



**FAKULTA
STROJNÍ
ČVUT V PRAZE**

Diplomová práce

Pokročilé řízení vibrační zkoušky

Bc. Vít Pawlik

Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

Vedoucí práce: Ing. Pavel Steinbauer, Ph.D.

2020

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Pawlik** Jméno: **Vít** Osobní číslo: **456380**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**
Studijní program: **Strojní inženýrství**
Studijní obor: **Mechatronika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Pokročilé řízení vibrační zkoušky

Název diplomové práce anglicky:

Advanced control of vibration test

Pokyny pro vypracování:

- 1, Seznamte se s postupy a přístroji pro provádění vibrační zkoušky i algoritmy pro její řízení
- 2, Provedte identifikaci modelu vybraného zkušebního zařízení pomocí vhodných algoritmů a vytvořte hierarchii návrhových modelů
3. Navrhněte a ověřte řídicí algoritmus zkušebního zařízení pro stejnoměrné zatížení zkušebního vzorku v celém zkoušeném frekvenčním spektru.

Seznam doporučené literatury:

Valášek, M.: Mechatronika, 1995, ČVUT v Praze
Lewis, F. L. (1992). Applied optimal control and estimation. Prentice Hall PTR.
Martini, Luca (2016) Real-time control of an Electrodynamical Shaker. [Laurea magis-trale], Università di Bologna, Corso di Studio in Ingegneria elettronica e telecomunicazioni per l'energia [LM-DM270] - Cesena
Camacho, E. F., & Alba, C. B. (2013). Model predictive control. Springer Science & Business Media.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

Ing. Pavel Steinbauer, Ph.D., odbor mechaniky a mechatroniky FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **30.04.2020**

Termín odevzdání diplomové práce: **07.08.2020**

Platnost zadání diplomové práce: _____

Ing. Pavel Steinbauer, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Anotční list

Jméno autora:	Vít Pawlik
Název diplomové práce:	Pokročilé řízení vibrační zkoušky
Anglický název:	Advanced control of vibration test
Akademický rok:	2019/2020
Ústav/odbor:	Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky, Odbor mechaniky a mechatroniky
Vedoucí práce:	Ing. Pavel Steinbauer, Ph.D.
Bibliografické údaje:	Počet stran: 63 Počet obrázků: 37 Počet příloh: 1x CD
Klíčová slova:	adaptivní filtrování, Wienerův filtr, adaptivní řízení, LMS algoritmus, identifikace, vibrační budič, MATLAB, Simulink, dSPACE
Keywords:	adaptive filtering, Wiener filter, adaptive control, LMS algorithm, system identification, vibration exciter, MATLAB, Simulink, dSPACE
Anotace:	Tato práce se zabývá řízením elektrodynamického vibračního budiče pro účely vibračního testování součástí s komplikovanou dynamikou. Cílem je navrhnout řízení pro rovnoměrnou vibrační expozici, simulačně jej ověřit na identifikovaném modelu a následně experimentálně ověřit na laboratorním modelu budiče. Řízení je realizováno použitím adaptivního inverzního řízení s adaptivním algoritmem LMS. V laboratorním experimentu toto řízení dokáže velmi dobře zajistit sledování žádaného průběhu výstupního zrychlení.
Synopsis:	This thesis deals with control of a electrodynamical vibration exciter for the purpose of vibration testing of parts with complicated dynamics. The goal is to design a control strategy for ensuring a even vibration exposure. The strategy is verified in simulation, using an identified model of the system and then deployed and experimentally verified. The control strategy is based on adaptive inverse control and uses the LSM algorithm. The implemented controller provides very good reference tracking of demanded acceleration signal in a laboratory experiment.

Poděkování

Poděkování patří hlavně rodičům za jejich podporu. Dále chci poděkovat Ing. Pavlu Steinbauerovi, Ph.D. za odborné vedení, všem přednášejícím a cvičícím za předané znalosti a zkušenosti a spolužákům za jejich spolupráci během studia.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje.

V Praze dne 29. července 2020

Bc. Vít Pawlik

Abstrakt

Tato práce se zabývá řízením elektrodynamického vibračního budiče pro účely vibračního testování součástí s komplikovanou dynamikou. Cílem je navrhnout řízení pro rovnoměrnou vibrační expozici, simulačně jej ověřit na identifikovaném modelu a následně experimentálně ověřit na laboratorním modelu budiče. Řízení je realizováno použitím adaptivního inverzního řízení s adaptivním algoritmem LMS. V laboratorním experimentu toto řízení dokáže velmi dobře zajistit sledování žádaného průběhu výstupního zrychlení.

Klíčová slova adaptivní filtrování, Wienerův filtr, adaptivní řízení, LMS algoritmus, identifikace, vibrační budič, MATLAB, Simulink, dSPACE

Abstract

This thesis deals with control of a electrodynamical vibration exciter for the purpose of vibration testing of parts with complicated dynamics. The goal is to design a control strategy for ensuring a even vibration exposure. The strategy is verified in simulation, using an identified model of the system and then deployed and experimentally verified. The control strategy is based on adaptive inverse control and uses the LSM algorithm. The implemented controller provides very good reference tracking of demanded acceleration signal in a laboratory experiment.

Keywords adaptive filtering, Wiener filter, adaptive control, LMS algorithm, system identification, vibration exciter, MATLAB, Simulink, dSPACE

Obsah

Použité symboly	xi
Úvod	1
1 Vibrační zkoušení	3
1.1 Účel zkoušky	3
1.2 Vibrační budiče	4
1.3 Současný stav řízení budičů	5
2 Teoretická východiska	7
2.1 Náhodný proces a některé jeho charakteristiky	7
2.2 Měření a zpracování signálu	10
2.3 Systém a jeho modelování	11
2.4 Adaptivní filtry a filtrace	13
2.5 Použití adaptivních filtrů	20
3 Měření a identifikace	25
3.1 Měření vibrací	25
3.2 Experimentální vybavení	26
3.3 Generování bílého šumu	30
3.4 Model elektrodynamického vibračního budiče	31
3.5 Identifikace elektrodynamického vibračního budiče připojeného k testovacímu rámu	33
4 Návrh řízení a simulační experiment	37
4.1 Implementace a ověření adaptivního algoritmu LMS	37
4.2 Inverzní řízení	40
5 Laboratorní experiment	47
5.1 Programování zařízení dSPACE	47
5.2 Implementační specifiky	47
5.3 Test generování a měření signálu	49
5.4 Inverzní řízení zkušebního zařízení	50
Závěr	55
Zdroje	57
A Seznam použitých zkratk	61
B Obsah příloženého media	63

Použité symboly

$\mathbb{A}, \mathbb{B}, \mathbb{C}$ matice

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektory

$\mathcal{A}\{\cdot\}, \mathcal{B}\{\cdot\}, \mathcal{C}\{\cdot\}$ operátory

$\mathcal{E}\{\cdot\}$ operátor střední hodnoty

z^{-1} operátor zpoždění signálu o jeden vzorek

$d(k)$ žádaný výstup systému v čase k

μ učicí koeficient adaptivního algoritmu

$\vec{u}(k) = [u(k), u(k-1), \dots, u(k-L+1)]^T$ vstup filtru o délce L koeficientů v čase k

$\vec{w} = [w(1), w(2), \dots, w(L)]^T$ vektor koeficientů filtru o délce L

$e(k)$ chybový signál v čase k

$y(k)$ výstup systému v čase k

Úvod

Systémy pro provádění vibračních zkoušek používané v průmyslu jsou výrobci dodávány jako kompletní řešení, tedy samotný vibrační budič, jeho budící výkonový zesilovač a řídicí systém. Tyto systémy jsou však uzavřené a umožňují uživatelům jen omezené možnosti ovlivnění vnitřního fungování prostřednictvím ovládacích programů, takže použití je problematické pro zkoušení součástí s výraznou dynamikou. V rezonancích pak dojde k nadměrné vibrační expozici zkoušeného vzorku a k nedodržení parametrů zkoušky. V extrémním případě pak také může dojít ke zničení zkušebního zařízení.

Hlavním cílem této práce je navrhnout a implementovat řídicí systém vibračního budiče zajišťující rovnoměrnou vibrační expozici zkoušeného vzorku, do kterého bude mít uživatel přístup a bude tak nabízet pokročilé možnosti hlavně v oblasti kombinace několika součinných řídicích algoritmů, proto bude vhodný pro účely výzkumu v této oblasti.

V první části práce popíši základy vibračního zkoušení a používané zařízení, zavedu teoretické pojmy z oblasti náhodných signálů a zpracování signálů obecně. Dále se budu věnovat oblasti adaptivního filtrování a inverzního řízení a popíši algoritmy použité pro realizaci řízení a jejich vlastnosti. Ve třetí kapitole popíši experimentální vybavení a provedu identifikaci modelu řízeného zařízení, který bude dále použit v simulačních experimentech, Sestavení a realizaci simulačních experimentů, za účelem ověření navrženého řízení popíši ve čtvrté kapitole. Ve finální páté kapitole popíši laboratorní experiment a jeho výsledky.

Vibrační zkoušení

Vibrační zkoušení spočívá v podrobení zkoušeného objektu (vzorku), mechanismu nebo struktury kinematickému nebo silovému působení kmitavého charakteru a následném monitorování odezvy. To může spočívat v měření vybuzených kmitů nebo sledování, zda nedochází k porušení integrity či ztrátě funkčnosti [1]. Používá se v širokém spektru různých odvětví průmyslu, zkoušeným vzorkem může být olověný akumulátor [2], deska plošných spojů [3], elektromotor [4], helikoptéra [5], jaderný reaktor [6] nebo i celá budova [7].

Silové působení, kterému je vzorek při zkoušce podroben, může mít různé typy průběhu. Základní typy jsou sinusový průběh, nebo charakter šumu, tedy náhodný signál [8]. Tyto dva lze pak dále kombinovat, čímž může například vzniknout charakter Sine On Random (SoR). Výhodou náhodného buzení je, že může realisticky reprezentovat skutečné prostředí, a také že jím je možno vybudit všechny vlastní frekvence v daném rozsahu. Nevýhodou je, že je náročnější na výkon testovacího zařízení a klade vyšší nároky na řízení. Sinusové buzení lze použít pro simulaci prostředí, kdy je vzorek v provozu zatížen od jedné známé frekvence, například od rotujícího motoru. Dále může být využito pro analýzu vlastních frekvencí, vlastních tvarů a modálního tlumení. Nevýhodou je, že čistě sinusový průběh nereprezentuje skutečné podmínky provozu a může způsobit selhání vlivem koncentrace energie na jediné frekvenci, ke kterému by jinak nedošlo. Navíc může skrýt selhání, ke kterému by došlo při vybuzení více vlastních frekvencí najednou. [1] Dalším používaným typem buzení je šok, kdy budící síla má podobu krátkého impulsu určitých vlastností. [9]

Pokud je účelem testu ověření funkčnosti při vibrační expozici, může být pro zkoušku použit průběh zrychlení naměřený v provozu, do kterého je vzorek určen. Dále může být zdrojem charakteristik průběhu zkoušky norma jako například norma zabývající se zkouškami vlivů prostředí [10]. Tyto zkoušky navíc bývají prováděny v klimatické komoře a vzorek je pak zároveň podroben zkoušce vlivu proměnlivé teploty a vlhkosti.

1.1 Účel zkoušky

Prováděné zkoušky související s vibracemi mohou mít různý účel. Základní cíle zkoušení jsou [9]:

Analytický. Analytická, nebo též vývojová zkouška slouží k ověření, že konstruované zařízení bude schopno pracovat v prostředí s očekávanou vibrační expozicí. Může zahrnovat zjištění rezonančních frekvencí, k čemuž je používáno sinusové buzení s pomalu rostoucí či klesající frekvencí. Dále se může zabývat zjištěním vlastních tvarů a útlumů, přičemž je možné pro snížení potřebného času na zkoušku použít jako budící signál bílý šum, který vybudí všechny vlastní tvary najednou.

Kvalifikační. K ověření, zda je zařízení způsobilé k provozu v zamýšleném prostředí, slouží kvalifikační zkoušky, jejichž obsah a průběh bývá přesně definován smlouvou s cílem přesně simulovat vibrační expozici od provozu. Předběžná zkouška může být provedena na prototypu za účelem zjištění a opravy chyb návrhu. Základem pro průběh zkoušky bývají obecné specifikace určitého typu prostředí, které jsou zanesené v normách.

Kontrola kvality. Zkoušky zabývající se kontrolou kvality slouží k ověření kvality zařízení při výrobě. Pokud se týkají zařízení, jehož selhání by mělo vážné následky, bývá zkouška podroben každý vyrobený díl. Pokud je určitá míra selhání přípustná, jsou zkoušky prováděny na výběru a zpracovány metodami statistiky podle plánu řízení kvality. Co se týče samotného průběhu zkoušky, existují dva různé přístupy — prvním je zkouška navržená tak, aby rychle objevila běžně se vyskytující chyby výroby, buzení pak nesouvisí s vlastnostmi prostředí provozu, ale s vlastnostmi samotného výrobku. Druhým přístupem je zkouška simulující vibrační expozici, které bude zařízení při provozu podrobeno.

Prověřování. Účelem prověřovacího testu je rychle způsobit selhání, ke kterému by došlo během provozu a které lze ještě opravit před dodáním zařízení. Tímto lze detekovat chyby výroby a materiálů, které by nezpůsobily okamžité selhání, ale zkrátily by životnost. Prověřovací zkoušky jsou podobné zkouškám kvality, ale používají se u nich vyšší úrovně buzení a bývají také doplněny působením proměnlivé teploty.

Bezporuchovost. Zkoušky bezporuchovosti, zkoumající statistickou spolehlivost, bývají prováděny na větším množství vyrobených vzorků po delší dobu. S využitím statistických metod se vyhodnocuje střední doba do poruchy a střední doba mezi poruchami. Tyto zkoušky musí přesně simulovat vibrační a šokovou expozici provozu, často proměnlivou v čase, a zahrnují rovněž další šoky, které nejsou v provozu očekávány, ale mohou nastat.

Růst bezporuchovosti. Tyto zkoušky jsou prováděny na prototypch s extrémními úrovněmi buzení, které neodpovídají expozici za provozu, a slouží k rychlému zjištění příčin selhání a identifikaci slabin návrhu. Během zkoušky se stupňovitě zvyšuje úroveň buzení, což umožňuje přesnou identifikaci velikosti buzení způsobující určité selhání. Na základě zjištění je pak možno návrh upravit.

1.2 Vibrační budiče

Zkušební stroje, či shakery, se liší hlavně principem generování síly a pohonem.

S přímým pohonem. Shakery s přímým pohonem pracují na principu převodu rotačního pohybu na posuvný užitím například klikového, kulisového nebo vačkového mechanismu. Tyto stroje se vyznačují nízkými frekvencemi a z principu mají pouze sinusový průběh. Jejich výhodou je velká amplituda výchylky a možnost i velmi nízkých frekvencí.

S nevyvážkem. Stroje s nevyvážkem nejčastěji obsahují dvě nevyvážené protiběžně rotující hmoty, čímž vzniká setrvačná síla se sinusovým průběhem působící v jedné ose. Při použití tří nevyvážek vznikne stroj, který může kmitat buď v normálové nebo tečné rovině. Tyto stroje však také dosahují frekvencí nanejvýš 120 Hz. Jejich výhodou je, že nevyžadují tuhé připojení k zemi.

Hydraulické. Hydraulický válec je napájen přes řízený rozvaděč z hydrogenerátoru a umožňuje vyvinout velké síly a výchylky. Tyto stroje jsou použitelné až po frekvence okolo 1 kHz.

Elektrodynamické. Tyto stroje se skládají z několika základních částí: pohyblivé, zvané armatura, skládající se z upínacího stolu a buzené cívky, a statické části, která je pevně připojena k rámu stroje a skládá se z permanentního magnetu nebo elektromagnetu. Vlivem proudu protékajícího cívkou armatury vzniká síla mezi armaturou a statickým magnetem. Elektrodynamické shakery nabízejí velký rozsah frekvencí až k 30 kHz a umožňují použít buzení sinusové, náhodné či kombinaci. [9]

1.3 Současný stav řízení budičů

Cílem řízení v kontextu vibračního zkoušení je zajistit, že zrychlení v určitém místě bude mít daný časový průběh nebo frekvenční vlastnosti.

Přístupy k řízení elektrodynamického vibračního budiče jsou různé. V článku [11] je nejprve navrhnout spínaný zdroj s řízeným výstupním proudem skládající se ze zpětnovazebného P regulátoru, dopředného řízení a robustního dopředného potlačení vlivu poruchové veličiny. Použitím tohoto přístupu bylo možné dosáhnout žádaného průběhu zrychlení s dobrou přesností.

Autoři [12] použili pro utlumení rezonancí struktury budiče a dosažení asymptotického sledování žádaného průběhu zrychlení kaskádu kompenzátorů. Tyto kompenzátory byly navrženy na základě identifikovaného modelu budiče. Výsledná regulační smyčka dosahovala velmi dobrého sledování žádaného signálu, avšak při testování málo tlumených objektů docházelo ke ztrátě stability při rezonanci.

V článku [13] bylo pro řízení amplitudy zrychlení se sinusovým průběhem použito řízení s PI fuzzy regulátorem pro minimalizaci regulační odchylky a její první časové derivace. V regulační smyčce byl navíc budiči předřazen kompenzátor pro potlačení vlastního tvaru kmitání zavěšení budiče. Cílem tohoto přístupu bylo navrhnout řízení pro zkoušky sweepem, který by byl robustní vůči vlivu dynamiky testovaného objektu, která je neznámá a může během zkoušky výrazně ovlivnit chování budiče. Tento přístup umožnil dobré zajištění žádaného průběhu pro sweep v rozsahu frekvencí 10 Hz až 2 kHz, avšak bylo zjištěno, že regulační smyčka ztrácí stabilitu při zkoušení objektu s výraznými rezonancemi.

Autorský tým [14] se zabýval návrhem robustního řízení pro případy, kdy nelze použít přístup iterativního ladění regulátoru za běhu budiče, neboť to může vést k akumulaci poškození testovaného objektu. K řízení použili regulátor s dvěma stupni volnosti. Pro nižší frekvence je amplituda zrychlení srovnatelná s úrovní šumu, proto je výstupní zrychlení použito pro řízení ve vyšších frekvencích, a pro řízení v nižších frekvencích je použita poloha. Jako žádaný průběh použili signál naměřený v pohybujícím se automobilu. Ukázali, že tento přístup dosahuje lepších výsledků, než když je pro řízení použito pouze zrychlení, avšak efektivní hodnota regulační odchylky dosahovala 35 % efektivní hodnoty žádaného průběhu.

V práci [15] je k řízení použit přístup využívající modelování inverze systému použitím adaptivního filtru. Je zde demonstrováno, že s tímto přístupem je možné po adaptaci trvající v řádech desítek sekund velmi dobře sledovat žádanou hodnotu. Autor tento přístup experimentálně ověřil na sweepu v rozsahu 50 až 150 Hz, což je výrazně menší rozsah oproti ostatním pracím, které uvažují rozsah 10 Hz až 2 kHz.

Průmyslová řešení, jako například Apex SL společnosti Unholtz-Dickie Corp. nebo VibrationVIEW společnosti Vibration Research Corp., se skládají z řídicího hardware, který obsahuje vstupy měřících akcelerometrů a výstup buzení shakeru. Tento hardware je ovládán softwarem běžícím na PC, který umožňuje definici, provedení a vyhodnocení zkoušky s buzením charakteru sinus, náhodný šum, šok, nebo přehrání nahraného průběhu. Tyto společnosti však neuvádí, jak je samotné řízení realizováno.

V této práci navrhnou řízení, které bude po ustálení dobře zajišťovat shodu zrychlení v místě akcelerometru s žádaným průběhem charakteru bílého šumu v rozsahu 10 Hz až

1. VIBRAČNÍ ZKOUŠENÍ

2 kHz. Toto řízení nebude závislé na znalosti modelu budiče a bude schopno kompenzovat vlastnosti budiče i zkoušeného vzorku.

Teoretická východiska

V této kapitole zavedu pojmy a metody ze statistiky, statistické mechaniky, filtrace a řízení, které budu používat a odkazovat v dalších kapitolách a které tvoří teoretický základ použitých postupů.

2.1 Náhodný proces a některé jeho charakteristiky

Signály, které v této práci budu používat, mají charakter náhodného procesu. Základní charakteristiky náhodného procesu jsou:

Náhodný proces. *Náhodný proces* $\xi(t)$ je soubor realizací určité náhodné veličiny ξ . *Realizací* rozumíme jeden zaznamenaný časový průběh. Náhodný proces se vyznačuje distribuční funkcí

$$F(x, t) = P \{ \xi(t) < x \}$$

a hustotou pravděpodobnosti

$$f(x, t) = \frac{\partial F(x, t)}{\partial x},$$

kde $P \{ \cdot \}$ je operátor pravděpodobnosti.

Střední hodnota. *Střední hodnotu* náhodného procesu definujeme jako

$$\mathcal{E} \{ \xi(t) \} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x, t) dx.$$

Stacionarita. Pokud se statistické vlastnosti náhodného procesu v čase nemění, pak je stacionární.

Ergodicita. Stacionární náhodný proces je *ergodický*, pokud jeho statistické charakteristiky lze získat z jedné jeho realizace. Pro střední hodnotu pak platí vztah

$$\mathcal{E} \xi = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt,$$

$$\mathcal{E} \xi = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n \Delta T) \Delta T,$$

pro spojitou, respektive diskrétní veličinu.

2.1.1 Fourierova transformace a spektrální charakteristiky

Ke zjištění vlastností signálu, který obsahuje informace na různých frekvencích, lze použít nástroje Fourierovy transformace. Jedním z hlavních přínosů je umožnění zjištění vlastností systému na základě měření časových průběhů jeho vstupu a výstupu.

Fourierova řada. T-periodickou funkci $x(t)$ lze rozvinout do *Fourierovy řady*

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n e^{j2\pi nft}, \quad a_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j2\pi ft} dt,$$

kde $f = \frac{1}{T}$.

Fourierova transformace. Necht' je perioda funkce nekonečně dlouhá, tedy $f \rightarrow df$ je nekonečně malé, pak pro spojitě funkce dostaneme

$$x(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(e^{j2\pi ft} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j2\pi ft} df \right),$$

z čehož máme *Fourierovu transformaci* přímou

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi ft} dt$$

a zpětnou

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df.$$

Pro diskrétní funkce $x(t) = x(n\Delta t)$, $X(f) = X(k\Delta f)$, $n = 0, 1, \dots, N$, kde ΔT je časový krok a Δf frekvenční krok, platí *diskrétní Fourierova transformace* s předpisy

$$X(k\Delta f) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta T) \exp\left(\frac{-j2\pi kn}{N}\right),$$

$$x(n\Delta t) = \Delta f \sum_{k=0}^{N-1} X(k\Delta f) \exp\left(\frac{j2\pi kn}{N}\right),$$

pro přímou, respektive zpětnou transformaci.

Diskrétní Fourierova transformace. K výpočtu Fourierovy transformace diskrétních signálů jsou používány algoritmy s velkým množstvím optimalizací. Široce rozšířená knihovna *FFTW (Fastest Fourier Transform in the West)* [16] obsahuje množství algoritmů, z nichž je vždy vybrán ten nejefektivnější pro daný vstup, a tak provádí transformaci velmi efektivně pro vstup s libovolnou délkou. Tato knihovna je použita například v prostředí MATLAB.[17]

Frekvenční spektrum. Pokud se pro náhodný proces $\xi(t)$ s náhodnou proměnnou $x(t)$ ¹ omezíme na časový interval $t \in \left(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right)$, a jinde ho budeme uvažovat nulový, bude pak Fourierův obraz $x(t)$

$$X_T(f) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-j2\pi ft} dt,$$

a tento obraz nazveme *frekvenčním spektrem* funkce $x(t)$.

¹Náhodný proces je hod kostkou, náhodná proměnná je číslo, které padne.

Okénkování. Pokud provedeme diskretní Fourierovu transformaci periodického signálu, který nezačíná nebo nekončí nulovou hodnotou, respektive neobsahuje celočíselný počet period, projeví se to chybami ve výsledném spektru. K odstranění těchto chyb se používají okénka, kterými se časový průběh přenásobí. Nejčastěji používaným je Hannovo okénko, dáno předpisem

$$w_H(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) & \dots t \in \langle -T, T \rangle, \\ 0 & \dots t \notin \langle -T, T \rangle. \end{cases}$$

Periodogram. Frekvenční závislost

$$\frac{1}{T} X_T^c(f) X_T(f)$$

nazveme *periodogramem*. Symbol X^c označuje číslo komplexně sdružené k X .

Spektrální výkonová hustota. Střední hodnotu výběru z populace periodogramů $S_{xy} = \lim_{T \rightarrow \infty} \mathcal{E} \left\{ \frac{1}{T} X_T^c(f) Y_T(f) \right\}$ nazveme *spektrální výkonovou hustotou*, označujeme ji též *Power Spectral Density (PSD)*. Pro ergodický proces tedy platí

$$S_{xy}(f) = \frac{1}{T} X_T^c(f) Y_T.$$

Frekvenční přenos. Pokud do SISO soustavy vstupuje signál s Fourierovým obrazem $X(f)$ a vystupuje signál s obrazem $Y(f)$, pak platí

$$Y(f) = H(f)X(f),$$

kde $H(f)$ je frekvenční přenos soustavy.

2.1.2 Zjištění frekvenčního přenosu

Mějme signál $x(t)$ vstupující do soustavy a signál $y(t)$ z této soustavy vystupující a jejich Fourierovy obrazy $X(f)$ a $Y(f)$, pak platí

$$H_1 = \frac{S_{yy}}{S_{yx}}, \tag{2.1}$$

$$H_2 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}},$$

kde H_1 a H_2 jsou frekvenční přenosy soustavy a pro případ lineární soustavy bez šumu jsou identické. Tyto přenosy jsou ve formě komplexních čísel, ze kterých lze dále zjistit amplitudu přenosu a fázové zpoždění. Pro zpřesnění výsledného frekvenčního přenosu a pro potlačení šumu je možné tento proces provést pro několik zokénkovaných vzorků vybraných z původního signálu a zprůměrovat jejich Fourierovy obrazy.

