

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta strojní

Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky



Jednostopé a dvoustopé dynamické modely vozidel

One-track and two-track dynamic vehicle models

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Vypracoval: Marek Vychopeň
Vedoucí práce: prof. Ing. Zbyněk Šika, Ph.D.
Rok: 2020

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Vychopeň** Jméno: **Marek** Osobní číslo: **476510**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**
Studijní program: **Teoretický základ strojínského inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Jednostopé a dvoustopé dynamické modely vozidel

Název bakalářské práce anglicky:

One track and two track dynamic vehicle models

Pokyny pro vypracování:

- 1) Seznamte se s modely směrové dynamiky vozidla různé složitosti.
- 2) Proveďte rešerši základních komponent modelů a jejich modelování.
- 3) Sestavte jednostopý a dvoustopý model standardního vozidla.
- 4) Zmodifikujte dvoustopý pro vozidla se samostatným ovládním jednotlivých náprav a kol.
- 5) Simulačně porovnejte dynamické chování vybraných modelů.

Seznam doporučené literatury:

- [1] VLK, F., Dynamika motorových vozidel: jízdní odpory : hnací charakteristika : brzdění : odpruženost : říditelnost, ovladatelnost : stabilita. Brno, 2000.
[2] TŮMA, J., Analýza stability a říditelnosti vozidla AWS 4x4 pomocí nelineárního modelu. Strojnický časopis. 1992, 43, s. 352-364.
[3] PATNAIK, S. at al, Recent Developments in Mechatronics and Intelligent Robotics. Proceedings ICMIR 2019. Singapore: Springer, 2019.
[4] DE WIT, C. at al., New Directions in Nonlinear Observer Design: Model-based observers for tire/road contact friction prediction. London: Springer, 1999.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

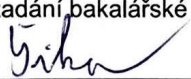
prof. Ing. Zbyněk Šika, Ph.D., odbor mechaniky a mechatroniky FS


Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **29.04.2020**

Termín odevzdání bakalářské práce: **07.08.2020**

Platnost zadání bakalářské práce: _____


prof. Ing. Zbyněk Šika, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

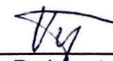

doc. Ing. Miroslav Španiel, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

29.6.2020
Datum převzetí zadání


Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze literární prameny a zdroje informací uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne

.....

Marek Vychopeň

Poděkování

Děkuji vedoucímu práce prof. Ing. Zbyňkovi Šikovi, Ph.D. za cenné rady a pomoc při tvorbě bakalářské práce. Dále děkuji své rodině za podporu během celého studia.

Marek Vychopeň

Název práce:

Jednostopé a dvoustopé dynamické modely vozidel

Autor: Marek Vychopeň

Studijní program: Teoretický základ strojního inženýrství

Obor: bez oboru

Druh práce: Bakalářská práce

Vedoucí práce: prof. Ing. Zbyněk Šika, Ph.D.

Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky, Fakulta strojní,
České vysoké učení technické v Praze

Abstrakt: Bakalářská práce se zabývá modelováním směrové dynamiky vozidel. Jsou zde popsány přístupy ke tvorbě matematických modelů a jejich rozdělení na jednostopé rovinné modely, dvoustopé rovinné modely a modely prostorové. Tato práce se také zabývá modely pneumatik, které hrají při simulacích jízdy vozidla důležitou roli. Mohou být rozděleny na modely v pseudo-ustáleném stavu, na dynamické modely se soustředěnými parametry a na dynamické modely s parametry rozloženými. V bakalářské práci je rovněž provedeno porovnání odezev na skokovou změnu natočení volantu u jednostopého a dvoustopého modelu. Výsledky simulací prokázaly rozdílnost průběhů odezev zejména ve vyšších rychlostech jízdy. Dále je zde popsáno řízení kol dle Ackermannovi podmínky a možnosti řízení zadních kol za účelem zvýšení jízdní stability. Na závěr je uvedeno simulační porovnání konvenčního automobilu s automobilem s řízenými čtyřmi koly při úhybném manévru, které prokázalo zřetelnou odlišnost ve stabilitě odezev dynamického systému.

Klíčová slova: Model vozidla, model pneumatiky, jednostopý model, dvoustopý model, dynamika

Title:

One-track and two-track dynamic vehicle models

Author: Marek Vychopeň

Abstract: The bachelor's thesis focuses on modeling of lateral vehicle dynamics. Several approaches to the creation of mathematical models are presented and divided into one-track planar models, two-track planar models and spatial models. This work also deals with models of tires which play an important role in driving simulations. They can be divided into pseudo-steady state models, lumped dynamic models and distributed dynamic models. The thesis also contains a comparison of responses to a step change in an angle of steering wheel between one-track and two-track model. The results of the simulations show a difference in responses of systems, especially at higher speeds. This work also describes the steering of wheels according to Ackermann's geometry and the steering of the rear wheels in order to increase the driving stability. There is also a comparison during an evasive maneuver between a conventional car and a car with four-wheel steering which show a difference in the stability of dynamic system responses.

Key words: Vehicle model, tire model, one-track model, two-track model, dynamics

Obsah

Úvod	9
1 Řiditelnost a stabilita vozidla	11
2 Matematické modely vozidel	13
2.1 Jednostopý rovinný model	14
2.2 Dvoustopý rovinný model	17
2.3 Prostorový model	20
3 Matematické modely pneumatik	25
3.1 Modely v pseudo-ustáleném stavu	29
3.1.1 Lineární model	29
3.1.2 Model HSRI	30
3.1.3 Pacejkův model	31
3.1.4 Burckhardtův model	32
3.1.5 Kienckeho a Daissnův model	33
3.2 Dynamické modely se soustředěnými parametry	33
3.2.1 LuGreho model	33
3.3 Dynamické modely s rozloženými parametry	35
4 Sestavení dynamických modelů v prostředí MATLAB & Simulink a jejich simulační porovnání	37
5 Řízení kol vozidel	41
5.1 Režimy řízení všech kol vozidla	41
5.1.1 Four-wheel Steer	41
5.1.2 Crab Steer	42
5.1.3 Řízení zadních kol	42
5.1.4 Pasivní řízení zadních kol	42
5.2 Řízení kol dle Ackermannovy podmínky	42
5.3 Řízení kol zadní nápravy	44
5.4 Úhybný manévr vozidla ve vysoké rychlosti	47
Závěr	51
Seznam použitých symbolů	54
Seznam obrázků	58

Seznam tabulek	60
Literatura	61
Přílohy	66
A Jednostopý model vozidla	67
B Dvoustopý model vozidla	69
C Optimalizace úhlů natočení kol	73

Úvod

V prvním čtvrtletí roku 2020 Policie České republiky šetřila 21 506 dopravních nehod na pozemních komunikacích. Při těchto nehodách bylo usmrceno 103 osob a mnoho z nich bylo způsobeno pouze chybou řidiče. Žijeme v digitální době, kdy v nárůstu nových technologií leží potenciál minimalizování vzniku nebezpečných dopravních situací a možnost předejít tak zranění osob nebo v mezních případech jejich usmrcení. Oblast řízení automobilových vozidel se tak intenzivně rozvíjí a díky velkým výpočtovým výkonům dnešní doby nachází nová řešení.

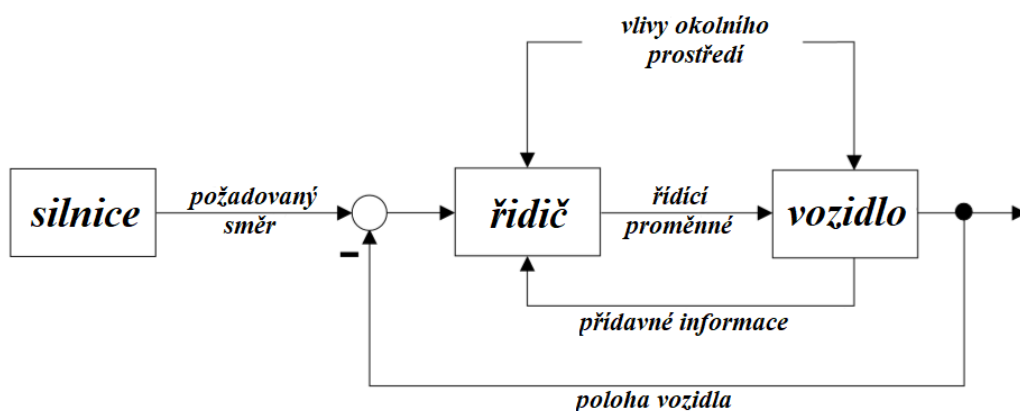
Kdybychom se ohlédli za několika posledními léty, zjistili bychom, že narůstá poptávka po aktivních bezpečnostních systémech. Takovéto systémy jsou schopny umělým zásahem do řízení vozidla zabránit vzniku dopravní nehody. Přesahují pojem pasivní bezpečnosti, která dosahuje pouze minimalizace škod způsobených nehodami, a která je již na trhu běžným standardem. Abychom byli schopni takovéto systémy vytvářet, musíme umět predikovat chování automobilového vozidla při rozličných manévrech a měnících se podmínkách okolí. Mohli bychom toho dosáhnout testováním na zkušebních stavech či testovacích tratích, což může být velice nákladné, jak časově, tak i finančně. Vhodnější způsob je tedy prostřednictvím matematických modelů vozidel, které nám dávají možnost nasimulovat jízdu automobilu v reálném čase a získat tak tížené informace o jeho jízdním chování.

Tato bakalářská práce se zabývá přístupy k vytváření takovýchto dynamických modelů s omezením především na jejich vlastnosti v příčném směru. Matematické rovnice pohybu automobilu jako takové jsou tedy základním stavebním kamenem ve vylepšování bezpečnosti a komfortu jízdy. Z těchto rovnic vznikají modely, které jsme schopni pomocí programovacích prostředků numericky řešit. V první části této práce se nachází popis modelů vozidel různých složitostí a možnosti matematického modelování pneumatik. V další části je vytvořeno simulační porovnání dvou modelů rovinných, jednostopého a dvoustopého, a způsoby řízení náprav automobilu. Jsou zde uvedeny jednotlivé režimy řízení všech kol vozidla, možnosti natáčení zadních kol vzhledem k natáčení kol předních a simulační porovnání dvou metod řízení při úhybném manévru ve vysoké rychlosti.

Kapitola 1

Řiditelnost a stabilita vozidla

Řiditelnost vozidla vyjadřuje jeho chování při změnách v natočení volantu. Při dané rychlosti automobilu a konkrétní hodnotě úhlu natočení volantu nabývá vozidlo určité úhlové rychlosti kolem jeho svislé osy. Tato rychlost se nazývá stáčivou rychlostí $\dot{\epsilon}$ a považujeme ji za jednu z odezev vozidlového systému na změnu v řízení, která společně s dalšími veličinami, jako je například směrová úchylka α , vyjadřují říditelnost vozu za daných podmínek. Jestliže zohledňujeme ovládání automobilu řidičem, jedná se o takzvanou subjektivní říditelnost. V této práci jsou však uvedeny modely řízení, které řidiče vylučují, a vyšetřují tudíž říditelnost objektivní. To znamená, že vozidlo reaguje na definované řídicí vstupy bez vlivu chování řidiče [2, 5].



Obrázek 1.1: Standardní blokové schéma řízení automobilového vozidla [4].

Objektivní říditelnost je možné popsat buď statickými nebo dynamickými odezvami. Statická říditelnost je definovaná velikostmi odezev automobilu na natáčení volantu při jízdě konstantní rychlostí po kruhové dráze. Zabýváme se tedy chováním vozidla, které se pohybuje po kružnici o konstantním poloměru. Jestliže se změní rychlost vozu, dojde také ke změně dostředivého zrychlení těžiště. Pro změnu tohoto zrychlení je také možné rychlost vozu zachovávat konstantní a postupně měnit poloměr jeho kruhové dráhy [5].

Dynamickou říditelnost pak popisujeme pomocí přenosových funkcí vozidlového systému, které vyjadřují odezvy automobilu na změnu natočení volantu. Jestliže je vstupní signál systému skokovou funkcí, tedy že se velikost úhlu pootočení volantu změní skokově, je možné odezvu vozidla popsat přechodovými charakteristikami. V případě uvažování vstupního signálu jako harmonické funkce může být říditelnost vyjádřena frekvenčními charakteristikami [5].

Směrovou stabilitu pak považujeme za vlastnost vozidla udržovat si směr pohybu stanovený řízením i přes působení vlivů okolního prostředí, jako je například síla větru či nerovnosti povrchu vozovky. Matematické modely nám pak umožňují dynamiku automobilových vozidel a jejich říditelnost se stabilitou za daných podmínek teoreticky vyšetřovat [5].

Kapitola 2

Matematické modely vozidel

U matematického modelování jakéhokoliv mechanického systému je potřeba použít určitou míru abstrakce a zjednodušení. To platí také pro vozidla, a takovouto míru stanovuje především jaký programový prostředek si zvolíme. V případě použití komerčního programovacího systému je možné dosáhnout realistických výsledků, a to díky jejich složité struktuře, která dobře zohledňuje reálnou konstrukci vozidla. Jejich nevýhodou však je, že ve většině případů fungují jako černé skříňky, kdy do nich není možné nějakým způsobem zasáhnout. Jestliže takovýto program použít nechceme, můžeme si sestavit matematický model vozidla analyticky. Potom tedy vycházíme z pohybových rovnic, které se dají použít v různých výpočtových programech. Při modelování se často uvažuje také symetrie a vznikají tak kupříkladu čtvrtinové modely vozidel, které snižují počet rovnic a usnadňují tak výpočetní práci. I přes vysoký stupeň zjednodušení mohou být takovéto modely výhodné, a to především kvůli jejich transparentnosti, větší možnosti parametrizace, a protože nám dovolují, narozdíl od komerčních programů, přidat nějakou konstrukční součást navíc [1, 13].

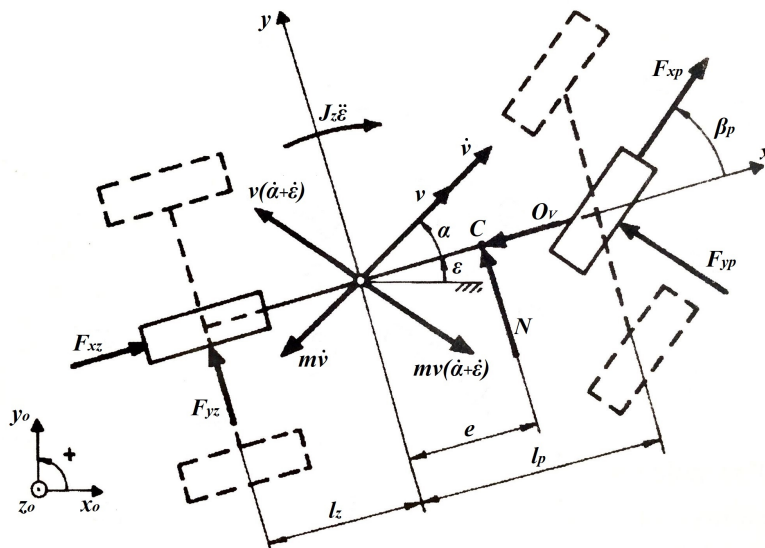
Matematické modely jako takové jsou tedy prostředkem k popisu chování vozidel za různých podmínek pomocí rovnic. Základní rozdělení by se dalo provést na modely rovinné, u kterých se vychází jen ze dvou zvolených os, a na modely prostorové, které uvažují všechny tři směry. Ty potom mohou sloužit jako podklad při tvorbě řídicích systémů, které řidiči zajišťují pohodlnější jízdu, a především větší míru bezpečí. Hlavní složkou v oblasti řízení vozidel jsou boční síly působící na jednotlivá kola automobilu. Stabilita řízení je tedy závislá na příčné dynamice vozidla a správně zvolený dynamický model hraje důležitou roli. V posledních několika letech se vývoj posunul z jednoduchých lineárních modelů se dvěma stupni volnosti na modely komplexnější, které jsou schopny přesněji popsat jízdu vozidla. Výzkum je však stále závislý i na jednoduchých lineárních modelech, a to z důvodu těžkopádnosti a složitosti systému s více stupni volnosti, které mohou způsobovat problémy při řešení ve stávajících programech a tím tak i navyšovat cenu. Dynamické modely vozidel s velkým množstvím stupňů volnosti se tak používají jen zřídka [1, 13, 17].

V případě, kdy jsou směrové úchyly malé, je jejich závislost na bočních silách přibližně lineární. Podle studie od Leeho [16], lineární model se dvěma stupni volnosti, které reprezentují příčný pohyb a stáčení, může být použit k predikci dynamického

chování vozidla v případě, kdy jsou splněny následující podmínky: rychlost automobilu je menší než 100 km/h a jeho boční zrychlení nepřesahuje hodnoty $0,4$ násobku zrychlení gravitačního g . Jestliže bychom uvažovali větší zrychlení, kdy se závislosti bočních sil přesouvají do nelineárních oblastí, a další faktory jako například působení větru, je potřeba k popisu dynamického chování vozidel použít složitější nelineární modely [13, 17].

2.1 Jednostopý rovinný model

Jak už z názvu napovídá, model je plošný, a tudíž vyšetřuje síly a momenty na vozidlo působící vzhledem ke dvěma osám. Je jednostopý, a tak je rozchod mezi koly jednotlivých náprav uvažován jako nulový. To tedy znamená, že kupříkladu boční síla působící na přední nápravu je součtem sil působících jak na pravém, tak i na levém kole. Nespornou výhodou, kterou má oproti ostatním modelům, je jeho jednoduchost. Umožňuje pohyb vozidla v podélném a příčném směru spolu s natáčením a dosahuje tak až tří stupňů volnosti [14].



Obrázek 2.1: Jednostopý rovinný model automobilového vozidla [5].

Na obr. 2.1 je vykreslený model jednostopého vozidla, pomocí kterého je možné sestavit pohybové rovnice sloužící k následnému vytvoření programu. Těžiště automobilu je od přední nápravy vzdáleno o délku rozvoru l_p a od zadní o l_z . Na automobil krom vzdušného odporu O_v působí také síla bočního větru N , jejíž působiště je od těžiště vozidla vzdáleno o délku e . Další síly v modelu vystupující jsou ty, které působí na kola automobilu. Síla hnací působí v podélném směru a pro přední kolo se značí F_{xp} , a pro zadní, F_{xz} . Boční vodící síly F_{yp} a F_{yz} pak působí ve směru příčném. Úhel natočení předních kol je označen β_p [5, 21].

Při jízdě vozidla po zakřivené dráze dochází k vychýlení vektoru rychlosti od podélné osy o úhel, který se nazývá směrová úchylka α . Zároveň také dochází k vychýlení

samotné podélné osy automobilu od pevné souřadné osy x_0 o stáčívý úhel ε . Na automobil působí setrvačné síly $m\dot{v}$ a $mv(\dot{\alpha} + \dot{\varepsilon})$ a setrvačný moment $J_z\ddot{\varepsilon}$, přičemž J_z je hmotnostní moment setrvačnosti automobilu vzhledem ke svislé ose z procházející těžištěm [1, 5, 21].

