, kde byly vystaveny celkovému toku neutronů o velikosti $\Phi=1,2 \times 10^{17}$ neutronů/cm². Energetické spektrum neutronů bylo srovnatelné s předpokládaným spektrem u tokamaku ITER. [13]. Navzdory dosažení vysoké kritické teploty u těchto senzorů se jako největší omezení ukázal právě princip získávání vysoké radiační odolnosti, jež byla dosažena výměnou za přesně definované energetické spektrum dopadajících neutronů. Kolísání energetických hladin neutronů při reálném použití by

vedlo ke ztrátě citlivosti a tedy degradaci senzoru.

2.8 Kovové Hallovy senzory

Jako alternativa byly zvoleny kovové Hallovy senzory, protože kovy, ač disponují o několik řádů nižší citlivostí, jsou schopny fungovat v mnohem náročnějších podmínkách. Od kovových Hallovyh sensorů určených pro projekt ITER se očekávalo, že budou schopny pracovat nejen při běžných podmínkách výboje, kdy budou vystaveny teplotě okolo 100°C , ale i po dlouhodobém vystavení teplotám okolo 220°C při vypékání vakuové komory a po působení neutronového záření o celkové intenzitě $1,3 \times 10^{18}$ neutronů/ cm^2 . Navíc by jejich radiační odolnost neměla degradovat s kolísáním energetického spektra. Svě vlastnosti by si měly senzory zachovat po dobu až 20 let (což je například předpokládaná doba fungování projektu ITER [14]), neboť v průběhu provozu nebude možné senzory měnit, ani na nich provádět údržbu.

2.8.1 Bismut

První kovové Hallovy senzory používaly měděnou detekční vrstvu. Bylo tak učiněno z důvodu dobré dostupnosti a nízké ceny. Detekční vrstva byla asi $1\ \mu\text{m}$ tlustá, chemicky napařená. Dále pak bylo testováno zakrývání detekční vrstvy křemičitými a hlinitými keramikami jako prevence proti korozi při vysokých teplotách. Vykazovaly silnou radiační odolnost, avšak disponovaly příliš nízkou citlivostí na magnetické pole. Výstupní signál v řádu μV a vysoký napájecí proud byly zdrojem silného šumu [10]. V následující tabulce (Tab. 7) jsou uvedeny výsledky experimentu, jež měl za úkol zjistit citlivost měděných Hallovyh sensorů. Testovány byly 2 typy sensorů, jeden s detekční vrstvou o tloušťce $1\ \mu\text{m}$ a druhý s detekční vrstvou o tloušťce $300\ \text{nm}$.

Tloušťka detekční vrstvy [μm]	Citlivost [$\mu\text{V}/(\text{AT})$]
1	10
0,3	110

Tab. 7: Tabulka citlivostí měděných Hallovyh sensorů pro 2 různé tloušťky detekční vrstvy. Dostupné z [15].

Jako vhodný kandidát pro výrobu kovových Hallovyh sensorů byl tedy vybrán bismut, jelikož poskytuje relativně vysoké hodnoty citlivosti na magnetické pole oproti ostatním kovům (konkrétně až $0.5\ \text{V}/(\text{AT})$ [16]). Tento fakt je zdůvodněn tím, že valenční a vodivostní pás bismutu se navzájem překrývají méně než u jiných kovů, což vede k nízké hustotě volných nosičů náboje.

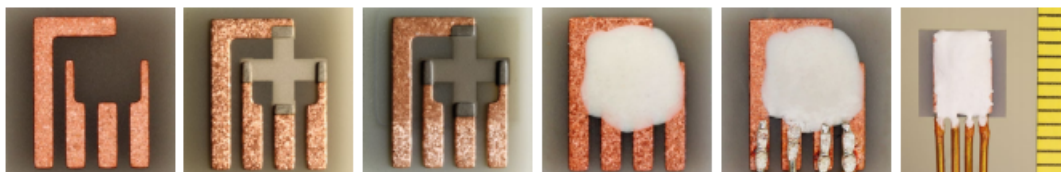
2.8.2 Design

Jak již bylo naznačeno výše, Hallův senzor je zařízení v principu jednoduché. Jedná se o detekční vrstvu, z níž jsou vyvedeny 4 kontakty. Jeden pár protilehlých kontaktů slouží jako napájení, druhý pár poté slouží k detekci Hallova napětí. Konkrétně pro projekt ITER bylo testováno 14 sérií sensorů s různými podkladovými substráty, různou tloušťkou detekční vrstvy a různými technologickými postupy. Nakonec byl zvolen následující design [10]:

- AlN jako podkladový substrát o tloušťce $0,63\ \text{mm}$ (díky vysoké tepelné vodivosti $170\ \text{W}/\text{mK}$ při 20°C)
- oboustranné krytí podkladového substrátu měděnou vrstvou o tloušťce $127\ \mu\text{m}$

- na vrchní straně vyleptány plošné kontakty senzoru
- bismutová vrstva o tloušťce $\sim 1 \mu\text{m}$ deponovaná magnetronovým naprašováním při teplotě $200 \text{ }^\circ\text{C}$
- pasivace bismutové detekční vrstvy zirkoniovou keramickou pastou nebo vrstvou SiO_2
- bondování kontaktů
- nanesení ochranné keramické vrstvy

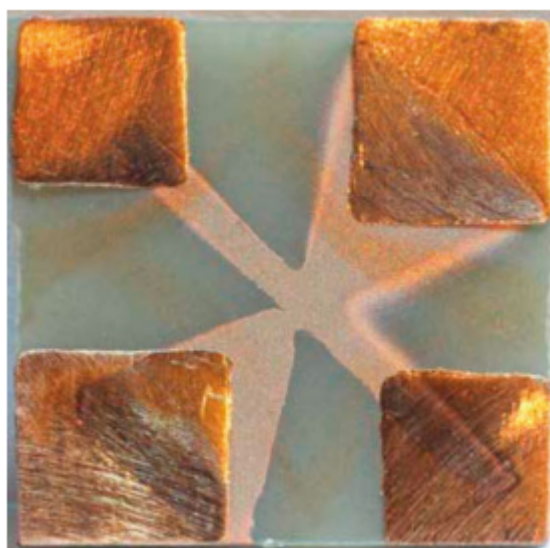
V následujícím obrázku (Obr. 7) je vyobrazen výše zmíněný postup.



Obr. 7: Postup výroby Hallova senzoru ve finální podobě pro projekt ITER. Dostupné z [10].

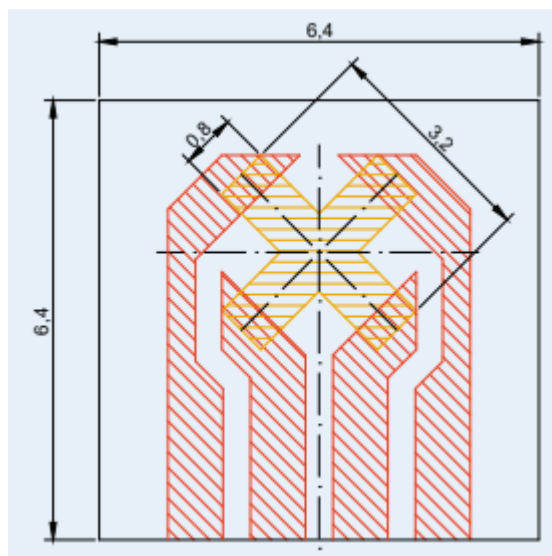
2.8.3 Geometrie

Ukázalo se, že na možnost zpracování výstupního signálu z Hallova senzoru má velký vliv jeho geometrie. Původně bylo zamýšleno uspořádání asymetrického písmene "X" (Obr. 8).



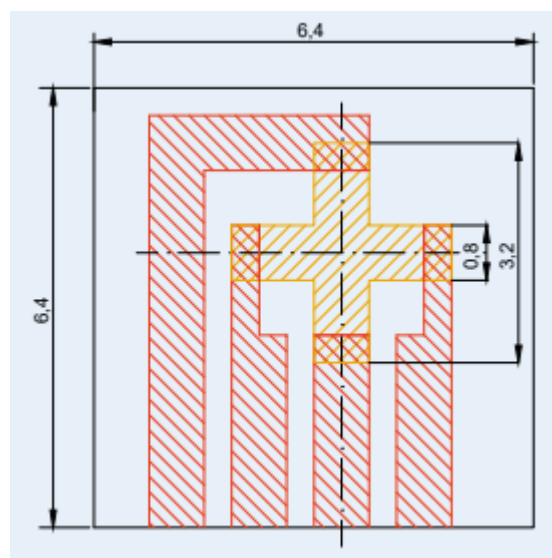
Obr. 8: Původní návrh geometrie Hallova senzoru. Na obrázku vzorek s měděnou detekční vrstvou. Dostupné z [10].

Později se přešlo k uspořádání symetrického písmene "X" (Obr. 9).



Obr. 9: Zdokonalený návrh geometrie Hallova senzoru. Dostupné z [10].

Z teorie Hallových senzorů však bylo odvozeno, že orientace detekčního kříže ve směru 45° od os senzoru by v případě umístění senzoru podél siločar toroidálního magnetického pole ITER indukovala nejvyšší planární Hallovo napětí (vizte v sekci 3). Tento parazitní jev byl odstraněn rotací detekčního kříže do orientace rovnoběžné s osami senzoru (Obr. 10).

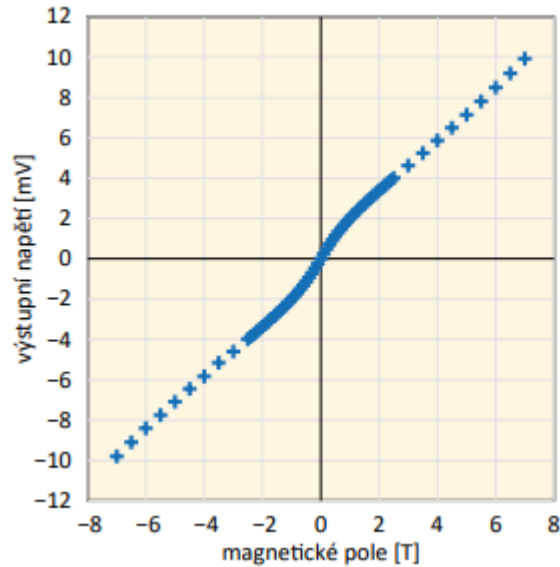


Obr. 10: Finální design geometrie Hallova senzoru. Dostupné z [10].

Velký vliv na design senzoru mají také rozměry prostředí, ve kterém se bude nacházet. Tepelný štít, konkrétně okolo vakuové komory fúzní elektrárny ITER, limituje rozměr sensorové jednotky na přibližně 1 cm [14].

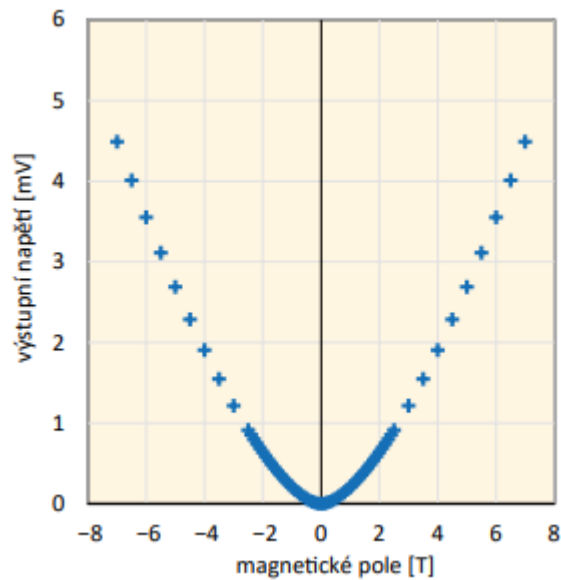
2.8.4 Vlastnosti

Vlastnosti ve slabém magnetickém poli takto vyrobených Hallovyých senzorů byly testovány v laboratoři Hallovyých senzorů Ústavu fyziky plazmatu AV ČR v Praze a v silném magnetickém poli v supravodivém magnetu firmy Scientific Magnetics v Abingdonu. Na následujícím grafu (Obr. 11) je zobrazena závislost výstupního Hallova napětí na vnějším magnetickém poli.



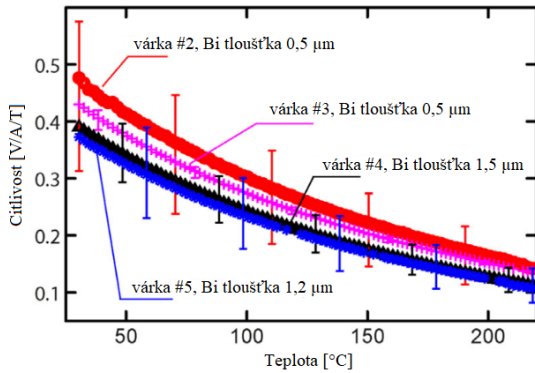
Obr. 11: Graf závislosti Hallova napětí na magnetickém poli při normálovém Hallově jevu. Dostupné z [10].

Je patrné, že v intervalu $\sim 0-1$ T závislost není lineární. Jestliže bude magnetické pole působit v rovině senzoru pod úhlem 45° ke směru napájecího proudu, budeme pozorovat planární Hallův jev, jehož závislost (Obr. 12) na magnetickém poli je parabolická.

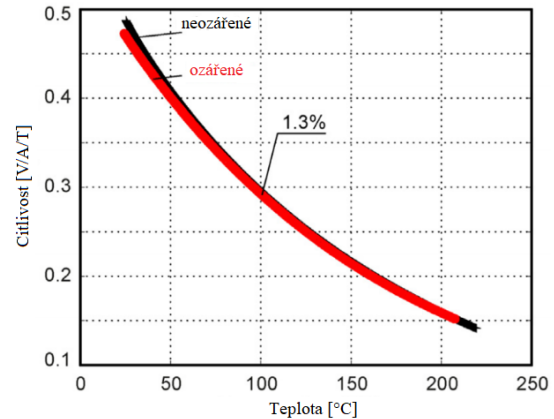


Obr. 12: Graf závislosti Hallova napětí na magnetickém poli při planárním Hallově jevu. Dostupné z [10].

Na Ústavu fyziky plazmatu AV ČR v Praze byly dále testovány tepelná a ve spolupráci s Ústavem jaderného výzkumu v Řeži také radiační odolnost bismutových Hallovyých senzorů. Teplotní odolnost byla zkoumána do přibližně 250 °C a radiační odolnost do intenzity $2,5 \times 10^{18}$ neutronů/cm², což jsou extrémální hodnoty očekávané při provozu projektu ITER. Výsledky jsou na následujících dvou grafech (Obr. 13 a 14).



Obr. 13: Graf závislosti citlivosti Hallovyých senzorů o tloušťkách bismutové detekční vrstvy 0,5 μm, 0,8 μm a 1,2 μm na teplotě. Dostupné z [16], upraveno.

