



**FAKULTA
STROJNÍ
ČVUT V PRAZE**

Ústav automobilů, spalovacích motorů
a kolejových vozidel

Dvě experimentální úlohy pro zaměření
motorová vozidla

Two experimental tasks for specialisation
Motor Vehicles

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
2020

Ondřej Včelák

Studijní program: B2342 TEORETICKÝ ZÁKLAD STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
Studijní obor: 2301R000 Studijní program je bezoborový
Vedoucí práce: Ing. Lukáš Kazda, Ing. Jiří Pakosta, Ph.D.



ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Včelák** Jméno: **Ondřej** Osobní číslo: **474997**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Dvě experimentální úlohy pro zaměření motorová vozidla

Název bakalářské práce anglicky:

Two experimental tasks for specialisation Motor Vehicles

Pokyny pro vypracování:

Měření momentu setrvačnosti: Dokončete přípravek navržený v rámci DP pana Raghavendara Balajiho. Připravte podrobný popis přípravy experimentální úlohy pro pedagogy. Připravte powerpointovou prezentaci s vysvětlujícím postupem experimentální úlohy pro studenty. Připravte poster popisující úlohu. Funkčnost připravené úlohy demonstруйте na zpracovaném měření rotačně symetrické i nesymetrické součásti

Měření účinnosti kabelů řazení: Proveďte rešerši přípravků pro navrhované řešení. Sestavte jednoduché měřicí zařízení, kde bude možné s dostatečnou přesností určit chybu jednotlivých elementů řadicího mechanismu.

Seznam doporučené literatury:

R. Balaji. Improvement of the existing test stands. Diplomová práce. ČVUT v Praze. 2019

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

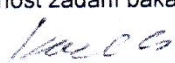
Ing. Lukáš Kazda, ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Ing. Jiří Pakosta, Ph.D., ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel FS

Datum zadání bakalářské práce: **04.05.2020** Termín odevzdání bakalářské práce: **15.07.2020**

Platnost zadání bakalářské práce:


Ing. Lukáš Kazda
podpis vedoucí(ho) práce


doc. Ing. Oldřich Vítek, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry



prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

23.6.2020

Datum převzetí zadání


Podpis studenta

Anotační záznam

Jméno autora:	Ondřej Včelák
Název práce:	Dvě experimentální úlohy pro zaměření motorová vozidla
Anglický název:	Two experimental tasks for specialisation Motor Vehicles
Rozsah práce:	68 stran 49 obrázků 9 tabulek 5 grafů
Akademický rok:	2019/2020
Ústav:	12 120 Ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel
Studijní program:	B2342 TEORETICKÝ ZÁKLAD STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
Vedoucí práce:	Ing. Lukáš Kazda, Ing. Jiří Pakosta, Ph.D.
Klíčová slova:	Moment setrvačnosti, měření momentu setrvačnosti, metoda torzních kmitů, inklinometr, úpravy měřicího stanoviště, mechanismus řadící páky, lanovody, účinnost, třecí ztráty
Key words:	Moment of inertia, measurement of moment of inertia, method of torsional oscillations, inclinometer, modifications of measuring station, gear lever mechanism, Bowden cables, efficiency, friction losses

Abstrakt

Bakalářská práce je rozdělena na dvě části. První část se věnuje teorii momentu setrvačnosti, možnostem jeho měření a problematice měření úhlů pomocí inklinometru a dále čtenáře seznámí s laboratorním stanovištěm pro měření momentů setrvačnosti. Její praktické cíle jsou úprava laboratorního stanoviště a tvorba materiálů pro výuku na tomto stanovišti. Druhá část práce se zabývá měřením účinnosti mechanismu řadící páky. Seznámí čtenáře s pojmy jako účinnost, tření, siloměry, lanovody. Cílem druhé části je výroba měřicí aparatury a tvorba jednoduché metodiky pro změření účinnosti reálné soustavy řadící páky a k ní připojených lanovodů.

Abstract

The bachelor thesis is divided into two parts. The first part discusses the theory of the moment of inertia, options for its measurement and the problems of measuring angles using an inclinometer. It also acquaints the reader with the laboratory station for measuring moments of inertia. The practical goals of the first part are a modification of the laboratory station and creating educational materials for teaching at this station. The second part of the thesis deals with measuring the efficiency of the gear lever assembly. It presents to the reader concepts such as efficiency, friction, load cells and Bowden cables. The goals of the second part are to construct measuring equipment and an invention of a simple methodology for measuring the efficiency of a real gear lever system with the connected Bowden cables.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma: “Dvě experimentální úlohy pro zaměření motorová vozidla” vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu zdrojů, jenž tvoří poslední kapitolu této práce.

V Praze dne:

.....

(podpis autora)

Poděkování

Tímto bych rád velice poděkoval Ing. Lukáši Kazdovi, za vedení mé práce, asistenci u praktických částí práce a za skvělou komunikaci během celé spolupráce. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Jiřímu Pakostovi, Ph.D. za cenné nápady a konzultace ohledně druhé části mé bakalářské práce a doc. Dr. Ing. Gabriele Achtenové za zadání bakalářské práce. Nakonec bych rád poděkoval Ing. Janu Včelákovi za rady při výrobě měřící aparatury.

Obsah

Úvod	9
1 Moment setrvačnosti	10
1.1 Odvození.....	10
1.2 Tenzor setrvačnosti	13
1.3 Huygens – Steinerova věta	16
1.4 Experimentální měření momentů setrvačnosti	17
1.4.1 Měření při zavěšení tělesa pod úhlem	20
2 Součásti stanoviště	23
2.1 Světelná závora	23
2.2 Inklinometr	24
2.3 Tištěný spoj.....	24
2.4 DAQ CARD 6062E.....	25
2.5 LABVIEW	25
3 Inklinometr	27
3.1 Inklinometr obecně	27
3.2 MEMS technologie	27
3.3 Princip měření	28
3.4 Osy	29
3.5 Určení úhlu naklonění a kalibrace inklinometru	30
4 Úpravy měřícího stanoviště.....	34
4.1 Kryt na tištěný spoj.....	34
4.2 Opravy zapojení.....	36
4.3 Poster	38
4.4 Experimentální měření.....	38
5 Měření účinnosti kabelů řazení.....	42
5.1 Mechanismy řazení	42
5.1.1 Řazení řadícími tyčemi	42
5.1.2 Řazení otočným hřídelem	42
5.1.3 Řazení pomocí lanovodů	42
6 Tření.....	45
6.1 Teorie.....	45

6.2 Suché tření.....	45
6.2.1 Smykové tření.....	45
6.2.2 Statické tření	47
6.3 Valivé tření	48
7 Účinnost.....	49
7.1 Teorie.....	49
8 Měření síly	51
8.1 Snímače síly	51
8.2 Siloměry.....	52
9 Nejistoty a chyby měření.....	53
9.1 Chyba měření	53
9.2 Nejistota měření.....	53
10 Experiment	55
10.1 Návrh experimentu	55
10.2 Výroba měřícího zařízení.....	56
10.3 Provedení testů	58
10.4 Vyhodnocení výsledků.....	59
Závěr	63
Seznam obrázků	64
Seznam grafů.....	65
Seznam tabulek	65
Seznam příloh.....	65
Použitá literatura.....	66

Úvod

Téma bakalářské práce jsem si zvolil, protože jsem chtěl řešit reálné problémy. Zároveň se mi líbilo, že řešení, které sám navrhnu, v rámci bakalářské práce i vyrobím a zůstane na fakultě pro potřeby dalších studentů. Práce je rozdělena na dvě části.

První část je rozsáhlejší a zabývá se měřením momentu setrvačnosti. V teoretické části rozeberu fyzikální podstatu momentu setrvačnosti, jeho využití v úlohách z mechaniky a odvodím princip jeho měření pomocí metody torzních kmitů, která se využívá v laboratořích Ústavu automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel na Julisce při výuce studentů. V teoretické části dále stručně popíši komponenty laboratorního stanoviště a vysvětlím princip fungování inklinometrů. Cílem této části práce je dokončit úpravy laboratorního stanoviště a vytvořit podklady pro výuku. Úpravy sestávají z výroby krytu pro tištěný spoj a implementace nové kabeláže pro připojování jednotlivých elektronických snímačů. Funkčnost nového zapojení demonstruji vlastním měřením momentu setrvačnosti. Pro potřeby výuky vytvořím poster vysvětlující postup měření a k němu přidruženou prezentaci. Obojí napíši v angličtině, protože výuky se účastní i studenti ze zahraničních programů.

V druhé části se budu věnovat měření účinnosti řadícího mechanismu sestávajícího z tělesa řadící páky a k ní připojených lanovodů. V teoretické části vysvětlím fungování řadícího mechanismu, nastíním problematiku tření a účinnosti a stručně se zmíním o možnostech měření sil a určování nejistot při praktickém měření. Cílem této části je vytvoření měřicí aparatury, ke které lze připojit zkoumanou sestavu a následně vymyslet jakým způsobem lze účinnost sestavy změřit a tuto metodiku popsat. Nakonec provést měření a interpretovat jeho výsledky. Mým předpokladem je, že účinnost řadícího mechanismu bude klesat při ohýbání trasy lanovodů.

1 Moment setrvačnosti

Moment setrvačnosti je jednou ze základních fyzikálních veličin, se kterými pracujeme v oblasti dynamiky tuhých těles. Moment setrvačnosti tělesa se projeví ve chvíli, kdy tuhé těleso koná rotační pohyb okolo dané pevné osy. Jde o vlastnost tělesa, která nám říká, jaký moment hybnosti musíme vygenerovat, aby těleso o daném momentu setrvačnosti, začalo rotovat příslušnou úhlovou rychlostí. Samotný pojem zavedl do mechaniky tuhých těles v roce 1673 Christiaan Huygens (1629-1695), avšak svůj současný název získal až v roce 1765 od Leonharda Eulera (1707-1783). Moment setrvačnosti má při zkoumání rotačního pohybu tělesa analogický význam, jako hmotnost při translačním pohybu tělesa, což bude ukázáno v rovnici pro kinetickou energii pohybujícího se tělesa. Rozdíl mezi použitím pouze hmotnosti nebo momentu setrvačnosti tkví v tom, že při rotačním pohybu nelze počítat pouze s hmotností rotujícího tělesa, ale musí se také uvažovat její rozložení okolo osy rotace. Znalost momentu setrvačnosti je nutná pro sestavení Newton – Eulerových pohybových rovnic a Lagrangeových rovnic (kde se využívá pro určení kinetické energie). Také je nedílnou součástí výpočtu torzních kmitů. Tyto matematické aparáty mají široký záběr využití při zjišťování chování pohybujících se součástí. Zajímavým příkladem využití znalosti momentu setrvačnosti je provazochodec, který používá dlouhou tyč ke svému balancování.[1] Využívá právě analogie mezi hmotností a momentem setrvačnosti. Čím je těleso těžší, tím obtížnější je ho uvést do pohybu a musí se k tomu použít větší síla. Stejně tak čím má těleso větší moment setrvačnosti, tím těžší je ho „roztočit“. Provazochodec by sám o sobě měl malý moment setrvačnosti vzhledem k lanu, po kterém jde a malé vychýlení by mohlo zapříčinit pád. Naproti tomu, pokud nese dlouhou tyč, jeho moment setrvačnosti značně vzroste a malé vychýlky bude snadněji vyvažovat.[2][3]

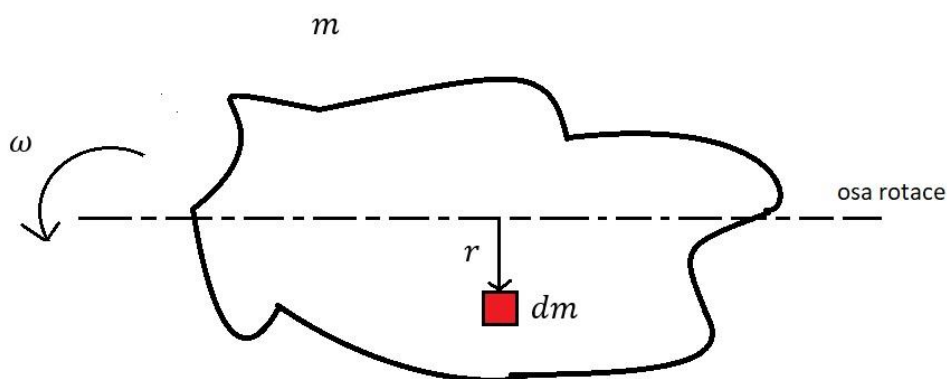
1.1 Odvození

Moment setrvačnosti I udává rotačně setrvačné vlastnosti tělesa. Jeho jednotkou je $kg * m^2$. Moment setrvačnosti hmotného bodu je uveden v rovnici 1.

$$I = m * r^2 \quad 1$$

Moment roste se zvyšující se hmotností m , a hlavně s rostoucí vzdáleností bodu od osy otáčení r , která je ve vztahu v kvadrátu. Pro obecné těleso se spojitě rozloženou hmotou, získáme moment setrvačnosti integrací přes celou hmotnost tělesa, kde dm je element hmotnosti tělesa.

$$I = \int r^2 dm \quad 2$$



Obrázek 1 - Rozložení hmoty v tělese

Integraci přes hmotnost lze nahradit integrací přes objem V dle vztahu 3. Diferenciál dm vyjádříme jako ρdV . Zde ρ je hustota tělesa. Pro homogenní těleso je konstantní, v opačném případě je funkcí polohy.

$$I = \int r^2 * \rho dV \quad 3$$

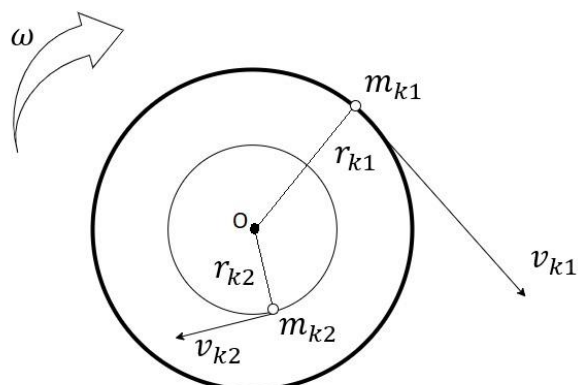
Výpočtem těchto integrací lze získat tabulkové vztahy pro momenty setrvačnosti obecných těles. Pár Několik příkladů je uvedeno v následující tabulce. Při používání tabulkových vzorců se však nesmí zapomenout na fakt, že hodnota momentu setrvačnosti (zkráceně MS) závisí i na tom, k jaké ose tělesa se vztahuje.

MS kvádru k ose x	$I = \frac{1}{12}m(b^2 + c^2)$
MS krychle k osám x, y i z	$I = \frac{1}{6}ma^2$
MS válce	$I = \frac{1}{2}mr^2$
MS koule	$I = \frac{2}{5}mr^2$
MS kužele	$I = \frac{3}{10}mr^2$

Tabulka 1 - Vzorce pro výpočet MS různých těles

Vztah 2 nyní odvodíme z rovnice pro kinetickou energii setrvačnicku. Setrvačnickem je obecně myšleno tuhé těleso rotující kolem pevné osy. Okamžitou polohu tohoto tělesa v prostoru jednoznačně určuje úhel natočení, který je v danou chvíli stejný pro všechny body tělesa. Těleso rotuje úhlovou rychlostí ω . Každý bod tělesa rotuje po kružnici, která má svůj střed v ose otáčení. Obvodová rychlost každého

bodů tělesa je však jiná a její velikost závisí na vzdálenosti r_k od osy rotace. Pro úvahu si tedy rozdělíme těleso na malé hmotné body m_k . Každému je pak přiřazena jiná obvodová rychlost $v_k = \omega * r_k$.



Obrázek 2 - Obvodové rychlosti při rotaci

Kinetická energie celého tělesa 4 je pak součtem jednotlivých kinetických energií hmotných bodů m_k .

$$E_k = \sum_k \frac{1}{2} m_k v_k^2 \quad 4$$

Následně ve vztahu 4 rozepíšeme obvodovou rychlost a získáme výchozí vzorec, pro vyjádření momentu setrvačnosti 5.

$$E_k = \sum_k \frac{1}{2} m_k (\omega * r_k)^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_k m_k r_k^2 \quad 5$$

Z rovnice rotační kinetické energie je jasné, že energie rotačního pohybu závisí na úhlové rychlosti a na rozložení hmoty tělesa v prostoru, vzhledem k ose rotace. Druhá zmíněná skutečnost je ve vzorci vyjádřená sumou hmotných bodů a jejich vzdáleností od osy, v dynamice nazývané moment setrvačnosti. Pokud sumu 6 označíme písmenem I , získáme známější tvar rovnice kinetické energie 7.

$$I = \sum_k m_k r_k^2 \quad 6$$

$$E_k = \frac{1}{2} \omega^2 I \quad 7$$

$$E_k = \frac{1}{2} v^2 m \quad 8$$

Při pohledu na rovnice 7 a 8 je vidět, na začátku avizovaná analogie mezi momentem setrvačnosti a hmotností při popisu pohybů těles. Úhlová rychlost je nahrazena rychlostí posuvnou a moment setrvačnosti pouhou hmotností. Pro výpočet momentu setrvačnosti tělesa se spojitě rozloženou

hmotou nahradíme sumaci integrálem a získáme tak hledaný vztah pro moment setrvačnosti 2.[2][3][4][5]

$$I = \int r^2 dm \quad 2$$

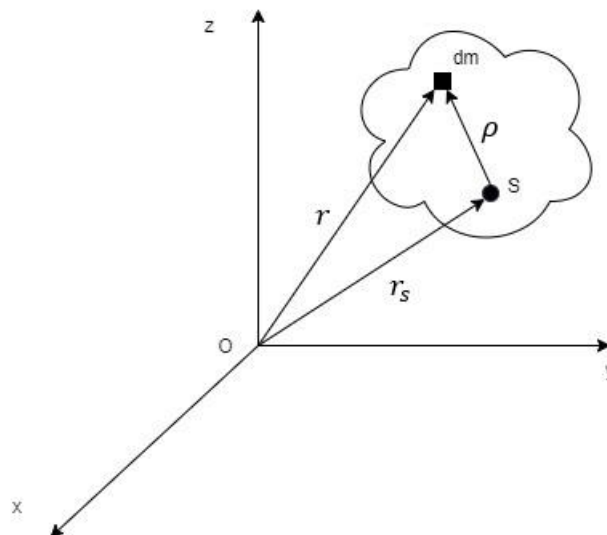
1.2 Tenzor setrvačnosti

Pro popis rotace tělesa kolem více než jedné osy, například při kloubovém uložení, je zapotřebí počítat s tenzorem (maticí) setrvačnosti. Stejně jako moment setrvačnosti definuje rozložení hmoty tělesa okolo jedné osy rotace, tak tenzor setrvačnosti udává rozložení hmoty v tělese vzhledem k souřadnému systému. S jeho znalostí lze spočítat moment hybnosti i rotační kinetickou energii tělesa vzhledem k libovolné ose rotace procházející daným pevným bodem. Pro odvození matice setrvačnosti vyjdeme z rovnice kinetické energie relativního sférického pohybu kolem pevného bodu 9.

$$E_k = \int \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \mathbf{v} dm \quad 9$$

Vektor obvodové rychlosti \mathbf{v} lze vyjádřit dle vztahu 10. Kde $\boldsymbol{\omega}$ je úhlová rychlost a $\boldsymbol{\rho}$ radiusvektor hmotného elementu vůči středu hmotnosti S, jako ekvivalent poloměru ke středu otáčení okolo jedné osy.

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\rho} = \hat{\boldsymbol{\omega}} \boldsymbol{\rho} = -\hat{\boldsymbol{\rho}} \boldsymbol{\omega} \quad 10$$



Obrázek 3 - Poloha tělesa ke středu souřadného systému

Vektory $\boldsymbol{\omega}$ a $\boldsymbol{\rho}$ dále vyjádříme jako antisymetrické matice (čili $\Omega_{ij} = -\Omega_{ji}$, $\boldsymbol{\Omega}^T = -\boldsymbol{\Omega}$). Uvažujeme pohyb v kartézských souřadnicích. Vektory $\boldsymbol{\omega}$ a $\boldsymbol{\rho}$ vyjadřujeme v systému pevně spojeném s tělesem S_{xyz} . Matice setrvačnosti tak bude při pohybu tělesa konstantní.

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \quad 11$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \hat{\boldsymbol{\omega}} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix} \quad 12$$

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad 13$$

$$\hat{\boldsymbol{\rho}} = \begin{pmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{pmatrix} \quad 14$$

Nyní již lze dosazovat do rovnice 9.

$$\begin{aligned} E_k &= \int \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \mathbf{v} \, dm = \int \frac{1}{2} (-\hat{\boldsymbol{\rho}} \boldsymbol{\omega})^T (-\hat{\boldsymbol{\rho}} \boldsymbol{\omega}) \, dm = \\ E_k &= \int \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \mathbf{v} \, dm = \int \frac{1}{2} (-\hat{\boldsymbol{\rho}} \boldsymbol{\omega})^T (-\hat{\boldsymbol{\rho}} \boldsymbol{\omega}) \, dm = \\ &= \int \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \hat{\boldsymbol{\rho}}^T \hat{\boldsymbol{\rho}} \boldsymbol{\omega} \, dm = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \left(\int \hat{\boldsymbol{\rho}}^T \hat{\boldsymbol{\rho}} \, dm \right) \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \left(\int -\hat{\boldsymbol{\rho}} \hat{\boldsymbol{\rho}} \, dm \right) \boldsymbol{\omega} = \\ &= \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{I}_s \boldsymbol{\omega} \quad 15 \end{aligned}$$

Z rovnice 15 vyplývá zápis tenzoru setrvačnosti \mathbf{I}_s , který si dále rozepíšeme do složek.