Pro jednostopý rovinný model můžeme psát podle d'Alembertova principu tyto pohybové rovnice [5]:

$$-m\dot{v}\cos\alpha + mv(\dot{\varepsilon} + \dot{\alpha})\sin\alpha - F_{yp}\sin\beta_p + F_{xp}\cos\beta_p + F_{xz} - O_v = 0, \quad (2.1.1)$$

$$-m\dot{v}\sin\alpha - mv(\dot{\varepsilon} + \dot{\alpha})\cos\alpha + F_{yp}\cos\beta_p + F_{yz} + F_{xp}\sin\beta_p + N = 0, \quad (2.1.2)$$

$$-J_z\ddot{\varepsilon} + F_{yp}l_p\cos\beta_p - F_{yz}l_z + F_{xp}l_p\sin\beta_p + Ne = 0. \quad (2.1.3)$$

Linearizací pohybových rovnic, tzn. dosazením $\sin(x) \approx 0$, $\cos(x) \approx 1$, získáme tři lineární diferenciální rovnice:

$$-m\dot{v} + F_{xp} + F_{xz} - O_v = 0, \quad (2.1.4)$$

$$-mv(\dot{\varepsilon} + \dot{\alpha}) + F_{yp} + F_{yz} + N = 0, \quad (2.1.5)$$

$$-J_z\ddot{\varepsilon} + F_{yp}l_p - F_{yz}l_z + Ne = 0. \quad (2.1.6)$$

Tuto úpravu si můžeme dovolit provést jen za předpokladu malých hodnot úhlu směrové úchyly α a úhlu natočení kol β_p .

Boční vodící síly působící na nápravách lze vyjádřit vztahem [5]:

$$F_{yp} = C_{\alpha_p}\alpha_p, \quad (2.1.7)$$

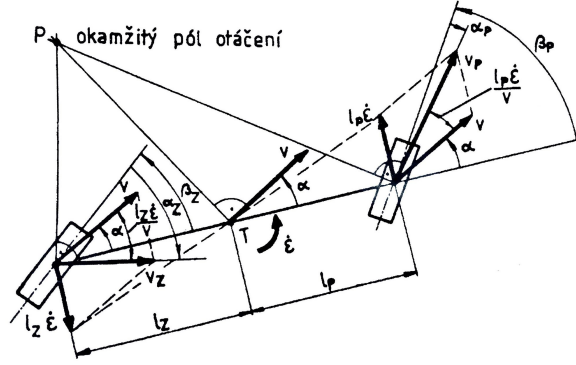
$$F_{yz} = C_{\alpha_z}\alpha_z, \quad (2.1.8)$$

kde C_{α_p} představuje směrovou tuhost obou pneumatik přední nápravy a C_{α_z} směrovou tuhost pneumatik zadních.

Směrové úchyly kol přední a zadní nápravy vycházejí z obr. 2.2, kde rychlost předního kola v_p je vektorovým součtem rychlosti otáčení kola vzhledem k těžišti $l_p\dot{\varepsilon}$ a rychlosti těžiště v . Analogicky to platí také pro zadní kolo, kdy jeho výsledná rychlost v_z je vektorovým součtem rychlostí v a $l_z\dot{\varepsilon}$. Pro hodnoty malých úhlů tedy platí vztahy [5]:

$$\alpha_p = -\alpha - \frac{l_p}{v}\dot{\varepsilon} + \beta_p, \quad (2.1.9)$$

$$\alpha_z = -\alpha + \frac{l_z}{v}\dot{\varepsilon} + \beta_z. \quad (2.1.10)$$



Obrázek 2.2: Kinematika jednostopého modelu automobilového vozidla [5].

Pro úhel natočení řízených předních kol platí vztah [5]:

$$\beta_p = \frac{\beta_v}{i_r} - \frac{F_{yp}(n_k + n_s)}{C_r}, \quad (2.1.11)$$

kde:

β_v - úhel natočení volantu,

i_r - převod řídicího ústrojí,

n_k - konstrukční závlek,

n_s - závlek pneumatiky,

C_r - tuhost řízení.

Po matematických úpravách pohybových rovnic tohoto modelu dostaneme výpočet dynamických odezev automobilu [5]:

$$\dot{\alpha} = - \left(1 + \frac{C'_{\alpha_p} l_p - C_{\alpha_z} l_z}{mv^2} \right) \dot{\epsilon} - \frac{C'_{\alpha_p} + C_{\alpha_z}}{mv} \alpha \quad (2.1.12)$$

$$+ \frac{C_{\alpha_z}}{mv} \beta_z + \frac{k_N}{m} w_y + \frac{C'_{\alpha_p}}{mvi_r} \beta_v, \quad (2.1.13)$$

$$\ddot{\epsilon} = - \frac{C'_{\alpha_p} l_p^2 + C_{\alpha_z} l_z^2}{J_z v} \dot{\epsilon} - \frac{C'_{\alpha_p} l_p - C_{\alpha_z} l_z}{J_z} \alpha \quad (2.1.14)$$

$$- \frac{C_{\alpha_z} l_z}{J_z} \beta_z + \frac{k_N e v}{J_z} w_y + \frac{C'_{\alpha_p} l_p}{J_z i_r} \beta_v, \quad (2.1.15)$$

kde veličina C'_{α_p} vyjadřuje hodnotu směrové tuhosti přední nápravy, která uvažuje tuhost řízení. Rychlost bočního větru je označena jako w_y a součinitel boční vzdušné síly k_N [5, 21].

$$C'_{\alpha_p} = \frac{C_{\alpha_p}}{1 + \frac{C_{\alpha_p}(n_k + n_s)}{C_r}} \quad (2.1.16)$$

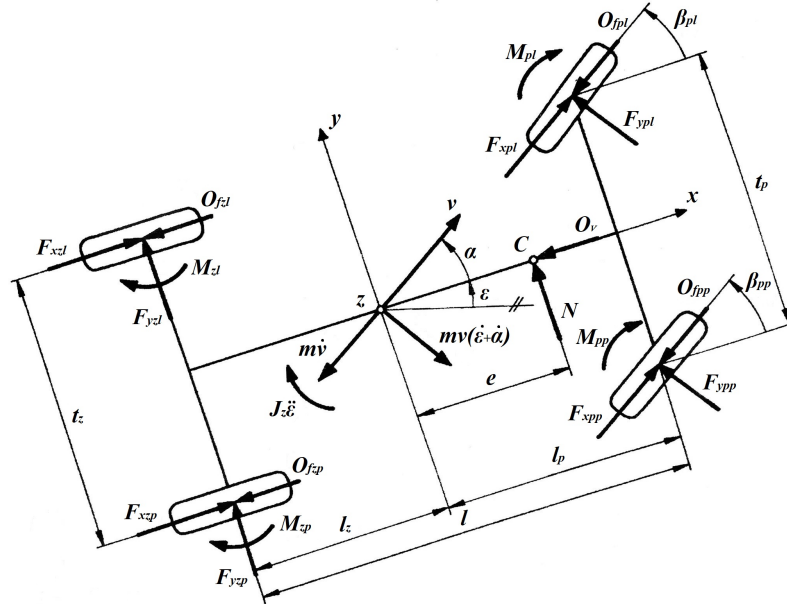
Pokud bychom tyto rovnice numericky zintegrovali, dostali bychom stáčivou rychlost $\dot{\varepsilon}(t)$ a úhel směrové úchyly $\alpha(t)$. Pro stanovení polohy vozidla je potřeba znát také hodnotu úhlu stáčení $\varepsilon(t)$, potom jsme schopni sestavit tyto rovnice:

$$x_0 = \int_0^t v \cos(\alpha + \varepsilon) dt, \quad (2.1.17)$$

$$y_0 = \int_0^t v \sin(\alpha + \varepsilon) dt. \quad (2.1.18)$$

2.2 Dvoustopý rovinný model

Dvoustopý rovinný model uvažuje automobil se čtyřmi koly vztahený ke dvěma osám, takže stejně jako předchozí jednostopý model zanedbává naklápění vozidla v příčném a podélném směru. Narozdíl od něj jsou zde ale čtyři kontaktní body s vozovkou, které slouží jako podpora hmoty vozidla. Neuvažuje také dynamický přenos hmotnosti na jednotlivá kola a je tedy možné ho použít jen při určitých manévrech. Počítá s rozchodem jak přední nápravy t_p , tak i zadní nápravy t_z , takže umožňuje oproti jednostopému modelu také rozdílná natočení kol [5, 26].



Obrázek 2.3: Dvoustopý rovinný model automobilového vozidla [5].

Na obr. 2.3 můžeme vidět příklad dvoustopého modelu, na kterém jsou oproti předchozímu na obr. 2.1, vyznačené také vratné momenty pneumatik M_i a jejich valivé

odpory O_{f_i} . Jelikož většina záchranných manévrů vozidla vyžaduje prudké natočení kol a brždění, je vhodné v případě simulace těchto podmínek zachovávat v rovnicích modelu jejich nelinearitu [5, 26].

Pro dynamický model dle obr. 2.3 můžeme psát tyto tři pohybové rovnice [5]:

1) rovnováha sil ve směru osy x:

$$-m\dot{v}\cos\alpha + mv(\dot{\alpha} + \dot{\varepsilon})\sin\alpha - F_{ypl}\sin\beta_{pl} - F_{ypp}\sin\beta_{pp} \quad (2.2.1)$$

$$+(F_{xpl} - O_{fpl})\cos\beta_{pl} + (F_{xpp} - O_{fpp})\cos\beta_{pp} \quad (2.2.2)$$

$$-O_v + F_{xzl} - O_{fzl} + F_{xzp} - O_{fzp} = 0, \quad (2.2.3)$$

2) rovnováha sil ve směru osy y:

$$-m\dot{v}\sin\alpha - mv(\dot{\alpha} + \dot{\varepsilon})\cos\alpha + F_{ypl}\cos\beta_{pl} + F_{ypp}\cos\beta_{pp} + F_{yzl} + F_{yzp} \quad (2.2.4)$$

$$+(F_{xpl} - O_{fpl})\sin\beta_{pl} + (F_{xpp} - O_{fpp})\sin\beta_{pp} + N = 0, \quad (2.2.5)$$

3) rovnováha momentů k ose z:

$$-J_z\ddot{\varepsilon} + F_{ypl}l_p\cos\beta_{pl} + F_{ypp}l_p\cos\beta_{pp} - (F_{yzl} + F_{yzp})l_z \quad (2.2.6)$$

$$+F_{ypl}\frac{t_p}{2}\sin\beta_{pl} - F_{ypp}\frac{t_p}{2}\sin\beta_{pp} + (F_{xpl} - O_{fpl})l_p\sin\beta_{pl} \quad (2.2.7)$$

$$+(F_{xpp} - O_{fpp})l_p\sin\beta_{pp} - (F_{xpl} - O_{fpl})\frac{t_p}{2}\cos\beta_{pl} \quad (2.2.8)$$

$$+(F_{xpp} - O_{fpp})\frac{t_p}{2}\cos\beta_{pp} - (F_{xzl} - O_{fzl} - F_{xzp} + O_{fzp})\frac{t_z}{2} \quad (2.2.9)$$

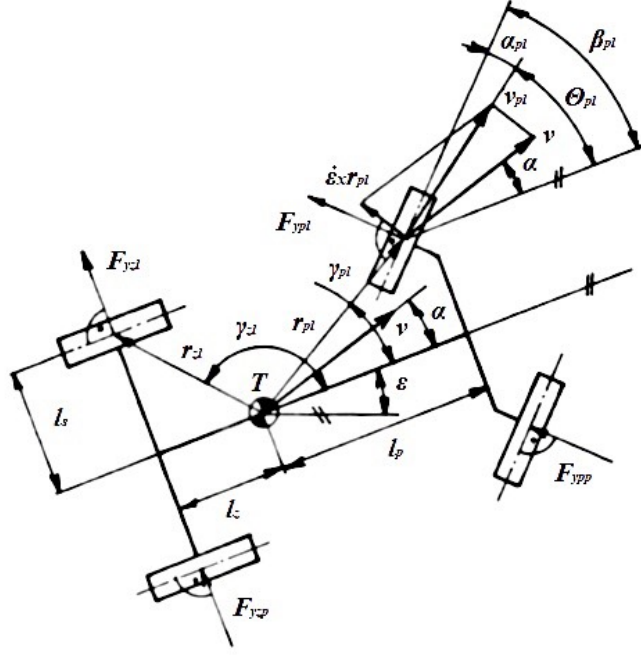
$$+Ne - \sum M_i = 0. \quad (2.2.10)$$

Vyjádřením vzdáleností středů jednotlivých kol r_i od těžiště vozidla jako na obr. 2.4 a popisem jejich polohy pomocí úhlů γ_i , které svírají polohové vektory středů kol s podélnou osou vozidla x , můžeme vyjádřit rychlosti jednotlivých kol k vnější souřadnicové soustavě x, y dle vztahu [26]:

$$v_{xi} = v_x + wr_i\cos(\gamma_i + \pi/2), \quad (2.2.11)$$

$$v_{yi} = v_y + wr_i\sin(\gamma_i + \pi/2), \quad (2.2.12)$$

kde v_x a v_y značí hodnoty rychlostí těžiště vozidla.



Obrázek 2.4: Geometrie kol dvoustopého modelu [26].

Dle obr. 2.4 pro úhly směru pohybu jednotlivých kol platí:

$$\Theta_i = \tan^{-1} \left(\frac{v_{yi}}{v_{xi}} \right). \quad (2.2.13)$$

Velikosti směrových úchylek kol pak můžeme vyjádřit jako:

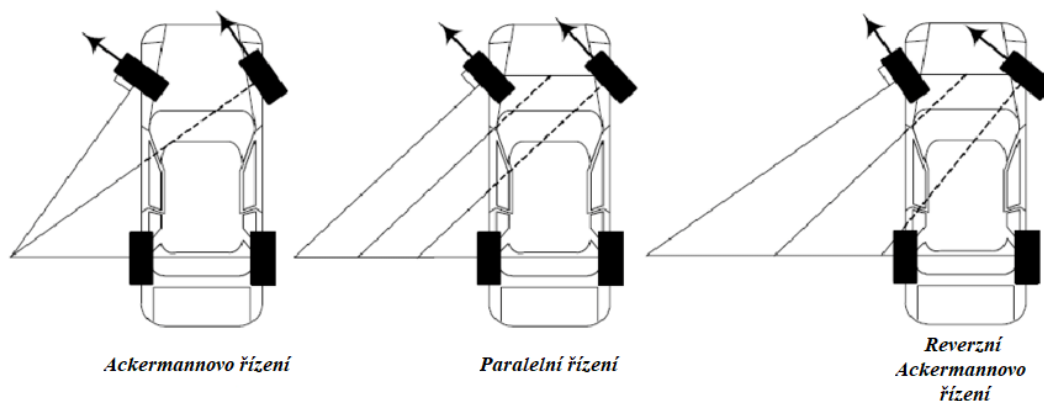
$$\alpha_i = \beta_i - \Theta_i. \quad (2.2.14)$$

Uvažujeme-li absolutní hodnotu rychlosti za konstantní, je zrychlení ve směru tečny k dráze vozidla nulové a tím pádem je i součet sil v tomto směru roven nule. Je tedy předpokládána kompenzace tečné složky bočních sil se silami hnacími, normálová složka hnacích sil je zanedbána. Velikosti bočních vodících sil je možné vypočítat ze stejných vztahů jako u modelu jednostopého, kdy uvažujeme konstantní směrovou tuhost jednotlivých pneumatik. V případě, kdy zanedbáme odpor větru a vozovky, spolu s působící silou bočního větru a vratné momenty pneumatik, můžeme pohybové rovnice po úpravách dle geometrie na obr. 2.4 napsat ve tvaru [26]:

$$mv(\dot{\epsilon} + \dot{\alpha}) = \sum F_{yi} \cos(\beta_i - \alpha), \quad (2.2.15)$$

$$J_z \ddot{\epsilon} = \sum [F_{yi} \cos(\beta_i - \alpha)] r_i \cos(\gamma_i - \alpha). \quad (2.2.16)$$

U většiny vozidel obecně platí, že jednotlivá kola předních a zadních náprav nejsou natočena stejně. Tím je zajištěno snížení smýkání, opotřebení pneumatik, a docílí se tak hladkého průjezdu zatáčkou. Jestliže uvažujeme vozidlo řízené pomocí přední nápravy, můžeme použít geometrii, kdy se prodloužené osy předních kol setkávají v jednom bodě na prodloužené ose kol zadní nápravy. To tedy v praxi znamená, že hodnota úhlu natočení vnitřního kola je větší než hodnota úhlu vnějšího. Takovéto geometrii se říká Ackermannova geometrie řízení. Jedná se o idealizovaný případ, kdy uvažujeme absolutně tuhé nápravy. Odlišné přístupy k natáčení kol můžeme aplikovat také v tomto matematickém modelu a měnit tak odezvy vozidla a jeho celkovou říditelnost [24, 25].



Obrázek 2.5: Základní typy geometrií řízení [25].

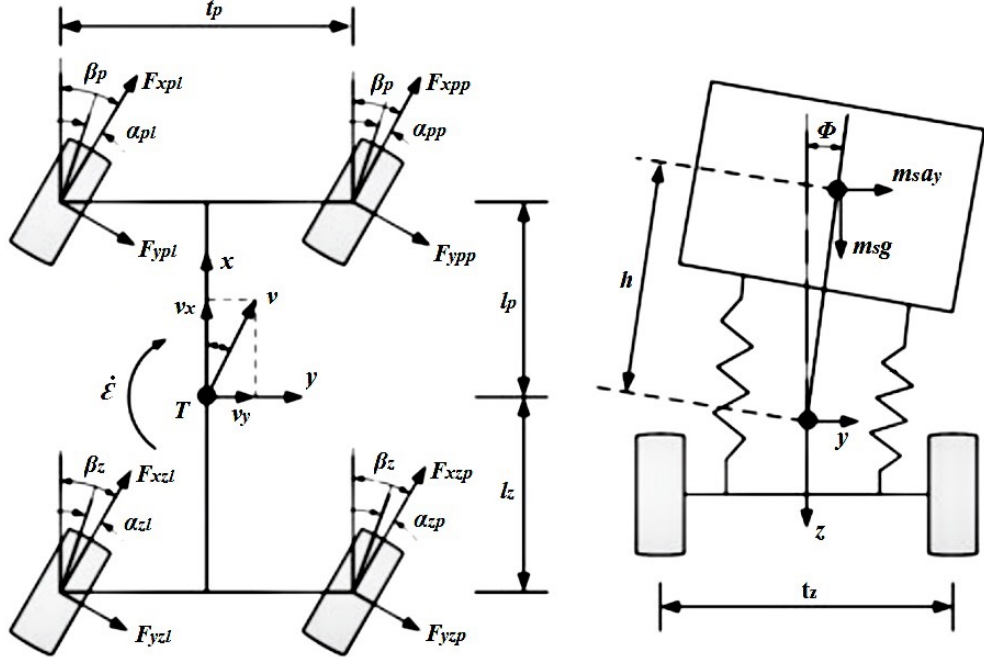
V případě malých rychlostí při průjezdu zatáčkou je vhodné použít Ackermannovu geometrii, která zajistí perfektní průjezd bez skluzu kol. Jakmile uvažujeme vyšší rychlosti, například u závodních automobilů, je vhodné použít jiného typu geometrie pro co nejlepší zatočení vozidla [24].

