



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA DOPRAVNÍ

RADIM DVOŘÁK

NUMERICKÁ ANALÝZA TVAROVÁNÍ
INCIDENTNÍCH NAPĚŤOVÝCH VLN
PRO SHPB MĚŘENÍ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2020



K618 **Ústav mechaniky a materiálů**

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE (PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení studenta (včetně titulů):

Bc. Radim Dvořák

Kód studijního programu a studijní obor studenta:

N 3710 – DS – Dopravní systémy a technika

Název tématu (česky): **Numerická analýza tvarování incidentních
napětových vln pro SHPB měření**

Název tématu (anglicky): Numerical analysis of incident wave pulse shaping for
SHPB measurements

Zásady pro vypracování

Při zpracování diplomové práce se řiďte následujícími pokyny:

- Použití techniky tvarování incidentních napětových vln během měření s pomocí dělené Hopkinsonovy tyče (SHPB) je jednou z technik umožňujících dosažení dynamického rovnováhy a konstantní rychlosti deformace při měření široké škály materiálů s různými elasto-plastickými deformačními vlastnostmi.
- Provedte numerické simulace SHPB měření v uspořádání dle Kolskyho s tvarovačem incidentní napětové vlny.
- Zaměřte se na vliv kontaktních okrajových podmínek a parametrů nelineárních materiálových modelů na výslednou podobu napětových vln.
- Provedte parametrickou studii vlivu geometrických a materiálových charakteristik tvarovače na průběh SHPB experimentu a zjištění porovnejte s experimentálními výsledky.
- Vytvořte nástroj pro návrh vlastností tvarovače pulzu optimalizovaného vzhledem k deformačním vlastnostem zkoumaného vzorku.



- Rozsah grafických prací: nestanoven
- Rozsah průvodní zprávy: minimálně 55 stran textu (včetně obrázků, grafů a tabulek, které jsou součástí průvodní zprávy)
- Seznam odborné literatury: Shukla A. et al., Dynamic Failure of Materials and Structures, Springer, 2010, ISBN: 978-1441904454
LS-DYNA USER'S MANUAL, Vol. I, II, III, LSTC

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Petr Zlámal, Ph.D.**
Ing. Petr Koudelka

Datum zadání diplomové práce: **12. dubna 2019**
(datum prvního zadání této práce, které musí být nejpozději 10 měsíců před datem prvního předpokládaného odevzdání této práce vyplývajícího ze standardní doby studia)

Datum odevzdání diplomové práce: **18. května 2020**
a) datum prvního předpokládaného odevzdání práce vyplývající ze standardní doby studia a z doporučeného časového plánu studia
b) v případě odkladu odevzdání práce následující datum odevzdání práce vyplývající z doporučeného časového plánu studia

prof. Ing. Ondřej Jiroušek, Ph.D.
vedoucí
Ústavu mechaniky a materiálů

doc. Ing. Pavel Hrubeš, Ph.D.
děkan fakulty

Potvrzuji převzetí zadání diplomové práce.

Bc. Radim Dvořák
jméno a podpis studenta

V Praze dne.....12. dubna 2019

Poděkování

Chtěl bych poděkovat všem, bez kterých by tato práce v předkládané podobě nemohla vzniknout. Největší díky patří Petru Koudelkovi za věcné diskuze nad problematikou numerické mechaniky a podněty, které nezdídko určily směr práce, Tomáši Fílovi za praktické rady i teoretický výklad v oblasti frekvenční analýzy signálů a za zprostředkování více než 60 měděných tvarovačů pro mou experimentální část. Nesmírné poděkování patří Marcelu Adornovi za jeho obětavost, která jej stála popálené prsty při řezání dlouhých tvarovačů z kulatiny, Janu Faltovi za úctyhodnou trpělivost při nekonečně opakujícím se pájení často službu vypovídajících tenzometrů. Oběma experimentátorům chci poděkovat za několik dní intenzivních laboratorních testů, při kterých bylo provedeno včetně kalibrací bezmála 100 výstřelů na SHPB sestavě. V neposlední řadě chci poděkovat vedoucímu laboratoře Petru Zlámalovi a vlastně celému Ústavu mechaniky a materiálů na FD ČVUT za studijní podporu a cenné připomínky, a zrovna tak i Radku Kolmanovi s Jánem Kopačkou z Ústavu termomechaniky AV ČR za přednášky o pokročilé problematice metody konečných prvků, zejména za kapitolu o umělých oscilacích napětí v numerickém řešení, které bez porozumění byly pozorovány již v předchozí bakalářské práci. A konečně chci poděkovat svým rodičům, kteří mi celé studium umožnili a byli mi oporou. Děkuji přátelům, kteří též byli vždy nablízku.

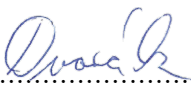
Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci, zpracovanou na závěr studia na ČVUT v Praze Fakultě dopravní.

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o etické přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 18. května 2020



.....

podpis

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta dopravní

NUMERICKÁ ANALÝZA TVAROVÁNÍ INCIDENTNÍCH NAPĚŤOVÝCH VLN PRO SHPB MĚŘENÍ

diplomová práce

květen 2020

Radim Dvořák

Abstrakt

V předkládané práci se autor věnuje problematice šíření napěťových vln při SHPB měření, uceluje metodiku provádění SHPB simulací pomocí řešiče LS-DYNA a analyzuje metody tvarování vln za použití vlastních naprogramovaných automatizovaných procedur. Teoretická část práce shrnuje poznatky o modelování šíření elastických a plastických vln kontinuem a jejich disperzi. Jsou prezentována matematická i MKP řešení 1D pulzů se strmým náběhem a řešení prostorového šíření vlny tenkou tyčí. Je diskutován výskyt přítomných oscilací napětí, které jsou v dalších částech práce podrobně popsány a rozděleny na numerické způsobené chybou metody a fyzikální vzniklé od účinků radiální setrvačnosti. Je stanovena metodika vyhodnocení disperze nástroji frekvenční analýzy. Jsou shrnuty poznatky o vlivu rychlosti deformace na napěťovou odezvu mědi. Praktická část se zabývá citlivostní studií nastavení explicitního řešiče LS-DYNA. Dále jsou podle značného množství provedených experimentů úspěšně zkalibrovány kontaktní a okrajové podmínky, koeficient útlumu tyčí a parametry lineárních i nelineárních materiálových modelů měděného tvarovače, který je podroben spolu s dalšími proměnnými SHPB úlohy parametrické studii. Numerická analýza tvarování vlny je navíc provedena i pro tvarovače a narážející tyče nekonvenčních tvarů za účelem nalezení nových efektivních metod. Nakonec je vytvořen plně automatický nástroj v programovacím jazyce Matlab pro provádění širokého spektra úloh optimalizace libovolných parametrů sestavy SHPB s využitím explicitního řešiče LS-DYNA.

Klíčová slova

explicitní časová integrace, numerické oscilace, LS-DYNA, MKP, SHPB, tvarování vln, návrh tvarovače, kalibrace materiálových parametrů, automatizace simulací

Abstract

The paper aims at a summary of wave propagation phenomenon, particularly in SHPB parts. Furthermore, the work focuses on problems associated with the use of the explicit LS-DYNA solver, on techniques of pulse shaping, and finally, on creating automation algorithms of simulations. The theoretical part of the paper summarizes findings on modelling of the propagating of elastic and plastic waves through a continuum and their further dispersion. Both mathematical and FEM 1D solutions of ramp pulses and a three-dimensional solution of wave propagating in a slender bar are presented. Furthermore, the presence of stress oscillations is discussed and described into more detail in the subsequent parts of the thesis. The oscillations are further divided into numerical and physical. The occurrence of numerical oscillations emerges from an incorrect calculation of the method, and radial inertia is the reason for the occurrence of physical oscillations. The methodology of evaluating dispersion via means of frequency analysis is determined. The findings on effects of the strain rate on the stress response of copper are summarized. The practical part of the thesis is focused on sensitivity analysis of an explicit LS-DYNA solver. Moreover, based on a substantial amount of conducted experiments, contact and boundary conditions, the attenuation coefficient of bars and parameters of both linear and non-linear material models of copper pulse shaper, which is further subdued to a parametric study together with other variables of SHPB tasks, are successfully calibrated. In addition, the numeric analysis of pulse shaping is carried out even with shapers and striker bars of unconventional shapes so as to discover new effective methods. Finally, the fully-automatic tool in the MATLAB programming language for conducting a wide spectre of optimization tasks for various parameters of the SPHB setup using the explicit LS-DYNA solver is created.

Keywords

explicit time integration, numerical oscillations, LS-DYNA, FEM, SHPB, pulse shaping, pulse shaper design, material parameters calibration, simulation automatization

Obsah

Obsah	5
Seznam použitých zkratk a veličin	9
1 Úvod	12
TEORETICKÁ ČÁST	15
2 Šíření napěťových vln kontinuem	16
2.1 Elastické vlnění	18
2.2 Elasto-plastické vlnění	21
2.2.1 Jednoosá napjatost vs. jednoosá deformace	22
2.2.2 Vlny jednoosé napjatosti ve štíhlých tyčích	26
3 Disperze	33
3.1 Grupová rychlost	34
3.2 Radiální setrvačnost	35
3.3 Odraz vlnění od okrajových podmínek	36
3.4 Experimentální výsledky vln se strmým náběhem	38
4 Aplikace frekvenční analýzy signálů na měření pomocí SHPB	40
4.1 Využití v klasické teorii šíření vlny	42
4.1.1 Separace koeficientu útlumu $\alpha(\omega)$	43
4.1.2 Separace vlnového čísla $k(\omega)$	44
4.1.3 Vztah funkcí $\alpha(\omega)$, $k(\omega)$ k funkcím $ F(\omega) $, $\varphi(\omega)$ a jejich fyzikální význam	45
4.2 Vliv délky narážející tyče na spektrum frekvencí pulzu	46
4.2.1 Fourierova transformace obdélníkového pulzu	46
4.2.2 Významné frekvence pulzu a jejich vztah k jeho délce	46
4.2.3 Dopady specifického složení spektra frekvencí obdélníkového pulzu na experimentální měření	48

4.2.4	Dopady specifického složení spektra frekvencí obdélníkového pulzu na numerické řešení	49
4.3	Experimentální výsledky SHPB měření	50
4.3.1	Geometrická omezení	50
4.3.2	Vliv materiálu	50
4.3.3	Interval frekvencí s validními výsledky	50
5	Vliv rychlosti deformace na deformační odezvu materiálu	51
5.1	Historické experimentální výsledky	52
5.2	Závěry pro numerické testování v praktické části práce	55
6	Zdroje oscilací napěťových vln v MKP řešení	56
6.1	Hlavní příčiny vzniku oscilací v 1D a 2D případě	57
6.1.1	Vliv délky časového kroku - zdroj oscilací - 1D	57
6.1.2	Vliv výběru metody časové integrace - explicitní a implicitní - 1D	58
6.1.3	Vliv jemnosti sítě, časového kroku a metody integrace - 2D	59
6.2	Interpretace závěrů o 1D a 2D MKP modelu a konfrontace s 3D modelem	62
6.2.1	Konzistentnost s výsledky praktické části práce	62
6.2.2	Dodatek - Izolované pozorování numerických a fyzikálních oscilací	64
	PRAKTICKÁ ČÁST	67
7	Šablona protokolu	68
7.1	Typ studie	68
7.1.1	Název protokolu	68
8	Protokoly	70
8.1	Citlivostní studie řešiče LS-DYNA: shrnutí Přílohy A	71
8.1.1	Postihnutí základních fyzikálních principů	72
8.1.2	Prostorová diskretizace	72
8.1.3	Časová diskretizace	74
8.1.4	Šíření nekonečným poloprostorem a tenkou tyčí	74
8.1.5	Typ integrace a kontroly módů s nulovou deformační energií	75
8.1.6	Tlumení	75
8.1.7	Analýza kontaktu	76
8.2	Kalibrace numerického modelu podle experimentu	77
8.2.1	Kalibrace okrajových podmínek - nedokonale rovinný dopad narážející tyče	78
8.2.2	Kalibrace elastického materiálu tyčí	84

8.2.3	Kalibrace elasto-plastického materiálu tvarovačů	101
8.3	Numerická analýza tvarování incidentní napěťové vlny	123
8.3.1	Konvenční metody	125
8.3.2	Nekonvenční metody	137
9	SW nástroj pro návrh optimálního tvarovače	143
9.1	Ověření funkčnosti	145
9.1.1	Verifikace kódu	145
9.1.2	Validace kódu	146
9.2	Výkon kódu	147
9.3	Potenciál praktického využití kódu	148
10	Závěr	149
11	Použité zdroje	154
11.1	Literatura	154
11.2	Uživatelské manuály	159
11.3	Internetové zdroje	160
PŘÍLOHY		161
A	Protokoly citlivostní studie řešiče LS-DYNA	162
A.1	Citlivostní studie parametrů simulace	163
A.1.1	Emulace nekonečného poloprostoru v MKP	164
A.1.2	Vliv hustoty sítě na přenos vysokých frekvencí	176
A.1.3	Vliv pokročilých parametrů simulace na přenos vysokých frekvencí .	195
A.1.4	Vliv okrajových podmínek tenké tyče v porovnání s poloprostorem .	209
A.1.5	Citlivostní studie kontaktů	227
A.1.6	Konečné vysvětlení lokálních extrémů modelovaných pulzů - výpočty s kritickým časovým krokem (a dodatkem vliv Poissonova čísla) . .	239
B	Srovnání experimentálně a numericky získané napěťové odezvy tvarovačů v plném rozsahu provedených laboratorních testů	245
C	Teorie a interpretace Fourierovy transformace signálů	254
C.1	Převod signálu do frekvenční oblasti	255
C.2	Fourierova transformace v teorii řízení systémů	257
C.2.1	Frekvenční přenos - definice	257
C.2.2	Frekvenční přenos - příklad	259
C.3	Diskrétní systémy	260

C.3.1	Prvky běžného systému se zpětnou vazbou	260
C.3.2	Vzorkovací teorém	261
C.3.3	Aliasing	262
C.4	Interpretace amplitudové a fázové charakteristiky	263
D	Stručný popis parametrů explicitního schématu LS-DYNA	267
D.1	Způsob integrace veličin v elementu	268
D.2	Kontrola módů deformace s nulovou deformační energií (hourglass control)	268
D.3	Faktor délky kroku výpočtu	269
D.4	Materiálové tlumení	269
D.5	Kontaktní algoritmus	271
D.6	Tření	272
D.7	Geometrické imperfekce	272
D.8	Způsob výpočtu rychlosti deformace v průběhu simulace	273

Seznam použitých zkratk a veličin

SHPB	Tlaková dělená Hopkinsonova tyč
MKP	Metoda konečných prvků
RD	Teorie závislosti na rychlosti deformace
RI	Teorie nezávislosti na rychlosti deformace
OFHC	Měď ušlechtilá bez kyslíku
1D, 2D, 3D	jedno-, dvou-, tří-dimenzionální
x, y, z	Prostorové souřadnice
u_i	Posuv
f_i	Objemové síly
δ_{ij}	Jednotkový tenzor 2. řádu
σ_{ij}	Tenzor napětí
ε_{ij}	Tenzor deformace
$\dot{\varepsilon}$	Rychlost deformace
$\dot{\varepsilon}_p$	Rychlost plastické deformace
τ	Smykové napětí
γ	Zkos
λ, μ	Lamého konstanty
E	Youngův modul pružnosti
E^*	Komplexní Youngův modul pružnosti
ν	Poissonovo číslo
ρ	Hustota
Y_0	Mez kluzu elastického - ideálně plastického materiálu
σ_{HEL}	Hugoniotův elastický limit
σ_y	Mez kluzu
$\hat{\sigma}(\varepsilon)$	Průběh tahového diagramu
ε_y	Deformace na mezi kluzu
c	Fázová rychlost
c_g	Grupová rychlost
c_0	Fázová rychlost elastické vlny bilineárního materiálu
c_1	Fázová rychlost plastické vlny bilineárního materiálu
E_0	Směrnice přímky elasticity bilineárního materiálu
E_1	Směrnice přímky plasticity bilineárního materiálu
k, n	Parametry materiálové modelu mocninného zpevnění
C, p	Parametry Cowper-Symondsova materiálového modelu
m	Hmotnost

K	Gyrační poloměr
V	Objem
S	Plocha
A	Plocha průřezu
d	Vzdálenost
D	Průměr
L	Délka
t	Čas
τ	Doba
ξ	Časoprostorová souřadnice
$\Psi_{(x_i, t)}$	Libovolná časoprostorová funkce
\mathbf{f}, \mathbf{g}	Vlnové funkce
f, g	Volitelné funkce
u_x	1. prostorová derivace skalární funkce u podle x
u_{xx}	2. prostorová derivace u podle x^2
$\dot{\chi}$	1. časová derivace veličiny χ
$\ddot{\chi}$	2. časová derivace
χ_j	Tenzor 1. řádu
χ_{jk}	Tenzor 2. řádu
$\chi_{i,j}$	1. parciální derivace tenzoru 1. řádu χ_i podle j
$\chi_{i,jk}$	2. smíšená parciální derivace χ_i podle j a podle k
$d\chi$	Totální diferenciál χ
Δ	Diference
F	Síla
a	Zrychlení
v	Rychlost
v_n	Nárazová rychlost
ω	Úhlová frekvence
ω_n	N-tá vlastní úhlová frekvence
f	Frekvence
f_{vz}	Vzorkovací frekvence
T	Perioda
λ	Vlnová délka
S	System
u	Vstup systému S
y	Výstup systému S
$\delta(t)$	Diracův impulz

i	Imaginární jednotka
$Re(z)$	Zobrazení reálné části komplexního čísla z
$Im(z)$	Zobrazení imaginární části komplexního čísla z
s	Nezávislá komplexní proměnná Laplaceovy transformace
$i\omega$	Nezávislá komplexní proměnná Fourierovy transformace
A_k	Amplituda k -té harmonické složky Fourierovy řady
φ_k	Fázový posun k -té harmonické složky Fourierovy řady
a_0, a_k, b_k	Koeficienty Fourierovy řady
$s(t)$	Signál v časové doméně
$S(i\omega)$	Signál $s(t)$ ve frekvenční doméně (obraz signálu $s(t)$)
$ S(i\omega) $	Frekvenční spektrum
$\phi(\omega)$	Fázové spektrum
$F(s)$	Obrazový přenos
$F(i\omega)$	Frekvenční přenos
$ F(\omega) $	Amplitudová charakteristika
$\varphi(\omega)$	Fázová charakteristika
$P(i\omega)$	Obraz incidentní vlny
$N(i\omega)$	Obraz odražené vlny
$\gamma(\omega)$	Koeficient šíření
$\alpha(\omega)$	Koeficient útlumu
$k(\omega)$	Vlnové číslo
H	Délka hrany elementu
t_{krit}	Kritický časový krok výpočtu
Δt	Časový krok výpočtu
C_0	Courantovo číslo
CDM	Metoda centrálních diferencí
LMM	Diagonální matice hmotnosti
$(\alpha), (\beta) \dots (\lambda)$	Primární datové toky optimalizačního algoritmu
CF	Cílová funkce
.tdms	Binární soubor výstupu programu LabVIEW
.png	Grafický soubor
.txt	Textový soubor
.bat	Dávkový soubor
.m	Skript programu Matlab
.k	Vstupní soubor řešiče LS-DYNA
LSDYNA_KEYWORD	Parametr řešiče LS-DYNA
CD	Kompaktní disk

Kapitola 1

Úvod

Testování materiálů při různých rychlostech deformace má své počátky již v první polovině 20. století. V roce 1949 byla Herbertem Kolskym (1917-1992) sestavena první tlaková dělená Hopkinsonova tyč (*Split Hopkinson pressure bar* - SHPB). Toto zařízení umožňuje zatěžovat vzorky materiálu napěťovými vlnami za účelem získání parametrizovaných dynamický křivek diagramu napětí - deformace s parametrem rychlosti deformace. Podmínka validního experimentu je zachování konstantní rychlosti deformace během zatěžování a dynamická rovnováha vzorku. K dosažení tohoto stavu je nutné zajistit vhodný tvar zatěžovací vlny - incidentního pulzu. Pro tyto účely bylo v průběhu historie vyvinuto několik technik tvarování, z kterých se pro SHPB tyče z hliníkových slitin ustálila metoda vkládání měděných válečků ($D/L \sim 5$) na rozhraní narážející a incidentní tyče. Výhradně tímto způsobem tvarování vln, popisem metodiky SHPB testování a základní teorií šíření vln se zabývala předešlá práce „Numerické modelování tvaru napěťových pulzů při SHPB měření“ (2018). Práce nyní předkládaná na tento dokument bezprostředně navazuje, aniž by byly zbytně opakovány tamní kapitoly o základech jmenovaných problematik.

Kapitola 2 popisuje šíření elastických a plastických vln. Diskutováno je šíření vlny za stavu jednoosé deformace a podrobně pro stav jednoosé napjatosti, který odpovídá propagaci dostatečně dlouhé vlny tenkou tyčí, což je pro SHPB testování typické. V rámci elastických deformací je porovnáno elementární řešení 1D vlnové rovnice s rovnicí rozšířenou o člen radiální setrvačnosti, který způsobuje rozkmitání po náběhu vlny nápadně podobné oscilacím pozorovaným při experimentech. Dále je demonstrováno řešení vlnové rovnice pro šíření elasto-plastické vlny bilineárním materiálem pro teorii nezávislosti a závislosti okamžitého napětí na rychlosti deformace. V závěru kapitoly jsou prezentovány výsledky historických experimentů, které probíhaly za účelem konfrontace obou teorií.

Kapitola 3 teoreticky pojednává o disperzi vlnění. Jsou vymezeny pojmy jako grupová rychlost, radiální setrvačnost či frekvenční rovnice tyčí (Pochhammer (1876) a Chree (1889)) a s nimi spojené symetrické a antisymetrické módy podélného šíření vlny. Je ukázána Skalakova (1957) aproximace řešení těchto rovnic, která předpovídá oscilace po náběhu vlny. V poslední podkapitole jsou předvedeny historické výsledky experimentů rázů tenkých tyčí.

Kapitola 4 se věnuje aplikaci frekvenční analýzy na SHPB pulzy. Kapitola vychází ze základních znalostí o Fourierově transformaci a diskrétních systémech z přílohy C. Jsou odvozeny vzorce charakteristik popisujících disperzní materiál a jejich vztah k výchozí amplitudo-fázové charakteristice. Jsou probrána úskalí Fourierovy transformace napětěových pulzů a predikovány průběhy jejich spekter hledaných v praktické části práce. V závěru kapitoly je na základě aktuálních studií shrnut vliv geometrie a materiálu na výsledný přenos.

Kapitola 5 představuje stručné shrnutí experimentálních výsledků o vlivu rychlosti deformace na napětěovou odezvu mědi od historických (zatěžování smykovými vlnami krumem) po současné výstupy moderních metod (simulace molekulární dynamiky). Autoři se v naprosté většině případů shodují na růstu tuhosti materiálu se zvyšující se rychlostí deformace. Sílu efektu přímo ovlivňuje velikost zrn polykrystalické mědi.

Kapitola 6 nabízí plynulý přechod od teoretické k praktické části práce popisem příčin oscilací pulzů. Jsou prezentovány příklady řešení rázu poloprostorů a tyčí z disertační práce Kolmana (2009), jsou provedeny simulace ověřující hypotézy o zdrojích oscilací a je prokázána konzistentnost se závěry z předešlé práce o vlastnostech použité numerické metody. Jsou úspěšně navrhnuty simulace, které umožňují oddělené pozorování fyzikálních oscilací způsobených radiální setrvačností a oscilací numerických, které jsou chybou řešení.

Kapitola 7 je úvodní kapitolou praktické části a slouží jako šablona, dle které jsou pro zachování přehlednosti striktně vyhotoveny protokoly.

Kapitola 8 představuje soubor protokolů citlivostní studie řešiče LS-DYNA, kalibrace numerického modelu SHPB a numerickou analýzu tvarování napětěových vln.

V případě citlivostní studie byly protokoly vedeny velmi podrobně pro důležitou potencionální opakovatelnost simulací. Pro svůj neúměrný rozsah vůči zbytku práce jsou umístěny do Přílohy A. V kapitole 8 jsou pouze uvedeny stěžejní výsledky o vlastnos-

tech sítě, vlivu její hustoty, o vlivu délky časového kroku, o typech numerické integrace, numerických oscilacích, kontaktních algoritmech, geometrických imperfekcích, o rozdílech šíření vlny v poloprostoru a tenké tyči apod. Zběžný teoretický popis těchto parametrů v souvislosti s názvoslovím řešiče LS-DYNA je v Příloze D.

V rámci kalibrace je vyhodnoceno a porovnáno téměř 60 průběhů napětí ze SHPB experimentů a simulací s vloženým tvarovačem i bez něj. Srovnání zkalibrovaného modelu s experimentem pro 40 různých variant měděných tvarovačů je včetně pokročilých odrazů vlny v tyči uvedeno v Příloze B. Kalibrovány jsou rozhraní kontaktů, útlum a materiálové parametry.

Numerická analýza tvarování vln se zabývá konvenčními metodami (válcové měděné tvarovače různých délek a průměrů, materiál tvarovače, délka narážející tyče, nárazová rychlost) a novými metodami nekonvenčními (tvarovače ve tvaru koule, komolého kužele, tenkostěnné trubky a narážející tyče rozmanitých tvarů).

Kapitola 9 obsahuje věcný popis a prezentaci výsledků navrženého softwarového nástroje pro výběr tvarovače optimalizovaného vzhledem k vlastnostem zkoumaného vzorku. Plně automatický nástroj je dostupný na příloženém CD a s minimálními úpravami kódu umožňuje kromě syntézy tvarovače také identifikovat konstanty materiálových modelů, kalibrovat libovolné nominální hodnoty sestavy SHPB a provádět rozsáhlé parametrické studie.

Výsledky praktické části práce jsou shrnuty v závěru v kapitole 10 spolu s celkovým zhodnocením a vytyčením nových výhledových cílů.

TEORETICKÁ ČÁST

Kapitola 2

Šíření napěťových vln kontinuem

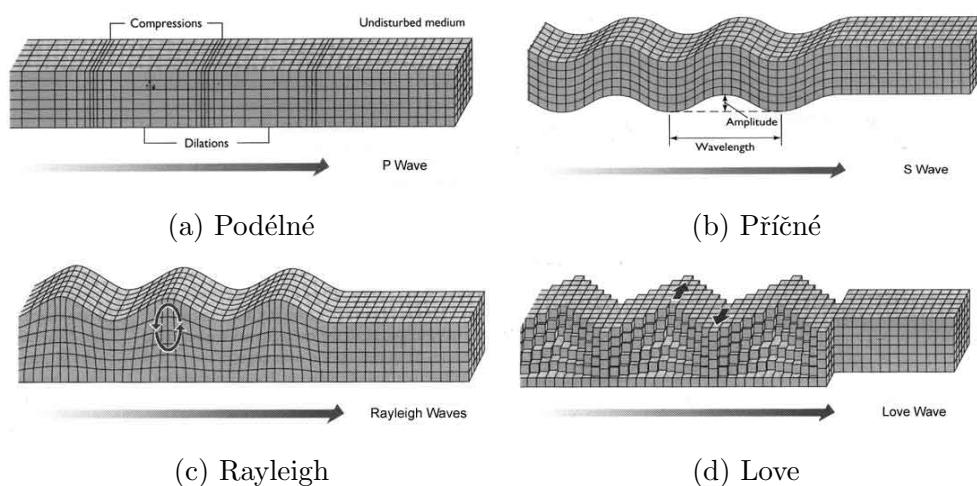
Šíření mechanické napěťové vlny tělesem, způsobené např. nárazem, může probíhat ve třech různých režimech (a jejich kombinacích):

- elastická vlna,
- plastická vlna,
- šoková vlna .

