



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ

KATEDRA ELEKTROTECHNOLOGIE

Bakalářská práce

**Zdroj elektrické energie na principu kondenzátoru
s proměnnou distancí elektrod**

Dominika Dušíková

vedoucí práce: Ing. Tomáš Tichý

studijní program: Elektrotechnika, energetika a management

studijní obor: Aplikovaná elektrotechnika

Praha, srpen 2020

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracovala samostatně a že jsem uvedla veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne _____

podpis

Poděkování

Tímto bych chtěla poděkovat vedoucímu práce Ing. Tomáši Tichému za odborné rady, vstřícnost, ochotu a čas při vedení bakalářské práce. Dále bych chtěla poděkovat panu Mgr. Janu Zemenovi, Ph.D. za pomoc při řešení problémů. V neposlední řadě bych chtěla poděkovat celé katedře elektrotechnologie za poskytnutí modelovacího programu.

Na závěr bych také chtěla poděkovat mé rodině a přátelům za podporu při studiu.

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Dusíková** Jméno: **Dominika** Osobní číslo: **474459**
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**
Zadávací katedra/ústav: **Katedra elektrotechnologie**
Studijní program: **Elektrotechnika, energetika a management**
Studijní obor: **Aplikovaná elektrotechnika**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Zdroj elektrické energie na principu kondenzátoru s proměnnou distancí elektrod

Název bakalářské práce anglicky:

Electrostatic energy harvester based on capacitor with adjustable distance of electrodes

Pokyny pro vypracování:

1. Seznamte se s prostředím Comsol Multiphysics
2. Proveďte simulaci elektrostatického pole kondenzátoru s různou distancí elektrod pomocí různých simulačních metod
3. Proveďte simulaci mechanického pohybu iniciovaného prouděním vzduchu a propojte se simulací kondenzátoru
4. Zhodnoťte možné praktické použití generátoru jako zdroje elektrické energie.

Seznam doporučené literatury:

- [1] DOLEŽEL, Ivo. Flow field: Učební texty. 1. Praha.
- [2] DOLEŽEL, Ivo. Electromagnetic field: Učební texty. 1. Praha
- [3] MDPI and ACS Style Nabavi, S.; Zhang, L. Portable Wind Energy Harvesters for Low-Power Applications: A Survey. Sensors 2016, 16, 1101.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Tomáš Tichý, katedra elektrotechnologie FEL

Jméno a pracoviště druhého(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **13.02.2020**

Termín odevzdání bakalářské práce: **14.08.2020**

Platnost zadání bakalářské práce: **30.09.2021**

Ing. Tomáš Tichý
podpis vedoucí(ho) práce

podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Studentka bere na vědomí, že je povinna vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studentky

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zaměřuje na matematický model zdroje elektrické energie na principu kondenzátoru s pohyblivou distancí elektrod a zhodnocení možného praktického využití. Práce je rozdělena do čtyř částí. První část se zabývá vytvořením modelu kondenzátoru s fixní vzdáleností elektrod namodelovaných pomocí různých modelovacích metod a jejich vzájemném porovnání. V další části práce je porovnáván parametrický a spojitý pohyb horní elektrody kondenzátoru v programu Comsol Multiphysics. Ve třetí části je modelováno zařízení, které pomocí proudícího média rezonuje a tím slouží jako zdroj mechanického pohybu horní elektrody. Ve čtvrté části jsou tyto modely propojeny. V závěru práce jsou diskutovány možnosti využití namodelovaného zařízení.

Klíčová slova

Kondenzátor, modelování, energy harvesting, energie, Comsol multiphysics, Wolfram mathematica

Abstract

This bachelor thesis deals with the modeling of a source of electrical energy on the principle of a capacitor with a adjustable distance of electrodes and on the evaluation of practical use. This work is divided into four sections. The First Section looks at the models of capacitors with a fixed distance of electrodes. It explores various modeling methods and compaing them with each other. The next part of the thesis compares the parametric and continuous motion of the upper electrode of the capacitor in the Comsol Multiphysics programme. The third part deals with the modeling of device that resonates with the help of a flowing medium, this working as a source of mechanical movement of the upper electrode. In the fourth part, these models are interconnected. At the end of the thesis, possibilities of practical use of the modeled device are discussed.

Key words

Capacitor, modeling, energy harvesting, energy, Comsol multiphysics, Wolfram mathematica

Obsah

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | ÚVOD | 1 |
| 2 | OBECNÉ VZTAHY | 2 |
| 2.1 | DEFINICE | 2 |
| 2.3 | ZÁKLADNÍ VZTAHY A METODY PRO MODELOVÁNÍ V MATHEMATICE | 9 |
| 2.4 | COMSOL MULTIPHYSICS | 18 |
| 3 | VSTUPY JEDNOTLIVÝCH MODELŮ | 22 |
| 3.1 | ANALYTICKÝ MODEL | 22 |
| 3.2 | MATHEMATICA | 24 |
| 3.3 | COMSOL..... | 25 |
| 4 | VÝSTUPY JEDNOTLIVÝCH MODELŮ | 26 |
| 4.1 | ANALYTICKÝ MODEL | 26 |
| 4.2 | MATHEMATICA | 29 |
| 4.3 | VÝSTUP Z MODELU TVOŘENÉM V PROSTŘEDÍ COMSOL MULTIPHYSICS..... | 32 |
| 4.4 | POROVNÁNÍ MODELŮ | 36 |
| 5 | POHYBY V COMSOL MULTIPHYSICS | 41 |
| 5.1 | PARAMETRICKÝ POHYB | 41 |
| 5.2 | SPOJITÝ POHYB | 45 |
| 6 | MODELOVÁNÍ MECHANICKÉHO POHYBU | 48 |
| 7 | PROPOJENÍ MODELŮ | 51 |
| 8 | ZÁVĚR | 60 |
| | POUŽITÁ LITERATURA | 61 |
| | SEZNAM OBRÁZKŮ | 62 |
| | SEZNAM TABULEK | 63 |

1 Úvod

V dnešní době je světová populace velmi závislá na elektrické energii a poněvadž se technologie stále velmi rychle rozvíjejí a rozšiřují, poptávka po nich stále narůstá. Je tedy velmi důležité se zamyslet nad způsoby jejich napájení.

Spalování fosilní paliv jsou sice spolehlivým zdrojem energie, ale jejich negativní vliv na životní prostředí je bohužel veliký. Rovněž se jedná o neobnovitelné zdroje energie, a i proto by bylo dobré uvažovat nad novými, ekologičtějšími zdroji energie.

Fotovoltaika a větrné turbíny jsou jedny z nejvíce ekologických zdrojů elektrické energie. Nevýhodou se však jeví použitelnost pouze při specifických podmínkách a rozložení jejich použití by bylo tak velmi závislé na ročním období. Jedná se o získávání a přeměnu malého množství energie ze snadno dostupných zdrojů, ze kterých by se za normální situace už dále nevyužila. energii lze pak například získat ze slunečního záření, ze změny teplot, či z vibrací. A tudíž nedochází ke znečištění životního prostředí [14]. Ačkoliv se jedná o vytvoření pouze malého množství energie, při větším použití by to mohlo znatelně pomoci ke snížení využívání fosilních paliv či jader pro výrobu elektrické energie.

V práci je modelován případ, kdy je energie získávána z periodického mechanického pohybu, který je generován prouděním vzduchu, či prouděním vody a následně díky těmto pohybům dojde k pohybu horní elektrody kondenzátoru. Kondenzátor je modelován pro dva případy.

V prvním případě se na kondenzátoru neustále udržuje napětí 300 V externím zdrojem napětí a při pohybu elektrody dojde ke změně velikosti elektrického náboje.

Ve druhém případě se kondenzátor nabije tak, že na elektrody je přiveden konstantní náboj a po-té při pohybu dochází ke změně velikosti napětí.

Tato práce klade, vzhledem ke studijnímu oboru, větší důraz na model elektrické části sledovaného zařízení.

2 Obecné vztahy

Tato kapitola obsahuje pojmy, definice, metody a vztahy, obsažené v bakalářské práci. Nejdříve jsou popsány definice k obecným pojmům, které se používají ve všech modelech. Dále se rozebírají metody a vztahy, které jsou použité především v jednotlivých modelech.

2.1 Definice

Elementární náboj

Je nejmenším možným elektrickým nábojem, který již nelze dále dělit. Tento náboj nesou protony a elektrony [1].

Elektrický náboj

Částice se rozdělují do tří odlišných skupin. První skupinou jsou částice elektricky neutrální. Druhou skupinou jsou částice nesoucí kladný elektrický náboj. Třetí a poslední skupinou jsou částice nesoucí záporný elektrický náboj.

Dalším možným dělením je na náboje volné a vázané. Volné náboje, které jsou typické pro kovy (zlato, stříbro, měď), budí ve svém okolí elektrické pole, pokud se navíc i pohybují, vytváří také pole magnetické. V elektricky nevodivých materiálech se nachází zejména vázané náboje, ačkoliv malé procento volných nábojů se zde rovněž vyskytuje, nejedná-li se o úplně ideální materiál.

Základní vlastnosti elektrického náboje

Jednotkou elektrického náboje je *Coulomb*, který je definován jako elektrický náboj, který přeneseme vodičem proud o velikosti 1 Ampér za 1 sekundu. Velikost je pak dána součinem proudu a času.

Relativní permitivita

Relativní permitivita vyjadřuje poměr permitivity daného materiálu a permitivity vakua. Relativní permitivita tedy ukazuje, kolikrát se původní pole vakua v daném zeslabilo. Relativní permitivita je závislá na mnoha faktorech, mezi něž patří například teplota, tlaku, elektrické pole. Je-li dielektrikum zapojeno do obvodu se střídavým napětím závisí také na frekvenci [2].

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_{\text{prostředí}}}{\varepsilon_0} \quad (1)$$

Permitivita vakua je fyzikální konstanta, která se značí ε_0 a její hodnota v soustavě SI je rovna $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$ [3].

Elektrický potenciál

Elektrický potenciál je fyzikální veličinou, která je určena potenciální energií, tedy prací potřebnou pro přenesení jednotkového elektrického náboje ze vztažného bodu, kterému je přisouzen nulový potenciál, v poli. Jednotkou elektrického potenciálu je Volt [4]. Elektrický potenciál je možné definovat jako podíl potenciální energie E_p bodového náboje v určitém místě elektrického pole a hodnoty náboje Q [4].

$$\varphi = \frac{E_p}{Q} \quad (2)$$

Elektrické napětí

Elektrické napětí je práce, kterou vykoná pole pro přesun jednotkového náboje z místa A do místa B. Jedná-li se o potenciálové pole může být počítáno, jako rozdíl potenciálů mezi dvěma místy různých hodnot potenciálu. Základní jednotkou je Volt (V) [2].

$$U = \varphi_A - \varphi_B \quad (3)$$

Nebo následujícím integračním vztahem.

$$U = \int_A^B E dl \quad (4)$$

Intenzita elektrického pole

Veličina, jenž popisuje účinky elektrického pole se nazývá intenzita elektrického pole E . Intenzita elektrického pole udává v daném místě v elektrickém poli velikost a směr síly, která by působila na daný jednotkový kladný náboj Q , který je vložený do tohoto místa. Tato veličina je vyjádřena následující rovnicí [5]:

$$E = \frac{F}{Q} \quad (5)$$

Zjednodušeně lze říct, že intenzita elektrického pole je množství toku, které vyteče z určitého objemu. Jednotkou intenzity je [V/m].

Kapacita

Připojíme-li mezi dvě elektrody zdroj napětí, elektromotorická síla zdroje rozdělí náboje na elektrodách. Na přenesení jednotkového náboje je zdroj schopen vykonat práci rovnou elektromotorickému napětí zdroje. Na jedné elektrodě se objeví kladný náboj, na druhé záporný. Náboje se budou přelévat tak dlouho, dokud se nevyrovná elektromotorické napětí zdroje s napětím mezi elektrodami kondenzátoru. Toto napětí je dáno integrálem intenzity elektrického pole nahromaděných nábojů na elektrodách kondenzátoru [6].

Velikost náboje deskového kondenzátoru je přímo úměrná napětí. Konstantou úměrnosti se nazývá kapacita a jedná se o vlastnost určitého uspořádání. Pro ideální deskový kondenzátor, který je nekonečně rozlehlý, je možné kapacitu počítat dle vztahu (6).

Kapacitu značíme písmenem C a jednotkou je Farrad (F) [7].

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{Ed} = \frac{Q}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} d} = \frac{Q}{\frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S} d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} \quad (6)$$

Po úpravě

$$Q_0 = CU = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} U \quad (7)$$

2.2 Veličiny pro analytický model kondenzátoru

Elektrický indukční tok

Elektrický indukční tok je tok, který vytéká pouze z volných nábojů. Značíme jej Ψ a jednotkou je 1 Coulomb. Celková velikost indukčního toku, která vytéká z náboje o velikosti Q_0 , je definována tak, že se rovná velikosti tohoto volného náboje [8]. Výpočet je uveden při odvození Gaussovy věty viz vztah (18).

Elektrická indukce

Elektrickou indukci značíme písmenem D a jednotkou je C/m^2 . Představuje plošnou hustotu vytékajícího indukčního toku. Integrál elektrické indukce přes uzavřenou plochu je roven zdrojům, ze kterých vytéká elektrický indukční tok, tedy volné náboje Q_0 , které mají objemovou hustotu ρ_0 [8].

Elektrickou indukci je možné vypočítat ze vztahu:

$$D = \varepsilon_0 E + P \quad (8)$$

Pokud je mezi deskami vzduch, či vakuum, nevznikají elektrické dipóly, a tedy hodnotu polarizace, která je značena písmenem P , lze požadovat za nulovou a je možné napsat následující vztah [9][16].

$$D = \varepsilon_0 E \quad (9)$$

Energie elektrického pole v nabitém deskovém kondenzátoru

Pro intenzitu elektrického pole podél jakékoliv dráhy mezi elektrodami platí:

$$\int_A^B E dl = U \quad (9)$$

Zvolíme-li dráhu dle vytknuté trubice a v určitém místě oddělíme z této trubice část o délce dl , na které bude napětí $dU = E dl$, bude ve vytknutém objemovém elementu $dV = dS dl$ energie elektrického pole:

$$dW_e = \frac{1}{2} d\psi dU = \frac{1}{2} D dS E dl = \frac{1}{2} D E dS dl = \frac{1}{2} D E dV \quad (10)$$

Integrací získáváme energii elektrického pole:

$$W_e = \frac{1}{2} \iiint_V D E dV = \frac{1}{2} D E V = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{U U}{d} S d = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} U^2 = \frac{1}{2} C U^2 \quad (11)$$

Po dosažení použití rovnice (6) získáváme vztah

$$W_e = \frac{1}{2} C U^2 \quad (12)$$

Gaussova věta elektrostatiky pro elektrickou indukci

Gaussovu větu elektrostatiky si odvodí pomocí obrázku 1 ve kterém se nachází rovnoměrně nabitá rozlehlá rovina. Budeme-li počítat elektrickou indukci ve vzdálenosti x na levé i na pravé straně od nabitě roviny, můžeme zvolit uzavřenou plochu jako povrch válce s podstavami o ploše S , které leží na rovnoběžných rovinách ve vzdálenosti x . Na této rovině válec vyznačuje plochu S s nábojem $Q_0 = \sigma_0 S$. Elektrický indukční tok vytéká z nabitě roviny na obě strany v kolmém směru a protéká podstavami uzavřené válcové plochy (viz obrázek 1).

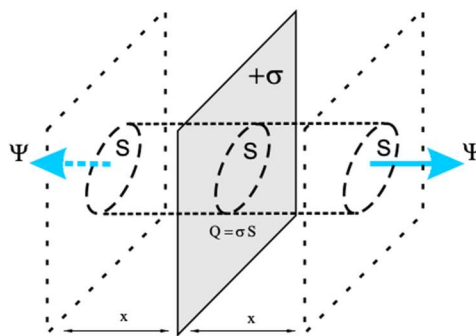
Gaussovu plochu zvolíme tak, aby vektor elektrické intenzity byl rovnoběžný s vektorem plochy dS , nebo tak aby byl kolmý na vektor plochy dS . Jedná-li se o případ, ve kterém jsou na sebe vektory kolmé, skalární součin bude nulový a lze jej vynechat. Ve druhém případě bude skalární součin roven $\pm E \cdot S$. Znaménko závisí na orientaci vektorů, je-li souhlasná, vektorový součin bude kladný, v opačné situaci bude záporný.

Na obrázku 1 je vyobrazena kladná desková elektroda, s plošnou hustotou náboje σ_0 , na které je zvolena obalová plocha v podobě podstav válce. Z definice elektrického indukčního toku je patrné, že celkový elektrický indukční tok Ψ_{cel} je součtem elektrických indukčních toků, tekoucích do obou směrů od elektrody.

Poté lze napsat integrál Gaussovy věty ve tvaru:

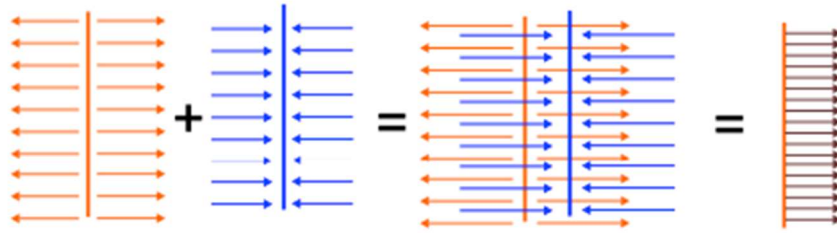
$$\Psi_{cel} = \iint_S D \cdot dS = \Psi_{pravá} + \Psi_{levá} = DS + DS = \sigma_0 S = Q_0 \quad (18)$$

Velikost elektrické indukce je konstantní a je nezávislá na vzdálenosti od nabitě roviny.



Obrázek 1 Gaussova věta elektrostatiky pro vodivou rovnoměrně nabitou rovinu [15]

Ze superpozice elektrického pole nabitých elektrod vyplývá, že elektrické pole záporně a kladně nabitě elektrody mají stejný tvar i velikost. Liší se tak, že do záporně nabitě elektrody elektrické pole pomyslně vtéká a z kladně nabitě elektrody elektrické pole pomyslně vytéká.



Obrázek 2 Elektrické pole kondenzátoru [15]

Na obrázku 2 je zobrazený kondenzátor s kladně nabitou elektrodou (oranžově) a záporně nabitou elektrodou (modře). Máme-li deskový kondenzátor, který se skládá ze dvou rovinných opačně nabitých elektrod, můžeme pole těchto dvou elektrod sečíst. Vidíme, že pole, které pomyslně vytéká z kladné elektrody směrem ven je vyrušeno působením elektrického pole záporně nabité elektrody. Obdobný stav nastane u záporné elektrody, kde elektrické pole pomyslně vtéká do elektrody z vnějšku, toto elektrické pole je vyrušeno působením elektrického pole kladně nabité elektrody. Poslední částí, kterou lze vypočítat z obrázku 2 je pole, které je mezi elektrodami. Vidíme, že elektrická indukce teče ve stejném směru, a tudíž je možné ji sečíst.

Vydělíme-li elektrickou indukci permitivitou vakua ϵ_0 a relativní permitivitou ϵ_r , získáváme vztah pro intenzitu elektrického pole, kterou by vybudily volné náboje [10].

$$E_0 = \frac{D}{\epsilon_r \epsilon_0} = \frac{Q_0}{\epsilon_r \epsilon_0 S} \quad (20)$$

V práci bude vytvořen pouze kondenzátor se vzduchovou mezerou, a tudíž je považována polarizace za nulovou. Dosadíme-li vztah (7) do odvozeného vztahu intenzity elektrického pole ve vakuu (20), získáváme následující vztah:

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 S} = \frac{\epsilon_0 S}{d} \frac{U}{\epsilon_0 S} = \frac{U}{d} \quad (21)$$

Gaussova věta elektrostatiky v diferenciálním tvaru

Gaussova věta popisuje situaci, ve které je v určitém objemu rozmístěn celkový náboj (celkový náboj se skládá z volného a vázaného náboje) s objemovou hustotou ρ . Při odvození je vhodné použít matematický operátor divergence. Konkrétně využijeme tvaru Gaussovy věty, která nám definuje vzájemný vztah mezi plošným integrálem po uzavřené ploše a divergencí vektoru integrovaného přes objem. Díky tomuto operátoru lze převést uzavřený plošný integrál na neuzavřený objemový.

Platí-li zákon elektrostatiky lze uvést:

$$\oiint E dS = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\iiint_{\Delta V} \rho dV}{\epsilon_0} \quad (22)$$

Aplikujeme-li Gaussův zákon:

$$\oiint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \iiint_{\Delta V} \operatorname{div} \mathbf{E} dV \quad (22a)$$

Z porovnání vztahů 22 a 22a získáváme Gaussovu větu v diferenciálním tvaru:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (23)$$

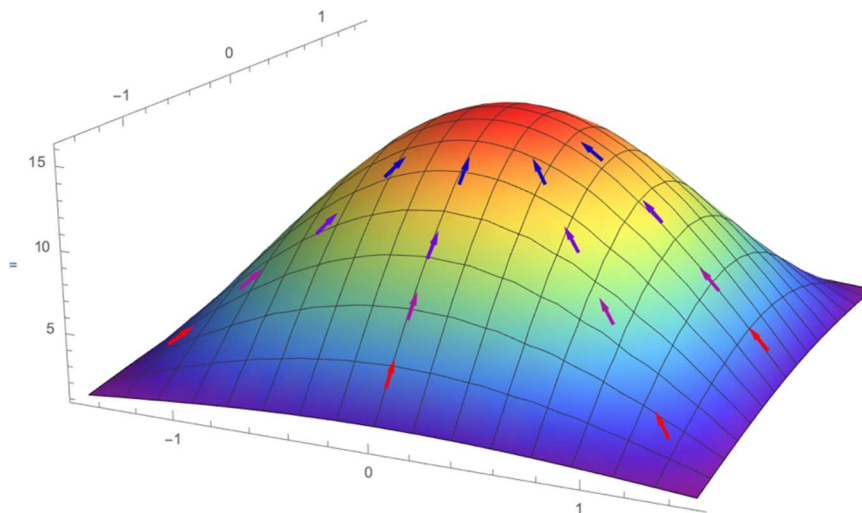
2.3 Základní vztahy a metody pro modelování v Mathematice

Odvození vztahu mezi elektrickým potenciálem a intenzitou elektrického pole

Dříve nežli bude uveden vztah mezi elektrickou intenzitou a potenciálem elektrického pole je třeba si definovat gradient skalární funkce [11].