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_s &= - \int \hat{\boldsymbol{\rho}}^2 \, dm = - \int \begin{pmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{pmatrix}^2 \, dm = \\ &= \int \begin{pmatrix} y^2 + z^2 & -xy & -xz \\ -yx & z^2 + x^2 & -yz \\ -zx & -zy & x^2 + y^2 \end{pmatrix} \, dm = \\ &= \begin{pmatrix} I_x & -D_{xy} & -D_{xz} \\ -D_{yx} & I_y & -D_{yz} \\ -D_{zx} & -D_{zy} & I_z \end{pmatrix} \quad 16 \end{aligned}$$

Tenzor setrvačnosti nyní můžeme prozkoumat podrobněji. Stejně jako hmotnost tělesa nemůže být záporná, tak ani moment setrvačnosti nenabývá záporných hodnot. Z toho vyplývá, že I_S je pozitivně definitní tenzor. Zároveň je při pohledu na tenzor zřejmé, že se jedná o tenzor symetrický (je osově souměrný dle hlavní diagonály), obsahuje tedy pouze 6 nezávislých složek. Prvky na hlavní diagonále odpovídají momentům setrvačnosti vzhledem k osám x , y , z . Vzdálenosti jsou udány v kvadrátu, takže prvky na diagonále budou vždy kladné. V závorce zapsané $y^2 + z^2$, není nic jiného než ρ^2 , přičemž ρ je vzdálenost hmotného elementu dm od středu hmotnosti tělesa S .

$$I_x = \int (y^2 + z^2) dm \quad 17$$

$$I_y = \int (z^2 + x^2) dm \quad 18$$

$$I_z = \int (x^2 + y^2) dm \quad 19$$

Zbylé prvky v matici 16 jsou deviační momenty k jednotlivým osám. Zjednodušeně řečeno udává deviační moment symetričnost rozložení hmoty okolo osy rotace. Jeho hodnota může na rozdíl od momentu setrvačnosti nabývat i záporných hodnot (vzdálenosti se mezi sebou násobí v první mocnině).

$$D_{xy} = D_{yx} = \int xy dm \quad 20$$

$$D_{xz} = D_{zx} = \int xz dm \quad 21$$

$$D_{zy} = D_{yz} = \int zy dm \quad 22$$

S deviačními momenty pracujeme například při dynamickém vyvažování. Rotující součást je nevyvážená, pokud její hlavní centrální osa setrvačnosti není shodná s osou rotace, což je způsobeno nerovnoměrným rozložením hmoty okolo osy rotace. Pokud není rotující součást vyvážená, vznikají v jejím uložení zbytečně další nežádoucí složky silových reakcí. Ty pak způsobují větší opotřebení ložisek i samotného stroje, mohou způsobovat hluk či kmitání. Vyvažování provádíme přidáním nebo ubráním hmoty v určitých místech rotoru tak, abychom naplnili podmínky vyvážení. Dynamickému vyvážení předchází statické. Jeho podmínkou je, aby střed hmotnosti rotoru ležel na ose rotace. Statickou podmínkou se nazývá proto, že ji můžeme určit, když se rotor netočí. Abychom dosáhli dynamického vyvážení, musejí se deviační momenty rotoru vůči ose rotace (v tomto případě z) rovnat nule 23.[3 – strana 82]

$$D_{xz} = D_{yz} = 0 \quad 23$$

Dynamické vyvážení se tak nazývá proto, že ho můžeme zjistit jen za pohybu rotoru. K vyvážení tedy dojde, pokud je osa rotace zároveň hlavní centrální osou setrvačnosti rotoru. Centrální je tehdy, leží-li

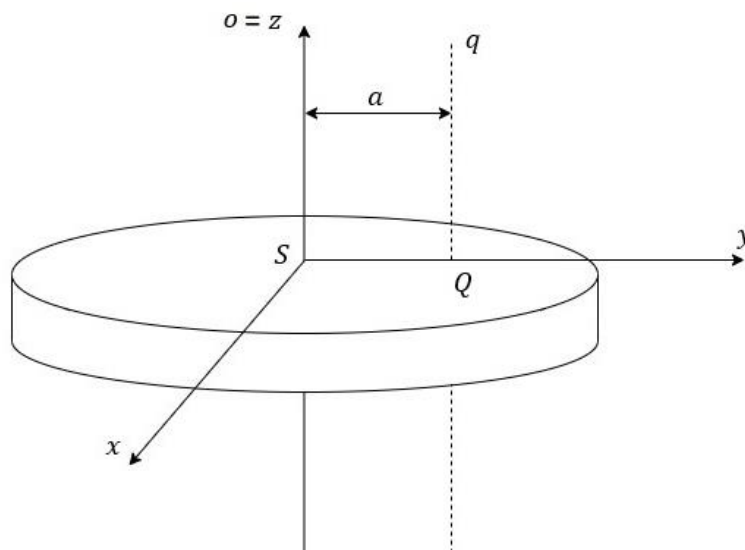
na ní střed hmotnosti. Hlavní osy jsou takové, okolo nichž je symetricky rozložena hmota tělesa. Najdeme je právě pomocí podmínky 23 a následným přidáváním/ubíráním hmoty s nimi můžeme pohybovat, tak abychom je posunuli do osy rotace. Pro rotačně symetrické těleso pak vypadá tenzor setrvačnosti následovně. Momenty setrvačnosti v matici pak nazýváme hlavními momenty setrvačnosti.[2][3][4][5][6][7]

$$I = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \quad 24$$

1.3 Huygens – Steinerova věta

Jak již bylo řečeno, moment setrvačnosti tělesa závisí na rozložení hmoty a zvolené ose rotace. Možností kam osu rotace do tělesa umístit je nespočet a pro každý případ se musí znovu spočítat nový moment setrvačnosti. Existují však metody, jak si výpočet usnadnit. Jednou z nich je Huygens – Steinerova věta. S její pomocí jsme schopni jednoduše dopočítat moment setrvačnosti k jakékoliv ose rovnoběžné s osou rotace procházející těžištěm. Jediné, co k tomu potřebujeme znát, je moment setrvačnosti vzhledem k ose procházející těžištěm. Ten můžeme buď změřit, nebo zjistit z tabulek, kde je ve většině případů u těles uveden právě moment setrvačnosti k těžištní ose.

Pro odvození využijeme obrázek 4.



Obrázek 4 - Moment setrvačnosti k rovnoběžné ose

Snažíme se zjistit moment setrvačnosti k ose q , která prochází bodem Q a od těžiště, kterým prochází rovnoběžná osa o , je vzdálená o hodnotu a . Vyjdeme z rovnice 2 pro moment setrvačnosti k ose q .

$$I_q = \int r^2 dm = \int [(y - a)^2 + z^2] dm = \int y^2 - 2ay + a^2 + z^2 dm \quad 25$$

Člen $-2ay$ vypadne, jelikož bod S je těžištěm tělesa a platí, že statický moment $S_y = \int x dm$ je vzhledem k těžišti tělesa nulový.[8]

$$I_q = \int a^2 dm + \int (y^2 + z^2) dm \quad 26$$

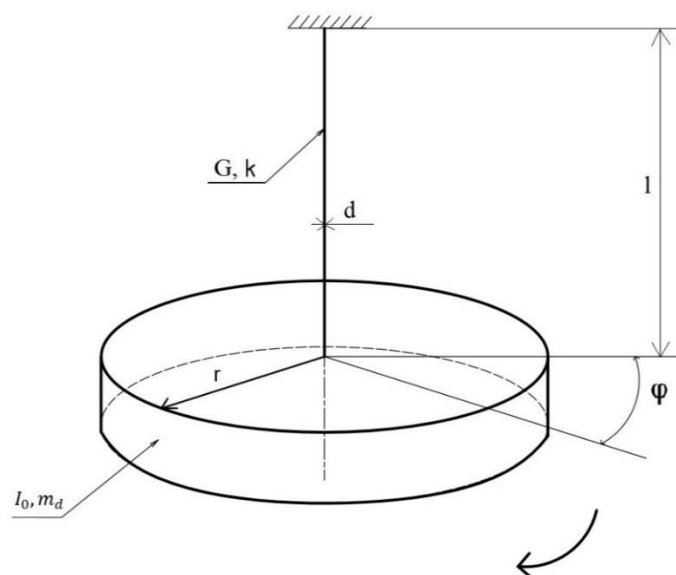
$$I_q = a^2 m + \int r^2 dm \quad 27$$

$$I_q = a^2 m + I_o \quad 28$$

Rovnice 28 je námi hledaná Huygens – Steinerova věta. Pokud známe moment setrvačnosti k ose procházející těžištěm I_o (což je v případě válce z tabulek $I_o = \frac{1}{2}mr^2$), lze dopočítat moment k libovolné rovnoběžné ose pouze se znalostí vzdálenosti mezi nimi. Z rovnice 28 je také patrné, že nejmenší moment setrvačnosti je k ose procházející těžištěm, každý další pak už bude větší o člen a^2m . [2]

1.4 Experimentální měření momentů setrvačnosti

Ke zjištění momentu setrvačnosti reálného tělesa se dá dojít pomocí experimentu. Jedna z metod, pro měření momentu setrvačnosti tělesa je tzv. měření torzních kmitů. Tato metoda se také používá v laboratořích ústavu automobilů k výukovým účelům a moje praktická část práce spočívala ve vylepšení stávajícího stanoviště. Metodu si tedy dále podrobně rozeberme. Vyjdeme z obrázku 5.



Obrázek 5 - Schéma torzních kmitů

Na tenkém drátu délky l , tloušťky d a s torzní tuhostí k , je zavěšeno těleso, které chceme měřit v tomto případě disk o hmotnosti m_d . Drát je na jednom konci upevněn v závěsu a na druhém ve středu disku tak, že osa rotace (která je zároveň osou drátu) prochází těžištěm disku. Smyslem této metody je využití vztahu mezi dobou kmitu tělesa a jeho momentem setrvačnosti. Samotný experiment spočívá v tom, že opatrně vychýlíme těleso z klidového stavu, pouze pootočením o úhel φ okolo osy drátu. Úhel φ by obecně neměl být moc velký, ale musí být dost velký na to, aby těleso chvíli kmitalo s konstantní periodou. Snažíme se vyvarovat naklopení tělesa nebo případného vychýlení drátu. Aby bylo měření co nejpřesnější, musí se drát deformovat pouze zkrutem a těleso musí kmitat pouze okolo osy, bez dalšího houpání atd. Po vychýlení začne těleso konat netlumené harmonické torzní kmity. Ty jsou popsány pohybovou rovnicí, kterou získáme přes následující odvození. Moment hybnosti L k ose rotace tělesa získáme, pokud ramenem r vynásobíme hybnost tělesa p . Moment hybnosti je vlastně mírou rotačního pohybu tělesa, souvisí s úhlovou rychlostí a momentem setrvačnosti.

$$L = \int r dp = \int rv dm = \int r(r\omega) dm = \omega \int r^2 dm \quad 29$$

$$L = I\omega \quad 30$$

V rovnici 30 je opět patrná analogie mezi hmotností a momentem setrvačnosti při popisu pohybů tělesa. Pokud hybnost derivujeme dle času, získáme druhou větu impulsovou 31: „Rychlost změny momentu hybnosti celé soustavy je rovna celkovému silovému momentu vnějších sil vzhledem ke stejnému bodu“.[3]

$$\frac{dL}{dt} = M^e \quad 31$$

Po dosazení do rovnice 31 získáme pohybovou rovnici, kterou použijeme pro popis kmitání tělesa.

$$M^e = I \frac{d\omega}{dt} = I\alpha \quad 32$$

Alfou zde značíme úhlové zrychlení. Nyní již můžeme rovnici 32 aplikovat jako vlastní pohybovou rovnici pro netlumené torzní kmitání. Pootočení disku z obrázku 5, je definováno úhlovou výchylkou φ . Při natočení se drát zkrutí a tato torze vyvolá vratný moment 33, působící proti směru souřadnice výchylky (proto -).

$$M = -k\varphi \quad 33$$

Torzní tuhost k v sobě nese informace o vlastnostech drátu při namáhání krutem. Vztah 33 platí jen do určité velikosti výchylky φ . Po dosazení 33 do 32 získáme výsledný vztah pro pohybovou rovnici netlumených torzních kmitů 35. Úhlové zrychlení α není nic jiného, než dvakrát derivovaná výchylka φ dle času.

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -k\varphi \quad 34$$

$$I\ddot{\varphi} = -k\varphi \quad 35$$

Rovnici 35 nadále upravujeme, dokud nezískáme vztah pro vlastní úhlovou frekvenci, se kterou těleso kmitá.

$$I\ddot{\varphi} + k\varphi = 0 \quad 36$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{k}{I}\varphi = 0 \quad 37$$

$$\ddot{\varphi} + \omega_i^2 \varphi = 0 \quad 38$$

V rovnici se objevila vlastní úhlová frekvence ω_i . Pro potřeby experimentu již neřešíme diferenciální rovnici druhého řádu 38, ale využijeme znalosti následujících vztahů a následného dosazování do nich. Pro ω_i platí následující vztahy.

$$\omega_i = \sqrt{\frac{k}{I}} \quad 39$$

$$\omega_i = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad 40$$

T je perioda (doba kmitu), kterou během experimentu naměříme¹. Hledaný moment setrvačnosti po změření periody spočítáme dle vztahu 41.

$$I = \frac{kT^2}{4\pi^2} \quad 41$$

Do výpočtu 41 potřebujeme znát hodnotu torzní tuhosti drátu k . Tu buď můžeme vypočítat z její definice 42 nebo provést pomocné měření, díky kterému získáme tuhost použitého drátu.

$$k = \frac{\pi G d^4}{32l} \quad 42$$

Výpočet přes vzorec 42 může být problematický. Přesný průměr d se bude u tenkého drátu měřit těžce a může se stát, že nejsme schopni přesně dohledat modul pružnosti vlákna ve smyku G . Tomuto problému se lze vyhnout dvěma způsoby. V obou dvou využijeme těleso o známém momentu setrvačnosti I_0 , kupříkladu disk z obrázku 5, jehož moment setrvačnosti známe z tabulek.

První způsob pomocného měření ze výpočtů nakonec úplně eliminuje torzní tuhost. Nejdříve změříme periodu torzních kmitů T_1 tělesa o neznámém momentu setrvačnosti I . Následně k němu připevníme válec (disk) jehož moment setrvačnosti I_0 známe. Opět změříme periodu, tentokrát T_2 . Využijeme

¹ Ve skutečnosti změříme půl periodu, do výsledného vzorce tedy hodnotu z programu násobíme dvěma

přítom znalost aditivnosti momentů setrvačnosti a následně úpravou rovnic získáme hledaný moment setrvačnosti, bez toho, že bychom znali tuhost drátu.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}} \quad 43$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I + I_0}{k}} \quad 44$$

$$\frac{T_1^2}{I} = \frac{4\pi^2}{k} = \frac{T_2^2}{I + I_0} \quad 45$$

$$I = I_0 \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} \quad 46$$

Nevýhodou této metody mohou být potíže s připevněním dvou těles k sobě a následnému zavěšení na drát. Proto používáme v laboratořích druhý způsob – samotné těleso o známém momentu setrvačnosti I_0 se zavěsí na drát a změří se perioda torzních kmitů. Rovnici 42 upravíme do podoby pro zjištění tuhosti drátu k 47.

$$k = \frac{4I_0\pi^2}{T^2} \quad 47$$

Když už známe tuhost drátu, stačí jen zavěsit měřené těleso, změřit dobu kyvu a dle vzorce 41 dopočítat moment setrvačnosti měřeného tělesa.[2][3][4][6][9]

1.4.1 Měření při zavěšení tělesa pod úhlem

Pokud zavěsíme na drát těleso tak, že jeho osa rotace nesplývá s osou drátu, samotnou metodou torzních kmitů nezjistíme jeho hlavní momenty setrvačnosti. Dokážeme je ale dopočítat pomocí rovnic odvozených z transformace matice setrvačnosti v rovnici 24 do nového souřadnicového systému. Pro transformaci matice setrvačnosti vyjdeme z rovnosti kinetické energie, nezávislé na tom, v jakém souřadnicovém systému je vyjádřena. V našem případě je nový systém otočen okolo osy z o úhel $\alpha(\beta)$.

$$E_k = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_1^T \mathbf{I} \boldsymbol{\omega}_1 = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_2^T \mathbf{I}_\alpha \boldsymbol{\omega}_2 \quad 48$$

Vztah mezi vektory úhlových rychlostí lze definovat následovně, s pomocí obecné matice směrových cosinů $\mathbf{T}_{1\alpha}$.

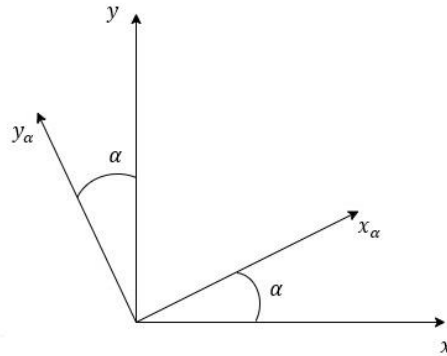
$$\boldsymbol{\omega}_1 = \mathbf{T}_{1\alpha} \boldsymbol{\omega}_2 \quad 49$$

Dosazením do rovnice kinetické energie a následným krácením, získáme výchozí vztah pro výpočet transformované matice setrvačnosti.

$$\mathbf{I}_\alpha = \mathbf{T}_{1\alpha}^T \mathbf{I} \mathbf{T}_{1\alpha} \quad 50$$

Protože změnou souřadnicového systému je natočení okolo osy z o úhel α , matice $T_{1\alpha}$ se nechá zapsat následujícím způsobem. Je to výsledek pro natočení jednotkových vektorů i, j, k v rovině xy , viz obrázek 6.

$$T_{1\alpha} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 51$$



Obrázek 6 - Natočení rovina xy

Nyní již můžeme rozepsat vztah 50 a začít matice násobit.

$$\begin{pmatrix} I_{x\alpha} & D_{xy\alpha} & D_{xz\alpha} \\ D_{yx\alpha} & I_{y\alpha} & D_{yz\alpha} \\ D_{zx\alpha} & D_{zy\alpha} & I_{z\alpha} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_{x\alpha} & D_{xy\alpha} & D_{xz\alpha} \\ D_{yx\alpha} & I_{y\alpha} & D_{yz\alpha} \\ D_{zx\alpha} & D_{zy\alpha} & I_{z\alpha} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} I_x \cos \alpha & -I_x \sin \alpha & 0 \\ I_y \sin \alpha & I_y \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}$$

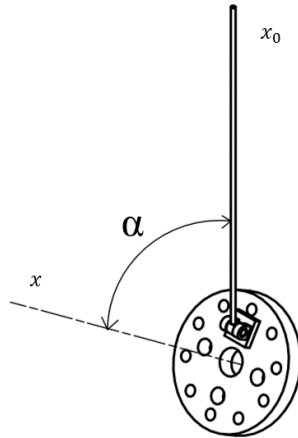
$$\begin{pmatrix} I_{x\alpha} & D_{xy\alpha} & D_{xz\alpha} \\ D_{yx\alpha} & I_{y\alpha} & D_{yz\alpha} \\ D_{zx\alpha} & D_{zy\alpha} & I_{z\alpha} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_x \cos^2(\alpha) + I_y \sin^2(\alpha) & \sin(\alpha) \cos(\alpha)(I_y - I_x) & 0 \\ \sin(\alpha) \cos(\alpha)(I_y - I_x) & I_x \sin^2(\alpha) + I_y \cos^2(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}$$

Z rovnosti matic získáme vztah 52. Analogickým způsobem ho získáme i pro úhel β . Máme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých I_x a I_y .

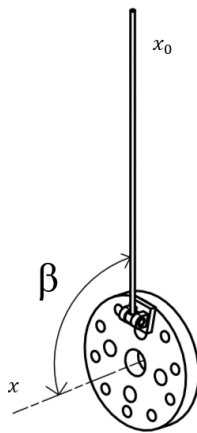
$$I_{x\alpha} = I_x \cos^2(\alpha) + I_y \sin^2(\alpha) \quad 52$$

V soustavě rovnic, kterou získáme figurují naměřené hodnoty momentů setrvačnosti, úhly pod kterými je těleso zavěšeno a hledané hlavní momenty setrvačnosti. Měření probíhá následovně. Těleso (např. ráfek kola) zavěšíme na drát, jehož tuhost jsme již změřili předchozím experimentem. Hlavní osa tělesa je vůči ose rotace vychýlena o úhel α , viz obrázek 7. Tento úhel snadno změříme pomocí inklinometru, který na těleso přiložíme. Program v počítači nám sdělí změřený úhel.² Po určení úhlu změříme moment setrvačnosti standardním způsobem a vypočteme dle vztahu 41. Poté těleso znovu zavěšíme, tentokrát v pod odlišným úhlem β .