Nejvíce dosud prozkoumanou a pochopenou oblastí je vlnění elastické. Chování materiálu při elastickém vlnění při malých deformacích uspokojivě popisuje Hookův zákon. Existuje několik exaktních (z hlediska teorie pružnosti) řešení pro speciální případy, zvláště pro nekonečné poloprostory. Nicméně v praxi se pracuje s tělesy konečných rozměrů, která mají okrajové podmínky, které se do aparátu (matematického, MKP apod.) těžko implementují tak, aby představovaly realitu a zároveň zachovaly úlohu řešitelnou. Plastická oblast je na popis složitější. Během prostupu plastické vlny dochází k velkým deformacím, zahřívání a často i k porušení materiálu. V analytických výpočtech se většinou úlohy počítají jako jednoosá napjatost nebo deformace. Ve 20. století vznikaly téměř souběžně dva přístupy - teorie závislosti na rychlosti deformace (RD - rate dependent theory) a teorie nezávislosti na rychlosti deformace (RI - rate independent theory). Kvůli různorodosti provedených pokusů se výsledky mezi sebou těžko porovnávají a ukazuje se, že každá z teorií je vhodná na řešení jiného problému. Poslední typ, šokové vlny, je dosud též neuzavřená a nejméně probádaná problematika. Šoková vlna je nespojitost vzniklá akumulací veličiny (napětí), často zformována na čele vlny. Mez pevnosti je násobně překročena a materiál se pak chová spíše podle zákonů hydrodynamiky než dle teorie pružnosti. Ke vzniku šokové vlny může dojít tehdy, když se vyšší hodnoty napětí šíří rychleji než nižší složky. To způsobí, že napěťová maxima vlny, která své maximální amplitudy dosáhne po nárazu až za určitý čas, se šíří rychleji a vysoké složky napětí se akumulují na čele vlny. Dochází k rázovému

efektu a kolapsu materiálu.

Vlnění se dělí i podle směru amplitudy výchylky vůči směru šíření (obr. 2.1). Vedle vlnění podélného a příčného existuje vlnění povrchové, šířící se pouze po povrchu tělesa. Dva typy byly v průběhu 20. st. intenzivně studovány. Rayleighovy vlny se tlumí exponenciálně s hloubkou pod povrchem a šíří se dvěma směry. Vedle toho Loveho vlnění se šíří nejčastěji v jedné konkrétní vrstvě povrchu, která má odlišné materiálové vlastnosti, než materiál pod touto vrstvou.



Obrázek 2.1: Typy vlnění

2.1 Elastické vlnění

Systém rovnic řešící elastické vlnění v homogenním lineárně elastickém izotropním kontinuu představují rovnice teorie pružnosti rozšířené v případě rovnice rovnováhy o pravou stranu, která má význam setrvačnosti částic (2.1.1), kde σ_{ij} je tenzor napětí, ε_{ij} tenzor deformace, ρ hustota materiálu, f_i objemové síly, u posuv částice, λ a μ Lameho konstanty a δ_{ij} Kroneckerovo delta.

$$\begin{aligned}\sigma_{ij,j} + \rho f_i &= \rho \ddot{u}_i \\ \sigma_{ij} &= \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})\end{aligned}\tag{2.1.1}$$

Rovnice (2.1.1) se dají upravit na tvar pohybové rovnice v posuvech (2.1.2), což je obdoba tří Lameho rovnic, ale nyní navíc s členem setrvačnosti.

$$\mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu) u_{j,ji} + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i\tag{2.1.2}$$

Soustava tří rovnic (2.1.2) není nezávislá, a proto je vhodné problém převést na hledání jedné skalární funkce Ψ . Zanedbáním objemových sil a substitucí (2.1.3) se dostane vlnová rovnice pro proměnnou $\Psi_{(x_i,t)}$, která je mírou některé z veličin (posuv).

$$\begin{aligned}\rho \ddot{u}_i &= \mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu) u_{j,ji} \\ \rho \ddot{u}_{i,i} &= \mu u_{i,jji} + (\lambda + \mu) u_{j,jii} \\ \Psi &= u_{j,j}\end{aligned}\tag{2.1.3}$$

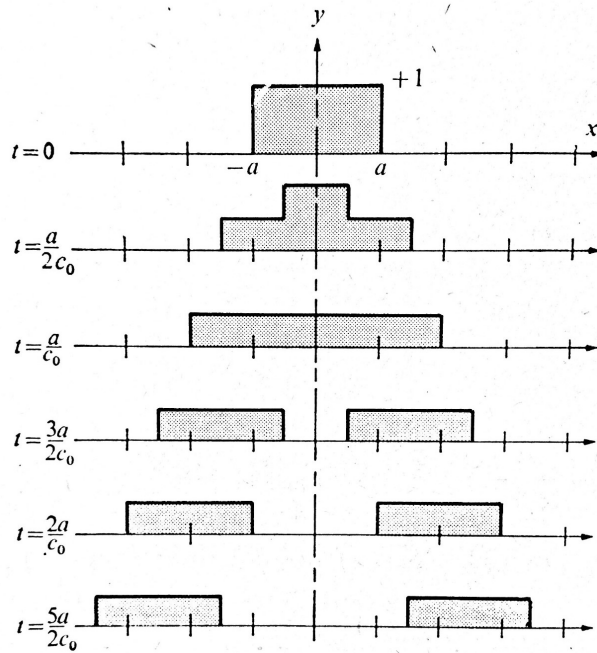
$$\ddot{\Psi} = c^2 \Psi_{ii} \quad ; \quad c^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}$$

Lze ukázat, že pro jednodimenzionální problém funkce Ψ má řešení ve tvaru (2.1.4).

$$\Psi = \mathbf{f}(x - ct) + \mathbf{g}(x + ct)\tag{2.1.4}$$

Analýzou argumentů řešení (2.1.4) se dospěje k závěru, že funkce \mathbf{f} a \mathbf{g} představují dopřednou a zpětnou vlnu, tedy předpis pro rozložení šířící se veličiny (graf funkcí \mathbf{f} a \mathbf{g}), které se při konstantním c nemění. Tyto rozložení veličiny se pohybují právě rychlostí vlny c .

Budiž 1D lineárně elastické homogenní izotropní nekonečné medium, které je v intervalu $\langle -a; a \rangle$ v čase $t = 0$ excitováno amplitudou 1. Pak na obrázku 2.2 je schematicky znázorněn průběh šíření funkcí \mathbf{f} a \mathbf{g} , které v tomto případě představují konstantu.



Obrázek 2.2: Šíření funkcí f a g s argumenty $(x \pm ct)$ [1]

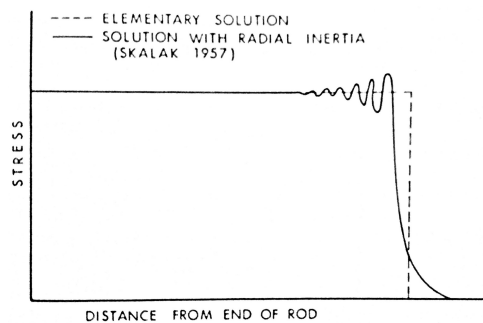
Jednorozměrný problém se tedy pro posuv řeší pomocí rovnice (2.1.5), kde u je posuv v daném směru, c rychlost vlny, ρ hustota materiálu a E Youngův modul pružnosti.

$$\ddot{u} = c^2 u_{xx} \quad ; \quad c^2 = \frac{E}{\rho} \quad (2.1.5)$$

Love (1863 - 1940) rovnici 2.1.5 rozšířil o člen, který představuje efekt setrvačnosti vůči příčnému rozšíření/smrštění průřezu (2.1.6), kde K je gyrační poloměr.

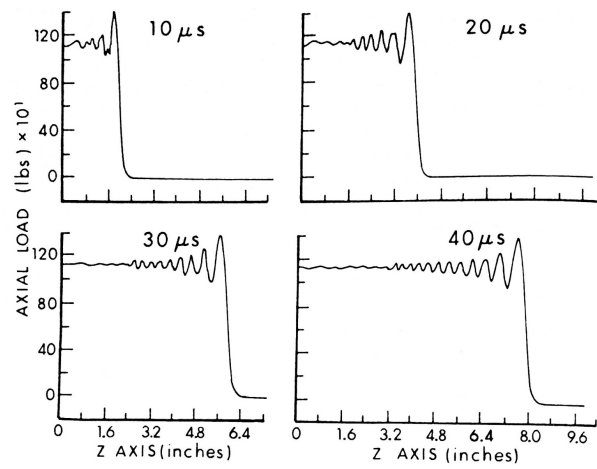
$$\ddot{u} = c^2 u_{xx} + \nu^2 K^2 \ddot{u}_{xx} \quad (2.1.6)$$

Porovnání řešení rovnic (2.1.5) a (2.1.6) pro případ vzájemného čelního dopadu dvou stejných izotropních tyčí provedl Skalák [2] a je na obrázku 2.3. Řešení bylo získáno pro pokročilý čas nárazu a za směrodatné lze považovat od určité vzdálenosti od místa nárazu. Je patrné, že setrvačnost v radiálním směru má za následek oscilace napětí.



Obrázek 2.3: Porovnání řešení rovnic (2.1.5) a (2.1.6) [2]

Předchozí řešení je řešením vlnové rovnice. Řešení pomocí MKP kódu EPIC-2 [3] je na obrázku 2.4. Z průběhů je zřejmé, že předpoklad vlivu radiální setrvačnosti je správný.



Obrázek 2.4: Řešení nárazu tyčí pomocí MKP [3]

2.2 Elasto-plastické vlnění

Analýza plastických vln vyžaduje matematický popis závislosti chování materiálu na rychlosti deformace. Resp. pro řešení pomocí MKP je třeba znát konstitutivní rovnice obohacené o členy derivací napětí $\dot{\sigma}$ a deformace $\dot{\epsilon}$. Tento požadavek je zdrojem neurčitosti. Právě získání konstitutivní rovnice pro šíření plastických vln je často cílem studie, paradoxně je tedy potřeba pro „nalezení výsledku znát výsledek“ a problém nelze řešit jinak, než postupným zpřesňováním podle obecné šablony:

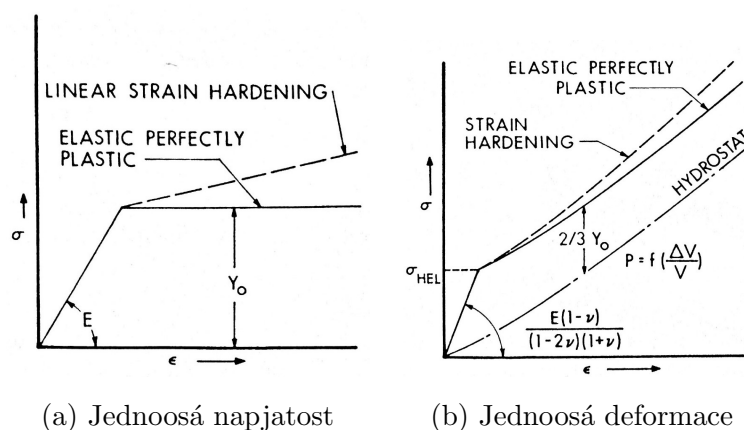
- Hypotéza - tvrzení, odhad konstitutivní rovnice, odhad funkční závislosti (polynomiální, exponenciální apod.).
- Kalibrace - kalibrace konstant navrženého konstitutivního vztahu podle experimentálních dat (nejčastěji z 1D pokusů - jednoosá napjatost).
- Predikce - evaluace výsledků pro složitější stavy napjatosti na základě zkalibrovaného konstitutivního vztahu, předpoklad deformace v čase apod.
- Validace - porovnání předpokládaných výsledků s experimentem.

Tyto kroky se provádí iteračně, dokud nejsou ve shodě předpokládané výsledky s experimentálními daty. Postup je to náročný časově, ale i na provedení. Návrh experimentu vyžaduje perfektní znalost problematiky. V historii se mnohokrát stalo, že byl opomenut důležitý, na první pohled nevýrazný jev. Dokonce ani shoda experimentu s predikovanými daty nezaručuje správnost hypotézy. První hypotéza má být co nejjednodušší, zanedbají se vlivy, které na základě zkušenosti a praxe nemají na problém vliv. Při každém dalším opakování procesu uvedeného výše se určitým způsobem upraví hypotéza, nejčastěji právě tak, že zanedbaná vlastnost jevu se do hypotézy zahrne. Tato úprava má vliv na predikci - ta se posune buď ve směru zpřesnění, nebo rozostření. Jakmile je přesnost dostačující, proces končí a konstitutivní vztah se považuje za správný. Avšak stále existují zanedbané v hypotéze nepoužité jevy, o kterých nelze s úplnou jistotou prohlásit, že nemají vliv. Je možnost, že jejich zahrnutím by se predikce opět přestala shodovat s experimentem a výsledný vztah by po několika dalších procesech zpřesňování vypadal jinak. Na druhou stranu, úplný popis jevu bez zanedbání sice není nemožný, ale je nepoužitelný. Matematické řešení je pak pouze aproximací, v uzavřeném tvaru ho nelze najít. Aproximace bude tak hrubá, že z přesného popisu materiálu vyplynou méně přesné výsledky než z přiměřeného přiblížení chování zanedbáním určitých vlastností. Dokonce ani dnešní velmi výkonná výpočetní technika není schopna úlohu vyřešit hrubou silou iteračně, operací je mnoho a nároky na paměť jsou příliš vysoké.

2.2.1 Jednoosá napjatost vs. jednoosá deformace

Pro popis materiálových charakteristik za vysokých rychlostech deformace je nezbytné provádět vedle zkoušek statických i zkoušky dynamické. Je třeba pracovat se sadou smluvních diagramů pro různé rychlosti deformace. Se zvyšující se rychlostí nárazu, resp. intenzitou buzení, dosahuje amplituda napěťové vlny hodnot vysoko nad mez kluzu. Dále popsané jevy jsou problémy především šokových vln, ale v jistém měřítku se projevují i u vln s velmi rychlým (téměř okamžitým) náběhem na maximální amplitudu, což spadá do problematiky SHPB. Nebudou zde odvozené vztahy, ale prezentované výsledky. Odvození lze dohledat v dostupné literatuře [3].

Nechť probíhá čelní náraz tyče na tyč (v SHPB tyč narážející na incidentní bez tvařovače pulzu). Okamžité vybuzení je nespojitost, která napětí zvýší na maximální amplitudu (okamžik nárazu). Vyvolá v důsledku setrvačnosti částic tělesa třírozměrný stav napjatosti a jednoosou deformaci. Porovnání pracovních diagramů jednoosé napjatosti a deformace je na obrázku 2.5.

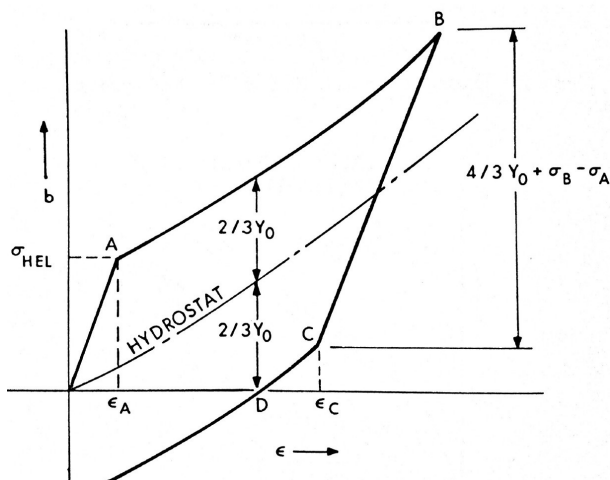


Obrázek 2.5: Porovnání pracovních diagramů pro jednoosý stav napjatosti a deformace [3]

Na digramu 2.5b je vidět:

- Zvýšení Youngova modulu E faktorem $(1 - \nu)/[(1 - 2\nu)(1 + \nu)]$.
- Hugoniotův elastický limit σ_{HEL} , tj. maximální elastické napětí při jednoosé deformaci.
- Konstantní odchylku napětí v plastické oblasti $2Y_0/3$ od křivky hydrostatické napjatosti (s předpokladem, že u kovů hydrostatická napjatost v jistých mezích nevyvolá tečení).

Za stavu jednoosé deformace se tedy materiál tyče jeví tužší. Typický zatěžovací cyklus pro jednoosou napjatost je na obrázku 2.6.



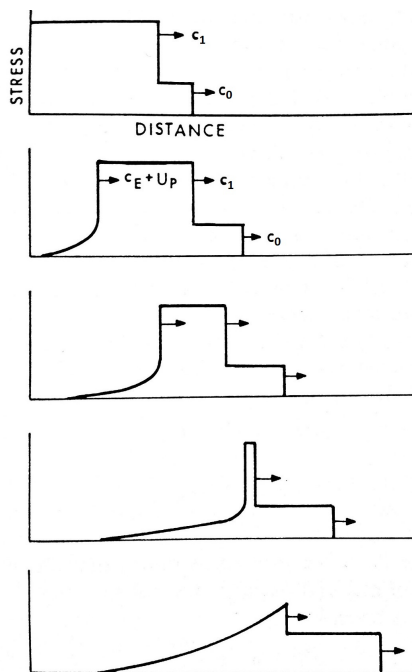
Obrázek 2.6: Zatěžovací cyklus za stavu jednoosé deformace [3]

Pokud napětí přesáhne mez σ_{HEL} , budou se materiálem šířit vlna elastická o rychlosti c_0 (2.2.1) a vlna plastická o rychlosti c_1 (2.2.2), kde E je Youngův modul pružnosti, ν Poissonovo číslo a ρ hustota materiálu.

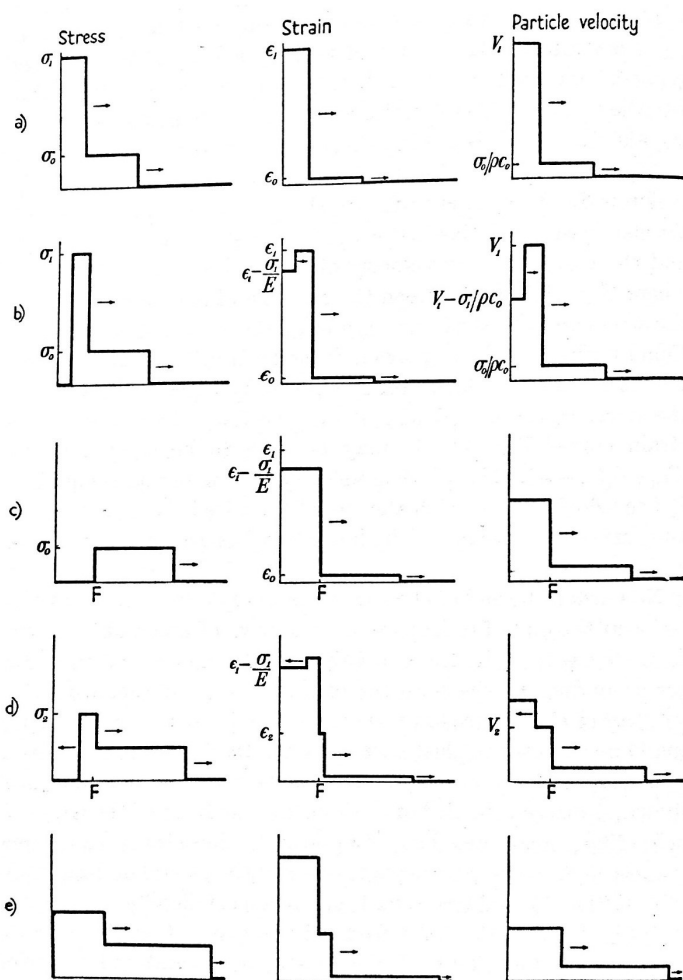
$$c_0^2 = \frac{E(1-\nu)}{\rho(1-2\nu)(1-\nu)} \quad (2.2.1)$$

$$c_1^2 = \frac{\sigma_B - \sigma_{HEL}}{\rho_{HEL}(\varepsilon_B - \varepsilon_A)} \quad (2.2.2)$$

Budiž opět uvažován náraz tyče na tyč takový, že napětí přesáhne limit tečení a trvá konečně dlouhou dobu. Pak elastická odlehčovací vlna vygenerována po odstranění zdroje zatížení putuje tělesem. Jelikož je rychlost c_0 vyšší než rychlost c_1 , bude postupně předbíhat vlně plastické a postupně ji tak utlumí (obr. 2.7). Jev velmi zajímavě popisuje Kolsky [4] a vysvětluje i události po dostižení plastického čela elastickou vlnou odlehčovací. Na obrázku 2.8 je v bodech a) až b) znázorněno vyhlazování plastické vlny odlehčovací vlnou elastickou. V bodě c) dojde k jejímu dostižení. V tomto okamžiku se plastická vlna o nižší amplitudě šíří dál a elastická vlna se odráží, viz bod d). Na řádce e) dochází k odrazu vlny od volného konce a proces se opakuje. Plastická vlna má ve výsledku inkrementální charakter útlumu.

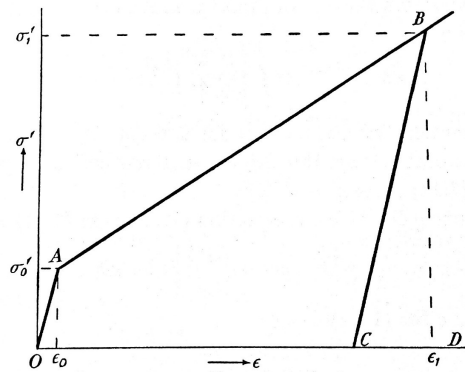


Obrázek 2.7: Útlum plastické vlny [3]

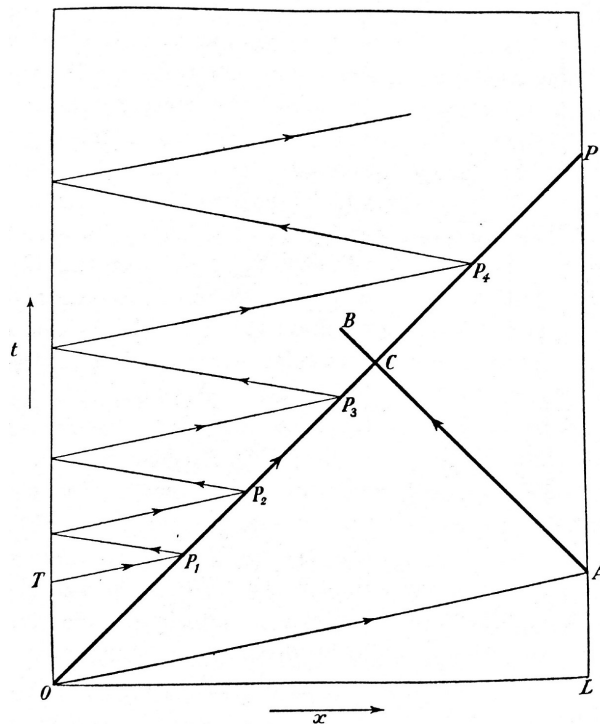


Obrázek 2.8: Útlum plastické vlny a zpětné odražení vlny elastické [4]

Situaci lze dobře znázornit na konečné tyči vybuzené na jednom konci. Necht' se materiál tyče chová dle smluvního diagramu na obrázku 2.9. Bauschingerův efekt zaručuje mezi body BD elastické odlehčení (tzn. vyvolá elastickou rychlost odlehčovací vlny!). Čela vln v časoprostoru jsou znázorněna na obrázku 2.10. Během každého jednoho odrazu odlehčovací elastické vlny dojde k částečnému snížení amplitudy vlny plastické.



Obrázek 2.9: Bilineární materiál [4]



Obrázek 2.10: Časoprostorový diagram čel vln v bilineárním materiálu, tlustě vlna elastická, tence vlna plastická [4]

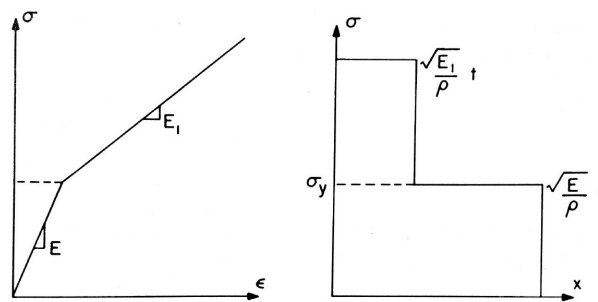
Pokud by z určitých důvodů nastala situace, že $c_0 < c_1$, pak by se plastická vlna postupně dostávala na čelo vlny a vznikla by tak vlna šoková, jak bylo popsáno výše.

2.2.2 Vlny jednoosé napjatosti ve štíhlých tyčích

Jelikož SHPB uvažuje jednoosou napjatost, je vhodné se v tomto dokumentu věnovat problematice šíření vln při jednoosé napjatosti podrobněji.

2.2.2.1 Teorie nezávislosti na rychlosti deformace (RI)

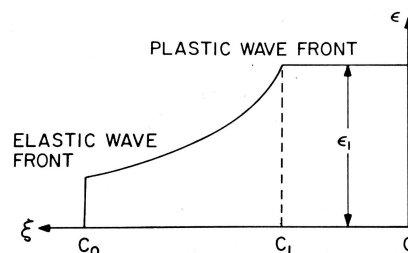
RI teorii představil Donell v roce 1930 [5]. Předpokládal bilineární pracovní diagram (obr. 2.11) a šíření příslušné vlny elastické a plastické. Každá z nich má vlastní rychlost c_0 a c_1 příslušnou hodnotu modulu E_0 a E_1 . Řešením vlnové rovnice se dospěje ke třem řešením, kde každé z nich platí ve specifické oblasti (2.2.3).



Obrázek 2.11: Pracovní diagram a profil vln bilineárního materiálu [3]

$$\begin{aligned}
 &\text{pro } |x| < c_1 t && \varepsilon = \text{konstanta} = \varepsilon_1 \\
 &\text{pro } c_1 t < |x| < c_0 t && E(\varepsilon) = \frac{x^2}{t^2} \\
 &\text{pro } |x| > c_0 t && \varepsilon = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.2.3}$$

Zavedením proměnné $\xi = x/t$ lze (2.2.3) přehledně znázornit v grafu (obr. 2.12). Fyzikální význam proměnné ξ je vlastně časoprostorová souřadnice, obdobně by vypadal graf s nezávislou proměnnou x pro čas $t = 1$. Elastická vlna se šíří nejvyšší elastickou rychlostí c_0 . Deformace v $\xi = c_0$ odpovídá deformaci na mezi kluzu ε_y . Nejmenší rychlostí c_1 se šíří čelo vlny plastické a vlny se od sebe tak postupně vzdalují. Jelikož deformace musí být spojitá, mezi těmito vlnami je i spojitá přechodová oblast, která má průběh paraboly.



Obrázek 2.12: Rozložení deformace v tyči buzené konstantní rychlostí na jejím konci [3]

Další analýzou výsledků lze dospět k závěru, že vlnová rychlost odpovídá výrazu (2.2.4). To je jedna z hlavních vlastností RI teorie, tedy že každá hladina napětí se šíří svou specifickou rychlostí danou tečnou pracovního diagramu v příslušném bodě. Předpokladem konkávní křivky napětí-deformace je dán fakt, že strmé náběhy napěťových pulzů se postupně vyhlazují a dochází tak k disperzi vlny.

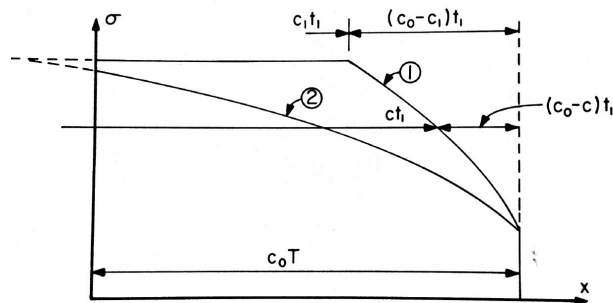
$$c^2(\varepsilon) = \frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad (2.2.4)$$

Nechť probíhá náraz tyče po dobu τ . Po této době dojde k elastickému odlehčení. Navíc tedy elastická odlehčovací vlna bude postupně vyhlazovat vlnu plastickou a překoná ji v čase t (2.2.5) ve vzdálenosti d_1 (2.2.6).

$$t = \frac{c_0 \tau}{c_0 - c_1} \quad (2.2.5)$$

$$d_1 = \frac{c_0 c_1 \tau}{c_0 - c_1} \quad (2.2.6)$$

Graficky je situace znázorněna na obrázku 2.13. Křivka 1 představuje tvar vlny v čase t_1 , křivka 2 pak tvar v čase pokročilem, kdy už plastická vlna zřetelně mizí. Rychlost c odpovídá určité hladině σ dle (2.2.4).