Gradient skalární funkce je operátor, který převádí skalární funkci $\phi(x, y, z)$ na vektorovou. Takto definovaná vektorová veličina $\text{grad } \phi(x, y, z)$ udává potom v každém bodě definované oblasti svým směrem směr největšího přírůstku skalární funkce a svojí absolutní hodnotou velikost změny skalární funkce na jednotku délky při postupu ve směru definovaném gradientem [11].

Zjednodušeně řečeno nám gradient v každém bodě určuje směr nejvyššího růstu hodnot skalární funkce.



Obrázek 3 Znázornění gradientu

Gradient funkce v Kartézské soustavě souřadnic má tvar:

$$\text{grad } f(x, y, z) = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right] \quad (24)$$

Pomocí gradientu se pokusíme nadefinovat vztah mezi elektrickým potenciálem a intenzitou elektrického pole. Práci dA , kterou vykoná elektrické pole s intenzitou E při přenesení jednotkového náboje o úsek dl se projeví změnou potenciální energie, $-d\phi$. Jelikož elektrické pole vykoná kladnou práci při přesunu jednotkového náboje z místa ϕ_1 do místa ϕ_2 a tudíž ϕ_2 má menší hodnotu nežli ϕ_1 .

Z tohoto důvodu je změna potenciálů bude tedy záporná [12].

$$dA = F \cdot dl \quad (25)$$

V případě kdy $Q = 1$ a použijeme vztah (5) lze napsat:

$$E \cdot dl = -d\varphi \quad (26)$$

Přírůstek skalární funkce při přechodu z daného bodu ve směru vektoru dl je možné obecně zapsat pomocí gradientu skalární funkce

$$d\varphi = \text{grad}\varphi \cdot dl \quad (27)$$

Dosadíme-li do původní rovnice (26)

$$E \cdot dl = -\text{grad}\varphi \cdot dl \quad (28)$$

Vydělíme-li elementem délky dl vztah (28) získáváme finální rovnici pro vztah mezi elektrickým potenciálem a intenzitou elektrického pole [9].

$$E = -\text{grad}\varphi \quad (29)$$

Poissonova a Laplaceova rovnice

Tyto rovnice představují podmínky, kterým musí potenciál elektrostatického pole vždy vyhovovat. Ze známého rozložení nábojů umožňují určit potenciál v okolí těchto bodů a tím i intenzitu elektrického pole a naopak ze známého průběhu potenciálů umožňují určit soustavu nábojů tvořících zdroje tohoto rozložení potenciálu. Řešení těchto rovnic mají přitom obecné vlastnosti, protože jsou určeny parciálními derivacemi, neurčují jednoznačné řešení, aby bylo však řešení jednoznačné je třeba určit hraniční podmínky.

Poissonova rovnice

Vzniká srovnáním Gaussova zákona v diferenciálním tvaru (23) a vztahem intenzity (29) v závislosti na potenciálu.

$$\text{div grad}\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (30)$$

Divergence funkce v Kartézské soustavě souřadnic je ve tvaru:

$$\text{div} f = \left[\frac{\partial f_x}{\partial x}, \frac{\partial f_y}{\partial y}, \frac{\partial f_z}{\partial z} \right] \quad (31)$$

Dosazením vztahů 30 a 31 do rovnice 32 získáváme vztah pro elektrický potenciál:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (32)$$

Vezmeme-li levou stranu rovnice a nahradíme-li druhé parciální derivace Laplaceovým operátorem Δ , který je ve tvaru:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (33)$$

Získáváme Poissonovu rovnici ve tvaru:

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (34)$$

Laplaceova rovnice se často označuje jako rovnice bez zdrojů, proto bude nadále používána, neboť uvažujeme, že se v problému nenachází zdroj napětí, ale na elektrodách je nastaven fixní potenciál.

Laplaceovu rovnici ve 3 D lze zapsat

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (35)$$

Nebo s použitím Laplaceova operátoru:

$$\Delta\varphi = 0 \quad (36)$$

Metoda konečných diferencí

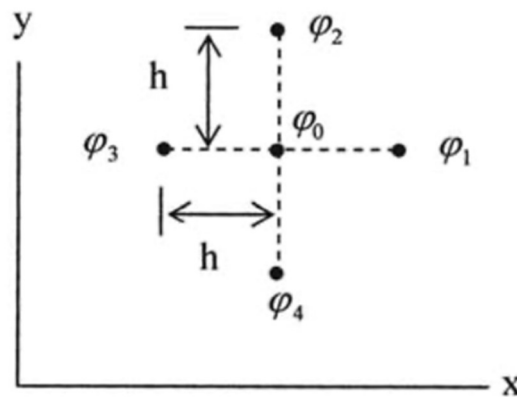
Dříve nežli se pustíme do metody konečných diferencí, odvodíme vztah pro druhé derivace jednotlivých potenciálů pomocí Taylorovy řady. Druhé derivace proto, protože Laplaceova rovnice se skládá z druhých derivací a aproximace by tak měla být dostatečná. Na obrázku 4 je vyobrazené základní rozložení potenciálů, dle kterého odvodíme vztah pro výpočet φ_0 , když okolní potenciály jsou od sebe vzdálené o h .

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \frac{\partial \varphi}{\partial x} h + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} h^2 + \frac{\partial^3 \varphi}{3! \partial x^3} h^3 + \frac{\partial^4 \varphi}{4! \partial x^4} h^4 \quad (37)$$

$$\varphi_3 = \varphi_0 - \frac{\partial \varphi}{\partial x} h + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} h^2 - \frac{\partial^3 \varphi}{3! \partial x^3} h^3 + \frac{\partial^4 \varphi}{4! \partial x^4} h^4 \quad (38)$$

$$\varphi_2 = \varphi_0 + \frac{\partial \varphi}{\partial y} h + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} h^2 + \frac{\partial^3 \varphi}{3! \partial y^3} h^3 + \frac{\partial^4 \varphi}{4! \partial y^4} h^4 \quad (39)$$

$$\varphi_4 = \varphi_0 - \frac{\partial \varphi}{\partial y} h + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} h^2 - \frac{\partial^3 \varphi}{3! \partial y^3} h^3 + \frac{\partial^4 \varphi}{4! \partial y^4} h^4 \quad (40)$$



Obrázek 4 Rozložení potenciálů ve čtvercové mřížce [17]

Sečtením rovnic (37) až (40) získáváme

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 4\varphi_0 + h^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) + \frac{h^4}{12} \left(\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} \right) \quad (41)$$

Po úpravě

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 - 4\varphi_0 - \frac{h^4}{12} \left(\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} \right) = h^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) \quad (42)$$

Aplikujeme-li Laplaceovu rovnici pro 2 D případ rozložení pole ve tvaru:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \quad (43)$$

Poté získáme vztah

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 - 4\varphi_0 - \frac{h^4}{12} \left(\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} \right) = 0 \quad (44)$$

Ze kterého zadefinujeme vztah pro výpočet potenciálu φ_0

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4}{4} - \frac{h^4}{48} \left(\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} \right) \quad (45)$$

Chyba aproximace je řádu h^4 , tudíž můžeme poslední člen přechodí rovnice zanedbat.

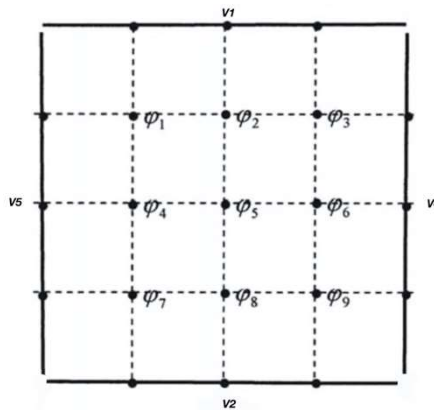
Po zanedbání získáváme finální výraz

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_1 + \varphi_3 + \varphi_2 + \varphi_4}{4} \quad (46)$$

Vyjádření Laplaceovy rovnice ve všech uzlech a řešení soustavy rovnic algebraickými metodami je možné řešit inverzí matice, či iteračními metodami.

Řešení pomocí inverzní matice

Tato metoda spočívá ve vyjádření všech potenciálů, pomocí okolních potenciálů ve vzdálenosti h . Na obrázku 5 je znázorněn ilustrační případ, ve kterém se nachází čtyři elektrody – V_1 , V_2 , V_4 , V_5 , na niž jsou elektrické potenciály $\phi_{\text{horníelektrody}}$, $\phi_{\text{dolníelektrody}}$, $\phi_{\text{levéelektrody}}$, $\phi_{\text{pravéelektrody}}$, které nám určují okrajové podmínky pro řešení rovnic. Ve vytvořené čtvercové síti jsou uvedeny potenciály $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6, \phi_7, \phi_8$ a ϕ_9 .



Obrázek 5 Rozložení potenciálů mezi elektrodami V_1 , V_2 , V_5 a V_4 [17]

Vzdálenost h je pro celé řešení problému konstantní a značí vzdálenost mezi jednotlivými uzly. Vyjádříme-li rovnice pro každý uzel (Uvedeno pouze pro $\varphi_1 - \varphi_3$)

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{\varphi_{\text{levéelektrody}} + \varphi_{\text{horníelektrody}} + \varphi_4 + \varphi_2}{4} \\ \varphi_2 &= \frac{\varphi_1 + \varphi_{\text{horníelektrody}} + \varphi_5 + \varphi_3}{4} \\ \varphi_3 &= \frac{\varphi_{\text{praveelektrody}} + \varphi_{\text{horníelektrody}} + \varphi_6 + \varphi_2}{4}\end{aligned}\quad (47)$$

V dalším kroku si soustavu rovnic (47) rozdělíme na dvě části, a to na ty jejíž hodnoty známe, matice pro elektrody, a na ty které budeme počítat, soustavu rovnic potenciálů mezi elektrodami. Soustava rovnic potenciálů mezi elektrodami (uvedeno pro $\varphi_1 - \varphi_3$).

$$\begin{aligned}4\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_4 &= 0 \\ 4\varphi_2 - \varphi_1 - \varphi_3 - \varphi_5 &= 0 \\ 4\varphi_3 - \varphi_4 - \varphi_6 &= 0\end{aligned}\quad (48)$$

Po-té rozložíme soustavu rovnic 48 na součin dvou matic

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \\ \varphi_7 \\ \varphi_8 \\ \varphi_9 \end{pmatrix}\quad (49)$$

Tento tvar součinu platí pro rozměr finální matice 3x3, který je vyobrazen na obrázku 4. Pokud bychom chtěli finální matici o jiných rozměrech, tak by se matice v kvadraticky s požadovanými rozměry zvětšovaly. V první matici by byla vyplněná hlavní diagonála čtyřkami a diagonály posunuté o pozice $+n$ (požadovaný rozměr finální matice) a $-n$ (požadovaný rozměr finální matice) by byly vyplněné mínus jedničkami. Na diagonálách, které jsou posunuté o pozice -1 a $+1$ by se střídalo $(n-1)$ krát počet mínus jedniček s nulou. Druhá matice v součinu by se rozšířila o počet ϕ .

V této metodě jsou nám známy okrajové podmínky, a tudíž v matici pro elektrody jsou nám všechny hodnoty známé. Naopak v matici pro potenciály mezi elektrodami jsou nám všechny potenciály neznámé. V součinu matic si první matici označíme, jako matici A, a druhou matici, jako matici B.

V následujícím kroku jsme získali tuto soustavu rovnic:

$$\begin{matrix}
 \begin{pmatrix}
 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 -1 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4
 \end{pmatrix} &
 \begin{pmatrix}
 \varphi 1 \\
 \varphi 2 \\
 \varphi 3 \\
 \varphi 4 \\
 \varphi 5 \\
 \varphi 6 \\
 \varphi 7 \\
 \varphi 8 \\
 \varphi 9
 \end{pmatrix} &
 = &
 \begin{pmatrix}
 \varphi_{\text{levee}} + \varphi_{\text{hornie}} \\
 \varphi_{\text{hornie}} \\
 \varphi_{\text{pravee}} + \varphi_{\text{hornie}} \\
 \varphi_{\text{levee}} \\
 0 \\
 \varphi_{\text{pravee}} \\
 \varphi_{\text{levee}} + \varphi_{\text{dolnie}} \\
 \varphi_{\text{dolnie}} \\
 \varphi_{\text{pravee}} + \varphi_{\text{dolnie}}
 \end{pmatrix} &
 (50)
 \end{matrix}$$

A
B

V posledním kroku dojde k vynásobení matice pro elektrody inverzní maticí A zprava a tím je možné získat jednotlivé potenciály mezi elektrodami, a tedy rozložení pole v daném uspořádání.

$$\begin{matrix}
 \begin{pmatrix}
 \varphi 1 \\
 \varphi 2 \\
 \varphi 3 \\
 \varphi 4 \\
 \varphi 5 \\
 \varphi 6 \\
 \varphi 7 \\
 \varphi 8 \\
 \varphi 9
 \end{pmatrix} &
 = &
 \begin{pmatrix}
 \varphi_{\text{levee}} + \varphi_{\text{hornie}} \\
 \varphi_{\text{hornie}} \\
 \varphi_{\text{pravee}} + \varphi_{\text{hornie}} \\
 \varphi_{\text{levee}} \\
 0 \\
 \varphi_{\text{pravee}} \\
 \varphi_{\text{levee}} + \varphi_{\text{dolnie}} \\
 \varphi_{\text{dolnie}} \\
 \varphi_{\text{pravee}} + \varphi_{\text{dolnie}}
 \end{pmatrix} &
 \begin{pmatrix}
 \frac{67}{224} & \frac{11}{112} & \frac{1}{32} & \frac{11}{112} & \frac{1}{16} & \frac{3}{112} & \frac{1}{32} & \frac{3}{112} & \frac{3}{224} \\
 \frac{11}{112} & \frac{37}{112} & \frac{11}{112} & \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} & \frac{3}{112} & \frac{5}{112} & \frac{3}{112} \\
 \frac{1}{32} & \frac{11}{112} & \frac{67}{224} & \frac{3}{112} & \frac{1}{16} & \frac{11}{112} & \frac{3}{224} & \frac{3}{112} & \frac{1}{32} \\
 \frac{11}{112} & \frac{1}{16} & \frac{3}{112} & \frac{37}{112} & \frac{1}{8} & \frac{5}{112} & \frac{11}{112} & \frac{1}{16} & \frac{3}{112} \\
 \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} \\
 \frac{3}{112} & \frac{1}{16} & \frac{11}{112} & \frac{5}{112} & \frac{1}{8} & \frac{37}{112} & \frac{3}{112} & \frac{1}{16} & \frac{11}{112} \\
 \frac{1}{32} & \frac{3}{112} & \frac{3}{224} & \frac{11}{112} & \frac{1}{16} & \frac{3}{112} & \frac{67}{224} & \frac{11}{112} & \frac{1}{32} \\
 \frac{3}{112} & \frac{5}{112} & \frac{3}{112} & \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} & \frac{11}{112} & \frac{37}{112} & \frac{11}{112} \\
 \frac{3}{224} & \frac{3}{112} & \frac{1}{32} & \frac{3}{112} & \frac{1}{16} & \frac{11}{112} & \frac{1}{32} & \frac{11}{112} & \frac{67}{224}
 \end{pmatrix} &
 (5)
 \end{matrix}$$

Řešení pomocí iterace

Řešení pomocí iterace je univerzálnější metoda nežli metoda řešení pomocí inverzní matice. Umožňuje řešit problémy s větším počtem uzlů, aniž by příliš zatížila výpočetní výkon počítače (vytvoření inverzní matice pro větší počet uzlů se ukázalo, jako velmi náročné). Navíc umožňuje vložení více počátečních podmínek, což je možné i při řešení inverzní maticí, ale je to mnohem složitější. V případě řešení pomocí inverzní matice je možné určit pouze potenciál na okrajových elektrodách, protože kdybychom chtěli vložit potenciál dovnitř problému, museli bychom změnit i hodnoty v inverzní matici, které záleží na poloze umístění a na velikosti elektrického potenciálu vložené elektrody, bylo by tedy mnohem komplikovanější invertovat matici. Řešíme-li pomocí iterace, je možné vložit zdroj s konstantním elektrickým potenciálu, kterým lze jak pohybovat, tak i měnit jeho hodnotu elektrického potenciálu.

Při použití této metody je třeba zadat okrajové podmínky a hodnoty počátečních potenciálů, které se nacházejí uvnitř problému. Po-té je počítána hodnota elektrického potenciálu dle odvozené rovnice (46). Poněvadž jsme zanedbali člen, ve kterém je chyba aproximace je řádu h^4 (viz rovnice 45), ztratili jsme informaci o vzdálenosti mezi elementy v síti. Abychom však získali hodnoty v určité vzdálenosti, je třeba stigmatizovat měřítko, to je určeno porovnáním vzdáleností v Comsolovém modelu s výsledným rozložením pole z programu Mathematica. Dále je třeba určit počet iterací neboli kolikrát tento proces proběhne.

V mém případě byl program realizován pomocí konvoluční masky, která projíždí postupně všechny uzly, které se nacházejí v síti uvnitř řešeného problému a každý prvek vypočte. Jelikož tento cyklus propočte a změní okrajové podmínky, které nemají být změněny. To je následovně řešeno pomocí překrytí této propočtené matice s maticí, která má na pozicích, kde se nacházejí okrajové podmínky. Toto překrytí způsobí, že místa, kde se nacházejí okrajové podmínky, nahradí. V posledním kroku se sečte původní matice, ve které jsou uloženy pouze zdroje, s touto finální maticí. Tento cyklus se opakuje, podle počtu iterací, které si navolíme.

Výstupem je rozložení elektrického potenciálu v poli kondenzátoru a získání grafu průřezu problému. Výhodou použití této realizace je možnost využití příkazů, jež se nachází v programu Mathematica.

Výpočet náboje

Pro výpočet náboje na elektrodách vycházíme z Gaussovy věty, vytvoříme okolo elektrody obalovou plochu, po které budeme integrovat. Vycházíme ze vztahu (18).

Použijeme vzorce [13]

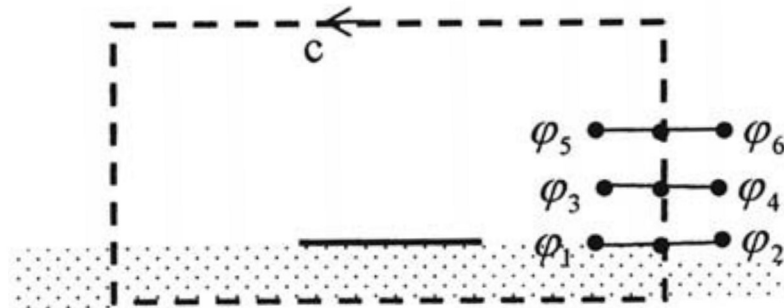
$$-\oint_C \varepsilon \nabla \varphi \cdot d\mathbf{c} = q_l \quad q_l = Q/l \quad (52)$$

$$\oint_C \varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial n} dc = -q_l \quad (53)$$

, kde c je integrační plocha [13].

Po úpravě získáváme vztah

$$\Psi = \varepsilon_1 \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2h} \frac{h}{2} + \varepsilon_1 \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2h} \frac{h}{2} + \varepsilon_2 \frac{\varphi_4 - \varphi_3}{2h} h + \varepsilon_2 \frac{\varphi_6 - \varphi_5}{2h} h + \dots = -q_l \quad (54)$$



Obrázek 6 Výpočet náboje v programu Mathematica [18]

V našem případě bylo počítáno pouze s jediným prostředím, na rozdíl od případu, který je vyobrazen na obrázku 6, a tedy s pouze jednou permitivitou, tudíž je možné upravit vztah [13]:

$$\Psi = \varepsilon_1 \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} + \varepsilon_1 \frac{\varphi_4 - \varphi_3}{2} + \varepsilon_1 \frac{\varphi_6 - \varphi_5}{2} + \dots = -q_l \quad (55)$$

2.4 Comsol Multiphysics

V tomto programu nejdříve namodelujeme kondenzátor, kterému přiřadíme náboj nebo napětí a budeme pozorovat chování veličin při pohybu elektrod. V dalším kroku namodelujeme model, který se bude hýbat při proudění média. Na závěr tyto modely propojíme a tím docílíme pohybu horní desky kondenzátoru v závislosti na pohybu pohyblivé pásky. Tyto modely jsou počítány metodou finite element metod.

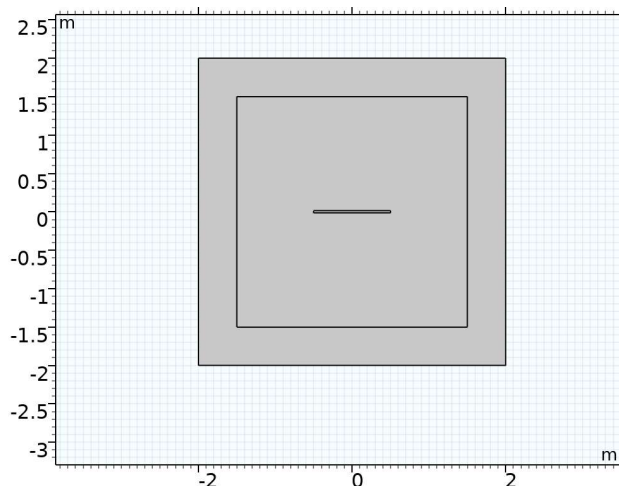
Při vytváření modelu vybíráme prostorovou dimenzi, ve které se budeme nacházet. Poté vybíráme fyziku, které se bude model týkat. Je možný výběr například fyzika přenosu tepla, AC/DC fyzika, která je dále dělena na elektrostatiku a elektrické proudy, aj. V posledním kroku vybíráme jednu z přednastavených studií, či je možné si i studii vytvořit. Vybíráme zde z možností Stationary neboli časově nezávislou, Time dependent neboli studii závislou na čase.

Geometrie

Položka geometrie je první částí programu, ve kterém se vytváří podoba určitého problému. Je možné vytvářet modely v 1 D ve 2 D i ve 3 D. V práci je použita 2 D geometrie, která ale má fixní z rozměr a to 1 metr.

První způsob je tažením čar ve čtvercové síti. Tento způsob je velmi intuitivní, ale zároveň málo přesný.

Druhým způsobem je pomocí souřadnic a velikostí. Tento způsob je mnohem přesnější, poněvadž uživatel si zvolí přesnou velikost objektů, šířku a výšku, kterou požaduje a poté volí pozici.