² Princip vysvětlen v kapitole 3.5 Určení úhlu naklonění



Obrázek 7 - Těleso zavěšeno pod úhlem α



Obrázek 8 - Těleso zavěšeno pod úhlem β

Proceduru zopakujeme stejně jako u zavěšení pod úhlem α . Experimentem jsme získali momenty setrvačnosti tělesa zavěšeného pod úhly α a β , $I_{x\alpha}$ a $I_{x\beta}$. Transformací matice setrvačnosti pro jeden i druhý úhel získáme následující soustavu rovnic 53.

$$\begin{aligned} I_{x\alpha} &= I_X \cos^2(\alpha) + I_Y \sin^2(\alpha) \\ I_{x\beta} &= I_X \cos^2(\beta) + I_Y \sin^2(\beta) \end{aligned} \quad 53$$

Jejich následnou úpravou získáme vztahy pro výpočet hlavních momentů setrvačnosti I_X a I_Y .

$$I_X = \frac{I_{x\alpha} - I_{x\beta} \frac{\sin^2(\alpha)}{\sin^2(\beta)}}{\cos^2(\alpha) - \cos^2(\beta) \frac{\sin^2(\alpha)}{\sin^2(\beta)}} \quad 54$$

$$I_Y = \frac{I_{x\beta} - I_X \cos^2(\beta)}{\sin^2(\beta)} \quad 55$$

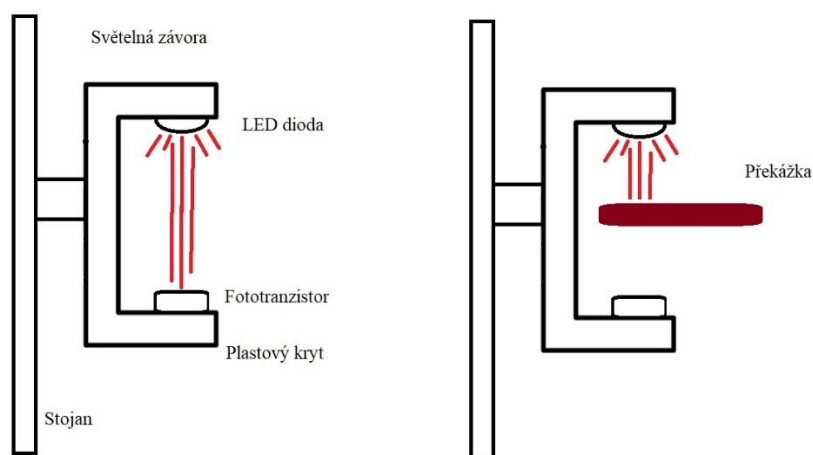
Rovnice jsou vepsány do programu pro měření momentu setrvačnosti, není tedy nutné vždy dopočítávat výsledky ručně. Avšak studenti jako součást měření rovnice 54 a 55 odvodí z výchozích vztahů. Ty jsou součástí posteru visícího v laboratoři, který jsem v rámci práce vytvořil.[3][4]

2 Součásti stanoviště

Stanoviště pro měření momentů setrvačnosti se nachází v jedné z laboratoří školního areálu na Julisce. V současnosti slouží především k edukativním účelům. Studenti v rámci výuky sami sestavují stanoviště a provádějí měření momentu setrvačnosti. Seznámí se přitom s metodou měření pomocí torzních kmitů. V této kapitole stručně představím vybrané součásti měřicího stanoviště a princip jejich fungování. Podrobný soupis všech komponent je zahrnut v příloze *Manuálu pro vyučující*.

2.1 Světelná závora

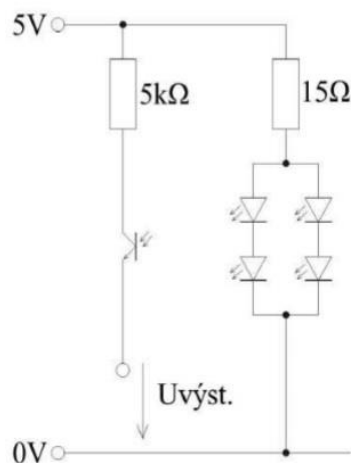
K určení doby kyvu zkoumaného tělesa slouží světelná závora. Ta, která je používána v laboratoři byla v rámci bakalářské práce vytvořena Ing. Lukášem Novotným. Jak nám světelná závora pomůže při zjišťování periody? Na jednom konci závory se nachází LED dioda, která konstantně emituje záření, jež dopadá na fototranzistor na jejím druhém konci. Při zamezení dopadu světla na fototranzistor dojde v obvodu ke změně napětí.



Obrázek 9 - Schéma světelné závory

Ze změn napětí následně v programu prostředí LabView vyhodnocujeme dobu kyvu tělesa. Na měřeném tělese je připevněn kus kartonu. Ten při rotaci tělesa okolo osy prochází skrze závora a přerušuje paprsek světla, čímž dojde ke změně napětí. Program v počítači následně z několika naměřených změn napětí vypočítá dobu kyvu tělesa. Napětí je jako analogový signál vedeno kabelem do PCB a z něj skrze měřící kartu DAQ Card do počítače ke zpracování v programu.

LED diody (2,1 V/20 mA) použité v závoře vyzařují červené světlo o vlnové délce 625 nm. Fototranzistor (32 V/50 mA) registruje světlo v rozmezí vlnových délek 560 až 950 nm. Mimo záření diody tak logicky registruje i okolní záření, avšak na měření to nemá žádný znatelný vliv. Na obrázku 10 je uvedeno elektrické schéma světelné závory.[4][10][11]



Obrázek 10 - Elektronické schéma světelné závory [10]

Nové schéma zapojení světelné závory do PCB uvedu v následující kapitole.

2.2 Inklinometr

Inklinometr se v laboratoři používá pro rychlé a přesné změření úhlu. Pokud je zkoumané těleso zavěšeno tak, že osa drátu nesplývá s jeho osou rotace, je pro stanovení hlavních momentů setrvačnosti nutné znát úhel, pod kterým je těleso zavěšeno. V laboratoři na Julisce se používá inklinometr STS-003-02 od firmy Sittal. O problematice inklinometrů jsem se podrobně rozepsal v kapitole 4.

2.3 Tištěný spoj

V angličtině se používá zkratka PCB pro Printed Circuit Board. Původně se v laboratoři používal konektorový blok NI-CB 68LP. Sloužil ke spojení závory a napájecí karty, následně i k připojení inklinometru.[11] Připojování kabelů ke konektorovému bloku bylo složité a časově náročné, navíc byl blok zbytečně veliký. Proto Ing. Raghavendar Balaji navrhl a nechal vyrobit nový, kompaktnější tištěný spoj. Je speciálně navržen pouze pro práci se světelnou závorou a inklinometrem. Hlavní výhodou skýtá v připojování jednotlivých součástí. Ze spoje jsou vyvedeny tři konektory, pro oba dva senzory a pro napájecí kartu. Díky rozdílné velikosti konektorů nemůže dojít k připojení na špatný výstup. Samotné PCB však zůstalo nezakryté a jako takové bylo křehké a při zapojování kabelů musela být věnována zvýšená pozornost tomu, aby se konektory nevyvrátily ze základní desky spoje. Jedním z úkolů mé BP tedy bylo vytvořit kryt na tištěný spoj.



Obrázek 11 - Tištěný spoj

2.4 DAQ CARD 6062E

DAQ CARD zjednodušeně slouží k napájení používaných senzorů a k přivedení z nich získaných dat do počítače, kde se dále zpracují na potřebný výstup. Řadí se mezi typ PCMCIA karet a vyrábí jí americká firma National Instruments. Karta se vloží do příslušného slotu v notebooku. Vystupuje z ní plochý kabel zakončený konektorem. Tím se připojí k PCB. Výhodou tohoto zapojení je snadná manipulace a malé rozměry. Nevýhodou do budoucna může být závislost karty na notebooku s potřebným slotem. Podrobnější specifikace karty jsou k dohledání v diplomové práci Ing. Raghavendar Balaji.[11]

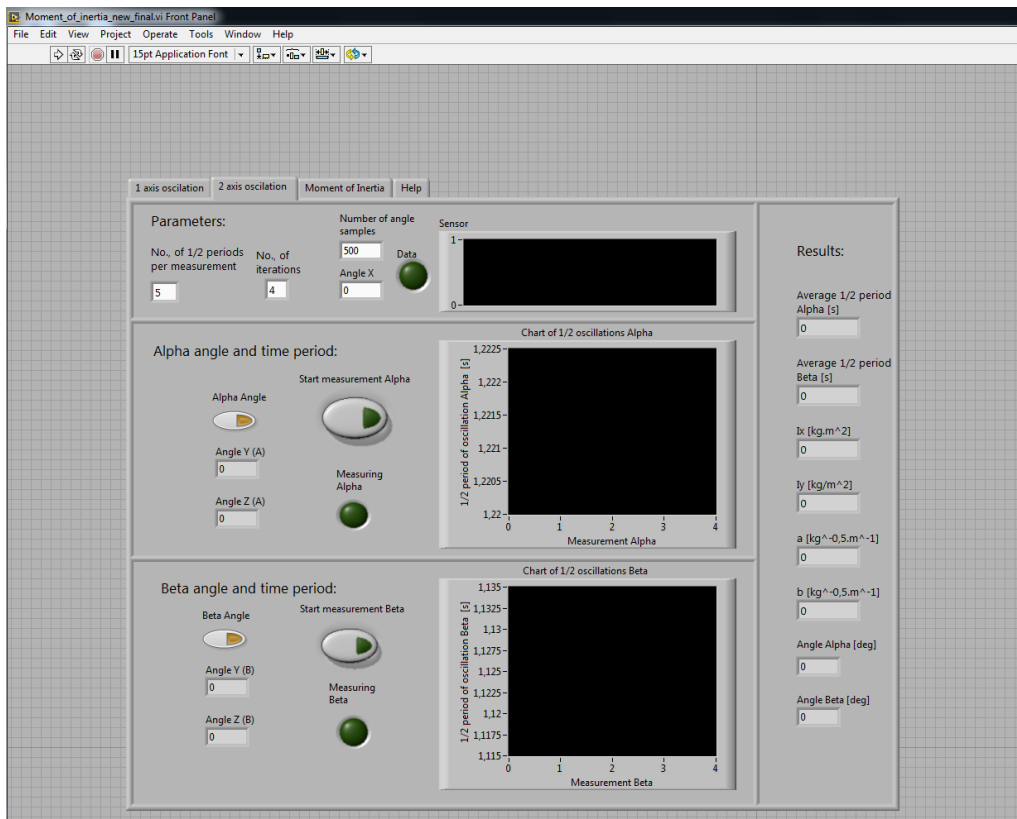


Obrázek 12 - DAQ CARD 6062E

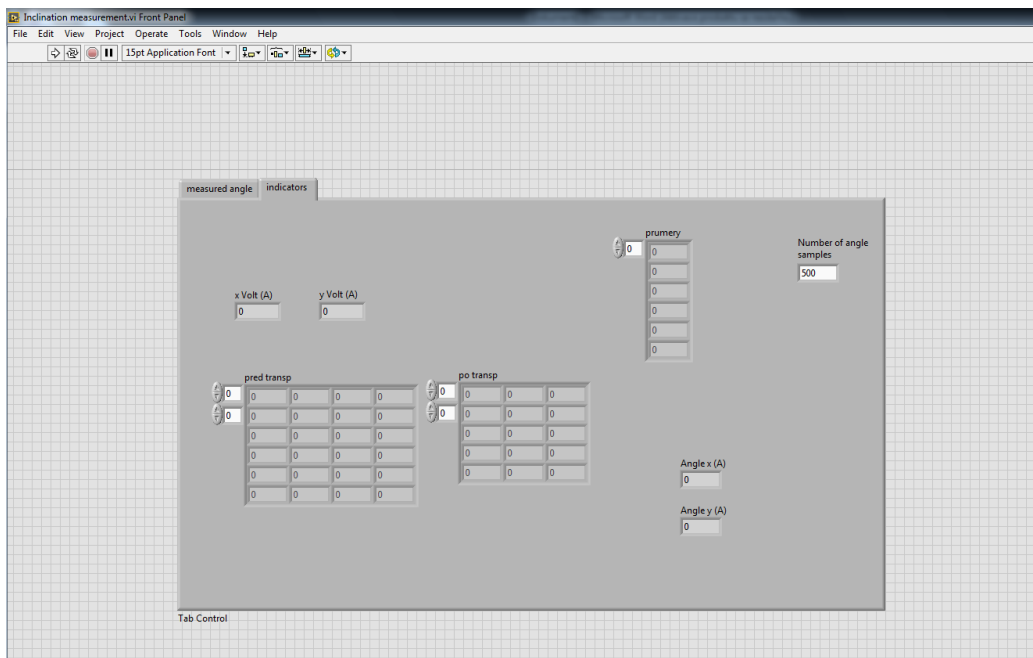
2.5 LABVIEW

LabView je vývojové prostředí pro grafický programovací jazyk od firmy National Instruments. Programování neprobíhá pomocí psaní příkazů, ale vkládáním jednotlivých funkčních bloků a jejich spojováním. Pomocí programů vytvořených v LabView vyhodnocujeme data přicházející do počítače z měřicí karty. V našem případě se jedná o analogová data, přesněji hodnoty napětí ze světelné závory a inklinometru. Pro změření momentu setrvačnosti se musí v počítači spustit program pro měření doby

kyvu *Moment_of_inertia_new_final.vi* a program vyhodnocující sklon inklinometru *Inclination measurement.vi*. [4][11][12]



Obrázek 13 - Rozhraní programu měření doby kyvu



Obrázek 14 - Rozhraní programu vyhodnocujícího sklon inklinometru

3 Inklinometr

Může se stát, že chceme změřit moment setrvačnosti tělesa, které však nemůžeme, díky jeho geometrii a možnostem zavěšení, zavěsit tak, aby jeho osa symetrie splývala s osou rotace čili drátu. Cílem měření také může být přímo změření momentu setrvačnosti při zavěšení pod úhlem. V tom případě se měření komplikuje o měření úhlu naklopení a několik dalších výpočtů, které budou popsány dále. V průběhu modernizace měřícího stanoviště se mimo jiné změnila metodika měření úhlů náklonu. Nejprve se používal obyčejný úhломěr, kterým se změřil odklon ráfku kola od drátu. Není to však příliš přesná metoda, která navíc vyžaduje, aby v místě měření na tělese byla dostatečně velká rovná plocha, na které se úhломěr správně zapře. V diplomové práci Ing. Raghavendar Balaji bylo stanoviště, kromě jiného, upraveno zapojením analogového dvouosého inklinometru. Ten výrazně urychlí, usnadní a zpřesní měření.

3.1 Inklinometr obecně

Inklinometr je česky jednoduše sklonoměr. Je to název pro zařízení, jednoduchá i komplexní, která měří náklon od horizontální či vertikální osy, a to s ohledem na gravitaci. Jedním z nejjednodušších příkladů je vodováha, ve které se v trubičce s tekutinou pohybuje vzduchová bublina. Díky rysce zhruba určíme, jak moc je váha vychýlena z rovnovážné polohy, přesný údaj o úhlu naklopení ale nezískáme. Mezi komplexnější inklinometry se v poslední době řadí zařízení, která využívají technologii MEMS. Těmito typy inklinometru se budeme zabývat. Je to v podstatě akcelerometr, který detekuje zrychlení, podle nějž se pak určí naklopení daného objektu.[13][14]

3.2 MEMS technologie

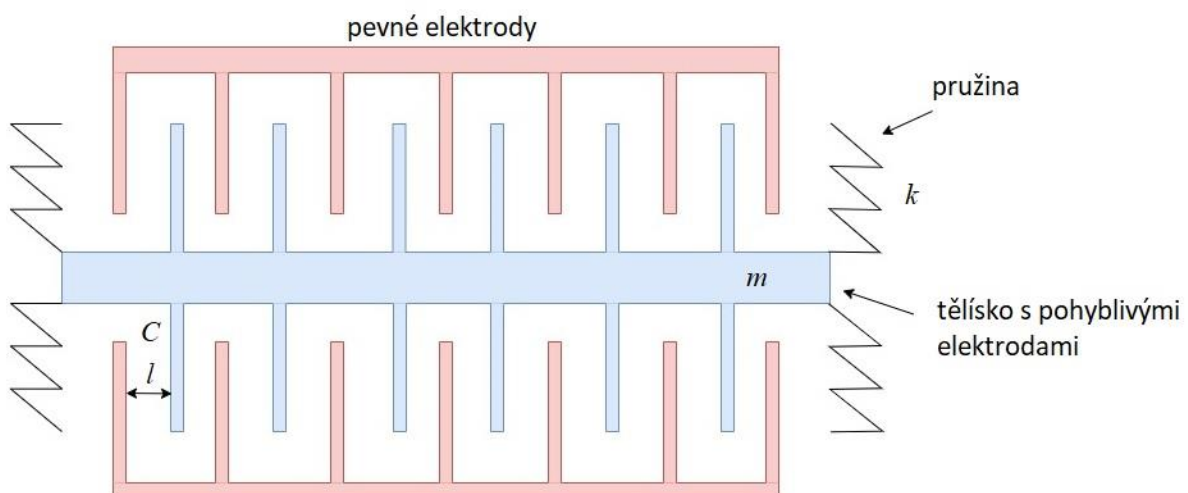
MEMS je v angličtině zkratkou pro „Micro Electro Mechanical Systems“. Jak už název napovídá, jedná se o spojení mikroskopických mechanických a elektrických struktur do jednoho zařízení. Přesněji jde o integraci pohyblivých mechanických částí, senzorů a řídicí a vyhodnocovací elektroniky na jednu křemíkovou bázi, velikost jednotlivých částí zařízení se však pohybuje v rozmezí 1 až 100 μm . V tomto rozmezí se pro představu nachází tloušťka lidského vlasu. Mechanická část zařízení má za úkol převést nějaký vnější fyzikální podnět (teplota, zrychlení, záření) na elektrickou veličinu. S tou pak pracuje elektrická část zařízení (integrováný obvod). Ta dodanou veličinu dále zpracuje, signál dle potřeb upraví a případně vyhodnotí nebo jen pošle dál. Výroba prvních MEMS zařízení se datuje do konce 60. let 20. století. Mezi materiály používané k výrobě patří křemík, polymery, kovy a případně keramika. Technologických procesů využívaných k výrobě MEMS struktur je celá řada, mezi nejvýznamnější patří objemové a povrchové mikroobrábění a technologie LIGA. Objemové mikroobrábění neprobíhá na mikrosoustruhu nýbrž jde o selektivní odstraňování určité složky substrátu. Toho se docílí procesy mokrého nebo suchého leptání. Povrchovým mikroobráběním se vytváří pohyblivé mechanické

struktury na povrchu křemíkového substrátu. Tento postup je přímo využit při výrobě akcelerometrů a gyroskopů. Na povrch substrátu se nejdříve nanášejí tenké vrstvy materiálu a následně se mokřým odleptáním odstraní části materiálu pro uvolnění funkční struktury. Technologie LIGA umožňuje velmi přesné prostorové mikrotvarování kovů a keramiky. Využívá principů litografie, galvanického pokovování, ve speciálních případech i fotolitografie. Výrobkem může být například ozubené kolo o velikosti pár desítek mikrometrů.[13][14][15][16]

3.3 Princip měření

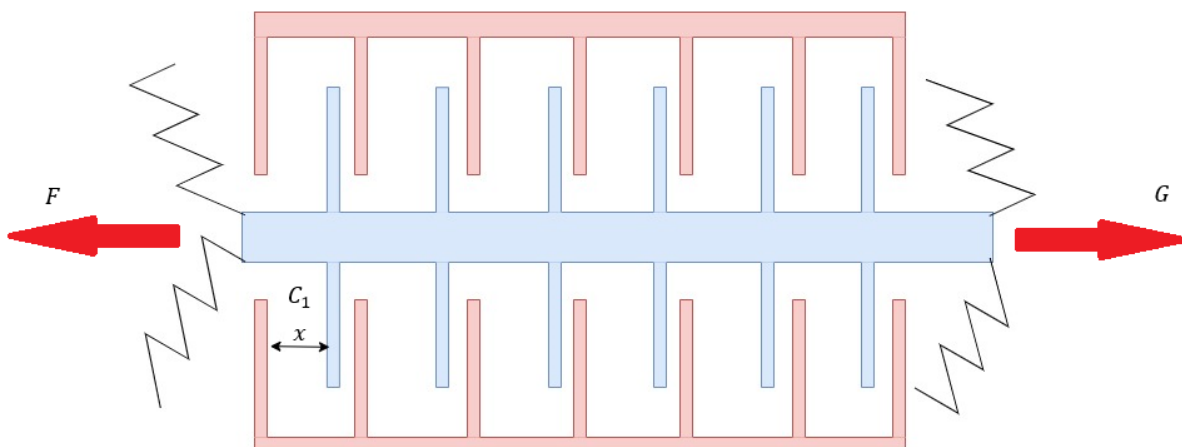
Inklinometr pracuje na principu MEMS akcelerometru. Díky němu měří úhel naklonění tělesa vzhledem ke gravitační síle. Může ho měřit v jedné až třech osách a podle toho je pak výsledek různě přesný. Základním předpokladem pro měření náklonu pouze pomocí akcelerometru je, že jediné působící zrychlení je zrychlení gravitační. Měřený objekt se nesmí pohybovat a inklinometr je tedy statický. Pro měření dynamické se využívá kombinace akcelerometru a gyroskopu. Akcelerometr určí zrychlení podle vzdálenosti, o kterou je vlivem gravitační síly vychýlena hmota. Sestava zajišťující pohyb malé hmoty na pružných elementech je mechanickou částí senzoru. O měření vzdálenosti se pak stará část elektronická. Ta může pracovat na různých principech jako změna rezistivity, indukčnosti nebo kapacity. Princip měření vysvětlím na inklinometru pracujícím se změnou kapacity.