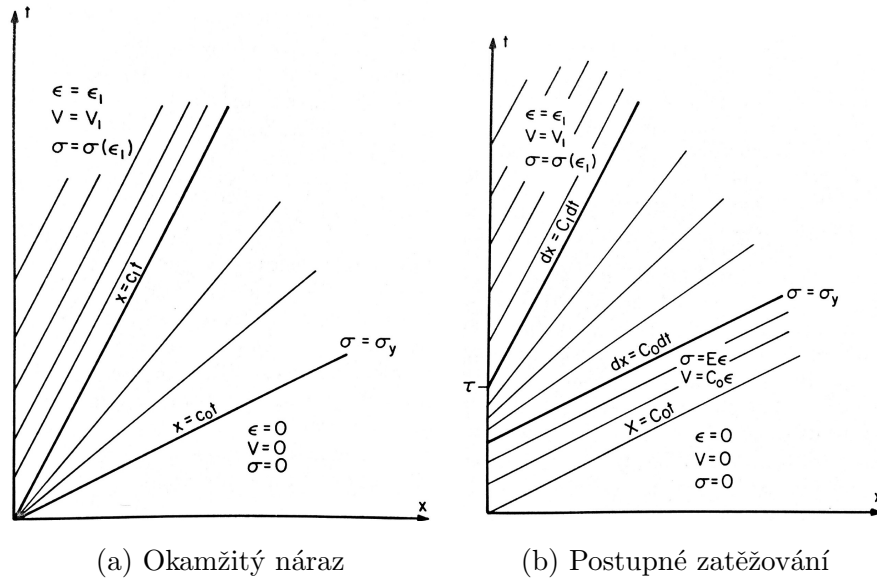


Obrázek 2.13: Postupné vyhlazení plastické vlny [3]

Nicméně za zmínku stojí, že poprvé White a Griffis [6] přehodnotili předpoklad konkávnosti pracovního diagramu. Šoková vlna (viz výše) potřebuje nutně diagram konvexní, aby se nespojitosť mohla na čele zformovat. Experimenty ukázaly, že pro jednoosou deformaci a vysoké tlaky tomu tak opravdu je, tedy že pracovní diagram musí být konvexní, jestliže rychlost vlny je opravdu řízená vztahem (2.2.4).

Všechny vztahy a grafy kapitoly 2.2.2.1 vyplývají z řešení (2.2.3) vlnové rovnice. Jednou z metod řešení parciální diferenciální rovnice (kterou je i rovnice vlnová) je metoda charakteristik. Princip metody spočívá v převodu parciální diferenciální rovnice na diferenciální

rovnici obyčejnou. Prvním krokem metody je nalezení nového souřadného systému - charakteristik. Charakteristika je v případě 1D (tj vlnění probíhá v časoprostoru (x, t)) křivka a v případě lineární vlnové rovnice je to přímka o sklonu, který odpovídá rychlosti šíření vlny. Charakteristika je vlastně „trajektorie kvanta deformace“, po které se v časoprostoru vzruch pohybuje. V souladu s uvedeným a s obrázkem 2.12 jsou znázorněny charakteristiky pro případ náhlého nárazu tyče (obr. 2.14a) a pro případ postupného zatěžování, které probíhalo po dobu τ (obr. 2.14b).



Obrázek 2.14: Znázornění řešení vlnové rovnice pro RI teorii [3]

2.2.2.2 Teorie závislosti na rychlosti deformace (RD)

Nejčastěji používanou formu RD teorie navrhl Malvern [7][8] ve tvaru (2.2.7), kde $\hat{\sigma}(\varepsilon)$ je průběh napětí z kvazistatické zkoušky tahem a $\dot{\varepsilon}_p$ rychlost plastické deformace. Vyjádření $\dot{\varepsilon}_p$ vede na exponenciální funkci s argumentem $(\sigma - \hat{\sigma}(\varepsilon))$. Zobecněný vztah (2.2.8), kde f je volitelná funkce a E Youngův modul pružnosti, stanovuje, že změna napětí v plastické oblasti za čas je funkcí přepětí $(\sigma - \hat{\sigma}(\varepsilon))$. Elastická část se řídí Hookovým zákonem.

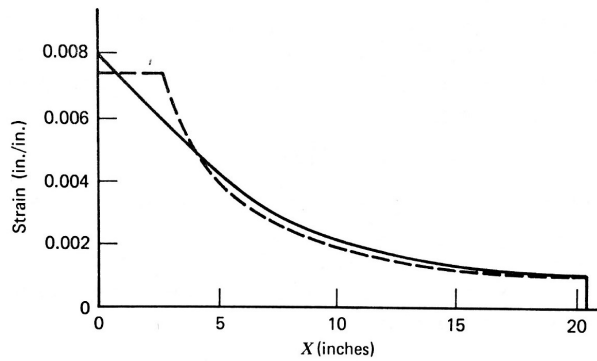
$$\sigma = \hat{\sigma}(\varepsilon) + \ln(1 + b\dot{\varepsilon}_p)^a \quad (2.2.7)$$

$$E\dot{\varepsilon}_p = f(\sigma - f(\varepsilon)) \quad (2.2.8)$$

Kompletní konstitutivní vztah má tedy tvar (2.2.9), kde g bývá v numerických výpočtech často lineární funkce $k[\sigma - \hat{\sigma}(\varepsilon)]$.

$$E\dot{\varepsilon} = \dot{\sigma} + g(\sigma, \varepsilon) \quad (2.2.9)$$

Řešení vlnové rovnice na základě RD teorie vede na řešení soustavy tří parciálních kvazilineárních rovnic, které se řeší iteračně podél charakteristik. Řešení v explicitním tvaru získat nelze. Rozdíl v rozložení deformace mezi teoriemi RI a RD je znázorněný na obrázku 2.15 (lze porovnat s obrázkem 2.12). Oproti RI teorii se zde už neobjevuje konstantní deformace v blízkosti místa nárazu, což ovšem neodpovídá experimentálnímu pozorování (viz další kapitola).



Obrázek 2.15: Rozložení deformace na naráženém konci tyče určitou dobu po nárazu pro RI (čárkovaně) a RD (spojitě) teorii [7]

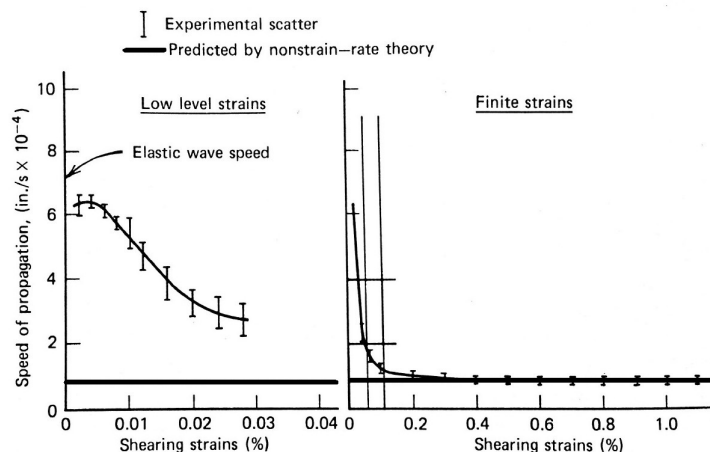
2.2.2.3 Validace RI a RD teorie experimenty

O ověření teorií experimenty se v průběhu 20. století zasloužilo mnoho badatelů, jmenovitě Duwez a Clark [9], Karman a Duwez [10], Campbell [11], Sternglass a Stuart [12], Bell a Stein [13] a mnoho dalších. K nejčastějším experimentům patřila deformace měděných drátů buzených nárazem závaží volným pádem, čelní symetrický náraz tyčí nebo šíření vzruchu tyčí krutem. Bylo ověřeno, že konstantní část deformace v místě nárazu (obr. 2.12) se při experimentu objevuje. Avšak výsledky dalších experimentů RI teorii popírají. Jednalo se o pokusy, kdy byly ocelové tyče již předepjaté do plastické oblasti a bylo sledováno šíření malých skokových inkrementů napětí. RI teorie předpovídá šíření rychlostí c_1 dle vztahu (2.2.4), ale bylo pozorováno, že tyto inkrementy se šíří rychlostí elastické vlny c_0 (rychleji). Stejný projev vykázaly i jiné materiály, navíc se ukázalo, že dochází k disperzi těchto plastických inkrementů (což RI teorie nepředpokládá) a že maximální deformace neodpovídá té predikované pracovním diagramem z kvazistatické zkoušky tahem. Na druhou stranu jiné pokusy ukázaly, že RI teorie je asymptotickým řešením pro dlouhé časy po nárazu a je vhodná pro odhad výsledné deformace tělesa.

Nelze však opomenout skutečnost, že je na jev nahlíženo jako na 1D problém, ačkoli projevy radiální setrvačnosti jsou zřejmé (obr. 2.3, 2.4). DeVault [14] provedl analýzu s vlnovou rovnicí, která zahrnuje i efekt radiální setrvačnosti (2.1.6). Došel k závěru, že chyby,

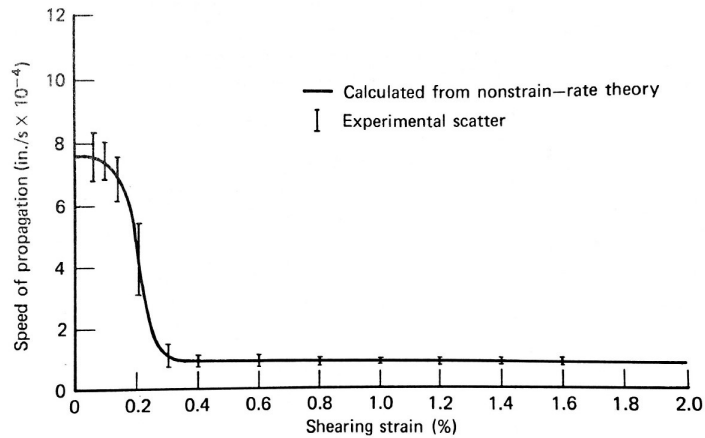
kteřé se v RI teorii projevují, mohou být projevem zmíněné setrvačnosti spíše než závislosti na rychlosti deformace. Nicméně v dalších experimentech s materiály, u kterých byla prokázána nezávislost na rychlosti deformace, byly pozorovány opět inkrementální plastické vlny o rychlosti větší než očekávané, ale tentokrát poloviční oproti vlnám elastickým. Bylo tedy rozhodnuto, že je potřeba děj popsat jako rychlostně-deformačně závislý.

Velmi zajímavou sadu testů provedli Convery a Pugh [15]. Pro odbourání jevu radiální setrvačnosti a projevů 3D charakteru použili torzní vlny šířené tenkostěnnými trubkami. Plastické inkrementy se i v tomto případě šířili elastickou rychlostí. Yew a Richardson [16] uskutečnili obdobné experimenty s měděným materiálem, výsledky jsou na obrázku 2.16. Zkoumali šíření inkrementů s malou a velkou amplitudou. Je patrné, že malé inkrementy se pohybují v rozporu s RI teorií téměř rychlostí elastické vlny, kdežto velké amplitudy se podle RI teorie predikovanou rychlostí šíří.



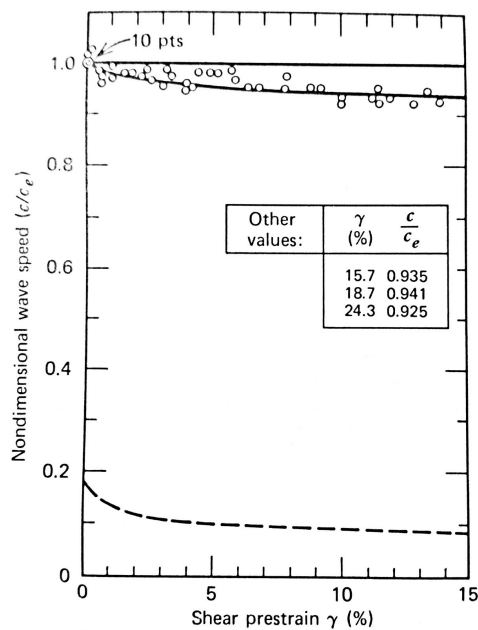
Obrázek 2.16: Šíření malých (vlevo) a velkých amplitud (vpravo) a porovnání s RI teorií (přímka pod hodnotou 1) [16]

Důležitým závěrem jejich studie je, že v důsledku eliminace efektu radiální setrvačnosti je tímto závislost na rychlosti deformace prokázána. Ale dodávají, že RI teorie, ačkoli ne v celém spektru jevů, platná je. Podobnou sadu pokusů provedli i v nepředepjaté trubce, kde se predikce RI teorie s experimenty uspokojivě shoduje (obr. 2.17).



Obrázek 2.17: Shoda RI teorie s experimenty v nepředepjaté trubce [16]

I ze stručného výčtu je zřejmé, že během tří desítek let proběhlo pokusů mnoho. Další pozoruhodný provedl Campbell a Dowling [17]. Spočíval opět ve sledování rychlosti torzního plastického inkrementu, tentokrát ale pro měď, ocel, hliník a především pro širokou škálu hodnot předpnutí materiálu. Vzruch se šířil vždy téměř elastickou rychlostí. Výsledky na obrázku 2.18 podtrhují existenci závislosti na rychlosti deformace a ukazují, že RI teorie (čárkovaně) není obecný popis jevu.



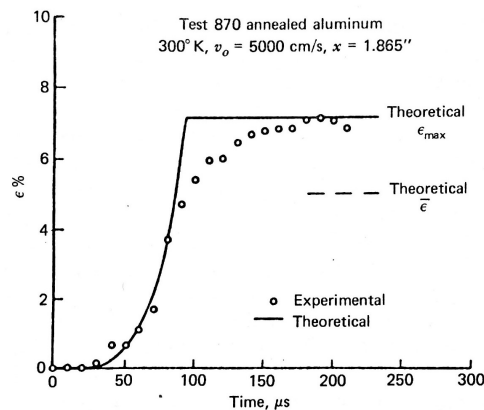
Obrázek 2.18: Poměr rychlosti šířený vzruchu vůči elastické rychlosti (měď) v závislosti na smykovém předpětí, čárkovaně RI teorie [17]

Závěr je takový, že ani jedna z teorií není obecná. U RD teorie chybí oproti RI teorii konstantní část deformace od plastické vlny (obr. 2.15), která je experimentálně pozorována. Na druhou stranu rychlost šíření plastických inkrementů v předepjatém materiálu teorii RI neodpovídá (obr. 2.16).

Intuitivně lze šíření jednoosého napětí v kovových tyčích rozdělit do tří kategorií [3]:

- RI teorie s kvazistatickým pracovním diagramem,
- RI teorie s jedním dynamickým pracovním diagramem,
- RD teorie.

Velmi úspěšná byla při pokusech Bella [18] RI teorie s kvazistatickým pracovním diagramem (obr. 2.19). Jednalo se o náraz hliníkové (slitiny) tyče a data byla sbírána ve vzdálenosti dvou průměrů od konce. Na začátku tyče byla data zakreslena 3D napjatostí. Sperraza [19] ověřoval Bellovy závěry na olovených tyčích a zjistil, že RI teorie s jedním dynamickým pracovním diagramem se s experimentem též shoduje. Jako reakce na objevené fakty proběhlo další velké množství pokusů, které měly podpořit RD teorii a proces studie a následné „kontra-studie“ se v historii dále opakoval.



Obrázek 2.19: Porovnání RI teorie a experimentu [18]

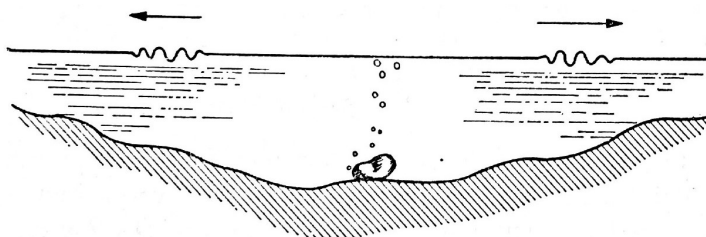
Kapitola 3

Disperze

Doposud byl zmíněn základní tvar vlnové rovnice (2.1.5), tvar rozšířený o člen radiální setrvačnosti (2.1.6) a případ pro složitější konstitutivní model materiálu (2.2.9). Tyto aspekty mají vliv na výsledný tvar pulzu, na jeho oscilace a rychlost. Jedním z důsledků rozšiřování vlnové rovnice je disperze. Disperze je závislost rychlosti šíření harmonické vlny na její frekvenci. Jedná se o velmi komplexní problém, různé teorie existují pro tyče, desky apod. V dalších odstavcích jsou popsány vybrané projevy disperze a je nastíněna fyzikální podstata problému. [1]

3.1 Grupová rychlost

Známým příkladem je vyvolání kruhových vln na vodní hladině např. vhozením kamínku (obr. 3.1). Poloměr vzniklého mezikruží se zvětšuje právě grupovou rychlostí. Nicméně na vzniklém pásu mezikruží jsou pozorovatelné další menší vlny, které vznikají na vnitřním poloměru mezikruží, pohybují se rychlostí vyšší než grupovou a zdánlivě mizí na vnějším poloměru mezikruží. Tento jev poprvé popsal Stokes [20]. Princip je níže nastíněn na šíření dvou harmonických vln stejné amplitudy A s mírně odlišnými frekvencemi ω_1 a ω_2 . Výchylka v čase takového vlnění je dána vztahem (3.1.1), kde $k(\lambda) = 2\pi/\lambda$ je vlnové číslo pro danou vlnovou délku λ .



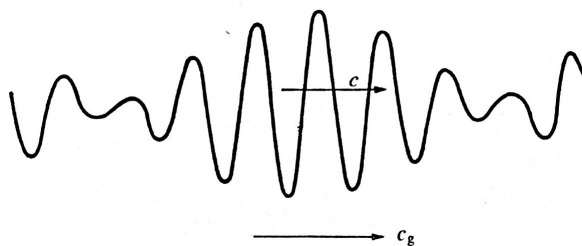
Obrázek 3.1: Vzniklé mezikruží vlny po dopadu kamínku na vodní hladinu [1]

$$y = A \cos(k_1 x - \omega_1 t) + A \cos(k_2 x - \omega_2 t) \quad (3.1.1)$$

Toto lze spolu se zavedením malých diferencí $(\omega_2 - \omega_1) = \Delta\omega$ a $(k_2 - k_1) = \Delta k$ a průměrných veličin $\omega = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ a $k = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$ přepsat na tvar (3.1.2).

$$y = 2A \cos\left(\frac{1}{2}\Delta k x - \frac{1}{2}\Delta\omega t\right) \cos(kx - \omega t) \quad (3.1.2)$$

Výraz prvního kosinu, který obsahuje difference představuje nízkofrekvenční složku (modulaci), jelikož hodnota frekvence je pouze $\Delta\omega$ a rychlost šíření odpovídá grupové rychlosti $c_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$. Výraz druhého kosinu představuje vysokofrekvenční výraz (nosič), tato složka vlnění se pohybuje fázovou rychlostí $c = \frac{\omega}{k}$. Situace je znázorněna na obrázku 3.2.

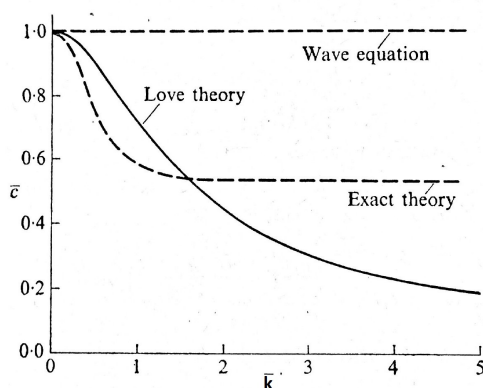


Obrázek 3.2: Znázornění jedné z posloupnosti grup [1]

3.2 Radiální setrvačnost

Analýzou rovnice (2.1.6) lze dospět ke vztahu (3.2.1), který popisuje závislost fázové rychlosti na frekvenci. Graf popisující závislost je na obrázku 3.3, význam veličin na osách je následující: $\bar{c} = \frac{c}{c_0}$, kde c je rychlost vlny a $c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ rychlost z vlnové rovnice (2.1.5), $\bar{k} = K\nu k$, kde K je gyrační poloměr z rovnice (2.1.6), a $k = 2\pi/\lambda$ vlnové číslo jako veličina úměrná frekvenci.

$$\bar{c} = 1/(1 + \bar{k}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3.2.1)$$



Obrázek 3.3: Disperze pro klasickou (konstantní hodnota 1), Loveho (spojitá čára) a exaktní (čárkovaná nekonstantní čára)

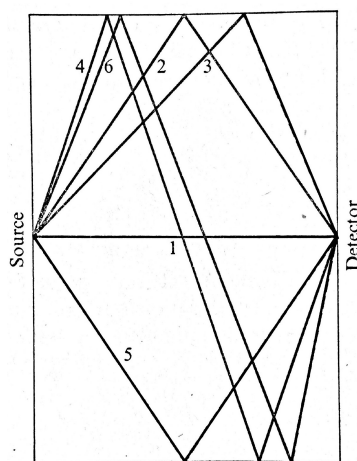
Je zřejmé, že pro nulovou frekvenci se shodují jednoduše řešitelná vlnová rovnice (klasická teorie tyčí), přesnější Loveho rovnice i exaktní teorie pro válcovou tyč, odvozená matematickým aparátem přesahující rámec této práce. Klasická teorie se s ostatními zřetelně rozchází při hodnotách $\bar{k} > 0,3$. Dále pro hodnoty $\bar{k} > 2$ se rychle vzdaluje i výsledek Loveho a exaktní teorie. S touto znalostí je možné odhadnout, zda lze efekt radiální setrvačnosti zanedbat.

3.3 Odraz vlnění od okrajových podmínek

Vlnová rovnice či Loveho rovnice dobře popisuje vlnění v nekonečném tělese pro malé frekvence (velké vlnové délky). Jsou to teorie přibližné, ale do jisté míry dostačující. Nicméně s nárůstem veličin do extrémních hodnot - vysoké frekvence, rychlosti, síly resp. malé rozměry nebo krátké časové okamžiky (vysoké hodnoty časových derivací veličin) se výsledky zjednodušených teorií liší natolik, že z nich nelze dále v inženýrských aplikacích vycházet. Potom je třeba děje nepopisovat makroskopicky ale mikroskopicky, popsat každou příčinu zvlášť a ne výsledné hromadné důsledky.

Exaktní teorii šíření vln v tyčích představují frekvenční rovnice (Pochhammer [21] a Chree [22]), které dále jak teoreticky tak experimentálně zkoumal a rozšířil Davies [23]. Tyto rovnice popisují různé módy vlnění a jejich rychlosti šíření. Popisují postupné vlnění podélné, příčné a povrchové, jak se tyč šíří a odráží. Odraz v makroskopickém měřítku na pevném a volném konci byl popsán v předchozí práci [24]. Faktem je, že problém je komplexnější.

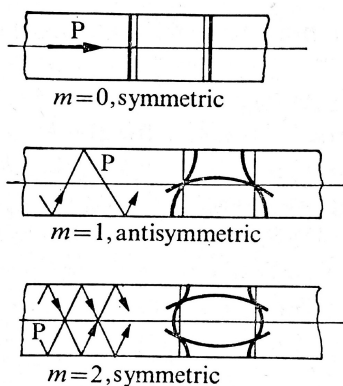
Vlnění se šíří ve 3D homogenním izotropním tělese v kulových vlnoplochách. To popisuje známý Huygensův princip. Speciální případ je pak rovinná vlnoplocha (kulová s nekonečným poloměrem). Čelo narážené tyče jinou tyčí je tedy bráno jak zdroj rovinné vlnoplochy. Nicméně, plocha čela není perfektně rovná, náraz není dokonale kolmý a tyč není dokonale lineárně elastická homogenní izotropní. Za těchto podmínek se dokonale rovinná vlnoplocha nezformuje a vlnění se odráží i od pláště tyče (obr. 3.4).



Obrázek 3.4: Schematicky znázorněný odraz vln on pláště tyče [25]

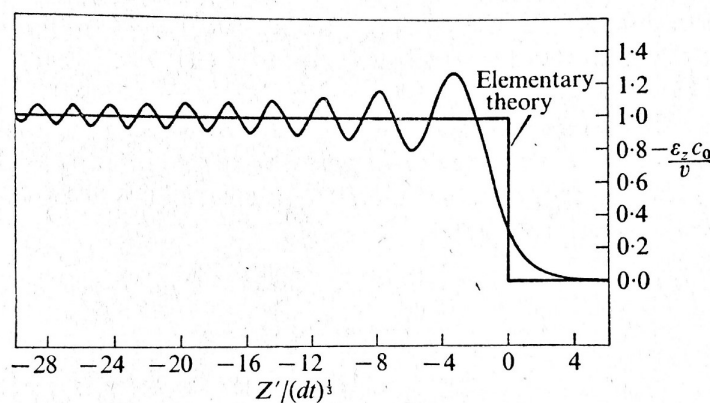
Tyto odražené vlny se pak projevují jako různé módy deformace, které se tyčí šíří podle frekvenčních rovnic. Z frekvenčních rovnic např. plyne, že nultý mód ($m = 0$ na obr. 3.5)

se šíří bez vlivu disperze. Ačkoli nultý mód při nárazu tyčí stejného průměru převládá, jsou v důsledku zmíněných nedokonalostí přítomny i další módy alespoň v minimální míře a mají vliv na charakter vlny.



Obrázek 3.5: První 3 módy podélného vlnění, tenkou čarou směr šíření vln, tlustou čarou výsledná deformace os v určitém čase [26]

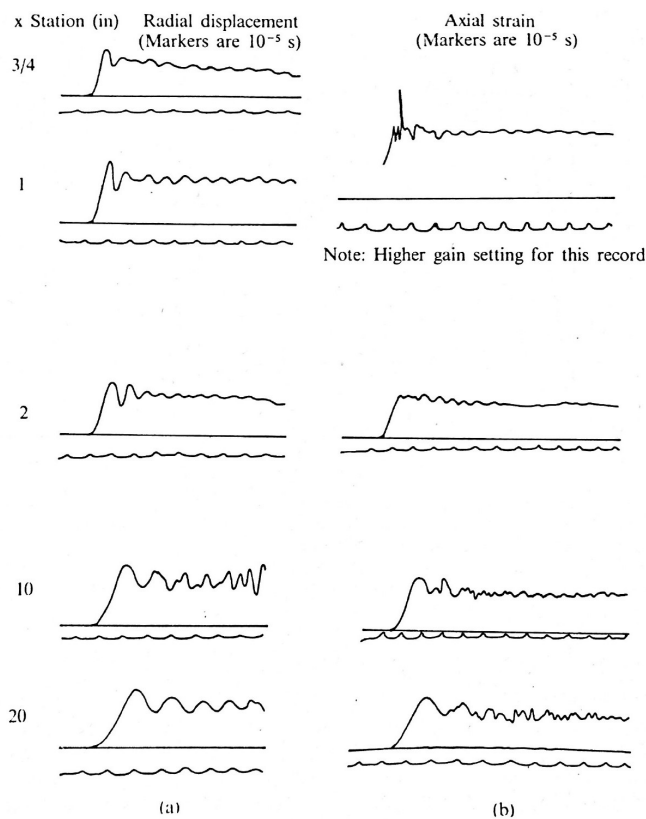
Problém exaktních teorií je, že většinou nelze najít jejich řešení v uzavřeném tvaru. Aproximaci výsledku při čelním nárazu dvou stejných tyčí určil pomocí Airyho funkce Skalakov [27]. Výsledek exaktní teorie (aproximace přesného řešení) je na obrázku 3.6.



Obrázek 3.6: Skalakovo přibližné řešení dle exaktní teorie [27]

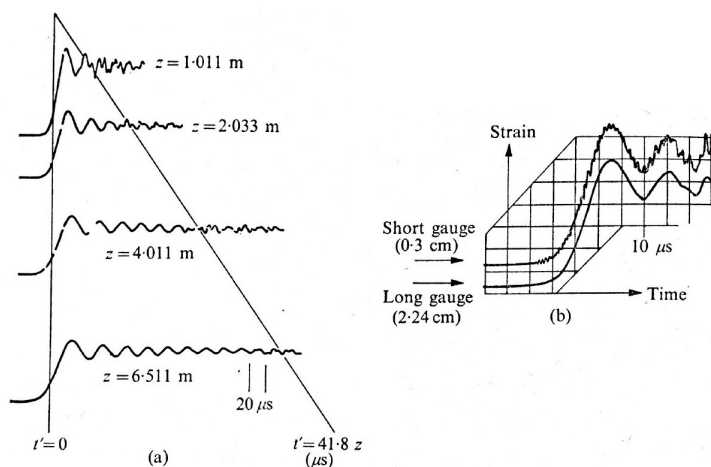
3.4 Experimentální výsledky vln se strmým náběhem

Miklowitz a Nisewagner [28] zkoumali vývoj tvaru napěťového pulzu při prostupu tyčí. Vlna byla vyvolána nárazem tyče na tyč. Výsledky jsou na obrázku 3.7, levý sloupec představuje radiální posuv, pravý pak podélnou deformaci. Křivka pod vodorovnou osou představuje značky po 10^{-5} s. Je zřejmé, že pulz se od skokové změny liší, náběh je postupný a v blízkosti naráženého konce tyče je dobře vidět vysoká aktivita vysokých frekvencí. S tím jak vlna prostupuje tyčí se vysoké frekvence opožďují (to odpovídá disperzi popsané frekvenčními rovnicemi, ale po kvalitativní stránce i i Loveho rovnicí). Výsledek ve vzdálenosti 51 cm odpovídá řešení pomocí Airyho funkce (viz odstavec výše), které je tedy řešením pouze pro nultý mód.