2.3 Prostorový model

Prostorový model automobilu umožňuje komplexně vyšetřovat chování vozidla ve všech směrech a využívá se, jak pro ustálenou, tak i neustálenou rychlost jízdy. Při modelování je tedy možnost pohybu automobilu ve všech třech osách spolu s rotací kolem každé z nich. Jestliže počítáme s ustálenou rychlostí, působí na jednotlivá kola pouze síly boční, které jsou způsobeny odklonem kola a směrovou úchylkou náprav. Kdybychom vyšetřovali jízdu vozidla při neustálené rychlosti, bylo by potřeba do tohoto modelu zakomponovat také model pneumatik, abychom byli schopni správně stanovit síly působící v podélném a příčném směru v místě styku kola s vozovkou. Z toho tedy vyplývá, že modely pneumatik jsou důležitým elementem v matematickém modelování dynamiky vozidel a tato práce se jimi zabývá v následující kapitole [1,5,14].

Prostorový model je možné pojmout několika způsoby, jeden z příkladů se nachází na obr. 2.6. Tento model uvažuje osm stupňů volnosti představující pohyb podélný, příčný, stáčení vozu, jeho naklápění v příčném směru a rotaci všech čtyř kol. Důvodem volby příčného naklápění neboli rotace odpružených hmot kolem osy x jako

stupeň volnosti, je jeho vliv na změny zatížení pneumatik normálovými silami a zároveň tak vliv na odezvu stáčení rychlosti $\dot{\epsilon}$. Uvažování rotací jednotlivých kol vozidla pak umožňuje využití tohoto modelu při zkoumání distribuce hnacích a brzdných momentů na každé z kol a jejich vlivu na stabilitu jízdy automobilu při složitějších jízdách manévrech [17, 21].



Obrázek 2.6: Prostorový model automobilového vozidla s osmi stupni volnosti [17].

Počátek pohyblivého souřadnicového systému se jako u předchozích modelů nachází v těžišti automobilu a došlo u něj k zanedbání vertikálního pohybu a naklápění v podélném směru. Zavěšení kol je zjednodušeno na uskupení jednotlivých pružin a tlumičů, jejichž působení sil uvažujeme pouze ve vertikálním směru. Pro účel modelu jsou také zanedbány odklony kol a jejich vratné momenty. Daný model počítá s možností natáčení všech čtyř kol, kdy jednotlivé úhly vychýlení kol na každé z náprav nabývají stejných hodnot [17, 21].

Pro tento dynamický model s osmi stupni volnosti můžeme psát tyto pohybové rovnice [17]:

1) rovnováha sil ve směru osy x:

$$m(\dot{v}_x - v_y \dot{\epsilon}) - m_s h \ddot{\phi} = \sum F_{x_i} - O_v - \sum O_{f_i}, \quad (2.3.1)$$

$$\sum F_{x_i} = (F_{xpl} + F_{xpp}) \cos \beta_p + (F_{xzl} + F_{xzp}) \cos \beta_z \quad (2.3.2)$$

$$- (F_{ypl} + F_{ypp}) \sin \beta_p - (F_{yzl} + F_{yzp}) \sin \beta_z, \quad (2.3.3)$$

kde:

$$\sum O_{f_i} = \mu mg, \quad (2.3.4)$$

$$O_v = \frac{C_D A \rho v_x^2}{2}. \quad (2.3.5)$$

V těchto rovnicích m vyjadřuje celkovou hmotnost vozidla, m_s hmotnost odpružených hmot, v_x a v_y jsou podélné a příčné rychlosti středu automobilu, h představuje vertikální vzdálenost mezi těžištěm odpružené hmoty a osy naklápění a ϕ značí hodnotu naklopení v příčném směru. $\sum F_{x_i}$ je suma všech sil působících v podélném směru, $\sum O_{f_i}$ je součet odporových sil valení a O_v vyjadřuje odpor vzduchu. Síly působící v podélném směru jsou označeny pro jednotlivá kola jako F_{xpl} , F_{xpp} , F_{xzl} a F_{xzp} . Síly v příčném směru pak F_{ypl} , F_{ypp} , F_{yzl} a F_{yzp} . Koeficient tření je označen jako μ , koeficient odporu vzduchu jako C_D , plochu kolmou ke směru proudění větru značí A a ρ představuje hustotu vzduchu [17].

2) rovnováha sil ve směru osy y:

$$m(\dot{v}_y + v_x \dot{\epsilon}) + m_s h \ddot{\phi} = \sum F_{y_i}, \quad (2.3.6)$$

$$\sum F_{y_i} = (F_{ypl} + F_{ypp}) \cos \beta_p + (F_{yzl} + F_{yzp}) \cos \beta_z \quad (2.3.7)$$

$$+ (F_{xpl} + F_{xpp}) \sin \beta_p + (F_{xzl} + F_{xzp}) \sin \beta_z. \quad (2.3.8)$$

$\sum F_{y_i}$ je suma všech sil působících v příčném směru.

3) rovnováha momentů k ose z:

$$J_z \ddot{\epsilon} - J_{xz} \ddot{\phi} = \sum M_{z_i}, \quad (2.3.9)$$

$$\sum M_{z_i} = [(F_{ypl} + F_{ypp}) \cos \beta_p + (F_{xpl} + F_{xpp}) \sin \beta_p] \cdot l_p \quad (2.3.10)$$

$$- [(F_{yzl} + F_{yzp}) \cos \beta_z + (F_{xzl} + F_{xzp}) \sin \beta_z] \cdot l_z \quad (2.3.11)$$

$$+ [(F_{xpl} - F_{xpp}) \cos \beta_p + (F_{ypp} - F_{ypl}) \sin \beta_p] \cdot \frac{t_p}{2} \quad (2.3.12)$$

$$+ [(F_{xzl} - F_{xzp}) \cos \beta_z + (F_{yzp} - F_{yzl}) \sin \beta_z] \cdot \frac{t_z}{2}. \quad (2.3.13)$$

J_z je setrvačný moment vzhledem k ose z, J_{xz} představuje setrvačný moment vzhledem k osám x a z a $\sum M_{z_i}$ značí sumu všech momentů způsobujících stáčení vozidla.

4) rovnováha momentů k ose x:

$$J_x \ddot{\phi} + m_s h (\dot{v}_y + v_x \dot{\epsilon}) - J_{xz} \ddot{\epsilon} = \sum M_{x_i}, \quad (2.3.14)$$

$$\sum M_{x_i} = -(b_p + b_z)\dot{\phi} - (k_p + k_z)\phi + m_s g h \phi. \quad (2.3.15)$$

J_x je setrvačný moment vzhľadom k ose x , $\sum M_{x_i}$ označuje sumu všetkých momentů k ose x a b_p, b_z spolu s k_p, k_z predstavujú tlumení a tuhosť predních a zadních náprav vozidla.

Síly působící v příčném směru na pneumatiku jsou krom normálového zatížení závislé také na velikosti směrové úchytky kol. Z kinematické analýzy může být tento úhel vyjádřen vztahy [17]:

$$\alpha_{pl} = \beta_p - \tan^{-1} \left(\frac{v_y + l_p \dot{\epsilon}}{v_x + 0,5t_p \dot{\epsilon}} \right), \alpha_{pp} = \beta_p - \tan^{-1} \left(\frac{v_y + l_p \dot{\epsilon}}{v_x - 0,5t_p \dot{\epsilon}} \right), \quad (2.3.16)$$

$$\alpha_{zl} = \beta_z - \tan^{-1} \left(\frac{-v_y + l_z \dot{\epsilon}}{v_x + 0,5t_z \dot{\epsilon}} \right), \alpha_{zp} = \beta_z - \tan^{-1} \left(\frac{-v_y + l_z \dot{\epsilon}}{v_x - 0,5t_z \dot{\epsilon}} \right), \quad (2.3.17)$$

kde $\alpha_{pl}, \alpha_{pp}, \alpha_{zl}$ a α_{zp} značí hodnoty úhlů směrových úchytek jednotlivých kol.

Velikosti podélných rychlostí kola jsou jednou z hlavních složek, které ovlivňují hodnotu skluzu pneumatiky λ . Tyto rychlosti vztahené ke středu každého z nich je možné získat z pohybu daného vozidla.

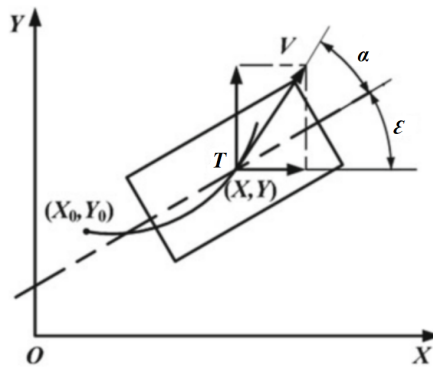
$$v_{pl} = (v_x + 0,5t_p \dot{\epsilon}) \cos \beta_p + (v_y + l_p \dot{\epsilon}) \sin \beta_p \quad (2.3.18)$$

$$v_{pp} = (v_x - 0,5t_p \dot{\epsilon}) \cos \beta_p + (v_y + l_p \dot{\epsilon}) \sin \beta_p \quad (2.3.19)$$

$$v_{zl} = (v_x + 0,5t_z \dot{\epsilon}) \cos \beta_z + (v_y - l_z \dot{\epsilon}) \sin \beta_z \quad (2.3.20)$$

$$v_{zp} = (v_x - 0,5t_z \dot{\epsilon}) \cos \beta_z + (v_y - l_z \dot{\epsilon}) \sin \beta_z \quad (2.3.21)$$

Veličiny v_{pl}, v_{pp}, v_{zl} a v_{zp} představují podélné rychlosti kol automobilu [17].



Obrázek 2.7: Trajektorie pohybu těžiště automobilu vzhľadom k pevnému souřadnicovému systému [17].

Pro prostorový model lze, stejně tak jako pro oba dva modely předešlé, vyjádřit pohyb vozidla pomocí trajektorie jeho středu vzhľadom k pevnému souřadnicovému systému. Ta je závislá na úhlu stáčení a velikosti směrové úchytky.

$$x_0 = \int_0^t v \cos(\alpha + \varepsilon) dt \quad (2.3.22)$$

$$y_0 = \int_0^t v \sin(\alpha + \varepsilon) dt \quad (2.3.23)$$

V průběhu jízdních manévrů, jako je zatáčení a brždění, dochází ke změnám normálového zatížení pneumatik. To je způsobené vlivem podélného a příčného zrychlení automobilu spolu s jeho naklápěním. Jelikož má podélný skluz a směrové charakteristiky úzký vztah s vertikálními silami působícími na každé z kol, je důležité správně stanovit hodnoty okamžitého normálového zatížení z důvodu jejich značného vlivu na celkové řízení. Okamžité zatížení působící v normálovém směru je možné rozdělit do tří kategorií: zatížení každého kola v případě, kdy vozidlo stojí v klidu (statická zátěž), zatížení při působících příčných silách (příčné naklápění), zatížení v případě působení sil podélných (podélné naklápění). Podle studie od Abeho [20] je možné pro tento model normálovou zátěž vyjádřit jako:

$$F_{zpl} = \frac{mgl_z}{2l} - \frac{m\ddot{x}h_T}{2l} + \frac{\ddot{y}}{t_p} \left(\frac{m_s h_p l_{zs}}{l} + m_{usp} h_{up} \right) + \frac{1}{t_p} \left(-k_p \phi - b_p \dot{\phi} \right), \quad (2.3.24)$$

$$F_{zpp} = \frac{mgl_z}{2l} - \frac{m\ddot{x}h_T}{2l} - \frac{\ddot{y}}{t_p} \left(\frac{m_s h_p l_{zs}}{l} + m_{usp} h_{up} \right) - \frac{1}{t_p} \left(-k_p \phi - b_p \dot{\phi} \right), \quad (2.3.25)$$

$$F_{zzl} = \frac{mgl_p}{2l} + \frac{m\ddot{x}h_T}{2l} + \frac{\ddot{y}}{t_z} \left(\frac{m_s h_z l_{ps}}{l} + m_{usz} h_{uz} \right) + \frac{1}{t_z} \left(-k_z \phi - b_z \dot{\phi} \right), \quad (2.3.26)$$

$$F_{zzp} = \frac{mgl_p}{2l} + \frac{m\ddot{x}h_T}{2l} - \frac{\ddot{y}}{t_z} \left(\frac{m_s h_z l_{ps}}{l} + m_{usz} h_{uz} \right) - \frac{1}{t_z} \left(-k_z \phi - b_z \dot{\phi} \right). \quad (2.3.27)$$

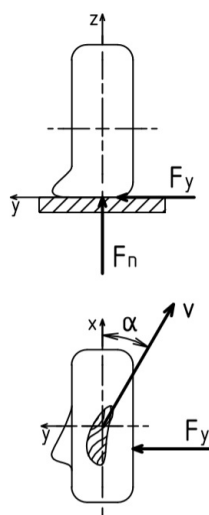
F_{zpl} , F_{zpp} , F_{zzl} a F_{zzp} jsou síly působící ve vertikálním směru na každou z pneumatik. Výška těžiště automobilu od země je označena h_T , l_{ps} a l_{zs} představují vzdálenosti od středu odpružené hmoty vozidla k osám přední a zadní nápravy, výška od země ke středu příčného naklápění je pro přední nápravu označena h_p , a pro zadní h_z , m_{usp} a m_{usz} jsou hodnoty hmotností neodpružených částí rozložených na každé z náprav a h_{up} spolu s h_{uz} představují výšky středů neodpružených hmot od povrchu vozovky [17].

Kapitola 3

Matematické modely pneumatik

Problematika modelování pneumatik je komplikovaná, a to z důvodu ovlivnění jejich chování hned několika faktory. Ty je možné rozdělit na faktory konstrukční a na faktory provozní. Mezi konstrukční patří průměr kola, jeho šířka, výška pláště, úhel kordové vrstvy, materiál kostry a tloušťka běhounu. Provozní faktory pak zaštiťují kvalitu povrchu vozovky, tlak huštění pneumatiky, normálové zatížení, teplotu a rychlost jízdy. Vlastnosti pneumatiky jsou také závislé na odklonu kola, který se však ve většině matematických modelů kvůli jednoduchosti neuvažuje [1, 5].

Základní síly, které na pneumatiku působí, se dělí na obvodové, svislé a boční síly. Plochu pneumatiky, která se dotýká vozovky, označujeme jako její stopu. V případě, kdy na pneumatiku nepůsobí žádné boční síly, je podélná osa této plochy totožná se střední rovinou kola [5, 9].

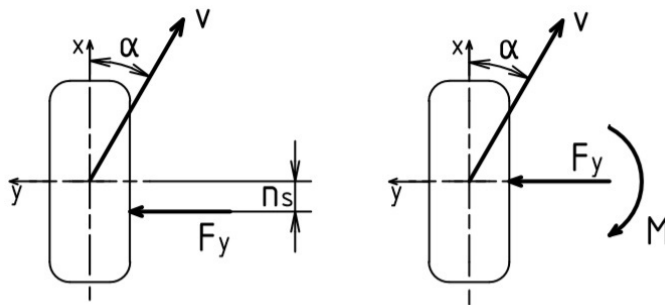


Obrázek 3.1: Odvalující se kolo. Vlastní zpracování.

Pokud v ose rotace kola působí tečné síly, pak ve stopě vzniká vodorovná reakce F_y , kterou nazýváme boční vodící silou. V příčném směru tak vzniká pružná deformace pneumatiky, která způsobí odklon osy stopy od podélné roviny kola. Velikost tohoto odklonu je závislá na velikosti boční síly a na boční tuhosti pneumatiky. Při zatáčení dochází k otáčení kola a tím pádem k vychýlení vektoru rychlosti pohybu v od jeho

podélné osy o úhel, který se nazývá směrová úchylka α . Osa stopy pneumatiky se pak v tomto případě vychýlí o ten samý úhel [5].

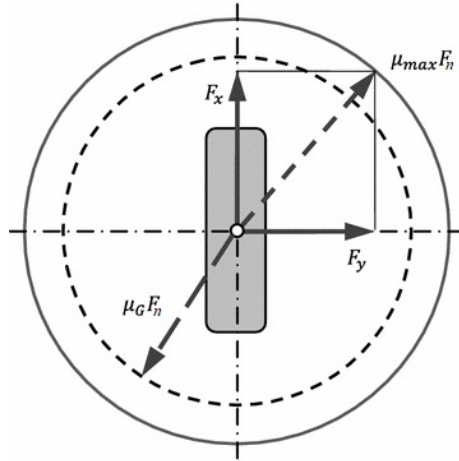
Jestliže se kolo odvaluje se směrovou úchylkou, dochází přitom ke vzniku elementárních sil. Velikost těchto sil narůstá vzhledem k zadnímu konci stopy a jejich výslednicí je právě boční vodící síla F_y . Tato síla je od osy otáčení kola posunuta o vzdálenost, která se nazývá závlek pneumatiky n_s . Díky tomuto posunu výslednice bočních sil dochází ke vzniku vratného momentu M , který natáčí kolo do jeho skutečného směru valení. Velikost závleku je ovlivněna přilnavostí povrchu dané vozovky a má velký vliv na vlastnosti pneumatiky [5].



Obrázek 3.2: Valící se kolo se směrovou úchylkou, působícím vratným momentem a závlekm pneumatiky. Vlastní zpracování.

Závislost směrové úchylky na vznikajících bočních silách a vratných momentech se vynáší do diagramu, který se nazývá směrovou charakteristikou pneumatiky. Tyto diagramy vyjadřují také závislost na velikosti zatížení kola F_n a vznikají experimentálně s využitím pojízdných dynamometrů nebo válcových stavů [5].

V případě, kdy uvažujeme, že na kola působí měnící se obvodové síly F_x , dochází i ke změnám sil směrových a jejich vlivu na vlastnosti pneumatiky. Předpokládáme-li stejné hodnoty přilnavosti μ v bočním i podélném směru, můžeme vymežit velikosti přenesitelných vodorovných sil kružnicí se středem ve středu stopy a s poloměrem $\mu \cdot F_n$. Tato kružnice se nazývá Kammova a umožňuje nám získat přehled vlivu velikosti obvodových sil na směrové vlastnosti pneumatiky [15].



Obrázek 3.3: Kammova kružnice [15].

Maximální hodnota přenositelné obvodové síly mezi kolem a vozovkou je určena experimentálně získaným vztahem, kde poměr mezi hnací a normálovou silou vyjadřuje takzvaný koeficient tření [5].

$$F_{x_{max}} = \mu F_n \quad (3.0.1)$$

V případě, kdy počítáme s konstantní hodnotou normálové síly a μ má také hodnotu konstanty, uvažujeme takzvaný Coulombův model tření. Ten je však příliš zjednodušený na to, aby přesně popsal síly působící mezi pryžovou pneumatikou a vozovkou. Složitější modely pneumatik tak užívají jiných vztahů, kde hodnota koeficientu tření konstantní není [9].

Je-li podélná reakce mezi kolem a vozovkou F_x větší než $F_{x_{max}}$, dochází k prokluzu ve stopě pneumatiky. V případě, kdy velikost podélného skluzu nabývá hodnoty $\lambda = 1$, je obvodová síla přenášena dle vztahu [5]:

$$F_{x_\lambda} = \mu_\lambda F_n, \quad (3.0.2)$$

kde μ_λ představuje velikost součinitele skluzové přilnavosti. Obecně platí pro skluzovou přilnavost vztah $\mu > \mu_\lambda$.