Koherence. Veličina *koherence* je dána vztahem

$$\gamma^2 = \frac{|S_{xy} S_{xy}^c|}{S_{xx} S_{yy}}$$

a slouží k posouzení chování soustavy a míry šumu. Nabývá hodnot $\gamma \in \langle 0, 1 \rangle$ a pro lineární soustavu bez výskytu šumu platí $\gamma = 1$.

Zdrojem definic a vztahů v této sekci 2.1 je skriptum [18].

2.2 Měření a zpracování signálu

Diskrétní systémy a signály. V diskrétních systémech se pracuje se signály ve formě řady hodnot

$$x(k\Delta t), k = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty$$

odpovídajících časům $k\Delta t$, $\Delta t > 0$. [19]

Vzorkovací teorém. Nechť frekvenční spektrum spojitého signálu $x(t)$ je nulové mimo rozsah frekvencí $B = (f_1, f_2)$, pak pro Fourierovu transformaci platí

$$|X(f)| = |\mathcal{F}\{x(t)\}| = 0, f \notin B$$

a tento signál lze jednoznačně reprezentovat diskrétním signálem, právě když je vzorkován frekvencí alespoň dvakrát větší, než je šířka pásma $f_s > 2(f_2 - f_1)$. Pokud je toto splněno, lze signál rekonstruovat vztahem

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \frac{\sin(\pi f_s (t - n\Delta t))}{\pi f_s (t - n\Delta t)}.$$

Frekvence $f_N = \frac{f_s}{2}$ je nazývána *Nyquistova frekvence*. [20]

Aliasing. Pokud není dodržen vzorkovací teorém, dochází k aliasingu, kdy se ve frekvenčním spektru frekvence ležící nad vzorkovací frekvencí f_s zobrazí jako frekvence pod vzorkovací frekvencí, například výsledná spektra signálů o frekvenci $0.6f_s$ a signálu o frekvenci $0.4f_s$ budou shodná. Pro odstranění aliasingu je nutné buď zvýšit vzorkovací frekvenci tak, aby odpovídala vzorkovacímu teorému, nebo použít analogový antialiasingový filtr, který frekvence nad Nyquistovou frekvencí odfiltruje. [20]

2.2.1 Vlastnosti diskrétního signálu

Efektivní hodnota. Efektivní hodnota, neboli RMS, kvantifikuje úroveň střídavého signálu a pro diskrétní signál se vypočte vzorcem

$$\text{RMS}\{x\} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x^2(i)}.$$

[20]

Parsevalova rovnost. Pro diskrétní signál $x(k)$ platí

$$\sum_{k=1}^K x^2(k) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K |X(k)|^2, \quad (2.2)$$

kde $X(k)$ je Fourierův obraz $x(k)$. Pro výpočet RMS pak platí

$$\text{RMS}\{x(k)\} = \sqrt{\sum_k \left| \frac{X(k)}{K} \right|^2}.$$

[21]

Power Spectral Density. K odhadu spektrální výkonové hustoty, neboli PSD, se nejčastěji používá Welchova metoda, založená na průměrování periodogramů vytvořených z kratších, okénkovaných bloků z původního signálu. Tyto bloky jsou pevné délky a většinou se částečně překrývají, což snižuje náhodnou chybu. Spektrální výkonová hustota je pak vypočtena vztahem

$$S_{xy}(f) = \frac{S_P}{M} \sum_{m=1}^M X_{w,m}^C(f) Y_{w,m}(f),$$

kde M je počet bloků o délce N , $X_{w,m}$ je periodogram zokénkovaného m tého bloku signálu $x(t)$ s S_P je škálovací koeficient volený tak, aby se plocha pod grafem spektrální výkonové hustoty rovnala kvadrátu efektivní hodnoty časového signálu, což eliminuje vliv ztráty informace okénkováním a zachová platnost Parsevalovy rovnosti. [20]

2.3 Systém a jeho modelování

Moderním přístupem v řídicí technice je používat k modelování systému stavový popis, který umožňuje popisovat komplexní systémy s více vstupy i výstupy, oproti konvenční teorii řízení, která je aplikovatelná pouze na systémy s jedním vstupem a jedním výstupem (Single Input Single Output (SISO)). [22]

2.3.1 Stavový popis

Stav. Stav dynamického systému je taková nejmenší možná množina proměnných, že znalost těchto proměnných v čase $t = t_0$, spolu se znalostí vstupu \vec{u} , úplně určuje chování systému v jakémkoli čase $t \geq t_0$.

Stavové proměnné. Stavové proměnné dynamického systému tvoří minimální množinu proměnných, které jsou potřebné k úplnému popsání chování dynamického systému.

Stavový vektor. Pokud je k popisu chování dynamického systému potřeba n stavových proměnných, pak tyto proměnné tvoří složky stavového vektoru

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}.$$

Rovnice stavového popisu. Rovnicemi stavového popisu rozumíme soustavu rovnic

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}} &= \mathbb{A}\vec{x} + \mathbb{B}\vec{u} \\ \vec{y} &= \mathbb{C}\vec{x} + \mathbb{D}\vec{u}, \end{aligned}$$

kde \vec{x} je stavový vektor, \vec{u} je vstup, \vec{y} je vektor výstupu a \mathbb{A} , \mathbb{B} , \mathbb{C} , \mathbb{D} jsou matice. [22] Řešení rovnic stavového popisu je

$$\vec{x}(t) = e^{\mathbb{A}(t-t_0)}\vec{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbb{A}(t-\tau)}\mathbb{B}\vec{u}(\tau)d\tau,$$

kde $\vec{x}(t_0)$ je počáteční stav a $e^{\mathbb{A}t}$ je stavová matice přechodu spojitého systému. [23]

Diskrétní stavový popis. Diskrétní lineární stavový popis je popsán rovnicemi

$$\begin{aligned}\vec{x}(k+1) &= \mathbb{M}(k)\vec{x}(k) + \mathbb{N}(k)\vec{u}(k) \\ \vec{y}(k) &= \mathbb{C}(k)\vec{x}(k) + \mathbb{D}(k)\vec{u}(k).\end{aligned}$$

Jednou z možností jejich získání je diskretizace spojitého lineárního stavového popisu. To lze provést aplikací vzorkování

$$y(k) = y(t)|_{t=kT}$$

s periodou T na výstup systému a tvarovače nultého řádu na vstup

$$\vec{u}(t) = \vec{u}(k), kT \leq t < (k+1)T,$$

a získáme tak stavové rovnice

$$\begin{aligned}\vec{x}(k+1) &= e^{\mathbb{A}T}\vec{x}(k) + \int_0^T e^{\mathbb{A}\tau} d\tau \mathbb{B}\vec{u}(k) \\ \vec{y}(k) &= \mathbb{C}\vec{x}(k) + \mathbb{D}\vec{u}(k),\end{aligned}$$

jejichž matice lze přibližně určit jako

$$\mathbb{M} = e^{\mathbb{A}T} \approx \mathbb{I} + \mathbb{A}T, \mathbb{N} = \int_0^T e^{\mathbb{A}\tau} d\tau \mathbb{B} \approx \mathbb{B}T.$$

[23]

2.3.2 Stabilita

Stabilita je schopnost systému zachovávat daný stav. Jednou z možných definic je *BIBO* stabilita:

Bounded Input – Bounded Output. Systém je stabilní, pokud každému omezenému vstupu odpovídá omezený výstup.[23]

2.3.3 Identifikace

Pokud máme záznam vstupů a výstupů systému, můžeme tyto signály zpracovat a využít je k sestavení modelu, který zachycuje chování systému. Tento proces je znám jako *identifikace*. Prvním krokem tohoto procesu je výběr vhodné matematické struktury modelu, načež následuje úloha odhadu parametrů. [24]

2.3.4 Řízení

Řízení je působení na systém tak, aby vykazoval žádané chování. Je možné použít standardní strukturu řízení, jako je například PID regulátor a k jeho naladění použít heuristickou metodu — například Ziegler-Nichols. Toto však mnohdy z bezpečnostních důvodů nelze provést, a pak je užitečné znát vlastnosti tohoto systému a jeho chování v podobě matematického modelu $y(t) = f(u(t))$ a syntézu řízení provést na jeho základě.

Řízení je tradičně realizováno ve formě zpětnovazebného řízení (regulace), kdy regulátor provádí akční zásah $u(t)$, což je vstup řízeného systému, na základě regulační odchylky (chyby) $e(t) = d(t) - y(t)$ žádaného průběhu $d(t)$ a skutečného výstupu systému $y(t)$. Použitím regulátoru s touto odchylkou vzniká uzavřený regulační obvod. [25] Řízení s uzavřenou regulační smyčkou musí být provedeno opatrně, aby byla zajištěna stabilita celého systému a požadované dynamické vlastnosti. Na zásadní obtíže však narazí, když řízený systém je proměnný v čase.[26]

2.4 Adaptivní filtry a filtrace

Častým a těžce dosažitelným cílem řízení je minimalizace velikosti chybové veličiny, jehož dosažení se stává ještě náročnějším, když se vlastnosti systému v čase mění. Úlohu řízení systému proměnného v čase lze řešit použitím adaptivního regulátoru, například ve formě adaptivního filtru.[26]

Výrazem *filtr* se obecně označuje libovolné zařízení nebo systém, který prvky vstupního signálu zpracuje podle specifických pravidel a na svém výstupu vygeneruje odpovídající množinu prvků. [19] V dnešní době jsou filtry většinou realizovány prostřednictvím digitálního zpracování signálu vzhledem k jejich nízké ceně, spolehlivosti, přesnosti a flexibilitě. Cílem *filtrování* je zpracování signálu za účelem manipulace s informací, která je v něm obsažena. Návrh v čase neměnného filtru se zpravidla skládá z několika fází — aproximace předepsaného přenosu racionální funkcí, výběr vhodné struktury pro definici algoritmu a výběr formy implementace tohoto algoritmu. Adaptivní filtr je pak filtr, u kterého není dána pevná specifikace, nebo kde pevná specifikace nedokáže zaručit požadované vlastnosti, a jejich koeficienty jsou v čase proměnné dle použitého adaptivního algoritmu. Toto z nich dělá nelineární systém, takže analýza jejich chování je složitější než u filtrů s pevnými koeficienty. [27]

Adaptivní filtry mají široké pole využití v oblasti měření, řízení, komunikace, biosignálů, aktivního potlačení šumu, potlačení interference, zpracování signálu z radaru a sonaru a další. Společným prvkem těchto aplikací je požadavek filtrace vstupního signálu tak, aby odpovídal nějakému žádanému signálu. V těchto oblastech jsou čtyři význačné kategorie uplatnění — modelování, inverzní modelování, lineární predikce a potlačení interference. [19]

Adaptivní filtr je definován třemi základními specifiky:

Použití. V jakém prostředí a kontextu je filtr použit a jaké signály bude zpracovávat.

Struktura filtru. Adaptivní filtr může mít různou strukturu, neboli realizaci, hlavní skupiny jsou filtry s konečnou impulzní odezvou (FIR) a s nekonečnou impulzní odezvou (IIR).

Algoritmus. Adaptivní algoritmus provádí změny koeficientů filtru s cílem optimalizace cílové funkce na základě nějakého optimalizačního algoritmu. [27]

2.4.1 Adaptivní algoritmus

Do filtru vstupuje signál $x(k)$ a vystupuje z něj výstup $y(k)$. Adaptivní algoritmus upravuje koeficienty filtru \vec{w} tak, aby výstup $y(k)$ aproximoval žádaný průběh $d(k)$.

Cílová funkce. Míru přiblížení výstupu k žádanému průběhu charakterizuje nějaká cílová funkce

$$F = F(e(k)) = F(e(x(k), y(k), d(k))),$$

kteřá je pro všechny $x(k)$, $y(k)$ a $d(k)$ nezáporná. Pokud parametry filtru \vec{w} mají optimální hodnoty \vec{w}_o a tedy $y(k) = d(k)$, pak F nabývá nulové hodnoty. $e(k)$ představuje chybový signál.

Adaptivní algoritmus se skládá ze tří částí: definice optimalizačního algoritmu, definice cílové funkce a definice chybového signálu. Optimalizačními algoritmy se zabývá teorie optimalizace. Volba algoritmu podstatně ovlivňuje rychlost konvergence a výpočetní náročnost adaptivního procesu. Pokud provedeme Taylorův rozvoj v bodě $\vec{w}(k)$, zanedbáme členy vyššího řádu a necháme jen lineární a kvadratický, získáme

$$F(\vec{w}(k) + \Delta\vec{w}(k)) \approx F(\vec{w}(k)) + \vec{g}_{\vec{w}}^T \{F(\vec{w}(k))\} \Delta\vec{w}(k) + \frac{1}{2} \Delta\vec{w}^T(k) \mathbb{H}_{\vec{w}} \{F(\vec{w}(k))\} \Delta\vec{w}(k),$$

kde $\vec{g}_{\vec{w}}^T \{F(\vec{w}(k))\}$ je gradient a $\mathbb{H}_{\vec{w}} \{F(\vec{w}(k))\}$ je Hessova matice cílové funkce. Během iteračního procesu optimalizace je počítána oprava koeficientu $\Delta\vec{w}(k)$ tak, aby se hodnota $F(\vec{w}(k+1)) = F(\vec{w}(k) + \Delta\vec{w}(k))$ snižovala. [27]

Nejčastěji používané optimalizační metody jsou následující:

Newtonova metoda. K nalezení minima Newtonovou metodou je nutná znalost gradientu a Hessovy matice cílové funkce v každé iteraci. Vychází z Taylorova rozvoje, a pokud je cílová funkce kvadratická, tak je schopna najít minimum v jednom kroku. Pro změnu koeficientů platí

$$\Delta\vec{w}(k) = -\mu\mathbb{H}_{\vec{w}}^{-1} \{F(e(k))\} \vec{g}_{\vec{w}} \{F(e(k))\},$$

kde $\mu \leq 1$ je velikost kroku, případně učící koeficient.

Quasi-Newtonova metoda. Pokud nelze použít Hessovy matice, lze místo ní použít její aproximaci a vznikne tak quasi-Newtonova metoda. Tyto metody bývají výpočetně jednodušší než čistě Newtonova metoda, ale vykazují problémy se stabilitou.

Metoda největšího spádu. Tento algoritmus hledá minimum cílové funkce postupem proti jejímu gradientu. Je výpočetně výrazně jednodušší než Newtonova metoda, avšak vyžaduje výrazně vyšší počet iterací. Změna koeficientů je dána výrazem

$$\Delta\vec{w}(k) = -\mu\vec{g}_{\vec{w}} \{F(e(k))\}.$$

Cílovou funkci je možné formulovat různými způsoby a její složitost pak dává složitost jejího gradientu a Hessovy matice. Nejpoužívanější formulace jsou

- Střední kvadratická chyba: $F = \mathcal{E} \{ |e(k)|^2 \},$
- kvadratická chyba: $F = \frac{1}{k+1} \sum_{i=0}^k |e(k-i)|^2,$
- vážená kvadratická chyba: $F = \sum_{i=0}^k \lambda^i |e(k-i)|^2, \lambda < 1,$
- kvadrát okamžité chyby: $F = |e(k)|^2.$

[27]

2.4.2 Struktura filtru

Základní rozdělení filtrů je na filtry s konečnou (FIR) a nekonečnou impulzní odezvou (IIR). Pro výstup FIR filtru platí

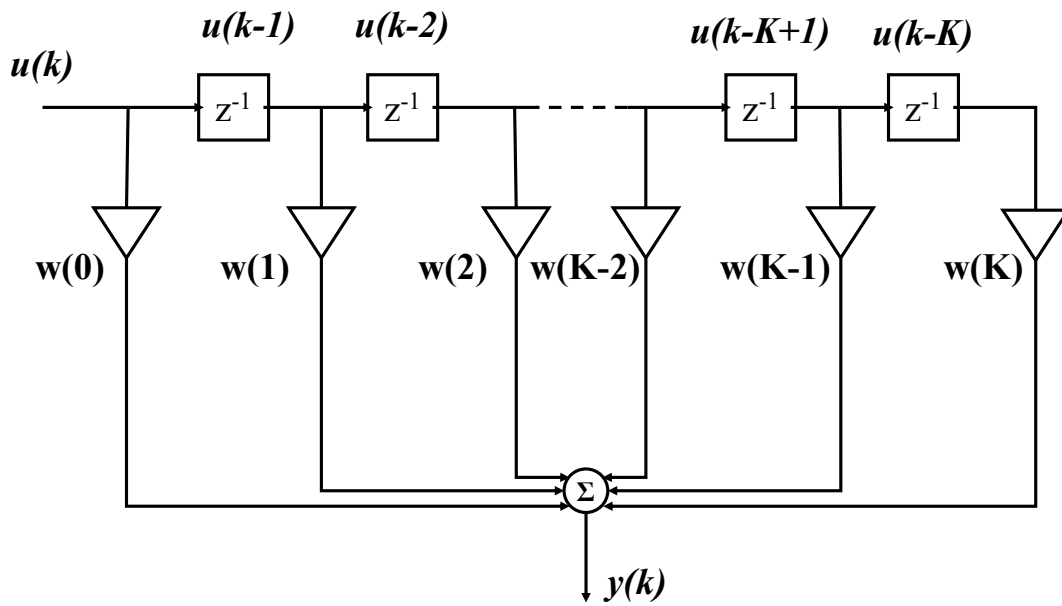
$$y(k)_{\text{FIR}} = f(u(k), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-K)),$$

takže po odeznění vstupu se výstup vždy ustálí na nulové hodnotě, což FIR filtru dává zaručenou stabilitu. Pro výstup IIR filtru platí

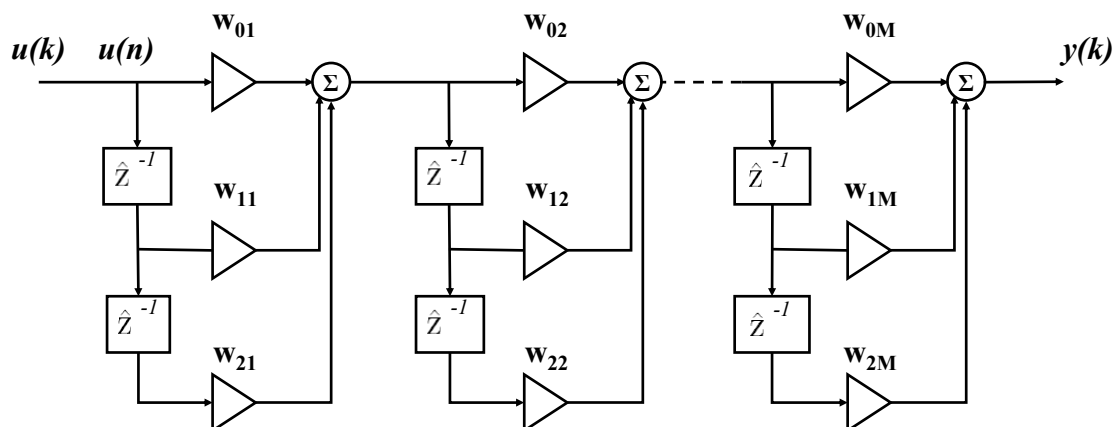
$$y(k)_{\text{IIR}} = f(u(k), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-K_1), y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-K_2)).$$

Specificky strukturu filtru popisuje realizace, v níž jsou definovány toky signálu. Na obrázcích 2.1 a 2.2 jsou struktury některých typických realizací. [28]

Dále budu pracovat s FIR filtry, neboť tak odpadne problém se stabilitou samotného filtru a stabilita systému bude dána adaptací.[29]



Obrázek 2.1: FIR filtr s přímou (transversální) strukturou. Převzato z [28].



Obrázek 2.2: FIR filtr s kaskádní strukturou. Převzato z [28].

2.4.3 Wienerův filtr

Wienerův filtr je lineární optimální diskretní filtr charakterizovaný impulzní charakteristikou danou koeficienty w_i , $i = 1, 2, \dots$. Vstupem filtru je časová řada $u(0), u(1), \dots$ a jeho výstupem je řada $y(0), y(1), \dots$. Tento výstup je použit k estimaci žádané odezvy d_n , přičemž vstup filtru a žádaná odezva představují jednu realizaci náhodného procesu. Proces estimace je spojen s chybovou proměnnou

$$e(n) = d(n) - y(n),$$

která má vlastní statistické charakteristiky. Schéma zobrazeno na obrázku 2.3. Filtr má dva základní předpoklady:

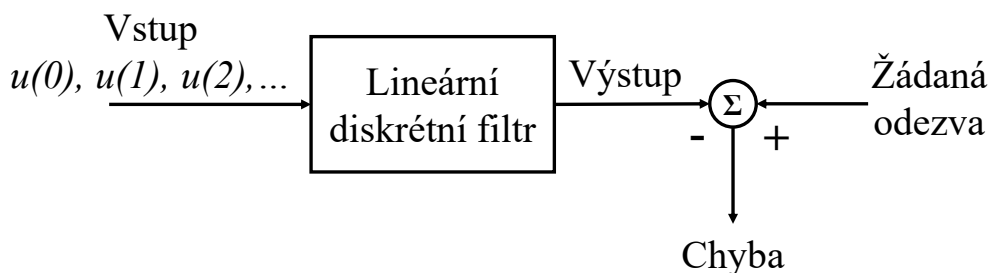
1. Filtr je lineární, pro jeho snadnou analýzu matematickými prostředky.
2. Filtr pracuje v diskretním čase pro umožnění implementace s užitím digitální techniky.

Optimalizaci filtru je možné provést použitím cílové funkce s typickými formulacemi v podobě:

- Střední kvadratická chyba,
- střední hodnota absolutní hodnoty chyby,
- centrální moment absolutní hodnoty chyby vyššího řádu.

Výhoda použití cílové funkce v kvadratickém tvaru je, že má výrazné minimum, které jednoznačně definuje optimum filtru. [29]

Princip ortogonality. Když je filtr optimální s kritériem střední kvadratické chyby, pak platí $\mathcal{E}(y(n)e(n)) = 0$. Princip ortogonality dává metodu ověření, zda filtr pracuje optimálně. [29]



Obrázek 2.3: Wienerův filtr. Převzato z [29]

Wiener-Hopfovy rovnice

Z principu ortogonality plyne nutná a postačující podmínka pro optimalitu filtru

$$\mathcal{E} \left\{ u(n-k) \left(d^T(n) - \sum_{i=0}^{\infty} w_{oi} u^T(n-i) \right) \right\} = 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

kde w_{oi} je i tý koeficient optimálního filtru. Po vytknutí konstant dostaneme

$$\sum_{i=0}^{\infty} w_{oi} \mathcal{E} \{ u(n-k)u(n-i) \} = \mathcal{E} \{ u(n-k)d(n) \}, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

kde levá strana obsahuje autokorelační funkci vstupu

$$r(i-k) = \mathcal{E} \{u(n-k)u(n-i)\}$$

a pravá strana korelační funkci vstupu a žádané odezvy

$$p(-k) = \mathcal{E} \{u(n-k)u(n-i)\}.$$

Z tohoto dostaneme nekonečně mnoho Wiener-Hopfových rovnic ve tvaru pro diskrétní filtr, které definují koeficienty Wienerova filtru

$$\sum_{i=0}^{\infty} w_{oi}r(i-k) = p(-k), k = 0, 1, 2, \dots$$

Tyto rovnice lze řešit užitím spektrálního rozkladu.[29]

Pro FIR filtr s transversální strukturou se tyto rovnice značně zjednoduší. Zavedeme korelační matici vstupů $u(k)$ až $u(k-K+1)$

$$\mathbb{R} = \mathcal{E} \{ \vec{u}(k) \vec{u}^T(k) \},$$

$$\mathbb{R} = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & \dots & r(K-1) \\ r(1)^T & r(0) & \dots & r(K-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(K-1) & r(K-2) & \dots & r(0) \end{bmatrix}$$

a vektor křížové korelace vstupů a žádané hodnoty

$$\vec{p} = \mathcal{E} \{ \vec{u}(k)d(k) \} = \begin{bmatrix} p(0) \\ p(-1) \\ \vdots \\ p(1-K) \end{bmatrix}.$$

Pro tento filtr pak lze rovnice zapsat jako soustavu lineárních rovnic

$$\mathbb{R} \vec{w}_o = \vec{p},$$

z čehož inverzí získáme hodnoty koeficientů optimálního (Wienerova) filtru

$$\vec{w}_o = \mathbb{R}^{-1} \vec{p}.$$

[29]

2.4.4 Algoritmus Least-Mean-Square

Algoritmus Least-Mean-Square (LMS) je optimalizační algoritmus s jednoduchým výpočtem gradientu vektoru díky vhodné úpravě cílové funkce.