Obrázek 7 Příklad geometrie vytvořené v Comsol Mutliphysics

Materials

Dalším krokem k vytvoření modelu je výběr materiálu ve složce Materials. V této složce se volí materiál, ze kterého jsou tvořeny jednotlivé části domény geometrie. Vybírá se z předdefinovaných materiálů, které mají určité fyzikální vlastnosti. Různé fyzikální veličiny, jež má každý materiál, se poté dosazují do rovnic, které řeší chtěné fyzikální veličiny v modelu. V případě potřeby lze zpřesnit parametry materiálu dle našich požadavků, či vytvořit zcela nový materiál. Také je možné zadefinovat funkce pro materiály – například závislost relativní permitivity materiálu na teplotě.

Výběr fyziky - Electrostatics

Nejdříve je zapotřebí určit podmínky, které platí pro celé řešení problému, což může být například teplota okolí. Následně se určí předpoklad, ze kterého nám program určí rovnici, dle které bude počítat jednotlivé veličiny v elektrostatickém poli. Tento předpoklad je určen jako study 1, Stationary. Oblast stationary neboli nezávislost na časové proměnné, jsme zvolili ihned na začátku při tvoření primárních náležitostí programu.

Problém bude řešen v tomto případě rovnicemi:

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi \quad (56)$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho_v \quad (57)$$

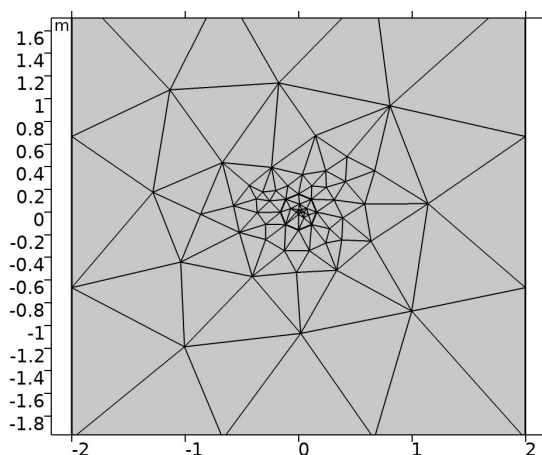
Dále fyzika Electrostatics nabízí několik možností. Jednou z těchto možností, kterou využijí je okrajová podmínka Electric Potential. Tuto možnost použijí při vkládání elektrického potenciálu na objekt, u kterého lze zanedbat šířku, jde jej však použít i na jiné objekty, například u čtverců na všechny jeho hrany. V modelovaném případě je to například hraniční plocha, která jako v předchozím případě v mathematice slouží k určení jednoznačnému řešení.

Následující možností, která byla využita, je možnost Terminal. V této okrajové podmínce se vybere typ. Ten může být například náboj, nebo taktéž napětí.

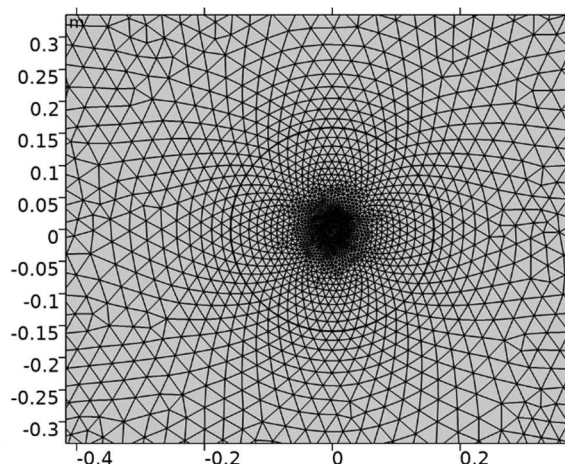
Mesh

Následujícím krokem při vytváření modelu je vytvoření sítě. Vytvoření dobré meshe je jeden z nejdůležitějších parametrů, abychom získali správné výsledky a zároveň zbytečně nezatežovali výpočetní výkon.

Důležitá je volba tvaru jednotlivých elementů. Lze generovat trojúhelníkové elementy, které jsou velmi univerzální a jsou vhodné např. pro členitější geometrie. Případně lze generovat čtvercové elementy, které jsou vhodné např. pro lineární pohyb, případně striktně pravoúhlé domény. Je možné vkládat jiné typy sítí do různých částí modelu. Toho lze docílit označením části, do které chceme vložit určitý tvar a poté nadefinujeme tvar a velikost chtěné sítě. To je používáno proto, protože v částech modelu, které jsou rozlehlé a nejsou příliš proměnné, lze nastavit hrubší síť a v oblastech, které je důležité znát velmi detailně, lze nastavit síť která je například velmi jemná. Touto optimalizací lze ušetřit výpočetní čas.

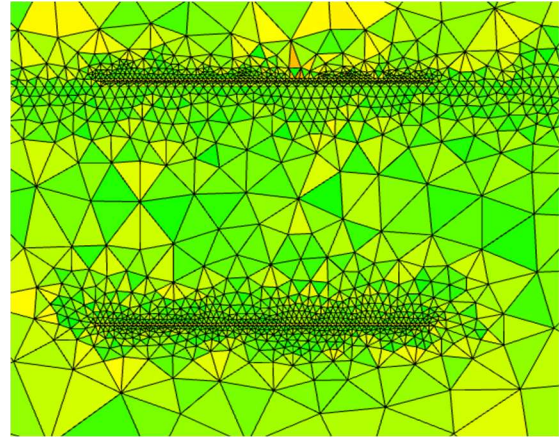
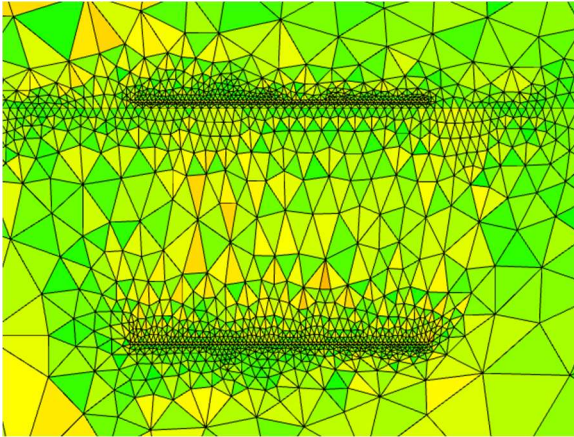


Obrázek 8 Ukázka hrubší možné sítě



Obrázek 9 Ukázka jemnější možné sítě

Kvalita meshe má velký vliv na konvergenci řešení, například pohybují-li se objekty v modelu dochází k její deformaci a zvětšování ok, tím by mohlo by dojít k výpočtu nepřesné hodnoty, která by dále ovlivňovala následující vypočtené hodnoty. Je tedy potřeba vytvořit remeshování, které vytvoří novou, vhodnější mesh kdykoliv, kdy program zhodnotí, že by dosavadní mesh mohla mít veliký vliv na vypočtenou hodnotu.



Obrázek 10 Příklad příliš zdeformované meshe **Obrázek 11** Příklad meshe po tvorbě nové meshe

Velikosti jednotlivých elementů V případě automaticky generovaného meshe viz tabulka 1.

| Reálné velikosti elementů | | |
|---------------------------|------------------|------------------|
| | Nejmenší díl [m] | Největší díl [m] |
| Extremely fine | 2,00E-04 | 1,00E-01 |
| Normal | 3,00E-03 | 6,70E-01 |
| Extremely coarse | 5,00E-01 | 3,3 |

Tabulka 1 Reálné velikosti elementů v různých typech meshe

3 Vstupy jednotlivých modelů

V této části jsou popsány vstupy, které je třeba zadat do programů, aby bylo možné provést výpočty v jednotlivých typech modelů a tím získat chtěné výstupy.

3.1 Analytický model

Pro získání analytického řešení je třeba zadat vstupní hodnoty, které se posléze dosadí do odvozených vztahů z předešlé kapitoly. Tento model ilustruje prvotní přiblížení k problematice z integrálního pohledu, neboť nedává informaci o rozložení pole ani nepostihuje vliv konečných velikostí krajů elektrod.

První hodnotou, kterou je třeba zadat, je vzdálenost mezi elektrodami. Pro účely snadnějšího porovnání mezi modely budeme tento parametr zadávat v metrech. Hodnota vzdálenosti mezi elektrodami je použita v odvozených vzorcích pro výpočet kapacity. Ten je dán vztahem (6).

Při modelování byly zadány hodnoty vzdálenosti elektrod kondenzátoru.

```
d = 0.4 (*m*);  
delka = 9 (*m*);  
sirka = 1 (*m*);  
U = 300 (*V*);  
e0 = 8.854 × 10-12 (*F/m*);  
er = 1.001 (*-*);
```

Obrázek 12 Ukázka vstupních hodnot zadávaných do analogického výpočtu

Dalšími zadávanými hodnotami jsou délka a šířka elektrod. Tyto vstupní hodnoty je rovněž důležité zadat v metrech. Ze součinu délky a šířky se následně vypočte plochu elektrody, který je dále používán pro výpočet kapacity (viz vztah 6), intenzity (viz vztah 21) a síly (viz vztah 5), kterou na sebe elektrody působí. Šířka desek v modelu byla zadána, jako 1 m a délka byla volena v jednotkách metru.

Následující zadávanou veličinou je relativní permitivita vycházející ze vztahu (1). Jedná se o bezrozměrnou veličinu, která bude dosazována v součinu s permitivitou vakua. Bude-li se kondenzátor nacházet ve vzduchu, relativní permitivita je zadána jako 1,001.

Poslední vstupní veličinou, kterou je třeba zadat k výpočtu elektrického náboje a elektrické energie, pomocí vztahů (12) a (7) je napětí mezi elektrodami. Tuto veličinu je třeba zadat v jednotce Volt. Napětí, které bylo zadáno, bylo 300 V.

3.2 Mathematica

K řešení výstupních veličin tohoto modelu jsme vybrali metodu pomocí iterace, poněvadž se jedná o univerzálnější metodu a je možné vytvořit model, který lze porovnávat s modelem vzniklým v programu Comsol Multiphysics. Aby bylo možné vyřešit jednoznačné řešení rovnic viz (37) - (42) je třeba určit počáteční podmínky.

Prvními parametry, které je třeba zadat, jsou okrajové podmínky na hranicích problému, ve kterém se elektrody nacházejí. Tyto hranice vyznačují dostatečně velkou plochu, aby neovlivňovaly rozložení pole v okolí vyšetřovaného objektu, v tomto případě desek kondenzátoru. Primárně je tato hodnota nastavená, jako nulová, a pomyslný box slouží jako jistota, že se v této vymezené oblasti nenachází jiný zdroj, který by mohl ovlivnit pole vytvořené elektrodami kondenzátoru.

Druhým parametrem je počet iterací neboli kolikrát má výpočet proběhnout. Tento parametr je velmi důležitým k získání přesných hodnot, protože každá iterace zpřesní jednu vrstvu potenciálu a vytvoří novou, po vytvoření všech vrstev již pouze zpřesňuje hodnoty v poli elektrického potenciálu. Zadání příliš velkého počtu iterací je rovněž zbytečné, poněvadž zbytečně zatěžuje výpočet.

Třetím a čtvrtým parametrem jsou rozměry pomyslné boxu. První údaj udává počet prvků nacházející se ve vertikálním směru a druhý údaj značí počet uzlů v horizontálním směru. Tyto elementy vytvoří box, na jehož okrajích jsou stínící elektrody a uvnitř se nachází kondenzátor. Je výhodné vytvořit tvar čtverce, či obdélníku.

Následující zadávané proměnné určí umístění horní a dolní elektrody v horizontálním směru. Zadávají se řádky a je důležité zadat taková čísla, která jsou menší, nežli je rozměr pomyslného boxu. V opačném případě by nebylo možné provést výpočet.

Předposlední zadávané parametry jsou délky elektrod. Ty se zadávají, jako souřadnice začátku a konce elektrody. První prvek značí, ve kterém sloupci elektroda začíná a druhý prvek, ve kterém se nachází konec elektrody.

Na závěr je důležité zadat potenciál na horní a dolní elektrodě, který je třeba zadat ve Voltech. Poté proběhne výpočet a získáváme graf rozložení potenciálů, graf rozložení ekvipotenciál, graf průřezu problému a hodnotu elektrického náboje.

3.3 Comsol

První vstupní veličinou je prostorová dimenze, ve které se budeme nacházet. Tu volíme 2 D, ale model počítá s tím, že je celý model 1 m hluboká. Dále zvolíme typ fyziky, kterou budeme modelovat v tomto případě electrostatics. Protože první model nebude časově závislý, proto zvolíme stationary study.

Po zvolení této části zvolíme geometrii modelu. Kde zprvu zadáme, v jakých jednotkách budeme udávat rozložení elektrod v poli a jednotku úhlu, kterou použijeme při modelování. Dále vytvoříme geometrické útvary, do kterých postupně vyrýsujeme elektrody, integrační plochu a obalovou plochu s okrajovými podmínkami, která reprezentuje okrajové podmínky.

Integrační plochu zvolíme vždy tak, aby uzavřela oblast nabitě elektrody. Tento krok je důležitý abychom mohli sledovat náboj, který se nachází na této elektrodě viz vztah (18).

Byl sledován také vliv velikosti obalové plochy v poměru ke sledované elektrodě a tento tvar integrační plochy byl optimalizován.

Po tomto kroku zvolíme materiály, ze kterých jsou jednotlivé části kondenzátoru tvořeny, v tomto případě vzduch. V samotné fyzice jsou zvoleny matematické prvky výpočtu. Jako první jsou okrajové podmínky, Electric Potential a dvě podsložky Terminal. V podsložce Electric Potential zvolíme okrajové podmínky, které jsou v tomto případě nulový elektrický potenciál a vložíme jej na ohraničení.

V Terminal 1, zvolíme terminal type, jako napětí, zvolíme jeho hodnotu, v tomto případě 300 V a vložíme jej na jednu z elektrod. Na elektrodách tedy bude konstantní napětí v průběhu celého výpočtu. V okrajové podmínce Terminal 2, zvolíme opět terminal type, jako napětí a tentokrát udáme hodnotu potenciálu na 0 V a vložíme jej na zbylou elektrodu. Stejně jako v modelu v Mathematice se jedná o elektrody, na které je přivedeno fixní napětí.

V předposledním kroku zvolíme mesh. Nejdříve určíme Sequence type, jako Physics-controlled mesh a dále velikost jednoho elementu meshe. Tuto velikost zvolíme extremely fine, která má velikost viz tabulka 1.

4 Výstupy jednotlivých modelů

V této části jsou probrány a zhodnoceny hodnoty, které byly vypočteny pro jednotlivé modely pomocí odvozených vztahů z 2. části a dosazených vstupů z části 3.

4.1 Analytický model

Cílem této části je zhodnocení změny veličin v závislosti na délce elektrod a v závislosti vzdálenosti elektrod od sebe, pomocí vztahů vyjádřených v části obecné vztahy – analytický model. Simulované parametry, jako jsou například vzdálenost, nebo plocha elektrod byli voleny pro účel zkoumání závislostí a nemusí odpovídat reálnému případu.

Tabulka vypočtených hodnot:

| d [m] | l [m] | h [m] | U [V] | C [F] | Q [C] | E [V/m] | We [J] | Fx [mN] |
|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0,4 | 0,1 | 1 | 300 | 2,22E-11 | 6,65E-09 | 7,50E+03 | 6,65E-09 | 0,02 |
| 0,4 | 1 | 1 | 300 | 2,22E-10 | 6,65E-08 | 7,50E+03 | 9,97E-06 | 0,25 |
| 0,4 | 3 | 1 | 300 | 6,65E-10 | 1,99E-07 | 7,50E+03 | 2,99E-05 | 0,75 |
| 0,4 | 5 | 1 | 300 | 1,11E-09 | 3,32E-07 | 7,50E+03 | 4,99E-05 | 1,25 |
| 0,4 | 7 | 1 | 300 | 1,55E-09 | 4,65E-07 | 7,50E+03 | 6,98E-05 | 1,74 |
| 0,4 | 9 | 1 | 300 | 1,99E-09 | 5,98E-07 | 7,50E+03 | 8,97E-05 | 2,24 |
| 0,4 | 10 | 1 | 300 | 2,22E-09 | 6,65E-07 | 7,50E+03 | 9,97E-05 | 2,49 |
| 0,4 | 11 | 1 | 300 | 2,44E-09 | 7,31E-07 | 7,50E+03 | 1,10E-04 | 2,74 |
| 0,4 | 13 | 1 | 300 | 2,88E-09 | 8,64E-07 | 7,50E+03 | 1,30E-04 | 3,24 |
| 0,4 | 15 | 1 | 300 | 3,32E-09 | 9,97E-07 | 7,50E+03 | 1,50E-04 | 3,74 |
| 0,4 | 17 | 1 | 300 | 3,77E-09 | 1,13E-06 | 7,50E+03 | 1,70E-04 | 4,24 |
| 0,4 | 19 | 1 | 300 | 4,21E-09 | 1,26E-06 | 7,50E+03 | 1,89E-04 | 4,74 |
| 0,4 | 21 | 1 | 300 | 4,65E-09 | 1,40E-06 | 7,50E+03 | 2,09E-04 | 5,23 |
| 0,4 | 23 | 1 | 300 | 5,10E-09 | 1,53E-06 | 7,50E+03 | 2,29E-04 | 5,73 |
| 0,4 | 25 | 1 | 300 | 5,54E-09 | 1,66E-06 | 7,50E+03 | 2,49E-04 | 6,23 |
| 0,8 | 9 | 1 | 300 | 9,97E-11 | 2,99E-08 | 375,00 | 4,49E-06 | 5,61E-03 |
| 1,6 | 9 | 1 | 300 | 4,99E-11 | 1,50E-08 | 187,50 | 2,24E-06 | 1,40E-03 |
| 3 | 9 | 1 | 300 | 2,66E-11 | 7,98E-09 | 100,00 | 1,20E-06 | 3,99E-04 |
| 6 | 9 | 1 | 300 | 1,33E-11 | 3,99E-09 | 50,00 | 5,98E-07 | 9,97E-05 |
| 12 | 9 | 1 | 300 | 6,65E-12 | 1,99E-09 | 25,00 | 2,99E-07 | 2,49E-05 |
| 18 | 9 | 1 | 300 | 4,43E-12 | 1,33E-09 | 16,67 | 1,99E-07 | 1,11E-05 |
| 25 | 9 | 1 | 300 | 3,19E-12 | 9,57E-10 | 12,00 | 1,44E-07 | 5,74E-06 |
| 40 | 9 | 1 | 300 | 1,99E-12 | 5,98E-10 | 7,50 | 8,97E-08 | 2,24E-06 |
| 50 | 9 | 1 | 300 | 1,60E-12 | 4,79E-10 | 6,00 | 7,18E-08 | 1,44E-06 |

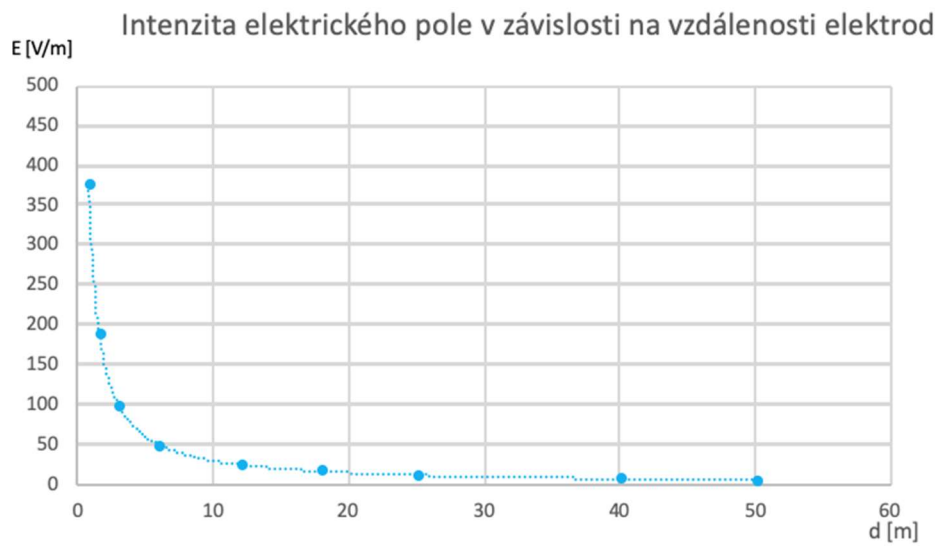
Tabulka 2 Tabulka vypočtených hodnot pomocí obecných vzorců

[d – vzdálenost elektrod, l – délka pásku, h – hloubka pásky]

Intenzita elektrického pole

V první části byla vypočtena intenzita elektrického pole v závislosti na délce elektrod. Již z odvozeného vztahu (21) je patrné, že hodnota intenzita elektrického pole je nezávislá na délce elektrody. Například je-li na kondenzátoru napětí 300 V, elektrody jsou od sebe vzdálené 0,4 m a délka elektrod je 1 m, po-té je hodnota intenzita elektrického pole 750 V/m.

Ve druhé části byla pozorována intenzita elektrického pole v závislosti na vzdálenosti elektrod. Pro výpočet této veličiny byl použit vztah (21). Z obrázku 13 je vidět exponenciální pokles intenzita elektrického pole.

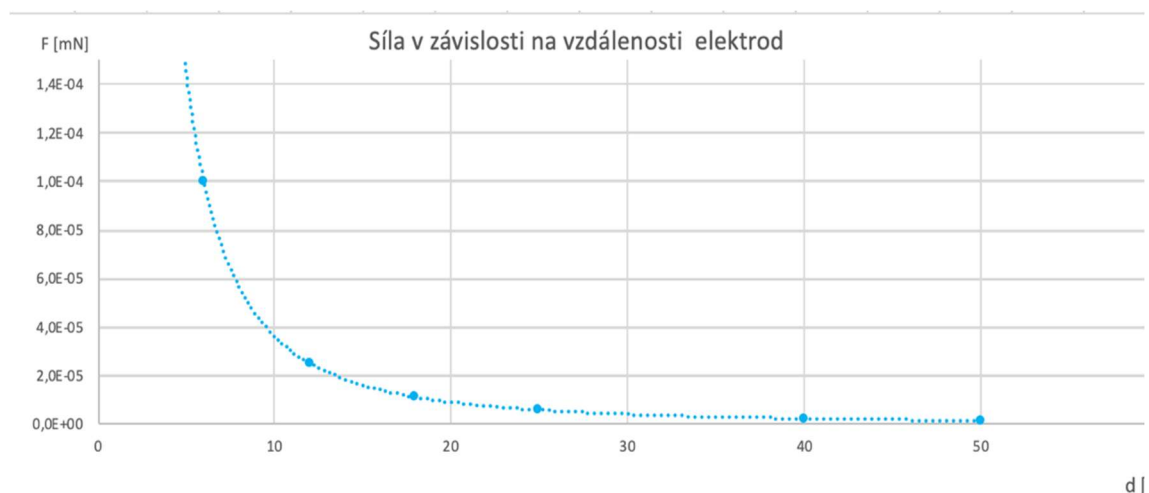


Obrázek 13 Graf elektrické intenzity v závislosti na vzdálenosti elektrod

Síla

Nejdříve byl pozorován vliv délky elektrod na působící sílu. Síla se zvětšovala lineárně, což vyplývá ze vztahu (5). Například při zvětšení délky z 1 m na 25 m se síla zvětšila o 6 N, při napětí 300 V a vzdálenosti elektrod 0,4 m.

