

ČVUT v Praze
Fakulta stavební

Katedra fyziky
Obor: Geodézie a kartografie



**Analýza vybraných fyzikálních a
matematických vlivů na přesnost
pozemního laserového skenování**

**Analysis of selected physical and
mathematical influences on the
accuracy of terrestrial laser scanning**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Vypracoval: Bc. Jindřich Brzobohatý
Vedoucí práce: Ing. Petr Pokorný, Ph.D.
Rok: 2020

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Brzobohatý Jméno: Jindřich Osobní číslo: 458641
Zadávací katedra: 11102 Katedra fyziky
Studijní program: (N3645) Geodézie a kartografie
Studijní obor: (3646T003) Geodézie a kartografie

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce: Analýza vybraných fyzikálních a matematických vlivů na přesnost pozemního laserového skenování

Název diplomové práce anglicky: Analysis of selected physical and mathematical influences on the accuracy of terrestrial laser scanning

Pokyny pro vypracování:

Analyzujte vybrané fyzikální a matematické vlivy na přesnost měření pozemním laserovým skenerem. Z fyzikálních vlivů prostudujte např. vliv sklonu a odrazivosti odrazné plochy na měření tranzitního času technikami bez odrazných hranolů, nebo vliv variací parametrů atmosféry na měření úhlů a vzdáleností. Z matematických vlivů analyzujte vhodnost použití registračních algoritmů ICP, CPD nebo NDT na dotransformaci mračen bodů na body referenční, zejména se zaměřením na zpracování měření rovinných ploch. Pro zpracování prostudujte a využijte možnosti Computer Vision Toolboxu pro MATLAB.


Seznam doporučené literatury:

1. G. F. Marshall and G. E. Stutz. Handbook of Optical and Laser Scanning. Optical Science and Engineering. CRC Press, 2004.
2. J. Shan and C.K. Toth. Topographic Laser Ranging and Scanning: Principles and Processing. CRC Press, 2017.
3. A. Mikš. Aplikovaná optika. Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2009.
4. K. Rektorys. Přehled užití matematiky. Prometheus, 2000.
5. <https://www.mathworks.com/products/computer-vision.html>

Jméno vedoucího diplomové práce: Ing. Petr Pokorný, Ph.D.

Datum zadání diplomové práce: 11. 2. 2020

Termín odevzdání diplomové práce: 17. 5. 2020
Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku


Podpis vedoucího práce



Podpis vedoucího katedry

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v diplomové práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.

13. 2. 2020

Datum převzetí zadání


Podpis studenta(ky)

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji diplomovou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o etické přípravě vysokoškolských závěrečných pracích.

V Praze dne 24.5.2020

.....
Bc. Jindřich Brzobohatý

Poděkování

Děkuji Ing. Petru Pokornému, Ph.D., za cenné rady, věcné připomínky a neutuchající vstřícnost při konzultacích, firmě Exact Control System a. s. za poskytnutí měřících přístrojů, a dále Ing. Filipovi Raušovi a Ing. Petru Doušovi za dohled při přípravě dat pro realizaci praktické části práce.

Bc. Jindřich Brzobohatý

Název práce:

Analýza vybraných fyzikálních a matematických vlivů na přesnost pozemního laserového skenování

Autor: Bc. Jindřich Brzobohatý

Studijní program: Geodézie a kartografie

Obor: Geodézie a kartografie

Druh práce: Diplomová práce

Vedoucí práce: Ing. Petr Pokorný, Ph.D.

Pracoviště: Katedra fyziky, Fakulta stavební, ČVUT v Praze

Klíčová slova: 3D terestrické skenování, polohová přesnost, ICP, NDT, CPD

Abstrakt: Práce představuje ucelený obecný teoretický popis vybraných matematických a fyzikálních aspektů ovlivňujících přesnost měření pozemním laserovým skenerem. Zejména je diskutován vliv na měření vzdálenosti při odrazu od skloněné plochy či nerovinné geometrie cílového objektu. Na to navazuje aparát popisující vliv nehomogenní atmosféry na měření úhlů a vzdáleností. Praktická část je zaměřena na testování zpracovatelských metod v programu Matlab. Jedná se o testy využitelnosti registračních algoritmů Iterative Closest Point (ICP), Coherent Point Drift (CPD) a Normal-distributions Transform (NDT) pro dotransformace bodových mračen na body referenční. V poslední kapitole je prezentována metoda výpočtu transformačního klíče za použití nelineární optimalizace. Testování proběhlo na datech rovinných ploch, které byly zaměřeny ve spolupráci s firmou Exact Control System a. s.

Title:

Analysis of selected physical and mathematical influences on the accuracy of terrestrial laser scanning

Author: Bc. Jindřich Brzobohatý

Key words: 3D terrestrial scanning, position accuracy, ICP, NDT, CPD

Abstract: This thesis presents a general theoretical description of selected mathematical and physical aspects which influence the accuracy of terrestrial laser scanner measurements. In particular, the influence of the reflection from the inclined or rough surfaces on the measured distance is discussed. This is followed by formulas for evaluation of the influence of an inhomogeneous atmosphere on the measurement of angles and distances are presented. The practical part is focused on testing processing methods in Matlab. The registration algorithms Iterative Closest Point (ICP), Coherent Point Drift (CPD), and Normal-distributions Transform (NDT) are tested and the usability for the final transformation of point clouds onto reference points is analyzed. The last chapter presents a method of calculating the transformation key using nonlinear optimization. Data for the practical part were measured in collaboration with the company Exact Control System, Inc.

Obsah

1	Úvod	8
2	Pozemní (terestrické) laserové skenování	10
2.1	Matematické základy určení polohy bodu měřeného pozemním laserovým skenerem	11
2.1.1	Určení polohy bodu	12
2.1.2	Charakteristika nejistoty určení polohy bodu	13
2.1.3	Vybrané metody registrace mračen	16
2.2	Fyzikální základy pozemního laserového skenování	23
2.2.1	Bezkontaktní měření vzdáleností metodou tranzitního času (TOF)	23
2.2.2	Odrazivost záření od přírodních povrchů	25
2.2.3	Gaussovské svazky	27
2.2.4	Vliv velikosti stopy laserového svazku na šikmé odrazné ploše na měření tranzitního času	30
2.2.5	Vliv nerovinné geometrie cílového objektu na registrovanou intenzitu odraženého pulzu	32
2.2.6	Vliv nehomogenního rozložení indexu lomu v atmosféře na měření vzdáleností a směrů při optickém skenování	37
3	Testování registrace mračen	44
3.1	Metodika testování registrace mračen	44
3.2	Měření a zpracování testovacích dat	45
3.2.1	Popis vstupních parametrů do výpočtu v softwaru Matlab	48
3.2.2	Test rotace bodového mračna okolo osy x	49
3.2.3	Test rotace bodového mračna okolo osy y	54
3.2.4	Další vybrané testy metod ICP, CPD a NDT pro různé varianty rotací a translací	57

4	Vlastní výpočet dotransformací při registraci mračna v programu Matlab s využitím optimalizačních algoritmů	67
4.1	Test rotace bodového mračna zvlášť okolo osy x a okolo osy y - výpočet transformačního klíče	69
4.2	Test rotace bodového mračna zároveň okolo os x a y - výpočet transformačního klíče	69
4.3	Grafické rozhraní	71
5	Závěr	74
A	Publikované články autora	80
B	Zobrazení zájmového území v kontextu okolí na vizualizovaném bodovém mračnu	111

Kapitola 1

Úvod

Pozemní laserový optický skener je založen na matematickém aparátu určování polohy bodů prostorovou polární metodou. Měří tak pro každý bod vodorovný a vertikální úhel plus vzdálenost od počátku vnitřního souřadného systému přístroje k určovanému bodu. Rychlost sběru a registrace těchto 3 veličin u nejnovějších v současnosti dostupných modelů dosahuje až dvou milionů bodů za sekundu [1]. Přesnosti zaměřených bodů těmito přístroji výrobci uvádějí v řádech milimetrů [1–5].

Není však dobré slepě důvěřovat datům z laboratorních podmínek uvedených v přístrojových dokumentacích, ani přenášet uvedené přesnosti na přesnost měření nebo dokonce na přesnosti výsledných modelů. Důležité je porozumět konstrukci přístroje, zjistit, jaké metody využívá pro sběr dat, jaké vlivy ovlivňují přesnost výsledků skenování. Ty všechny analyzovat, a poté uvést reálnou přesnost měření nebo modelů. Je totiž možné, že udávané konstrukční přesnosti přístrojů neodpovídají přesnostem výsledných modelů reality jak z fyzikálních důvodů (nehomogenní prostředí atmosféry, vlastnosti zaměřovaných materiálů a jejich orientace v prostoru, atp.), tak z matematických důvodů (zpracování měření, spojování mračen bodů, transformace na referenční body apod.).

V této práci jsou analyzovány vybrané matematické a fyzikální vlivy na přesnost pozemního laserového skenování. První kapitola je zaměřena na matematický rozbor určování polohy bodu, který lze aplikovat na všechny typy pozemních laserových skenerů a vybrané metody registrace bodových mračen. Dále je zaměřena na metodu měření vzdáleností (TOF) [6, 7], odraz laserového paprsku od šikmých odrazných ploch a vliv nehomogenního rozložení indexu lomu v atmosféře pro měření pozemním laserovým skenerem. Ve druhé kapitole jsou testovány vybrané matematické algoritmy pro registraci dat z první kapitoly na dotransformace mračen bodů na body referenční. V poslední kapitole je popsán vlastní program pro řešení této úlohy.

V příloze práce jsou uvedeny kopie čtyř článků publikovaných v českém recen-

zovaném časopise Jemná mechanika a optika na témata pozemního skenování, na jejichž tvorbě se autor této práce podílel v rámci magisterského studia. Druhou přílohu tvoří obrázek ze zpracování měření. Zobrazuje zájmovou oblast a její okolí na vyrovnaném modelu ze dvou registrovaných mračen.

Kapitola 2

Pozemní (terestrické) laserové skenování

3D pozemní laserové optické skenery jsou zařízení, která umožňují rychlé a bezkontaktní zaměření rozsáhlejších prostorových objektů [1–11]. Jejich použití se v posledních letech stává populárním nástrojem pro zaměřování topografie povrchových dolů, určování velikostí výsypek, skládek, krajinných zářezů nebo tunelů. Stalo se nástrojem sběru prostorových dat pro projekty budov, parků, oprav odvodnění. Dokumentují se skutečné provedení budov, silnic, železnic, koryt řek, přehrad. Z měření se vytvářejí modely architektonických, uměleckých a historických děl jako jsou sochy, kaple, kostely, zámky, či hrady [8, 12].

Ve světě je jen málo firem, které dokázaly ovládnout tuto sofistikovanou technologii a vyrobit kvalitní pozemní skener. Ještě méně je pak firem, které se dokázaly udržet na trhu a být stabilním dodavatelem moderních přístrojů. Skenery totiž nejsou levnou záležitostí. Ceny modelů se pohybují v řádu milionů korun (lze zjistit pouze poptávkou). Navíc byznys kolem geoinformací je velmi dynamický, a proto je pro firmy nezbytně nutné neustále zdokonalovat vlastní technologie a držet krok s konkurencí. V současnosti jsou pro terestrické skenování nabízeny zejména produkty od firem Leica [1], Faro [4], Zoller & Fröhlich [13], Riegl [2], Topcon [3] nebo Trimble [5]. Jednotliví výrobci se liší jak v přesnostech skenování, rozsazích, hmotnosti přístroje, tak i v použité technologii sběru dat. Podrobnější informace o vyráběných typech a další výrobci jsou uvedeny v článku [14].

Postup zpracování měření (mračen bodů) se pro různé aplikace liší. Prvním krokem je vždy spojení mračen bodů na sebe navzájem, tzv. registrace, a tvorba modelu.

Pro zachování nejvyšších přesností při měření pouze s pozemním skenerem v lokálním souřadnicovém systému se zaměřují vřícovací terče nebo koule. V příslušném programu se buď graficky nebo matematicky získají souřadnice středu terče nebo koule. Dále probíhá výpočet standardními geodetickými metodami (prostorová

polární metoda, protínání, volné stanovisko, nebo síťové vyrovnání nebo polygonový pořad) pro zjištění polohy stanoviska a orientace mračna bodů. Následuje prostorová transformace jednotlivých mračen podle zjištěných parametrů polohy stanoviska a orientace. Tímto spojením vznikne model. Ten se dále transformují na body zaměřené totální stanicí. Tak se nejčastěji připojují modely do globálního referenčního systému souřadnic.

Pro méně přesné aplikace lze místo signalizovaných terčů nebo koulí vybrat jasně identifikovatelné nehybné body v okolí jako jsou rohy budov, venkovní špalety, štíty budov, rohy značek, cedulí, pouličních lamp atd. Nevhodné jsou pro toto použití stromy, body v trávě, skleněné plochy, nebo body v okolí vodní hladiny.

Pro zpracování mračen bez výše popsanych identických bodů slouží automatizované algoritmy, které iterativním výpočtem mračna transformují do jednoho modelu bez předem známých souřadnic stanovisek a orientací. Výhodou je rychlejší průběh měření a zpracování. Nevýhodou je zatím jen přesnost a rychlost nalezení transformačních klíčů (vypočítaných souřadnic stanovisek a orientací).

Časovou náročnost i přesnost automatických výpočtů můžeme snížit efektivním filtrováním naměřených dat. Vhodné je před výpočtem odstranit body s vysokou a nízkou intenzitou, odlehlé osamocené body, body v určitém poloměru, nebo elementy vegetace. Tato redukce se nejčastěji dělá ručně na vizualizovaných datech. Existují ale už také poloautomatizované filtry např. za použití algoritmu RANSAC [15].

Cílem výše zmíněných přístupů je převést reálný objekt (jeho topografii) do virtuálního prostoru, kde lze dále upravovat, dotvářet nebo analyzovat jeho vlastnosti. Zpravidla se práce provádí ve specializovaných CAD softwarech [16, 17]. V nich lze jak zobrazit naměřené mračno bodů, tak vytvořit vektorovou kresbu. Vizualizované výsledky práce vypadají věrohodně, ale i přes to je potřeba si pořád uvědomovat původ dat, a podle toho s nimi zacházet.

2.1 Matematické základy určení polohy bodu měřeného pozemním laserovým skenerem

V této kapitole se budeme zabývat matematickým popisem určení polohy bodu pomocí optických skenerů a vybraných metod pro zpracování mračen bodů. V kapitole 2.1.1 je popsán matematický aparát pro určení polohy bodu. V kapitole 2.1.2 je popsán aparát pro zjištění nejistoty určení polohy bodu a v kapitole 2.1.3 jsou popsány automatické algoritmy pro transformaci mračen.

2.1.1 Určení polohy bodu

Vzhledem k požadavkům na přesnost určení polohy ve většině praktických aplikací je možné uvažovat paprsek optického skeneru (laser) jako přímku procházející homogenním prostředím atmosféry. V následujících částech práce tedy předpokládáme, že paprsek skeneru je přímka a určení polohy se tím pádem redukuje na geometrickou úlohu.

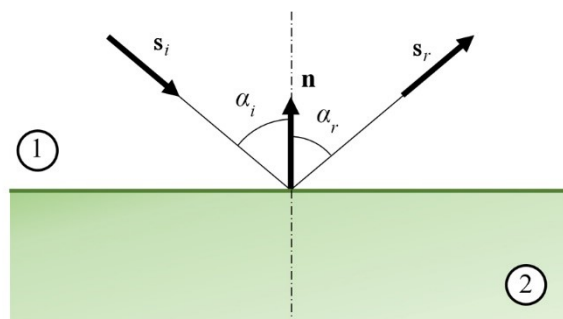
Základními matematicko-fyzikálními nástroji pro popis určení polohy jsou:

- Zákon odrazu ve vektorové formě [14, 18, 19]:

$$\mathbf{s}_r = \mathbf{s}_i - 2\mathbf{n}(\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}) = \mathbf{R}\mathbf{s}_i, \alpha_i = \alpha_r, \quad (2.1)$$

kde \mathbf{s}_i značí jednotkový směrový vektor dopadajícího paprsku, \mathbf{n} značí jednotkový normálový vektor plochy dopadu ve směru k dopadajícímu paprsku (viz obr. 2.1), \mathbf{s}_r značí jednotkový směrový vektor odraženého paprsku, „ \cdot “ značí skalární součin, a dále platí

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 - 2n_x^2 & -2n_xn_y & -2n_xn_z \\ -2n_xn_y & 1 - 2n_y^2 & -2n_y n_z \\ -2n_xn_z & -2n_y n_z & 1 - 2n_z^2 \end{bmatrix}, \mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix}, \mathbf{s}_i = \begin{bmatrix} s_{ix} \\ s_{iy} \\ s_{iz} \end{bmatrix}, \mathbf{s}_r = \begin{bmatrix} s_{rx} \\ s_{ry} \\ s_{rz} \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$



Obrázek 2.1: Zákon odrazu

- Otočení vektoru kolem přímky [14]:

$$\mathbf{n}_\phi = \mathbf{n}_0 \cos \phi + \mathbf{c}(\mathbf{c} \cdot \mathbf{n}_0)(1 - \cos \phi) + (\mathbf{c} \times \mathbf{n}_0) \sin \phi, \quad (2.3)$$

kde \mathbf{n}_0 značí otáčkový vektor, \mathbf{c} značí jednotkový směrový vektor přímky, kolem které je vektor \mathbf{n}_0 otáčen, ϕ je úhel otočení, \mathbf{n}_ϕ značí otočený vektor, „ \cdot “ značí skalární součin a „ \times “ součin vektorový.

- Rotace vektoru v prostoru [14]:

$$\mathbf{s}_{\alpha,\beta,\gamma} = \mathbf{R}_{x,\alpha}\mathbf{R}_{y,\beta}\mathbf{R}_{z,\gamma}\mathbf{s}, \quad (2.4)$$

kde \mathbf{s} značí otáčený vektor (sloupcový), $\mathbf{s}_{\alpha,\beta,\gamma}$ značí otočený vektor, α je úhel otočení kolem osy x , β je úhel otočení kolem osy y a γ je úhel otočení kolem osy z , \mathbf{R}_x , \mathbf{R}_y , \mathbf{R}_z jsou matice rotace pro pravotočivý systém otáčení:

$$\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

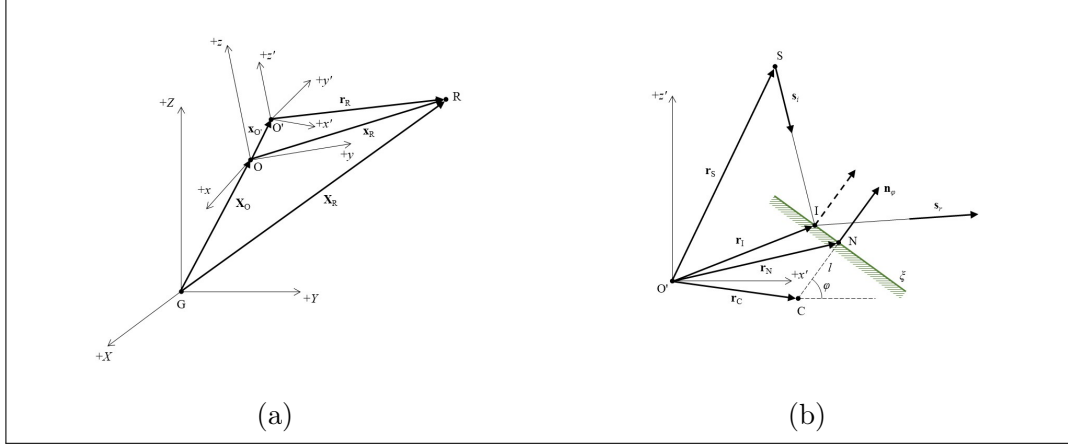
Uvažujme nyní terestrický (pozemní) optický skener. Ten se skládá ze zdroje záření, rozmítacího optického nebo opticko-mechanického systému, detektoru záření a vyhodnocovacího systému. Světlo vycházející ze zdroje záření je pomocí rozmítacího systému odchýleno do přesně určeného směru a dopadá na měřený předmět. Po odrazu od měřeného předmětu se část světla (rozptýleného předmětem) vrací zpět, opět prochází rozmítacím systémem a dopadá na detektor záření. Vyhodnocovací systém poté určuje prostorové souřadnice bodu na předmětu. Vzdálenost bodu měřeného předmětu od skeneru pak nejčastěji určujeme buď pomocí modulace světelného signálu vyslaného skenerem, nebo změřením času, který uplyne mezi vysláním a zpětným příjmem signálu (metoda TOF „time of flight“ kap. 2.2.1) [14].

2.1.2 Charakteristika nejistoty určení polohy bodu

Schéma kartézských pravotočivých souřadných systémů pro matematický popis určení polohy bodu měřeného terestrickým laserovým skenerem je zobrazeno na obr. 2.2a. Globální souřadný systém (X, Y, Z) je dán svým počátkem G . V něm se nachází lokální souřadný systém skeneru (x, y, z) , jehož počáteční bod O je dán polohovým vektorem \mathbf{X}_O v globálním systému souřadnic a osy systému skeneru jsou rotovány o úhly Roll, Pitch a Yaw. V systému skeneru je dále umístěna rozmítací jednotka, jejíž interní souřadný systém (x', y', z') je dán počátkem O' určeným polohovým vektorem $\mathbf{x}_{O'}$ v systému skeneru a osy jsou rotovány o úhly α, β, γ . Měřený bod R je určen polohovými vektory \mathbf{X}_R v globálním systému, \mathbf{x}_R v systému skeneru a \mathbf{r}_R v systému rozmítací jednotky.

Transformační vztahy mezi jednotlivými soustavami můžeme charakterizovat následujícími rovnicemi, platí

$$\mathbf{X}_R = \mathbf{X}_O + \mathbf{S}\mathbf{x}_R, \quad \mathbf{x}_R = \mathbf{x}_{O'} + \mathbf{R}\mathbf{r}_R, \quad (2.6)$$



Obrázek 2.2: (a) Schéma souřadných soustav terestrického skeneru, (b) schéma rozmítací jednotky laserového terestrického skeneru.

kde

$$\mathbf{X}_R = [X_R, Y_R, Z_R]^T, \quad \mathbf{X}_O = [X_O, Y_O, Z_O]^T, \quad \mathbf{x}_R = [x_R, y_R, z_R]^T$$

$$\mathbf{x}_{O'} = [x_{O'}, y_{O'}, z_{O'}]^T, \quad \mathbf{r}_R = [x'_R, y'_R, z'_R]^T,$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{R}_z(\text{Yaw})\mathbf{R}_y(\text{Pitch})\mathbf{R}_x(\text{Roll}),$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\gamma)\mathbf{R}_y(\beta)\mathbf{R}_x(\alpha),$$

$$\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

U terestrických systémů je rozmítací jednotka tvořena zpravidla jednou rotující odraznou plochou (jedním zrcátkem, monogonem, optickým, polygonálním nebo pyramidálním hranolem), která rozmítá paprsek zpravidla ve vertikálním směru (relativně vzhledem ke konstrukci skeneru). Dále je otáčeno celou jednotkou skeneru, a tím je docíleno rozmítání ve směru horizontálním. Existují také jiné způsoby realizace rozmítacích jednotek (dvouzrcadlové [8, 9] apod.), ale těmi se nyní nebudeme zabývat. Uvažujme tedy nyní případ jedné odrazné plochy rozmítacího systému, která realizuje směřování záměrného paprsku ve svislé rovině (relativně vzhledem k tělu skeneru). Schéma pro matematický popis je ukázáno na obr. 2.2b.

Střed otáčení C odrazné plochy ξ je dán polohovým vektorem \mathbf{r}_C a samotná odrazná plocha nechť se dále otáčí kolem přímky rovnoběžné s osou y' souřadného systému jednotky o úhel φ . Vzdálenost mezi odraznou plochou ξ a bodem C označme l . Rovnici roviny odrazné plochy poté můžeme snadno charakterizovat polohou bodu N danou polohovým vektorem \mathbf{r}_N a jednotkovým normálovým vektorem \mathbf{n} . Předpokládejme dále, že záměrný paprsek dopadající na odraznou plochu je dán bodem S určeným polohovým vektorem \mathbf{r}_S a jednotkovým směrovým vektorem \mathbf{s}_i . Na odraznou plochu dopadá v bodě I určeném polohovým vektorem \mathbf{r}_I , odráží se dle zákona odrazu a pokračuje ve směru určeném jednotkovým směrovým vektorem \mathbf{s}_r .

S využitím zákona odrazu ve vektorovém tvaru (2.1) a vztahem pro otáčení vektoru kolem přímky (2.3), dostáváme po úpravě vztah pro polohu bodu R v soustavě rozmítací jednotky. Použitím základních vztahů analytické geometrie po snadné úpravě dostáváme [14]

$$\mathbf{r}_R = \mathbf{r}_S + \frac{(\mathbf{r}_C - \mathbf{r}_S + l \mathbf{n}_\varphi) \cdot \mathbf{n}_\varphi}{\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_\varphi} \mathbf{s}_i + p_r [\mathbf{s}_i - 2\mathbf{n}_\varphi (\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_\varphi)], \quad (2.7)$$

kde p_r je parametr, který je numericky roven prostorové vzdálenosti bodu I od bodu R. Pro teoretické účely (např. rozbor přesnosti polohy stopy svazku nebo studium polohy stopy svazku pro různá natočení a konfigurace rozmítací jednotky) můžeme určit hodnotu parametru p_r z nominální definice polohy roviny předmětu, na který paprsek dopadá. Bude-li rovina předmětu ρ , na kterou dopadá a od níž se paprsek odráží, dána bodem D určeným polohovým vektorem \mathbf{r}_D a jednotkovým normálovým vektorem \mathbf{n}_D , potom po úpravě pro parametr p_r platí

$$p_r = \frac{\left[\mathbf{r}_D - \mathbf{r}_S - \frac{(\mathbf{r}_C - \mathbf{r}_S + l \mathbf{n}_\varphi) \cdot \mathbf{n}_\varphi}{\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_\varphi} \mathbf{s}_i \right] \cdot \mathbf{n}_D}{[\mathbf{s}_i - 2\mathbf{n}_\varphi (\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_\varphi)] \cdot \mathbf{n}_D}. \quad (2.8)$$

V praktických aplikacích je zpravidla poloha předmětu určována nejčastěji použitím měření tranzitního času (viz kap. 2.2.1). Je-li rychlost světla v prostředí $c = c_0/n$ ($c_0 = 299\,792\,458$ m/s je rychlost světla ve vakuu a n je index lomu prostředí), potom pro vzdálenost d měřeného bodu předmětu od vztažného bodu (zdroje záměrné přímky) platí $d = c \frac{\tau}{2}$, kde τ značí tranzitní čas mezi vysláním a přijmutím signálu. V našem případě vzdálenost d mezi zdrojem a bodem odrazu bude dána jako $d = p_i + p_r$, kde p_i je

$$p_i = \frac{(\mathbf{r}_C - \mathbf{r}_S + l \mathbf{n}_\varphi) \cdot \mathbf{n}_\varphi}{\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_\varphi}.$$

Po úpravě můžeme vyjádřit parametr p_r pomocí měření tranzitního času τ jako

$$p_r = c \frac{\tau}{2} - \frac{(\mathbf{r}_C - \mathbf{r}_S + l \mathbf{n}_\varphi) \cdot \mathbf{n}_\varphi}{\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_\varphi}. \quad (2.9)$$

Pomocí výše uvedených vztahů je možné analyzovat vliv nejistot jednotlivých konstrukčních komponent, interních měřicích zařízení nebo nejistoty pozice skeneru na stanovisku na výslednou globální polohu bodu R. Pro tyto analýzy lze použít simulačních metod, kdy se jednotlivé nejistoty dané vhodným pravděpodobnostním rozdělením přidávají k modelovaným nominálním hodnotám a následnou aposteriorní analýzou můžeme charakterizovat nejistotu polohy bodu R. Případně lze pro vybrané situace analyticky vyjádřit vztahy polohy bodu R a použitím zákona přenesení variancí [8, 20–23] nejistoty vyjádřit.

Uvažujme model daný vektorovou funkcí \mathbf{f} o n proměnných x_i . Jestliže má funkce \mathbf{f} spojitě parciální derivace, skutečné chyby proměnných x_i jsou malé vzhledem k funkčním hodnotám, které vektorová funkce \mathbf{f} nabývá, a mají sudé pravděpodobnostní rozdělení s nulovou střední hodnotou, poté kovarianční matice funkce \mathbf{f} bude dána známým vztahem [8, 20–23]

$$\Sigma_{\mathbf{f}} = \mathbf{J}\Sigma_x\mathbf{J}^T, \quad (2.10)$$

kde Σ_x je kovarianční matice parametrů x_i a \mathbf{J} je Jakobiho matice prvních derivací modelu \mathbf{f} . Variance jednotlivých funkčních hodnot funkce \mathbf{f} poté náleží na diagonále matice $\Sigma_{\mathbf{f}}$.

Jestliže se jedná o analýzu prostorové polohy bodu R a budeme znát jeho kovarianční matici Σ_R , poté lze přesnost polohy tohoto bodu jednoznačně popsat elipsoidem chyb, jehož velikosti poloos jsou dány odmocninami z vlastních čísel kovarianční matice a směr poloos je určen odpovídajícími vlastními vektory [21].

2.1.3 Vybrané metody registrace mračen

Existuje velká řada algoritmů a softwarů na zpracování mračen. Zpravidla každý výrobce skeneru nabízí svůj vlastní zpracovatelský software. Cílem této práce je analyzovat algoritmy registrace mračen dostupné v softwaru Matlab, který je nezávislý na výrobci skeneru. Jeho zdrojové kódy se dají snadno analyzovat, protože systém zápisu algoritmů je skriptovací.

Společnost MathWorks, Inc. (v softwaru Matlab) nabízí pro registraci prostorových mračen bodů řadu nástrojů. Všechny jsou společně nabízeny v balíčku počítačového vidění (Computer Vision Toolbox) v sekci zpracování skenů a 3D mračen bodů (Lidar and 3D Point Cloud Processing). V prostředí Matlab jsou již pro registraci bodových mračen naprogramované tři výpočetní algoritmy: ICP (Iterative Closest Point), CPD (Coherent Point Drift) a NDT (Normal-distributions Transform). Výsledkem všech tří je najetí nejlepšího možného transformačního klíče pro transformaci mračen bodů. Ideálně v co nejkratší době. Každý přistupuje k problému odlišnou filozofií. V následujících podkapitolách 2.1.3 - 2.1.3 bude proces popsán a vysvětlen. Podkapitola 2.1.3 je věnována vzájemnému porovnání algoritmů.

Iterative Closest Point

Podrobný popis metody najde čtenář v literatuře [24–26]. Metoda ICP (z angl. iterative closes point) funguje na principu minimalizace průměru rozdílů vzdáleností mezi nejbližšími body jednoho a druhého mračna bodů, které prostorově souvisí [15, 24]. Obecně je podmínka minimalizace popsána jako

$$\min_T \frac{1}{N(Q)} \sum_{i=1}^{N(Q)} \langle \text{dvojice}(q_i, P, \langle \cdot, \cdot \rangle), T(q_i) \rangle, \quad (2.11)$$

kde

$$P = \{(x_i, y_i, z_i)\}, i = 1 \dots N(P), Q = \{(x_j, y_j, z_j)\}, j = 1 \dots N(Q). \quad (2.12)$$

Množina bodů P se označuje jako referenční mračno bodů. Množina bodů Q , která se musí s množinou P překrývat, se pak na něj transformuje. T je transformační funkce a $N(x)$ je funkce, která vrací velikost mračna bodů X . Funkce $\text{dvojice}() = p \in P$ najde v mračnu P nejbližší bod p pro body $q_i \in Q$ na základě vzdálenostní metriky $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Pro případ výpočtu metodou ICP se využívá euklidovských vzdáleností. Proto už můžeme psát konkrétní vztah

$$\min_{R, t} \frac{1}{N(Q)} \sum_{i=1}^{N(Q)} \|p_i - \mathbf{R}q_i - \mathbf{t}\|_2^2, \quad (2.13)$$

kde

$$p_i = \text{dvojice}(q_i, P, \|\cdot\|_2), \quad (2.14)$$

p_i jsou nejbližší body q_i , \mathbf{R} je matice rotace a \mathbf{t} je vektor translace. Dalšími metrikami jsou vzdálenosti od povrchu (po normále) a vzdálenost mezi dvěma povrchy, více viz [24].

Vždy je třeba vybrat referenční souřadnice, ke kterým se provádí iterativní transformace. Postupné iterace vedou k nalezení ideální funkce. Schéma je naznačeno na obr. 2.3 a pseudokód je i s popisem uveden níže v jednotlivých bodech [24]:

1. Definice vstupních souřadnic mračen bodů

$$\text{Input}(P), \text{Input}(Q). \quad (2.15)$$

2. Počáteční hodnoty transformace resp. translace, přesnost

$$T = (R_x, R_y, R_z, t_x, t_y, t_z), e \rightarrow 0. \quad (2.16)$$

3. Výběr charakteristických bodů vhodných pro výpočet prvků transformace resp. translace. ICP iterativně řeší problém

$$P_v = \text{vyber}(P); Q_v = \text{vyber}(Q). \quad (2.17)$$

4. Přiřazení nejbližších bodů z transformovaného souboru

$$p_i = \text{dvojice}(q_i, P_v, \langle \cdot, \cdot \rangle). \quad (2.18)$$

5. Odstranění příliš vzdálených bodů (outlayerů)

$$P_t = \{\emptyset\}, P_t = P_t \cup \text{odeber}(p_i, q_i). \quad (2.19)$$

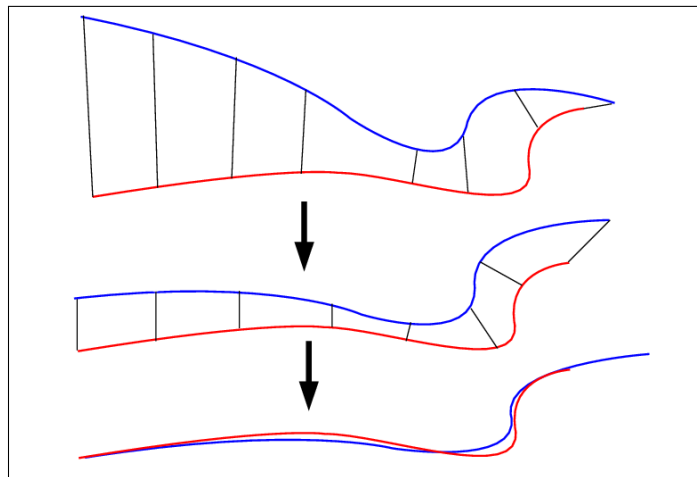
6. Výpočet optimální transformace a translace

$$[e, T] \leftarrow \min_T \frac{1}{N(q)} \sum_i p_i, T(q_i), P_i \in P_t. \quad (2.20)$$

7. Transformace, translace

$$Q_v \leftarrow T(Q_v). \quad (2.21)$$

8. Iterace do splnění požadované přesnosti mezi po sobě jdoucími iteracemi.



Obrázek 2.3: Schéma iterativního postupu ICP [27]

Coherent Point Drift

Podrobný popis metody najde čtenář v literatuře [25, 28, 29]. Metoda CPD (z angl. coherent point drift) využívá Gaussovských pravděpodobnostních modelů [28] pro zachování topologické struktury dat. Algoritmus je stavěný na přítomnost šumu, odlehlých hodnot nebo chybějících bodů. Složitost výpočtů je klasifikovaná jako lineární, což přispívá k jeho rychlosti. Algoritmus dokáže také najít řešení pro data s různými měřítky v souřadnicích x, y, z (transformační klíč odpovídá afinní transformaci) [28].

Z měření pozemním laserovým skenerem předpokládáme nezkreslené rozložení bodů, a proto je níže popsán postup jen pro transformace bez použití více měřítek.

1. Inicializace $\mathbf{R} = \mathbf{I}; \mathbf{t} = \mathbf{0}; s = 1; 0 \leq w \leq 1$

$$\sigma = \frac{1}{DNM} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \|\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_m\|^2, \quad (2.22)$$

kde D je dimenze a N, M jsou počty bodů v mračcích $\mathbf{X}_{N \times D}, \mathbf{Y}_{M \times D}$.

2. EM optimalizace, opakování do konvergence

- krok-E: výpočet váhové matice \mathbf{P}

$$p_{mn} = \frac{\exp \frac{-1}{2\sigma^2} \|x_n - (s\mathbf{R}\mathbf{y}_m + \mathbf{t})\|^2}{\sum_{k=1}^M \exp \frac{-1}{2\sigma^2} \|x_n - (s\mathbf{R}\mathbf{y}_k + \mathbf{t})\|^2 + (2\pi\sigma^2)^{D/2} \frac{w}{1-w} \frac{M}{N}} \quad (2.23)$$

- krok-M: řešení $\mathbf{R}, s, \mathbf{t}, \sigma^2$:

$$\begin{aligned} N_{\mathbf{P}} &= \mathbf{1}^T \mathbf{P} \mathbf{1}, \\ \mu_{\mathbf{x}} &= \frac{1}{N_{\mathbf{P}}} \mathbf{X}^T \mathbf{P}^T \mathbf{1}, \mu_{\mathbf{y}} = \frac{1}{N_{\mathbf{P}}} \mathbf{Y}^T \mathbf{P}^T \mathbf{1}, \\ \hat{\mathbf{X}} &= \mathbf{X} - \mathbf{1} \mu_{\mathbf{x}}^T, \hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y} - \mathbf{1} \mu_{\mathbf{y}}^T, \\ \mathbf{A} &= \hat{\mathbf{X}}^T \mathbf{P}^T \hat{\mathbf{X}}, \mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{S}^T, \\ \mathbf{R} &= \mathbf{U} \mathbf{C} \mathbf{V}^T, \mathbf{C} = d(1, \dots, 1, \det(\mathbf{U} \mathbf{V}^T)), \\ s &= \frac{\text{tr}(\mathbf{A}^T \mathbf{R})}{\text{tr}(\hat{\mathbf{Y}}^T d(\mathbf{P} \mathbf{1}) \hat{\mathbf{Y}})}, \mathbf{t} = \mu_{\mathbf{x}} - s \mathbf{R} \mu_{\mathbf{y}}, \\ \sigma^2 &= \frac{1}{N_{\mathbf{P}} D} (\text{tr}(\hat{\mathbf{X}}^T d(\mathbf{P}^T \mathbf{1}) \hat{\mathbf{X}}) - s \text{tr}(\mathbf{A}^T \mathbf{R})), \end{aligned}$$

kde $\tau(\mathbf{Y})$ je funkce transformace, $\mathbf{1}$ je jednotkový vektor a $d(\mathbf{a})$ je diagonální matice vzniklá z vektoru \mathbf{a} . $\mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{S}^T$ je rozklad singulární hodnoty (Singular Value Decomposition) [28].

3. Transformace a translace

$$\tau(\mathbf{Y}) = s\mathbf{Y}\mathbf{R}^T + \mathbf{1}\mathbf{t}^T, \quad (2.24)$$

4. Váhy podobnosti jednotlivých bodů jsou v matici \mathbf{P} .

Normal-distributions Transform

Podrobný popis metody najde čtenář v literatuře [25, 26, 30–32]. Metoda NDT (z angl. Normal Distributions Transform) může být do češtiny volně přeložena jako Transformace na základě normálního rozdělení. Autoři Biber a Straßer v roce 2003 [30] přišli s inovativní myšlenkou transformace mračen bodů na základě funkce rozdělení hustoty pravděpodobnosti PDF - Probability Density Function. Ta je představena na obr. 2.4 pro prostory 1D, 2D a 3D.

Skenovaný prostor se rozdělí pravidelnou mřížkou na elementární krychličky pro body ve 3D (pro body ve 2D na čtverce). Pro každou z nich se vypočte funkce PDF na základě rozložení naskenovaných bodů [30]

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{D/2} \sqrt{|\Sigma|}} \exp - \frac{(\mathbf{x} - \mu)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \mu)}{2}, \quad (2.25)$$

kde μ je střední vektor a Σ je kovarianční matice bodů skenu, kde \mathbf{x} leží. Jmenovatel $(2\pi)^{D/2} \sqrt{|\Sigma|}$ pak upravuje měřítko funkce tak, aby integrovaný interval byl od nuly do jedné. Pro střední vektor a kovarianční matici platí:

$$\mu = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \mathbf{y}_k, \quad (2.26)$$

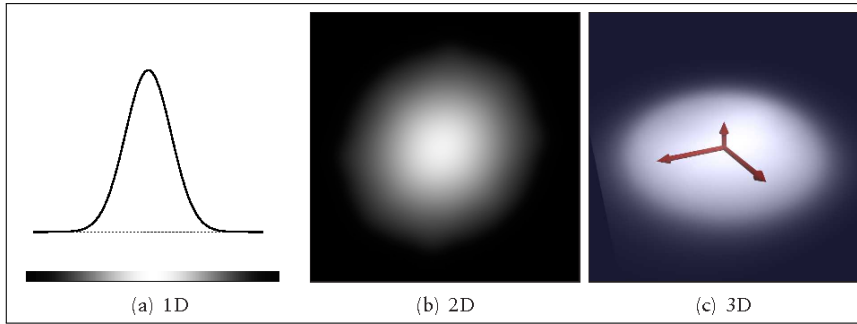
$$\Sigma = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (\mathbf{y}_k - \mu)(\mathbf{y}_k - \mu)^T, \quad (2.27)$$

kde $\mathbf{y}_{k=1, \dots, m}$ jsou body obsažené v elementárních krychličkách.

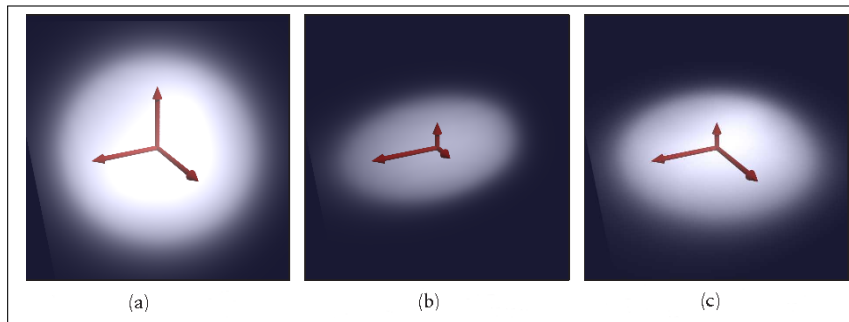
Každé normální rozdělení poskytuje spojitě zobrazení části mračna. Každou funkci PDF si můžeme představit jako charakteristiku jednotlivých elementárních krychlí popisující jejich polohu, orientaci a hladkost. V případě 3D - znázorněném na obrázku 2.5 - může normální rozdělení popisovat bod nebo kouli (pokud jsou velikosti odchylek ve všech směrech podobné), linii (pokud je odchylka v jednom směru mnohem větší než u ostatních dvou) nebo rovinu (pokud je odchylka v jednom směru mnohem menší než u ostatních dvou).

Výpočet neznámých se provádí pomocí Newtonova optimalizačního algoritmu [30]. Minimalizují se prvky rotace a translace

$$\mathbf{p} = (\alpha, \beta, \gamma, t_x, t_y, t_z), \quad (2.28)$$



Obrázek 2.4: Ukázka funkce PDF v prostoru (a) 1D (b) 2D (c) 3D [31]



Obrázek 2.5: Ukázka 3D PDF pro (a) kouli (b) linii (c) plochu [31]

podle předpisu

$$\mathbf{H}\Delta\mathbf{p} = -\mathbf{g}, \quad (2.29)$$

kde

$$g_i = \frac{\partial f}{\partial p_i}, \quad (2.30)$$

a \mathbf{H} je Hessova matice druhých parciálních derivací

$$H_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial p_i \partial p_j}. \quad (2.31)$$

Řešením je přírůstek $\Delta\mathbf{p}$, který je přičtený k původnímu odhadu

$$\mathbf{p} \leftarrow \mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}. \quad (2.32)$$

Samotná transformace je pak [31]

$$T(\mathbf{p}, \mathbf{x}) = \mathbf{R}_x \mathbf{R}_y \mathbf{R}_z \mathbf{x} + \mathbf{t}. \quad (2.33)$$

Výhodou metody je, že lze počítat takzvanou 6D transformaci, kde spolu s parametry geometrie vstupují do výpočtu také barvy. Ideální je to pro zpracování skenů z interiérů (kostely, byty, kanceláře, obchody).

Základní srovnání algoritmů ICP, CPD, NDT

Všechny tři metody ICP, CPD a NDT, jak bylo uvedeno v kapitolách 2.1.3 - 2.1.3, odlišným způsobem počítají transformaci mračna bodů. Všechny jsou však založené na optimalizačních algoritmech [15, 24, 28, 30, 31]. Před výpočtem transformačního klíče metodami ICP a NDT je nezbytné mračna bodů na sebe přibližně navázat, protože algoritmy řeší pouze lokální transformaci. To však neplatí pro metodu CPD, která řeší transformaci globální. Jednotlivé charakteristiky funkcí jsou shrnuty v tabulce 2.1.

Tabulka 2.1: Charakteristika výpočetních algoritmů ICP, CPD a NDT [15].

Funkce	popis	výpočet
pregistericp	Lokální shodnostní transformace mračen bodů.	nejrychlejší
pregistercpd	Globální transformace (shodnostní i afiní).	pomalejší
pregisterndt	Lokální shodnostní transformace pro mračna bodů s různým rozlišením a hustotou, poradí si s odlehlými hodnotami.	rychlý

Vzájemné porovnání transformací pomocí výše zmíněných algoritmů lze provést řadou způsobů. Jedním jednoduše použitelným a v praxi často aplikovaným je statistická veličina RMS (z angl. root mean square), která je definovaná [15, 20]:

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}}, \quad (2.34)$$

kde x_1, x_2, \dots, x_n jsou vzdálenosti mezi charakteristickými body. Její výpočet je implementován ve všech třech testovaných algoritmech. Na základě této hodnoty můžeme porovnávat nejen výpočetní algoritmy mezi sebou, ale i výpočty jednoho algoritmu s jinou vstupní konfigurací.

2.2 Fyzikální základy pozemního laserového skenování

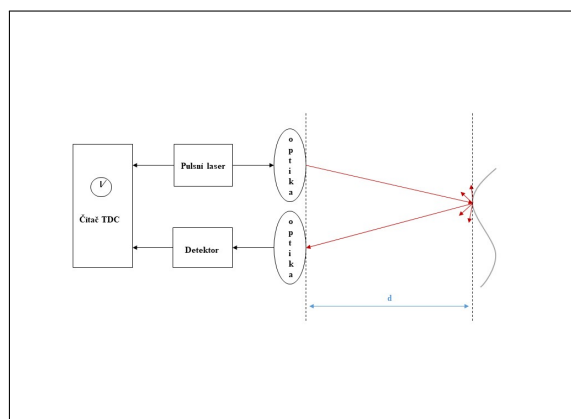
Matematický model určování polohy bodů optickým skenerem je narušován fyzikálními vlastnosti prostředí, ve kterém skenování probíhá, a materiálů, od kterých se použité záření odráží. Zejména jsou výsledky ovlivněné teplotou, tlakem a vlhkostí vzduchu, elektrickými vlastnostmi vnitřních obvodů v přístroji a vlastnostmi laserového paprsku. V následujících kapitolách budou vybrané fyzikální vlivy na měření pozemním laserovým skenerem rozebrány.

2.2.1 Bezkontaktní měření vzdáleností metodou tranzitního času (TOF)

Metoda tranzitního času (Time-of-Flight) [7, 9, 33, 34] je základní a nejčastěji používanou metodou bezkontaktního měření vzdáleností při terestrickém laserovém skenování zejména pro svou vysokou frekvenci. Je založena na velmi přesném měření času trvání šíření pulzu elektromagnetického vlnění prostorem mezi zdrojem a cílem pulzu. Uvažujme situaci na obr. 2.6. Pulz je generován pulzní diodou. Následně je v přístroji dělen (např. na polopropustném zrcadle) a jedna jeho část zapne čítač. Druhá část je vyslaná do prostoru a po odrazu od předmětu se vrátí do přístroje, kde vypne čítač. Čítač je elektronická součástka, která počítá součet period generovaných oscilátorem. Počet period se technikami šíření signálu převede na tranzitní čas vlny [7, 9, 33–35]. Pro měřenou vzdálenost D poté platí [36]

$$2D = c\tau, \quad (2.35)$$

kde $c = c_0/n$ je rychlost šíření pulzu prostorem, $c_0 = 299\,792\,458 \text{ ms}^{-1}$ je rychlost světla ve vakuu [18, 19], n je index lomu prostředí a τ je měřený tranzitní čas.



Obrázek 2.6: Schéma jednotky TOF [7, 9, 33, 34, 36]

Požadujeme-li milimetrovou přesnost měřené vzdálenosti, musí být čas τ měřen s pikosekundovou přesností. Řádový odhad můžeme provést snadnou úvahou. Předpokládáme-li index lomu prostředí, ve kterém se pulz šíří, pro jednoduchost $n = 1$ (přibližná hodnota pro vzduch), poté po dosazení do rovnice (2.35), diferenciaci a po úpravě dostáváme v prvním přiblížení odhad požadované přesnosti měření tranzitního času $\delta\tau$

$$\delta\tau = 2 \frac{\delta D}{c_0}. \quad (2.36)$$

Dosazením za rychlost světla c_0 a předpokládanou chybu měření vzdálenosti $\delta D = 1$ mm dostáváme

$$\delta t = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{299\,792\,458 \text{ ms}^{-1}} = 6.67 \cdot 10^{-12} \text{ s} = 6.67 \text{ ps}. \quad (2.37)$$

Pro milimetrovou přesnost měření vzdálenosti je tedy nutné měřit čas s rozlišením na pikosekundy [36]. Jednotky pro měření času (časovače) jsou dále popsány v článku, jehož kopie je také uvedena v příloze této diplomové práce [36].

Označíme-li tranzitní čas jako τ a registrovanou hodnotu amplitudy nebo počtu pulzů jako $I(\tau)$, poté můžeme odhad měřeného tranzitního času $\bar{\tau}$, který poté při měření vzdáleností považujeme za cílovou hodnotu, určit např. jako těžiště (první moment) podle vztahu [9, 20]

$$\bar{\tau} = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau I(\tau) d\tau, \quad P = \int_{-\infty}^{+\infty} I(\tau) d\tau, \quad (2.38)$$

kde integraci provádíme numericky na zkoumaném rozsahu tranzitních časů. Ne-

jistotu σ_τ poté můžeme určit jako odmocninu z variance σ_τ^2 , pro kterou platí

$$\sigma_\tau^2 = \left(\frac{1}{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau^2 I(\tau) d\tau \right) - \bar{\tau}^2. \quad (2.39)$$

Vzdálenost $D_{\bar{\tau}}$ a její nejistota σ_D odpovídající vypočtenému tranzitnímu času $\bar{\tau}$ a jeho nejistotě σ_τ poté bude dána jako

$$D_{\bar{\tau}} = \frac{c}{2} \bar{\tau}, \quad \sigma_D = \frac{c}{2} \sigma_\tau, \quad (2.40)$$

kde c značí rychlost šíření pulzu prostorem [36].

