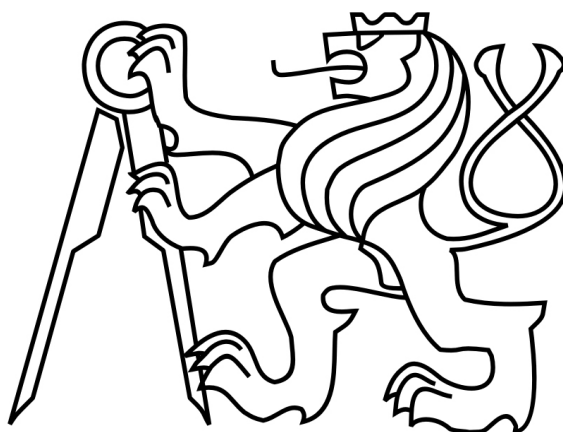


České vysoké učení technické v Praze



Fakulta strojní

Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

Stabilita dlouhých štíhlých kompozitových táhel

Stability of long composite rods

Bakalářská práce

Autor práce: Sára Strakošová

Vedoucí práce: Ing. Milan Dvořák, Ph.D.

Praha 2020

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Strakošová** Jméno: **Sára** Osobní číslo: **473547**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Stabilita dlouhých štíhlých kompozitových táhel

Název bakalářské práce anglicky:

Stability of long composite rods

Pokyny pro vypracování:

- Seznámení s problematikou kompozitových táhel používaných v systémech řízení v UL (ultralehkém) letectví
 - typické táhlo v systémech řízení
 - jak funguje kompozitní materiál
 - teorie vzpěru a aplikace na kompozitním materiálu
- Sestavení výpočetního modelu táhla daných rozměrů, skladby kompozitu
- Experimentální ověření kritické síly přenesené táhlem daných rozměrů, skladby kompozitu
- Zhodnocení výsledků, závěry

Seznam doporučené literatury:

- Valenta, F. a kol.: Pružnost a pevnost III, skriptum
- Laš, V.: Mechanika kompozitních materiálů, Plzeň, Západočeská univerzita, 2004

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Milan Dvořák, Ph.D., odbor pružnosti a pevnosti FS


Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **23.04.2020**

Termín odevzdání bakalářské práce: **07.08.2020**

Platnost zadání bakalářské práce: _____


Ing. Milan Dvořák, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce



doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Studentka bere na vědomí, že je povinna vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

25.6.2020
Datum převzetí zadání


Podpis studentky

Anotační list

Jméno autora:	Sára Strakošová
Fakulta:	Fakulta strojní
Zadávací ústav:	Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky
Studijní program:	Teoretický základ strojního inženýrství
Studijní obor:	bez oboru
Rok:	2020
Název práce:	Stabilita dlouhých štíhlých kompozitových táhel
Anglický název:	Stability of long composite rods
Vedoucí práce:	Ing. Milan Dvořák, Ph.D.
Bibliografické údaje:	Počet stran: 42
	Počet obrázků: 24
	Počet tabulek: 9
Klíčová slova:	kompozit, laminát, vzpěr, kompozitové táhlo
Key words:	composite, laminate, buckling, composite rod
Abstrakt:	Tato bakalářská práce se zabývá vytvořením výpočtového modelu kompozitového táhla namáhaného na vzpěr, vyhodnocením experimentálního měření táhla a porovnání výsledků experimentu s analytickým výpočtem modelu.
Abstract:	This bachelor's thesis deals with making computation model for composite rod that is stressed by buckling, evaluating an experiment of the rod and comparing results of the experiment with analytical calculations of computation model.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracovala zcela samostatně a použila jsem pouze podklady, které jsou v práci citovány a uvedeny v seznamu použité literatury.

V Praze dne

.....

Podpis

Poděkování

Ráda bych poděkovala Ing. Milanu Dvořákovi, Ph.D., vedoucímu mé bakalářské práce, za odborné vedení, trpělivost, cenné rady a za všechnen čas, který mi věnoval.

Obsah

Seznam použité symboliky	7
Seznam obrázků	9
Seznam tabulek	10
1. Úvod	11
2. Mechanické systémy řízení letu	12
3. Táhlo v systémech řízení	13
4. Kompozitní materiály	15
4.1 Dlouhovláknové kompozity	16
4.2 Laminát	17
4.3 Mechanika kompozitních materiálů	18
4.3.1 Ortotropní materiál	19
4.3.2 Konstanty jednosměrových kompozitů	20
4.3.3 Klasická laminační teorie	22
5. Teorie vzpěru	24
5.1 Druhý případ vzpěru podle Eulera	26
5.2 Aplikace teorie vzpěru na kompozitní materiál	27
5.2.1 První výpočtový vztah	27
5.2.2 Druhý výpočtový vztah	28
6. Výpočetní model táhla	29
7. Experimentální ověření kritické síly	33
7.1 Původní experiment	33
7.2 Připravovaný experiment	35
8. Závěr a zhodnocení výsledků	40
Zdroje	41
Seznam elektronických příloh	42

Seznam použité symboliky

Označení	Jednotka	Název
σ	N/mm^2	tenzor napětí
ε	1	tenzor deformace
C	N/mm^2	matice tuhosti
S	N/mm^2	matice poddajnosti
E	N/mm^2	modul pružnosti v tahu
G	N/mm^2	modul pružnosti ve smyku
ν	1	Poissonovo číslo
ρ_f	kg/m^3	hustota vláken
ρ_m	kg/m^3	hustota matrice
V_f	1	objemový podíl vláken
V_m	1	objemový podíl matrice
E_f	N/mm^2	modul pružnosti v tahu vláken
E_m	N/mm^2	modul pružnosti v tahu matrice
G_f	N/mm^2	modul pružnosti ve smyku vláken
G_m	N/mm^2	modul pružnosti ve smyku matrice
ν_f	1	Poissonovo číslo vláken
ν_m	1	Poissonovo číslo matrice
ρ	kg/m^3	hustota laminátu
σ_L	N/mm^2	napětí v příčném směru
σ_T	N/mm^2	napětí v podélném směru
σ_{LT}	N/mm^2	napětí ve smyku
ε_L	1	deformace v příčném směru
ε_T	1	deformace v podélném směru
ε_{LT}	1	deformace ve smyku
E_L	N/mm^2	modul pružnosti v tahu v příčném směru laminy
E_T	N/mm^2	modul pružnosti v tahu v podélném směru laminy
G_{LT}	N/mm^2	modul pružnosti ve smyku laminy
ν_{LT}	1	Poissonovo číslo laminy
T	1	transformační matice
R	1	korelační matice
θ	°	úhel směru vláken od osy x
E_{Lx}	N/mm^2	příčný modul pružnosti v tahu ve směru osy x
E_{Ty}	N/mm^2	podélný modul pružnosti v tahu ve směru osy y
σ_{xx}, σ_{yy}	N/mm^2	normálové složky napětí
σ_{xy}	N/mm^2	smyková složka napětí
$\varepsilon_x, \varepsilon_z, \gamma_{xy}$	1	složky deformací a příčný zkros

Označení	Jednotka	Název
J	mm^4	kvadratický moment průřezu laminy
J_{celk}	mm^4	kvadratický moment průřezu táhla
i	1	číslo laminy
n	1	celkový počet lamin
M_o	Nm	ohybový moment
v	m	průhyb nosníku
F_{kr}	N	kritická síla
F_{kr}^{II}	N	kritická síla podle druhého případu vzpěru
J_z	mm^4	kvadratický moment průřezu
J_{zmin}	mm^4	minimální kvadratický moment průřezu
l	m	délka táhla
d	m	vnitřní průměr táhla
t	m	tloušťka stěny
σ_o	N/mm^2	ohybové napětí
e_x	m	je vzdálenost těžiště od od vnější hrany profilu rovnoběžnou s osou x
J_x	mm^4	moment setrvačnosti profilu k ose x
F	N	zatěžující síla
k	1	koeficient bezpečnosti

Seznam obrázků

Obr. 2.1: Systém řízení lany [2].....	12
Obr. 2.2: Systém řízení táhly [2]	12
Obr. 3.1: Schéma táhla se dvěma vidlicovými koncovkami [3]	13
Obr. 3.2: Táhlo z kompozitního materiálu	13
Obr. 3.3: Detail vlepané koncovky	14
Obr. 4.1: Synergické chování složek kompozitu [6]	15
Obr. 4.2: Klasifikace kompozitních materiálů [4]	16
Obr. 4.3: Způsoby orientace vláken [8]	17
Obr. 4.4: Struktura laminy [7]	17
Obr. 4.5: Souřadnicový systém izotropního materiálu [7]	19
Obr. 4.6: Transformace modulu pružnosti podle úhlu natočení vláken	21
Obr. 4.7: Souřadnicový systém trubky [16].....	23
Obr. 5.1: Vybočení prutu při zatěžování příčnou silou [10].....	24
Obr. 5.2: Případy vzpěru [10]	25
Obr. 5.3: Druhý případ vzpěru [10].....	26
Obr. 7.1: Schéma zkoušky [18]	33
Obr. 7.2: Schéma zkoušky	33
Obr. 7.3: Průběhy sil přenášenými táhly	34
Obr. 7.4: Konceptní schéma zkoušky	35
Obr. 7.5: Siloměrné vahadlo s vyznačeným umístěním tenzometrů	35
Obr. 7.6: Vetknutý nosník	36
Obr. 7.7: UPE 100 profil	36
Obr. 7.8: Vetknutý nosník s tenzometrem	38
Obr. 7.9: Poměrná prodloužení v závislosti na působící síle	39

Seznam tabulek

Tabulka 1: Charakteristické rozměry táhla	29
Tabulka 2: Vlastnosti vláken kompozitu	29
Tabulka 3: Vlastnosti matrice kompozitu	29
Tabulka 4: Vlastnosti kompozitního materiálu.....	30
Tabulka 5: Modul pružnosti ve směru vláken a jeho transformace do směru osy x	30
Tabulka 6: Určení kvadratických momentů lamin	31
Tabulka 7: Kritické síly přenášené jednotlivými laminami	31
Tabulka 8: Výsledky experimentu.....	34
Tabulka 9: Experimentální zjištění potřebné zátěžné síly k vybočení táhla	40

1. Úvod

Stále používanějšími materiály v oblasti letectví jsou materiály kompozitní. Jejich výhodou je nízká hmotnost a lze je použít jak na vzhledové tak i funkční součásti díky jejich pevnosti a tuhosti.