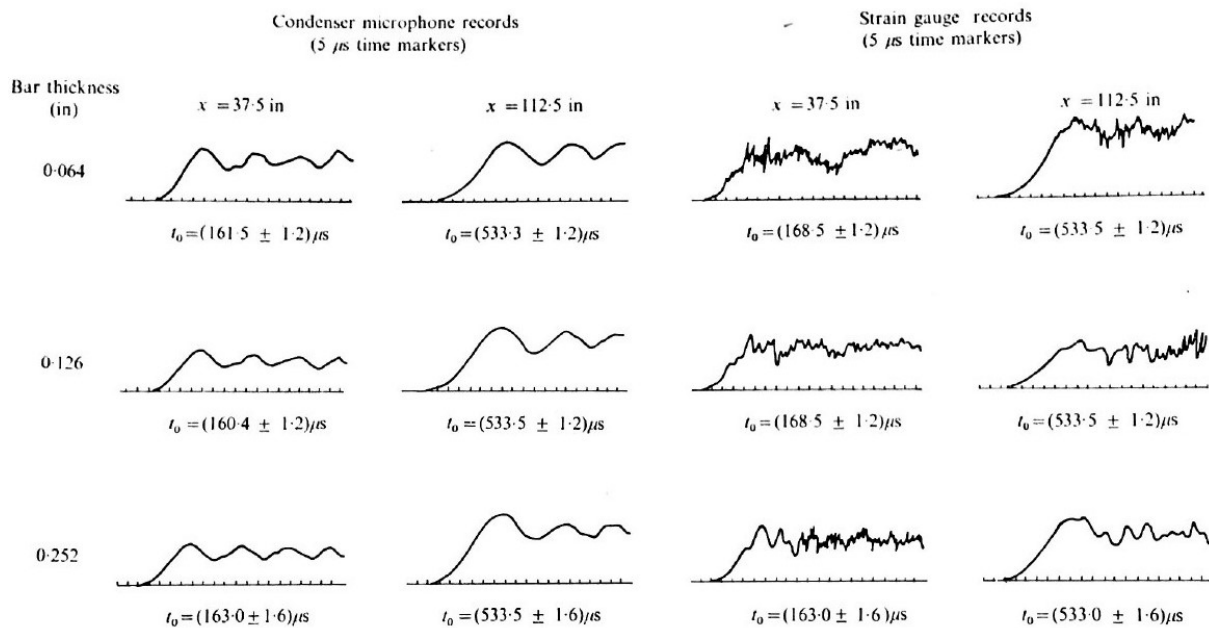
Obrázek 3.7: Vývoj tvaru napěťové vlny a viditelný projev disperze [28]

Ke stejnému závěru dospěl i Fox a Curtis [29]. Výsledky jsou znázorněny na obrázku 3.8, vlevo je vývoj vlny v čase. Vpravo je pro zajímavost znázornění vlivu délky tenzometru. Je zřejmé, že delší tenzometr funguje jako filtr vysokých frekvencí.



Obrázek 3.8: Vývoj vlny v čase vlevo, vliv délky tenzometru na měření vpravo [29]

Na problematiku měření deformací poukázal i Jones a Ellis [30], kteří zkoumali šíření vln v tyčích obdélníkového průřezu. Na obrázku 3.9 je porovnání měření kondenzátory (vlevo) a tenzometry (vpravo). Je vidět, že data z kondenzátorů se blíží výsledkům Airiho funkce (3.6), zvláště pak pro vyšší průřez a větší vzdálenosti od naraženého konce. Efekt opožďování vysokých frekvencí v důsledku disperze je též zřejmý.



Obrázek 3.9: Porovnání měření kondenzátory (vlevo) a tenzometry (vpravo) pro různé vzdálenosti a příslušné časy [30]

Kapitola 4

Aplikace frekvenční analýzy signálů na měření pomocí SHPB

Zařízení SHPB umožňuje zatěžovat vzorky materiálu požadovanou rychlostí deformace. Princip měření spočívá ve stlačování vzorku umístěného mezi 2 dlouhými tyčemi - vstupní a výstupní (incidentní a transmisní), které jsou (obvykle) v polovině své délky osazeny tenzometry. Stlačení vzorku je vyvoláno čelním dopadem narážející tyče na tyč vstupní (incidentní), kterou se začne šířit tlaková incidentní vlna. Tato vlna je zaznamenána na prvním tenzometru. Na rozhraní vstupní tyč - vzorek se část incidentní vlny odrazí a je zaznamenána opět na prvním tenzometru jako (nyní již tahová) vlna odražená. Část tlakového pulzu, která projde vzorkem dále do tyče výstupní, se nazývá vlna přenesená a je zaznamenána na druhém tenzometru. Tyto 3 naměřené vlny (incidentní, odražená, přenesená) užitím dalších přepočtů definují smluvní diagram pro danou rychlost deformace. Podrobně je metodika měření pomocí SHPB popsána v předešlé práci [24] či v literatuře [50].

Incidentní, odražená a přenesená vlna je během experimentu zaznamenána pomocí tenzometru. Nezávislá proměnná je čas, závislá výstupní napětí tenzometru, které je úměrné podélné deformaci tyče. Jedná se tedy o signál v časové doméně. Takto naměřená data se můžou analyzovat z hlediska tvaru vlny tj. doba náběhu, délka pulzu, míra oscilací nebo celkový tvar pulzu (obdélník, lichoběžník atd.). Tyto kritéria jsou stěžejní při návrhu vhodného tvarovače, nicméně z nich nevyplývá úplná informace, proč je daný signál právě takový, jaký byl naměřen. Mají popisný (nikoliv vysvětlovací) charakter. Pro podrobnější analýzu signálu a efektivnější návrh experimentu je vhodné pulz zkoumat ve frekvenční doméně.

Předložená kapitola 4 představuje konkrétní metodiku frekvenční analýzy SHPB pulzů a prezentuje pro tuto práci užitečné závěry studií [31,32,33]. Ukazuje se, že při aplikaci Fourierovy transformace na napěťové pulzy je nutné čelit množství problémů a zpracování signálů je bez znalosti spíše fyzikální než matematické interpretace transformace problematické. V Příloze C lze tuto fyzikální interpretaci nalézt. Dále v je v Příloze C popsána stěžejní problematika diskrétních systémů, zejména vzorkovací teorém a přímá souvislost efektem aliasingu.

4.1 Využití v klasické teorii šíření vlny

Každá komponenta SHPB, kterou se při experimentu šíří mechanický pulz, lze považovat za subsystém s vlastním frekvenčním přenosem, který je cílem znát. Budiž předmětem zájmu incidentní tyč osazená jedním tenzometrem ve vzdálenosti d od volného konce. Tyč je buzená vlevo nárazem narážející tyče (obr. 4.1), která je dostatečně krátká ($\leq d/2$), aby bylo možné na souřadnici $x = 0$ měřit nesuperponovanou incidentní a odraženou vlnu.



Obrázek 4.1: Schéma redukované sestavy SHPB

Následující odvození je převzato z [31]. Soustava rovnic popisující šíření vlny (4.1.1) se převede do frekvenční domény (4.1.2).

$$\sigma(x, t)_x = \rho u(x, t)_{tt} \quad ; \quad \varepsilon(x, t) = u(x, t)_x \quad (4.1.1)$$

$$\sigma(x, \omega)_{xx} = -\rho \omega^2 \varepsilon(x, \omega) \quad (4.1.2)$$

Lineární viskoelastický (ve speciálním případě elastický) materiál je popsán transformovaným Hookeovým zákonem ve frekvenční oblasti (4.1.3), kde E^* je komplexní Youngův modul pružnosti.

$$\sigma(x, \omega) = E^* \varepsilon(x, \omega) \quad (4.1.3)$$

Dále se definuje koeficient šíření γ (4.1.4).

$$\gamma^2 = -\frac{\rho \omega^2}{E^*} \quad (4.1.4)$$

Užitím výrazů (4.1.2), (4.1.3), (4.1.4) přejde rovnice 1D šíření podélného vlnění ve výraz (4.1.5) s obecným tvarem řešení (4.1.6), kde $P(\omega)$ a $N(\omega)$ jsou vlny v $x = 0$ vyjádřené Fourierovou transformací ve frekvenční doméně. Tyto dva členy představují dvě proti sobě jdoucí vlny - incidentní a odraženou.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \gamma^2 \right) \varepsilon(x, \omega) = 0 \quad (4.1.5)$$

$$\varepsilon(x, \omega) = P(\omega) e^{-\gamma x} + N(\omega) e^{\gamma x} \quad (4.1.6)$$

Z výrazu (4.1.6) lze odvodit obraz rychlosti (4.1.7) a síly (4.1.8) v průřezu x , kde A je plocha průřezu válcové tyče, ρ hustota materiálu. Tyto veličiny je potřeba určit pro výpočet

deformace vzorku při SHPB měření, jelikož pulzy se měří na tyčích, zatímco stěžejní je znalost průběhů vln na rozhraních incidentní tyč - vzorek a vzorek - výstupní tyč.

$$v(x, \omega) = \frac{i\omega}{\gamma} [P(\omega)e^{-\gamma x} - N(\omega)e^{\gamma x}] \quad (4.1.7)$$

$$F(x, \omega) = \frac{\rho A \omega^2}{\gamma^2} [P(\omega)e^{-\gamma x} + N(\omega)e^{\gamma x}] \quad (4.1.8)$$

Jedinou neznámou v rovnicích (4.1.6), (4.1.7) a (4.1.8) je koeficient šíření $\gamma(\omega)$ (4.1.9), kde $\alpha(\omega)$ představuje koeficient útlumu a $k(\omega)$ vlnčet (vlnové číslo), který fyzikálně znamená počet vlnových délek dané harmonické složky na vzdálenost 2π .

$$\gamma = \alpha(\omega) + ik(\omega) = \alpha(\omega) + i \frac{2\pi}{\lambda(\omega)} = \alpha(\omega) + i \frac{\omega}{c(\omega)} \quad (4.1.9)$$

Vyjádření koeficientu γ se získá z podmínky nulové deformace na levém volném konci tyče (4.1.10).

$$P(\omega)e^{-\gamma d} + N(\omega)e^{\gamma d} = 0 \quad (4.1.10)$$

Což lze upravit a pomocí (4.1.9) rozepsat na tvar (4.1.11).

$$-\frac{P(\omega)}{N(\omega)} = e^{2d\alpha(\omega)} [\cos 2dk(\omega) + i \sin 2dk(\omega)] \quad (4.1.11)$$

Rovnice (4.1.11) představuje rovnost dvou komplexních čísel resp. rovnost dvou fázorů. Musí mít stejnou velikost i fázi - z této podmínky se separuje koeficient útlumu $\alpha(\omega)$ a vlnové číslo $k(\omega)$.

4.1.1 Separace koeficientu útlumu $\alpha(\omega)$

Separace vychází z rovnosti amplitud fázorů levé a pravé strany rovnice (4.1.11).

Nechť obrazy incidentní a odražené vlny jsou $N(\omega) = c + id$ a $P(\omega) = a + ib$, kde a, b, c, d jsou libovolné funkce (při experimentu numerické hodnoty). Pak (4.1.11) lze přepsat jako (4.1.12).

$$-\frac{P(\omega)}{N(\omega)} = \frac{(ac + bd) + i(bc - ad)}{c^2 + d^2} = e^{2d\alpha(\omega)} \cos 2dk(\omega) + ie^{2d\alpha(\omega)} \sin 2dk(\omega) \quad (4.1.12)$$

Čímž jsou odděleny reálné a komplexní členy fázorů. Nyní se aplikuje podmínka jejich stejné velikosti (4.1.13).

$$\sqrt{\frac{(ac + bd)^2 + (bc - ad)^2}{(c^2 + d^2)^2}} = \sqrt{e^{4d\alpha(\omega)}[\cos^2 2dk(\omega) + \sin^2 2dk(\omega)]} = e^{2d\alpha(\omega)} \quad (4.1.13)$$

A konečně se vyjádří koeficient útlumu $\alpha(\omega)$ jako (4.1.14).

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{2d} \ln \left[\sqrt{\frac{(ac + bd)^2 + (bc - ad)^2}{(c^2 + d^2)^2}} \right] \quad (4.1.14)$$

Což se dá přepsat na ekvivalentní tvar (4.1.15) a finálně na přehledný předpis pro přímé dosazení numerických hodnot (4.1.16), jelikož nezáleží na pořadí, zda je proveden podíl velikostí obou obrazů $P(\omega)$ a $N(\omega)$, či zda se určí velikost podílu $\frac{P(\omega)}{N(\omega)}$.

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{2d} \ln \sqrt{Re^2 \left(-\frac{P(\omega)}{N(\omega)} \right) + Im^2 \left(-\frac{P(\omega)}{N(\omega)} \right)} \quad (4.1.15)$$

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{2d} \left[\ln \sqrt{Re^2[-P(\omega)] + Im^2[-P(\omega)]} - \ln \sqrt{Re^2[N(\omega)] + Im^2[N(\omega)]} \right] \quad (4.1.16)$$

4.1.2 Separace vlnového čísla $k(\omega)$

Separace plyne z rovnosti fází fázorů levé a pravé strany rovnice (4.1.11).

Výchozí je tvar (4.1.12). Podmínka stejné fáze je podmínkou stejné velikosti úhlu (4.1.17).

$$\arctan \frac{(bc - ad)}{(ac + bd)} = \arctan \frac{e^{2d\alpha(\omega)} \sin 2dk(\omega)}{e^{2d\alpha(\omega)} \cos 2dk(\omega)} = 2dk(\omega) \quad (4.1.17)$$

A konečně se vyjádří vlnové číslo $k(\omega)$ (4.1.18).

$$k(\omega) = \frac{1}{2d} \arctan \frac{(bc - ad)}{(ac + bd)} \quad (4.1.18)$$

Což lze vytknutím faktoru ac dále upravit na (4.1.19) a dle věty o rozdílu dvou funkcí \arctan převést na tvar (4.1.20).

$$k(\omega) = \frac{1}{2d} \arctan \frac{\left(\frac{b}{a} - \frac{d}{c}\right)}{\left(1 + \frac{bd}{ac}\right)} \quad (4.1.19)$$

$$k(\omega) = \frac{1}{2d} \left[\arctan \left(\frac{b}{a}\right) - \arctan \left(\frac{d}{c}\right) \right] \quad (4.1.20)$$

Což je de facto předpis pro přímé dosazení naměřených numerických hodnot (4.1.21).

$$k(\omega) = \frac{1}{2d} \left[\arctan \left(\frac{Im(P(\omega))}{Re(P(\omega))} \right) - \left(\arctan \frac{Im(N(\omega))}{Re(N(\omega))} \right) \right] \quad (4.1.21)$$

4.1.3 Vztah funkcí $\alpha(\omega)$, $k(\omega)$ k funkcím $|F(\omega)|$, $\varphi(\omega)$ a jejich fyzikální význam

Koeficienty šíření vlny jsou úzce spjaty s amplitudovou $|F(\omega)|$ a fázovou $\varphi(\omega)$ charakteristikou. Zřejmá je podobnost předpisu (4.1.18) s (C.4.6), který vznikl násobením faktorem $\frac{1}{2d}$. Tudíž vlnové číslo $k(\omega)$ je fázový posuv $\varphi(\omega)$ vztahovaný na jednotku délky.

Vedle toho vztah mezi koeficientem útlumu $\alpha(\omega)$ a amplitudovou charakteristikou $|F(\omega)|$ zřejmý není. V Příloze C je nastíněno, že amplitudová charakteristika systému vznikne podělením vstupního a výstupního signálu v absolutním tvaru (ve smyslu podělení velikostí dvou příslušných fázorů). Amplitudová charakteristika $|F(\omega)|$ má tedy význam, kolikrát se amplituda (intenzita) dané harmonické složky zeslabí.

Měrný vliv koeficientu útlumu (ovlivnění vlny na dráze 1 m) lze určit z velikosti výrazu (4.1.11) a rozepsáním na tvar (4.1.22) s uvažovanou vzdáleností šíření $2d = 1$ (viz schéma na obr. 4.1).

$$\frac{|P(\omega)|}{|N(\omega)|} = e^{2d\alpha} = e^\alpha \quad (4.1.22)$$

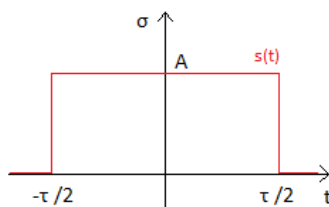
Tudíž koeficient útlumu $\alpha(\omega)$ představuje hodnotu, kolik e^α krát se zmenší amplituda (intenzita) dané harmonické složky na jednotku délky. Tedy např. pro $\alpha(\omega) = 1$ to je e^1 krát, pro $\alpha(\omega) = 3$ to je e^3 krát atd.

4.2 Vliv délky narážející tyče na spektrum frekvencí pulzu

Klasická teorie 1D šíření vlny předpokládá obdélníkový pulz. Reálný pulz v 3D úloze se od obdélníku sice liší, ale i tak je jím dobře aproximován pro nastínění hlavních atributů amplitudo-fázové charakteristiky pulzu a přitom je analytické řešení ponecháno nekomplikované. Zároveň experimentálně měřený pulz přináší jistá úskalí při určování frekvenčních charakteristik, která se v teorii neprojeví, ale na experimentálních datech v důsledku šumu a omezené přesnosti techniky ano.

4.2.1 Fourierova transformace obdélníkového pulzu

Budiž obdélníkový pulz $s(t)$ o časové délce τ a amplitudě A (obr. 4.2).



Obrázek 4.2: Obdélníkový napěťový pulz $s(t)$ amplitudy A a délky τ

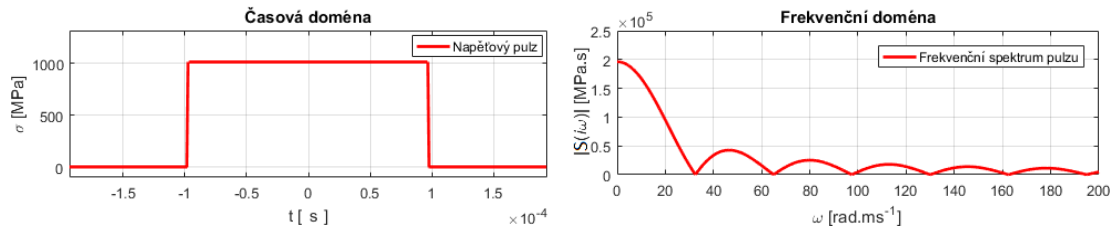
Potom pro Fourierovu transformaci pulzu z jeho symetrie plyne, že integrál členu s funkcí sinus je roven nule a transformaci lze provést uvedeným způsobem (4.2.1).

$$S(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-i\omega t} dt = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A[\cos \omega t + 0] dt = \frac{2A}{\omega} \sin \omega \frac{\tau}{2} \quad (4.2.1)$$

Fourierova transformace tedy dává po aplikaci absolutní hodnoty přímo frekvenční spektrum (absence imaginární složky). Frekvenční spektrum je sudá funkce, text se dále omezuje na kladné hodnoty ω . Platí, že (4.2.1) se rovná 0 pro $\omega = \frac{k\pi}{\tau}$; $k = 2, 4, 6, \dots$. Výjimkou je případ $\omega = 0$, kdy $|S(\omega)| = A\tau$.

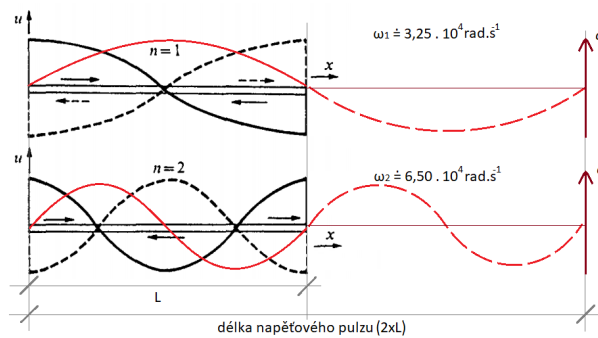
4.2.2 Významné frekvence pulzu a jejich vztah k jeho délce

Budiž náraz narážející tyče o délce $L = 0,5$ m na tyč incidentní rychlostí 50 m/s. Obě tyče mají průměr $D = 2$ cm (jednoosá napjatost), Youngův modul $E = 210$ GPa a hustotu $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$. Potom je na incidentní tyči určen průběh napětí (obr. 4.3 vlevo) a dle absolutní hodnoty (4.2.1) jeho obraz ve frekvenční oblasti (obr. 4.3 vpravo).



Obrázek 4.3: Pulz v časové (vlevo) a frekvenční (vpravo) oblasti

Pro další analýzu je potřeba znát vlastní frekvence podélného vlnění narážející tyče (důvod bude v dalších odstavcích zřejmý). Výpočet vlastních tvarů a frekvencí volného kmitání volně ložené tyče lze najít např. v [1]. Výsledné vlastní tvary v posuvech (černě) a napětích (červeně) jsou na obrázku 4.4. Přerušovaně červeně je rozšíření vlastních tvarů v napětích na délku celého pulzu.

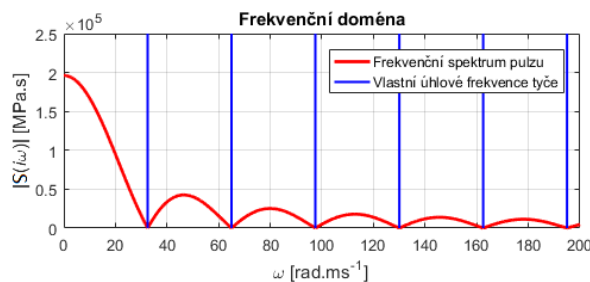


Obrázek 4.4: První 2 vlastní tvary narážející tyče v posuvech [1] (černě) rozšířené o vlastní tvary v napětích (červeně), přerušovaně červeně rozšíření na reálnou délku pulzu

Vlastní úhlové frekvence jsou určeny z řešení 1D vlnové rovnice (2.1.5) formulí (4.2.2).

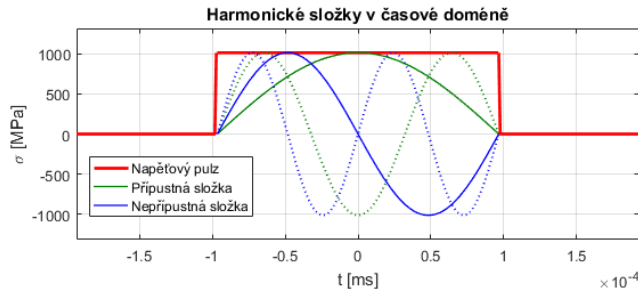
$$\omega_n = \frac{n\pi c}{L} \quad ; \quad c^2 = \frac{E}{\rho} \quad n = (0, 1, 2, \dots) \quad (4.2.2)$$

Zanesením výsledků formule (4.2.2) pro $n = \langle 1; 6 \rangle$ do obrázku 4.3 vpravo vyjde najevo, že za daných podmínek (především stejný materiál narážející a incidentní tyče) narážející tyč není schopná budit frekvence, které odpovídají jejím vlastním (obr. 4.5).



Obrázek 4.5: Frekvenční spektrum pulzu (červeně) se zanesenými vlastními úhlovými frekvencemi (modře) podélného kmitání narážející tyče

Naopak největší zastoupení mají frekvence v blízkosti poloviny vymezených intervalů. Důvod je zřejmý na obrázku 4.6, pulz se skládá převážně ze sudých goniometrických funkcí (zeleně). Liché goniometrické funkce (modře) jsou vůči naměřenému signálu ortogonální. Dvě zobrazené nepřipustné složky odpovídají prvním dvěma vlastním frekvencím na obrázku 4.4.

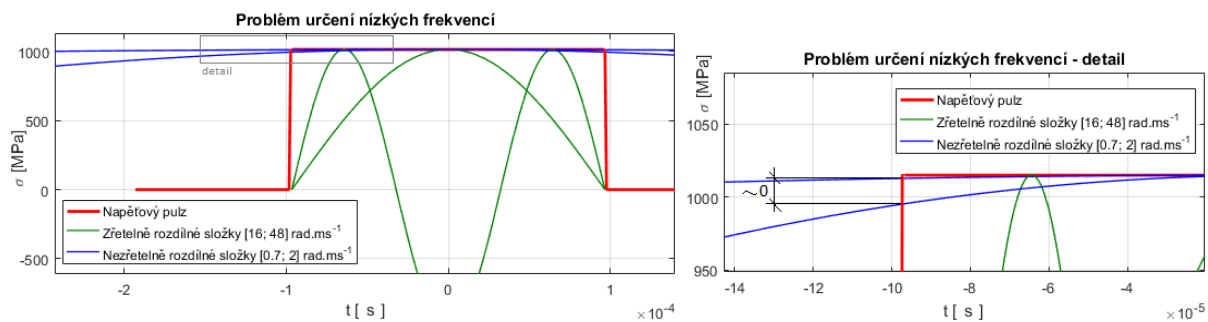


Obrázek 4.6: Znázornění připustné (zeleně) a nepřipustné (modře) složky signálu

4.2.3 Dopady specifického složení spektra frekvencí obdélníkového pulzu na experimentální měření

Frekvenční přenos se určí podílem obrazů vstupu a výstupu. Pokud signál některé frekvence na vstupu neobsahuje, neobjeví se tyto frekvence ani na výstupu (4.3). Tudíž pro vlastní frekvence narážející tyče bude nula dělena nulou. Z analytického hlediska se tedy v úloze vyskytuje několik singulárních bodů, v kterých výsledek není definován, což na řešení nemá vliv (daný bod se může interpolovat z okolních hodnot, jelikož frekvenční přenos se předpokládá spojitý). Nicméně kvůli omezené přesnosti výpočetní techniky a přítomnosti šumu jsou zkresleny hodnoty v určitém okolí těchto singulárních bodů. Toto zkreslení se pak projevuje např. při určování komplexního Youngova modulu E^* (4.1.4) jako jeho nereálné píky v oblastech singulárních bodů apod. [33]

Další neméně významný problém je určení mezí, na jakém intervalu frekvencí jsou výsledky validní. Vlastní délka narážející tyče určuje levou hranici, jelikož větší vlnová délka, než která odpovídá první vlastní frekvenci, v samotném pulzu sice být může, ale přesnost určení těchto nízkých frekvencí rychle klesá s jejich dalším zmenšováním (obr. 4.7). Pro získání nízko-frekvenční charakteristiky je zapotřebí užít dlouhých narážejících tyčí.



Obrázek 4.7: Porovnání dvou dvojic frekvencí se vzájemným podílem ~ 3

Určení pravé hranice (maximální věrohodné frekvence) tak zřejmé není. Ze zkušenosti (měření na SHPB sestavě ČVUT FD [53]) je známo, že pro tyče z hliníkové slitiny se maximální frekvence pohybují okolo 200 kHz. Tato hodnota byla určena z amplitudových charakteristik při opakovaných pokusech se stejnou narážející tyč a pozorováním, od jaké frekvence se výsledky výrazně liší v rámci provedených testů.

Teoreticky je tedy nutné vybudit pulz velmi dlouhou narážející tyčí, z které se určí jak nízkofrekvenční, tak vysokofrekvenční charakteristika. Nízkofrekvenční charakteristika se touto cestou určí dostatečně přesně, vysokofrekvenční nikoliv. Frekvenční přenos je třeba určit pomocí postupně se zvětšujících tyčí, přičemž pro generování vysokých frekvencí jsou potřeba tyče krátké. Z dlouhých pulzů nelze frekvenční přenos pro vysoké frekvence určit, jelikož je v signálu přítomný šum a různé chyby měření, které se akumulují úměrně s délkou pulzu a tlumí vliv reálných vysokých frekvencí, které se objevují převážně na počátku pulzu. Na krátkém pulzu se signál „nestihne“ šumem a chybami zakreslit a vysoké harmonické složky jsou projevem vlastností materiálu a vlastní geometrie sestavy. Na dlouhých pulzech převládá šum a chyby nad těmito projevy. Obdobný pohled na určení hranic při SHPB měření je uveden v podkapitole 4.3.3.