Předpokládejme dále, že samotné sepnutí čítače bude ovlivněné náhodnou chybou. Bez další znalosti vlastností čítače můžeme uvažovat, že chyba sepnutí bude mít rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti se šířkou intervalu $\Delta\tau$. Poté nejistotu $u_{\Delta\tau}$ můžeme odhadnout jako směrodatnou odchylku daného rovnoměrného rozdělení, tedy

$$u_{\Delta\tau} = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{12}}. \quad (2.41)$$

Výslednou nejistotu u_τ měřeného tranzitního času poté můžeme odhadnout jako kvadratický součet výše zmíněných nejistot, tedy platí

$$u_\tau = \sqrt{\sigma_\tau^2 + u_{\Delta\tau}^2}, \quad (2.42)$$

a pro nejistotu u_D měřené vzdálenosti D následně dostáváme odhad [36]

$$u_D = \frac{v}{2} \sqrt{\sigma_\tau^2 + u_{\Delta\tau}^2}. \quad (2.43)$$

2.2.2 Odrazivost záření od přírodních povrchů

Odrazivost je optická vlastnost materiálů, která se vyjadřuje poměrem intenzity dopadajícího záření k intenzitě záření odraženému [19]. Koeficient reflexivity R , který tuto vlastnost kvantitativně charakterizuje, je závislý na materiálu (chemickém složení, struktuře, teplotě, drsnosti, barvě), na kterém dochází k odrazu, tak na typu dopadajícího osvětlení (vlnové délce, polarizaci světla, apod.) [36].

Označíme-li $I_0(\lambda)$ jako intenzitu dopadajícího záření na odraznou plochu, $I_r(\lambda)$ intenzitu odraženého záření a λ vlnovou délku světla, poté spektrální koeficient odrazivosti R_λ pro jednu vlnovou délku bude dána vztahem [36]

$$R_\lambda = R(\lambda) = \frac{I_r(\lambda)}{I_0(\lambda)}. \quad (2.44)$$

Koeficient odrazivosti R pro vybranou šířku vlnových délek λ_1 až λ_2 bude poté dán vztahem [36]

$$R = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_r(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_0(\lambda) d\lambda} . \quad (2.45)$$

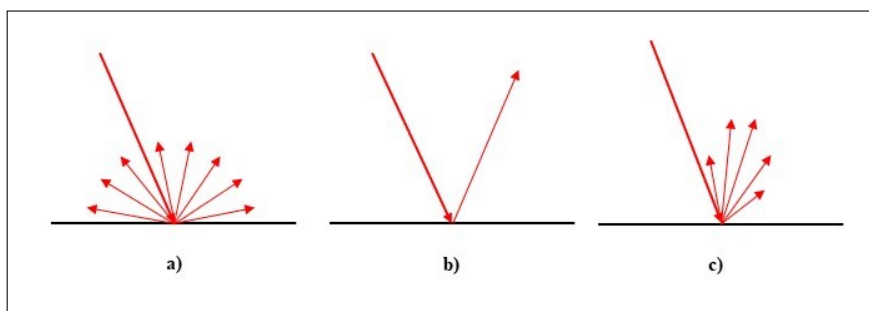
Pro měření vzdáleností bezkontaktními metodami je odrazivost povrchu velmi důležitá vlastnost. Při dopadu záření na plošku odrazné plochy se tato stává zdrojem odraženého záření. Jestliže jsou vlastnosti povrchu takové, že dojde k odrazu záření přesně ve směru příchozího záření, může poté detektor registrovat odraženou intenzitu. V opačném případě toto není možné a bezkontaktní metody selhávají. Odrazivost může být obecně dělena do tří základních kategorií v závislosti na typu povrchu, na kterém k odrazu záření dochází [19, 34, 36]:

- Lambertovský povrch (ideálně matný, ideálně difúzní povrch) odráží světelnou energii rovnoměrně do všech směrů [18, 19, 37]. Takový povrch ve skutečnosti neexistuje, ale v realitě se mu blíží stěny zděných budov (omítky) nebo školní tabule.
- Zrcadlové plochy disponují vlastností dokonalého odrazu [37], který se řídí zákonem odrazu. Záření tak zpět k detektoru nedorazí.
- Speciálním druhem zrcadlových ploch jsou povrchy lesklé. Paprsek se tříští, ale dominantním směrem následného šíření je směr dokonalého odrazu. Náznorný příklad je na obr. 2.7. Tyto vlastnosti materiálů negativně ovlivňují měření vzdáleností bezkontaktní metodou. Ve většině situací proto není vhodné měřit za mokra, zejména jsou-li odrazné plochy skloněné oproti směru zářměrného paprsku [36].

V dalších částech této práce budeme dále předpokládat, že při měření vzdáleností dochází k odrazu na Lambertovském povrchu.

Obdobně jako odrazivost má vliv na registrované hodnoty měření i transmisivita atmosféry, která vyjadřuje poměr intenzity prošlé určitou vzdáleností oproti intenzitě na počátku této vzdálenosti. Transmisivita je kvantitativně charakterizovaná, obdobně jako reflexivita, koeficientem transmisivity T , který je také závislý na atmosférických podmínkách a vlastnostech procházejícího záření. Koeficient transmisivity T nelze nikdy přesně určit (atmosférické podmínky jsou časově a prostorově proměnné) a musíme se spokojit pouze s idealizovanými modely [36].

Odrazivost materiálů a transmisivita atmosféry mají tedy na bezkontaktní měření vzdáleností vysoký vliv. Pro difúzně odrazivý cíl, jako je budova nebo skála,



Obrázek 2.7: Schéma šíření elmag. záření při dopadu na a) Lambertovský povrch b) zrcadlový povrch a c) lesklý povrch [7, 9, 34, 36].

lze odražené záření idealizovat jako hemisféricky rozptýlené (viz obr. 2.7). Intenzita rychle klesá na každou stranu. Výkon záření, které se od cíle odrazí a vrátí zpět na detektor, bude ve skutečnosti nepatrný zlomek původně vyslaného signálu. Označíme-li výkon výstupního signálu P_v a P_p výkon přijímaného signálu, potom podle [38] platí za předpokladu odrazu na Lambertovském povrchu [36]

$$P_p = R \frac{AT^2}{2\pi D^2} P_v, \quad (2.46)$$

kde R značí koeficient reflexivity, A plochu detektoru, T koeficient transmisivity atmosféry a D je vzdálenost. Při měření vzdáleností musí detektor tedy dostatečně zesilovat příchozí signál, aby bylo možné měření správně vyhodnotit.

V tab. 2.2 jsou zobrazeny reflexivity vybraných materiálů tak, jak je prezentuje na webových stránkách společnost Riegl [2]. V další literatuře, např. [38, 39], se na tyto hodnoty autoři zpravidla odkazují.

2.2.3 Gaussovské svazky

Gaussovské svazky mají velký význam v laserové technice, protože popisují vlastnosti záření generovaného lasery [9, 18, 19, 37, 40, 41]. Uvažujme příčně neomezené gaussovské svazky. Jsou to takové svazky, jejichž intenzita v příčném směru klesá podle funkce [18, 19, 36, 40, 41] (označíme-li směr šíření vlnění jako z)

$$\exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{a}\right), \quad (2.47)$$

kde a je konstanta.

Intenzitu pole v bodě $[x, y, z]$ poté můžeme popsat vztahem

$$I(x, y, z) = K |U(x, y, z)|^2, \quad (2.48)$$

Tabulka 2.2: Reflexivita vybraných materiálů [2, 36].

Materiál	Odrazivost (%)
Řezaná borovice (čistá, suchá)	94
Sníh	80–90
Bílé zdivo	85
Vápenec, jíl	≤ 75
Listnaté stromy	≈ 60
Jehličnaté stromy	≈ 30
Uhličitanový písek (suchý)	57
Uhličitanový písek (mokrý)	41
Plážový písek, pouštní oblasti	≈ 50
Hrubá dřevěná paleta (čistá)	25
Hladký beton	24
Asfalt s oblázky	17
Láva	8
Černý neopren (syntetická guma)	5

kde K je konstanta a U je komplexní amplituda daná vztahem [18]

$$U(x, y, z) = \frac{w_0}{w(z)} \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right] \exp \left[i \left(\varphi(z) - k \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} - kz \right) \right]. \quad (2.49)$$

kde

$$w(z) = \frac{w_0}{z_0} \sqrt{z_0^2 + z^2}, \quad z_0 = k \frac{w_0^2}{2}, \quad \varphi(z) = \arctan \frac{z}{z_0}, \quad R(z) = z \left(1 + \frac{z_0^2}{z^2} \right),$$

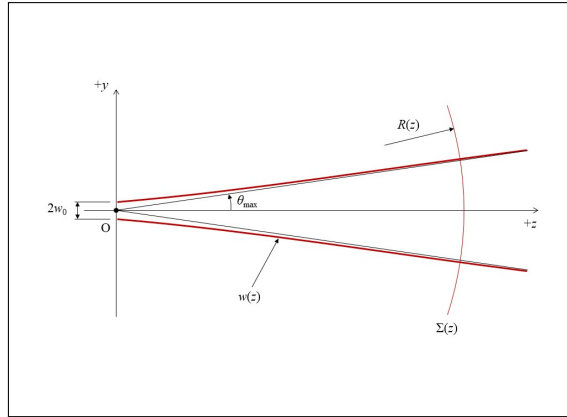
$$k = 2\pi/\lambda.$$

Hodnota w_0 značí tzv. poloměr nejužšího místa gaussovského svazku a λ je vlnová délka záření. (Komplexní amplituda vyjadřuje složku vektoru intenzity elektrického nebo magnetického pole. Podrobné vysvětlení a podmínky platnosti viz [18, 19, 41].)

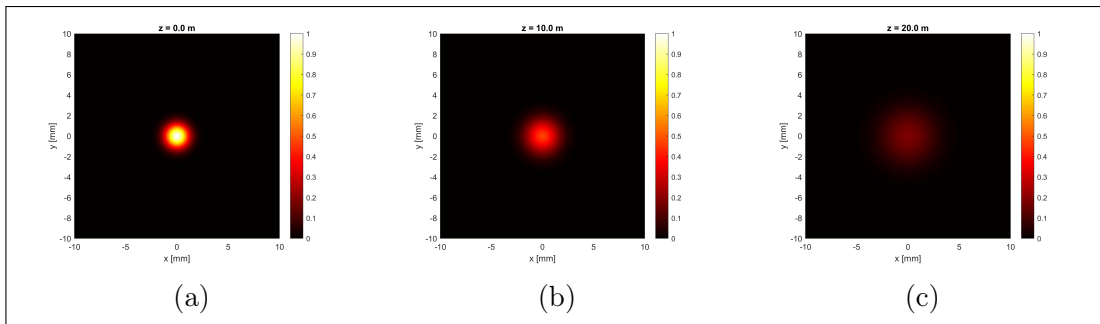
Dosazením do (2.48) můžeme po úpravě pro intenzitu příčně neomezeného gaussovského svazku v bodě $[x, y, z]$ psát [36]

$$I(x, y, z) = K \left[\frac{w_0}{w(z)} \right]^2 \exp \left[-\frac{2(x^2 + y^2)}{w^2(z)} \right]. \quad (2.50)$$

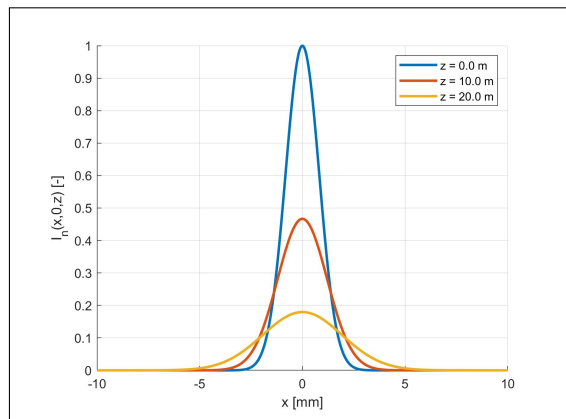
Na obr. 2.8 je ukázáno schéma gaussovského svazku se zobrazením vybraných parametrů. Na obr. 2.9a-2.9c jsou ukázány normované intenzity ($I_n(0, 0, 0) = 1$)



Obrázek 2.8: Schéma a parametry gaussovského svazku [18, 36].



Obrázek 2.9: Normovaná intenzita gaussovského svazku ($I_n(0, 0, 0) = 1$) v rovině kolmé na směr šíření ve vzdálenosti: a) 0 m, b) 10 m, c) 20 m, pro parametry svazku: $w_0 = 1.637$ mm, $\lambda = 900$ nm [36].



Obrázek 2.10: Normovaná intenzita gaussovského svazku pro $y = 0$ pro různé vzdálenosti z [36].

v rovinách kolmých na směr šíření svazku pro různé hodnoty z . Obr. 2.10 poté ukazuje normované intenzity v tentýž rovinách pro $y = 0$.

Analýzou asymptot gaussovského svazku lze ukázat, že pro úhel rozbíhavosti θ platí [18, 19, 36, 40, 41]

$$\tan \theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}. \quad (2.51)$$

Pro malé úhly poté můžeme psát

$$w_0 \theta = \frac{\lambda}{\pi}. \quad (2.52)$$

Je tak zřejmé, že v případě gaussovských svazků nelze nezávisle změnit poloměr nejužšího místa svazku a rozbíhavost svazku. Zmenšíme-li hodnotu w_0 , je třeba odpovídajícím způsobem změnit úhel θ .

2.2.4 Vliv velikosti stopy laserového svazku na šikmé odrazné ploše na měření tranzitního času

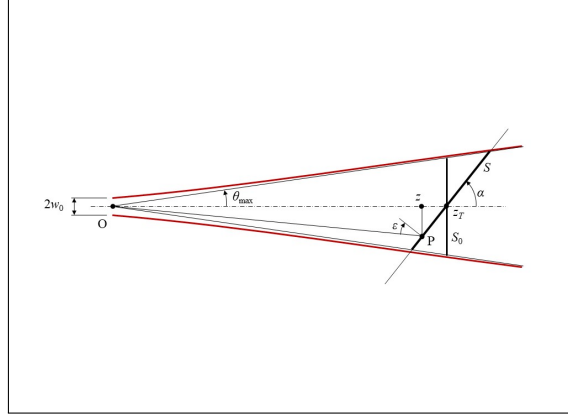
Zabývejme se nyní případem, kdy gaussovský svazek dopadá na nakloněnou rovinu. Uvažujme situaci zobrazenou na obr. 2.11. Příčně neomezený gaussovský svazek o poloměru nejužšího místa w_0 se šíří podél osy z a dopadá na rovinu skloněnou o úhel α , která protíná osu šíření ve vzdálenosti z_T . Intenzitní obrazec na této rovině poté bude pokrývat plochu S , která bude eliptická a rozložení intenzity lze určit pomocí vztahu (2.48). Předpokládejme dále, že na hlavní ose eliptické stopy leží bod P o souřadnicích $[0, y, z]$. S uvážením geometrie na obr. 2.11 můžeme pro souřadnice průsečíku psát [36]

$$y = z_s \sin \alpha, \quad z = z_T + z_s \cos \alpha, \quad z_s = z_T \frac{\sin \theta}{\sin(\theta + \alpha)}. \quad (2.53)$$

Zanedbáme-li malé zakřivení elementu svazku, který prochází tímto bodem, můžeme pro tranzitní čas τ trvání cesty pulzu z místa středu nejužšího průměru svazku O do tohoto bodu P psát [36]

$$\tau = \frac{2\sqrt{y^2 + z^2}}{v}, \quad (2.54)$$

kde v značí rychlost šíření pulzu prostorem. Za ideálního případu, kdy se všechny body na stopě svazku na nakloněné rovině stanou elementárními zdroji záření, které se vrací zpět do záměrného zařízení, můžeme vyjádřit tranzitní čas τ_{\max} pro



Obrázek 2.11: Průsečík stopy gaussovského svazku s nakloněnou rovinou [36].

maximální úhel θ_{\max} po dosazení (2.53) do (2.54) jako [36]

$$\begin{aligned}\tau_{\max} &= \frac{2z_T}{v} \sqrt{\left[1 + \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{\sin(\alpha + \theta_{\max})}\right]^2 + \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^2(\alpha + \theta_{\max})}} \\ &= \frac{2z_T}{v \sin(\alpha + \theta_{\max})} \sqrt{[\sin \alpha \cos \theta_{\max} + 2 \cos \alpha \sin \theta_{\max}]^2 + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta_{\max}}.\end{aligned}\quad (2.55)$$

Pro malé úhly rozptylu dále s uvážením

$$\begin{aligned}\sin \theta_{\max} &\doteq \theta_{\max}, \quad \cos \theta_{\max} \doteq 1, \\ \sin(\alpha + \theta_{\max}) &\doteq \sin \alpha + \theta_{\max} \cos \alpha, \quad \theta_{\max}^2 \doteq 0\end{aligned}$$

po delší úpravě dostáváme [36]

$$\tau_{\max} \doteq \frac{2z_T}{v(\sin \alpha + \theta_{\max} \cos \alpha)} \sqrt{\sin^2 \alpha + 2\theta_{\max} \sin 2\alpha}.\quad (2.56)$$

Rozdíl $\Delta\tau = \tau_{\max} - \tau_{\min}$, kdy τ_{\min} získáme stejným postupem pouze se záměnou $\theta_{\min} = -\theta_{\max}$, lze poté psát jako [36]

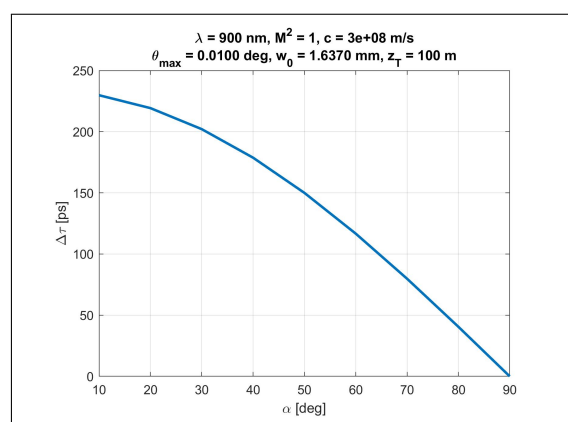
$$\Delta\tau = \frac{2z_T}{v} \left(\frac{\sqrt{\sin^2 \alpha + 2\theta_{\max} \sin 2\alpha}}{\sin \alpha + \theta_{\max} \cos \alpha} - \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - 2\theta_{\max} \sin 2\alpha}}{\sin \alpha - \theta_{\max} \cos \alpha} \right).\quad (2.57)$$

Úpravou a zjednodušením, kdy uvážíme opět zjednodušení pro malé úhly viz předchozí případ, dostáváme [36]

$$\Delta\tau \doteq \frac{2z_T}{v} \left(\sqrt{\sin^2 \alpha + \theta_{\max} \sin 2\alpha} - \sqrt{\sin^2 \alpha - \theta_{\max} \sin 2\alpha} \right).\quad (2.58)$$

Hodnota $\Delta\tau$ definuje, s jakým minimálním rozlišením musí čítač pulzů pracovat, aby náklon plochy vůbec ovlivnil určení vzdálenosti metodou TOF. Respektive bude-li vzorkování čítače horší, než je alespoň polovina $\Delta\tau$, poté šířka stopy svazku dopadající na nakloněnou rovinu nemůže ovlivnit výsledky měření vzdáleností metodou TOF. V případě, že čítač je schopen vzorkovat měřené intenzity s frekvencí, která dostatečně pokryje interval $\Delta\tau$, poté můžeme přistoupit k charakteristice přesnosti určení tranzitního času τ [36].

Na obr. 2.12 je zobrazena závislost hodnoty $\Delta\tau$ na úhlu natočení odrazné roviny pro parametry $\lambda = 900 \text{ nm}$, $M^2 = 1$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $\theta_{\max} = 0.0100^\circ$, $w_0 = 1.6370 \text{ mm}$ (parametry dálkoměru laserového skeneru Riegl VZ-400i [2]) a $z_T = 100 \text{ m}$ [36].



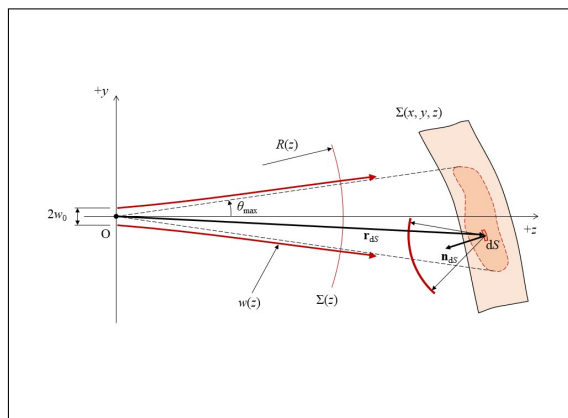
Obrázek 2.12: Závislost $\Delta\tau$ na úhlu natočení odrazné roviny α [36].

2.2.5 Vliv nerovinné geometrie cílového objektu na registrovanou intenzitu odraženého pulzu

Nerovinná geometrie cílových objektů je dalším ze zdrojů, který ovlivní přesnost měření vzdálenosti metodou tranzitního času. Jak bylo ukázáno, stopa gaussovského svazku není bod, ale ploška určité rozlohy. Jelikož s narůstající vzdáleností dochází k rozšiřování této stopy, může při měření geometricky nerovinných ploch (např. vnitřní roh mezi dvěma zdmi) dojít ke zkreslení registrovaného rozložení intenzity [36].

Uvažujme situaci zobrazenou na obr. 2.13. Příčně neomezený gaussovský svazek s polohou nejužšího místa v počátku soustavy souřadnic, jehož rozbíhavost je dána parametry w_0 a θ_{\max} , postupuje prostorem podél osy z a dopadá na nerovinnou topografii popsanou funkcí $\Sigma(x, y, z)$. Na této ploše se promítne stopa gaussovského svazku do tvaru, který závisí právě na geometrii topografie odrazné plochy. Intenzita v jednotlivých bodech stopy může být popsána rovnicí (2.48). Uvnitř stopy se

elementární ploška dS , jejíž poloha bude dána polohovým vektorem \mathbf{r}_{dS} a náklon jednotkovým normálovým vektorem \mathbf{n}_{dS} , se po odrazu stane zdrojem elementárních sférických vln [19] a tato vlna se zpět šíří prostorem. V dalším předpokládejme, že povrch, od kterého se záření odráží, je Lambertovský [18, 19, 37, 41], tj. ideálně matný a difúzní odrážející světelnou energii rovnoměrně do všech směrů. Detektor odraženého záření uvažujme pro jednoduchost v počátku souřadnic. Registrované pole v místě detektoru je poté dáno superpozicí elementárních odražených vln (dle principu superpozice [18, 19, 41]) [36].



Obrázek 2.13: Odraz gaussovského svazku od nerovinné plochy $\Sigma(x, y, z)$ [36].

Pro komplexní amplitudu dU , která bude dána příspěvkem elementární plošky dS , v místě detektoru poté můžeme psát [18, 19, 36, 41]

$$dU = -\frac{i}{\lambda} R_{dS} U(\mathbf{r}_{dS}) \frac{\exp(ikr_{dS})}{r_{dS}} \cos(-\mathbf{r}_{dS}, \mathbf{n}_{dS}) dS, \quad (2.59)$$

kde $i = \sqrt{-1}$ značí komplexní jednotku, λ vlnovou délku záření, R_{dS} je koeficient odrazivosti, $U(\mathbf{r}_{dS})$ je komplexní amplituda v místě \mathbf{r}_{dS} , $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ je vlnové číslo, r_{dS} je velikost vektoru \mathbf{r}_{dS} a $\cos(-\mathbf{r}_{dS}, \mathbf{n}_{dS})$ značí kosinus úhlu mezi vektorem $-\mathbf{r}_{dS}$ a jednotkovým normálovým vektorem \mathbf{n}_{dS} .

Označme nyní $S_{\Delta t}$ sumu elementárních plošek dS takových, na které dopadá a odráží se gaussovský svazek v časovém intervalu Δt . Pro tranzitní čas τ registrovaný v detektoru bude platit $\tau = 2t$, a tedy pro interval $\Delta\tau$ bude platit $\Delta\tau = 2\Delta t$. Komplexní amplituda $U(\Delta\tau)$ registrovaná v detektoru v určitém časovém intervalu tranzitního času $\Delta\tau$ (předpokládáme-li, že koherentní čas [18, 19, 41] daného záření je delší než interval $\Delta\tau$) bude dána superpozicí příspěvků elementárních plošek, na které dopadalo záření v časovém intervalu $\Delta t = \Delta\tau/2$. Můžeme pro ní

tedy psát [36]

$$U(\Delta\tau) = \int_{S_{\Delta t}} dU = -\frac{i}{\lambda} \int_{S_{\Delta t}} R_{dS} U(\mathbf{r}_{dS}) \frac{\exp(ikr_{dS})}{r_{dS}} \cos(-\mathbf{r}_{dS}, \mathbf{n}_{dS}) dS, \quad (2.60)$$

kde integraci provádíme přes plochu $S_{\Delta t}$. Registrovaná intenzita záření v daném intervalu $\Delta\tau$ poté bude dána jako [36]

$$I(\Delta\tau) = K |U(\Delta\tau)|^2, \quad (2.61)$$

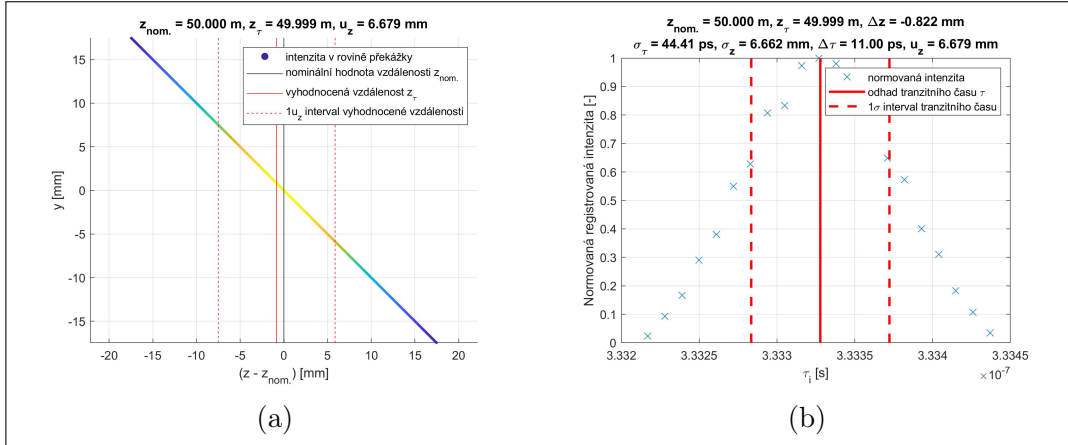
kde K značí konstantu.

Tímto způsobem lze získat sadu dat pro analýzu vlivu geometrického rozložení objektu na registrovanou intenzitu v závislosti na tranzitním čase τ . Pomocí vztahů (2.38)–(2.43) následně můžeme určit odhad skutečné hodnoty měřeného tranzitního času $\bar{\tau}$, odhad odpovídající vzdálenosti $D_{\bar{\tau}}$ a její nejistoty u_D .

Příklady

V této části ukážeme na dvou příkladech vybrané analýzy pro dálkoměr, kde předpokládáme, že záměrný paprsek se šíří ve formě příčně neomezeného gaussovského svazku a jeho parametry odpovídají pozemnímu laserovému skeneru Riegl VZ-400i [2], a to konkrétně: $\theta_{\max} = 0,0100^\circ$, $w_0 = 1,6370$ mm, $\lambda = 900$ nm, za předpokladu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s a rozlišení čítače $\Delta\tau = 11$ ps. Dále byl předpokládán konstantní koeficient odrazivosti pro jednotlivé body odrazné plochy. Pro analýzu byl použit algoritmus popsáný v předchozí části práce naprogramovaný v softwaru Matlab. Z výsledků je patrné, že pro velmi přesné měření vzdáleností jsou chyby způsobené rozbíhavostí gaussovského svazku při odrazech na různých typech geometrií nezanedbatelné a nejistota rekonstruované vzdálenosti se zvyšuje s narůstajícím sklonem odrazné plochy. Analýzu lze velmi snadno naprogramovat a zkoumat i další geometrie odrazných ploch [36].

Nejprve se zabývejme vlivem sklonu odrazné cílové plochy na měřenou hodnotu tranzitního času a rekonstruovanou vzdálenost. Uvažujme nominální vzdálenost $z_{nom.} = 50$ m. Na obr. 2.14a a 2.14b je zobrazena numerická analýza dané situace pro sklon roviny 45° postupem a s výstupy popsány v předchozích kapitolách práce. Obr. 2.14a zobrazuje rozměrové analýzy, tj. schéma skloněné plochy a hodnoty rekonstruované vzdálenosti, obr. 2.14b poté ukazuje numerickou rekonstrukci a záznam normované intenzity ($I_{\max} = 1$) registrované čítačem. Je zřejmé, že vliv na přesné měření vzdáleností není v tomto případě zanedbatelný. Odhad nejistoty měřené vzdálenosti je v daném případě $u_z = 6,679$ mm. Tab. 2.3 ukazuje výsledky analýzy pro různé sklony odrazné rovinné plochy oproti kolmému dopadu. Je patrné, že absolutní chyba je podobná pro všechny případy a může být



Obrázek 2.14: Rekonstrukce vzdálenosti měřené metodou tranzitního času pro rovinnou plochu pod sklonem 45° [36].

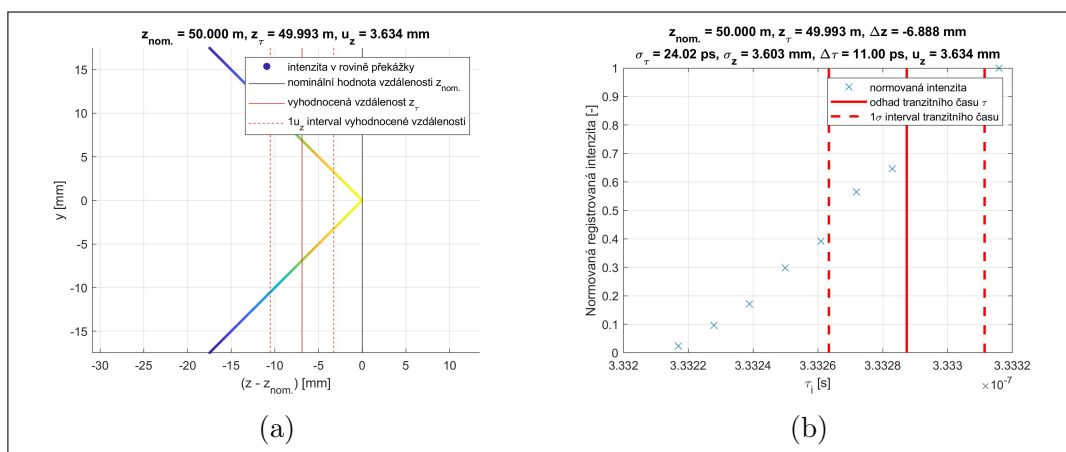
Tabulka 2.3: Chyba Δz měřené vzdálenosti a odhad nejistoty vzdálenosti u_z v závislosti na sklonu ψ oproti kolmému dopadu ($\psi = 90 - \alpha$) na rovinnou cílovou plochu [36].

ψ [°]	Δz [mm]	u_z [mm]
30	-0,825	3,874
45	-0,822	6,679
60	-0,834	11,517

ovlivněna také algoritmem vyhodnocení, nicméně je jasně zřejmý nárůst nejistoty rekonstrukce vzdálenosti se zvyšujícím se sklonem odrazné plochy [36].

V druhém příkladě se zabýváme popsaným algoritmem pro analýzu a rekonstrukci měřené vzdálenosti metodou tranzitního času, který lze aplikovat na různé analyzované geometrie odrazné plochy. V tomto případě se budeme zabývat jednoduchou situací, kde odraznou plochou je vnitřní a vnější roh mezi dvěma stěnami. Záměrná osa dálkoměru je přitom osou souměrnosti stěn. Nominální vzdálenost rohu je zvolena $z_{nom.} = 50$ m [36].

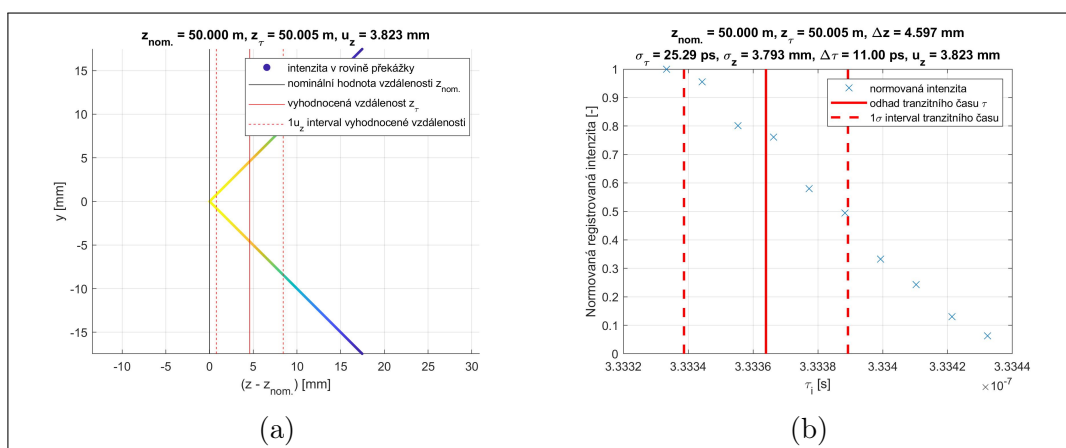
Na obr. 2.15a a 2.15b je zobrazena analýza pro vnitřní roh, na obr. 2.16a a 2.16b je stejná analýza zobrazena pro roh vnější. Tab. 2.4 poté shrnuje výsledky této analýzy. Je patrné, že odchylka vzniklá rozptylem gaussovského svazku je pro přesné měření vzdáleností nezanedbatelná [36].



Obrázek 2.15: Rekonstrukce vzdálenosti měřené metodou tranzitního času pro cílení do vnitřního rohu, je-li osa záměrného paprsku osou souměrnosti stěn [36].

Tabulka 2.4: Chyba Δz měřené vzdálenosti a odhad nejistoty vzdálenosti u_z při cílení do vnitřního a na vnější roh, je-li záměrná přímka osou souměrnosti stěn [36].

typ	Δz [mm]	u_z [mm]
vnitřní roh	-6,888	3,634
vnější roh	4,597	3,823



Obrázek 2.16: Rekonstrukce vzdálenosti měřené metodou tranzitního času pro cílení na vnější roh, je-li osa záměrného paprsku osou souměrnosti stěn [36].

2.2.6 Vliv nehomogenního rozložení indexu lomu v atmosféře na měření vzdáleností a směrů při optickém skenování

Na kvalitu výsledků skenování bude mít vyjma výše představených jevů také vliv variace indexu lomu prostředí, ve kterém se elektromagnetický pulz záměry šíří. V praktických situacích můžeme zemskou atmosféru, ve které provádíme měření, považovat za izotropní nehomogenní prostředí, jelikož index lomu je závislý na řadě fyzikálních faktorech – zejména teplotě, tlaku a vlhkosti [18, 19, 37, 41–43]. Ty mohou být v rámci měření jedné vzdálenosti proměnné a jejich variace zpravidla nelze nikdy přesně určit (turbulentní atmosféra), pouze modelovat zjednodušené situace. Tyto změny rozložení indexu lomu prostředí [18, 19, 37, 41, 43] zakřivují dráhu paprsku (nastává tzv. atmosférická refrakce) a čítačem je měřena jiná hodnota tranzitního času, než která by byla v případě šíření pulzu izotropním homogenním prostředím (po přímce). Rozdílné jsou i registrované vertikální a horizontální úhly, protože bod, od kterého se laserový paprsek odrazil, bude vlivem nepřímého šíření paprsku jiný, než bod odrazu po idealizované přímé dráze. Jelikož rozložení atmosféry je proměnlivé zásadně ve vertikálním směru (povrch se ohřívá, výškou vzduch chladne), bude docházet k dominantním odchýlkám právě ve směru vertikálním. Naopak odchýlení horizontálního směru bude minimální. Proto je pro zjednodušení situace v navazující části práce modelován pouze dvourozměrný příklad. Pro přesná měření je třeba zavádět tzv. atmosférické korekce [36, 43], které uvedenou problematiku částečně řeší.

Při měření dlouhých vzdáleností (např. při terestrickém laserovém skenování nebo geodetických měřeních) nelze v reálném čase parametry atmosféry změřit,

a je tak velmi složitý model prostřední vytvořit s dostatečnou přesností. Existují přibližné rovnice pro výpočet fyzikálních korekcí. Pro měření velmi dlouhé vzdálenosti (jako je např. družicové skenování), kde oprava z vlivu atmosféry hraje významnou roli, jsou složitě počítány numerické modely, které přibližně odpovídají rozložení hmot v jednotlivých atmosférických pásích [36].

Předpokládejme nyní, že během časového intervalu měření jedné záměry je funkce indexu lomu závislá pouze na poloze. Tuto závislost můžeme zapsat jako [36]

$$n = n(\mathbf{r}) = n(x, y, z), \quad (2.62)$$

kde $\mathbf{r} = [x, y, z]$ značí polohový vektor místa, ve kterém situaci zkoumáme. V praxi je velmi obtížné funkční závislost na poloze úplně popsat. Lze ale měřením získat sadu diskretních dat pro vybraná místa [33, 42].

Je známo [18, 44–46], že pro jedno konkrétní místo můžeme vyjádřit závislost indexu lomu na vlnové délce λ , tlaku p , teplotě t a relativní vlhkosti ν pomocí Edlénova vzorce [36, 46]

$$n = 1 + \Delta n_{t,p} + \Delta n_\nu, \quad (2.63)$$

kde

$$\begin{aligned} \Delta n_{t,p} &= \frac{pL}{96\,095.43} \frac{1 + 10^{-8}(0.601 - 0.009\,72\,t)p}{(1 + 0.003\,661\,0\,t)}, \\ L &= \left(8\,342.54 + \frac{2\,406\,147}{130 - S} + \frac{15\,998}{38.9 - S} \right) 10^{-8}, \quad S = \frac{1}{\lambda^2}, \\ \Delta n_\nu &= -f(3.734\,5 - 0.040\,1\,S)10^{-10}, \end{aligned}$$

$\Delta n_{t,p}$ je korekce pro vliv teploty t [°C] a tlaku p [Pa], kde λ [μm] je vlnová délka, a Δn_ν je korekce pro relativní vlhkosti ν [%], kde f [Pa] značí dílčí tlak nasycení vodních par oproti suchému vzduchu, pro který můžeme psát s využitím empiricky získaných dat z práce [47] přibližný vztah (pro teploty vyšší 0°C) [36]

$$f \approx \nu(1.602\,t - 2.960) 10^{-7}.$$

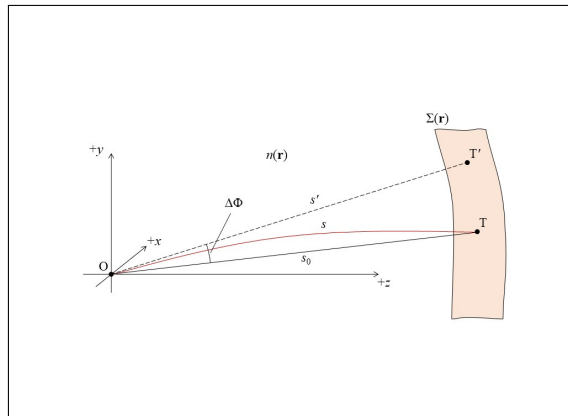
Tato rovnice platí v řádu 10^{-8} pro oblast normálních tlaků a vlnové délky viditelného světla. V praxi se ukazuje, že pro vlnovou délku $\lambda = 0.633\ \mu\text{m}$ (He-Ne laser, nejčastěji využívaný) lze použít zjednodušený vztah [18, 36]

$$n = 1 + 7.86 \cdot 10^{-7} \frac{p}{273 + t} - 1.5 \cdot 10^{-11} \nu(t^2 + 160). \quad (2.64)$$

Uvažujme situaci zobrazenou na obr. 2.17. Předpokládejme počátek záměrné přímky v počátku souřadné soustavy O a cílem nechť je bod T v geometrické vzdálenosti s_0 od počátku souřadné soustavy, kdy zřejmě platí

$$s_0 = \sqrt{(x_T - x_O)^2 + (y_T - y_O)^2 + (z_T - z_O)^2}, \quad (2.65)$$

kde x_T , y_T a z_T jsou kartézské souřadnice bodu T. Mezi body předpokládejme nehomogenní izotropní prostředí, které je charakterizované indexem lomu $n = n(\mathbf{r}) = n(x, y, z)$, jež je funkcí souřadnic, a také může být proměnný v čase. V tomto případě ale závislost na čase dále nestudujeme a zabýváme se pouze prostorovou změnou indexu lomu.



Obrázek 2.17: Vliv nehomogenního indexu lomu atmosféry na měření úhlů a vzdáleností pozemním skenerem [36].

Budeme-li znát diskrétní množinu hodnot rozložení indexu lomu a dráhy paprsku, bude nejsnazší formou numerický výpočet času T , který je potřebný pro překonání vzdálenosti po křivce s mezi počátečním a koncovým bodem, dané vztahem [36]

$$T = \frac{1}{c} \sum_{i=0}^{K-1} n(\mathbf{r}_i) \sqrt{|\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i|^2} \quad (2.66)$$

$$= \frac{1}{c} \sum_{i=0}^{K-1} n(x_i, y_i, z_i) \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2},$$

kde $\mathbf{r}_j = [x_j, y_j, z_j]$ značí vektor j -tého bodu křivky, jestliže jsme dráhu rozdělili na K úseků a počáteční vektor paprsku bude \mathbf{r}_0 a polohový vektor konečného bodu paprsku bude \mathbf{r}_K . Směr, který bude pro bod T naměřen jednotkou skeneru, bude odchýlen od správné hodnoty o $\Delta\Phi$.

Existuje celá řada řešení numerického trasování paprsku procházejícím prostředím s izotropním nehomogenním rozdělením indexu lomu [18, 20, 36, 42, 48, 49]. Jmenujme zde např. numerické řešení paprskové rovnice Runge-Kuttovou metodou. Můžeme tak psát [18, 42, 49]

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{g}(\mathbf{r}), \quad (2.67)$$

kde byla použita substituce

$$dt = n(\mathbf{r})ds, \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} dx/dt \\ dy/dt \\ dz/dt \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}) \begin{bmatrix} dn(\mathbf{r})/dx \\ dn(\mathbf{r})/dy \\ dn(\mathbf{r})/dz \end{bmatrix}.$$

Numerické řešení rovnice (2.67) má poté tvar ($i = 1, 2, \dots$) [18, 42, 49]

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{i+1} &= \mathbf{r}_i + \Delta t \left[\mathbf{s}_i + \frac{1}{6}(\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \right], \\ \mathbf{s}_{i+1} &= \mathbf{s}_i + \frac{1}{6}(\mathbf{a} + 4\mathbf{b} + \mathbf{c}), \end{aligned} \quad (2.68)$$

kde [36]

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \Delta t \cdot \mathbf{g}(\mathbf{r}_i), \\ \mathbf{b} &= \Delta t \cdot \mathbf{g} \left(\mathbf{r}_i + \frac{\Delta t}{2}\mathbf{s}_i + \frac{\Delta t}{8}\mathbf{a} \right), \\ \mathbf{c} &= \Delta t \cdot \mathbf{g} \left(\mathbf{r}_i + \Delta t\mathbf{s}_i + \frac{\Delta t}{2}\mathbf{b} \right). \end{aligned}$$

Známe-li počáteční polohu \mathbf{r}_0 , směr \mathbf{s}_0 a závislost rozložení indexu lomu na poloze $n = n(\mathbf{r})$, můžeme po volbě hodnoty Δt při použití vztahů (2.68) propočítat trasu paprsku. Přesnost metody přitom bude záviset na volené hodnotě Δt [36].

Zabývejme se nyní případem, kdy známe polohu \mathbf{r}_O a \mathbf{r}_T počátečního a koncového bodu paprsku O a T a závislost indexu lomu na poloze $n = n(\mathbf{r})$ a chceme určit tvar trajektorie, po které paprsek mezi těmito body prochází. Analytické řešení pro praktické případy téměř nelze nalézt vyjma speciálních situací, budeme se tedy zabývat numerickým výpočtem.

První z metod zahrnuje použití a modifikaci výše popsaných přístupů, kdy známe počáteční polohu a směr paprsku. Postupnou optimalizací počátečního směru lze nalézt jeho takovou hodnotu, kdy paprsek protne koncový bod T, případně projde v jeho blízkosti v rámci požadované přesnosti výpočtu. Tento přístup lze velmi snadno naprogramovat formou jednorozměrné optimalizační úlohy nelineární optimalizace [50, 51], která velmi rychle konverguje k cílovému řešení. Obecně bychom algoritmus mohli popsat v následujících krocích [36]:

1. Je dána počáteční poloha paprsku \mathbf{r}_0 a závislost rozložení indexu lomu na poloze $n = n(\mathbf{r})$.
2. Zvolíme vhodný tvar cílové funkce pro podmínku přiblížení paprsku ke koncovému bodu T. Např. ve smyslu metody nejmenších čtverců bude pro cílovou

funkci optimalizační úlohy platit

$$E = \min \left\{ \sqrt{(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_T) \cdot (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_T)} \right\}, \quad (2.69)$$

kde $k = 1, 2, \dots, K$ značí množinu všech bodů v rámci jednoho paprsku, \mathbf{r}_T značí polohu koncového bodu T.

3. Vhodně zvolíme počáteční hodnotu směru \mathbf{s}_0 .
4. Propočteme jednotlivé body paprsku \mathbf{r}_i , $i = 1, 2, \dots, K$, pomocí vztahu (2.68), kdy délku paprsku omezíme vhodně vzhledem k zadané geometrii počátečního a koncového bodu.
5. Optimalizačním algoritmem nalezneme takovou hodnotu směru \mathbf{s}_0 , pro kterou bude hodnota cílové funkce E daná vztahem (2.69) minimální.

Tímto způsobem lze nalézt jednotlivé body trasy paprsku. Délku trajektorie mezi body O a T poté můžeme určit sečtením jednotlivým úseků mezi i -tým a $(i + 1)$ -ním bodem. Čas T , který potřebuje pulz použitého záření k překonání této vzdálenosti, lze následně vyjádřit vztahem (2.66). Směr paprsku poté odpovídá směru vektoru \mathbf{s}_0 , pro který je cílová funkce (2.69) minimální.

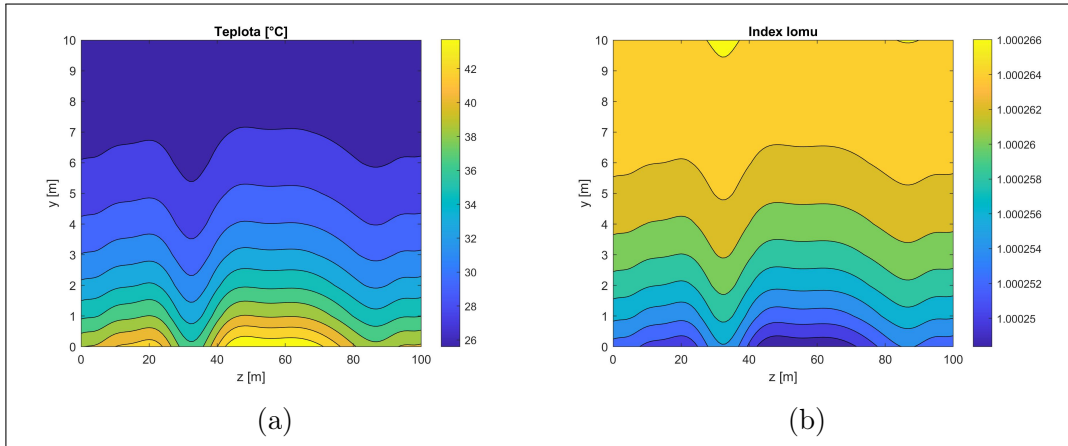
Příklad

Příklad ukazuje analýzu vlivu nehomogenního rozložení indexu lomu na měřenou vzdálenost a směr pro měření laserovým skenerem na dlouhé vzdálenosti.

Modelujeme nyní dvourozměrnou situaci, kdy záměrný paprsek prochází skrze izotropní nehomogenní prostředí s proměnným indexem lomu, který bude záviset na vlnové délce záření, poloze, teplotě a vlhkosti. Uvažujeme konstantní relativní vlhkost $\nu = 50 \%$, tlak $p = 101325 \text{ Pa}$ a vlnovou délku záření $\lambda = 633 \text{ nm}$. Poté pro výpočet indexu lomu lze použít vztah (2.64) [36].

Předpokládejme, že skener je umístěn v poloze $\mathbf{r}_0 = [z_0, y_0]$ a cílí na objekt, který je v geometrické poloze $\mathbf{r}_T = [z_T, y_T]$. Vzhledem ke změnám indexu lomu prostředí bude ovlivněna jak výsledná vzdálenost s , tak výsledný směr na tento bod [36].

Na obr. 2.18a je zobrazeno předpokládané rozložení teploty a na obr. 2.18b odpovídající rozložení indexu lomu. Situace může ilustrovat případ, kdy paprsek prochází nad rozličnými povrchy, např. nezastíněným betonovým povrchem do vzdálenosti 25 m, stínem mezi vzdálenostmi 25 m a 40 m, následně nad asfaltovým povrchem a za vzdáleností 80 m přechází nad travnatý povrch. V modelované situaci je předpokládáno, že přibližně od výšky 5 m se teplota ustaluje v okolí 25°C [36].



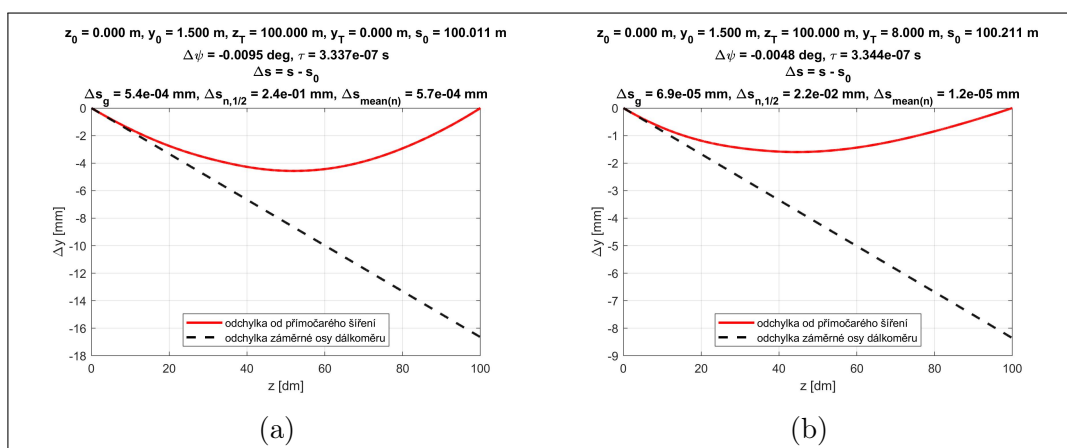
Obrázek 2.18: Rozložení teploty a indexu lomu pro konstantní relativní vlhkost $\nu = 50 \%$, tlak $p = 101325 \text{ Pa}$ a vlnovou délkou záření $\lambda = 633 \text{ nm}$ [36].

Pro ilustraci vlivu změn indexu lomu na měření byl použit výpočet trasování svazku, kdy předpokládáme známou polohu počátečního a koncového bodu a pomocí jednorozměrné optimalizační úlohy hledáme směr ψ , kterým musí záměrná přímka cílit, aby paprsek doputoval do cílového bodu. Hodnoty indexu lomu a gradientu byly pro jednotlivé polohy bodů trasy paprsku numericky interpolovány kubickou interpolační metodou z modelovaných dat. Krok výpočtu byl zvolen $\Delta s = 0,01 \text{ m}$ a cílová funkce optimalizační úlohy hledala takové ψ , kdy bude absolutní hodnota vzdálenosti mezi cílovým bodem a jedním z elementů paprsku minimální [36].