Optimální (Wienerovo) řešení koeficientů filtru je dáno vztahem

$$\vec{w}_0 = \mathbb{R}^{-1} \vec{p},$$

kde $\mathbb{R} = \mathcal{E} \{ \vec{u}(k) \vec{u}^T(k) \}$ je korelační matice a $\vec{p} = \mathcal{E} \{ d(k) \vec{u}(k) \}$ je vektor křížové korelace vstupu a žádané odezvy, pokud $d(k)$ a $\vec{u}(k)$ jsou stacionární. Pokud $\hat{\mathbb{R}}(k)$ a $\hat{\vec{p}}(k)$ jsou dobré odhady a jsou k dispozici, pak lze použít metodu největšího spádu k nalezení optimálního řešení:

$$\vec{w}(k+1) = \vec{w}(k) - \mu \hat{\vec{g}}_{\vec{w}} = \vec{w}(k) + 2\mu \left(\hat{\vec{p}}(k) - \hat{\mathbb{R}}(k) \vec{w}(k) \right),$$

kde $\hat{\mathbf{g}}_{\bar{\mathbf{w}}}$ představuje odhad gradientu cílové funkce vzhledem ke koeficientům $\bar{\mathbf{w}}$. Jednou možností odhadu je použití okamžitých hodnot

$$\begin{aligned}\hat{\mathbb{R}}(k) &= \bar{\mathbf{u}}(k)\bar{\mathbf{u}}^T(k), \\ \hat{\mathbf{p}}(k) &= d(k)\bar{\mathbf{u}}(k), \\ \hat{\mathbf{g}}_{\bar{\mathbf{w}}}(k) &= -2e(k)\bar{\mathbf{u}}(k), \\ e(k) &= d(k) - \bar{\mathbf{u}}^T(k)\bar{\mathbf{w}}(k).\end{aligned}$$

Pokud se jako cílová funkce místo střední kvadratické chyby použije okamžitá kvadratická chyba, pak tento odhad $\hat{\mathbf{g}}$ představuje přesnou hodnotu gradientu této nové cílové funkce. Výsledný vztah pro koeficienty filtru

$$\bar{\mathbf{w}}(k+1) = \bar{\mathbf{w}}(k) + 2\mu e(k)\bar{\mathbf{u}}(k) \quad (2.3)$$

je znám jako algoritmus LMS, kde μ je koeficient učení a měl by být volen z intervalu zaručené konvergence, tedy

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}},$$

kde λ_{\max} je největší vlastní číslo matice \mathbb{R} . Dále lze ukázat, že postačující podmínka pro konvergenci je

$$0 < \mu < \frac{1}{\text{tr}\{\mathbb{R}\}}, \quad (2.4)$$

kde $\text{tr}\{\mathbb{R}\}$ je stopa matice \mathbb{R} . Tento vztah je užitečnější, neboť souvisí s kvadrátem Euklidovské normy vstupních signálů, kdežto získání odhadu vlastních čísel \mathbb{R} je náročnější. Odhad ze stopy matice je optimistický a bezpečná hodnota je nižší. [27]

Konvergence koeficientů filtru

Nechť řešení koeficientů filtru je $\bar{\mathbf{w}}_o$, pak okamžitá odchylka od řešení je

$$\Delta\bar{\mathbf{w}}(k) = \bar{\mathbf{w}}(k) - \bar{\mathbf{w}}_o.$$

Algoritmus LMS může být přepsán jako

$$\begin{aligned}\Delta\bar{\mathbf{w}}(k+1) &= \Delta\bar{\mathbf{w}}(k) + 2\mu e(k)\bar{\mathbf{u}}(k) \\ &= \Delta\bar{\mathbf{w}}(k) + 2\mu\bar{\mathbf{u}}(k) \left(\bar{\mathbf{u}}^T(k)\bar{\mathbf{w}}_o + n(k) - \bar{\mathbf{u}}^T(k)\bar{\mathbf{w}}(k) \right) \\ &= \Delta\bar{\mathbf{w}}(k) + 2\mu\bar{\mathbf{u}}(k) \left(e_o(k) - \bar{\mathbf{u}}^T(k)\bar{\mathbf{w}}(k) \right) \\ &= \left(\mathbb{I} - 2\mu\bar{\mathbf{u}}(k)\bar{\mathbf{u}}^T(k) \right) \Delta\bar{\mathbf{w}} + 2\mu e_o(k)\bar{\mathbf{u}}(k),\end{aligned}$$

kde $n(k)$ je šum měření s nulovou střední hodnotou, \mathbb{I} je jednotková matice a

$$e_o(k) = d(k) - \bar{\mathbf{w}}_o^T\bar{\mathbf{u}}(k) = \bar{\mathbf{w}}_o^T\bar{\mathbf{u}}(k) + n(k) - \bar{\mathbf{w}}_o^T\bar{\mathbf{u}}(k) = n(k)$$

je chyba filtru po dosažení řešení. Pokud jsou prvky $\bar{\mathbf{u}}(k)$ a prvky $\Delta\bar{\mathbf{w}}(k)$ statisticky nezávislé, pak pro střední hodnotu platí

$$\mathcal{E}\{\Delta\bar{\mathbf{w}}(k+1)\} = \left(\mathbb{I} - 2\mu\mathcal{E}\{\bar{\mathbf{u}}(k)\bar{\mathbf{u}}^T(k)\} \right) \mathcal{E}\{\Delta\bar{\mathbf{w}}(k)\} = (\mathbb{I} - 2\mu\mathbb{R})\mathcal{E}\{\Delta\bar{\mathbf{w}}(k)\},$$

$$\mathcal{E}\{\Delta\bar{\mathbf{w}}(k+1)\} = (\mathbb{I} - 2\mu\mathbb{R})^{k+1}\mathcal{E}\{\Delta\bar{\mathbf{w}}(0)\}.$$

Provedením spektrálního rozkladu (popsáno například v [30]) získáme natočený vektor koeficientů

$$\Delta\bar{\mathbf{w}}'(k+1) = \mathbb{Q}^T\Delta\bar{\mathbf{w}}(k+1)$$

a vztah s diagonální maticí

$$\mathcal{E} \{ \Delta \vec{w}'(k+1) \} = \text{diag} \left\{ (1 - 2\mu\lambda_i)^{k+1} \right\}_{i=0, \dots, N} \mathcal{E} \{ \Delta \vec{w}'(0) \},$$

ze kterého plyne, že pro zaručenou konvergenci musí platit

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}},$$

kde λ_{\max} je největší vlastní číslo matice \mathbb{R} . [27]

Adaptivní učící koeficient

Vztah pro výpočet učícího koeficientu (2.4) v okamžiku k je možné přepsat jako

$$0 < \mu(k) < \frac{1}{\text{tr} \{ \mathbb{R}(k) \}} = \frac{1}{\text{tr} \{ \vec{u}(k) \vec{u}^T(k) \}} = \frac{1}{\vec{u}^T(k) \vec{u}(k)}.$$

S použitím tohoto vztahu je možné měnit učící koeficient v průběhu adaptivního procesu tak, že se použije nejmenší hodnota z historie

$$\mu(k) = \begin{cases} \mu_0 & k \leq L \\ \min_{i=L, \dots, k} \left\{ \mu_0, \frac{1}{\vec{u}^T(i) \vec{u}(i)} \right\} & k > L \end{cases} \quad (2.5)$$

kde μ_0 je zvolená výchozí hodnota a L je počet koeficientů filtru. [31]

2.4.5 Algoritmy založené na LMS

Normalizované LMS

Pro zlepšení rychlosti konvergence LMS bez nutnosti odhadovat korelační matici lze použít normalizované LMS, které používá proměnný učící koeficient μ_k a minimalizuje okamžitou odchylku výstupu. Základem pro tento algoritmus je fakt, že kvadrát odchylky

$$e^2(k) = d^2(k) + \vec{w}^T(k) \vec{u}(k) \vec{u}^T(k) \vec{w}(k) - 2d(k) \vec{w}^T(k) \vec{u}(k)$$

je dobrou a jednoduchou aproximací střední kvadratické odchylky. Když změním váhy na

$$\vec{w} = \vec{w} + \Delta \vec{w},$$

dostaneme

$$e^2(k) = e^2(k) + 2\Delta \vec{w}^T(k) \vec{u}(k) \vec{u}^T(k) \vec{w}(k) + \Delta \vec{w}^T(k) \vec{u}(k) \vec{u}^T(k) \vec{w}(k) - 2d(k) \Delta \vec{w}^T(k) \vec{u}(k)$$

a můžeme zavést

$$\begin{aligned} \Delta e^2(k) &\stackrel{\text{def}}{=} e^2(k) - e^2(k) = -2\Delta \vec{w}^T(k) \vec{u}(k) \vec{u}^T(k) \vec{w}(k) + \Delta \vec{w}^T(k) \vec{u}(k) \vec{u}^T(k) \vec{w}(k), \\ \Delta \vec{w}(k) &= 2\mu_k e(k) \vec{u}(k). \end{aligned}$$

Ke zvýšení rychlosti konvergence chceme Δe^2 záporné a minimální, čehož dosáhneme volbou

$$\mu_k = \frac{1}{2\vec{u}^T(k) \vec{u}(k)}$$

a vztah pro změnu vah je pak

$$\Delta \vec{w}(k) = \frac{e(k) \vec{u}(k)}{\vec{u}^T(k) \vec{u}(k)}.$$

Toto bývá ještě doplněno pevným učícím koeficientem μ_n , který ovlivňuje míru nepřizpůsobení, tedy zbývající chybu po dokončení adaptace způsobenou například šumem senzorů, a malým číslem ε , které pomáhá s numerickou stabilitou, když hodnoty \vec{u} jsou malé. Výsledný vztah pak je

$$\vec{w}(k+1) = \vec{w}(k) + \frac{\mu_n}{\varepsilon + \vec{u}^T(k) \vec{u}(k)} e(k) \vec{u}(k). \quad (2.6)$$

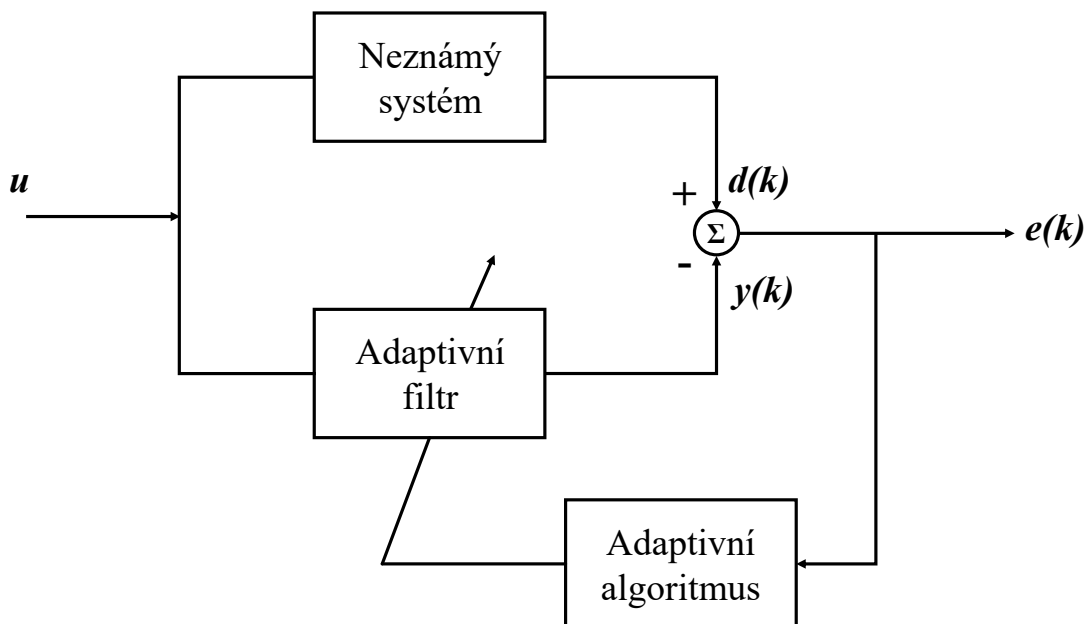
2.5 Použití adaptivních filtrů

Použití adaptivních filtrů je systematicky popsáno v knize [26]. Nejjednodušší aplikace adaptivního filtru je k identifikaci neznámého systému. Adaptivní filtr je připojen paralelně k systému a vstupuje do něj stejný signál jako do neznámého systému, chybovým signálem je rozdíl jejich výstupů, schéma je zobrazeno na obrázku 2.4.

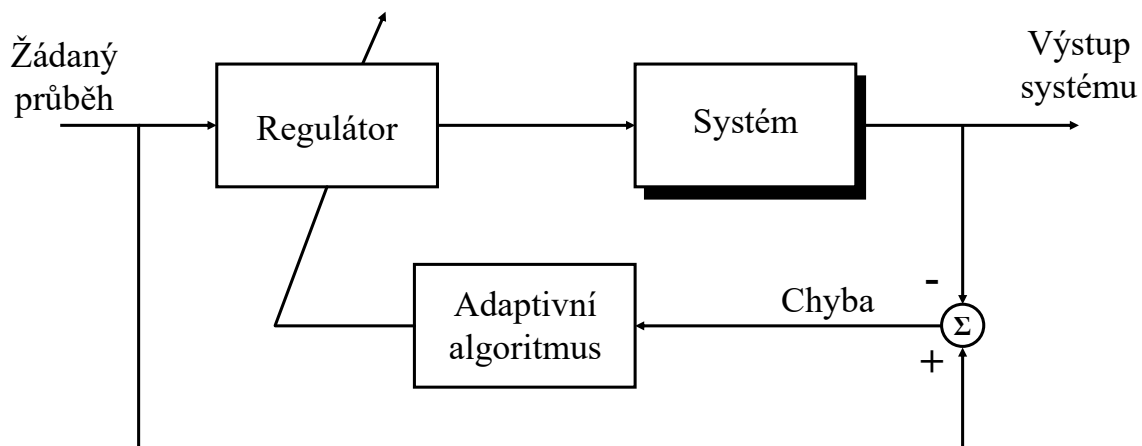
Další aplikací adaptivního filtru je inverzní řízení. Základním principem je snaha získat inverzi řízeného systému v podobě filtru. Tímto filtrem se pak přefiltruje vstupní signál soustavy, takže výstup systému pak odpovídá vstupu do soustavy. Schéma je zobrazeno na obrázku 2.5. Vlastnosti řízeného systému většinou nejsou známy nebo se v čase mohou měnit, takže filtr musí podléhat adaptivnímu procesu. Tento adaptivní proces používá jako vstup chybový signál, tedy chybu mezi žádaným výstupem soustavy a skutečným. Možná realizace tohoto řízení je nejprve zařadit adaptivní filtr za řízený systém a získat tak jeho inverzi, následně po konvergenci koeficientů předřadit kopii filtru před systém k jeho řízení. Schéma tohoto přístupu je zobrazeno na obrázku 2.7. Pokud je v systému přítomna významná poruchová veličina, je nutné schéma upravit — jednou možností je přidat adaptivní filtr, který nejprve systém identifikuje, čímž se vytvoří model, který neobsahuje poruchovou veličinu, a tento model je následně použit k adaptování inverze řízeného systému, princip je zobrazen na obrázku 2.8.

Pokud řízený systém obsahuje nějaké dopravní zpoždění, musel by řídicí filtr fungovat jako prediktor. Kdyby systém byl neminimálně fázový, byla by jeho inverze nestabilní. Tyto limitace lze obejít použitím inverzního řízení s referenčním modelem, schéma je zobrazeno na obrázku 2.6. V tomto přístupu není úlohou, aby výstup systému sledoval přesně vstupní signál, ale signál nějak upravený. Nejjednodušším takovým referenčním modelem je zpoždění o určitý počet vzorků. Doporučená délka tohoto zpoždění je rovna polovině počtu koeficientů adaptivního filtru.

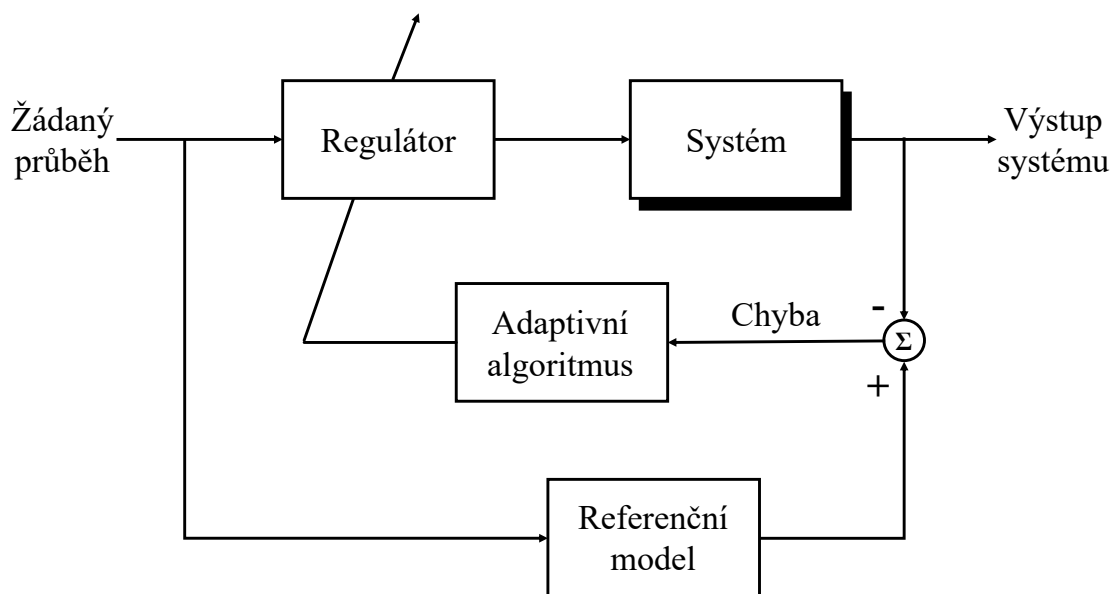
Dalším rozšířením lze dosáhnout například potlačení šumu senzorů a poruchové veličiny, schéma zobrazeno na obrázku 2.9.



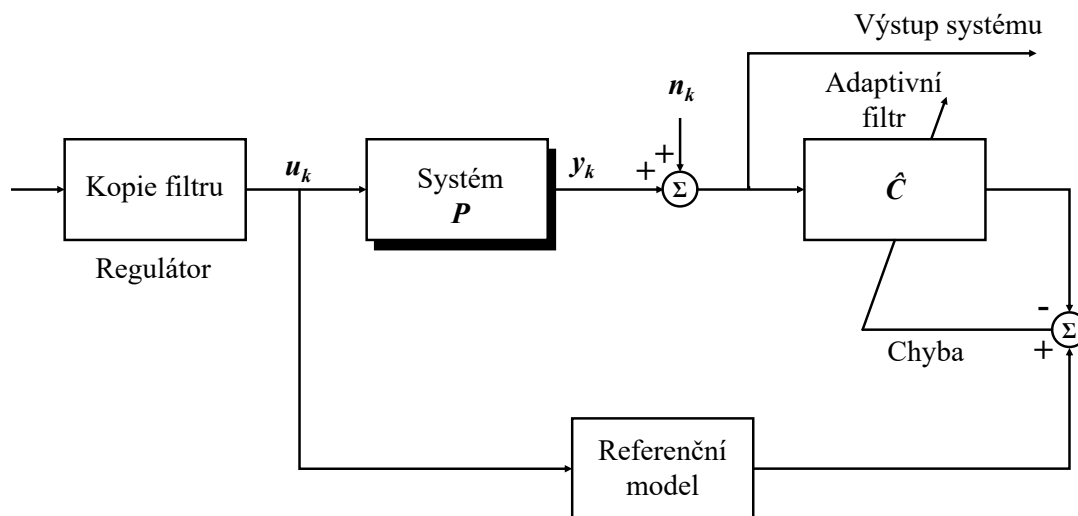
Obrázek 2.4: Schéma použití adaptivního filtru k identifikaci. Převzato z [27].



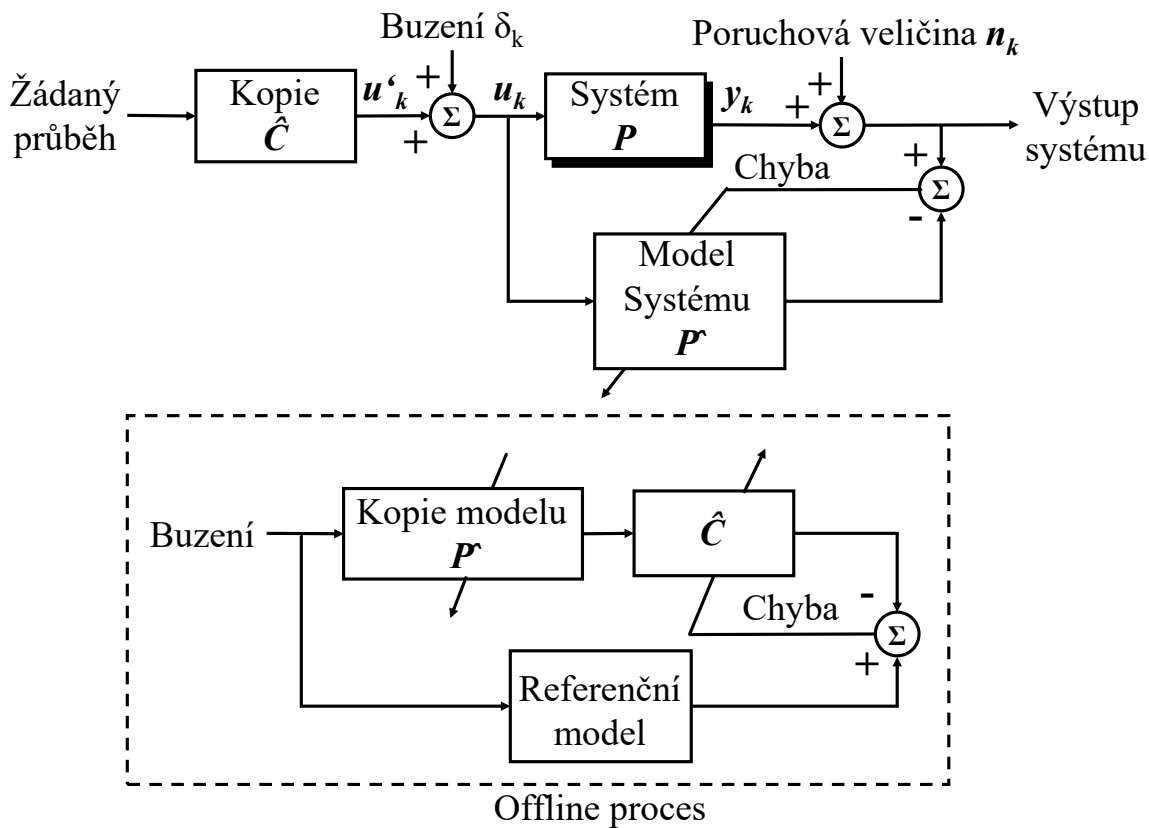
Obrázek 2.5: Základní schéma adaptivního inverzního řízení. Převzato z [26].



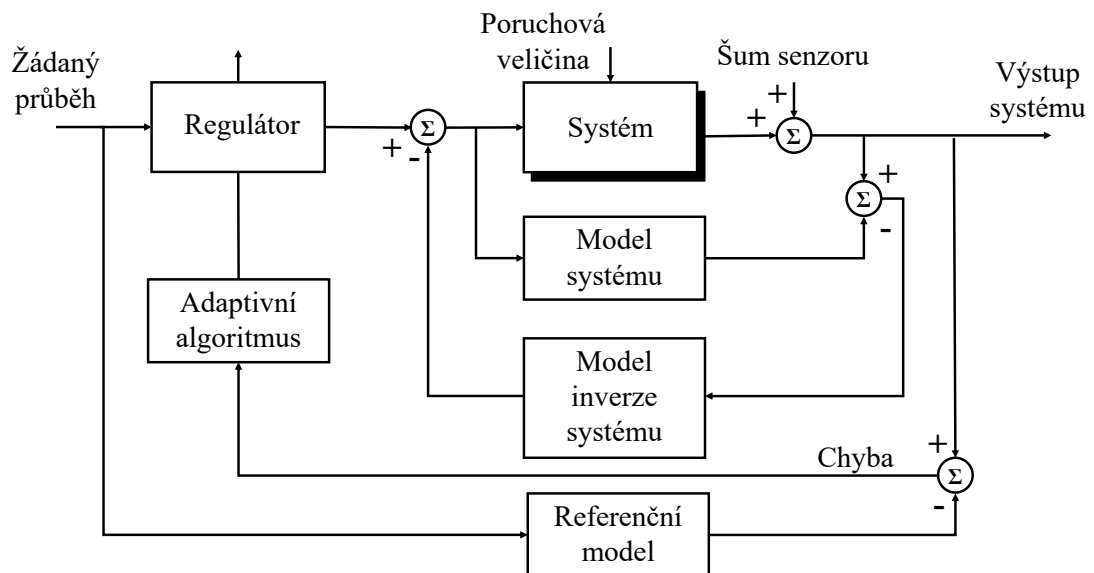
Obrázek 2.6: Základní schéma adaptivního inverzního řízení s referenčním modelem. Převzato z [26].



Obrázek 2.7: Použití adaptivního filtru k inverznímu řízení. Filtr je nejprve zařazen za systémem a je tak adaptována inverze systému, následně je kopie filtru systému předřazena jako regulátor. Převzato z [26].



Obrázek 2.8: Použití adaptivního filtru k inverznímu řízení pro případ systému s výraznou poruchovou veličinou. Nejprve je adaptován model systému a tento model je následně použit k offline adaptaci inverze systému. Převzato z [26].



Obrázek 2.9: Schéma inverzního řízení s referenčním modelem a potlačení šumu a poruchové veličiny. Převzato z [26].

Měření a identifikace

V této kapitole popíšeme zařízení použitá k měření a realizaci laboratorních experimentů. Dále popíšeme algoritmus generování signálu charakteru bílého šumu, který bude použit jako budící signál při měření a jako žádaný signál při řízení. Pro návrh řízení a jeho simulační ověření je nezbytný model řízeného systému. Ten získáme měřením odezvy zařízení na budící náhodný signál a následnou identifikací modelu ve tvaru stavového popisu na základě jejich časových průběhů.