V této práci se budeme zabývat konkrétní součástí mechanického systému řízení letu ultralehkého letadla a to táhlem. Táhl si můžeme představit jako dlouhou štíhlou trubku s malou tloušťkou stěny a koncovkami pro uložení na obou jeho koncích. V našem případě bude vyrobeno z vláknového kompozitního materiálu a konkrétně se bude jednat o dlouhovláknový kompozit.

Kompozitní materiály jsou materiály anizotropní, tudíž mají oproti materiálům izotropním v různých směrech různé materiálové charakteristiky. Pro náš případ kompozitního materiálu budeme moci díky jeho skladbě provést zjednodušení z materiálu anizotropního na materiál ortotropní. Díky tomu, že máme od výrobce materiálové charakteristiky vláken a výztuže, budeme je schopni určit pro jednotlivé laminy a nakonec laminy spojit do celku - laminátu pomocí klasické laminační teorie.

Táhl v řídicí soustavě letadel je uloženo tak, že přenáší osově tlakové napětí, tedy je namáháno na vzpěr. Proto je potřeba zjistit kritickou sílu, kterou bude táhl schopno přenášet mezi svými konci.

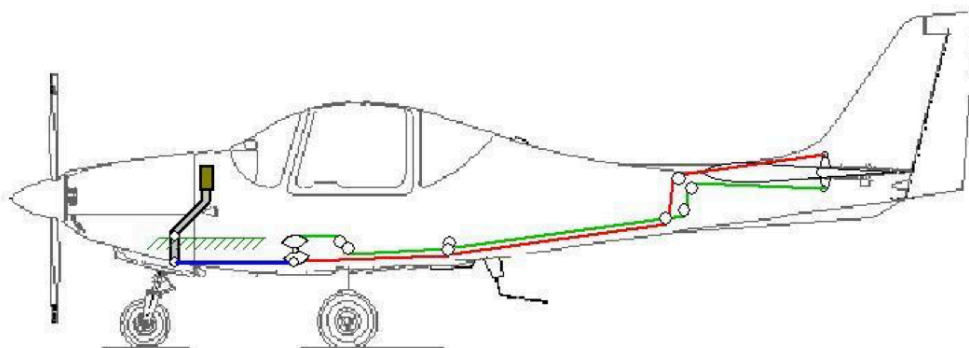
Analytické výpočty ke zjištění kritické síly provedeme podle 2 vzorců a následně vyhodnotíme experimentální měření. Vzhledem ke komplikované situaci byla použita data ze starého měření. V práci je však zmíněn experiment, který je připravován pro budoucí měření a vyhodnotíme, zda součást měřícího zařízení nebo-li standu navrženého pro tento experiment - siloměrné vahadlo je měření schopná.

Na základě výše uvedeného byly zformulovány následující cíle práce:

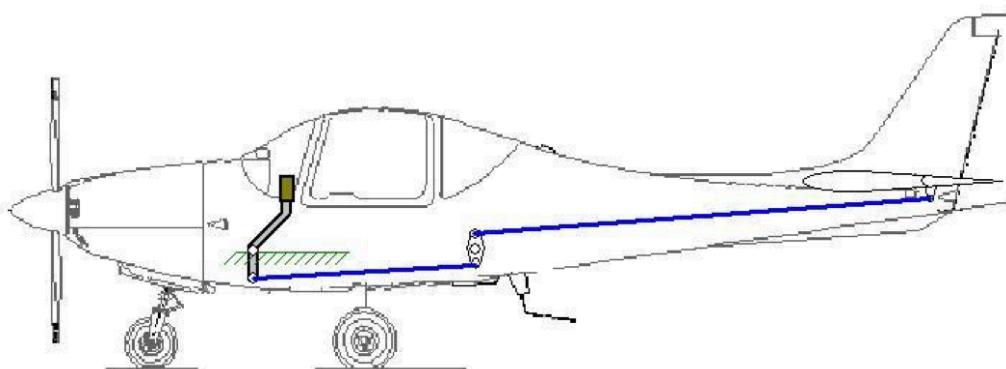
1. Seznámit se s problematikou kompozitových táhel používaných v systémech řízení v UL letectví.
2. Sestavit výpočetní model táhla daných rozměrů a materiálových charakteristik.
3. Porovnat experimentálně zjištěné hodnoty kritické síly přenesené táhlem daných rozměrů a skladby kompozitu s vypočtenými.

2. Mechanické systémy řízení letu

Mechanické systémy řízení letu jsou nezákladnější metodou řízení letadla. Byly používány v prvních konstruovaných letadlech a v současnosti se používají v letadlech malých rozměrů, kde aerodynamické síly nejsou příliš velké a letoun bylo možné ovládat pouze silou pilota. Systém tohoto řízení letu používá mechanické části, jako jsou táhla, tažné lana, kladky a protizávaží, k přenosu sil působících na ovládací prvky v pilotním prostoru přímo na ovládací plochy. Dle použití mechanických částí dělíme mechanické systémy řízení letu na dva základní systémy a to na systém řízení lany (obr. 2.1) a systém řízení táhly (obr. 2.2). Lze použít i kombinaci obou. [1] [2]



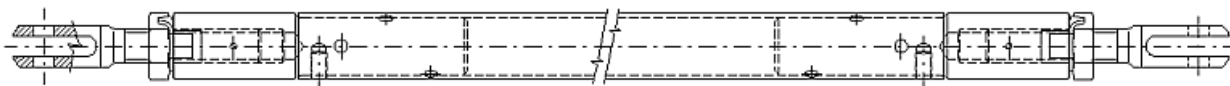
Obr. 2.1: Systém řízení lany [2]



Obr. 2.2: Systém řízení táhly [2]

3. Táhlo v systémech řízení

Táhlo (obr. 3.1) je součást mechanického systému řízení letu. Jedná se o zpravidla dlouhé, štíhlé těleso kruhového průřezu, jehož délka je výrazně větší než průměr. Na obou jeho koncích je opatřeno koncovkami pro kloubové spoje, tím je zajištěno čistě osové namáhání v tahu a tlaku tedy lze tvrdit, že táhlo bude namáháno na vzpěr. [3]



Obr. 3.1: Schéma táhla se dvěmi vidlicovými koncovkami [3]

Táhlo slouží k přenášení mechanického pohybu mezi jeho konci. Musí být tedy schopno vydržet zatížení od aerodynamických sil, kterými je během letu namáháno. Velký důraz je kladen též na hmotnost táhla. Tu můžeme ovlivnit rozměry součásti a materiálem ze kterého je táhlo zhotoveno. Na výrobu táhel se používají duralové, či ocelové trubky a čím dál častěji se setkáváme s použitím trubek z kompozitního materiálu. [3]

V této práci uvažované táhlo (obr. 3.2) je z kompozitního materiálu, zhotovené metodou navíjení vláken. Jedná se o trubku mezikruhového průřezu skládající se z několika vrstev - lamin. Dále je pak z obou stran opatřeno vlepuvanými koncovkami se závitovým otvorem (obr. 3.3) pro uložení do kloubových spojů. Výhodou zhotovení táhla z tohoto materiálu je, že přes svou velkou tuhost a pevnost si zachovává nízkou hmotnost.



Obr. 3.2: Táhlo z kompozitního materiálu



Obr. 3.3: Detail vlepované koncovky

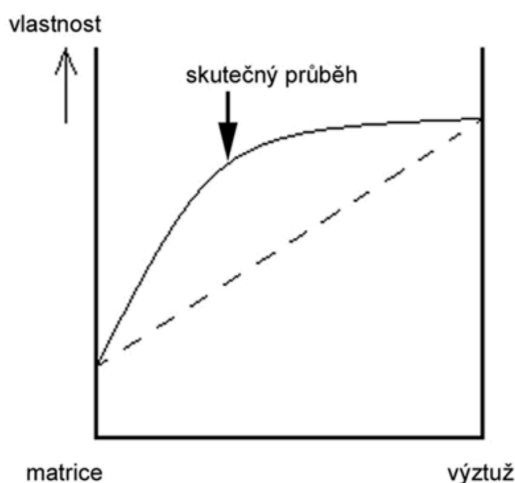
Jak již bylo zmíněno výše, táhlo bude namáháno na vzpěr. Díky jeho geometrii (tenké, dlouhé, štíhlé) můžeme s jistotou říci, že k prvnímu porušení dojde právě vlivem osového zatížení tlakem. Proto se dále v této práci seznámíme s kompozitními materiály, jejich mechanikou a nakonec s aplikací teorie vzpěru na kompozitní materiály.