Tabulka 2.5: Analýza trasování paprsku laserového skeneru se známou polohou počátečního a cílového bodu a vypočtených vzdáleností metodou tranzitního času [36].

y_T [m]	s_0 [m]	$\Delta\psi$ [°]	τ [s]	Δs_g [mm]	$\Delta s_{n,1/2}$ [mm]	$\Delta s_{\text{mean}(n)}$ [mm]
0	100,011	-0,0095	$3,337 \cdot 10^{-7}$	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$2,4 \cdot 10^{-1}$	$5,7 \cdot 10^{-4}$
8	100,211	-0,0048	$3,344 \cdot 10^{-7}$	$6,9 \cdot 10^{-5}$	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$

V tab. 2.5 a na obr. 2.19a a 2.19b jsou zobrazeny výsledky výpočtu pro cíl o z -ové souřadnici $z_T = 100 \text{ m}$ a různé výšky y_T , na který je cíleno z bodu o souřadnicích $z_0 = 0 \text{ m}$ a $y_0 = 1,5 \text{ m}$. V tabulce a obrázcích dále značí s_0 geometrickou vzdálenost mezi body, $\Delta\psi$ směrovou odchylku, o kterou musí být dálkoměr zacílen oproti přímočarému šíření, aby paprsek dorazil do cílového bodu, τ tranzitní čas pro cestu pulzu z bodu O do bodu T vypočtený pomocí vztahu (2.66), Δs_g odchylku geometrické délky paprsku vypočtené numerickou integrací od geometrické vzdálenosti s_0 , $\Delta s_{n,1/2}$ odchylku vypočtené vzdálenosti $s_{n,1/2} = \frac{c}{n_{1/2}}\tau$



Obrázek 2.19: Odchytky paprsku Δy od přímočarého šíření mezi počátečním a cílovým bodem [36].

pomocí měřeného tranzitního času a indexu lomu $n_{1/2}$ v polovině dráhy paprsku ($c = 299\,792\,458 \text{ ms}^{-1}$) od geometrické vzdálenosti s_0 a $\Delta s_{\text{mean}(n)}$ odchylku vypočtené vzdálenosti $s_{\text{mean}(n)} = \frac{c}{\text{mean}(n)}\tau$ pomocí měřeného tranzitního času a střední hodnoty indexu lomu na dráze paprsku $\text{mean}(n)$ od geometrické vzdálenosti s_0 [36].

Zhodnotíme-li výsledky uvedeného příkladu, zakřivení paprsku by nemělo výrazný vliv na měřenou vzdálenost vypočtenou metodou tranzitního času, jestliže bychom znali střední hodnotu indexu lomu na dráze paprsku. Známe-li ale pouze hodnotu v jednom bodě, k ovlivnění výsledku dochází v řádu až 10^{-1} mm , což pro přesné měření není zanedbatelné. Velký vliv u úhlového měření přetrvává [36].

Kapitola 3

Testování registrace mračen

Při vytváření návrhu testování bylo vycházeno z praxe zaměřování silničních komunikací. Při skenování přímých liniových staveb (dálnice, vzletové a přistávací dráhy, koridorové železnice...) jsou stanoviště pozemního laserového skeneru více či méně v jedné přímce. Jednotlivé skeny na sebe navazují pouze z jedné strany a udržení správného náklonu ve směru kolmém na stavbu je tak obtížné. Proto jedním z posledních kroků zpracování bývá vyrovnání celého modelu z mračen bodů na referenční body prostoru. Bývají jimi jasně identifikovatelné rohy budov, zemského povrchu nebo instalovaných odrazných hranolů. Při skenování komunikací je vhodné zaměřit různé body povrchu, pro který vytváříme model. Zafixování nechtěné rotace se pak provede výpočtem jemných dotransformací právě na tyto referenční body.

Výše popsané algoritmy (v kap. 2.1.3) byly podrobeny zkouškám vhodnosti pro dotransformace celkového modelu na referenční body. V první části (kap. 3.1) je vysvětlen návrh testování. V druhé části (kap. 3.2) je uveden postup a shrnuty dosažené výsledky.

3.1 Metodika testování registrace mračen

Vstupem pro testované výpočetní algoritmy ICP, CPD a NDT jsou dvě sady bodů. První sada bodů, fixní, vždy musí obsahovat referenční body, na které se druhá sada bodů, bodové mračno, transformuje. Výsledkem je pak vypočítaný transformační klíč a transformované mračno. Návrh testování byl následující:

- Zaměření referenčních bodů povrchu a stanoviště skeneru totální stanicí.
- Zaměření mračen bodů pozemním laserovým skenerem.
- Zpracování ověřenými postupy v programu určeného pro práci s bodovými mračny.

- Vytvoření jednoho bodového mračna vyrovnaného na referenční body.
- Toto vyrovnané bodové mračno transformovat do polohy o jeden krok zpět a vytvořit tak simulované mračno rádoby před vyrovnaním na referenční body.

Simulované mračno vzniklo transformací s námi zvoleným transformačním klíčem, které uvažuje malé náklony, případně malé posuny. Simulované mračno společně s referenčními body zadáme do výpočtu metodou ICP, CPD a NDT. Jedním výsledkem je vypočítaný transformační klíč, které by měly nulovat hodnoty zadaného transformačního klíče. Druhým výsledkem je vyrovnané mračno bodů na referenční body a třetím výsledkem je přesnost výpočtu x_{RMS} . Vyhodnocení bylo zkonstruováno tak, že byl porovnán transformační klíč vypočítaný se zvoleným. Součty jejich prvků by měly být rovny nule.

$$\begin{aligned} R_{x_z} + R_{x_v} = 0, R_{y_z} + R_{y_v} = 0, R_{z_z} + R_{z_v} = 0, \\ s_{x_z} + s_{x_v} = 0, s_{y_z} + s_{y_v} = 0, s_{z_z} + s_{z_v} = 0, \end{aligned} \quad (3.1)$$

kde index v značí hodnoty vypočítané a index z hodnoty zadané. Jiná hodnota než nula, byla odchylka. Pro vysoké hodnoty odchylek (více jak 0,1 stupně v rotacích a 0,5 m v posunech) byl zkonstruován nástroj pro ověření konvergence modelu k referenčním bodům. Ten porovnává vzdálenosti od referenčních bodů k rovině interpolované ze šesti nejbližších bodů mračna. Hodnoty byly vyneseny od grafu a histogramu. Celý testovací aparát je shrnut do grafického schéma obr. 3.1.

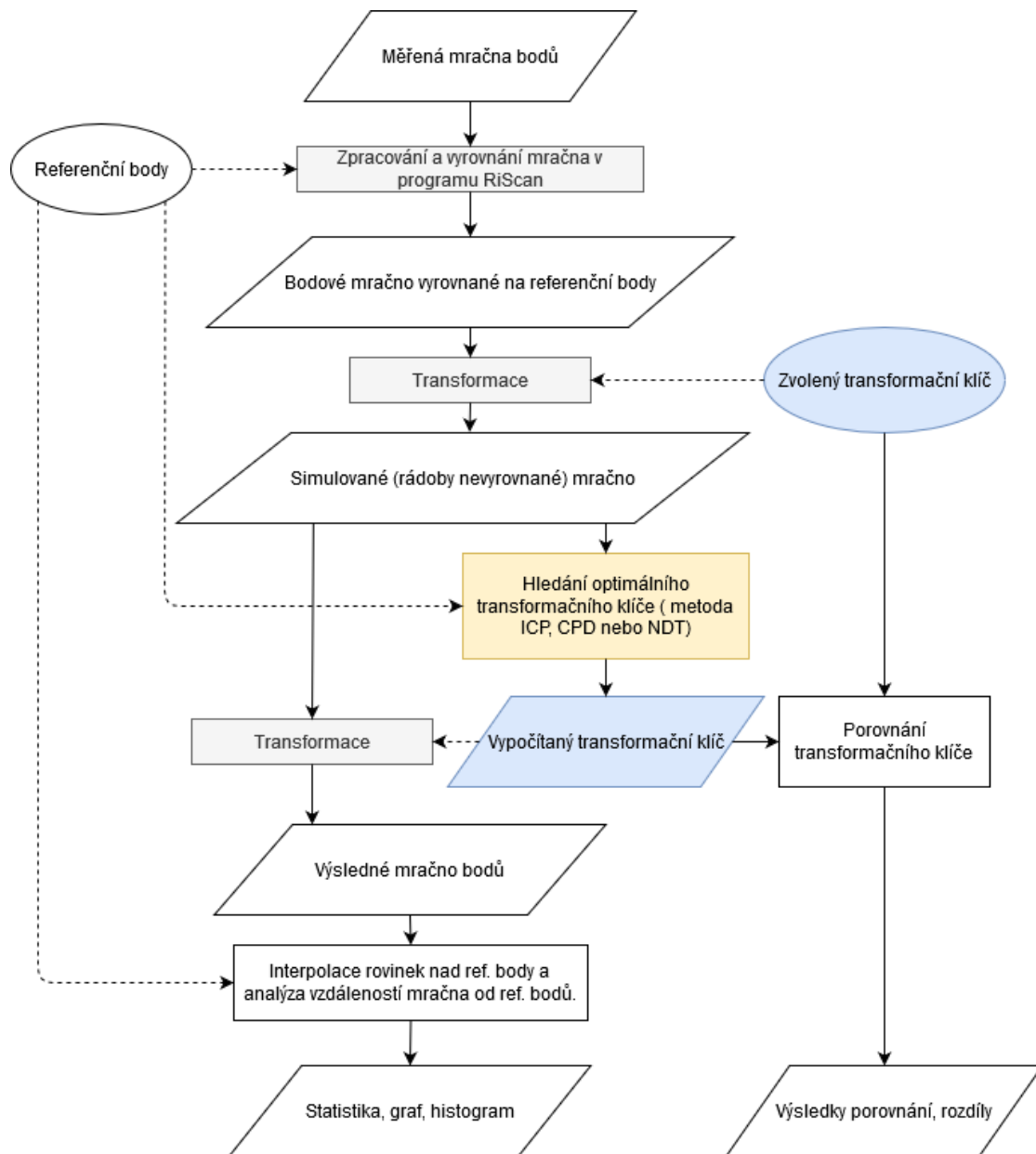
3.2 Měření a zpracování testovacích dat

Měření testovacích dat bylo prováděno 22.2.2020 v lokalitě před budovou Národní technické knihovny v Praze - Dejvicích (obr. 3.2). Bylo skoro zataženo a teplota 9 °C. To jsou příznivé atmosférické podmínky pro velmi přesná měření. Zaměřena byla betonová plocha, protože splňuje požadavky na rovinnost pro účely testování vybraných metod lépe než povrch asfaltový.

Totální stanicí Leica TCRP1203+ byly zaměřeny referenční body povrchu a zároveň čtyři stanoviště pozemního laserového skeneru Riegl VZ-400. Prostor byl skenovaný s rozlišením dva centimetry na deseti metrech. Vše bylo registrováno a dále zpracováváno v lokálním souřadnicovém systému.

Prvotní zpracování měření a kontrola naměřených dat proběhla v programu od firmy Riegl na zpracování mračen bodů jménem RiScan. Postup je zjednodušeně popsán v následujících bodech.

1. Nahrání všech mračen do prostředí RiScan.



Obrázek 3.1: Vývojový diagram testu výpočetních metod ICP, CPD a NDT

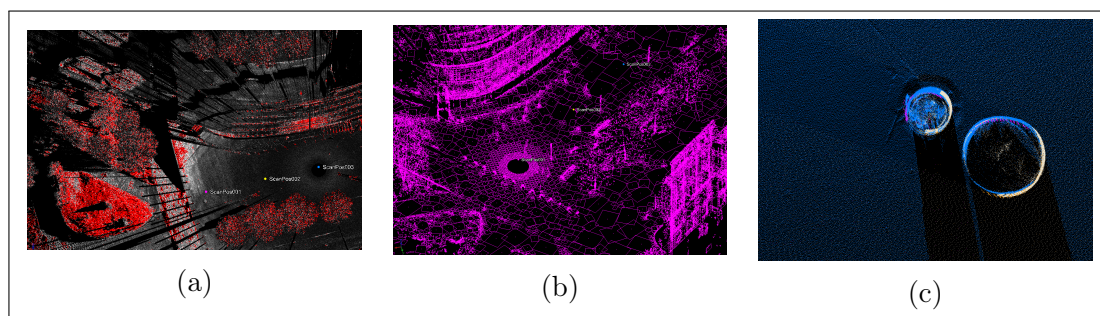


Obrázek 3.2: Fotka z měření

2. Nahrání souřadnic stanovisek skeneru.
3. Ruční přibližná orientace mračen (otočení bodů podle osy Z).
4. Filtrace bodů na základě intenzity (obr. 3.3a).
5. Vytvoření ploch pro vyrovnání (obr. 3.3b).
6. Vzájemné vyrovnání mračen.
7. Kontrola vyrovnání (obr. 3.3c).
8. Tvorba modelu - sjednocení mračen a jejich ořezání.
9. Vyrovnání modelu na referenční body povrchu.
10. Výstupní kontrola.

Výsledný model plochy po zpracování v programu RiScan ideálně přimyká na referenční body povrchu zaměřené totální stanicí. Pro účely testování byl tento model transformován o malé rotace nebo translace. Byl tak získán (simulovaný) model nakloněný nebo posunutý od výsledného modelu o známé hodnoty.

Následně byla testována vhodnost algoritmů ICP, NDT a CPD popsaných v kap. 2.1.3. Cílem testu byl výpočet hodnot transformace. Ty by měly být vyjma znaménka identické hodnotám transformačního klíče pro simulovaný model. Dalším porovnáním byly vzdálenosti referenčních bodů od plochy vytvořené ze 6 bodů



Obrázek 3.3: Zpracování měření v softwaru RiScan a) redukce bodů na základě intenzity, b) vytvoření ploch pro rychlejší transformaci, c) kontrola transformace.

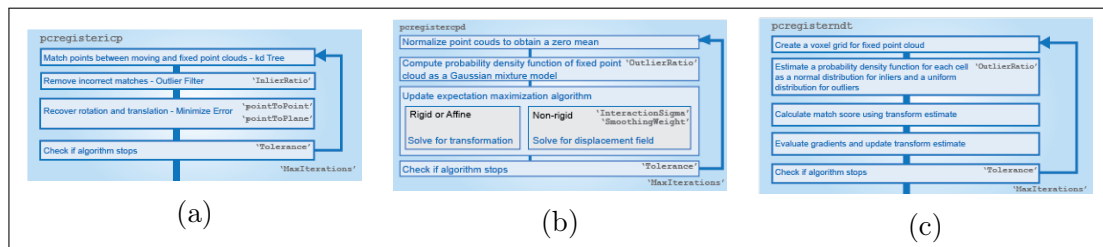
mračna v nejbližším okolí. V následujících kapitolách jsou popsány a představeny výsledky testů modelových situací zvolených rotací a translací.

3.2.1 Popis vstupních parametrů do výpočtu v softwaru Matlab

Výpočetnímu algoritmu ICP (obr. 3.4a) lze definovat a specifikovat vstupní parametry a nastavení výpočtu. Prvním z nich je zvolení metriky výpočtu. Algoritmus minimalizuje vzdálenost mezi nejbližšími body mračna (PointToPoint) nebo mezi fixním bodem a rovinou sestavenou z bodů mračna (PointToPlane). Druhý vstupní parametr je tolerance. Je to hodnota rozdílu dvou po sobě jdoucích iterací sestavená z tolerance translace a tolerance rotace. Výpočet je ukončen, když průměrný rozdíl mezi vypočítaným transformačním klíčem ve třech posledních po sobě jdoucích iteracích klesne pod specifikovanou hodnotu [15]. Třetím vstupním parametrem může být inicializační transformační matice. Jsou v ní počáteční hodnoty transformace. Dobrý odhad těchto hodnot urychlí výpočet a dovolí algoritmu najít správné lokální minimum transformačního klíče. Dalšími vstupními parametry jsou procento použitých vzdáleností ve výpočtu, maximální počet iterací, extrapolace prostoru a zobrazení informací o průběhu výpočtu. Jelikož tyto hodnoty nebyly nastavovány (byly ponechány výchozí) nejsou zde více probírány. Více lze najít v [15].

Základním vstupním parametrem pro metodu CPD (obr. 3.4b) je druh transformace. Výpočetní algoritmus dokáže počítat shodnostní, podobnostní i afinní prvky transformačního klíče. Jelikož data z pozemního laserového skeneru jsou v měřítku 1 vůči realitě, použitá transformace je shodnostní. Dalšími parametry jsou procento redukce odlehlých bodů, maximum iterací, tolerance rozdílu vypočítaných hodnot transformačního klíče mezi jednotlivými iteracemi a zobrazení informací o výpočtu. Podrobný popis je uveden v [15].

Zásadním vstupním parametrem pro výpočet transformačního klíče metodou NDT (obr. 3.4c) je velikost krychle pro rozdělení prostoru (viz kapitola 2.1.3). Dalšími parametry jsou počáteční matice transformace, procento odlehlých bodů, maximální počet iterací, tolerance rozdílu výsledků mezi dvěma po sobě jdoucími iteracemi a zobrazení informací o výpočtu.



Obrázek 3.4: Schéma výpočetního algoritmu a volitelných nastavení a) ICP, b) CPD, c) NDT [15].

3.2.2 Test rotace bodového mračna okolo osy x

Mračno bodů bylo rotováno okolo osy x o 0,01 úhlového stupně. Ostatní parametry rotační a translační matice byly nulové (viz tab. 3.1). Vzniklé simulované mračno bylo transformováno zpět pomocí algoritmů ICP, CPD a NDT. Výsledky jednotlivých metod jsou shrnuty v následujících podkapitolách.

Tabulka 3.1: Transformační klíč pro tvorbu simulovaného mračna bodů.

Rotace			Translace		
α [°]	β [°]	γ [°]	s_x [m]	s_y [m]	s_z [m]
0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

ICP

Ideálním výsledkem by byl transformační klíč

$$\alpha = -0,01^\circ, \beta = 0^\circ, \gamma = 0^\circ, s_x = 0\text{ m}, s_y = 0\text{ m}, s_z = 0\text{ m}, \quad (3.2)$$

kde α , β a γ jsou rotace kolem os x , y a z . Hodnoty s_x , s_y a s_z jsou posuny po osách x , y a z .

Řešení výpočetním algoritmem ICP je uvedeno v tab. 3.2, kde parametry 1. řešení je tolerance mezi iteracemi 0,1 mm v posunech a 0,01 mgon v rotacích. V 2. řešení je nastavena tolerance 1 mm v posunech a 5 mgon v rotacích. Pro 3. resp.

4. řešení byly ponechány stejné hodnoty tolerancí jako pro 1. resp. 2. řešení tj. 0,1 mm v posunech a 0,01 mgon v rotacích pro 3. řešení resp. 1 mm v posunech a 5 mgon v rotacích pro 4. řešení.

V prvních dvou řešení je minimalizovaná vzdálenost bod - bod ve 3. a 4. řešení je minimalizovaná vzdálenost bod - plocha. V inicializační matici jsou všechny hodnoty transformačního klíče pro všechna čtyři řešení nastavena na nulu.

Jelikož vypočítané hodnoty transformačního klíče nekorespondují s očekávanými hodnotami, bylo provedeno zhodnocení odlehlostí referenčních bodů od rovin ze šesti okolních bodů mračna (viz obr. 3.5b 3.5a). Statistické hodnoty odlehlostí jsou uvedeny v tab. 3.3. Jelikož histogram odlehlostí koresponduje s Gaussovou křivkou [20], můžeme konstatovat, že řešení metodou ICP odpovídá lokálnímu minimu, které není identické s globálním minimem. Odlehlosti byly minimalizovány, ale transformační klíč je příliš odlehlý od očekávaného 3.2.

Tabulka 3.2: Výpočet parametrů rotace a translace metodou ICP.

ICP	1. řešení	2. řešení	3. řešení	4. řešení
α [°]	-0,0374	-0,0374	0,0884	0,0884
β [°]	0,0137	0,0137	0,2010	0,2010
γ [°]	0,3469	0,3469	11,3278	11,3278
s_x [m]	-0,9600	-0,9600	-6,0610	-6,0610
s_y [m]	-2,1948	-2,1948	3,5902	3,5902
s_z [m]	0,0215	0,0215	-0,0956	-0,0956
čas [min]	0,3258	0,0803	0,1130	0,1151
rms [m]	1,6184	1,6184	10,1698	10,1698

Tabulka 3.3: Vyhodnocení výpočtu metodou ICP.

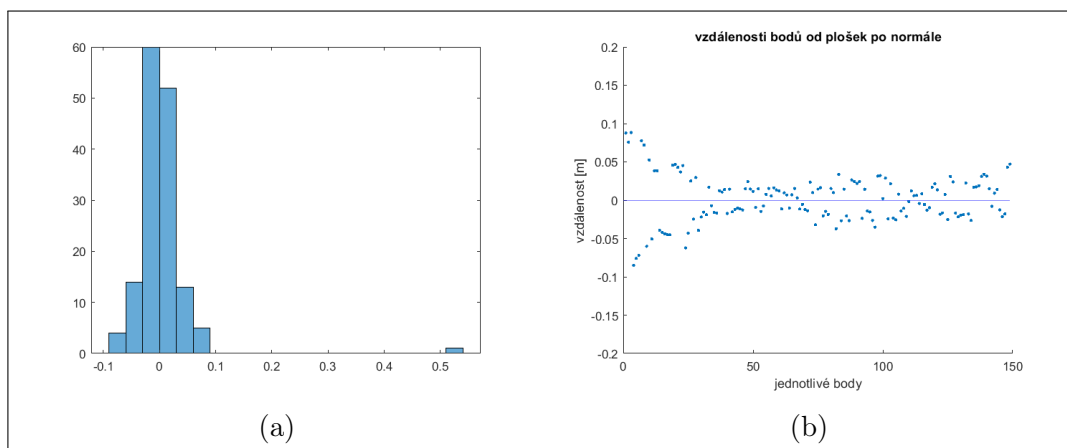
ICP - vzdálenost referenčních bodů od rovin			
maximální	minimální	průměr	medián
0,0874 m	-0,2600 m	-0,0011 m	-0,0049 m

CPD

Ideálním výsledkem by byl transformační klíč

$$\alpha = -0,01^\circ, \beta = 0^\circ, \gamma = 0^\circ, s_x = 0 m, s_y = 0 m, s_z = 0 m, \quad (3.3)$$

kde α , β a γ jsou rotace kolem os x , y a z . Hodnoty s_x , s_y a s_z jsou posuny po osách x , y a z .



Obrázek 3.5: Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračka - metoda ICP.

Řešení výpočetním algoritmem CPD je uvedeno v tab. 3.4. Důležitým parametrem pro správnost řešení je nastavení druhu transformace - shodnostní. V 1. řešení vstupní data nejsou filtrována, ve 2. resp. 3. řešení je provedena doporučená filtrace bodů s krokem 0,5 m resp. 1 m.

Jelikož vypočítané hodnoty transformačního klíče nekorespondují s očekávanými hodnotami, bylo provedeno zhodnocení odlehlostí referenčních bodů od rovin ze šesti okolních bodů mračka (viz obr. 3.6b 3.6a). Statistické hodnoty odlehlostí jsou uvedeny v tab. 3.5.

Rozložení hodnot v histogramu odlehlostí je plus mínus konstantní, takže průměrná hodnota odlehlosti je 0,004 m (3.3). Suma odlehlostí tedy byla minimalizována, ale transformační klíč nekoresponduje s očekávaným (3.3). Proto můžeme udělat závěr, že funkce našla lokální minimum, které nekoresponduje s globálním minimum, tudíž i přes provedenou minimalizaci výsledkem není správný transformační klíč.

NDT

Ideálním vypočítaným transformačním klíčem by byl

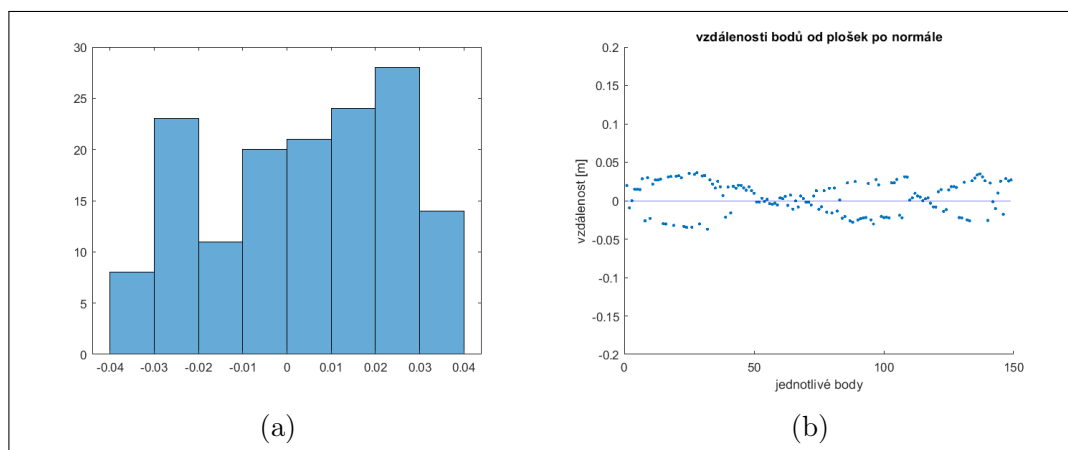
$$\alpha = -0,01^\circ, \beta = 0^\circ, \gamma = 0^\circ, s_x = 0m, s_y = 0m, s_z = 0m, \quad (3.4)$$

kde α , β a γ jsou rotace kolem os x , y a z . Hodnoty s_x , s_y a s_z jsou posuny po osách x , y a z .

Řešení výpočetním algoritmem NDT je uvedeno v tab. 3.6. Parametrem pro výpočet transformačního klíče je nastavení velikosti krychlí v prostoru (viz kapitola

Tabulka 3.4: Výpočet parametrů rotace a translace metodou CPD.

CPD	1. řešení	2. řešení	3. řešení
α [°]	0,0039	-0,0033	-0,0104
β [°]	0,0358	0,0353	0,0293
γ [°]	-1,4061	-1,1583	-1,1653
s_x [m]	-0,2875	-0,2336	-0,3605
s_y [m]	-0,8354	-0,7491	-1,0302
s_z [m]	0,0101	0,0101	0,0121
čas [min]	0,2388	0,0024	0,0013
rms [m]	0,5367	0,6043	0,6591



Obrázek 3.6: Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračka - metoda CPD.

Tabulka 3.5: Vyhodnocení výpočtu metodou CPD.

CPD - vzd. ref. bodů od rovin			
maximální	minimální	průměr	medián
0,0364 m	-0,0371 m	0,0041 m	0,0057 m

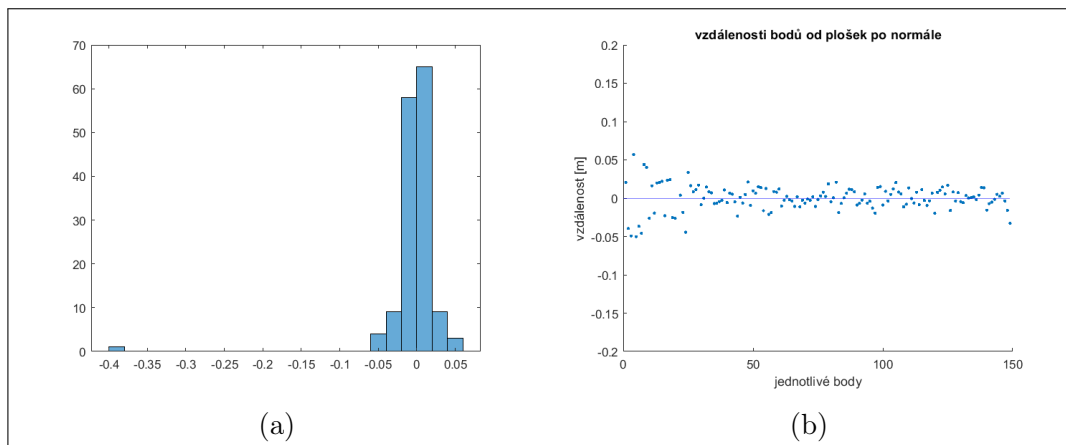
2.1.3). Pro 1. řešení byla nastavena velikost 1 m, pro 2. řešení 5 m, pro 3. řešení 20 m a pro 4. řešení 100 m.

Jelikož vypočítané hodnoty transformačního klíče nekorespondují s očekávanými hodnotami (3.4), bylo provedeno zhodnocení odlehlostí referenčních bodů od rovinek ze šesti okolních bodů mračna (viz obr. 3.7b 3.7a). Statistické hodnoty odlehlostí jsou uvedeny v tab. 3.7.

Rozložení hodnot v histogramu odpovídá Gaussově křivce [20]. Odlehlosti tedy byly minimalizovány, ale transformační klíč nekoresponduje s očekáváním (3.4). Proto můžeme udělat závěr, že funkce našla lokální minimum, které nekoresponduje s globálním minimem, tudíž i přes provedenou minimalizaci výsledkem není správný transformační klíč.

Tabulka 3.6: Výpočet parametrů rotace a translace metodou NDT.

NDT	1. řešení	2. řešení	3. řešení	4. řešení
α [°]	-0,7206	0,0695	0,0185	0,2494
β [°]	0,5221	0,1257	0,0044	0,1914
γ [°]	-1,2989	-4,1159	-1,1259	-2,2797
s_x [m]	-0,0180	0,1494	-1,1645	0,0055
s_y [m]	-0,0183	-0,1441	-2,6939	0,0001
s_z [m]	-0,2974	-0,0046	0,0174	0,0006
čas [min]	0,2429	0,3832	0,9103	0,1350
rms [m]	1,9198	2,0336	1,6377	1,9130



Obrázek 3.7: Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračna - metoda NDT.

Tabulka 3.7: Vyhodnocení výpočtu metodou NDT.

NDT - vzdálenost referenčních bodů od rovinek			
maximální	minimální	průměr	medián
0,0568 m	-0,3968 m	-0,0026 m	0,0006 m

3.2.3 Test rotace bodového mračka okolo osy y

Stejným způsobem jako v kapitole 3.2.2 byl proveden test s rotací okolo osy y . Referenční mračka bylo otočeno o hodnotu $\beta = 0,01^\circ$. Ostatní parametry transformačního klíče byly ponechány nulové (viz. 3.8). Takto nastavenou transformací vzniklo nové simulované mračka bodů, které bylo metodami ICP, CPD a NDT transformováno zpět do polohy referenčního mračka za použití referenčních bodů zaměřených totální stanicí. Hledané (očekávané) řešení metodami ICP, CPD a NDT je tak transformační klíč s nulovými hodnotami vyjma rotačního úhlu kolem osy y , který by měl nabýt hodnoty $\beta = -0,01^\circ$. Kompletní očekávaný transformační klíč je tak

$$\alpha = 0^\circ, \beta = -0,01^\circ, \gamma = 0^\circ, s_x = 0 \text{ m}, s_y = 0 \text{ m}, s_z = 0 \text{ m}, \quad (3.5)$$

kde α , β a γ jsou úhly rotací okolo os x, y, z a s_x, s_y a s_z jsou posuny po osách x, y, z .

Tabulka 3.8: Transformační klíč pro výpočet simulovaného mračka bodů.

Rotace			Translace		
α [°]	β [°]	γ [°]	s_x [m]	s_y [m]	s_z [m]
0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00

ICP

Vypočítané hodnoty transformačního klíče výpočetním algoritmem ICP jsou uvedeny v tab. 3.9, kde parametry 1. řešení je tolerance mezi iteracemi 0,1 mm v posunech a 0,01 mgon v rotacích. 2. řešení je nastavena tolerance 1 mm v posunech a 5 mgon v rotacích. Pro 3. resp. 4. řešení byly ponechány stejné hodnoty tolerancí jako pro 1. resp. 2. řešení tj. 0,1 mm v posunech a 0,01 mgon v rotacích pro 3. řešení resp. 1 mm v posunech a 5 mgon v rotacích pro 4. řešení.

V prvních dvou řešení je minimalizovaná vzdálenost bod - bod ve 3. a 4. řešení je minimalizovaná vzdálenost bod - plocha. V inicializační matici jsou všechny hodnoty transformačního klíče pro všechna čtyři řešení nastaveny na nulu.

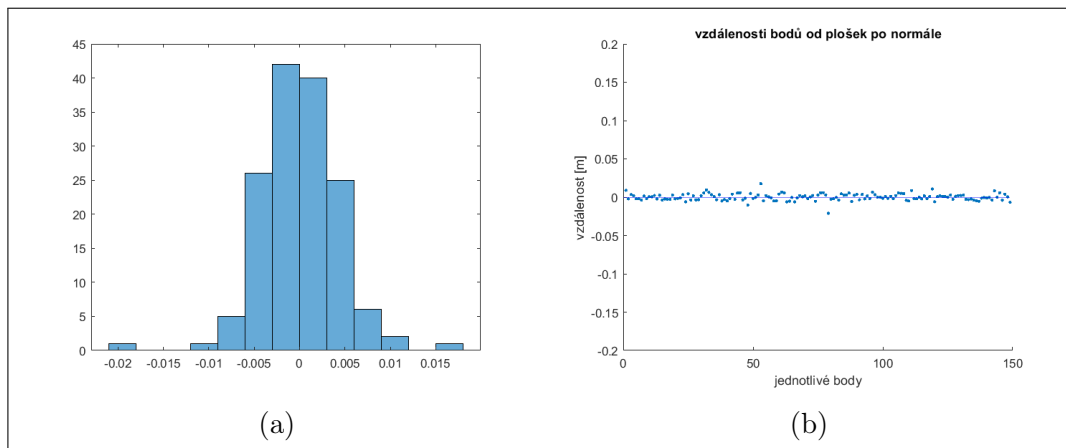
Jak je vidět v tab. 3.9 hodnoty transformačního klíče jsou rozdílné od hodnot očekávaných (3.5). Úhel γ by se při ideálním řešení blížil nule. Ani v jedno řešení

tomu tak není. Ve třetím a čtvrtém řešení úhel γ dokonce nabývá vysokých hodnot přes 11 stupňů. U posunů jsou taktéž očekávané nulové hodnoty. Tomu však ani jedno řešení neodpovídá. Vypočítané hodnoty jsou v řádech desítek centimetrů a vyšší.

Jelikož vypočítané hodnoty transformačního klíče neodpovídají očekávaným hodnotám, bylo provedeno zhodnocení odlehlostí referenčních bodů od rovinek ze šesti okolních bodů z mračna bodů (viz obr. 3.8b 3.8a). Statistické hodnoty odlehlostí jsou uvedeny v tab. 3.10. Jelikož histogram odlehlostí je ve tvaru Gaussovy křivky [20], můžeme konstatovat, že řešení metodou ICP odpovídá lokálnímu minimu, které není identické s globálním minimem.

Tabulka 3.9: Výpočet parametrů rotace a translace metodou ICP.

ICP	1. řešení	2. řešení	3. řešení	4. řešení
α [°]	0,0027	0,0027	0,0988	0,0988
β [°]	-0,0009	-0,0009	0,1913	0,1913
γ [°]	0,3150	0,3150	11,3066	11,3066
s_x [m]	-0,2756	-0,2756	-2,9299	-2,9299
s_y [m]	0,1124	0,1124	7,8788	7,8788
s_z [m]	-0,0017	-0,0017	-0,1178	-0,1178
čas [min]	0,0844	0,0909	0,1216	0,1228
rms [m]	1,5688	1,5688	10,1002	10,1002



Obrázek 3.8: Vzdálenosti referenčních bodů od rovín interpolovaných z bodového mračna - metoda ICP.

Tabulka 3.10: Vyhodnocení výpočtu metodou ICP.

ICP - vzdálenost referenčních bodů od rovinek			
maximální	minimální	průměr	medián
0,0177 m	-0,0210 m	0,0001 m	0,0000 m

CPD

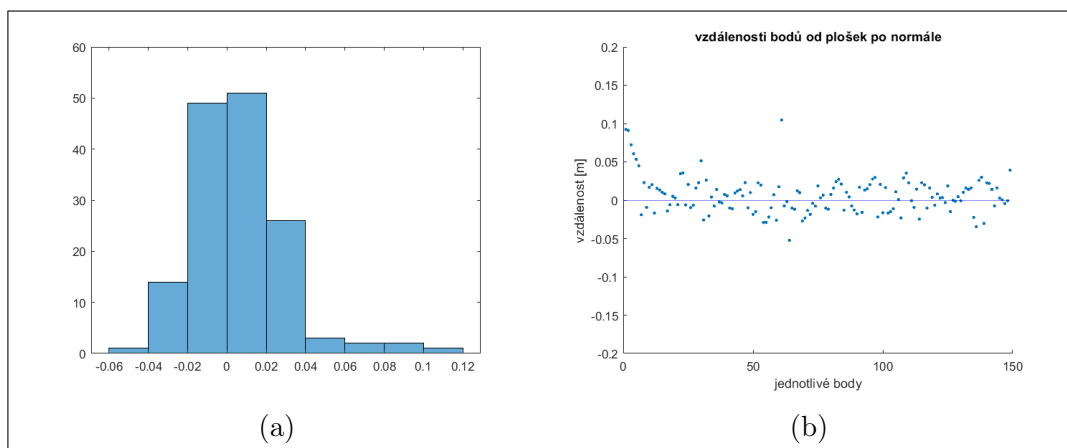
Při výpočtu metodou CPD zůstávají zachovány očekávané požadavky (3.5) na vypočítaný transformační klíč (tab. 3.11). Ani při jednom ze 3 rozdílných konfigurací výpočtu nebylo dosaženo uspokojivého výsledku. Hodnoty rotačního úhlu okolo osy z (γ) přesahují očekávání o více než jeden stupeň. Hodnoty posunů přesahují v osách x a y 2,5 metrů. To jsou enormní odchylky od očekávání, proto bylo provedena kontrola odlehlosti. Na obr. 3.9b jsou zobrazeny vzdálenosti referenčních bodů od výsledného mračna. Maximální hodnoty přesahují plus a minus 9 centimetrů (tab. 3.12), ale v celkovém rozložení odlehlostí obr. 3.9a se většina nachází v intervalu -0,02 m až 0,02 m. Z toho lze udělat závěr, že vypočítaný transformační klíč je jedním z mnoha lokálních minim minimalizované funkce. Algoritmus nebyl schopen vyhledat globální minimum, které bylo očekáváno.

Tabulka 3.11: Výpočet parametrů rotace a translace metodou CPD. 1. řešení filtrace = 0%, 2. řešení filtrace v rozestupu 0,5 m, 3. řešení filtrace v rozestupu 1 m

CPD	1. řešení	2. řešení	3. řešení
α [°]	0,0139	0,0069	0,0009
β [°]	0,0258	0,0254	0,0201
γ [°]	-1,4061	-1,1602	-1,1670
s_x [m]	2,6416	2,7024	2,6056
s_y [m]	3,5160	3,6023	3,3380
s_z [m]	-0,0110	-0,0108	-0,0085
čas [min]	0,2186	0,0028	0,0066
rms [m]	0,5367	0,6044	0,6656

Tabulka 3.12: Vyhodnocení výpočtu metodou CPD.

CPD - vzdálenost rovinek od referenčních bodů			
maximální	minimální	průměr	medián
0,0910	-0,0996	-0,0002	-0,0031



Obrázek 3.9: Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z výsledného bodového mračka - metoda CPD.

NDT

Ani výpočet metodou NDT nepřinesl očekávané výsledky (3.5). Výpočet byl zadán ve čtyřech různých variantách konfigurace vstupního parametru výpočetního algoritmu. Pro výpočet transformačního klíče je důležité nastavení velikostí krychlí v prostoru (viz kapitola 2.1.3). Pro 1. řešení byla nastavena velikost 1 m, pro 2. řešení 5 m, pro 3. řešení 20 m a pro 4. řešení 100 m.

Hodnoty vypočítaného posunu (tab. 3.13) pro osy x a y jsou nepřiměřeně vysoké. Nabývají hodnot 1,66 m až 4,35 m. Jsou tak v průměru víc jak o 3 metry vyšší než bylo očekáváno.

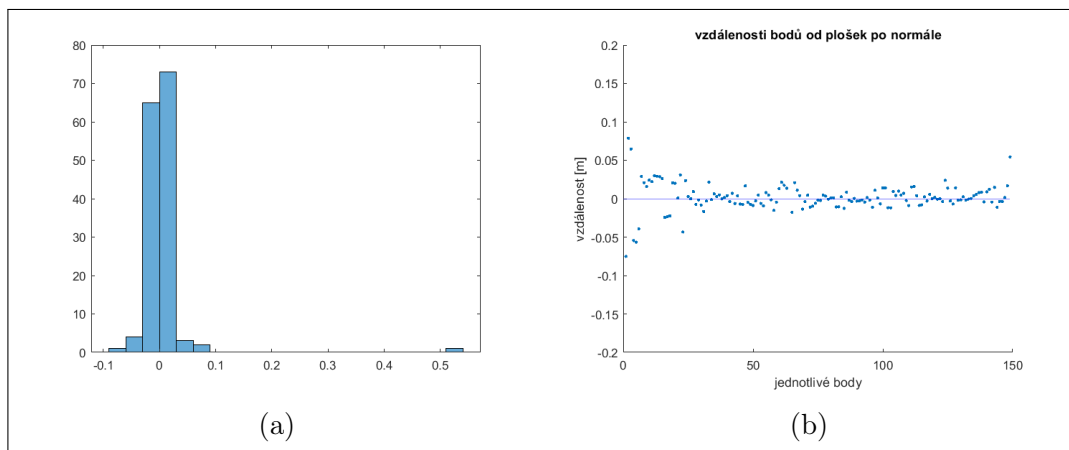
Proto byl proveden test odlehlostí mračka od referenčních bodů (obr. 3.10a a obr. 3.10b). Průměr odlehlostí je roven 0,1 mm (tab. 3.14). Ten potvrdil stejný výsledek jako v předchozích výpočtech. Algoritmus sic minimalizoval sumu odlehlostí, ale nepřiblížil se řešením k očekávanému transformačnímu klíči.

3.2.4 Další vybrané testy metod ICP, CPD a NDT pro různé varianty rotací a translací

Jelikož validního výsledku z provedených testů nebylo dosaženo, další vybrané varianty jsou shrnuty do této kapitoly. Testováno bylo stejným způsobem jako v kap. 3.2.2, 3.2.3. Jediným rozdílem jsou jiné zvolené transformační klíče pro simulované mračko uvedené v tab. 3.15 - 3.18. Všechny výsledky počítaných transformačních klíčů nenaplnily očekávání. Odchylky od očekávaných hodnot byly v řádech celých stupňů a metrů, což je neakceptovatelný výsledek pro velmi přesné dotransformace mračka na referenční body povrchu zaměřené totální stanicí.

Tabulka 3.13: Výpočet parametrů rotace a translace metodou NDT.

NDT	1. řešení	2. řešení	3. řešení	4. řešení
α [°]	-0,5242	0,0798	0,0283	0,2709
β [°]	0,5129	0,1156	-0,0038	0,1995
γ [°]	-0,4647	-4,1317	-1,1245	-2,2694
s_x [m]	2,8998	3,0305	1,7734	2,9195
s_y [m]	4,3086	4,2050	1,6625	4,3514
s_z [m]	-0,2554	-0,0268	-0,0039	-0,0249
čas [min]	0,2239	0,5158	0,9330	0,2362
rms [m]	1,8777	2,0351	1,6356	1,9125



Obrázek 3.10: Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračka - metoda NDT.

Tabulka 3.14: Vyhodnocení výpočtu metodou NDT.

NDT - vzdálenost referenčních bodů od rovinek			
maximální	minimální	průměr	medián
0,0910 m	-0,0996 m	-0,0002 m	-0,0031 m

Tabulka 3.15: Transformační klíč simulovaného mračna bodů varianta 1.

Rotace			Translace		
α [°]	β [°]	γ [°]	s_x [m]	s_y [m]	s_z [m]
0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00

Tabulka 3.16: Transformační klíč simulovaného mračna bodů varianta 2.

Rotace			Translace		
α [°]	β [°]	γ [°]	s_x [m]	s_y [m]	s_z [m]
0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00

Metoda ICP

Nastavení vstupních parametrů od výpočtu bylo pro řešení 1: Tolerance mezi iteracemi 0,1 mm v posunech a 0,01 mgon v rotacích, pro řešení 2 je nastavena tolerance 1 mm v posunech a 5 mgon v rotacích. Pro řešení 3 byly ponechány stejné hodnoty tolerancí jako pro řešení 1 tj. 0,1 mm v posunech a 0,01 mgon v rotacích.

V řešení 1 a 2 byla minimalizovaná vzdálenost bod - bod ve řešení 3 byla minimalizovaná vzdálenost bod - plocha. V inicializační matici jsou všechny hodnoty transformačního klíče nastaveny na nulu.

Metoda CPD

Konfigurace vstupních parametrů do výpočtu byla pro všechna 3 řešení stejná. Rozdílem pro různá řešení byla doporučená filtrace dat. V řešení 1 tak filtrace provedena nebyla, v řešení 2 byla v kroku 0,5 m a v řešení 3 v kroku 1 m.

Metoda NDT

Konfigurace vstupních parametrů do výpočtu byla pro všechna 3 řešení stejná až na prostorový parametr velikost rozdělení prostoru do krychlí (viz kapitola 2.1.3). Pro řešení číslo jedna byla hrana krychle zvolena 1 m, pro řešení číslo dvě 5 m a pro řešení číslo tři 20 m.

Vybrané konfigurace transformačního klíče pro simulované mračno

Simulované mračno vzniklo:

1. otočením okolo osy z o hodnotu $\gamma = 0,01^\circ$ (tab. 3.15)
2. otočením okolo os x, y, z o úhly $\alpha = 0,01^\circ, \beta = 0,01^\circ, \gamma = 0,01^\circ$ (tab. 3.16)

Tabulka 3.17: Transformační klíč simulovaného mračna bodů varianta 3.

Rotace			Translace		
α [°]	β [°]	γ [°]	s_x [m]	s_y [m]	s_z [m]
0,01	0,01	0,01	0,05	0,05	0,05

Tabulka 3.18: Transformační klíč simulovaného mračna bodů varianta 4.

Rotace			Translace		
α [°]	β [°]	γ [°]	s_x [m]	s_y [m]	s_z [m]
0,00	0,00	0,00	0,05	0,05	0,05

3. otočením okolo os x, y, z o úhly $\alpha = 0,01^\circ$, $\beta = 0,01^\circ$, $\gamma = 0,01^\circ$ a zároveň posunutím o hodnoty $s_x = 0,05\text{ m}$, $s_y = 0,05\text{ m}$, $s_z = 0,05\text{ m}$ (tab. 3.17)
4. pouze posunutím o $s_x = 0,05\text{ m}$, $s_y = 0,05\text{ m}$, $s_z = 0,05\text{ m}$ (tab. 3.18)

Tabulka 3.19: Numerické výsledky testů vypočítaného transformačního klíče pro variantu 1.

očekávaný		výpočet metodou ICP			výpočet metodou CPD			výpočet metodou NDT		
transformační klíč		řešení 1	řešení 2	řešení 3	řešení 1	řešení 2	řešení 3	řešení 1	řešení 2	řešení 3
α [°]	0	0,0027	0,0027	0,0989	0,0139	0,0073	0,0008	-0,3555	0,0787	0,0278
β [°]	0	0,0091	0,0091	0,2013	0,0358	0,0360	0,0302	0,6967	0,1262	0,0046
γ [°]	-0,01	0,3050	0,3050	11,3035	-1,4161	-1,1472	-1,1552	-0,6668	-4,0652	-1,1330
s_x [m]	0	-0,2758	-0,2758	-2,9072	2,6416	2,6978	2,6075	2,9373	3,0573	1,7734
s_y [m]	0	0,1123	0,1123	7,9107	3,5160	3,5926	3,3330	4,3591	4,2284	1,6626
s_z [m]	0	-0,0017	-0,0017	-0,1180	-0,0110	-0,0108	-0,0084	-0,2527	-0,0267	-0,0039
čas [min]		0,0775	0,0804	0,1139	0,2351	0,0023	0,0009	0,2280	0,2891	0,9404
rms [m]		1,5688	1,5688	10,1478	0,5367	0,6031	0,6664	1,8891	2,0309	1,6378

Tabulka 3.20: Numerické výsledky testů vypočítaného transformačního klíče pro variantu 2.

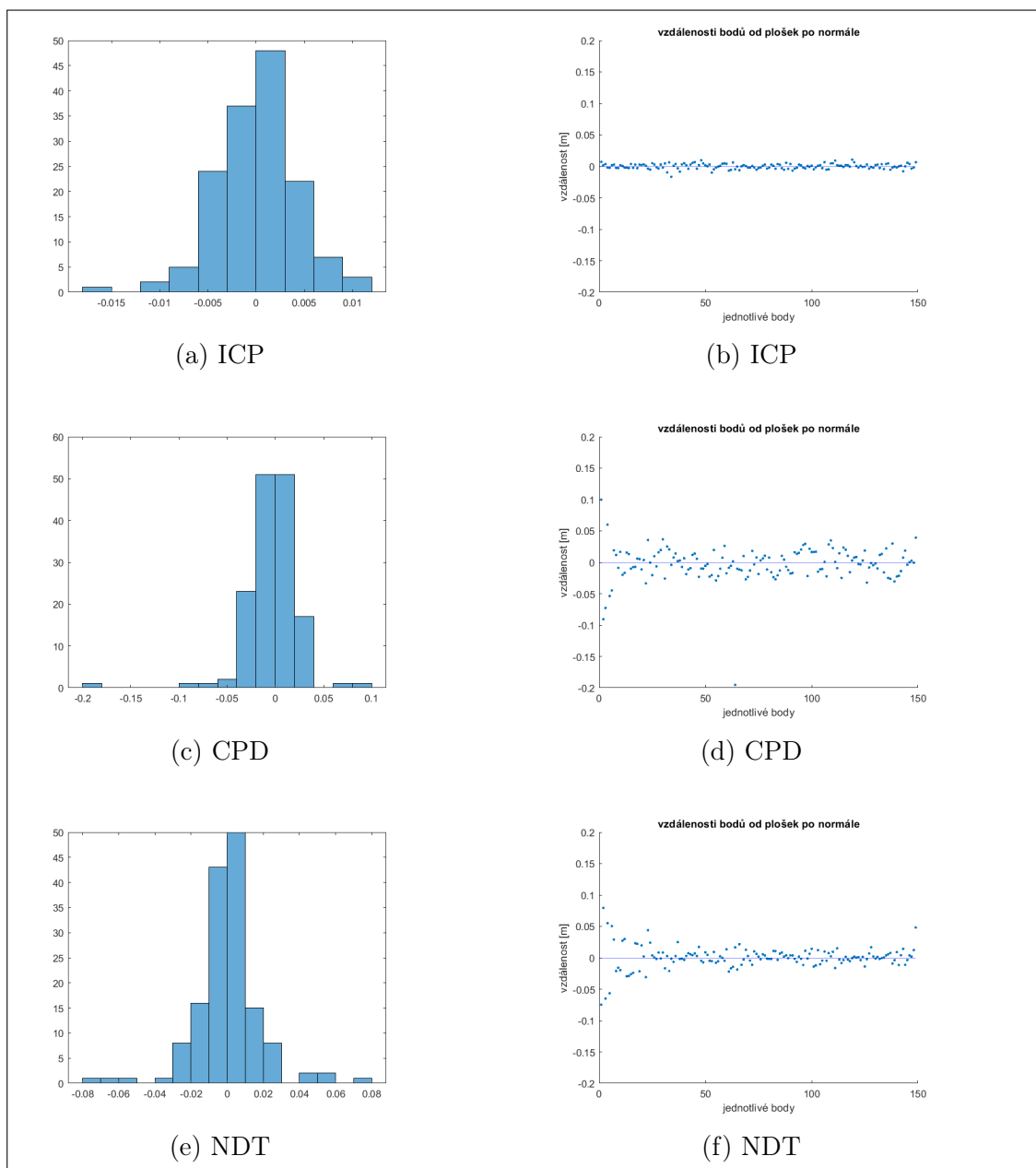
očekávaný		výpočet metodou ICP			výpočet metodou CPD			výpočet metodou NDT		
transformační klíč		řešení 1	řešení 2	řešení 3	řešení 1	řešení 2	řešení 3	řešení 1	řešení 2	řešení 3
α [°]	-0,01	-0,0073	-0,0073	0,0889	0,0039	0,0039	0,0039	-0,6471	0,0688	0,0189
β [°]	-0,01	-0,0009	-0,0009	0,1913	0,0258	0,0258	0,0258	0,4668	0,1164	-0,0041
γ [°]	-0,01	0,3050	0,3050	11,3035	-1,4161	-1,4161	-1,4161	-1,0886	-4,0651	-1,1330
s_x [m]	0,00	-0,2758	-0,2758	-2,9072	2,6416	2,6416	2,6416	2,9962	3,0572	1,7734
s_y [m]	0,00	0,1123	0,1123	7,9107	3,5160	3,5160	3,5160	4,3860	4,2284	1,6626
s_z [m]	0,00	-0,0017	-0,0017	-0,1180	-0,0110	-0,0110	-0,0110	-0,2743	-0,0267	-0,0039
čas [min]		0,0873	0,1322	0,1173	0,2557	0,2381	0,2361	0,1556	0,2921	0,9366
rms [m]		1,5688	1,5688	10,1478	0,5367	0,5367	0,5367	1,9085	2,0309	1,6377

Tabulka 3.21: Numerické výsledky testů vypočítaného transformačního klíče pro variantu 3.