3.1 Měření vibrací

Při měření vibrací často není možné senzoru zajistit pevnou referenci, a proto se používají seismické akcelerometry skládající se ze hmoty pružně zavěšené v těle senzoru. Nevýhodou těchto senzorů je, že k měřenému vzorku přidávají hmotu. Tomuto se lze vyhnout použitím laserového vibrometru, který k měření vibrací využívá Dopplerova jevu a měří vibrace bezkontaktně. [9]

3.1.1 Piezoelektrické akcelerometry

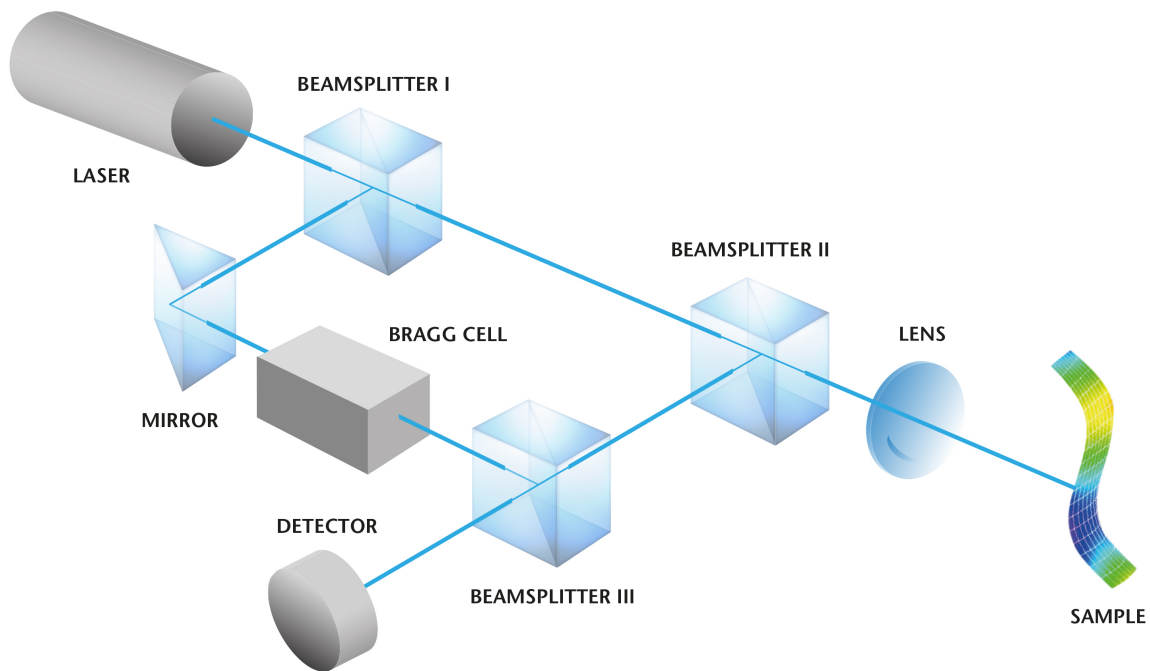
Nejpoužívanější akcelerometry jsou založené na piezoelektrickém jevu, kdy při působení silou na piezokrystal na jeho pólech vzniká náboj úměrný působící síle. Působením seismické hmoty na piezokrystalický deformační element tak můžeme získat informaci o působícím zrychlení. Aby bylo možné získat napěťový výstup, je nutné použít nábojový zesilovač, který převede náboj na vstupu na napětí na výstupu. Používané akcelerometry bývají ve formě Integrated Electronics Piezo Electric (IEPE), tedy se zabudovaným nábojovým zesilovačem, který je napájen konstantním proudem a výstupem je napětí. Nevýhodou těchto senzorů je, že vyžadují speciální zesilovače, které podporují proudové napájení. [20]

Kalibrace

Akcelerometry nebyly pro účely této práce kalibrovány a byly použity hodnoty citlivosti uvedené výrobcem. V případě použití více akcelerometrů při jednom experimentu byl jeden akcelerometr použit jako referenční a bylo provedeno sjednocující měření, kdy byly akcelerometry umístěny vedle sebe na výstup shakeru a jejich citlivosti nastaveny tak, aby se průběh efektivní hodnoty zrychlení shodoval s průběhem z referenčního akcelerometru. Pro metody používané v této práci nejsou důležité absolutní hodnoty zrychlení, ale spektra zrychlení. Pro případ provádění vibrační zkoušky, kde jsou důležité i absolutní hodnoty zrychlení, by bylo nutné akcelerometry zkalibrovat.

3.1.2 Laserové vibrometry

V případě měření vibrací laserovým vibrometrem je měřící bod nehmotný a měření probíhá bezkontaktně. Měřený objekt je osvětlován laserovým paprskem, který se odráží zpět do měřící hlavy, kde dochází k interferenci s referenčním paprskem, který prochází Braggovou buňkou a jeho frekvence je posunuta. Při složení těchto paprsků vzniká na detektoru interferenční signál, který je demodulován a je z něj získána informace o rychlosti. Díky posunutí frekvence referenčního paprsku je možné zjistit i orientaci rychlosti.[32] Schéma zobrazeno na obrázku 3.1.



Obrázek 3.1: Schéma laserového vibrometru. Převzato z [33]

3.2 Experimentální vybavení

3.2.1 MATLAB a Simulink

MATLAB je programovací platforma navržena pro inženýry a vědce. Obsahuje velké množství zabudovaných funkcí pro zpracování signálů, analýzu dynamických systémů a jejich identifikaci. [34] Simulink je nadstavba MATLABu, která umožňuje vytváření modelů graficky ve formě schémat. Jedním z možných využití je simulace systémů a návrh a realizace algoritmů řízení.[35]

3.2.2 Modální vibrační zkušební systém TV 51140-M

Zkušební systém Tira se skládá z vibračního budiče S 51140-M (zobrazen na obrázku 3.2) a zesilovače BAA 1000 s nastavitelným zesílením a je základním blokem pro tuto práci. Shaker pracuje ve frekvenčním rozsahu 5 až 5000 Hz a dokáže vyvinout sílu o amplitudě až 400 N pro případ sinusového buzení a sílu o efektivní hodnotě 311 N pro případ buzení šumem. Technické parametry uváděné výrobcem jsou pro shaker zobrazený v tabulce 3.1 a pro zesilovač v tabulce 3.2. [36]

Zesilovač BAA 1000 zesiluje signál, který je přiveden na jeho vstup. Míru zesílení lze nastavit otočným voličem na přední části zesilovače, není u něj však stupnice a pouze nulová hodnota je aretovaná. Jediná poskytovaná informace je aktuální efektivní hodnota napětí a proudu zobrazená na displeji. Zesilovač pracuje ve dvou různých režimech — napětovém, nebo proudovém, podle toho, jestli vstupnímu signálu má odpovídat výstupní napětí, nebo výstupní proud. Odlišnostmi těchto režimů se budu zabývat později. Kromě hlavního výstupu do shakeru má zesilovač ještě dva další výstupy, které slouží k monitorování okamžitých hodnot výstupního napětí a proudu.



Obrázek 3.2: Vibrační budič Tira 51140-M. Převzato z [36].

Tabulka 3.1: Technické parametry vibračního budiče S 51140-M [36]

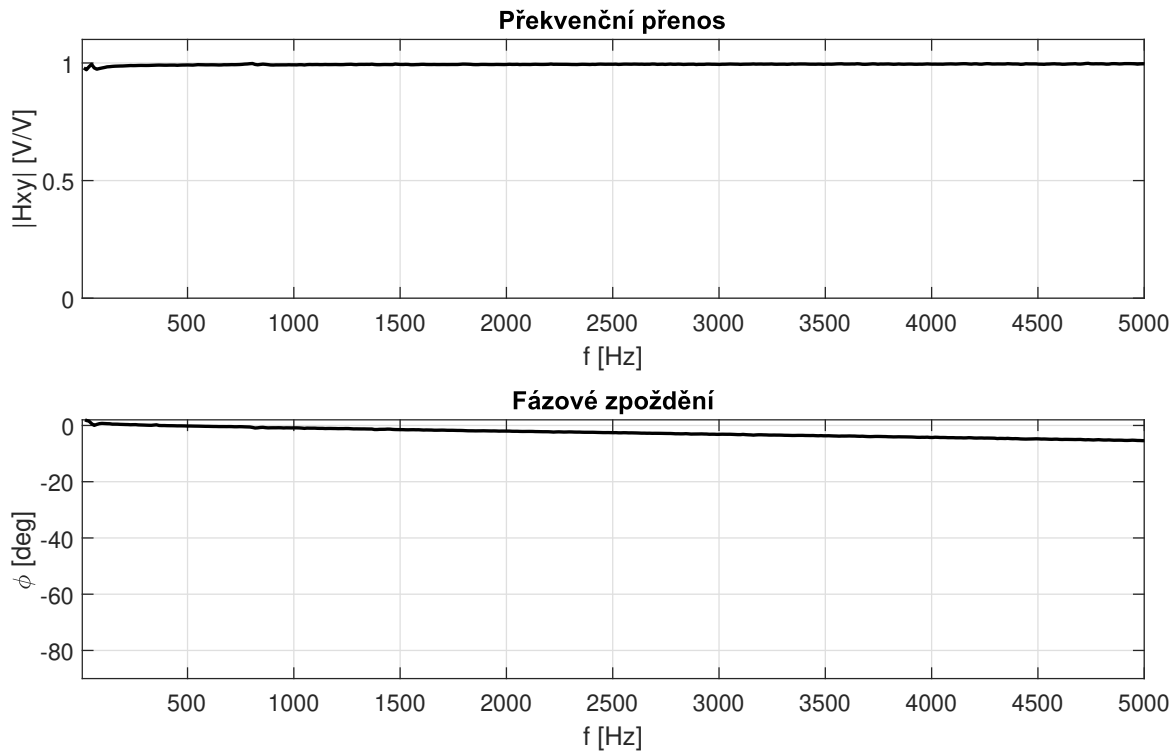
Největší vyvinutá síla sinus(pk-pk)/šum(RMS)	400/311 N
Rozsah frekvencí	5 – 5 000 Hz
Hlavní rezonanční frekvence	>2 300 Hz
Maximální rozsah výchylky	20 mm
Maximální rychlost	1.5 m/s
Efektivní pohyblivá hmota	0.4 kg
Hmotnost	18 kg

Tabulka 3.2: Technické parametry zesilovače BAA 1000 [36]

Výkon(RMS)	1200 VA
Rozsah frekvencí	2 – 20 000 Hz
Maximální napětí (RMS)	72 V
Maximální proud (RMS)	18 A
Odpor zátěže	4 Ω
Napětí vstupního signálu (RMS)	< 5 V
Zkreslení	< 0.1 %
Odstup signálu od šumu	> 90 dB

Přenos zesilovače Tira BAA 1000

Pro zjištění frekvenčního přenosu zesilovače shakeru jsem provedl experiment, kdy vstupní signál zesilovače byl širokopásmový bílý šum a měřil jsem vstupní a výstupní napětí. Následně jsem zjistil frekvenční přenos postupem popsáním v sekci 2.1.2. Výsledný zjištěný přenos, v rozsahu odpovídajícím frekvenčnímu rozsahu shakeru, je zobrazen na obrázku 3.3. Zesilovač má jednotkový přenos v celém frekvenčním rozsahu shakeru a nízké fázové zpoždění. Měření bylo provedeno měřícím počítačem NI PXI se vzorkováním 100 kHz.



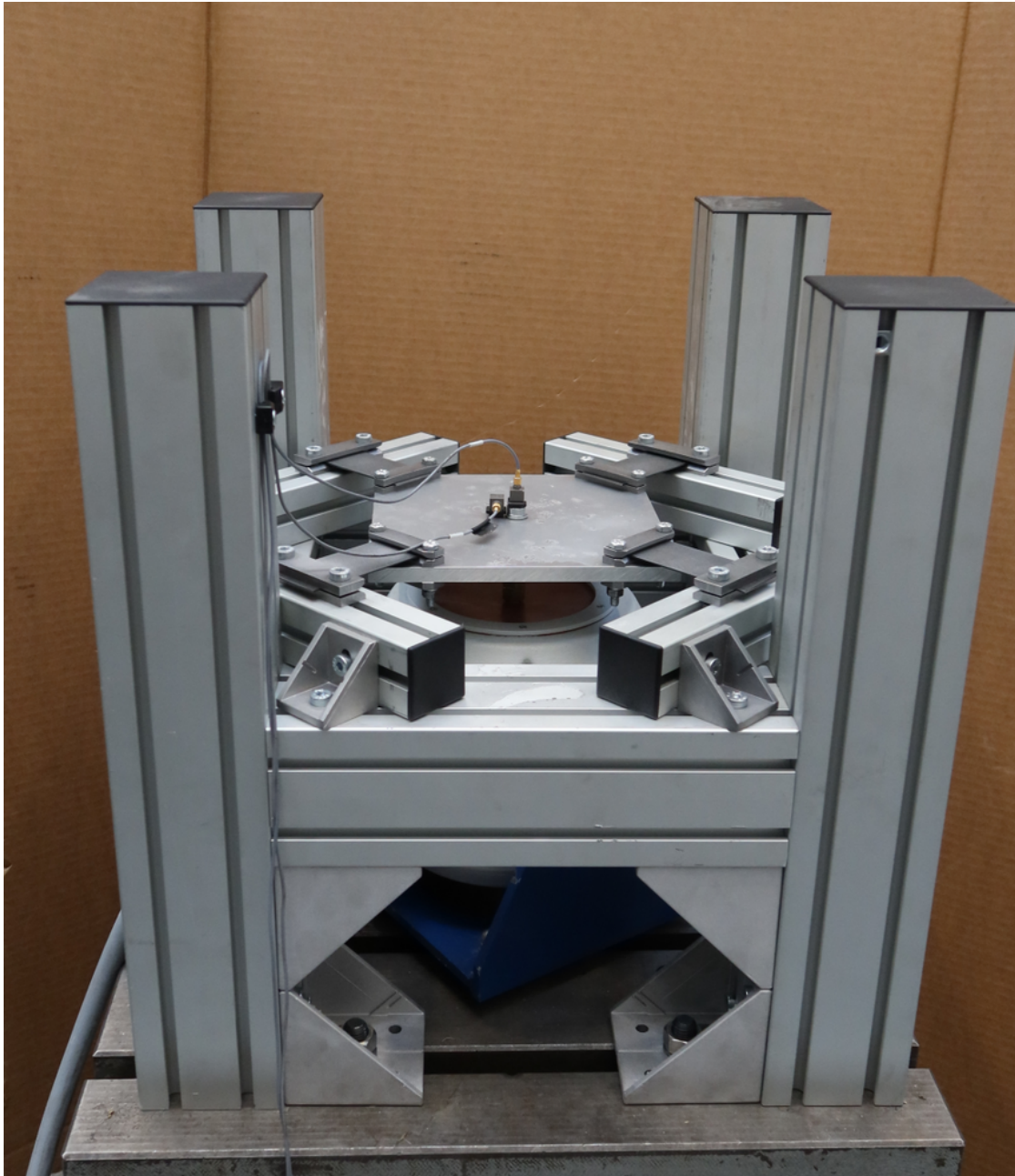
Obrázek 3.3: Frekvenční přenos zesilovače Tira BAA 1000.

3.2.3 Testovací rám

Pro účely návrhu a ověření řízení jsem navrhl a sestrojil testovací rám inspirovaný průmyslově používanými budiči, jejichž armatura je rozšířena připojeným stolem, který slouží k upínání zkoušených vzorků, a navíc je armatura pružně připojena k tělu budiče. Tato soustava má pak složitou dynamiku. Cílem mého návrhu bylo vytvořit laboratorní model průmyslového budiče v menším měřítku. Stůl je tvořen čtvercovou hliníkovou deskou, která je šroubem připojena k shakeru. Deska je dále ocelovými planžetami připojena ke konstrukci z hliníkových profilů a ta je přišroubovaná k tuhému základu. Shaker připojený k rámu je zobrazen na obrázku 3.4.

3.2.4 Měřicí počítač NI PXI

Měřicí počítač *NI PXIe-8133* je vybaven měřicími kartami *NI PXI-4461* a *NI PXI-4462*, které jsou určené pro měření zvuku a vibrací. Disponují 24bitovými Delta-sigma převodníky s výkonem až 204.8 tisíc vzorků za sekundu s anti-aliasingem prostřednictvím převzorkování. Samotné vzorkování běží na 32- až 128krát vyšší frekvenci a tento signál je následně přefiltrován a převzorkován. Tyto dvě karty mají dohromady dva analogové výstupy a šest analogových vstupů s rozsahem napětí až ± 42.4 V. [37]



Obrázek 3.4: Shaker Tira připojený k testovacímu rámu a osazený dvěma akcelerometry.

3.2.5 Měřicí systém Polytec

Skenovací laserový vibrometr *PSV-500-3D* je vybaven jednou skenovací hlavou *PSV-I-500* s přesným skenerem, video kamerou a jednotkou pro skenování geometrie, a dvěma skenovacími hlavami *PSV-I-520* pro měření ve třech osách. Hlavy mohou pracovat na vzdálenosti 125 milimetrů až 100 metrů a dokážou měřit rychlosti 1 mm/s až 12 m/s s frekvencemi 0 Hz až 100 kHz. Měření probíhá tak, že se v řídicím SW prostřednictvím obrazu z kamery vyberou body, které jsou následně v průběhu experimentu skenovány. Měřicí systém umožňuje měření několika referenčních signálů a obsahuje také několik generátorů budícího signálu.[38]

3.2.6 dSPACE

dSPACE DS1103 je jednodeskový reálně-časový systém určený pro prototypování a testování řídicích algoritmů, vhodný mimo jiné pro aktivní řízení vibrací. Disponuje množstvím rozhraní, včetně několika 16bitových D/A a A/D převodníků, z nichž až osm může být vzorkováno zároveň. Napěťový rozsah těchto převodníků je ± 10 V. Komunikace mezi dSPACE a PC probíhá přes ethernetové rozhraní a programování lze provádět graficky pomocí Simulinkových schémat s využitím knihovny *Real-Time Interface*. dSPACE DS1103 nepodporuje IEPE senzory, proto pro použití s piezoelektrickými akcelerometry je nutné signál nejprve zpracovat vhodným zesilovačem na napěťový signál. [39]

Požadavek systému reálného času

Řídicí algoritmy jsou realizovány sekvencí výpočtů, které trvají určitou dobu. Pokud jsou tyto výpočty součástí systému reálného času, který pracuje s periodou T , musí tyto výpočty v každém kroku trvat dobu kratší než T . [40] Zařízení dSPACE toto hlídá automaticky a upozorní, pokud nelze výpočet realizovat v daném časovém intervalu.

3.2.7 Zesilovač B&K 2694-A

Zesilovač Brüel & Kjær 2694-A je zesilovač pro IEPE senzory s 16 kanály. Jeho výstupem je napěťový signál v rozsahu ± 10 V, který již lze přímo připojit k zařízení dSPACE. Zesilovač disponuje 0.1Hz a 1Hz filtrem a zesílením -10 dB až 50 dB s 10dB krokem.[41]

3.3 Generování bílého šumu

K vygenerování signálu charakteru bílého šumu v určitém rozsahu frekvencí f_1 a f_2 lze použít inverzní Fourierovy transformace. Východiskem je žádaná spektrální výkonová hustota $PSD(f(k))$ na frekvencích $f(k) = k\Delta f$, $\Delta f > 0$, $k = 1, 2, \dots, K$ doplněná nulami pro frekvence nižší než f_1 a vyšší než f_2 s celkovým počtem hodnot podle požadované délky časového signálu. Počet vzorků je $K = N/2 + 1$, kde N je počet vzorků Fourierovy transformace, nejčastěji mocnina dvou (2^n). Fourierova transformace pracuje s oboustranným spektrem, počet M odpovídá počtu hodnot odpovídajícím kladným frekvencím, záporným frekvencím a nulové frekvenci. Pro rozsah frekvencí platí

$$0 \leq f_1 < f_2 \leq f_{\max} = K\Delta f.$$

Dále je nutné převést PSD na amplitudy

$$A(f(k)) = \sqrt{2PSD(f(k))}$$

a přiřadit každému prvku spektra náhodou fázi

$$Z(f(k)) = A(f(k)) e^{j\varphi(f(k))},$$

kde $j = \sqrt{-1}$ je imaginární jednotka. Použitím náhodných fází

$$\varphi(f(k)) = \text{rand}\{0, 2\pi\}$$

s rovnoměrným rozdělením získáme spektrum šumu. Nyní můžeme získat náhodný signál v časové oblasti

$$\tilde{z}(k) = \mathcal{F}^{-1}\{Z(k)\}$$

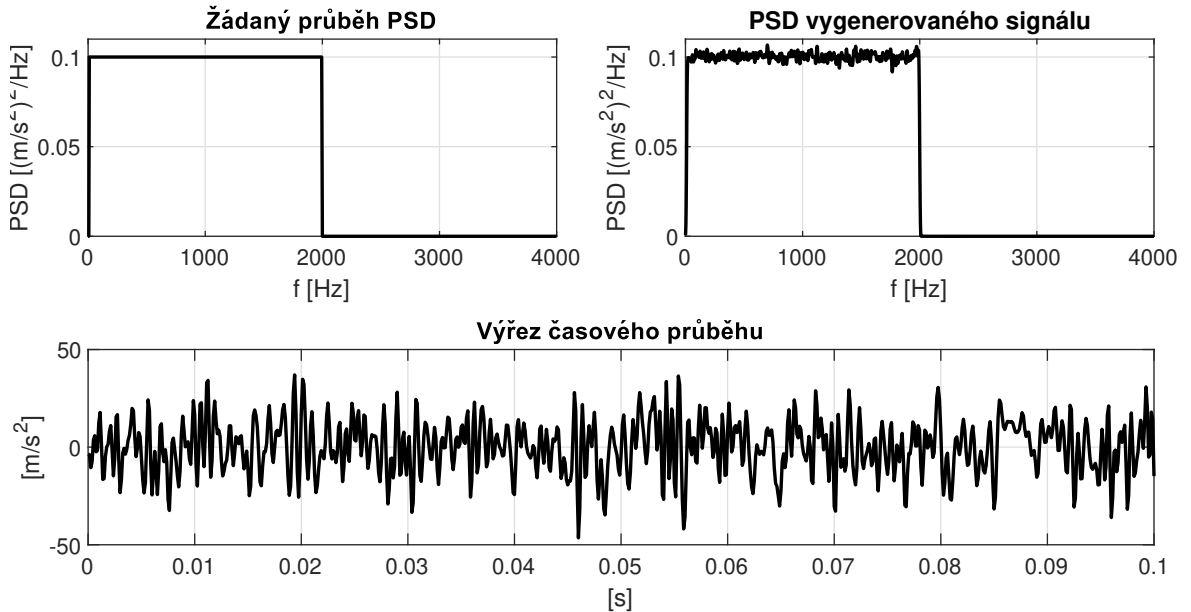
v časech

$$t(k) = (k-1)\Delta T, k = 1, \dots, N, \Delta T = \frac{1}{2f_{\max}}.$$

PSD tohoto signálu odpovídá žádanému až na multiplikační konstantu a je nutné ho náskalovat s použitím Parsevalova vztahu (2.2)

$$z(k) = \frac{\tilde{z}(k)}{\text{RMS}\{\tilde{z}\}} \sqrt{\sum_{k=1}^K \text{PSD}(f(k)) \Delta f},$$

a získáme tak výsledný hledaný časový průběh.[42] Výsledek použití tohoto algoritmu je zobrazen na obrázku 3.5 a skript s implementací je přiložen na médiu.



Obrázek 3.5: Vygenerovaný signál o charakteru bílého šumu.

3.4 Model elektrodynamického vibračního budiče

K sestavení modelu elektrodynamického shakeru je nutné jeho strukturu zjednodušit na jednoduché prvky s koncentrovanými parametry. Skládá se z hlavní hmoty armatury m_S , k níž je přes tuhost a tlumení připojena cívka m_C . Na hmotu cívky působí síla F , která je úměrná proudu v cívkce $F(t) = \mu_F i(t)$. Hlavní hmota je dále přes tuhost a tlumení připojena k základnímu rámu. Elektrický obvod se skládá z odporu R a indukčnosti L . Napětí na indukčnosti je sníženo o elektromotorické napětí $u_{EM} = \mu_E \dot{x}_c$ způsobené pohybem cívky v magnetickém poli permanentního magnetu.[43] Schéma je zobrazeno na obrázku 3.6.

Tuto soustavu lze popsat třemi rovnicemi

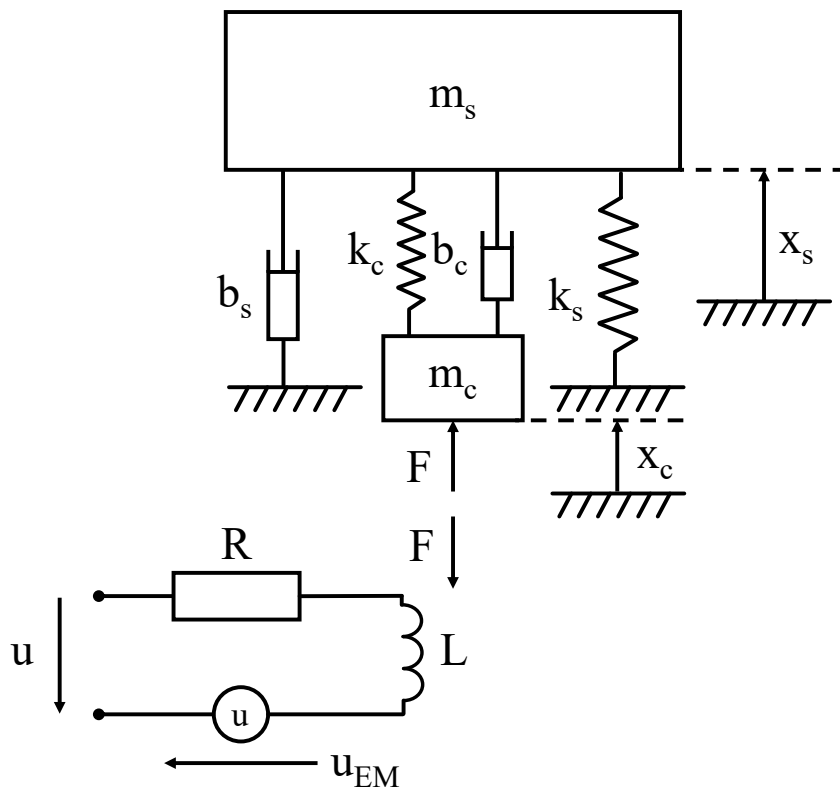
$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_s(t) + (b_s + b_c) \dot{x}_s(t) - b_c \dot{x}_c(t) + (k_s + k_c) x_s(t) - k_c x_c(t) &= 0 \\ m_c \ddot{x}_c(t) + b_c \dot{x}_c(t) - b_c \dot{x}_s(t) + k_c x_c(t) - k_c x_s(t) &= \mu_F i(t) \\ Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} - \mu_{EM} \dot{x}_c(t) &= u(t) \end{aligned}$$

a přepsáním do maticového tvaru pro stavy

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x_s \\ x_c \\ \dot{x}_s \\ \dot{x}_c \\ i \end{bmatrix}$$

získáme stavový popis

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{b_s+b_c}{m_s} & \frac{b_c}{m_s} & -\frac{k_s+k_c}{m_s} & \frac{k_c}{m_s} & 0 \\ \frac{b_c}{m_c} & -\frac{b_c}{m_c} & \frac{k_c}{m_c} & -\frac{k_c}{m_c} & \frac{\mu_F}{m_c} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\mu_F}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ x_c \\ \dot{x}_s \\ \dot{x}_c \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u \quad (3.1) \\ \vec{y} &= \begin{bmatrix} -\frac{b_s+b_c}{m_s} & \frac{b_c}{m_s} & -\frac{k_s+k_c}{m_s} & \frac{k_c}{m_s} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ x_c \\ \dot{x}_s \\ \dot{x}_c \\ i \end{bmatrix} \end{aligned}$$



Obrázek 3.6: Elektromechanický model elektrodynamického shakeru

s výstupem zrychlení armatury.