4. Kompozitní materiály

Kompozitní materiály jsou materiály složeny ze dvou nebo více odlišných složek, které jsou odděleny rozhraním. Jedná se o materiály heterogenní a rozlišujeme u nich dvě fáze - spojitou a nespojitou. [4] [5] [9]

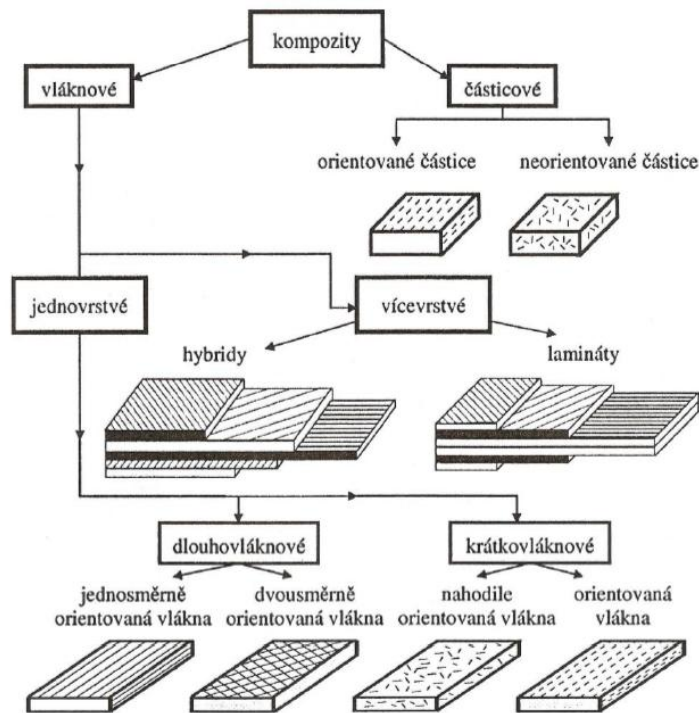
Nespojitá fáze tvoří zpravidla výztuž, zatímco spojitá fáze - matrice fixuje výztuž a chrání ji před vnějšími vlivy okolí. Matrice musí být poddajnější, aby její poměrné prodloužení bylo větší, než je mezní prodloužení výztuže. Jako výztuž je možné použít i několik různých druhů materiálů zároveň. K soudržnosti materiálu však dochází mezi spojitou a nespojitou fází, proto se jednotlivé složky výztuže navzájem nedotýkají. Pro dobré spojení matrice a výztuže je též třeba, aby matrice co nejlépe smáčela výztuž. [4] [5] [9]

Jednotlivé složky kompozitu se od sebe liší mechanickými, fyzikálními i chemickými vlastnostmi. Matrice ve většině případů určuje výsledné elektrické a chemické vlastnosti, zatímco výztuž zlepšuje vlastnosti mechanické. Složky spojené do celku pak dosahují lepších vlastností než složky samy o sobě. Těchto vlastností nelze dosáhnout ani při poměrném sečtení vlastností jednotlivých složek. Tento efekt se nazývá synergie - výsledný účinek všech současně působících složek je větší než jednotlivých (obr. 4.1). [4] [5] [9]



Obr. 4.1: Synergické chování složek kompozitu [6]

Výsledné vlastnosti kompozitních materiálů jsou však dány nejen vlastnostmi složek, ale také jejich objemovým zastoupením a skladbě v systému. A právě na základě geometrického uspořádání výztuže můžeme rozdělovat kompozitní materiály (obr. 4.2). [4] [5]



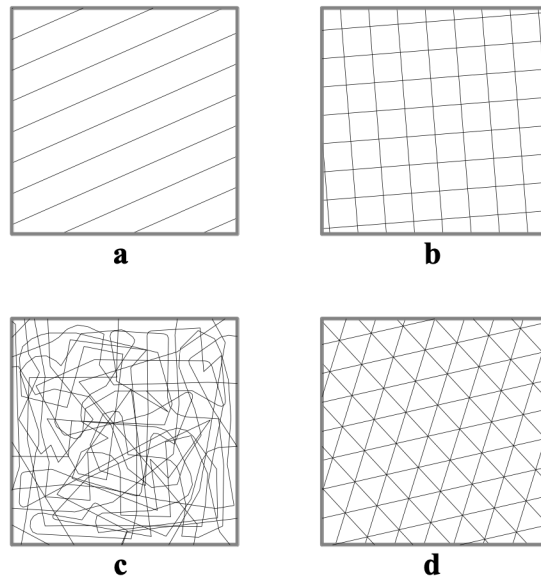
Obr. 4.2: Klasifikace kompozitních materiálů [4]

Kompozit ze kterého je zhotoveno naše táhlo tvoří 2 složky. Konkrétně se jedná o kombinaci dlouhých uhlíkových vláken a epoxidové matrice. Uhlíková vlákna jsou navinuta na navíjecí trn metodou navíjení do celkem pěti vrstev - lamin a jako celek tvoří výsledný laminát s charakteristickými vlastnostmi. Proto se dále v této práci budeme zabývat právě dlouhovláknovými kompozity a představíme si i lamináty.

4.1 Dlouhovláknové kompozity

Nejběžnější kombinací u kompozitních materiálů je vlákno + matrice. Vlákna jsou útvary, jejichž délkový rozměr je mnohonásobně větší než rozměry průřezové a chápeme je jako nespojitou fázi - výztuž, jež je ponořena do spojitě fáze - matrice, kterou je u vláknových kompozitů ve většině případů pryskyřice polymerního typu. Vlákenné kompozity z hlediska materiálových charakteristik vynikají díky svému poměru vysoké pevnosti a tuhosti vůči své hmotnosti. [4] [5] [12]

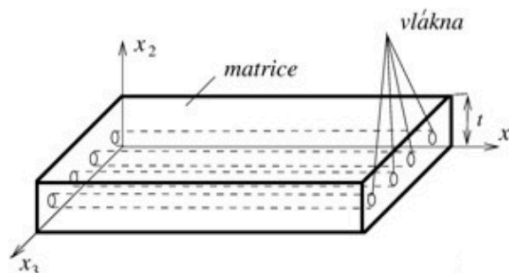
Základní dělení vláknových kompozitů je na dvouvláknové a krátkovláknové. Krátkovláknové kompozity jsou uspořádány nahodile nebo mohou být orientovány do určitého směru. U dlouhvláknových kompozitů rozlišujeme několik orientací vláken v matrici. Orientace může být jednoosá (jednosměrná) (a), dvouosá (dvousměrná) (b), prostorová (c) či víceosá (d) (obr. 4.3). Volbou uspořádání vláken v kompozitu tak měníme směr největší pevnosti, který je právě ve směru vláken. Vláknové kompozity můžeme dále dělit dle skladby na jednovrstvé a vícevrstvé. Kompozit složený z více vrstev se nazývá laminát. [8]



Obr. 4.3: Způsoby orientace vláken [8]

4.2 Laminát

Laminát je kompozit složený ze dvou nebo více vrstev - lamin (obr. 4.4). V každé jednotlivé vrstvě lze vlákna orientovat odlišnými směry a díky tomu měnit výsledné vlastnosti laminátu jako celku. Lamináty lze dělit na symetrické a nesymetrické. [4]



Obr. 4.4: Struktura laminy [7]

4.3 Mechanika kompozitních materiálů

Kompozit je obecně anizotropní materiál. To znamená, že v každém směru má různé vlastnosti a neexistuje u něj ani jedna rovina symetrie elastických vlastností. Tudiž naruší od materiálu izotropního u něj závisí na směru zatěžování.

Matice tuhosti C má tvar

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

a je maticí symetrickou, obsahuje tedy 21 nezávislých prvků.

Matici C lze též psát v inverzním tvaru a platí:

$$C^{-1} = S \quad (4.2)$$

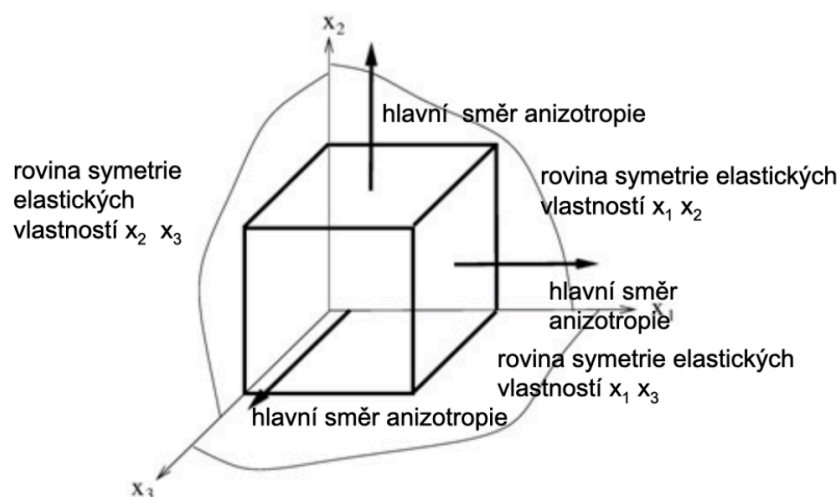
kde S je matice poddajnosti a má tvar

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \cdot [4] \quad (4.3)$$

Pro zjednodušení výpočtů můžeme anizotropní materiál v konkrétních případech modelovat jako materiál ortotropní. A toto zjednodušení lze provést pro naše táhlo. [4]
[14]

4.3.1 Ortotropní materiál

Materiál lze považovat za ortotropní má-li tři vzájemně kolmé roviny symetrie elastických vlastností a tři vůči sobě kolmé hlavní směry anizotropie (obr. 4.5).



Obr. 4.5 Souřadnicový systém izotropního materiálu [7]

Matice tuhosti C ortotropního materiálu má tvar

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

a obsahuje devět nezávislých materiálových parametrů. [4] [14]

Hookeův zákon pro ortotropní materiál lze zapsat jako

$$\sigma = C \cdot \varepsilon \quad (4.5)$$

kde

- σ je tenzor napětí
- C je matice tuhosti
- ε je tenzor deformací

a po dosazení materiálových konstant ho lze maticově zapsat jako

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

kde

E_1, E_2, E_3 jsou moduly pružnosti v tahu
 G_{23}, G_{13}, G_{12} jsou moduly pružnosti ve smyku
 $\nu_{21}, \nu_{31}, \nu_{32}$ jsou Poissonova čísla

a díky symetrii matice dále platí

$$\nu_{12} \cdot \nu_{23} \cdot \nu_{31} = \nu_{21} \cdot \nu_{32} \cdot \nu_{13} \quad [4] \quad (4.7)$$

4.3.2 Konstanty jednosměrových kompozitů

Při určování vztahů mezi napětími a deformacemi u ortotropního materiálu je potřeba znát čtyři elastické konstanty v příčném a podélném směru. A to konstanty E_L , E_T , ν_{LT} a G_{LT} , které lze určit z materiálových charakteristik vláken a matrice pomocí směšovacího pravidla. [4]