Se zvětšující se vzdáleností elektrod síla zmenšuje exponenciálně. Při zvětšení vzdálenosti z 0,4 m na 40 m se síla zmenšila o 6 řádů, při napětí 300 V a délce elektrod 9 m.



Obrázek 14 Graf závislosti síly na vzdálenosti elektrod

Energie elektrického pole

V případě energie elektrického pole se velikost zvětšuje lineárně při prodlužování velikosti elektrod, a naopak exponenciálně klesá, vzdalují-li se elektrody od sebe. Jsou-li elektrody prodlouženy 25krát energie elektrického pole se zvětšila o dva řády, při vzdálení o 37 m energie elektrického pole klesla o dva řády.

Elektrický náboj

Elektrický náboj byl vypočten ze vztahu (7). V momentě, kdy prodlužujeme délky elektrod se hodnota elektrického náboje zvětšuje opět lineárně. Hodnota se při zvětšení o 24 m změní 400krát. Je-li měněna vzdálenost elektrod, hodnoty opět exponenciálně klesají. Změní-li se vzdálenost o 49,6 m, hodnota elektrického náboje se změní o 3 řády.

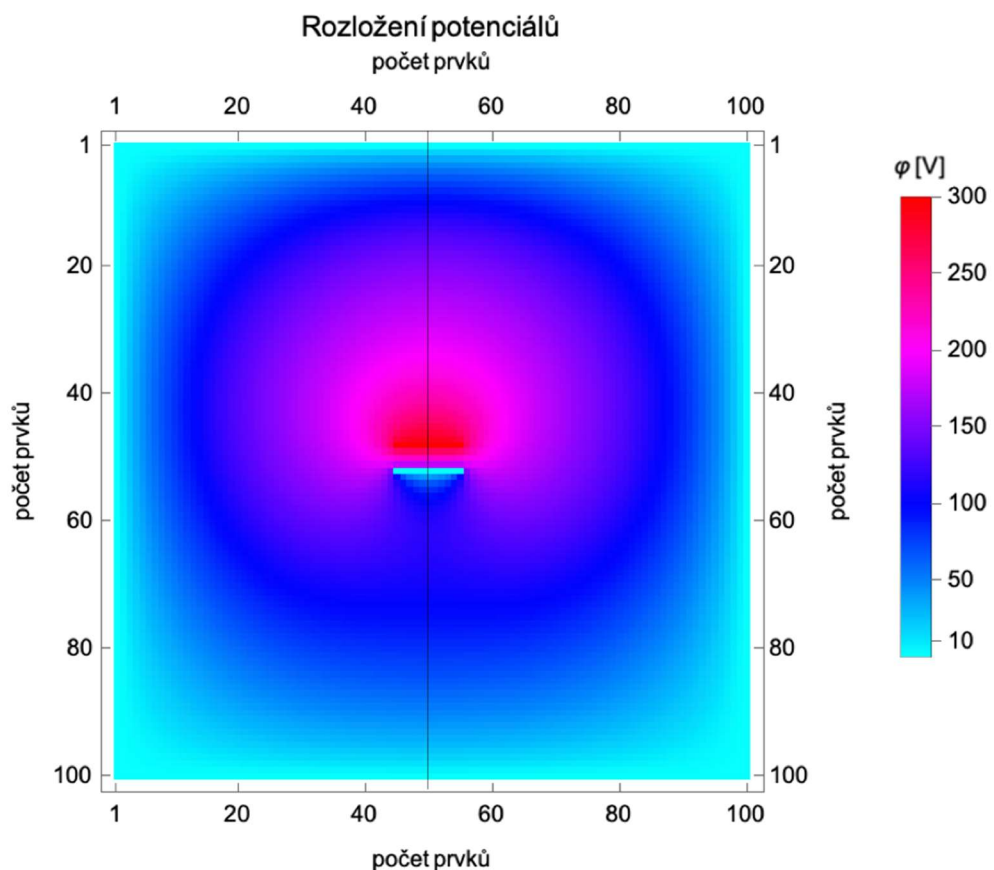
Kapacita

Hodnota kapacity se mění obdobně jako veličiny zhodnocené dříve. Je to způsobeno dosazením vypočtených hodnot do vzorců, jenž vznikají úpravou vzorců. Při prodlužování elektrod, hodnota kapacity rostla lineárně. Například hodnota kapacity se zvětšila 10krát při prodloužení elektrod o 10 m. Naopak při oddalování elektrod hodnota elektrické kapacity hyperbolicky klesala.

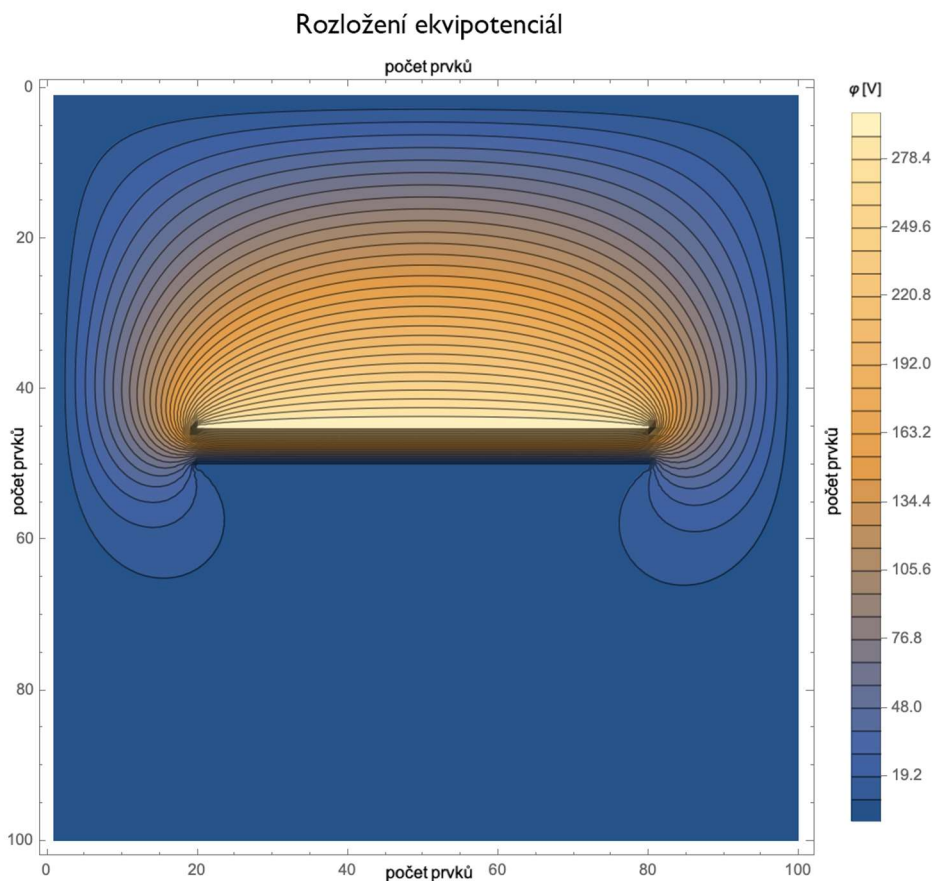
4.2 Mathematica

Rozložení elektrického potenciálu

Prvním z výstupů je rozložení potenciálů v okolí elektrod. Přivedeme-li na horní elektrodu potenciál o hodnotě 300 V a na dolní elektrodu potenciál o velikosti 0 V a zároveň budou od sebe elektrody vzdálené 0,4 m a jejich délka bude 1 m. Výpočetní body jsou od sebe vzdáleny 0,1 m. Poté Rozložení potenciálového pole bude vypadat viz obrázek 15.



Obrázek 15 Rozložení elektrického potenciálu v poli



Obrázek 16 Rozložení ekvipotenciál v poli

Z obrázků 15 a 16 lze vidět patrný vliv horní elektrody, která ovlivňuje elektrický potenciál i v okolí zejména na krajích elektrod, na níž je nulový potenciál. Okraje, které jsou znázorněny světle modrou barvou, jsou ovlivněny okrajovými podmínkami, které jsou volené jako nulové. Tuto skutečnost analytický model nepostihuje proto by měli být výstupy z tohoto modelu přesnější

Rozložení elektrického potenciálu v řezu

Třetím výstupem je řez, který byl zvolen v horizontální poloze uprostřed problému. Řez je vyznačen šedivou čarou na obrázku 15. Horní elektroda se nachází ve vzdálenosti 4,8 metru od horní okrajové podmínky. Z obrázku 17 je patrný parabolický růst hodnoty potenciálu. Dolní elektroda se nachází ve vzdálenosti 0,4 metru od horní elektrody. Rovněž je z obrázku 15 patrný lineární pokles na hodnotu potenciálu spodní elektrody. Ve třetí části grafu elektrický potenciál opět vzroste, poněvadž se nejspíše projeví elektrický potenciál horní elektrody.



Obrázek 17 Rozložení elektrického potenciálu v řezu

4.3 Výstup z modelu tvořeném v prostředí Comsol

Multiphysics

Cílem této části je zhodnocení veličin elektrostatického pole v závislosti na měnících parametrech, jako jsou délky elektrod, vzdálenost elektrod, vliv hustoty meshe a vliv velikosti integrační plochy na vypočtený elektrický náboj v programu Comsol Multiphysics. V této části byl z programu odečten pouze elektrický náboj a zbytek veličin byl dopočten pomocí analytických vzorců. Model byl uspořádán stejně jako v programu Mathematica. Jedná se o kondenzátor se dvěma elektrodami. Spodní elektroda, na níž je nulový potenciál, je nastavena, jako fixní. Horní, kladná elektroda, je naopak nastavena jako variabilní. Vrchní elektroda je rovněž obalena plochou, aby bylo možné naintegrovat náboj viz vztah (55). Celý tento problém je ohraničen obalovou plochou s okrajovými podmínkami.

Tabulka s odečtenými hodnotami:

| délka pásky [m] | d [m] | S [m ²] | U[V] | $\epsilon_0 \epsilon_r$ [-] | Mesh | Velikost integrační plochy [m ²] | Q [C] | C [F] | E_x [V/m] | W_e [J] | F_x [N] |
|-----------------|-------|---------------------|------|-----------------------------|----------|--|----------|----------|-------------|-----------|-----------|
| 1 | 0,004 | 1 | 300 | 8,86E-12 | normal | 1,50 | 6,76E-07 | 2,25E-09 | 7,63E+04 | 1,01E-04 | 2,58E-02 |
| 1 | 0,004 | 1 | 300 | 8,86E-12 | normal | 0,15 | 6,76E-07 | 2,25E-09 | 7,63E+04 | 1,01E-04 | 2,58E-02 |
| 1 | 0,004 | 1 | 300 | 8,86E-12 | ex. fine | 0,15 | 6,76E-07 | 2,25E-09 | 7,63E+04 | 1,01E-04 | 2,58E-02 |
| 1 | 0,004 | 1 | 300 | 8,86E-12 | ex. fine | 1,50 | 6,76E-07 | 2,25E-09 | 7,63E+04 | 1,01E-04 | 2,58E-02 |
| 2 | 0,004 | 2 | 300 | 8,86E-12 | normal | 0,50 | 1,34E-06 | 4,47E-09 | 7,57E+04 | 2,01E-04 | 5,08E-02 |
| 2 | 0,004 | 2 | 300 | 8,86E-12 | ex. fine | 0,50 | 1,34E-06 | 4,47E-09 | 7,57E+04 | 2,01E-04 | 5,08E-02 |
| 2 | 0,004 | 2 | 300 | 8,86E-12 | ex. fine | 3,75 | 1,34E-06 | 4,47E-09 | 7,57E+04 | 2,01E-04 | 5,08E-02 |
| 2 | 0,004 | 2 | 300 | 8,86E-12 | normal | 4,00 | 1,34E-06 | 4,47E-09 | 7,57E+04 | 2,01E-04 | 5,08E-02 |
| 9 | 0,004 | 9 | 300 | 8,86E-12 | normal | 14,25 | 5,99E-06 | 2,00E-08 | 7,51E+04 | 8,99E-04 | 2,25E-01 |
| 9 | 0,004 | 9 | 300 | 8,86E-12 | ex. fine | 14,25 | 5,99E-06 | 2,00E-08 | 7,52E+04 | 8,99E-04 | 2,25E-01 |
| 1 | 0,04 | 1 | 300 | 8,86E-12 | ex. fine | 1,50 | 9,32E-08 | 3,11E-10 | 1,05E+04 | 1,40E-05 | 4,90E-04 |
| 2 | 0,04 | 2 | 300 | 8,86E-12 | ex. fine | 3,75 | 1,80E-07 | 6,00E-10 | 1,01E+04 | 2,70E-05 | 9,13E-04 |
| 9 | 0,04 | 9 | 300 | 8,86E-12 | ex. fine | 38,00 | 7,87E-07 | 2,62E-09 | 9,86E+03 | 1,18E-04 | 3,88E-03 |
| 1 | 0,4 | 1 | 300 | 8,86E-12 | ex. fine | 1,50 | 1,19E-08 | 3,96E-11 | 1,34E+03 | 1,78E-06 | 7,96E-06 |
| 2 | 0,4 | 2 | 300 | 8,86E-12 | ex. fine | 3,75 | 1,94E-08 | 6,48E-11 | 1,10E+03 | 2,92E-06 | 1,07E-05 |
| 9 | 0,4 | 9 | 300 | 8,86E-12 | ex. fine | 14,25 | 7,39E-08 | 2,46E-10 | 9,27E+02 | 1,11E-05 | 3,42E-05 |

Tabulka 3 Tabulka naměřených a vypočtených hodnot v programu Comsol Multiphysics

[d – vzdálenost elektrod, S – plocha elektrody]

Vliv Meshe a integrační plochy

Z tabulky 5 je patrný vliv meshe v řádu tisícín Coulombů. Tuto odchylku je však možné zanedbat. Za přesnější hodnotu bereme tu, která má jemnější síť, poněvadž probíhá výpočet na mnohem menším úseku, a tudíž proběhne i více výpočtů. Dalším důvodem je, že oblast je více diskretizována, čímž by měl být výpočet také zpřesněn a jsou také lépe postihnuty singularity jako jsou např. rohy kondenzátoru.

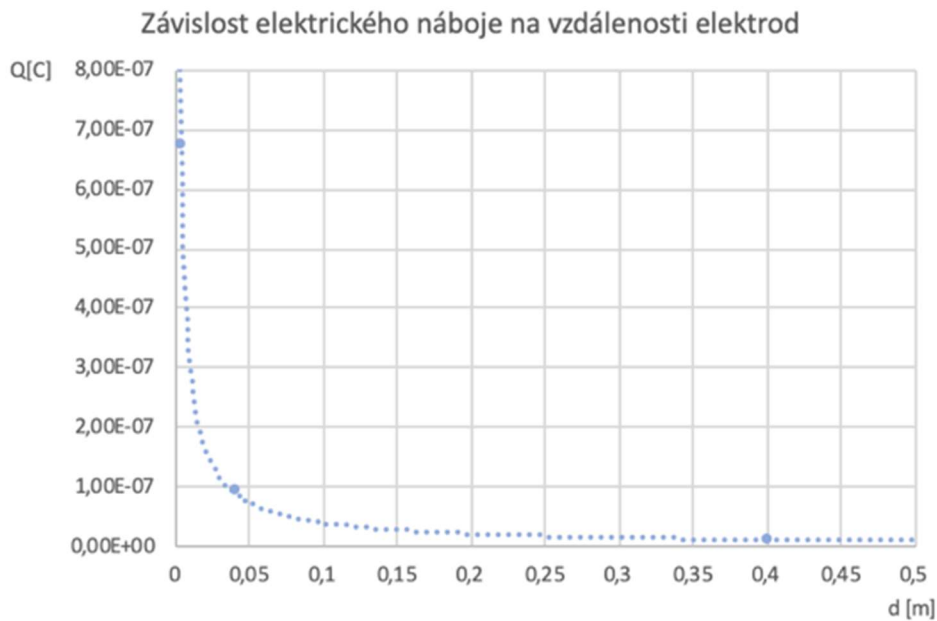
Další parametr, který lze z tabulky 5 zhodnotit je vliv velikosti integrační plochy. Opět se jedná o chybu v řádu tisícín Coulombu. Očekávalo se, že velikost integrační plochy nebude mít na hodnotu elektrického potenciálu jakýkoliv vliv. Tato odchylka je však rovněž přijatelná.

| délka pásky [m] | d [m] | S [m ²] | U[V] | $\epsilon_0 \epsilon_r [-]$ | Mesh | Velikost integrační plochy [m ²] | Q [C] |
|-----------------|-------|---------------------|------|-----------------------------|----------|--|------------|
| 1 | 0,004 | 1 | 300 | 8,86E-12 | normal | 0,15 | 6,7631E-07 |
| 1 | 0,004 | 1 | 300 | 8,86E-12 | ex. fine | 0,15 | 6,7625E-07 |
| 1 | 0,004 | 1 | 300 | 8,86E-12 | normal | 1,50 | 6,7624E-07 |
| 1 | 0,004 | 1 | 300 | 8,86E-12 | normal | 0,15 | 6,7631E-07 |

Tabulka 4 Tabulka zobrazující vliv meshe a integrační plochy na hodnotu elektrického náboje

Vliv vzdálenosti elektrod na hodnotu elektrického náboje

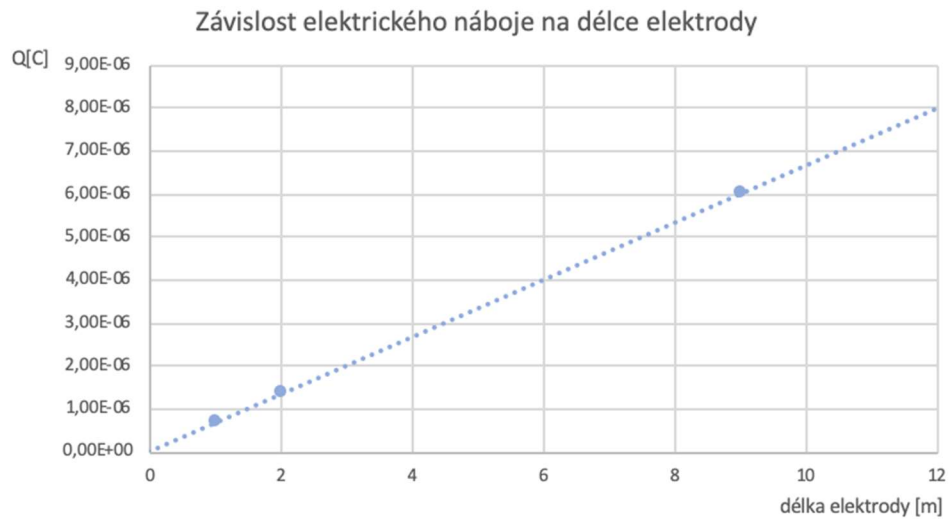
Vliv vzdálenosti je jedna ze stěžejních věcí pro tuto práci, poněvadž cílem je propojení kondenzátoru s mechanickým zařízením, které bude pohybovat deskou kondenzátoru a tím měnit vzdálenost elektrod. Z obrázku 18 je patrné, že hodnota elektrického náboje klesá hyperbolicky. Při vzdálení ze 4 tisícín metru na 4 setiny metru hodnota klesla téměř 14krát. Při dalším vzdálení ke 4 desetínám metru hodnota náboje již klesla pouze 9krát. Z proložení grafu se dá očekávat, že při dalším oddálení elektrod již by tato hodnota klesala již velmi málo.



Obrázek 18 Závislost elektrického náboje na vzdálenosti elektrod

Vliv velikosti elektrod na hodnotu elektrického náboje

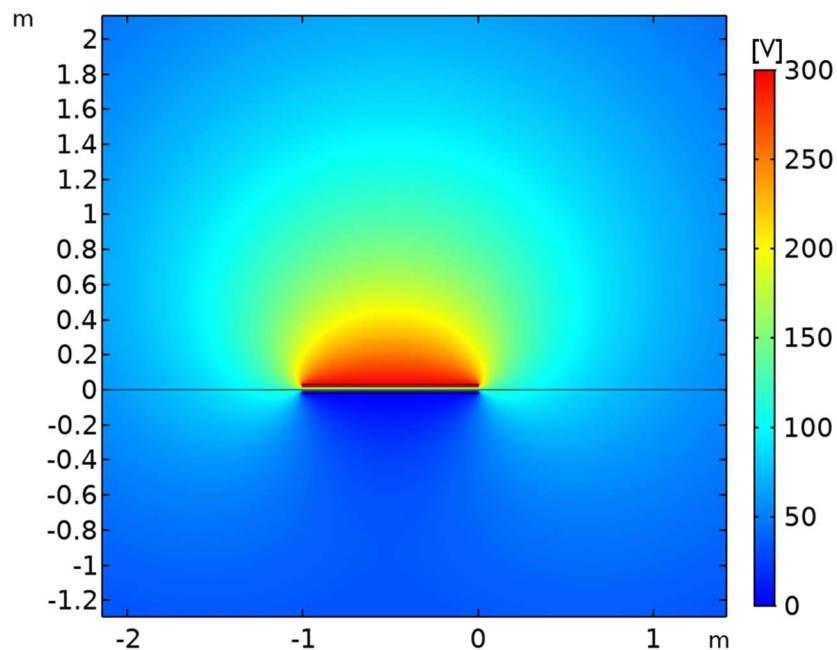
Z obrázku 19 je zřejmá lineární závislost elektrického náboje na prodloužení elektrod. Při prodloužení elektrody z 1 m na 9 m dojde ke zvětšení elektrického náboje 9krát. Stejně tak zvětšíme-li elektrodu z 1 m na 2 m, hodnota náboje se zvýší pouze 2krát.