3.4.1 Frekvenční přenos elektrodynamického vibračního budiče

První měření bylo provedeno za účelem zjištění vlastností samotného shakeru. Jako vstupní signál byl použit náhodný šum s konstantním PSD. Parametry jsou uvedeny v tabulce 3.3. Měřeno bylo napětí a proud vstupující do shakeru a zrychlení armatury shakeru. Naměřené průběhy byly zpracovány a byly z nich určeny frekvenční přenosy shakeru dle postupu v sekci 2.1.2. Výsledné zjištěné přenosy jsou zobrazeny na obrázku 3.7. Při porovnání těchto dvou přenosů je patrné, že přenos z napětí nemá výrazný vrchol v oblasti nižších frekvencí, který je patrný v přenosu z proudu. Tento jev je způsoben výrazným elektromagnetickým tlumením vlivem vazby elektrických a magnetických prvků systému. [43] Dále je z toho možné hodnotit, zda je lepší shaker budit v napětovém, nebo proudovém režimu — přenos z napětí není tak rovnoměrný v oblasti středních frekvencí jako přenos z proudu, ale jeho rozptyl v celém rozsahu frekvencí je $2\,500 \left(\frac{\text{m/s}^2}{\text{V}}\right)^2$, kdežto rozptyl přenosu z proudu je $67\,000 \left(\frac{\text{m/s}^2}{\text{A}}\right)^2$. Vhodnější je tedy použití napětového módu, neboť testovaný vzorek má být podroben vibracím v širokém rozsahu frekvencí. Pokud by objektem zájmu byl rozsah frekvencí mezi 100 a 1000 Hz, bylo by vhodnější použít proudový režim.

Identifikaci modelu shakeru za účelem návrhu řízení pro samotný shaker jsem popsal v článku [44] prezentovaném v rámci konference *27th Workshop of Applied Mechanics*.

3.5 Identifikace elektrodynamického vibračního budiče připojeného k testovacímu rámu

Ke zjištění odezvy přípravku připojeného k shakeru jsem využil měřícího systému Polytec. Buzení bylo charakteru bílého šumu a odezva byla měřena jednou skenovací hlavou. Výsledkem tohoto měření je frekvenční přenos z budícího napětí na zrychlení v ose kolmé na desku přípravku. Ze sítě naměřených bodů jsem vybral bod poblíž středu a frekvenční přenos v tomto bodě jsem použil k identifikaci stavového popisu.

Následně jsem do tohoto bodu umístil akcelerometr a ten prostřednictvím zesilovače připojil k zařízení dSPACE. dSPACE bylo rovněž použito pro buzení shakeru signálem s charakterem bílého šumu, který byl vygenerován postupem popsaným v sekci 3.3. Průběhy napětí na shakeru a výstupního zrychlení byly zaznamenány. Z těchto záznamů jsem zpracoval PSD.

Naměřené frekvenční přenosy jsem použil k identifikaci stavového popisu funkcí *ssest* z balíku *System Identification Toolbox*, který je součástí prostředí MATLAB. Funkce obsažené v tomto balíku jsou velmi dobře optimalizované a v případě použití na počítači s vysokým počtem výpočetních jader je dokáží velmi dobře využít. Toho jsem využil a identifikaci jsem provedl na fakultním výpočetním serveru. Tyto servery navíc disponují dostatkem paměti RAM, takže je možné identifikovat systémy s velkým počtem stavů a využít při tom velké objemy dat.

Jedním ze vstupů identifikační funkce *ssest* je počet stavů, který jsem postupně zvyšoval, dokud frekvenční přenos identifikovaného modelu dostatečně nevystihoval frekvenční

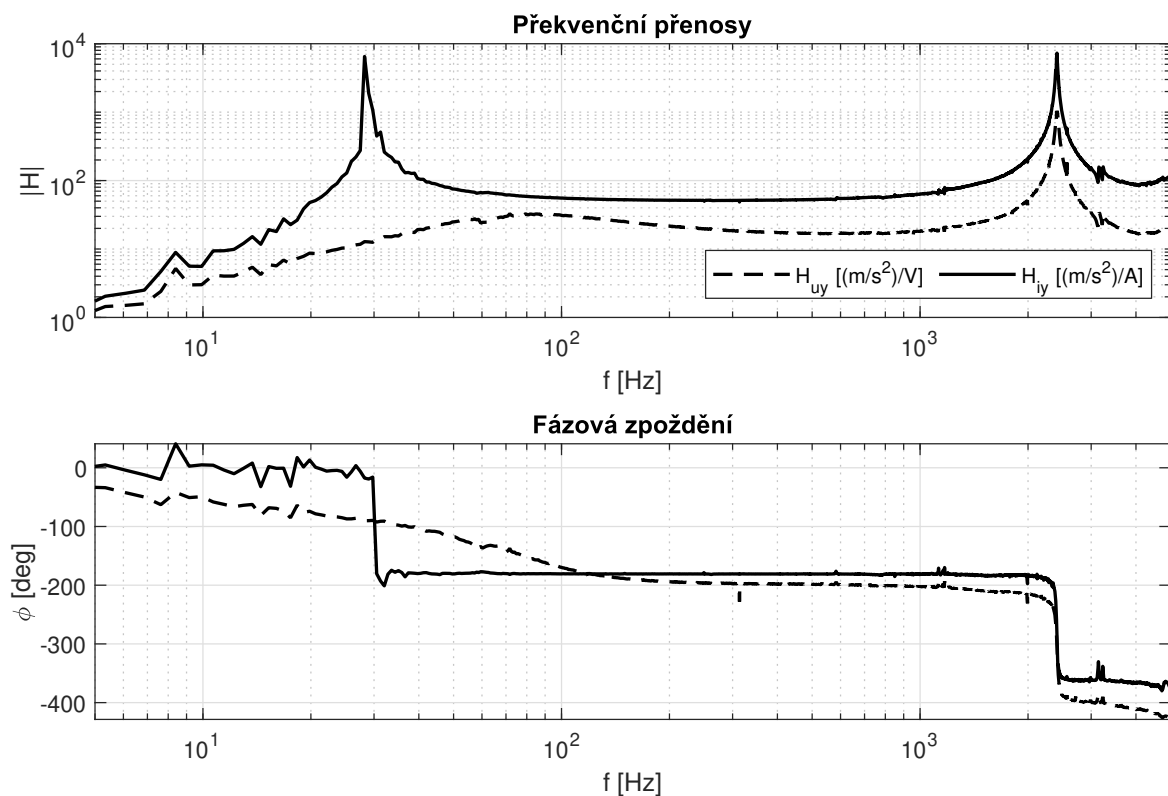
Tabulka 3.3: Budící signál při měření ke zjištění vlastností shakeru

charakter signálu	bílý šum
rozsah frekvencí	0.1 – 30 000 Hz
rychlost vzorkování	100 kS/s
i_{RMS}	1 A _{RMS}
u_{RMS}	1.9 V _{RMS}
y_{RMS}	100 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ RMS

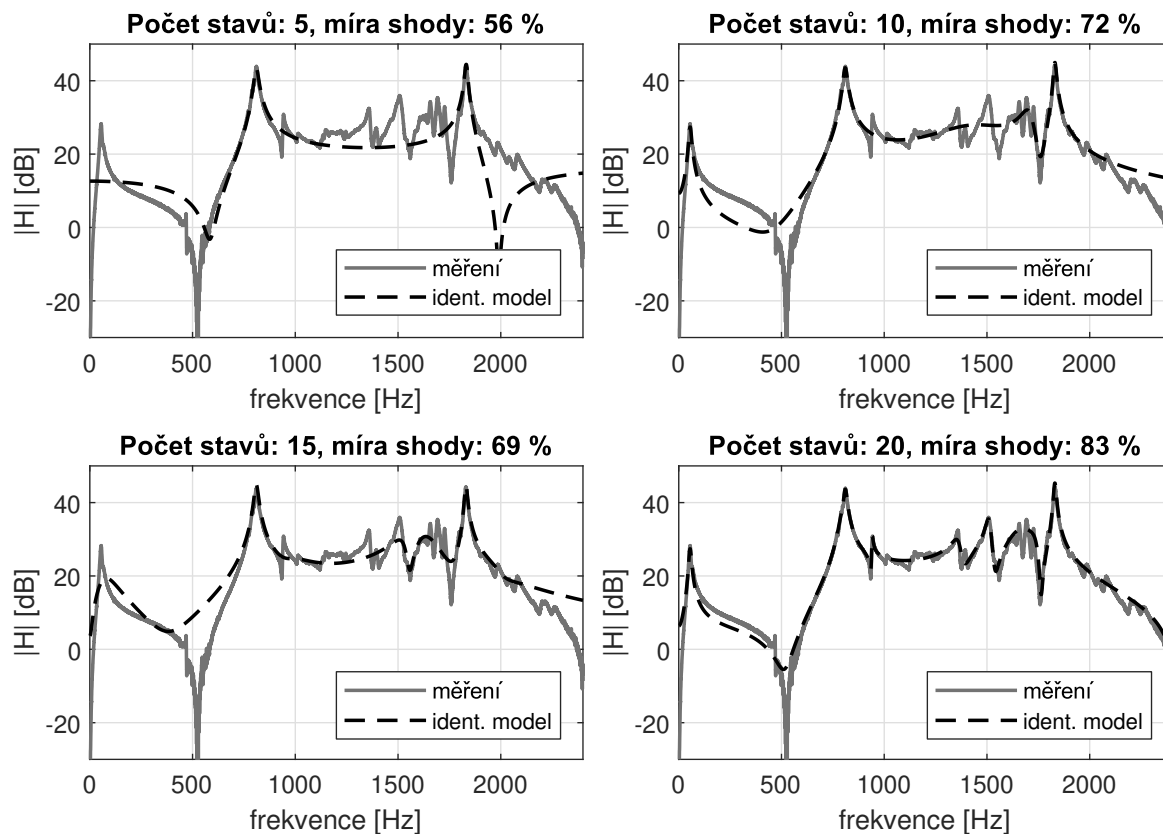
přenos získaný z měření. Tato funkce identifikuje parametry systému s použitím iteračních optimalizačních metod, které jsou popsány v knize [24]. V tomto případě byla použita Gauss-Newtonova metoda nejmenších čtverců, která používá Jacobiho matici pro odhad Hessovy matice. Frekvenční přenos identifikovaného modelu a frekvenční přenos získaný měřením vibrometrem jsou zobrazeny na obrázku 3.9.

Skript, který jsem vytvořil pro identifikaci a odladil na svém počítači, bylo nutné pro použití na serveru upravit. Celý skript je opakovaně pouštěn cyklem přes počet stavů identifikovaného systému. Na začátku opakování je vygenerován soubor, do kterého jsou zapisovány informace o průběhu, v případě výskytu nějaké chyby tak bude výstup zaznamenán. Ze skriptu jsem dále odstranil grafické výstupy a přidal vypsání času začátku a konce. Po dokončení identifikace jsou všechny proměnné uloženy do souboru, jehož název obsahuje informaci o počtu stavů. Přenosy identifikovaných modelů s různými počty stavů jsou zobrazeny na obrázku 3.8.

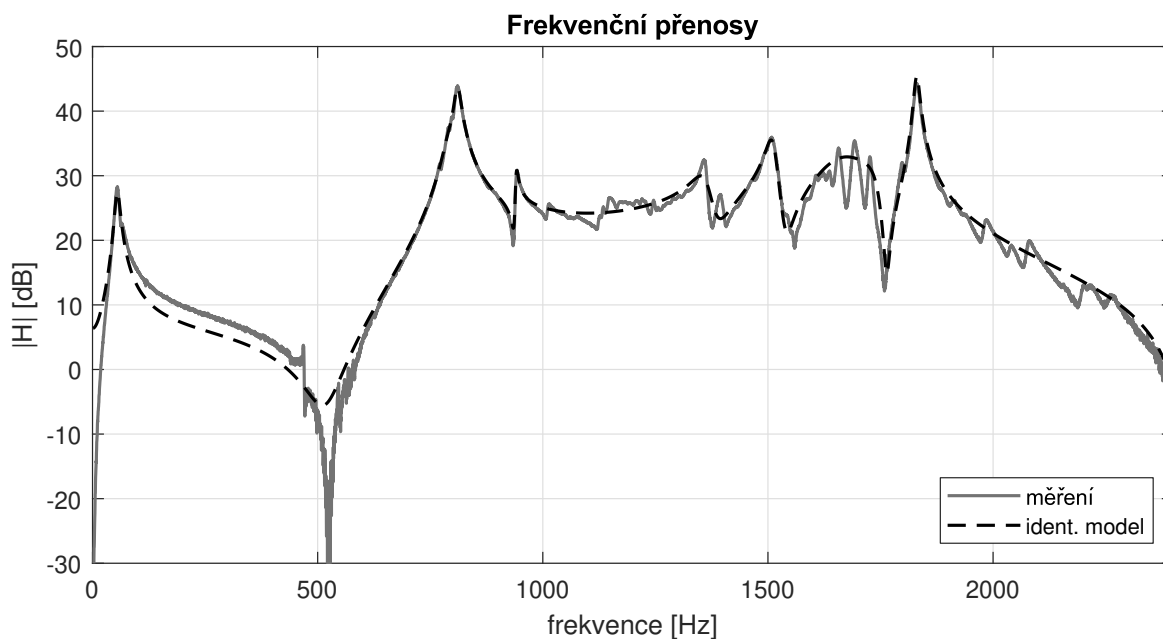
Po dokončení cyklu jsem výsledné soubory ze serveru stáhl a vyhodnotil shodu s naměřenými daty. Nakonec jsem zvolil model identifikovaný s 20 stavy. Pro ověření věrnosti identifikovaného modelu jsem odsimuloval odezvu tohoto modelu na stejný vstup, jaký byl použit při měření s dSPACE, z odezvy zpracoval PSD a porovnal s PSD zrychlení z měření akcelerometrem. Oba průběhy jsou zobrazeny na obrázku 3.10. Průběhy se dostatečně shodují a identifikovaný model je tedy validní.



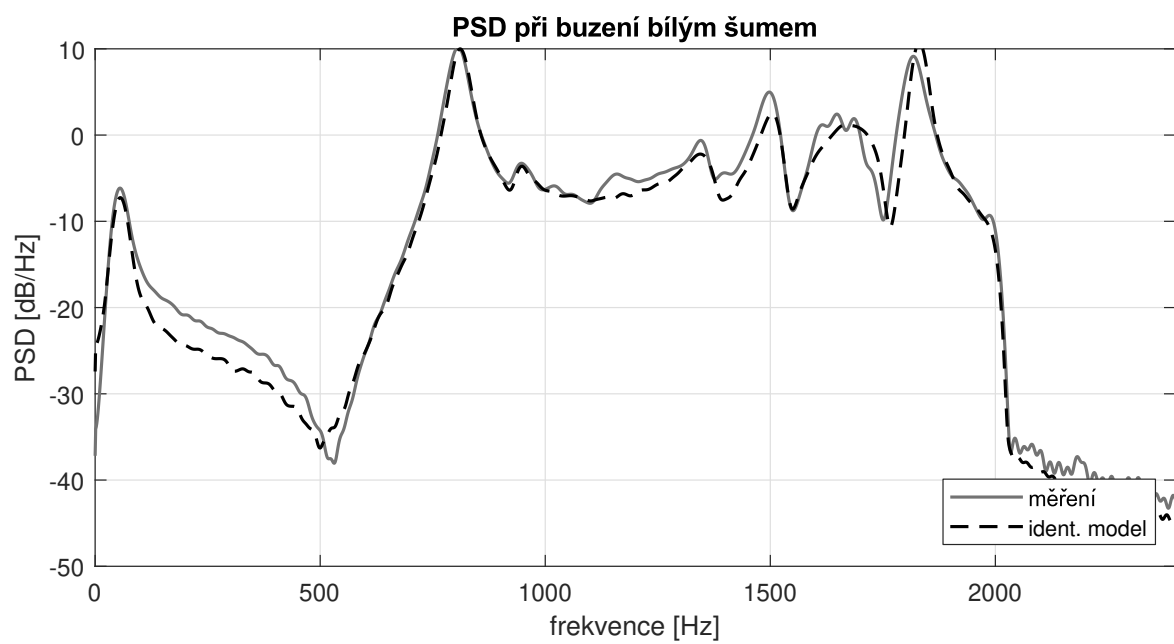
Obrázek 3.7: Frekvenční přenos samotného shakeru z proudu na zrychlení a z napětí na zrychlení.



Obrázek 3.8: Porovnání naměřeného frekvenčního přenosu s přenosy modelů identifikovaných s různými počty stavů.



Obrázek 3.9: Přenos získaný z měření vibrometrem a přenos vybraného identifikovaného modelu s 20 stavů.



Obrázek 3.10: Porovnání PSD reálného systému a identifikovaného modelu pro buzení bílým šumem.

Návrh řízení a simulační experiment

V této kapitole s využitím prostředí MATLAB/Simulink implementuji a otestuji teoretické principy uvedené v druhé kapitole a vytvořím tak východisko pro implementaci reálného experimentu na zařízení dSPACE.

4.1 Implementace a ověření adaptivního algoritmu LMS

K ověření funkčnosti adaptivního algoritmu LMS jsem vytvořil jednoduchý experiment, kdy je adaptivní filtr použit k identifikaci systému, schéma obvodu je zobrazeno na obrázku 4.1. Jako systém k identifikaci jsem použil FIR filtr s pěti náhodně vygenerovanými koeficienty a jako jeho vstup jsem vygeneroval náhodný šum s konstantní výkonovou spektrální hustotou v rozsahu frekvencí 10 až 100 Hz a vzorkováním 1ms. K provedení experimentu jsem v prostředí Simulink vytvořil schéma a implementoval adaptivní algoritmus dle vztahu (2.3), schéma je zobrazeno na obrázku 4.2.

Cílem úlohy je, aby výstup adaptivního filtru y_{AF} byl shodný s výstupem y_S systému, který chci identifikovat. Vstupem filtru a systému je vygenerovaný bílý šum

$$\vec{u} = [u(k), \dots, u(k-4)]^T,$$

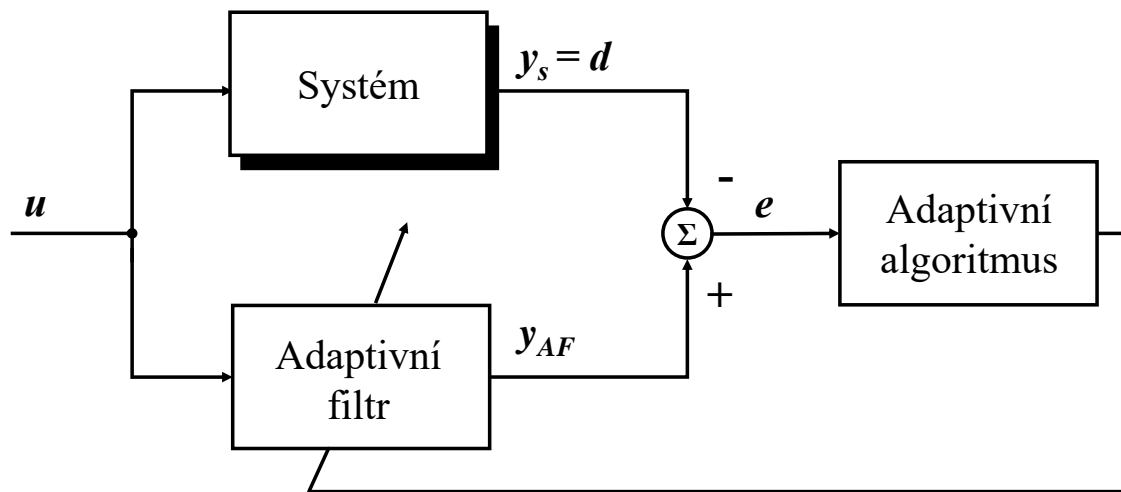
oba mají pět koeficientů. Žádaný průběh vstupující do adaptivního algoritmu $d(k) = y_S(k)$ je výstup systému, protože cílem je, aby výstup systému a výstup adaptivního filtru byly shodné. Jako parametr do algoritmu vstupuje učící koeficient zvolený jako $\mu = 1 \cdot 10^{-4}$. S tímto učícím koeficientem bylo dosaženo shody výstupu systému a adaptivního filtru během 0.05 sekund. Průběhy výstupů a hodnoty okamžité kvadratické chyby jsou zobrazeny na obrázku 4.3. Tímto jsem ověřil funkčnost algoritmu a implementace na jednoduché úloze.

V druhé fázi experimentu jsem jako systém k identifikaci místo jednoduchého filtru použil model identifikovaný v sekci 3.5 na základě měření vibrometrem. Počet koeficientů adaptivního filtru jsem zvolil metodou pokus-omyl — počet jsem zvyšoval, dokud filtr nedosahoval dobrých výsledků, tedy ustálení okamžité kvadratické chyby na nízké hodnotě. Učící koeficient jsem pak určil na základě vstupních dat podle postačující podmínky konvergence 2.4: nejmenší hodnota stopy korelační matice byla pro použitý vstupní signál pro případ adaptivního filtru s 200 koeficienty

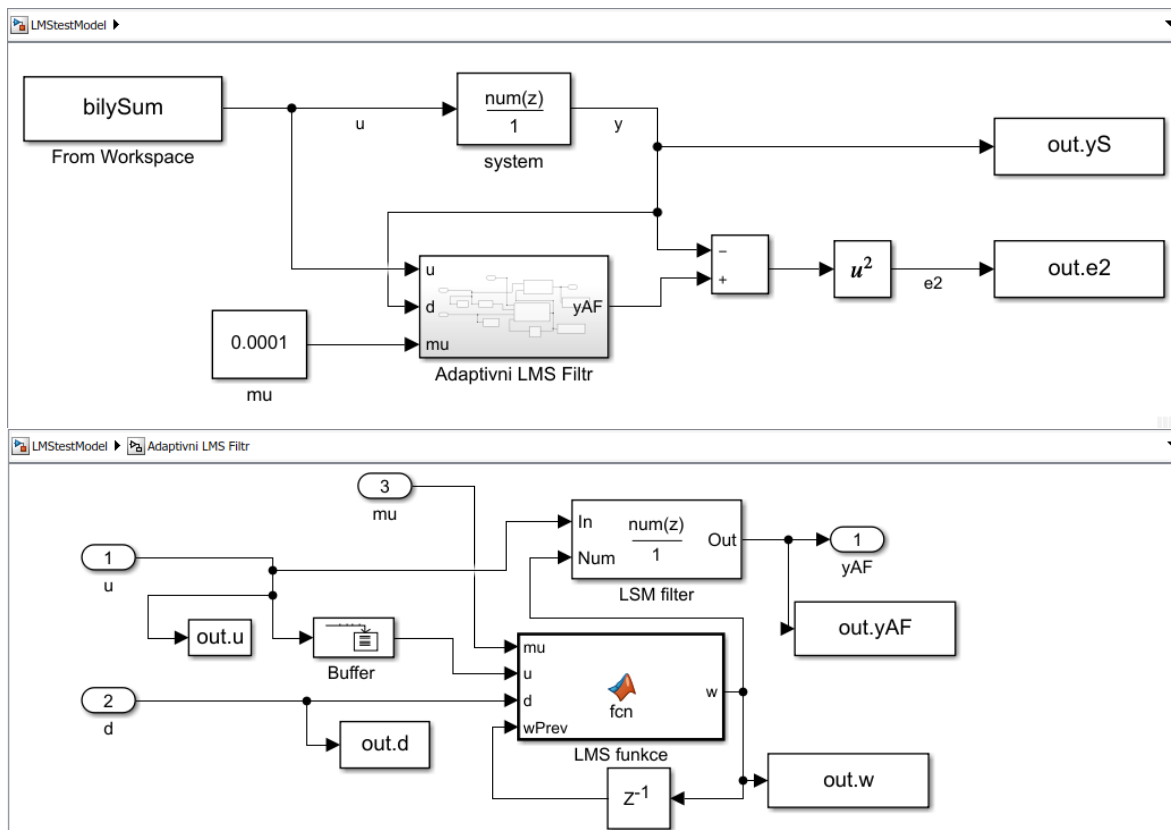
$$\{\text{tr}\{\mathbb{R}\}\}_{\min} = 2.56 \cdot 10^{-5},$$

hodnotu učícího koeficientu jsem pak zvolil o řád menší

$$\mu = 1 \cdot 10^{-6}.$$

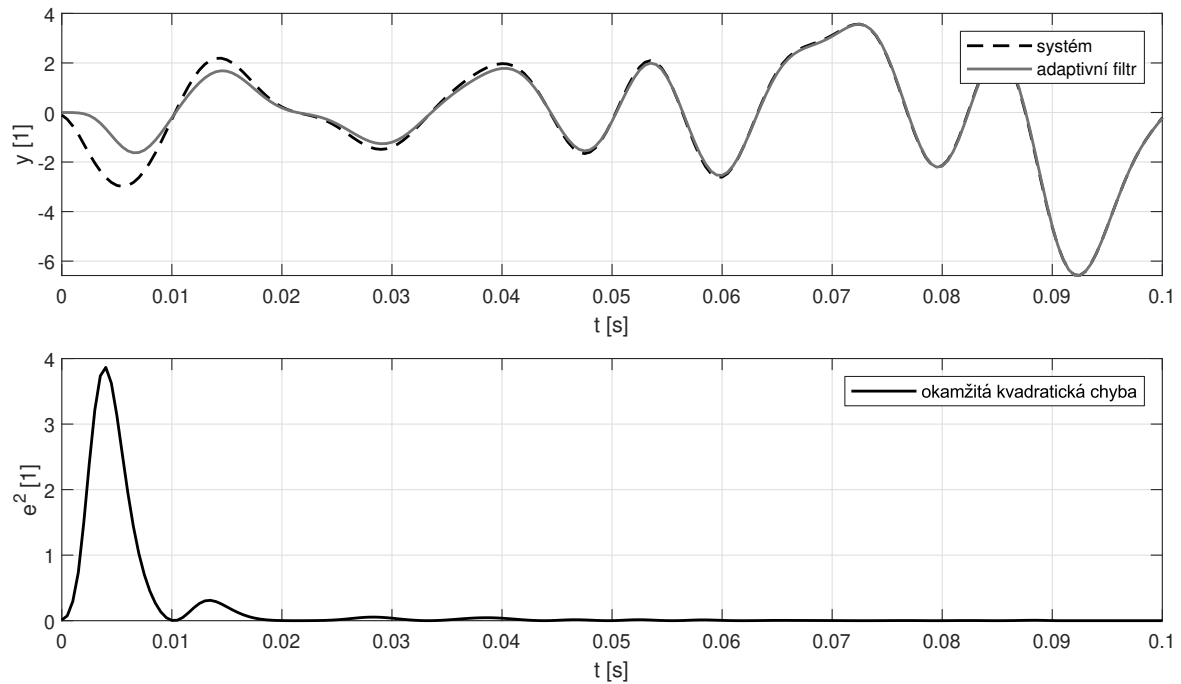


Obrázek 4.1: Schéma úlohy identifikace systému použitím adaptivního filtru.