Pro objemový součet vláken a matrice platí

$$V_f + V_m = 1 \quad (4.8)$$

kde

$V_f = \frac{\nu_f}{\nu}$ je objemový podíl vláken

$V_m = \frac{\nu_m}{\nu}$ je objemový podíl matrice

pak můžeme jednotlivé konstanty vyjádřit jako

Modul pružnosti v podélném směru

$$E_L = \frac{\sigma_L}{\varepsilon_L} = V_f E_f + V_m E_m \quad (4.9)$$

Modul pružnosti v příčném směru

$$E_T = \frac{\sigma_T}{\varepsilon_T} = \frac{E_f E_m}{V_m E_f + V_f E_m} \quad (4.10)$$

Poissonovo číslo

$$\nu_{LT} = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_L} = V_f \nu_f + V_m \nu_m \quad (4.11)$$

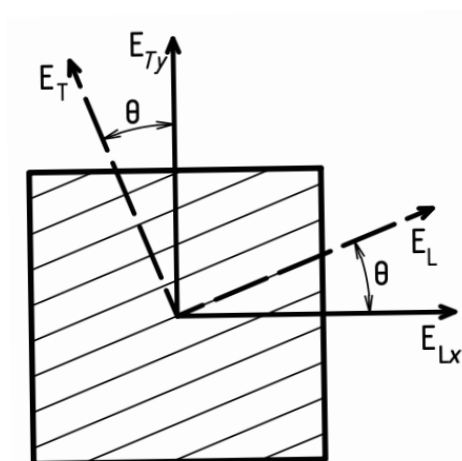
Smykový modul pružnosti

$$G_{LT} = \frac{\sigma_{LT}}{\varepsilon_{LT}} = \frac{G_f G_m}{V_m G_f + V_f G_m} \quad (4.12)$$

kde

$$G_f = \frac{E_f}{2(1 + \nu_f)}, \quad G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \quad (4.13)$$

Jak již bylo zmíněno v úvodu, naše kompozitní táhlo je zhotoveno metodou navíjení vláken a to i pod určitým úhlem, jež budeme značit θ (obr. 4.6). Proto budeme potřebovat vztah pro transformaci os a určení modulu E_{Lx} ve směru osy x.



Obr. 4.6: Transformace modulu pružnosti podle úhlu natočení vláken

Transformaci os o úhel θ lze vyjádřit pomocí vztahu

$$\bar{C} = T^{-1} \cdot C \cdot T^{-T} \quad (4.14)$$

kde T je matice transformací a má tvar

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2 \sin\theta \cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -2 \sin\theta \cos\theta \\ -\sin\theta \cos\theta & \sin\theta \cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

Pro vyřešení rovnice (4.14) musíme zavést pojem kolerační matice

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

řešením vztahu (4.14) je potom

$$\bar{C} = T^{-1} \cdot C \cdot R \cdot T \cdot R^{-1}. [16] [17] \quad (4.17)$$

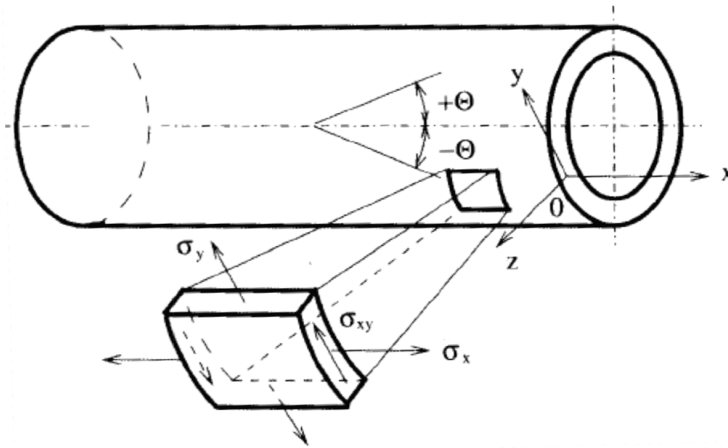
4.3.3 Klasická laminační teorie

U kompozitů složených z více lamin provádíme výpočty za použití klasické laminační teorie. Při použití této teorie se uvažují následující předpoklady:

- každá lamina je ortotropní a kvazihomogenní
- tloušťka laminy je ve srovnání s délkou a šířkou velice malá
- vzhledem k předchozímu předpokladu můžeme uvažovat rovinný stav napjatosti
- laminy jsou spojeny dokonale, nedochází k delaminaci, posunutí jsou spojitá
- v příčném směru se posunutí mění lineárně
- příčná zkosení jsou rovna nule, kolmice ke středové čáře zůstanou i po deformaci kolmé
- zanedbání přetvoření v příčném směru vzhledem ke konstantní vzdálenosti od středové roviny
- závislost mezi deformací a napětím je lineární

[4] [5]

Naše táhlo lze považovat za laminátovou trubku kruhového průřezu namáhanou tlakovou osovou silou. Na obrázku 4.7 je zaveden souřadnicový systém táhla, znázorněné napětí ve stěně trubky a úhly θ natočení vláken.



Obr. 4.7: Souřadnicový systém trubky [16]

Pro takovouto laminu namáhanou ve směru x , y jsou křivosti a zkroucení zanedbatelné, platí tedy

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{26} \\ C_{61} & C_{62} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \cdot [4] [16] \quad (4.18)$$

Pro určení výsledného efektivního modulu pružnosti u trubky, využijeme interního vzorce firmy CompoTech PLUS s.r.o.

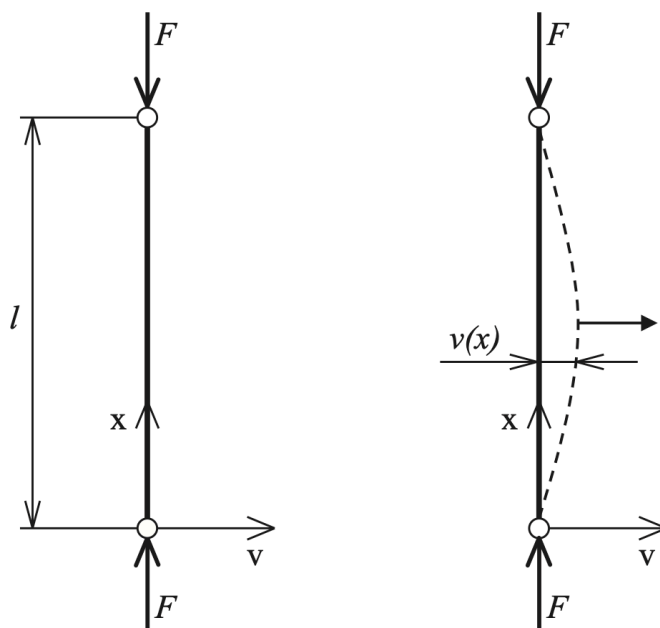
$$E_{trub} = \frac{\sum_{i=1}^n E_{Lxi} J_i}{J_{celk}} \quad (4.19)$$

kde

- E_{Lx} příčný modul pružnosti v tahu laminy ve směru osy x
- J je kvadratický moment průřezu laminy k ose x
- J_{celk} je kvadratický moment táhla k ose x
- i je číslo laminy
- n je celkový počet lamin

5. Teorie vzpěru

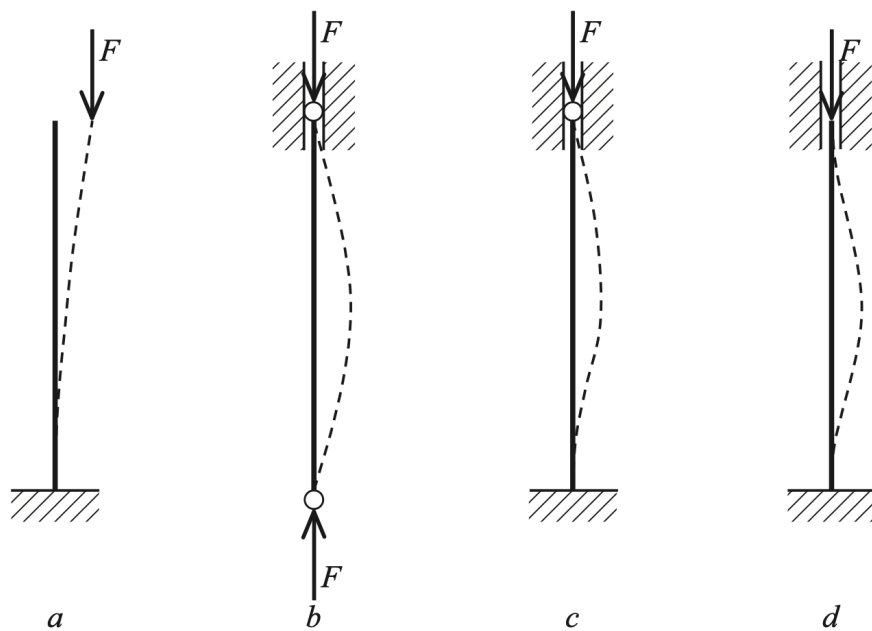
Vzpěr neboli stabilita přímých prutů je namáhání tlakovou osovou silou. Tato síla způsobuje, že při zatížení kritickou silou dojde ke ztrátě stability prutu a ten vybočí mimo svou osu (obr. 5.1). Vybočení prutů patří mezi časté havárie konstrukcí a to z důvodu, že síla při které dochází ke ztrátě stability je mnohdy menší, než síla potřebná k porušení samotného materiálu. [11]



Obr. 5.1: Vybočení prutu při zatěžování příčnou silou [10]

Tuto problematiku nejlépe vystihuje: „Chování prutu bude závislé na poměru jeho délky l a geometrických charakteristik průřezu. Štíhlý prut je na počátku zatěžování ve stavu stabilní rovnováhy. Pokud totiž přímý prut mírně vybočíme příčnou silou a uvolníme. Prut se vrátí do přímé polohy a obnoví se stabilní rovnováha vnitřních a vnějších sil. Při dalším zvyšování síly F na určitou velikost prut tuto vlastnost ztratí. Po vybočení osy prutu se prut při této velikosti síly F do stabilní polohy nevrátí a zůstane v prohnutém stavu. Síla F dosáhla kritické hodnoty, rovnováha je nestabilní.“ [11]