4.2.4 Dopady specifického složení spektra frekvencí obdélníkového pulzu na numerické řešení

Při numerickém řešení je situace odlišná. Dvě simulace, které mají stejné počáteční podmínky, stejné parametry a stejnou metodu řešení mají vždy stejný průběh a výsledek. Neexistují náhodné chyby generované vnějším prostředím (pokud není definován požadavek na míru neurčitosti). Proto má smysl porovnávat frekvenční přenosy definované pulzem jedné délky. Pulz může být dlouhý, aby obsahoval nízké frekvence bez nebezpečí kumulace šumu a náhodných chyb, které jinak při experimentech značně ovlivňují vysokofrekvenční charakteristiku. Podrobnou analýzu představují protokoly 8.2.2 a A.1.2.

4.3 Experimentální výsledky SHPB měření

Tato kapitola shrnuje závěry studií [31,32,33], jejichž znalost je klíčová v každém případě pro experimentální činnost, ale i pro numerické modelování v této práci.

4.3.1 Geometrická omezení

Měření pomocí SHPB musí být prováděno s elastickými tyčemi a za předpokladu, že disperzní efekt způsobený radiální setrvačností lze zanedbat. Vlnové délky pulzu nesmí být velikostně stejného řádu, jako průměr tyče nebo menší. Tedy čím je pulz kratší a průmět tyčí větší, tím se disperze způsobená radiálními pohyby projevuje intenzivněji.

Při klasickém SHPB měření platí, že s rostoucí frekvencí roste vliv radiální setrvačnosti a tím se zvyšuje útlum a klesá fázová rychlost těchto vysokých harmonických složek.

4.3.2 Vliv materiálu

Viskoelastický materiál způsobuje opačný efekt, vyšší frekvence se tyčí šíří rychleji. U viskoelastických tyčí tedy záleží, zda dominuje geometrická, nebo materiálová disperze. Podle toho rychlost vlny se zvyšující se frekvencí roste, nebo klesá.

4.3.3 Interval frekvencí s validními výsledky

Jako dolní limit se ukazuje frekvence, jejíž příslušná vlnová délka je dostatečně malá oproti rozdílové vzdálenosti měřících stanovišť, aby daná harmonická složka prošla několikrát (10krát) svoji periodou a byla ovlivněna materiálovými charakteristikami.

Horní limit určuje průměr tyčí. Je-li v signálu maximální frekvence taková, že příslušná vlnová délka je několikrát (10krát) větší než průměr tyčí, je pak disperze způsobená geometrií tyče zanedbatelná.

Kapitola 5

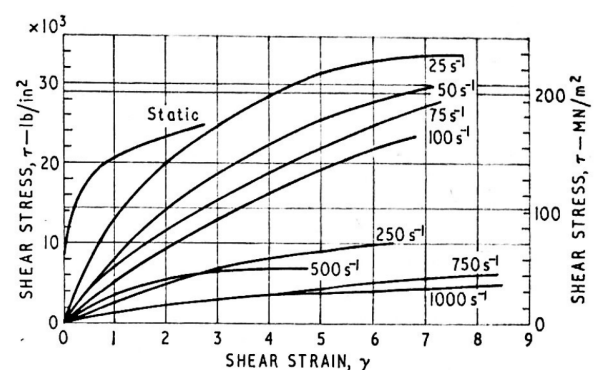
Vliv rychlosti deformace na deformační odezvu materiálu

Zkoumání dynamických vlastností materiálu se v historii věnovalo mnoho autorů. Jejich výsledky jsou však různé. Ukazuje se, že porovnávat výsledky z různých metodik testování často nelze, jelikož se při každém experimentu zavádějí jiné předpoklady (jednoosá napjatost, zanedbání radiální setrvačnosti, rovnoměrné rozložení napětí ve vzorku, jevy vlnového charakteru apod.). Často se autoři ani neshodují, zda je daný materiál na rychlost deformace citlivý. Ukazuje se, že vliv má způsob zatěžování (tahem, tlakem, smykem), při kinematickém zatěžování zvolená hladina deformace na které se testuje vliv její rychlosti na dosažené napětí, ryzost materiálu či druh slitiny nebo velikost zrn.

5.1 Historické experimentální výsledky

V literatuře lze nalézt výsledky, které si zdánlivě odporují. Např. Bitans a Whitton [34] na základě testování OFHC mědi (ušlechtilá, bez kyslíku) pomocí smykových vln (torzní deformace) tvrdí, že:

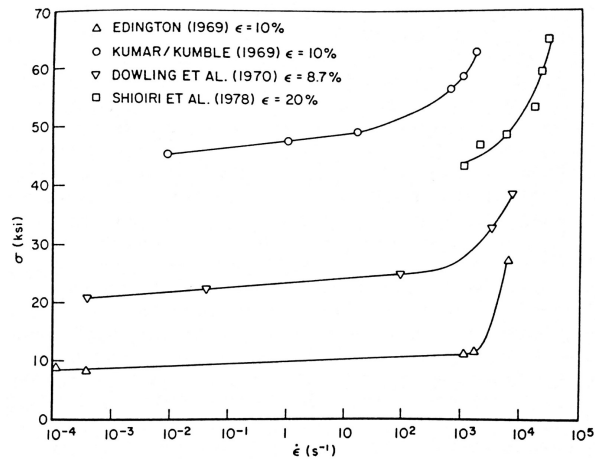
1. Napětí (pro danou deformaci) klesá s rostoucí rychlostí deformace (obr. 5.1).
2. Gradient počátku křivky deformace – napětí klesá s rostoucí rychlostí deformace (obr. 5.1).



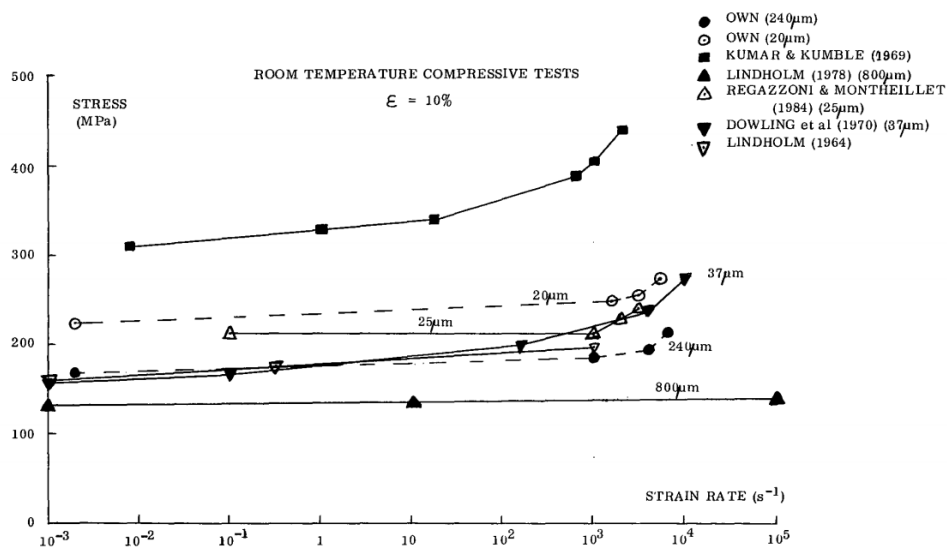
Obrázek 5.1: Dynamické smluvní diagramy (smyk) [34]

Zároveň však dodává, výsledky závisí i na tvaru vzorku. Na druhou stranu, při provedeném testování pomocí torzních vln byla z podstaty pokusu eliminována radiální setrvačnost.

Na druhou stranu jiné mnohé studie demonstrují opačný efekt při testování tahem, nebo tlakem. Pro zmíněnou měď se autoři často shodují, že napětí pro danou deformaci s rostoucí rychlostí deformace roste. Zrovna tak roste mez kluzu. Příkladem jsou grafy na obrázcích 5.2 a 5.3. Ukazuje se, že ke změně meze kluzu (k jejímu růstu) dochází okolo rychlosti deformace 10^3s^{-1} . Na obrázku 5.3 Walker [35] mj. ukazuje závislost výsledků na velikosti zrn testované mědi. Lindholmovy výsledky [36] ukazují na malou citlivost mědi s velkými zrny.

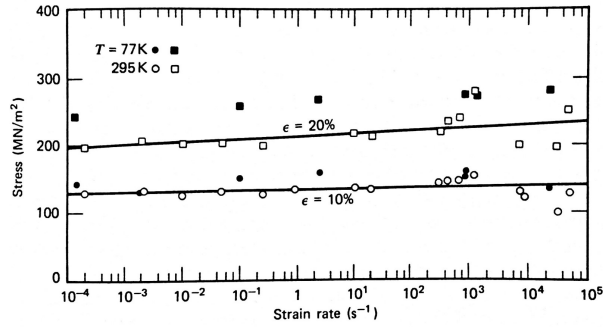


Obrázek 5.2: Dosažené napětí v měděných vzorcích při různých rychlostí deformace [37,38,39,40] (obrázek převzat z [3])



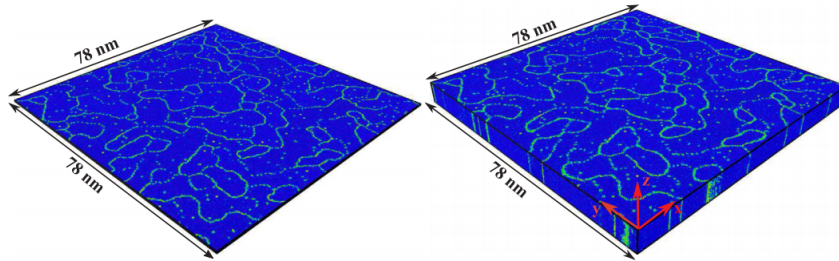
Obrázek 5.3: Dosažené napětí v měděných vzorcích při různých rychlostí deformace [38,36,41,42,43] (obrázek převzat z [35])

Lindholm [36] ukázal, že mez kluzu je rychlostí deformace téměř neovlivněna až do rychlosti deformace $10^5 s^{-1}$ (obr. 5.4). Možná příčina je právě značná velikost zrn testované mědi (obr. 5.3). Je nutné podotknout, že právě Lindholm provedl experimenty velmi pečlivě. [3]

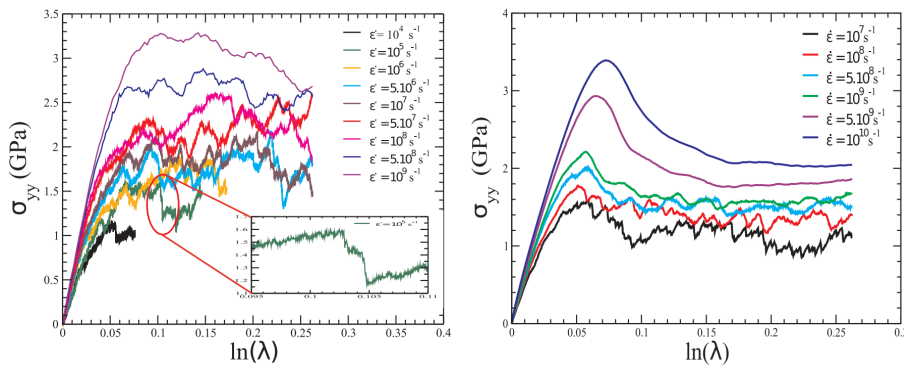


Obrázek 5.4: Dosažené napětí v měděných vzorcích pro různé rychlosti deformace [36]

Je zřejmé, že neexistují exaktní hodnoty mezi kluzu v závislosti na rychlosti deformace. Není ani jisté, zda vycházet z torzních (obr. 5.1) nebo tlakových experimentů (obr. 5.2, 5.3, 5.4). Většina autorů druhé poloviny 20. st. se však přiklání k hypotéze růstu meze kluzu s rostoucí rychlostí deformace. Stejně tak i autoři dnešní doby, kdy existuje pokročilá technologie měření a možnost komplexních simulací. Příkladem aktuálních výsledků je např. studie [44], kde byla testována měď za velmi vysokých rychlostí deformace s ohledem na velikost zrn prostřednictvím simulací na úrovni molekulární dynamiky. Simulace probíhaly na 2D a 3D modelu zatížených tahem ve směru osy y (obr. 5.5). Výsledné skutečné diagramy jsou na obrázku 5.6.



Obrázek 5.5: Testovaný 2D (vlevo) a 3D model (vpravo), zeleně viditelné hranice zrn [44]



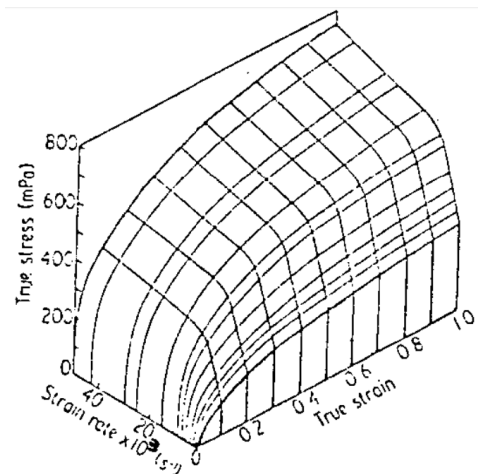
Obrázek 5.6: Skutečné tahové diagramy 2D modelu (vlevo) a 3D modelu (vpravo) pro různé rychlosti deformace [44]

5.2 Závěry pro numerické testování v praktické části práce

Optimální cestou by bylo experimentálně určit vliv rychlosti deformace na testovaný materiál, provést simulace náročnějších scénářů a ty opět validovat. Komplexní testování je však náročné jak časově, tak i po stránce precizního zvládnutí experimentu, tj. udržení podmínek za kterých je experiment platný atd.

Z výše uvedeného plyne, že závislost na rychlosti deformace lze do výpočtů praktické části práce zavést pouze přibližně. Nejprve by mělo být sledováno, zda konstitutivní rovnice materiálových modelů obohacené o časovou derivaci deformace povedou na jiné výsledky. Bude-li vliv značný, může být materiál pomocí této závislosti naladěn na odezvu z experimentálních měření, která byla pro potřeby práce provedena.

Jedna z možných variant, odkud čerpat číselné hodnoty pro praktickou část této práce, je model určený Wulfem [45] (obr. 5.7).



Obrázek 5.7: Skutečné dynamické křivky [45]

Kapitola 6

Zdroje oscilací napěťových vln v MKP řešení

Numerická řešení (MKP i matematická) jsou obecně náchylná na oscilování časových průběhů veličin, je-li vstupní buzení nespojité. Pro napěťové vlny při SHPB měření je charakteristický strmý náběh. Lze tedy předpokládat výskyt umělých oscilací.

Dále v praktické části práce (zejména v kapitole 8.2, ve které je kalibrován numerický SHPB model dle experimentů) analýzou reálně naměřených dat však vychází najevo, že počáteční oscilace pulzu v řešení pomocí MKP nejsou přímo chybou této metody a mají určitý vztah k fyzikální podstatě děje.

Tento závěr se nezdá být v úplném souladu s Kolmanem [46] prezentovanými výsledky o MKP modelu 1D kontinua a disertace [47], kde byl testován mj. náraz dvou tlustých desek (2D). Právě v těchto dokumentech jsou fluktuace nosné amplitudy prezentovány jako vlastnost metody, tedy jako chyba řešení, která mj. závisí na faktorizaci výpočtového časového kroku vzhledem ke kritickému.

Ač si výsledky této práce a literatury [46,47] zdánlivě odporují, není tomu tak. Je nutné brát v potaz, že závěry [46,47] platí pro 1D modely řešené na vlastním explicitním řešiči, závěry této práce pro 3D modely počítané řešičem LS-DYNA. Podrobné vysvětlení je ve zbývajících odstavcích této kapitoly.

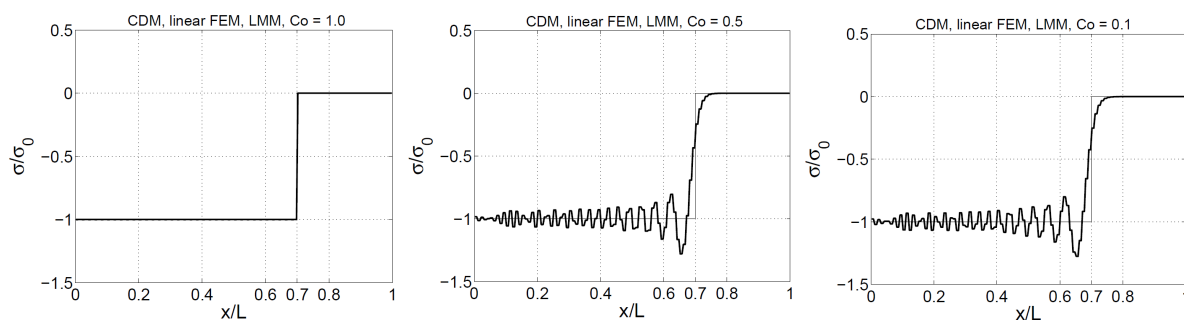
6.1 Hlavní příčiny vzniku oscilací v 1D a 2D případech

Aspekty modelu úzce související s oscilacemi jsou tři. Jednak má vliv volba časového kroku výpočtu na intenzitu oscilací, jednak výběr mezi použitím implicitní, nebo explicitní metody výpočtu na jejich polohu v rámci pulzu. Třetím faktorem je jemnost sítě.

6.1.1 Vliv délky časového kroku - zdroj oscilací - 1D

Oscilace řešení mají původ ve volbě délky časového kroku výpočtu. Budiž pomocí MKP diskretizované 1D kontinuum. Dále necht' délka elementů je stejná a materiálové konstanty neměnné. Necht' matice hmotnosti diskretizované soustavy je *diagonální*. Necht' t_{krit} je kritický časový krok *explicitní* metody použité pro výpočet. Potom pro výpočtový časový krok $\Delta t = \alpha t_{krit}$ platí:

- $\alpha > 1 \implies$ metoda je nestabilní,
- $\alpha = 1 \implies$ výpočet je na hranici stability a **parazitní oscilace se neprojevív** (obr. 6.1a),
- $\alpha < 1 \implies$ výpočet je stabilní a **projevív se parazitní oscilace** (obr. 6.1b - 6.1c).
Lze ukázat, že zmenšováním faktoru α řešení postupně konverguje k výsledku s oscilacemi.



(a) Cour. č. = 1 (kritický krok) (b) Courantovo číslo = 0.5 (c) Courantovo číslo = 0.1

Obrázek 6.1: Napěťový pulz generovaný na jednom z konců 1D modelu [46]

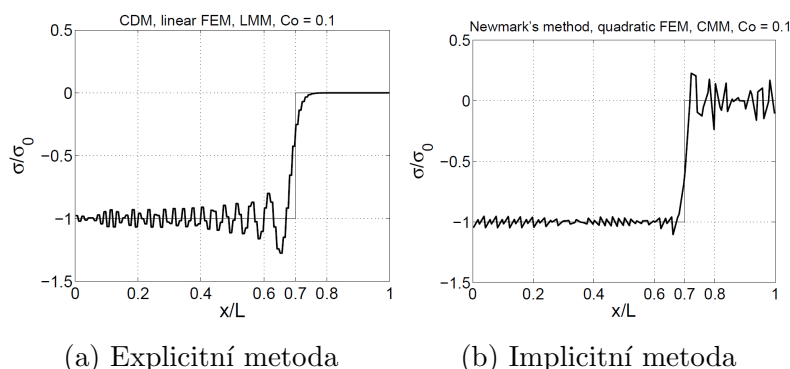
Je zřejmé, že 1D kontinuum lze diskretizovat tak, aby byl pro všechny elementy kritický časový krok stejný. Pro obecné 3D kontinuum toto nastavit prakticky nelze. Tomuto stavu se dá pouze blížit zmenšováním sítě (existuje však i sofistikovaná a pozoruhodná metoda, kterou popsal Casadei a Halleux [48], v principu se jedná o výpočet s různým časovým krokem pro jednotlivé elementy).

Zároveň z uvedeného plyne, proč v protokolech A.1.3 - A.1.5 není odhalen vliv faktoru časového kroku (α). Faktor nebyl nikdy zvolen větší než výchozí hodnota 0,9. Dokonce byl naopak pouze zmenšován. Nastavení faktoru na hodnotu 1 však nemá v případě testování SHPB žádný význam. Předpokládá se simulování sestavy se vzorkem a především s tvarovačem, který má rozměr délky často menší než 1 mm. Na tuto délku je potřeba použít adekvátní množství vrstev elementů, a tak kritický časový krok úlohy bude o řád menší než kritický časový krok pro elementy tyčí o rozměrech hran okolo 1 mm.

Řešením není ani generovat pro všechny komponenty stejně jemnou síť, jako pro nejmenší z nich (tvarovač). To vede na úlohu o rozměru v řádu desítek (stovek) milionů elementů. Takový model není pro „inženýrskou“ experimentální mechaniku s podporou MKP žádným přínosem. Nelze jej použít pro rychlé návrhy experimentů. Navíc by vznikl další problém, a to že se zjemňující se síť bude model schopen přenášet mnohem vyšší frekvence (protokoly A.1.2 - A.1.5), čehož reálná tyč v sestavě schopna není. Na druhou stranu vysoké frekvence by se mohly velmi efektivně tlumit jedním z implementovaných tuhostních tlumení (popis tlumení Příloha D, jeho kalibrace protokol 8.2.2), což by však opět neúměrně navýšilo výpočtový čas. Navíc by zcela jistě byla potřeba mnohem více než jedna simulace pro zjištění citlivosti modelu, čímž se úloha definitivně stává teoretickou, v praxi nespočitatelnou.

6.1.2 Vliv výběru metody časové integrace - explicitní a implicitní - 1D

V poskytnutých materiálech [46] je ukázáno, že pro explicitní metodu se oscilace objevují za čelem vlny (obr. 6.2a), zatímco pro implicitní před ním (obr. 6.2b).

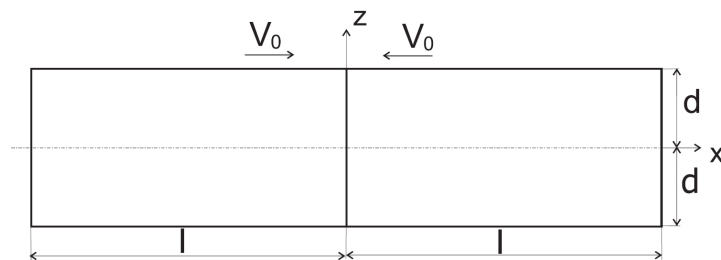


Obrázek 6.2: Napěťový pulz generovaný na jednom z konců 1D modelu [46]

Kód LS-DYNA používá pro integraci právě explicitní schéma s diagonální maticí hmotnosti, a to konkrétně metodu centrálních diferencí (viz teoretický manuál [60]). Což nutně implikuje, že schéma LS-DYNA má vlastnosti popsané výše a je tak možné tyto závěry aplikovat na všechny průběhy napětí v této i předešlé práci [24].

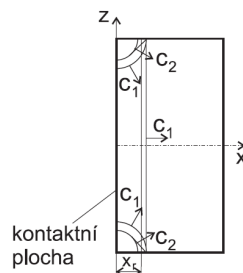
6.1.3 Vliv jemnosti sítě, časového kroku a metody integrace - 2D

Kolman [47] se ve své práci věnuje především popisu disperze na 2D prvcích druhého řádu. V tamní kapitole Příklady je však mj. modelován náraz dvou tlustých o nekonečném příčném rozměru rychlostí v_0 (obr. 6.3).



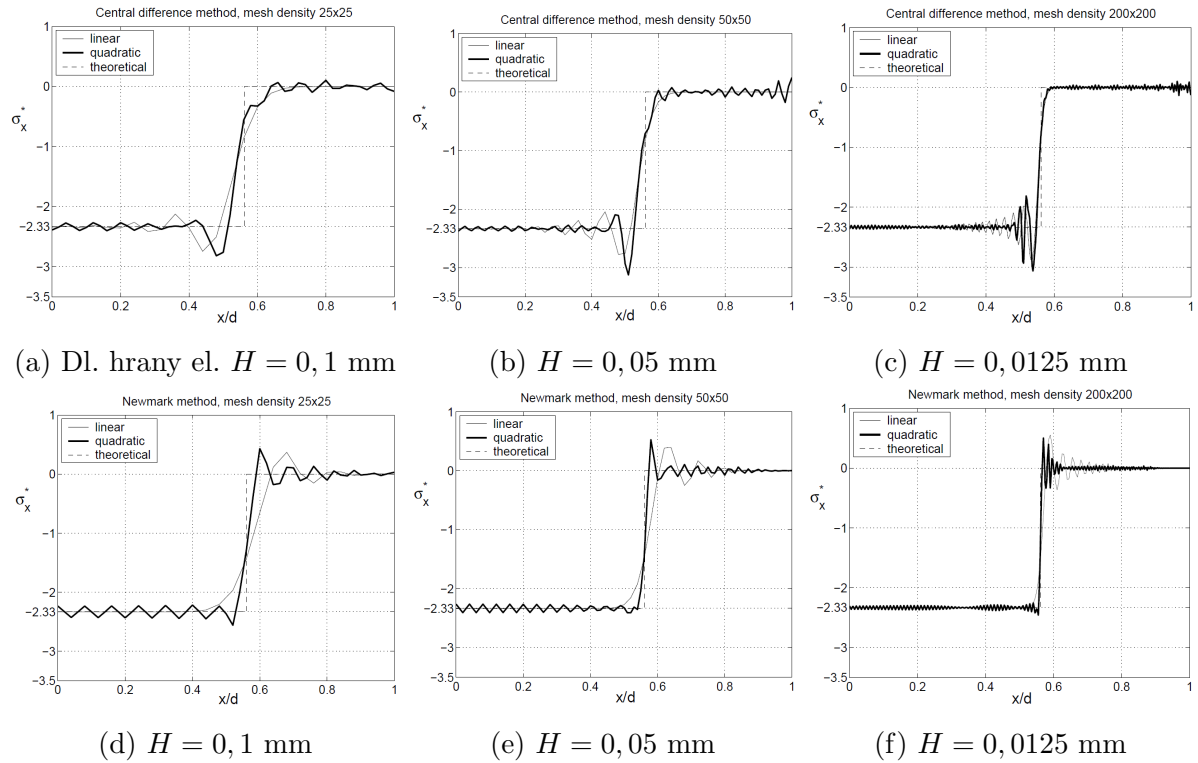
Obrázek 6.3: Schéma rázu dvou tlustých desek [47]

Autor dále popisuje generování primární rovinné vlny a sekundární odvolného povrchu tyče o rychlosti c_1 a také vznik odlehčovací smykové vlny o rychlosti c_2 (obr. 6.4). Stejně vlny jsou pozorovány v protokolu A.1.1, kde rozměry úlohy zaručují v dostatečně dlouhém čase možnost měření odezvy jako rázu nekonečného poloprostoru bez vlivu povrchu použitého válce. Situace v této úloze rázu desek je analogická.



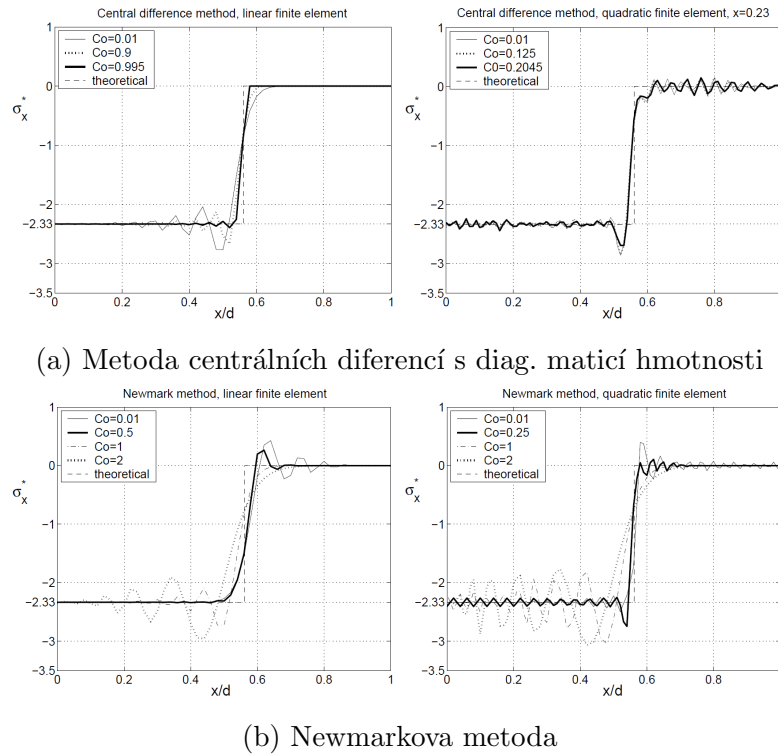
Obrázek 6.4: Pohyb vlnových čel při rázu tlustých desek (zobrazena pravá deska) [47]

První sada obrázků (obr. 6.5) znázorňuje efekt zjemňování sítě pro explicitní metodu centrálních diferencí s diagonální maticí hmotnosti (nahore) a Newmarkovu implicitní metodu (dole). Courantovo číslo úlohy je pro všechny případy $C_0 = 0,125$. Je zřejmé, že jemnější síť je schopna přenést (generuje) vyšší frekvence. Stejných výsledků je dosaženo i v protokolech A.1.2 - A.1.5. Dále analogicky k 1D modelu, u explicitního schématu se oscilace objevují za čelem vlny, u implicitního před čelem.