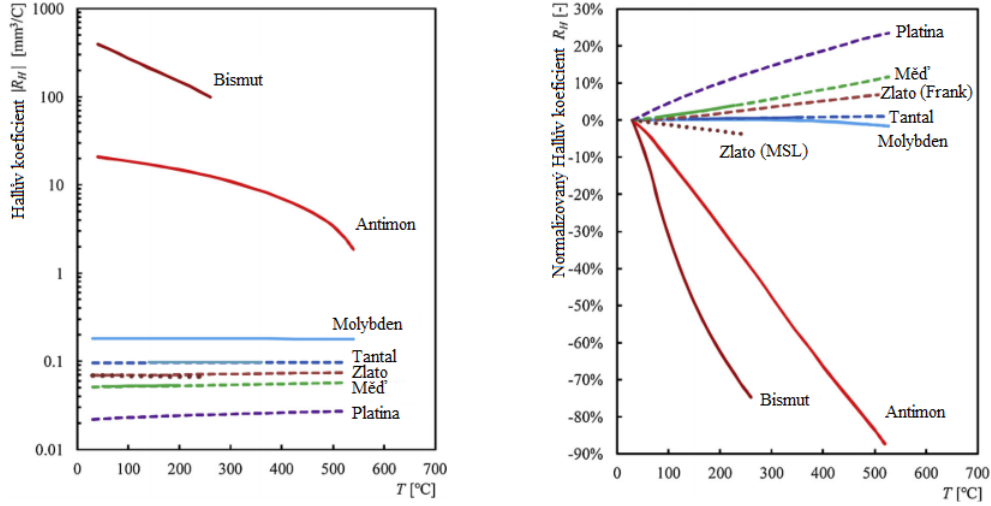


Obr. 14: Závislost citlivosti Hallova senzoru před a po ozáření neutronovým zářením $2,5 \times 10^{18}$ neutronů/cm². Dostupné z [16], upraveno.

Jak je z grafů (Obr. 13 a 14) patrné, zůstávají citlivosti bismutových Hallovyých senzorů před i po ozáření ve stejném řádu. Navíc, oproti polovodičům, není citlivost narušená kolísavým energetickým spektrem neutronů, jimiž jsou vzorky ozářeny. Bismutové Hallovy senzory jsou tedy vhodnými senzory pro magnetickou diagnostiku projektu ITER.

2.8.5 Výzkum pro projekt DEMO

Ačkoliv byly bismutové Hallovy senzory dostačující pro projekt ITER z hlediska teplotní odolnosti, při projektu DEMO se předpokládají provozní teploty okolo 520 °C, což je až o 300 °C víc než právě v případě ITERu a přibližně o 250 °C víc než je teplota tání bismutu. Vystala tedy potřeba hledat jiný, vhodnější materiál. Experiment, který měl za cíl takový materiál najít, proběhl na Ústavu fyziky plazmatu Akademie věd České republiky. Testovány byly senzory s designem určeným pro ITER (vizte 2.8.2 a 2.8.3). Testovány byly tyto materiály: bismut, antimon, zlato, měď, molybden, tantal a platina [17]. Výsledky experimentů jsou na následujících grafech.



Obr. 15: Vlevo graf závislosti Hallova koeficientu R_H na provozní teplotě pro jednotlivé zkoumané prvky. Vpravo graf relativní změny Hallova koeficientu v závislosti na teplotě. Dostupné z [17], upraveno.

Jak je patrné, bismut v oblasti velikosti Hallova koeficientu dominuje, avšak pro projekt DEMO není vhodný kvůli své nízké teplotě tání. Antimon a molybden jsou z teplotního hlediska mnohem výhodnější, ale jejich citlivost je podstatně nižší než u bismutu. Použitelnost pro projekt DEMO je předmětem dalšího zkoumání.

3 Normálový a planární Hallův jev

Hallův jev patří do skupiny takzvaných galvanomagnetických jevů. Název napovídá, že tyto jevy popisují pohyb volných nosičů náboje vlivem působení magnetického pole. Při odvozování vzorců pro Hallův koeficient bylo z velké části vycházeno z knihy [18].

3.1 Pohybová rovnice

Představme si polovodičový vzorek, v němž jsou podle jisté funkce distribuovány elektrony. Na tento vzorek budeme působit vnějším elektrickým a magnetickým polem. Bude-li vzorek v termodynamické rovnováze, bude distribuční funkce F záviset pouze na energii elektronů ve vzorku, tedy $F = F(E)$. Avšak je-li vzorek, jako v našem případě, vnořen do vnějšího elektromagnetického pole, bude pro distribuční funkcí F platit $F = F(\vec{k}, \vec{r}, E)$. Pokusíme se tedy najít takovou funkci $F = F(\vec{k}, \vec{r}, E)$, která by rozložení elektronů ve vzorku v nerovnovážném stavu popisovala.

Vybereme si jistý element objemu vzorku ΔV_r definovaný vektorem $\vec{r} + \Delta \vec{r}$ a v něm jistou subpopulaci elektronů s vlnovými vektory v rozmezí $\vec{k} + \Delta \vec{k}$. Takto bychom mohli zavést element objemu \vec{k} -prostoru ΔV_k . Nyní se budeme dívat na částicovou hustotu elektronů v objemu ΔV_r s vlnovými vektory v rozmezí $\vec{k} + \Delta \vec{k}$. Tuto hustotu označíme n_{kr} a platí pro ni vztah

$$n_{kr} = g_k F(\vec{k}, \vec{r}, E), \quad (34)$$

kde g_k [18] je hustota povolených stavů v \vec{k} -prostoru na jednotku krystalového objemu a platí, že

$$g_k = \frac{2}{(2\pi)^3}. \quad (35)$$

Vzorec (35) lze odvodit následujícím způsobem:

- Budeme uvažovat element \vec{k} -prostoru ve tvaru

$$(\Delta k)^3 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^3, \quad (36)$$

kde \vec{k} je vlnový vektor a λ je vlnová délka elektronů ve vzorku.

- Počet energetických stavů v jednotce objemu λ^3 vyjádříme jako

$$N_s = \frac{2}{\lambda^3}, \quad (37)$$

kde číslo 2 v čitateli označuje 2 spiny elektronu.

- Poté už jen definujeme g_k jako

$$g_k = \frac{N_s}{(\Delta k)^3} = \frac{2}{(2\pi)^3}. \quad (38)$$

Zkoumejme nyní, jak se tato koncentrace n_{kr} mění s časem. To lze vyjádřit vztahem

$$\frac{dn_{kr}}{dt} = g_k \frac{\partial F}{\partial t}. \quad (39)$$

Časová změna koncentrace může mít několik forem:

1. Generací a rekombinací nosičů náboje. Tuto skutečnost budeme zanedbávat, čímž se počet elektronů a počet obsazených stavů v \vec{k} -prostoru zachová.
2. Transportem vektorů s daným vlnovým vektorem \vec{k} mezi objemovým elementem ΔV_r a jeho okolím.
3. Změnou vlnového vektoru \vec{k} elektronů v elementu objemu ΔV_r . Tuto formu lze reprezentovat jako transport elektronů v \vec{k} -prostoru mezi elementem objemu ΔV_k a jeho okolím.

Body 2 a 3 lze ekvivalentně zapsat jako proudové hustoty v příslušných prostorech a sice

$$\vec{j}_r = n_{kr} \vec{v} \quad \vec{j}_k = n_{kr} \vec{k}. \quad (40)$$

Vektor \vec{k} lze z kvantové mechaniky vyjádřit jako

$$\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar} = \frac{\vec{F}_t}{\hbar}, \quad (41)$$

kde \vec{P} je hybnost elektronu, \vec{F}_t je celková síla působící na elektron a \hbar redukovaná Planckova konstanta. Jestliže nyní na koncentraci elektronů n_{kr} (34) aplikujeme rovnici kontinuity, dostaneme vztah

$$\frac{dn_{kr}}{dt} = -\nabla_r \vec{j}_r - \nabla_k \vec{j}_k, \quad (42)$$

kde ∇_r a ∇_k jsou operátory gradientu v \vec{r} -prostoru, respektive \vec{k} -prostoru. Dosadíme-li nyní (34) a (40) do (42), dostaneme výraz

$$\frac{dn_{kr}}{dt} = g_k \left(-\nabla_r F \cdot \vec{v} - \nabla_k F \cdot \frac{\vec{F}_t}{\hbar} \right), \quad (43)$$

kde symbolem \vec{v} rozumíme \vec{v} . Po dosazení vztahu (39) do (43) dostaneme rovnici

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\nabla_r F \cdot \vec{v} - \nabla_k F \cdot \frac{\vec{F}_t}{\hbar}. \quad (44)$$

Celková síla F_t působící na elektron sestává ze 2 hlavních komponent. Externí síly \vec{F} a interní síly \vec{F}_c , jež je důsledkem srážek a rozptylu částic při pohybu ve vzorku. Funguje tedy jako tření. Celkovou sílu \vec{F}_t lze tedy psát ve tvaru

$$\vec{F}_t = \vec{F} + \vec{F}_c. \quad (45)$$

Dosadíme nyní (45) do (44) a dostaneme

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\nabla_r F \cdot \vec{v} - \nabla_k F \cdot \frac{\vec{F}}{\hbar} - \nabla_k F \cdot \frac{\vec{F}_c}{\hbar}. \quad (46)$$

Rovnice (46) se nazývá *Boltzmannova kinetická rovnice* a popisuje, jakými způsoby se může měnit rozložení elektronů.

1. Redistribucí elektronů ve vzorku ($\sim \nabla_r F$).
2. Akcí vnějšího pole $\left(\sim \nabla_k F \cdot \frac{\vec{F}}{\hbar} \right)$.
3. Akcí vnitřních sil v průběhu srážek $\left(\sim \nabla_k F \cdot \frac{\vec{F}_c}{\hbar} \right)$.

Na základě této úvahy lze Boltzmannovu kinetickou rovnici (46) psát ve tvaru

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \left(\frac{\partial F}{\partial t} \right)_d + \left(\frac{\partial F}{\partial t} \right)_{f'} + \left(\frac{\partial F}{\partial t} \right)_c, \quad (47)$$

kde na pravé straně první člen s indexem d odpovídá redistribuci v důsledku difúze, člen s indexem f' změně distribuce v důsledku vnějších sil a člen s indexem c změně distribuce v důsledku působení vnitřních sil při srážkách. Jelikož difúze elektronů ve vzorku je zpravidla vyvolávána vnějším působením (například dodáním nosičů náboje nebo přiložením teplotního gradientu), můžeme jej zahrnout pod člen popisující vnější vlivy. Dostáváme pak Boltzmannovu kinetickou rovnici ve tvaru

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \left(\frac{\partial F}{\partial t} \right)_f + \left(\frac{\partial F}{\partial t} \right)_c, \quad (48)$$

kde člen s indexem f již zahrnuje člen s indexem d v rovnici (47).

3.2 Průměrná volná doba letu

Aby bylo možné rovnici (46) řešit, budeme muset přistoupit na jisté aproximace. Kolizní člen této rovnice brání přímému řešení, neboť nelze přesně určit průběhy srážek všech elektronů. Z tohoto důvodu definujeme veličinu střední volná doba letu τ . Vyjadřuje dobu mezi srážkami částice z mřížkou, kterou prolétá.

Pravděpodobnost, že volná doba letu shluku částic v energetickém rozmezí $(E, E + \Delta E)$ spadá do intervalu $(t, t + \Delta t)$ je popsána rozdělovací funkcí doby letu t tak, že

$$w(t) = \frac{e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau}, \quad (49)$$

kde τ je právě střední volná doba letu. Tato veličina závisí na energii uvažovaných částic a na teplotě mřížky, skrze kterou se šíří. Tyto závislosti se liší v závislosti na druhu rozptylů, jimiž jsou částice při pohybu mřížkou ovlivňovány.

Vzhledem k tomu, že například elektronový plyn může mít mnoho složek charakterizovaných různými energiemi, definujeme na základě střední volné doby letu τ jako energiemi vážený průměr zavést průměrnou volnou dobu letu $\langle \tau \rangle$. Obecný vzorec pro tuto veličinu má tvar [18]

$$\langle \tau \rangle = \tau_0 (kT)^p \frac{\Gamma(\frac{5}{2} + p)}{\Gamma(\frac{5}{2})}, \quad (50)$$

kde $\Gamma(x)$ je gama funkce, k je Boltzmannova konstanta, T je teplota mřížky, τ_0 je koeficient závislý na hmotnosti částic a p je parametr popisující typ rozptylu ovlivňující částice průchozí mřížkou. Veličinu $\langle \tau \rangle$ lze také označit jako relaxační čas s následujícím fyzikálním významem:

- Představme si vzorek pevné látky, ve kterém jsou volné nosiče náboje rozložené podle distribuční funkce $F(\vec{k})$.
- Pokud vystavíme vzorek vnějším silovým polím takovým, že je ovlivněna distribuční funkce $F(\vec{k})$ volných nosičů náboje, nebude tento systém v rovnováze.
- Když poté v jistém čase přestaneme vnějšími poli působit, začne se systém vracet do rovnovážného stavu $F_0(\vec{k})$.
- Jelikož přestaneme působit vnějším polem, vymizí polní člen v rovnici (48) a z celého problému zůstane pouze kolizní člen

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \left(\frac{\partial F}{\partial t} \right)_c. \quad (51)$$

- Když uvážíme, že míra navracení se do rovnováhy je úměrná velikosti výchylky z rovnováhy, můžeme předpokládat, že

$$\frac{\partial F}{\partial t} = - \frac{F(\vec{k}, t) - F_0(\vec{k})}{\tau(\vec{k})} \quad (52)$$

- Veličinu $\tau(\vec{k})$ můžeme do jisté míry ztotožnit s průměrnou volnou dráhou letu $\langle \tau \rangle$. Souhrnně budeme tuto veličinu označovat jako relaxační čas.

3.3 Efektivní hmotnost

V následujícím odvození budeme používat pojem efektivní hmotnost elektronu. Proto si jej zde zavedeme. Pojem efektivní hmotnosti m^* vychází z úvahy, že oproti klasické fyzice, kde pro energii platí

$$E = \frac{p^2}{2m}, \quad (53)$$

nemusí nutně platit ve fyzice kvantové. Závislost energie na hybnosti nemusí být pro nosiče náboje v krystalické mřížce parabolická. Proto se zavádí jistá forma aproximace v oblasti energetického minima vodivostního pásu. Ta vypadá následovně:

- Z kvantové fyziky víme, že

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}. \quad (54)$$

- Energii elektronu pak můžeme zapsat ve tvaru

$$E = E_p + \frac{\hbar^2 (\vec{k})^2}{2m}. \quad (55)$$

- Nyní budeme uvažovat, že elektron je těsně nad dolní hladinou vodivostního pásu, tedy jeho energii můžeme aproximovat jako

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k}_0) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 E}{\partial k_i^2} (k_i - k_{0i})^2, \quad (56)$$

kde komponenty k_i popisují polohu elektronu v \vec{k} -prostoru a komponenty k_{0i} polohu extrému energie (v našem případě se jedná o minimální energii v pásu vodivosti). Porovnáním kinetických členů (55) a (56) dostáváme rovnost

$$\frac{1}{m_i^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(\vec{k})}{\partial k_i^2} \Big|_{k_{0i}}. \quad (57)$$

Efektivní hmotnost m^* je tedy obecně energeticky závislá veličina.

3.4 Distribuční funkce pro ustálený stav

Za ustálený stav budeme považovat vzorek vystavený pomalu se měnícímu elektromagnetickému poli. Pojmeme pomalu se měnící rozumíme frekvence $f \approx 10^{12}$ Hz, neboť relaxační čas se pohybuje v řádech $\tau \approx 10^{-13}$ s [18]. Pro zjednodušení situace budeme uvažovat následující 3 předpoklady:

1. Vnější elektromagnetické pole je slabé.
2. Na vzorek nepůsobí žádné další vnější vlivy.
3. Efektivní hmotnost elektronů m^* je skalární veličina.