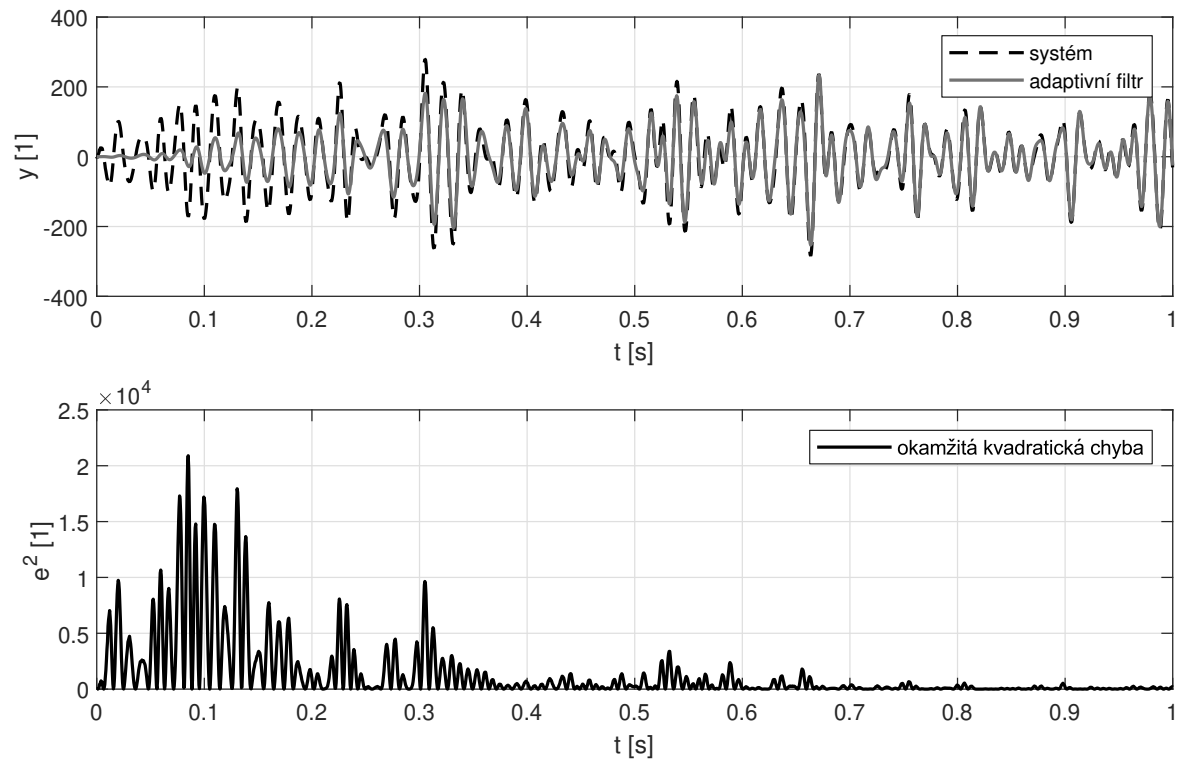


Obrázek 4.2: Schéma implementace v prostředí Simulink pro ověření funkčnosti adaptivního algoritmu LMS a subsystém adaptivního filtru. Adaptivní filtr zde slouží k identifikaci systému definovaného FIR filtrem.

V tomto případě se okamžitá kvadratická odchylka ustálila na nízké hodnotě po 0.7 sekundách. Průběh je zobrazen na obrázku 4.4.



Obrázek 4.3: Výsledek simulace pro ověření funkčnosti adaptivního algoritmu LMS. Výstup systému a výstup adaptivního filtru dosáhnou shody během 0.05 s.



Obrázek 4.4: Výsledek simulace k ověření použitelnosti adaptivního filtru pro identifikaci stavového popisu identifikovaného na základě měření. Výstup modelu a adaptivního filtru dosáhnou dobré shody během 0.7 s.

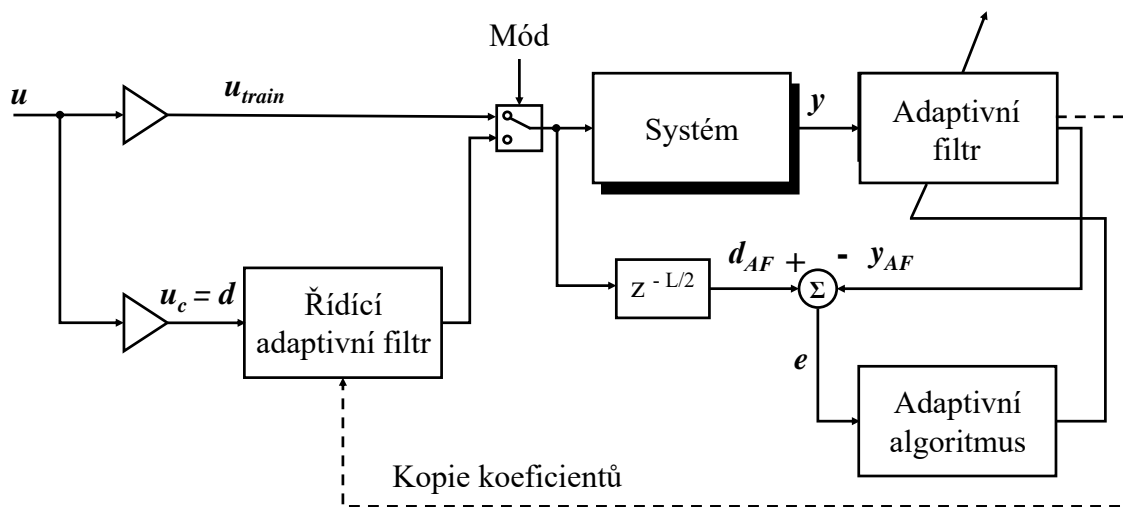
4.2 Inverzní řízení

K ověření inverzního řízení jsem opět nejprve použil jednoduchý FIR filtr jako řízený systém. Schéma tohoto obvodu je na obrázku 4.5, adaptivní filtr je nejprve zařazen za systém a poté použit před systémem jako regulátor. Systém je buzen bílým šumem v rozsahu frekvencí 10 až 2000 Hz a toto buzení je rovněž žadáným signálem pro adaptivní algoritmus. Výstup systému je při adaptaci vstupem filtru. Učící koeficient je volen adaptivně dle vztahu (2.5) s výchozí hodnotou zvolenou jako $\mu_0 = 0.1$.

Po oživení je soustava v módu adaptace a LMS filtr, zařazený za systémem, je adaptován, dokud hodnota okamžité kvadratické odchylky, tedy rozdíl žadaného signálu a výstupu filtru, nedosáhne hodnoty blízké nule. Poté dojde k přepnutí do módu řízení a koeficienty LSM filtru za systémem jsou zkopírovány do řídicího filtru zařazeného před systémem jako regulátor. Výchozí hodnoty řídicího filtru jsou v módu adaptace inicializovány tak, aby filtr měl jednotkový přenos a na budící signál neměl vliv.

Délku adaptivního filtru jsem zvolil jako $L = 20$. K realizaci tohoto experimentu bylo nutné použít logiku realizovanou stavovým diagramem v prostředí Stateflow, které je součástí prostředí Simulink. K přepnutí do módu řízení dojde, pokud průměr kvadratické odchylky za posledních L časových okamžiků klesne pod hodnotu 0.002, nejdříve však po 1 ms běhu. Časové zpoždění je nutné, aby nedošlo k okamžitému přepnutí při spuštění. Výsledek experimentu je zachycen na obrázku 4.7. Prvních 5 ms je filtr adaptován, načež dojde k přepnutí do módu řízení a následuje krátká přechodná fáze. Poté už výstup systému y dobře sleduje žadáný průběh d .

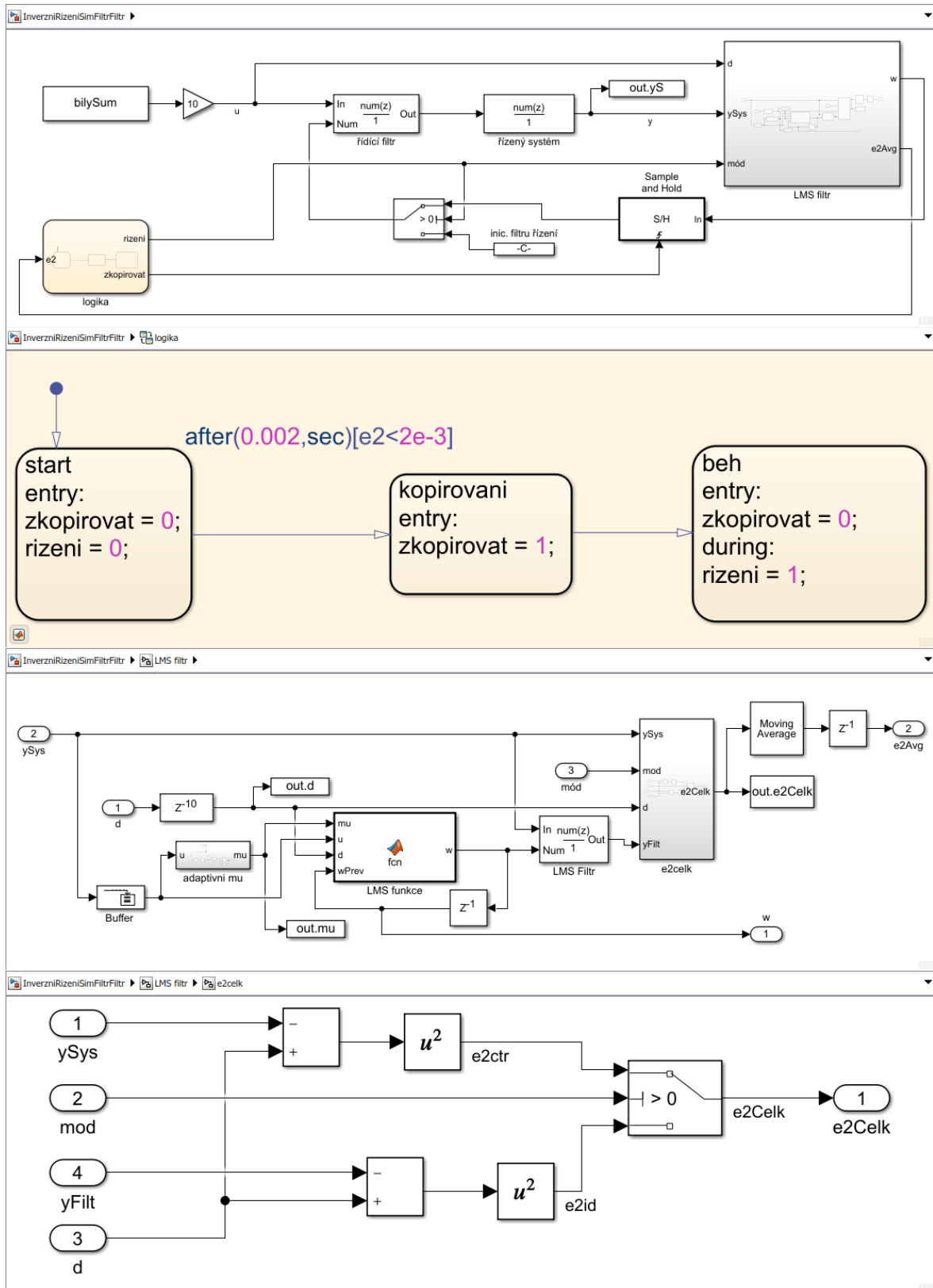
Schéma experimentu, jak bylo implementováno v prostředí Simulink, je zobrazeno na obrázku 4.6.



Obrázek 4.5: Regulační schéma inverzního řízení adaptivním filtrem. Systém je nejprve buzen signálem u_{train} , což je zesílený signál u s charakterem bílého šumu. Následně je přepnuto do módu řízení, kdy je systému předřazen adaptivní filtr, do kterého vstupuje žadáný průběh d , což je u s jiným zesílením. Cílem řízení je, aby se průběh výstupu systému y shodoval s průběhem žadaného signálu d , posunutého o určité zpoždění.

4.2.1 Inverzní řízení identifikovaného modelu

V dalším kroku jsem jako řízený systém použil stavový model identifikovaný v sekci 3.5, který byl diskretizován s časovým krokem $\Delta T = \frac{1}{20000}$ s, což odpovídá nejnižšímu dosažitelnému



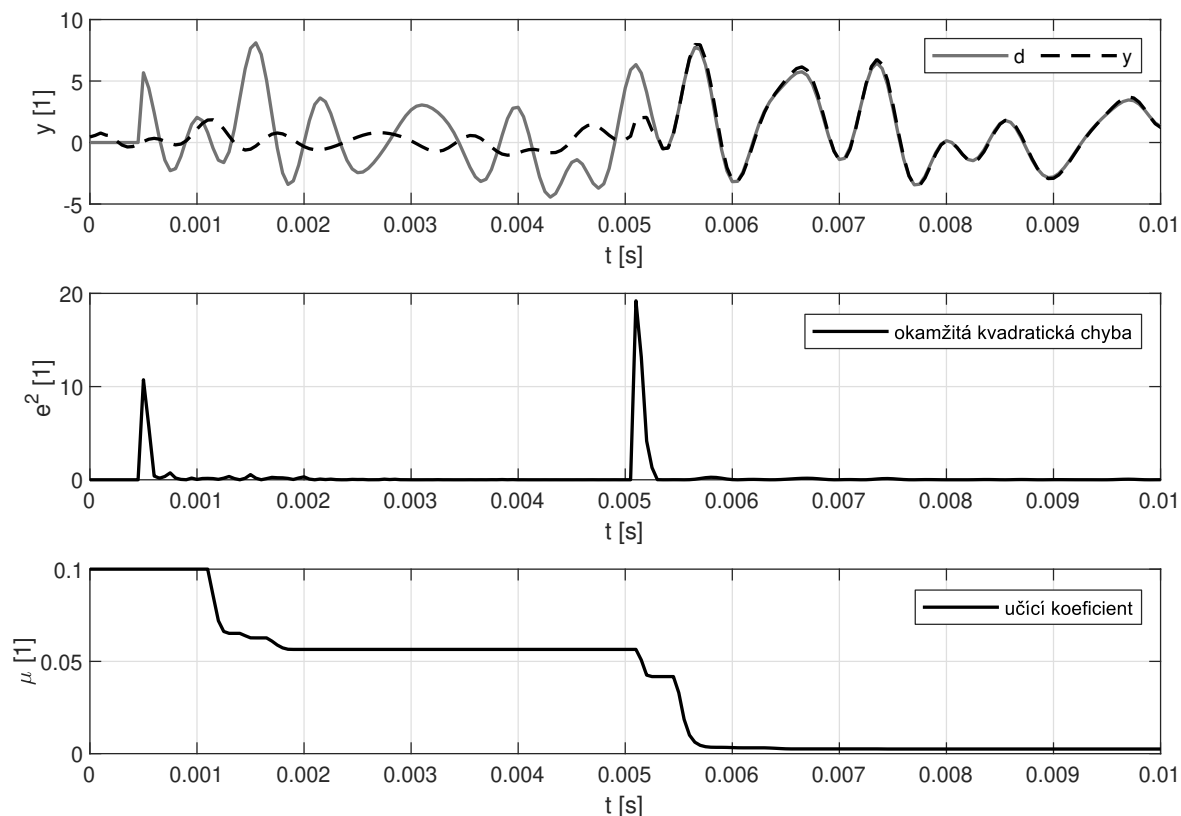
Obrázek 4.6: Implementace experimentu na ověření inverzního řízení na jednoduché úloze.

časovému kroku zařízení dSPACE. Budícím a žádaným signálem byl opět bílý šum, tentokrát však generovaný přímo v simulaci — generovaný blok signálu má 2^{15} vzorků a je jednorázově vygenerován každých $\frac{2^{15}}{20000}$ sekund a uložen do zásobníku, ze kterého se v každém časovém kroku uvolňuje jedna hodnota. Rozsah hodnot generovaného signálu je ± 1 .

Soustava funguje podobně jako v předchozím případě, ale má několik úprav. Vstup adaptivního filtru $u_{AF} = y_S$ je výstup systému a žádaný průběh $d_{\text{Train}} = u_S$ je signál na vstupu systému zpožděný o polovinu délky adaptivního filtru. Tímto zapojením koeficienty filtru po adaptaci odpovídají inverzi systému.

V první fázi, která trvá 0.1 s, je adaptace vypnuta a systém je vybuzen bílým šumem s rozsahem hodnot ± 1 z klidového stavu do pohybu. Vzhledem k vysokému zesílení systému se jeho výstup pohybuje v rozsahu $\pm 20 \text{ m/s}^2$. V druhé fázi, která trvá rovněž 0.1 s, je započata adaptace a systém je stále buzen přímo bílým šumem. V této fázi jsou koeficienty řídicího filtru aktualizovány z adaptivního algoritmu v každém časovém kroku.

Po skončení druhé fáze nastane fáze řízení, kdy bílý šum je zesílen 20krát, aby jeho úroveň odpovídala úrovni výstupu systému, a stává se žádaným průběhem d_{ctrl} . Tento žádaný průběh vstupuje do řídicího filtru, který je předřazen systému, a systém je buzen výstupem filtru. V této fázi má dvojice řídicí filtr-systém přenos přibližně jednotkový. Koeficienty řídicího filtru jsou nadále v každém kroku aktualizovány z adaptivního algoritmu. Tato fáze trvá až do vypnutí a díky adaptivnímu filtru by řídicí filtr měl vždy mít přenos odpovídající inverzi



Obrázek 4.7: Průběh experimentu k ověření inverzního řízení s adaptivním filtrem. Nejprve je systém buzen žádaným průběhem s charakterem bílého šumu a filtr je adaptován tak, aby se stal inverzí systému. V čase 5 ms je adaptovaný filtr předřazen systému a budící signál je jím filtrován, výstup systému pak přesně sleduje žádaný signál, neboť předřazený filtr je inverzí systému. Okamžitá kvadratická chyba je v první fázi kvadrát rozdílu žádaného průběhu d a výstupu filtru, ve druhé fázi rozdílu žádaného průběhu d a výstupu systému y . Hodnota učícího koeficientu je volena adaptivně.

řízeného systému, i pokud se odezva systému v průběhu experimentu mění.

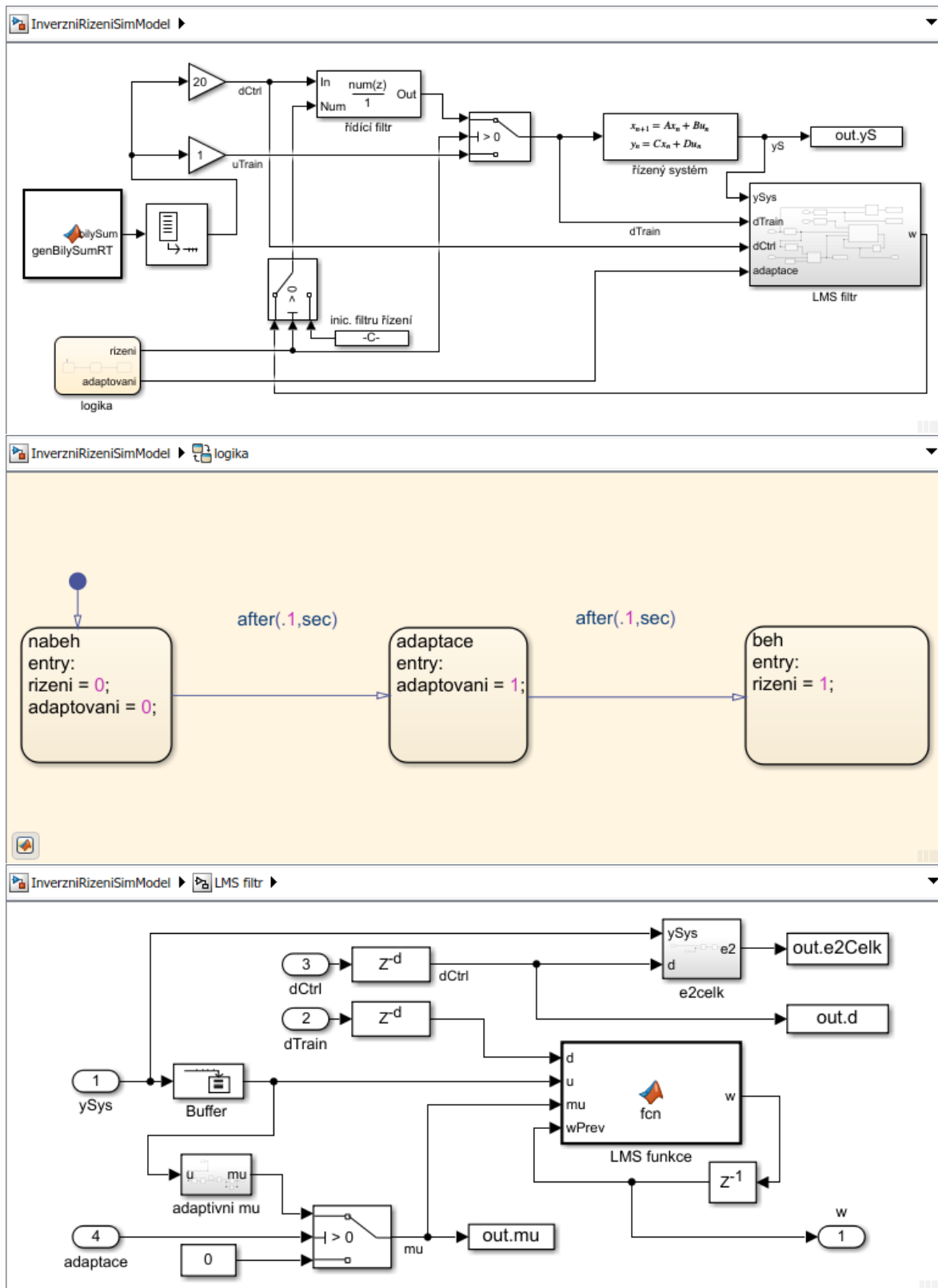
Počet koeficientů řídicího filtru byl pro tento experiment zvolen $L = 800$. Učící koeficient byl volen adaptivně s výchozí hodnotou $\mu_0 = 0.1$. Po 2 sekundách běhu nabyla střední kvadratická chyba nízkých hodnot a výstup systému se přiblížil žádanému průběhu. Průběh experimentu a detail jsou zobrazeny na obrázku 4.9. Na obrázku 4.10 je zobrazeno PSD žádaného průběhu a PSD výstupu systému v časech $t = 0.2$ s, tedy před zapojením řídicího filtru, a v čase $t = 3$ s, kdy střední kvadratická chyba

$$\overline{e^2} = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} (d_{\text{ctrl}}(k-i) - y_S(k-i))^2$$

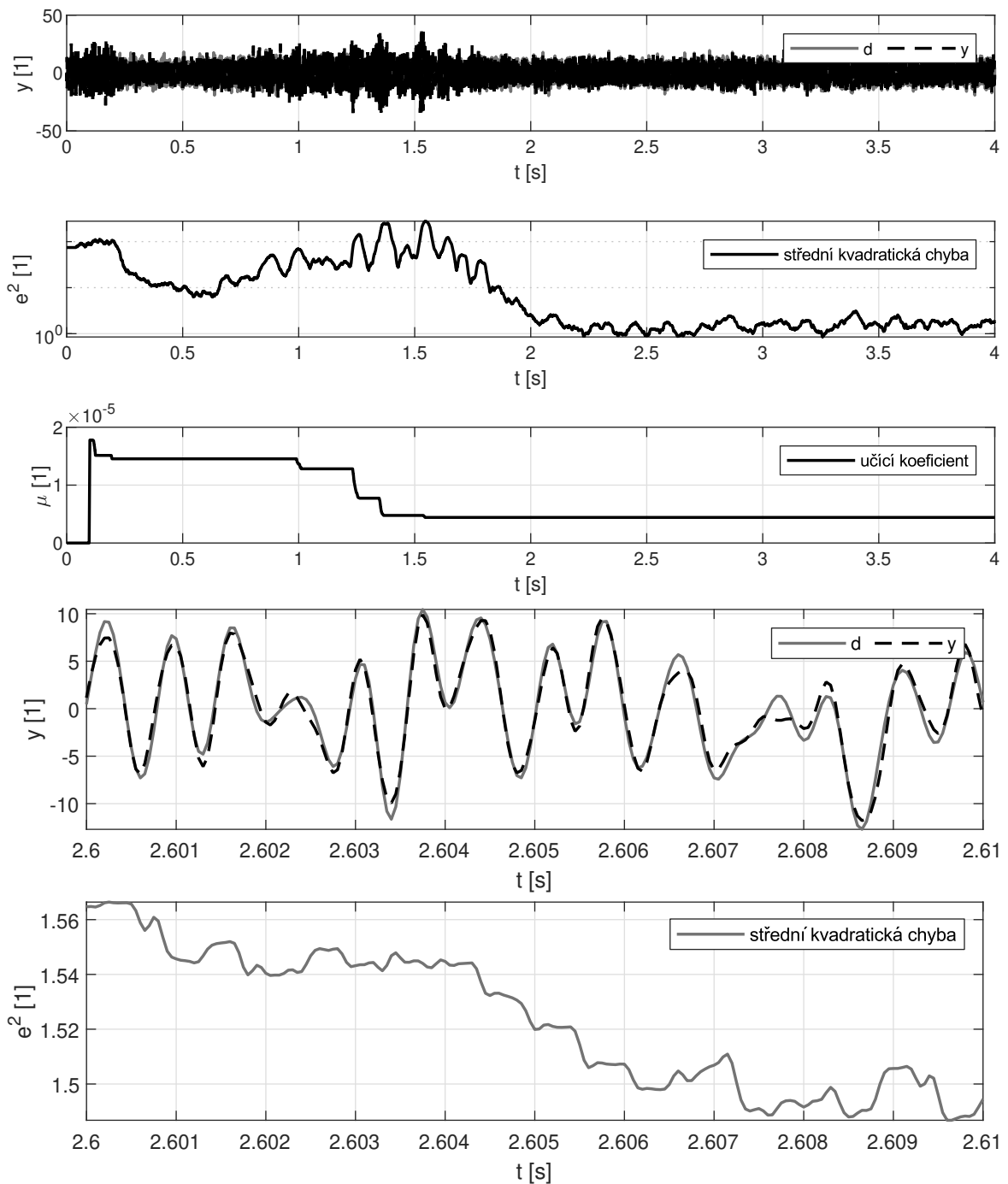
dosáhla nízké hodnoty. Adaptivní filtr dokázal zajistit stejnoměrný průběh zrychlení v daném rozsahu frekvencí.