Hodnoty součinitele přilnavosti jsou ovlivněny zejména povrchem vozovky. Při nepříznivých jízdních podmínkách, jako je například mokrá vozovka, musí být profil pneumatiky schopen narušit vodní film a vytlačit vodu ze stopy, aby mohlo dojít ke styku povrchu pneumatiky s povrchem vozovky. Při vysokých rychlostech a velkých vrstvách vodního filmu voda nestačí být odváděna a dochází k tzv. aquaplaningu [12].

Dalším faktorem působícím na vlastnosti pneumatiky je její huštění, kdy při vyšších tlacích dochází ke zmenšení velikosti závleku pneumatiky, a tak i ke snížení vratného

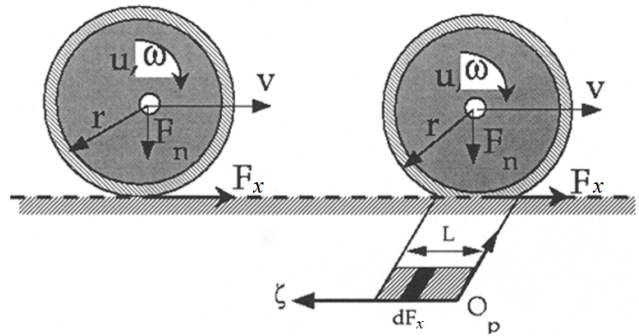
momentu kol. Toto snížení je způsobeno zvýšenou směrovou a sníženou vratnou tuhostí pneumatiky [5].

Vlastnosti mohou být také ovlivněny konstrukcí, a to zejména jakým způsobem jsou poskládány jednotlivé kordy v pneumatice. Kdybychom působili boční silou o stejné velikosti na radiální i na diagonální pneumatiku, bude mít radiální menší směrovou úchytku, a to z důvodu vyšší hodnoty směrové tuhosti oproti pneumatice diagonální [5].

Směrové vlastnosti dále ovlivňují povětrnostní podmínky, které mění přilnavost povrchu vozovky. Přenesitelnost boční síly závisí právě na přilnavosti vozovky v bočním směru a při jejím překročení dochází k bočnímu smyku kola [5, 12].

Následující modely pneumatik jsou zjednodušené a uvažují převážně jen vznik obvodových a bočních sil. Pro jejich jednoduchost došlo k zanedbání vlivu odklonu kola, složitých deformací pneumatik a vlivu huštění. Většina těchto modelů vychází z velikosti skluzu kola, jehož hodnota se liší podle toho, zdali je kolo hnané či bržděné. Jejich rozdělení jsem v této práci provedl na modely v pseudo-ustáleném stavu, na dynamické modely se soustředěnými parametry a na dynamické modely s parametry rozloženými. Další v literatuře často užívaný způsob dělení je na empirické modely s parametry, které byly získány čistě pomocí testování, na modely semiempirické, které vycházejí z komplexní analýzy a ze statistik jízdních testů, a na analytické modely založené jen na teoretických fyzikálních rovnicích vzniklých mechanickou idealizací [9, 17].

Modely pneumatik vycházejí z modelu jednoho kola na obr. 3.4, jehož pneumatika je v kontaktu s vozovkou [9].



Obrázek 3.4: Model kola se soustředěným třením vlevo a s rozloženým třením vpravo [9].

Pro tento model platí [9]:

$$m_k \dot{v} = F_x, \quad (3.0.3)$$

$$J_k \dot{\omega} = -r F_x + u_r, \quad (3.0.4)$$

kde:

m_k - hmotnost kola,

J_k - moment setrvačnosti kola,

r - poloměr kola,

v - obvodová rychlost,

w - úhlová rychlost,

u_r - brzděný/hnací moment,

F_x - třecí síla pneumatiky/vozovky.

3.1 Modely v pseudo-ustáleném stavu

Tyto modely vycházejí ze závislostí obvodových sil na podélném skluzu kola.

Pro hnací kolo je skluz vyjádřen vztahem [9]:

$$\lambda = \frac{rw - v}{rw}, (rw \geq v). \quad (3.1.1)$$

Pro brzděné kolo je skluz vyjádřen vztahem [9]:

$$\lambda = \frac{v - rw}{v}, (rw \leq v). \quad (3.1.2)$$

Hodnota velikosti skluzu musí být vždy v intervalu $\langle 0, 1 \rangle$.

Název modelů vychází ze závislosti na rychlosti vozidla. Závislé jsou také na měnících se provozních podmínkách, ačkoliv jejich vztahy jsou platné pouze za ustáleného stavu, což je spolu s nelinearitou většiny z nich jejich hlavní nevýhodou [5, 9].

3.1.1 Lineární model

Pro malé hodnoty směrových úchylek a za předpokladu konstantního zatížení se uvažuje závislost mezi směrovou úchylnou a boční silou za lineární. Za těchto podmínek se lineární vztah uvažuje i u směrové úchylnky a vratného momentu. Pro rozsah úhlu $a = 0^\circ$ až 3° se užívá vztah pro výpočet boční síly [5]:

$$F_y = C_\alpha \alpha. \quad (3.1.3)$$

Hodnota C_α vyjadřuje velikost směrové tuhosti pneumatiky, která svou velikostí ovlivňuje také rychlost nárůstu stáčívé rychlosti a bočního zrychlení.

Při malých úhlech směrové úchyly považujeme závlek pneumatiky za konstantní, a proto můžeme vratný moment vyjádřit vztahem [5]:

$$M_y = F_y n_S = C_\alpha n_S \alpha = C_{M_\alpha} \alpha, \quad (3.1.4)$$

kde C_{M_α} představuje velikost vratné tuhosti pneumatiky.

3.1.2 Model HSRI

Charakterizuje pneumatiku pomocí nelineárního matematického modelu, který popisuje závislost boční vodící síly F_y a síly obvodové F_x na velikosti skluzu λ . Model také uvažuje skluzovou tuhost C_λ a tuhost směrovou C_α . Při výpočtech zohledňuje, zdali ve stopě vzniká, a nebo nevzniká smyk, k čemuž slouží zavedená veličina λ_R . Za mezní hodnotu této veličiny považujeme 0,5 [1, 22].

$$\lambda_R = \frac{\sqrt{(C_\lambda \lambda)^2 + (C_\alpha \tan \alpha)^2}}{\mu(1 + \lambda)F_z} \quad (3.1.5)$$

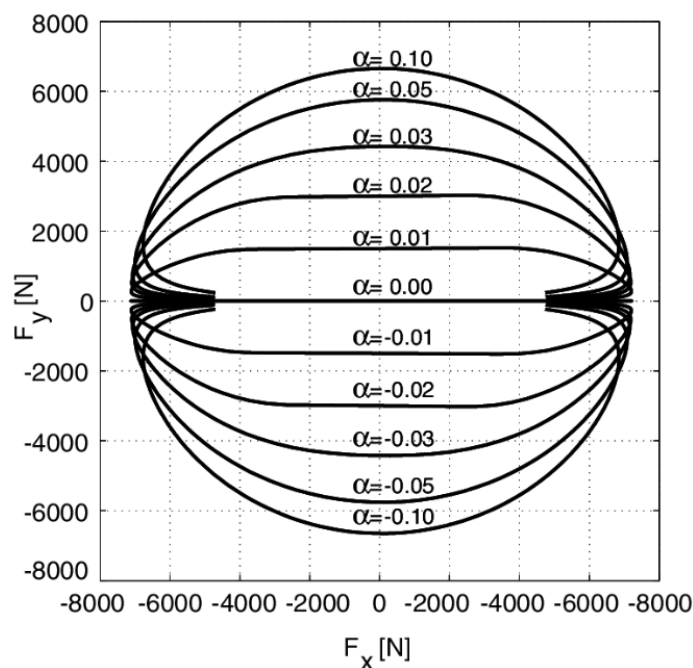
Podle hodnoty parametru λ_R se následně vypočítají síly boční a obvodové.

$$\lambda_R \leq 0,5 : F_x = C_\lambda \frac{\lambda}{1 + \lambda} \quad (3.1.6)$$

$$\lambda_R > 0,5 : F_x = C_\lambda \frac{\lambda}{1 + \lambda} \cdot \frac{\lambda_R - 0,25}{\lambda_R^2} \quad (3.1.7)$$

$$\lambda_R \leq 0,5 : F_y = C_\alpha \frac{\tan \alpha}{1 + \lambda} \quad (3.1.8)$$

$$\lambda_R > 0,5 : F_y = C_\alpha \frac{\tan \alpha}{1 + \lambda} \cdot \frac{\lambda_R - 0,25}{\lambda_R^2} \quad (3.1.9)$$



Obrázek 3.5: Kruh tření HSRI modelu pneumatiky vyjadřující závislost velikosti obvodových a bočních sil na směrové úchylce [7].

3.1.3 Pacejkův model

Často používaný semiempirický model pneumatiky, který slouží k výpočtu sil v ustáleném stavu, vychází z matematického vztahu nazývaného se Magic Formula. Jeho vývoj začal již v osmdesátých letech minulého století ve spolupráci TU-Delf a Volvo. Je založen na experimentálně získaných konstantách, které charakterizují parametry modelu pneumatiky. Tato formule vychází z rovnice [2, 6, 8]:

$$F_x(\lambda) = D \sin(C \tan^{-1}(B\lambda - E(B\lambda - \tan^{-1}(B\lambda)))). \quad (3.1.10)$$

Významy konstant dané rovnice:

D - faktor koeficientu povrchu,

C - faktor tvaru pneumatiky,

B - faktor tuhosti pneumatiky,

E - faktor zakřivení charakteristiky.

Hodnoty těchto konstant se pro příčný a podélný směr liší.

Faktor tuhosti vychází ze vztahu:

$$B = \frac{C_\alpha}{C + D}. \quad (3.1.11)$$

Hodnota zatačecí tuhosti podle tohoto vztahu se zapisuje ve tvaru:

$$C_\alpha = c_1 \sin(2 \tan^{-1}(F_n/c_2)). \quad (3.1.12)$$

Faktor koeficientu povrchu je popsán vztahem:

$$D = \mu F_n. \quad (3.1.13)$$

Konstanty rovnice C a E stejně jako parametry c_1 a c_2 a koeficient tření μ jsou stanoveny odhadem nebo z experimentálně získaných údajů. Vstupní proměnná pro danou rovnici odpovídá buď skluzu λ , anebo směrové úchylce α [1,2,6].

3.1.4 Burckhardtův model

Tento model je o něco jednodušší. K jeho vytvoření jsou potřeba pouze tři konstanty. Velikost podélné síly pak vychází ze vztahu [8]:

$$F_x(\lambda) = c_1(1 - e^{-c_2\lambda}) - c_3\lambda. \quad (3.1.14)$$

Rozšířením tohoto modelu lze v rovnici zohlednit také rychlost [8]:

$$F_x(\lambda) = (c_1(1 - e^{-c_2\lambda}) - c_3\lambda)e^{-c_4v}. \quad (3.1.15)$$

Pro tento model se užívají experimentálně získané hodnoty koeficientů c_1 , c_2 a c_3 , které vyjadřují závislost modelu na daném povrchu [2, 4, 8].

Typy povrchu	c_1	c_2	c_3	λ^*	$u_r^*[Nm]$
Suchý asfalt	1,28	23,99	0,52	0,17	1 404
Mokrý asfalt	0,86	33,82	0,35	0,131	964
Sníh	0,19	94,13	0,06	0,061	223
Led	0,05	306,39	0	0,13	60
Suchá dlažba	1,37	6,46	0,67	0,4	1 198
Mokrá dlažba	0,4	33,71	0,12	0,14	456

Tabulka 3.1: Experimentálně získané parametry Burckhardtova modelu pneumatiky pro různé typy povrchů vozovky [8].

V tab. 3.1 jsou vypsané parametry pro odlišné typy povrchů vozovek, kde u_r^* představuje maximální použitelný brzdňý moment a λ^* hodnotu optimálního skluzu pro každý z povrchů.

3.1.5 Kienckeho a Daissnův model

Matematický model, který vzniknul rozšířením a aproximací Burckhardtova modelu. Ve vztazích pro výpočet podélné síly nevystupuje rychlost těžiště vozidla pouze velikost podélného skluzu λ [2]:

$$F_x(\lambda) = k_\lambda \frac{\lambda}{1 + c_1\lambda + c_2\lambda^2}. \quad (3.1.16)$$

Hodnota k_λ je vyjádřena vztahem [2]:

$$k_\lambda = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{\Delta F_\lambda}{\Delta \lambda}. \quad (3.1.17)$$

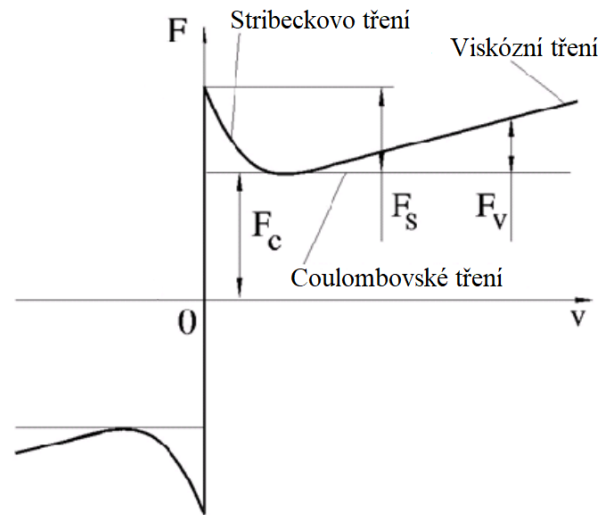
Předpokládá se, že hodnota k_λ je známá a sám Kiencke a Daiss zvolili pro tento koeficient fixní hodnotu 30° [2, 9].

3.2 Dynamické modely se soustředěnými parametry

Tyto modely předpokládají bodový kontakt mezi pneumatikou a vozovkou. Veličiny, které v nich vystupují, jsou tedy závislé pouze na změnách v čase. Jedním z představitelů je LuGreho model [9].

3.2.1 LuGreho model

Bere v úvahu Stricbeckův efekt $g(v_r)$, kde veličina v_s vyjadřuje Stricbeckovu relativní rychlost, která definuje zvýšení třecí síly pro malé rychlosti. Třecí síla je tudíž uvažována jako funkce relativní rychlosti a jako součet Stricbeckových, Coulombových a viskózních složek [3].



Obrázek 3.6: Třecí síla tvořená jednotlivými složkami [10].

Z obr. 3.6 je patrné, že Stribeckovo tření, F_S , při zvyšujících se rychlostech klesá a uvažuje se pouze při jejich nízkých hodnotách. Coulombovské tření, F_C , má konstantní hodnotu při jakékoliv rychlosti. Viskózní tření, F_V , pak působí proti pohybu silou přímo úměrnou relativní rychlosti [10].

$$g(v_r) = \mu_c + (\mu_s - \mu_c)e^{(-|v_r/v_s|^{1/2})} \quad (3.2.1)$$

$$\dot{z} = v_r - \frac{\sigma_0 |v_r|}{g(v_r)} z \quad (3.2.2)$$

$$F_x = (\sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v_r) F_n \quad (3.2.3)$$

Významy veličin:

v_r - relativní rychlost kola ke karoserii automobilu, $v_r = (rw - v)$,

F_n - velikost normálového zatížení pneumatiky,

μ_c - Coulombovské tření,

μ_s - statické tření,

v_s - Stribeckova relativní rychlost,

σ_0 - tuhost pneumatiky,

σ_1 - tlumení pneumatiky,

σ_2 - relativní viskózní tlumení,

z - vnitřní třecí stav.

3.3 Dynamické modely s rozloženými parametry

Modely s rozloženými parametry uvažují plošný kontakt mezi vozovkou a pneumatikou, jak je znázorněno na obr. 3.4. Tato plocha styku se nazývá stopa pneumatiky a její délka je označena L . Parametry v rovnicích jsou proměnné jak v čase, tak i v prostoru. Jsou tedy funkcemi času a minimálně jedné prostorové proměnné [9].

Takovéto modely a jejich vztahy s kvazistatickými byly již dříve zkoumány v pracích od Blimana, Bonalda a Sorineho. Ti navrhli model, který vykazuje při konstantních rychlostech a při volbě vhodných parametrů podobné výsledky jako například Magic Formula. Následující rovnice popisují model s rozloženými parametry vycházející ze studií od LuGreho [9, 11].

Na obr. 3.4 je znázorněn zavedený souřadnicový systém stopy, jehož osy jsou označeny O_p a ζ . Třecí síla pneumatiky je pak vyjádřena vztahem [9]:

$$F_x = \int_0^L dF_x(\zeta, t) d\zeta, \quad (3.3.1)$$

kde:

$$dF_x = \left(\frac{\sigma_0}{L} \delta z + \sigma_1 \delta \dot{\zeta} + \sigma_2 v_r \right) dF_n. \quad (3.3.2)$$

Diferenciál normálové síly je označen dF_n a δz představuje diferenciál vnitřního tření. Ostatní veličiny rovnice mají stejný význam jako u LuGreho modelu se soustředěnými parametry.

Lineární pohyb diferenciálu dF_x ve stopě pneumatiky je závislý na rychlosti $\dot{\zeta} = rw$, pro kladnou hodnotu w , a na $\dot{\zeta} = -rw$, pro zápornou hodnotu w . Pokaždé když se obrátí směr rychlosti kola, dochází také ke změně polohy počátku souřadnicového systému stopy, a proto se při výpočtech rychlosti užívá vztah $\dot{\zeta} = r|w|$. Pro velikosti změn vnitřního tření v čase a prostoru pak můžeme psát [9]:

$$\frac{d\delta z}{dt}(\zeta, t) = \frac{d\delta z}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dt}(\zeta, t) = \frac{d\delta z}{d\zeta} |rw| = v_r - \frac{\sigma_0 |v_r|}{Lg(v_r)} \delta z, \quad (3.3.3)$$

$$\frac{d\delta z}{d\zeta}(\zeta, t) = -\frac{\sigma_0 |\lambda|}{Lg(v_r)} \delta z + \lambda \operatorname{sgn}(rw - v). \quad (3.3.4)$$

Jestliže budeme uvažovat hodnotu funkce $\operatorname{sgn}(rw - v)$ za kladnou na intervalu $\langle \zeta(t_0), \zeta(t_1) \rangle$, popřípadě na $\langle \zeta_0, \zeta_1 \rangle$, dostaneme řešení pro rovnice výše ve tvaru [9]:

$$\delta z(\zeta_1) = \delta z(\zeta_0) e^{-\frac{\sigma_0 |\lambda|}{Lg(v_r)}(\zeta_1 - \zeta_0)} + \frac{Lg(v_r)}{\sigma_0} \left(1 - e^{-\frac{\sigma_0 |\lambda|}{Lg(v_r)}(\zeta_1 - \zeta_0)} \right). \quad (3.3.5)$$

Velikost třecí síly je pak možné na základě předchozích vyjádření popsat vztahem [9]:

Pro hnací kolo:

$$F_x(\lambda, w) = F_n g(\lambda) \left[1 - (1 - \sigma_1 \lambda) \frac{g(\lambda)}{\sigma_0 \lambda} \left(e^{-\frac{\sigma_0 \lambda}{g(\lambda)}} - 1 \right) \right] + \sigma_2 r w \lambda, \quad (3.3.6)$$

kde:

$$g(\lambda) = \mu_c + (\mu_s - \mu_c) e^{-|r w \lambda / v_s|^{1/2}}, \quad (3.3.7)$$

pro určitou konstantní úhlovou rychlost w a skluz nabývající hodnot $\lambda \in \langle 0, 1 \rangle$.