V ustáleném stavu se levá strana Boltzmannovy kinetické rovnice (46) rovná 0, tedy dostáváme rovnost

$$\left(\frac{\partial F}{\partial t} \right)_f = - \left(\frac{\partial F}{\partial t} \right)_c. \quad (58)$$

Dosadíme-li do rovnosti (58) na levou stranu externí silový člen z (46), přičemž v důsledku ustáleného stavu je difuzní člen roven 0 a na straně pravé aproximujeme časovou derivaci pomocí relaxačního času letu τ , dostáváme výraz

$$\frac{F}{\hbar} \cdot \nabla_k F(\vec{k}) = - \frac{F(\vec{k}) - F_0(\vec{k})}{\tau(\vec{k})}. \quad (59)$$

Abychom mohli rovnici (59) řešit, zavedeme další aproximaci a sice aproximaci malé výchylky distribuční funkce. Budeme předpokládat, že

$$F(\vec{k}) = F_0(\vec{k}) + F_1(\vec{k}), \quad (60)$$

kde $F(\vec{k})$ je distribuční funkce, $F_0(\vec{k})$ je hodnota distribuční funkce v rovnovážném stavu a $F_1(\vec{k})$ je malá výchylka z této rovnováhy. Slovní spojení *malá výchylka* znamená, že budemepředpokládat, že $F_1(\vec{k}) \ll F_0(\vec{k})$. Nyní dosadíme (60) do (59) a dostaneme

$$F_1(\vec{k}) = - \frac{\tau(\vec{k})}{\hbar} \vec{F} \cdot \nabla_k (F_0(\vec{k}) + F_1(\vec{k})). \quad (61)$$

Nyní aproximujeme F_1 tak, že budeme uvažovat $\nabla F_1(\vec{k}) \ll \nabla F_0(\vec{k})$. Potom z rovnice (61) dostaneme rovnici

$$F_1(\vec{k}) = - \frac{\tau(\vec{k})}{\hbar} \vec{F} \cdot \nabla_k F_0(\vec{k}), \quad (62)$$

kde člen $\nabla_k F_0(\vec{k})$

$$\nabla_k F_0(\vec{k}) = \frac{\partial F_0}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial \vec{k}} = \frac{\partial F_0}{\partial E} \hbar \vec{v}, \quad (63)$$

kde \vec{v} je rychlost vybrané skupiny elektronů. Dosadíme-li nyní do vztahu (62) gradient (63) a Lorentzovu sílu, získáme výsledek

$$F_1(\vec{k}) = -\frac{\partial F_0}{\partial t} \tau(\vec{k}) e \vec{E} \cdot \vec{v}. \quad (64)$$

Je dobré poznamenat, že naše distribuční funkce v prvním přiblížení nezávisí na magnetickém poli \vec{B} . To je zapříčiněno skutečností, že magnetický člen Lorentzovy síly ($\vec{v} \times \vec{B}$) je kolmý na vektor rychlosti \vec{v} . Obecně budeme hledat změnu distribuční funkce ve tvaru

$$F_1(\vec{k}) = -\frac{\partial F_0}{\partial E} \vec{X} \cdot \vec{v}, \quad (65)$$

kde vektor \vec{X} je námi neznámý vektor, o kterém však víme, že

$$\vec{X} \simeq \tau(\vec{k}) e \vec{E}, \quad (66)$$

neboť pro $\vec{B} \rightarrow 0$ se musíme dostat zpět ke vztahu (64). Za použití (64) a (66) jsme schopni spočítat gradient funkce $F_1(\vec{k})$ v \vec{k} -prostoru

$$\nabla_k F_1(\vec{k}) = -\frac{\partial F_0}{\partial E} \vec{X} \frac{\hbar}{m^*} + \vec{v} \frac{\partial}{\partial \vec{k}} \left(\frac{\partial F_0}{\partial E} \vec{X} \right). \quad (67)$$

Nyní dosadíme rovnosti (63), (65) a (67) do vztahu (61). Za sílu \vec{F} budeme považovat sílu Lorentzovu. Dostaneme vztah

$$-\frac{\partial F_0}{\partial E} \vec{X} \cdot \vec{v} = -\frac{\partial F_0}{\partial E} \tau e \vec{E} \cdot \vec{v} + \frac{\partial F_0}{\partial E} \frac{\tau e}{m^*} \vec{E} \cdot \vec{X} + \frac{\tau e}{\hbar} \vec{E} \cdot \vec{v} \frac{\partial}{\partial \vec{k}} \left(\frac{\partial F_0}{\partial E} \vec{X} \right) + \frac{\tau e}{m^*} \frac{\partial F_0}{\partial E} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{X}. \quad (68)$$

Při odvozování vzorce (68) jsme zanedbali členy s výrazem $(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{B}$, neboť ty jsou rovny 0. Jelikož jsme předpokládali slabé elektrické pole \vec{E} , můžeme zanedbat také druhý a třetí člen rovnosti (68), z čehož dostaneme

$$\vec{X} \simeq e\tau \vec{E} + \frac{\tau e}{m^*} (\vec{X} \times \vec{B}). \quad (69)$$

Řešením této vektorové rovnice [18] je poté vektor

$$\vec{X} = \frac{e\tau \vec{E} + \frac{e^2 \tau^2}{m^*} (\vec{E} \times \vec{B}) + \frac{e^3 \tau^3}{m^{*2}} \vec{B} \cdot (\vec{E} \cdot \vec{B})}{1 + \frac{e^2 \tau^2}{m^{*2}} B^2}. \quad (70)$$

Vektor (70) je poté požadovaný vektor ve výrazu (65) a vyjadřuje tedy danou korekci pro přítomnost magnetického pole \vec{B} .

3.5 Proudová hustota v látce za působení ustáleného elektromagnetického pole

Pomocí této korekce můžeme nyní spočítat proudovou hustotu v látce vystavené ustálenému elektrickému a magnetickému poli. Budeme vycházet ze vztahů (34) a (35). Dostaneme rovnost

$$n_k = \frac{2}{(2\pi)^3} F(\vec{k}). \quad (71)$$

Zde se zaměřujeme pouze na subpopulaci nosičů náboje v rozmezí $(\vec{k}; \vec{k} + \Delta \vec{k})$. Protože můžeme proudovou hustotu zapsat ve tvaru

$$\vec{j}_k = q \vec{v} n_k, \quad (72)$$

kde q je náboj, \vec{v} je rychlost nosiče náboje a n_k je hustota nosičů, kombinací vztahů (71) a (72) dostáváme výraz

$$d\vec{j}_k = e \vec{v} \frac{dV_k}{4\pi^3} F(\vec{k}). \quad (73)$$

Zde e je elementární náboj nosiče. Celá tato rovnost (73) vyjadřuje elementární hustotu proudu v objemu dV_k . Integrací přes objem V_k dostaneme celkovou hustotu proudu

$$\vec{j} = \frac{e}{4\pi^3} \int_{V_k} \vec{v} F(\vec{k}) dV_k. \quad (74)$$

Tento integrál lze pomocí (60) rozdělit na dva:

$$\vec{j} = \frac{e}{4\pi^3} \left(\int_{V_k} \vec{v} F_0(\vec{k}) dV_k + \int_{V_k} \vec{v} F_1(\vec{k}) dV_k \right). \quad (75)$$

První ze dvou integrálů je roven 0, neboť F_0 je funkce sudá a v_k funkce lichá, tedy se jedná o integraci liché funkce přes symetrický interval. Zůstává nám tedy pouze druhý integrál, jenž je možno pomocí (65) zapsat ve tvaru

$$\vec{j} = \frac{e}{4\pi^3} \int_{V_k} \vec{v} \left(-\frac{\partial F_0}{\partial E} \right) (\vec{X} \cdot \vec{v}) dV_k. \quad (76)$$

Dosadíme-li nyní do (76) vyjádření vektoru \vec{X} (70), získáme rovnost

$$\begin{aligned} \vec{j} &= e^2 \left(\int_{V_k} \frac{\vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{E}) \tau}{4\pi^3 (1 + \frac{e^2 \tau^2}{m^{*2}} B^2)} \left(-\frac{\partial F_0}{\partial E} \right) \right) dV_k + \\ &+ \frac{e^3}{m^*} \left(\int_{V_k} \frac{\vec{v} (\vec{v} \cdot (\vec{E} \times \vec{B})) \tau^2}{4\pi^3 (1 + \frac{e^2 \tau^2}{m^{*2}} B^2)} \left(-\frac{\partial F_0}{\partial E} \right) \right) dV_k + \\ &+ \frac{e^4}{m^{*2}} \left(\int_{V_k} \frac{\vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{B} (\vec{E} \cdot \vec{B})) \tau^3}{4\pi^3 (1 + \frac{e^2 \tau^2}{m^{*2}} B^2)} \left(-\frac{\partial F_0}{\partial E} \right) \right) dV_k. \end{aligned} \quad (77)$$

Všechny tyto integrály jsou ve tvaru

$$\vec{I}_s = \int_{V_k} \frac{\vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{V}_s) \tau^s}{4\pi^3 (1 + \frac{e^2 \tau^2}{m^{*2}} B^2)} \left(-\frac{\partial F_0}{\partial E} \right) dV_k, \quad (78)$$

kde $s \in \{1, 2, 3\}$ a platí označení

$$\vec{V}_1 = \vec{E}, \quad \vec{V}_2 = \vec{E} \times \vec{B}, \quad \vec{V}_3 = \vec{B} (\vec{E} \cdot \vec{B}). \quad (79)$$

Substitucí vztahu pro rychlost $\vec{v} = (\hbar \vec{k})/m^*$ do tvaru integrálu I_s (78) dostaneme kompaktní verzi

$$\vec{I}_s = \int_{V_k} \vec{k} (\vec{k} \cdot \vec{V}_s) f_s dV_k, \quad (80)$$

kde funkce f_s je označení pro výraz

$$f_s = f_s(\vec{k}) = \frac{\hbar^2}{m^{*2}} \frac{1}{4\pi^3} \frac{\tau^s(\vec{k})}{1 + \mu^2(\vec{k}) B^2} \left(-\frac{\partial F_0}{\partial E} \right), \quad (81)$$

v kterém veličinu $\mu(\vec{k})$ nazýváme pohyblivost nosičů náboje. Vhodnou substitucí dokážeme integrály typu (80) řešit. Konkrétně pokud budeme volit takové souřadnice, že vektor \vec{V}_s bude rovnoběžný s osou k_x báze \vec{k} -prostoru, dostaneme pro i -tou složku integrálu I_s ve tvaru

$$I_{si} = |V_s| \int_{V_k} k_x k_i f_s dV_k. \quad (82)$$

Přechodem do sférických souřadnic [18] lze pak najít řešení

$$\vec{I}_s = \left(\frac{4\pi}{3} \int_k k^4 f_s dk \right) \vec{V}_s. \quad (83)$$

Do vztahu (83) můžeme dosadit ze vztahů (56) a (57) za předpokladu skalární efektivní hmotnosti nosičů m^* člen

$$E(\vec{k}) = E_c + \frac{1}{2} \frac{(\hbar \vec{k})^2}{m^*}, \quad (84)$$

a převést jej tak do řeči energií. Ve vztahu (84) člen E_c představuje potenciální energii nosiče náboje ve vodivostním pásu jakožto volného elektronu. Následně tedy obyčejnou substitucí odvozenou ze vztahu (84)

$$k = \sqrt{\frac{2m^*(E - E_c)}{\hbar^2}}, \quad dk = \frac{\frac{m^*}{\hbar^2} dE}{\sqrt{\frac{2m^*(E - E_c)}{\hbar^2}}} = \frac{1}{k} \frac{m^*}{\hbar^2} dE \quad (85)$$

můžeme výraz (83) převést do tvaru

$$\vec{I}_s = \left(\frac{4\pi}{3} \frac{m^*}{\hbar^2} \int_{E_c}^{E_{top}} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} (E - E_c) \right)^{\frac{3}{2}} f_s dE \right) \vec{V}_s. \quad (86)$$

Integrace se provádí přes celé energetické spektrum vodivostního pásu. V integrálu lze najít vyjádření hustoty stavů v \vec{k} -prostoru na dně vodivostního pásu $g_c(E)$ [18], jež má pro nosiče náboje se skalární efektivní hmotností m^* tvar

$$g_c(E) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2 \hbar^3} (m^*)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E - E_c}. \quad (87)$$

Nyní dosazením (81) a (87) do (86) dostaneme vyjádření

$$\vec{I}_s = \left(\frac{2}{3m^*} \int_0^{E_{top}} \frac{E \tau^s(E)}{(1 + \mu^2(E) B^2)} g_c(E) \left(-\frac{\partial F_0}{\partial E} \right) dE \right) \vec{V}_s. \quad (88)$$

Zde jsme zvolili potenciální energii na dně vodivostního pásu $E_c=0$. Číslo v integrálu (88) před vektorem \vec{V}_s označíme symbolem K_s a nazveme kinetickým koeficientem tvaru

$$K_s = \frac{2}{3m^*} \int_0^{E_{top}} \frac{E \tau^s(E)}{(1 + \mu^2(E) B^2)} g_c(E) \left(-\frac{\partial F_0}{\partial E} \right) dE. \quad (89)$$

Ten může mít několik podob v závislosti na tom, jestli uvažujeme nosiče nábojů degenerované nebo ne. V případě nedegenerovaných elektronů, tedy když $kT \ll E_F$ (k je Boltzmannova konstanta, T termodynamická teplota a E_F Fermiho hladina), se neuplatňují kvantové jevy a místo Fermi-Diracova rozdělení lze použít rozdělení Maxwell-Boltzmannovo. Pro Maxwell-Boltzmannovo rozdělení platí

$$\frac{\partial F_0}{\partial E} = -\frac{F_0(E)}{kT}. \quad (90)$$

Tuto rovnost lze dosadit do vztahu pro kinetické koeficienty K_s (89), z čehož dostaneme

$$K_s = \frac{2}{3m^* kT} \int_0^\infty \frac{E \tau^s(E)}{(1 + \mu^2(E) B^2)} g_c(E) F_0(E) dE. \quad (91)$$

Horní mez integrálu (91) jsme transformovali v ∞ , jelikož je funkce $F_0(E)$ rychle klesající funkcí energie E a mohli jsme tak zanedbat integrační příspěvek intervalu (E_{top}, ∞) . Jestliže rozšíříme výraz (91) hustotou nosičů náboje n a vezmeme-li v potaz, že průměrná hodnota energie nedegenerovaných nosičů náboje je vyjádřena vztahem

$$\frac{3}{2}kT = \frac{\int_0^\infty E g_c(E) F_0(E) dE}{n}, \quad (92)$$

můžeme pomocí (92) přepsat výraz pro kinetické koeficienty (91) do tvaru

$$K_s = \frac{\frac{n}{m^*} \int_0^\infty \frac{E \tau^s(E)}{(1 + \mu^2(E) B^2)} g_c(E) F_0(E) dE}{\int_0^\infty E g_c(E) F_0(E) dE}. \quad (93)$$

Pomocí koeficientů K_s popsaných vztahem (93) lze psát rovnici (77) v kompaktnějším tvaru

$$\vec{j} = e^2 K_1 \vec{E} + \frac{e^3}{m^*} K_2 (\vec{E} \times \vec{B}) + \frac{e^4}{m^{*2}} \vec{B} (\vec{E} \cdot \vec{B}). \quad (94)$$

3.6 Elektrické pole v materiálu ve vnějším elektromagnetickém poli

Nyní z rovnice (94) vyjádříme obecný tvar elektrického pole \vec{E} ve vzorku polovodiče. Učiníme proto několik předpokladů:

1. Budeme předpokládat pomalu se měnící elektrické a magnetické pole. Tudíž můžeme zanedbat první dvě z Maxwellových rovnic

$$\nabla \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{j}, \quad \nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0. \quad (95)$$

2. V námi zkoumané oblasti není žádný prostorový náboj, tedy platí

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0. \quad (96)$$

3. Nedochozí k žádné generaci ani rekombinaci nosičů náboje, tedy platí

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0 \quad (97)$$

4. Nejsou přítomny žádné významné gradienty, tedy lze zanedbat difúzní proudy.

Zbývá tedy pouze rovnice proudové hustoty \vec{j} (94), kde chápeme $\vec{j} = \vec{j}(\vec{E})$. Tuto rovnici lze řešit pro $\vec{E} = \vec{E}(\vec{j})$ [18], čímž se dostaneme k tvaru elektrického pole \vec{E} v polovodičovém vzorku za přítomnosti vnějšího elektrického pole, jež vytváří proudovou hustotu \vec{j} a vnějšího magnetického pole \vec{B} . Tato intenzita má tvar

$$\vec{E} = \frac{1}{1 + \left(\frac{e}{m^*} \frac{K_2}{K_1}\right)^2 B^2} \left(\frac{1}{e^2 K_1} \vec{j} - \frac{1}{em^*} \frac{K_2}{K_1^2} (\vec{j} \times \vec{B}) + \frac{\left(\frac{e}{m^*} \frac{K_2}{K_1}\right)^2 - \frac{e^2}{m^{*2}} \frac{K_3}{K_1}}{e^2 K_1 \left(1 + \frac{e^2}{m^{*2}} \frac{K_3}{K_1} B^2\right)} (\vec{j} \cdot \vec{B}) \vec{B} \right). \quad (98)$$

Vztah (98) lze přepsat v kratší formě zavedením konstant ρ_b , R_H a P_H jako

$$\vec{E} = \rho_b \vec{j} - R_H (\vec{j} \times \vec{B}) + P_H (\vec{j} \cdot \vec{B}) \vec{B}, \quad (99)$$

kde:

- koeficient ρ_b se nazývá magnetorezistivita a má tvar

$$\rho_b = \frac{1}{1 + \left(\frac{e}{m^*} \frac{K_2}{K_1}\right)^2 B^2} \frac{1}{e^2 K_1}. \quad (100)$$

Tento člen vyjadřuje skutečnost, že odpor měřeného vzorku závisí na přítomnosti magnetického pole \vec{B} .