Obrázek 19 Závislost elektrického náboje na délce elektrody

Rozložení potenciálu v poli

Dalším výstupem je obrázek 20, který znázorňuje rozložení elektrického potenciálu v problému. V tomto případě jsou od sebe elektrody vzdálené 0,04 m. A je mezi nimi napětí 300 V.



4.4 Porovnání modelů

V této podkapitole jsou zhodnoceny a porovnány výstupy jednotlivých modelů, abychom mohli určit, zdali se výsledné hodnoty blíží k reálným hodnotám. To se potvrdí v momentě, kdy se výstupy jednotlivých modelů shodují.

Tabulka vypočtených hodnot

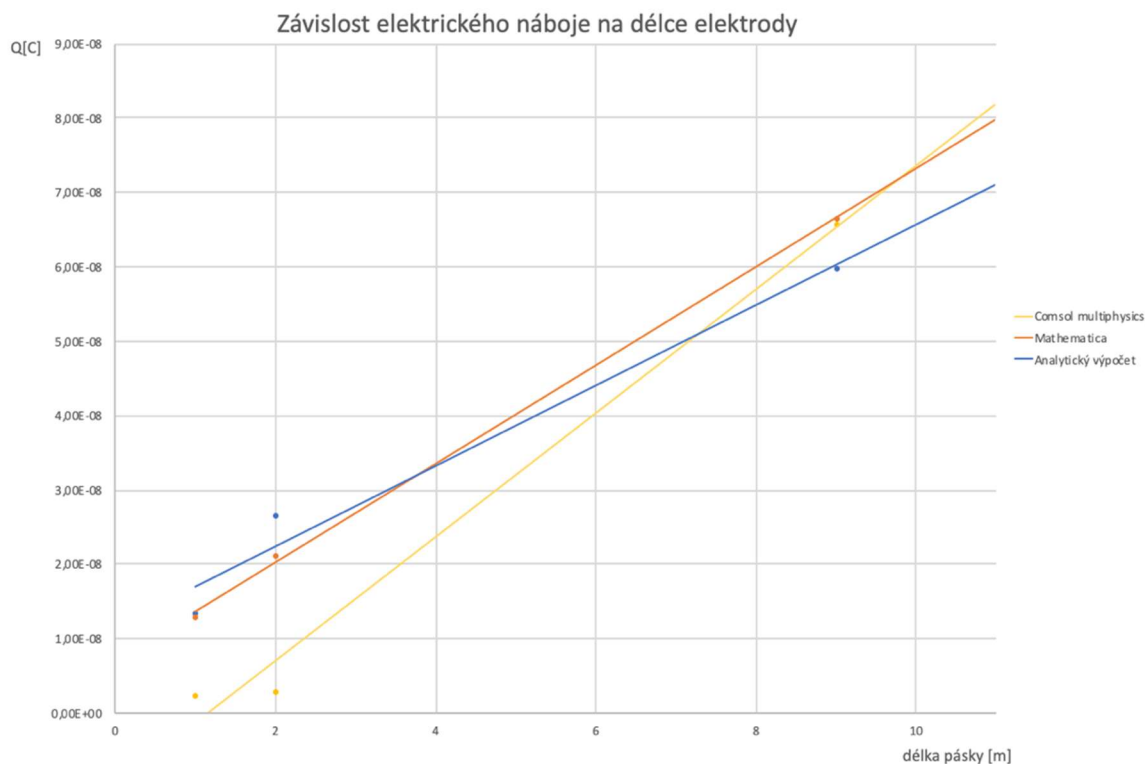
| délka pásky [m] | vzdálenost mezi elektrodama [m] | S [m ²] | U[V] | e0 er [-] | Mesh | Integrační plocha [m ²] | Velikozina | Mathematica | Cosmol Multiphysics | Analytický výpočet | Jednotka |
|-----------------|---------------------------------|---------------------|------|-----------|------------|-------------------------------------|------------|-------------|---------------------|--------------------|----------|
| 9 | 0,004 | 9 | 300 | 8,86E-12 | EXTRA FINE | 14,25 | Q | - | 5,99E-06 | 5,98E-06 | [C] |
| | | | | | | | C | - | 2,00E-08 | 1,99E-08 | [F] |
| | | | | | | | Ex | - | 7,51E+04 | 7,50E+04 | [V/m] |
| | | | | | | | We | - | 8,99E-04 | 8,97E-04 | [J] |
| | | | | | | | Fx | - | 2,25E-01 | 2,24E-01 | [N] |
| 9 | 0,004 | 9 | 300 | 8,86E-12 | EXTRA FINE | 14,25 | Q | - | 5,99E-06 | 5,98E-06 | [C] |
| | | | | | | | C | - | 2,00E-08 | 1,99E-08 | [F] |
| | | | | | | | Ex | - | 7,51E+04 | 7,50E+04 | [V/m] |
| | | | | | | | We | - | 8,99E-04 | 8,97E-04 | [J] |
| | | | | | | | Fx | - | 2,25E-01 | 2,24E-01 | [N] |
| 1 | 0,04 | 1 | 300 | 8,86E-12 | EXTRA FINE | 1,5 | Q | - | 9,32E-08 | 1,33E-07 | [C] |
| | | | | | | | C | - | 3,11E-10 | 2,22E-10 | [F] |
| | | | | | | | Ex | - | 1,05E+04 | 7,50E+03 | [V/m] |
| | | | | | | | We | - | 1,40E-05 | 9,97E-06 | [J] |
| | | | | | | | Fx | - | 4,90E-04 | 2,49E-04 | [N] |
| 2 | 0,04 | 2 | 300 | 8,86E-12 | EXTRA FINE | 3,75 | Q | - | 1,80E-07 | 2,66E-07 | [C] |
| | | | | | | | C | - | 6,00E-10 | 4,43E-10 | [F] |
| | | | | | | | Ex | - | 1,01E+04 | 7,50E+03 | [V/m] |
| | | | | | | | We | - | 2,70E-05 | 1,99E-05 | [J] |
| | | | | | | | Fx | - | 9,13E-04 | 4,99E-04 | [N] |
| 9 | 0,04 | 9 | 300 | 8,86E-12 | EXTRA FINE | 38 | Q | - | 7,87E-07 | 5,98E-07 | [C] |
| | | | | | | | C | - | 2,62E-09 | 1,99E-09 | [F] |
| | | | | | | | Ex | - | 9,86E+03 | 7,50E+03 | [V/m] |
| | | | | | | | We | - | 1,18E-04 | 8,97E-05 | [J] |
| | | | | | | | Fx | - | 3,88E-03 | 2,24E-03 | [N] |
| 1 | 0,4 | 1 | 300 | 8,86E-12 | EXTRA FINE | 1,5 | Q | 1,28E-08 | 1,19E-08 | 1,33E-08 | [C] |
| | | | | | | | C | 4,26E-11 | 3,96E-11 | 2,22E-11 | [F] |
| | | | | | | | Ex | 7,50E+02 | 1,34E+03 | 7,50E+02 | [V/m] |
| | | | | | | | We | 1,92E-06 | 1,78E-06 | 9,97E-07 | [J] |
| | | | | | | | Fx | 2,49E-06 | 7,96E-06 | 2,49E-06 | [N] |
| 2 | 0,4 | 2 | 300 | 8,86E-12 | EXTRA FINE | 3,75 | Q | 2,11E-08 | 1,94E-08 | 2,66E-08 | [C] |
| | | | | | | | C | 7,02E-11 | 6,48E-11 | 4,43E-11 | [F] |
| | | | | | | | Ex | 7,50E+02 | 1,10E+03 | 7,50E+02 | [V/m] |
| | | | | | | | We | 3,16E-06 | 2,92E-06 | 1,99E-06 | [J] |
| | | | | | | | Fx | 4,98E-06 | 1,07E-05 | 4,99E-06 | [N] |
| 9 | 0,4 | 9 | 300 | 8,86E-12 | EXTRA FINE | 14,25 | Q | 6,66E-08 | 7,39E-08 | 5,98E-08 | [C] |
| | | | | | | | C | 2,22E-10 | 2,46E-10 | 1,99E-10 | [F] |
| | | | | | | | Ex | 7,50E+02 | 9,27E+02 | 7,50E+02 | [V/m] |
| | | | | | | | We | 9,99E-06 | 1,11E-05 | 8,97E-06 | [J] |
| | | | | | | | Fx | 2,24E-05 | 3,42E-05 | 2,24E-05 | [N] |

Tabulka 5 Tabulka k porovnání modelů

| delka pásky [m] | vzdálenost mezi elektrodama [m] | S [m] | U [V] | e0 er[-] | Mesh | Integrační plocha [m ²] | Veličina | Mathematica | Comsol Multiphysics | Analytický výpočet | Jednotka |
|-----------------|---------------------------------|-------|-------|----------|------------|-------------------------------------|----------|-------------|---------------------|--------------------|----------|
| 1 | 0,004 | 1 | 300 | 8,86E-12 | NORMAL | 1,5 | Q | - | 6,76E-07 | 6,65E-07 | [C] |
| | | | | | | | C | - | 2,25E-09 | 2,22E-09 | [F] |
| | | | | | | | Ex | - | 7,63E+04 | 7,50E+04 | [V/m] |
| | | | | | | | We | - | 1,01E-04 | 9,97E-05 | [J] |
| | | | | | | | Fx | - | 2,58E-02 | 2,49E-02 | [N] |
| 1 | 0,004 | 1 | 300 | 8,86E-12 | NORMAL | 0,15 | Q | - | 6,76E-07 | 6,65E-07 | [C] |
| | | | | | | | C | - | 2,25E-09 | 2,22E-09 | [F] |
| | | | | | | | Ex | - | 7,63E+04 | 7,50E+04 | [V/m] |
| | | | | | | | We | - | 1,01E-04 | 9,97E-05 | [J] |
| | | | | | | | Fx | - | 2,58E-02 | 2,49E-02 | [N] |
| 1 | 0,004 | 1 | 300 | 8,86E-12 | EXTRA FINE | 0,15 | Q | - | 6,76E-07 | 6,65E-07 | [C] |
| | | | | | | | C | - | 2,25E-09 | 2,22E-09 | [F] |
| | | | | | | | Ex | - | 7,63E+04 | 7,50E+04 | [V/m] |
| | | | | | | | We | - | 1,01E-04 | 9,97E-05 | [J] |
| | | | | | | | Fx | - | 2,58E-02 | 2,49E-02 | [N] |
| 1 | 0,004 | 1 | 300 | 8,86E-12 | EXTRA FINE | 1,5 | Q | - | 6,76E-07 | 6,65E-07 | [C] |
| | | | | | | | C | - | 2,25E-09 | 2,22E-09 | [F] |
| | | | | | | | Ex | - | 7,63E+04 | 7,50E+04 | [V/m] |
| | | | | | | | We | - | 1,01E-04 | 9,97E-05 | [J] |
| | | | | | | | Fx | - | 2,58E-02 | 2,49E-02 | [N] |
| 2 | 0,004 | 2 | 300 | 8,86E-12 | NORMAL | 0,5 | Q | - | 1,34E-06 | 1,33E-06 | [C] |
| | | | | | | | C | - | 4,47E-09 | 4,43E-09 | [F] |
| | | | | | | | Ex | - | 7,57E+04 | 7,50E+04 | [V/m] |
| | | | | | | | We | - | 2,01E-04 | 1,99E-04 | [J] |
| | | | | | | | Fx | - | 5,08E-02 | 4,99E-02 | [N] |
| 2 | 0,004 | 2 | 300 | 8,86E-12 | EXTRA FINE | 0,5 | Q | - | 1,34E-06 | 1,33E-06 | [C] |
| | | | | | | | C | - | 4,47E-09 | 4,43E-09 | [F] |
| | | | | | | | Ex | - | 7,57E+04 | 7,50E+04 | [V/m] |
| | | | | | | | We | - | 2,01E-04 | 1,99E-04 | [J] |
| | | | | | | | Fx | - | 5,08E-02 | 4,99E-02 | [N] |
| 2 | 0,004 | 2 | 300 | 8,86E-12 | EXTRA FINE | 3,75 | Q | - | 1,34E-06 | 1,33E-06 | [C] |
| | | | | | | | C | - | 4,47E-09 | 4,43E-09 | [F] |
| | | | | | | | Ex | - | 7,57E+04 | 7,50E+04 | [V/m] |
| | | | | | | | We | - | 2,01E-04 | 1,99E-04 | [J] |
| | | | | | | | Fx | - | 5,08E-02 | 4,99E-02 | [N] |
| 2 | 0,004 | 2 | 300 | 8,86E-12 | NORMAL | 4 | Q | - | 1,34E-06 | 1,33E-06 | [C] |
| | | | | | | | C | - | 4,47E-09 | 4,43E-09 | [F] |
| | | | | | | | Ex | - | 7,57E+04 | 7,50E+04 | [V/m] |
| | | | | | | | We | - | 2,01E-04 | 1,99E-04 | [J] |
| | | | | | | | Fx | - | 5,08E-02 | 4,99E-02 | [N] |

Tabulka 6 Tabulka k porovnání modelů

Porovnání velikosti elektrického náboje vůči délce elektrody

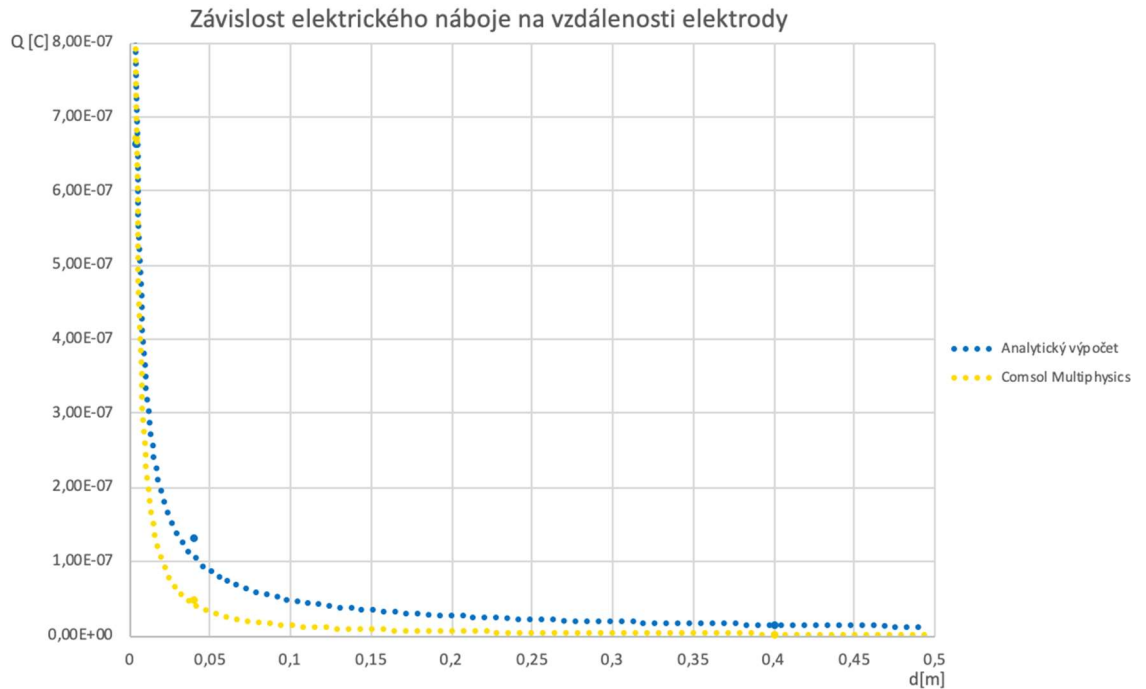


Obrázek 21 Závislost elektrického náboje na délce elektrody – porovnání

Z obrázku 21 je patrné, že největší sklon má křivka s hodnotami vypočtenými v programu Comsol Multiphysics. Naopak nejmenší sklon má křivka jejíž hodnoty byly získány analytickým výpočtem. Ve všech případech se jedná o přímky, což vychází ze vztahu (7). Při nastavení velké délky elektrod dochází v případě modelu z programu Mathematica a modelu z programu Comsol multiphysics k ovlivnění hodnot okrajovými podmínkami, poněvadž okraj elektrody se již dostane do blízkosti okrajových podmínek, se kterými výpočetní metoda počítá.

Počítáme-li analyticky při nastavení krátké vzdálenosti vůči vzdálenosti elektrod, elektrody se jeví jako bodové náboje. Proto hodnoty v těchto případech jsou více odlišné od jiných modelů než v momentě, kdy je větší vzdálenost nežli délka.

Porovnání velikosti elektrického náboje vůči vzdálenosti elektrod

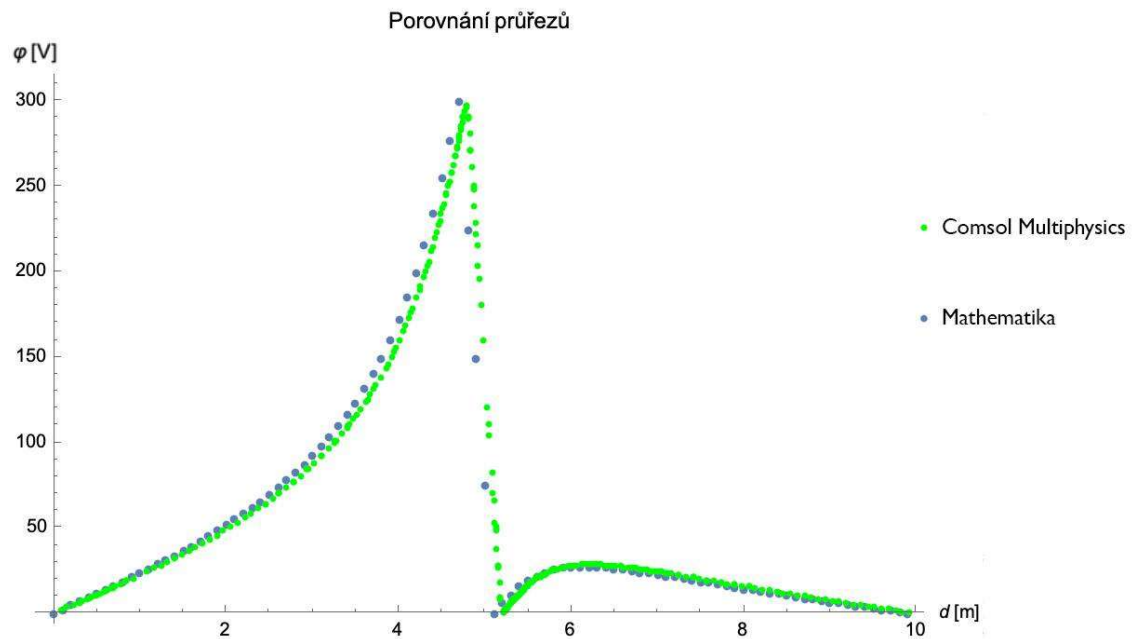


Obrázek 22 Závislost elektrického náboje na vzdálenosti elektrod – Porovnání

Z grafu vyobrazeném na obrázku 22 je patrné, že se jedná o hyperbolu. Bohužel nebylo možné porovnat hodnoty z programu Mathematica, poněvadž nastavené hodnoty vzdáleností byly vypočteny pouze pro velmi krátké vzdálenosti, na které nebyl model v Mathematice dimenzován.

Z porovnání křivek uvedených na obrázku 22 si lze všimnout, že při velmi krátké vzdálenosti (do 0,02 m) se obě křivky překrývají, to by mohlo být způsobeno tím, že jsou-li elektrody blízko u sebe, neprojevuje se v žádné počítačové metodě vliv okrajových podmínek. V dalším úseku (od 0,02 m do 0,4 m) se křivky od sebe vzdalují nejvíce, rychleji klesá křivka vypočtená programem Comsol Multiphysics. Tyto odchylky mohou být způsobeny vlivem okrajových podmínek, či vlivem rozložení pole v okrajích nabitě desky kondenzátoru. V posledním úseku (vzdálenost větší nežli 0,4 m) se křivky k sobě opět přiblížily, lze odhadnout, že se opět překryjí, poněvadž nejspíše okrajové podmínky mají větší vliv na velikost náboje nežli napětí přivedené na elektrody.

Porovnání průřezu elektrického pole



Obrázek 23 Porovnání průřezů potenciálového pole

Z tohoto porovnání je patrné, že při nastavení dostatečně jemné meshe v programu Comsol multiphysics a dostatečného počtu iterací v mathematice dochází k překrytí těchto dvou křivek, které jsou průřezem problému. Průřez byl v Comsol Multiphysics vytvořen analogicky, jako v programu Mathematica viz obrázek 15. Byly zvoleny stejné rozměry a velikosti potenciálu na elektrodách.

V případě, kdy byl nastaven nízký počet iterací, křivka z programu pomaleji stoupala okolo osy x. V tomto případě je nastaveno 8 000 iterací.

V momentě, kdy nebyla nastavena dostatečně hustá mesh, docházelo ke stejnému problému, jako v případě mathematicy. Proto je nastavena mesh extra fine, která má velikosti viz tabulka 1.

Lze předpokládat, že při zvolení těchto parametrů se nejbližší blížíme k reálným hodnotám, poněvadž dvě různé výpočetní metody dokládají velmi podobné výsledky hodnot elektrického potenciálu. Z tohoto důvodu bude nadále nastavena mesh extra fine v Comsolu.

5 Pohyby v Comsol Multiphysics

5.1 Parametrický pohyb

Vytvoření parametrického pohybu

Parametrický pohyb je nespojitý. Je počítán pouze pro konkrétní kroky, které si nastavíme. Proto je vhodné graf neproložit proložit křivkou, poněvadž není možné přesně určit, jaký průběh se nachází mezi jednotlivými body.

Parametr volíme pomocí nástroje Parametr value list, s několika ukrytými funkcemi, které pomohou v parametrickém pohybu. Jednou z možností, jak říct, jaké hodnoty bude parametr nabývat je vypsát tyto hodnoty. Potřebujeme-li však řešení pro více hodnot a již se nám nevyplatí jednotlivé hodnoty vypisovat, můžeme využít funkci range. Tato funkce nabízí 3 různé metody, kterými lze volit počet hodnot parametrů.