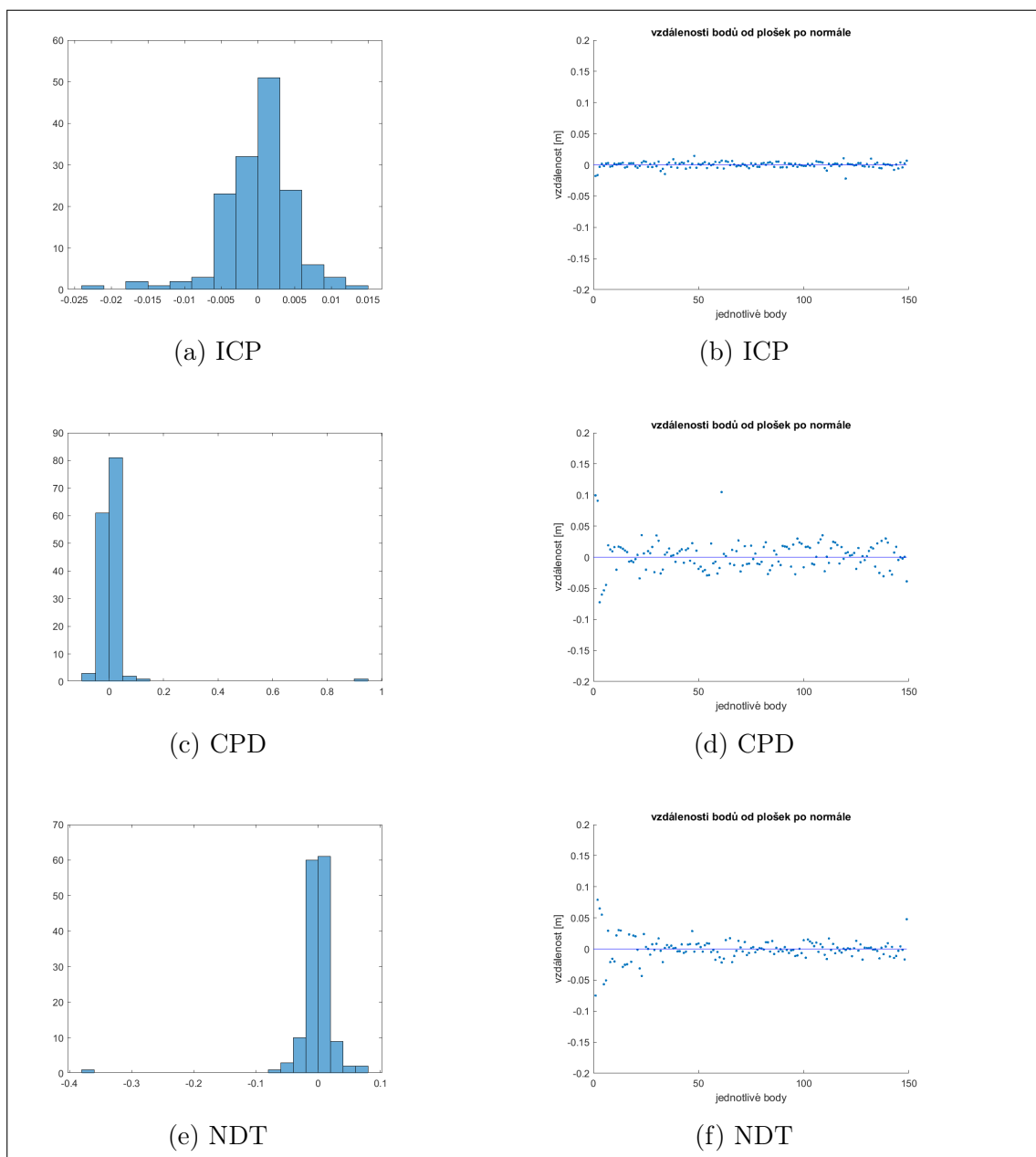
očekávaný		výpočet metodou ICP			výpočet metodou CPD			výpočet metodou NDT		
transformační klíč		řešení 1	řešení 2	řešení 3	řešení 1	řešení 2	řešení 3	řešení 1	řešení 2	řešení 3
α [°]	-0,01	-0,0080	-0,0080	0,0887	0,0039	-0,0027	-0,0092	-0,6461	0,0689	0,0189
β [°]	-0,01	-0,0009	-0,0009	0,1912	0,0258	0,0260	0,0202	0,4670	0,1164	-0,0041
γ [°]	-0,01	0,3054	0,3054	11,3071	-1,4161	-1,1472	-1,1552	-1,0854	-4,0646	-1,1330
s_x [m]	-0,05	-0,2800	-0,2800	-2,9651	2,5929	2,6487	2,5585	2,9466	3,0110	1,7248
s_y [m]	-0,05	0,1030	0,1030	7,8750	3,4648	3,5417	3,2820	4,3363	4,1748	1,6120
s_z [m]	-0,05	-0,0517	-0,0517	-0,1681	-0,0610	-0,0608	-0,0584	-0,3251	-0,0768	-0,0539
čas [min]		0,0824	0,0817	0,1201	0,2389	0,0024	0,0008	0,1601	0,3052	0,9487
rms [m]		1,5691	1,5691	10,1537	0,5367	0,6031	0,6664	1,9085	2,0308	1,6378

Tabulka 3.22: Numerické výsledky testů vypočítaného transformačního klíče pro variantu 4.

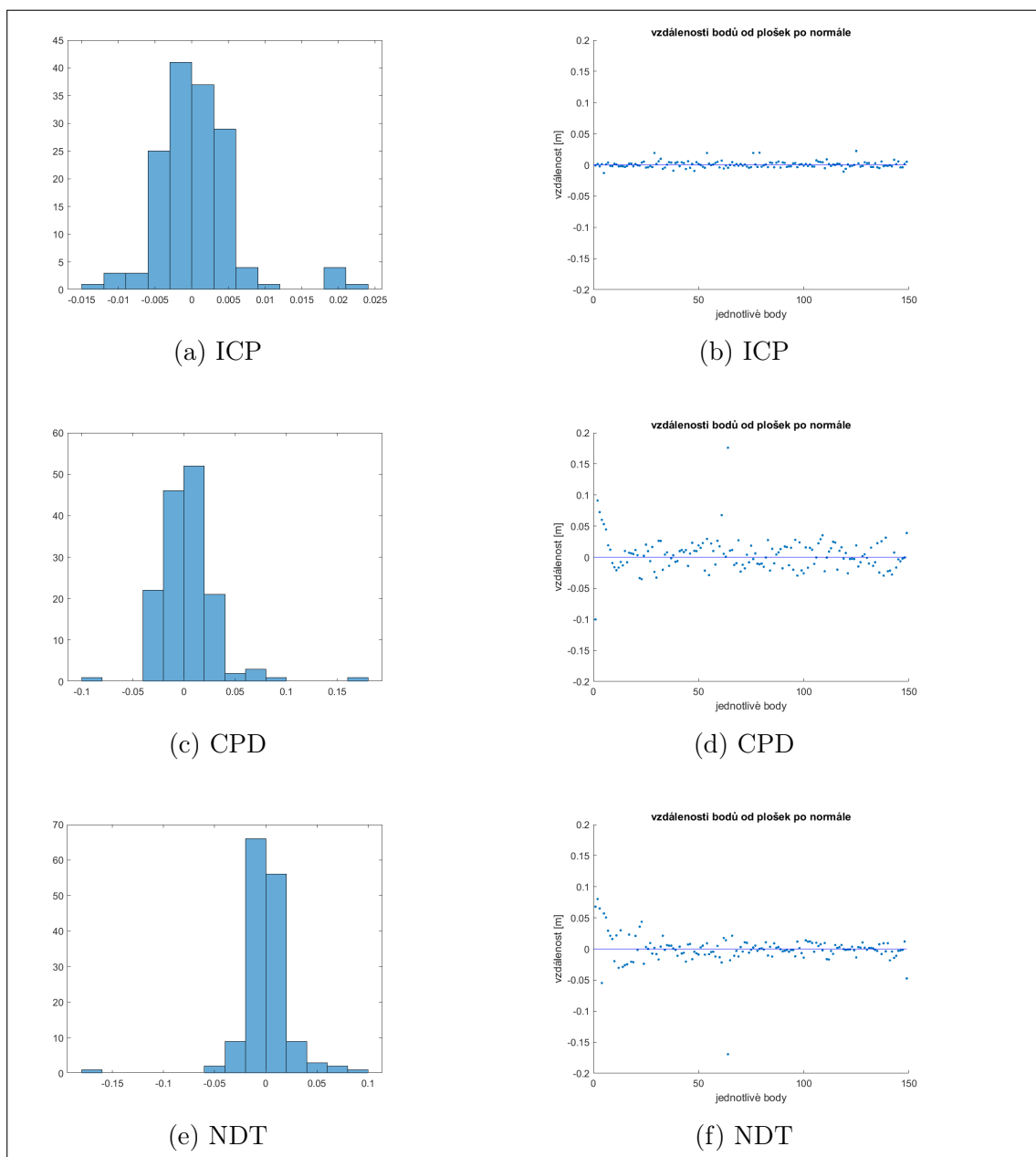
očekávaný		výpočet metodou ICP			výpočet metodou CPD			výpočet metodou NDT		
transformační klíč		řešení 1	řešení 2	řešení 3	řešení 1	řešení 2	řešení 3	řešení 1	řešení 2	řešení 3
α [°]	0,00	0,0020	0,0020	0,0987	0,0139	0,0069	-0,0004	-0,5190	0,0797	0,0278
β [°]	0,00	0,0091	0,0091	0,2013	0,0358	0,0354	0,0294	0,4747	0,1255	0,0046
γ [°]	0,00	0,3154	0,3154	11,3143	-1,4061	-1,1583	-1,1644	0,3140	-4,1335	-1,1245
s_x [m]	-0,05	-0,2798	-0,2798	-2,9881	2,5929	2,6512	2,5235	2,7641	2,9844	1,7248
s_y [m]	-0,05	0,1032	0,1032	7,8471	3,4647	3,5517	3,2710	4,4009	4,1515	1,6120
s_z [m]	-0,05	-0,0517	-0,0517	-0,1680	-0,0610	-0,0608	-0,0587	-0,2914	-0,0768	-0,0539
čas [min]		0,0851	0,0819	0,1181	0,2464	0,0023	0,0009	0,6121	0,3715	0,9635
rms [m]		1,5691	1,5691	10,1092	0,5367	0,6042	0,6586	1,8942	2,0353	1,6378



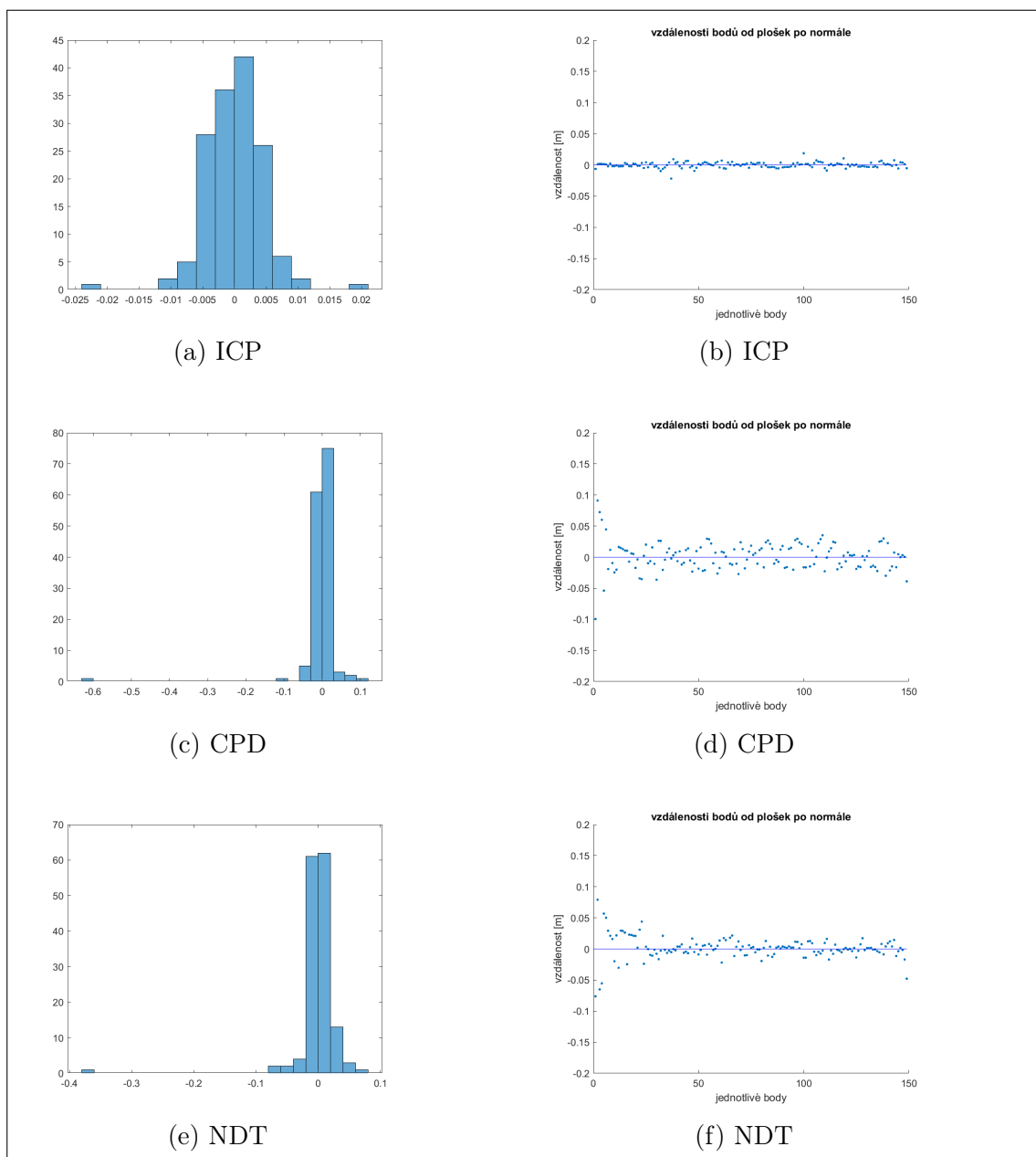
Obrázek 3.11: Vzdálenosti referenčních bodů od rovinek interpolovaných z bodového mračka. Zvolený transformační klíč variantu 1.



Obrázek 3.12: Vzdálenosti referenčních bodů od rovinek interpolovaných z bodového mračna. Zvolený transformační klíč variantu 2.



Obrázek 3.13: Vzdálenosti referenčních bodů od rovinek interpolovaných z bodového mračka. Zvolený transformační klíč varianta 3.



Obrázek 3.14: Vzdálenosti referenčních bodů od rovinek interpolovaných z bodového mračka. Zvolený transformační klíč variantu 4.

Kapitola 4

Vlastní výpočet dotransformací při registraci mračna v programu Matlab s využitím optimalizačních algoritmů

Z důvodu nevyhovujícího výpočetního aparátu v programu Matlab [15] byl vytvořen vlastní výpočetní algoritmus s grafickou nadstavbou pro řešení jemných náklonů zaměřeného mračna. Jádro výpočtu je založeno na optimalizačních algoritmech [15, 52–56].

To jsou velmi silné numerické nástroje, které v principu hledají hodnoty proměnných, pro které je hodnota vhodně nadefinované cílové funkce minimální. Cílovou funkcí můžeme obecně z pohledu softwarového řešení rozumět naprogramovaný proces, který popisuje řadu reálných aplikací, ve kterém vystupují proměnné, jejichž hodnoty hledáme, a který vrací jednu hodnotu, jejíž minimum požadujeme (např. suma čtverců odchylek, suma absolutních hodnot, apod.). Metod nalezení optimálních hodnot parametrů je celá řada [52–54] a velmi často jsou algoritmy implementovány do výpočetních softwarů jako např. Matlab [15]. V praxi se optimalizační algoritmy používají např. pro návrhy optimálních řešení ve strojírenství [55], automobilovém průmyslu [56], návrhu optických soustav [18, 57], a dalších aplikacích [12].

Díky jejich možnému širokému uplatnění byly v této práci použity k řešení optimálního klíče pro transformaci mračna bodů na referenční body. Podle metody nejmenších čtverců byla definována cílová funkce:

$$M = \sum_{i=1}^N (\mathbf{E}_i'^T \cdot \mathbf{E}_i') , \quad (4.1)$$

kde vektor souřadnicových reziduí \mathbf{E}'_i je

$$\mathbf{E}'_i = \begin{bmatrix} x_{ref} \\ y_{ref} \\ z_{ref} \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_z(\gamma) \cdot \mathbf{R}_y(\beta) \cdot \mathbf{R}_x(\alpha) & s_x \\ & s_y \\ & s_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{pt} \\ y_{pt} \\ z_{pt} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

přičemž $x_{ref}, y_{ref}, z_{ref}$ jsou souřadnice známých referenčních bodů, x_{pt}, y_{pt}, z_{pt} jsou souřadnice vybraných bodů z mračna (point cloud), $\mathbf{R}_x, \mathbf{R}_y, \mathbf{R}_z$ jsou rotační matice. Dolní index i značí doplněný vektor reziduí o jednu hodnotu (1) pro snadnější maticový výpočet. Hledané hodnoty transformačního klíče jsou posuny (translace) s_x, s_y, s_z a úhly (rotace) α, β, γ .

Postup softwarové implementace cílové funkce můžeme tedy shrnout takto:

1. Jsou dány prostorové souřadnice referenčních bodů $x_{ref}, y_{ref}, z_{ref}$ a souřadnice bodů v bodovém mračnu.
2. Ke každému referenčnímu bodu vyhledáme nejbližší bod v mračnu.
3. Definujeme parametry transformace tj. translace a rotace $s_x, s_y, s_z, \alpha, \beta, \gamma$
4. Sestavíme rovnici reziduí pro i -tý bod dle (4.2), kde vystupují hledané (optimalizované) parametry $s_x, s_y, s_z, \alpha, \beta, \gamma$,
5. Sestavíme cílovou funkci M dle (4.1).
6. Minimalizujeme cílovou funkci M optimalizačním algoritmem. Vstupem jsou souřadnice referenčních bodů, souřadnice jim nejbližších bodů z mračna a parametry transformace, které chceme optimalizovat. V případě vynechání některých z parametrů transformace zůstane jeho hodnota nulová. Daná rotace, či translace nebude optimalizovaná.
7. Transformace mračna bodů vypočítaným transformačním klíčem a případný výpis jeho hodnot.

Tímto je problém dotransformace mračen bodů na body referenční řešen. Vhodný optimalizační algoritmus hledá vhodné hodnoty zvolených parametrů translací a rotací ($s_x, s_y, s_z, \alpha, \beta, \gamma$), resp. hledá extrém funkce M , která může obsahovat 1 - 6 proměnných. Iterativním postupem, popsané implementace, počítaný transformační klíč konverguje k ideálnímu řešení.

Tabulka 4.1: Přehledová tabulka translací a rotací během výpočtu transformačního klíče mračna rotovaného okolo osy x .

transformační klíč:	zvolený	očekávaný	vypočítaný	odchylka
α [°]	0,01°	-0,01°	-0,01269°	0,00269°
$\beta; \gamma$ [°]	0; 0	0; 0	0; 0	0; 0
$s_x; s_y; s_z$ [m]	0; 0; 0	0; 0; 0	0; 0; 0	0; 0; 0

Tabulka 4.2: Přehledová tabulka translací a rotací během výpočtu transformačního klíče mračna rotovaného okolo osy y .

transformační klíč:	zvolený	očekávaný	vypočítaný	odchylka
$\alpha; \gamma$ [°]	0; 0	0; 0	0; 0	0; 0
β [°]	0,01°	-0,01°	-0,01006°	0,00006°
$s_x; s_y; s_z$ [m]	0; 0; 0	0; 0; 0	0; 0; 0	0; 0; 0

4.1 Test rotace bodového mračna zvlášť okolo osy x a okolo osy y - výpočet transformačního klíče

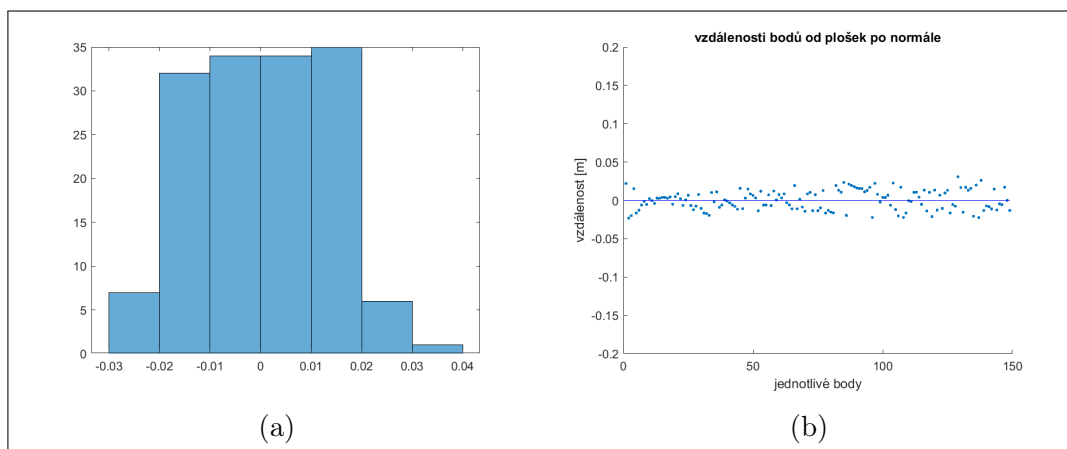
Vytvořený program na základě výše popsaného algoritmu byl testován. Vyrovnané bodové mračno na referenční body bylo rotováno o zvolený úhel $\alpha = 0,01^\circ$ resp. $\beta = 0,01^\circ$. Kompletní transformační klíč je uveden v tab. 4.1 resp. 4.2. Simulované mračno tak vzniklo touto transformací. Úkolem programu byl výpočet transformačního klíče pro opětovnou transformaci mračna na referenční body. Výsledky výpočtu jsou velmi uspokojivé. Jsou uvedeny v tab. 4.1 resp. 4.2. Odchylky od očekávaných hodnot jsou 9,7 úhlových vteřin resp. 0,2 úhlových vteřin.

Statisticky odlehlosti mračna od referenčních bodů (obr. 4.1 resp. obr. 4.2) vychází takto: Pod referenčním bodem je mračno maximálně 22 mm resp. 23 mm, nad bodem je maximálně 31 mm resp. 22 mm, průměrně je 0,4 mm nad body resp. 0,2 mm pod body. Medián odlehlostí je 0,5 mm resp. 0,0 mm.

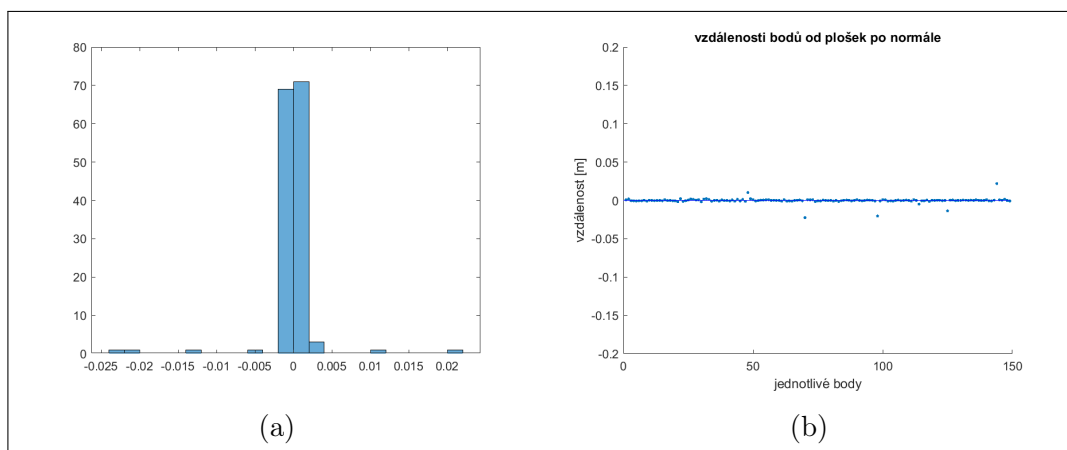
4.2 Test rotace bodového mračna zároveň okolo os x a y - výpočet transformačního klíče

Měření rovinných ploch pozemním laserovým skenerem s více stanovisky v jedné linii (např. zaměrování silnic) je velmi náchylné na správné vyrovnání mračen v rovině xy . Proto byl proveden test aplikace s natočením simulovaného mračna o $0,01^\circ$ okolo osy x a okolo osy y . Celý zvolený transformační klíč je uveden v tabulce 4.3.

Výsledkem optimalizačního výpočtu jsou hodnoty lišící se od hodnot očekáva-



Obrázek 4.1: Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračka (simulované mračko otočeno okolo osy x).



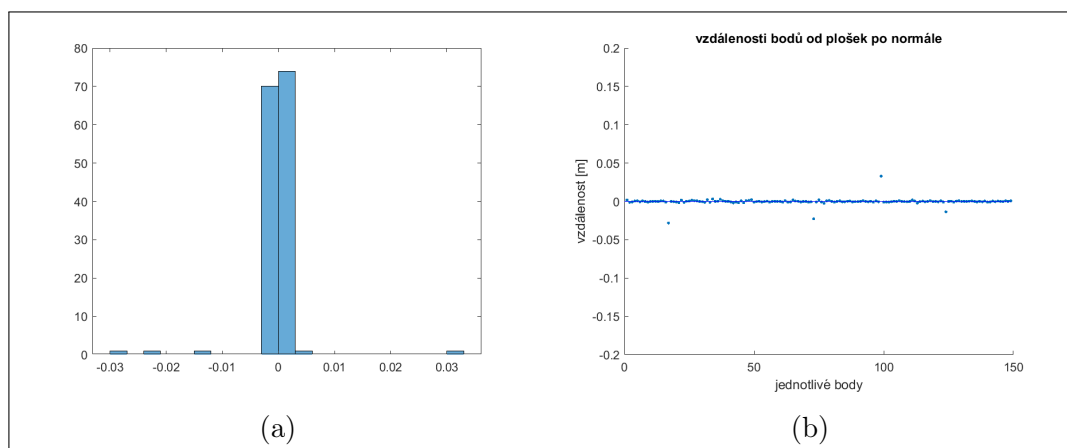
Obrázek 4.2: Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračka (simulované mračko otočeno okolo osy y).

Tabulka 4.3: Přehledová tabulka translací a rotací během výpočtu transformačního klíče mračna rotovaného okolo os x a y .

transformační klíč:	zvolený	očekávaný	vypočítaný	odchylka
$\alpha [^\circ]$	0,01°	-0,01°	-0,00923°	0,00077°
$\beta [^\circ]$	0,01°	-0,01°	-0,00934°	0,00066°
$\gamma [^\circ]; s_x; s_y; s_z$ [m]	0; 0; 0; 0	0; 0; 0; 0	0; 0; 0; 0	0; 0; 0; 0

ných o 2,8 a 2,4 úhlových vteřin (tab. 4.3). V délkové míře je to odchylka 0,67 mm resp. 0,57 mm na padesáti metrech. Na obrázku 4.3b jsou zobrazeny odlehlosti mračna bodů od referenčních bodů.

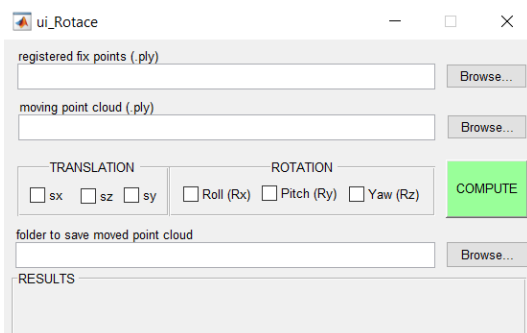
Z výše uvedených analýz je patrné, že vytvořený program velmi dobře řeší úlohu jemné dotransformace mračen. Navíc nabízí možnosti fixovat některé z rotací nebo posunů transformačního klíče, což samotné implementované funkce z balíčků softwaru Matlab neumožňují. Program tak může nalézt uplatnění v široké řadě aplikací, kde je vhodné uživatelsky kontrolovat proces registrace mračen a nespolehat se pouze na již hotová komerčně dostupná komplexní řešení.



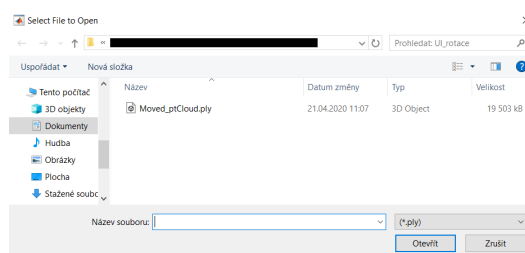
Obrázek 4.3: Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračna (simulované mračno otočeno okolo osy x a y).

4.3 Grafické rozhraní

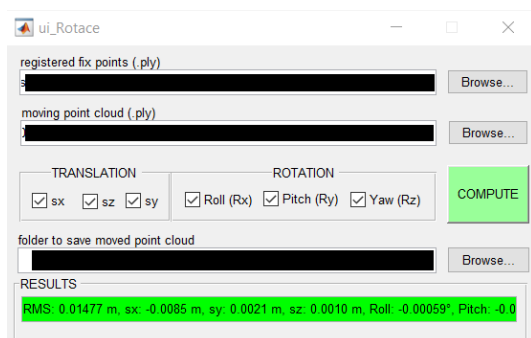
Pro příjemnější uživatelské použití bylo výpočetnímu skriptu vytvořeno grafické okno. V prvním kroku (obr. 4.4a) se zadává cesta k souboru s referenčními (fixními) body. K tomu slouží první tlačítko od shora. Po jeho označení se zobrazí



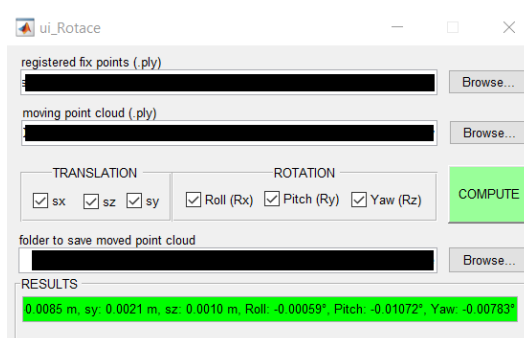
(a)



(b)



(c)



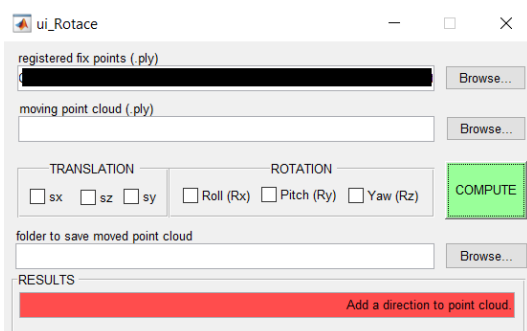
(d)

Obrázek 4.4: (a) Grafické okno při spuštění aplikace, (b) Grafické okno pro zadání cesty k souborům, (c) a (d) Zobrazení výsledků výpočtu transformace.

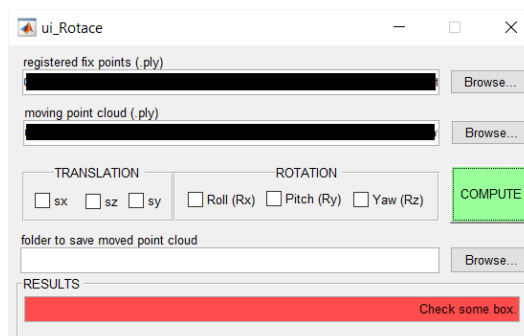
okno (obr. 4.4b) s adresářovou strukturou, ve které se vyhledá patřičný soubor s koncovkou ply. Zadávání je omezeno, takže soubor v jiném formátu nelze vybrat.

Dále se stejným způsobem vybere mračno bodů. Zaškrtně se v okénkách volba vyrovnání. Lze vyrovnávat všech 6 prvků transformace, ale také jen jeden (obr. 4.4c). Tato volba záleží na kvalifikovaném rozhodnutí uživatele. Posledním krokem je volba adresáře, kam se vyrovnané mračno uloží. Do řádku results (obr. 4.4d) se vypíše nalezené optimalizované hodnoty transformačního klíče.

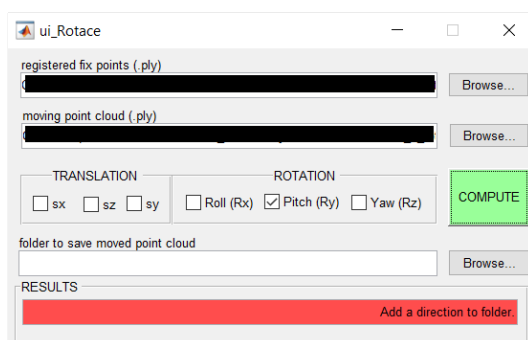
Na obr. 4.5a - 4.5d jsou představeny chybové a procesní hlášky programu.



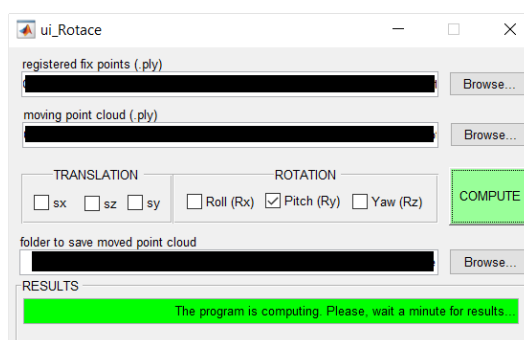
(a)



(b)



(c)



(d)

Obrázek 4.5: Zobrazení chyby při nevyplnění (a) cesty k mračnu bodů, (b) rotací nebo translací, (c) cesty pro uložení transformovaného mračna. (d) Zobrazení procedurální hlášky od spuštění po celou dobu výpočtu.

Kapitola 5

Závěr

V této práci byly analyzovány vybrané matematické a fyzikální vlivy na přesnost pozemního laserového skenování. V první části byly představeny pozemní laserové skenery, jejich využití a postup zpracování měřených dat. Na to navazuje popsání matematický aparát určování polohy skenovaného bodu a zpracovatelské algoritmy pro registraci mračen bodů Iterative Closest Point, Coherent Point Drift a Normal-distributions Transform.

Následně se práce důkladně zabývá vlivy na měření vzdáleností a směrů pozemním laserovým skenerem. Ukázalo se, že na velmi přesné skenování mají nezanedbatelný vliv nakloněné plochy, nerovinné povrchy a také atmosférické podmínky. U nakloněné roviny prezentovaný příklad ukazuje, že na vzdálenost 50 m a sklonu 45° je nejistota určení bodu 6,68 mm. Pro nerovinnou geometrii je vyhodnocená vzdálenost místo 50 m pro výčnělek 50,005 m a pro cílení do rohu 49,993 m. Atmosférický vliv na modelovém příkladu ukazuje odchylku v měření stometrové délky 11 mm - 211 mm podle strmosti záměry a odchylku v měření vertikálního úhlu pro vodorovný případ $0,0095^\circ$ (34 vteřin) resp. $0,0048^\circ$ (17 vteřin) pro strmější záměru.

Oproti doposud publikovaným zejména experimentálním studiím, zaměřeným na konkrétní měřicí přístroje a situace, je práce hodnotným souhrnným příspěvkem a doplněním oblasti laserového skenování, pomocí kterého lze analyticky řešit apriorní odhady přesnosti měření pro různé situace.

V následující části práce je prezentován postup testování popsanych zpracovatelských metod (ICP, CPD a NDT) pro dotransformace mračen bodů na referenční body v softwaru Matlab. Znalost funkčnosti algoritmů v Matlabu nám otevírá možnosti pro další speciální aplikace, do kterých uvidíme od samotného počátku programování.

Bohužel však všechny provedené testy ukázaly, že přímé využití již hotových algoritmů neposkytuje vždy kvalitní řešení. Výsledkem může být transformační klíč, který způsobuje odchylku v řádech metrů v poloze a úhlových minut v rotacích oproti klíči očekávanému. Důvodem je nevhodné hledání optimálních hodnot pro

všechny parametry transformace.

V poslední kapitole práce je navržen vlastní přístup k řešení úkolu. Základem je nelineární optimalizace, která podle potřeby řeší pouze vybrané prvky transformačního klíče, a dokáže tak lépe vystihnout reálnou pozici mračna v prostoru. Pro pohodlné uživatelské ovládání byla napsána společně s grafickým rozhraním. Tato funkce rozšiřuje možnosti přesných registrací mračen o uživatelskou kontrolu nad výpočtem, které ostatní algoritmy implementované v prostředí Matlab neumožňují.

V první příloze diplomové práce jsou uvedeny kopie článků autora, které publikoval na různá témata optického a laserového skenování. Ve druhé příloze je zobrazena zájmová oblast a její okolí na vyrovnaném modelu.

Literatura

- [1] Leica Geosystems. <http://hds.leica-geosystems.com/en/index.htm>.
- [2] RIEGL Laser Measurement Systems. <http://www.riegl.com/>.
- [3] Topcon. <https://www.topconpositioning.com/mass-data-and-volume-collection/laser-scanners/gls-2000>.
- [4] FARO. <http://www.faro.com/>.
- [5] Geospatial Inc. Trimble TX8. <https://geospatial.trimble.com/products-and-solutions/tx8>, May 2018.
- [6] M. Bass. *Handbook of Optics: Fiber Optics and Nonlinear Optics*. 2001.
- [7] G. Vosselman and H. G. Maas. *Airborne and Terrestrial Laser Scanning*. Whittles Publishing, 2010.
- [8] P. Pokorný. One-mirror and two-mirror three-dimensional optical scanners - position and accuracy of laser beam spot. *Appl. Opt.*, 53(12):2730–2740, Apr 2014.
- [9] G. F. Marshall and G. E. Stutz. *Handbook of Optical and Laser Scanning*. CRC Press, 2004.
- [10] F. Trager. *Springer handbook of lasers and optics*. Springer, New York, 2007.
- [11] Surphaser. <http://www.surphaser.com/>.
- [12] J. Brzobohatý. Analýza vertikální indexové chyby prostorového optického skeneru. Bakalářská práce, České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, 2018.
- [13] Zoller+Frohlich. <https://www.zf-laser.com/Home.91.0.html?&L=1>.
- [14] Jindřich Brzobohatý and Petr Pokorný. Optické 3D skenery pro terestrické aplikace. *Jemná mechanika a optika*, 2019(7 - 8):203 – 208, 2019.
- [15] Matlab. <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>, 2018.
- [16] M. P. Groover and E. W. Zimmers. *CAD/CAM: Computer-Aided Design and Manufacturing*. Pearson Education, 1984.
- [17] R. Soenen and G. J. Olling. *Advanced CAD/CAM Systems: State-of-the-Art and Future Trends in Feature Technology*. IFIP Advances in Information and Communication Technology. Springer US, 2016.
- [18] A. Mikš. *Aplikovaná optika*. Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2009.

- [19] M. Born, L.N.L.M. Born, E. Wolf, M.A.X.A. BORN, A.B. Bhatia, P.C. Clemmow, D. Gabor, A.R. Stokes, A.M. Taylor, P.A. Wayman, et al. *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Cambridge University Press, 1999.
- [20] K. Rektorys and Akademie věd České republiky. *Přehled užití matematiky*. Prometheus, 2000.
- [21] K.R. Koch. *Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models*. Springer, 1999.
- [22] A.E. Fridman, A. Sabak, and P. Makinen. *The Quality of Measurements: A Metrological Reference*. SpringerLink : Bücher. Springer New York, 2011.
- [23] M. Grabe. *Measurement Uncertainties in Science and Technology*. Springer International Publishing, 2016.
- [24] P. J. Besl and N. D. McKay. A method for registration of 3-d shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(2):239–256, 1992.
- [25] Dylan Campbell and Lars Petersson. An adaptive data representation for robust point-set registration and merging. *CoRR*, abs/1511.04240, 2015.
- [26] Héber Sobreira, Carlos M. Costa, Ivo Sousa, Luis Rocha, José Lima, P. C. M. A. Farias, Paulo Costa, and A. Paulo Moreira. Map-matching algorithms for robot self-localization. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 93(3-4):533–546, 2019.
- [27] Researchgate. https://www.researchgate.net/figure/Illustration-of-the-iterative-closest-point-method-/to-align-two-lines-A-set-of-points-is_fig5_269703385.
- [28] Andriy Myronenko and Xubo B. Song. Point-set registration: Coherent point drift. *CoRR*, abs/0905.2635, 2009.
- [29] Lei Peng, Guangyao Li, Mang Xiao, Li Xie, and Pew-Thian Yap. Robust CPD algorithm for non-rigid point set registration based on structure information. *PLOS ONE*, 11(2):1 – 17, 2016-2-11.
- [30] Peter Biber and Wolfgang Straßer. A new approach to laser scan matching. In *The Normal Distributions Transform*, volume 3, pages 2743 – 2748 vol.3, 11 2003.
- [31] Martin Magnusson. *The three-dimensional normal-distributions transform an efficient representation for registration, surface analysis, and loop detection*. Örebro universitet, Örebro, 2009.
- [32] Martin Magnusson, Henrik Andreasson, Andreas Nüchter, and Achim J. Liethal. Automatic appearance-based loop detection from three-dimensional laser data using the normal distributions transform. *Journal of Field Robotics*, 26(11-12):892–914, 2009.
- [33] J. M. Rieger. *Electronic Distance Measurement*. Springer Berlin Heidelberg,

- 1996.
- [34] T. Schulz. *Calibration of a terrestrial laser scanner for engineering geodesy*. PhD thesis, ETH Zurich, 2008.
 - [35] J. Uren and W. F. Price. *Surveying for Engineers*. Palgrave Macmillan, 2010.
 - [36] Jindřich Brzobohatý and Petr Pokorný. Vybrané fyzikální aspekty ovlivňující přesnost bezkontaktního laserového měření vzdáleností metoda tranzitního času. *Jemná mechanika a optika*, 2020(4):111 – 122, 2020.
 - [37] U. Teubner and H.J. Brückner. *Optical Imaging and Photography: Introduction to Science and Technology of Optics, Sensors and Systems*. De Gruyter STEM. De Gruyter, 2019.
 - [38] J. Shan and C.K. Toth. *Topographic Laser Ranging and Scanning: Principles and Processing*. CRC Press, 2017.
 - [39] Aloysius Wehr and Uwe Lohr. Airborne laser scanning—an introduction and overview. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 54(2-3):68–82, jul 1999.
 - [40] K. Pátek. *Lasery - kvantové generátory světla*. Teoretická knižnice inženýra. SNTL, 1964.
 - [41] J. Braat and P. Török. *Imaging Optics*. Cambridge University Press, 2019.
 - [42] Mikš A. and Pospíšil J. Počítačová simulace vlivu atmosféry na geodetická měření. *Stavební obzor*, 7(7):220–225, 1998.
 - [43] Martin Štroner and Jiří Pospíšil. Modelování vlivu atmosféry na geodetická měření při požární zkoušce v Mokrsku. *STAVEBNÍ OBZOR*, 18(2/2009):60 – 64, 2009.
 - [44] B. Edlén. The refractive index of air. *Metrologia*, 2(2):71–80, 1966.
 - [45] K. P. Birch and M. J. Downs. An updated Edlén equation for the refractive index of air. *Metrologia*, 30(3):155–162, 1993.
 - [46] K. P. Birch and M. J. Downs. Correction to the updated Edlén equation for the refractive index of air. *Metrologia*, 31(4):315–316, jan 1994.
 - [47] R S Davis. Equation for the determination of the density of moist air (1981/91). *Metrologia*, 29(1):67–70, jan 1992.
 - [48] Mikš A. Vliv atmosféry na přesnost měření v inženýrské geodézii. *Jemná mechanika a optika*, 42(4):120–122, 1997.
 - [49] Kulmon P. and Mikš A. Vliv prostředí před optickou soustavou na přesnost měření optickými přístroji v geodézii a průmyslu. *Jemná mechanika a optika*, 59(9):243–246, 2014.
 - [50] L.E. Scales. *Introduction to Non-Linear Optimization*. Computer Science Series. Macmillan Education UK, 1985.
 - [51] R.W. Cottle and M.N. Thapa. *Linear and Nonlinear Optimization*. International Series in Operations Research & Management Science. Springer New

- York, 2017.
- [52] F. Tao, L. Zhang, and Y. Laili. *Configurable Intelligent Optimization Algorithm: Design and Practice in Manufacturing*. Springer Series in Advanced Manufacturing. Springer International Publishing, 2014.
 - [53] P. M. Vasant. *Meta-Heuristics Optimization Algorithms in Engineering, Business, Economics, and Finance*. Premier reference source. Information Science Reference, 2012.
 - [54] C. H. Papadimitriou and K. Steiglitz. *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Dover Books on Computer Science. Dover Publications, 2013.
 - [55] M. Gen and R. Cheng. *Genetic Algorithms and Engineering Optimization*. A Wiley-Interscience publication. Wiley, 2000.
 - [56] I. Zelinka, V. Snásel, and A. Abraham. *Handbook of Optimization: From Classical to Modern Approach*. Intelligent Systems Reference Library. Springer Berlin Heidelberg, 2012.
 - [57] Michael Bass. *Handbook of optics*. McGraw-Hill Professional, New York, 2nd edition, 1995.

Příloha A

Publikované články autora

Následující část práce prezentuje publikované články zabývající se různými oblastmi terestrického skenování, na kterých se autor podílel jako spoluautor v rámci jeho magisterského studia:

1. **Chyba odečítání hodnot svislých úhlů prostorových optických skenerů a její numerická kompenzace**
2. **Automatizovaný výběr a skenování oblasti zájmu pro pozemní laserové skenování**
3. **Optické 3D skenery pro terestrické aplikace**
4. **Vybrané fyzikální aspekty ovlivňující přesnost bezkontaktního laserového měření vzdáleností metodou tranzitního času**

Jindřich BRZOBOHATÝ, Petr POKORNÝ
České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, katedra fyziky, Praha

Chyba odečítání hodnot svislých úhlů prostorových optických skenerů a její numerická kompenzace

V práci je analyzována problematika určení velikosti chyby čtení svislého úhlu při měření prostorovými optickými skenery. Je představen postup jejího numerického určení a metodika je aplikována a ověřena na experimentálních datech. Navržený postup může sloužit k numerickým kalibracím měřených dat mračen bodů, výrazně zvýšit kvalitu výstupů, a také eliminovat náklady vybrané mechanické kalibrace optických skenerů.

Klíčová slova: prostorové optické skenery, kalibrace, optimalizace

1. ÚVOD

Měření a dokumentace tvaru vzdálených prostorových objektů je nedílnou součástí řady praktických a průmyslových aplikací. Jedním z typů zařízení, které umožňují bezkontaktní, velmi rychlé a přesné zaměření prostorového rozložení velkého množství bodů, jsou prostorové optické skenery [1–7]. Komerčně je nabízena celá řada skenerů různých výrobců [3–7], jejichž rozsahy začínají u malých výsečí a končí u téměř kompletního zaměření svého okolí (panoramatické skenery).

V této práci se zabýváme pozemními prostorovými optickými skenery využívanými zejména pro zaměření vzdálených bodů s vysokou přesností, např. měření povrchu silničních vozovek v milimetrové

absolutní přesnosti. Pro dosažení této přesnosti je třeba dodržet přísné postupy a zásady. Také je třeba používat velmi přesná zařízení nebo dodatečné kalibrace. Požadujeme-li například polohovou přesnost $\Delta p = 1$ mm na vzdálenosti $l = 50$ m, lze nárok na přesnost (mezní chybu) $\Delta\varphi$ měření směru φ odhadnout jako $\Delta\varphi = \Delta p/l = 2 \cdot 10^{-5}$ rad = 4,1". Požadavek na měření vzdálenosti bodu od skeneru poté bude odpovídat přímo požadavku na polohovou přesnost Δp .

Měření prostorovým skenerem ve své podstatě odpovídá automatizovanému vysokofrekvenčnímu měření dvou prostorových úhlů (v horizontální a vertikální rovině souřadného systému skeneru) a vzdálenosti (mezi centrem skeneru a měřeným bodem) –

prostorové polární souřadnice [8–10]. Tyto tři veličiny jsou následně transformovány zpravidla do prostorových kartézských souřadnic. U komerčních bezkontaktních optických skenerů dlouhého dosahu jsou vzdálenosti měřeny nejčastěji metodou tranzitního času (z anglického time of flight – TOF), kde je měřen čas mezi vysláním a přijmutím světelného impulsu, který se odráží od měřeného předmětu. Označme tranzitní čas τ , měřenou vzdálenost mezi skenerem a cílem l a rychlost šíření světla v prostředí (vzduchu) pro jednoduchost zaokrouhleme na $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. Potom pro $l = 50$ m a požadavek na přesnost $\Delta p = 1$ mm musí být tranzitní čas změřen s mezní chybou $\Delta \tau = 2 \Delta p / c = 7 \cdot 10^{-12}$ s = 7 ps. Měření úhlů je založeno na různých principech, pro terestrická měření se používají elektronické odečítací pomůcky s přesností jednotek úhlových vteřin.

Z výše uvedeného je patrné, že měřené prostorové polární souřadnice nejsou bezchybné. Měřené hodnoty jsou ovlivněny řadou faktorů, které je třeba v rámci konstrukčního a následně kalibračního procesu co nejlépe vystihnout a chyby kompenzovat. Zásadní vliv mají chyby systematické, vznikající zpravidla v rámci konstrukčního procesu. Dále to jsou chyby nahodilé, způsobené např. různým tvarem stopy použitého optického svazku na rozdílných předmětech, a tedy změnou pozice energetického centra, nebo variací v parametrech okolního prostředí (změnou indexu lomu atmosféry).