- koeficient R_H se nazývá normálový Hallův koeficient a má tvar

$$R_H = \frac{1}{1 + \left(\frac{e}{m^*} \frac{K_2}{K_1}\right)^2 B^2} \frac{1}{em^*} \frac{K_2}{K_1^2} \quad (101)$$

Tento člen kvantifikuje Hallův jev. Jak je patrné ze závislosti na $(\vec{j} \times \vec{B})$, Hallův jev se projeví v maximální míře, je-li magnetické pole kolmé na napájecí proudovou hustotu \vec{j} .

- koeficient P_H se nazývá planární Hallův koeficient a má tvar

$$P_H = \frac{1}{1 + \left(\frac{e}{m^*} \frac{K_2}{K_1}\right)^2 B^2} \left(\frac{\left(\frac{e}{m^*} \frac{K_2}{K_1}\right)^2 - \frac{e^2}{m^{*2}} \frac{K_3}{K_1}}{e^2 K_1 \left(1 + \frac{e^2}{m^{*2}} \frac{K_3}{K_1} B^2\right)} \right) \quad (102)$$

K planárnímu Hallově jevu dochází vlivem závislosti na $(\vec{j} \cdot \vec{B})\vec{B}$ v případě, kdy vnější magnetické pole není kolmé na proudovou hustotu \vec{j} . K maximálnímu projevu tohoto jevu dojde, pokud jsou magnetické pole \vec{B} a napájecí proudová hustota \vec{j} v rovině a svírají mezi sebou úhel 45° .

3.7 Analytický vztah pro normálový Hallův koeficient

Dále se v této práci budeme zabývat blíže normálovým Hallovým koeficientem R_H . K tomu lze dospět i jiným způsobem. Vyjděme nyní ze vztahu (94), kde zanedbáme příspěvek planárního Hallova jevu. Podíváme-li se na jeho první člen, můžeme usuzovat, že koeficient ve tvaru

$$\sigma_L = e^2 K_1 \quad (103)$$

má podle Ohmova zákona rozměr vodivosti. Druhý koeficient ve tvaru

$$\sigma_H = \frac{e^3}{m^*} K_2 B \quad (104)$$

taktéž. Poté můžeme rovnici (94) psát v kompaktním tvaru pomocí tenzoru vodivosti [19]

$$\vec{j} = \begin{pmatrix} \sigma_L & \sigma_H \\ -\sigma_H & \sigma_L \end{pmatrix} \vec{E}. \quad (105)$$

Chceme-li dostat normální Hallův koeficient, musíme získat tenzor rezistivity, jež je maticí inverzní k matici ze vztahu (105). Tenzor rezistivity má poté tvar

$$\rho = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_L}{\sigma_L^2 + \sigma_H^2} & \frac{\sigma_H}{\sigma_L^2 + \sigma_H^2} \\ -\frac{\sigma_H}{\sigma_L^2 + \sigma_H^2} & \frac{\sigma_L}{\sigma_L^2 + \sigma_H^2} \end{pmatrix} \quad (106)$$

Jestliže je tedy proudová hustota \vec{j} pouze jednosložkovým vektorem, sice $\vec{j} = (j, 0, 0)$, což je oprávněný požadavek vzhledem ke způsobu měření Hallova napětí, dostáváme pro elektrické pole \vec{E} vztah

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_L}{\sigma_L^2 + \sigma_H^2} & \frac{\sigma_H}{\sigma_L^2 + \sigma_H^2} \\ -\frac{\sigma_H}{\sigma_L^2 + \sigma_H^2} & \frac{\sigma_L}{\sigma_L^2 + \sigma_H^2} \end{pmatrix} \vec{j}, \quad (107)$$

kde tedy za σ_L a σ_H volíme (103) a (104). Diagonální členy tenzoru (107) vyjadřují magnetorezistanční člen (100) a členy na vedlejší diagonále souvisejí s Hallovým koeficientem (101). Ze vztahu (99) je zřejmé, že hledaná souvislost mezi rezistivitou a Hallovým koeficientem je

$$R_H(B) = \frac{\rho_{xy}}{B}, \quad (108)$$

kde ρ_{xy} je již zmiňovaný mimodiagonální člen matice (107). Pro další postup zavedeme několik hrubých, avšak nezbytných aproximací. Budeme předpokládat materiál, jehož elektronový plyn je přibližně dvou-složkový (v [19] je používán konkrétně bismut), tedy pro něj platí, že

$$\sigma_L = \frac{\sigma_1}{1 + (\mu_1 B)^2} + \frac{\sigma_2}{1 + (\mu_2 B)^2}, \quad \sigma_H = \frac{\sigma_1 \mu_1 B}{1 + (\mu_1 B)^2} + \frac{\sigma_2 \mu_2 B}{1 + (\mu_2 B)^2}. \quad (109)$$

Zde σ_1, σ_2 jsou vodivosti jednotlivých složek elektronového plynu mimo magnetické pole a μ_1, μ_2 pohyblivosti jednotlivých složek. O opodstatnění tohoto přiblížení se přesvědčíme po aplikaci na konkrétní experimentální data. Z matematického hlediska je tato aproximace σ_L a σ_H výrazy (109) odůvodněna následujícím postupem:

- V původních výrazech (103) a (104) se vyskytují kinetické koeficienty K_s (93). Tyto můžeme zapsat ve tvaru střední hodnoty přes energii jako

$$K_s = \frac{n}{m^*} \left\langle \frac{\tau^s}{1 + \mu^2 B^2} \right\rangle. \quad (110)$$

- Z celého integrálního vyjádření kinetických koeficientů si vezmeme pouze 2, jelikož v bismutu jsou dominantní právě 2 složky elektronového plynu. Kinetické koeficienty (110) tedy budeme psát ve tvaru

$$K_s = \frac{n}{m^*} \left(\frac{\langle \tau_1^s \rangle}{1 + \mu_1^2 B^2} + \frac{\langle \tau_2^s \rangle}{1 + \mu_2^2 B^2} \right). \quad (111)$$

- Nyní už budeme jen porovnávat jednotlivá vyjádření σ_L a σ_H :

$$\sigma_L = e^2 K_1 = \frac{e^2 n}{m^*} \left(\frac{\langle \tau_1 \rangle}{1 + \mu_1^2 B^2} + \frac{\langle \tau_2 \rangle}{1 + \mu_2^2 B^2} \right) = \frac{\sigma_1}{1 + \mu_1^2 B^2} + \frac{\sigma_2}{1 + \mu_2^2 B^2}, \quad (112)$$

kde uvažujeme, že $\frac{e^2 n \langle \tau \rangle}{m^*} = \sigma$.

$$\begin{aligned} \sigma_H &= \frac{e^3}{m^*} K_2 B = \frac{e^3 n}{m^* 2} B \left(\frac{\langle \tau_1^2 \rangle}{1 + \mu_1^2 B^2} + \frac{\langle \tau_2^2 \rangle}{1 + \mu_2^2 B^2} \right) = \frac{\frac{e^2 n}{m^*} \langle \tau_1 \rangle \frac{e}{m^*} \langle \tau_1 \rangle B}{1 + \mu_1^2 B^2} + \frac{\frac{e^2 n}{m^*} \langle \tau_2 \rangle \frac{e}{m^*} \langle \tau_2 \rangle B}{1 + \mu_2^2 B^2} = \\ &= \frac{\sigma_1 \mu_1 B}{1 + \mu_1^2 B^2} + \frac{\sigma_2 \mu_2 B}{1 + \mu_2^2 B^2}, \end{aligned} \quad (113)$$

kde $\mu = \frac{e}{m^*} \langle \tau \rangle$.

Po aproximacích dostaneme přímým dosazením (112) a (113) do (108) vztah pro normálový Hallův koeficient $R_H(B)$ ve tvaru:

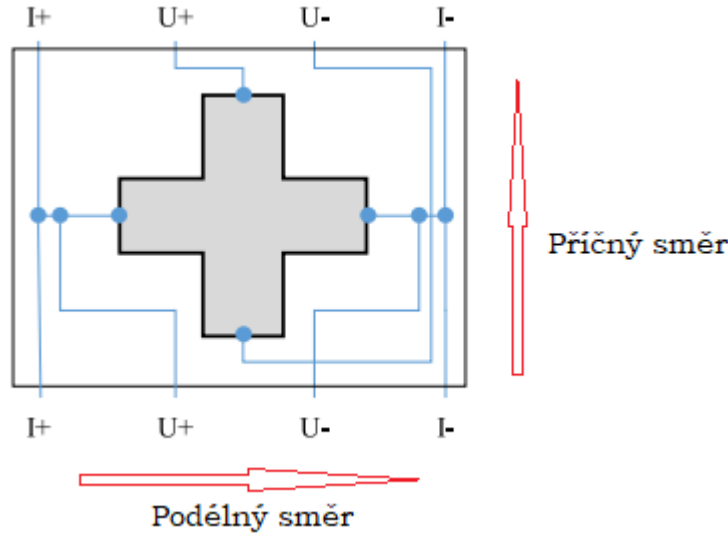
$$R_H(B) = \frac{\frac{\sigma_1 \mu_1}{1 + \mu_1^2 B^2} + \frac{\sigma_2 \mu_2}{1 + \mu_2^2 B^2}}{\left(\frac{\sigma_1 \mu_1 B}{1 + \mu_1^2 B^2} + \frac{\sigma_2 \mu_2 B}{1 + \mu_2^2 B^2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_1}{1 + \mu_1^2 B^2} + \frac{\sigma_2}{1 + \mu_2^2 B^2}\right)^2} \quad (114)$$

Získáváme tedy vzorec pro výpočet Hallova koeficientu v materiálu, jehož elektronový plyn lze chápat jako dvousložkový. Je patrné, že Hallův koeficient závisí jak na magnetickém poli tak na vlastnostech jednotlivých složek elektronového plynu, konkrétně jejich pohyblivost μ a jejich vodivost σ .

4 Analýza vlastností Hallových senzorů

4.1 Experimentální uspořádání

V následujícím oddíle jsou zpracovaná data z 10 měření, které proběhly na Katedře fyziky kondenzovaných látek Univerzity Karlovy v Praze na zařízení PPMS14. Testováno bylo celkem 10 senzorů s označením IPP00 pro reaktor ITER. Design senzorů byl tedy takový, jako je popsáno v (2.8.2 a 2.8.3). Jednalo se konkrétně o bismutové senzory měřené v magnetickém poli v intervalu $\pm 2,5$ T za napájecího proudu 4 mA. Měření proběhlo pro teploty 95 °C, 100 °C a 105 °C. Tloušťka citlivé vrstvy bismutu byla přibližně $t = 1 \mu\text{m}$. Experimentální uspořádání vypadalo následovně:



Obr. 16: Schéma experimentálního uspořádání měření. Podélný směr je podélný s vnějším elektrickým polem, příčný směr je pak na něj kolmý. Dostupné z [19], upraveno.

V podélném směru byl přiváděn napájecí proud. Kolmo na příčný i podélný směr bylo naměřeno magnetické pole a v příčném směru pak bylo pozorováno Hallovo napětí. Samotné měřené zařízení pak vypadalo takto:



Obr. 17: Hallova sonda používaná pro měření Hallova napětí. Dostupné z [19].