Budeme vycházet z obrázků 15 a 16. Na pružinových elementech, s tuhostí k je zavěšeno hmotné tělísko o hmotnosti m . Z něj po stranách vystupují jednotlivé elektrody. Pohyblivé a pevné elektrody jsou od sebe vzdálené o vzdálenost l a tvoří mezi sebou kondenzátory s kapacitami C .



Obrázek 15 - Klidový stav akcelerometru

Z těchto pevných elektrod a pohyblivých zátěží se skládá každá z os akcelerometru. Celá tato sestava se pohne, pokud se daná osa nakloní a začne na ní působit gravitační síla G . V tom okamžiku se pohnou pohyblivé elektrody umístěné mezi pevnými a dojde ke změně kapacit kondenzátorů C .



Obrázek 16 - Posunutí elektrod v akcelerometru

Jak tedy kapacitní akcelerometr změní okamžitou hodnotu zrychlení, která na něj působí? Hmotný element je vychýlený složkou gravitační síly G . Ta je rovna součinu hmotnosti tělíska a složky zrychlení působícího v dané ose (ose x například). Proti ní působí síla F generovaná pružinami. Ta je rovna součinu tuhosti pružiny a vzdálenosti, o kterou je pružina zdeformována.[3]

$$G = F \quad 56$$

$$ma_x = kx \quad 57$$

$$a_x = \frac{k}{m}x \quad 58$$

Pro výpočet zrychlení zbývá zjistit velikost posunutí x . K jeho zjištění se využijeme elektronika. Integrovaný obvod zjistí novou hodnotu kapacity kondenzátoru C_1 . Z ní je možné díky vztahu 59 dopočítat velikost posunu x , kde S je plocha kondenzátorů, která se nemění a ε je permitivita okolního prostředí.[17]

$$C_1 = \varepsilon \frac{S}{x} \quad 59$$

Akcelerometr tedy pomocí určení změny kapacity změní velikost zrychlení působícího v dané ose. Z této hodnoty je následně určeno naklopení dané osy.[18][19][20]

3.4 Osy

Inklinometry lze dělit podle toho v kolika osách současně měří sklon. Liší se tak jejich přesnost a aplikovatelnost.

Inklinometr měřící pouze v jedné ose, lze použít pouze v aplikacích, kde nevyžadujeme vysokou přesnost a zároveň musíme zajistit, aby k naklápění docházelo pouze v jedné ose. Pokud je inklinometr

vykloněn i v jiném směru, vektor zrychlení se začne promítat i do něj. Zrychlení působící ve sledované ose tedy bude jiné a změříme tím pádem jiný úhel.

Dvouosý inklinometr naproti tomu skýtá některé výhody. Pokud je průběh závislosti napětí na úhlu sklopení sinusový a ne lineární, tak má dvouosý inklinometr konstantní citlivost oproti jednoosému se stejnou sinusovou závislostí. Dvouosý inklinometr dokáže přesně měřit úhly i když ho mírně nakloníme okolo třetí osy.

Tříosý inklinometr poskytuje nejpřesnější hodnoty. Dokáže také změřit natočení 360° okolo všech tří os.[18]

3.5 Určení úhlu naklopení a kalibrace inklinometru

Výstupem z inklinometru používaného u nás v laboratoři je napětí. Průběh závislosti výstupu, čili napětí na úhlu naklopení, je pro daný inklinometr vždy uveden v jeho technické dokumentaci. Inklinometr se zkalibruje a dle dané závislosti se určí rovnice přepočtu napětí na úhel naklopení. Rovnice jsou následně implementovány do programu, který má za úkol zpracovat hodnoty napětí získané z inklinometru. Původní inklinometr používaný v laboratoři měl sinusovou závislost výstupu na úhlu náklonu. Během úpravy stanoviště došlo k jeho poškození a byl nahrazen novějším modelem s lineární závislostí.

Kalibraci nového inklinometru jsem po opětovném zprovoznění stanoviště provedl následovně. Inklinometr jsem připojil do PCB, které jsem s počítačem propojil měřící kartou. Z obrazovky jsem spustil program *Inclination measurment.vi*. Program umí zobrazovat hodnoty napětí. Inklinometr jsem postupně, v každé ze dvou os zvlášť, naklápěl od -90° do +90°. K přesnému naklopení jsem použil měřky vyrobené na 3D tiskárně. V rozmezí od 50° do 90° jsou měřky po 5°. Od 0° do 50° jsou jen po 10°. Je tomu tak proto, že inklinometru klesá citlivost, když se blíží k 90° oproti tomu okolo 0° je nejpřesnější.³ Pro každou hodnotu naklopení jsem získal příslušnou hodnotu napětí. Z těchto dat jsem následně vytvořil pomocí programu Microsoft Excel lineární závislost úhlu sklonu inklinometru v dané ose φ vzhledem k napětí U . Rovnice pro sklon v ose X a Y se následně vepsali do programu v LabView. Data z kalibrace se nacházejí v příloze *Kalibrace inklinometru STS-003-02*.

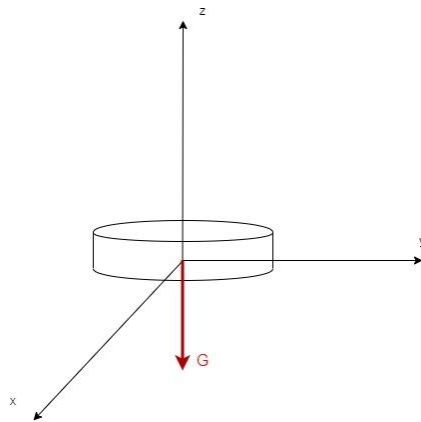
$$\varphi_X = 18,008 * U_X - 89,835 \quad 60$$

$$\varphi_Y = 17,978 * U_Y - 90,227 \quad 61$$

Pro určení hledaného úhlu naklopení osy rotace předmětu se do programu LabView musí umístit ještě třetí rovnice. Z naměřených úhlů naklopení dvou os inklinometru se dopočítá úhel α potažmo β .

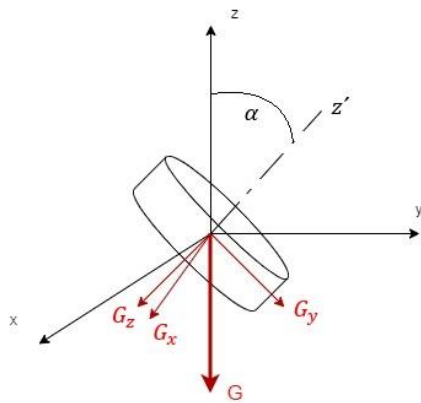
³ Což platí především pro sinusový výstup inklinometru.

Rovnici si tedy odvodíme. Na obrázku 17 je znázorněno těleso. V jeho těžišti je umístěn počátek souřadného systému, který splývá s hlavními osami setrvačnosti. V těžišti je zároveň soustředěna tíhová síla tělesa G .



Obrázek 17 – Nenatočené těleso

Pokud těleso pootočíme, tak jako je pootočeno při měření v laboratoři, mezi osou z (v experimentu osa rotace) a osou z' (osa symetrie tělesa) vznikne úhel α , s nímž pracujeme při výpočtu hlavních momentů setrvačnosti. V nově natočeném souřadném systému se složky tíhové síly rozdělí na G_x , G_y a G_z . Tyto složky zrychlení v jednotlivých osách také bude měřit inklinometr na těleso přiložený.



Obrázek 18 - Rozložení tíhy do složek

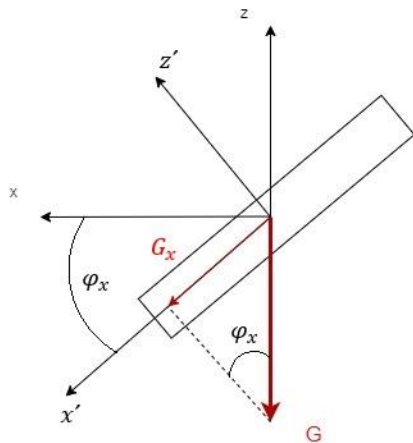
Platí, že kvadrát délky ramene v prostoru je dán součtem kvadrátů vzdáleností na jednotlivých osách. Platí tedy rovnice 62. Tu lze upravit do tvaru 63 a zkrácením hmotnosti do tvaru 64.

$$G^2 = G_x^2 + G_y^2 + G_z^2 \quad 62$$

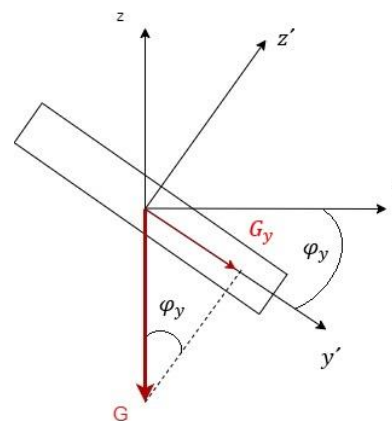
$$(ma)^2 = (ma_x)^2 + (ma_y)^2 + (ma_z)^2 \quad 63$$

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 \quad 64$$

Jednotlivé složky zrychlení nyní vztáhneme k jednotlivým úhlům.



Obrázek 20 – Rovina xz



Obrázek 19 – Rovina yz

Ze schémat je patrné, že složky tíhy G_x a G_y jsou vázány na celkovou tíhovou sílu podle rovnic 65 a po úpravě 66, kde úhly sklonu φ_x a φ_y známe, protože ty změří inklinometr a následně přepočítá program v LabView.

$$G_x = G \sin \varphi_x \quad G_y = G \sin \varphi_y \quad 65$$

$$a_x = a \sin \varphi_x \quad a_y = a \sin \varphi_y \quad 66$$

Složka zrychlení na ose z se naproti tomu spočítá přes cosinus úhlu α .

$$a_z = a \cos \alpha \quad 67$$

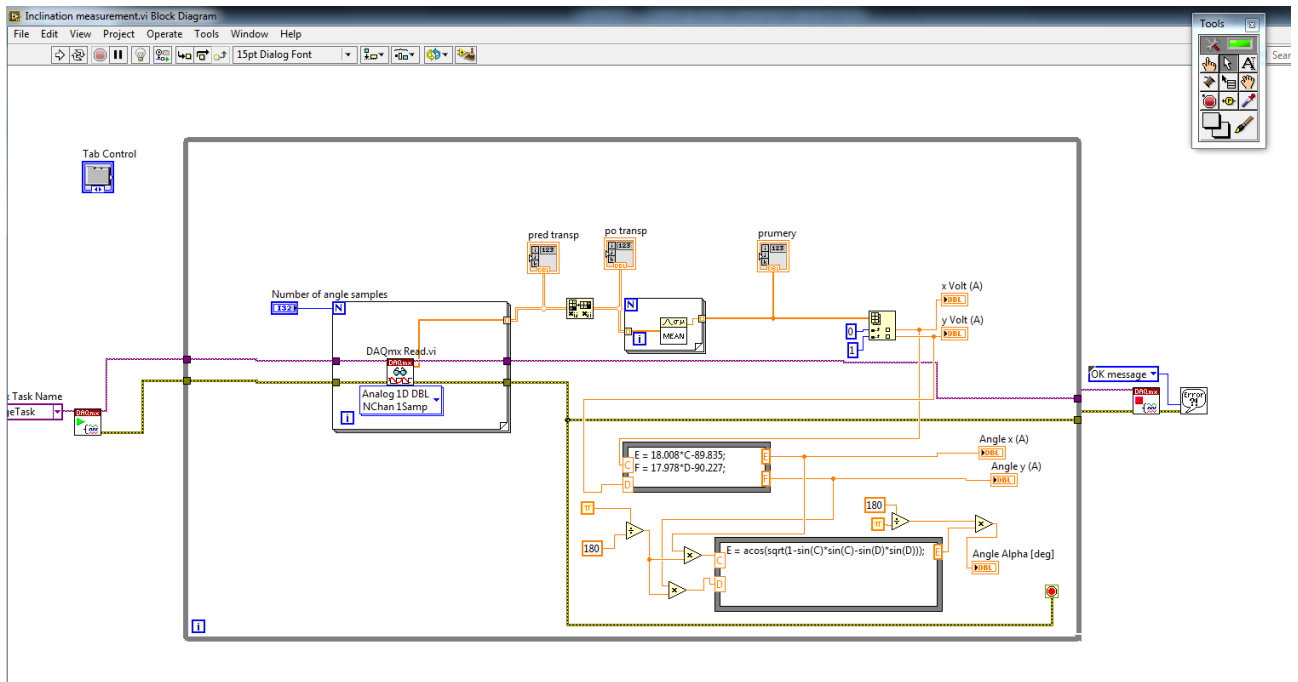
Po dosazení vztahů 66 a 67 do rovnice 64 a následném, vykrácení zrychlení a získáme výchozí rovnici 68.

$$1 = \sin^2 \varphi_x + \sin^2 \varphi_y + \cos^2 \alpha \quad 68$$

Úpravou získáme vyjádření úhlu α .

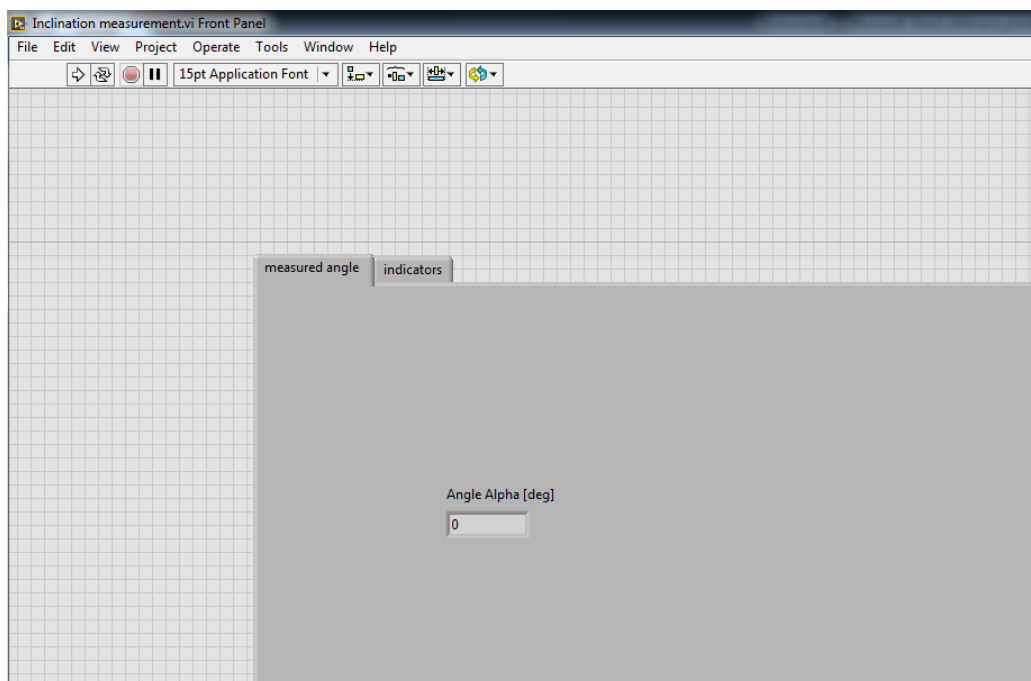
$$\alpha = \arccos \left(\sqrt{1 - \sin^2 \varphi_x - \sin^2 \varphi_y} \right) \quad 69$$

Tento vztah se následně vepíše do funkčního bloku v LabView k rovnicím pro přepočet úhlů z hodnot napětí. Na obrázku 21 jsou v jednom bloku vepsané rovnice pro přepočet napětí na úhel a ve druhém rovnice pro výpočet výsledného úhlu naklopení.



Obrázek 21 - Pracovní prostředí LabView

Při měření pak vyučující nebo student sleduje pouze kolonku v okně oznamující náклон α , viz obrázek 22 (při opakovaném měření pod jiným úhlem úhel β). Úhly nakonec dosadíme do soustavy rovnic pro výpočet hlavních momentů setrvačnosti.[11]



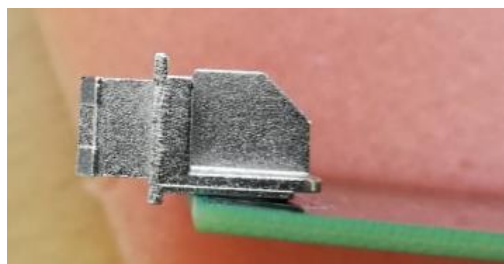
Obrázek 22 - Výstup programu pro měření sklonu

4 Úpravy měřicího stanoviště

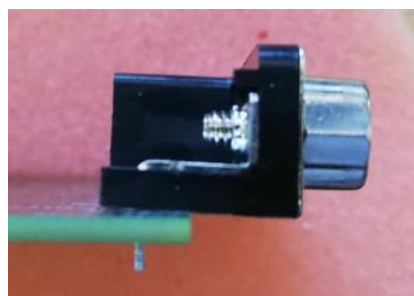
Stanoviště prošlo v minulosti řadou inovací a mým úkolem bylo dotáhnout tyto úpravy do konce. Pro tištěný spoj bylo nutné vyrobit kryt z důvodu jeho křehkosti. Dále bylo zapotřebí opravit současně elektronické zapojení jednotlivých součástí pomocí kabelů s konektory a k tomu následně vytvořit ucelená schémata, s pomocí kterých bude případně jednoduché zapojení opravit při jeho přerušení. Jelikož stanoviště slouží v současné době hlavně k edukativním účelům, a to i pro studenty z programů Erasmus a MAE, bylo zapotřebí vyrobit nový poster do laboratoře. Podle něj pak budou následně studenti postupovat během měření. Kvůli zahraničním studentům je poster vyroben v angličtině.

4.1 Kryt na tištěný spoj

Tištěný spoj již byl představen v minulé kapitole. Jak již bylo řečeno, sám o sobě je křehký. Pokud se s ním nepracovalo, byl uložen v laboratoři zabalený do molitanu. Během manipulace při měření se musela klást zvýšená opatrnost při zapojování a vypořádání všech tří konektorů. Konektory nejsou k desce spoje připojeny s dostačnou pevností a při působení většího tahu či tlaku při manipulaci s kabelem mohlo dojít k jejich vyvrácení. Mým cílem tedy bylo sestavit kryt s následujícími parametry. Zaprvé lehký a skladný kvůli snadné manipulaci. Dále dostatečně pevný, aby ochránil spoj při pádu na zem. A nakonec vytvarovaný tak, aby pojistil vystupující konektory proti silám tahovým a tlakovým a nedošlo tak k jejich poškození. Po konzultaci s doc. Achtenovou a Ing. Kazdou jsem se rozhodl pro výrobu krytu na 3D tiskárně. Problém při návrhu krytu skýtaly velmi malé rozměry v místech, kde bylo zapotřebí tištěný spoj a konektory uchytit. Na obrázcích 23 a 24 jsou vidět konektory z profilu. Lze si všimnout zahnutí konektoru na obrázku 23 a výstupků pod konektory na obrázku 24.

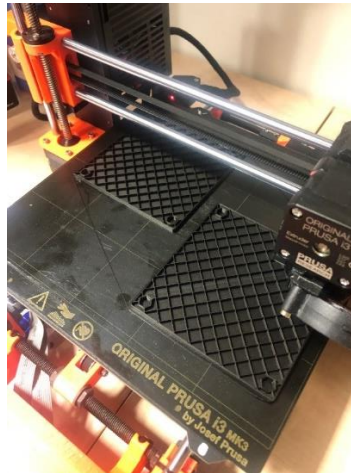


Obrázek 23 - Vstup DAQ CARD



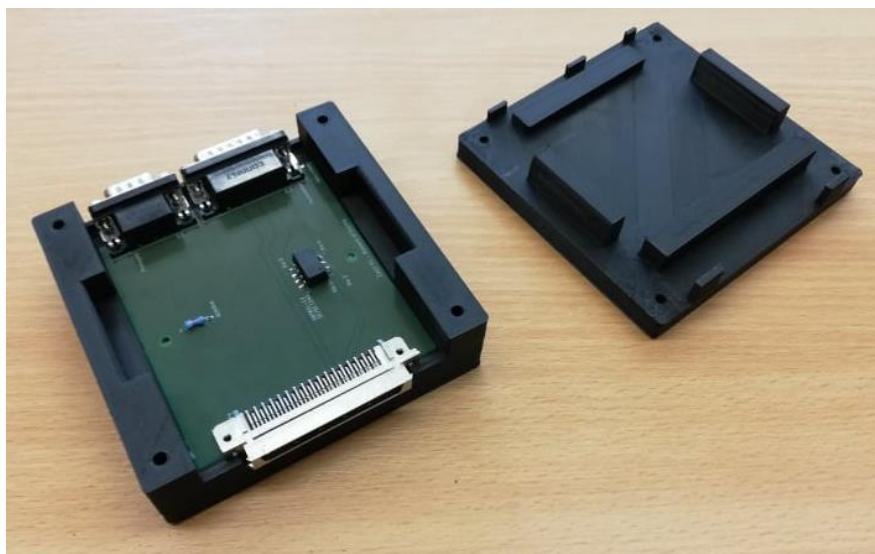
Obrázek 24 - Vstup Inklinometr

Po odměření rozměrů pomocí posuvného měřítka, jsem vytvořil modely a výkresovou dokumentaci v softwaru Autodesk Inventor. Za pomoci Ing. Kazdy pak byl kryt vytisknut na 3D tiskárně ORIGINAL PRUSA i3 MK3 v laboratořích FS ČVUT v Roztokách u Prahy.