Pro brzděné kolo:

$$F_x(\lambda, v) = F_n g(\lambda) \left[1 - (1 - \sigma_1 \lambda) \frac{g(\lambda)}{\sigma_0 \lambda} \left(e^{-\frac{\sigma_0 \lambda}{g(\lambda)}} - 1 \right) \right] + \sigma_2 v \lambda, \quad (3.3.8)$$

kde:

$$g(\lambda) = \mu_c + (\mu_s - \mu_c) e^{-|v \lambda / v_s|^{1/2}}, \quad (3.3.9)$$

pro určitou konstantní rychlost v a skluz nabývající hodnot $\lambda \in \langle 0, 1 \rangle$.

Kapitola 4

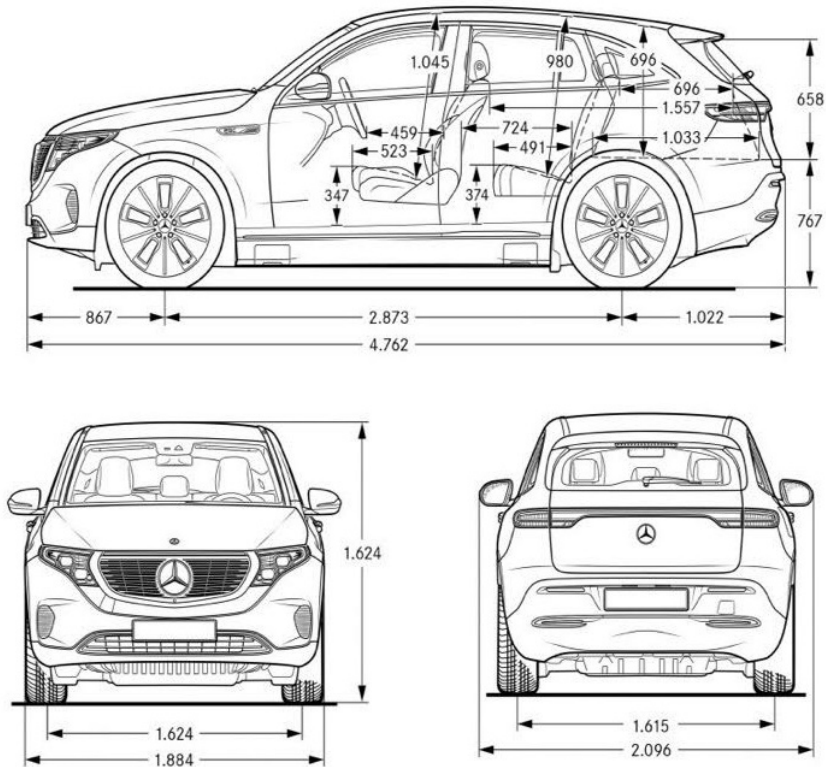
Sestavení dynamických modelů v prostředí MATLAB & Simulink a jejich simulační porovnání

Pohybové rovnice vozidel a z nich sestavené matematické modely nemohou být řešeny analyticky. Abychom získali jejich přibližné řešení, je třeba využít nějakého numerického prostředku. Simulink je nadstavbou MATLABu, která umožňuje aproximaci výsledků obsáhlých, vysoce nelineárních systémů pomocí blokových schémat.

Díky tomuto programu jsme pak schopni řešit matematické modely vozidel jako soubor vzájemně pospojovaných bloků, které vycházejí z rovnic popisujících dynamiku automobilu. Použitím takového naprogramovaného systému můžeme teoreticky zkoumat jízdu vozidla v reálném čase a analyzovat tak jeho chování za různých podmínek.

Na obrázcích v příloze této práce jsou zobrazena bloková schémata jednostopého a dvoustopého rovinného modelu. Vycházejí z rovnic v předchozích kapitolách a byly u nich zanedbány odpory vozovky O_f , větru O_V , vratné momenty M a působení sil větru bočního N . Neuvažují se zde také závleky pneumatik n_s , jejichž velikost je vůči hodnotám rozvorů náprav l_p a l_z nepatrná. Při simulaci jsem použil u dvoustopého modelu Ackermannovu geometrii, jejíž princip je podrobněji popsán v následující kapitole zabývající se řízením jednotlivých kol.

Pomocí těchto programů je možné mimo jiného zkoumat také stabilitu řízení, která vychází z odezev systému při změnách natočení volantu. Simulace jsem provedl u vozidla, které jede třemi různými rychlostmi (60 km/h , 100 km/h a 140 km/h) a pozoroval rozdílnost průběhu odezev při skokovém natočení volantu β_v z hodnoty 0° na 60° . Vycházel jsem při tom z konstrukčních parametrů vozidla Mercedes-Benz EQC 400 4MATIC, což je první elektrické SUV této značky a informace o něm je možné nalézt na jejich webových stránkách [27]. Další parametry jsem buď dopočítal, anebo použil hodnoty z publikace od profesora Vlka [5].

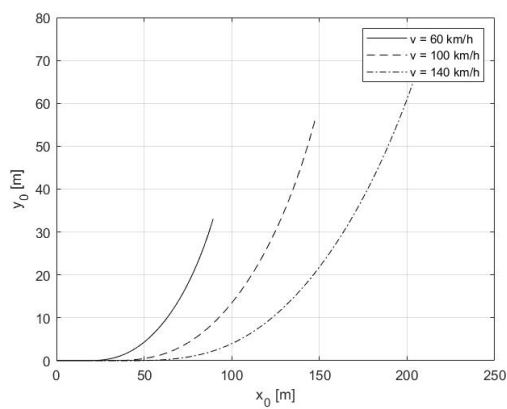
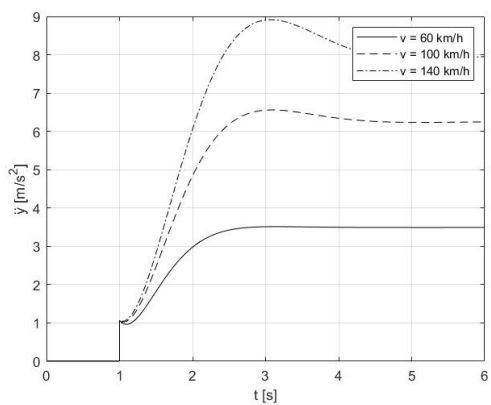
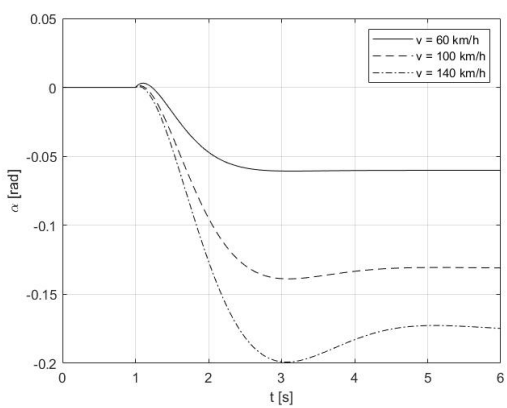
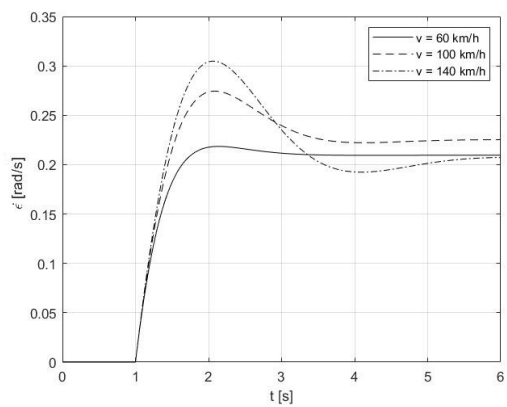


Obrázek 4.1: Specifikace modelu Mercedes-Benz EQC 400 4MATIC [27].

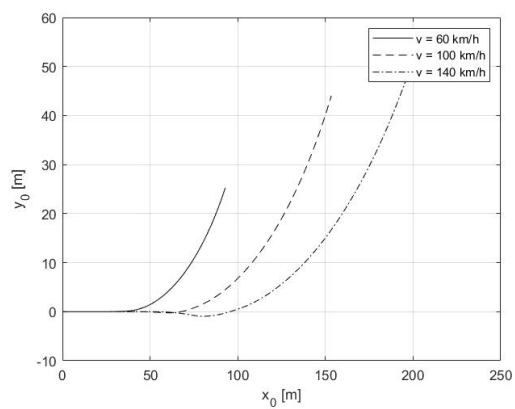
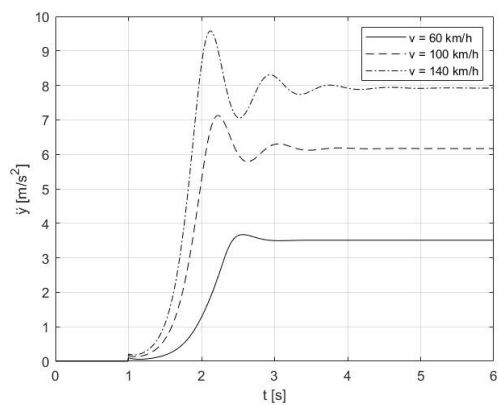
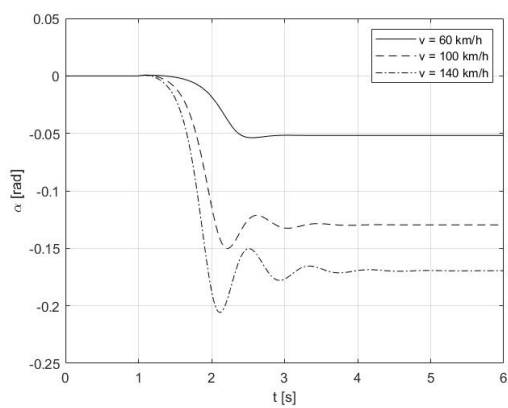
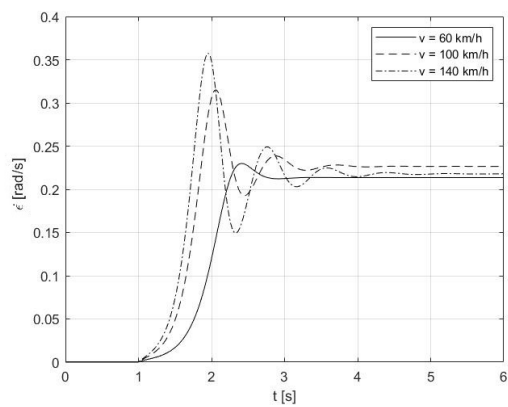
Název parametru	Značka	Rozměr	Výchozí hodnota
Rozchod přední nápravy	t_p	m	1,624
Rozchod zadní nápravy	t_z	m	1,615
Vzdálenost přední nápravy od těžiště	l_p	m	1,252
Vzdálenost zadní nápravy od těžiště	l_z	m	1,621
Vzdálenost předního levého kola od těžiště	r_{pl}	m	1,491
Vzdálenost předního pravého kola od těžiště	r_{pp}	m	1,491
Vzdálenost zadního levého kola od těžiště	r_{zl}	m	1,812
Vzdálenost zadního pravého kola od těžiště	r_{zp}	m	1,812
Úhel směru polohového vektoru ke středu levého předního kola	γ_{pl}	rad	0,5742
Úhel směru polohového vektoru ke středu pravého předního kola	γ_{pp}	rad	5,7089
Úhel směru polohového vektoru ke středu levého zadního kola	γ_{zl}	rad	2,6782
Úhel směru polohového vektoru ke středu pravého zadního kola	γ_{zp}	rad	3,6210
Celková hmotnost vozidla	m	kg	2 425
Moment setrvačnosti vozidla k svislé ose z	J_z	kg.m ²	5 179
Stáčivá tuhost předních pneumatik	C_{α_p}	N.rad ⁻¹	64 167
Stáčivá tuhost zadních pneumatik	C_{α_z}	N.rad ⁻¹	45 833
Tuhost řízení	C_r	N.m.rad ⁻¹	15 000
Konstrukční závlek	n_k	m	0,02
Závlek pneumatik	n_s	m	0,05
Převod řízení	i_r	-	20

Tabulka 4.1: Konstrukční parametry vozidla [5, 27].

Jednostopý lineární model vozidla:



Dvoustopý nelineární model vozidla:



Obrázek 4.2: Simulační porovnání jednostopého a dvoustopého modelu. Vlastní zpracování.

Při porovnání jednostopého a dvoustopého modelu jsem se zaměřil na průběhy stáčivých rychlostí vozidla $\dot{\epsilon}$, na velikosti jeho směrových úchylek α a na jeho boční zrychlení \dot{y} . Z výsledků simulací jsou na první pohled patrné rozdíly těchto odezev a jejich vliv na trajektorii dráhy vozidla zejména při vyšších rychlostech, což poukazuje na důležitost volby vhodného modelu při zkoumání dynamiky automobilu za různých podmínek.

Z průběhů veličin modelů na obr. 4.2 je zřejmé, že k jejich ustálení při reakci na skokovou změnu natočení volantu dojde přibližně za stejnou dobu, která roste s velikostí rychlosti automobilu. U jednostopého modelu je však možné si všimnout hladšího průběhu přechodových charakteristik, a to z toho důvodu zjednodušení jeho rovnic pomocí linearizace.

Dvoustopý nelineární model vykazuje méně stabilní průběhy zejména ve vyšších rychlostech jízdy, kdy při odezvách systému dochází k většímu množství překmitů. Rozdíly v chování modelů ve vyšších rychlostech tedy poukazují na možnost využití jednostopého lineárního modelu k predikci dynamického chování vozidla jen za omezených podmínek a nutnost použití modelů nelineárních při složitějších manévrech z důvodů větších velikostí bočního zrychlení a stáčecí rychlosti [16].

Kapitola 5

Řízení kol vozidel

Způsobů řízení kol vozidel je velká řada a jejich použití závisí především na typu vozidla a jeho užívání. Většina dnešních automobilů je řízena pouze koly předních náprav, kdy úhel kol zadních zůstává nulový. Takovýto způsob fungování dosáhl svého maxima v možnostech zlepšování říditelnosti a čím dál častěji se zavádí řízení všech čtyř kol. To dává prostor novým metodám řízení za situací jako je kupříkladu změna jízdního pruhu při vysokých rychlostech a parkování v omezených prostorech. Můžeme tedy konstatovat, že řízení všech kol má dva hlavní účely, zmenšení poloměru otáčení vozidla a zlepšení jízdního chování. Zvládnutá problematika nezávislého natáčení všech čtyř kol je stěžejní také u autonomních vozidel, kterých bude v budoucnu na pozemních komunikacích čím dál tím více přibývat [5, 18, 19].

U vozidel se všemi čtyřmi řízenými koly, jsou zadní kola řízena pomocí počítačů a řídicích systémů. Některé z nich jim umožňují natáčet se v opačném směru oproti kolům přední nápravy, což značně sníží radius zatáčení. To může být vhodné zejména pro nákladní automobily, traktory a vozidla s přívěsy. Některé moderní autobusy užívají řízení všech kol z důvodu lepší manévrovatelnosti na autobusových zastávkách a také kvůli zlepšení jejich jízdní stability. Vozidla s takovýmto způsobem řízení jsou vyráběna už od osmdesátých let minulého století značkami jako je Honda, Mazda nebo General Motors. V dnešní době existuje hned několik druhů aktivních systémů, které umožňují řízení jednotlivých kol a jejichž cílem je především zvýšit bezpečnost jízdy a její stabilitu [29].

5.1 Režimy řízení všech kol vozidla

5.1.1 Four-wheel Steer

V režimu řízení čtyř kol zadní kola vždy následují kola přední, aby došlo k co nejtěsnějšímu projetí zatáčkou. V ideálním případě tedy kola zadní nápravy přesně opisují dráhu stop kol nápravy přední [29].

5.1.2 Crab Steer

Jedná se o speciální typ aktivního řízení všech čtyř kol, kdy jsou kola přední a zadní nápravy natočena souhlasně se stejně velkým úhlem vychýlení. Tohoto režimu se využívá v případě, kdy chceme, aby se automobil pohyboval po přímé dráze pod daným úhlem [29].

5.1.3 Řízení zadních kol

Jen pár vozidel užívá pouze řízení zadních kol jako například vysokozdvizné nebo kamerové vozíky. Toto řízení bývá nestabilní, protože se postupně mění jeho geometrie a tím také dochází k navyšování poloměru zatáčení. Ve výsledku se tedy vozidlo otáčí v opačném směru, než v jakém bylo původně řízeno [29].

5.1.4 Pasivní řízení zadních kol

Mnoho moderních vozidel nabízí tuto formu řízení. Při průjezdu zatáčkou mají zadní kola tendenci se mírně nasměrovat ven, což ve vysokých rychlostech vede ke snížení stability. Pasivní systém řízení využívá bočních sil generovaných v zatáčce prostřednictvím geometrie zavěšení kol k nápravě této tendence a mírnému nasměrování zadních kol dovnitř, což zlepšuje jízdní stabilitu vozu [29].

Jednou z hlavních výhod vozidla řízeného všemi čtyřmi koly je zlepšení jeho chování v zatáčkách, kdy dochází k navýšení jízdní stability a říditelnosti při vysokých rychlostech a také na mokřích kluzkých površích. Další výhodou je zlepšení odezev vozidla a jejich přesnosti. Řízení všech kol také navyšuje schopnost automobilu držet přímý směr při nepříznivých podmínkách, snižuje poloměr zatočení vozu a umožňuje provedení stabilnějšího úhybného manévru. Nevýhodou takového systému je především množství komponent, které obsahuje, což výrazně navyšuje cenu a také poruchovost [29].

5.2 Řízení kol dle Ackermannovy podmínky

Jedním z možných způsobů uvažování natáčení kol při matematickém modelování je prostřednictvím Ackermannovy podmínky na obr. 5.1, kdy jsme schopni pomocí této geometrie popsat úhly natočení jednotlivých kol v závislosti na jejich požadované střední hodnotě [24].

Dle obr. 5.1, kdy pro úhly natočení kol platí $\tan\beta \approx \beta$, můžeme jejich hodnotu vyjádřit vztahem:

$$\beta_{pl} = \frac{l_p}{R - \frac{t_p}{2}} = \frac{2l_p}{2R - t_p}, \quad (5.2.1)$$

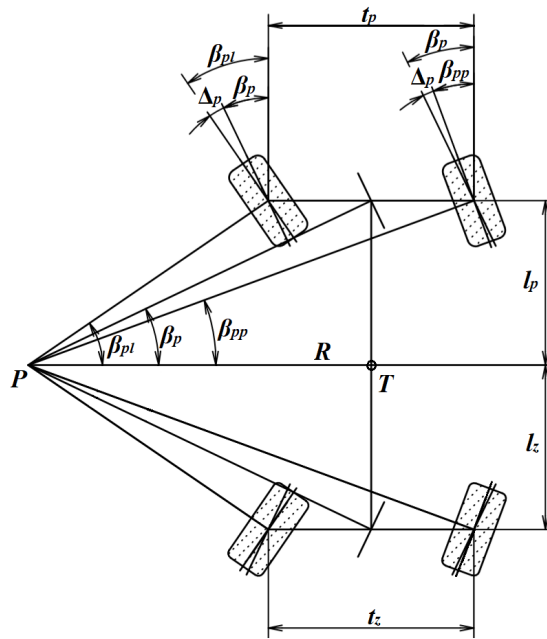
$$\beta_{pp} = \frac{l_p}{R + \frac{t_p}{2}} = \frac{2l_p}{2R + t_p}, \quad (5.2.2)$$

kde R je poloměr kruhové dráhy automobilu.