4.2 Výsledky

4.2.1 Hallovo napětí a planární Hallovo napětí

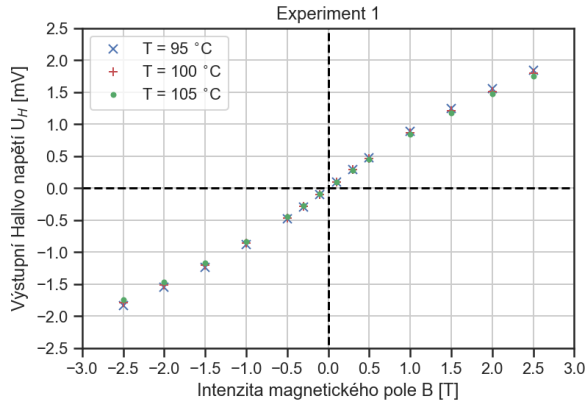
V následujících grafech jsou znázorněny vývoje Hallova napětí a podélného odporu Hallova senzoru. Toto napětí by mělo nabývat hodnot podle vzorce

$$U_{out} = R_{off}I + \frac{R_H}{t}IB\cos(\gamma) + \frac{P_H}{t}IB^2\cos(\alpha)\cos(\beta), \quad (115)$$

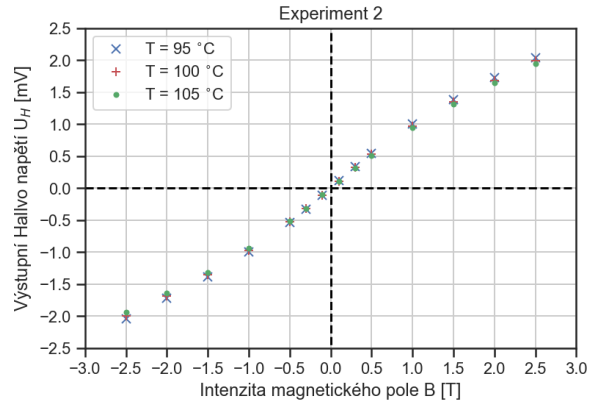
jež byl zmiňován již dříve (31), avšak je zde uveden znovu pro přehlednost. V experimentu byly senzory pečlivě umístěny tak, aby magnetické pole \vec{B} bylo pokud možno vodorovné s normálou senzoru (Obr. 5). V takovém případě je člen planárního Hallova napětí roven 0 a zůstává tedy pouze vztah

$$U_{out} = R_{off}I + \frac{R_H}{t}IB. \quad (116)$$

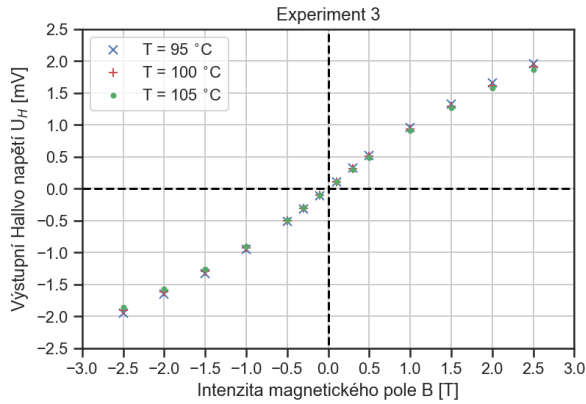
Od naměřených hodnot napětí U_{out} jsme odečetli offset. To jsme udělali tak, že jsme odečetli překlopili větev napěťové křivky z třetího kvadrantu do prvního a tyto od sebe odečetli. Výsledkem byly křivky bez offsetu, navíc i středově symetrické okolo bodu (0,0). Výsledné závislosti jsou v následujících grafech (Obr. 18-27):



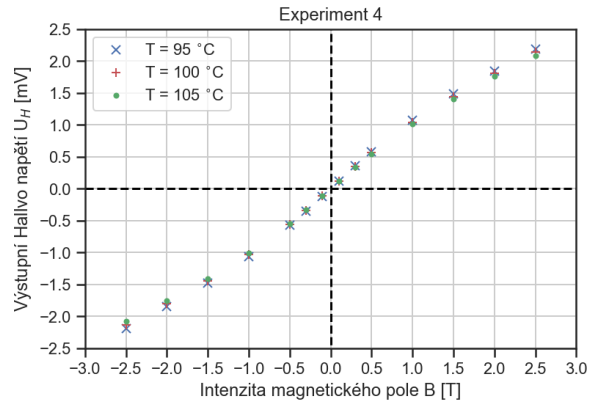
Obr. 18: Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 1.



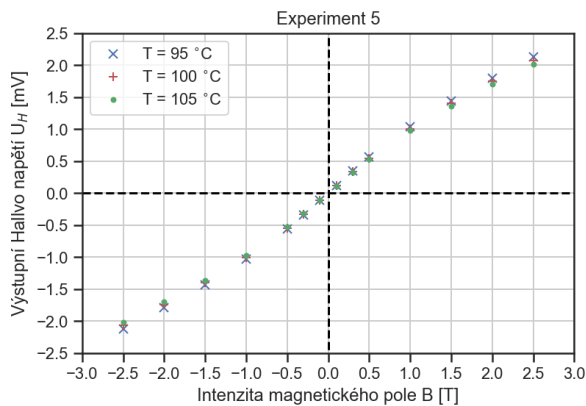
Obr. 19: Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 2.



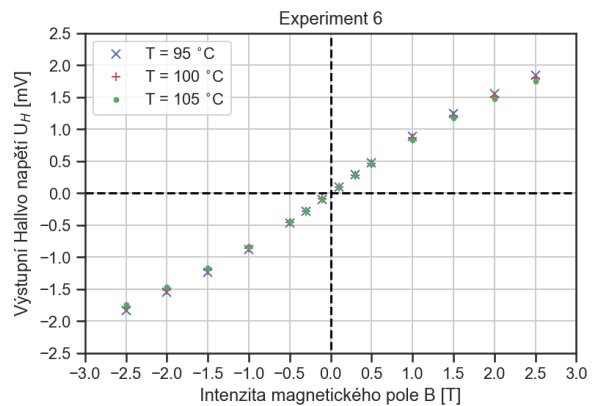
Obr. 20: Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 3.



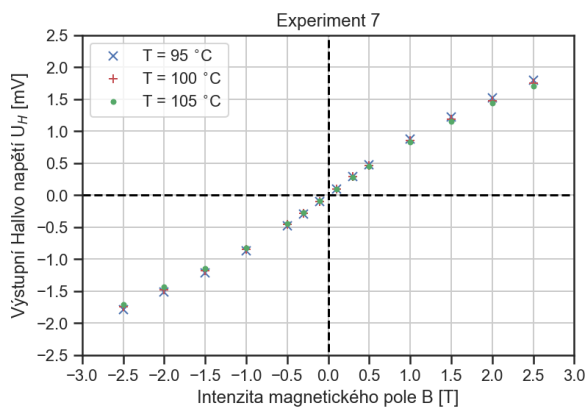
Obr. 21: Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 4.



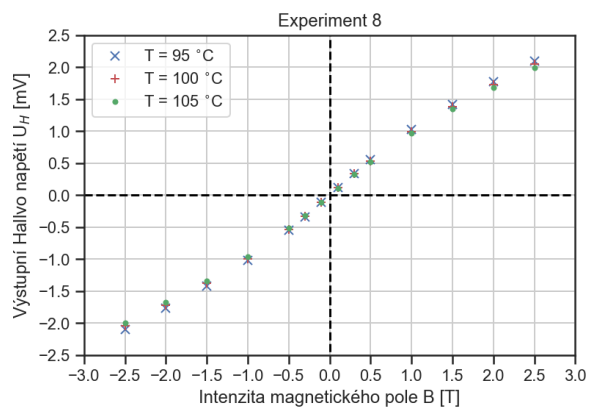
Obr. 22: Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 5.



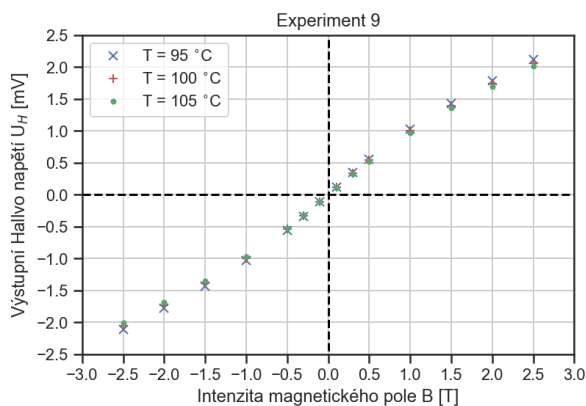
Obr. 23: Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 6.



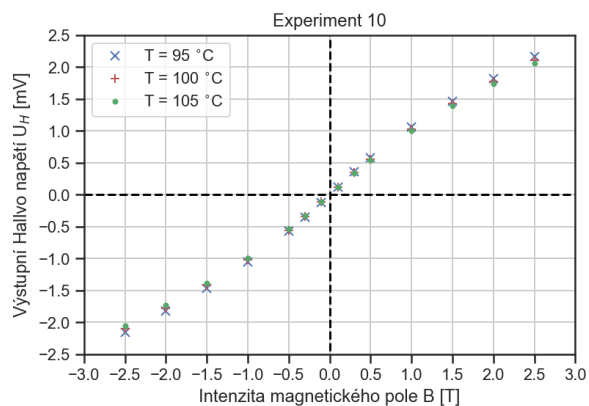
Obr. 24: Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 7.



Obr. 25: Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 8.

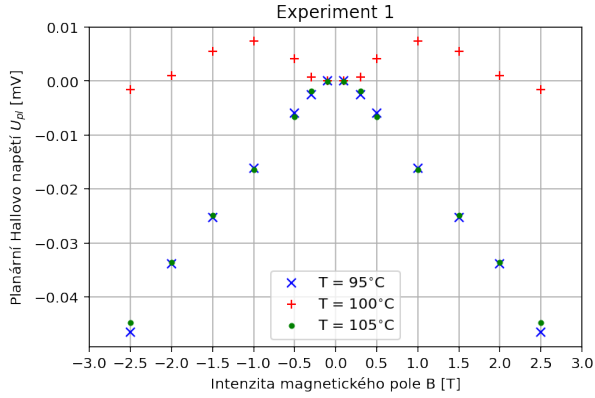


Obr. 26: Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 9.

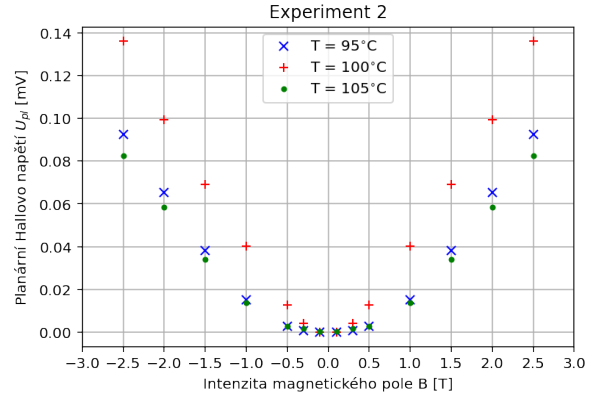


Obr. 27: Závislost výstupního Hallova napětí U_H na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 10.

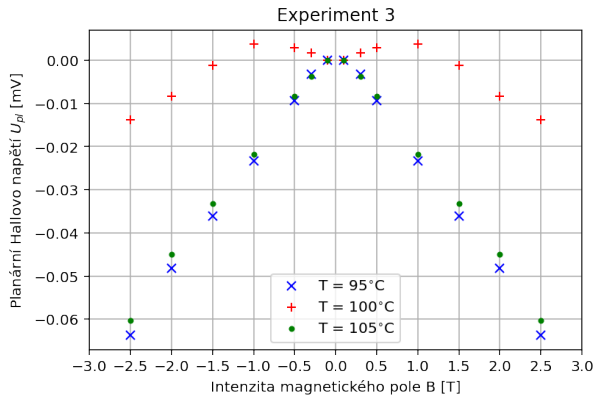
Jak je patrné ze všech grafických znázornění závislosti Hallova napětí na magnetickém poli, není toto napětí lineární a navíc závisí i na teplotě vzorku. Ačkoliv jsou rozdíly v hodnotách vůči teplotě málo viditelné vlivem malého rozsahu intenzity magnetického pole a zároveň úzkých teplotních rozdílů, je vidět, že s rostoucí teplotou Hallovo napětí klesá. Tento jev je zapříčiněn navyšováním koncentrace nosičů náboje. Nosiče náboje jsou v přítomnosti vyšší teploty snadněji excitovatelné do vodivostního pásu. Tedy stoupá počet volných nosičů náboje. Výše zmíněný postup symetrizace napěťových křivek dává odděluje od výstupního napětí složku planárního Hallova napětí. Tyto závislosti planárního Hallova napětí U_{pl} na magnetickém poli B jsou v následujících grafech (Obr. 28-37):



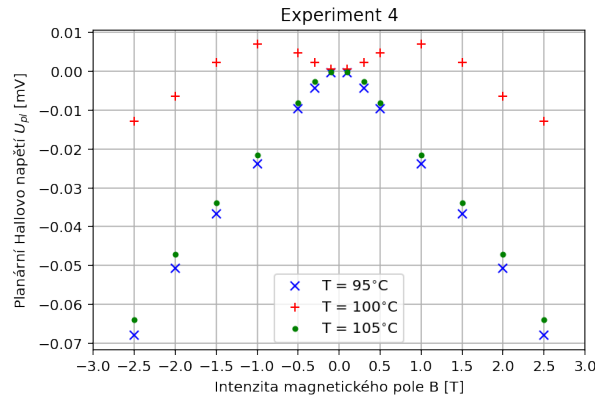
Obr. 28: Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 1.



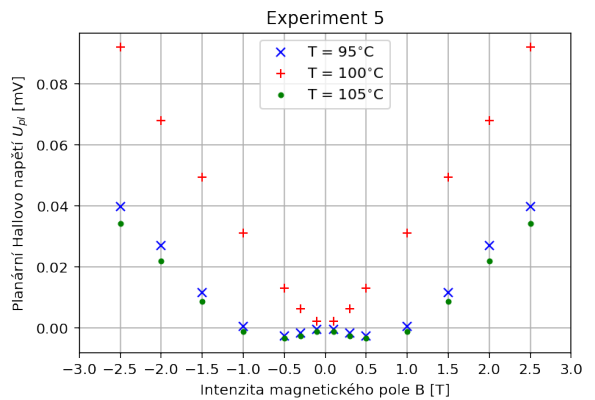
Obr. 29: Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 2.



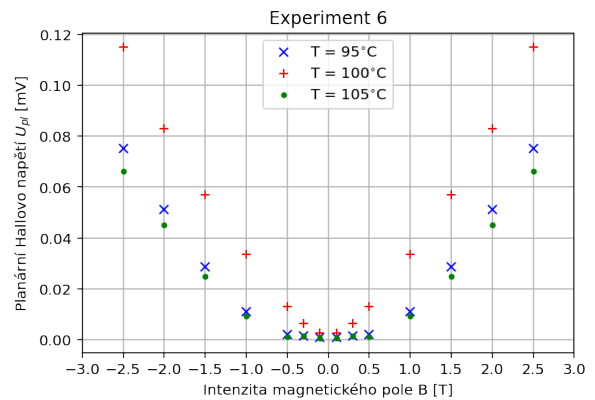
Obr. 30: Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 3.



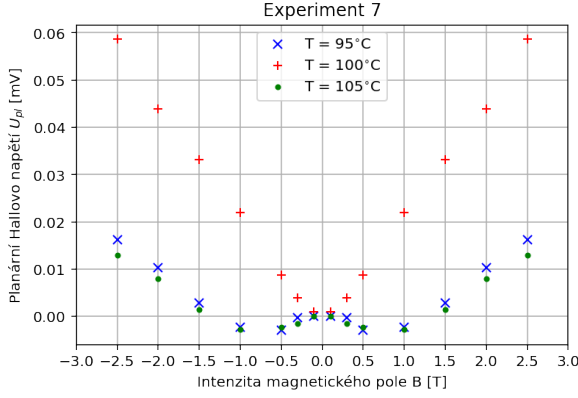
Obr. 31: Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 4.



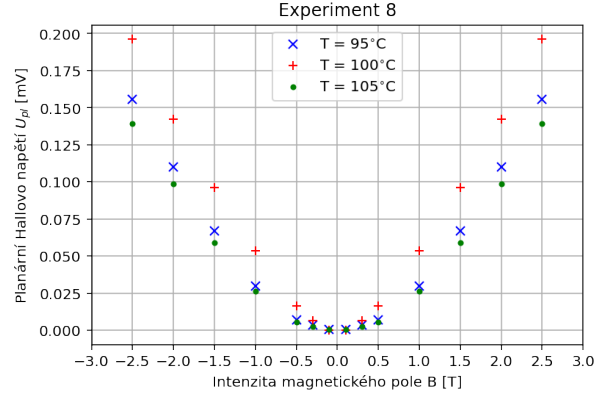
Obr. 32: Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 5.



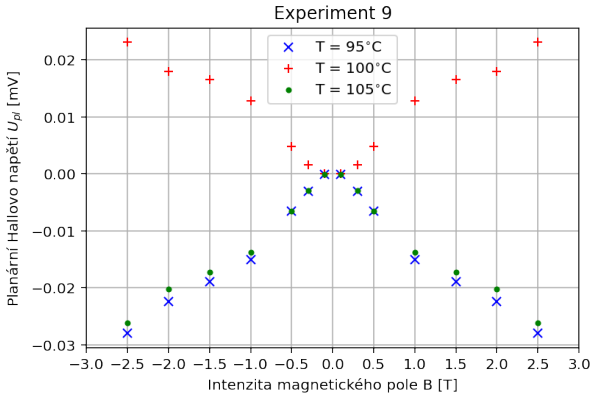
Obr. 33: Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 6.