Ve vstupní metodě step, uživatel volí počáteční hodnotu parametru, finální hodnotu parametru a počet kroků, o které se budou hodnoty posouvat. Druhá metoda, number of values, na rozdíl od této metody nevolí krok posunu, ale finální počet hodnot, algoritmus si poté sám zvolí krok.

Vypočtené hodnoty pro parametrický pohyb:

V této práci byla posouvána kladná elektroda od záporné, která byla nastavena jako fixní. V prvním případě bylo zadáno konstantní napětí a byl sledován náboj a ve druhém případě byl zadán náboj, jehož hodnota byla známa z předchozí části a bylo sledované měnící se napětí.

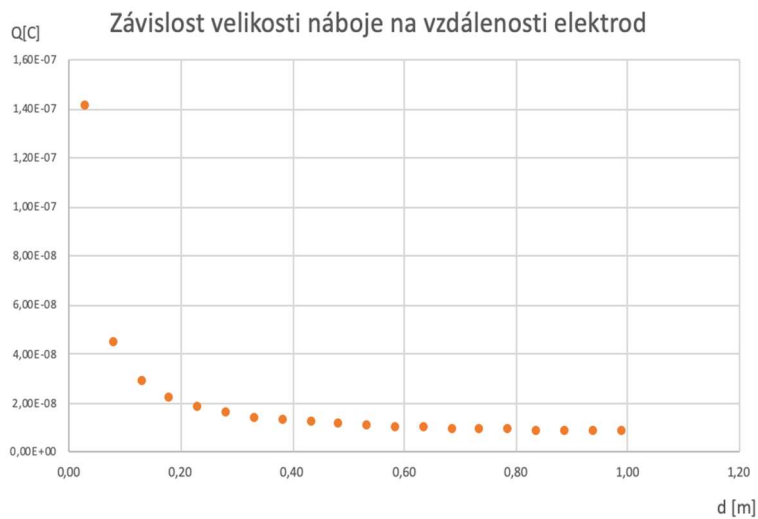
a) Konstantní napětí

Tento model popisuje případ, kdy je na elektrodě udržováno externím zdrojem stálé napětí 300 V nezávisle na vzdálenosti elektrod. Tento zdroj pro udržení napětí dodával náboj na desky elektrod, který se měnil.

V případě konstantního napětí autorka naměřila hodnoty uvedené v tabulce 8 znázorněné v grafu na obrázku 24.

| d [m] | U [V] | Q [C] |
|-------|-------|----------|
| 0,03 | 300 | 1,41E-07 |
| 0,08 | | 4,43E-08 |
| 0,13 | | 2,80E-08 |
| 0,18 | | 2,13E-08 |
| 0,23 | | 1,76E-08 |
| 0,28 | | 1,52E-08 |
| 0,33 | | 1,36E-08 |
| 0,38 | | 1,24E-08 |
| 0,43 | | 1,15E-08 |
| 0,48 | | 1,08E-08 |
| 0,54 | | 1,02E-08 |
| 0,59 | | 9,71E-09 |
| 0,64 | | 9,30E-09 |
| 0,69 | | 8,97E-09 |
| 0,74 | | 8,67E-09 |
| 0,79 | | 8,42E-09 |
| 0,84 | | 8,20E-09 |
| 0,89 | | 8,01E-09 |
| 0,94 | | 7,83E-09 |
| 0,99 | | 7,68E-09 |

Tabulka 7 Tabulka vypočtených hodnot pro parametrický pohyb elektrody při konstantním napětí



Obrázek 24 Graf závislosti náboje na vzdálenosti elektrod – parametrický pohyb

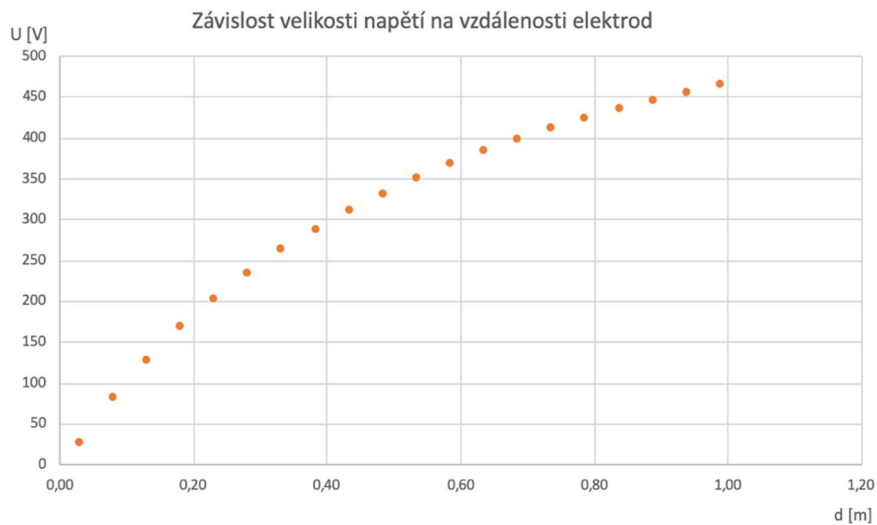
Z grafu je patrné, že hodnota náboje s narůstající vzdáleností elektrod nepřímou úměrou klesá, což odpovídá předpokladu, vycházejícího z rovnice (7). Neproložení rovnice je z důvodu parametrického pohybu, který se děje po skocích a nelze proto přesně stanovit průběh mezi body.

b) Konstantní náboj

Naopak v tomto případě je externím zdrojem přiváděn konstantní náboj a to $1,19E-08$ C. Oddalováním elektrod se tedy měnilo napětí mezi elektrodami. V případě konstantního náboje jsou vypočteny hodnoty uvedené v tabulce 9.

| t[s] | d[m] | U[V] | Q[C] |
|------|------|--------|----------|
| 0,00 | 0,05 | 300,00 | 6,01E-08 |
| 0,04 | 0,09 | | 3,48E-08 |
| 0,10 | 0,15 | | 2,36E-08 |
| 0,17 | 0,22 | | 1,80E-08 |
| 0,20 | 0,25 | | 1,62E-08 |
| 0,30 | 0,35 | | 1,29E-08 |
| 0,33 | 0,40 | | 1,19E-08 |
| 0,40 | 0,45 | | 1,11E-08 |
| 0,50 | 0,55 | | 9,94E-09 |
| 0,55 | 0,60 | | 9,51E-09 |
| 0,60 | 0,65 | | 9,13E-09 |
| 0,70 | 0,75 | | 8,54E-09 |
| 0,72 | 0,78 | | 8,42E-09 |
| 0,80 | 0,85 | | 8,10E-09 |
| 0,90 | 0,90 | | 7,75E-09 |

Tabulka 8 Tabulka vypočtených hodnot pro parametrický pohyb elektrody při konstantní hodnotě náboje



Obrázek 25 Graf závislosti napětí na vzdálenosti elektrod – parametrický pohyb

Z grafu na obrázku 25 je patrné, že se jedná o parabolu, která je natočená o 90° . Dle výpočetního vztahu se ovšem jedná o přímku, jak vychází z rovnice (7). Bohužel v určité vzdálenosti hodnotu napětí ovlivní i okrajové podmínky, které by se neprojeví, kdyby byla obalová plocha nekonečně veliká. Dalším možným faktorem, který negativně ovlivní průběh křivky je poměr velikosti elektrody a vzdáleností mezi elektrod. Ve velké vzdálenosti se již elektrody chovají jako náboje, neboť jejich velikost je zanedbatelná oproti velikosti okolí. Graf opět není proložen ze stejného důvodu, jako v případě s konstantním napětím.

5.2 Spojitý pohyb

Spojitý pohyb lze udělat v Comsol Multiphysics dvěma možnými způsoby. Jedním z nich je Form union, která je specifická tím, že místo dotyku dvou objektů je spojeno do jedné části. Naopak při použití Form assembly, se hranice nespojí a každé těleso má i přesto, že je objekt spojen do jednoho, svou hranici. Dalším rozdílem je v meshování. Při použití Form union vložíme mesh do jedné domény a ve druhé doméně se nám vytvoří spojitě k první doméně. Ve druhém případě mesh není spojitá na hranicích domén. V další části se budu věnovat pouze Form Union.

Práce v Comsol Multiphysics

Nastavení pohybu pomocí form union spočívá v přidání možnosti moving mesh v definitions. Poté se vytvoří několik podsložek, jejichž funkce je potřeba vložit do modelu. První funkcí je Deforming domain, kterou vložíme do části modelu, v němž bude pohyb probíhat. Další funkcí je Fixed Boundary, kterou vložíme na fixní hranice, v případě modelu kondenzátoru na spodní elektrodu a na hranice vnější obalové plochy. Předposlední funkcí je Prescribed Mesh Displacement, kterou vložíme na okraje pohybujících objektů (horní elektroda) a poslední funkci, Prescribed deformation, kterou obdobně vložíme do plochy pohybujícího objektu. Pak zvolíme mesh. V tomto případě je třeba vyřešit remeshování, poněvadž postupně dochází k deformaci meshe a mohlo by dojít k vypočtení nepřesných hodnot, jak je zobrazeno na obrázcích 10 a 11.

V tomto případě je výsledek horní elektroda pohybující se v čase, aby bylo porovnání s parametrickou částí je třeba přepočítat čas na vzdálenost.

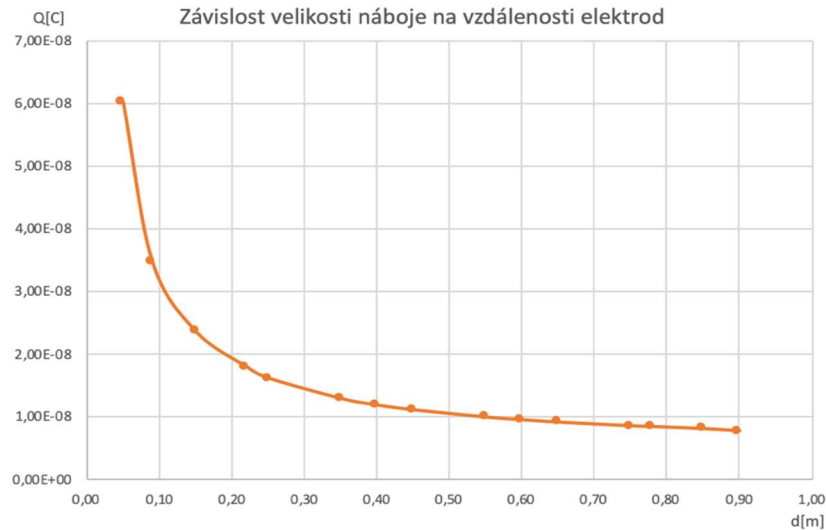
Vypočtené hodnoty pro spojitý pohyb:

a) Konstantní napětí

Tabulka a graf vypočtených hodnot při konstantním napětí:

| t[s] | d[m] | U[V] | Q[C] |
|------|------|--------|----------|
| 0,00 | 0,05 | 300,00 | 6,01E-08 |
| 0,04 | 0,09 | | 3,48E-08 |
| 0,10 | 0,15 | | 2,36E-08 |
| 0,17 | 0,22 | | 1,80E-08 |
| 0,20 | 0,25 | | 1,62E-08 |
| 0,30 | 0,35 | | 1,29E-08 |
| 0,33 | 0,40 | | 1,19E-08 |
| 0,40 | 0,45 | | 1,11E-08 |
| 0,50 | 0,55 | | 9,94E-09 |
| 0,55 | 0,60 | | 9,51E-09 |
| 0,60 | 0,65 | | 9,13E-09 |
| 0,70 | 0,75 | | 8,54E-09 |
| 0,72 | 0,78 | | 8,42E-09 |
| 0,80 | 0,85 | | 8,10E-09 |
| 0,90 | 0,90 | | 7,75E-09 |

Tabulka 9 Tabulka vypočtených hodnot pro spojitý pohyb elektrody při konstantním napětí



Obrázek 26 Závislost náboje na vzdálenosti elektrod při konstantním napětí – spojitý pohyb

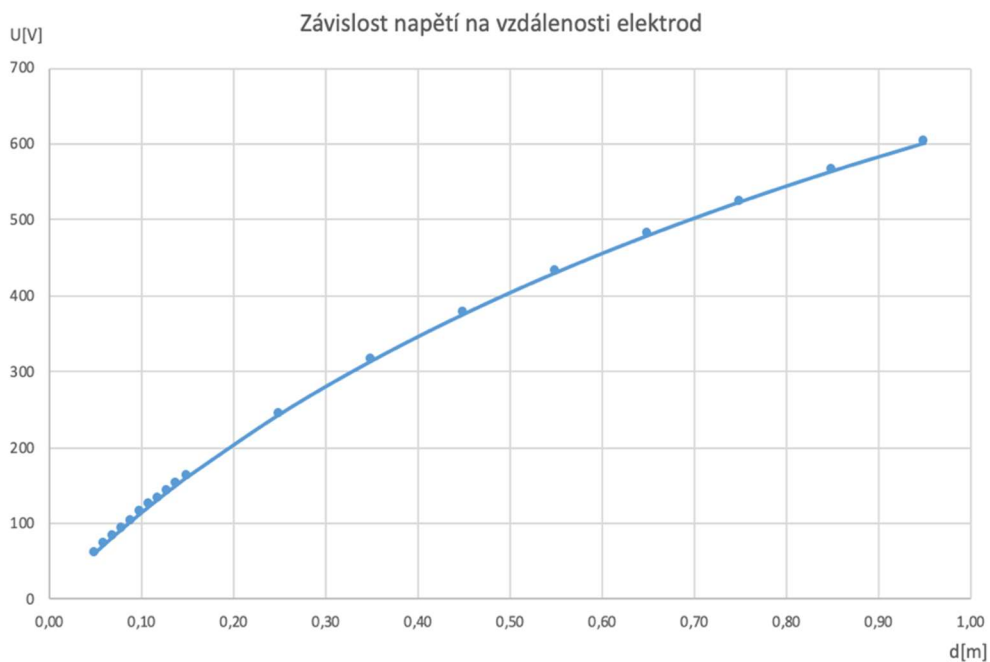
Na obrázku 26 je vyobrazen graf závislosti velikosti náboje na vzdálenosti, je křivkou nepřímé úměrnosti. To odpovídá předpokladu, který jsme odvodili v rovnici (7).

b) Konstantní náboj

Tabulka vypočtených hodnot, při konstantní hodnotě náboje:

| t[s] | d[m] | U[V] | Q[C] |
|------|------|--------|----------|
| 0 | 0,05 | 60,76 | 1,19E-08 |
| 0,01 | 0,06 | 71,85 | |
| 0,02 | 0,07 | 82,66 | |
| 0,03 | 0,08 | 93,20 | |
| 0,04 | 0,09 | 103,50 | |
| 0,05 | 0,10 | 113,57 | |
| 0,06 | 0,11 | 123,42 | |
| 0,07 | 0,12 | 133,12 | |
| 0,08 | 0,13 | 142,58 | |
| 0,09 | 0,14 | 151,86 | |
| 0,1 | 0,15 | 160,90 | |
| 0,2 | 0,25 | 243,52 | |
| 0,3 | 0,35 | 314,14 | |
| 0,4 | 0,45 | 375,88 | |
| 0,5 | 0,55 | 430,75 | |
| 0,6 | 0,65 | 479,83 | |
| 0,7 | 0,75 | 524,17 | |
| 0,8 | 0,85 | 564,71 | |
| 0,9 | 0,95 | 601,73 | |

Tabulka 10 Tabulka vypočtených hodnot, při konstantním náboji



Obrázek 27 Závislost náboje na vzdálenosti elektrod při konstantní hodnotě náboje – spojitý pohyb

V tomto případě se zde vyskytuje obdobný problém s ovlivněním napětí jako v parametrickém případě. V ideálním případě by se opět jednalo o přímku vycházející ze vztahu (7).

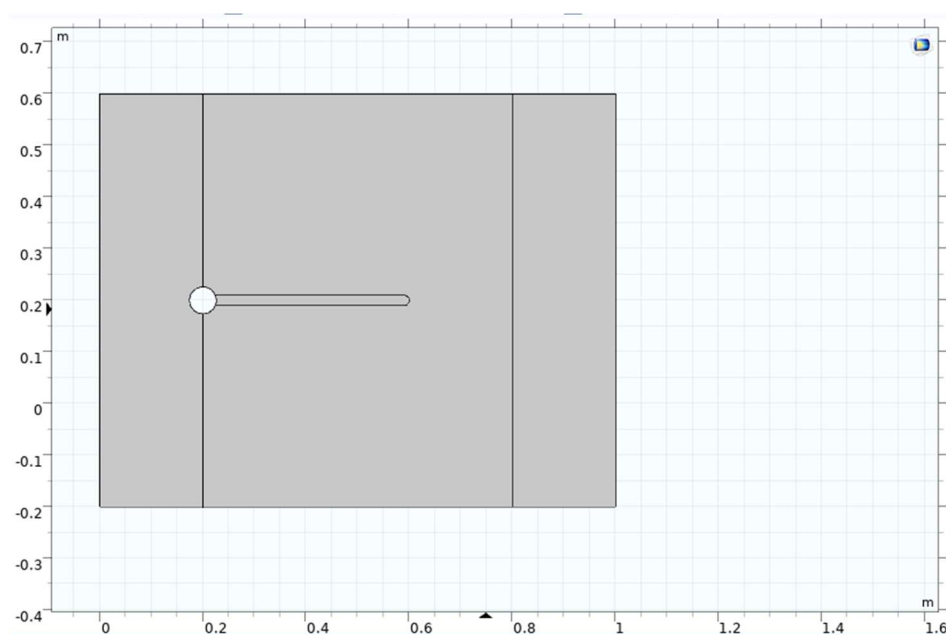
6 Modelování mechanického pohybu

Ke zvedání horní desky kondenzátoru bude použit objekt skládající se z nepohyblivé kouličky, která bude sloužit jako fixní kotva pohyblivého prvku a pružného pásku, který by byl v reálném případě mechanicky propojen s elektrodou. Vzhledem ke složitosti přímého propojení těchto prvků v jednotném modelu, byly výstupy z tohoto modelu později dosazeny jako vstupy iniciující pohyb nabitých elektrod. Působením větru pak dojde k rozkmitání pásky a k pohybu horní elektrody kondenzátoru. Tento model byl inspirován již vytvořeným modelem Vibrating Beam in Fluid Flow [13].

Geometrie mechanického modelu

Optimální poloměr kuličky byl zvolen 0,026 m. Tento poloměr byl nalezen optimalizací poloměru kuličky v poměru k velikosti (pásky). Při zvětšování hodnoty poloměru dochází ke zmenšení hodnoty maximální výchylky, které je schopné dosáhnout pohybující se páska. Naopak při zvolení příliš malé hodnoty program není schopen zkonvergovat.

Páska je dlouhá 0,4 m a široká 0,02 m. Délka byla opět určena hledáním optimální délky, při které je výchylka největší a výpočet konverguje. Šířka byla určena tak, aby ji bylo možné ukotvit v kuličce. Poslední částí geometrie bylo okolí, ve kterém proudí vzduch – vzhledem k zadání. To bylo zvolené jako 0,8 m široké a 1 m dlouhé. Z výpočtů vyplynulo, že na šířce ani délce nezáleží. Celá geometrie je 0,1 m hluboká.



Obrázek 28 Geometrie mechanického zařízení

Materiál

V tomto modelu jsme volili dva materiály. Prvním z nich byl materiál proudícího média a druhým materiál, ze kterého se skládá pohyblivá páska zajišťující mechanický pohyb. Parametry pro hodnotu proudícího média byly zvoleny pro hodnoty vzduchu, a tedy hustota 1 kg/m^3 a dynamická viskozita $1\text{E-}5 \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

Páska je tvořena z gumy. Parametry, určující vlastnosti gumy v tomto modelu, jsou Youngův modul, Poissonova konstanta a hustota. Hodnoty byly zvoleny viz tabulka 11. Gumu jsme vybrali proto, protože se jedná o ilustrativní model a v práci se nám jevila, jako vhodná. Je možné výběr jiného materiálu, ale je důležité, aby bylo možné postihnout sílu, kterou by zvedal desku kondenzátoru a jeho polohu v prostoru.

| | Hodnota | Jednotka |
|----------------------|---------|-----------------|
| Youngův modul | 100 | MPa |
| Poissonova konstanta | 0,4 | - |
| Hustota | 1000 | kg/m^3 |

Tabulka 11 Tabulka parametrů pro pohyblivý pásek

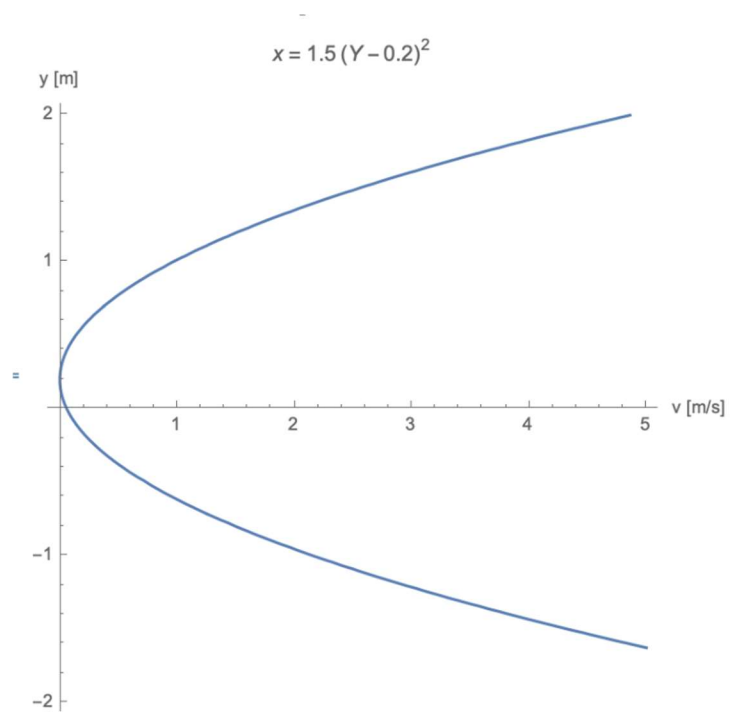
Pohyb vzduchu

Proudění vzduchu, jako okrajová podmínka je určen rovnicí (59). Tato rovnice tvoří parabolu

$$1,5 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \cdot \text{step1} \left(\frac{t}{1[\text{s}]} \right) \cdot \frac{(Y - 0,2)^2}{[\text{m}^2]} \quad (59)$$

První člen rovnice určí rychlost proudění větru, druhý člen – časový krok určující puls, který když se projeví, tak dojde k pohybu pásky a čtvrtý člen určuje parabolický tvar proudnice v prostoru. Tato rovnice je zobrazena na obrázku 29, kde je křivka zobrazena v době po proběhnutí pulsu.