Celkový úhel natočení vozidla pak můžeme vyjádřit jako střední hodnotu natočení pravého a levého kola:

$$\beta_p = \frac{\beta_{pl} + \beta_{pp}}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{2l_p}{2R - t_p} + \frac{2l_p}{2R + t_p} \right) \quad (5.2.3)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{8l_p R}{4R^2 - t_p^2} \right) = \frac{l_p}{R - \frac{t_p^2}{4R}} \approx \frac{l_p}{R}. \quad (5.2.4)$$



Obrázek 5.1: Natočení jednotlivých kol automobilového vozidla při jízdě po kruhové dráze. Vlastní zpracování.

Pro odchylku úhlů natočení kol platí:

$$\Delta_p = \frac{\beta_{pl} - \beta_{pp}}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{2l_p}{2R - t_p} - \frac{2l_p}{2R + t_p} \right) \quad (5.2.5)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{4l_p t_p}{4R^2 - t_p^2} \right) = \frac{l_p t_p}{2R^2 - \frac{t_p^2}{4}} \approx \frac{l_p}{R} \cdot \frac{t_p}{2R}, \quad (5.2.6)$$

kdy pomocí předchozí rovnice pro vyjádření úhlu natočení přední nápravy dostaneme vztah:

$$\Delta_p = \beta_p \frac{t_p}{2R}, \quad (5.2.7)$$

kde:

$$R = \frac{l_p}{\beta_p}. \quad (5.2.8)$$

Výsledná rovnice, která nám při simulaci jízdy vozidla v reálném čase umožní počítat úhly natočení jednotlivých kol, vypadá následovně:

$$\Delta_p = \beta_p^2 \frac{t_p}{2l_p}. \quad (5.2.9)$$

Pro hodnoty úhlu natočení kol pak dle odvození výše platí:

$$\beta_{pl} = \beta_p + \Delta_p = \beta_p \left(1 + \beta_p \frac{t_p}{2l_p} \right), \quad (5.2.10)$$

$$\beta_{pp} = \beta_p - \Delta_p = \beta_p \left(1 - \beta_p \frac{t_p}{2l_p} \right), \quad (5.2.11)$$

$$\beta_{zl} = \beta_z + \Delta_z = \beta_z \left(1 + \beta_z \frac{t_z}{2l_z} \right), \quad (5.2.12)$$

$$\beta_{zp} = \beta_z - \Delta_z = \beta_z \left(1 - \beta_z \frac{t_z}{2l_z} \right). \quad (5.2.13)$$

5.3 Řízení kol zadní nápravy

K řízení kol zadní nápravy můžeme přistupovat různě. Obvykle však bývá úhel natočení zadních kol uvažován jako proporcionalní k úhlu natočení kol předních [5]:

$$\beta_z = k_p \beta_p, \quad (5.3.1)$$

kde tedy k_p představuje poměr mezi úhly kol přední a zadní nápravy. Znaménko tohoto koeficientu má velký význam. Jestliže platí $k_p > 0$, pak mluvíme o souhlasném řízení, kdy jsou zadní kola natočena ve stejném smyslu jako kola přední. Pokud by hodnota poměru byla záporná, $k_p < 0$, pak uvažujeme nesouhlasné řízení, kdy se

kola přední a zadní nápravy natáčí v opačném smyslu. Nulová hodnota koeficientu k_p značí automobil s řízenými pouze koly přední nápravy [5].

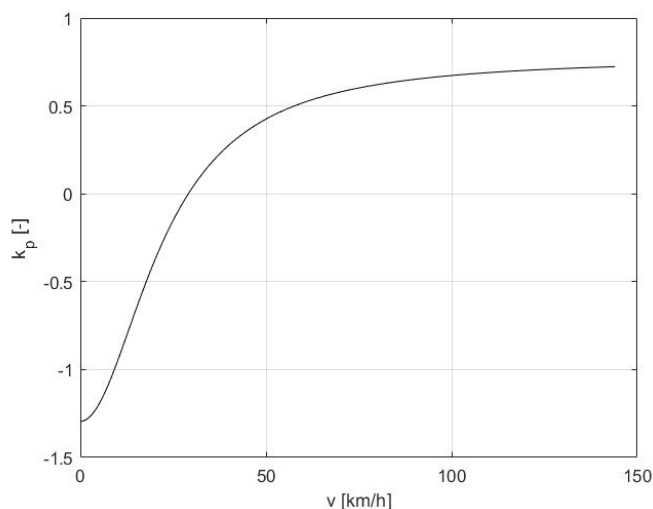
Hodnota k_p musí být v průběhu jízdy proměnná. Kdyby byl tento koeficient konstantní docházelo by k problémům při složitějších manévrech, jako je například parkování. Velikost poměru k_p můžeme získat různými způsoby podle toho, co od jízdového chování vozidla očekáváme. Například pro dosažení lepší stability je jedním z cílů řízení nulová hodnota směrové úchyly těžiště, $\alpha = 0$. V tomto případě můžeme využít rovnice pro statický zisk úhlu směrové úchyly [5, 18]:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta_v^*}\right)_{stat} = \frac{C_{\alpha_p} C_{\alpha_z} l (k_p l_p + l_z) - m v^2 (C_{\alpha_p} l_p - k_p C_{\alpha_z} l_z)}{C_{\alpha_p} C_{\alpha_z} l^2 - m v^2 (C_{\alpha_p} l_p - C_{\alpha_z} l_z)}, \quad (5.3.2)$$

kde při uvažování $\alpha = 0$, dostaneme vztah pro koeficient k_p jako funkci rychlosti těžiště automobilu v :

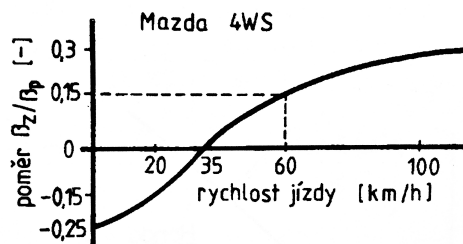
$$k_p = \frac{-C_{\alpha_p} C_{\alpha_z} l l_z + m v^2 C_{\alpha_p} l_p}{C_{\alpha_p} C_{\alpha_z} l l_p + m v^2 C_{\alpha_z} l_z}. \quad (5.3.3)$$

Kdybychom tuto závislost vynesli graficky a uvažovali přitom parametry vozidla Mercedes-Benz EQC 400 4MATIC, které se nachází v tab. 4.1, dostali bychom křivku na obr. 5.2.



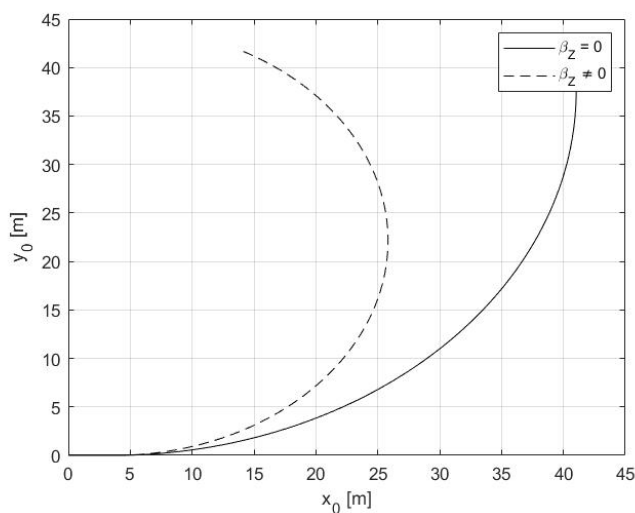
Obrázek 5.2: Závislost poměru natočení kol přední a zadní nápravy k_p na rychlosti vozidla v . Vlastní zpracování.

Způsob řízení dle této úvahy je také závislý na celkové hmotnosti vozidla a na poloze těžiště. Různé hodnoty koeficientu k_p tedy dostaneme pro vozidla nedotáčivá, přetáčivá nebo neutrální. Vytvořený průběh na obr. 5.2 je možné porovnat s průběhem u vozidla Mazda 4WS na obr. 5.3. Podobnost grafů podporuje úvahu možnosti řízení zadních kol na základě odvozené rovnice.



Obrázek 5.3: Závislost poměru natočení kol přední a zadní nápravy na rychlosti pro vozidlo Mazda 4WS [5].

Na obr. 5.4 je zobrazený průběh dráhy vozidla jedoucího rychlostí 15 km/h s řízenou i neřízenou zadní nápravou. Úhel natočení kol přední nápravy je roven $0,08 \text{ rad}$. Z obrázku je při řízené zadní nápravě prostřednictvím koeficientu k_p patrné zmenšení poloměru zatáčení vozidla z důvodu nesouhlasného natočení kol dle obr. 5.2.



Obrázek 5.4: Porovnání dráhy vozidla s řízenými a neřízenými koly zadní nápravy. Vlastní zpracování.

Další možnost řízení zadní nápravy vychází ze studie od Liua [18], kdy uvažujeme zlepšení jízdní stability pomocí zpětnovazební kontroly zaměřující se na rychlost stáčení. Úhel natočení zadních kol je zde tedy funkcí stáčecí rychlosti vozidla $\dot{\epsilon}$. To má za cíl minimalizovat velikost směrové úchytky těžiště α a pro tento způsob ovládání automobilu platí [18, 19]:

$$\beta_z = k\dot{\epsilon}, \quad (5.3.4)$$

$$k = \frac{l_p(l_p C_{\alpha_p} - l_z C_{\alpha_z}) - (l_p^2 C_{\alpha_p} + l_z^2 C_{\alpha_z}) - mv^2 l_p}{C_{\alpha_z} v (l_p + l_z)}. \quad (5.3.5)$$

Užitím tohoto vztahu pro výpočet natočení zadních kol dojde k výraznému zlepšení stability. Dalším cílem, na který je možné se zaměřit v kontextu zlepšení říditelnosti

vozidla, je kontrolování stáček rychlosti $\dot{\epsilon}$ a zjišťování její ideální hodnoty. Takováto ideální stáček rychlost je při reakci na skokovou změnu v řízení schopna dosáhnout ustáleného stavu ve velmi krátkém čase [18].

5.4 Úhybný manévr vozidla ve vysoké rychlosti

Podle analýzy údajů z výzkumu dopravních nehod v Německu, při nehodách, kdy automobil narazil zezadu do druhého, 80 % řidičů nevyužilo možnosti změny jízdního pruhu na to, aby předešli kolizi. Zhruba ve třetině případů nemuselo při použití tohoto úhybného manévru ke srážce vozidel vůbec dojít. V zájmu snížení množství takovýchto dopravních nehod je nezbytné se metodami změny jízdního pruhu zabývat, nacházet nová, lepší, a především bezpečnější řešení, které by bylo následně možné aplikovat u běžných, popřípadě autonomně řízených silničních vozidel [30].

Při úhybných manévrech ve vysokých rychlostech je potřeba, aby byl automobil dobře říditelný a stabilní. To, do jaké míry je vozidlo stabilní ovlivňuje celkovou bezpečnost a také komfort jízdy. Uvažujeme-li konvenční způsob řízení, kdy se vychylují pouze přední kola, dochází ke vzniku relativně velkých směrových úchylek a systém automobilu není příliš stabilní. Zlepšení je možné dosáhnout přidáním řízení kol zadních, což umožní vzniku nových přístupů k zvládnutí bezpečnostního manévru. Na obr. 5.5 je zobrazené porovnání dvou způsobů řízení automobilového vozidla ve vysoké rychlosti při úhybném manévru [28].



Obrázek 5.5: Porovnání vozidla s řízenými a neřízenými koly zadní nápravy při úhybném manévru ve vysoké rychlosti [28].

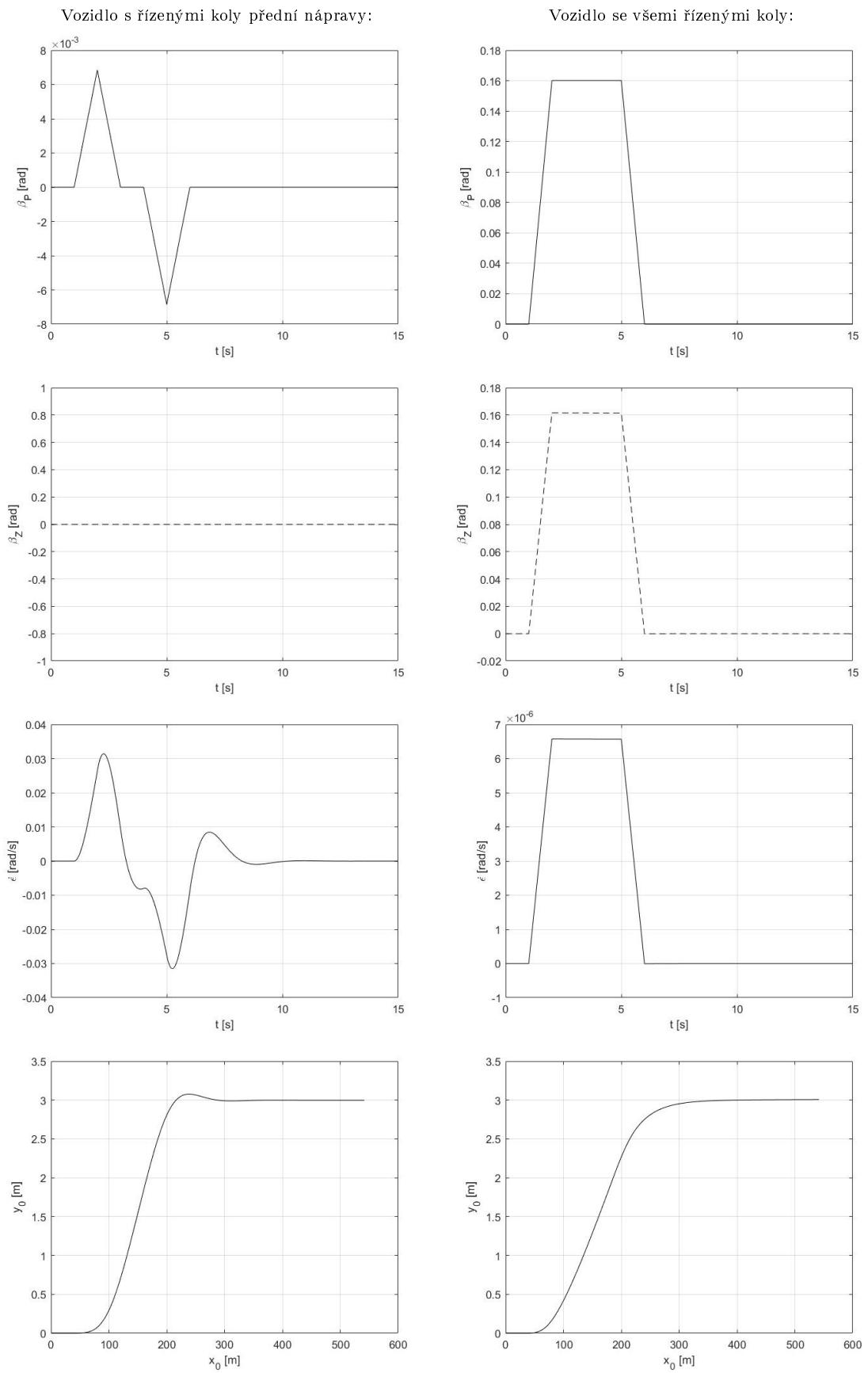
Představme si tedy situaci, kdy se automobil ve vysoké rychlosti musí vyhnout jinému tak, že přejede z jednoho jízdního pruhu do druhého. U konvenčního automobilu by tento manévr vypadal následovně. Došlo by k natočení kol přední nápravy, jejich dorovnání a pak natočení na druhou stranu spolu s opětovným dorovnáním do nulové hodnoty úhlu jejich vychýlení. Při tomto manévru by natočení zadních kol tohoto typu automobilu zůstalo nulové. Možnost řízení všech čtyř kol však nabízí elegantnější, a především stabilnější řešení. Při změně jízdního pruhu se do řízení zapojí kola obou náprav s tím, že jejich vychýlení je souhlasné. To znamená že v průběhu tohoto manévru dojde nejprve k natočení všech čtyř kol ve stejném smyslu, což způsobí změnu ve směru jízdy vozidla, který si však automobil drží do doby, než dojde k další změně úhlu natočení, a i přes vychýlení kol jede po přímé dráze. Jakmile se dostane do požadovaného jízdního pruhu, kola dorovná a pokračuje v podélném směru jízdy vozovky [28].

Mezi důležité parametry při tomto jízdním manévru patří především hodnota rychlosti těžiště vozidla, možná časová zpoždění a poloha objektu, kterému se snažíme vyhnout. Soubor těchto faktorů ovlivňuje řízení automobilu a jeho dynamiku. Jestliže tedy vozidlo přejíždí z jednoho jízdního pruhu do druhého, řešíme v první řadě kritérium stáčení a řídicí stability. K jejímu vyhodnocení je možné použít průběhu stáčení rychlosti $\dot{\epsilon}$ a nebo průběhu bočního zrychlení \ddot{y} daného vozu [31].

Na následující stránce se nachází porovnání dvou odlišných přístupů k bezpečnostnímu manévru. Automobil jede rychlostí 130 *km/h* a pro řízení zadních kol byla použita teorie dle studie od Liua [18]. Z výsledků simulace je patrný rozdíl průběhů stáčení rychlostí, jejich stabilita a výsledná dráha těžiště vozidla, která je pro každý z přístupů zřetelně odlišná.

Při simulacích byly uvažovány shodné velikosti úhlů vychýlení levých a pravých kol vozidla a ve výsledcích jsou tudíž zobrazeny pouze průběhy středních hodnot natočení pro přední a zadní nápravu. Dalším kritériem, na které je možné se krom stability během úhybného manévru zaměřit, je jeho doba trvání. O redukci času, za který vozidlo změnu jízdního pruhu provede, je možné se pokusit například pomocí optimalizací s využitím rozšíření výpočetního prostředí MATLAB, jež se nazývá Optimization Toolbox. Tento produkt užívá nástrojů a algoritmů pro standardní a rozsáhlé optimalizační úlohy a obsahuje funkce pro různé způsoby programování. Tyto funkce slouží k hledání parametrů, které minimalizují nebo maximalizují vytyčené cíle při splnění daných omezení.

Prvním krokem je při optimalizaci provedení bočního úhybného manévru s původním řízením všech kol a zaznamenání velikostí vychýlení jednotlivých kol vzhledem k příčné poloze vozidla. Pro každé z kol jsem tedy ze simulace vybral pět hodnot úhlu natočení a pracoval s nimi jako s počátečními hodnotami optimalizačních parametrů. Za cílovou funkci je pak zvolena doba manévru, kterou je prostřednictvím výpočetního programu možné minimalizovat. Danou optimalizací se mi nepodařilo dosáhnout lepších výsledků než u počátečního způsobu řízení a problematikou je tak potřeba se zabývat na hlubší úrovni výzkumu.