Obrázek 6.5: Průběh osového napětí σ_x pro různě jemné sítě pro metodu centrálních diferencí (nahore) a Newmarkovu metodu (dole) [47]

Druhá sada obrázků (obr. 6.6) ukazuje vliv hodnoty časového kroku. Délka hrany elementu je v každém případě $H = 0,05$ mm. Porovnány jsou opět lineární (vlevo) i kvadratické (vpravo) prvky pro metodu centrálních diferencí s diagonální maticí hmotnosti (nahore) a Newmarkovu metodu (dole). Je zřejmé, že zmenšování kroku vede k zesílení oscilací. Stejných výsledků je dosaženo v protokolu A.1.6.



Obrázek 6.6: Průběh osového napětí σ_x určený na lineárních (vlevo) a kvadratických (vpravo) prvcích pro různá Courantova čísla C_0 [47]

6.2 Interpretace závěrů o 1D a 2D MKP modelu a konfrontace s 3D modelem

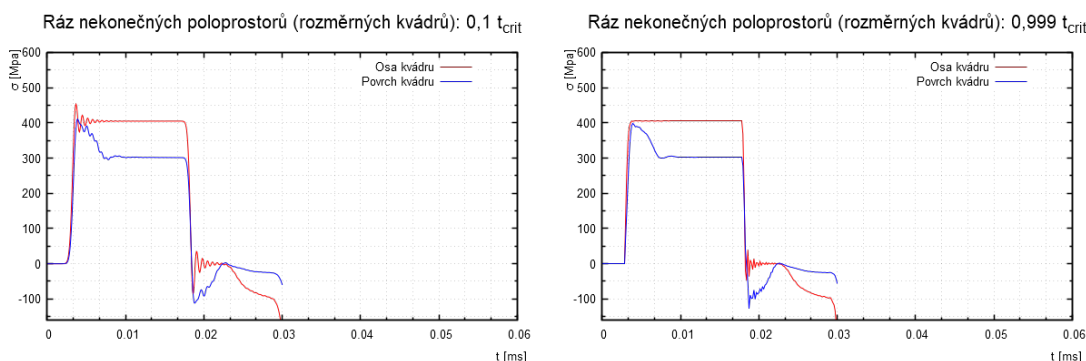
Jsou porovnány Kolmanovy závěry o 1D a 2D modelech [46,47] s výstupy 3D modelů tenkých tyčí z citlivostní analýzy (Příloha A) a je prokázána jejich konzistentnost.

6.2.1 Konzistentnost s výsledky praktické části práce

Implicitní integrace v čase není pro danou 3D úlohu spočitatelná v rozumném čase (příliš mnoho stupňů volnosti a tudíž velká matice při iteračním výpočtu, který je pro implicitní metodu typický) a nebude diskutována.

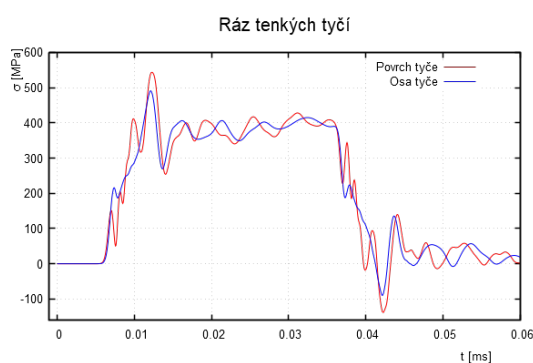
Výpočet standardní explicitní metodou pro různé časové kroky výpočtu je však snadno proveditelný. Příslušný protokol uzavírá citlivostní studii v Příloze A, kde jsou uvedeny všechny podrobnosti simulací. V principu se jednalo o testování vlivu délky výpočtového kroku na dostatečně rozlehlé 3D síti krychlových elementů stejné velikosti bez ovlivnění okrajovými podmínkami. Tím byl v kombinaci s poznatky celé citlivostní studie vyřešen paradox zdánlivého protičření si Kolmana [46,47] s touto prací. Výstižné vysvětlení poskytují 2 sady vhodně vybraných průběhů (obr. 6.7, 6.8) z celé citlivostní studie (Příloha A). Každý z průběhů je měřen na netlumeném modelu a ve vzdálenosti v řádu centimetrů od místa buzení, není-li uvedeno jinak.

Na první dvojici obrázků (obr. 6.7) je porovnán případ použití téměř kritického a desetinného výpočtového kroku v dostatečně rozlehlé síti krychlových elementů bez ovlivnění okrajovými podmínkami. Vliv faktoru časového kroku je zřejmý a ve shodě s Kolmanovými výsledky [47]. Se zmenšujícím se výpočtovým inkrementem rostou oscilace řešení.



Obrázek 6.7: Průběh napětí na poloprostoru zatíženého rázem pro Courantovo číslo $C_0 = 0.1$ (vlevo) a $C_0 = 0.999$ (vpravo)

Druhá sada průběhů (obr. 6.8) představuje situaci v tenké tyči (průměr 2 cm) stejného materiálu (slitina hliníku) na ose a povrchu tyče. Použitý faktor kroku 0,9 je v tomto případě irelevantní informace, jelikož výpočtový inkrement byl určen elementem nejmenších rozměrů a vztah kroku elementů použitých pro výstup ke kritickému kroku není znám. Od hodnoty 0,9 však dílčí faktory pravděpodobně nebudou příliš vzdálené. Ačkoli jsou pulzy (obr. 6.8) přibližně dvakrát delší oproti pulzům na modelu nekonečného poloprostoru (obr. 6.7), je efekt okrajových podmínek v podobě volného povrchu pláště tyče zřejmý. Vznikají oscilace, způsobené radiální setrvačností, resp. interními odrazy vlny od povrchu tyče, kde mj. je efekt intenzivnější (červeně). Je nutné připomenout, že tenzometrická měření na sestavě SHPB probíhají právě na povrchu tyče.



Obrázek 6.8: Průběh napětí v tenké tyči zatížené rázem pro Courantovo číslo nejmenšího elementu úlohy $C_{0max} = 0.9$

A právě radiální setrvačnost a interní odrazy vlnění jsou aspekt, který 1D MKP model použitý Kolmanem [46] nemůže popsat, tudíž oscilace s tím související nemohly být pozorovány, což správně vedlo k izolování projevu chybovosti numerické metody. Na 3D modelu vlastního šíření vlny tenkou tyčí (SHPB) evidentně převažují oscilace související s reálnými fyzikálními ději, a také je zřejmě v kódu LS-DYNA implementován běžným uživatelům neznámý („know-how“ vývojářů kódu) mechanismus částečného potlačení parazitních vln.

Očividně je nutné rozlišovat mezi dvěma typy vysoko-frekvenčních oscilací vlny:

- numerické oscilace - vlastnost metody řešení,
- fyzikální oscilace - důsledek geometrie tenké tyče.

Amplituda každého z typů oscilací obecně závisí na metodě řešení (včetně způsobu časové i prostorové diskretizace) i na materiálových a geometrických vlastnostech modelu.

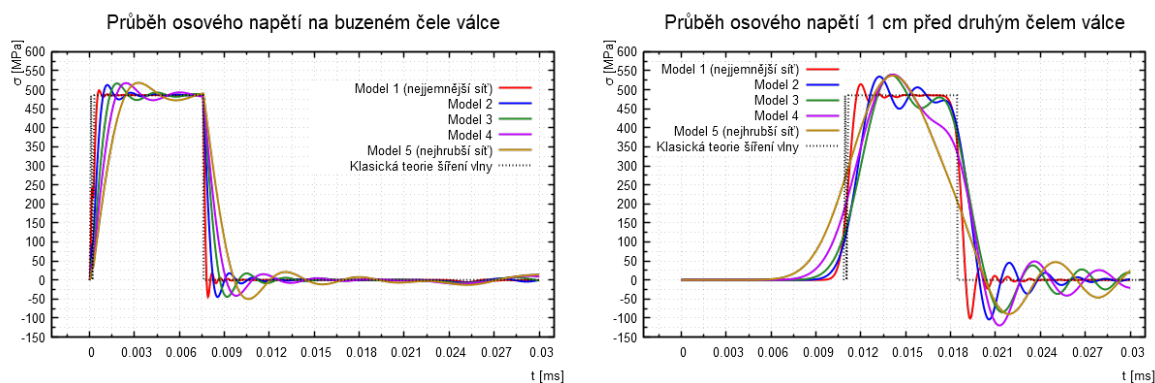
6.2.2 Dodatek - Izolované pozorování numerických a fyzikálních oscilací

Tento dodatek (zároveň s dodatkem v protokolu A.1.6) vznikl v samotném závěru práce po provedení citlivostní studie (Příloha A), kalibrace (protokoly 8.2) i numerické analýzy tvarování vln (kapitola 8.3), tedy po nabytí znalostí z praktické části. Přirozeně zde uvedená fakta nemohla být v praktické části využita (zejména pro ladění vysoko-frekvenční složky pulzu kalibrací nominálního Poissonova čísla SHPB tyčí). Jsou to však fakta natolik důležitá, že je vhodné je alespoň pro úplné dovysvětlení uvést.

6.2.2.1 Numerické oscilace

Numerické oscilace lze odděleně od fyzikálních pozorovat na úloze rázu nekonečných poloprostorů (obr. 6.9). Křivky jsou vyneseny od případu nejjemnější sítě po nejhrubší. Podrobný popis úlohy je v protokolu A.1.2 citlivostní studie.

Ukazuje se (obr. 6.9), že hrubší sítě jsou na numerické oscilace náchylnější než jemné a že chování konečně-prvkové sítě jako vysoko-frekvenčního filtru je s těmito oscilacemi úzce spjato (kvantitativní popis sítě jako filtru je též v protokolu A.1.2).



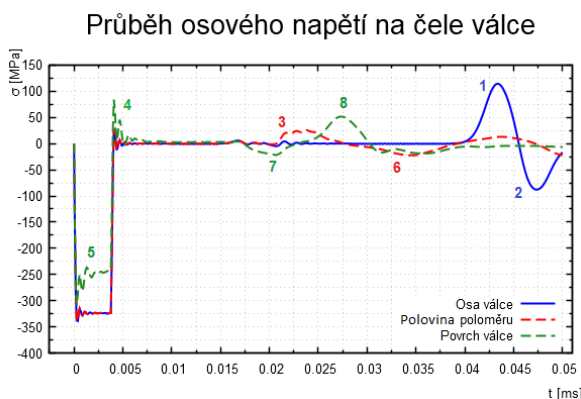
Obrázek 6.9: Průběh napětí na poloprostoru zatíženého rázem ve vzdálenosti $z = 0$ mm (vlevo) a $z = 65$ mm (vpravo) od místa nárazu pro nejjemnější síť (červeně) až po nejhrubší (tmavě žlutě) včetně řešení 1D vlnové rovnice (tečkovaně)

6.2.2.2 Fyzikální oscilace

Při simulování nejjemnějšího modelu (obr. 6.9 červeně) po dostatečně dlouhou dobu (obr. 6.10) lze pozorovat kromě numerických oscilací (5) a (4) při přechodu ze stavu jednoosé deformace do stavu jednoosé napjatosti na povrchu modelu i fyzikální oscilace (1) a (2). Dramatický průběh oscilací (5) a (4) oproti případu na obrázku 6.7 je dán

rozdílnou náhradou nekonečného poloprostoru. V tanním případě je použit kvádr, zde válec. Vzruchy (7), (3), (8), (6) jsou diskutovány v protokolu A.1.1 a nyní nejsou podstatné.

Vlna (2) je od osy odražená vlna (1), která svým načasováním je nutně důsledkem buzení primární tlakové vlny (dáno rychlostí šíření vlny v použité slitině hliníku). Vlna (1) je projevem radiálního posuvu materiálu postupujícím od povrchu směrem k ose válce.

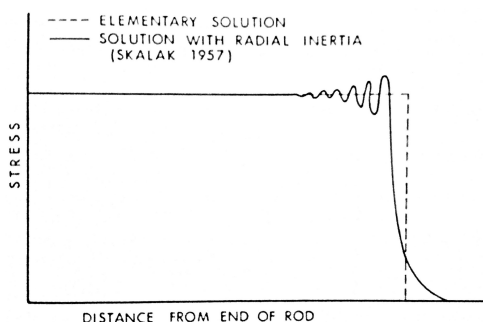


Obrázek 6.10: Průběh napětí na plášti, v polovině poloměru a na ose válce na jeho buzeném čele (na číselné značky je odkazováno v textu výše)

Obrázek 6.10 popisuje situaci na tyči o průměru $D = 500$ mm. Situace se změní pro tenkou tyč s řádově menším průměrem, kdy se vlna (1) resp. (2) opět projeví na povrchu již po průměru odpovídajícím krátkém čase, bezprostředně po náběhu vlny. Tyto vzniklé oscilace makroskopicky popisuje i Skalakov [2] řešení (obr. 6.11) 1D vlnové rovnice obohacené o člen radiální setrvačnosti (6.2.1), kde u je podélný posuv, c rychlost šíření vlny, ν Poissonovo číslo a K gyrační poloměr tyče.

$$\ddot{u} = c^2 u_{xx} + \nu^2 K^2 \ddot{u}_{xx} \quad (6.2.1)$$

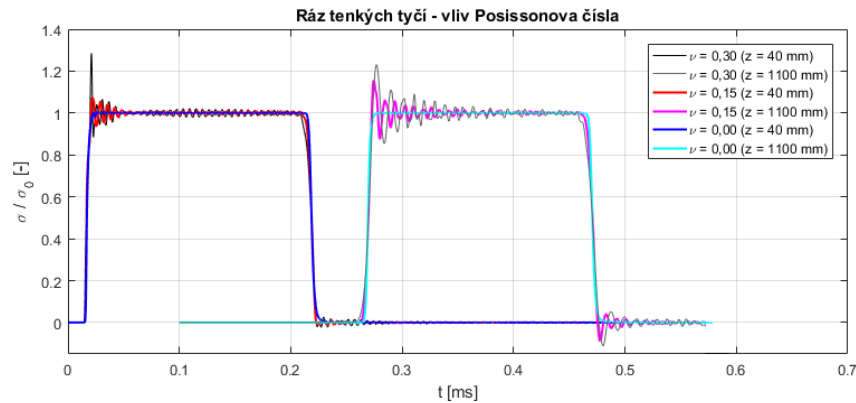
Podrobně je tato i další rovnice diskutována v teoretické části v kapitole 2.1.



Obrázek 6.11: Řešení klasické vlnové rovnice (přerušovaně) a Loveho rovnice (6.2.1) [2]

Rovnice (6.2.1) a její řešení (obr. 6.11 spojitě) přímo vybízí k simulaci rázu 3D tenkých tyčí pro různá Poissonova čísla včetně případu $\nu = 0$, kdy člen radiální setrvačnosti v rovnici (6.2.1) vymizí a úloha by teoreticky měla vést na elementární řešení (obr. 6.11 čárkovaně).

A skutečně, odezvy měřené ve vzdálenosti $z = 40$ mm a $z = 1100$ mm od místa kontaktu tyčí o průměru $D = 20$ mm (podrobný popis úlohy v protokolu A.1.6) pro různá Poissonova čísla ν na obrázku 6.12 závislost na ν potvrzují. Navíc dle modrých průběhů ($\nu = 0$) je dokázáno, že v řešení dominují fyzikální oscilace způsobené radiální dynamikou. Lokální extrém ve vzdálenosti $z = 40$ mm pro případ $\nu = 0,3$ (černě) je pravděpodobně navýšen i nedokonalým kontaktním algoritmem a dokonale rovinným dopadem narážející tyče v kombinaci s radiální setrvačností (podrobná analýza v protokolech A.1.4 a 8.2.1).



Obrázek 6.12: Vliv Poissonova čísla tyčí na výskyt vysoko-frekvenčních oscilací, měřeno 40 mm (tmavě) a 1100 mm (světle) od místa nárazu

PRAKTICKÁ ČÁST

Kapitola 7

Šablona protokolu

Toto je šablona, dle které jsou vyhotoveny všechny následující protokoly.

7.1 Typ studie

Jedná se buď o citlivostní studii, kalibraci numerického modelu podle experimentu, nebo numerickou analýzu.

7.1.1 Název protokolu

Zde je uveden výstižný název simulace nebo činnosti, která je předmětem zájmu.

7.1.1.1 Motivace

V této sekci je vylíčen smysl úlohy.

7.1.1.2 Slovní popis úlohy

Úloha je stručně slovně popsána.

7.1.1.3 Cíle

Zde jsou uvedeny hlavní cíle úlohy v bodech.

1. První cíl.

...

n. Poslední cíl

7.1.1.4 Popis modelu

V tabulce je uvedena simulovaná sestava (geometrie, materiálové konstanty a počáteční kinematika).

7.1.1.5 Parametry simulace

V tabulce jsou uvedeny aktivované parametry simulace (jemnost výstupu, časový krok apod.).

7.1.1.6 Grafické výstupy s komentářem

V tomto odstavci jsou výstupy v podobě grafů, průběhů veličin a tabulek s popisem. Výsledky jsou prezentovány striktně v pořadí vytyčených cílů 7.1.1.3.

7.1.1.6.1 První cíl

...

7.1.1.3.n Poslední cíl

7.1.1.7 Shrnutí výsledků

Tj. objektivní zhodnocení, zda bylo dosaženo definovaných cílů úlohy, kvantifikace výsledků a jejich kvalitativní popis prezentovaný v bodech či v přehledné tabulkové formě.

Kapitola 8

Protokoly

Předložené protokoly jsou chronologicky dle vyhotovení uspořádány do 3 skupin:

1. Citlivostní studie řešiče LS-DYNA

- Postihnutí základních fyzikálních principů
- Prostorová diskretizace
- Časová diskretizace
- Šíření nekonečným poloprostorem a tenkou tyčí
- Typ integrace a kontroly módů s nulovou deformační energií
- Tlumení
- Analýza kontaktu

2. Kalibrace numerického modelu podle experimentu

- Kalibrace okrajových podmínek - nedokonale rovinný dopad narážející tyče
- Kalibrace elastického materiálu tyčí
- Kalibrace elasto-plastického materiálu tvarovačů

3. Numerická analýza tvarování incidentních napěťových vln pro SHPB měření

- Konvenční metody
- Nekonvenční metody

V rámci citlivostní studie jsou prezentovány pouze výsledky. Protokoly v plném rozsahu jsou dostupné v Příloze A. Porovnání napěťových průběhů ze SHPB měření a zkalibrovaného MKP pro 40 různých variant měděného tvarovače je v Příloze B.

8.1 Citlivostní studie řešiče LS-DYNA: shrnutí Přílohy A

Byla provedena velmi podrobná citlivostní studie řešiče LS-DYNA. Testovány byly různé varianty numerické integrace, kontroly deformačních módů s nulovou deformační energií apod. Zkoumán byl i vliv jemnosti diskretizace a to jak časové, tak prostorové. V neposlední řadě byla citlivostní studie zaměřena na testování parametrů okrajových podmínek. Uvedené testované parametry jsou převážně obecné, pro komerční řešiče společné, často se liší pouze názvoslovím. Nicméně některé varianty nastavení mohou být úzce spjaty pouze s řešičem LS-DYNA. Stručný teoretický popis zkoumaných parametrů je v Příloze D. Podrobný popis je v manuálech [59,60,61], z kterých byly informace převážně čerpány. Druhým nepostradatelným zdrojem byla online podpora [64,65,66,67,68].

Výsledky citlivostní studie byly často konfrontovány se závěry z předešlé práce [24]. Byly zpětně analyzovány dopady použití tamního modelu a dovysvětleny nejasné pasáže textu. Zvláště v návaznosti na předešlou práci:

1. byly identifikovány možné příčiny vzniku vysokých lokálních extrémů na počátku pulzu a
2. byl vysvětlen paradox, proč se v předešlé práci [24] jevil jako vhodnější model s méně jemnou sítí.

Studie probíhala od základních úloh šíření vln MKP modelem nekonečného poloprostoru po šíření vlnění v tenkých elastických tyčích. Tento postup zaručuje dostatečnou obecnost závěrů pro numerické modelování. K obecnosti přispívá i provedené propočítání všech možných uvažovaných kombinací testovaného nastavení v počátcích studie a až následná eliminace kombinací vedoucích na stejné výsledky. Tímto způsobem bylo vyhodnoceno více než 6000 scénářů.

Závěry citlivostní studie mohou být v plném rozsahu využity i v budoucích aplikacích, obecně v úlohách šíření elastických vln řešených explicitní časovou integrací. Na druhou stranu tato kapitola svým rozsahem neúměrně přesahuje zbylé kapitoly praktické části této práce (kalibraci modelu a numerickou analýzu tvarování vln), oproti kterým představuje větší počet informací, ale na úkor přehlednosti. Některé úvahy tak vyžadují vysokou koncentraci čtenáře. Navíc studie probíhala formou hypotéza - ověření - reformulace hypotézy. Počáteční hypotézy byly často nesprávné a k reformulacím docházelo v průběhu tvorby následných protokolů. Proto provedená citlivostní studie svým charakterem nezapadá do konceptu této práce, kde je stěžejní snahou prezentovat především dosažené výsledky.

Proto je přistoupeno ke kompromisu oddělením podrobně zpracovaných protokolů citlivostní studie do Přílohy A. Zde v samotné práci jsou prezentovány pouze důležité závěry v přehledné formě s odkazy na příslušné protokoly přílohy.

8.1.1 Postihnutí základních fyzikálních principů

Byl vytvořen dostatečně rozsáhlý MKP model nekonečného poloprostoru. Buzení bylo předepsáno definovanou rychlostí uzlů počáteční roviny poloprostoru. Celý protokol viz kapitola A.1.1.

Stěžejní závěry:

- Vlny se šíří v kulových vlnoplochách.
- Fázová rychlost vlny odpovídá reálné.

8.1.2 Prostorová diskretizace

Na vytvořeném modelu nekonečného poloprostoru byl testován a kvantifikován vliv jemnosti prostorové diskretizace. Buzení proběhlo opět pomocí definice rychlosti uzlů v počátku poloprostoru. Kvantifikace proběhla na základě frekvenční analýzy, sledována byla rychlost vln pro jednotlivé frekvence, resp. Youngův modul. Popsány byly koeficienty útlumu i vlnová čísla. Celý protokol viz kapitola A.1.2.

Stěžejní závěry:

- Konečně-prvková síť vykazuje chování obdobné dolní propusti (vysoko-frekvenčního filtru). Se zjemňováním sítě je model schopen *přijmout* a *přenášet* vyšší frekvence. Jako vstupní buzení byl použit obdélníkový pulz obsahující dostatečně široké pásmo frekvencí.

Hodnotou maximální *přijaté* frekvence je vyrozuměna maximální frekvence přítomná (resp. se zanedbatelným zeslabením) v pulzu v bezprostřední blízkosti buzení.

Hodnotou maximální *přenesené* frekvence je vyrozuměna maximální frekvence přítomná (resp. se zanedbatelným zeslabením) v pulzu v dostatečné vzdálenosti od místa buzení.

Číselné hodnoty dolních propustí pro jednotlivé modely jsou v tabulce 8.1.

Model	Rozměr elementů	Dolní propust buzení	Dolní propust šíření
1	1 mm	2,5 MHz	1,2 MHz
2	3 mm	1,0 MHz	0,6 MHz
3	5 mm	0,6 MHz	0,4 MHz
4	7 mm	0,4 MHz	0,3 MHz
5	10 mm	0,3 MHz	0,2 MHz

Tabulka 8.1: Kvantifikace chování sítě jako dolní propusti

- S hrubostí sítě roste chyba rychlosti šíření „informace“ o buzení. Počátek vlny je v místě měřitelný dříve než po charakteristické době (podíl vzdálenosti od místa buzení a nominální fázové rychlosti vlny). Na druhou stranu k náběhu napětí na maximální hodnotu dochází později (se stejnou, ale opačně orientovanou chybou). Náběh vlny má tedy u hrubší sítě menší sklon. Tj. hrubá síť není schopna popsat vysoké frekvence pulzu.
- Bylo sestaveno hodnocení charakteristických frekvenčních pásem na základě experimentálních znalostí [53], dle kterých se v hliníkové slitině tyčí vyskytují frekvence o maximální hodnotě 200 kHz (tab. 8.2). Na základě tohoto hodnocení se přistupuje k použití výhradně jemné sítě (1 mm). U hrubé sítě dochází ke ztrátě informace o nízkých frekvencích. U jemné sítě lze přebytečné vysoké frekvence filtrovat, viz podkapitola 8.1.6.

Model	Rozměr elementů	135 - 200 kHz	200 - 1000 kHz	>1 MHz
1	1 mm	přesné	hrubá chyba	malá chyba
2	3 mm	přesné	hrubá chyba	téměř přesné
3	5 mm	přesné	malá chyba	přesné
4	7 mm	malá chyba	téměř přesné	přesné
5	10 mm	hrubá chyba	přesné	přesné

Tabulka 8.2: Shoda přenosu frekvencí konečně-prvkovou sítí s předpoklady z experimentů

- Fázová rychlost klesá s rostoucí frekvencí - odpovídá reálnému kontinuu, resp. materiálové disperzi elastického materiálu.

8.1.3 Časová diskretizace

Byl testován vliv jemnosti časové diskretizace. Kritický krok explicitního výpočtu je určen nejmenším elementem modelu, řešič LS-DYNA používá v základním nastavení faktorizaci kroku 0,9. V protokolech A.1.3 - A.1.5 bylo testováno zjemňování kroku bez pozorovatelných změn. Zásadní je však protokol A.1.6 v kombinaci s teoretickou kapitolou 6 o numerických oscilacích na 1D modelech, kde je pojednáno o vzniku numerických oscilací v řešení.

Stěžejní závěry:

- Nechtě je model tvořen elementy se stejným kritickým časovým krokem (zpravidla nemůže u reálného modelu nastat) a dále nechtě je matice hmotnosti modelu diagonální (platí pro LS-DYNA). Faktorizace časového kroku je pak zdrojem numerických oscilací řešení. Zmenšováním faktoru na hodnotu 0,7 míra oscilací roste, dalším snižováním již zanedbatelně. Naopak zvyšováním faktoru do hodnoty 0,99 dochází k eliminaci oscilací. Limitním blížáním k hodnotě 1 (0,999) nastávají komplikace se stabilitou řešení.
- Frekvence parazitních oscilací závisí na velikosti elementu (prot. A.1.2, obr. A.10). Tato frekvence roste se zjemňováním sítě a zároveň dochází k rychlejšímu útlumu.
- U šíření vln tenkou tyčí je časový krok určen nejmenším elementem a opravdové dílčí faktory se tak pro většinu elementů pohybují právě okolo hodnoty 0,7. Numerické oscilace jsou tedy přítomny. Nicméně v řešení převládají oscilace spojené s radiální setrvačností (fyzikální oscilace). Ty numerické jsou v tomto případě (průměr tyčí 20 mm, hliníková slitina) zanedbatelné. Proces šíření radiálních vln je popsán v protokolu A.1.1.

8.1.4 Šíření nekonečným poloprostorem a tenkou tyčí

K přechodu od analýzy modelu nekonečného poloprostoru k tenkým tyčím došlo v protokolu A.1.4. Silně se projevíly oscilace pulzů způsobené radiální setrvačností.