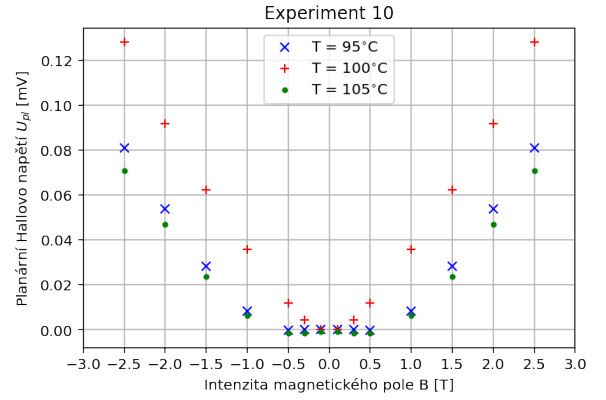
Obr. 34: Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 7.



Obr. 35: Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 8.



Obr. 36: Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 9.



Obr. 37: Závislost planárního Hallova napětí U_{pl} na intenzitě magnetického pole B . Měření č. 10.

V případech planárního Hallova napětí U_{pl} se také vyskytuje v jisté míře offset. Ten jsme odstranili proložení empirickou funkcí tentokrát ve tvaru [20]

$$U_{pl} = aB^2 + |bB + c \arctg(dB)| + e, \quad (117)$$

a následným vyčíslením dané závislosti v $B = 0$ T. Tato funkce (117) sice nemá žádný fyzikální význam, ale průběh planárního Hallova napětí dobře popisuje. Navzdory tomu, že planární Hallovo napětí by mělo mít podle vztahu

$$U_{pl} = \frac{P_H}{t} IB^2, \quad (118)$$

parabolický průběh, je z některých z grafů (Obr. 28-37) patrné, že tomu tak není vždycky. U většiny experimentů se alespoň pro jednu teplotu projevila jakási průhyb centrováný okolo $B = 0$ T. Tento jev nastal v důsledku chyby měření v oblasti nízkého magnetického pole. Porovnáním grafických znázornění normálového a planárního Hallova napětí zjistíme, že planární Hallovo napětí je o 2 řády nižší.

4.2.2 Hallův koeficient v závislosti na magnetickém poli

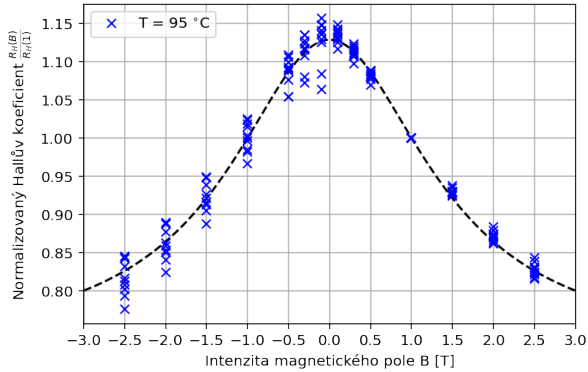
Z hodnot Hallova napětí U_H v závislosti na magnetickém poli jsme vypočítali hodnoty Hallova koeficientu R_H pomocí vzorce

$$R_H = \frac{U_H}{IB}t, \quad (119)$$

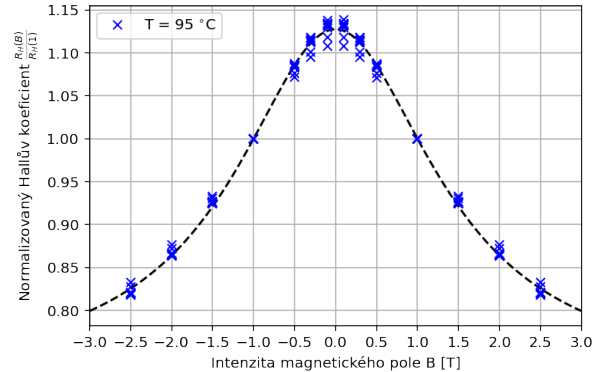
kde U_H je Hallovo napětí, I je napájecí proud, B je magnetické pole a t je tloušťka senzitivní vrstvy. Vypočtené hodnoty Hallova koeficientu jsme následně normalizovali. Vzhledem k tomu, že tímto způsobem nebylo možné vypočítat hodnotu v $B = 0$ T, použili jsme pro normalizaci údaj z $B = 1$ T. Tuto normalizaci jsme provedli zvlášť pro všechny tři teploty u všech deseti měření. Výsledná normalizovaná data byla poté sdružena podle teplot, abychom získali tři sumární závislosti normalizovaného Hallova koeficientu na magnetickém poli. Daná závislost byla proložena normalizovanou křivkou (114). Ta má po normalizaci tvar

$$R_H(B) = \frac{\left(\left(\frac{\sigma_1 \mu_1}{1+\mu_1^2} + \frac{\sigma_2 \mu_2}{1+\mu_2^2} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_1}{1+\mu_1^2} + \frac{\sigma_2}{1+\mu_2^2} \right)^2 \right) \left(\frac{\sigma_1 \mu_1}{1+\mu_1^2 B^2} + \frac{\sigma_2 \mu_2}{1+\mu_2^2 B^2} \right)}{\left(\frac{\sigma_1 \mu_1}{1+\mu_1^2} + \frac{\sigma_2 \mu_2}{1+\mu_2^2} \right) \left(\left(\frac{\sigma_1 \mu_1 B}{1+\mu_1^2 B^2} + \frac{\sigma_2 \mu_2 B}{1+\mu_2^2 B^2} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_1}{1+\mu_1^2 B^2} + \frac{\sigma_2}{1+\mu_2^2 B^2} \right)^2 \right)} \quad (120)$$

V níže uvedených grafických znázorněních (Obr. 38-43) uvádíme vždy vlevo situaci, která nastává, jestliže jsou napěťové křivky výstupního napětí asymetrické, tedy v nich stále figuruje planární složka Hallova napětí U_{pl} . Vpravo jsou pak vyobrazeny stavy, kdy jsme uvažovali pouze normálovou složku Hallova napětí U_H .



Obr. 38: Závislost normovaného normálového Hallova koeficientu R_H na magnetickém poli při teplotě $T=95$ °C. Jedná se o křivku zobrazující surová data. Proloženo křivkou (120)



Obr. 39: Závislost normovaného normálového Hallova koeficientu R_H na magnetickém poli při teplotě $T=95$ °C. Závislost je očištěna od rušivých signálů. Proloženo křivkou (120)

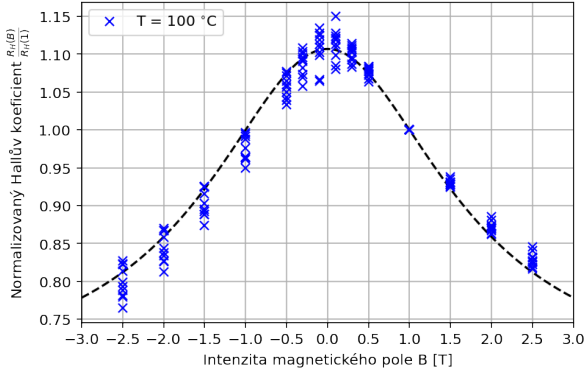
Parametry funkcí proložených závislostmi normálového Hallova koeficientu $R_H(B)$ bez asymetrie a s asymetrií při teplotě 95 °C (Obr. 38 a 39) jsou v následujících tabulkách (Tab. 8 a 9):

Parametry	Hodnoty
σ_1	0.6663 1/ Ω
σ_2	0.5404 1/ Ω
μ_1	0.2535 1/T
μ_2	1.0234 1/T

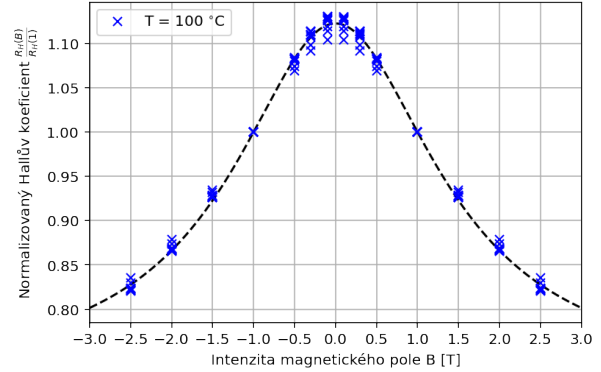
Tab. 8: Tabulka parametrů proložené křivky v grafu (38).

Parametry	Hodnoty
σ_1	0.8878 1/ Ω
σ_2	0.6564 1/ Ω
μ_1	0.2431 1/T
μ_2	0.9923 1/T

Tab. 9: Tabulka parametrů proložené křivky v grafu (39).



Obr. 40: Závislost normovaného Hallova koeficientu R_H na magnetickém poli při teplotě $T=100$ °C. Jedná se o křivku zobrazující surová data. Proloženo křivkou (120)



Obr. 41: Závislost normovaného Hallova koeficientu R_H na magnetickém poli při teplotě $T=100$ °C. Závislost je bez asymetrie. Proloženo křivkou (120)

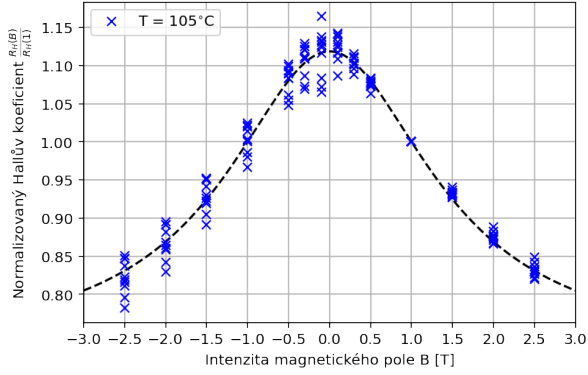
Parametry funkcí proložených závislostmi normovaného Hallova koeficientu $R_H(B)$ bez asymetrie a s asymetrií při teplotě 100 °C (Obr. 40 a 41) jsou v následujících tabulkách (Tab. 10 a 10corr):

Parametry	Hodnoty
σ_1	0.6069 1/ Ω
σ_2	0.5853 1/ Ω
μ_1	0.2045 1/T
μ_2	0.9101 1/T

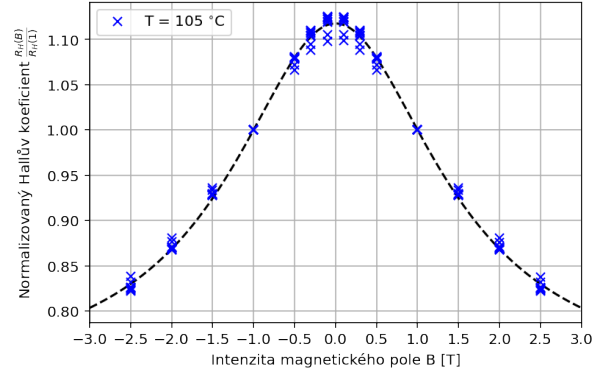
Tab. 10: Tabulka parametrů proložené křivky v grafu (40).

Parametry	Hodnoty
σ_1	0.4742 1/ Ω
σ_2	0.3899 1/ Ω
μ_1	0.2495 1/T
μ_2	1.0004 1/T

Tab. 11: Tabulka parametrů proložené křivky v grafu (41).



Obr. 42: Závislost normovaného Hallova koeficientu R_H na magnetickém poli při teplotě $T=105^\circ\text{C}$. Jedná se o křivku zobrazující surová data. Proloženo křivkou (120)



Obr. 43: Závislost normovaného Hallova koeficientu R_H na magnetickém poli při teplotě $T=105^\circ\text{C}$. Závislost je bez asymetrie. Proloženo křivkou (120)

Parametry funkcí proložených závislostmi normovaného Hallova koeficientu $R_H(B)$ bez asymetrie a s asymetrií při teplotě 105°C (Obr. 42 a 43) jsou v následujících tabulkách (Tab. 13 a ??):

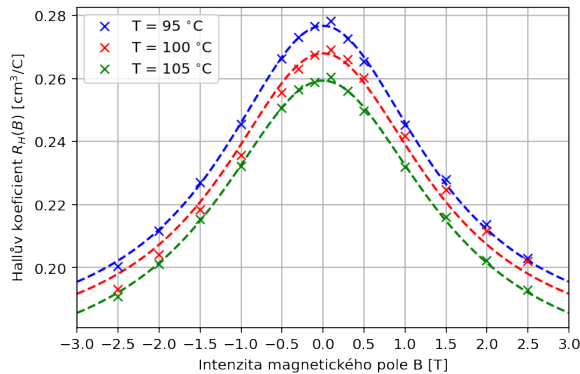
Parametry	Hodnoty
σ_1	0.6604 $1/\Omega$
σ_2	0.5434 $1/\Omega$
μ_1	0.2504 $1/\text{T}$
μ_2	0.9892 $1/\text{T}$

Tab. 12: Tabulka parametrů proložené křivky v grafu (42).

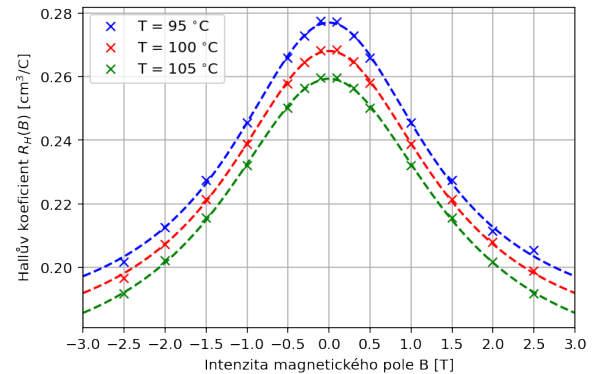
Parametry	Hodnoty
σ_1	0.5856 $1/\Omega$
σ_2	0.4956 $1/\Omega$
μ_1	0.2486 $1/\text{T}$
μ_2	0.9868 $1/\text{T}$

Tab. 13: Tabulka parametrů proložené křivky v grafu (43).

Jak je vidět z grafů 39, 41 a 43, asymetrie napěťových křivek v podobě planárního Hallova napětí (Obr. 28 - 37) má na hodnoty normovaného Hallova koeficientu značný vliv. Pokud nyní zprůměrujeme hodnoty v jednotlivých magnetických polích a průběhy normovaného Hallova koeficientu pro všechny tři teploty sloučíme do jednoho grafu, získáme:



Obr. 44: Nenormalizované hodnoty Hallova koeficientu $R_H(B)$ v závislosti na magnetickém poli B . Jedná se o křivku zobrazující surová data.



Obr. 45: Nenormalizované hodnoty Hallova koeficientu $R_H(B)$ v závislosti na magnetickém poli B . Závislost je bez asymetrie.