Obrázek 5.6: Simulační porovnání způsobů řízení kol vozidla při úhybném manévru ve vysoké rychlosti. Vlastní zpracování.

Závěr

Základním cílem bakalářské práce bylo seznámení se se způsoby modelování směrové dynamiky vozidel různých složitostí, jejich sestavení v prostředí MATLAB & Simulink a provedení několika simulací k ověření jejich funkčnosti. Práce je rozdělena do několika částí dle pokynů pro její vypracování.

Kapitola 1 se zabývá říditelností a stabilitou vozidel. Jsou zde vysvětleny základní pojmy směrové dynamiky a je zde také popsáno standardní blokové schéma řízení automobilového vozidla.

Kapitola 2 je dále rozdělena na další tři podseky dle typu dynamického modelu vozidla. První sekce popisuje jednostopý rovinný model, způsoby jeho tvorby, možnosti zjednodušení pomocí linearizace a základní dynamické veličiny s jízdou vozidla spojené. Druhá sekce této kapitoly se zabývá dvoustopým rovinným modelem, jeho geometrií a z ní vycházejícím numerickým řešením. V poslední sekci je probrán prostorový model vozidla, uveden jeho příklad, který zanedbává podélné naklápění a pohyb ve vertikálním směru. Jsou zde uvedené pohybové rovnice pro jeho řešení a způsob zatěžování jednotlivých kol dle příčného naklápění odpružených hmot.

Kapitola 3 popisuje matematické modelování pneumatik rozdělené na modely v pseudo-ustáleném stavu, na dynamické modely se soustředěnými parametry a na dynamické modely s parametry rozloženými. V této kapitole jsou zmíněny základní síly a momenty na pneumatiku působící a několik příkladů konkrétních modelů vycházejících z rozdílných literárních zdrojů.

Kapitola 4 se pak zaměřuje na sestavení jednostopého a dvoustopého rovinného modelu a na jejich simulační porovnání. Konstrukční parametry modelů jsou zde převzaty z vozidla Mercedes-Benz EQC 400 4MATIC. Výsledky simulací prokazují rozdílnosti dynamických odezev modelů, které jsou způsobeny především počty kol a linearizací jednostopého modelu. Odlišnost odezev dynamických veličin ve vysokých rychlostech také vypovídá o omezení použití takovýchto modelů, které vycházejí ze značné řady zjednodušujících předpokladů.

Kapitola 5 je rozdělena do několika podkapitol. První z nich popisuje možné režimy řízení všech kol vozidel. Druhá podkapitola se zabývá řízením kol dle Ackermanovy podmínky a jejího využití při matematickém modelování. Dále je zde probráno řízení kol zadní nápravy za účelem zlepšení jízdni stability, kdy je cílem minimalizování směrové úchylnosti vozidla. Z odvozených vztahů byla vytvořena grafická závislost poměru natočení kol přední a zadní nápravy, k_p , na rychlosti těžiště vozidla. Pro danou závislost byly použity parametry modelu vozidla Mercedes-Benz z předchozí

kapitoly a byla porovnána s křivkou závislosti pro vozidlo Mazda 4WS. Průběhy koeficientu k_p se z odvozených rovnic podobaly a řízení se pro obě závislosti měnilo z nesouhlasného na souhlasné přibližně při rychlosti 35 km/h . V této kapitole je také vytvořeno simulační porovnání konvenčního vozidla s řízenými pouze předními koly a vozidla se řízenými všemi čtyřmi koly při úhybném manévru ve vysoké rychlosti. Ze simulací vyplývá, že řízení pomocí všech kol vykazuje stabilnější průběhy odezev při změně jízdního pruhu a je možné ho tudíž považovat za bezpečnější. Dalším kritériem, kterým jsem se při změně jízdního pruhu zabýval, byla jeho doba trvání. Optimalizací úhlů natočení kol se mi však nepodařilo dosáhnout lepších výsledků než u počátečního způsobu řízení.

V této práci byla dle pokynů vytvořena řešerše základních způsobů matematického modelování směrové dynamiky vozidel, sestavení jednostopého a dvoustopého modelu, jejich vzájemné simulační porovnání a popsané možnosti řízení jednotlivých kol aplikované na modelu se samostatným ovládním náprav a kol.

Seznam použitých symbolů

α	úhel směrové úchyly vozidla
α_p	úhel směrové úchyly kol přední nápravy
α_z	úhel směrové úchyly kol zadní nápravy
α_{pl}	úhel směrové úchyly předního levého kola
α_{pp}	úhel směrové úchyly předního pravého kola
α_{zl}	úhel směrové úchyly zadního levého kola
α_{zp}	úhel směrové úchyly zadního pravého kola
$\dot{\alpha}$	rychlost směrové úchyly
ε	úhel stáčení
$\dot{\varepsilon}$	stáčecí rychlost
$\ddot{\varepsilon}$	zrychlení stáčení
v	rychlost těžiště vozidla
v_x	rychlost těžiště vozidla vzhledem k ose x
v_y	rychlost těžiště vozidla vzhledem k ose y
\dot{v}	zrychlení těžiště vozidla
v_p	rychlost kol přední nápravy
v_z	rychlost kol zadní nápravy
v_{pl}	rychlost předního levého kola
v_{pp}	rychlost předního pravého kola
v_{zl}	rychlost zadního levého kola
v_{zp}	rychlost zadního pravého kola
F_x	síla působící v podélném směru kola
F_{xp}	síla působící v podélném směru kol přední nápravy
F_{xz}	síla působící v podélném směru kol zadní nápravy
F_{xpl}	síla působící v podélném směru předního levého kola
F_{xpp}	síla působící v podélném směru předního pravého kola
F_{xzl}	síla působící v podélném směru zadního levého kola
F_{xzp}	síla působící v podélném směru zadního pravého kola
F_y	síla působící v příčném směru kola
F_{yp}	síla působící v příčném směru kol přední nápravy
F_{yz}	síla působící v příčném směru kol zadní nápravy
F_{ypl}	síla působící v příčném směru předního levého kola
F_{ypp}	síla působící v příčném směru předního pravého kola
F_{yzl}	síla působící v příčném směru zadního levého kola
F_{yzp}	síla působící v příčném směru zadního pravého kola
β_v	úhel natočení volantu
β_p	úhel natočení kol přední nápravy
β_z	úhel natočení kol zadní nápravy

β_{pl}	úhel natočení předního levého kola
β_{pp}	úhel natočení předního pravého kola
β_{zl}	úhel natočení zadního levého kola
β_{zp}	úhel natočení zadního pravého kola
m	celková hmotnost vozidla
m_s	hmotnost odpružených hmot vozidla
l_p	délka rozvoru od těžiště k přední nápravě vozidla
l_z	délka rozvoru od těžiště k zadní nápravě vozidla
t_p	rozchod přední nápravy
t_z	rozchod zadní nápravy
O_v	odpor vzduchu
O_f	odpor valení
N	síla bočního větru
e	délka od těžiště vozidla k působišti bočního větru
J_z	moment setrvačnosti ke svislé ose procházející těžištěm vozidla
J_{xz}	moment setrvačnosti k podélné a svislé ose procházející těžištěm vozidla
C_α	směrová tuhost pneumatiky
C_{α_p}	směrová tuhost pneumatik přední nápravy
C'_{α_p}	směrová tuhost pneumatik přední nápravy uvažující tuhost řízení
C_{α_z}	směrová tuhost pneumatik zadní nápravy
C_{M_α}	vratná tuhost pneumatiky
C_r	tuhost řízení
C_λ	skluzová tuhost pneumatiky
i_r	převod řídicího ústrojí
n_k	konstrukční závlek pneumatiky
n_s	závlek pneumatiky
k_n	součinitel boční vzdušné síly
w_y	rychlost bočního větru
r_{pl}	vzdálenost středu předního levého kola od těžiště vozidla
r_{pp}	vzdálenost středu předního pravého kola od těžiště vozidla
r_{zl}	vzdálenost středu zadního levého kola od těžiště vozidla
r_{zp}	vzdálenost středu zadního pravého kola od těžiště vozidla
γ_{pl}	úhel směru polohového vektoru ke středu předního levého kola v souřadné soustavě vozidla
γ_{pp}	úhel směru polohového vektoru ke středu předního pravého kola v souřadné soustavě vozidla
γ_{zl}	úhel směru polohového vektoru ke středu zadního levého kola v souřadné soustavě vozidla
γ_{zp}	úhel směru polohového vektoru ke středu zadního pravého kola v souřadné soustavě vozidla
θ_{pl}	úhel směru pohybu předního levého kola
θ_{pp}	úhel směru pohybu předního pravého kola
θ_{zl}	úhel směru pohybu zadního levého kola
θ_{zp}	úhel směru pohybu zadního pravého kola
R	poloměr kruhové dráhy vozidla
Δ_p	odchylka úhlu natočení kol přední nápravy
Δ_z	odchylka úhlu natočení kol zadní nápravy

h	vertikální vzdálenost mezi těžištěm odpružené hmoty vozidla a osy naklápění
Φ	úhel naklopení vozidla v příčném směru
μ	součinitel přilnavosti
C_D	koeficient odporu vzduchu
A	kolmá plocha vozidla ke směru proudění vzduchu
ρ	hustota vzduchu
b_p	tlumení přední nápravy
b_z	tlumení zadní nápravy
k_p	tuhost přední nápravy
k_z	tuhost zadní nápravy
λ	podélný skluz
λ^*	hodnota optimálního skluzu
F_{zpl}	síla působící ve vertikálním směru předního levého kola
F_{zpp}	síla působící ve vertikálním směru předního pravého kola
F_{zzl}	síla působící ve vertikálním směru zadního levého kola
F_{zzp}	síla působící ve vertikálním směru zadního pravého kola
h_T	výška těžiště automobilu od povrchu vozovky
l_{ps}	vzdálenost středu odpružené hmoty vozidla k ose přední nápravy
l_{zs}	vzdálenost středu odpružené hmoty vozidla k ose zadní nápravy
h_p	výška středu příčného naklápění přední nápravy od povrchu vozovky
h_z	výška středu příčného naklápění zadní nápravy od povrchu vozovky
m_{usp}	hmotnost neodpružených hmot přední nápravy
m_{usz}	hmotnost neodpružených hmot zadní nápravy
h_{up}	výška středu neodpružených hmot přední nápravy
h_{uz}	výška středu neodpružených hmot zadní nápravy
F_n	síla působící na pneumatiku v normálovém směru její stopy
M	vratný moment pneumatiky
μ_λ	součinitel skluzové přilnavosti
m_k	hmotnost kola
J_k	moment setrvačnosti kola
r	poloměr kola
w	úhlová rychlost kola
u_r	brzdny\hnačí moment kola
u_r^*	optimální brzdny moment kola
x_0	poloha těžiště vozidla vzhledem k podélné ose pevného souřadnicového systému
y_0	poloha těžiště vozidla vzhledem k příčné ose pevného souřadnicového systému
D	faktor koeficientu povrchu vozovky
C	faktor tvaru pneumatiky
B	faktor tuhosti pneumatiky
E	faktor zakřivení charakteristiky
v_s	Stribeckova relativní rychlost
v_r	relativní rychlost kola ke karoserii vozidla
μ_c	součinitel Coulombovského tření
μ_s	součinitel statického tření

σ_0	tuhost pneumatiky
σ_1	tlumení pneumatiky
σ_2	relativní viskózní tlumení
L	délka stopy pneumatiky
O_p	příčná osa stopy pneumatiky
ζ	podélná osa stopy pneumatiky
$\dot{\zeta}$	obvodová rychlost pneumatiky
δz	diferenciál vnitřního třecího stavu
M_x	moment vzhledem k podélné ose procházející těžištěm vozidla
M_z	moment vzhledem ke svislé ose procházející těžištěm vozidla
k_p	koeficient poměru natočení kol přední a zadní nápravy

Seznam obrázků

1.1	Standardní blokové schéma řízení automobilového vozidla [4].	11
2.1	Jednostopý rovinný model automobilového vozidla [5].	14
2.2	Kinematika jednostopého modelu automobilového vozidla [5].	16
2.3	Dvoustopý rovinný model automobilového vozidla [5].	17
2.4	Geometrie kol dvoustopého modelu [26].	19
2.5	Základní typy geometrií řízení [25].	20
2.6	Prostorový model automobilového vozidla s osmi stupni volnosti [17].	21
2.7	Trajektorie pohybu těžiště automobilu vzhledem k pevnému souřadnicovému systému [17].	23
3.1	Odvalující se kolo. Vlastní zpracování.	25
3.2	Valící se kolo se směrovou úchytkou, působícím vratným momentem a závkem pneumatiky. Vlastní zpracování.	26
3.3	Kammova kružnice [15].	27
3.4	Model kola se soustředěným třením vlevo a s rozloženým třením vpravo [9].	28
3.5	Kruh tření HSRI modelu pneumatiky vyjadřující závislost velikosti obvodových a bočních sil na směrové úchytky [7].	31
3.6	Třecí síla tvořená jednotlivými složkami [10].	34
4.1	Specifikace modelu Mercedes-Benz EQC 400 4MATIC [27].	38
4.2	Simulační porovnání jednostopého a dvoustopého modelu. Vlastní zpracování.	39
5.1	Natočení jednotlivých kol automobilového vozidla při jízdě po kruhové dráze. Vlastní zpracování.	43
5.2	Závislost poměru natočení kol přední a zadní nápravy k_p na rychlosti vozidla v . Vlastní zpracování.	45

5.3	Závislost poměru natočení kol přední a zadní nápravy na rychlosti pro vozidlo Mazda 4WS [5].	46
5.4	Porovnání dráhy vozidla s řízenými a neřízenými koly zadní nápravy. Vlastní zpracování.	46
5.5	Porovnání vozidla s řízenými a neřízenými koly zadní nápravy při úhybném manévru ve vysoké rychlosti [28].	47
5.6	Simulační porovnání způsobů řízení kol vozidla při úhybném manévru ve vysoké rychlosti. Vlastní zpracování.	49
A.1	Rovinný model jednostopého vozidla v prostředí Simulink. Vlastní zpracování.	67
B.1	Rovinný model dvoustopého vozidla v prostředí Simulink. Vlastní zpracování.	69
B.2	Subsystem natočení kol dle Ackermannovy podmínky. Vlastní zpracování.	69
B.3	Subsystem rychlostí jednotlivých kol vozidla. Vlastní zpracování.	70
B.4	Subsystem bočních vodících sil. Vlastní zpracování.	71
B.5	Subsystem dynamiky vozidla. Vlastní zpracování.	72
C.1	Optimalizace úhlů natočení kol v prostředí MATLAB. Vlastní zpracování.	73

Seznam tabulek

3.1	Experimentálně získané parametry Burckhardtova modelu pneumatiky pro různé typy povrchů vozovky [8].	32
4.1	Konstrukční parametry vozidla [5, 27].	38

Literatura

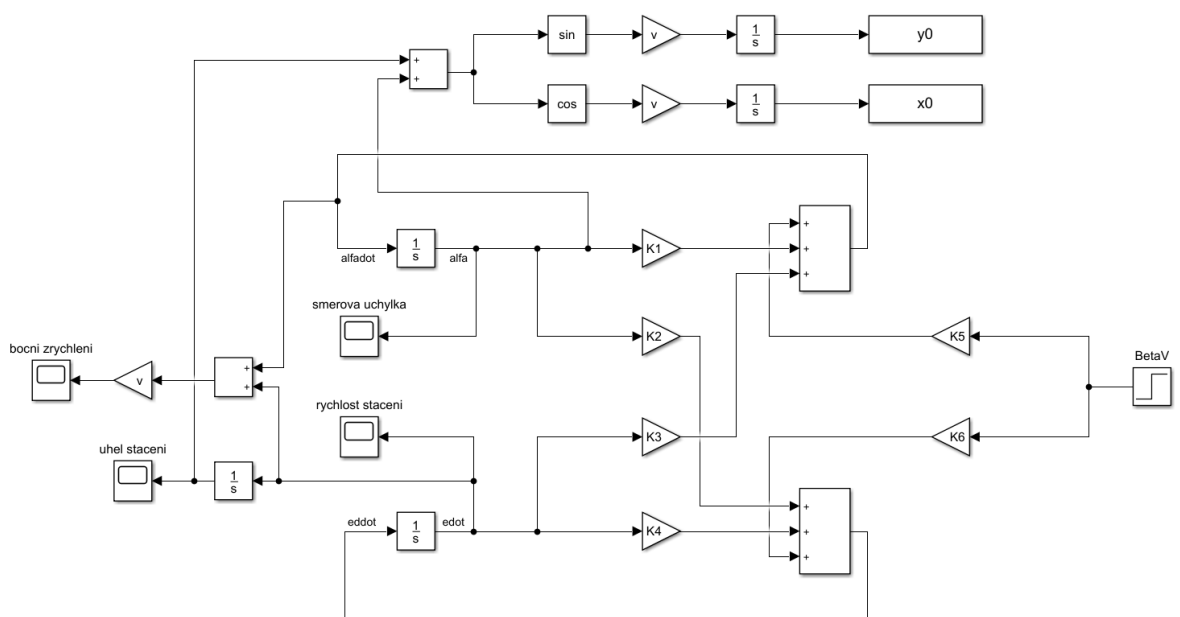
- [1] KLEČKA, R. Simulační model automobilu pro testování řídicích jednotek ABS. Digital Signal and Image Processing: Institute of Chemical Technology, 2008.
- [2] JAZAR, R.N. Vehicle dynamics: theory and application. 2nd ed. New York: Springer, 2014. ISBN 978-1-4614-8543-8.
- [3] HAN, J.; WANG, Y. Research on the Parameter Identification of LuGre Tire Model Based on Genetic Algorithms [J]. Mathematics in Practice and Theory, 2007, 18.
- [4] KIENCKE, U.; NIELSEN, L. Automotive control systems: for engine, driveline, and vehicle. 2nd ed. Berlin: Springer, 2005. ISBN 3540231390.
- [5] VLK, F. Dynamika motorových vozidel: jízdní odpory : hnací charakteristika : brzdění : odpruženost : říditelnost, ovladatelnost : stabilita. Brno: Vlk, 2000. ISBN 80-238-5273-6.
- [6] PACEJKA, H.B. Tyre and vehicle dynamics. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2002. ISBN 0-7506-5141-5.
- [7] CARLSON, C.R.; GERDES, J.C. Optimal rollover prevention with steer by wire and differential braking. In: ASME 2003 international mechanical engineering congress and exposition. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2003. 345-354.
- [8] DOUSTI, M. et al. Design of a multiple-model switching controller for ABS braking dynamics. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2015, 37.5: 582-595.
- [9] DE WIT, C.C.; HOROWITZ R.; TSIOTRAS P. New Directions in Non-linear Observer Design: Model-based observers for tire/road contact friction prediction. London: Springer, 1999. ISBN 1-852-33134-8.
- [10] DE WIT, C.C. et al. Friction Modeling and Compensation, the Control Handbook. 1995.