Vzpěr lze rozdělit z hlediska uložení konců prutu do čtyř základních případů. Prut v prvním případě vzpěru (obr. 5.2.a) má jeden konec pevně vetknutý a druhý konec volný, prut ve druhém případě vzpěru (obr. 5.2.b) má oba své konce uložené kloubově z nichž jeden s možností osového posuvu. Ve třetím případě vzpěru (obr. 5.2.c) je prut jedním koncem uložen kloubově s možností osového posuvu, druhý konec je vetknutý a ve čtvrtém případě vzpěru (obr. 5.2.d) jsou oba konce prutu vetknuty, z nichž jeden má opět možnost osového posuvu. [10]

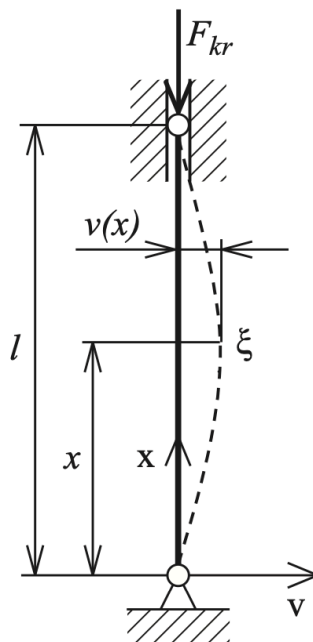


Obr. 5.2: Případy vzpěru [10]

Naše táhlo je uloženo na obou jeho koncích kloubově z nichž jeden konec s možným osovým posuvem, tudíž se jedná o druhý případ vzpěru. Dále jej můžeme díky jeho geometrii považovat za přímý prut.

5.1 Druhý případ vzpěru podle Eulera

Za druhý případ vzpěru je uvažován dokonale přímý prut zatížený osobu silou, jež je uložen kloubově na obou jeho koncích, z nichž jedno kloubové uložení je s možným osovým posuvem (obr. 5.3). [11] [13]



Obr. 5.3: Druhý případ vzpěru [10]

Diferenciální rovnice průhybové čáry má tvar

$$v''(x) = -\frac{M_o(x)}{E J_z} = -\frac{F_{kr}}{E J_z} v(x) \quad (5.1)$$

a lze ji zapsat jako homogenní lineární diferenciální rovnici s konstantními činiteli

$$v''(x) + \alpha^2 v(x) = 0 \quad (5.2)$$

kde

$$\alpha^2 = \frac{F_{kr}}{E J_z}. \quad (5.3)$$

Po provedení integrace rovnice (5.2) a dosazení okrajových podmínek $x(0) = 0$ a $x(l) = 0$ získáme vztah pro minimální hodnotu kritické síly pro druhý případ vzpěru podle Eulera

$$F_{kr}^{II} = \pi^2 \frac{E J_{zmin}}{l^2}. [11] \quad (5.4)$$

5.2 Aplikace teorie vzpěru na kompozitní materiál

Určení kritické síly při osovém zatížení kompozitové trubky obecně nelze počítat podle vztahů pro materiály izotropní. Může za to větší množství materiálových charakteristik kompozitu, tedy jeho anizotropie. S uvažováním určitých zjednodušení, kterým jsme se věnovali v předešlé podkapitole (4.3 Mechanika kompozitních materiálů), však můžeme vztahy pro vzpěr izotropního materiálu použít. Pro určení kritické síly působící na kompozitové táhlo jsme zvolili dva vztahy jejichž výsledné hodnoty porovnáme v závěru.

5.2.1 První výpočtový vztah

Jako první výpočtový vztah jsme zvolili klasický vzorec pro druhý případ vzpěru podle Eulera (5.4) aplikovaný na laminát. Vztah je podložen prací Návrh a analýza napětí kompozitní trubky pro zavěšení kola závodního vozu [16] od autorů Ing. Zdeňka Padovce a Ing. Michala Vašíčka pod vedením Prof. Ing. Milana Růžičky, CSc.

$$F_{kr} = \pi^2 \frac{E_{trub} J_{celk}}{l^2} \quad (5.5)$$

kde

E_{trub} je modul pružnosti laminátu ve směru osy x
 J_{celk} je kvadratický moment průřezu táhla
 l je délka táhla

kvadratický moment průřezu táhla určíme ze vztahu

$$J_{celk} = \frac{\pi ((d + 2t)^4 - d^4)}{64} \quad (5.6)$$

kde

t je tloušťka stěny táhla
 d je vnitřní průměr táhla

5.2.2 Druhý výpočtový vztah

Pro druhý výpočet jsme zvolili vztah vycházející z práce Ing. Ivana Jeřábka, Ph.D. nesoucí název Optimalizační výpočet kompozitních táhel konstantního průřezu [15]. Tato práce byla zhotovena jako dílčí úkol D4 Centra letecké a kosmického výzkumu.

Výpočet kritické síly provádíme pro jednotlivé vrstvy kompozitu. Výsledná kritická síla je pak určena jako suma dílčích kritických sil jednotlivých vrstev. Při výpočtu se uvažují následující předpoklady:

- uvažuje se druhý případ vzpěru podle Eulera
- táhlo je konstantního kruhového průřezu po celé jeho délce
- celková síla potřebná k vychýlení táhla do indiferentní polohy je rovna součtu sil působících na jednotlivé vrstvy
- nedochází k delaminaci - průhybová čára jednotlivých vrstev táhla je stejná
- deformace táhla při ztrátě stability je malá
- konstantní modul pružnosti laminy pro uvažovaný rozsah deformací
- neuvažuje se vliv lokálního vyztužení vlepenými koncovkami

Pak můžeme vztah pro výpočet kritické síly přenášené táhlem psát jako

$$F_{kr} = \sum_{i=1}^n \frac{\pi^2 \cdot E_{Lxi} \cdot J_i}{l^2} \quad (5.7)$$

kde

- i je číslo laminy
- n je celkový počet lamin
- E_{Lx} je modul pružnosti laminy ve směru osy x
- J_i je kvadratický moment laminy k ose x
- l je délka táhla včetně koncovek

Přičemž kvadratický moment průřezu laminy určíme ze vztahu

$$J_i = \frac{\pi \cdot (d_i + 2 \cdot t_i)^4}{64} \cdot \left[1 - \left(\frac{d_i}{d_i + 2 \cdot t_i} \right)^4 \right] \quad (5.8)$$

kde

- d je vnitřní průměr jednotlivých lamin
- t je tloušťka stěny jednotlivých lamin

6. Výpočetní model táhla

Kompozitové táhlo počítané v této práci má následující charakteristické rozměry (tabulka 1).

Tabulka 1: Charakteristické rozměry táhla

l [mm]	2 200
d [mm]	28
t [mm]	1,6

Matrici kompozitu, ze kterého je táhlo vyrobené, tvoří epoxidová pryskyřice a výztuhou jsou uhlíková vlákna. Vlastnosti jednotlivých složek kompozitového materiálu dané výrobcem jsou popsány v tabulkách 2 a 3.

Tabulka 2: Vlastnosti vláken kompozitu

Vlákno	ρ_f	E_{fL}	E_{fT}	G_f	ν_f
	[kg/m ³]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[1]
XN-60-A2S	2 120	632 000	5 000	20 000	0,35
t700sc	1 800	235 000	15 000	50 000	0,3

Tabulka 3: Vlastnosti matrice kompozitu

Matrice	ρ_m	E_m	G_m	ν_m
	[kg/m ³]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[1]
epoxid	1 200	4 500	1 600	0,4

Za použití programu LamiEx v.3.1 jsme určili materiálové vlastnosti jednotlivých lamin skládajících se z jichž zmíněných vláken a epoxidové matrice (tabulka 4).

Tabulka 4: Vlastnosti kompozitního materiálu

Vlákno	Matrice	V_f	ρ	E_L	E_T	G_{LT}	ν_{LT}	t	θ
		[%]	[kg/m^3]	[N/mm^2]	[N/mm^2]	[N/mm^2]	[1]	[mm]	[°]
t700sc	epoxid	57	1 542	135 885	7 488	3 570	0,343	0,210	87,46
XN-60-A2S	epoxid	57	1 724	362 175	4 772	3 364	0,372	0,802	0
t700sc	epoxid	57	1 542	135 885	7 488	3 570	0,343	0,149	44,14
t700sc	epoxid	57	1 542	135 885	7 488	3 570	0,343	0,299	-44,14
t700sc	epoxid	57	1 542	135 885	7 488	3 570	0,343	0,149	44,14

Dále jsme pomocí výpočetního systému [16] určili moduly pružnosti ve směru osy x za pomoci transformace os (4.17) (tabulka 5).

Tabulka 5: Modul pružnosti ve směru vláken a jeho transformace do směru osy x

Vrstva	E_L	E_{Lx}
	[N/mm^2]	[N/mm^2]
1	135 885	7 463
2	362 175	362 175
3	135 885	9 804
4	135 885	9 804
5	135 885	9 804

Pro určení kritické síly pomocí prvního výpočtového vztahu (5.5), budeme nejdříve potřebovat určit kvadratický moment průřezu táhla k ose x - J_{celk} , tedy budeme táhlo uvažovat jako laminát. Ke zjištění J_{celk} použijeme vztah (5.6) a hodnoty z tabulky 1. Výpočet viz. Příloha 1.

$$J_{celk} = 16\,342,6 \text{ mm}^4$$

Dále si určíme modul pružnosti laminátu ve směru osy x - E_{trub} za použití vzorce (4.19). Abysme do něj mohli dosadit, musíme vypočítat jednotlivé kvadratické momenty průřezu lamin k ose x za použití vztahu (5.8) (tabulka 6). Výpočet viz. Příloha 1.