Schéma experimentu je zobrazeno na obrázku 4.8.

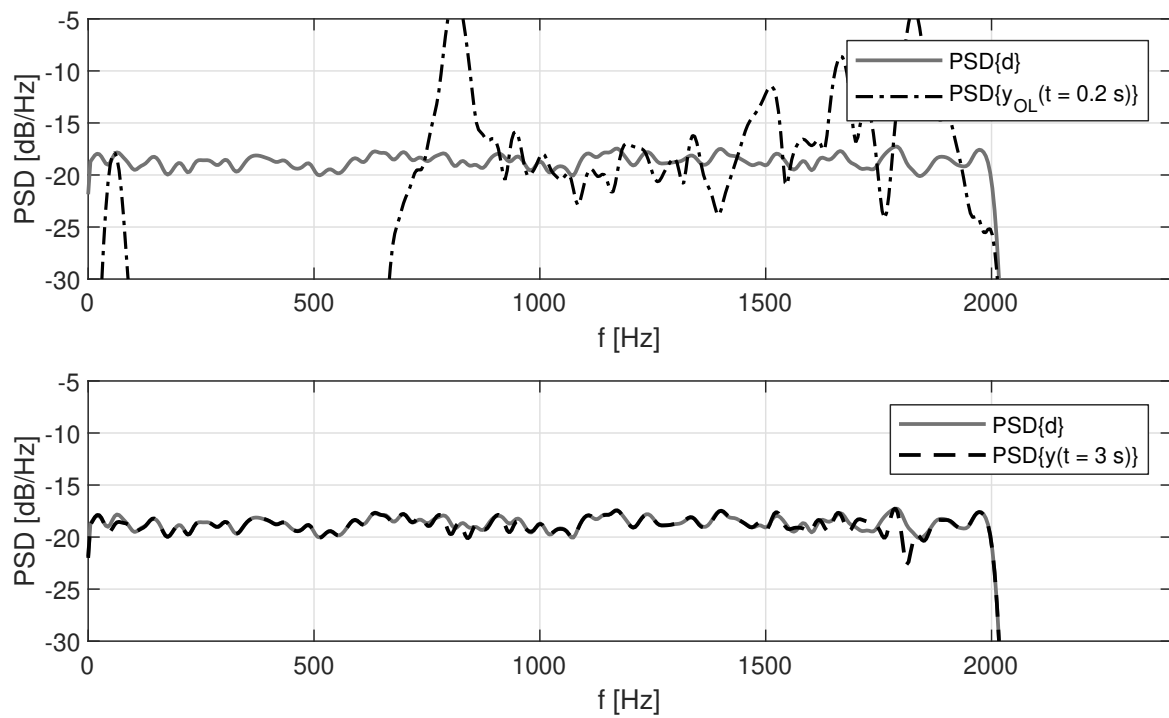
4. NÁVRH ŘÍZENÍ A SIMULAČNÍ EXPERIMENT



Obrázek 4.8: Schéma simulačního experimentu inverzního řízení identifikovaného stavového modelu implementovaného v prostředí Simulink.



Obrázek 4.9: Průběh simulačního experimentu inverzního řízení identifikovaného stavového modelu. Adaptace je zapnuta po 0.1 s běhu. Po 2 s běhu již výstup systému y dobře odpovídá žádanému průběhu d .



Obrázek 4.10: Porovnání PSD výstupu systému y a žádaného průběhu d při simulačním experimentu inverzního řízení identifikovaného stavového modelu. Po 3 s má výstup systému žádané vlastnosti.

Laboratorní experiment

V této kapitole popíše specifika implementace řídicího algoritmu pro zařízení dSPACE a realizované laboratorní experimenty. Experimentální pracoviště je zobrazeno na obrázku 5.1.

5.1 Programování zařízení dSPACE

Zařízení dSPACE je možné programovat užitím schémat v prostředí Simulink, v kterém je nainstalována knihovna *dSPACE Real-Time Interface*. Její součástí je soubor nástrojů ke kompilaci těchto schémat do nativního jazyka zařízení dSPACE a nahrání do zařízení. Součástí procesu sestavení je rovněž ověření, zda zkompileovaný program splňuje požadavek systému reálného času. V ideálním případě by mělo stačit doplnit schémata ze simulačních experimentů bloky A/D a D/A převodníku a takto rovnou nasadit, avšak reálně bude přinejmenším nutné přidat bloky zesílení upravující úroveň signálů a bloky limitující možné překročení limitních hodnot. Po nasazení schématu do zařízení je možné průběh sledovat a ovlivňovat prostřednictvím programu ControlDesk. Je tak možné v průběhu zaznamenávat a měnit některé parametry schématu a tím řídit průběh experimentu.

5.2 Implementační specifika

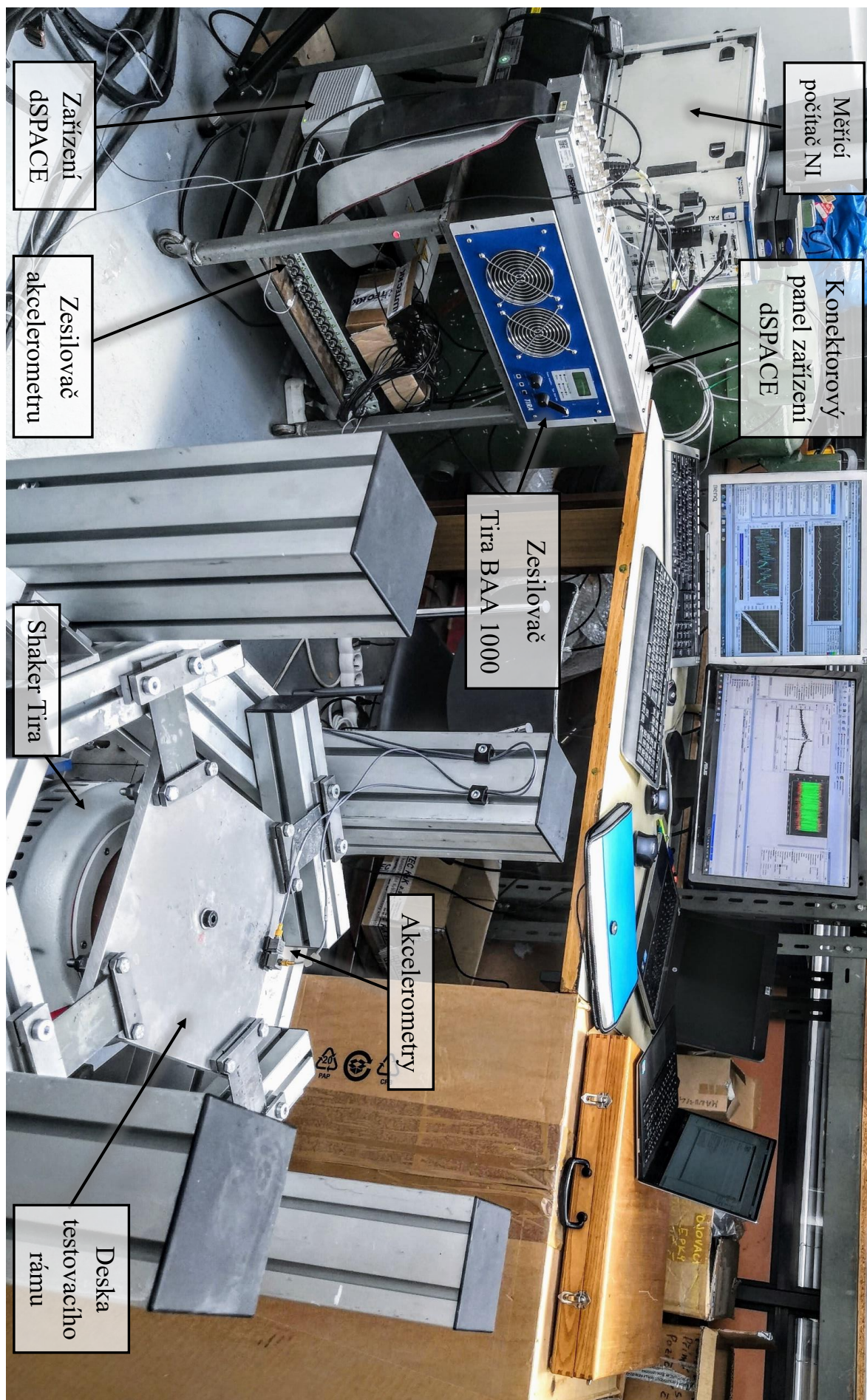
Základním ohledem spojování různých zařízení jsou rozsahy signálů, se kterými pracují:

- Vstupní a výstupní rozsah napětí dSpace je ± 10 V s 16bitovými převodníky,
- výstupní rozsah zesilovače akcelerometru je ± 10 V,
- vstupní rozsah zesilovače shakeru je ± 5 V a výstup je dle nastavení zesílení v rozsahu až ± 72 V.

Je nutné nastavit všechna zesílení zařízení tak, aby v používaných rozsazích nedocházelo k saturaci, ale zároveň aby dostupný rozsah byl využit.

5.2.1 Náběh

Vzhledem k tomu, že zesilovač shakeru má pouze ručně nastavitelné zesílení, nelze náběh systému provést automaticky a musí být proveden ručně. Nejprve je nutné zvolit žádaný poměr mezi řídicím napětím u_{ctrl} vystupujícím z dSPACE a napětím u_{sh} vstupujícím do shakeru. Rozsah napětí u_{ctrl} je limitován vstupním rozsahem zesilovače. Co se týče zesílení



Obrázek 5.1: Fotografie experimentálního pracoviště.

samotného shakeru, tam vstup budící napětí u_{sh} v rozsahu ± 1 V odpovídá zrychlení v rozsahu přibližně ± 20 m/s². Pokud tedy zvolím poměr

$$u_{ctrl} : u_{sh} = 1 : 1,$$

a rozsah

$$|u_{ctrl}| \leq 1 \text{ V},$$

pak bude dostupný rozsah zrychlení přibližně ± 100 m/s², což je pro účely experimentu dostatečné.

Prakticky náběh spočívá v buzení zesilovače v otevřené smyčce, monitorování obou napětí a pomalém zvyšování zesílení zesilovače, dokud se hodnoty obou napětí nebudou pohybovat ve stejných rozsazích.

5.2.2 Doběh

Doběh lze jednoduše provést plynulým snížením zesílení zesilovače na nulu. Pokud by došlo k náhlému ukončení, nehrozí vzhledem k nízkým setrvačným hmotám a nízkým používaným budícím proudům nebezpečí poškození experimentálního zařízení tak, jak to hrozí u velkých zkušebních shakerů.

5.2.3 Filtrování signálu

Systém je buzen v rozsahu frekvencí 10 až 2 000 Hz, tedy v tomto rozsahu je do něj dodávána energie, a v tomto rozsahu frekvencí by měla být v ustáleném stavu i energie výstupního zrychlení. Signál ale může obsahovat i složky o vyšší frekvenci, například vlivem rušení nebo skoku při změně napětí na výstupu D/A převodníku. Tyto složky by mohly negativně ovlivnit adaptivní proces, proto je odfiltruji filtrem typu dolní propust s IIR strukturou. Filtr způsobí zpoždění signálu o několik vzorků, které však v této aplikaci bude mít zanedbatelný vliv, případně by bylo možné ho kompenzovat zvýšením zpoždění žádaného signálu.

Nejnižší použitá vzorkovací frekvence A/D převodníků zařízení dSPACE je 10 kHz, což je pětinašobek nejvyšší významné frekvence obsažené v signálu, a tedy by nemělo docházet k aliasingu.

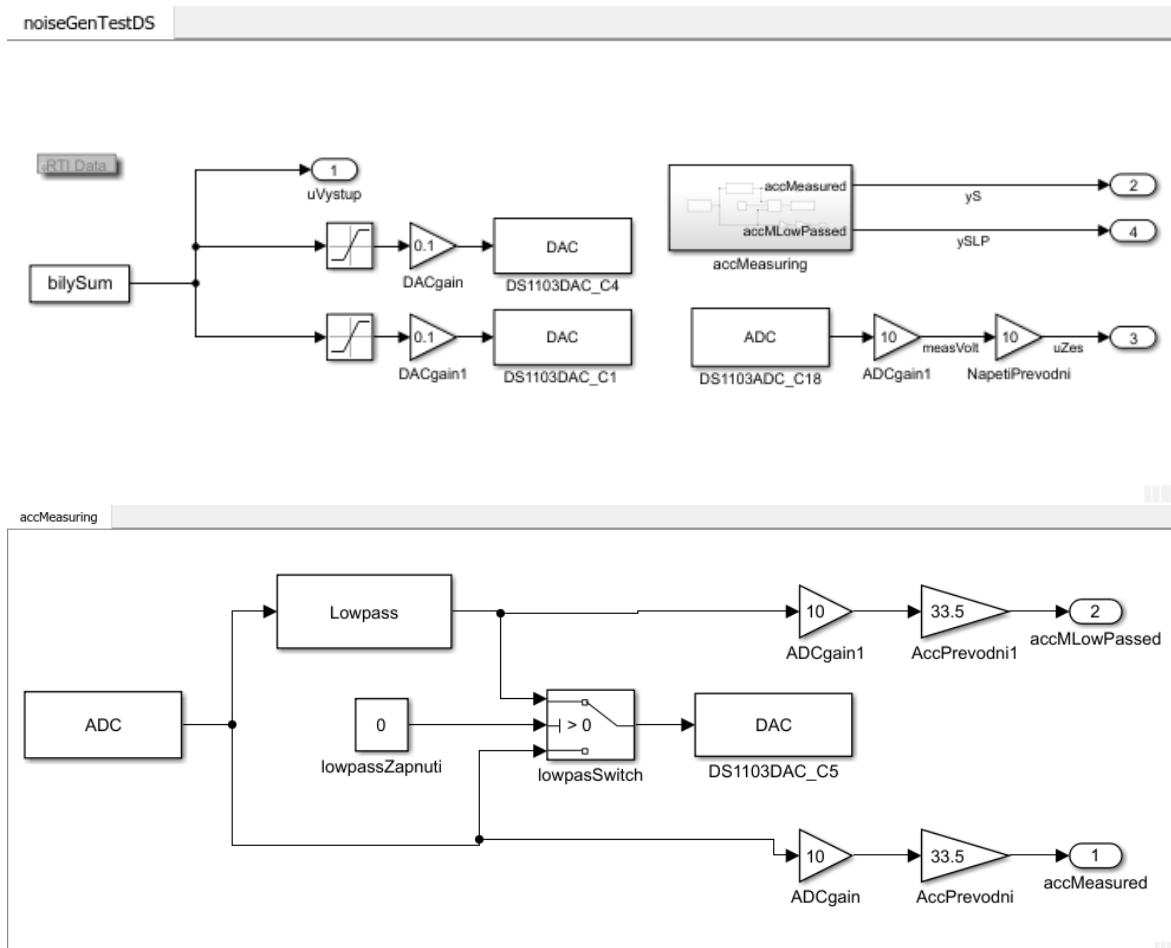
5.3 Test generování a měření signálu

Prvním experimentem je ověření použití vstupů a výstupů zařízení dSPACE a porovnání průběhu signálu s filtrováním a bez něj. Za tímto účelem jsem vytvořil jednoduché schéma v prostředí Simulink skládající se z bloků D/A a A/D převodníků. Tyto bloky mají výstupy a vstupy pracující v rozsahu ± 1 , avšak fyzické vstupy a výstupy pracují s rozsahem ± 10 V, je tedy nutné použít zesílení 0.1 v případě signálu pro D/A bloky a zesílení 10 pro signály z A/D bloků. D/A blokům jsou dále předřazeny saturace, v případě signálu pro zesilovač shakeru omezují signál na rozsah ± 5 V a v ostatních případech na rozsah ± 10 V.

Budící signál do schématu vstupuje v podobě předgenerovaného bílého šumu v rozsahu frekvencí 10 až 2 000 Hz se 2¹⁷ vzorky. Při časovém kroku úlohy $\frac{1}{20\,000}$ s se tedy budící signál opakuje přibližně každých 6.5 sekund. Funkci generující bílý šum nebylo možno použít přímo ve schématu z důvodu nedostatečného výpočetního výkonu zařízení dSPACE. Budící signál vystupoval dvěma výstupy, jeden byl připojen na vstup zesilovače a druhý byl měřen měřícím počítačem NI (zobrazeno na obrázku 5.1), na kterém jsem monitoroval průběh experimentu.

Z důvodu monitorování byl signál z akcelerometru rovněž dalším výstupem předáván do měřícího počítače NI. K měřícímu počítači byl dál připojen druhý, referenční akcelerometr, který byl umístěn vedle měřícího akcelerometru.

Filtrování signálu bylo realizováno blokem *Lowpass*, ve kterém lze filtr definovat jeho parametry. Zvolil jsem filtr IIR struktury s propustným pásmem 2000 Hz, nepropustným pásmem 4000 Hz, útlumem v nepropustném pásmu 30 dB a povoleným zvlněním v propustném pásmu 0.01 dB. Programem ControlDesk jsem zaznamenal signál průběhu zrychlení a také tento signál po průchodu filtrem. Průběhy a spektrální výkonové hustoty těchto signálů jsou zobrazeny na obrázku 5.3. Filtrovaný signál je oproti nefiltrovanému opožděn o 4 vzorky, ale jejich spektrální výkonové hustoty jsou identické až do frekvence 2300 Hz. Pro účely řízení adaptivním filtrem v rozsahu 10 až 2000 Hz je tedy použití tohoto filtru vhodné. Schéma implementované v prostředí Simulink je zobrazeno na obrázku 5.2.



Obrázek 5.2: Schéma experimentu pro ověření generování a měření signálu se zařízením dSPACE.

5.4 Inverzní řízení zkušebního zařízení

Finálním experimentem je samotné ověření inverzního řízení na shakeru s testovacím rámem. Pro tento experiment jsem použil schéma ze simulačního experimentu inverzního řízení identifikovaného modelu, které jsem doplnil o vstup A/D a výstup D/A převodníků s patričními zesíleními a saturacemi. Logický blok schématu jsem doplnil o dva vstupy, kterými jsem programem ControlDesk ovládal experiment. Po aktivaci zařízení dSPACE je na vstup zesilovače shakeru přiváděn bílý šum v rozsahu ± 1 V. Následuje náběh systému, tedy zvyšování zesílení zesilovače, dokud průběhy na jeho vstupu a výstupu jsou identické. Monitorování těchto signálů bylo realizováno měřicím počítačem NI. Po náběhu je možné spustit adaptaci, což

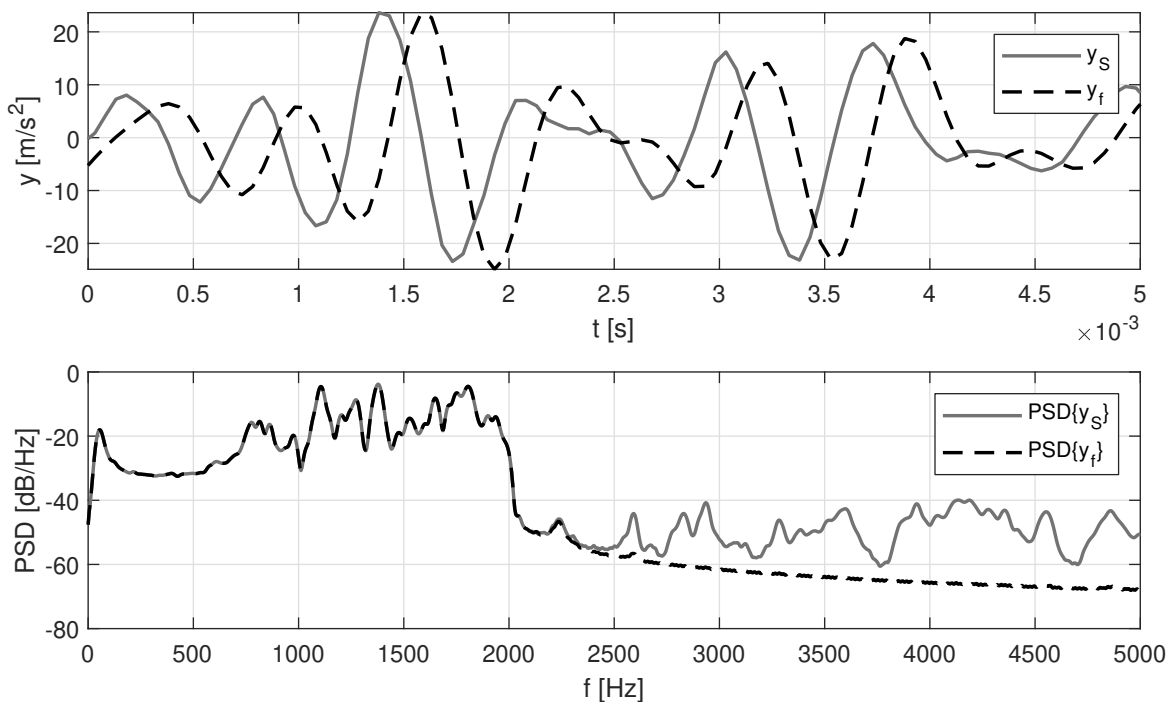
je provedeno změnou hodnoty vstupu *spuštění* bloku logiky na 1. Po jedné sekundě běhu je připojen regulátor a adaptace pokračuje. Simulinkové schéma experimentu je zobrazeno na obrázku 5.5. Při běhu je možné změnou hodnoty vstupu *res* bloku logiky na 1 odpojit řídicí filtr, přerušit adaptaci a vynulovat koeficienty adaptivního filtru. Toto řízení je prováděno v programu ControlDesk, ve kterém jsem pro tento účel vytvořil jednoduché rozvržení, které navíc ještě ukazuje aktuální hodnoty koeficientů filtru, průběh zrychlení y_s a žádaného průběhu u_{ctrl} . Toto rozvržení je zobrazeno na obrázku 5.6. Schéma toků signálů je zobrazeno na obrázku 5.4.

K realizaci tohoto experimentu bylo z důvodu nedostatečného výpočetního výkonu zařízení dSPACE nutné zvýšit časový krok celého schématu na hodnotu $\frac{1}{10\,000}$ s, a v případě bloku adaptivního algoritmu *LMS Funkce* na hodnotu $\frac{1}{2\,000}$ s. Délka adaptivního filtru byla 800 koeficientů.