- [11] BLIMAN, P. A.; BONALD, T.; SORINE, M. Hysteresis operators and tire friction models: application to tire dynamic simulator. Proc. of ICIAM Hamburg, 1995.
- [12] HUDÁK, A.; VRÁBEL, J. Faktory ovlyvňujúce bezpečnosť styku pneumatiky a vozovky. Doprava a spoje-elektronický časopis Fakulty Prevádzky a Ekonomiky Dopravy a Spojov Žilinskej univerzity v Žiline, 2010, 99-106.
- [13] HAJŽMAN, M.; POLACH, P. Jednoduchý nelineárny model trolejbusu pro úlohy vertikální dynamiky vozidel. In: Proc. 20th Conf. Computational Mechanics. 2004. 123-130.
- [14] KLEČKA, R. Virtual vehicle model. Digital Signal and Image Processing: Institute of Chemical Technology, 2007.
- [15] SCHRAMM, D.; HILLER, M.; BARDINI, R. Vehicle dynamics. In Modeling and Simulation. Springer, 2014.
- [16] LEE, Y.H.; KIM, S.I.; SUH, M.W.; SON, H.S.; KIM, S.H. Linearized dynamic analysis of a four-wheel steering vehicle. Transactions of the Korean Society of Automotive Engineers, 2(5), 1994. 101-109.
- [17] PATNAIK, S.; WANG, J.; YU, Z.; DEY N. Recent Developments in Mechatronics and Intelligent Robotics. Proceedings ICMIR 2019. Singapore: Springer, 2019. ISBN 978-981-15-0238-5.
- [18] JIA, L.N.; LI, C.S.; LIU, T.; YANG, N. Research on the handling stability of four-wheel steering vehicle. School of Automotive Engineering, Harbin Institute of Technology. Weihai, 2019.
- [19] SHEN, Y. F. The modeling and simulation analysis of Four-wheel-steering vehicle. Wuhan University of Technology. Wuhan, 2011.
- [20] ABE, M.; CHEN, X.B. Movement and handling of automobile. Beijing: Chine Machine Press, 1988.
- [21] XU, F.X.; LIU, X.H.; CHEN, W.; ZHOU, C.; CAO, B.W. Improving Handling Stability Performance of Four-Wheel Steering Vehicle Based on the H2/H Robust Control. Applied Sciences, 9(5), s.857, 2019.
- [22] HUANG, J.; AHMED, J.; KOJIC, A.; HATHOUT, J.P. Control oriented modeling for enhanced yaw stability and vehicle steerability. In Proceedings of the 2004 American Control Conference. Vol. 4. IEEE, 2004.
- [23] SAMSUNDAR, J. A methodology to investigate automobile handling and stability. 1996.

- [24] VLK, F. Podvozky motorových vozidel. 3. aktualizované vydání. Brno: Vlk, 2006. ISBN 80-239-6464-X.
- [25] KHRISTAMTO, M.; PRAPTIDJANTO, A.; KALEG, S. Measure Geometri and Kinematic to Disign Steering Axis to Angle Turn of the Electric Golf Car. 2015.
- [26] TŮMA, J. Analýza stability a říditelnosti vozidla AWS 4x4 pomocí nelineárního modelu. Strojnický časopis. 1992, 43, 352-364.
- [27] Mercedes-Benz EQC. Mercedes-Benz [online]. [cit. 2020-04-17]. Dostupné z: <https://www.mercedes-benz.cz/passengercars.html?group=all&subgroup=see-all&view=BODYTYPE>
- [28] BRABEC, P.; VOŽELNÍK, R.; LACHMAN, M. Stability simulation of a vehicle with wheel active steering. Katedra výrobních systémů a automatizace. 2016.
- [29] SINHG, A.; KUMAR, A.; CHAUDHARY, R.; SINGH, R.C. Study of 4 wheel steering systems to reduce turning radius and increase stability. In International Conference of Advance Research and Innovation (ICARI-2014). 2014. 96-102.
- [30] LIU, Z.Q.; ZHANG, T.; WANG, Y.F. Research on local dynamic path planning method for intelligent vehicle lane-changing. Journal of Advanced Transportation. 2019.
- [31] LI, S.H.; REN, J.Y. Driver steering control and full vehicle dynamics study based on a nonlinear three-directional coupled heavy-duty vehicle model. Mathematical Problems in Engineering. 2014.

Příloha A

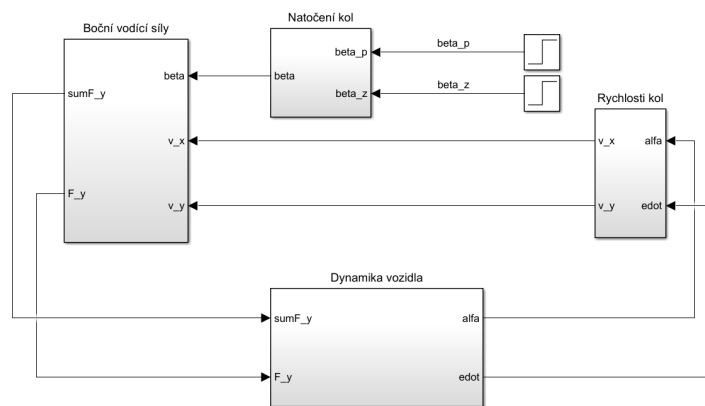
Jednostopý model vozidla



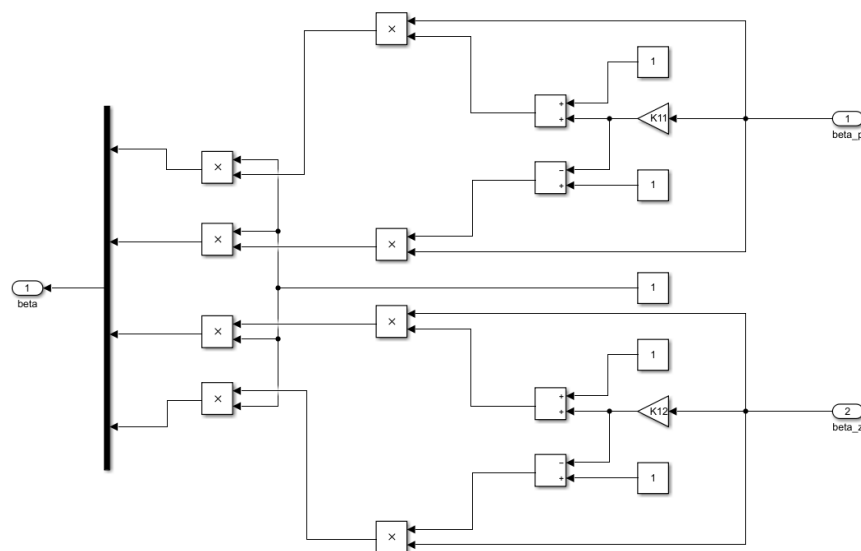
Obrázek A.1: Rovinný model jednotopého vozidla v prostředí Simulink. Vlastní zpracování.

Příloha B

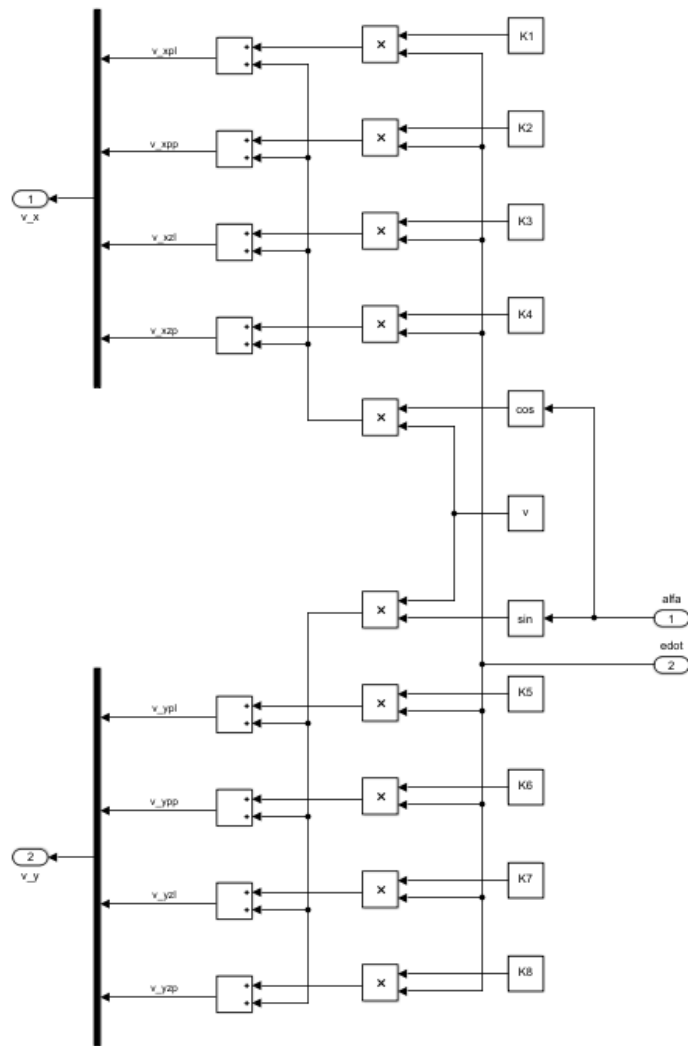
Dvoustupý model vozidla



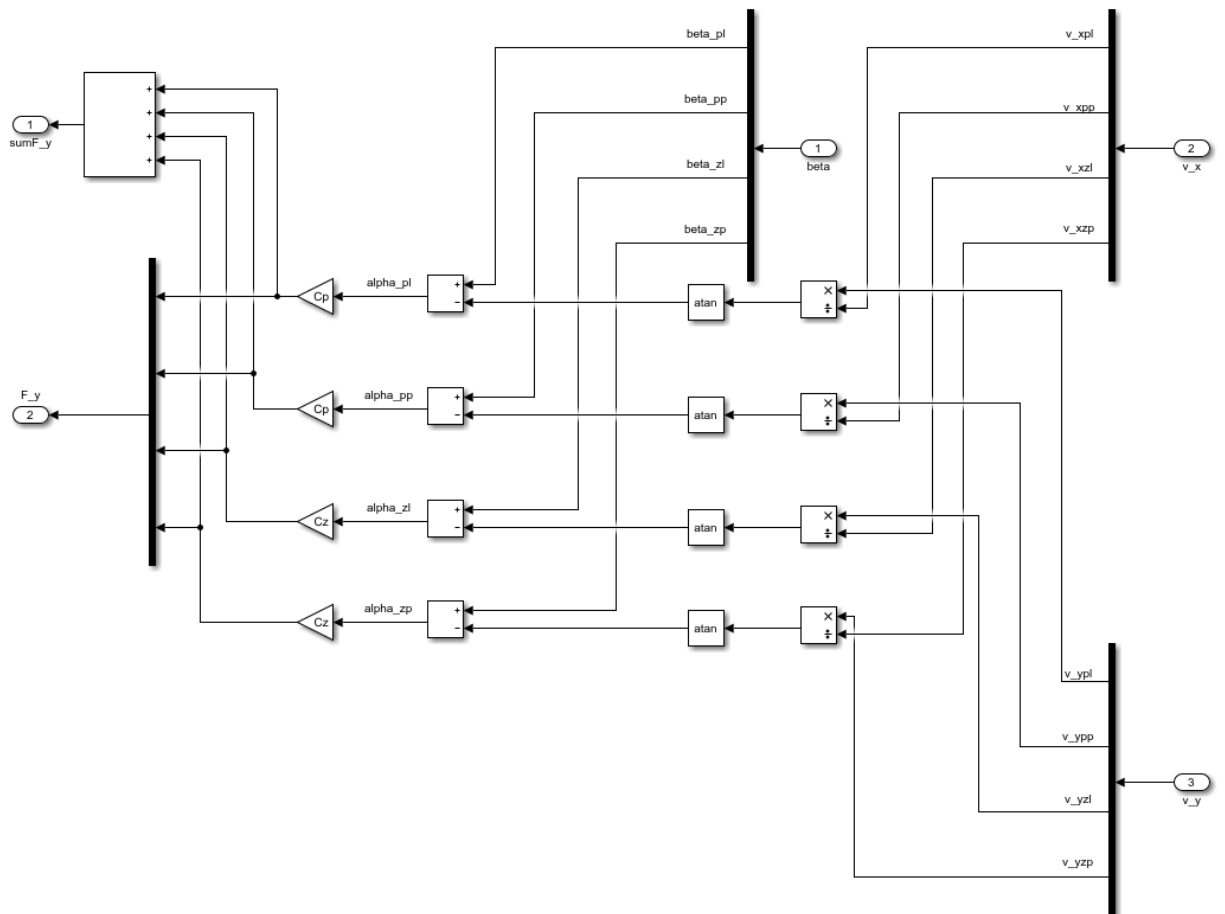
Obrázek B.1: Rovinný model dvoustupého vozidla v prostředí Simulink. Vlastní zpracování.



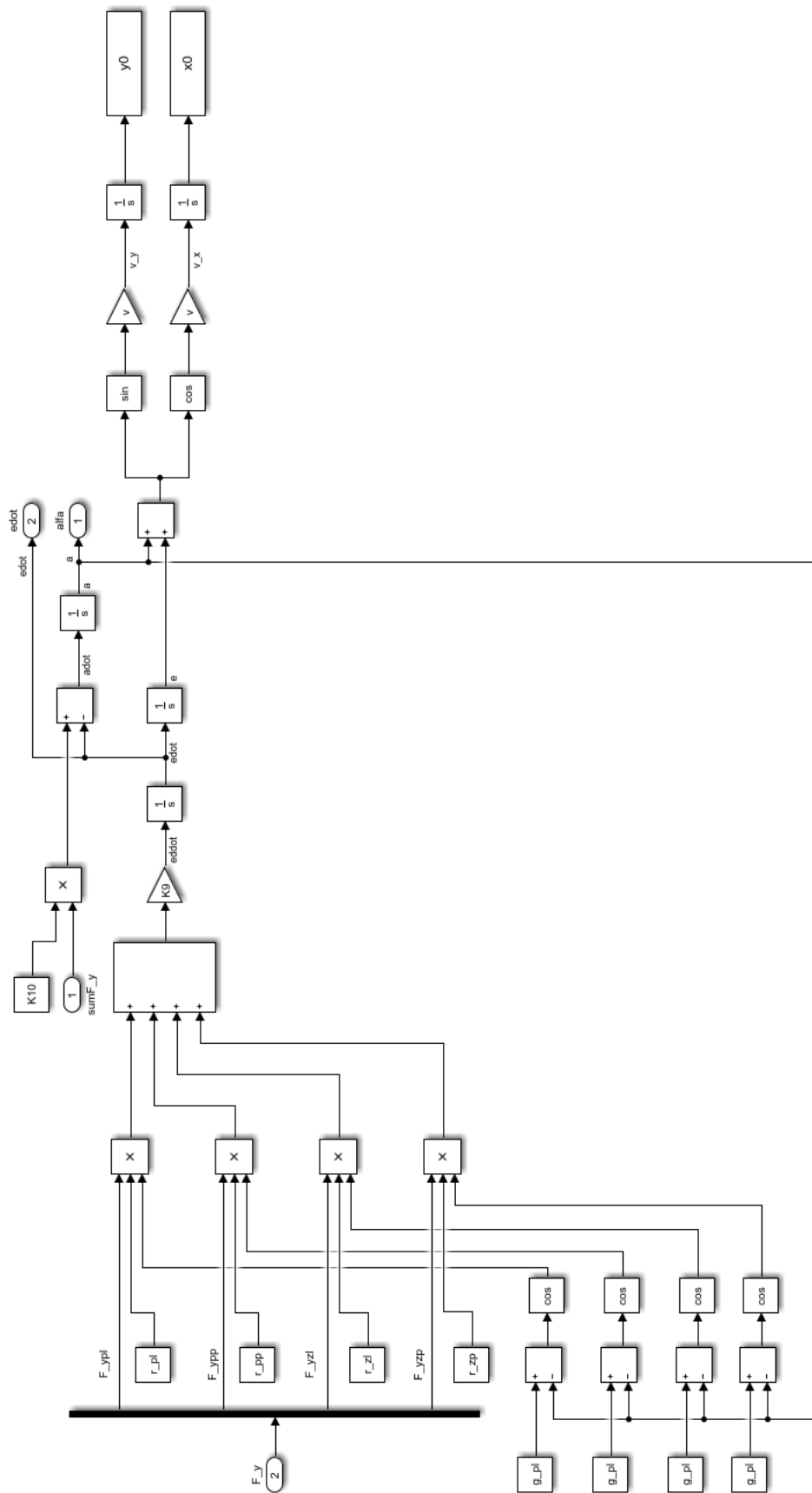
Obrázek B.2: Subsystém natočení kol dle Ackermannovy podmínky. Vlastní zpracování.



Obrázek B.3: Subsystem rychlostí jednotlivých kol vozidla. Vlastní zpracování.



Obrázek B.4: Subsystém bočních vodících sil. Vlastní zpracování.



Obrázek B.5: Subsystem dynamiky vozidla. Vlastní zpracování.

Příloha C

Optimalizace úhlů natočení kol

```
fmin_opt_AWS.m x Optimalizace_AWS.m x +
1 - close all
2 - clear all
3
4 - global FL1 FL2 FL3 FL4 FL5 FR1 FR2 FR3 FR4 FR5 RL1 RL2 RL3 RL4 RL5 RR1 RR2 RR3 RR4 RR5 OVV VAL T
5 - OVV=[]; %optimization parameters
6 - VAL=[]; %results of the target function
7 - FL1=
8 - FL2=
9 - FL3=
10 - FL4=
11 - FL5=
12 - FR1=
13 - FR2=
14 - FR3=
15 - FR4=
16 - FR5=
17 - RL1=
18 - RL2=
19 - RL3=
20 - RL4=
21 - RL5=
22 - RR1=
23 - RR2=
24 - RR3=
25 - RR4=
26 - RR5=
27
28 - op_start=[FL1 FL2 FL3 FL4 FL5 FR1 FR2 FR3 FR4 FR5 RL1 RL2 RL3 RL4 RL5 RR1 RR2 RR3 RR4 RR5];
29 - op=fminsearch('fmin_opt_AWS',op_start);
```

```
fmin_opt_AWS.m x Optimalizace_AWS.m x +
1 - function [val] = fmin_opt_AWS(jov)
2 - % This procedure executes Simulink model and computes objective function of the optimization.
3 - % OV ... optimization parameters (parameters of the controller)
4 - % FL1 - RR5 ... wheel steering angles
5 - global FL1 FL2 FL3 FL4 FL5 FR1 FR2 FR3 FR4 FR5 RL1 RL2 RL3 RL4 RL5 RR1 RR2 RR3 RR4 RR5 OVV VAL T
6 - FL1=jov(1);
7 - FL2=jov(2);
8 - FL3=jov(3);
9 - FL4=jov(4);
10 - FL5=jov(5);
11 - FR1=jov(6);
12 - FR2=jov(7);
13 - FR3=jov(8);
14 - FR4=jov(9);
15 - FR5=jov(10);
16 - RL1=jov(11);
17 - RL2=jov(12);
18 - RL3=jov(13);
19 - RL4=jov(14);
20 - RL5=jov(15);
21 - RR1=jov(16);
22 - RR2=jov(17);
23 - RR3=jov(18);
24 - RR4=jov(19);
25 - RR5=jov(20);
26 - [t,States,Y]= sim('Look_up_nataceni',10,simset('OutputVariables','ty'));
27 - OVV=[OVV jov'];
28 - VAL=[VAL T];
29 - val=T
```

Obrázek C.1: Optimalizace úhlů natočení kol v prostředí MATLAB. Vlastní zpracování.