K pohybu dochází i přesto, že se zdá být geometrie i profil proudění symetrický. To je způsobenou nesymetrickou meshí, která byla zvolena jako trojúhelníková. Tato malá nesymetrie dá prvotní pulz k pohybu. Z rovnice plyne, že parabola je posunutá oproti počátku o $0,2 \text{ m}$, to je z důvodu posunutí geometrie o $0,2 \text{ m}$ na ose y .



Obrázek 29 Vyobrazená rovnice proudění

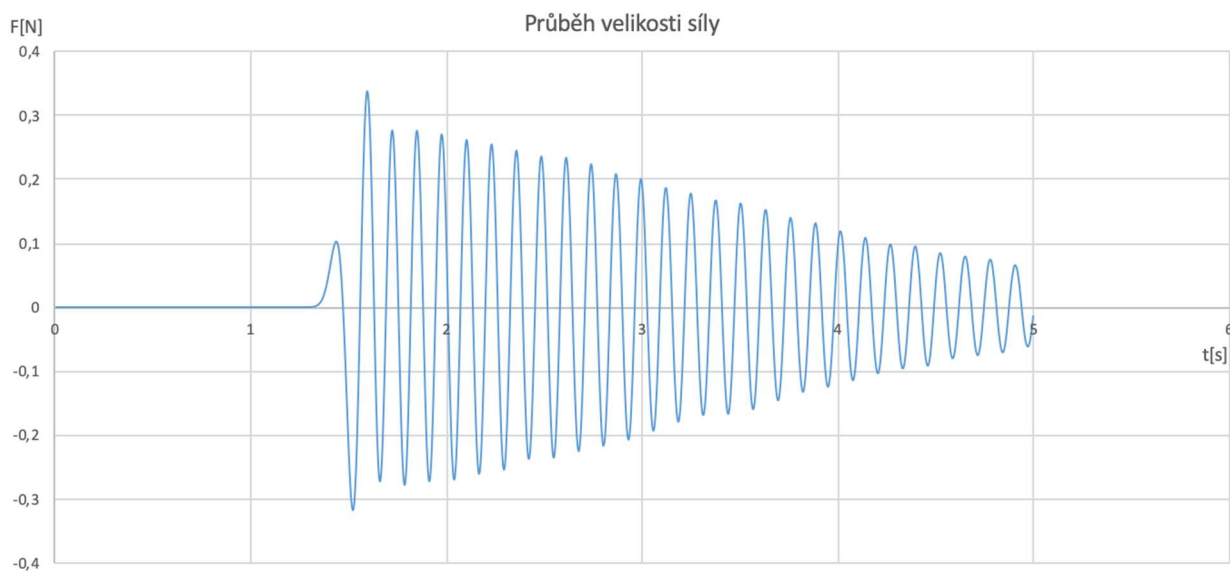
7 Propojení Modelů

Síla

Aby došlo k pohybu horní elektrody, je třeba určit sílu, kterou je třeba překonat, aby došlo k pohybu horní elektrody. Tato síla by měla být alespoň být větší, nežli je součet síly elektrické a síly gravitační. Poněvadž se jedná pouze o ilustrativní ideální model, bude dále zanedbaný vliv působících parazitních sil na horní elektrodu.

Síla, která působí na pohybující se pásku je graficky vyobrazena na obrázku 30. Zprvu je vidět velká výchylka, která je způsobena prvotním pulsem. V důsledku tohoto pohybu dochází ke kmitu, který je navíc podpořen působením proudu vzduchu.

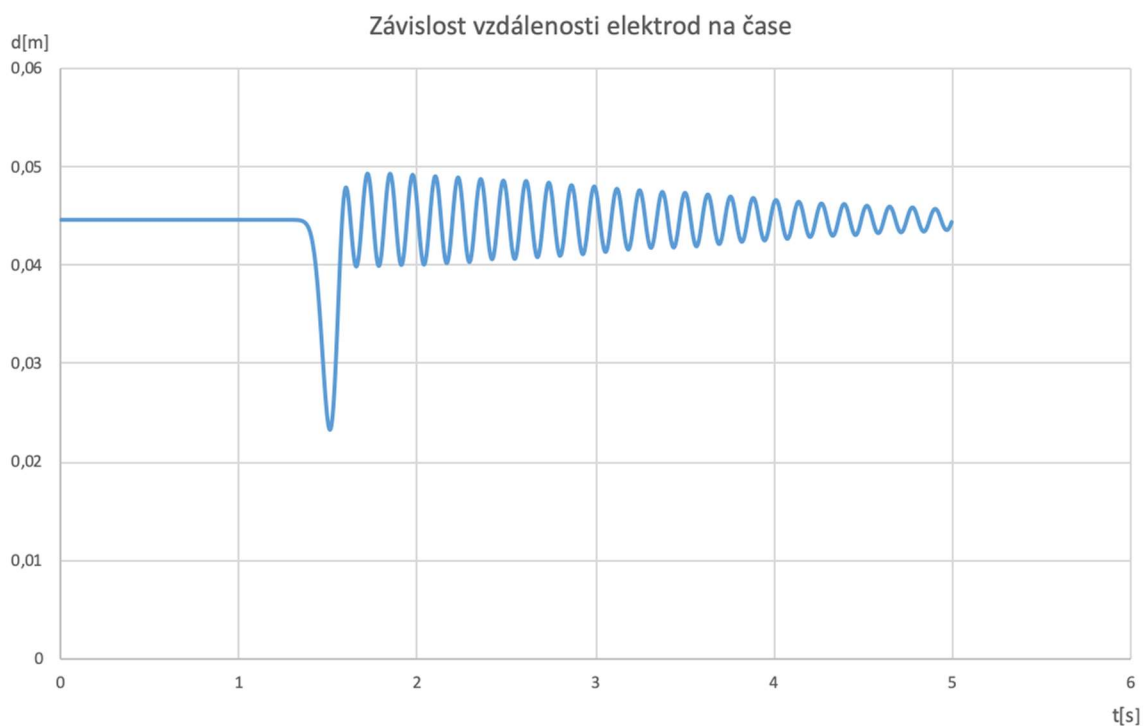
Maximální velikost síly je 0,33 N a minimální velikost je - 0,33N. Jeli síla kladná, dochází k pohybu pásky směrem nahoru, a tedy i pohybu horní elektrody směrem vzhůru. Naopak jeli síla záporná, dochází k pohybu pásky dolů, a tedy i pohybu horní elektrody směrem dolů. Tímto způsobem generovaná síla je v porovnání s elektrostatickou silou působící na nabitě elektrody dostatečná.



Obrázek 30 Průběh velikosti síly

Vzdálenost elektrod

V klidovém stavu jsou od sebe elektrody vzdáleny 0,045 m. Vibrací pásy jsou od sebe odtaženy do maximální vzdálenosti 0,049 m a nejbližže jsou u sebe ve vzdálenosti 0,023 m. Maximální výchylka, které pásek dosáhne, je zhruba 0,01 m. V prvotním pulsu jsou k sobě přitáhnuty do vzdálenosti 0,02 m a poté se gumový pásek rozkmitá okolo hodnoty 0,045 m. Průběh vzdalování a přibližování elektrod je vyobrazen na obrázku 31.

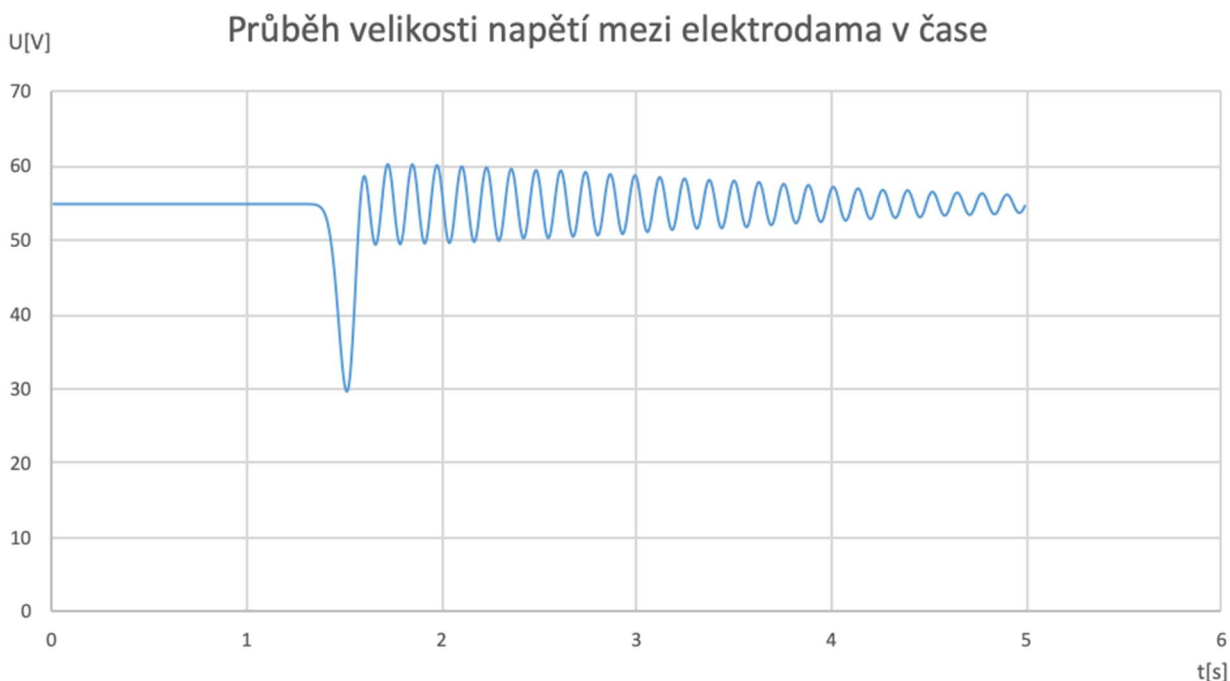


Obrázek 31 Závislost vzdalování elektrod na čase

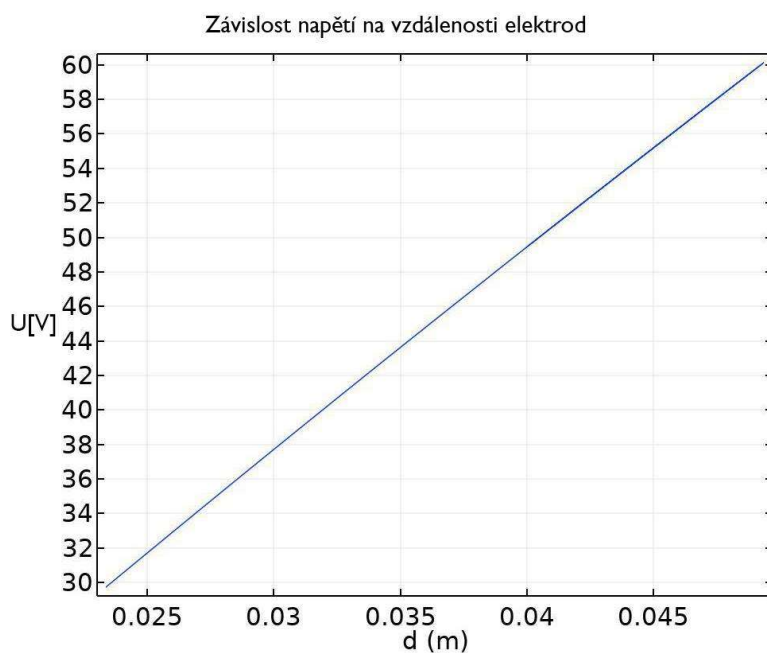
Konstantní náboj

V tomto případě nejdříve nabijeme kondenzátor, poté odpojíme zdroj napětí. V tomto případě byl na kondenzátor přiveden náboj o hodnotě $1,19 \cdot 10^{-8}$ C. Z obrázku 32 vidíme průběh napětí mezi elektrodami při pohybu pásku. Minimální získaná hodnota je 30 V a maximální získaná hodnota je 60 V. Hodnoty napětí kmitají okolo velikosti 55 V. Tato hodnota napětí je mezi elektrodami v klidovém stavu. Dále je vidět spojitost s grafem na obrázku 31. Tyto grafy mají zcela stejný tvar křivky, což vychází ze vztahu (21). To lze očekávat, neboť generované napětí je přímo úměrné vzdálenosti elektrod.

Na obrázku 33 je vyobrazen graf závislosti napětí na vzdálenosti elektrod. Vidíme opět lineární závislost, která je předpokládána vztahem (21). Tuto lineární závislost, která nepřechází v parabolickou, přisuzujeme tomu, že k pohybu dochází pouze v malém rozsahu vzdáleností. V tomto případě jsme získali v 0,03 m hodnotu napětí 38 V. Tato hodnota je řádově blízká hodnotě, kterou jsme získali pouze při parametrickém pohybu, kde tato hodnota byla 25,29 V.



Obrázek 32 Průběh velikosti napětí mezi elektrodama v čase

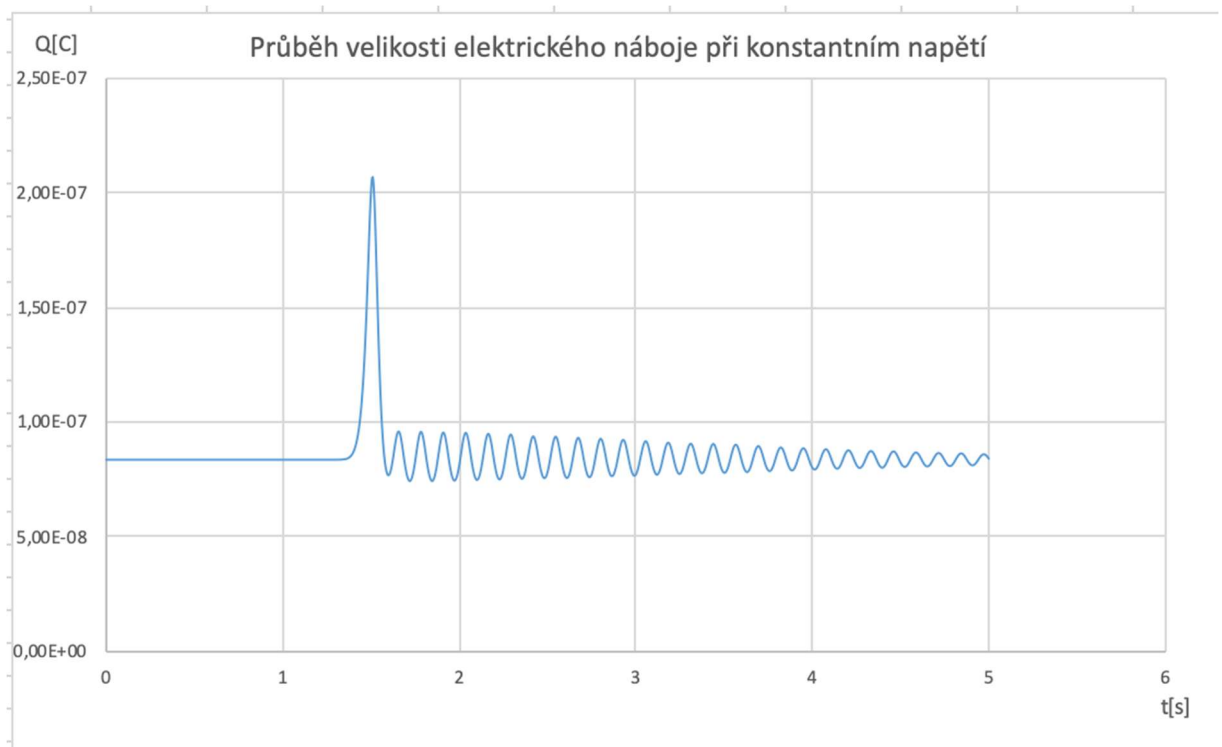


Obrázek 33 Závislost napětí na vzdálenosti elektrod

Konstantní napětí

V tomto případě nejdříve připojíme zdroj napětí, který bude udržovat konstantní hodnotu napětí a pohybem budeme měnit náboj na elektrodách. Což by vedlo k vytvoření zdroje proudu. Přivedené napětí na kondenzátor je 300 V. Maximální hodnota elektrického náboje je $2,07E-7$ ve vzdálenosti 0,02m a minimální hodnota elektrického náboje je $7,47E-8$ ve vzdálenosti 0,049 m. Ve vzdálenosti 0,03m je na elektrodách náboj o velikosti $1,37E-07$, který odpovídá hodnotě elektrického náboje, získaného v případě pouze parametrického pohybu viz tabulka 8.

Na obrázku 34 je vyobrazen průběh velikosti elektrického náboje při konstantním napětí. Na křivce je zajímavé, že její první výchylka z rovnovážné polohy je směrem k vyšším hodnotám na ose y, tento pohyb rovněž vyplývá ze vztahu (21).

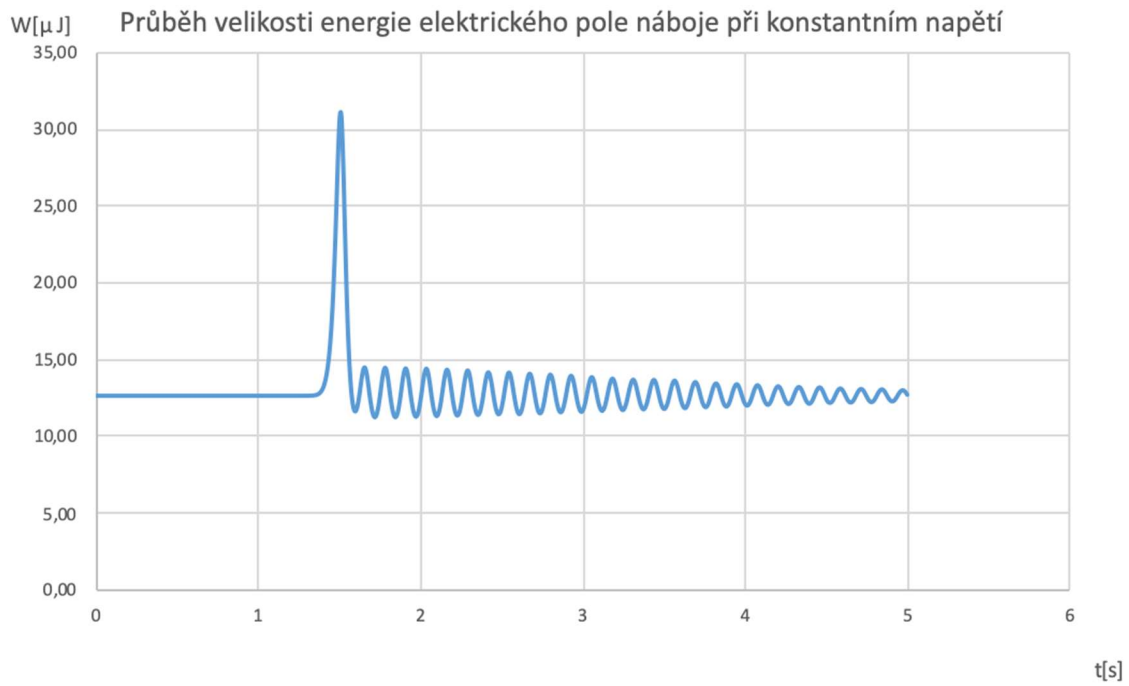


Obrázek 34 Průběh velikosti elektrického náboje v čase

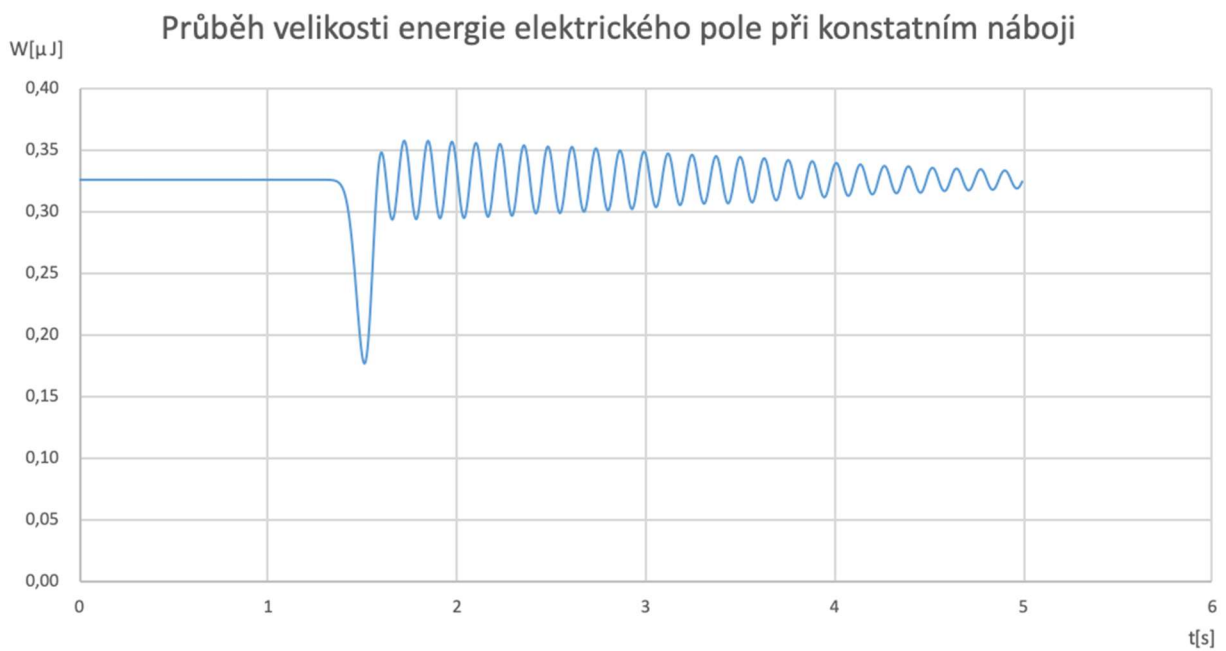
Průběh energie elektrického pole nabitého deskového kondenzátoru

Energii elektrického pole byla počítána pro případ konstantního napětí i pro případ při konstantním náboji vztahem (12). Z grafů je patrné, že více energie jsme vyrobili v případě, kdy zdroj zůstal připojený. Jedná se však pouze o desítky μJ , což je i tak velmi malé množství energie. V případě, kdy jsme kondenzátor nabili a poté zdroj odpojili, jsme vyrobili energii v řádech desetin μJ ,

Energii by bylo možné zvětšit, například zvětšením kapacity, to by bylo možné propojením více kondenzátorů paralelně anebo zvětšením napětí, jak plyne ze vztahu (12).