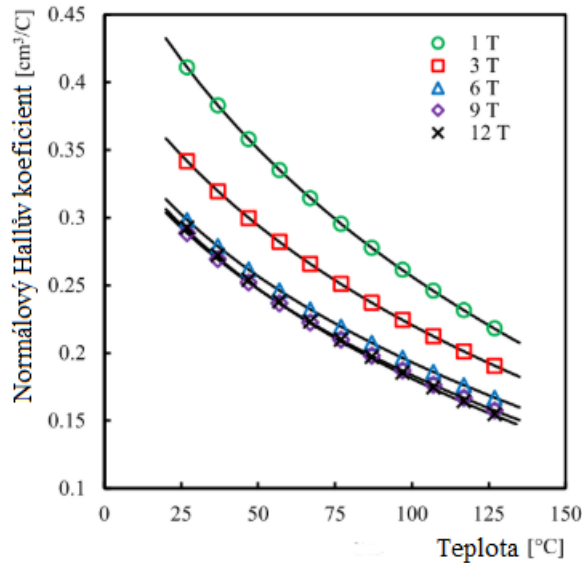
Z grafů 44 a 45 je názorně vidět, že normálový Hallův koeficient s teplotou senzoru klesá. Navíc je patrný vliv přítomnosti planárního Hallova napětí. Na závislosti vlevo můžeme pozorovat, že asymetrie se promítla i do průměrných hodnot normálového Hallova koeficientu. Při porovnání našich výsledků s těmi z článku [19], můžeme usuzovat, že zde odvozený vztah (120) je alternativním vyjádřením vztahu (4) v daném článku. V tomto případě však máme z prokládání dat závislostí (120) informaci o vodivostech obou složek elektronového plynu σ_1 a σ_2 .

4.2.3 Hallův koeficient v závislosti na teplotě

Koeficient R_H můžeme vyjádřit i v závislosti na teplotě senzoru. Pro tuto potřebu jsme hodnoty normálového Hallova koeficientu opět normalizovali, tentokrát však podle hodnoty při teplotě 100 °C. Následně jsme tyto závislosti proložili závislostí [19]:

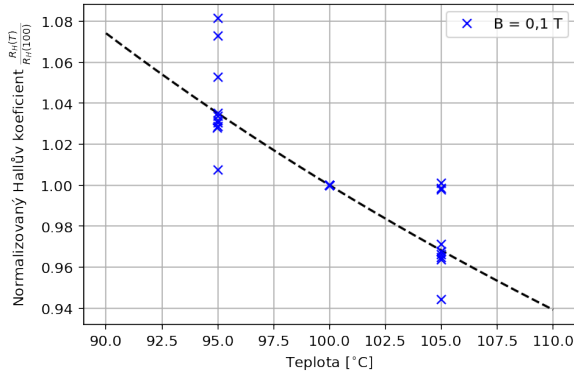
$$R_H(T) = k \exp\left(\frac{l}{m+T}\right) + o \quad (121)$$

Tato funkce má tu nevýhodu, že aproximuje elektronový plyn v bismutu jako jednosložkový. Dvousložkové rozšíření však zatím není známo. V případě širokého rozsahu teplot by tato závislost vypadala takto:

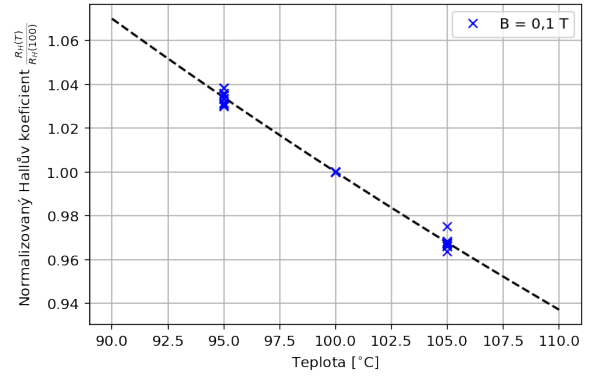


Obr. 46: Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě T při různých hodnotách magnetického pole B . Dostupné z [19], upraveno.

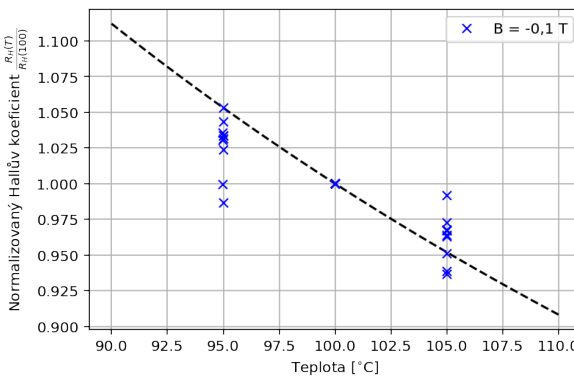
Oproti závislosti v grafu (46) máme údaje pouze o třech teplotách. Exponenciální závislost tak v našem případě není příliš patrná. V následujících grafech (Obr. 49-56) jsou teplotní závislosti normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě T pro vybrané hodnoty velikosti magnetického pole B . Obdobně jako v případě závislosti na magnetickém poli B , i zde uvádíme vždy vlevo případy asymetrických závislostí a vpravo případy očištěných od asymetrie.



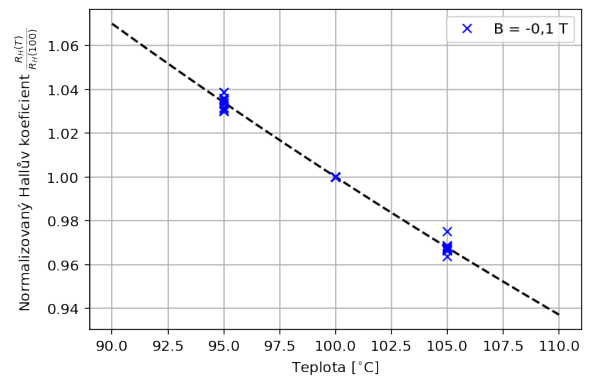
Obr. 47: Závislost normálního Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = 0,1$ T. Jedná se o závislost zobrazující surová data.



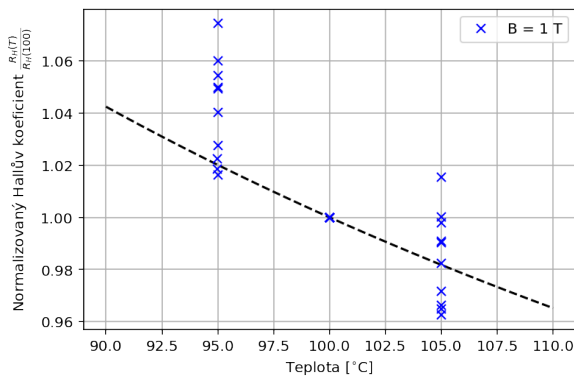
Obr. 48: Závislost normálního Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = 0,1$ T. Závislost je očištěna od rušivých signálů.



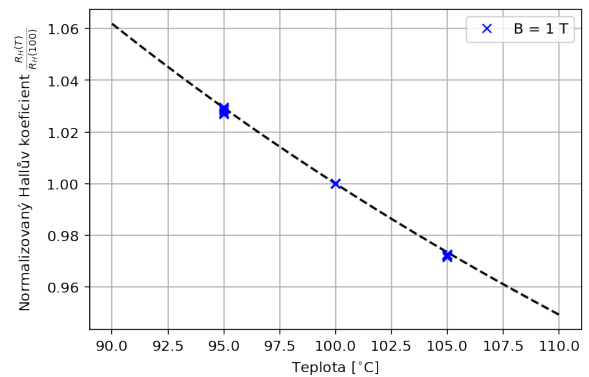
Obr. 49: Závislost normálního Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = -0,1$ T. Jedná se o závislost zobrazující surová data.



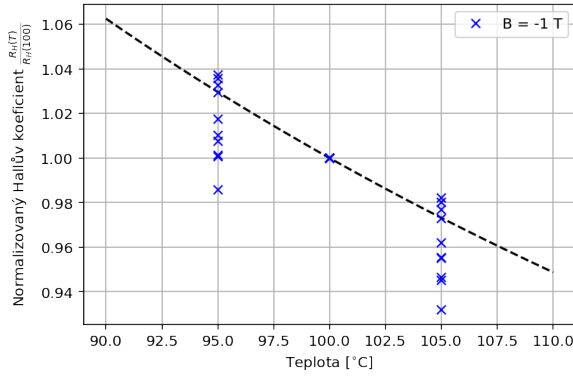
Obr. 50: Závislost normálního Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = -0,1$ T. Závislost je očištěna od rušivých signálů.



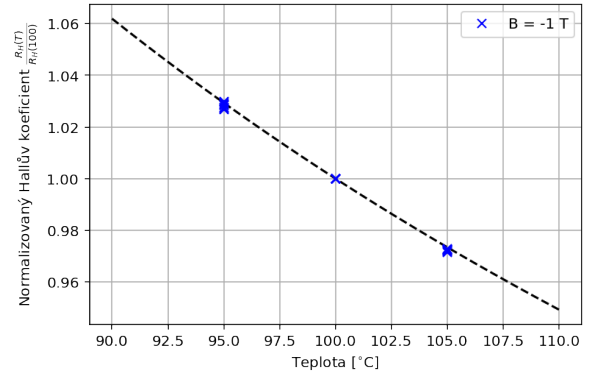
Obr. 51: Závislost normálního Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = 1$ T. Jedná se o závislost zobrazující surová data.



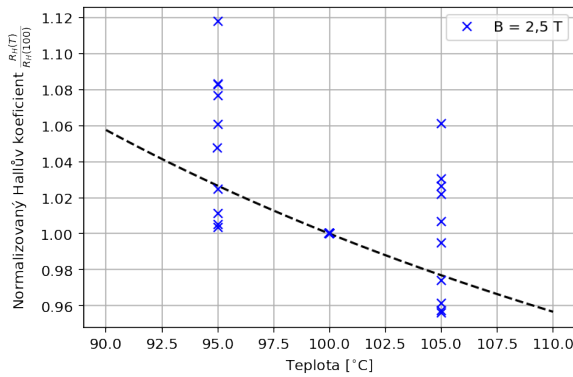
Obr. 52: Závislost normálního Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = 1$ T. Závislost je očištěna od rušivých signálů.



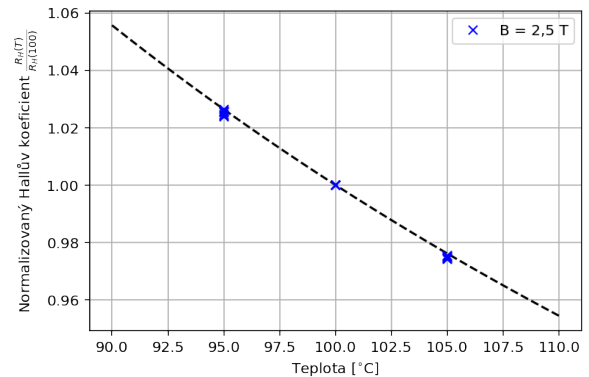
Obr. 53: Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = -1$ T. Jedná se o závislost zobrazující surová data.



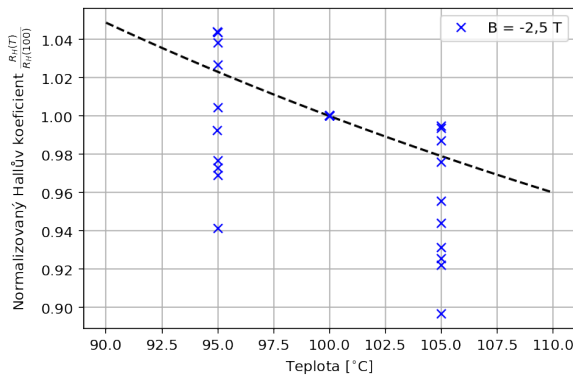
Obr. 54: Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = -1$ T. Závislost je očištěna od rušivých signálů.



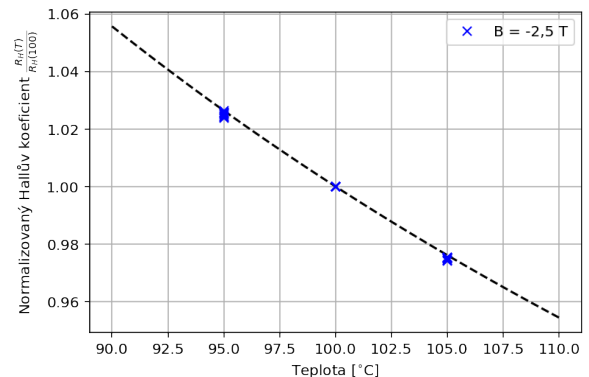
Obr. 55: Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = 2,5$ T. Jedná se o závislost zobrazující surová data.



Obr. 56: Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = 2,5$ T. Závislost je očištěna od rušivých signálů.



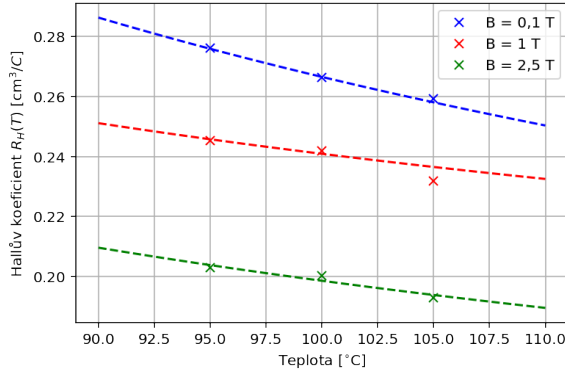
Obr. 57: Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = -2,5$ T. Jedná se o závislost zobrazující surová data.



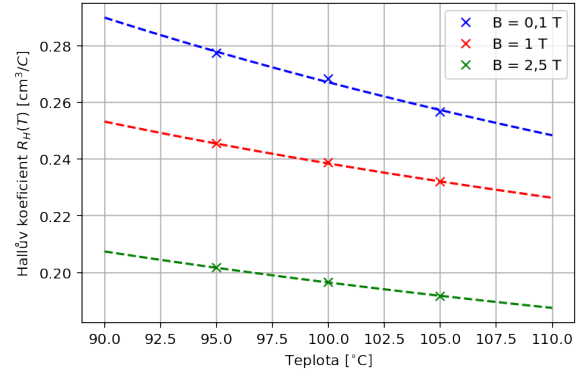
Obr. 58: Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T v magnetickém poli $B = -2,5$ T. Závislost je očištěna od rušivých signálů.

V závislostech na grafech 51-58 lze vidět, že Hallův koeficient dle očekávání opravdu klesá s teplotou.

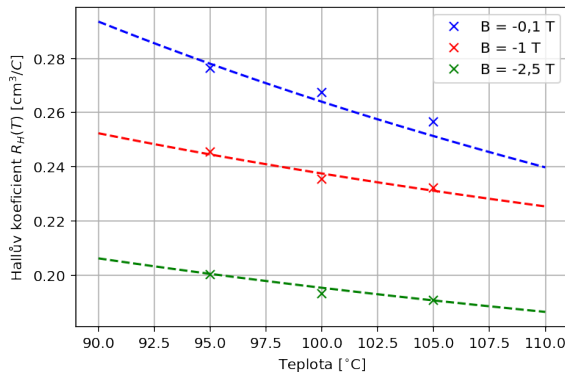
Toto chování je vysvětleno tím, že s narůstající teplotou stoupá také počet volných nosičů náboje ve vodivostním pásu a normálový Hallův koeficient podle vztahu (114) s hustotou volných nosičů klesá. Za povšimnutí stojí, že asymetrie stejně jako u závislostí na magnetickém poli (Obr. 38-43) způsobuje u hodnot normálového Hallova koeficientu výrazné fluktuace. Podobně jako u závislosti na magnetickém poli, i zde můžeme sjednotit závislosti na teplotě pro jednotlivá magnetická pole do souhrnných grafů a blíže pozorovat vliv přítomnosti asymetrie v podobě planárního Hallova napětí U_{pl} .