Obrázek 25 - Průběh tisku obou stran krytu

Mnou vyrobený kryt sestává ze dvou částí. Ve spodní je otvor pro uložení spoje. Protože spoj není ze spodní strany hladký, ale nachází se tam výstupky pod konektory, vyrobil se otvor o něco hlubší a pod spoj se vložil kus tenkého molitanu, který srovná nerovnosti a zároveň může lehce ztlumit případný náraz. V místě, kde míří konektory ven se nachází přesně odměřené výstupky, které jistí konektory proti tahu vzniklému při vytahování kabelů. Vrchní část krytu je pokryta výstupky, které mají za úkol pojistit konektory v dalších místech proti tlakovým a tahovým silám. Spodní a vrchní část je k sobě připojena čtyřmi imbusovými šrouby se šestihrannými maticemi. Otvory pro hlavy šroubů i matice jsou uvnitř materiálu, takže povrch krabičky je zespoda i seshora hladký. Pro ilustraci poslouží obrázky 26 a 27.

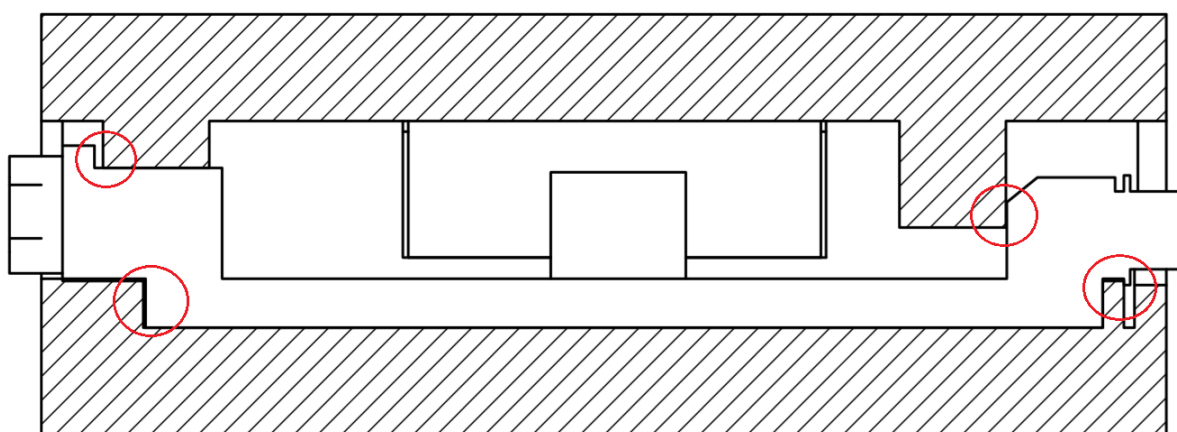


Obrázek 26 - Rozložený kryt



Obrázek 27 - Složený kryt

Na obrázku 28 je ukázán řez znázorňující místa opření konektorů.



Obrázek 28 - Řez krytem

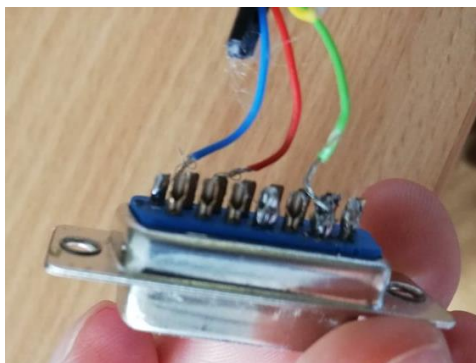
Kryt se tisknul dvakrát. V první verzi jsem ozkoušel, jak moc velké vůle budou potřebovat a zároveň jak přesně dokáže tiskárna vytisknout malé drážky a přesné otvory pro matice. V druhé verzi krytu do sebe všechno přesně zapadlo.

Výkresová dokumentace pro dno i víko se nachází v příloze.

4.2 Opravy zapojení

Dráty vyvedené jak z inklinometru, tak ze světelné závory jsou připájené na konektory. Těmi se připojují k tištěnému spoji. Spojení drátů a konektorů a kabely samotné však byly v nevyhovujícím stavu. Jak u závory, tak i u inklinometru nebyly použité žádné krytky konektorů (viz obrázek 29). Při manipulaci s konektory tak mohlo snadno dojít k utržení drátků ze spoje, k čemuž nakonec u inklinometru došlo, a tak ho nebylo možné během měření nadále využívat. Dalším problémem byla délka kabelu pro připojení inklinometru. Kabel byl moc krátký a pro měření naklopení bylo potřeba navíc dalšího člověka, který bude držet tištěný spoj na půli cesty mezi notebookem a měřeným

objektem a díky tomu se využije ještě délky kabelu od síťové karty. Pro přesné zapojení drátů na piny konektorů neexistoval ucelený manuál.



Obrázek 29 - Poškozený konektor inklinometru

Mým úkolem bylo prodloužit kabely pro obě dvě součásti. Provést nové správné napájení drátků na konektory i s kryty pro snadnou manipulaci a vytvořit schéma pro případné opětovné opravy zapojení. Některé potřebné součásti jsem zakoupil nové, pár se jich použilo z laboratoří na Julisce. K pájení jsem použil školní pájecí stanici. Výsledky mé práce jsou na obrázcích 30 a 31. Společně s krytem na tištěný spoj je nyní celá elektronická část solidně stavěná a není nutné dbát zvýšené opatrnosti při opětovném zapojování a rozpojování. Schémata pro zapojení se nachází v příloze.



Obrázek 30 - Světelná závora s novým zapojením



Obrázek 31 - Inklinometr s novým zapojením

4.3 Poster

Mým dalším úkolem bylo utvořit ucelený poster pro postup měření laboratorní úlohy. V jednotlivých krocích jsou v něm popsány úkoly měření. Poster obsahuje i ilustrační schémata a vzorce pro výpočet. Některé vztahy nejsou záměrně uvedeny ve finální podobě, proto aby si je studenti během měření odvodili. Kvůli účasti zahraničních studentů na měření jsem poster vytvořil v angličtině. Poster se tiskne na výšku s rozměry 1300x915 mm. Společně s posterem jsem ještě vyrobil o něco podrobnější powerpointovou prezentaci, kterou by bylo možné během měření promítat na spuštěné plátno. Poster je uveden v příloze.

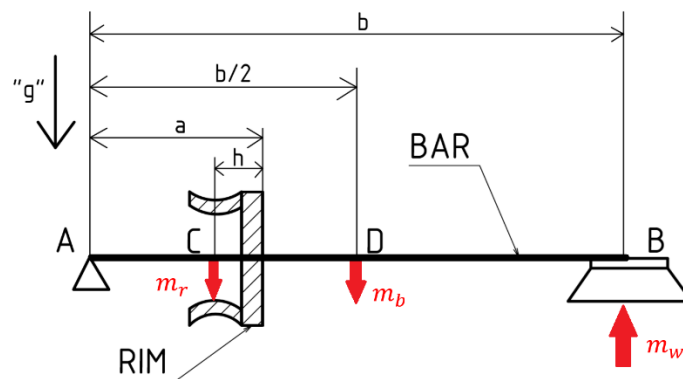
4.4 Experimentální měření

Pro demonstraci funkčnosti stanoviště po provedených úpravách zapojení jsem provedl kontrolní měření momentu setrvačnosti ráfku. Při měření jsem postupoval dle metodiky, která je uvedena v posteru v příloze. Nejdříve jsem určil polohu těžiště ráfku. K tomu jsem použil sestavu na obrázku 32.



Obrázek 32 - Sestava pro určení polohy těžiště ráfku

K určení polohy těžiště jsem využil momentovou rovnici vycházející ze schématu 33. Tyč i ráfek je nutno zvážit. Tím získáme hmotnosti m_b a m_r . Hmotnost m_w změřená na váze reprezentuje sílu působící v bodě B.



Obrázek 33 - Schéma pro výpočet polohy těžiště

Dalším krokem je určení tuhosti drátu s pomocí tělesa o známém momentu setrvačnosti, v našem případě kovový disk. Pro výpočet jeho MS dle vzorce z tabulek, je nutné disk zvážit a změřit jeho průměr. Poté jsem ho zavěsil na závěs dle obrázku 34. K disku jsem přistavil stojan se světelnou závorou tak, aby přilepený kus papíru procházel dráhou paprsku. V počítači jsem spustil program *Moment_of_inertia_new_final.vi*.



Obrázek 34 - Zavěšení disku

Disk jsem citlivě pootočil pouze okolo osy drátu, tak aby se nekýval nebo kmítal v jiných směrech. Při křížení paprsku světla a papíru přilepeného na disku se zaznamenávají data a skrze PCB a síťovou kartu se dostanou do počítače. Program určil půlperiodu kmitu disku. Z ní jsem dopočítal tuhost drátu k dle vzorce 47.

Poté jsem přešel k měření momentů setrvačnosti ráfku. Ráfek jsem zavěsil za jeden z jeho otvorů a opět jsem k němu připevnil kus papíru a stojan se světelnou závorou viz obrázek 35. Periodu kmitu jsem změřil stejně jako při měření disku.



Obrázek 35 - Zavěšení ráfku

V rámci experimentu jsem se rozhodl zkontrolovat přesnost měření úhlu pomocí inklinometru a vliv chyby na celkový výpočet hlavních momentů setrvačnosti. Díky tomu, že inklinometr je dvouosý, naklonění do třetí osy vnáší do měření úhlu nepřesnost. Pokud tedy inklinometr nepřiložíme k ráfku přesně, změříme pokaždé mírně odlišný úhel. V počítači jsem spustil program *Inclination measurement.vi*. Během standardního laboratorního měření by po přiložení inklinometru na ráfek dopočítal hodnotu úhlu α , ale já jsem si z programu pouze opsal hodnoty napětí, vysílané inklinometrem, pro osu x a y . Inklinometr jsem takto přiložil k ráfku třikrát pokaždé trochu jinak nakloněn. Ze tří párů hodnot napětí jsem poté pomocí interpolační rovnice získané z kalibrace inklinometru, vypočítal tři rozdílné úhly α . Ráfek jsem poté sundal a znovu zavěsil tentokrát za otvor blíže ke středu ráfku. Opakoval jsem měření periody kmitu i hodnot napětí pro výpočet úhlu tentokrát β . Ze dvou naměřených period jsem spočítal dle vzorce 41 momenty setrvačnosti I_α a I_β . Se znalostí úhlů α a β , jsem spočítal dle vzorců 54 a 55 hodnoty hlavních momentů setrvačnosti ráfku I_x a I_y . Do soustavy rovnic jsem dosazoval dvojice úhlů α a β v pořadí v jakém jsem úhly naměřil. Hodnoty I_α a I_β zůstávaly v rovnicích konstantní, takže v potaz byla brána jen změna úhlu.

Hmotnost tyče [kg]	Hmotnost ráfku [kg]	Hmotnost na váze [kg]	Vzdálenost a [m]	Vzdálenost b [m]	Poloha těžiště ráfku h [m]
$m_b = 0,7$	$m_r = 6,35$	$m_w = 3,85$	$a = 0,4$	$b = 0,948$	$h = 0,025$
Hmotnost disku [kg]	Průměr disku [m]	MS disku [kg * m ²]	Perioda kmitu disku [s]	Tuhost drátu [N * m ⁻¹ rad ⁻¹]	
$m_d = 7,66$	$d = 0,425$	$I_0 = 0,1729$	$T = 4,168$	$k = 0,3929$	
Perioda kmitu ráfku pod úhlem α [s]	MS ráfku pod úhlem α [kg * m ²]	Perioda kmitu ráfku pod úhlem β [s]	MS ráfku pod úhlem β [kg * m ²]		
$T = 3,456$	$I_{x\alpha} = 0,11886$	$T = 3,064$	$I_{x\beta} = 0,09343$		

Tabulka 2 - Naměřené a vypočtené hodnoty

Zavěšení pod úhlem α				Zavěšení pod úhlem β			
U_X [V]	φ_X [°]	U_Y [V]	φ_Y [°]	U_X [V]	φ_X [°]	U_Y [V]	φ_Y [°]
3,91	-19,42	3,71	-23,52	2	-53,82	4,5	-9,32
3,64	-24,28	5,51	8,83	3,61	-24,82	2,52	-44,92
3,57	-25,54	4,49	-9,5	2,69	-41,39	6,82	32,38
α_1 [°]	α_2 [°]	α_3 [°]		β_1 [°]	β_2 [°]	β_3 [°]	
31,3	26,04	25,7		55,41	55,23	58,31	
Průměr $\bar{\alpha}$ [°]			28,28	Průměr $\bar{\beta}$ [°]			56,32
Chyba δ_α [°]			1,56	Chyba δ_β [°]			0,99

Tabulka 3 - Hodnoty úhlů

I_{X1} [kg * m ²]	I_{Y1} [kg * m ²]	I_{X2} [kg * m ²]	I_{Y2} [kg * m ²]	I_{X3} [kg * m ²]	I_{Y3} [kg * m ²]
0,135694	0,07315	0,129024	0,072886	0,129476	0,077174
Průměr \bar{I}_X [kg * m ²]		0,1313	Chyba δ_{I_X} [kg * m ²]		0,0021
Průměr \bar{I}_Y [kg * m ²]		0,0744	Chyba δ_{I_Y} [kg * m ²]		0,0014

Tabulka 4 - Hlavní momenty setrvačnosti

Změřil jsem úhly $\alpha = 28,28 \pm 1,56^\circ$ a $\beta = 56,32 \pm 0,99^\circ$. Chybu způsobuje citlivost inklinometru na naklonění ve třetí neměřené ose. Tu lze eliminovat přesným přikládáním inklinometru k měřenému objektu tak aby se minimálně naklonil do třetí osy. Hlavní momenty setrvačnosti jsem dopočítal s následující chybou $I_X = 0,1313 \pm 0,0021$, $I_Y = 0,0744 \pm 0,0014$.

Použité vzorce:

$$\varphi_X = 18,008 * U_X - 89,835$$

$$\varphi_Y = 17,978 * U_Y - 90,227$$

$$\alpha_1 = \arccos(\sqrt{1 - \sin^2 \varphi_{x1} - \sin^2 \varphi_{y1}})$$

$$I_{X1} = \frac{I_{x\alpha} - I_{x\beta} \frac{\sin^2(\alpha_1)}{\sin^2(\beta_1)}}{\cos^2(\alpha_1) - \cos^2(\beta_1) \frac{\sin^2(\alpha_1)}{\sin^2(\beta_1)}}$$

$$I_{Y1} = \frac{I_{x\beta} - I_{x1} \cos^2(\beta_1)}{\sin^2(\beta_1)}$$

5 Měření účinnosti kabelů řazení

V druhé části bakalářské práce se budu zabývat měřením účinností kabelů řazení. Mým úkolem je sestavit jednoduchou aparaturu a vymyslet metodiku měření účinnosti sestavy řadící páky a k ní připojených bowdenů. Nejprve stručně rozeberu některé způsoby mechanického řazení v automobilech, a poté popíšu problematiku tření a s ní spojené účinnosti. Zmíním se o možnostech měření síly a určování nejistoty experimentálního měření. Na závěr popíši mnou navrženou metodiku experimentu.

5.1 Mechanismy řazení

Během jízdy je zapotřebí měnit rychlostní stupně. Ať už za účelem optimálního využití výkonu motoru, úspory paliva nebo změny momentu dodávaného do jízdního ústrojí. Pro změnu rychlostního stupně je nutné změnit převodový stupeň v převodovce. Ve skříní převodovky se posuvem řadící objímky určuje příslušné ozubené kolo, které je následně uvedeno do záběru. Ke změně převodového poměru je zapotřebí provést dva pohyby. Nejdříve pohyb volící, který provedeme pohybem páky doleva nebo doprava. Volícím pohybem se určuje příslušná řadící objímka u dvojice ozubených kol. Následuje pohyb řadící, který se provádí pohybem páky dopředu nebo dozadu. Řadícím pohybem vybereme ozubené kolo, které je následně uvedeno do záběru a je zařazen nový rychlostní stupeň. Dále popíšu vybrané mechanismy řazení přímého, při kterém řidič řadí vlastní silou.[21][22]

5.1.1 Řazení řadícími tyčemi

Jde o nejjednodušší způsob řazení. Sestává z obvykle dvou nebo tří, řadících tyčí a řadící páky. Každá tyč je připojena k jedné řadící objímce. Volícím pohybem doleva a doprava za použití řadící páky vybírám jednu z řadících tyčí. Řadícím pohybem následně vyberu rychlostní stupeň. Soustava musí být zajištěna proti samovolnému řazení.[21][22]

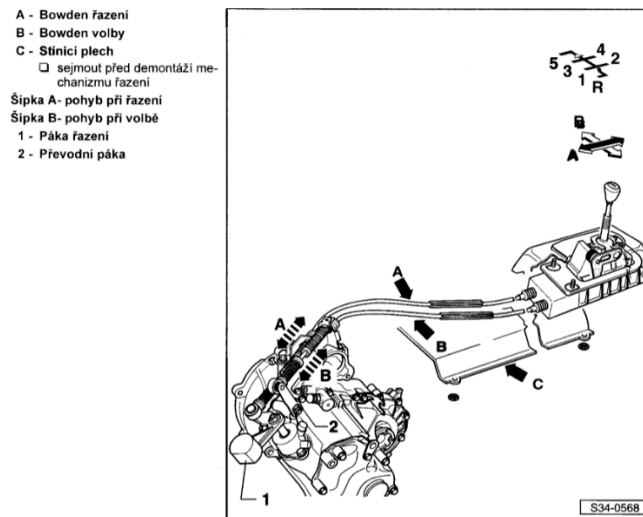
5.1.2 Řazení otočným hřídelem

Využívá se, pokud je řadící páka ve velké vzdálenosti od převodové skříně. Oproti řadícím tyčím je zde posuvný volící pohyb převeden na rotační pohyb otočného hřídele a následně je v převodovce opět předen na pohyb posuvný. Řadící pohyb zůstává nezměněn, posouvá otočným hřídelem dopředu a dozadu a tím volí rychlostní stupeň. Nevýhoda přenosu práce skrze dlouhý hřídel se skrývá v přenosu vibrací skrze celý systém.[21][22]

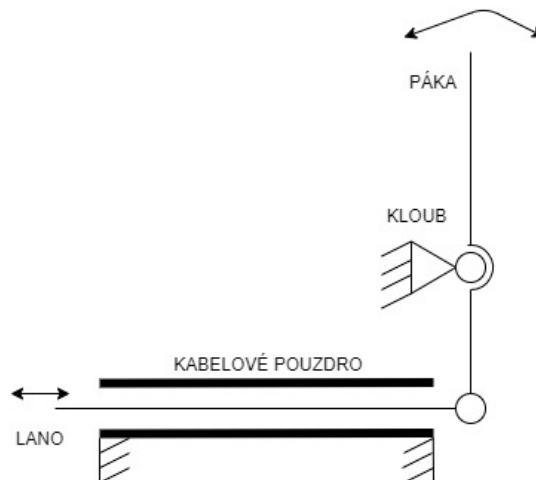
5.1.3 Řazení pomocí lanovodů

K přenosu práce využívá dvou bowdenů, které vedou od tělesa řadící páky přímo na vývod na převodovce. První bowden slouží k volícímu pohybu, druhý k řadícímu. Jejich činnost se ovládá řadící pákou stejně jako v předchozích případech. Oproti nim skýtá některé výhody. Jejich použitím se snižuje

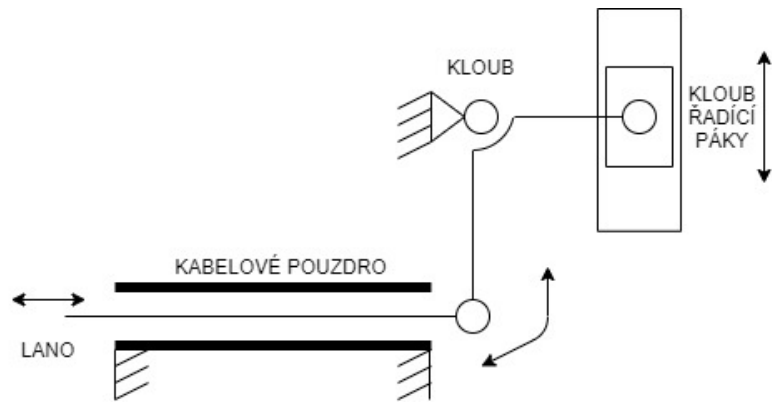
hlučnost celého zařízení, oproti řadícím tyčím jsou lehčí a navíc nemusí vést přímo od páky k převodovce, ale cestou mohou zahrnout nebo vytvořit oblouk, a tak se vyhnout jiným konstrukčním prvkům ve voze. Mým úkolem je zjistit, jak moc změna cesty lanovodů ovlivní jejich účinnost. Na následujících obrázcích jsou mechanická schémata pohybu soustavy a s celkový pohled na soustavu řadící páky, lanovodů a převodovky.[21][22]



Obrázek 36 - Mechanismus řazení [23]



Obrázek 37 – Schéma řadícího pohybu



Obrázek 38 – Schéma vodícího pohybu

6 Tření

Jako tření označujeme sílu, která zabraňuje vzájemnému relativnímu pohybu dvou dotýkajících se pevných těles, vrstev tekutiny a nebo jejich kombinací (například tření mezi vzduchem a karoserií jedoucího vozidla). Hned na začátku je důležité zdůraznit, že tření existuje několik typů, které jsou souhrnně označovány jako pasivní odpory. Základní rozdělení je na vnější a vnitřní. Obecně je vnějším třením myšleno tření mezi dvěma dotýkajícími se tělesy, naproti tomu vnitřním třením je myšleno tření mezi částicemi jednoho tělesa. Vnější tření se dělí na smykové, statické a valivé. Tření se rozlišuje jako suché (kde mezi povrchy není žádná tekutina, jako mazivo apod.) a kapalinové vazké.