Obrázek 35 Průběh velikosti energie elektrického náboje při konstantním napětí

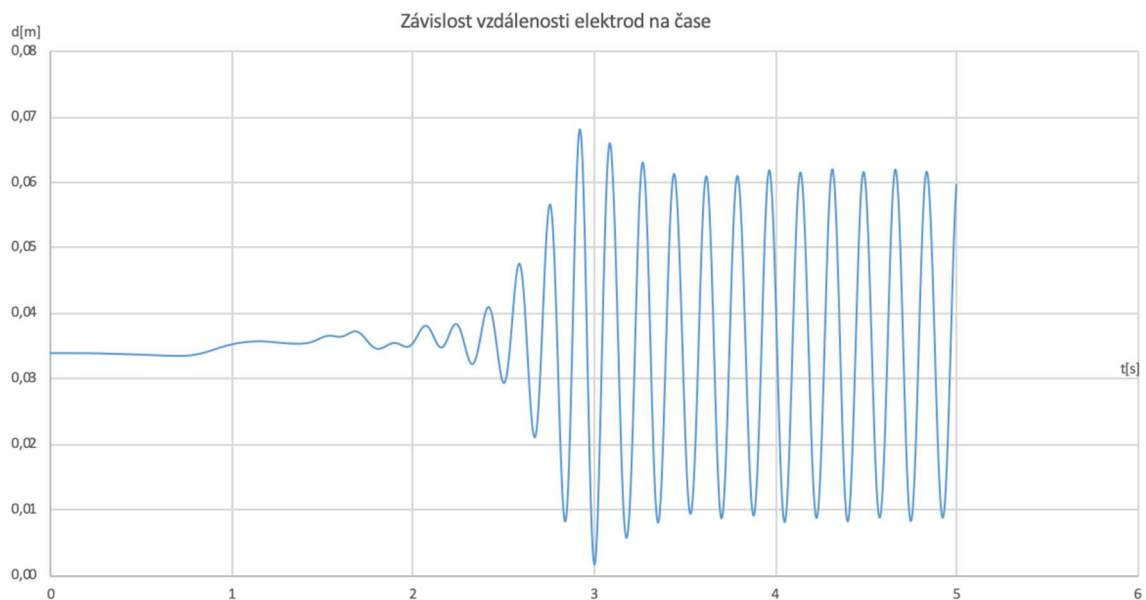


Obrázek 36 Průběh velikosti energie elektrického náboje při konstantním náboji

Změna proudícího média

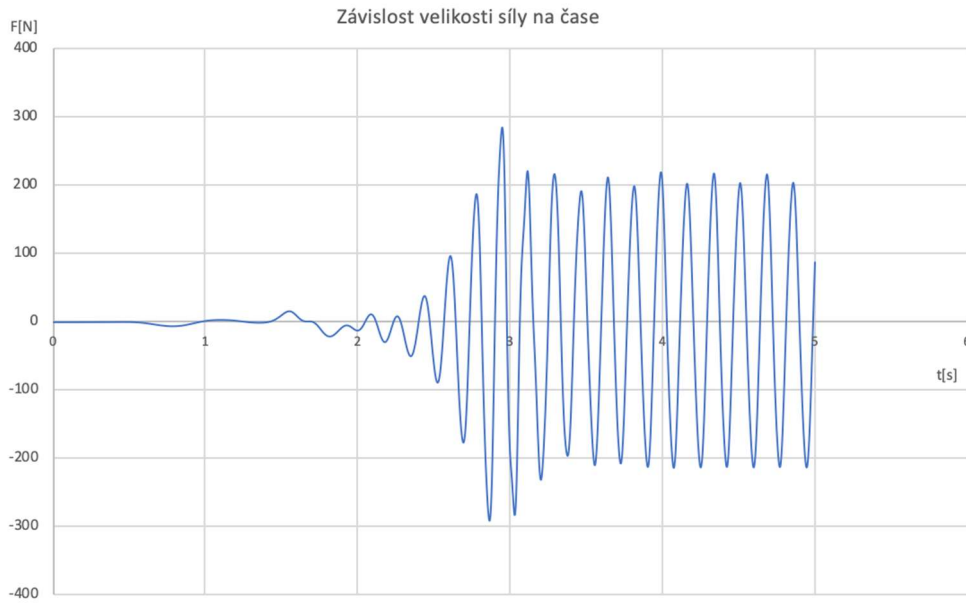
Nad rámec zadání této bakalářské práce jsme vyzkoušeli vyměnit proudící médium v modelu, vzduch za vodu. V tomto případě by bylo mechanické zařízení vloženo například do potrubí a mechanicky propojeno s kondenzátorem, který by byl ponechán ve vzduchu. Proudem vody by pak docházelo k rozkmitání pásky.

Geometrii i materiál mechanické pásky byl ponechán stejný, jako v případě proudící vody. Zkoumána byla pouze závislost velikosti síly a vzdálenosti elektrod na čase. Na obrázku 37 je vyobrazený graf závislosti vzdálenosti elektrod na čase. V tomto případě se elektrody od sebe vzdálí do maximální vzdálenosti 0,068m a nejvíce se přiblíží do vzdálenosti 0,004m. Velikost amplitudy se na rozdíl od vzduchu zdá stabilnější.



Obrázek 37 Průběh vzdálenosti elektrod na čase

Na obrázku 38 je zobrazen průběh velikosti síly v čase. Maximální síla působící na gumovou pásku je 280 N a nejmenší síla je -280 N. I v tomto případě se zdá, že nedochází k útlumu, jako tomu bylo v předešlém případě. Velikost působící síly je téměř 1000krát větší nežli při proudění vzduchu.



Obrázek 38 Průběh velikosti síly v čase

Shrnutí výsledků z propojení modelů

Simulace byla prováděna za zjednodušených, ideálních podmínek. Zanedbána byla například gravitační síla. Při rozkmitání pásky vzduchem jsme došli k příliš malé působící síle, která by v reálném případě nebyla schopna zvednout desku kondenzátoru, poněvadž gravitační síla by byla větší než maximální síla, kterou bylo možné dosáhnout při rozkmitání pásky. Proto by při reálné aplikaci bylo potřeba nalézt vhodnější materiály, ze kterých by bylo možné vyrobit elektrody.

V případě, kdy jsme na kondenzátor přivedli elektrický náboj o velikosti $1,19E-08$ C jsme získali maximální hodnotu napětí 60 V, minimální hodnotu 30 V a napětí v neutrální poloze 55 V.

Ve druhém případě jsme udržovali zdrojem napětí konstantní napětí na kondenzátoru. V tomto případě jsme dostali maximální hodnotu elektrického náboje $2E-07$ C, minimální hodnotu elektrického náboje $7,47E-8$ C a náboj v neutrální poloze $1,19E-08$ C. Přivedené napětí bylo rovno 300 V.

Jako další celkový výstup práce byla počítána velikost elektrické energie. Ta dle vztahu (12) závisí na případě, který zvolíme, protože závisí především na velikosti napětí, jelikož počítáme s jeho kvadrátem. Zvolíme-li případ, kdy udržujeme konstantní napětí, získáváme maximální hodnotu energie v řádu desítkách μ J. Ve druhém případě, kdy dojde k nabití kondenzátoru a následném odpojení elektrického zdroje, získáváme maximální hodnotu elektrické energie téměř 100krát menší nežli v případě předešlém.

Na závěr byl vytvořen model s výměnou proudícího média. Vyzorovali jsme, že voda působí na pásek mnohem větší silou nežli vzduch, téměř 1000krát, a tudíž by bylo možné již nezanedbávat vlivy parazitních sil (gravitační), které působí na pohyblivou desku kondenzátoru. Jelikož maximální výchylka při proudění vzduchem je 0,01 m u vody je tato výchylka 0,07 m, což by mohlo být více výhodné, poněvadž bychom dostali větší rozptyl napětí a náboje a tím i větší energii, kterou bychom mohli získat.

8 Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo namodelovat generátor, který bude tvořen kondenzátorem s mechanickým zařízením a elektrickou energií bude generovat pohybem elektrody. Pohyb elektrody bude působen rozkmitáním pružné části mechanického zařízení.

Nejprve byly analyticky vypočteny veličiny, jako je elektrická kapacita, náboj a intenzita elektrického pole. Poté byl modelován kondenzátor v programu Wolfram Mathematica. V tomto případě byla pro výpočet veličin elektrického pole použita metoda finite difference method. Dále byl modelován kondenzátor v programu Comsol Multiphysics, kde byla použita metoda finite element method. Následovalo porovnání výstupů ze všech prezentovaných modelů a byla shledána shoda. V tomto momentě jsme považovali modely za nejvíce reálné, poněvadž jsme dospěli ke stejným výsledkům různými metodami.

V druhé části byl porovnáván parametrický pohyb a spojitý pohyb desek kondenzátoru. Zde bylo zjištěno, že pouze málo závisí na typu pohybu a tedy, že při propojení modelů je možné použít i parametrický pohyb.

Ve třetí části byla tvořena simulace mechanického zařízení, které by bylo schopné rozkmitání. Toto zařízení jsme zkoušeli pro proudící vzduch a proudící vodu. Bohužel jsme v případě proudění vzduchu nedocílili dostatečně velké působící síly, která by byla schopná v reálném případě pohnout kondenzátorem, aniž bychom zanedbali parazitní síly. Z tohoto důvodu bych řekla, že při použití tohoto pružného materiálu, této geometrie, tohoto profilu a hlavně vstupní rychlosti proudění byl model s proudící vodou úspěšnější.

Ve čtvrté části byly tyto modely propojeny a zhodnoceny. Reálné použití tohoto generátoru je možné zhodnotit následně.

Pro případ, kdyby byl pohyb inicializován vzduchem bylo by možné generátor využít například pro napájení akumulátorů, či senzorů, které jsou vzdálené, a proto je obtížné zajistit zásobování energie vedením kabelů. Bylo by ovšem zapotřebí použít více kondenzátorů a paralelně je zapojit, aby došlo k navýšení kapacity.

Uvažujeme-li například využitelný potenciál znečištěné již použité vody, bylo by možné zajistit pohyb mechanické části zařízení například umístěním zařízení do potrubí odpadních vod a tím inicializovat pohyb pásky. Voda, která odteče při sprchování, vaření, či koupání by tak mohla dále posloužit k vytvoření elektrické energie.

Použitá literatura

- [1] SEDLÁK, Bedřich a Ivan ŠTOLL. Elektřina a magnetismus. SEDLÁK, Bedřich a Ivan ŠTOLL. *Elektřina a magnetismus*. 4. Praha: Karolinum, 2017, 17 - 19. ISBN 978-80-246-3146-2.
- [2] BENEŠ, Jiří, Jaroslava KYMPLOVÁ a František VÍTEK. *Základy fyziky pro lékařské a zdravotnické obory: pro studium i praxi*. 2015. Praha: Grada Publishing, 2015. ISBN 978-80-247-4712-5.
- [3] BENEŠ, Jiří, Jaroslava KYMPLOVÁ a František VÍTEK. *Základy fyziky pro lékařské a zdravotnické obory: pro studium i praxi. Základy fyziky pro lékařské a zdravotnické obory: pro studium i praxi*. 1. Praha: Grada Publishing, 2015, s. 75. ISBN 978-80-247-4712-5.
- [4] ROSINA, Jozef, Jana VRÁNOVÁ, Hana KOLÁŘOVÁ a Jiří STANEK. *Biofyzika: Pro zdravotnické a biomedicínské obory. Biofyzika: Pro zdravotnické a biomedicínské obory*. 1. Praha: Grada Publishing, 2013, s. 92. ISBN 978-80-247-4237-3.
- [5] PANKRÁČ, Vítězslav. *Pomocné texty k přednáškám z teorie elektromagnetického pole*. Praha, 2015, s.11.
- [6] PANKRÁČ, Vítězslav. *Pomocné texty k přednáškám z teorie elektromagnetického pole*. Praha, 2015, s.44-45.
- [7] PANKRÁČ, Vítězslav. *Pomocné texty k přednáškám z teorie elektromagnetického pole*. Praha, 2015, s.44.
- [8] PANKRÁČ, Vítězslav. *Pomocné texty k přednáškám z teorie elektromagnetického pole*. Praha, 2015, s.31.
- [9] DOLEŽEL, Ivo. *Electromagnetic field: Učební texty*. 1. Praha
- [10] PANKRÁČ, Vítězslav. *Pomocné texty k přednáškám z teorie elektromagnetického pole*. Praha, 2015, s.32.
- [11] PANKRÁČ, Vítězslav. *Pomocné texty k přednáškám z teorie elektromagnetického pole*. Praha, 2015, s.141.
- [12] PANKRÁČ, Vítězslav. *Pomocné texty k přednáškám z teorie elektromagnetického pole*. Praha, 2015, s.40.
- [13] RAMESH, Garg, *Analytical and Computational Methods in Electromagnetics*, Artech House, 2008, str. 254-256.
- [14] MDPI and ACS Style Nabavi, S.; Zhang, L. Portable Wind Energy Harvesters for Low-Power Applications: A Survey. *Sensors* 2016, 16, 1101.
- [15] PANKRÁČ, Vítězslav. *Pomocné texty k přednáškám z teorie elektromagnetického pole*. Praha, 2015, s.167.
- [16] DOLEŽEL, Ivo. *Electromagnetic field: Učební texty*. 1. Praha
- [17] GARG, Ramesh *Analytical and Computational Methods in Electromagnetics*, Artech House, 2008, str. 236-238.
- [18] Vibrating Beam in Fluid Flow. *Www.comsol.com* [online]. [cit. 2020-08-10]. Dostupné z: <https://www.comsol.com/model/vibrating-beam-in-fluid-flow-9408>

Seznam obrázků

| | |
|--|----|
| OBRÁZEK 1 GAUSSOVA VĚTA ELEKTROSTATIKY PRO VODIVOU ROVNOMĚRNĚ NABITOU ROVINU [15] | 6 |
| OBRÁZEK 2 ELEKTRICKÉ POLE KONDENZÁTORU [15] | 7 |
| OBRÁZEK 3 ZNÁZORNĚNÍ GRADIENTU | 9 |
| OBRÁZEK 4 ROZLOŽENÍ POTENCIÁLŮ VE ČTVERCOVÉ MŘÍŽCE [17] | 12 |
| OBRÁZEK 5 ROZLOŽENÍ POTENCIÁLŮ MEZI ELEKTRODAMI V1, V2, V5 A V4 [17] | 13 |
| OBRÁZEK 6 VÝPOČET NÁBOJE V PROGRAMU MATHEMATICA [18] | 17 |
| OBRÁZEK 7 PŘÍKLAD GEOMETRIE VYTVOŘENÉ V COMSOL MULTIPHYSICS | 18 |
| OBRÁZEK 8 UKÁZKA HRUBŠÍ MOŽNÉ SÍTĚ | 20 |
| OBRÁZEK 9 UKÁZKA JEMNĚJŠÍ MOŽNÉ SÍTĚ | 20 |
| OBRÁZEK 10 PŘÍKLAD PŘÍLIŠ ZDEFORMOVANÉ MESHE | 21 |
| OBRÁZEK 11 PŘÍKLAD MESHE PO TVORBĚ NOVÉ MESHE | 21 |
| OBRÁZEK 12 UKÁZKA VSTUPNÍCH HODNOT ZADÁVANÝCH DO ANALOGICKÉHO VÝPOČTU | 22 |
| OBRÁZEK 13 GRAF ELEKTRICKÉ INTENZITY V ZÁVISLOSTI NA VZDÁLENOSTI ELEKTROD | 27 |
| OBRÁZEK 14 GRAF ZÁVISLOSTI SÍLY NA VZDÁLENOSTI ELEKTROD | 28 |
| OBRÁZEK 15 ROZLOŽENÍ ELEKTRICKÉHO POTENCIÁLU V POLI | 29 |
| OBRÁZEK 16 ROZLOŽENÍ EKVIPOTENCIÁL V POLI | 30 |
| OBRÁZEK 17 ROZLOŽENÍ ELEKTRICKÉHO POTENCIÁLU V ŘEZU | 31 |
| OBRÁZEK 18 ZÁVISLOST ELEKTRICKÉHO NÁBOJE NA VZDÁLENOSTI ELEKTROD | 34 |
| OBRÁZEK 19 ZÁVISLOST ELEKTRICKÉHO NÁBOJE NA DÉLCE ELEKTRODY | 35 |
| OBRÁZEK 20 ROZLOŽENÍ ELEKTRICKÉHO POTENCIÁLU | 35 |
| OBRÁZEK 21 ZÁVISLOST ELEKTRICKÉHO NÁBOJE NA DÉLCE ELEKTRODY – POROVNÁNÍ | 38 |
| OBRÁZEK 22 ZÁVISLOST ELEKTRICKÉHO NÁBOJE NA VZDÁLENOSTI ELEKTROD – POROVNÁNÍ | 39 |
| OBRÁZEK 23 POROVNÁNÍ PRŮŘEZŮ POTENCIÁLOVÉHO POLE | 40 |
| OBRÁZEK 24 GRAF ZÁVISLOSTI NÁBOJE NA VZDÁLENOSTI ELEKTROD – PARAMETRICKÝ POHYB | 42 |
| OBRÁZEK 25 GRAF ZÁVISLOSTI NAPĚTÍ NA VZDÁLENOSTI ELEKTROD – PARAMETRICKÝ POHYB | 44 |
| OBRÁZEK 26 ZÁVISLOST NÁBOJE NA VZDÁLENOSTI ELEKTROD PŘI KONSTANTNÍM NAPĚTÍ – SPOJITÝ POHYB | 46 |
| OBRÁZEK 27 ZÁVISLOST NÁBOJE NA VZDÁLENOSTI ELEKTROD PŘI KONSTANTNÍ HODNOTĚ NÁBOJE – SPOJITÝ POHYB | 47 |
| OBRÁZEK 28 GEOMETRIE MECHANICKÉHO ZAŘÍZENÍ | 48 |
| OBRÁZEK 29 VYOBRAZENÁ ROVNICE PROUDĚNÍ | 50 |
| OBRÁZEK 30 PRŮBĚH VELIKOSTI SÍLY | 51 |
| OBRÁZEK 31 ZÁVISLOST VZDALOVÁNÍ ELEKTROD NA ČASE | 52 |
| OBRÁZEK 32 PRŮBĚH VELIKOSTI NAPĚTÍ MEZI ELEKTRODAMA V ČASE | 53 |
| OBRÁZEK 33 ZÁVISLOST NAPĚTÍ NA VZDÁLENOSTI ELEKTROD | 54 |
| OBRÁZEK 34 PRŮBĚH VELIKOSTI ELEKTRICKÉHO NÁBOJE V ČASE | 55 |
| OBRÁZEK 35 PRŮBĚH VELIKOSTI ENERGIE ELEKTRICKÉHO NÁBOJE PŘI KONSTANTNÍM NAPĚTÍ | 56 |
| OBRÁZEK 36 PRŮBĚH VELIKOSTI ENERGIE ELEKTRICKÉHO NÁBOJE PŘI KONSTANTNÍM NÁBOJI | 56 |

| | |
|---|----|
| OBRÁZEK 37 PRŮBĚH VZDÁLENOSTI ELEKTROD NA ČASE | 57 |
| OBRÁZEK 38 PRŮBĚH VELIKOSTI SÍLY V ČASE | 58 |

Seznam tabulek

| | |
|---|----|
| TABULKA 1 REÁLNÉ VELIKOSTI ELEMENTŮ V RŮZNÝCH TYPECH MESHE | 21 |
| TABULKA 2 TABULKA VYPOČTENÝCH HODNOT POMOCÍ OBECNÝCH VZORCŮ | 26 |
| TABULKA 4 TABULKA NAMĚŘENÝCH A VYPOČTENÝCH HODNOT V PROGRAMU COMSOL MULTIPHYSICS..... | 32 |
| TABULKA 5 TABULKA ZOBRAZUJÍCÍ VLIV MESHE A INTEGRAČNÍ PLOCHY NA HODNOTU ELEKTRICKÉHO NÁBOJE..... | 33 |
| TABULKA 6 TABULKA K POROVNÁNÍ MODELŮ | 36 |
| TABULKA 7 TABULKA K POROVNÁNÍ MODELŮ | 37 |
| TABULKA 8 TABULKA VYPOČTENÝCH HODNOT PRO PARAMETRICKÝ POHYB ELEKTRODY PŘI KONSTANTNÍM NAPĚTÍ | 42 |
| TABULKA 9 TABULKA VYPOČTENÝCH HODNOT PRO PARAMETRICKÝ POHYB ELEKTRODY PŘI KONSTANTNÍ HODNOTĚ NÁBOJE .. | 43 |
| TABULKA 10 TABULKA VYPOČTENÝCH HODNOT PRO SPOJITÝ POHYB ELEKTRODY PŘI KONSTANTNÍM NAPĚTÍ..... | 46 |
| TABULKA 11 TABULKA VYPOČTENÝCH HODNOT, PŘI KONSTANTNÍM NÁBOJI | 47 |
| TABULKA 12 TABULKA PARAMETRŮ PRO POHYBLIVÝ PÁSEK | 49 |

Seznam příloh

| |
|---|
| PŘÍLOHA 1 FINITE_DIFFERENCE_METHOD.NB |
| PŘÍLOHA 2 FINITE_DIFFERENCE_METHOD_VYPOCET_NABOJE.NB |
| PŘÍLOHA 3 ANALYTICKY_MODEL_VYPOCTY.NB |
| PŘÍLOHA 4 KONDENZATOR.NB |
| PŘÍLOHA 5 PARAMETRICKY_POHYB.MPH |
| PŘÍLOHA 6 SPOJITY_POHYB.MPH |
| PŘÍLOHA 7 PROUDENI_VZDUCHU.MPH |
| PŘÍLOHA 8 PROUDENI_VODY.MPH |
| PŘÍLOHA 9 SPOJITY_POHYB.XLSX |
| PŘÍLOHA 10 PARAMETRICKY_POHYB.XLSX |
| PŘÍLOHA 11 POROVNANI_MODELU.XLSX |
| PŘÍLOHA 12 TABULKY_PROUDENI_VZDUCHU.XLSX |