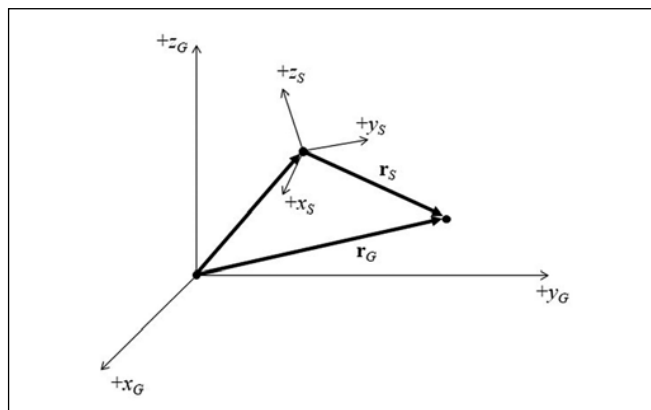
V minulosti se obecným popisem kalibrace optických skenerů zabývala řada autorů. Například Lichti et al. [11–13] studoval modelování chyb a možnosti částečné autokalibrace. Zlepšení přesnosti pro skenování blízkých oblastí ve smyslu potlačení systematických chyb shrnul Pfeifer et al. [14]. Tato práce se zabývá numerickou kompenzací (potlačení) chyby čtení svislého úhlu. Ta vzniká v důsledku špatné justáže odečítacího zařízení vertikálních směrů, kdy registrovaná hodnota neodpovídá skutečné měřené hodnotě o konstantní hodnotu. Tím jsou vypočtené kartézské souřadnice ovlivněny systematickou chybou. Je navržen efektivní kalibrační proces pro potlačení nežádoucího vlivu zmíněné chyby, který je oproti pracím [11–14] velmi snadno aplikovatelný v praxi.

V první části je představen obecný model určování polohy bodů prostorovým optickým skenerem a vliv chyb měřených polárních souřadnic na tyto pozice. Následně je navržen postup kalibračního měření a numerického výpočtu, který je potvrzen na experimentálních datech získaných v rámci spolupráce s firmou Exact Control System a. s. [15]. Popsaná metoda může výrazným způsobem napomoci k redukci finančních nákladů na mechanické kalibrace zmíněné chyby.

2. URČOVÁNÍ POLOHY BODŮ PROSTOROVÝM OPTICKÝM SKENEREM

Předpokládáme, že zdrojem záření v prostorovém optickém skeneru je generován svazek paprsků, který se prostředím šíří přímočaře. Můžeme tak použít geometrickou aproximaci přímky, uvažujeme-li šíření paprsků v homogenním a izotropním prostředí [16, 17], ve kterém probíhá měření. Tuto aproximaci lze uvažovat i pro malé teplotní a tlakové gradienty okolního prostředí nebo poměrně krátké měřené vzdálenosti. Záměrný paprsek prochází optickou soustavou skeneru a rozmitacím zařízením a pokračuje k měřenému předmětu v předem jasně definovaném směru a z jednoznačně určeného bodu.

Místo a směr výstupního paprsku jsou dány použitým rozmitacím zařízením a mechanickou konstrukcí. Nejčastěji se používají polygonální hranoly, odrazná zrcátka, monogony apod. [1, 17, 18]. V rámci uvažovaného modelu se nezabýváme trasováním záměrného paprsku optickou soustavou (viz např. [1, 19–22]), ale uvažujeme, že místo a směr, ve kterém paprsek opouští skener, jsou známy. Pomocí vhodných záměrných zařízení jsou poté měřeny směry v horizontálním a vertikálním směru a vzdálenost k bodu zájmu (např. v úvodu zmíněnou metodou tranzitního času). Měření prostorovým optickým skenerem tak lze charakterizovat jako vysokofrekvenční registraci prostorových polárních souřadnic bodů, od kterých se odráží záměrný paprsek skeneru.



Obr. 1 Uvažovaný model měření

Uvažujme situaci zobrazenou na obr. 1. Vektor r_G je polohový vektor bodu zájmu T v globální souřadné soustavě $G(x_G, y_G, z_G)$, vektor r_S je polohový vektor bodu v lokální souřadné soustavě $S(x_S, y_S, z_S)$ (v soustavě skeneru), vektor s je polohový vektor počátku O_S lokální soustavy skeneru v globální souřadné soustavě. Transformaci souřadnic mezi zmíněnými souřadnými systémy můžeme vyjádřit pomocí homogenních souřadnic jako [8]

$$r'_G = \mathbf{T} \cdot r'_S, \quad (1)$$

kde apostrof u polohových vektorů značí homogenní souřadnice (čtvrtá složka jednotková). Matice transformace \mathbf{T} je v daném případě dána vztahem

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} & & & s_x \\ \mathbf{R}_z(\alpha_z) \cdot \mathbf{R}_y(\alpha_y) \cdot \mathbf{R}_x(\alpha_x) & & & s_y \\ & & & s_z \\ & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

kde s_x, s_y, s_z jsou prvky vektoru s a matice $\mathbf{R}_x(\alpha_x), \mathbf{R}_y(\alpha_y)$ a $\mathbf{R}_z(\alpha_z)$ jsou matice rotací kolem souřadných os x, y a z o úhly α_x, α_y a α_z dané vztahy [4]

$$\mathbf{R}_x(\alpha_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_x & -\sin \alpha_x \\ 0 & \sin \alpha_x & \cos \alpha_x \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_y(\alpha_y) = \begin{bmatrix} \cos \alpha_y & 0 & \sin \alpha_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_y & 0 & \cos \alpha_y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_z(\alpha_z) = \begin{bmatrix} \cos \alpha_z & -\sin \alpha_z & 0 \\ \sin \alpha_z & \cos \alpha_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Vztah mezi kartézskými a polárními souřadnicemi v soustavě skeneru je popsán vztahy [8]

$$x_S = r \sin \zeta \cos \lambda, \quad y_S = r \sin \zeta \sin \lambda, \quad z_S = r \cos \zeta, \\ r = \sqrt{x_S^2 + y_S^2 + z_S^2}, \quad \lambda = \arctan \frac{y_S}{x_S}, \quad \zeta = \arctan \frac{\sqrt{x_S^2 + y_S^2}}{z_S}. \quad (4)$$

3. CHYBA ČTENÍ SVISLÉHO ÚHLU A JEJÍ NUMERICKÁ KOMPENZACE

Jak bylo řečeno, v rámci skenování jsou přímo měřeny prostorové polární souřadnice. Jejich hodnoty budou zatíženy chybami, a to systematickými a náhodnými. Skutečná hodnota měřených veličin není tedy známa. Každé i -té měření v soustavě skeneru můžeme charakterizovat obecně pomocí vztahů [11–13]

$$\begin{aligned}
r_i + e_{r,i} &= \sqrt{x_{S,i}^2 + y_{S,i}^2 + z_{S,i}^2} + \Delta r, \\
\lambda_i + e_{\lambda,i} &= \arctan \frac{y_{S,i}}{x_{S,i}} + \Delta \lambda, \\
\zeta_i + e_{\zeta,i} &= \arctan \frac{\sqrt{x_{S,i}^2 + y_{S,i}^2}}{z_{S,i}} + \Delta \zeta,
\end{aligned} \tag{5}$$

kde e značí residua a Δ zahrnuje systematické i náhodné chyby měření [11–14]. Lze tedy formálně napsat $\Delta = \Delta_s + \Delta_n$.

Pro další potřeby práce předpokládáme, že se v měření bude vyskytovat pouze systematická složka, tedy $\Delta_n = 0$ pro všechny typy měření. Vliv systematických chyb můžeme vyjádřit (modelovat) různými způsoby, které vhodně dané chyby reprezentují. Tvar funkčních závislostí je odvozován na základě teoretických analýz nebo empirických pozorování [11–14]. Základními dodatečnými parametry ovlivňujícími kvalitu měření jsou zpravidla [11–14]: konstantní chyba měření vzdálenosti a_0 , kolimační chyba a úklonná chyba b_1 a b_2 a indexová chyba vertikálního směru c_0 , jejichž vliv lze zahrnout do měření pomocí vztahů [11–13]

$$\Delta r = a_0, \quad \Delta \lambda = b_1 \csc \zeta_i + b_2 \cot \zeta_i, \quad \Delta \zeta = c_0. \tag{6}$$

Pro další část práce předpokládáme, že měření bude ovlivněno pouze konstantní indexovou chybou vertikálního směru c_0 . Označíme-li indexem m přímo měřené veličiny, poté platí: $r_m = r$, $\lambda_m = \lambda$ a $\zeta_m = \zeta + c_0$. Vektor měřených souřadnic v soustavě skeneru poté můžeme zapsat jako

$$\mathbf{r}_{S,m} = \begin{bmatrix} r_m \sin \zeta_m \cos \lambda_m \\ r_m \sin \zeta_m \sin \lambda_m \\ r_m \cos \zeta_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \sin(\zeta + c_0) \cos \lambda \\ r \sin(\zeta + c_0) \sin \lambda \\ r \cos(\zeta + c_0) \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Známe-li hodnotu vertikální indexové chyby, dostáváme pro korigovaný polohový vektor v soustavě skeneru

$$\mathbf{r}_S = \begin{bmatrix} r_m \sin(\zeta_m - c_0) \cos \lambda_m \\ r_m \sin(\zeta_m - c_0) \sin \lambda_m \\ r_m \cos(\zeta_m - c_0) \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Dosazením (8) do (1) dostáváme model vzájemného vztahu souřadnic globálního systému a souřadného systému skeneru se zahrnutým vlivem indexové chyby ve tvaru

$$\begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & s_x \\ & \mathbf{R}_z(\alpha_z) \cdot \mathbf{R}_y(\alpha_y) \cdot \mathbf{R}_x(\alpha_x) & & s_y \\ & & & s_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_m \sin(\zeta_m - c_0) \cos \lambda_m \\ r_m \sin(\zeta_m - c_0) \sin \lambda_m \\ r_m \cos(\zeta_m - c_0) \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Pro vektor residuí homogenních souřadnic \mathbf{E}' poté platí

$$\mathbf{E}' = \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & & & s_x \\ & \mathbf{R}_z(\alpha_z) \cdot \mathbf{R}_y(\alpha_y) \cdot \mathbf{R}_x(\alpha_x) & & s_y \\ & & & s_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_m \sin(\zeta_m - c_0) \cos \lambda_m \\ r_m \sin(\zeta_m - c_0) \sin \lambda_m \\ r_m \cos(\zeta_m - c_0) \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{10}$$

V rámci reálných měření budou hodnoty prvků vektoru residuí nenulové, jelikož budou kromě vertikální indexové chyby přítomny i chyby nahodilé. Cílem kalibračního procesu je určení takové

hodnoty vertikální indexové chyby c_0 , pro kterou budou splněny kladené podmínky na vektor residuí (10), např. minimální velikost jeho L_2 normy (suma čtverců prvků vektoru residuí) nebo L_1 normy (suma absolutních hodnot prvků) pro všechny body současně určené v globálním systému a systému skeneru.

Úlohu kalibrace vertikální indexové chyby jsme tímto způsobem převedli na optimalizační úlohu. V případě minimalizace zmíněné L_2 normy bude minimalizovaná cílová funkce M dána vztahem

$$M = \sum_{i=1}^N (\mathbf{E}'_i{}^T \cdot \mathbf{E}'_i), \tag{11}$$

kde $i = 1, \dots, N$, N je počet současně známých bodů v systému G i S . Nalezení hodnoty vertikální indexové chyby c_0 můžeme provést pomocí vhodného optimalizačního algoritmu [23, 24].

Jednou z metod optimalizace je často používaná metoda nejmenších čtverců [23, 24]. Vzhledem k nelinearitě vztahu (10) je třeba využít iteračního postupu. Z výchozího odhadu \mathbf{p}_0 hledaných parametrů \mathbf{p} můžeme pomocí Taylorova rozvoje linearizovat vztah (10) jako

$$\mathbf{E}'_i(\mathbf{p}) \approx \mathbf{E}'_{0,i} + \mathbf{J}_{0,i} \cdot d\mathbf{p}, \tag{12}$$

kde $\mathbf{J}_{0,i}$ je Jacobiho matice [8, 23, 24] prvních derivací modelu (10) podle hledaných parametrů \mathbf{p} vyčíslená pro hodnoty odhadu parametrů \mathbf{p}_0 a $d\mathbf{p}$ je vektor přírůstků parametrů. $\mathbf{E}'_{0,i}$ značí vztah (10) vyčíslený pomocí odhadu \mathbf{p}_0 . Dosazením (12) do (11) a nalezením extrému (minima) poté pro vektor přírůstků nalzáme známý vztah [23, 24]

$$d\mathbf{p} = -(\mathbf{A}_0^T \mathbf{A}_0)^{-1} \mathbf{A}_0^T \mathbf{E}'_0, \tag{13}$$

kde matice \mathbf{A}_0 představuje sestavené Jacobiho matice pro více měřených bodů, obdobně jako matice \mathbf{E}'_0 . Hodnoty hledaných parametrů \mathbf{p} v první iteraci poté získáme jako

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + d\mathbf{p}. \tag{14}$$

Iterace pak opakujeme až do splnění vhodných kritérií konvergence.

Problém lze dále výrazně zjednodušit, jestliže jsme schopni experimentálně zajistit podmínky, kdy můžeme posuny s_x , s_y a natočení α_x , α_y položit rovny nule a natočení α_z známe s takovou přesností, že lze předpokládat $x_S = x_G$ a $y_S = y_G$. Poté pro třetí složku residua vztahu (10) můžeme psát

$$E_{z,i} = z_{G,i} - s_z - r_{m,i} \cos(\zeta_{m,i} - c_0). \tag{15}$$

Označíme-li $c_{0,0}$ a $s_{z,0}$ jako počáteční parametry hledané chyby vertikálního směru a posunu ve vertikálním směru, můžeme po linearizaci psát

$$\begin{aligned}
E_{z,i}(c_0, s_z) &\approx E_{z,i}(c_{0,0}, s_{z,0}) + \frac{\partial E_{z,i}(c_{0,0}, s_{z,0})}{\partial c_0} \cdot dc_0 \\
&\quad + \frac{\partial E_{z,i}(c_{0,0}, s_{z,0})}{\partial s_z} \cdot ds_z.
\end{aligned} \tag{16}$$

Pro množinu měřených bodů přepíšeme vztah (16) takto

$$\mathbf{E}_z \approx \mathbf{E}_{0,z} + \mathbf{A} d\mathbf{p}, \tag{17}$$

kde

$$\mathbf{E}_{0,z} = \begin{bmatrix} E_{z,1}(c_{0,0}, s_{z,0}) \\ E_{z,2}(c_{0,0}, s_{z,0}) \\ \vdots \\ E_{z,N}(c_{0,0}, s_{z,0}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E_{z,1}(c_{0,0}, s_{z,0})}{\partial c_0} & \frac{\partial E_{z,1}(c_{0,0}, s_{z,0})}{\partial s_z} \\ \frac{\partial E_{z,2}(c_{0,0}, s_{z,0})}{\partial c_0} & \frac{\partial E_{z,2}(c_{0,0}, s_{z,0})}{\partial s_z} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial E_{z,N}(c_{0,0}, s_{z,0})}{\partial c_0} & \frac{\partial E_{z,N}(c_{0,0}, s_{z,0})}{\partial s_z} \end{bmatrix}, \quad d\mathbf{p} = \begin{bmatrix} dc_0 \\ ds_z \end{bmatrix}, \tag{18}$$

kde

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{z,i}(c_{0,0}, s_{z,0})}{\partial c_0} &= -r_{m,i} \sin(\zeta_{m,i} - c_{0,0}), \\ \frac{\partial E_{z,i}(c_{0,0}, s_{z,0})}{\partial s_z} &= -1, \\ E_{z,i}(c_{0,0}, s_{z,0}) &= z_{G,i} - s_{z,0} - r_{m,i} \cos(\zeta_{m,i} - c_{0,0}), \\ r_{m,i} &= \sqrt{x_{S,m,i}^2 + y_{S,m,i}^2 + z_{S,m,i}^2}, \\ \zeta_{m,i} &= \arctan\left(\frac{\sqrt{x_{S,m,i}^2 + y_{S,m,i}^2}}{z_{S,m,i}}\right). \end{aligned} \quad (19)$$

Aposteriorní odhad nejistot výsledných parametrů můžeme určit pomocí zákona přenášení variancí [24]. Pro odhad kovarianční matice Σ_p [24] parametrů poté platí

$$\Sigma_p = \hat{\sigma}_0^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}, \quad (20)$$

kde

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{(\mathbf{E}_z + \mathbf{A}d\mathbf{p})^T (\mathbf{E}_z + \mathbf{A}d\mathbf{p})}{N - M}, \quad (21)$$

kde M značí počet hledaných parametrů (ve zjednodušeném případě (15) $M = 2$) a matice vstupující do výpočtu (21) vyčíslíme pomocí vypočtených veličin hledaných parametrů.

4. EXPERIMENTÁLNÍ REALIZACE KOMPENZACE CHYBY ČTENÍ SVISLÉHO ÚHLU

Výše představený postup výpočtu chyby čtení svislého úhlu byl realizován v rámci spolupráce s firmou Exact Control System a.s. [15]. Nejprve proběhlo kalibrační měření chyby a následně byla její hodnota aplikována na korekci měřených mračen povrchu vozovky.

Na širokém prostranství (viz obr. 2) s pevným asfaltovým povrchem byl stabilizován bodový kříž 100 × 100 m². Rozestupy mezi body byly zvoleny po pěti metrech. Poslední bod byl od jeho středu vzdálen 50 m. Dále byly vytvořeny tři vlíčovací body, které byly situovány do prostoru mimo kříž na dvě lampy a zeď v okolí. Vlíčovací body byly signalizovány reflexními štítky (viz obr. 3).



Obr. 2 Kalibrační plocha s vyznačenými body kalibračního kříže



Obr. 3 Signalizace vlíčovacích bodů odraznými terči

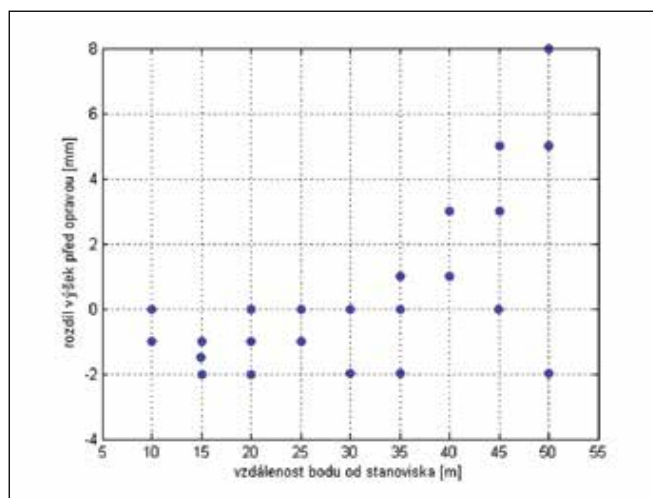


Obr. 4 Skener na stanovisku s nucenou centrací

Stanovisko bylo umístěno do středu kříže, kde byla sestavena konstrukce pro nucenou centrací (viz obr. 2 a obr. 4). Všechny body byly zaměřeny totální stanicí Leica TS1203 [3]. Pro vyšší přesnost určených výšek kříže byla využita nivelace přístrojem Leica LS15 [3]. Po dokončení zaměření byl celý prostor i s vlíčovacími body naskenován přístrojem Riegl VZ-400 (obr. 4) [4]. Všechna měření probíhala v lokálních souřadnicových systémech přístrojů vztahených ke stanovisku. Soustava s počátkem ve středu totální stanice byla pro výpočet brána jako globální.

Pomocí zaměření vlíčovacích bodů byla měření ze systému skeneru transformována do soustavy globální. Následně byly optimalizovány náklony skeneru kolem os x a y a posuny v jeho horizontální rovině tak, aby odchylka (vertikální vzdálenost) mezi vlíčovacím bodem a interpolovanou polohou v mračnu byla minimální. Tím došlo k dostatečně přesnému určení transformačního klíče a mohlo se přistoupit k výpočtu chyby čtení svislého směru skeneru.

Hodnoty svislého posunu s_z a chyby čtení vertikálního směru c_0 skeneru byly vypočteny pomocí iterativního postupu zmíněného v předchozí části práce. Numerické výsledky jsou i s odhadem nejistoty zobrazeny v tab. 1. Na obr. 5 až obr. 8 jsou postupně zobrazeny

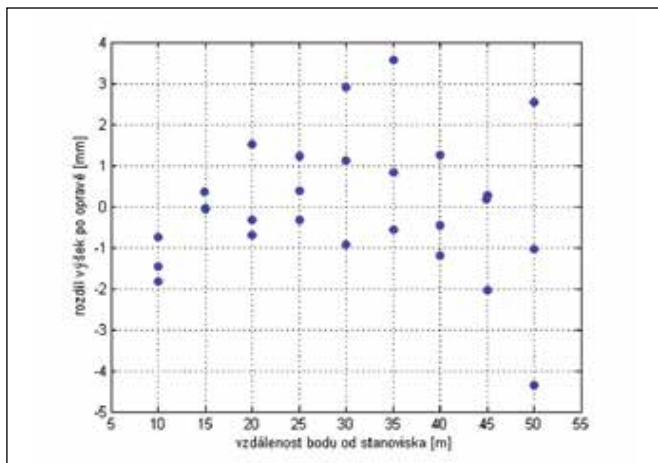


Obr. 5 Rozdíly výšek bodů kalibračního kříže a interpolovaných poloh v mračnu před opravou chyby čtení vertikálního směru

rozdíly výšek bodů kalibračního kříže od interpolované polohy v mračnu před opravou z vypočtené chyby čtení svislého směru, následně po opravě, a dále jsou ukázány histogramy těchto rozdílů.

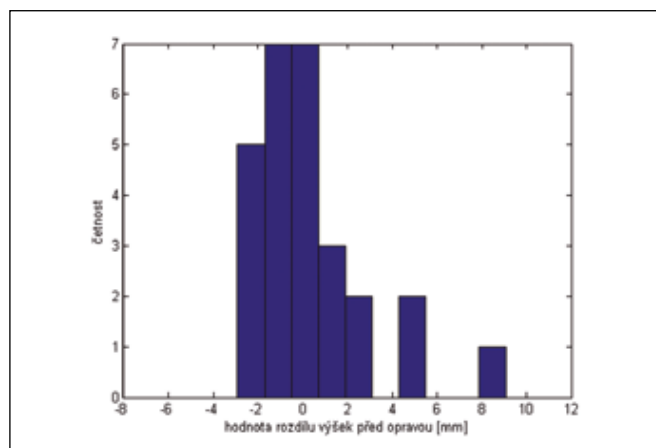
Tab. 1 Numerické výsledky kalibrace chyby čtení vertikálního směru

s_z [mm]	σ_z [mm]	c_0 [mgon]	σ_{c_0} [mgon]
3,20	0,46	8,91	3,07

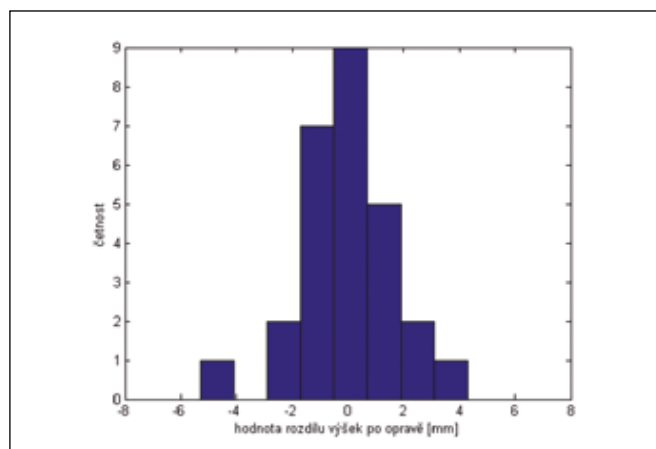


Obr. 6 Rozdíly výšek bodů kalibračního kříže a interpolovaných poloh v mračnu po opravě chyby čtení vertikálního směru

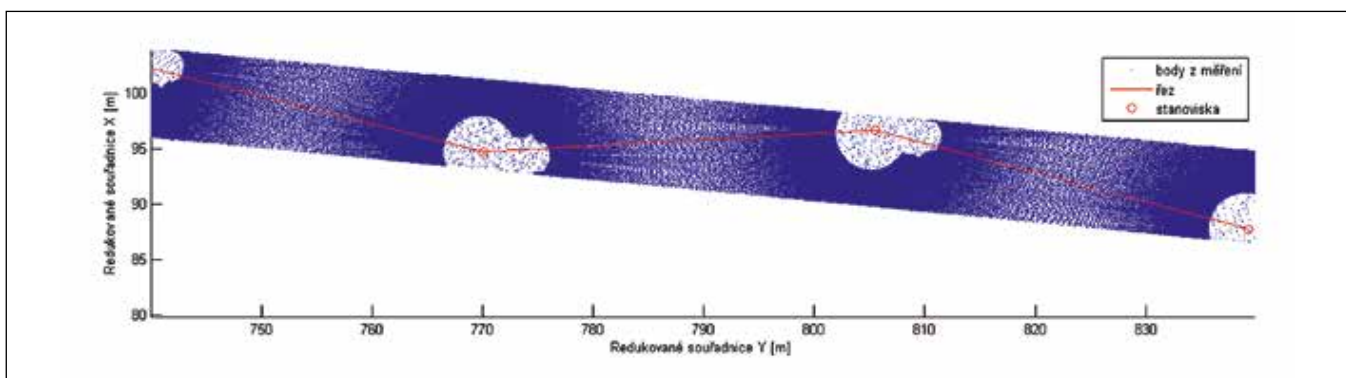
Vypočtená chyba čtení vertikálního směru byla implementována v rámci zpracování dat z měření silničního svršku. Na silnici dlouhé několik set metrů byl pro testování vyjmut úsek o délce 150 m. Na něm byl vytvořen digitální model terénu (DMT) jak pro původní data, tak pro data opravená o indexovou chybu. Jak je vidět na obr. 9, jednotlivá mračna byla měřena po cca 35 metrech. V místech



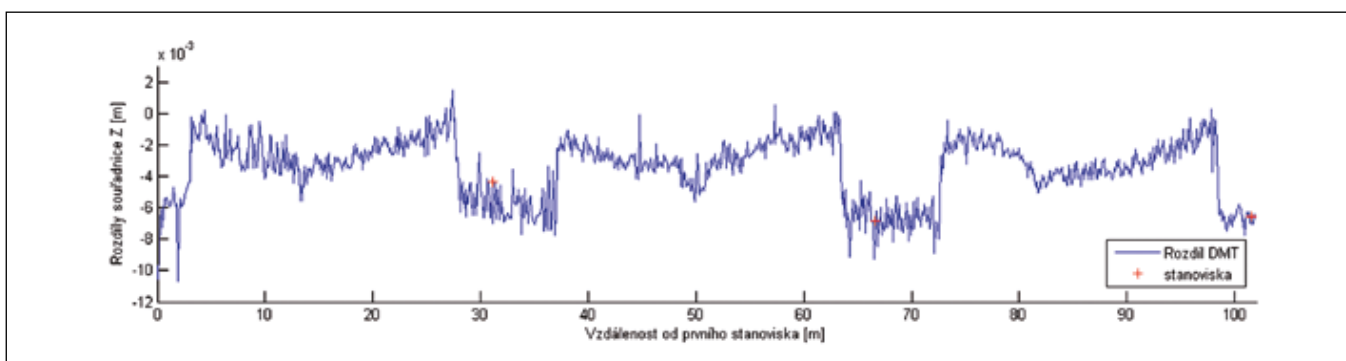
Obr. 7 Histogram rozdílů výšek bodů kalibračního kříže a interpolovaných poloh v mračnu před opravou chyby čtení vertikálního směru



Obr. 8 Histogram rozdílů výšek bodů kalibračního kříže a interpolovaných poloh v mračnu po opravě chyby čtení vertikálního směru



Obr. 9 Digitální model terénu povrchu vozovky a spojnice stanovisek



Obr. 10 Výškový rozdíl dat DMT v řezu z měřených a opravených dat o vliv chyby čtení svislého směru

stanovisek jsou patrné „stíny“, kde nebylo možné měřit z důvodu omezení vertikálního rozsahu skeneru (+60 stupňů/40 stupňů od vodorovné roviny skeneru). V těchto místech byla k dispozici pouze data z okolních stanovisek, která byla významným způsobem ovlivněna analyzovanou chybou. Vytvořený DMT z dat ovlivněných chybou tak byl v těchto místech nepřesný a na hranici zastíněné oblasti je patrný výškový skok odpovídající velikosti indexové chyby na danou vzdálenost (v místech stínu nepřispějí do průměru body z nejbližších stanovisek). Na obr. 10 je zobrazen rozdíl výšek mezi DMT opravený o vliv chyby čtení svislého směru a DMT bez zavedené opravy v řezu definovaném spojnicí stanovisek (červená linie na obr. 9). Zřetelné jsou patrné skoky v místech hranic stinných oblastí. Mezi jednotlivými stanovisky (červené křížky) mimo stíněné oblasti je také zřejmý trend, který vznikl v důsledku opravy dat a porovnání s DMT, které bylo vypočteno (výšky byly průměrovány) ze zdrojových souřadnic, ve kterých byla indexová chyba přítomna a měla vliv i na body mimo stín.

5. ZÁVĚR

V práci bylo analyzováno určení velikosti chyby čtení svislého úhlu při měření prostorovými optickými skenery. Byl rozpracován postup jejího numerického určení a metodika byla aplikována na experimentálních datech ve spolupráci se společností Exact Control System a.s. Výše představená metodika může posloužit k numerickým kalibračním měřením dat mračen bodů a také může výrazně zvýšit kvalitu výstupů a eliminovat náklady vybrané mechanické kalibrace optických skenerů.

Poděkování

Autoři by rádi poděkovali pracovníkům společnosti Exact Control System a.s. za spolupráci při realizaci experimentálního měření představené problematiky. Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS18/108/OHK1/2T/11.

Literatura

- [1] G. F. Marshall and G. E. Stutz. *Handbook of Optical and Laser Scanning*. Optical Science and Engineering. CRC Press, 2004.
- [2] G. Vosselman and H. G. Maas. *Airborne and Terrestrial Laser Scanning*. Whittles Publishing, 2010.
- [3] Leica Geosystems. <http://hds.leica-geosystems.com/en/index.htm>.
- [4] RIEGL Laser Measurement Systems. <http://www.riegl.com/>.
- [5] Surphaser. <http://www.surphaser.com/>.
- [6] FARO. <http://www.faro.com/>.
- [7] Topcon. <https://www.topconpositioning.com/mass-data-and-volume-collection/laser-scanners/gls-2000>.
- [8] K. Rektorys. *Přehled užité matematiky*. SNTL, 1968.
- [9] W. Schofield and M. Breach. *Engineering Surveying*, Sixth Edition. CRC Press, 2007.
- [10] G. Strang and K. Borre. *Linear Algebra, Geodesy, and GPS*. Wellesley-Cambridge Press, 1997.
- [11] D. D. Lichti. Error modelling, calibration and analysis of an AM-CW terrestrial laser scanner system. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 61: 307–324, 2007.
- [12] D. D. Lichti. Terrestrial laser scanner self-calibration: Correlation sources and their mitigation. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 65: 93–102, January 2010.
- [13] D. D. Lichti, J. Chow, and H. Lahamy. Parameter de-correlation and model identification in hybrid-style terrestrial laser scanner self-calibration. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 66: 317–326, 2011.
- [14] N. Pfeifer, C. Ressler, and Wilfried K. Improving accuracy of terrestrial laser scanners and range cameras. *SPIE Newsroom*.
- [15] Exact Control System a.s. <http://www.teamexact.com/cs/>.
- [16] A. Mikš. *Aplikovaná optika*. České vysoké učení technické v Praze, 2009.
- [17] M. Bass. *Handbook of optics*. McGraw-Hill, New York, c1995–c2001.
- [18] G. Vosselman and H.-G. Maas. *Airborne and Terrestrial Laser Scanning*. Number v. 1. McGraw-Hill, March 5, 2010.
- [19] F. Trager. *Springer handbook of lasers and optics*. Springer, New York, 2007.
- [20] P. Pokorný and A. Mikš. 3D optical two-mirror scanner with focus-tunable lens. *Appl. Opt.*, 54: 6955–6960, 2015.
- [21] P. Pokorný. One-mirror and two-mirror three-dimensional optical scanners – position and accuracy of laser beam spot. *Appl. Opt.*, 53: 2730–2740, 2014.
- [22] A. Mikš a P. Pokorný. 3D optické skenery. *Jemná mechanika a optika*, 5: 137–141, 2012.
- [23] I. Zelinka, V. Snásel, and A. Abraham. *Handbook of Optimization: From Classical to Modern Approach*. Intelligent Systems Reference Library. Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [24] L. Mervart and Z. Lukeš. *Adjustment calculus*. Nakladatelství ČVUT, Praha, vyd. 1, edition, 2007.

Bc. Jindřich Brzobohatý, České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, katedra fyziky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6, tel: +420 224 357 913, e-mail: jindrich.brzobohaty@fsv.cvut.cz
 Ing. Petr Pokorný, Ph.D., České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, katedra fyziky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6, tel: +420 224 357 919, e-mail: petr.pokorny@fsv.cvut.cz

Jedná se o vědecký článek

Automatizovaný výběr a skenování oblasti zájmu pro pozemní laserové skenování

Článek se zabývá teoretickým návrhem a experimentální realizací automatizovaného procesu uživatelsky komfortního zadání oblasti zájmu a jejího následného přesného skenování laserovým skenerem. Je navržena a analyzována měřická sestava, která svou jednoduchostí a robustností slibuje široké využití v řadě geodetických aplikacích. Dále je navržen a testován metodický postup kalibrace procesu. Teoretický návrh a měřická sestava je realizována a ověřena experimentálně.

Klíčová slova: laserové skenování, kalibrace, automatizace

1. ÚVOD

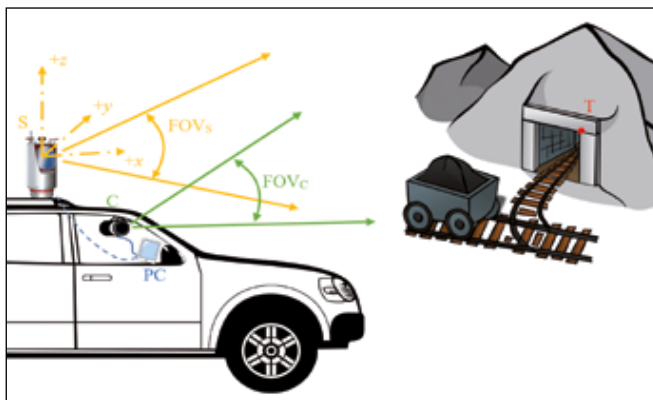
Laserové skenování [1–7] se v posledních několika letech stalo velmi významnou součástí geodetických měření, kdy za krátkou dobu získáme velké množství polohových a v některých případech i kvalitativních dat o široké oblasti zájmu. V současné geodetické praxi laserového skenování není žádným problémem skenování velmi širokého zorného pole s vysokou hustotou bodů [1–3].

Na obr. 1 je schematicky ukázán základní princip laserového skeneru užívaného pro měření velkých oblastí v geodetických aplikacích. Laserový svazek je rozmítán optickou soustavou ve vertikálním směru (hranolem, polygonálním hranolem nebo zrcátkem [3–7]). Celé tělo skeneru se otáčí kolem svislé osy, a paprsek je tak rozmítán i ve směru horizontálního. Pro určení prostorové polohy měřeného bodu je registrován čas mezi vysláním impulzu a jeho návratem po odražení od měřeného předmětu [4–7]. Z údajů o čase a úhlech λ a φ (úhly směru paprsku ve vodorovné a svislé rovině měřené od základních os a rovin vnitřního souřadného systému skeneru (x , y , z), viz obr. 1) je poté vypočtena relativní poloha měřených bodů vůči centru skeneru a registrováno tzv. mračno bodů. Maximální měřicí rozsahy a maximální hustota měřených bodů (hustota mračna) se mezi jednotlivými výrobci liší [1–3] a parametry komerčně dostupných skenerů jsou neustále vylepšovány.



Obr. 1 Měřický rozsah laserového skeneru pro geodetické aplikace [1]

Vzhledem k časové náročnosti záznamu a následnému velkému objemu zpracovávaných dat se pro některé aplikace nevyplatí měřit celé zorné pole skeneru. Omezení rozsahu výrobci skenerů samozřejmě dovolují, a to zpravidla manuální volbou na těle skeneru nebo v dodávaném měřickém softwaru. Ten bývá velmi komplexně řešen pro celou řadu aplikací, a tak, zejména pro méně kvalifikované pracovníky, může být omezení rozsahu náročným a případně nepohodlným úkonem.



Obr. 2 Předpokládaná situace

Tato práce se zabývá teoretickým návrhem a experimentální realizací automatizovaného procesu uživatelsky komfortního zadání oblasti zájmu skenování a jejího následného přesného zaměření laserovým skenerem. Nejprve je popsána předpokládaná situace měřické jednotky, následuje teoretický popis, simulace a podrobná analýza procesu a jeho kalibrace. Poté je popsána experimentální realizace a zhodnoceno praktické využití navrženého postupu.

Představený a prakticky realizovaný aparát slibuje široké uplatnění v řadě geodetických aplikací, kde je třeba uživatelsky velmi pohodlně a snadno volit pouze omezenou oblast skenování. Celý automatizovaný proces ve výsledku významným způsobem urychluje měřickou činnost v terénu a přispívá tak k modernizaci měřických postupů.

2. POPIS PŘEDPOKLÁDANÉ SITUACE

Jak již bylo zmíněno v úvodu, v některých situacích je žádoucí měřit pouze určitou část zorného pole laserového skeneru. Uvažujme situaci ukázanou na obr. 2. Laserový skener S je pevně přichycen

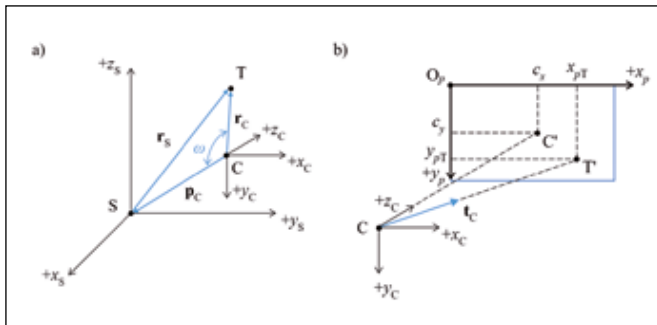
k nosiči měřického vozidla. Cílem je zaměřit mračno bodů v těsné blízkosti cíle T takovým způsobem, aby operátor sedící ve vozidle nemusel komplikovaně iterativním způsobem zjišťovat, jaký rozsah úhlů má být zvolen (zaměření mračna, kontrola rozsahu, úprava rozsahu, opětovné zaměření atd.). K tomu je ve vozidle osazena kamera C, která v reálném čase přenáší obraz na obrazovku PC (případně notebooku nebo tabletu). Je-li vytvořen vhodný software a algoritmus zahrnující kalibraci z rozdílné polohy kamery a skeneru, operátor jednoduchým výběrem na obrazovce zadá rozsah zájmu a po provedení kalibračního výpočtu je skeneru automaticky předán signál s vhodným nastavením rozsahu.

Jak je patrné z obr. 2, rozsahy zorného pole skeneru (FOV_S) a kamery (FOV_C) jsou obecně různé a také osy záběru jsou různě orientované. Dále je třeba uvážit, že úhlové zadání zorného pole skeneru je vztaženo k počáteční ose vnitřního souřadného systému (x, y, z) daného zařízení, která je pro skenery různých výrobců orientována rozdílným způsobem. Také pro různé dvě montáže skeneru na nosný systém měřického vozidla není nikdy orientace souřadného systému vzhledem k vozidlu stejná. Je tedy nutné vytvořit takový kalibrační postup, který bude robustní a schopný jednoznačným způsobem přiřadit zadáním bodům na obrazovce PC (která reprezentuje zorné pole kamery FOV_C) správné úhly měřené v souřadné soustavě skeneru.

Pro případ vzdálenosti skeneru a cíle $l = 30$ m a požadavek přesnosti výběru skenované oblasti $\Delta t = 0,1$ m dostáváme jednoduchým výpočtem požadavek na přesnost $\Delta\psi$ určení směru při měření skenerem, $\Delta\psi = 180 \cdot \Delta t / (\pi l) = 0,19^\circ$. Cílem je tedy vytvořit takový kalibrační postup, který bude danou podmínku splňovat.

3. TEORETICKÝ MODEL A KALIBRACE PROCESU

Pro teoretický popis postupu automatizovaného zadání a skenování oblasti zájmu předpokládáme následující obecnou situaci zobrazenou na obr. 3a. Souřadný systém kamery nechť je dán počátkem C a pravotočivým systémem kartézských souřadných os (x_C, y_C, z_C). Poloha skeneru S nechť je v tomto systému kamery dána polohovým vektorem \mathbf{p}_C a poloha měřeného bodu T je určena polohovým vektorem \mathbf{r}_C . Úhel mezi těmito vektory označme ω . Nechť v souřadném pravotočivém kartézském systému skeneru (x_S, y_S, z_S) je poloha cíle T dána vektorem \mathbf{r}_S . Souřadné osy skeneru (x_S, y_S, z_S) nechť jsou natočeny o úhly $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ vzhledem k osám souřadného systému kamery (x_C, y_C, z_C).



Obr. 3 a) Schéma předpokládané situace rozmístění skeneru (S), kamery (C) a cíle (T) a vztah mezi souřadnými systémy skeneru a kamery, b) schéma zobrazení optickou soustavou kamery

Vzhledem k uvedeným předpokladům a uvažované geometrii (viz obr. 3a) můžeme psát následující vztahy pro přechod mezi jednotlivými souřadnými soustavami. Pro popsanou transformaci platí:

$$\mathbf{r}_S = \mathbf{R}(\mathbf{r}_C - \mathbf{p}_C), \quad (1)$$

kde \mathbf{R} je matice rotace mezi souřadnými systémy, např. určená složením dílčích matic rotací kolem kartézských os v pořadí x, y, z s úhly $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ [8, 9]:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_z & \sin \alpha_z & 0 \\ -\sin \alpha_z & \cos \alpha_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha_y & 0 & -\sin \alpha_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha_y & 0 & \cos \alpha_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_x & \sin \alpha_x \\ 0 & -\sin \alpha_x & \cos \alpha_x \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Dále vektory \mathbf{r}_S a \mathbf{r}_C můžeme napsat pomocí jejich velikostí a jednotkových směrů vyjádřených ve sférických souřadnicích [8, 9] jako:

$$\mathbf{r}_S = \begin{pmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{pmatrix} = r_S \begin{pmatrix} \cos \varphi_S \cos \lambda_S \\ \cos \varphi_S \sin \lambda_S \\ \sin \varphi_S \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}_C = \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} = r_C \begin{pmatrix} \cos \varphi_C \cos \lambda_C \\ \cos \varphi_C \sin \lambda_C \\ \sin \varphi_C \end{pmatrix}, \quad (3)$$

kde $(r_S, \lambda_S, \varphi_S)$ a $(r_C, \lambda_C, \varphi_C)$ jsou sférické souřadnice cíle v systému skeneru a kamery (r je vzdálenost bodu od počátku soustavy, λ je úhel mezi průmětem vektoru \mathbf{r} do roviny (x, y) a kladným směrem osy x , φ je úhel mezi průmětem vektoru \mathbf{r} do roviny (x, y) a vektorem \mathbf{r} samotným).

Pro účely, které budou zmíněny níže, je vhodné vyjádřit velikost r_C vektoru \mathbf{r}_C pomocí veličin, které jsme schopni v reálné situaci přímo měřit nebo snadno nepřímou určit. Přímou vzdálenost r_C totiž nejsme schopni měřit. Z obr. 3a je zřejmé, že platí:

$$r_S^2 = r_C^2 + p_C^2 - 2r_C(\mathbf{t}_C \cdot \mathbf{p}_C), \quad (4)$$

kde p_C je velikost vektoru \mathbf{p}_C a \mathbf{t}_C je jednotkový vektor ve směru od bodu C k bodu T v soustavě kamery, pro který platí $\mathbf{t}_C = \mathbf{r}_C / r_C$ (3). Řešením rovnice (4) pro velikost r_C dostáváme:

$$r_C = (\mathbf{t}_C \cdot \mathbf{p}_C) + \sqrt{(\mathbf{t}_C \cdot \mathbf{p}_C)^2 - p_C^2 + r_S^2}. \quad (5)$$

Charakterizujeme nyní zobrazení optickou soustavou kamery. Detailní charakteristiku zobrazovacích vlastností a teorii aberací nalezneme čtenář např. v [10, 11]. V řadě fotogrammetrických aplikací se používá někdy značně zjednodušený přístup, který ovšem svou přesností pro vybrané aplikace může dostačovat. V našem případě je takový přístup použit i zejména proto, že komunita zabývající se fotogrammetrickými a geodetickými aplikacemi je s touto metodikou dobře seznámena.

Uvažujme situaci na obr. 3b. Bod zájmu T je zobrazen v rovině snímáče $(+x_p, +y_p)$ do polohy (x_{pT}, y_{pT}) (bod T') a v souřadném systému kamery poté bude mít obecně prostorové souřadnice x_C, y_C, z_C . Na obr. 3 b dále značí \mathbf{t}_C jednotkový směrový vektor průvodiče bodu T v souřadném systému kamery, C' polohu průsečíku osy $+z_C$ s rovinou detektoru (poloha hlavního bodu), který je v systému roviny snímáče dán souřadnicemi c_x, c_y .

Jak je známo z teorie fotogrammetrie, můžeme polohu bodu (x_{pT}, y_{pT}) v rovině snímáče $(+x_p, +y_p)$ vyjádřit pomocí vztahů [12–15]:

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{pmatrix} x_d \\ y_d \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

kde

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} f_x & \alpha_p f_x & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$x_d = (1 + \kappa_1 r^2 + \kappa_2 r^4 + \kappa_3 r^6) [2\kappa_3 x_n y_n + \kappa_4 (r^2 + 2x_n^2)],$$

$$y_d = (1 + \kappa_1 r^2 + \kappa_2 r^4 + \kappa_3 r^6) [2\kappa_4 x_n y_n + \kappa_5 (r^2 + 2y_n^2)],$$

$$x_n = x_C / z_C, \quad y_n = y_C / z_C, \quad r = \sqrt{x_n^2 + y_n^2}.$$

Ve vztahu (6) parametry (f_x, f_y) charakterizují středové promítání (odpovídají ohniskovým vzdálenostem v pixelech), (c_x, c_y) označují polohu hlavního snímkového bodu v rovině snímače, α_p je vzájemný úhel stočených souřadných os senzoru, κ_i ($i = 1, \dots, 5$) jsou koeficienty charakterizující radiální a tangenciální zkreslení optické soustavy kamery.

Vztah (6) charakterizuje zobrazení optickou soustavou kamery, známe-li polohu bodu v souřadném systému kamery. Jinými slovy, vztah (6) definuje operátor (matici) zobrazení \mathbf{L} do roviny senzoru. Známe-li operátor zobrazení \mathbf{L} , tedy

$$[x_p, y_p, 1]^T = \mathbf{L}[x_c, y_c, z_c]^T, \quad (7)$$

lze v mnoha případech určit i inverzní operátor \mathbf{L}^{-1} , který definuje inverzní zobrazení z roviny senzoru do souřadné soustavy kamery, tj.

$$[x_c, y_c, z_c]^T = \mathbf{L}^{-1}[x_p, y_p, 1]^T. \quad (8)$$

Jak je vidět v našem případě, nalezení inverzního operátoru nelze provést přímo, ale můžeme využít např. iterativního algoritmu [14, 15].

Kalibrační proces bude s využitím výše uvedených vztahů sestaven ze dvou základních kroků:

1. Kalibrace kamery a určení parametrů $f_x, f_y, c_x, c_y, \alpha_p, \kappa_i$ ($i = 1, \dots, 5$),
2. Určení parametrů přechodu mezi soustavou kamery a skeneru.

První z uvedených kroků kalibračního procesu je dobře znám a zdokumentován v pracích [12–15]. Jsou také k dispozici různá softwarová řešení, např. [14].

Zabýváme se nyní druhým krokem kalibračního procesu. Předpokládáme, že je zaměřeno N identických bodů, u kterých známe následující veličiny: r_{Si} – vzdálenost centra skeneru S od měřeného bodu T_i , $(\lambda_{Si}, \varphi_{Si})$ – úhly měřené v horizontální a vertikální rovině systému skeneru, \mathbf{t}_{Ci} – jednotkový směrový vektor průvodiče měřeného bodu v soustavě kamery (lze určit po kalibračním procesu). Pro určení parametrů přechodu mezi soustavami kamery a skeneru je třeba určit parametry: $(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$ – úhly definující vzájemné natočení soustav, $\mathbf{p}_C = [p_{Cx}, p_{Cy}, p_{Cz}]$ – poloha skeneru v souřadné soustavě kamery. Kalibrační model přechodu bude dán vztahy (1)–(5).

Využitím např. optimalizačních algoritmů [16, 17] a dostatečného počtu identických bodů měřených v systémech kamery a skeneru (viz měřené parametry zmíněné výše) můžeme vyjádřit hledané parametry, které charakterizují vzájemné geometrické postavení kamery a skeneru. Předpokládáme, že bude měřeno N identických bodů, poté optimalizační algoritmus musí najít takové řešení, kdy pro každý i -tý bod ($i = 1, \dots, N$) bude splněna podmínka $\mathbf{M}_i < \mathbf{T}$, kde \mathbf{T} je vektor stanovených tolerancí ($\mathbf{T} \rightarrow \mathbf{0}$) a cílový vektor \mathbf{M}_i je dán pomocí (1)–(5) jako:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i &= \mathbf{r}_{Si} - \mathbf{R}(\mathbf{r}_{Ci} - \mathbf{p}_C) \\ &= \mathbf{r}_{Si} - \mathbf{R}[\mathbf{t}_{Ci}(\mathbf{t}_{Ci} \cdot \mathbf{p}_C) + \mathbf{t}_{Ci} \sqrt{(\mathbf{t}_{Ci} \cdot \mathbf{p}_C)^2 - p_{Cx}^2 - p_{Cy}^2 - p_{Cz}^2}], \quad (9) \end{aligned}$$

kde po úpravách můžeme použít:

$$\mathbf{r}_{Si} = r_{Si} \begin{pmatrix} \cos \varphi_{Si} \cos \lambda_{Si} \\ \cos \varphi_{Si} \sin \lambda_{Si} \\ \sin \varphi_{Si} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

\mathbf{R} je dáno dle (2) a $\mathbf{t}_{Ci} = \mathbf{r}_{Ci}/r_{Ci}$ lze určit ze vztahu (8).

Kalibrací získáme dostatek veličin, které charakterizují přechod mezi snímkovými souřadnicemi kamery a prostorovými souřadnicemi v soustavě skeneru. Lze tak tento aparát použít k automatizaci procesu výběru cílové oblasti zájmu skenování.

Poznamenejme ještě, že pro správné určení požadovaných směrů v soustavě skeneru (vypočtených v průběhu měření) je nutné znát vzdálenost mezi skenerem a měřeným bodem. V některých případech je to možné s vysokou přesností (např. GPS měřením), jindy může být dostačující zvolení odhadované střední vzdálenosti (např. při měření přibližně známé konfigurace nebo při opakovaném kontrolním měření).