Stěžejní závěry:

- Oscilace pozorované při simulaci vlnění v tenké tyči jsou reálný fyzikální děj. Pozorovány jsou zrovna tak v experimentální části (kap. 8.2).
- Konečně-prvková síť se chová *ortotropně* (resp. krychlový element má ve 3 směrech stejné vlastnosti, v ostatních směrech se vlastnosti liší, pojem *ortotropie* tak není

přesný, spíše se jedná o speciální případ anizotropie). Hranice dolní propusti frekvencí v *daném* směru závisí pouze na jemnosti sítě v *daném* směru. Tzn. použitím elementů nevhodných tvarů (jeden rozměr převládá) za účelem zmenšení rozměru úlohy dochází ke zvyšování ortotropnosti sítě, což s sebou nese patřičné negativní následky.

Modelová situace: Použitím jemné sítě v podélném směru a hrubé v příčném bude dobře popsáno podélné šíření vlny (rychlost vlny, úhel náběhu), která však bude mít zkreslený tvar, jelikož není dostatečně popsána radiální dynamika a vnitřní odrazy vlnění od pláště tyče.

8.1.5 Typ integrace a kontroly módů s nulovou deformační energií

Typy numerické integrace je myšlen počet integračních bodů elementu (konstantní element, úplná, selektivní aj.). Kontrolou módů s nulovou deformační energií je myšlena procedura zvaná „hourglass control“. Bylo testováno množství kombinací na modelu nekonečného poloprostoru i na tenkých tyčích, na hrubé i na jemné síti (prot. A.1.3, A.1.4).

Stěžejní závěry:

- Na hrubé síti (délka hrany elementu $H = 1$ cm) různé typy numerické integrace vedou na kvalitativně srovnatelné (ve většině případů na stejné) výsledky. Jemně rozdílné výsledky byly dosaženy u tenkých tyčí s hrubou sítí pro různé kontroly „nulových módů“ deformace v kombinaci s některým z typů numerické integrace. To poukazuje na nedostatečně jemnou diskretizaci pro popis radiální dynamiky. S jistou mírou neurčitosti lze prohlásit, že úplná integrace vede na více oscilující výsledky.
- Na jemné síti ($H = 1$ mm) jsou všechny typy subprocedur ekvivalentní. V malém objemu elementu téměř splývá pojem úplné integrace a použití jednoho integračního bodu, a tak není důvod využívat časově náročné formulace namísto výchozích - jeden integrační bod se standardní kontrolou.

8.1.6 Tlumení

Kód LS-DYNA nabízí řadu typů tlumení, které lze kombinovat. Hodnoty doporučené v manuálu [59,61] jsou vhodné např. pro modální analýzu. Útlum šířených vln není touto cestou dokonale popsán, avšak pro kalibraci elastického materiálu tyčí postačuje

(viz kap. 8.2.2). Rámcový vliv použití tlumení je testován v protokolech A.1.3 a A.1.4.

Stěžejní závěry:

- Použití kterékoli z metod tlumení má regulovatelně silný dopad na výsledek.
- Při definovaném tlumení ztrácí vliv jiné parametry - typ integrace elementu apod.
- Mechanismus tlumení řešiče LS-DYNA realitu nevystihuje úplně. První lokální extrém vlny tlumením nelze eliminovat bez nepřijatelného zkreslení zbylého průběhu pulzu. Efektivně se tlumí až další z vysokofrekvenčních kmitů okolo střední amplitudy vlny - to odpovídá tlumení volného kmitavého děje, k čemuž je tento parametr primárně určen.

8.1.7 Analýza kontaktu

Bylo porovnáno buzení rychlostí a nárazem a také byl testován vliv geometrických imperfekcí čel tyčí, různých mechanismů tření a zkosení čela tyče (šikmý řez při výrobě). Byly testovány jednosměrné i obousměrné algoritmy kontaktů jak ve formulaci povrch-povrch tak uzly-povrch. Celý protokol viz kapitola A.1.5.

Stěžejní závěry:

- Jednosměrná formulace snížila první lokální extrém, pravděpodobně se však nejedná o obecné pravidlo ale ojedinělý jev.
- Žádná z definic tření nemá na kontakt vliv ani v kombinaci s kteroukoli z geometrických imperfekcí.
- Geometrické imperfekce distribuované goniometrickými funkcemi po površích čel tyčí nemají na výsledek žádný vliv.
- Pro geometricky perfektní a netlumený model je vliv amplitudy buzení lineární, a to v případě buzení předepsanou rychlostí i nárazem.
- Vliv nárazové rychlosti není lineární pro tyče se zkoseným čelem.
- Zkosené čelo tyče se jeví jako reálný aspekt, který je třeba modelovat. Efektivně snižuje hodnotu prvního lokálního extrému vlny.

8.2 Kalibrace numerického modelu podle experimentu

Bylo provedeno rozsáhlé měření na redukované SHPB sestavě konfigurací:

- **narážející tyč - incidentní tyč** pro kalibraci:
 - kontaktu,
 - koeficientu útlumu elastického materiálu tyčí,
- **narážející tyč - tvarovač - incidentní tyč** pro kalibraci:
 - parametrů modelu elasto-plastického materiálu tvarovače.

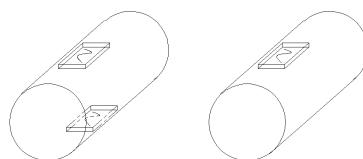
Celkový počet výstřelů činil téměř 100 během jednoho týdne. Z toho bylo 60 validních testů dále důkladně vyhodnoceno a byly vytvořeny numerické modely těchto scénářů. Soubory .tdms, včetně laboratorního deníku, záznamů z vysoko-rychlostní kamery a základního vyhodnocovacího skriptu pro Matlab jsou na příloženém CD, kde lze dále najít i několik vzorových vstupních K souborů pro řešič LS-DYNA.

Úplný popis použité sestavy SHPB, technologie a způsobu měření lze najít v publikované literatuře [53,54,55,56,57].

8.2.1 Kalibrace okrajových podmínek - nedokonale rovinný dopad narážející tyče

8.2.1.1 Motivace

V protokolu A.1.4 byl demonstrován vliv zkosení čela tyče při numerické simulaci. Jelikož se nedokonale rovinný dopad dá předpokládat při reálném experimentu, měl by být při prokázání přítomnosti ohybu na skutečné sestavě modelován. S tímto úzce souvisí vliv způsobu měření výsledků, tj. umístění tenzometrů v konfiguraci půl-most, či čtvrt-most (8.1).



Obrázek 8.1: Konfigurace tenzometrů typu půl-most (vlevo) a čtvrt-most (vpravo)

Měření na reálné sestavě probíhá s tenzometry především v konfiguraci půl-mostů s výstupem jednoho signálu, který je počítán jako aritmetický průměr z příslušných dvou signálů. Tato konfigurace se používá právě kvůli eliminaci ohybu. Proto by několik měření mělo pro případné prokázání ohybu proběhnout i s konfigurací čtvrt-mostu.

8.2.1.2 Slovní popis úlohy

Je prezentováno několik vybraných proběhlých experimentů s konfigurací tenzometrů typu čtvrt-most i půl-most. Případný sklon čela by byl možný kalibrovat, pokud by proběhlo několik měření s různým relativním natočením narážející tyče vůči tyči vstupní. Taková data však z měření nejsou k dispozici (určení natočení narážející tyče by bylo obtížné a možnosti natočení tyče vstupní jsou kvůli umístěným tenzometrům omezené). Experimenty proběhly primárně za účelem kalibrovat materiálové modely, o čemž pojednávají další protokoly.

Kvůli nedostatku experimentálních dat bude zkosení čela tyče pouze přibližně odhadnuto pomocí simulací scénářů s různými hodnotami této geometrické imperfekce.

8.2.1.3 Cíle

1. Identifikace přítomnosti ohybu při skutečném měření.
2. Zjednodušený odhad zkosení čela pomocí simulace.

8.2.1.4 Popis modelu

Část	Veličina	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m ³]	E [GPa]	ν [-]
Narážející tyč		500	20	20	2803	72,8	0,3
Vstupní tyč		1600	20	0	2803	72,8	0,3

Tabulka 8.3: Popis geometrie, materiálu a počáteční kinematiky

8.2.1.5 Parametry simulace

Parametr	Hodnota
Délka simulace	0,45 ms
Perioda výstupu	$6.224 \cdot 10^{-5}$ ms
Frekvence výstupu	16 MHz
Časový krok	$4,49 \cdot 10^{-5}$ ms
Doba výpočtu	4 x 30 min
Počet elementů	980 000

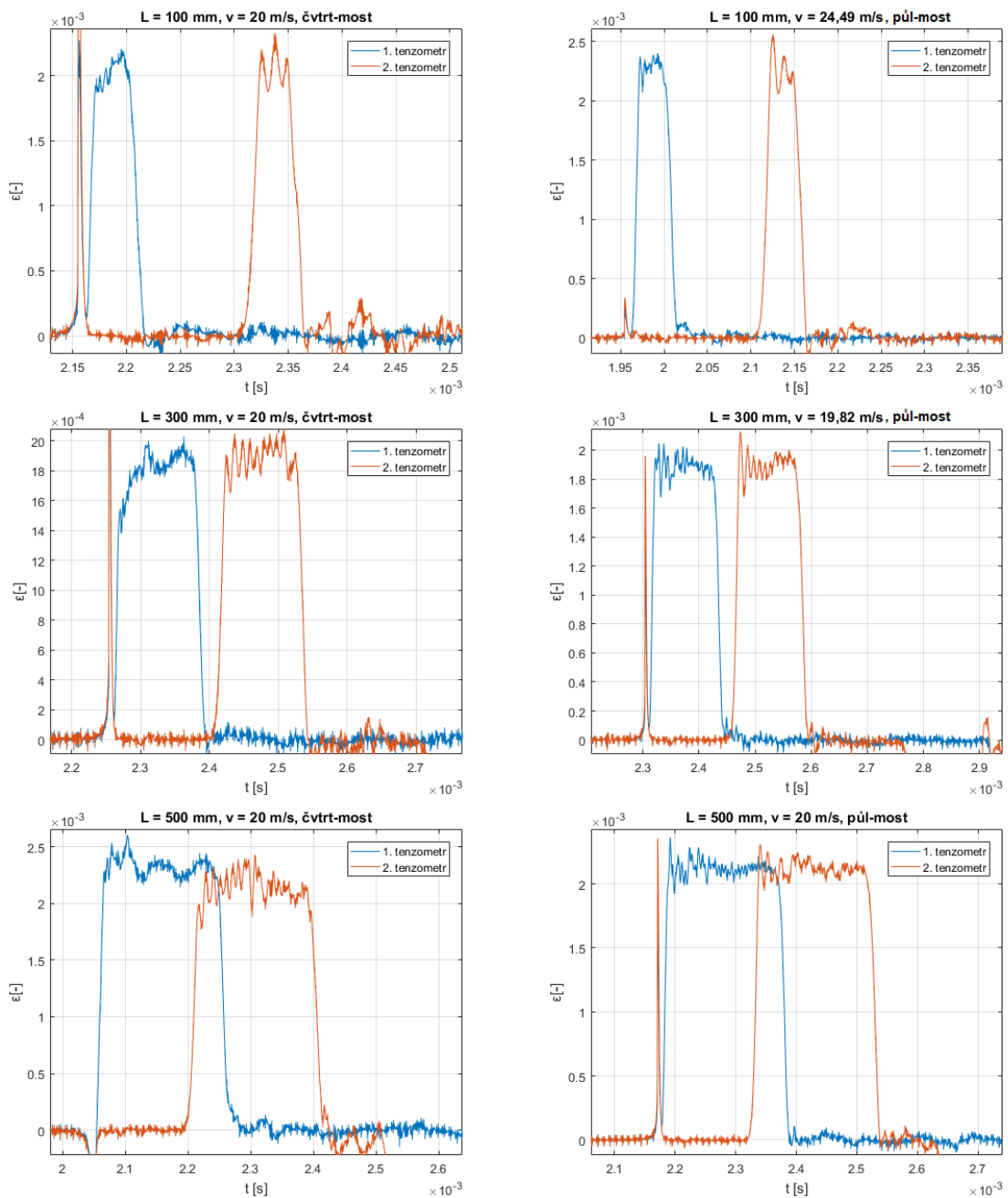
Tabulka 8.4: Parametry simulace

8.2.1.6 Grafické výstupy s komentářem

Jsou porovnány průběhy pulzů při měření pomocí čtvrt-mostu a půl-mostu. Dále je odhadnuta velikost zkosení čela tyče.

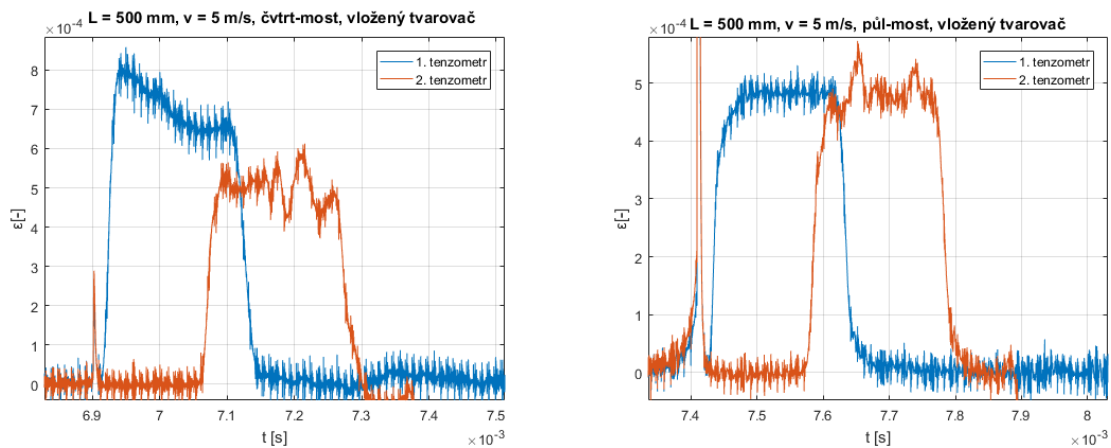
8.2.1.6.1 Identifikace přítomnosti ohybu při skutečném měření

Ze sady obrázků porovnání měření na čtvrt a půl-mostu (obr. 8.2) je zřejmé, že k mírnému ohybu dochází, tedy že náraz není dokonale rovinný. Obdobné jevy (postupný náběh deformace na střední hodnotu či naopak její pokles) byly pozorovány při sledování vlivu geometrických imperfekcí (kap. A.1.5.6.2).



Obrázek 8.2: Porovnání výsledků reálných pokusů pro měření pomocí čtvrt-mostů (vlevo) a půl-mostů (vpravo) pro 3 různé délky nárazející tyče $L = 100$ mm (nahore), 300 mm (uprostřed) a 500 mm (dole)

Efekt je dále velmi silný při použití měděného tvarovače o průměru $D = 20$ mm (stejný jako průměr tyčí) a délce $L = 0,5$ mm (obr. 8.3). Nadhodnocení deformace pro konfiguraci čtvrt-mostu může být způsobeno kombinací nerovností na dvou rozhraních (nárazející tyč - tvarovač, tvarovač - vstupní tyč), kdy při malé nárazové rychlosti 5 ms^{-1} dojde pouze k částečné aktivaci kontaktu (kruhová úseč), tudíž je generováno vyšší napětí. Průběh na opačné straně průřezu by byl pravděpodobně nižší symetricky pod střední hodnotou deformace.



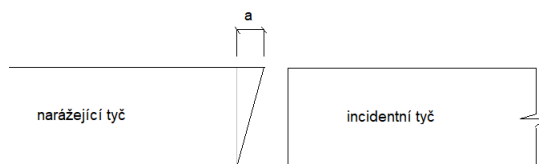
Obrázek 8.3: Porovnání výsledků reálných pokusů pro měření pomocí čtvrt-mostů (vlevo) a půl-mostů (vpravo) s vloženým tvarovačem pulzu

8.2.1.6.2 Zjednodušený odhad zkosení čela pomocí simulace

Byly provedeny 4 simulace pro různé hodnoty zkosení čela definovaného na obrázku 8.4.

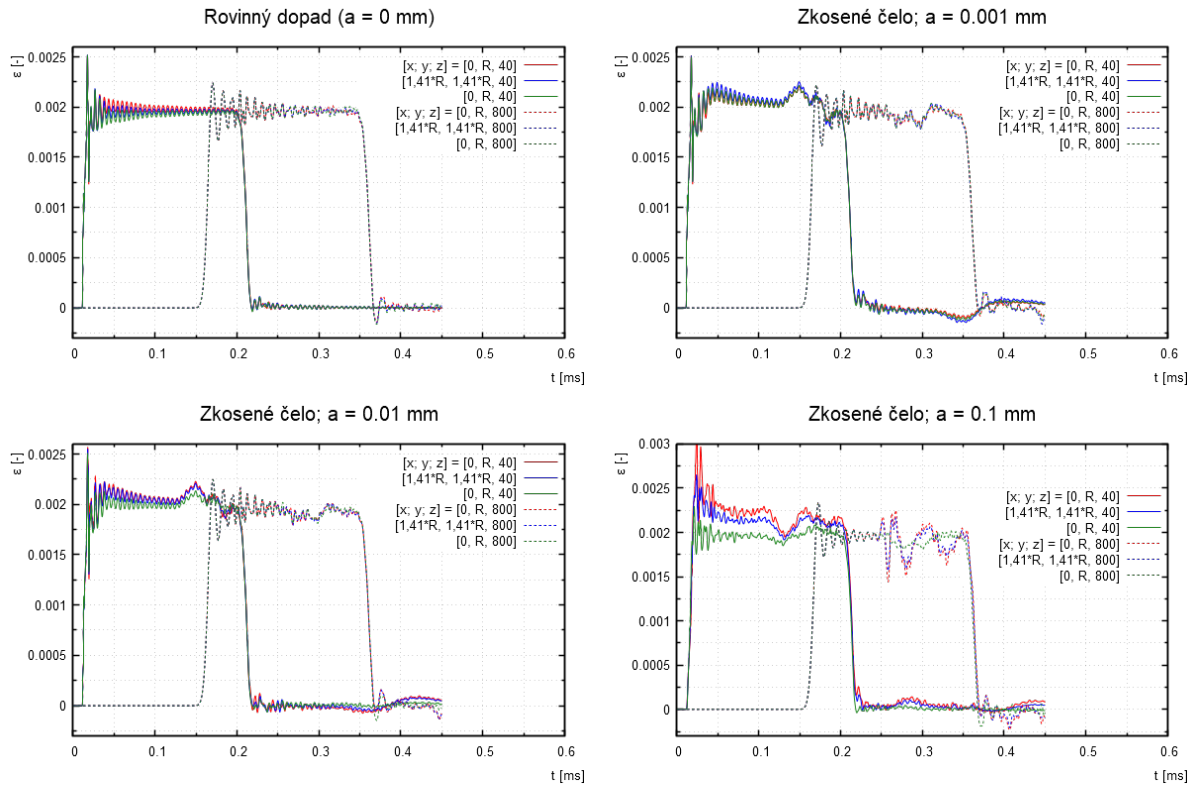
Vzhledem k malému počtu simulací byl průběh nárazu ve všech případech vizuálně kontrolován. Bylo zjištěno, že výchozí formulace kontaktu „jednosměrný povrch-povrch“ (kap. D) dovoluje penetraci o velikosti přibližně 0,1 mm. Jiné algoritmy (obousměrný či uzel-povrch) vedou na stejné výsledky, což je ve souladu s protokolem A.1.5 citlivostní studie. Penetrace této velikosti je při analýze zkosení čela, které je definováno až 100krát menší hodnotou, nepřijatelná.

Řešením byla aktivace parametru SOFT a zvýšením tuhosti kontaktu pomocí parametru SOFSCCL z hodnoty 0,1 na 0,9 (je použit jednosměrný algoritmus povrch-povrch). Podrobnější popis a definiční obor zmíněných parametrů je uveden v kapitole D. Výsledný efekt těchto kroků je zesílení odporu tyčí proti vzájemné penetraci. Průnik těles byl touto cestou úspěšně eliminován.



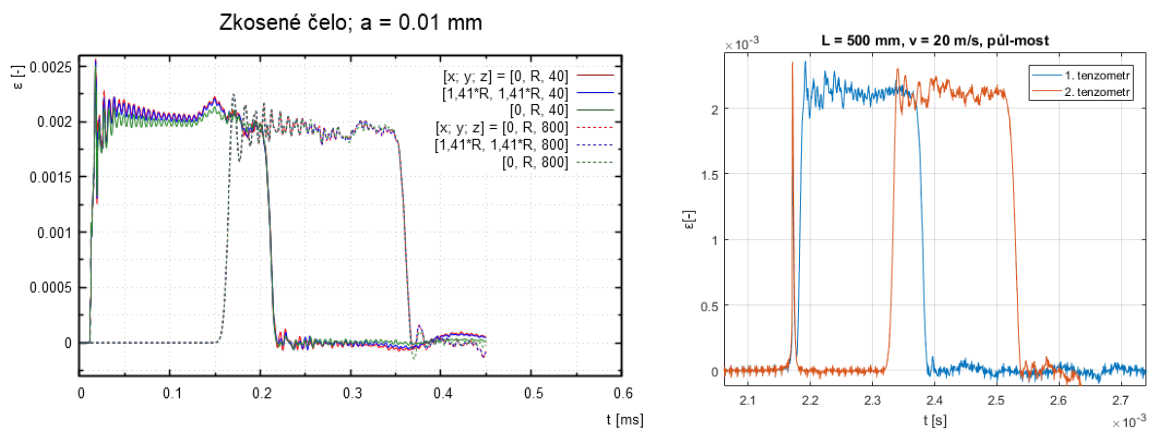
Obrázek 8.4: Definice zkosení čela

Zásadní vliv zkosení čela narážející tyče byl prokázán již v citlivostní studii kontaktů A.1.5 a v případě sady výsledků (obr. 8.5) se závěr potvrzuje. Rozměry tyčí a rychlosti byly voleny tak, aby odpovídaly jednomu vybranému experimentu (obr. 8.6 vpravo).



Obrázek 8.5: Výstupy simulací pro různé hodnoty zkosení čela narážející tyče

Na velmi přesnou shodu vede scénář ze zkosením $a = 0,001$ mm a $0,01$ mm. Druhý z případů je porovnán z experimentem na obrázku 8.6.



Obrázek 8.6: Shoda vybraného experimentu (vpravo) a simulace (vlevo)

8.2.1.7 Shrnutí výsledků

Při simulaci, kde zkos je určen hodnotou $a = 0,001$ mm na obrázku 8.5 dle definice (obr. 8.4), je vidět, že průběh napětí je po celém obvodu tyče v rámci místa měření shodný, a tedy výsledky měření pomocí konfigurace půl-mostu či čtvrt-mostu v rámci simulace splývají. Toto je ale v rozporu s experimentálně získanou sadou obrázků 8.2. Vzhledem k přesvědčivé shodě dvojice průběhů (obr. 8.6) při současné rozdílnosti průběhů po obvodu tyče analogicky k experimentu (obr. 8.2) je jako dolní hranice zkosení označena hodnotou $a = 0,01$ mm.

Závěry pro modelování sestavy SHPB:

1. Zkosená čela tyčí jsou reálný aspekt skutečné sestavy, je třeba tuto vlastnost modelovat.
2. Měření na numerickém modelu bude zvláště při vloženém tvarovači prováděno v konfiguraci půl-most.
3. Hodnota zkosení je určena přibližně na interval 0,01 - 0,05 mm dle definice na obrázku 8.4.
4. Při výchozí formulaci kontaktů dochází k nezanedbatelné penetraci tyčí. Průnik je eliminován aktivací parametru `SOFT` a dalším zvýšením tuhosti kontaktu nastavením `SOFSC` na hodnotu 0,9 (pro jednosměrný algoritmus povrch-povrch). Teoretický popis parametrů je v kapitole D.

8.2.2 Kalibrace elastického materiálu tyčí

8.2.2.1 Motivace

Znalost vlivu okrajových podmínek úlohy, parametrů a metod výpočtu nyní dovoluje efektivně kalibrovat materiálové modely včetně tlumení.

Před modelováním elasto-plastického tvarovače je potřeba naladit elastické tyče tak, aby se přenos vlny co nejlíže blížil realitě a odpovídal široké škále nárazových rychlostí a délek nárazové tyče při neměnném nastavení parametrů materiálu i simulace.

8.2.2.2 Slovní popis úlohy

Bylo provedeno 9 platných experimentů na redukované sestavě SHPB - nárazující a incidentní tyč. Incidentní tyč o délce 1600 mm byla osazena tenzometry ve vzdálenosti 40 a 800 mm od naráženého čela tyče. Konkrétně se jednalo o experimenty:

- $L = 500mm$; $v_n = 5,25m/s$ (délka nárazující tyče; nárazová rychlost)
- $L = 500mm$; $v_n = 5,27m/s$
- $L = 500mm$; $v_n = 22,23m/s$
- $L = 500mm$; $v_n = 40,40m/s$
- $L = 300mm$; $v_n = 19,82m/s$
- $L = 300mm$; $v_n = 44,25m/s$
- $L = 100mm$; $v_n = 24,49m/s$
- $L = 100mm$; $v_n = 22,01m/s$
- $L = 100mm$; $v_n = 41,86m/s$

Postup kalibrace je následující:

1. Převedení amplitud pulzů na společnou fiktivní amplitudu (přepočítání všech 9 experimentů na jednotnou průměrnou nárazovou rychlost).
2. Stanovení frekvenčního přenosu tyče mezi prvním a druhým tenzometrem a dalších veličin.
3. Provedení simulace vybraného experimentu a porovnání časových oblastí a frekvenčního přenosu.

4. Při neshodě změna parametrů tlumení a vrácení na krok 3).
5. Při shodě provedení simulací všech 9 experimentů a porovnání časových oblastí.
6. Při neshodě hledání dalších metod kalibrace.
7. Při dostatečné shodě je elastický materiál nakalibrován a úloha je splněna.

8.2.2.3 Cíle

1. Stanovení frekvenčního přenosu mezi prvním a druhým tenzometrem z experimentů.
2. Zkalibrování simulace jednoho vybraného experimentu.
3. Kontrola shody všech experimentů se simulacemi.

8.2.2.4 Popis modelu

Část	Veličina	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m ³]	E [GPa]	ν [-]
Narážející tyč		100/300/500	19,9	kap. 8.2.2.2	2803	72,8	0,3
Vstupní tyč		1585	19,8	0	2803	72,8	0,3

Tabulka 8.5: Popis geometrie, materiálu a počáteční kinematiky

8.2.2.5 Parametry simulace

Parametr	Hodnota
Délka simulace	0,45 ms
Perioda výstupu	$5 \cdot 10^{-5}$ ms
Frekvence výstupu	20 MHz
Časový krok	$4,97 \cdot 10^{-6}$ ms
Doba výpočtu	20 min
Počet elementů	900 000

Tabulka 8.6: Parametry simulace jednoho vybraného modelu pro jeden průběh vlny přes obě měřicí stanoviště

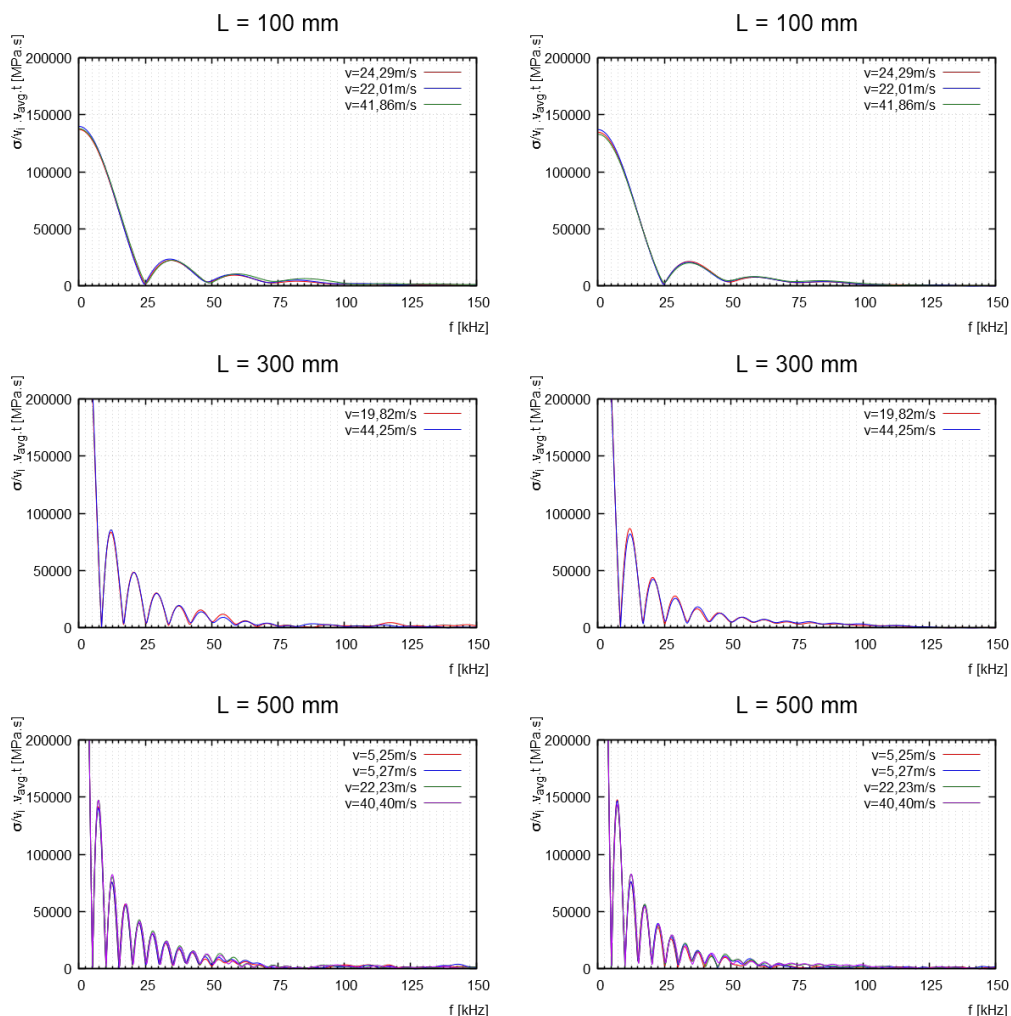
8.2.2.6 Grafické výstupy s komentářem

Jsou stanoveny přenosy a porovnány signály z experimentů a simulací jak v časové, tak ve frekvenční doméně.