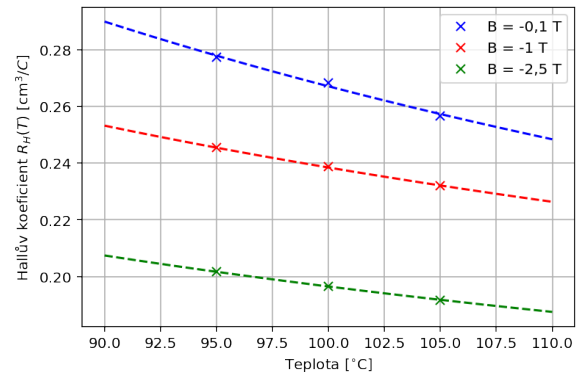
Obr. 59: Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T pro kladné hodnoty magnetického pole B . Jedná se o závislost zobrazující surová data.



Obr. 60: Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T pro kladné hodnoty magnetického pole B . Závislost je očištěna od rušivých signálů.



Obr. 61: Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T pro záporné hodnoty magnetického pole B . Jedná se o závislost zobrazující surová data.



Obr. 62: Závislost normálového Hallova koeficientu R_H na teplotě senzoru T pro kladné hodnoty magnetického pole B . Závislost je očištěna od rušivých signálů.

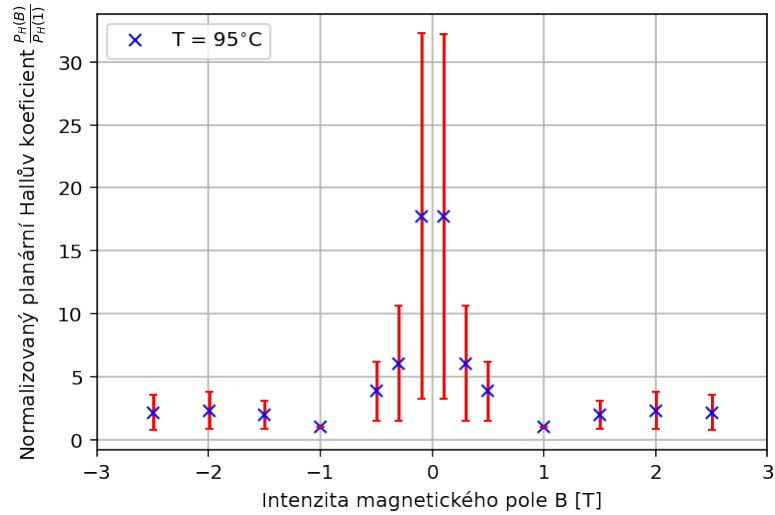
Podle očekávání normálový Hallův koeficient klesá s absolutní hodnotou magnetického pole B .

4.2.4 Planární Hallův koeficient a závislost na magnetickém poli

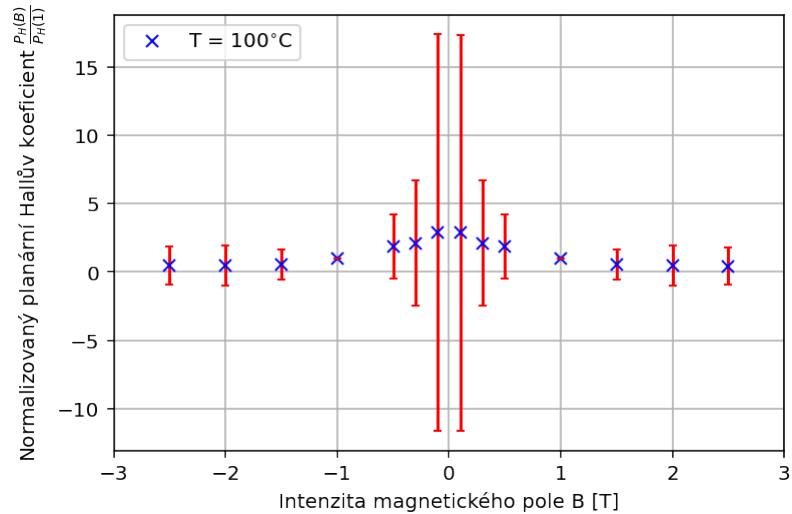
Podobně jako v případě klasického Hallova napětí U_H , tak i v případě planárního Hallova napětí U_{pl} (Obr. 28-37) byly určeny hodnoty planárního Hallova koeficientu P_H . Tentokrát podle vztahu, jež vychází z (116), kdy se budeme soustředit pouze na poslední člen

$$P_H = \frac{U_{pl}}{IB^2} t \quad (122)$$

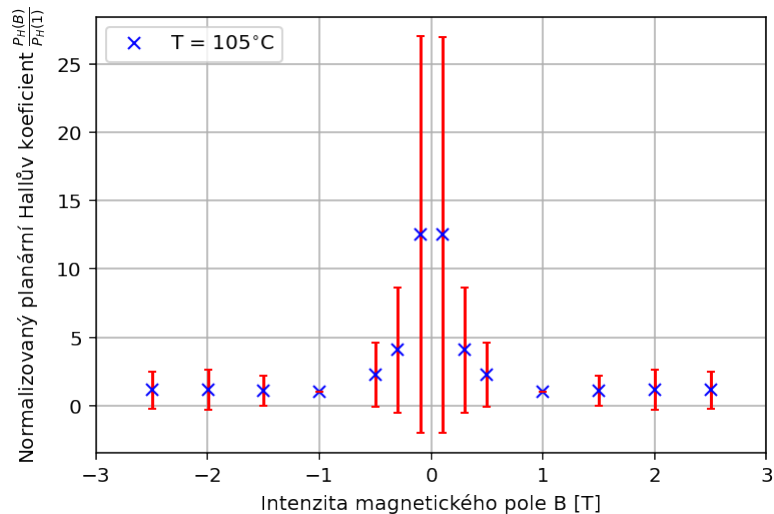
Vypočítané hodnoty jsme opět normalizovali podle hodnoty v $B = 1$ T pro jednotlivé teploty a jednotlivá měření a následně jsme výsledky ze všech deseti experimentů sloučili do jedné závislosti. Na rozdíl od klasického Hallova koeficientu R_H jsem zde však závislost neprokládali žádnou funkcí, neboť zatím nebyl nalezen analytický vztah pro planární Hallův koeficient $P_H(B)$ podobný vztahu (114). Výsledné závislosti normalizovaného planárního Hallova koeficientu jsou v následujících rafech



Obr. 63: Závislost planárního Hallova koeficientu P_H na magnetickém poli při teplotě $T=95$ °C.



Obr. 64: Závislost planárního Hallova koeficientu P_H na magnetickém poli při teplotě $T=100$ °C.



Obř. 65: Závíslost planárního Hallova koeficientu P_H na magnetickém poli při teplotě $T=105$ ° C.

Z grafických znázornění závíslosti planárního Hallova koeficientu P_H na magnetickém poli B lze usuzovat na jistou formu konzistence. Záměrem zde probíraných experimentů však bylo detekovat normálové Hallovo napětí. Planární Hallův jev byl chápán jako parazitní a byl tedy potlačován. Chyby v měření v oblasti nízkého magnetického pole (průhyby v grafech 28-37) tedy měly vysoký vliv na hodnoty planárního Hallova napětí U_{pl} , tudíž i na hodnoty planárního Hallova koeficientu P_H .

5 Závěr

V této práci byla nejprve představena základní idea termojaderné fúze, důvod jejího zkoumání a kritéria pro její zvládnutí. Dále byla diskutována důležitost znalosti magnetického pole při fúzních výbojích.

V souvislosti s tím byly probírány způsoby měření magnetického pole pomocí cívek, následně pak vysvětlen přechod k Halloovým sensorům. U těchto byl kladen důraz na princip jejich fungování, jejich typy, design a výrobu. Dále pak byl sumarizován postupný vývoj Halloových sensorů pro fúzní elektrárny a současný stav výzkumu v této oblasti.

V kapitole o normálovém a planárním Hallově jevu jsem s odvodil vztah pro Hallovo napětí a to jak normálové, tak planární, z čehož jsem poté získal analytický vzorec pro normálový Hallův koeficient.

Pomocí tohoto vzorce jsem zpracoval data z deseti měření Hallova napětí na zařízení PPMS14 Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze. Identifikoval jsme normálovou U_H a planární U_{pl} složku výstupního napětí. Ze znalosti těchto závíslostí jsem poté určil závíslost normálového Hallova koeficientu R_H na magnetickém poli a to jak pro případ, kdy bylo výstupní napětí ovlivněné planárním Halloovým jevem, tak pro případ, kdy bylo výstupní napětí čistě normálové. Dále jsem popsal závíslost normálového Hallova koeficientu na teplotě a stejně jako v případě závíslosti na magnetickém poli jsem pozoroval asymetrii v případě výstupního napětí ovlivněného planární složkou.

Z planární složky Hallova napětí jsem určil planární Hallův koeficient P_H , který byl však zatížen příliš velkou chybou pro vyvození jakýchkoliv dalších závěrů.

Při porovnání výsledků této práce a již proběhlých a zpracovaných experimentů lze dojít k závěru, že v případě normálového Hallova jevu skutečně vhodné použít aproximaci dvousložkového elektronového

plynu, přičemž vztah pro normálový Hallův koeficient, který jsem zde získal, se shoduje se vztahem již dříve odvozeným.

Reference

- [1] Binding Energy. Lumen Learning [online]. [cit. 2020-08-01]. Dostupné z: <https://courses.lumenlearning.com/physics/chapter/31-6-binding-energy/>
- [2] Tokamak principle. EUROfusion [online]. [cit. 2020-07-23]. Dostupné z: <https://www.euro-fusion.org/news/detail/tokamak-principle/>
- [3] Parameters of the tokamak COMPASS. Institute of plasma physics of The Czech Academy of Sciences [online]. [cit. 2020-07-23]. Dostupné z: http://www.ipp.cas.cz/vedecka_struktura_ufp/tokamak/tokamak_compass/parametry/
- [4] MLYNÁŘ J.: Focus on: JET, the European centre of fusion research. EFDA-JET-R(07)01. - EFDA, Culham Science Centre : EFDA, Culham Science Centre, 2007. 201 s. - (EFDA-JET-R(07)01). [online]. [cit. 2020-08-01]. Dostupné z: https://www.euro-fusion.org/fileadmin/user_upload/Archive/wp-content/uploads/2012/01/Focus_on.pdf
- [5] ITER. FusionWiki [online]. [cit. 2020-07-23]. Dostupné z: <http://fusionwiki.ciemat.es/wiki/ITER>
- [6] BACHMANN, C., BIEL W., CIATTAGLIA S., et al. Initial definition of structural load conditions in DEMO. Fusion Engineering and Design [online]. 2017, 124, 633-637 [cit. 2020-07-30]. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2017.02.061. ISSN 09203796. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0920379617301540>
- [7] SEDLÁK, B. a ŠTOLL I. Elekřina a magnetismus. Vyd. 2., opr. a rozš. Praha: Academia, 2002. ISBN 80-200-1004-1.
- [8] MACINTYRE, S. A. Magnetic field measurement [online]. [cit. 2020-08-01]. Dostupné z: https://nanopdf.com/download/macintyre-magnetic-field-measurement_pdf#
- [9] BIEL, W., ALBANESE R., AMBROSINO R., et al. Diagnostics for plasma control – From ITER to DEMO. Fusion Engineering and Design [online]. 2019, 146, 465-472 [cit. 2020-07-23]. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2018.12.092. ISSN 09203796. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0920379618308585>
- [10] ENTLER, S. a ĀURAN I. Kovové Hallový senzory. Āeskoslovenský časopis pro fyziku [online]. 2017, , 91-101 [cit. 2020-07-23]. Dostupné z: <http://www.ipp.cas.cz/miranda2/export/sitesavcr/ufp/ufp-v-mediich/Publications/Kovove-Hallový-senzory.pdf>
- [11] POPOVIC, D. R., DIMITRIJEVIC S., BLAGOJEVIC M., KEJIK P., SCHURIG E. a POPOVIC R. S.. Three-Axis Teslameter with Integrated Hall Probe Free from the Planar Hall Effect. IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings [online]. IEEE, 2006, 2006, s. 1812-1815 [cit. 2020-07-30]. DOI: 10.1109/IMTC.2006.328256. ISBN 0-7803-9360-0. ISSN 1091-5281. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4124664/>
- [12] ĀURAN, I., VIERERBL L., KLUPÁK V., BOLSHAKOVA I. a HOLYAKA. R. Investigation of stability of ITER candidate Hall sensors under neutron irradiation. Czechoslovak Journal of Physics [online]. 2006, 56(S2), B54-B60 [cit. 2020-07-30]. DOI: 10.1007/s10582-006-0177-4. ISSN 0011-4626. Dostupné z: <http://link.springer.com/10.1007/s10582-006-0177-4>

- [13] ĎURAN, I., OSZWALDOWSKI M., KOVAŘÍK K., JANKOWSKI J., EL-AHMAR S., VIERERBL L. a LAHODOVÁ Z. Investigation of impact of neutron irradiation on properties of InSb-based hall plates. *Journal of Nuclear Materials*. 2011, 417(1-3), 846-849 [cit. 2020-07-23]. DOI: 10.1016/j.jnucmat.2010.12.149. ISSN 00223115. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022311510009712>
- [14] KOČAN, M., ĎURAN I., ENTLER S., et al. Final design of the ITER outer vessel steady-state magnetic sensors. *Fusion Engineering and Design*. 2017, 123(1-3), 936-939. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2017.03.043. ISSN 09203796. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S092037961730265X>
- [15] DURAN, I., SENTKERESTIOVA J., KOVARIK K. a VIERERBL L. Prospects of steady state magnetic diagnostic of fusion reactors based on metallic Hall sensors [online]. 2012, s. 317-324 [cit. 2020-07-23]. DOI: 10.1063/1.4706886. Dostupné z: <http://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.4706886>
- [16] ĎURAN, I., ENTLER S., KOČAN M., KOHOUT M., VIERERBL L., MUŠÁLEK R., CHRÁSKA T. a VAYAKIS G. Development of Bismuth Hall sensors for ITER steady state magnetic diagnostics. *Fusion Engineering and Design* [online]. 2017, 123, 690-694 [cit. 2020-07-23]. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2017.05.142. ISSN 09203796. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0920379617306956>
- [17] ENTLER, S., ĎURAN I., KOVAŘÍK K., et al. Temperature dependence of the Hall coefficient of sensitive layer materials considered for DEMO Hall sensors. *Fusion Engineering and Design* [online]. 2020, 153 [cit. 2020-07-23]. DOI: 10.1016/j.fusengdes.2020.111454. ISSN 09203796. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0920379620300028>
- [18] POPOVIĆ, R.S. Hall-effect devices. *Sensors and Actuators* [online]. 1989, 17(1-2), 39-53 [cit. 2020-07-23]. DOI: 10.1016/0250-6874(89)80063-0. ISSN 02506874. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0250687489800630>
- [19] ENTLER, S., ŠEBEK J., ĎURAN I., VÝBORNÝ K., GROVER O., KOČAN M. a VAYAKIS G. High magnetic field test of the ITER outer vessel steady-state magnetic field Hall sensors at ITER relevant temperature. *Review of Scientific Instruments* [online]. 2018, 89(10) [cit. 2020-07-23]. DOI: 10.1063/1.5038812. ISSN 0034-6748. Dostupné z: <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.5038812>
- [20] ĎURAN, I., ENTLER S., KOHOUT M., KOČAN M. a VAYAKIS G. High magnetic field test of bismuth Hall sensors for ITER steady state magnetic diagnostic. *Review of Scientific Instruments* [online]. 2016, 87(11) [cit. 2020-07-31]. DOI: 10.1063/1.4964435. ISSN 0034-6748. Dostupné z: <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4964435>