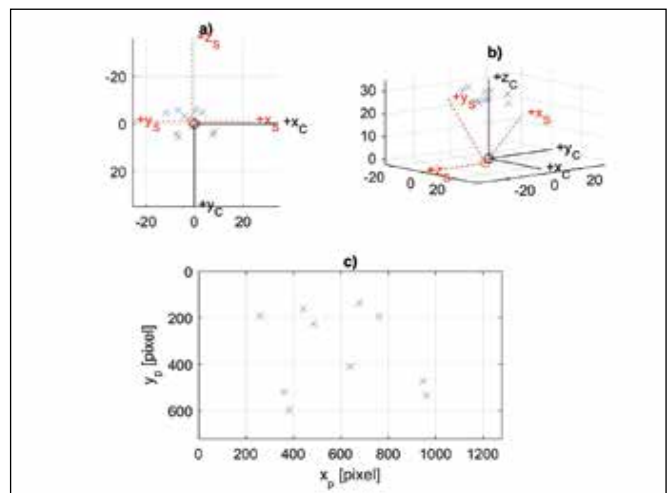
4. SIMULACE A ANALÝZA PŘESNOSTI KALIBRAČNÍHO PROCESU

Pro demonstraci výše popsaného modelu a postupu kalibrace uvažujeme následující situaci s nominálními parametry: $\alpha_{x,\text{nom.}} = 90^\circ$, $\alpha_{y,\text{nom.}} = 0^\circ$, $\alpha_{z,\text{nom.}} = 45^\circ$, $p_{x,\text{nom.}} = 1 \text{ m}$, $p_{y,\text{nom.}} = 1 \text{ m}$, $p_{z,\text{nom.}} = 2 \text{ m}$. Jako kamera pro laboratorní testování byla zvolena webkamera Microsoft LifeCam Cinema [18] s nominálními parametry: $f_{x,\text{nom.}} = 990 \text{ pix}$, $f_{y,\text{nom.}} = 990 \text{ pix}$, $c_{x,\text{nom.}} = 640 \text{ pix}$, $c_{y,\text{nom.}} = 360 \text{ pix}$, $\alpha_{x,\text{nom.}} = 0^\circ$, $\kappa_{i,\text{nom.}} = 0$ ($i = 1, \dots, 5$).

Na obr. 4 je zobrazena situace pro popsanou geometrickou konfiguraci, kdy je simulována poloha 10 vřícovacích bodů, kdy jsou úhly λ_{Sn} ($n = 1, \dots, 10$) náhodně rozmístěny (rovnoměrné pravděpodobnostní rozdělení) v intervalu $[25^\circ, 65^\circ]$, úhly φ_{Sn} ($n = 1, \dots, 10$) v intervalu $[-15^\circ, +15^\circ]$ a vzdálenosti r_{Sn} ($n = 1, \dots, 10$) v intervalu $[25 \text{ m}, 35 \text{ m}]$.

První bod kalibrace automatizovaného procesu zadání oblasti skenování, kalibrace kamery, je velmi dobře popsán např. v [12–15]. Pro testování modelu byla kamera kalibrována postupem dokumentovaným v [14] s následujícími výsledky: $f_x = (991,5 \pm 1,6) \text{ pix}$, $f_y = (989,9 \pm 1,6) \text{ pix}$, $c_x = (656,6 \pm 1,4) \text{ pix}$, $c_y = (351,1 \pm 1,3) \text{ pix}$, $\alpha_x = (0 \pm 0)^\circ$, $\kappa_1 = (2,3 \pm 0,6)e-02$, $\kappa_2 = (4,8 \pm 3,0)e-02$, $\kappa_3 = (1,2 \pm 0,5)e-03$, $\kappa_4 = (10 \pm 5)e-04$, $\kappa_5 = (0 \pm 0)$.

Parametry geometrie z měřených snímkových souřadnic a směrů a vzdáleností v soustavě skeneru byly vypočteny pomocí optimalizačního algoritmu pro nelineární optimalizaci metodou nejmenších čtverců (Trust-region-reflective algorithm) [16, 17]. Předpokládáme-li nejprve bezchybná měření všech veličin, dostáváme následující výsledky určení parametrů konfigurace: $\alpha_x = 90,059^\circ$, $\alpha_y = 0,013^\circ$, $\alpha_z = 44,992^\circ$, $p_x = 1,003 \text{ m}$, $p_y = 0,969 \text{ m}$, $p_z = 1,970 \text{ m}$. Srovnáním s nominálními parametry může čtenář usuzovat na přesnost takového postupu. Pro předpokládané použití je takováto přesnost naprosto dostačující. To podtrhává i fakt, že vypočteme-li zpětné směry na měřené body pomocí určených parametrů geometrie a kamery, jsou tyto polohy určeny s přesností danou středními hodnotami kvadrátů odchylek $\text{RMS}_{\text{gs}} = 1,793e-03^\circ$ a $\text{RMS}_s = 2,833e-03^\circ$. Na vzdálenost 30 m tyto nejistoty odpovídají nejistotě v určení polohy v horizontálním směru $ds_{\text{Hz}} = 0,95 \text{ mm}$ a ve vertikálním směru $ds_{\text{Vz}} = 1,49 \text{ mm}$.



Obr. 4 Zobrazení simulované situace: a), b) zobrazení vzájemné konfigurace souřadných systémů a měřených bodů, c) zobrazení bodů na senzoru kamery

Tab. 1 Vliv nejistoty u_p měření snímkových souřadnic na přesnost určení parametrů geometrického modelu

u_p [pixel]	α_x [°]	α_y [°]	α_z [°]	p_x [m]	p_y [m]	p_z [m]
5	90,1 ± 1,1	0,0 ± 0,3	44,8 ± 0,9	1,1 ± 0,5	0,9 ± 0,5	1,9 ± 0,2
10	90,2 ± 1,9	0,0 ± 0,7	45,2 ± 1,5	0,9 ± 0,8	0,9 ± 1,0	2,0 ± 0,3
15	90,2 ± 2,8	0,1 ± 0,9	44,8 ± 2,6	1,1 ± 1,4	0,9 ± 1,4	2,1 ± 0,4
20	90,0 ± 4,0	0,1 ± 1,5	45,8 ± 3,3	0,6 ± 1,8	1,5 ± 2,1	2,1 ± 0,6
25	89,8 ± 4,5	0,2 ± 1,8	45,1 ± 4,3	0,9 ± 2,2	1,1 ± 2,3	2,0 ± 0,7

Tab. 2 Vliv nejistoty u_p měření snímkových souřadnic na přesnost zpětného určení měřených směrů v soustavě skeneru (pro střední vzdálenost bodů 30 m)

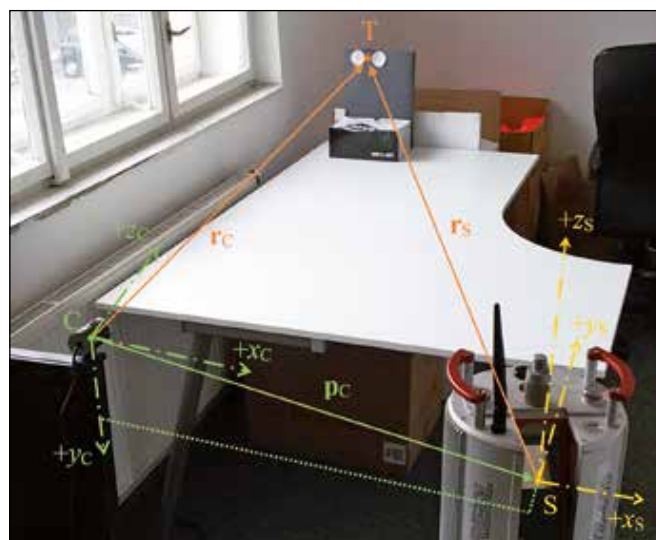
u_p [pixel]	RMS _s [°]	RMS _s [°]	ds _{Hz} [m]	ds _{Vz} [m]
5	0,065 ± 0,015	0,067 ± 0,019	0,035 ± 0,008	0,036 ± 0,010
10	0,131 ± 0,036	0,132 ± 0,033	0,069 ± 0,019	0,070 ± 0,017
15	0,201 ± 0,053	0,188 ± 0,054	0,106 ± 0,028	0,099 ± 0,028
20	0,271 ± 0,079	0,274 ± 0,073	0,143 ± 0,042	0,145 ± 0,039
25	0,322 ± 0,086	0,317 ± 0,078	0,170 ± 0,046	0,167 ± 0,041

Nejvýznamnějším faktorem, který může ovlivnit kvalitu kalibračního procesu, je přesnost určení snímkových souřadnic vstupujících do výpočtu. Zabýváme se nyní touto situací. Předpokládáme, že snímkové souřadnice jsou během kalibrace určeny s nejistotou u_p . Tab. 1 a tab. 2 ukazují vliv velikosti nejistoty u_p na vypočtené hodnoty modelu (uvedené hodnoty jsou dány průměrem ze 100 opakování).

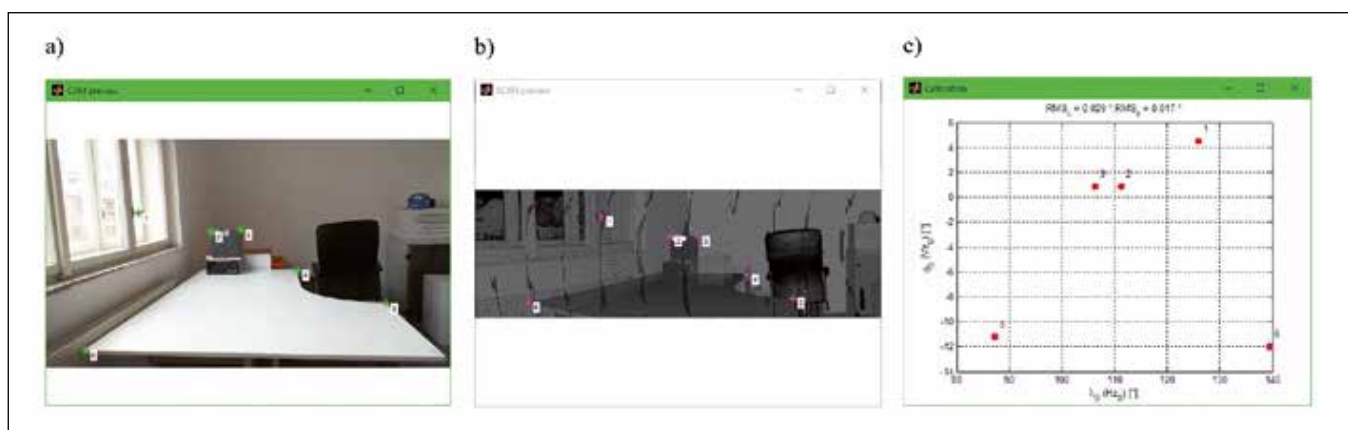
Z uvedených výsledků je patrné, že nejistota výsledných hodnot vypočteného modelu je výrazným způsobem závislá na nejistotě měřených snímkových souřadnic. Nicméně v praxi je možné dosáhnout pixelové přesnosti při zadávání pozic na displeji, a tedy můžeme dle hodnot uvedených v tab. 2 usuzovat na centimetrovou přesnost ve zpětném určení polohy měřeného bodu.

5. EXPERIMENTÁLNÍ REALIZACE

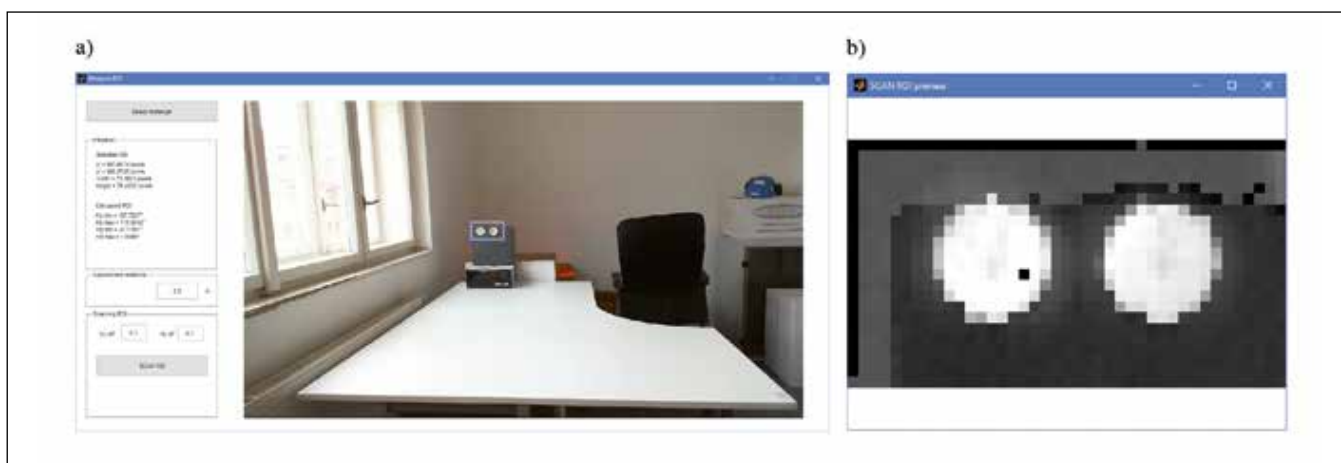
Výše představený postup byl experimentálně realizován na laboratorní sestavě – obr. 5. Byl použit skener Riegl VZ 400 [1] a webová kamera Microsoft LifeCam Cinema [18] (viz příklad dříve). V prostředí MATLAB bylo vytvořeno grafické uživatelské rozhraní pro ovládání skeneru a záznam obrazových dat kamery. Dále byla provedena kalibrace podle výše zmíněné metodiky. Na



Obr. 5 Schéma experimentální realizace



Obr. 6 Snímky kalibračního procesu: a) náhled kamery s označenými identickými body, b) náhled skeneru s označenými identickými body, c) kontrolní výpočet směru identických bodů v systému skeneru po provedené kalibraci (RMS = 0,029, RMS = 0,017°)



Obr. 7 a) Výběr oblasti zájmu skenování, b) naskenovaná oblast

obr. 6 jsou schematicky zaznamenány jednotlivé kroky: 1) zaznamenaný obraz kamery a označení identických bodů, 2) záznam kalibračního mračna bodů a označení identických bodů, 3) vyhodnocení kalibrace, určení hledaných koeficientů a kontrolní výpočet směrů v soustavě skeneru. Jak je zřejmé, kalibrační proces v tomto případě dosáhl přesnosti charakterizované středními kvadratickými chybami vypočtených směrů v soustavě skeneru $RMS_{\lambda} = 0,029^{\circ}$, $RMS_{\varphi} = 0,017^{\circ}$, kde λ značí vodorovný směr a φ směr svislý.

Na obr. 7 je ukázán záznam okna softwaru pro zadání oblasti zájmu na její následné skenování. Na obr. 8 je zobrazen snímek použité v exteriéru při skenování malé oblasti kolem reflexních štítků. Jak je patrné, vybrané oblasti jsou ve zmíněných případech velmi přesně naskenovány, a není tak třeba zaznamenávat plná mračna bodů. Výše popsaná metodika tak může nalézt uplatnění všude tam, kde je třeba co nejvíce eliminovat množství zaznamenávaných dat při získávání mračna.

postup kalibrace procesu. Teoretický návrh a měřická sestava byly realizovány a ověřeny experimentálně. Jak je z výše uvedeného patrné, prezentovaná měřická sestava a metodika kalibračního procesu slibuje jednoduchou implementaci a snadné využití v mnoha aplikacích laserového skenování, kde je třeba co nejvíce eliminovat množství zaznamenávaných dat.

Poděkování

Autoři článku by rádi poděkovali firmě Exact Control System a.s., za spolupráci a zapůjčení hardwarových komponent použitých v této práci.

Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS18/105/OHK1/2T/11 a grantem Ministerstva průmyslu a obchodu FV20356.



Obr. 8 a) Měřicí souprava b) odrazné štítky, c) zobrazení odrazných štítků v softwaru

6. ZÁVĚR

V této práci byl představen teoretický návrh a experimentální realizace automatizovaného procesu uživatelsky komfortního zadání oblasti zájmu a jejího následného přesného skenování laserovým skenerem. Byla navržena a analyzována měřická sestava, která svou jednoduchostí a robustností slibuje široké využití v řadě geodetických aplikací. Dále byl navržen a testován metodický

Literatura

- [1] RIEGL Laser Measurement Systems, <http://www.riegl.com> [online 3. 5. 2019].
- [2] Leica Laser Scanners, <http://leica-geosystems.com/products/laser-scanners> [online 3. 5. 2019].
- [3] FARO, <http://www.faro.com> [online 3. 5. 2019].
- [4] G. F. Marshall and G. E. Stutz, *Handbook of Optical and Laser Scanning* (CRC/Taylor & Francis, 2011), Vol. 147.
- [5] G. Vosselman and H.-G. Maas, *Airborne and Terrestrial Laser Scanning* (Whittles Publishing, 2010).
- [6] P. Pokorný, "One-mirror and two-mirror three-dimensional optical scanners-position and accuracy of laser beam spot," *Appl. Opt.* **53**, 2730–2740 (2014).
- [7] A. Mikš and P. Pokorný, "3D optical scanners," *Fine Mech. Opt.* **56**, 137–141 (2012).
- [8] G. A. Korn and T. M. Korn, *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, and Formulas for Reference and Review* (Dover, 2000).
- [9] K. Rektorys, *Survey of Applicable Mathematics* (MIT, 1969).
- [10] A. Mikš, *Applied Optics*, (Czech Technical University, 2009).
- [11] M. Born, E. Wolf, and A. B. Bhatia, *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light* (Cambridge University, 1999).
- [12] Heikkilä, J. & Silvén, O. (1996) Calibration procedure for short focal length off-the-shelf CCD cameras. Proc. 13th International Conference on Pattern Recognition, Vienna, Austria, p. 166–170.

- [13] Heikkilä, J. & Silvén, O. (1997) A Four-step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'97), San Juan, Puerto Rico, p. 1106-1112.
- [14] http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/htmls/parameters.html [online 3. 5 2019].
- [15] Heikkilä, J. "Geometric Camera Calibration Using Circular Control Points", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 22, No. 10, pp. 1066–1077, Oct 2000.
- [16] M. Aoki, *Introduction to Optimization Techniques: Fundamentals and Applications of Nonlinear Programming*, Macmillan, New York, 1971.
- [17] L. E. Scales, *Introduction to Non-Linear Optimization*, Macmillan, London, 1985.
- [18] <https://www.microsoft.com/accessories/en-us/products/webcams/lifecam-cinema/h5d-00013> [online 3. 5. 2019].

Bc. Jindřich Brzobohatý¹, e-mail: jindrich.brzobohaty@fsv.cvut.cz

Ing. Petr Pokorný, Ph.D.¹, e-mail: petr.pokorny@fsv.cvut.cz

Ing. Vítězslav Obr, Ph.D.², e-mail: vitek@controlsystem.cz

¹České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, katedra fyziky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6

²Exact Control System a.s., Papírenská 113/3, 160 00 Praha 6

Jedná se o vědecký článek

Optické 3D skenery pro terestrické aplikace

V této práci je odvozen výpočet polohy bodů mračna zaměřeného optickým 3D skenerem. Vztahy mohou sloužit pro celou řadu konfigurací rozmítací jednotky. Jsou aplikovatelné jak pro jednorzadlové skenery, tak např. pro polygonální, a to i pro různé varianty natočení odrazných ploch vzhledem k souřadným osám jednotky. Dále je zde uveden přehled v současnosti dostupných skenerů včetně jejich parametrů. Všechny jsou vhodné pro terestrické aplikace.

Klíčová slova: 3D optické skenery, terestrické optické skenery, skenování

1. ÚVOD

Terestrické optické 3D skenery jsou zařízení pro velmi rychlý sběr velkého množství přesných prostorových dat. V posledních letech se trend skenování stává populárnějším a velké množství společností používá komerčně dostupné skenery pro různé aplikace – měření topografií povrchových dolů, zjišťování objemu výsypek hlušin nebo skládky materiálů, použití ve stavebnictví pro tvorbu mapových podkladů a zaměřování dokumentace skutečného provedení staveb (přehrad, mosty, tunely, bytové jednotky), měření dokumentace památkově chráněných děl, tj. architektonicky významných objektů, soch, kostelů apod.

V této práci je odvozen výpočet polohy bodů mračna zaměřeného optickým 3D skenerem. Vztahy mohou sloužit pro celou řadu konfigurací rozmítací jednotky. Jsou aplikovatelné jak pro jednorzadlové skenery, tak např. pro polygonální, a to i pro různé varianty natočení odrazných ploch vzhledem k souřadným osám jednotky. Dále je zde uveden přehled v současnosti dostupných skenerů včetně jejich parametrů. Všechny jsou vhodné pro terestrické aplikace.

2. URČENÍ POLOHY BODU POMOCÍ TERESTRICKÉHO OPTICKÉHO SKENOVÁNÍ

V této kapitole se budeme zabývat matematickým popisem určení polohy bodu pomocí optických skenerů.

Vzhledem k požadavkům na přesnost určení polohy ve většině praktických aplikací je možné uvažovat paprsek optického skeneru (laser) jako přímku procházející homogenním prostředím atmosféry (atmosférické korekce ze změny teploty, tlaku apod. bývají případně zakomponovány ve vyhodnocovacím software samotného skeneru). V další části práce tedy předpokládáme, že paprsek skeneru je přímka a určení polohy se redukuje na geometrickou úlohu.

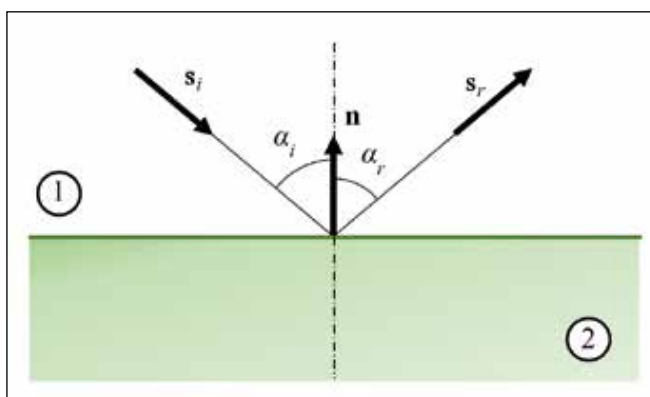
Základními matematicko-fyzikálními nástroji pro obecný popis určení polohy jsou:

Zákon odrazu ve vektorové formě [1, 2]:

$$s_r = s_i - 2n(s_i \cdot n) = \mathbf{R}s_i, \quad s_r \cdot n = -s_i \cdot n, \quad (1)$$

kde s_i značí jednotkový vektor ve směru dopadajícího paprsku, n je jednotkový vektor normály rozhraní v místě dopadu (obr. 1), s_r značí jednotkový vektor ve směru odraženého paprsku, střední tečka označuje skalární součin vektorů a pro matici odrazu \mathbf{R} platí

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1-2n_x^2 & -2n_x n_y & -2n_x n_z \\ -2n_x n_y & 1-2n_y^2 & -2n_y n_z \\ -2n_x n_z & -2n_y n_z & 1-2n_z^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{n} = \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix}, \quad s_i = \begin{pmatrix} s_{ix} \\ s_{iy} \\ s_{iz} \end{pmatrix}, \quad s_r = \begin{pmatrix} s_{rx} \\ s_{ry} \\ s_{rz} \end{pmatrix}. \quad (2)$$



Obr. 1 Zákon odrazu

Otočení vektoru n_0 o úhel φ kolem osy určené jednotkovým směrovým vektorem c a procházející počátkem kartézské souřadné soustavy je [3]:

$$n_\varphi = n_0 \cos \varphi + c(c \cdot n_0)(1 - \cos \varphi) + (c \times n_0) \sin \varphi, \quad (3)$$

kde \times označuje vektorový součin.

Pravotočivá rotace vektoru v prostoru kolem os kartézské souřadné soustavy v pořadí z, y, x je [3, 4]:

$$s_{\alpha,\beta,\gamma} = \mathbf{R}_{x,\alpha} \mathbf{R}_{y,\beta} \mathbf{R}_{z,\gamma} s, \quad (4)$$

kde s je otáčený (sloupcový) vektor, $s_{\alpha,\beta,\gamma}$ je otočený vektor, α je úhel otočení kolem osy x , β je úhel otočení kolem osy y a γ je úhel otočení kolem osy z , $\mathbf{R}_x, \mathbf{R}_y, \mathbf{R}_z$ jsou matice rotace kolem jednotlivých os pro pravotočivý systém otáčení [3, 4]:

$$\mathbf{R}_{x,\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_{y,\beta} = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_{z,\gamma} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Uvažujme nyní terestrický (pozemní) optický skener. Ten sestává ze zdroje záření, rozmítacího optického nebo opticko-mechanického systému, detektoru záření a vyhodnocovacího

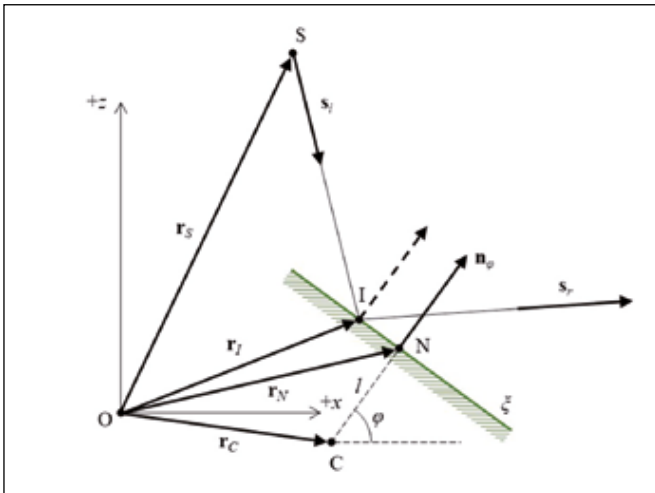
systému. Světlo vycházející ze zdroje záření je pomocí rozmítacího systému odchýleno do přesně určeného směru a dopadá na měřený předmět. Po odraze od měřeného předmětu se část světla (rozptýleného předmětem) vrací zpět, opět prochází rozmítacím systémem a dopadá na detektor záření. Vyhodnocovací systém poté určuje prostorové souřadnice bodu na předmětu. Vzdálenost bodu měřeného předmětu od skeneru pak nejčastěji určujeme buď pomocí modulace světelného signálu vyslaného skenerem, nebo změřením času, který uplyne mezi vysláním a zpětným přijmutím signálu (metoda TOF – *time of flight*).

U terestrických systémů je rozmítací jednotka tvořena zpravidla jednou rotující odraznou plochou (jedním zrcátkem, monogonem, optickým, polygonálním nebo pyramidálním hranolem, viz obr. 2), která rozmítá paprsek zpravidla ve vertikálním směru (relativně vzhledem ke konstrukci skeneru). Dále je otáčeno celou jednotkou skeneru, a tím je docíleno rozmítání ve směru horizontálním. Existují také jiné způsoby realizace rozmítacích jednotek (dvouzrcadlové [5, 6] apod.), ale těmi se nyní nebudeme zabývat.

Uvažujme tedy nyní případ jedné odrazné plochy rozmítacího systému, která realizuje směřování záměrného paprsku ve svislé rovině (relativně vzhledem k tělu skeneru). Schematická situace je zobrazena na obr. 3.



Obr. 2 Vybrané odrazné systémy rozmítacích skenovacích jednotek: a) monogon, b) polygonální hranol, c) pyramidální hranol [7]



Obr. 3 Rozmítání paprsku jednou odraznou plochou terestrického skeneru

Nechť počátek kartézského souřadného systému (x, y, z) rozmítací jednotky je dán bodem O a směry os uvažujme v libovolné poloze. Střed otáčení C odrazné plochy je dán polohovým vektorem \mathbf{r}_C a samotná odrazná plocha nechť se dále otáčí kolem přímky rovnoběžné s osou y souřadného systému jednotky o úhel φ . Vzdálenost mezi odraznou plochou ξ a bodem C označme l . Rovnici roviny odrazné plochy poté můžeme snadno charakterizovat polohou bodu N danou polohovým vektorem \mathbf{r}_N a jednotkovým normálovým vektorem \mathbf{n} . Předpokládejme dále, že záměrný paprsek dopadající na odraznou plochu je dán bodem S určeným polohovým vektorem \mathbf{r}_S a jednotkovým směrovým vektorem \mathbf{s}_i . Na odraznou plochu dopadá v bodě I určeném polohovým vektorem \mathbf{r}_I , odráží se dle zákona odrazu a pokračuje ve směru určeném jednotkovým směrovým vektorem \mathbf{s}_r .

Dle výše uvedeného popisu bude tedy pro libovolný bod na odrazné ploše ξ daný polohovým vektorem \mathbf{r}_ξ platit vztah [3, 4]

$$(\mathbf{r}_\xi \cdot \mathbf{n}) = (\mathbf{r}_N \cdot \mathbf{n}). \quad (6)$$

Označíme-li \mathbf{n}_0 jako jednotkový normálový vektor odrazné roviny pro její nulové natočení ($\varphi = 0$), můžeme pro tento vektor \mathbf{n}_φ otočený o úhel φ psát dle (3)

$$\mathbf{n}_\varphi = \mathbf{n}_0 \cos \varphi + \mathbf{c}(\mathbf{c} \cdot \mathbf{n}_0)(1 - \cos \varphi) + (\mathbf{c} \times \mathbf{n}_0) \sin \varphi, \quad (7)$$

kde \mathbf{c} značí jednotkový směrový vektor osy y (vzhledem k volbě pravotočivého systému bude úhel φ směřující od osy x k z záporný). V našem případě pro polohový vektor bodu N tak platí

$$\mathbf{r}_N = \mathbf{r}_C + l \mathbf{n}_\varphi. \quad (8)$$

Pro polohový vektor \mathbf{r}_I bodu dopadu I záměrné přímky platí

$$\mathbf{r}_I = \mathbf{r}_S + p_i \mathbf{s}_i, \quad (9)$$

kde p_i je parametr, který je třeba určit. Nahrazením vektoru \mathbf{r}_ξ za \mathbf{r}_I v rovnici (6), dosazením z (8) a (9) do (6) a po úpravě pro parametr p_i dostáváme

$$p_i = \frac{(\mathbf{r}_C - \mathbf{r}_S + l \mathbf{n}_\varphi) \cdot \mathbf{n}_\varphi}{\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_\varphi}. \quad (10)$$

Pro libovolný bod na záměrné přímce po odraze od odrazné plochy daný polohovým vektorem \mathbf{r}_R bude platit

$$\mathbf{r}_R = \mathbf{r}_I + p_r \mathbf{s}_r, \quad (11)$$

kde p_r je parametr a \mathbf{s}_r je jednotkový směrový vektor odraženého paprsku daný vztahem (1). Po dosazení poté dostáváme

$$\mathbf{r}_R = \mathbf{r}_S + \frac{(\mathbf{r}_C - \mathbf{r}_S + l \mathbf{n}_\varphi) \cdot \mathbf{n}_\varphi}{\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_\varphi} \mathbf{s}_i + p_r [\mathbf{s}_i - 2 \mathbf{n}_\varphi (\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_\varphi)]. \quad (12)$$

Parametr p_r pro teoretické účely (např. rozbor přesnosti polohy stopy svazku nebo studium polohy stopy svazku pro různá natočení a konfigurace rozmítací jednotky) můžeme určit z nominální definice polohy roviny předmětu, na kterou paprsek dopadá. Bude-li rovina předmětu ρ , na kterou dopadá a od níž se paprsek odráží, dána bodem D určeným polohovým vektorem \mathbf{r}_D a jednotkovým normálovým vektorem \mathbf{n}_D , potom pro bod R daný polohovým vektorem \mathbf{r}_R bude platit, obdobně jako ve vztahu (6)

$$(\mathbf{r}_R \cdot \mathbf{n}_D) = (\mathbf{r}_D \cdot \mathbf{n}_D). \quad (13)$$

Po dosazení a úpravě pro parametr p_r dostáváme

$$p_r = \frac{\left[\mathbf{r}_D - \mathbf{r}_S - \frac{(\mathbf{r}_C - \mathbf{r}_S + l \mathbf{n}_\varphi) \cdot \mathbf{n}_\varphi}{\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_\varphi} \mathbf{s}_i \right] \cdot \mathbf{n}_D}{[\mathbf{s}_i - 2 \mathbf{n}_\varphi (\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_\varphi)] \cdot \mathbf{n}_D}. \quad (14)$$

V praktických aplikacích je zpravidla poloha předmětu určována nejčastěji použitím měření tranzitního času (metoda *time of flight*). Je-li rychlost světla v prostředí $c = c_0/n$ ($c_0 = 299\,792\,458$ m/s je rychlost světla ve vakuu a n je index lomu prostředí), potom pro vzdálenost d měřeného bodu předmětu od vztažného bodu (zdroje záměrné přímky) platí

$$d = c \frac{\Delta t}{2}, \quad (15)$$

kde Δt značí tranzitní čas mezi vysláním a přijmutím signálu.

V našem případě vzdálenost d mezi zdrojem a bodem odrazu bude dána jako

$$d = p_i + p_r. \quad (16)$$

Dosažením z (10) a (15) do (16) a po úpravě můžeme vyjádřit parametr p_r pomocí měření tranzitního času t jako

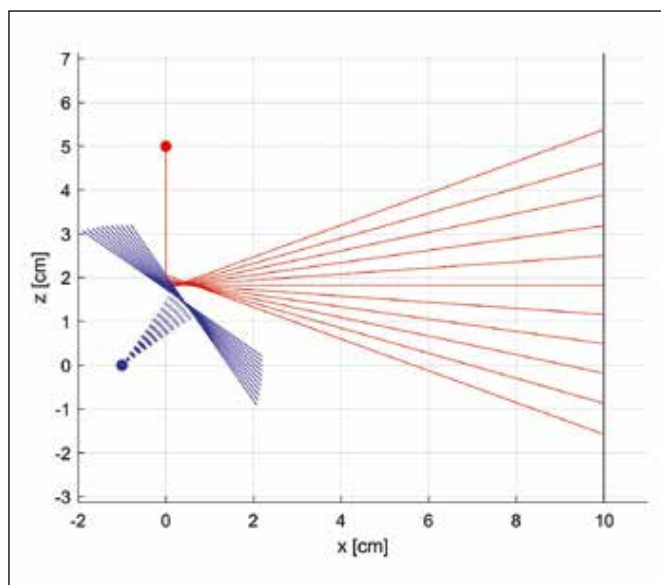
$$p_r = c \frac{\Delta t}{2} - \frac{(\mathbf{r}_c - \mathbf{r}_s + l \mathbf{n}_\varphi) \cdot \mathbf{n}_\varphi}{s_i \cdot \mathbf{n}_\varphi}. \quad (17)$$

Dosažením (14) nebo (17) do (12) je problematika určení polohy bodu předmětu v souřadném systému rozmítací jednotky vyřešena.

Pro určení polohy předmětu v souřadném (X, Y, Z) skeneru pro jednoduchost předpokládáme, že počátky souřadných os systému skeneru a rozmítací jednotky jsou shodné a osy z a Z rovnoběžné. Poté využijeme transformace rotací (4). Nechť se celá rozmítací jednotka (tělo skeneru) otáčí pouze kolem osy z o úhel λ . Poté pro souřadnice bodu R měřeného rozmítací jednotkou (polohový vektor \mathbf{r}_R) transformované do systému skeneru (polohový vektor \mathbf{g}_R) platí

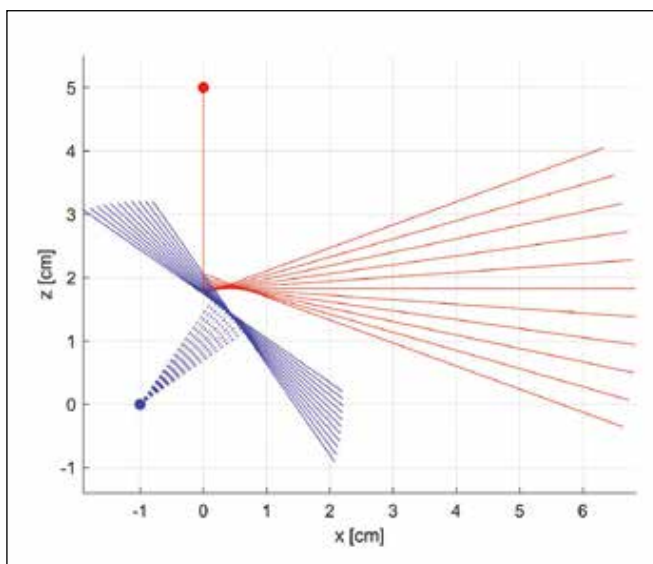
$$\mathbf{g}_R = \mathbf{R}_{z,\lambda} \mathbf{r}_R. \quad (18)$$

Tím je problém určení polohy bodu měřené terestrickým skenerem vyřešen. Výše uvedené vztahy mohou sloužit pro celou řadu konfigurací rozmítací jednotky. Jsou aplikovatelné jak pro jednozrcadlové skenery, tak např. pro polygonální, a to i pro různé varianty natočení odrazných ploch vzhledem k souřadným osám jednotky. Vztahy lze také použít např. k analýze nejistoty polohy stopy záměrné přímky. Pro podrobnější studii odkážeme čtenáře např. na [6].



Obr. 4 Příklad rozmítání paprsku rozmítací soustavou terestrického skenovacího systému s jednou odraznou plochou při známé poloze detekční roviny (modře – střed otáčení odrazné plochy a odrazná plocha pro různé úhly natočení, červeně – zdroj a záměrná přímka, černě – detekční rovina)

Na obr. 4 je ukázán příklad rozmítání paprsku pro rozmítací soustavu s následujícími parametry: $l = 2$ cm, $\mathbf{r}_s = [0, 0, 5]^T$ cm, $\mathbf{s}_i = [0, 0, -1]^T$ cm, $\mathbf{c} = [0, 1, 0]^T$ cm, $\mathbf{n}_0 = [1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2}]^T$ cm, $\mathbf{r}_c = [-1, 0, 0]^T$ cm, $\varphi = [-10, -8, \dots, 8, 10]^\circ$; a stínítko dané parametry: $\mathbf{n}_D = [1, 0, 0]^T$ cm, $\mathbf{r}_D = [10, 0, 0]^T$ cm. Na obr. 5 je ukázán stejný případ rozmítací soustavy při měření detekčního času $\Delta t = 667$ ps.



Obr. 5 Příklad rozmítání paprsku rozmítací soustavou terestrického skenovacího systému s jednou odraznou plochou při měření tranzitního času (modře – střed otáčení odrazné plochy a odrazná plocha pro různé úhly natočení, červeně – zdroj a záměrná přímka)

3. KOMERČNĚ DOSTUPNÉ TERESTRICKÉ OPTICKÉ SKENERY

Ve světě je jen málo firem, které dokázaly ovládnout tuto sofistikovanou technologii a vyrobit kvalitní pozemní skener. Ještě méně je pak firem, které se dokázaly udržet na trhu a být stabilním dodavatelem moderních přístrojů. Skenery totiž nejsou levnou záležitostí. Ceny modelů se pohybují v řádech milionů korun (lze zjistit pouze poptávkou). Navíc prostor kolem geoinformací je velmi dynamický, a proto je pro firmy nezbytně nutné neustále zdokonalovat vlastní technologie a držet krok s konkurencí.

Základním kritériem pro dělení pozemních skenerů je jejich dosah. Můžeme se tak setkat s přístroji určenými pro měření velmi vzdálených cílů (stovky metrů až jednotky kilometrů) nebo naopak pro blízké cíle (desítky až stovky metrů) [8]. Prvně zmiňované nacházejí uplatnění při monitoringu rozsáhlých území, jako jsou povrchové doly, výsypky hlusiny nebo skládky materiálů [9]. Druhé jsou pak nejčastěji využívány ve stavebnictví pro tvorbu mapových podkladů a zaměřování dokumentace skutečného provedení staveb (přehrad, mosty, tunely, bytové jednotky) [10]. Také je lze využít pro dokumentaci památkově chráněných děl, tj. architektonicky významných objektů, soch, kostelů aj. [11]. Všechny výše zmíněné obory spojuje práce geodeta jakožto hlavního zpracovatele prostorových dat.



Obr. 6 Přehled 3D optických skenerů FARO X130 a X330, Leica ScanStation P50, Neptec OPAL-360XP, Polaris Optech, Riegl VZ-400i a VZ-2000i, Topcon GLS-2000, Trimble TX6, Smart Max VS1000, Stonex X300 Z+F IMAGER® 5016 a Z+F IMAGER® 5010X [12–21]

Dalším důležitým parametrem je rychlost měření. Tou se rozumí množství registrovaných bodů za úměrnou dobu skenování, tzn. z jednodominutového měření můžeme mít model o velikosti mračna 97 000 bodů [12] nebo až 1 200 000 bodů [13]. Samozřejmě, čím je větší počet bodů v měřeném objemu, tím je lepší zobrazení detailů. Na druhou stranu se zvyšuje množství registrovaných dat a náročnost na výpočetní techniku.

Neopominutelnými parametry každého skeneru jsou také jeho rozměry, zorné pole, výdrž baterie a příslušenství. Ty se u jednotlivých skenerů liší. Jejich souhrn, rozdíly a podrobnosti jsou uvedeny v tab. 1–5. Jsou zde uvedeny přístroje: FARO X130 a X330, Leica ScanStation P50, Neptec OPAL-360XP, Polaris Optech, Riegl VZ-400i a VZ-2000i, Topcon GLS-2000, Trimble TX6, Smart Max VS1000, Stonex X300 Z+F IMAGER® 5016 a Z+F IMAGER® 5010X [12-21] (obr. 6).

Tab. 1 Obecné informace vybraných 3D optických skenerů

Obecné informace					
Značka a typ skeneru	Výška [cm]	Šířka [cm]	Hloubka [cm]	Hmotnost [kg]	Rok zavedení
FARO X130	20	24	10	5,2	2014
FARO X330	20	24	10	5,2	2014
Leica ScanStation P50	40	36	24	12,3	2017
Neptec OPAL-360XP	61	36	23	24	2015
Polaris Optech	33	25	24	11,2	2016
Riegl VZ-400i	31	21	21	9,7	2015
Riegl VZ-2000i	31	21	21	9,8	2017
Topcon GLS-2000	41	29	15	10	2013
Trimble TX6	39	34	24	11	2016
Smart Max VS1000	-	-	-	-	-
Stonex X300	43	17	22	7	2013
Z+F IMAGER® 5016	33	26	15	6,5	2016
Z+F IMAGER® 5010X	40	29	17	9,8	2015

Tab. 2 Specifika laseru vybraných 3D optických skenerů

Specifika laseru					
Značka a typ skeneru	princip	min. dosah [m]	max. dosah [m]	Rozbíhavost [mrad]	Nejistota [mm+ppm]
FARO X130	pulzní	0,6	130	0,19	3+2
FARO X330	pulzní	0,6	330	0,19	3+2
Leica ScanStation P50	pulzní	0,4	1000	0,23	1,2+10
Neptec OPAL-360XP	pulzní	1	2500	0,85	10
Riegl VZ-400i	pulzní	0,5	800	0,35	5
Riegl VZ-2000i	pulzní	1	2500	0,27	3
Polaris Optech	pulzní	1,5	2000	0,35	5+7
Topcon GLS-2000	kombinace	1	350	-	3,5
Trimble TX6	pulzní	0,6	120	-	2
Smart Max VS1000	pulzní	-	600	1,9	1,2
Stonex X300	pulzní	2,5	300	0,5	3
Z+F IMAGER® 5016	fázový	0,3	365	0,3	1+10
Z+F IMAGER® 5010X	fázový	0,3	187	0,3	1+10

Tab. 3 Charakteristiky skenovacího procesu vybraných 3D optických skenerů

Skenovací proces				
Značka a typ skeneru	rozsah	Min. horiz. krok	Min. vertik. krok	Rychlost měření [kHz]
FARO X130	360×300°	0,009°	0,009°	97
FARO X330	360×300°	0,009°	0,009°	97
Leica ScanStation P50	360×290°	-	-	1000
Neptec OPAL-360XP	360×60°	-	-	200
Riegl VZ-400i	360×100°	0,0015°	0,0007°	1200
Riegl VZ-2000i	360×100°	0,0015°	0,0007°	1200
Polaris Optech	360×120°	0,0017°	0,0017°	500
Topcon GLS-2000	360×270°	-	-	120
Trimble TX6	360×317°	-	-	500
Smart Max VS1000	360×100°	-	-	36
Stonex X300	360×90°	0,0225°	0,0225°	40
Z+F IMAGER® 5016	360×320°	0,00018°	0,00026°	1100
Z+F IMAGER® 5010X	360×320°	0,0002°	0,0004°	1016

Tab. 4 Charakteristiky obsluhy vybraných 3D optických skenerů

Obsluha			
Značka a typ skeneru	Výdrž baterie	min./max. [°C]	Hodnocení IP
FARO X130	4,5 h	5/40	-
FARO X330	4,5 h	5/40	-
Leica ScanStation P50	5,5 h	-20/50	IP 54
Neptec OPAL-360XP	Externí bat.	-40/65	IP 67
Riegl VZ-400i	Externí bat.	-20/40	IP 64
Riegl VZ-2000i Externí bat.	Externí bat.	-20/40	IP 64
Polaris Optech	2,5 h	-10/50	IP 64
Topcon GLS-2000	4 h + ext.	-5/45	-
Trimble TX6	2,5 h	0/40	IP 54
Smart Max VS1000	8 h	0/40	IP 55
Stonex X300	4 h	10/50	-
Z+F IMAGER® 5016	5 h	-10/45	IP 54
Z+F IMAGER® 5010X	5 h	-10/45	IP 53

Tab. 5 Charakteristiky příslušenství vybraných 3D optických skenerů

Příslušenství				
Značka a typ skeneru	Interní kamera	Externí kamera	Vestavěný ovládací panel	Přenos dat
FARO X130	ano	ano	ano	SD karta, USB disk, WLAN
FARO X330	ano	ano	ano	SD karta, USB disk, WLAN
Leica ScanStation P50	ano	ano	ano	USB disk, Ethernet, WLAN
Neptec OPAL-360XP	ne	ne	ano	Ethernet
Riegl VZ-400i	ne	ano	ano	Ethernet, WLAN
Riegl VZ-2000i	ne	ano	ano	Ethernet, WLAN
Polaris Optech	ano	ano	ano	-
Topcon GLS-2000	ano	ne	ano	SD karta, USB disk, WLAN
Trimble TX6	ano	ano	ano	-
Smart Max VS1000	ano	ano	ano	SD karta, WLAN
Stonex X300	ano	ne	ne	USB disk, WLAN
Z+F IMAGER® 5016	-	ano	ano	USB disk, Ethernet, WLAN
Z+F IMAGER® 5010X	-	ano	ano	USB disk, Ethernet, WLAN

Vedle důležitým příslušenstvím pro zpracování naměřených dat je kvalitní software. Základními a zásadními funkcemi pro využití v geodézii jsou:

1. Automatická detekce vřícovacích bodů – sám program dokáže nalézt body, podle kterých je schopen spojit jednotlivá mračna bodů k sobě tak, aby na sebe pasovala.

2. Geo-referencing – celému modelu dokáže přiřadit souřadnice dle použitého zobrazení.

3. Prokládání jednoduchými matematickými útvary – dokáže nejčastěji metodou nejmenších čtverců shlukem bodů proložit přímkou, rovinu nebo kouli s nejlepšími parametry.

Existují také skenery, jejichž softwaru tyto funkce neumožňují, a například pro geodézii jsou tedy nevhodné. Jsou to přístroje: Surphaser 100HSX, Artec 3D Scanners Artec Ray a Maptek SR3 [22, 23, 24]. Využit se ale dají pro vizualizaci modelů, interiérů, dopravních nehod aj.

4. ZÁVĚR

Výše prezentovaný matematický aparát slouží k výpočtu prostorových souřadnic každého bodu ze zaměřeného mračna terestrickým optickým skenerem. Z uvedených tabulek si můžeme dopočítat, že po jednominutovém měření získáme až 1 200 000 bodů. Proto je nutné, aby všechny přístroje měly vysokorychlostní detekční aparát, optimalizované algoritmy a dostatečně rychlý zápis do úložiště. Proto je zvládnutí výroby tak náročné a drahé. Všechny zde uvedené přístroje tato kritéria splňují a jsou vhodné pro použití v geodetických aplikacích.

Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS18/105/OHK1/2T/11.

Literatura

[1] A. Mikš, *Aplikovaná optika*, (Vydavatelství ČVUT, Praha, 2009).
 [2] B. Havelka, *Geometrická optika I*, (NČSAV, Praha 1955).
 [3] E. Madelung, *Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers*, (Springer; 7. Aufl. edition, Berlin 1964).
 [4] K. Rektorys a kol., *Přehled užití matematiky*, (SNTL, Praha 1968).
 [5] A. Mikš, P. Pokorný, 3D optické skenery, *Jemná mechanika a optika*, 57(5), 137–141, 2012. ISSN 0447-6441.
 [6] P. Pokorný, One-mirror and two-mirror three-dimensional optical scanners - position and accuracy of laser beam spot, *Applied Optics*, 53(12), 2730–2740, 2014. ISSN 1559-128X.

[7] G.F. Marshall, G.E. Stutz, *Handbook of Optical and Laser Scanning, Optical Science and Engineering*, CRC Press, 2004.
 [8] MANDA, Patrik. *OVĚŘENÍ VÝSLEDKŮ ŽELEZNIČNÍHO MĚŘICÍHO SYSTÉMU AMBERG GRP 5000* [online]. Praha, 2014 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <http://gama.fsv.cvut.cz/~cepek/proj/bp/2014/patrik-manda-bp-2014.pdf>. Bakalářské práce. FSV ČVUT. Vedoucí práce Ing. Bronislav Koska, Ph.D.
 [9] *RIEGL Ultimate LIDAR: VZ-2000i Waveform-LIDAR Technology for Mining Applications* [online]. Horn: RIEGL, 2019 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=Rq5QAzfXGjw>.
 [10] *Laser Scanning for As-Built Drawings* [online]. Herndon: DLT Solutions, 2016 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=F7gktaMbILY&t=443s>
 [11] BRŮNA, Vladimír, Marcel BREJCHA, Martin FROUZ, Martina FROUZOVÁ, Zdeněk MAREK a Bára VĚTROVSKÁ. *Metodika 3D dokumentace a vizualizace interiérů památkových objektů*. Česko: [s.l.], [2015].
 [12] *FARO Technologies, Inc.* [online]. Lake Mary: FARO Technologies, 2019 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <https://www.faro.com>.
 [13] *RIEGL Laser Measurement Systems* [online]. Horn: Riegl, 2019 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: www.riegl.com.
 [14] *Leica ScanStation P50* [online]. Heerbrugg: Leica Geosystems AG - Part of Hexagon, 2019 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <https://leica-geosystems.com/products/laser-scanners/scanners/leica-scanstation-p50>.
 [15] *Neptec OPAL-360XP* [online]. Ottawa: Neptech Technologies, 2015 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <http://www.neptectechnologies.com/wp-content/uploads/2017/02/OPAL-360-Spec-Sheet.pdf>.
 [16] *Polaris Optech* [online]. Toronto: Teledyne Optech, 2019 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <http://www.teledyneoptech.com/en/products/static-3d-survey/polaris/>.
 [17] *Topcon GLS-2000* [online]. Tokyo: Topcon Positioning Systems, 2019 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <https://www.topconpositioning.com/mass-data-and-volume-collection/laser-scanners/gls-2000>.
 [18] *Trimble TX6* [online]. Sunnyvale: Trimble, 2019 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <https://www.trimble.com/3d-laser-scanning/tx6>.
 [19] *Smart Max VS1000* [online]. HONG KONG: SMART MAX GEOSYSTEMS., 2019 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <http://www.smartmaxgeosystems.com/>.
 [20] *Stonex X300* [online]. Lissone: STONEX® Srl., 2019 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <https://www.stonex.it/project/x300-laser-scanner/>.
 [21] *Z+F* [online]. Wangen im Allgäu: Zoller + Fröhlich, 2019 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <https://www.zf-laser.com/Home.91.0.html?&L=1>.
 [22] *Basis Software, Inc.* [online]. Redmond: Surphaser, 2019 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <http://www.surphaser.com/100hsx-scanner.html>.
 [23] *Artec 3D* [online]. Luxembourg: Artec, 2019 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <https://www.artec3d.com/portable-3d-scanners/laser-ray>.
 [24] *Maptek Systems Inc* [online]. Denver: Maptec, 2019 [cit. 2019-06-10]. Dostupné z: <https://www.maptek.com/products/scanners/sr3.html>.