Tabulka 6: Určení kvadratických momentů lamin

Vrstva	l	t	d	E_{Lx}	J
	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm ²]	[mm ⁴]
1	2 200	0,210	28	7 463	1 851,45
2	2 200	0,802	28,42	362 175	7 864,86
3	2 200	0,149	30,02	9 804	1 610,09
4	2 200	0,299	30,32	9 804	3 365,91
5	2 200	0,149	30,92	9 804	1 757,74

$$E_{trub} = 179\,181 \text{ N/mm}^2$$

A po dosazení E_{trub} a J_{celk} do prvního výpočtového vztahu (5.5) dostaneme kritickou sílu

$$F_{kr} = 5\,971,3 \text{ N.}$$

Druhý výpočtový vztah (5.7) pracuje se sumací kritických sil přenášených jednotlivými laminami. K jejich určení budeme opět potřebovat určit kvadratické momenty průřezů lamin (tabulka 7). Výpočet viz. Příloha 1.

Tabulka 7: Kritické síly přenášené jednotlivými laminami

Vrstva	l	t	d	E_{Lx}	J	F_{kr}
	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm ²]	[mm ⁴]	[N]
1	2 200	0,210	28	7 463	1 851,45	28
2	2 200	0,802	28,42	362 175	7 864,86	5 808
3	2 200	0,149	30,02	9 804	1 610,09	32
4	2 200	0,299	30,32	9 804	3 365,91	67
5	2 200	0,149	30,92	9 804	1 757,74	35

suma těchto jednotlivých kritických sil se pak rovná

$$F_{kr} = 5\,971,3 \text{ N}$$

což je totožný výsledek s prvním výpočtem. Výsledky se shodují díky vzorci (4.19). Celkový kvadratický moment průřezu táhla k ose x se zde totiž pokrátí, takže první vzorec poté počítá s kvadratickými momenty průřezů jednotlivých lamin jako vzorec druhý.

Vzhledem k tomu, že délka všech lamin je stejná, můžeme druhý výpočtový vztah (5.7) zapsat jako

$$F_{kr} = \frac{\pi^2}{l^2} \sum_{i=1}^n E_{Lxi} \cdot J_i$$

Dosadíme-li do prvního výpočtového vztahu (4.5) za E_{trub} vztah (4.19) získáme

$$F_{kr} = \frac{\pi^2}{l^2} \frac{\sum_{i=1}^n E_{Lxi} J_i J_{celk}}{J_{celk}}$$

kde se J_{celk} pokrátí a získáme vzorec

$$F_{kr} = \frac{\pi^2}{l^2} \sum_{i=1}^n E_{Lxi} \cdot J_i$$

Oba vzorce se shodují.

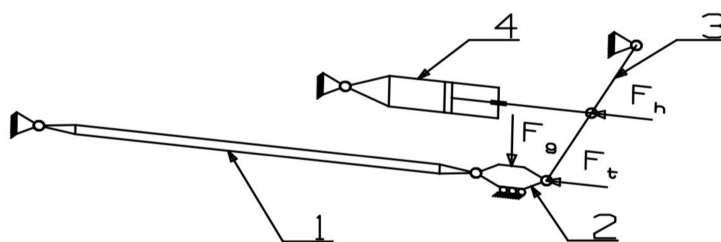
Výhodou výpočtu po jednotlivých vrstvách je, že nám umožňuje v jeho průběhu lépe sledovat, co se děje s každou laminou, ze které je laminát složen a tudíž lépe optimalizovat jeho celkovou skladbu. Táhlo by se dalo optimalizovat změnou kvadratického momentu průřezu táhla. Ten lze upravit změnou tloušťky jednotlivých lamin nebo změnou vnitřního průměru táhla.

7. Experimentální ověření kritické síly

Kritická síla přenášená táhlem byla ověřena experimentálně. Ke zpracování výsledků v této bakalářské práci byla použita data z původního měření táhel, které probíhalo na Fakultě strojní Českého vysokého učení technického v Praze pod vedením Ing. Ivana Jeřábka, Ph.D. V rámci tohoto projektu je již připravován experiment nový, který bude proveden v budoucnu.

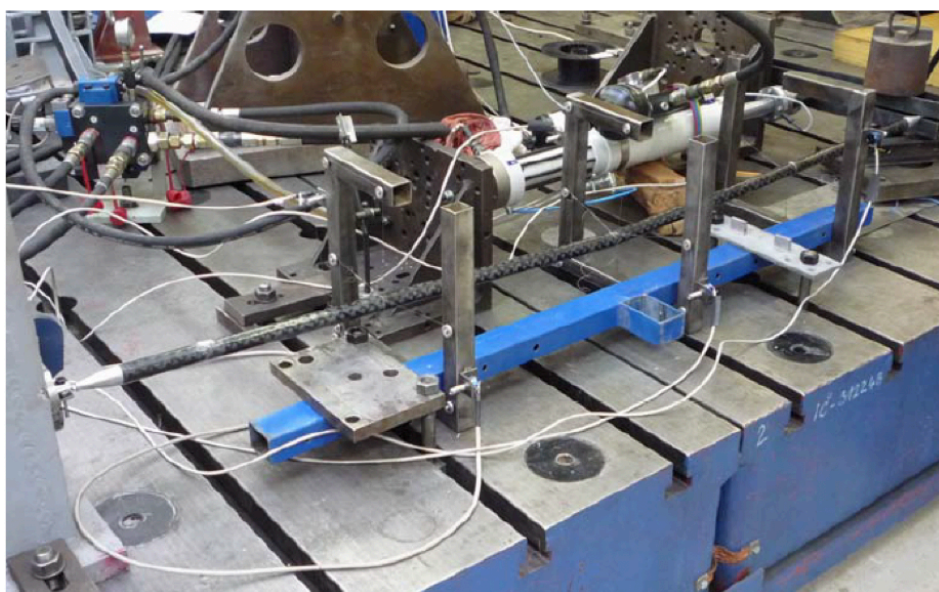
7.1 Původní experiment

Jak již bylo zmíněno výše, tento experiment probíhal pod vedením Ing. Ivana Jeřábka, Ph.D. Z měření byly k dispozici hodnoty dvou identických táhel namáhaných na vzpěr na původním zkušebním standu (obr. 7.1, obr. 7.2), který se skládal z pákového mechanismu, hydromotoru, lineárního vedení a samotného táhla, které bylo měřeno s vlepenými koncovkami z obou stran.



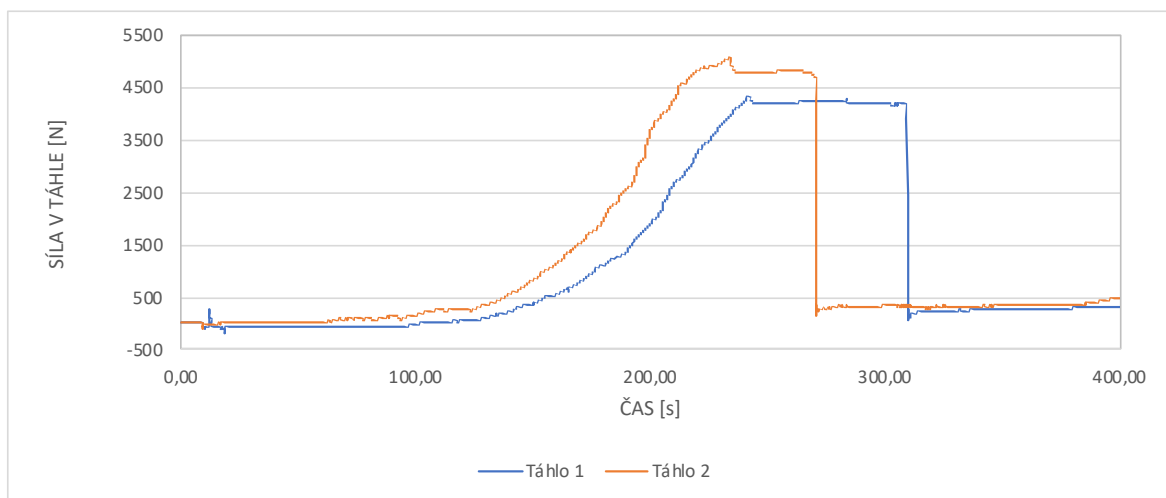
Obr. 7.1: Schéma zkoušky [18]

(1) táhlo, (2) lineární vedení, (3) pákový mechanismus, (4) hydromotor



Obr. 7.2: Schéma zkoušky

Po zpracování naměřených hodnot (viz. Příloha 2) jsme získali graf (obr. 7.3) průběhů sil přenášenými táhly a následně jsme z něj odečetli hodnoty (tabulka 8).



Obr. 7.3: Průběhy sil přenášenými táhly

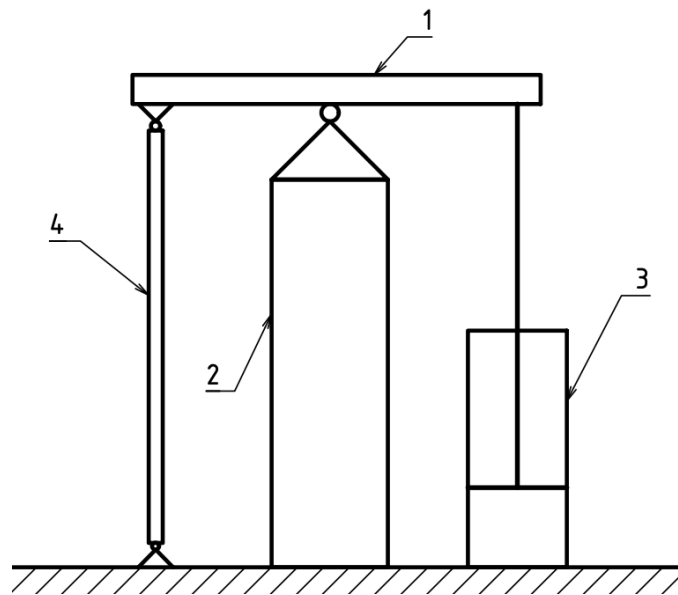
Tabulka 8: Výsledky experimentu

	Mez ztráty stability				Mez únosnosti [N]	Zbytková pevnost [N]
	[N]					
Průhyb [mm]	0,5	1	1,5	2		
Táhlo 1	3 680	3 974	4 116	4 178,5	4 327	386
Táhlo 2	4 327	4 410	4 565	4 690	5 080	469