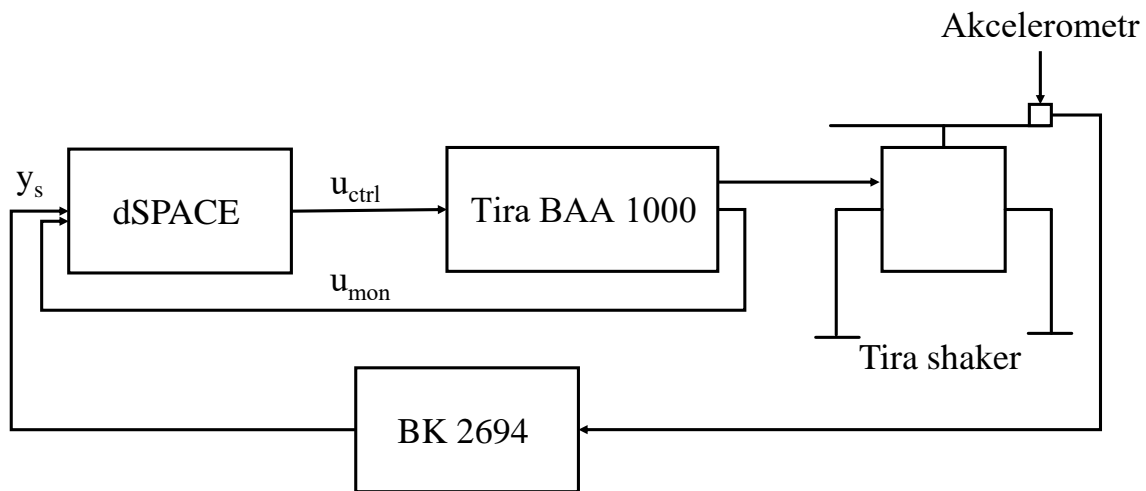
Měřicí akcelerometr byl umístěn na okraji desky rámu připojeného k shakeru.

5.4.1 Výsledek experimentu

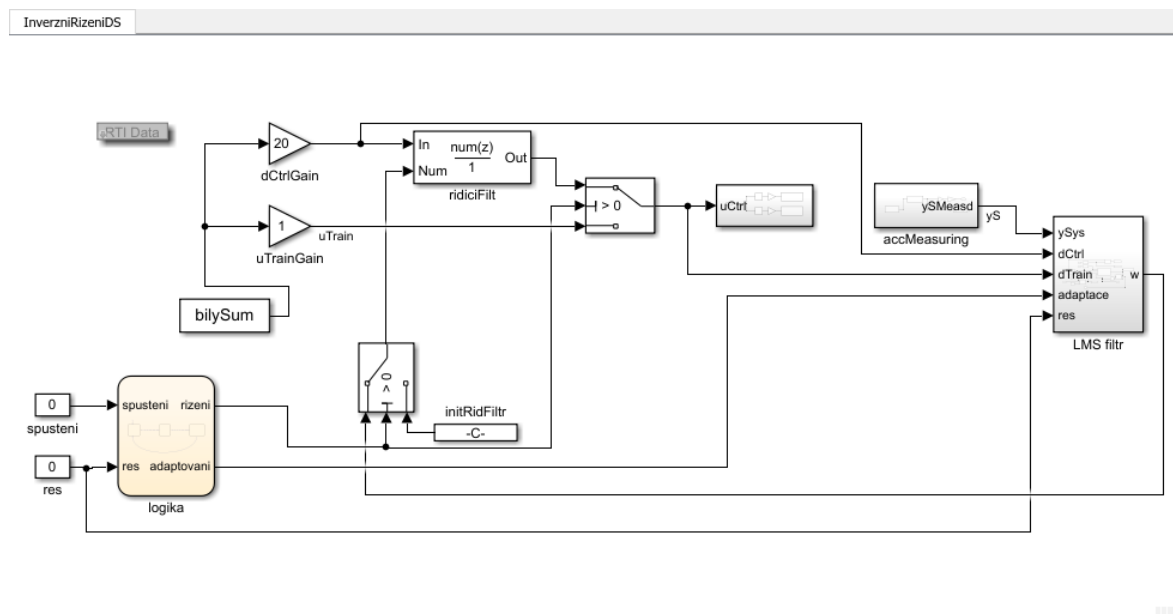
Implementovaný regulátor byl schopen dosáhnout cíle, tedy zajištění rovnoměrné vibrační expozice v daném rozsahu. Časový průběh je zobrazen na obrázku 5.7 a výkonové spektrální hustoty v několika časových intervalech na obrázku 5.8. Adaptivně volený učící koeficient se během experimentu ustálil na hodnotě $\mu = 10^{-5}$.



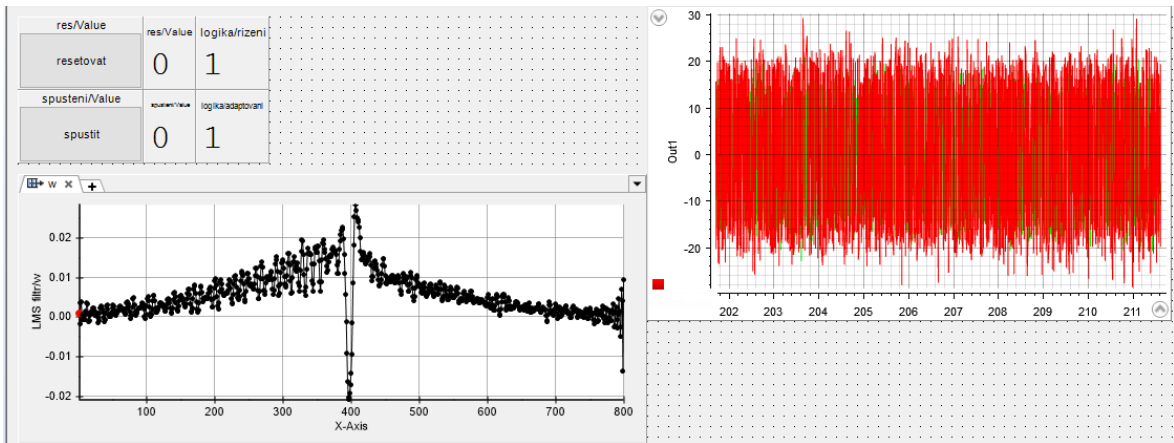
Obrázek 5.3: Porovnání časových průběhů a spektrálních výkonových hustot signálu zrychlení a téhož signálu procházejícího filtrem typu dolní propust. Časový průběh filtrovaného signálu je opožděn o 4 vzorky. Spektrální výkonové hustoty jsou identické do frekvence 2300 Hz.



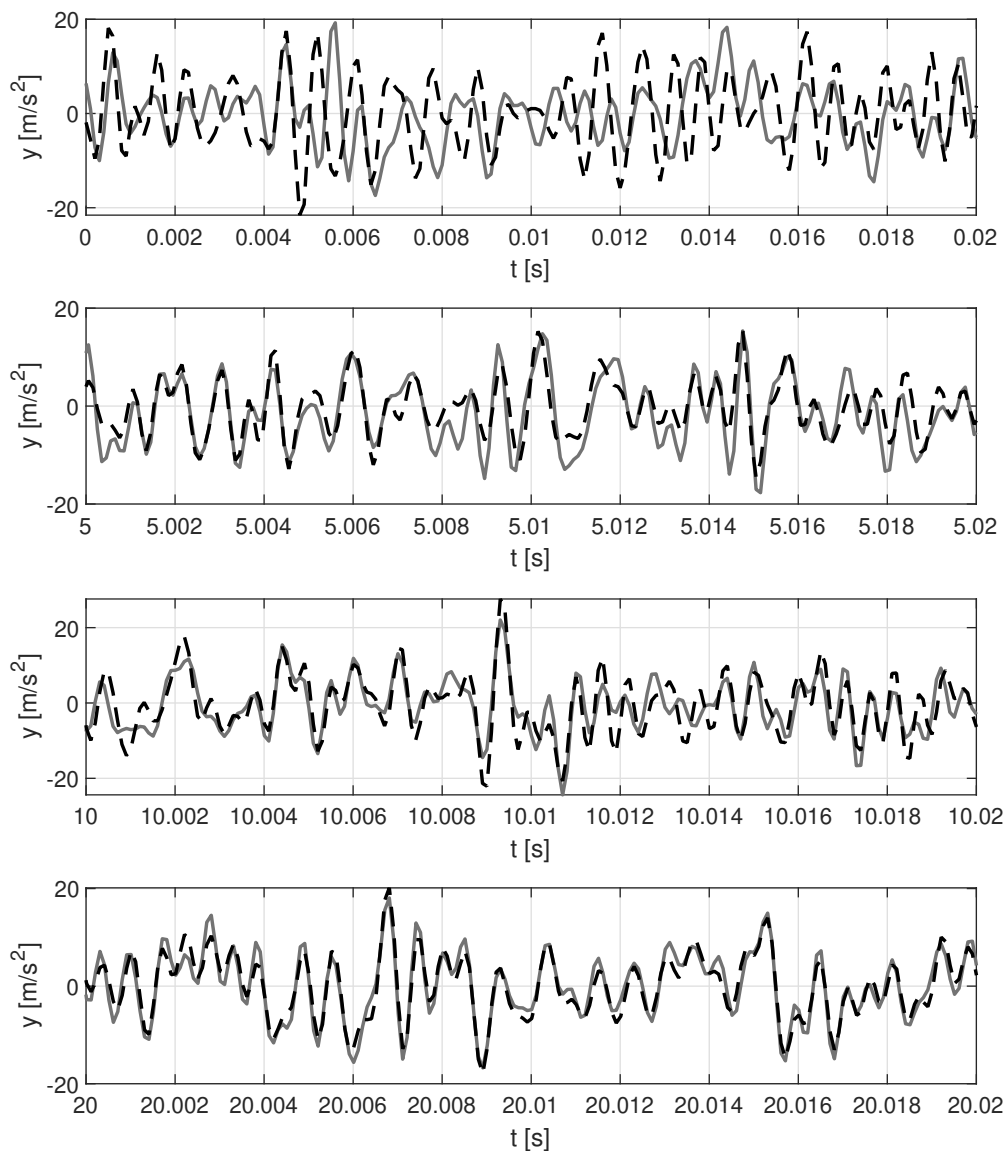
Obrázek 5.4: Schéma toku signálů experimentu inverzního řízení zkušebního zařízení.



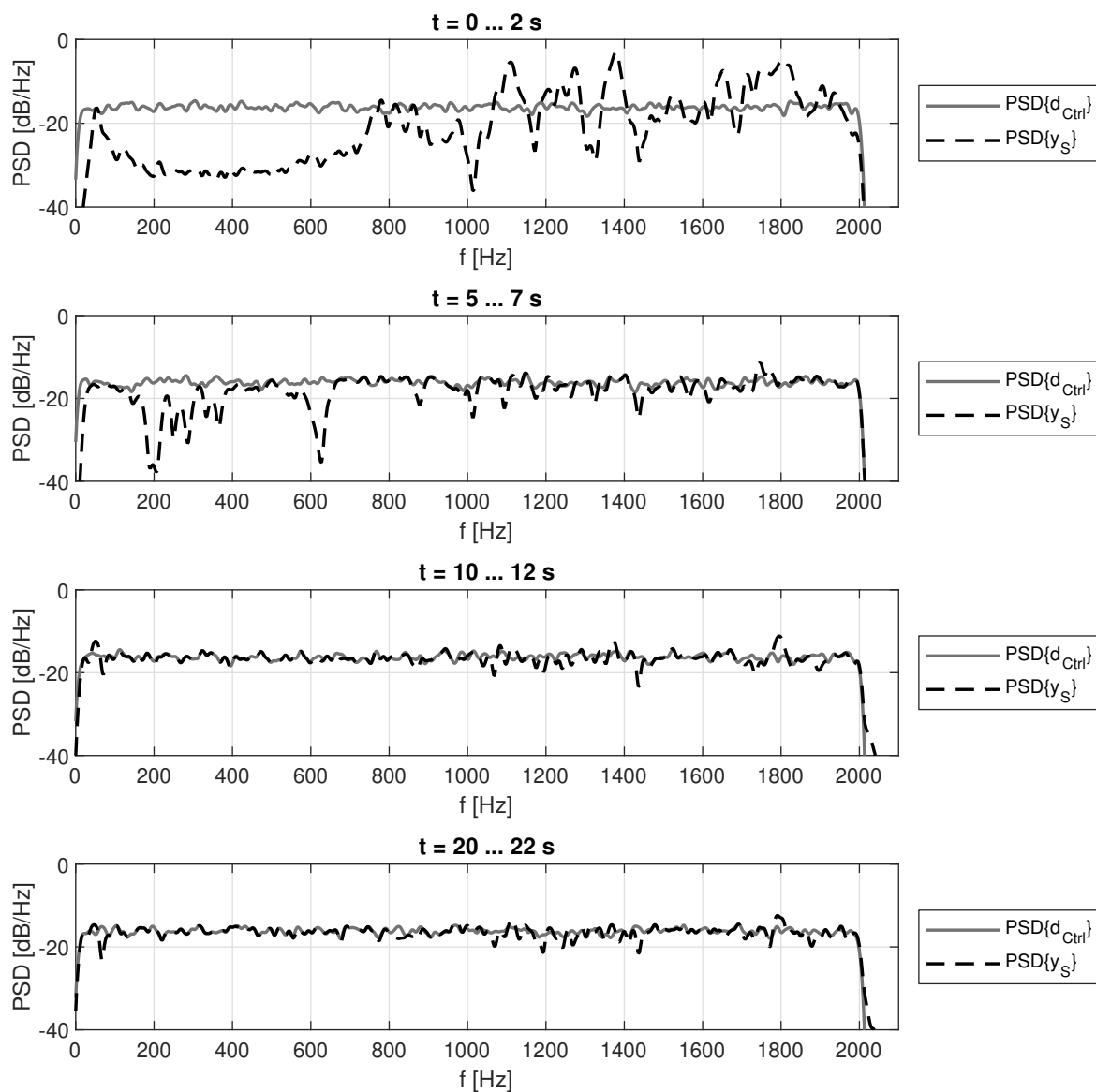
Obrázek 5.5: Schéma experimentu řízení vibračního budiče Tira připojeného na testovací rám, implementované v prostředí Simulink.



Obrázek 5.6: Rozvržení v programu ControlDesk použité k ovládání experimentu řízení vibračního budiče Tira.



Obrázek 5.7: Časový průběh výstupu akcelerometru y_S a žádaného průběhu d_{ctrl} . Řídicí filtr je zapojen v čase 3 s a již po 2 s běhu se výstup přibližuje žádanému průběhu. Po 20 s běhu výstup odpovídá žádanému průběhu.



Obrázek 5.8: Výkonová spektrální hustota výstupu akcelerometru a žádaného průběhu v různých časových intervalech experimentu. Řídicí filtr je připojen v čase 3 s a již po 2 s je možné pozorovat výraznou změnu v PSD, hlavně v hodnotách převyšujících žádané. V časovém intervalu 20 až 22 s již PSD výstupu odpovídá žádanému.

Závěr

V této práci jsem prozkoumal základy vibračního zkoušení, zavedl potřebný teoretický aparát a principy adaptivního inverzního řízení. Ty jsem pak implementoval a ověřil jak v simulaci za použití identifikovaného modelu řízeného zařízení, tak v laboratorním experimentu. Identifikace byla provedena v prostředí MATLAB s využitím dostupných algoritmů. Vzhledem k velkému množství naměřených dat a velké výpočetní náročnosti identifikačních algoritmů byla identifikace provedena na víceprocesorových výpočetních serverech ČVUT. Laboratorní experiment byl zrealizován užitím prototypovacího zařízení dSPACE, vibračního budiče Tira a jeho nastavby vlastní konstrukce.

Navržené řízení dokáže velmi dobře zajistit rovnoměrnou vibrační expozici v místě měřicího akcelerometru na základě signálu zrychlení, což bylo ověřeno nejprve v simulační studii, a následně v laboratorním experimentu s použitím zkušebního rámu vlastní konstrukce.

Další práce se bude zabývat rozšířením řídicího algoritmu pro využití signálů z více výstupů (akcelerometrů), případně skenovacího laserového vibrometru, kdy měření probíhá postupně ve vybraných bodech. K tomuto bude nutné navrhnout metodiku výběru vhodných měřených bodů a kombinace jejich signálů, zvláště pro zkoušení soustavy s výraznou poddajností ve zkoušeném frekvenčním pásmu.

Dalším směrem vývoje je zpracování navrženého řízení pro výkonnější zařízení, které by bylo schopno generovat budící signál přímo za běhu a nebylo by nutné ho předgenerovat. Pro nasazení v provozu na vibrační budič o vyšším výkonu bude dále nutné zlepšit robustnost implementace a ošetřit chování v různých okrajových stavech, které při provozu mohou nastat.

Zdroje

- [1] de Silva, C. W.: *Vibration and shock handbook*. Mechanical engineering series, Boca Raton: Taylor & Francis, 2005, ISBN 0849315808.
- [2] He, B.; Wang, H.; He, X.: Vibration test methods and their experimental research on the performance of the lead-acid battery. *Journal of Power Sources*, ročník 268, 2014: s. 326–330, ISSN 03787753, doi: 10.1016/j.jpowsour.2014.05.098.
- [3] Arabi, F.; Gracia, A.; Deletage, J.-Y.; aj.: Vibration test and simulation of printed circuit board. In *2018 19th International Conference on Thermal, Mechanical and Multi-Physics Simulation and Experiments in Microelectronics and Microsystems (EuroSimE)*, IEEE, 15.04.2018 - 18.04.2018, ISBN 978-1-5386-2359-6, s. 1–7, doi: 10.1109/EuroSimE.2018.8369909.
- [4] Shen, W. X.; Ma, W. S.; Zhang, L. W.: Research on the design of fixture for motor vibration test. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, ročník 324, 2018: str. 012067, ISSN 1757-8981, doi: 10.1088/1757-899X/324/1/012067.
- [5] Ameri, N.; Grappasonni, C.; Coppotelli, G.; aj.: Ground vibration tests of a helicopter structure using OMA techniques. *Mechanical Systems and Signal Processing*, ročník 35, č. 1-2, 2013: s. 35–51, ISSN 08883270, doi: 10.1016/j.ymsp.2012.09.013.
- [6] Lai, J.; Sun, L.; Yang, J.; aj.: Experimental and numerical analyses on flow-induced vibration of a nuclear engineering test reactor internal. *Nuclear Engineering and Design*, ročník 340, 2018: s. 335–346, ISSN 00295493, doi: 10.1016/j.nucengdes.2018.10.001.
- [7] Ercan, E.: Assessing the impact of retrofitting on structural safety in historical buildings via ambient vibration tests. *Construction and Building Materials*, ročník 164, 2018: s. 337–349, ISSN 09500618, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2017.12.154.
- [8] van Baren, J.: What is Random Vibration Testing? *Journal of Sound and Vibration*, ročník 46, č. 2, 2012: s. 9–12.
- [9] Piersol, A. G.; Paez, T. L.; Harris, C. M.: *Harris' shock and vibration handbook*. New York: McGraw-Hill, 6 vydání, 2010, ISBN 9780071508193.
- [10] ČSN EN 60068-3-8 (345791) Zkoušení vlivů prostředí: Část 3-8: Doprovodná dokumentace a návod - Volba zkoušek vibracemi. 1. 9. 2004.
- [11] Chen, T.-H.; Liaw, C.-M.: Vibration acceleration control of an inverter-fed electrodynamic shaker. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, ročník 4, č. 1, 1999: s. 60–70, ISSN 10834435, doi: 10.1109/3516.752085.
- [12] Della Flora, L.; Gründling, H. A.: Time domain sinusoidal acceleration controller for an electrodynamic shaker. *IET Control Theory & Applications*, ročník 2, č. 12, 2008: s. 1044–1053, ISSN 1751-8644, doi: 10.1049/iet-cta:20080188.

- [13] Rana, K.: Fuzzy control of an electrodynamic shaker for automotive and aerospace vibration testing. *Expert Systems with Applications*, ročník 38, č. 9, 2011: s. 11335–11346, ISSN 09574174, doi: 10.1016/j.eswa.2011.02.184.
- [14] Uchiyama, Y.; Fujita, M.: Robust acceleration and displacement control of electrodynamic shaker. In *2006 IEEE Conference on Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, IEEE, 04.10.2006 - 06.10.2006, s. 746–751, doi: 10.1109/CACSD-CCA-ISIC.2006.4776739.
- [15] Martini, L.: *Real-time control of an electrodynamic shaker*. Dizertační práce, 2015.
- [16] Frigo, M.; Johnson, S. G.: The Design and Implementation of FFTW3. *Proceedings of the IEEE*, ročník 93, č. 2, 2005: s. 216–231, ISSN 00189219, doi: 10.1109/JPROC.2004.840301.
- [17] MATLAB fft: Fast Fourier transform. 30.06.2020. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fft.html>
- [18] Miláček, S.: *Náhodné a chaotické jevy v mechanice*. Praha: ČVUT, první vydání, 2000, ISBN 80-01-02170-X.
- [19] Farhang-Boroujeny, B.: *Adaptive filters: Theory and applications*. Chichester, West Sussex, United Kingdom: John Wiley & Sons, druhé vydání, 2013, ISBN 978-1-119-97954-8.
- [20] Brandt, A.: *Noise and vibration analysis: Signal analysis and experimental procedures*. Chichester, UK: John Wiley and Sons Ltd, 2011, ISBN 9780470746448, doi: 10.1002/9780470978160.
- [21] Taylor, J. R.: *Classical mechanics*. Sausalito Calif.: University Science Books, 2005, ISBN 189138922X.
- [22] Ogata, K.: *Modern control engineering*. Prentice-Hall electrical engineering series. Instrumentation and controls series, Boston: Prentice-Hall, páté vydání, 2010, ISBN 978-0-13-615673-4.
- [23] Valášek, M.: *Mechatronika*. Praha: ČVUT, vyd. 1 vydání, 1995, ISBN 80-01-01276-X.
- [24] Ljung, L.: *System identification: Theory for the user / Lennart Ljung*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, druhé vydání, 1999, ISBN 0-13-656695-2.
- [25] Hofreiter, M.: *Základy automatického řízení*. V Praze: ČVUT, první vydání, 2012, ISBN 9788001050071.
- [26] Widrow, B.; Walach, E.: *Adaptive inverse control: A signal processing approach / Bernard Widrow, Eugene Walach*. Hoboken, N.J. and Chichester: Wiley-Interscience, 2008, ISBN 9780470226094.
- [27] Diniz, P. S. R.: *Adaptive filtering: Algorithms and practical implementation*. New York: Springer, čtvrté vydání, 2013, ISBN 978-1-4614-4106-9.
- [28] Wanhammar, L.; Yu, Y. J.: Digital Filter Structures and Their Implementation. In *Academic Press Library in Signal Processing: Volume 1 - Signal Processing Theory and Machine Learning, Academic Press Library in Signal Processing*, ročník 1, Elsevier, 2014, ISBN 9780123965028, s. 245–338, doi: 10.1016/B978-0-12-396502-8.00006-1.
- [29] Haykin, S. S.: *Adaptive filter theory*. Upper Saddle River New Jersey: Pearson, páté vydání, 2014, ISBN 013267145X.

- [30] Plešek, J.: Nelineární mechanika kontinua s příklady. 2015.
- [31] Plett, G. L.: ECE4540/5540: Digital Control Systems. 2017. Dostupné z: <http://mocha-java.uccs.edu/ECE4540/>
- [32] Prislan, R.: Laser Doppler Vibrometry And Modal Testing. 2008. Dostupné z: http://mafija.fmf.uni-lj.si/seminar/files/2007_2008/Rok_Prislan_-_Laser_Doppler_Vibrometry_and_Modal_Testing.pdf
- [33] Polytec GmbH: Laser Doppler vibrometry. 24.06.2020. Dostupné z: <https://www.polytec.com/eu/vibrometry/technology/>
- [34] The MathWorks, Inc.: What is MATLAB? 06.07.2020. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/discovery/what-is-matlab.html>
- [35] The MathWorks, Inc.: Simulink: Simulation and Model-Based Design. 06.07.2020. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/products/simulink.html>
- [36] Gerlich, S.: Modal Vibration Test System TV 51140-M. 2014.
- [37] NI: NI 4461/4462 Specifications. 2019.
- [38] Polytec GmbH: PSV-500-3D Scanning Vibrometer. 2019.
- [39] dSPACE GmbH: DS1103 PPC Controller Board. 2013.
- [40] Gambier, A.: Real-time control systems: a tutorial. *2004 5th Asian Control Conference*, 2004.
- [41] Brüel & Kjær: 16-channel CCLD Conditioning Amplifiers Types 2694-A/B/C/D. 2018. Dostupné z: <https://www.bksv.com/-/media/literature/Product-Data/bp1882.ashx>
- [42] Kessel, R.: How do I generate time series data from given PSD of random vibration input? 2015. Dostupné z: https://www.researchgate.net/post/How_do_I_generate_time_series_data_from_given_PSD_of_random_vibration_input
- [43] Lang, G. F.; Snyder, D.: Understanding the Physics of Electrodynamical Shaker Performance. *Sound & Vibration*, , č. October, 2001.
- [44] Pawlik, V.; Steinbauer, P.: *Regulator tuning for an experimentally identified model of a vibration exciter*. Praha, 2019, ISBN 978-80-01-06536-5.

Seznam použitých zkratek

ADC Analog-to-digital converter.

DAC Digital-to-analog converter.

FIR Finite Impulse Response.

IEPE Integrated Electronics Piezo Electric.

IIR Infinite Impulse Response.

LMS Least-Mean-Square.

PC osobní počítač.

PSD Power Spectral Density.

RMS Root mean square, efektivní hodnota.

SISO Single Input Single Output.

SoR Sine On Random.

Obsah přiloženého media

priprava	Soubory související s kapitolou 3
├ GenerovaniSumu	Skript na generování bílého šumu
├ PrenosZesilovace	Naměřená data a zpracování přenosu zesilovače Tira
├ TiraShaker.....	Naměřená data a zpracování vlastností shakeru Tira
├ TiraTabIdentifikace..	Naměřená data a identifikace modelu shakeru připojeného k testovacímu rámu
simulace	Soubory a schémata simulačních experimentů
├ LMSTestFiltr	
├ LMSTestIdent	
├ InverzniRizeniSimFiltr	
├ InverzniRizeniSimModel	
experiment	Soubory a měření laboratorního experimentu