Tab. 6 Vlastnosti software dodávaných k vybraným 3D optickým skenerům

Značka	Jméno	Automatická detekce vřícovacích bodů	Geo-reference	Prokládání jednoduchými matematickými útvary	Max. velikost modelu [body]
FARO	SCENE	ano	ano	ano	-
Leica	Cyclone	ano	ano	ano	-
Neptec	3DRi	ano	ano	ano	-
Riegl	RiSCAN PRO	ano	ano	ano	1E+9
Polaris	ATLAScan	ano	ano	ano	-
Topcon	ScanMaster	ano	ano	ano	-
Trimble	Realworks	ano	ano	ano	2E+9
Smart Max	Cloud Processor	ano	ano	-	-
Stonex	Reconstructor	ano	ano	-	6,4E+7
Z+F IMAGER®	LaserControl Scout	ano	ano	ano	-

Bc. Jindřich Brzobohatý, České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, katedra fyziky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6, e-mail: jindrich.brzobohaty@fsv.cvut.cz

Ing. Petr Pokorný, Ph.D., České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, katedra fyziky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6, tel.: 224 357 919, e-mail: petr.pokorny@fsv.cvut.cz

Jedná se o vědecký článek

Vybrané fyzikální aspekty ovlivňující přesnost bezkontaktního laserového měření vzdáleností metodou tranzitního času

Práce představuje ucelený obecný teoretický popis vybraných aspektů ovlivňujících přesnost měření vzdáleností metodou tranzitního času společně s aparátem, který lze snadno použít pro konkrétní situace, analýzy a predikci nejistot měření. Zejména je diskutován vliv odrazivosti materiálů cílového objektu, dále je představena forma šíření elektromagnetického pole ve formě příčně neomezených gaussovských svazků, které jsou základním nástrojem pro charakteristiku laserových paprsků. Na tomto základě jsou odvozeny vlivy na měření vzdáleností při odraze od skloněné plochy či nerovinné geometrie cílového objektu. V poslední části je představen aparát pro zhodnocení vlivu nehomogenní atmosféry na měření vzdáleností. Teoretické poznatky jsou aplikovány a diskutovány na vybraných příkladech.

Klíčová slova: měření vzdáleností, metoda tranzitního času, odrazivost, gaussovské svazky, index lomu

1. ÚVOD

Laserové (elektronické) měření vzdáleností bez odrazných prvků (angl. reflectorless electronic distance measurement) [1] se v posledních letech stalo jednou ze základních metod bezkontaktního určení geometrických parametrů zkoumaných objektů, a to jak na velmi krátké vzdálenosti, tak i na vzdálenosti dlouhé (geodetická měření, letecké skenování, družicové snímkování apod. [2–7]). V závislosti na aplikaci existuje více principů, které jsou k tomuto bezkontaktnímu měření používány [1, 2]. Mezi základní a principiálně nejsnazší patří metoda tranzitního času (TOF z angl. Time-of-Flight) nebo také pulzní metoda, která využívá přesné měření času mezi vyslaným a přijatým elektromagnetickým (laserovým) pulzem, který prošel měřenou vzdáleností k cílovému objektu, na němž se odrazil a pokračoval zpět k přijímači. Jako další kategorii metod jmenujeme metody fázového posunu, a to s určením posunu pomocí amplitudové modulace (AMCW z angl. Amplitude-Modulated Continuous Wave) nebo fázové modulace (PMCW z angl. Phase-Modulated Continuous Wave) [2]. Zmíněných principů se využívá v různých praktických aplikacích.

V této práci se omezíme na analýzu metody tranzitního času (TOF), která se používá zejména pro měření dlouhých vzdáleností s přesností v řádu milimetrů. Existuje celá řada firem, které komerčně nabízejí dálkoměry nebo laserové skenery využívající tohoto principu měření vzdáleností [8–14]. Metoda nachází uplatnění například i v medicínských aplikacích, kdy je při určité modifikaci využívána při magnetické rezonanci [15].

Tento článek shrnuje a teoreticky analyzuje vybrané fyzikální aspekty, které ovlivňují měření vzdáleností zmíněnou metodou TOF. V první části je podrobně popsán princip a základní specifiky měření času. Následně je diskutována problematika odrazivosti elektromagnetického záření od cílových objektů s povrchem z různých materiálů. Jelikož je v naprosté většině aplikací využíváno laserové záření, práce představuje základní popis svazků elektromagnetického záření a jejich šíření prostorem ve formě příčně neomezených gaussovských svazků [16–21] generovaných laserovými optickými rezonátory. Jak bude ukázáno, gaussovské svazky jsou rozbíhavé a vztah mezi nejužším místem svazku a úhlem rozbíhavosti je pevně spjat. Z toho důvodu je měřená vzdálenost ovlivňována proměnnou velikostí stopy svazku na

cílovém objektu, zejména není-li odrazná plocha kolmá na směr šíření záměrného paprsku. Touto problematikou se zabývá další část práce, v níž je odvozen požadavek minimální časové rozlišitelnosti čítače měření času v závislosti na sklonu odrazné plochy, při které dojde k ovlivnění měření. Ze stejného důvodu změny velikosti stopy svazku je měření vzdáleností ovlivňované, jestliže dochází k cílení na geometricky nerovinné cíle. V práci je představen postup numerické analýzy daného problému, kterým lze studovat vliv rozličných tvarů cíle na výsledky měření a určit tak apriorní nejistoty vzdáleností, které mají dominantní vliv. Poslední část práce se zabývá vlivem nehomogenního indexu lomu atmosféry na měření tranzitního času. Index lomu prostředí, kterým záření prochází, je závislý na řadě parametrů [22–27]. V práci jsou ukázány a odvozeny vztahy pro trasování paprsků v izotropním nehomogenním prostředí, kterými lze snadno numericky řešit specifické situace a zhodnotit vliv prostředí, kterým se záměrný paprsek šíří, na výsledky měření. V závěru práce jsou teoretické vztahy a nástroje analýz prezentovány na třech příkladech.

Analýzou výše zmíněných vlivů, které přispívají k nejistotě měření vzdáleností metodou TOF (bez odrazných prvků), se zabývala řada autorů [25–31]. Zpravidla se ale jedná o experimentální studie, ve kterých jsou testovány vybrané měřicí přístroje pro konkrétní situace [28–31]. Tato práce představuje ucelený obecný teoretický popis vybraných vlivů ovlivňujících přesnost měření vzdáleností metodou TOF společně s aparátem, který lze snadno použít pro konkrétní situace a analýzy. Je tak hodnotným příspěvkem a doplněním dané oblasti bezkontaktního měření vzdáleností, pomocí kterého lze předpovídat apriorní nejistoty měřených vzdáleností.

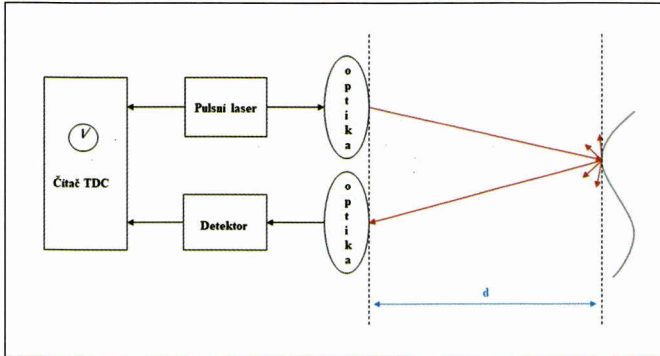
2. BEZKONTAKTNÍ MĚŘENÍ VZDÁLENOSTÍ METODOU TRANZITNÍHO ČASU (TOF)

Metoda tranzitního času [1–4] je založena na velmi přesném měření času trvání šíření pulzu elektromagnetického vlnění prostorem mezi zdrojem a cílem pulzu. Uvažujme situaci na obr. 1. Pulz je generován pulzní diodou, poté je rozdělen např. polopropustným zrcadlem a jedna jeho část zapne čítač. Druhá část je vyslaná do prostoru a po odraze od předmětu se vrátí do přístroje, kde vypne čítač. Čítač je elektronická součástka, která počítá součet period

generovaných oscilátorem. Počet period se technikami šíření signálu převede na tranzitní čas vlny [1–4, 32]. Pro měřenou vzdálenost D poté platí

$$2D = v\tau, \quad (1)$$

kde $v = c/n$ je rychlost šíření pulzu prostorem, $c = 299\,792\,458$ m/s je rychlost světla ve vakuu [16, 17], n je index lomu prostředí a τ je měřený tranzitní čas.



Obr. 1 Schéma jednotky TOF [1–4]

Požadujeme-li milimetrovou přesnost měřené vzdálenosti, musí být čas τ měřen s pikosekundovou přesností. Řádový odhad můžeme provést snadnou úvahou. Předpokládáme-li index lomu prostředí, ve kterém se pulz šíří, $n = 1$ (přibližná hodnota pro vzduch), pak po dosazení do rovnice (1), diferenciaci a úpravě dostáváme v prvním přiblížení odhad požadované přesnosti měření tranzitního času $\delta\tau$

$$\delta\tau = 2 \frac{\delta D}{c}. \quad (2)$$

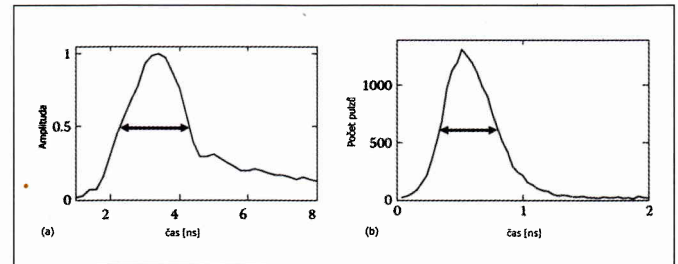
Dosazením za rychlost světla c a předpokládanou chybu měření vzdálenosti $\delta D = 1$ mm dostáváme

$$\delta\tau = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ m}}{299792458 \text{ ms}^{-1}} = 6,67 \times 10^{-12} \text{ s} = 6,67 \text{ ps}. \quad (3)$$

Pro milimetrovou přesnost měření vzdálenosti je tedy nutné měřit čas s rozlišením na pikosekundy.

V tab. 1 je uveden přehled v současnosti dostupných jednotek čítačů časů (TDC z angl. Time to Digital Converter), které nabízejí firmy AMS [33] a Texas Instruments [34]. Tyto systémy mohou zaznamenat až čtyři stop stavy od jednoho startu (čtyři záznamy časů při nárůstu registrované intenzity pro jeden vyslaný pulz). Je-li vzdálenost dostatečně velká mezi objekty, od kterých se jeden paprsek postupně odráží, detektor a vyhodnocení rozeznají až čtyři okamžiky, kdy dojde k výraznému nárůstu registrované intenzity, a je tak možné pro jeden impuls detekovat vícenásobné odrazy. Dobrým příkladem toho je letecké skenování, kdy například prvním odrazem je koruna stromu, druhým odrazem je keř pod korunou stromů, třetí odraz např. konstrukce lavičky pod keřem a posledním je až cílový povrch země [11].

Detekce signálu v čítači se podle druhu využitých elektronických součástí dělí na dva základní typy. První využívá PIN (positive-intrinsic-negative) fotodiodu. Dopadající světelné záření se přímo převádí na elektrický proud, který se dále statisticky analyzuje. Metoda je velmi náročná pro příjem pulzního signálu. Vyžaduje zařízení s velkou šířkou pásma v GHz a má vysokou vzorkovací frekvenci digitizéru [6]. Pro druhý druh detekce se využívají zejména fotonásobiče, mikrokanálové desky nebo lavinové fotodiody [6]. Ty pracují na principu časové závěrky. Během krátkého pikosekundového intervalu detektor zaznamená množství přichýzích částic. Interval a množství detekovaných částic se vynesou do histogramu, který se statisticky vyhodnotí. Na obr. 2 jsou zobrazeny zmíněné principy ve schématech záznamu amplitudy a počtu pulzů.



Obr. 2 Příklady detekce signálu a) fotodiodou a b) fotonásobičem [6]

Označíme-li tranzitní čas τ a registrovanou hodnotu amplitudy nebo počtu pulzů jako $I(\tau)$, můžeme odhadnout měřený tranzitní čas $\bar{\tau}$, který poté při měření vzdáleností považujeme za cílovou hodnotu, jako těžiště (první moment) podle vztahu [3, 35]

$$\bar{\tau} = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau I(\tau) d\tau, \quad P = \int_{-\infty}^{+\infty} I(\tau) d\tau, \quad (4)$$

kde integraci provádíme numericky na zkoumaném rozsahu tranzitních časů. Nejistotu σ_{τ} můžeme určit jako odmocninu z variance σ_{τ}^2 , pro kterou platí

$$\sigma_{\tau}^2 = \left(\frac{1}{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau^2 I(\tau) d\tau \right) - \bar{\tau}^2. \quad (5)$$

Vzdálenost $D_{\bar{\tau}}$ a její nejistota σ_D odpovídající vypočtenému tranzitnímu času $\bar{\tau}$ a jeho nejistotě σ_{τ} poté bude dána jako

$$D_{\bar{\tau}} = \frac{v}{2} \bar{\tau}, \quad \sigma_D = \frac{v}{2} \sigma_{\tau}, \quad (6)$$

kde v značí rychlost šíření pulzu prostorem.

Předpokládejme dále, že samotné sepnutí čítače bude ovlivněno náhodnou chybou. Bez další znalosti vlastností čítače můžeme uvažovat, že chyba sepnutí bude mít rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti se šířkou intervalu $\Delta\tau$. Poté nejistotu $u_{\Delta\tau}$ můžeme odhadnout jako směrodatnou odchylku daného rovnoměrného rozdělení, tedy

$$u_{\Delta\tau} = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{12}}. \quad (7)$$

Tab. 1 V současnosti komerčně dostupné čítače času (TDC) společností AMS [33] a Texas Instruments (TI) [34]

firma	sensor	rozlišení [ps]	odchylka (typ) [ps]	rozsah
AMS	TDC-GP30	11	1,2 (RMS)	10000 ps – 4,1 ms
TI	THS788	13	8 (accuracy)	0 ps – 7 s
AMS	TDC-GP22	22/90	35/45 (std)	700 ps – 4 ms/3,5 ps – 2500 ps
TI	TDC7201	55	35 (std)	8 ps – 250 ps/12 ps – 2000 ms

Výslednou nejistotu u_τ měřeného tranzitního času odhadneme jako kvadratický součet výše zmíněných nejistot, tedy

$$u_\tau = \sqrt{\sigma_\tau^2 + u_{\Delta t}^2}, \quad (8)$$

a pro nejistotu u_D měřené vzdálenosti D dostáváme odhad

$$u_D = \frac{v}{2} \sqrt{\sigma_\tau^2 + u_{\Delta t}^2}. \quad (9)$$

3. ODRAZIVOST ZÁŘENÍ OD POVRCHŮ

Odrazivost R (výkonová, energetická) je optická vlastnost materiálů, která se vyjadřuje poměrem intenzity odraženého záření k intenzitě záření dopadajícího [17], což je veličina závislá na odrážejícím materiálu (jeho chemickém složení, struktuře, teplotě, tlaku, drsnosti povrchu, barvě) a na vlastnostech dopadajícího světla (vlnové délce, úhlu dopadu, polarizaci).

Označíme-li $I_0(\lambda)$ intenzitu záření vlnové délky λ dopadajícího na odraznou plochu a $I_r(\lambda)$ intenzitu záření odraženého stejné vlnové délky, pak spektrální odrazivost R_λ pro tuto vlnovou délku bude dána vztahem

$$R_\lambda = R(\lambda) = \frac{I_r(\lambda)}{I_0(\lambda)}. \quad (10)$$

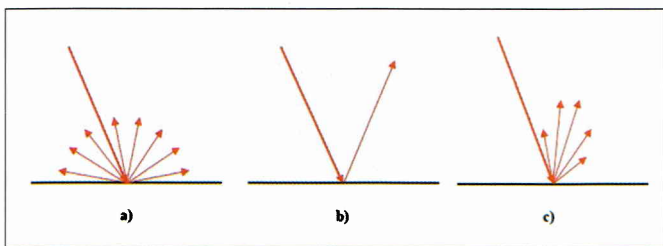
Odrazivost R pro vybraný interval vlnových délek λ_1 až λ_2 bude poté dána vztahem

$$R = \frac{I_r}{I_0} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_r(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_0(\lambda) d\lambda}. \quad (11)$$

Pro měření vzdáleností bezkontaktními metodami je odrazivost povrchu velmi důležitá veličina. Při dopadu záření na plošku odrazné plochy se tato stává zdrojem odraženého záření. Jestliže jsou vlastnosti povrchu takové, že dojde k odrazu záření přesně ve směru příchozího záření, může detektor registrovat odraženou intenzitu. V opačném případě to není možné a bezkontaktní metody selhávají. Schopnost odrážet světlo může být obecně dělena do tří základních kategorií v závislosti na typu povrchu, na kterém k odrazu záření dochází [2, 17]:

- Lambertovský povrch (ideálně matný, ideálně difúzní povrch) odráží světelnou energii rovnoměrně do všech směrů [16, 17, 20]. Takový povrch ve skutečnosti neexistuje, ale v realitě se mu blíží stěny zděných budov (omítky) nebo školní tabule.
- Zrcadlové plochy disponují vlastností dokonalého odrazu [20], který se řídí zákonem odrazu. Záření tak zpět k detektoru nedorazí.
- Speciálním druhem zrcadlových ploch jsou povrchy lesklé. Paprsek se třísťí, ale dominantním směrem následného šíření je směr dokonalého odrazu. Názorný příklad je na obr. 3. Tyto vlastnosti materiálů negativně ovlivňují měření vzdáleností bezkontaktní metodou. Ve většině situací proto není vhodné měřit za mokra, zejména jsou-li odrazné plochy skloněné oproti směru záměrného paprsku.

V dalších částech této práce budeme dále předpokládat, že při měření vzdáleností dochází k odrazu na lambertovském povrchu.



Obr. 3 Schéma šíření elektromagnetického záření při dopadu na a) lambertovský povrch b) zrcadlový povrch a c) lesklý povrch [2–4]

Obdobně jako odrazivost má vliv na registrované hodnoty měření i propustnost atmosféry T , která vyjadřuje poměr intenzity prošlé určitou vzdáleností a intenzity na počátku této vzdálenosti. Propustnost je také závislá na atmosférických podmínkách a vlastnostech procházejícího záření, a proto ji nelze přesně určit, neboť atmosférické podmínky jsou časově a prostorově proměnné, a musíme se spokojit pouze s idealizovanými modely.

Odrazivost materiálů a propustnost atmosféry mají tedy na bezkontaktní měření vzdáleností vysoký vliv. Pro difúzně odrazný cíl, jako je budova nebo skála, lze odražené záření idealizovat jako hemisféricky rozptýlené (obr. 3), intenzita rychle klesá na každou stranu. Výkon záření, které se od cíle odrazí a vrací se zpět na detektor, bude ve skutečnosti nepatrný zlomek původně vyslaného signálu. Označíme-li výkon výstupního signálu P_v a P_p výkon přijímaného signálu, potom podle [6] platí za předpokladu odrazu na lambertovském povrchu

$$P_p = R \frac{AT^2}{2\pi D^2} P_v, \quad (12)$$

kde R značí odrazivost, A plochu detektoru, T propustnost atmosféry a D je vzdálenost. Při měření vzdáleností musí detektor tedy dostatečně zesilovat příchozí signál, aby bylo možné měření správně vyhodnotit.

V tab. 2 jsou zobrazeny odrazivosti vybraných materiálů, jak je prezentuje na webových stránkách společnost Riegl [11]. V další literatuře, např. [6, 7], se na tyto hodnoty autoři zpravidla odkazují.

Tab. 2 Odrazivosti vybraných materiálů [11]

Materiál	Odrazivost [%]
Řezaná borovice (čistá, suchá)	94
Sněh	80–90
Bílé zdivo	85
Vápenec, jíl	≤ 75
Listnaté stromy	≈ 60
Jehličnaté stromy	≈ 30
Uhličitanový písek (suchý)	57
Uhličitanový písek (mokvý)	41
Plážový písek, pouštní oblasti	≈ 50
Hrubá dřevěná paleta (čistá)	25
Hladký beton	24
Asfalt s oblázky	17
Láva	8
Černý neopren (syntetická guma)	5

4. GAUSSOVSKÉ SVAZKY

Gaussovské svazky mají velký význam v laserové technice, protože popisují vlastnosti záření generovaného lasery [3, 16–20]. Uvažujme příčně neomezené gaussovské svazky. Jsou to takové svazky, jejichž intenzita v příčném směru klesá podle funkce (označíme-li směr šíření vlnění jako z)

$$\exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{a^2}\right), \quad (13)$$

kde a je konstanta. Jejich matematický popis lze získat řešením vlnové rovnice [16–19]

$$\nabla^2 V(\mathbf{M}, t) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 V(\mathbf{M}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (14)$$

kde $\mathbf{M} = [x, y, z]$ značí bod (polohový vektor) v kartézských souřadnicích, t je čas, v je fázová rychlost vlnění, ∇^2 je Laplaceův operátor [35]. Řešení (14) hledáme ve formě harmonických vln, tedy předpokládáme, že

$$V(\mathbf{M}, t) = U(\mathbf{M}) \exp(i\omega t), \quad (15)$$

kde úhlová frekvence $\omega = 2\pi f$ a f je frekvence záření. Funkce $V(\mathbf{M}, t)$ má fyzikální význam složky vektoru intenzity elektrického nebo magnetického pole [16]. Funkce $U(\mathbf{M})$ je její amplituda, která splňuje Helmholtzovu rovnici [16, 17, 19]

$$\nabla^2 U(\mathbf{M}) + k^2 U(\mathbf{M}) = 0, \quad (16)$$

kde $k = 2\pi/\lambda$ je vlnové číslo (velikost vlnového vektoru) a λ je vlnová délka záření.

Za předpokladu, že energie pole je koncentrována pouze podél z -ové souřadnice a v příčných směrech rychle klesá k nule (podmínka paraxiální aproximace), lze řešení Helmholtzovy rovnice hledat ve tvaru [16, 17, 19]

$$U(x, y, z) = f(x, y, z) \exp(-ikz). \quad (17)$$

Dosažením (17) do (16) a s uvážením, že druhou derivaci $\partial^2 f / \partial z^2$ můžeme zanedbat ve srovnání s druhými derivacemi podle příčných proměnných, dostáváme parabolickou diferenciální Helmholtzovu rovnici v paraxiálním přiblížení [16, 17, 19] ve tvaru

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial f}{\partial z} = 0, \quad (18)$$

jejíž řešení lze nalézt snadněji než (16). Lze ukázat [16, 17, 19], že nejjednodušším řešením této rovnice je případ tzv. kruhových gaussovských svazků, pro které platí

$$f(x, y, z) = \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[i\left(\varphi(z) - k \frac{x^2 + y^2}{2R(z)}\right)\right], \quad (19)$$

kde

$$w(z) = \frac{w_0}{z_0} \sqrt{z_0^2 + z^2}, \quad z_0 = k \frac{w_0^2}{2},$$

$$\varphi(z) = \arctan \frac{z}{z_0}, \quad R(z) = z \left(1 + \frac{z_0^2}{z^2}\right),$$

přičemž jsme použili hraniční podmínku pro rovinu $z = 0$ ve tvaru

$$f(x, y, 0) = \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right]. \quad (20)$$

Veličina w_0 značí poloměr nejužšího místa (pasu) gaussovského svazku. Dosažením (19) do (17) můžeme psát pro komplexní amplitudu pole gaussovského svazku

$$U(x, y, z) = \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[i\left(\varphi(z) - k \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} - kz\right)\right]. \quad (21)$$

Intenzita světla v bodě $[x, y, z]$ je kvadrátem absolutní hodnoty amplitudy [16, 17, 19]

$$I(x, y, z) = K |U(x, y, z)|^2, \quad (22)$$

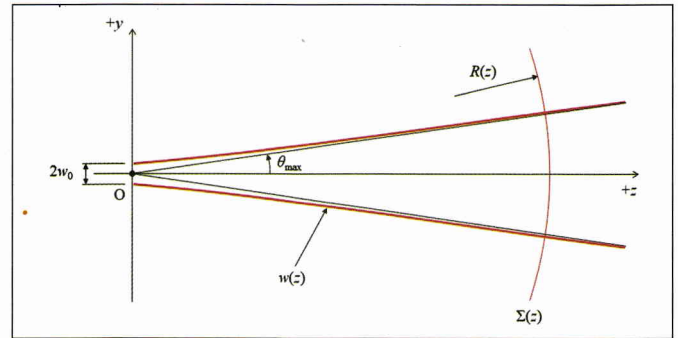
kde K je konstanta. Dosažením (21) do (22) můžeme po úpravě pro intenzitu příčně neomezeného gaussovského svazku v bodě $[x, y, z]$ psát

$$I(x, y, z) = K \left[\frac{w_0}{w(z)} \right]^2 \exp\left[-\frac{2(x^2 + y^2)}{w^2(z)}\right]. \quad (23)$$

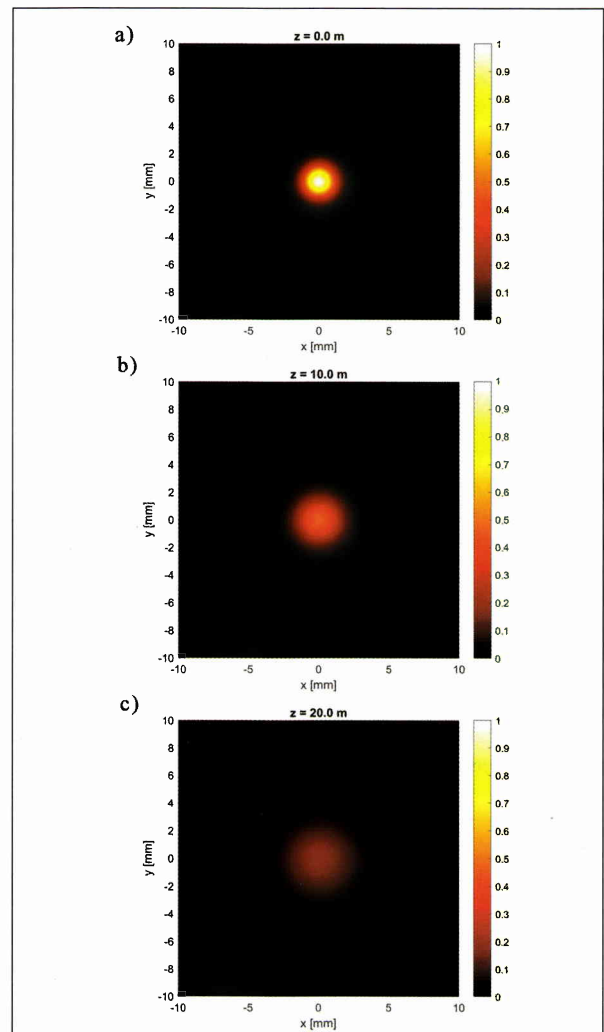
Na obr. 4 je vyneseno profil gaussovského svazku se zobrazením vybraných parametrů. Na obr. 5a-c jsou znázorněny normované intenzity (tj. za předpokladu $I(0,0,0) = 1$) v rovinách kolmých na směr šíření svazku pro různé polohy z -ové souřadnice. Obr. 6 ukazuje normované intenzity ve stejných rovinách pro $y = 0$.

Analýzou asymptot gaussovského svazku lze ukázat, že pro úhel rozbíhavosti θ platí [16–19]

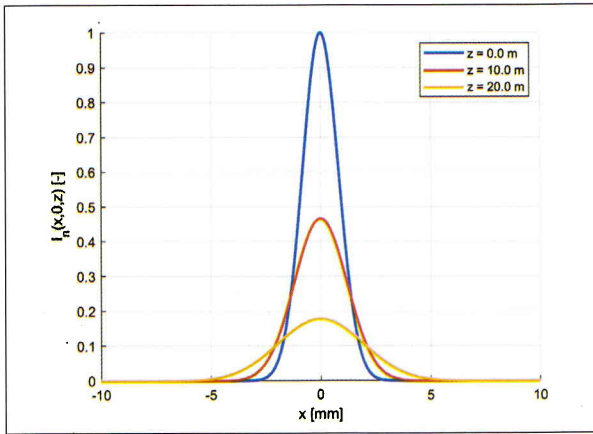
$$\tan \theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}. \quad (24)$$



Obr. 4 Schéma a parametry gaussovského svazku [16]



Obr. 5 Normovaná intenzita gaussovského svazku ($I(0,0,0) = 1$) v rovině kolmé na směr šíření ve vzdálenostech: a) 0 m, b) 10 m, c) 20 m, pro parametry svazku: $w_0 = 1,637$ mm, $\lambda = 900$ nm



Obr. 6 Normovaná intenzita gaussovského svazku pro $y = 0$ pro různé vzdálenosti z

Pro malé úhly poté můžeme psát

$$w_0 \theta = \frac{\lambda}{\pi} \quad (25)$$

Je tak zřejmé, že v případě gaussovských svazků nelze nezávisle měnit poloměr nejužšího místa svazku a rozbíhavost svazku. Zmenšíme-li hodnotu w_0 , je třeba odpovídajícím způsobem změnit úhel θ .

V praxi se setkáváme s hodnocením kvality laserových svazků (kvality fokuse svazku) pomocí tzv. faktoru M^2 . Ten je definován vztahem [21]

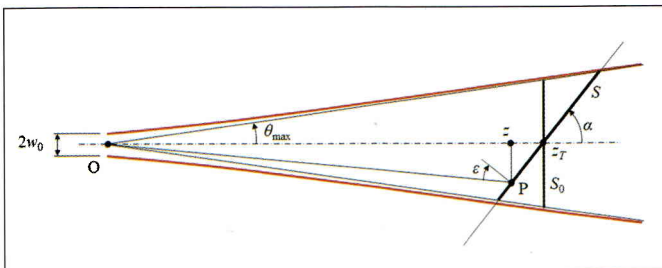
$$w_0 \theta = M^2 \frac{\lambda}{\pi} \quad (26)$$

Obecně platí $M^2 \geq 1$, speciálně pro gaussovské svazky $M^2 = 1$.

5. VLIV VELIKOSTI STOPY LASEROVÉHO SVAZKU NA ŠIKMÉ ODRAZNÉ PLOŠE NA MĚŘENÍ TRANZITNÍHO ČASU

Zabývejme se nyní případem, kdy gaussovský svazek dopadá na nakloněnou rovinu, uvažujme situaci zobrazenou na obr. 7. Příčně neomezený gaussovský svazek o poloměru nejužšího místa w_0 se šíří podél osy z a dopadá na rovinu skloněnou o úhel α , která protíná osu šíření ve vzdálenosti z_T . Intenzitní obrazec na této rovině poté bude pokrývat plochu S , která bude eliptická a rozložení intenzity lze určit pomocí vztahu (22). Předpokládejme dále, že na hlavní ose eliptické stopy leží bod P o souřadnicích $[0, y, z]$. S uvážením geometrie na obr. 7 můžeme pro souřadnice průsečíku psát

$$y = z_s \sin \alpha, \quad z = z_T + z_s \cos \alpha, \quad z_s = z_T \frac{\sin \theta}{\sin(\theta + \alpha)} \quad (27)$$



Obr. 7 Průsečík stopy gaussovského svazku s nakloněnou rovinou

Zanedbáme-li malé zakřivení svazku procházejícího tímto bodem, můžeme pro tranzitní čas τ trvání cesty pulzu z místa středu nejužšího průměru svazku O do tohoto bodu P psát

$$\tau = \frac{2\sqrt{y^2 + z^2}}{v} \quad (28)$$

kde v značí rychlost šíření pulzu prostorem. V ideálním případě, kdy se všechny body na stopě svazku na nakloněné rovině stanou elementárními zdroji záření vracejícími se zpět do záměrného zařízení, můžeme vyjádřit tranzitní čas τ_{\max} pro maximální úhel θ_{\max} po dosažení (27) do (28) jako

$$\tau_{\max} = \frac{2z_T}{v} \sqrt{\left[1 + \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{\sin(\alpha + \theta_{\max})}\right]^2 + \frac{\sin^4 \alpha}{\sin^2(\alpha + \theta_{\max})}} \quad (29)$$

$$= \frac{2z_T}{v \sin(\alpha + \theta_{\max})} \sqrt{\left[\sin \alpha \cos \theta_{\max} + 2 \cos \alpha \sin \theta_{\max}\right]^2 + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta_{\max}}$$

Pro malé úhly rozptylu dále s uvážením aproximací

$$\sin \theta_{\max} \approx \theta_{\max}, \quad \cos \theta_{\max} \approx 1,$$

$$\sin(\alpha + \theta_{\max}) \approx \sin \alpha + \theta_{\max} \cos \alpha, \quad \theta_{\max}^2 \approx 0,$$

po další úpravě dostáváme

$$\tau_{\max} \approx \frac{2z_T}{v(\sin \alpha + \theta_{\max} \cos \alpha)} \sqrt{\sin^2 \alpha + 2\theta_{\max} \sin 2\alpha} \quad (30)$$

Rozdíl $\Delta\tau = \tau_{\max} - \tau_{\min}$, kdy τ_{\min} získáme stejným postupem záměnou $\theta_{\min} = \theta_{\max}$, lze psát

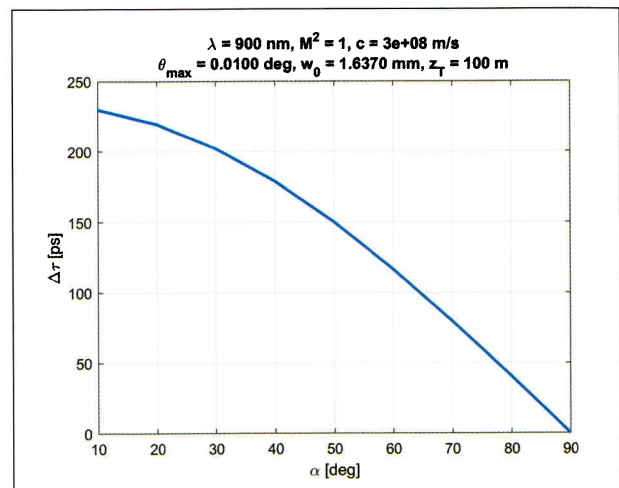
$$\Delta\tau = \frac{2z_T}{v} \left(\frac{\sqrt{\sin^2 \alpha + 2\theta_{\max} \sin 2\alpha}}{\sin \alpha + \theta_{\max} \cos \alpha} - \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - 2\theta_{\max} \sin 2\alpha}}{\sin \alpha - \theta_{\max} \cos \alpha} \right) \quad (31)$$

Úpravou a zjednodušením, když uvážíme opět aproximaci pro malé úhly jako v předchozím případě, dostáváme

$$\tau \approx \frac{2z_T}{v} \left(\sqrt{\sin^2 \alpha + \theta_{\max} \sin 2\alpha} - \sqrt{\sin^2 \alpha - \theta_{\max} \sin 2\alpha} \right) \quad (32)$$

Hodnota $\Delta\tau$ definuje, s jakým minimálním rozlišením musí čítač pulzů pracovat, aby náklon plochy vůbec ovlivnil určení vzdálenosti metodou TOF. Tzn., bude-li vzorkování čítače horší než alespoň polovina $\Delta\tau$, nemůže šířka stopy svazku dopadající na nakloněnou rovinu ovlivnit výsledky měření vzdáleností metodou TOF. V případě, že čítač je schopen vzorkovat měřenou intenzitu s frekvencí, která dostatečně pokryje interval $\Delta\tau$, můžeme přistoupit k charakteristice přesnosti určení tranzitního času τ .

V praxi, zejména jedná-li se o velmi přesné měření vzdáleností výše popsanou metodou, je možné vliv rozbíhavosti svazku potlačit použitím tzv. polní clony, která zamezí registraci intenzity z těch částí stopy svazku, které jsou vzdálené od centrální oblasti. Ovšem použití polní clony vyžaduje větší rozměry optické soustavy měřících



Obr. 8 Závislost $\Delta\tau$ na úhlu natočení odrazné roviny α

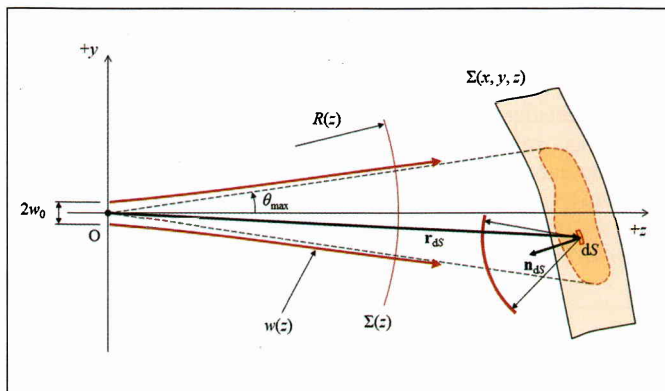
zařízení, a proto se např. při laserovém skenování nebo u levnějších elektronických dálkoměrů v běžných aplikacích nepoužívají.

Na obr. 8 je zobrazena závislost velikosti $\Delta\tau$ na úhlu natočení odrazné roviny pro parametry $\lambda = 900$ nm, $M^2 = 1$, $c = 3 \times 10^8$ m/s, $\theta_{\max} = 0,0100^\circ$, $w_0 = 1,6370$ mm (parametry dálkoměru laserového skeneru Riegl VZ-400i [11]) a $z_T = 100$ m.

6. VLIV NEROVINNÉ GEOMETRIE CÍLOVÉHO OBJEKTU NA REGISTROVANOU INTENZITU ODRAŽENÉHO PULZU

Nerovinná geometrie je dalším ze zdrojů, který ovlivňuje přesnost měření vzdálenosti metodou tranzitního času. Jak bylo ukázáno, stopa gaussovského svazku není bod, ale ploška určité velikosti. Jelikož s narůstající vzdáleností dochází k rozšiřování této stopy, může při měření geometricky nerovinných ploch (např. vnitřní roh mezi dvěma zdmi) dojít ke zkrácení registrovaného rozložení intenzity. Opět zde platí jako v předchozí kapitole, že lze u velmi přesných měření potlačit vliv rozbíhavosti polní clonou, ale u běžných přístrojů se tento přístup vzhledem k požadavkům na rozměry senzorů nepoužívá.

Uvažujme situaci zobrazenou na obr. 9. Příčně neomezený gaussovský svazek s polohou nejužšího místa v počátku soustavy souřadnic, jehož rozbíhavost je dána parametrem w_0 nebo θ_{\max} , postupuje prostorem podél osy z a dopadá na nerovinnou topografii popsanou funkcí $\Sigma(x, y, z)$. Na této ploše se promítne stopa gaussovského svazku do tvaru, který závisí právě na geometrii topografie odrazné plochy. Komplexní amplituda a intenzita v jednotlivých bodech stopy může být popsána rovnicemi (21) a (22). Uvnitř stopy se elementární ploška dS , jejíž poloha bude určena polohovým vektorem \mathbf{r}_{ds} a náklon jednotkovým normálovým vektorem \mathbf{n}_{ds} , po odrazu stane zdrojem elementárních sférických vln (dle Huygensova-Fresnelova principu [17]) a tato vlna se zpět šíří prostorem. V dalším předpokládáme, že odrazný povrch je lambertovský [16, 17, 19, 20], tj. ideálně matný a difúzně odrážející světelnou energii rovnoměrně do všech směrů. Detektor odraženého záření uvažujeme pro jednoduchost umístěný v počátku souřadnic. Registrované pole v místě detektoru je poté dáno superpozicí elementárních odražených vln (dle principu superpozice [16, 17, 19]).



Obr. 9 Odraz gaussovského svazku od nerovinné plochy $\Sigma(x, y, z)$

Pro komplexní amplitudu dU , která bude dána příspěvkem elementární plošky dS v místě detektoru, můžeme psát [16, 17, 19]

$$dU = -\frac{i}{\lambda} R_{ds} U(\mathbf{r}_{ds}) \frac{\exp(ikr_{ds})}{r_{ds}} \cos(-\mathbf{r}_{ds}, \mathbf{n}_{ds}) dS, \quad (33)$$

kde $i = \sqrt{-1}$ je imaginární jednotka, λ vlnová délka záření, R_{ds} odrazivost, $U(\mathbf{r}_{ds})$ je komplexní amplituda v místě \mathbf{r}_{ds} daná vztahem (21), k je vlnové číslo (velikost vlnového vektoru), r_{ds} je velikost vektoru $\mathbf{r}_{ds} = a \cos(\mathbf{r}_{ds}, \mathbf{n}_{ds})$ značí kosinus úhlu mezi vektorem \mathbf{r}_{ds} a jednotkovým normálovým vektorem \mathbf{n}_{ds} .

Označme S_{ds} sumu elementárních plošek dS takových, na které dopadá a od nichž se odráží gaussovský svazek v časovém intervalu

Δt . Pro tranzitní čas τ registrovaný v detektoru bude platit $\tau = 2t$, a tedy pro interval $\Delta\tau$ bude platit $\Delta\tau = 2\Delta t$. Komplexní amplituda $U(\Delta\tau)$ registrovaná v detektoru v určitém časovém intervalu tranzitního času $\Delta\tau$ (předpokládáme-li, že koherenční čas [16, 17, 19] daného záření je delší než interval $\Delta\tau$) bude dána superpozicí příspěvků elementárních plošek, na které dopadlo záření v časovém intervalu $\Delta t = \Delta\tau/2$.

Můžeme pro ni tedy psát

$$U(\Delta\tau) = \int_{S_{ds}} dU = -\frac{i}{\lambda} \int_{S_{ds}} R_{ds} U(\mathbf{r}_{ds}) \frac{\exp(ikr_{ds})}{r_{ds}} \cos(-\mathbf{r}_{ds}, \mathbf{n}_{ds}) dS, \quad (34)$$

kde integraci provádíme přes plochu S_{ds} . Registrovaná intenzita záření v daném intervalu $\Delta\tau$ bude pak dána jako

$$I(\Delta\tau) = K |U(\Delta\tau)|^2, \quad (35)$$

kde K značí konstantu.

Schéma algoritmu, který s využitím výše popsané úvahy můžeme použít pro analýzu vlivu polohového rozložení objektu na registrovanou intenzitu, bude následující:

1. Definujeme parametry gaussovského svazku a geometrii objektu $\Sigma(x, y, z)$, na kterém případ analyzujeme.
2. Pro jednotlivé body objektu $\Sigma(x, y, z)$ vypočteme komplexní amplitudu $U(x, y, z)$ při dopadu paprsku na objekt pomocí rovnice (21).
3. Pro jednotlivé body vypočteme příspěvky dU pro zpětné šíření odraženého záření dle (33).
4. Pro jednotlivé body objektu $\Sigma(x, y, z)$ vypočteme tranzitní časy τ odpovídající rychlosti šíření pulzu v daném prostředí. Pro jednoduchost lze volit přímočaré šíření paprsků z počátku soustavy souřadnic (kde uvažujeme nejužší místo svazku) k daným bodům objektu, kdy zanedbáme malé zakřivení paprsků gaussovského svazku.
5. Integrujeme (vysčítáme) příspěvky komplexních amplitud dU pro vybrané intervaly $\Delta\tau_i$, kdy časový rozsah intervalů volíme s ohledem na rozlišovací schopnost čítače.
6. Pro jednotlivé počátky intervalů $\Delta\tau_i$ vypočteme registrovanou intenzitu dle vztahu (35). Tímto způsobem lze získat sadu dat pro analýzu vlivu geometrického rozložení objektu na registrovanou intenzitu v závislosti na tranzitním čase τ . Pomocí vztahů (4)–(9) můžeme určit odhad skutečné hodnoty měřeného tranzitního času $\bar{\tau}$, odhad odpovídající vzdálenosti $D_{\bar{\tau}}$ a její nejistoty $u_{D_{\bar{\tau}}}$.

7. VLIV NEHOMOGENNÍHO INDEXU LOMU ATMOSFÉRY NA MĚŘENÍ TRANZITNÍHO ČASU

Na kvalitu určení vzdálenosti metodou tranzitního času bude mít, vyjma výše představených jevů, také vliv variace indexu lomu prostředí, ve kterém se elektromagnetický pulz šíří. V praktických situacích můžeme zemskou atmosféru, ve které provádíme měření, považovat za izotropní a nehomogenní prostředí, jelikož index lomu je závislý na řadě fyzikálních faktorech – zejména teplotě, tlaku a vlhkosti [16, 17, 19, 20]. Ty mohou být v rámci měření jedné vzdálenosti proměnné a jejich variace zpravidla nelze nikdy přesně určit (turbulentní atmosféra), pouze modelovat zjednodušené situace. Tyto změny rozložení indexu lomu prostředí díky platnosti Fermatova principu [16, 17, 19, 20] zakřivují dráhu paprsku (nastává tzv. atmosférická refrakce) a čítačem je měřena jiná hodnota tranzitního času, než která by byla v případě šíření pulzu izotropním homogenním prostředím (po přímce). Pro velmi přesná měření vzdáleností je pak třeba provádět atmosférické korekce.

Při měření dlouhých vzdáleností (např. při terestrickém laserovém skenování nebo geodetických měřeních) nelze v reálném čase parametry atmosféry změřit, a je tak velmi složité vytvořit model prostředí s dostatečnou přesností. Existují přibližné rovnice pro výpočet fyzikálních korekcí. Pro měření velmi dlouhé vzdálenosti (jako je např. družicové skenování), kde oprava z vlivu atmosféry hraje významnou roli, jsou složité počítány numerické

modely, které přibližně odpovídají rozložení hmot v jednotlivých atmosférických páslech.

Předpokládejme nyní, že během časového intervalu měření jednu vzdálenosti je funkce indexu lomu závislá pouze na poloze. Tuto závislost můžeme zapsat vztahem

$$n = n(\mathbf{r}) = n(x, y, z), \quad (36)$$

kde $\mathbf{r} = [x, y, z]$ značí polohový vektor místa, ve kterém situaci zkoumáme. V praxi je velmi obtížné závislost indexu lomu na poloze úplně popsat. Lze ale měřením získat sadu diskretních dat pro vybraná místa [1, 25] a index lomu poté vyjádřit například aproximací mocninnou řadou s koeficienty získanými metodou nejmenších čtverců, např. ve tvaru [35]

$$n = n(x, y, z) = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J \sum_{k=0}^K e_{i,j,k} x^i y^j z^k, \quad (37)$$

kde $e_{i,j,k}$, $i = 1, \dots, I$, $j = 1, \dots, J$, $k = 1, \dots, K$ a I, J, K značí stupně polynomu. Jinou z metod použitelnou v současných podmínkách výpočetní techniky je aplikace prostorových interpolačních metod z diskretních dat, např. lineární interpolace, kubického splinu apod.

Je známo [16, 22–24], že pro jedno konkrétní místo můžeme vyjádřit závislost indexu lomu na vlnové délce λ , tlaku p , teplotě t a relativní vlhkosti pomocí tzv. Edlénova vzorce. Použijeme-li modifikovanou formuli [24], po úpravě dostaneme

$$n = 1 + \Delta n_{t,p} + \Delta n_v, \quad (38)$$

kde

$$\Delta n_{t,p} = \frac{pL}{96095,43} \frac{1 + 10^{-8}(0,601 - 0,00972t)p}{(1 + 0,0036610t)},$$

$$L = \left(8342,54 + \frac{2406147}{130 - S} + \frac{15998}{38,9 - S} \right) 10^{-8},$$

$$S = \frac{1}{\lambda^2}, \Delta n_v = -f(3,7345 - 0,0401S)10^{-10},$$

$\Delta n_{t,p}$ je korekce na teplotu t [°C] a tlak p [Pa], λ [μm] je vlnová délka a Δn_v je korekce na relativní vlhkost v [%], kde f [Pa] značí parciální tlak vodních par v atmosféře, pro který můžeme psát s využitím empiricky získaných dat z práce [36] přibližný vztah (pro teploty vyšší než 0 °C)

$$f \approx v(1,602t - 2,960)10^{-7}.$$

Edlénova rovnice platí s přesností řádu 10^{-8} pro oblast normálních tlaků a vlnové délky viditelného světla. V praxi se ukazuje, že pro vlnovou délku $\lambda = 0,633$ μm (He-Ne laser, nejčastěji využívaný) lze použít zjednodušený vztah [16]

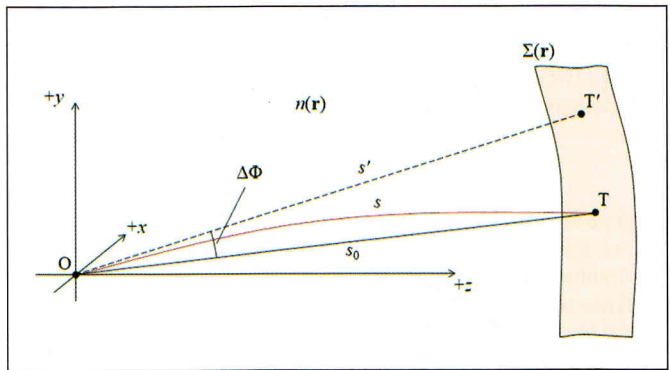
$$n = 1 + 7,86 \times 10^{-7} \frac{p}{273+t} - 1,5 \times 10^{-11} v(t^2 + 160). \quad (39)$$

Uvažujme situaci zobrazenou na obr. 10. Zdroj dálkoměru předpokládejme v počátku souřadné soustavy O a cílem nechť je bod T v geometrické vzdálenosti s_0 od počátku souřadné soustavy, kdy zřejmě platí

$$s_0 = \sqrt{x_T^2 + y_T^2 + z_T^2}, \quad (40)$$

kde x_T, y_T, z_T jsou kartézské souřadnice bodu T. Předpokládejme, že mezi body O a T se vyskytuje nehomogenní izotropní prostředí, které je charakterizováno indexem lomu $n = n(\mathbf{r}) = n(x, y, z)$ závislým na souřadnicích a případně i na čase. Avšak nyní závislost na čase dále nestudujeme a zabýváme se pouze prostorovou změnou indexu lomu.

Z geometrické optiky je známo, že rovnice paprsku v nehomogenním izotropním prostředí je dána vztahem [16, 17, 19, 20]



Obr. 10 Vliv nehomogenního indexu lomu atmosféry na měření tranzitního času

$$\nabla n(\mathbf{r}) = \frac{d}{ds} \left[n(\mathbf{r}) \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right], \quad (41)$$

kde ds je element oblouku křivky v místě \mathbf{r} a ∇ je Hamiltonův operátor [35]. Jelikož index lomu není obecně konstantní, nebude ani záměrná křivka mezi body O a T přímka, jak je patrné z paprskové rovnice (41). Dálkoměr tedy bude cílit jednak ve špatném směru (na bod T, který je od správného směru odchýlen o úhel $\Delta\Phi$, viz obr. 10) a také bude měřena chybná vzdálenost s místo s_0 , která bude odpovídat délce reálného paprsku. Chyba měření vzdálenosti poté bude dána vztahem $\Delta s = s - s_0$.