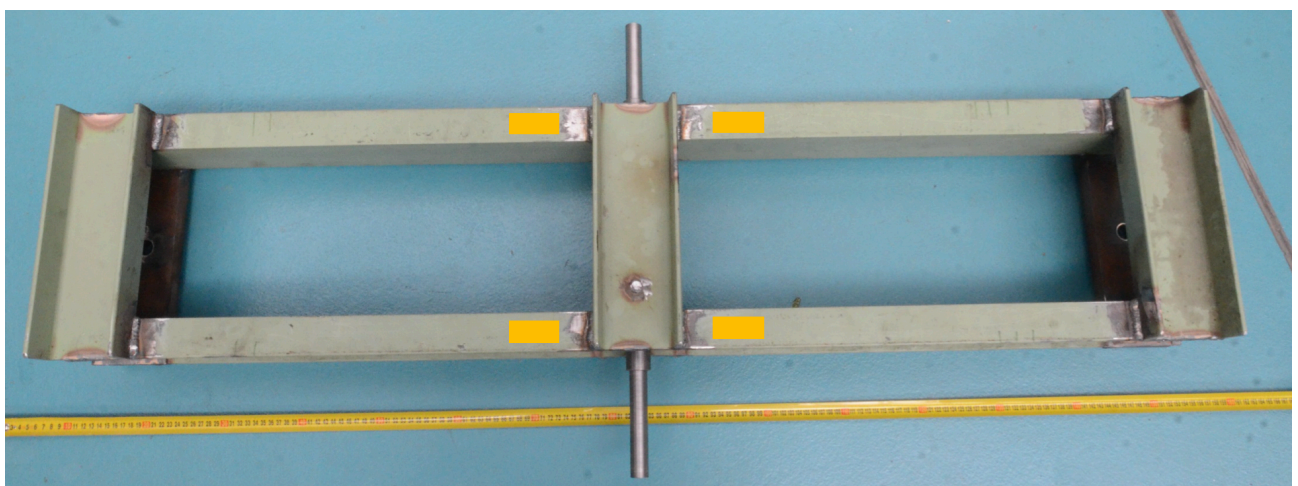
Kritická síla z teorie vzpěru je definována jako síla, kdy se prut po jejím působení nevrátí do stabilní polohy a zůstane prohnutý. Zjišťování této síly experimentálně by bylo komplikované, proto jsme určovali síly, které způsobují průhyb prutu o konkrétní hodnoty (Tabulka 8). V tabulce lze vidět, že rozmezí kritických sil jednotlivých táhel jsou velká. Pro zpřesnění výstupu z měření by bylo za potřebí více zkušebních vzorků k vzájemnému porovnání.

7.2 Přípravovaný experiment

Na připravovaném zkušebním standu (obr. 7.4) bude kompozitové táhlo oproti standu původnímu umístěno svisle. Přípravovaný stand bude polohovatelný pro různé délky táhel a měření táhel na vzpěr bude probíhat s i bez vlepovaných koncovek. Stand se bude skládat ze siloměrného vahadla (obr. 7.5), tuhého rámu a hydraulického aktuátoru.

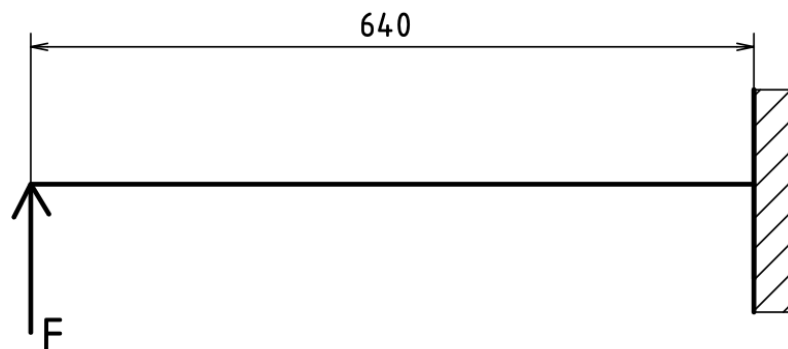


Obr. 7.4: Koncepční schéma zkoušky
(1) siloměrné vahadlo, (2) tuhý rám, (3) hydraulický aktuátor, (4) táhlo



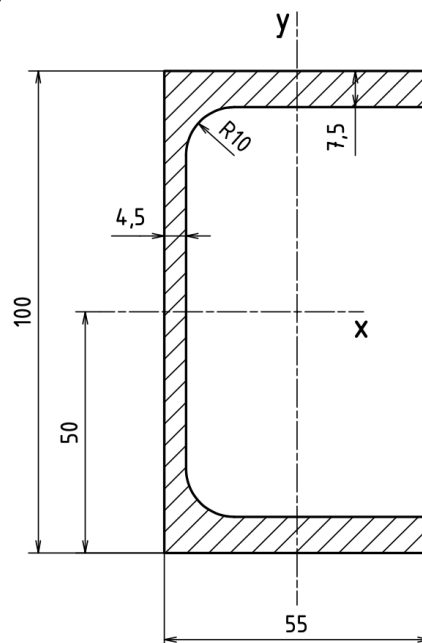
Obr. 7.5: Siloměrné vahadlo s vyznačeným umístěním tenzometrů

Na připravovaném zkušebním standu se plánují měřit táhla v rozmezí délek $2\,685 - 1\,320\text{ mm}$, tudíž předpokládáme sílu působící na měřící vahadlo v rozmezí hodnot $3\,400 - 8\,235\text{ N}$. Proto musíme ověřit maximální sílu, kterou můžeme siloměrné vahadlo zatížit v závislosti na mezi kluzu materiálu, ze kterého je vahadlo vyrobeno. Na obrázku 7.6 je siloměrné vahadlo převedeno do vetknutého nosníku zatěžovaného silou F , která je od vetknutí vzdálena 640 mm . Siloměrné vahadlo je v místě vetknutí souměrné na obě strany a ze třetího Newtonova zákona o akci a reakci víme, že síly vyvolané na obou jeho koncích se rovnají. Proto můžeme pro výpočet uvažovat jednu půlku vahadla.



Obr. 7.6: Vetknutý nosník

Siloměrné vahadlo je vyrobeno z UPE 100 profilů (obr. 7.7), které jsou zhotoveny z oceli S355J2 pro kterou je udávána mez kluzu $R_e = 315\text{ N/mm}^2$ [19]. Zatěžující síla bude na profil působit ve směru osy y .



Obr. 7.7: UPE 100 profil

Aby vahadlo vydrželo musí platit vztah

$$\sigma_o \leq R_e \quad (7.1)$$

kde σ_o je ohybové napětí, pro které platí

$$\sigma_o(x) = \frac{M_o(x) \cdot e_x}{J_x} \quad (7.2)$$

kde

$$M_o \quad \text{je ohybový moment, pro který platí vztah } M_o = F \cdot x \quad (7.3)$$

e_x je vzdálenost těžiště od od vnější hrany profilu rovnoběžnou s osou x

J_x je moment setrvačnosti profilu k ose x

přičemž hodnoty J_x a e_x udává výrobce (viz příloha 2). Moment setrvačnosti profilu J_x dosazujeme dvojnásobný jelikož profily jsou dva (obr. 7.5).

Po dosazení za M_o (5.3) a dvojnásobného J_x dostáváme vztah

$$\sigma_o(x) = \frac{F \cdot x \cdot e_x}{2 \cdot J_x} \quad (7.4)$$

kde

F je zatěžující síla

Maximální ohybové napětí σ_{oMAX} bude vznikat v nejbližším místě od zátěžné síly tedy $x = 640$, potom můžeme vztah pro určení maximální síly, kterou můžeme siloměrné vahadlo zatěžovat, vyjádřit jako

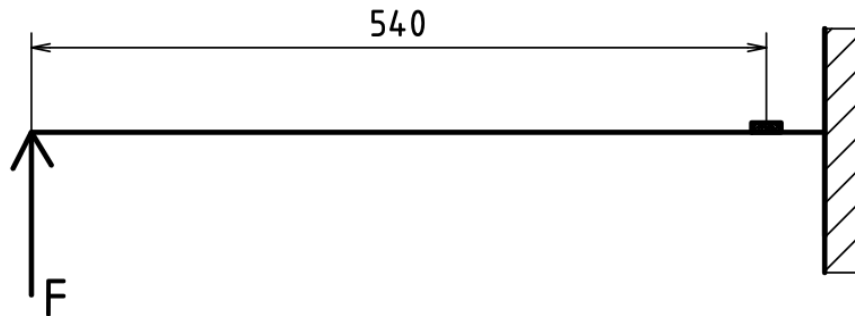
$$F_{MAX} = \frac{2 \cdot J_x \cdot R_e}{640 \cdot e_x} \quad (7.5)$$

a po dosazení hodnot a vypočtení (viz příloha 2) nám vyjde hodnota pro maximální sílu

$$F_{MAX} = 40\,753 \text{ N}$$

Ize tedy tvrdit, že siloměrné vahadlo vydrží zatěžování táhel, jež na něm mají být měřena a to i s bezpečnostním koeficientem $k = 2$, který byl námi zvolen.

Další problém, který by mohl u siloměrného vahadla nastat, je měření vzniklých poměrných prodloužení. Ty budou snímány pomocí 8 tenzometrů umístěnými na vahadle (4 z každé strany vahadla) (obr 7.5). Prodloužení musí být dostatečně velké, aby mohlo být snímáno tenzometry. Pro výpočet vzniklých poměrných deformací použijeme schéma s vetknutým nosníkem na němž je umístěn tenzometr, který je vzdálen od působící síly 540 mm (obr. 7.8).