6.1 Teorie

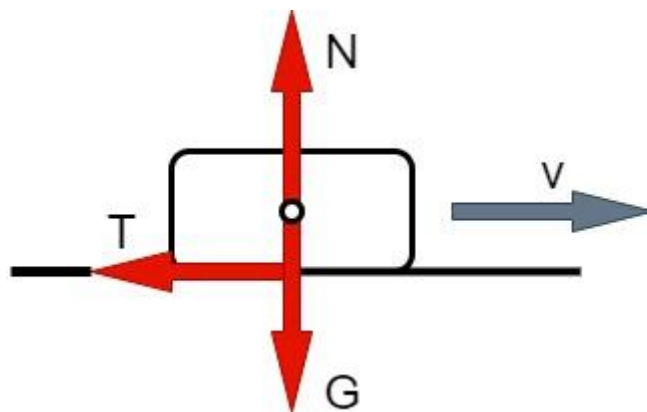
Jak již bylo řečeno, třecí síla je síla, která vždy působí proti směru pohybu tělesa a tím pádem daný pohyb buď neustále brzdí (tření smykové), anebo ani neumožňuje (tření statické). Tření jako takové působí v podstatě všude kolem nás. Na jednu stranu způsobuje opotřebení součástí ve strojích, mechanické ztráty a s nimi spojenou sníženou účinnost zařízení a vyšší spotřebu energie do zařízení dodávané, kupříkladu valivé či smykové tření v ložiskách snižuje účinnost strojů pracujících pomocí ložisek. Na straně druhé nebýt tření, nemohli bychom ani chodit po zemi, natož cokoliv udržet v ruce, a také by nemohlo jezdit auto nebo vlak. Věda zkoumající problematiku pasivních odporů se nazývá tribologie.

6.2 Suché tření

Za příčinu suchého tření jsou považovány nerovnosti a drsnosti dvou na sebe doléhajících povrchů.

6.2.1 Smykové tření

O smykovém tření mluvíme v případě, že dvě tělesa, která jsou spolu v kontaktu se už vůči sobě relativně pohybují. Příkladem budiž kvádr určité drsnosti pohybující se rychlostí v po drsné podložce. Působí na něj tíhová síla G , vyvolávající normálovou složku přitlačné síly N a s ní spjatou tečnou reakcí T , působící proti směru pohybu, která se nazývá třecí síla.



Obrázek 39 – Rozložení sil při smykovém tření

Pokusy bylo zjištěno, že smyková třecí síla T působí vždy proti směru pohybu a závisí na velikosti přítláčné síly N a typu povrchu dotýkajících se ploch. Naproti tomu velikost třecí síly nezávisí na velikosti styčných ploch. Takže kdyby se kvádr z obrázku 39 smýkal po své kratší straně, velikost třecí síly způsobující odpor proti pohybu by se nezměnila. V nízkých rychlostech nezávisí velikost třecí síly ani na rychlosti, jakou se kvádr pohybuje. Ve vyšších rychlostech velikost třecí síly klesá a může tak snáze dojít ke smyku.

Tři zákony smykového (kinematického) tření tedy jsou:

1. Třecí síla je přímo úměrná normálovému zatížení
2. Třecí síla je nezávislá na velikosti plochy styku dvou těles
3. Třecí síla je nezávislá na kluzné rychlosti

První dva zákony jsou Amontsonovi, třetí patří Coulombovi.

Vyplývá z nich následující vztah pro smykové tření.

$$T = \mu * N \qquad 70$$

Kde μ je bezrozměrný součinitel tření. Pro každý materiál se liší a zpravidla je menší než 1. Jeho hodnoty se získávají experimentálně. Velikost třecí síly za pohybu je menší než maximální velikost adhezní síly, kterou je zapotřebí překonat, aby bylo těleso uvedeno do pohybu.

Smykové tření je příčinou toho proč stroje brzdí do zastavení, když jim není dodávána energie. Je to jeden z důvodů, proč není možné sestrojít v další kapitole zmíněné perpetuum mobile. Za chodu způsobuje energetické ztráty, které navíc unikají ve formě tepla což může mít na chod strojů další neblahé následky. Proto se součinitel smykového tření snižuje používáním olejů, vazelín a podobných maziv.

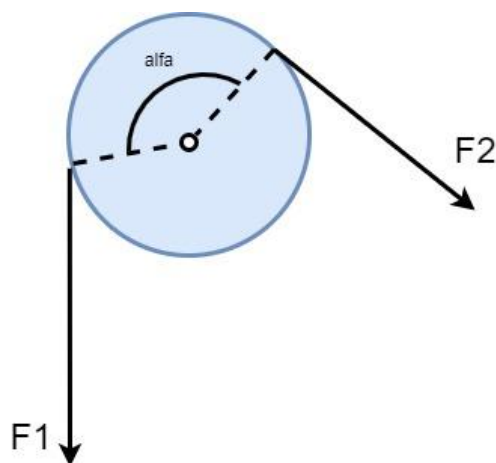
6.2.2 Statické tření

Statické neboli klidové tření je přítomno mezi plochami, které jsou v klidu. Dokud není hodnota působící třecí síly překonána jinou vnější silou, těleso se neuvede do pohybu. Zajímavé je, že velikost klidové třecí síly nedokážeme spočítat stejně jednoduše jako smykové. Obvykle jí spočítáme ze statických rovnic. Obecně platí vzorec 71. Kde T_0 je tečná složka reakce jejíž směr zatím neznám.

$$|T_0| \leq \mu_0 * N \quad 71$$

Jediné, co o statickém tření víme s jistotou, je jeho maximální velikost T_{max} . Nazývá se adhezní síla. Je jí dosaženo přesně v okamžiku, kdy se těleso rozpohybuje působením vnější síly. Vnější síla působící na stojící těleso se postupně zvětšuje a proti ní zároveň roste tečná reakce. Tečná reakce T_0 se bude zvětšovat tak dlouho dokud nedosáhne hodnoty T_{max} . Tento okamžik se nazývá mez smyku. Při dalším nárůstu vnější síly, se těleso dá do pohybu (začne se smýkat). Tečná reakce klesne z hodnoty T_{max} na smykovou třecí sílu T . Se znalostí hodnoty T_{max} se dá následně dopočítat součinitel statického tření μ_0 . Ten je zpravidla, dvakrát větší než součinitel smykového tření.

Vyšetřování působícího tření se liší podle druhů vazeb mezi zkoumanými tělesy. Výše popsané tření odpovídá tření mezi tělesy s posuvnou vazbou. Pro tělesa s rotační vazbou představuje pasivní odpor moment čepového tření. Problematikou pohybu lana po drsné ploše se zabývá tření lanové. To vychází z poznatků o tření smykovém a klidovém. Avšak velikost poměru sil F_1 a F_2 působících na koncích lana, které je obtočené okolo kůlu závisí na velikosti úhlu opásání α příslušného lana viz obrázek 40. Poměr roste exponenciálně s velikostí opásání dle Eulerova vztahu 72.



Obrázek 40 - Rozložení sil při lanovém tření

$$F_1 = F_2 * e^{\alpha\mu} \quad 72$$

6.3 Valivé tření

Valivé tření nevzniká v důsledku nerovností mezi dotykovými plochami. Vzniká kvůli nesouměrné deformaci podložky a tělesa (válcovitého tvaru), které se po ní odvaluje. Přítláčná síla zde působí na rameni a vytváří tak valivý moment tření. Rameno valivého tření nezávisí na rozměrech válce, ale pouze na materiálu. Hodnoty valivého tření jsou násobně menší než tření smykového, proto se snažíme smykání nahradit valením. Kvůli tomu začal člověk u vozů používat kolo a konstruktéři u rotačně pohyblivých součástí ložiska.[2][24][25][26][27][28]

7 Účinnost

V této kapitole rozeberu a definuji co účinnost je jako fyzikální veličina, skrze jaké výpočty je možné ji získat, a jak z toho vyvodit metodiku jejího měření v rámci mého experimentu.

7.1 Teorie

Účinnost sama o sobě je bezrozměrné číslo, vyjadřující poměr dvou veličin. Obecně jsou těmito veličinami dvě složky nějaké formy energie. Jednou složkou je ta, která byla do systému dodána, další složkou je energie, kterou ze systému získáme, viz rovnice 73.

$$\eta = \frac{E_z}{E_d} \quad 73$$

η ... účinnost

E_d ... energie dodaná

E_z ... energie získaná

Pomocí tohoto poměru můžeme určovat hospodárnost a celkovou využitelnost energie, kterou daný systém zásobujeme. Podle toho, jaké veličiny dosadíme za myšlené energie, tak pro takový konkrétní systém účinnost určíme. Příkladem budiž poměr výkonu P a dodaného příkonu P' . Tento zápis účinnosti je možné aplikovat kupříkladu na elektrické stroje.[29]

$$\eta_{motor} = \frac{P_{mechanický\ odevzdaný}}{P'_{činný\ elektrický\ příkon}} \quad 74$$

Dalším jednoduchým příkladem může být již upravený vztah kdy určujeme účinnost převodového soukolí, s ozubenými koly 1 a 2. Tentokrát místo energie kroutící momenty M_k působící na obě strany soukolí a převodový poměr i_{12} mezi nimi.[30]

$$\eta_{12} = \frac{M_{k2}}{M_{k1} * i_{12}} \quad 75$$

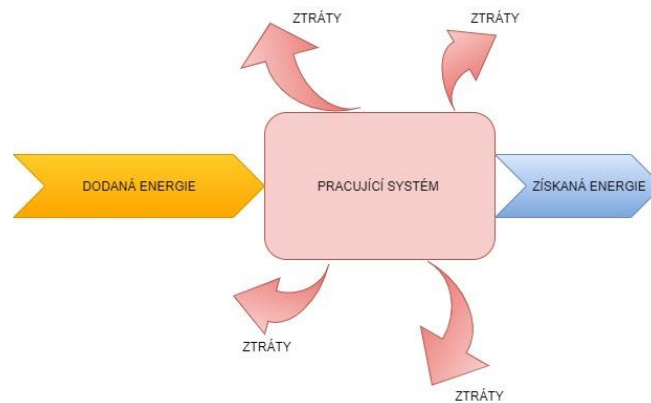
Nejdůležitějším aspektem účinnosti je rozsah hodnot, kterých může nabývat. Tento interval je striktně daný od 0 do 1 s tím, že účinnost nikdy nemůže nabýt hodnoty 1 nebo vyšší. Účinnost nedosáhne nikdy hodnoty 100 %, jelikož při průchodu energie skrze systém nebo změně energie uvnitř systému dochází k disipaci energie. Tuto disipaci nazveme obecně ztrátami. Energie ze soustavy získaná E_z je tedy rovna rozdílu energie dodané E_d a energie ztrátové Z .

$$E_z = E_d - Z \quad 76$$

Zajímavostí je, že s účinností větší než 1 pracuje stroj nazývaný perpetuum mobile. Takovýto stroj by vygeneroval více energie, než do něj bylo dodáno. To je však v rozporu se zákonem o zachování

energie, který říká, že celková energie je v uzavřeném systému stálá. Může se sice přeměňovat na jiné formy energie, nemůže však vznikat nebo zanikat.[31]

Ztráty mohou být způsobeny rozličnými faktory. Například při průchodu elektrického proudu přes rezistor v elektrickém obvodu se mění elektrická energie na tzv. Joulovo teplo.[17] V potrubí, kde proudí tekutina zase dochází k hydraulickým ztrátám. Ty jsou způsobeny smykovým napětím, které vzniká mezi jednotlivými vrstvami tekutiny. Krajní vrstva tekutiny proudící se tře o vrstvu tekutiny na a stěně potrubí, kde má nulovou rychlost. Tím pádem dochází k přeměně tlakové energie tekutiny opět na energii tepelnou, která se nenávratně ztratí.[32]



Obrázek 41 - Ztráty v systému

Pro potřeby mé práce je zapotřebí rozebrat co to je mechanická účinnost a s ní spojené mechanické ztráty. Mechanická účinnost opět vyjadřuje poměr mezi energií nebo silou do stroje dodanou a silou nebo energií ze stroje získanou, jejíž hodnota je zmenšená o ztráty. Ztráty souhrnně nazýváme třecí. Energie se díky tření mění na odpadní teplo a ztrácí se ze systému. Specifikujeme jí kupříkladu v převodovce a s ní spojenými ložisky. Dochází zde k třecím ztrátám v jednotlivých částech systému, a tak každá část systému pracuje s určitou účinností. Ty se mezi sebou násobí dle vzorce 77 a tím získáme celkovou účinnost daného systému.

$$\eta_{\text{celková}} = \eta_1 * \eta_2 * \dots * \eta_n \quad 77$$

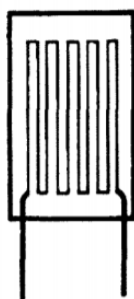
Dalším příkladem třecí ztráty může být tření pístu ve válci spalovacího motoru.[27][33][34][35]

8 Měření síly

Pro určení ztrát v mechanismu řadící páky potřebujeme změřit působící síly. V této kapitole krátce nastíním, jakými způsoby lze sílu experimentálně určit. Ve většině případů se velikost působící síly vyhodnocuje z jejích deformačních účinků. Ať už jde o stlačení pružiny, nebo změnu rozměrů pružného členu s tenzometrickým snímačem.

8.1 Snímače síly

Úkolem snímačů je zaznamenat deformaci zkoumaného tělesa (např. pružného členu) a převést ji na elektrický signál. Jeho vyhodnocením zjistíme velikost síly způsobující danou deformaci. Deformace snímače mění jeho parametry. Podle druhu zkoumaného parametru lze snímače rozdělit na odporové, kapacitní, piezoelektrické a magnetoelastické. Pro popis principu se zaměřím, na nejvyužívanější, odporový tenzometr. Vyrábí se buď kovové nebo polovodičové. Kovový se dále dělí na drátkový a foliový. V obou provedeních má samotný tenzometr malé rozměry, do jednotek cm.



Obrázek 42 - Drátkový tenzometr [36]

Změna elektrického odporu se odvíjí od změny délky l a plochy průřezu S použitého vodiče. Elektrický odpor R je dán vztahem 78. Kde ρ je měrný elektrický odpor vodiče.

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad 78$$

Protože tenzometry jsou speciálně nalepeny na povrch tělesa, jejich deformace jsou shodné se zkoumaným tělesem. Výchozím vztahem pro určení síly je Hookův zákon.

$$\sigma = \frac{\varepsilon}{E} \quad 79$$

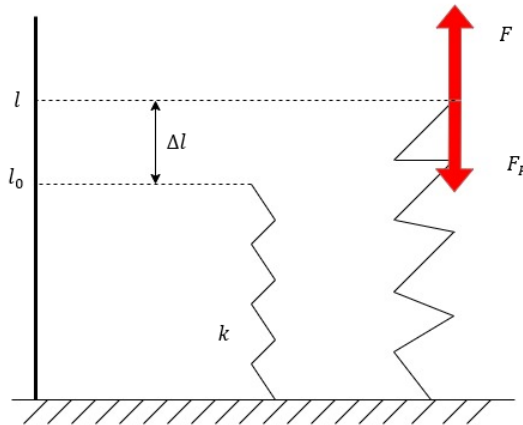
Poměrné prodloužení ε , lze po úpravě vztahů nahradit poměrnou změnou elektrického odporu, kterou měří tenzometr. K je součinitel deformační citlivosti vodiče.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{K} * \frac{\Delta R}{R} \quad 80$$

Přesnost tenzometrů může být ovlivněna teplotou. Pro kompenzaci se tenzometry často zapojují do můstků.[36]

8.2 Siloměry

V současnosti obsahuje většina siloměrů pro měření tahu a tlaku deformační člen. Ten převádí měřenou sílu na deformaci, kterou vyhodnotí k němu přidružené snímače. Na digitálním displeji následně zobrazí naměřenou hodnotu. Nejjednodušším provedením siloměru je však pouhá pružina společně se stupnicí, dle které lze měřit deformaci pružiny. Využívá se pružina s lineární závislostí mezi deformací pružiny a jejím zatěžováním. Pokud je pružina v klidovém stavu o délce l_0 , nepůsobí v ní žádná síla. Pokud se protáhne nebo stlačí o délku Δl silou F , začne v pružině působit stejně velká síla F_p . Ta vždy působí proti směru deformace pružiny.



Obrázek 43 - Deformace pružiny

Síla v pružině se vypočítá ze vztahu 81. Závisí pouze na tuhosti pružiny k a jejím vychýlení z klidové polohy.

$$F_p = -k * \Delta l \quad 81$$

Jde o jednoduchý a rychlý způsob, jak změřit tahovou či tlakovou sílu. Pro měření síly s dostatečnou přesností bych potřeboval siloměr s malým rozsahem, tak aby jeho chyba byla dostatečně malá. Příkladem může být siloměr Sauter FK25. Rozsah měření má 25N a krok 0,01N. Přesnost má 0,5 % z maximální měřitelné hodnoty, čili 0,125N.



Obrázek 44 - Siloměr Suter FK25 [37]

Ve své práci jsem použil k měření síly pružinu. Jednak nebyly digitální siloměry k dispozici, za druhé se dala pružina snadno implementovat do mého měřicího přípravku.

9 Nejistoty a chyby měření

S experimentálním měřením se pojí uvažování jeho nepřesnosti, jelikož každé měření je zatíženo chybou. Velikost chyby je, během měřicího procesu, ovlivněna vícero faktory. Nepřesnost do měření vnáší chyby přístrojů, kterými je hledaná veličina měřena, chyby způsobené pozorovatelem a také náhodné vnější vlivy. Aby bylo možné s výsledkem měření dále pracovat, je nutné ho uvádět společně s údajem o jeho přesnosti. To je zjednodušeně interval, ve kterém se pravá hodnota nachází s určitou pravděpodobností.

9.1 Chyba měření

Z definice se jedná rozdíl mezi změřenou a pravou hodnotou. Pravou hodnotu však v praxi nedokážeme nikdy přesně změřit. Chybu měření proto odhadujeme, například z parametrů měřících přístrojů. Dělí se na chyby systematické a náhodné.

Systematické se v průběhu měření stále opakují a jejich velikost se nemění s počtem pokusů. Zahrnují nepřesnost přístrojů, pozorovatele, případně i zvolené měřící metody. V mém experimentu je měřenou veličinou prodloužení pružiny. K tomu jsem použil pásové měřítko. Velikost jeho chyby je rovna polovině nejmenšího dílku stupnice, tedy 0,5 mm.[38] Další systematickou chybu vneslo do měření moje pozorování. Vzhledem k repetitivnímu a dlouhému měření mohlo dojít k nepřesnému odečtení vzdálenosti z měřítka.

Náhodné chyby vznikají při opakování měření a jsou způsobeny nekontrolovatelnými vnějšími jevy. Interval, ve kterém se pravá hodnota nachází, určíme pomocí směrodatné odchylky. Teorií náhodných chyb se zabývá matematická statistika.

9.2 Nejistota měření

Dle mezinárodních norem se přesnost výsledku určuje dle nejistoty měření. Nejistotou se označuje interval hodnot okolo výsledku měření, který se určí bez znalosti pravé hodnoty. Určování nejistot měření je obecnější, než určování chyb měření a obsahuje v sobě informace o chybovosti celého měřicího řetězce. Celková nejistota výsledku se skládá ze dvou složek, standardní nejistoty typu A a B. Výpočet nejistot se liší při přímém a nepřímém měření (měření hledané veličiny nebo měření jednotlivých veličin do výpočtu hledané veličiny).

Standardní nejistota typu A přísluší chybám, vzniklým nahodilými okolními jevy. Lze ji počítat pouze pokud se provede vícero měření stejné hodnoty. Pro celkový počet měření větší než 10 je určena výběrovou směrodatnou odchylkou aritmetického průměru. Pokud je počet měření nižší, upraví se odchylka přenásobením korekčním součinitelem.

Standardní nejistota typu B v podstatě zahrnuje systematické chyby. Nepřesnost přístrojů, měřící metody, vliv pozorovatele. Pokud je v procesu více nejistot typu B, sečtou se ve výslednou nejistotu typu B.

Celková nejistota měření se nazývá standardní kombinovaná nejistota veličiny. Je dána vztahem 82, kde u_A je nejistota typu A a u_B nejistota typu B.