Budeme-li znát prostorové rozložení indexu lomu a počáteční podmínky (polohu zdroje a směr paprsku), lze vypočítat skutečnou trajektorii paprsku a délku dráhy pulzu řešením rovnice (41), což je parciální diferenciální rovnice druhého řádu. Analytické řešení existuje jen pro velmi specifické případy. V praxi je třeba úlohu řešit zpravidla numericky. Metody řešení může nalézt čtenář např. v literatuře [16, 25–27, 35]. Pro element oblouku křivky v místě \mathbf{r} poté můžeme obecně psát

$$ds = v(\mathbf{r})dt = \frac{c}{n(\mathbf{r})} dt, \quad (42)$$

kde $v(\mathbf{r})$ je rychlost šíření paprsku v daném místě, c je rychlost světla ve vakuu a dt značí element času. Čas T , potřebný pro překonání vzdálenosti po křivce s mezi počátečním a koncovým bodem, bude dán křivkovým integrálem

$$T = \frac{1}{c} \int n(\mathbf{r}) ds, \quad (43)$$

kde se integruje po křivce s paprsku. Budeme-li znát diskrétní množinu hodnot rozložení indexu lomu a dráhy paprsku, bude nejsnazší formou numerické řešení dané vztahem

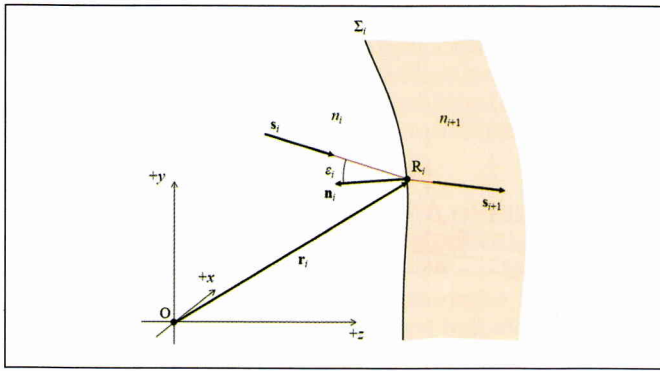
$$T = \frac{1}{c} \sum_{i=0}^{K-1} n(\mathbf{r}_i) \sqrt{|\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i|^2}$$

$$= \frac{1}{c} \sum_{i=0}^{K-1} n(x_i, y_i, z_i) \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2}, \quad (44)$$

kde $\mathbf{r}_j = [x_j, y_j, z_j]$ značí polohový vektor j -tého bodu křivky, jestliže jsme dráhu rozdělili na K úseků a počáteční vektor paprsku bude \mathbf{r}_0 a polohový vektor konečného bodu paprsku bude \mathbf{r}_K .

Ukažme nyní jednoduchý způsob numerického trasování paprsku nehomogenním izotropním prostředím, známe-li počáteční polohu \mathbf{r}_0 a směr \mathbf{s}_0 paprsku. Metoda je založena na platnosti zákona lomu [16, 17, 19, 20].

Předpokládejme, že prostředí je rozděleno na infinitesimálně malé oblasti, mezi kterými dochází ke skokovým změnám indexu lomu, to znamená, že aproximujeme index lomu známou po částech konstantní funkcí. Změnu směru šíření světla mezi každými dvěma sousedními rozhraními indexu lomu poté můžeme určit ze zákona lomu. Přesnost metody tak bude záviset na hustotě dělení prostředí.



Obr. 11 Lom paprsku na hranici nehomogenity prostředí

Pro popis iterativního výpočtu uvažujme situaci podle obr. 11. V bodě R_i daném polohovým vektorem r_i dopadá paprsek na rozhraní nehomogenity Σ_i mezi dvěma prostředími o indexech lomu n_i a n_{i+1} ve směru daném jednotkovým směrovým vektorem s_i pod úhlem ε_i k normále rozhraní, jejíž směr je dán jednotkovým normálovým vektorem n_i (ten směřuje ve směru dopadajícího paprsku, tedy platí $\text{sign}(s_i \cdot n_i) = -1$). Na tomto rozhraní dojde k lomu a paprsek dále pokračuje ve směru daném jednotkovým vektorem s_{i+1} . Z geometrické optiky je známo, že podle zákona lomu bude pro směr lomeného paprsku platit [16, 17]

$$s_{i+1} = \frac{n_i}{n_{i+1}} s_i - \frac{1}{n_{i+1}} n_i \left(\sqrt{n_{i+1}^2 - n_i^2 \sin^2 \varepsilon_i} - n_i \cos \varepsilon_i \right). \quad (45)$$

Označíme-li ds jako parametr charakterizující přírůstek dráhy paprsku, můžeme dále psát (připomeňme, že $\|s_i\| = 1$, $\|s_{i+1}\| = 1$, $\|n_i\| = 1$)

$$n_i = n(r_i), n_{i+1} = n(r_i + ds_{i+1}) \approx n_i + \frac{\partial n_i}{\partial s_i} ds = n_i + (\nabla n_i \times s_i) ds, \quad (46)$$

$$n_i = \kappa \nabla n_i / \|\nabla n_i\|, \quad \kappa = -\text{sign}(\nabla n_i \times s_i) \cdot \cos \varepsilon_i$$

$$= -(n_i \times s_i), \quad \sin^2 \varepsilon_i = 1 - \cos^2 \varepsilon_i.$$

Pro novou polohu (bod) R_{i+1} danou polohovým vektorem r_{i+1} , kde výpočet následuje, můžeme psát

$$r_{i+1} = r_i + s_{i+1} ds. \quad (47)$$

Při výpočtu tedy známe rozložení indexu lomu popsané funkcí $n = n(r)$, počáteční polohu paprsku r_0 a jeho směr s_0 . Zvolíme hodnotu parametru ds , pak pro každou pozici i -tého bodu vypočteme následující pozici $(i+1)$ -ního bodu a směr paprsku pomocí vztahů (45)–(47). Postupným načítáním délky elementu ds můžeme trasovat paprsek do požadované vzdálenosti.

Jiný způsob řešení trasování paprsku procházejícím prostředím se známým izotropním nehomogenním rozdělením indexu lomu je založen na numerickém řešení paprskové rovnice, např. metodou Runge-Kutty [16, 25–27, 35]. Rovnici (41) můžeme totiž upravit do tvaru [16, 25, 27],

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = g(r), \quad (48)$$

kde byla použita substituce

$$dt = n(r) ds, \quad r = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad s = \begin{bmatrix} dx/dt \\ dy/dt \\ dz/dt \end{bmatrix},$$

$$g(r) = n(r) \begin{bmatrix} dn(r)/dx \\ dn(r)/dy \\ dn(r)/dz \end{bmatrix}.$$

Numerické řešení rovnice (48) má poté tvar ($i = 1, 2, \dots$) [16, 25, 27]

$$r_{i+1} = r_i + \Delta t \left[s_i + \frac{1}{6} (a + 2b) \right],$$

$$s_{i+1} = s_i + \frac{1}{6} (a + 4b + c), \quad r_{i+1} = r_i + \Delta t \left[s_i + \frac{1}{6} (a + 2b) \right], \quad (49)$$

kde

$$s_{i+1} = s_i + \frac{1}{6} (a + 4b + c),$$

$$a = \Delta t g(r_i),$$

$$b = \Delta t g \left(r_i + \frac{\Delta t}{2} s_i + \frac{\Delta t}{8} a \right),$$

$$c = \Delta t g \left(r_i + \Delta t s_i + \frac{\Delta t}{2} b \right).$$

Známe-li výchozí bod paprsku r_0 , jeho směr s_0 a závislost rozložení indexu lomu na poloze $n = n(r)$, můžeme po volbě hodnoty Δt při použití vztahů (49) propočítat celou trasu paprsku. Přesnost metody přitom bude záviset na zvolené hodnotě Δt .

Zabývejme se nyní případem, kdy známe počáteční r_0 a koncový r_T bod paprsku O a T a závislost indexu lomu na poloze $n = n(r)$ a chceme určit tvar trajektorie, po které paprsek mezi těmito body prochází. Analytické řešení pro praktické případy téměř nelze nalézt vyjma speciálních situací, budeme se tedy zabývat numerickým výpočtem.

První z metod zahrnuje použití a modifikaci výše popsaných přístupů, kdy známe počáteční polohu a směr paprsku. Postupnou optimalizací počátečního směru lze nalézt takovou jeho hodnotu, kdy paprsek protne koncový bod T, případně projde v jeho blízkosti v rámci požadované přesnosti výpočtu. Tento přístup lze velmi snadno naprogramovat formou jednorozměrné optimalizační úlohy nelineární optimalizace [37, 38], která velmi rychle konverguje k cílovému řešení. Obecně bychom algoritmus mohli popsat v následujících krocích:

1. Je dána počáteční polohu paprsku r_0 a závislost rozložení indexu lomu na poloze $n = n(r)$.
2. Zvolíme vhodný tvar cílové funkce pro podmínku přiblížení paprsku ke koncovému bodu T. Např. ve smyslu metody nejmenších čtverců bude pro cílovou funkci optimalizační úlohy platit

$$E = \min \left\{ \sqrt{(r_k - r_T) \times (r_k - r_T)} \right\}, \quad (50)$$

kde $k = 1, 2, \dots, K$ značí množinu všech bodů v rámci jednoho paprsku, r_T značí polohu koncového bodu T.

3. Vhodně zvolíme počáteční hodnotu směru s_0 .
4. Propočteme jednotlivé body paprsku r_i , $i = 1, 2, \dots, K$, pomocí vztahů (45)–(47) nebo (49), kdy délku paprsku omezíme vhodně vzhledem k zadané geometrii počátečního a koncového bodu.
5. Optimalizačním algoritmem nalezneme takovou hodnotu směru s_0 , pro kterou bude hodnota cílové funkce E daná vztahem (50) minimální.

Tímto způsobem lze nalézt jednotlivé body trasy paprsku. Délku trajektorie mezi body O a T poté můžeme určit sečtením jednotlivým úseků mezi i -tým a $(i+1)$ -ním bodem. Čas T , který potřebuje pulz použitého záření k překonání této vzdálenosti, lze následně vyjádřit vztahem (44).

Další z metod, kterou lze nalézt tvar trajektorie paprsku, známe-li polohy počátečního a koncového bodu, je naznačena v následujícím textu pro rovinný případ. Předpokládejme, že počáteční bod křivky se nachází v počátku souřadnic, koncový bod paprsku $r_T = [z_T, y_T]$ je znám a rozložení indexu lomu $n = n(z, y)$ je dáno a můžeme ho vyjádřit funkcí souřadnic z a y ve formě mocninné řady

$$n = n(z, y) = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J e_{i,j} z^i y^j, \quad (51)$$

kde $e_{i,j}$ jsou koeficienty rozvoje, $i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J$, které předpokládáme známé. Naším cílem je určit polohu mezilehlých bodů paprsku r_i . Využijeme k tomu Fermatova principu [16, 17, 19, 20], odkud platí

$$\delta V = \delta \int_A^B n(z, y) ds = 0, \quad (52)$$

kde V značí optickou dráhu mezi dvěma body A a B, ds je element dráhy paprsku. Fermatův princip říká, že optická dráha mezi dvěma body je extrémální (minimální nebo maximální). Z diferenciální geometrie je známo [35], že pro element křivky ds v rovině (z, y) platí

$$ds = \sqrt{1 + (y')^2} dz, \quad (53)$$

kde jsme označili $y' = dy/dz$. Uvažujme dále, že se index lomu mění pomalu, dráha paprsku bude funkcí souřadnice z , tj. $y = y(z)$, a můžeme ji popsat rozvojem v řadu

$$y = y_T \frac{z}{z_T} + \left(1 - \frac{z}{z_T}\right) \sum_{m=1}^M a_m z^m, \quad (54)$$

kteří automaticky splňuje podmínky $y(0) = 0$ a $y(z_T) = y_T$. Derivací podle proměnné z dostáváme

$$y' = \frac{dy}{dz} = \frac{y_T}{z_T} + \sum_{m=1}^M a_m \left[m z^{m-1} - (m+1) \frac{z^m}{z_T} \right]. \quad (55)$$

Rozdělíme-li nyní interval $[0, z_T]$ na K stejně velkých úseků, poté bude platit $z_k = k\Delta z$, kde $\Delta z = z_T/K$ a $k = 0, \dots, K$. Pro aproximaci optické dráhy poté můžeme psát

$$V = \sum_{k=0}^{K-1} n(z_k, y_k) \Delta s, \quad (56)$$

kde

$$n(z_k, y_k) = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J e_{i,j} (k\Delta z)^i \left[k \frac{y_T}{z_T} \Delta z + \left(1 - \frac{k\Delta z}{z_T}\right) \sum_{m=1}^M a_m k^m \Delta z^m \right]^j,$$

$$\Delta s = \sqrt{1 + (y'|_{z=k\Delta z})^2} \Delta z y'|_{z=k\Delta z} = \frac{y_T}{z_T} + \sum_{m=1}^M a_m \left[m k^{m-1} \Delta z^{m-1} - (m+1) \frac{k^m \Delta z^m}{z_T} \right].$$

Nalezením minima vztahu (56) v závislosti na koeficientech a_m získáme řešení pro tvar optické dráhy paprsku. Tím jsme úlohu převedli na optimalizační problém, který lze řešit metodami nelineární optimalizace [37, 38]. Úlohu můžeme dále upravit derivací vztahu (56), která by měla ve svém extrému být rovna nule. Poté pro parciální derivace optické dráhy podle parametru a_m můžeme psát

$$\frac{\partial V}{\partial a_m} = 0 = \sum_{k=0}^{K-1} \left[\frac{\partial n(a_m)}{\partial a_m} \Delta s + n \frac{\partial \Delta s(a_m)}{\partial a_m} \right], \quad (57)$$

kde

$$\frac{\partial n(a_m)}{\partial a_m} = \left(1 - \frac{k\Delta z}{z_T}\right) k^m \Delta z^m \sum_{i=0}^I \sum_{j=1}^J j e_{i,j} (k\Delta z)^i \times \left[k \frac{y_T}{z_T} \Delta z + \left(1 - \frac{k\Delta z}{z_T}\right) \sum_{l=1}^M a_l k^l \Delta z^l \right]^{j-1},$$

$$\frac{\partial \Delta s(a_m)}{\partial a_m} = \frac{y' \Delta z}{\sqrt{1 + (y')^2}} \left[m k^{m-1} \Delta z^{m-1} - (m+1) \frac{k^m \Delta z^m}{z_T} \right].$$

Vztah (57) představuje soustavu M nelineárních rovnic pro parametry a_i až a_M . Nalezením řešení, např. opět pomocí algoritmů nelineární optimalizace, lze po zpětném dosazení do (54) vyjádřit souřadnice bodů dráhy paprsku a následně vypočítat délku s této trajektorie.

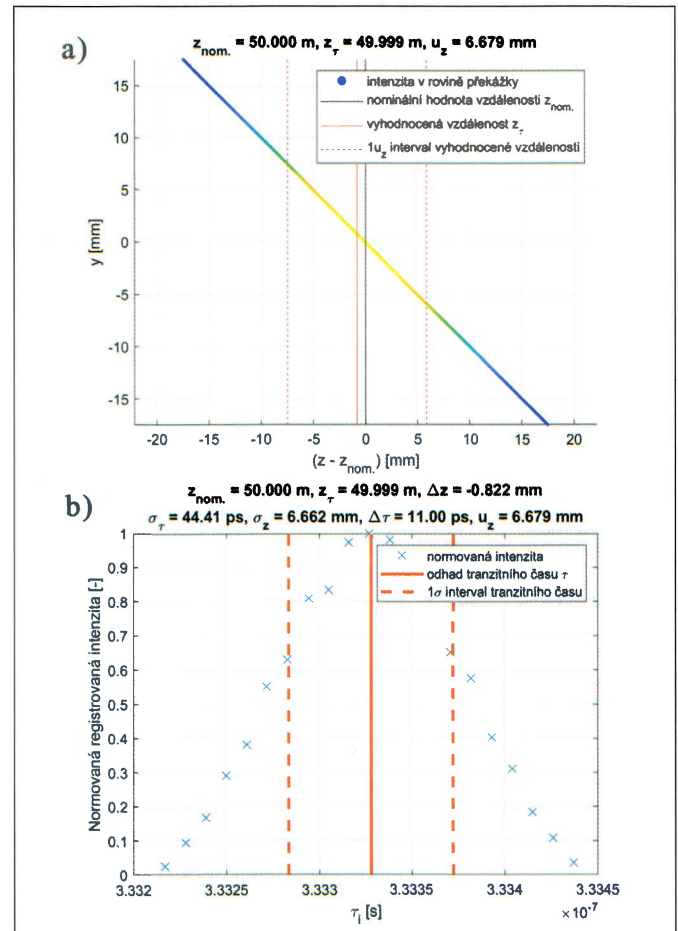
8. PŘÍKLADY

V této kapitole ukážeme na dvou příkladech vybrané analýzy pro dálkoměr, kde předpokládáme, že záměrný paprsek se šíří ve formě gaussovského svazku a jeho parametry odpovídají pozemnímu laserovému skeneru Riegl VZ-400i [11], a to konkrétně: $\theta_{\max} = 0,0100^\circ$, $w_0 = 1,6370$ mm, $\lambda = 900$ nm, za předpokladu $M^2 = 1$, $v = 3 \cdot 10^8$ m/s a rozlišení čítače $\Delta\tau = 11$ ps. Dále byla předpokládána konstantní odrazivost pro jednotlivé body odrazné plochy. Pro analýzu byl použit algoritmus popsáný v předchozí části práce naprogramovaný v softwaru MATLAB. Z výsledků je patrné, že pro velmi přesné měření vzdáleností jsou chyby způsobené rozbíhavostí gaussovského svazku při odrazech na různých typech geometrií nezanedbatelné a nejistota rekonstruované vzdálenosti se zvyšuje s narůstajícím sklonem odrazné plochy. Analýza lze velmi snadno naprogramovat a zkoumat i další geometrie odrazných ploch.

Třetí příklad ukazuje vliv nehomogenního rozložení indexu lomu na měřenou vzdálenost pro dlouhé vzdálenosti (např. laserové skenování).

8.1. Příklad 1 – Vliv sklonu odrazné plochy na hodnotu tranzitního času a rekonstruovanou vzdálenost

Zabývejme se nyní vlivem sklonu odrazné cílové plochy na měřenou hodnotu tranzitního času a rekonstruovanou vzdálenost. Uvažujme nominální vzdálenost $z_{\text{nom}} = 50$ m. Na obr. 12a a 12b



Obr. 12 Rekonstrukce vzdálenosti měřené metodou tranzitního času pro rovinnou plochu pod sklonem 45°

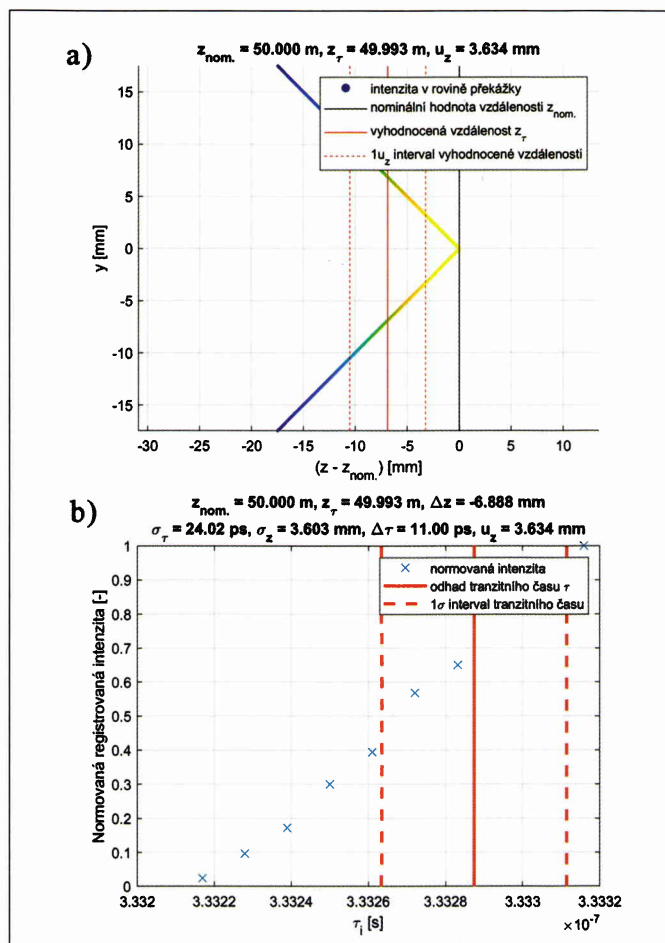
je zobrazena numerická analýza dané situace pro sklon roviny 45° postupem a s výstupy popsanými v předchozích kapitolách práce. Obr. 12a zobrazuje rozměrové analýzy, tj. schéma skloněné plochy a hodnoty rekonstruované vzdálenosti, obr. 12b poté ukazuje numerickou rekonstrukci a záznam normované intenzity ($I_{\max} = 1$) registrované čítačem. Je zřejmé, že vliv na přesné měření vzdáleností není v tomto případě zanedbatelný. Odhad nejistoty měření vzdálenosti je v daném případě $u_z = 6,679$ mm. Tab. 3 ukazuje výsledky analýzy pro různé sklony odrazné rovinné plochy oproti kolmému dopadu. Je patrné, že absolutní chyba je podobná pro všechny případy a může být ovlivněna také algoritmem vyhodnocení, nicméně je jasně zřejmý nárůst nejistoty rekonstrukce vzdálenosti se zvyšujícím se sklonem odrazné plochy.

Tab. 3 Chyba Δz měřené vzdálenosti a odhad nejistoty vzdálenosti u_z v závislosti na sklonu oproti kolmému dopadu ($\psi = 90^\circ - \alpha$) na rovinnou cílovou plochu

$\psi [^\circ]$	Δz [mm]	u_z [mm]
30	-0,825	3,874
45	-0,822	6,679
60	-0,834	11,517

8.2. Příklad 2 – Rekonstrukce tranzitního času při cílení na vnitřní a vnější roh (výstupek)

Výše popsaný algoritmus pro analýzu a rekonstrukci měřené vzdálenosti metodou tranzitního času lze aplikovat na různé analyzované geometrie odrazné plochy. V tomto případě se budeme



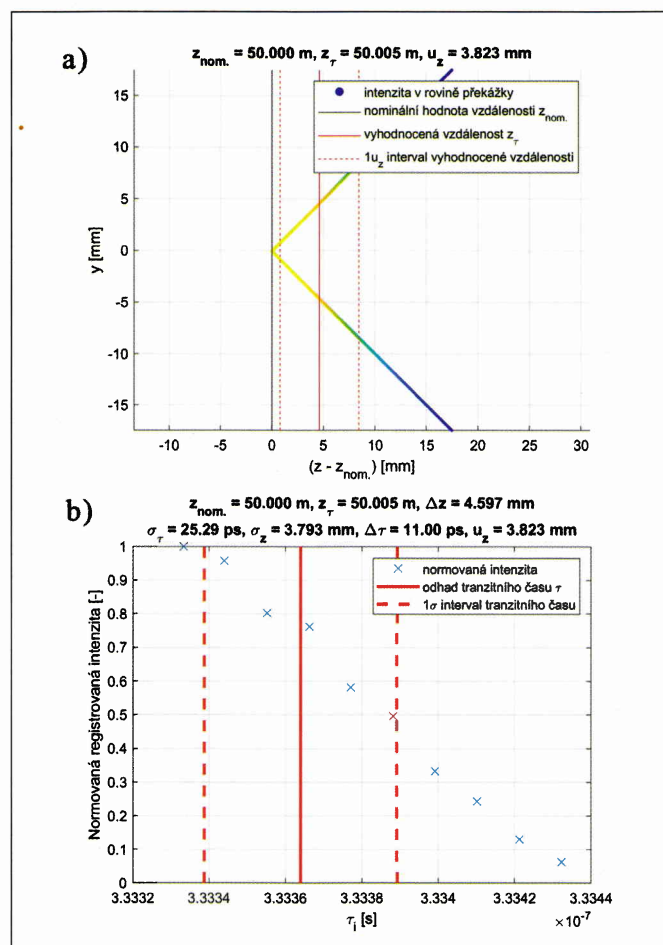
Obr. 13 Rekonstrukce vzdálenosti měřené metodou tranzitního času pro cílení do vnitřního rohu, je-li osa záměrného paprsku osou souměrnosti stěn

zabývat situací, kdy odraznou plochou je vnitřní a vnější roh mezi dvěma stěnami. Záměrná osa dálkoměru je přitom osou souměrnosti stěn. Nominální vzdálenost rohu je zvolena $z_{\text{nom}} = 50$ m.

Na obr. 13a a 13b je zobrazena analýza pro vnitřní roh, na obr. 14a a 14b je stejná analýza zobrazena pro roh vnější. Tab. 4 shrnuje výsledky této analýzy. Je patrné, že odchylka vzniklá rozptylem gaussovského svazku je pro přesné měření vzdáleností zanedbatelná.

Tab. 4 Chyba Δz měřené vzdálenosti a odhad nejistoty vzdálenosti u_z při cílení do vnitřního a na vnější roh, je-li záměrná přímkou osou souměrnosti stěn.

typ	Δz [mm]	u_z [mm]
vnitřní roh	-6,888	3,634
vnější roh	4,597	3,823



Obr. 14 Rekonstrukce vzdálenosti měřené metodou tranzitního času pro cílení na vnější roh, je-li osa záměrného paprsku osou souměrnosti stěn

8.3. Příklad 3 – Vliv změn indexu lomu na měřenou vzdálenost metodou tranzitního času

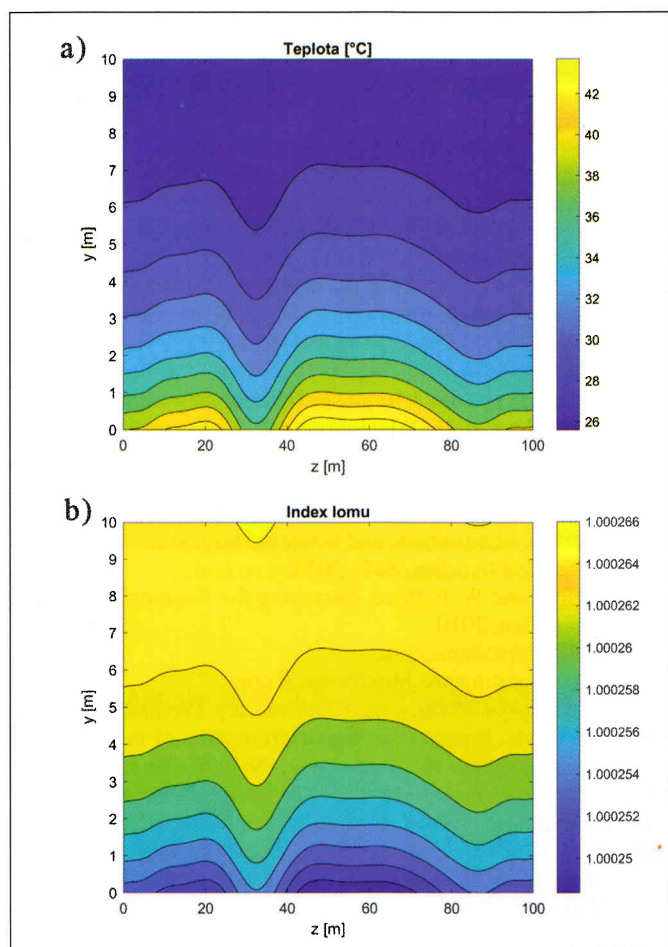
Modelujme nyní dvourozměrnou situaci, kdy záměrný paprsek prochází skrze izotropní nehomogenní prostředí s proměnným indexem lomu, který bude záviset na vlnové délce záření, poloze, teplotě a vlhkosti. Uvažujme konstantní relativní vlhkost $v = 50\%$, tlak $p = 101325$ Pa a vlnovou délku záření $\lambda = 633$ nm. Poté pro výpočet indexu lomu lze použít vztah (39).

Předpokládejme, že dálkoměr je umístěn v poloze $r_0 = [z_0, y_0]$ a cílí na objekt, který je v geometrické poloze $r_T = [z_T, y_T]$.

Na obr. 15a je zobrazeno předpokládané rozložení teploty a na obr. 15b odpovídající rozložení indexu lomu. Situace může ilustrovat případ, kdy paprsek prochází nad rozličnými povrchy,

např. nezastíněným betonovým povrchem do vzdálenosti 25 m, stínem mezi vzdálenostmi 25 m a 40 m, následně nad asfaltovým povrchem a za vzdáleností 80 m přechází nad travnatý povrch. V modelované situaci je předpokládáno, že přibližně od výšky 5 m se teplota ustaluje v okolí 25 °C.

Pro ilustraci vlivu změn indexu lomu na měření byl použit výpočet trasování svazku dle vztahů (45)–(47), kdy předpokládáme známou polohu počátečního a koncového bodu a pomocí jednorozměrné optimalizační úlohy hledáme směr ψ , kterým musí dálkoměr cílit, aby paprsek doputoval do cílového bodu. Hodnoty indexu lomu a gradientu byly pro jednotlivé polohy bodů trasy paprsku numericky interpolovány kubickou interpolační metodou z modelovaných dat. Krok výpočtu byl zvolen $\Delta s = 0,01$ m a cílová funkce optimalizační úlohy hledala takové ψ , kdy bude absolutní hodnota vzdálenosti mezi cílovým bodem a jedním z elementů paprsku minimální.

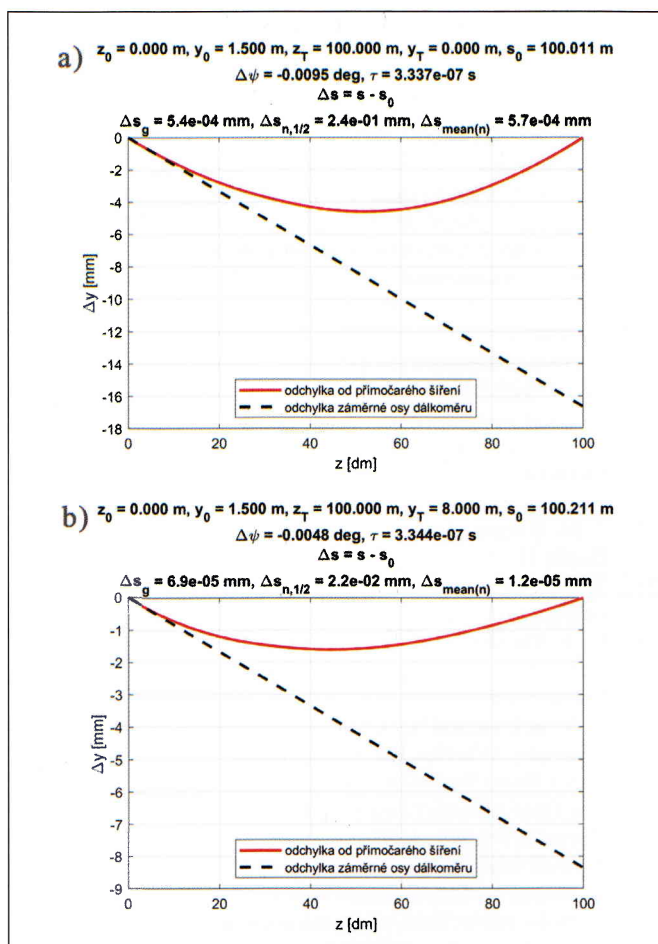


Obr. 15 Rozložení teploty a indexu lomu pro konstantní relativní vlhkost $v = 50\%$, tlak $p = 101325$ Pa a vlnovou délku záření $\lambda = 633$ nm

Tabulka 5 Analýza trasování paprsku se známou polohou počátečního a cílového bodu a vypočtených vzdáleností metodou tranzitního času

y_T [m]	s_0 [m]	$\Delta\psi$ [°]	τ [s]	Δs_g [mm]	$\Delta s_{n,1/2}$ [mm]	$\Delta s_{\text{mean}(n)}$ [mm]
0	100,011	-0,0095	$3,337 \cdot 10^{-7}$	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$2,4 \cdot 10^{-1}$	$5,7 \cdot 10^{-4}$
8	100,211	-0,0048	$3,344 \cdot 10^{-7}$	$6,9 \cdot 10^{-5}$	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$

V tab. 5 a na obr. 16a a 16b jsou zobrazeny výsledky výpočtu pro cíl o z -ové souřadnici $z_T = 100$ m a různé výšky y_T , na který je cíleno z bodu o souřadnicích $z_0 = 0$ m a $y_0 = 1,5$ m. V tabulce



Obr. 16 Odchytky paprsku Δy od přímočarého šíření mezi počátečním a cílovým bodem

a obrázcích dále značí s_0 geometrickou vzdálenost mezi body, $\Delta\psi$ směrovou odchytku, o kterou musí být dálkoměr zacílen oproti přímočarému šíření, aby paprsek dorazil do cílového bodu, tranzitní čas pro cestu pulzu z bodu O do bodu T vypočtený pomocí vztahu (44), Δs_g odchytku geometrické délky paprsku vypočtené numerickou integrací od geometrické vzdálenosti s_0 , $\Delta s_{n,1/2}$ odchytku vypočtené vzdálenosti $s_{n,1/2} = \frac{c}{n_{1/2}} \tau$ pomocí měřeného tranzitního času a indexu lomu $n_{1/2}$ v polovině dráhy paprsku ($c = 299\,792\,458$ ms⁻¹) od geometrické vzdálenosti s_0 a $\Delta s_{\text{mean}(n)}$ odchytku vypočtené vzdálenosti $s_{\text{mean}(n)} = \frac{c}{\text{mean}(n)} \tau$ pomocí měřeného tranzitního času a střední hodnoty indexu lomu na dráze paprsku $\text{mean}(n)$ od geometrické vzdálenosti s_0 .

Zhodnotíme-li výsledky uvedeného příkladu, zakřivení paprsku by nemělo výrazný vliv na měřenou vzdálenost vypočtenou metodou tranzitního času, jestliže bychom znali střední hodnotu indexu lomu na dráze paprsku. Známe-li ale pouze hodnotu v jednom bodě, k ovlivnění výsledku dochází v řádu až 10⁻¹ mm, což pro přesné měření není zanedbatelné. Velký vliv má zakřivení paprsku ale na úhlové cílení dálkoměru.

9. ZÁVĚR

Práce představila ucelený obecný teoretický popis vybraných fyzikálních aspektů ovlivňujících přesnost měření vzdáleností metodou tranzitního času společně s aparát, který lze snadno použít pro konkrétní situace a analýzy.

Byl představen vliv odrazivosti materiálů cílového objektu, dále byla uvedena forma šíření elektromagnetického pole ve formě gaussovských svazků, které jsou základním nástrojem pro charakteristiku laserových paprsků. Na tomto základě byly odvozeny

vlivy na měření vzdáleností při odraze od skloněné plochy či nerovinné geometrie cílového objektu. V poslední části byl představen aparát pro zhodnocení vlivu nehomogenní atmosféry na měření vzdáleností. Teoretické poznatky byly aplikovány a diskutovány na vybraných příkladech.

Oproti doposud publikovaným (zejména) experimentálním studiím, zaměřeným na konkrétní měřicí přístroje a situace, je tato práce souhrnným příspěvkem a doplněním oblasti bezkontaktního měření vzdáleností, pomocí kterého lze předpovídat apriorní nejistoty měřených vzdáleností.

Financování

Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS20/093/OHK1/2T/11.

Literatura

- [1] J. M. Rueger. *Electronic Distance Measurement*. Springer Berlin Heidelberg, 1996.
- [2] T. Schulz. *Calibration of a terrestrial laser scanner for engineering geodesy*. PhD thesis, 2008.
- [3] G. F. Marshall and G. E. Stutz. *Handbook of Optical and Laser Scanning*. Optical Science and Engineering. CRC Press, 2004.
- [4] G. Vosselman and H. G. Maas. *Airborne and Terrestrial Laser Scanning*. Whittles Publishing, 2010.
- [5] *Laser Beam Scanning: Opto-Mechanical Devices, Systems, and Data Storage Optics*. Optical Science and Engineering. Taylor & Francis, 1985.
- [6] J. Shan and C.K. Toth. *Topographic Laser Ranging and Scanning: Principles and Processing*. CRC Press, 2017.
- [7] A. Wehr and U. Lohr. Airborne laser scanning—an introduction and overview. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 54(2-3):68–82, 1999.
- [8] Micro Epsilon. <https://www.micro-epsilon.com>.
- [9] Keyence. <https://www.keyence.eu>.
- [10] Leica Geosystems. <http://hds.leica-geosystems.com/en/index.htm>.
- [11] RIEGL Laser Measurement Systems. <http://www.riegl.com/>.
- [12] Surphaser. <http://www.surphaser.com/>.
- [13] FARO. <http://www.faro.com/>.
- [14] Topcon. <https://www.topconpositioning.com/mass-data-and-volume-collection/laserscanners/gls-2000>.
- [15] Schneider, Prince, and Meaney. *Magnetic Resonance Angiography*. Springer-Verlag, Italia, 1st edition, 2005.
- [16] A. Mikš. *Aplikovaná optika*. Česká technika – nakladatelství ČVUT, 2009.
- [17] M. Born et al. *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Cambridge University Press, 1999.
- [18] K. Pátek. *Lasery – kvantové generátory světla*. Teoretická knižnice inženýra. SNTL, 1964.
- [19] J. Braat and P. Török. *Imaging Optics*. Cambridge University Press, 2019.
- [20] U. Teubner and H.J. Brückner. *Optical Imaging and Photography: Introduction to Science and Technology of Optics, Sensors and Systems*. De Gruyter STEM. De Gruyter, 2019.
- [21] ISO 11146: Lasers and laser-related equipment – Test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios.
- [22] B. Edlén. The refractive index of air. *Metrologia*, 2(2):71–80, 1966.
- [23] K. P. Birch and M. J. Downs. An updated Edlén equation for the refractive index of air. *Metrologia*, 30(3):155–162, 1993.
- [24] K. P. Birch and M. J. Downs. Correction to the updated Edlén equation for the refractive index of air. *Metrologia*, 31(4):315–316, Jan 1994.
- [25] Mikš A. and Pospíšil J. Počítačová simulace vlivu atmosféry na geodetická měření. *Stavební obzor*, 7(7):220–225, 1998.
- [26] Mikš A. Vliv atmosféry na přesnost měření v inženýrské geodézii. *Jemná mechanika a optika*, 42(4):120–122, 1997.
- [27] Kulmon P. and Mikš A. Vliv prostředí před optickou soustavou na přesnost měření optickými přístroji v geodézii a průmyslu. *Jemná mechanika a optika*, 59(9):243–246, 2014.
- [28] E. Lambrou and G. Pantazis. Evaluation of the credibility of reflectorless distance measurement. *Journal of Surveying Engineering*, 136(4):165–171, Nov 2010.
- [29] E. Lambrou. Modeling the deviations of the reflectorless distance measurement due to the laser beam's incident angle. *International Journal of Applied Science and Technology*, 8, 2018.
- [30] K. Kowalczyk and J. Rapinski. Investigating the error sources in reflectorless EDM. *Journal of Surveying Engineering*, 140(4):06014002, 2014.
- [31] M. Zámečnicková, A. Wieser, H. Woschitz, and C. Ressler. Influence of surface reflectivity on reflectorless electronic distance measurement and terrestrial laser scanning. *Journal of Applied Geodesy*, 8(4), 2014.
- [32] J. Uren and W. F. Price. *Surveying for Engineers*. Palgrave Macmillan, 2010.
- [33] AMS. <https://ams.com>.
- [34] Texas Instruments. <http://www.ti.com>.
- [35] K. Rektorys. *Přehled užité matematiky*. Prometheus, 2000.
- [36] R S Davis. Equation for the determination of the density of moist air (1981/91). *Metrologia*, 29(1):67–70, Jan 1992.
- [37] L.E. Scales. *Introduction to Non-Linear Optimization*. Computer Science Series. Macmillan Education UK, 1985.
- [38] R.W. Cottle and M.N. Thapa. *Linear and Nonlinear Optimization*. International Series in Operations Research & Management Science. Springer New York, 2017.

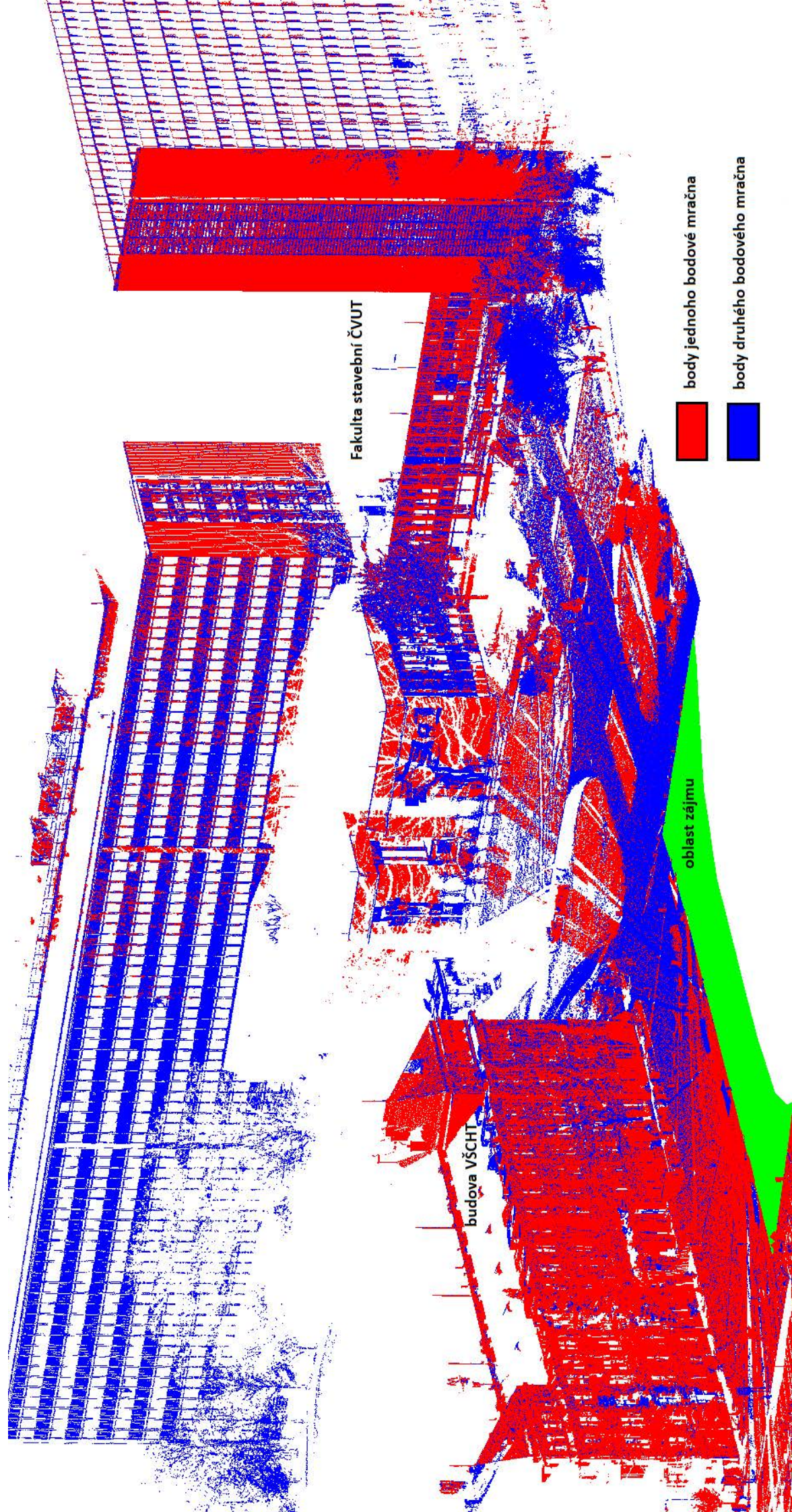
Bc. Jindřich Brzobohatý, ČVUT v Praze, Fakulta stavební, katedra fyziky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6 – Dejvice. tel. 224 357 913, e-mail: jindrich.brzobohaty@fsv.cvut.cz

Ing. Petr Pokorný, Ph.D., ČVUT v Praze, Fakulta stavební, katedra fyziky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6 – Dejvice. tel. 224 357 906, e-mail: petr.pokorny@fsv.cvut.cz

Jedná se o vědecký článek

Příloha B

Zobrazení zájmového území v
kontextu okolí na vizualizovaném
bodovém mračnu



Fakulta stavební ČVUT

budova VŠCHT

oblast zájmu

body jednoho bodové mračna

body druhého bodového mračna

Seznam obrázků

2.1	Zákon odrazu	12
2.2	(a) Schéma souřadných soustav terestrického skeneru, (b) schéma rozmítací jednotky laserového terestrického skeneru.	14
2.3	Schéma iterativního postupu ICP [27]	18
2.4	Ukázka funkce PDF v prostoru (a) 1D (b) 2D (c) 3D [31]	21
2.5	Ukázka 3D PDF pro (a) kouli (b) linii (c) plochu [31]	21
2.6	Schéma jednotky TOF [7, 9, 33, 34, 36]	24
2.7	Schéma šíření elmag. záření při dopadu na a) Lambertovský povrch b) zrcadlový povrch a c) lesklý povrch [7, 9, 34, 36].	27
2.8	Schéma a parametry gaussovského svazku [18, 36].	29
2.9	Normovaná intenzita gaussovského svazku ($I_n(0, 0, 0) = 1$) v rovině kolmé na směr šíření ve vzdálenosti: a) 0 m, b) 10 m, c) 20 m, pro parametry svazku: $w_0 = 1.637$ mm, $\lambda = 900$ nm [36].	29
2.10	Normovaná intenzita gaussovského svazku pro $y = 0$ pro různé vzdálenosti z [36].	29
2.11	Průřez stopy gaussovského svazku s nakloněnou rovinou [36].	31
2.12	Závislost $\Delta\tau$ na úhlu natočení odrazné roviny α [36].	32
2.13	Odraz gaussovského svazku od nerovinné plochy $\Sigma(x, y, z)$ [36].	33
2.14	Rekonstrukce vzdálenosti měřené metodou tranzitního času pro rovinou plochu pod sklonem 45° [36].	35
2.15	Rekonstrukce vzdálenosti měřené metodou tranzitního času pro cílení do vnitřního rohu, je-li osa záměrného paprsku osou souměrnosti stěn [36].	36
2.16	Rekonstrukce vzdálenosti měřené metodou tranzitního času pro cílení na vnější roh, je-li osa záměrného paprsku osou souměrnosti stěn [36].	37
2.17	Vliv nehomogenního indexu lomu atmosféry na měření úhlů a vzdáleností pozemním skenerem [36].	39
2.18	Rozložení teploty a indexu lomu pro konstantní relativní vlhkost $\nu = 50$ %, tlak $p = 101325$ Pa a vlnovou délku záření $\lambda = 633$ nm [36].	42

2.19	Odchylky paprsku Δy od přímočarého šíření mezi počátečním a cílovým bodem [36].	43
3.1	Vývojový diagram testu výpočetních metod ICP, CPD a NDT	46
3.2	Fotka z měření	47
3.3	Zpracování měření v softwaru RiScan a) redukce bodů na základě intenzity, b) vytvoření ploch pro rychlejší transformaci, c) Kontrola transformace.	48
3.4	Schéma výpočetního algoritmu a volitelných nastavení a) ICP, b) CPD, c) NDT [15].	49
3.5	Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračna - metoda ICP.	51
3.6	Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračna - metoda CPD.	52
3.7	Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračna - metoda NDT.	53
3.8	Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračna - metoda ICP.	55
3.9	Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z výsledného bodového mračna - metoda CPD.	57
3.10	Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračna - metoda NDT.	58
3.11	Vzdálenosti referenčních bodů od rovinek interpolovaných z bodového mračna. Zvolený transformační klíč varianta 1.	63
3.12	Vzdálenosti referenčních bodů od rovinek interpolovaných z bodového mračna. Zvolený transformační klíč varianta 2.	64
3.13	Vzdálenosti referenčních bodů od rovinek interpolovaných z bodového mračna. Zvolený transformační klíč varianta 3.	65
3.14	Vzdálenosti referenčních bodů od rovinek interpolovaných z bodového mračna. Zvolený transformační klíč varianta 4.	66
4.1	Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračna (simulované mračno otočeno okolo osy x).	70
4.2	Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračna (simulované mračno otočeno okolo osy y).	70
4.3	Vzdálenosti referenčních bodů od rovin interpolovaných z bodového mračna (simulované mračno otočeno okolo osy x a y).	71
4.5	73

Seznam tabulek

2.1	Charakteristika výpočetních algoritmů ICP, CPD a NDT [15].	22
2.2	Reflexivita vybraných materiálů [2, 36].	28
2.3	Chyba Δz měřené vzdálenosti a odhad nejistoty vzdálenosti u_z v závislosti na sklonu ψ oproti kolmému dopadu ($\psi = 90 - \alpha$) na rovinnou cílovou plochu [36].	35
2.4	Chyba Δz měřené vzdálenosti a odhad nejistoty vzdálenosti u_z při cílení do vnitřního a na vnější roh, je-li záměrná přímka osou souměrnosti stěn [36].	36
2.5	Analýza trasování paprsku laserového skeneru se známou polohou počátečního a cílového bodu a vypočtených vzdáleností metodou tranzitního času [36].	42
3.1	Transformační klíč pro tvorbu simulovaného mračna bodů.	49
3.2	Výpočet parametrů rotace a translace metodou ICP.	50
3.3	Vyhodnocení výpočtu metodou ICP.	50
3.4	Výpočet parametrů rotace a translace metodou CPD.	52
3.5	Vyhodnocení výpočtu metodou CPD.	52
3.6	Výpočet parametrů rotace a translace metodou NDT.	53
3.7	Vyhodnocení výpočtu metodou NDT.	54
3.8	Transformační klíč pro výpočet simulovaného mračna bodů.	54
3.9	Výpočet parametrů rotace a translace metodou ICP.	55
3.10	Vyhodnocení výpočtu metodou ICP.	56
3.11	Výpočet parametrů rotace a translace metodou CPD. 1. řešení filtrace = 0%, 2. řešení filtrace v rozestupu 0,5 m, 3. řešení filtrace v rozestupu 1 m	56
3.12	Vyhodnocení výpočtu metodou CPD.	56
3.13	Výpočet parametrů rotace a translace metodou NDT.	58
3.14	Vyhodnocení výpočtu metodou NDT.	58
3.15	Transformační klíč simulovaného mračna bodů varianta 1.	59
3.16	Transformační klíč simulovaného mračna bodů varianta 2.	59
3.17	Transformační klíč simulovaného mračna bodů varianta 3.	60
3.18	Transformační klíč simulovaného mračna bodů varianta 4.	60

3.19	Numerické výsledky testů vypočítaného transformačního klíče pro variantu 1.	61
3.20	Numerické výsledky testů vypočítaného transformačního klíče pro variantu 2.	61
3.21	Numerické výsledky testů vypočítaného transformačního klíče pro variantu 3.	62
3.22	Numerické výsledky testů vypočítaného transformačního klíče pro variantu 4.	62
4.1	Přehledová tabulka translací a rotací během výpočtu transformačního klíče mračna rotovaného okolo osy x	69
4.2	Přehledová tabulka translací a rotací během výpočtu transformačního klíče mračna rotovaného okolo osy y	69
4.3	Přehledová tabulka translací a rotací během výpočtu transformačního klíče mračna rotovaného okolo os x a y	71