Obr. 7.8: Vetknutý nosník s tenzometrem

Pro výpočet poměrného prodloužení použijeme Hookeův zákon pro izotropní materiál

$$\varepsilon = \frac{\sigma_o}{E} \quad (7.6)$$

kde

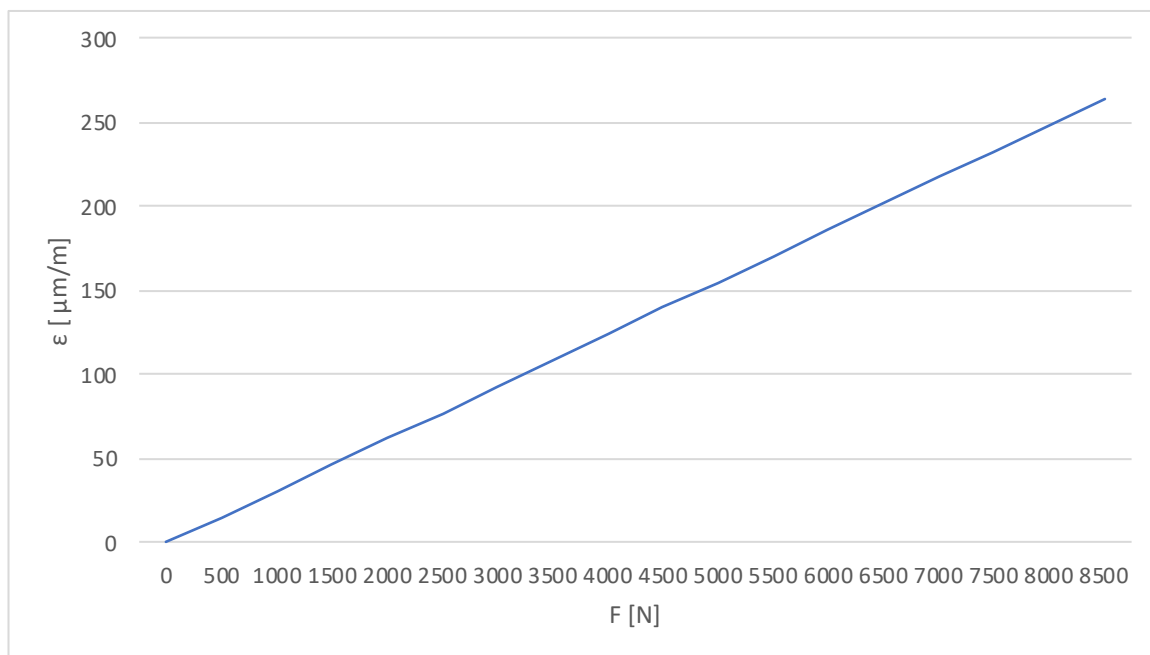
- σ_o je ohybové napětí
- E je modul pružnosti v tahu
- ε je poměrné prodloužení

po dosazení vztahu (6.4) do Hookeova zákona za σ_o získáme vztah

$$\varepsilon = \frac{F \cdot x \cdot e_x}{2 \cdot J_x \cdot E} \quad (7.7)$$

a pomocí něj vytvoříme graf poměrného prodloužení v závislosti na síle F (viz. příloha 2).

Graf (obr. 7.9) byl vykreslen do maximálních předpokládaných hodnot zatížení. Výsledné hodnoty poměrného prodloužení jsou přenásobeny 10^6 , aby výsledné jednotky byly $\mu m/m$.



Obr. 7.9: Poměrná prodloužení v závislosti na působící síle

Z grafu lze vidět, že poměrná prodloužení v našich předpokládaných zatíženích silou F jsou dostatečně velká na to, aby byla zaznamenána tenzometry, které spolehlivě změří už relativní změnu o $1 \mu m/m$. Z grafu jsme dále určili změnu síly F na jednotku $\mu m/m$ tedy

citlivost, která činí $32,2 \frac{N}{\mu m/m}$.

8. Závěr a zhodnocení výsledků

Cílem této bakalářské práce bylo seznámení se s problematikou kompozitních táhel a na základě těchto poznatků sestavit výpočetní model táhla. Analytické výpočty jsme provedli podle 2 výpočetních vztahů. První vztah (5.5) vycházel z klasické aplikace vzpěru na laminát, zatímco druhý vztah (5.7) pracoval se sumací kritických sil přenášených jednotlivými laminami. Na první pohled dvěma rozdílnými přístupy jsme došli ke stejným výsledkům a to díky vzorci (4.19) pro výpočet modulu pružnosti v tahu ve směru osy x laminátu, který jsme potřebovali určit pro výpočet prvního vztahu. Po dosazení vzorce (4.19) do prvního vztahu jsme zjistili, že se kvadratický moment průřezu laminy pokrátí a vzorec dále počítá s kvadratickými momenty průřezů jednotlivých lamin jako vztah druhý. Oběma vztahy jsme tedy došli k výsledku $F_{kr} = 5\,971,3\text{ N}$.

Dále jsme zpracovali data původního experimentu. Za kritické síly jsme zde považovali síly nutné pro vybočení táhla o určitou hodnotu. V tabulce 9 můžeme vidět hodnoty těchto sil.

Tabulka 9: Experimentální zjištění potřebné zátěžné síly k vybočení táhla

	Mez ztráty stability			
	[N]			
Průhyb [mm]	0,5	1	1,5	2
Táhlo 1	3 680	3 974	4 116	4 178,5
Táhlo 2	4 327	4 410	4 565	4 690

Při porovnání analytického výpočtu s experimentálním měřením můžeme vidět značné rozdíly ve výsledných kritických silách (25-35%). Rozdíly v hodnotách kritických sil způsobuje odlišnost vstupních dat analytických výpočtů od reality (materiálové charakteristiky, geometrie táhla, rozptyl technologie výroby) a především to, že v analytickém výpočtu jsme pro jednoduchost v první fázi výpočtu uvažovali táhlo zatěžované svisle, kdežto původní experiment se snažil napodobit podmínky, ve kterých bude táhlo pracovat (obr. 2.2) a probíhal tedy s táhly orientovanými vodorovně. Táhla po dobu experimentu byla tedy zatěžována ještě svou vlastní vahou, která vzhledem ke geometrii táhla způsobí sama o sobě prohnutí. Abychom se tedy výsledky analytických výpočtů přiblížili výsledkům původního experimentu, museli bychom na výpočtový model táhla aplikovat teorii vzpěru s ohybem.

Dále jsme v práci teoretickými výpočty ověřili, že měřicí vahadlo je měření schopné v mezích sil jimiž jej plánujeme zatěžovat. Připravovaný měřicí stand bude vhodnější pro ladění čistě vzpěrových modelů, které budou při namáhání orientovány svisle, tedy nebudou zatěžovány vlastní vahou, jako u původního zkušebního standu.

Zdroje

- [1] Řídicí systém letu letadla - Aircraft flight control system. [cit.14.6.2020]
Dostupné z: https://cs.qwe.wiki/wiki/Aircraft_flight_control_system
- [2] SOKOL, Filip. Vývoj palubních soustav dopravních letadel. Brno, 2012
- [3] Táhlo. [cit.14.6.2020] Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Táhlo>
- [4] LAŠ, Vladislav: Mechanika kompozitních materiálů. 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2004, 156 s. ISBN 80-704-3273-X.
- [5] JIROUD Vladislav: Návrh kompozitového oka (závěsu) pro přenos tahového i tlakového zatížení, České vysoké učení technické v Praze, Praha 2017
- [6] Kratochvíl B., Švorčík V., Vojtěch D.: *Úvod do studia materiálů*. 1. vyd. Vysoká škola chemicko-technologická v Praze, Praha 2005. Str. 170. ISBN 80-7080-568-4
- [7] Notace napětí 2. Základní pojmy a ztahy Symetrie tenzoru, ČVUT v Praze, Fakulta strojní, Ústav mechaniky. [cit.14.6.2020] Dostupné z: <https://slideplayer.cz/slide/2380372/>
- [8] I. K. Blahouš, „Vysokopevnostní integrované kompozitové spoje, jejich navrhování a reálné aplikace-disertační práce,“ Praha, 2008.
- [9] JÍLEK, Jan: Mechanické vlastnosti laminátů s vláknovou výztuží, VUT, Brno 2015
- [10] Stabilita přímých prutů, České vysoké učení technické v Praze. [cit.14.6.2020]
Dostupné z <http://mechanika.fs.cvut.cz/content/files/PP/Stabilita.pdf>
- [11] VALENTA, František a kol.: Pružnost a Pevnost III, Praha: ČVUT, Praha 2002
- [12] Kompozitní materiály. [cit.14.6.2020] Dostupné z: http://umi.fs.cvut.cz/wp-content/uploads/2014/08/6_kompozitni-materialy.pdf
- [13] Vybočení ideálně přímého prutu. [cit.14.6.2020]
Dostupné z: https://mech.fsv.cvut.cz/~smilauer/teaching/PP_prednaska_05_vzper.pdf
- [14] VRBKA, Jan: Mechanika kompozitů. Brno, 2008. [cit.14.6.2020]
Dostupné z: https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjBuMHsgtTqAhVI-qQKHRIIdBlgQFjAGegQICRAB&url=https%3A%2F%2Fwww.vutbr.cz%2Fwww_base%2Fpriloha.php%3Fdpid%3D83340&usg=AOvVaw3iqzeAox_-FVaylahwnu8-
- [15] JEŘÁBEK, Ivan: Optimalizační výpočet kompozitních táhel konstantního průřezu. České vysoké učení technické v Praze, Praha 2008
- [16] PADOVEC Z., VAŠÍČEK M.: Návrh a analýza napětí kompozitní trubky pro zavěšení kola závodního vozu. České vysoké učení technické v Praze
- [16] Composite materials. [cit.14.6.2020] Dostupné z: https://www.efunda.com/formulae/solid_mechanics/composites/calc_ufrp_cs_arbitrary.cfm
- [17] ROYLANCE, David: Laminated composite plates. MIT, 2000. [cit.14.6.2020]
Dostupné z: <http://web.mit.edu/course/3/3.11/www/modules/laminates.pdf>
- [18] JEŘÁBEK, Ivan: Pevnostní zkouška táhel ČVUT, Praha 2009
- [19] Přehled vlastnosti oceli S355J2. [cit.14.6.2020] Dostupné z: <https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/84823/F2-BP-2019-Spernak-Michal-priloha-Priloha%201.pdf?sequence=-1&isAllowed=y>

Seznam elektronických příloh

Příloha 1: Analytické výpočty, soubor Excel

Příloha 2: Experimentální měření, soubor Excel