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

82

Vzhledem k povaze mého experimentu, budu výsledky korigovat pouze systematickými chybami. Uvažování a definování nejistot je nad rámec mé současné práce. [36][38]

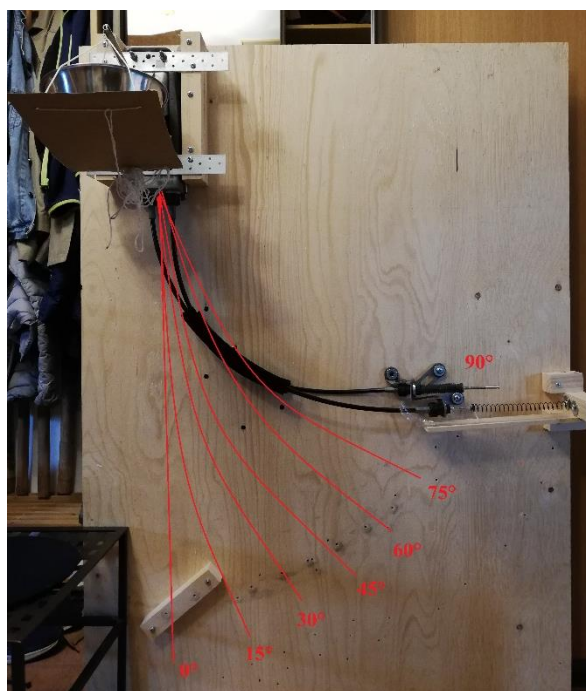
10 Experiment

Zkoumané zařízení je sestava řadící páky a k ní připojených dvou lanovodů. Lanovod čili bowden je tvořen spirálovitě stočeným ocelovým drátem obaleným pryží a ocelovým lankem, které se táhne otvorem skrze celou délku bowdenu. Díky tomu, že bowden je na obou koncích pevně zapřen, dokáže lanko po pohnutí pákou přenést mechanickou sílu a provést posuvný pohyb a tím vykonat práci. Bowdeny se využívají v celé řadě aplikací k ovládní spojek, brzd či ventilů. Příklad, který každý zná, je využití bowdenů k ovládní třmenových brzd u jízdních kol.[39]

10.1 Návrh experimentu

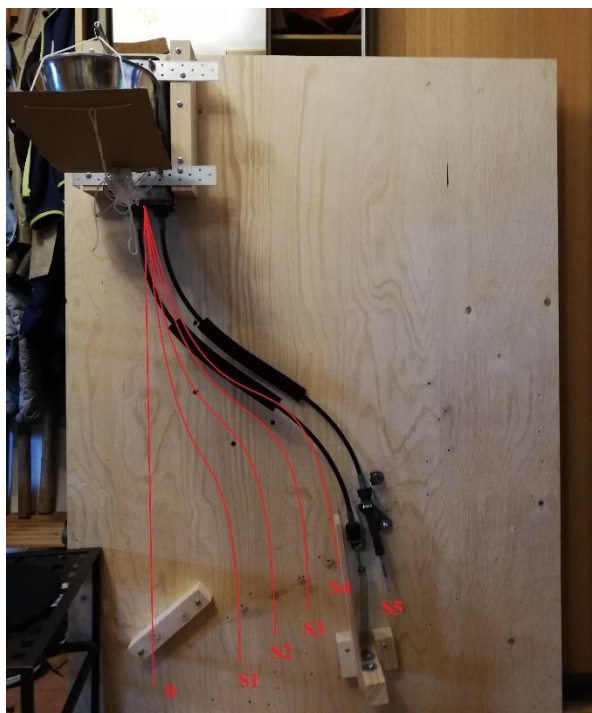
Účinnost mechanismu řadící páky vyjádřím pomocí velikosti třecích ztrát. Vzhledem k dostupným měřicím přístrojům budu měřit adhezní třecí sílu. Tu je třeba překonat, aby byl mechanismus uveden do pohybu a konal práci. Ke třecím ztrátám dochází v rotační vazbě kloubu řadící páky a rotační vazbě mezi koncem páky a lankem řadícího bowdenu. Tyto by neměly být závislé na změně dráhy bowdenů. Další třecí ztráty vzniknou uvnitř bowdenu, v místech, kde se ocelové lanko tře o teflonový obal. Koeficient suchého statického tření mezi materiály teflon a ocel se přibližně udává $\mu = 0,05$.

Velikost třecích ztrát bude měřena pro dvě různé konfigurace dráhy lanovodů. V první bude lanovod postupně ohýbán od své osy o úhel φ . V nejzazší poloze bude s osou svírat úhel 90° . Měřicí polohy jsou odstupňovány po 15° a je jich celkem 7. V druhé konfiguraci bude dráha lanovodu zkroucena do tvaru písmene S. To má simulovat možnou dráhu lanovodů v automobilu. Lanovody se po cestě do převodové skříně vyhýbají jinému konstrukčnímu prvku automobilu. Měřicí polohy jsou definovány velikostí poloměru kružnice, kterou jeden ze dvou oblouků opisuje. Celkem jich je 6⁴.



Obrázek 45 - Měřicí aparatura konfigurace 1

⁴ Dohromady je poloh v obou konfiguracích jen 12. Počáteční poloha 0° je společná pro obě dvě konfigurace.



Obrázek 46 - Měřící aparatura konfigurace 2

Pro měření velikosti třecích ztrát snižujících účinnost jsem vymyslel následující metodiku. Celá sestava řadící páky je postavena vertikálně, tak že řadící pohyb páky vede je prováděn kolmo k zemi. K lanku vystupujícímu z bowdenu je připevněna pružina, která je pevně spojena s deskou měřící aparatury. Na začátku pokusu je nezátížená páka v horní krajní poloze. Lanko je v tu chvíli, díky pákovému mechanismu, zcela vysunuto. A pružina je klidové poloze, čili nepůsobí v ní žádné síly. Přiložením závaží na páku začne působit síla, která tlačí páku dolů. Proti začne působit síla v natahující se pružině dle vzorce 81. Ideálně by páka okamžitě klesla, do polohy nového rovnovážného stavu. V něm se síla v pružině rovná tíze působícího závaží, přenásobeného pákovým převodem. Díky třecím ztrátám v reálném mechanismu se pružina natahuje postupně, když aktuální tíha závaží překoná statickou adhezní sílu a začne působit menší smyková třecí síla. Pružina se bude natahovat tak dlouho, dokud se díky účinkům tření a síle v pružině nedosáhne nové rovnovážné polohy.

Předpokládaným výsledkem měření je zvyšování třecích ztrát se zvyšující se deformací dráhy lanovodu.

10.2 Výroba měřícího zařízení

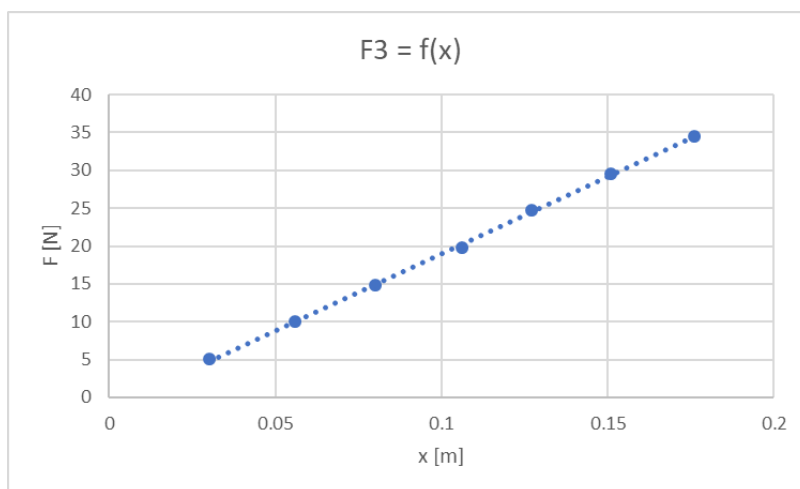
Nejprve bylo zapotřebí pevně připevnit tělo řadící páky k základové desce, viz obrázek 48. Poté jsem rozměřil a vyznačil jednotlivé polohy, do kterých se budou lanovody upevňovat pomocí šroubů. Kvůli rozdílné délce řadícího a vodícího bowdenu, bylo zapotřebí v základní poloze 0° přidělat vyvýšenou podpěru. Při upevnění o pár centimetrů výše, než je rovina desky dojde k menšímu prohnutí lanovodů. Ve všech ostatních polohách stačilo připevňovat lanovody přímo k desce, neboť dráha se stáčí ve směru kratšího (vodícího) bowdenu. Nedochozí tak k dalšímu prohýbání lanovodů.

Po zhotovení základní desky a navrtání děr pro upevnění do poloh, bylo zapotřebí zvolit vhodnou pružinu. V laboratořích na Julisce jsem si 4 zapůjčil. Pružiny byly různých rozměrů a tuhostí. Tuhosti

bylo nejprve nutné experimentálně zjistit. Vyrobil jsem jednoduché stanoviště, kde se za jeden konec pružina připojila ke karabině a na její volně visící konec jsem postupně přikládal závaží. Součástí stanoviště bylo stojící pásové měřidlo, ze kterého jsem odečítal velikost prodloužení pružiny. Pro každou z pružin jsem si do tabulky zaznamenal hodnotu prodloužení při daném závaží. Z naměřených hodnot jsem vytvořil lineární charakteristiku pružiny a pomocí funkce lineární regrese určil směrnici dané přímky. Velikost směrnice je v tomto případě rovna tuhosti k dané pružiny. Po změření všech 4 pružin jsem na základě jejich velikosti a tuhosti zvolil pružinu z měření číslo 3. Nejlépe pasovala do měřící aparatury a její tuhost $k = 203,353 \text{ N/m}$ byla dostatečně veliká, abych mohl na malém rozsahu pohybu řadícího lanka změřit co nejvíce bodů. Hodnoty z měření tuhostí jsou součástí excelu *Měření účinnosti řadícího mechanismu* v příloze.

Pružina 3			
m [kg]	x [m]	G [N]	k [N/m]
0.516	0.03	5.06196	203.3529
1.016	0.056	9.96696	
1.516	0.08	14.87196	
2.016	0.106	19.77696	
2.516	0.127	24.68196	
3.016	0.151	29.58696	
3.516	0.176	34.49196	

Tabulka 5 - Pružina 3, měření tuhosti⁵



Graf 1 - Charakteristika pružiny 3

Nakonec jsem vyrobil jednoduchý stojan, který se společně s lanovody montuje do určených poloh. Slouží k připevnění volného konce pružiny a je k němu připojené pravítko pro rychlé a přesné odečítání změny délky pružiny, viz obrázek 49. Pro stojan jsem vždy určil polohu jeho umístění tak, aby v tomto stavu byla pružina co nejbližší své klidové délce. Díky tomu, že pružina je na lanku vystupujícím z bowdenu připevněna pomocí dvou matic, šlo její natažení ještě lehce korigovat i po namontování

⁵ Síla G v tabulce 5 je tíhou zavěšeného závaží. Ta je rovna síle F (působící v pružině) v grafu na obrázku 47.

stojanu. K hotové měřicí aparatuře jsem vyrobil jednoduchou plošinu. Ta se zavěsí na páku a jednoduše se na ní poté dá přikládat zátěž.



Obrázek 47 - Upevnění tělesa řadící páky + zavěšení závaží



Obrázek 48 - Detail měření prodloužení pružiny

10.3 Provedení testů

Měření ztrát jsem prováděl pouze pro řadící bowden. Rozsah pohybu konce lanka po výstupu z otvoru je 6,2 cm a nabízí tedy dostatek prostoru pro postupné natahování pružiny a změření vícero význačných bodů. Naproti tomu rozsah pohybu konce vodícího lanka je pouze 1 cm a při měření bych tedy získal málo hodnot a dopouštěl se přílišné chyby.

Cílem měření je určit polohy, ve kterých dochází k překonání adhezní síly a s tím spojené natažení pružiny.

V obou dvou konfiguracích byly polohy měřeny postupně, tak jak jdou za sebou, tzn. od 0° do 90° a od 0° do největšího ohnutí lanovodů polohy S5. Postup měření ztrát byl stejný v každé z 12 poloh. Nejdříve se do zkoumané polohy pomocí šroubů upevnily lanovody. Na řadicím lanku je stabilně upevněna pružina. Poté se přidělal stojan, ke kterému se připojil druhý konec pružiny.

Řadicí páka se uvede do své horní polohy, čímž pádem je lanko maximálně vytažené a pružina má svojí klidovou délku. Do připravené tabulky se zapíše velikost klidové délky pružiny L_0 , od ní se bude odvíjet velikost prodloužení pružiny dL . Následně se na páku přidělá plošina s miskou. Tyto dvě komponenty váží 0,188 kg. Do misky se postupně stříkačkou přidává voda. Jeden krok je 10 ml \cong 0,01 kg (hustota vody při 20°C je $\rho = 998,205 \text{ Kg/m}^3$). Plynuhé přidávání vody po malých dávkách, zajistí opakovatelnost experimentu. V první verzi pokusu jsem místo vody přikládal těžší závaží a při opakovaném přiložení stejného závaží docházelo k velmi rozdílným natažením pružiny. Navíc malý krok 10 ml umožňuje přesně určit zlom, při kterém dochází k překonání adhezní síly. Při každém přidání hmotnosti je nutné zkontrolovat, zda nedošlo k prodloužení pružiny. Do tabulky se tedy po každém zvýšení hmotnosti zapíše hodnota aktuální hmotnosti na páce a k ní přidružené natažení pružiny. Během měření se střídají úseky, kdy pružina zůstává stejně dlouhá po několik kroků zvyšování zátěže, s úseky, kdy po přidání 10 ml vody dojde ke skokovému prodloužení pružiny. Zátěž se zvyšuje tak dlouho dokud nedojde k úplnému zasunutí lanka. Poté se zátěž sundá a páka se uvede zpět do výchozí horní polohy.

Celý tento proces se v každé poloze opakuje 3x, aby bylo možné průměrovat naměřené hodnoty a porovnat zda měření probíhala přibližně stejně. Po provedení tří měření se lanovody a stojan upevní do nové polohy a měření se opakuje. Veškeré naměřené hodnoty a vypočtené hodnoty jsou dostupné v příloze *Měření účinnosti řadicího mechanismu*.

10.4 Vyhodnocení výsledků

Po skončení měření jsem pro každou polohu vyrobil tabulku 6. V jednom řádku k sobě patří hmotnost závaží na páce m , aktuální délka pružiny L , prodloužení pružiny z klidové polohy dL a síly G a F . G je tíhou závaží a F sílou v pružině vypočítané ze vztahu 83. Čísla 1,2,3 označují pořadí pokusů provedených v dané poloze.

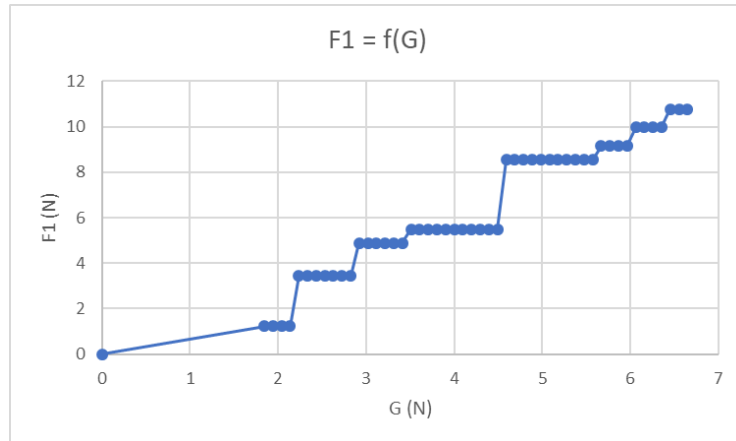
$$F = k * dL$$

83

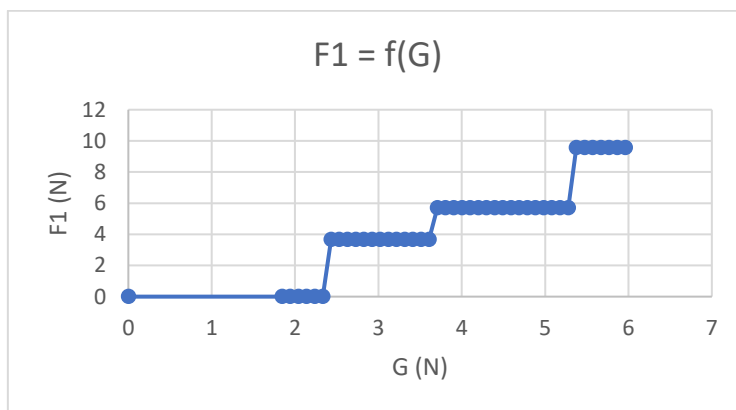
m (g)	m (kg)	L 1 (mm)	dL 1 (m)	L 2 (mm)	dL 2 (m)	L3 (mm)	dL 3 (m)	G (N)	F 1 (N)	F 2 (N)	F 3 (N)
0	0	16.2	0	16.2	0	16.2	0	0	0	0	0
188	0.188	16.8	0.006	17	0.008	17.5	0.013	1.84365	1.220117	1.626823	2.643588
198	0.198	16.8	0.006	17	0.008	17.5	0.013	1.941717	1.220117	1.626823	2.643588
208	0.208	16.8	0.006	17	0.008	17.5	0.013	2.039783	1.220117	1.626823	2.643588
218	0.218	16.8	0.006	17	0.008	17.5	0.013	2.13785	1.220117	1.626823	2.643588
228	0.228	17.9	0.017	17.8	0.016	17.5	0.013	2.235916	3.456999	3.253646	2.643588
238	0.238	17.9	0.017	17.8	0.016	17.5	0.013	2.333983	3.456999	3.253646	2.643588
248	0.248	17.9	0.017	17.8	0.016	17.5	0.013	2.432049	3.456999	3.253646	2.643588
258	0.258	17.9	0.017	17.8	0.016	18	0.018	2.530116	3.456999	3.253646	3.660352
268	0.268	17.9	0.017	17.8	0.016	18	0.018	2.628182	3.456999	3.253646	3.660352
278	0.278	17.9	0.017	17.8	0.016	18	0.018	2.726249	3.456999	3.253646	3.660352

Tabulka 6 - Neúplná tabulka naměřených prodloužení pružiny v poloze 0°

Závislost sil G a F je graficky vyjádřena v grafech 2 a 3. Graf 2 přísluší poloze 0° kde jsem naměřil nejmenší třecí ztráty. Z grafu je patrné, že síla F postupně narůstá ve větším množství menších skoků. Naproti tomu v grafu 3, který přísluší poloze 75° s většími třecími ztrátami, narůstá síla F pouze ve třech velkých krocích. To implikuje větší působící adhezní sílu, kterou je nutno překonat, aby se mohla pružina natáhnout do nové rovnovážné polohy.



Graf 2 - Závislost síly F a G v poloze 0°



Graf 3 - Závislost síly F a G v poloze 75°

Červeně označené hodnoty v tabulce 6 označují místa kde došlo ke skokové změně délky pružiny. Zatížení, při kterém došlo k natažení a výsledná délka natažení pružiny se mezi třemi pokusy mírně liší. Vzhledem k charakteru experimentu to považuji za přijatelné odchylky. V tabulce 7 jsou uvedena data pro výpočet průměrné adhezní síly v poloze 0° . Každý řádek postupně přísluší zprůměrovaným hodnotám z míst, kde postupně docházelo k prodloužení pružiny v pokusech 1, 2 a 3. Hodnota m *mezní* značí průměrné zatížení, při kterém dojde ke změně délky. Hodnoty dL *před/po* značí průměrné prodloužení pružiny z klidové délky před a po jejím skokovém natažení. Z nich dopočítávají síly F *před/po*. Velikost adhezní síly T jsem vypočítal jako rozdíl sil v pružině před a po jejím natažení. Vycházím z úvahy, že pokud při přikládání závaží (zvětšování síly na páce), nedochází současně k natahování pružiny, tak nově vzniklou sílu na páce vyrovnávají pasivní odpory v celém mechanismu. Jejich maximální velikost zjistím ve chvíli, kdy je vnější síla G překoná a dojde k natažení pružiny, do nové rovnovážné polohy. Pro každou zkoumanou polohu se nakonec určí průměrná velikost adhezní síly udávající třecí ztráty v mechanismu.

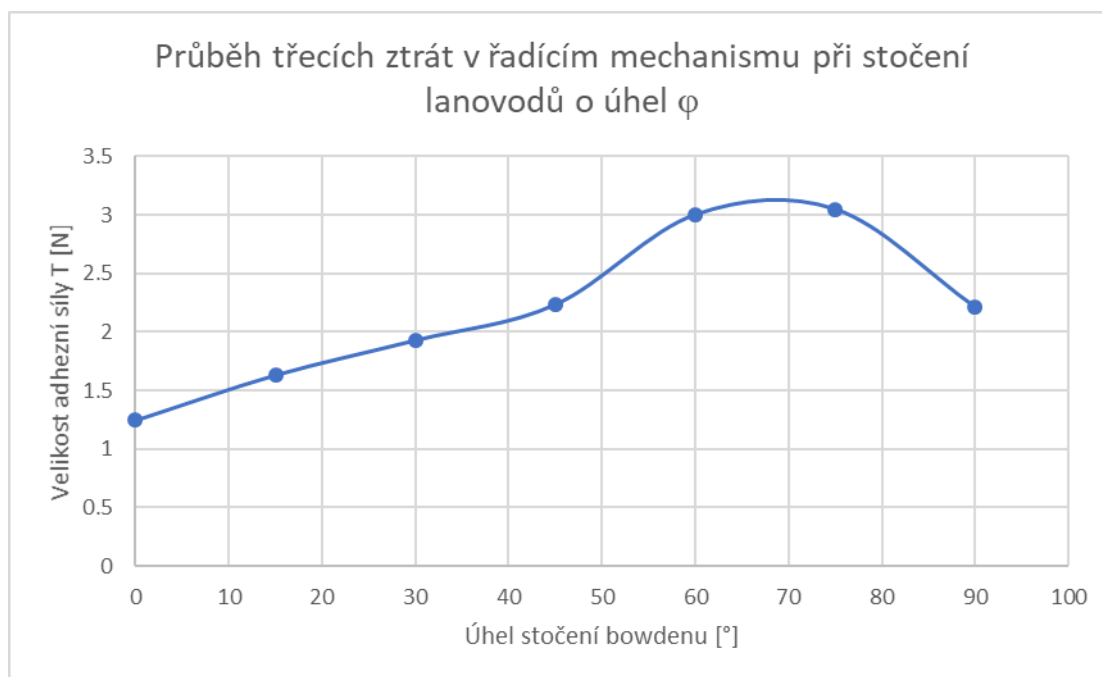
m mezní	dL po	dL před	G mezní	F po	F před	T	T průměrná
0.094	0.009	0	0.921825	1.830176	0	1.830176	1.24916781
0.238	0.017	0.009	2.333983	3.456999	1.830176	1.626823	
0.298	0.023667	0.017	2.922382	4.812685	3.456999	1.355686	
0.348	0.026667	0.023667	3.412714	5.422744	4.812685	0.610059	
0.573	0.045	0.036667	5.61921	9.150881	7.456273	1.694608	
0.603	0.048333	0.045	5.91341	9.828724	9.150881	0.677843	
0.643	0.053	0.048333	6.305676	10.7777	9.828724	0.94898	

Tabulka 7 - Výpočet adhezní síly v poloze 0°

V následující tabulce a grafu je znázorněn průběh třecích ztrát, vyjádřen velikostí adhezní síly, pro konfiguraci 1. S rostoucím úhlem zahnutí lanovodu rostou i třecí ztráty, což odpovídá předpokládanému výsledku. Velikost třecích ztrát v poloze 0° cca odpovídá ztrátám v kloubovém mechanismu řadicí páky, protože lanovod je v této poloze jen mírně prohnutý. Anomálie vznikla v poloze 90° kdy i při opakovaném změření všech tří pokusů došlo k poklesu třecích ztrát. Možným vysvětlením může být vyrovnaní polohy lanka uvnitř bowdenu, tak že se bude třít o stěny méně než v předchozích polohách.

Úhel stočení bowdenu φ [°]	0	15	30	45	60	75	90
Velikost adhezní síly T [N]	1.248	1.634	1.932	2.237	3.005	3.05	2.215

Tabulka 8 - Velikost adhezní síly při stáčení o úhel φ

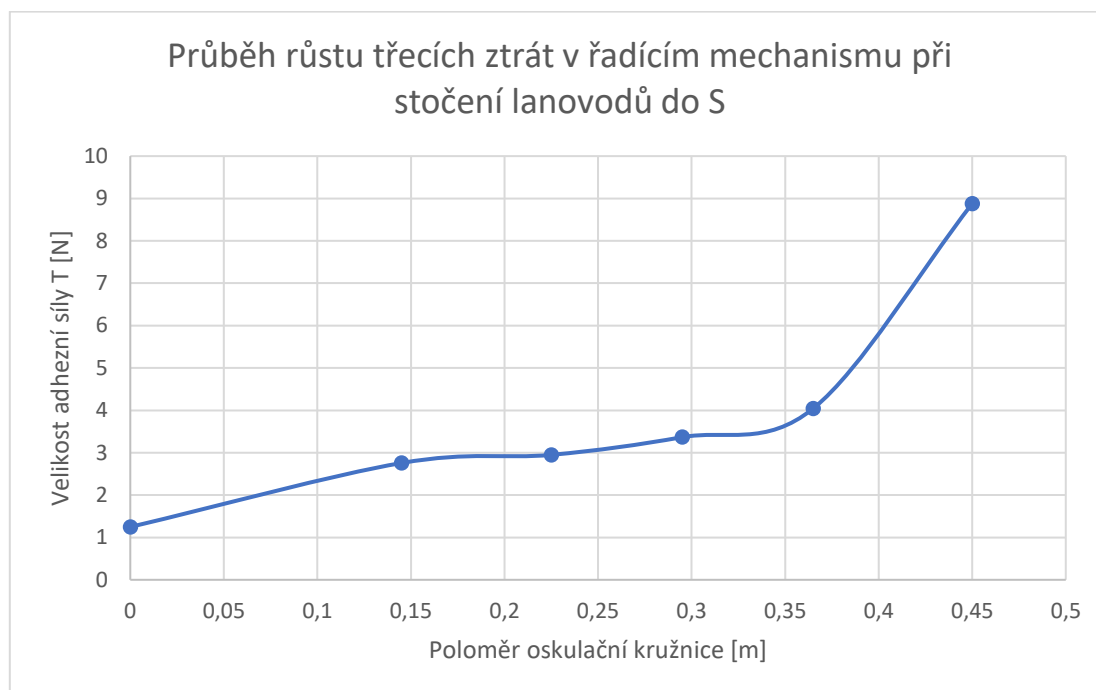


Graf 4 - Průběh třecích ztrát v řadicím mechanismu při stáčení o úhel φ

Postup určování třecích ztrát při stočení lanovodů do S je totožný s postupem při stáčení o úhel φ . Třecí ztráty se opět dle předpokladů zvyšovaly společně se zvětšováním deformace dráhy lanovodů. Dvojnásobný nárůst adhezní síly mezi polohou S4 a S5 může být z části zapříčiněn tím, že v poloze S5 došlo pouze k jedinému protažení pružiny. Síla v pružině tedy rovnou vzrostla z 0 na vysokou hodnotu. Ztráty jsou vyšší než při pouhém zahýbání lanovodů.

Poloměr oskulační kružnice [m]	0	S1 - 0.145	S2 - 0.225	S3 - 0.295	S4 - 0.365	S5 - 0.45
Velikost adhezní síly T [N]	1.248	2.757	2.949	3.367	4.043	8.88

Tabulka 9 - Velikost adhezní síly při stočení lanovodů do S



Graf 5 - Průběh třecích ztrát v řadicím mechanismu při stočení lanovodů do S

Chybu do měření vneslo odečítání vzdáleností z měřítka a ne zcela přesné zajištění klidové délky pružiny při začátku měření. S chybou byla změřena i tuhost pružiny, přes kterou se dopočítávají velikosti sil. Výpočet těchto chyb je už však nad rámec mé práce.

Možným rozšířením experimentu by mohlo být měření třecích ztrát při pohybu lanka. K tomu by bylo zapotřebí použít digitální siloměry s vysokým vzorkováním a záznamem dat. Deska měřicí aparatury je dostatečně velká na to, aby se takovýto snímač dal přidělat do nové polohy a využít k měření.

Závěr

V bakalářské práci jsem se zabýval měřením momentu setrvačnosti a změřením účinnosti mechanismu řadící páky a k ní připojených lanovodů. Měl jsem vytyčených několik cílů a myslím, že jsem všechny dostatečně splnil.

V rámci úprav laboratorního stanoviště jsem dle rozměrů tištěného spoje navrhl a na 3D tiskárně vytiskl kryt. Díky tomu s ním lze volněji manipulovat během výuky. Naučil jsem se pájet a vyrobil jsem díky tomu nové propojovací kabely a konektory tak, aby bylo možné využívat všechny součásti stanoviště. K tomuto zapojení jsem sestavil jednoduchá schémata, podle kterých bude v budoucnu možné kabeláž snadno opravit. Také jsem zkalibroval nový inklinometr. Pro potřeby výuky jsem v angličtině vypracoval vysvětlující poster a prezentaci, které mohou být během hodin využity už v příštím zimním semestru. Nakonec jsem si úlohu sám zkusil změřit a potvrdil jsem, že nové zapojení funguje a inklinometr je zkalibrován.

Cílem druhé části bylo změřit účinnost řadícího mechanismu. Pro tento účel bylo zapotřebí vyrobit měřicí aparaturu, navrhnout formu experimentu a princip měření. Poté měření provést a vyhodnotit výsledky. V domácích podmínkách jsem sestavil měřicí aparaturu. Účinnost jsem se rozhodl měřit skrze sledování růstu třecích ztrát uvnitř mechanismu. K měření sil potřebných pro výpočet jsem využil pružiny, u které jsem nejdříve experimentálně změřil její tuhost. Dle své metodiky jsem provedl sérii měření a naměřil sadu dat, jejichž vyhodnocením jsem potvrdil svůj předpoklad z úvodu. Čím více je dráha lanovodů zprohýbaná, tím vyšší třecí ztráty v nich působí a tím nižší je účinnost celého mechanismu. Vzhledem k dostupným prostředkům jsem měřil pouze statické třecí ztráty. Do budoucna by bylo možné měřicí aparaturu upravit, použít sofistikovanější digitální snímače sil a změřit i třecí ztráty za pohybu.

Seznam obrázků

Obrázek 1 - Rozložení hmoty v tělese	11
Obrázek 2 - Obvodové rychlosti při rotaci.....	12
Obrázek 3 - Poloha tělesa ke středu souřadného systému	13
Obrázek 4 - Moment setrvačnosti k rovnoběžné ose.....	16
Obrázek 5 - Schéma torzních kmitů	17
Obrázek 6 - Natočení rovina xy	21
Obrázek 7 - Těleso zavěšeno pod úhlem α	22
Obrázek 8 - Těleso zavěšeno pod úhlem β	22
Obrázek 9 - Schéma světelné závory	23
Obrázek 10 - Elektronické schéma světelné závory [10].....	24
Obrázek 11 - Tištěný spoj	25
Obrázek 12 - DAQ CARD 6062E	25
Obrázek 13 - Rozhraní programu měření doby kyvu.....	26
Obrázek 14 - Rozhraní programu vyhodnocujícího sklon inklinometru	26
Obrázek 15 - Klidový stav akcelerometru.....	28
Obrázek 16 - Posunutí elektrod v akcelerometru	29
Obrázek 17 – Nenatočené těleso	31
Obrázek 18 - Rozložení tíhy do složek	31
Obrázek 19 – Rovina yz	32
Obrázek 20 – Rovina xz	32
Obrázek 21 - Pracovní prostředí LabView	33
Obrázek 22 - Výstup programu pro měření sklonu	33
Obrázek 23 - Vstup DAQ CARD.....	34
Obrázek 24 - Vstup Inklinometr	34
Obrázek 25 - Průběh tisku obou stran krytu	35
Obrázek 26 - Rozložený kryt.....	35
Obrázek 27 - Složený kryt.....	36
Obrázek 28 - Řez krytem	36
Obrázek 29 - Poškozený konektor inklinometru	37
Obrázek 30 - Světelná závora s novým zapojením	37
Obrázek 31 - Inklinometr s novým zapojením.....	38
Obrázek 32 - Sestava pro určení polohy těžiště ráfku.....	38
Obrázek 33 - Schéma pro výpočet polohy těžiště	39
Obrázek 34 - Zavěšení disku	39
Obrázek 35 - Zavěšení ráfku	40
Obrázek 36 - Mechanismus řazení [23].....	43
Obrázek 37 – Schéma řadícího pohybu.....	43
Obrázek 38 – Schéma vodícího pohybu	44
Obrázek 39 – Rozložení sil při smykovém tření.....	46
Obrázek 40 - Rozložení sil při lanovém tření	47
Obrázek 41 - Ztráty v systému.....	50
Obrázek 42 - Drátkový tenzometr [36].....	51
Obrázek 43 - Deformace pružiny.....	52
Obrázek 44 - Siloměr Suter FK25 [37]	52
Obrázek 45 - Měřicí aparatura konfigurace 1	55
Obrázek 46 - Měřicí aparatura konfigurace 2	56
Obrázek 47 - Upevnění tělesa řadící páky + zavěšení závaží.....	58
Obrázek 48 - Detail měření prodloužení pružiny	58

Seznam grafů

Graf 1 - Charakteristika pružiny 3.....	57
Graf 2 - Závislost sil F a G v poloze 0°	60
Graf 3 - Závislost sil F a G v poloze 75°	60
Graf 4 - Průběh třecích ztrát v řadicím mechanismu při stáčení o úhel φ	61
Graf 5 - Průběh třecích ztrát v řadicím mechanismu při stočení lanovodů do S.....	62

Seznam tabulek

Tabulka 1 - Vzorce pro výpočet MS různých těles.....	11
Tabulka 2 - Naměřené a vypočtené hodnoty	41
Tabulka 3 - Hodnoty úhlů	41
Tabulka 4 - Hlavní momenty setrvačnosti.....	41
Tabulka 5 - Pružina 3, měření tuhosti	57
Tabulka 6 - Neúplná tabulka naměřených prodloužení pružiny v poloze 0°	59
Tabulka 7 - Výpočet adhezní síly v poloze 0°	61
Tabulka 8 - Velikost adhezní síly při stáčení o úhel φ	61
Tabulka 9 - Velikost adhezní síly při stočení lanovodů do S.....	62

Seznam příloh

Příloha 1 - Kalibrace inklinometru STS-003-02
Příloha 2 - Kryt - výkres_dno
Příloha 3 - Kryt - výkres_víko
Příloha 4 - Manuál pro vyučující
Příloha 5 - MEASURING THE MOMENT OF INERTIA
Příloha 6 - Poster Měření momentu setrvačnosti
Příloha 7 - Schéma zapojení
Příloha 8 - Měření účinnosti řadicího mechanismu

Použitá literatura

- [1] MAŘÍK, Robert. *Základní myšlenky vedoucí k rozšíření integrálního počtu* [online]. 2015 [cit. 2020-05-04]. Dostupné z: http://user.mendelu.cz/marik/wiki/am/slidy/integraly/index_h.html
- [2] BAJER, Jiří. *Mechanika. 2., rozš. a dopl. vyd.* Olomouc: Vladimír Chlup, 2012. ISBN 978-80-903958-1-7
- [3] VALÁŠEK, Michael, Zbyněk ŠIKA a Václav BAUMA. *Mechanika B.* V Praze: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-02919-0
- [4] KAZDA, Lukáš. *Měření momentu setrvačnosti.* Praha, 2015. Bakalářská práce. ČVUT, Fakulta Strojní. Vedoucí práce Doc. Dr. Ing. Gabriela Achtenová
- [5] KRÁLOVÁ, Magda. MOMENT SETRVAČNOSTI. *Techmania* [online]. [cit. 2020-05-04]. Dostupné z: <https://edu.techmania.cz/cs/encyklopedie/fyzika/sila/moment-setrvacnosti>
- [6] CIPRIAN, Dalibor. *Fyzika I.* Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2007. ISBN isbn978-80-248-1591-6
- [7] KOCIÁN, Vladislav. *Vyvažování tuhých těles.* Praha, 2016. Bakalářská práce. ČVUT, Fakulta Strojní. Vedoucí práce Ing. Jan Zavřel, Ph.D.
- [8] KYTÝR, Jiří, Zbyněk KERŠNER, Rostislav ZÍDEK a Zbyněk VLK. *Základy stavební mechaniky* [online]. Brno: VUT v Brně, Fakulta Stavební, 2004, , 32 [cit. 2020-05-04]. Dostupné z: <http://lences.cz/domains/lences.cz/skola/subory/Skripta/BD01-Zaklady%20stavebni%20mechaniky/BD01-Zaklady%20stavebni%20mechaniky%20M02-Prurezove%20charakteristiky.pdf>
- [9] UHROVÁ, Helena. *Laboratorní cvičení z fyziky.* Vyd. 3. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická v Praze, 2013. ISBN isbn978-80-7080-845-0
- [10] NOVOTNÝ, Lukáš. *Inovace měřicího stanoviště momentu setrvačnosti.* Praha, 2010. Bakalářská práce. ČVUT, Fakulta Strojní
- [11] BALAJI, Raghavendar. *IMPROVEMENT OF THE EXISTING TEST STANDS.* Praha, 2019. Diplomová práce. ČVUT, Fakulta Strojní. Vedoucí práce Doc. Dr. Ing. Gabriela Achtenová
- [12] HALAŠ, Rostislav. *Základy LabView. DPS* [online]. 2015 [cit. 2020-05-04]. Dostupné z: <https://www.dps-az.cz/mereni/id:22208/nove-v-e-archivu-zaklady-labview>
- [13] KOPEČEK, P. MEMS technologie snímání náklonu. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009. 32 s., 2 příl. Vedoucí bakalářské práce Ing. Jiří Dlouhý.
- [14] FAMFULÍK, Lukáš. *DIGITÁLNÍ KYVADLOVÝ INKLINOMETR.* Brno, 2008. Bakalářská práce. VUT v Brně, FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ. Vedoucí práce Ing. Viera Biolková.
- [15] HUSÁK, Miroslav. *MEMS a mikrosystémové technologie* [online]. 2008. Praha: ČVUT, Fakulta elektrotechnická, s. 5 [cit. 2020-05-04]. Dostupné z: https://automa.cz/Aton/FileRepository/pdf_articles/38122.pdf
- [16] VOJÁČEK, Antonín. MEMS - díl 1. - Co to je a jak to vypadá ? *Vyvoj.hw* [online]. 2006 [cit. 2020-05-04]. Dostupné z: <https://vyvoj.hw.cz/clanek/2006111901>
- [17] UHLÍŘ, Ivan. *Elektrické obvody a elektronika.* Praha: Vydavatelství ČVUT, 2002. ISBN 80-01-02466-0.
- [18] FISHER, Christopher J. *Using An Accelerometer for Inclination Sensing* [online]. In: Convergence Promotions, 2011 [cit. 2020-05-04]. Dostupné z: <https://www.digikey.com/en/articles/using-an-accelerometer-for-inclination-sensing>
- [19] INCLINOMETER SPECIFICATIONS. *Posital* [online]. [cit. 2020-05-04]. Dostupné z: <https://www.posital.com/en/products/inclinometers/mems/MEMS-Technology.php>

- [20] INCLINOMETER AND TILT SENSOR. *POSITEK* [online]. [cit. 2020-05-04]. Dostupné z: <https://www.positek.com/inclinometer-and-tilt-sensor>
- [21] FORMÁNEK, P. Převodovky řazené pod zatížením. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství, 2018. 38 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Zdeněk Kaplan, CSc.
- [22] SVOBODA, P. Metodika přestavby převodovky vozidla. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 88 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Petr Hejtmánek, Ph.D.
- [23] ŠKODA AUTO A.S. *Dílenská příručka FABIA 2000*. Vydání: 08,99. Česká Republika.
- [24] Příspěvatelé Wikipedie, *Tření* [online], Wikipedie: Otevřená encyklopedie, c2019, Datum poslední revize 19. 11. 2019, 18:49 UTC, [citováno 11. 05. 2020] <https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=T%C5%99en%C3%AD&oldid=17865978>
- [25] PROCHÁZKOVÁ, Adéla. *Testování tenkých vrstev pro implantáty*. Kladno, 2017. Bakalářská práce. ČVUT, FAKULTA BIOMEDICÍNSKÉHO INŽENÝRSTVÍ. Vedoucí práce Ing. Jan Mikšovský, Ph.D.
- [26] JANÍK, Josef. *Fyzika tření*. Brno, 2008. Bakalářská práce. Masarykova Univerzita. Vedoucí práce Prof. RNDr. Vladislav Navrátil, CSc.
- [27] HALLIDAY, David, Robert RESNICK a Jearl WALKER. *Fyzika: vysokoškolská učebnice obecné fyziky*. Brno: VUTIUM, 2000. Překlady vysokoškolských učebnic. ISBN 80-214-1869-9.
- [28] VALÁŠEK, Michael, Vladimír STEJSKAL a Jiří BŘEZINA. *Mechanika A*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 978-80-01-02890-2.
- [29] UHLÍŘ, Ivan. *Elektrické stroje a pohony*. Vyd. 2., přeprac. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2007. ISBN 978-80-01-03730-0.
- [30] KUGL, Otmar, HOUKAL, Jiří. *Projekt: III. ročník*. Praha: České vysoké učení technické, 1997. ISBN 80-01-01638-2.
- [31] PICKOVER, Clifford A. *Kniha o fyzice: od velkého třesku ke kvantovému znovuzrození: 250 milníků v dějinách fyziky*. Přeložil Ivan ŠTOLL. Praha: Argo, 2015. Zip (Argo: Dokořán). ISBN 978-80-7363-609-8.
- [32] ŠTEFAN, David. *HYDRAULICKÉ ZTRÁTY V POTRUBÍ*. Brno, 2009. Bakalářská práce. VUT v Brně, FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ. Vedoucí práce Ing. PAVEL RUDOLF, Ph.D.
- [33] PROUZA, Petr. *VÝVOJ SPALOVACÍHO MOTORU A JEHO ÚČINNOSTI*. Praha, 2015. Diplomová práce. ČVUT, Fakulta Dopravní. Vedoucí práce Ing. Jiří First.
- [34] Příspěvatelé Wikipedie, *Účinnost (fyzika)* [online], Wikipedie: Otevřená encyklopedie, c2019, Datum poslední revize 8. 10. 2019, 17:15 UTC, [citováno 11. 05. 2020] [https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=%C3%9A%C4%8Dinnost_\(fyzika\)&oldid=17709770](https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=%C3%9A%C4%8Dinnost_(fyzika)&oldid=17709770)
- [35] Příspěvatelé Wikipedie, *Výkon* [online], Wikipedie: Otevřená encyklopedie, c2020, Datum poslední revize 30. 04. 2020, 11:52 UTC, [citováno 4. 05. 2020] <https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=V%C3%BDkon&oldid=18460962>
- [36] VOLF, Jaromír a Josef JENČÍK. *Technická měření*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2000. ISBN isbn80-01-02138-6.
- [37] Siloměr Sauter FK 25, 25N/0,01N. In: *Váhy Robin, Tenzometrické snímače* [online]. [cit. 2020-07-06]. Dostupné z: <https://www.tenzometricke-snimace.cz/Silomer-Sauter-FK-25-25N-0-01N-d1078.htm>
- [38] KOHOUT, Zdeněk. *Laboratorní cvičení z fyziky*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2002. ISBN isbn80-01-02472-5.
- [39] Wikipedia contributors. (2019, October 4). Bowden cable. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved 19:54, May 11, 2020, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Bowden_cable&oldid=919627840