8.2.2.6.1 Stanovení frekvenčního přenosu mezi prvním a druhým tenzometrem z experimentů

Každý z 9 pulzů byl přenásobením převeden na pulz buzený rychlostí $v_{avg} = 25\text{m/s}$, aby bylo možné případně vyloučit vliv rychlosti.

Frekvenční spektra Ze sady obrázků (obr. 8.7) je patrné, že velikost budící rychlosti vliv na frekvenční spektrum nemá přibližně do frekvence 50 kHz. Nejvíce rozdílné jsou scénáře pro dlouhou narážející tyč $L = 500\text{ mm}$.



Obrázek 8.7: Porovnání frekvenčních spekter pro různé nárazové rychlosti v rámci jedné délky narážející tyče (100, 300 a 500 mm), první tenzometr (40 mm) vlevo, druhý tenzometr (800 mm) vpravo

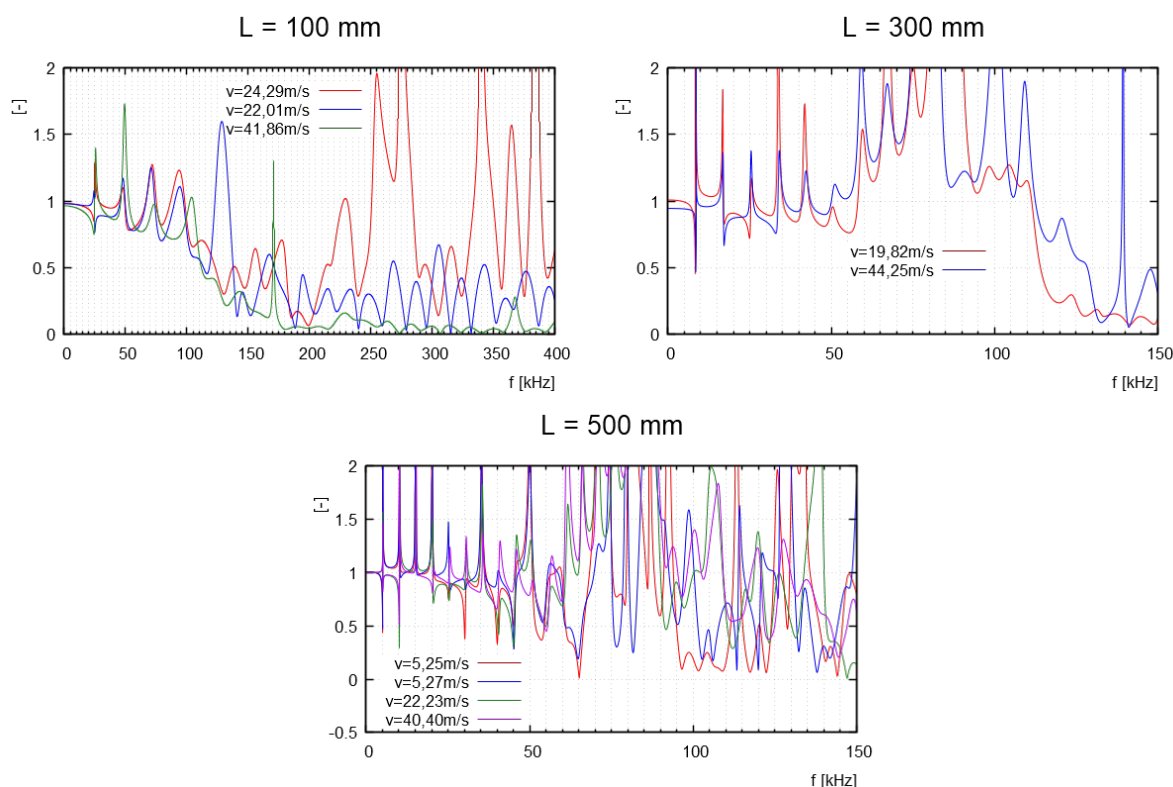
Amplitudové charakteristiky Podílem uvedených spekter byl získány amplitudových charakteristik (obr. 8.8).

Narážející tyč délky 500 mm poskytuje uspokojivou shodu pro různé rychlosti přibližně až do 40 kHz. Další průběh je náhodný a liší se pro každý ze 4 signálů.

U tyče délky 300 mm je vidět obdobný trend útlumu. Nicméně frekvence okolo 75 kHz mají tendenci se zesilovat. Nevěrohodný náznak zesílení frekvencí v tomto okolí je patrný i při nárazu tyčí délky 500 mm pro vyšší rychlosti.

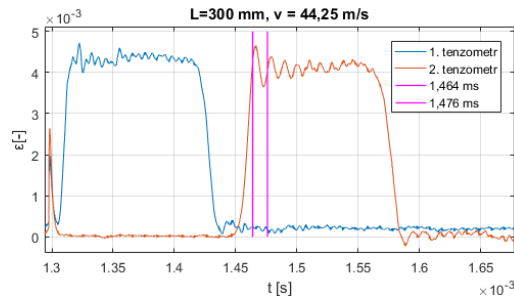
Náraz tyčí délky 100 mm umožnil určit i vysokofrekvenční charakteristiku. Další zkracování nárazující tyče by pravděpodobně vedlo na shodné průběhy přenosu až do frekvence 200 kHz, což je tedy nejvyšší frekvence, kterou je incidentní tyč schopna přenést.

Celkově kvalitnější průběhy poskytují vyšší rychlosti nárazu. Pro úplný popis by bylo potřeba více experimentů, zvláště s ještě kratšími nárazujícími tyčemi. Pro tuto práci jsou získané průběhy postačující.

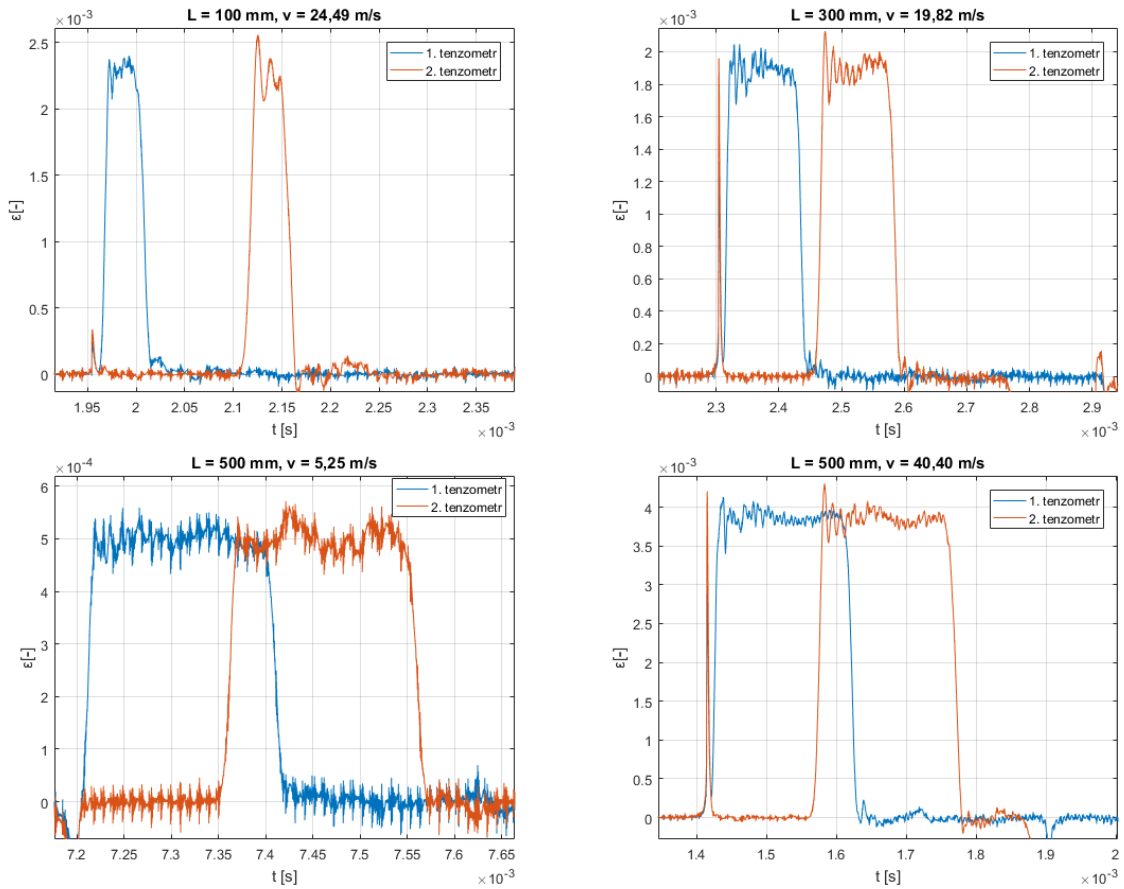


Obrázek 8.8: Porovnání přenosů pro různé nárazové rychlosti v rámci jedné délky nárazující tyče (100, 300 a 500 mm)

Pravděpodobně i zesílení frekvencí v okolí 75 kHz je reálné. Na obrázku 8.9 je vidět, že přenosem dojde ke zvýraznění určité frekvence. Odečtené vlnové délce přísluší frekvence přibližně 80 kHz. Obdobné zesílení se objevuje i u zbylých experimentů. Vybrané jsou na sadě obrázků 8.10. Dochází i zde k zesílení frekvence 80 kHz, vyjma případu dopadové rychlosti 5,25. Je zřejmé, že vliv rychlosti není lineární, což je v souladu s numerickými modely s definovanou geometrickou imperfkcí čela narážející tyče (viz protokol A.1.5).



Obrázek 8.9: Záznam pulzů jednoho z experimentů se zvýrazněnou zesílenou frekvencí 83 kHz

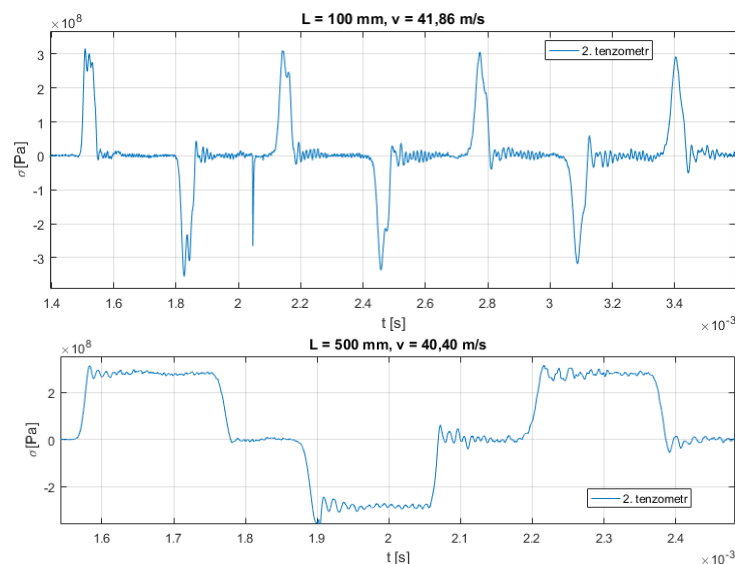


Obrázek 8.10: Průběhy pulzů vybraných experimentů

Přesto nelze tvrdit, že se frekvence 75 kHz přenosem zesiluje. Z průběhů níže (obr. 8.11) lze příčinu identifikovat. Při vlastním nárazu se nejvyšší frekvence objevuje na čele a konci vlny (teoreticky nespojitý přechod). Tyto vysoké frekvence se pohybují prostředím pomaleji, než je fázová rychlost celé vlny. Okolo prvního průchodu vlny tenzometrem se oscilace téměř nevyskytují.

U pokročilejších průchodů je vidět přenesení těchto vysokých frekvencí z čela do pulzu a z konce pulzu dále mimo (za) vlnu. Efekt je velmi zřetelný v případě buzení nárazovou tyčí délky 100 mm (obr. 8.11 vlevo). U nárazové tyče délky 500 mm (obr. 8.11 vpravo) dochází již při třetím průchodu (druhém „tlakovém“) ke zkreslení vlny vlnou předchozí, což se projevuje jako nehladký průběh oscilací v první polovině třetího (druhého tlakového) pulzu v porovnání s pulzem prvním.

Tento proces vede k postupnému zmenšování směrnice náběhu a k úplné disperzi vlny.



Obrázek 8.11: Záznam z 2. tenzometru v polovině vstupní tyče pro vybrané 2 experimenty

Cílové vlastnosti kalibrovaného modelu Dalším krokem je definice požadované shody experimentu s numerickým výpočtem. Porovnávat všech 9 experimentů paralelně je časově neúnosné, proto bude model kalibrován dle jednoho vybraného experimentu a až poté bude shoda ověřena s 8 zbylými. Porovnáváno bude:

- frekvenční spektrum v místě 1. a 2. tenzometru při prvním průchodu,
- amplitudová charakteristika mezi tenzometry (zejména útlum nad 200 kHz),
- časové průběhy pulzů (i pokročilé průchody pulzu po několika odrazech).

8.2.2.6.2 Zkalibrování simulace jednoho vybraného experimentu

Byl vybrán s experiment s „průměrnými“ parametry. Na základě protokolů A.1.3, A.1.4 byly pro kalibraci využity parametry tlumení: GLOBAL (úměrné rychlosti), PART_STIFFNES (úměrné časové derivaci napětí) a FREQUENCY_RANGE_DEFORM (tlumí vybraný interval frekvencí). Teoretický popis parametrů je v kapitole D.

V průběhu kalibrace se vhodnost použití parametru tlumení potvrdila, na rozdíl od stávající definice kontaktu. Bylo provedeno přibližně 100 iteračních kroků, během kterých byly laděny primárně parametry tlumení kmitů, ale také tuhost kontaktu, viskózní tlumení kontaktu a šikmost čela.

Definované tlumení kmitů je efektivní od určité hodnoty uražené dráhy vlnou (1 m). De facto primární vliv má počet vlnou prostoupených vrstev elementů ve směru šíření. V tomto případě 1000 na 1 m dlouhém úseku. Pulz na prvním tenzometru (40 vrstev, tj. 40 mm) je přiměřeným tlumením ovlivněn velmi slabě. Patrný efekt nastává pro nefyzikální hodnoty tlumících koeficientů (např. pro jeden z koeficientů tlumení 0,25), kdy je však vlna na větší vzdálenosti tlumena výrazně rychleji, než tomu je u reálného experimentu.

Stávající formulace kontaktu nevede vstupní na napěťový průběh (1. tenzometr) pozorovaný při experimentu. To je však obecný problém podstaty kontaktního algoritmu, který je těžko řešitelný. Řešení probíhá v časových krocích, vždy tedy existují dva po sobě jdoucí kroky, kdy dvě entity v kroku prvním nejsou a v kroku druhém již jsou v kontaktu. Nicméně informace o kontaktu v druhém kroku přichází již po proběhlé penetraci, ke které došlo během proběhnutého časového kroku simulace. Tato penetrace je kompenzovaná silami, které mají penetraci eliminovat. Od hloubky penetrace se odvíjí velikost síly a v závislosti na tuhosti kontaktu je síla podhodnocena (penetrace se zvětšuje), nebo nadhodnocena (dochází k rozpojení a velkým oscilacím kontaktního napětí). Tento proces se opakuje a může mít (není zaručeno) tendenci se zeslabovat. Toto je značná odlišnost od reálného světa, v kterém se děje považují za spojitě. V běžných úlohách je toto přiblížení realitě dostatečné, v úlohách šíření napětí již však dochází k rozostření výsledků.

K výrazným změnám průběhů dochází pouze při nastavení extrémních parametrů algoritmu - viskózní tlumení kontaktu 300 % apod. Takto vysoké hodnoty však mohou v jiných případech vést na nepředvídatelné výsledky a nelze je použít. Dalším pozorovaným problémem byly penetrace tyčí (důvod viz odstavec výše) v jednotkách desetin milimetrů, což je nepřijatelné, má-li být zohledněno zkosení čela narážející tyče. Proto je použita formulace kontaktu s řádově vyšší tuhostí (SOFT=1, SOFSC=0,8 - viz Příloha D).

Provedená kalibrace je kompromisem mezi shodou simulace a experimentem z pohledu průběhů prvních pulzů po nárazu a pulzů odražených v pokročilém čase děje. Zkalibrované hodnoty tlumení jsou nadhodnoceny tak, aby tlumily přílišnou excitaci napětí nevhodnou formulací kontaktu a zároveň pokročilý odraz vlny byl stále realitě blízký s ne příliš podhodnocenou amplitudou. Pro testování pomocí SHPB je stěžejní tvar vlny právě po jednom průchodu, což je pomyslný střed situací bezprostředně po nárazu a v pokročilém čase, proto jsou hodnoty zkalibrovaných parametrů optimální (tab. 8.7).

Parametr	Hodnota	Poznámka
PART_STIFFNES	0,0075	tlumení
GLOBAL	0,03	tlumení
FREQUENCY_RANGE_DEFORM	nedefinováno	tlumení
SOFT	1	kontakt
SOFSCCL	0,7	kontakt
VDC	nedefinováno	kontakt
TSSFAC	0.1	čas. krok - přiblížení k předpokládanému časovému kroku s vloženým tvarovačem
zkosení čela	0,05 mm	definováno dle obrázku 8.4

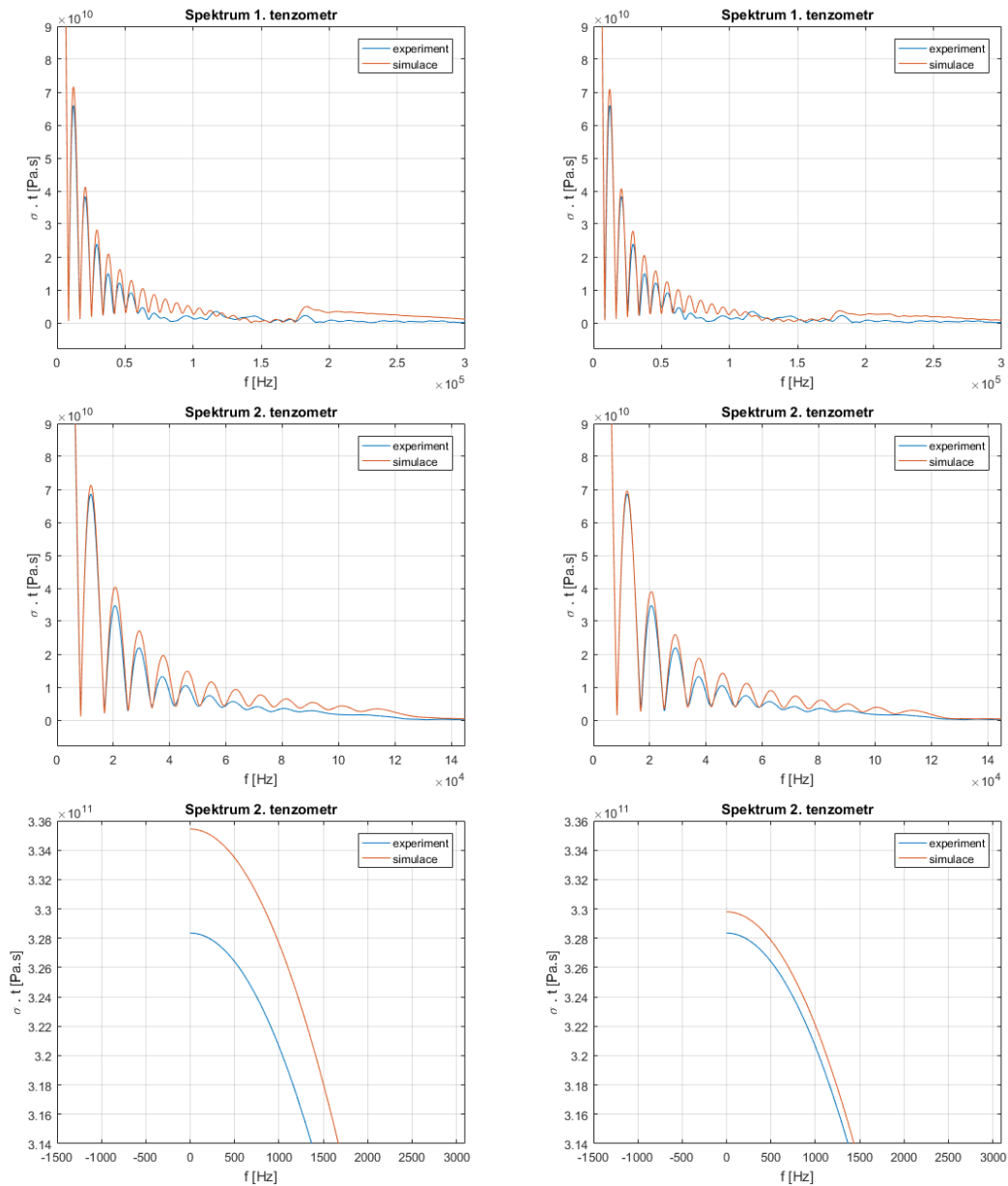
Tabulka 8.7: Optimální parametry simulace, význam parametrů viz Příloha D

Kalibrovaná sestava Byly nastaveny změřené parametry. Nominální hodnota Youngova modulu byla na základě rychlosti vlny při simulaci upravena z původní hodnoty 72,8 GPa na hodnotu 71,35 GPa.

Část	Veličina	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m ³]	E [GPa]	ν [-]
Narážející tyč		300	19,9	19,82	2803	71,35	0,3
Vstupní tyč		1585	19,8	0	2803	71,35	0,3

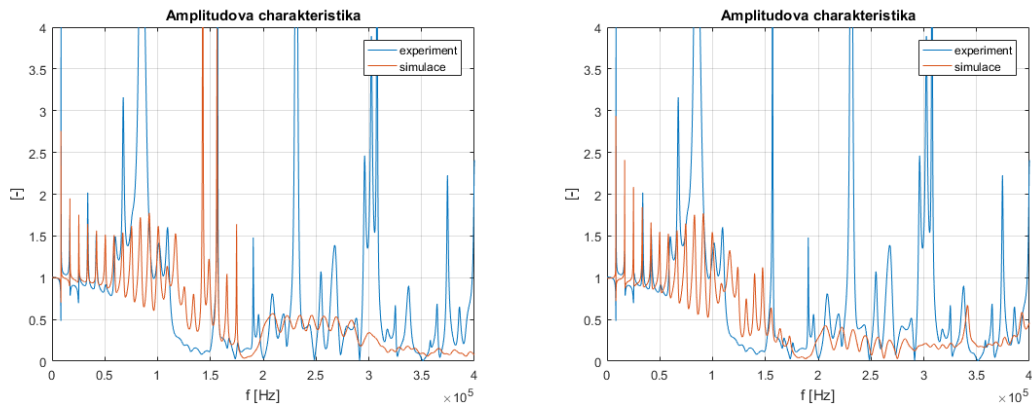
Tabulka 8.8: Popis geometrie, materiálu a počáteční kinematiky

Frekvenční spektra Na obrázku 8.12 jsou porovnána frekvenční spektra signálů před kalibrací (vlevo) a po kalibraci (vpravo). U prvního tenzometru je nevýrazná změna patrná pro frekvence nad 150 kHz, které jsou na zkalibrované sestavě účinněji tlumeny. U druhého tenzometru je efekt útlumu patrný pro nízké frekvence, především pro nosnou amplitudu vlny (0 Hz). Nepatrný útlum je pozorovatelný však i na zbytku frekvenčního spektra.



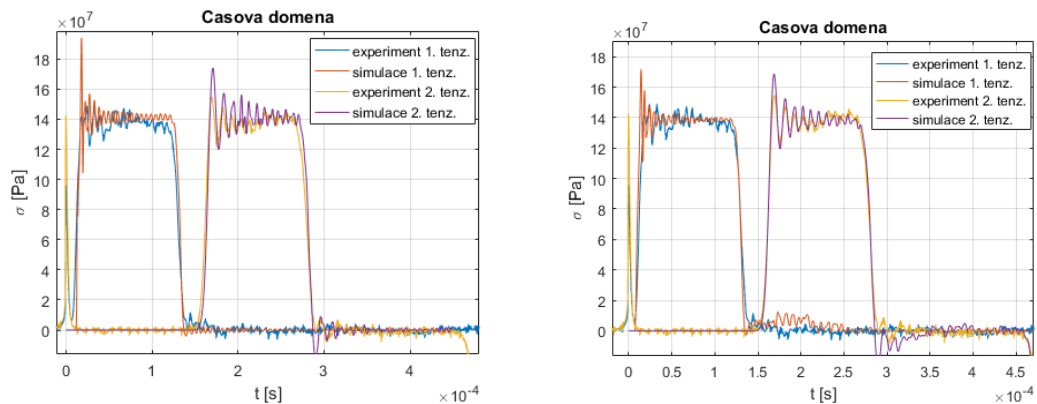
Obrázek 8.12: Porovnání frekvenčních spekter na 1. tenzometru (nahore) a na 2. tenzometru (uprostřed, detail dole před kalibrací (vlevo) a po kalibraci (vpravo))

Amplitudové charakteristiky Průběhy amplitudových charakteristik (obr. 8.13) odpovídají pozorovaným frekvenčním spektrům. Kalibrováním došlo k útlumu frekvencí na intervalu 200 - 300 kHz, což je žádoucí. Vyšší útlum lze pozorovat i u frekvencí nižších než 60 kHz. U časových průběhů experimentu byly pozorovány vlny o frekvenci 80 kHz, které měly nižší fázovou rychlost než byla grupová rychlost vlny (kap. 8.2.2.6.1). Tyto vlny se projevují i na těchto průbězích (obr. 8.13), avšak v okolí frekvence 100 kHz.



Obrázek 8.13: Porovnání amplitudových charakteristik před kalibrací (vlevo) a po kalibraci (vpravo)

Časový průběh U časových průběhů (obr. 8.14) je dopad kalibrace zřejmý. Došlo k výraznému snížení prvního lokální extrému. Na druhém tenzometru je nadhodnocení prvního extrému patrné a pomocí parametrů tlumení jej nelze eliminovat. Tlumení je efektivní až od určitého volného kmitu krátkých vln na nosné vlně. Amplituda první poloviny pulzu je mírně nadhodnocena, na druhé polovině je pozorována opačná tendence. Tyto odchylky jsou téměř neznatelné. Konečnou vypovídající hodnoty mají časové průběhy v dalším odstavci.



Obrázek 8.14: Porovnání časových průběhů před kalibrací (vlevo) a po kalibraci (vpravo)

8.2.2.6.3 *Kontrola shody všech experimentů se simulacemi*

Bylo provedeno 9 simulací uvedených v úvodu protokolu. Parametry experimentu byla délka nárazující tyče a její rychlost dopadu. Základní parametry simulace jsou v tabulce 8.9. Na sadě obrázků 8.15-8.18 jsou porovnány průběhy v celé délce trvání experimentu. Shoda je velmi uspokojivá.

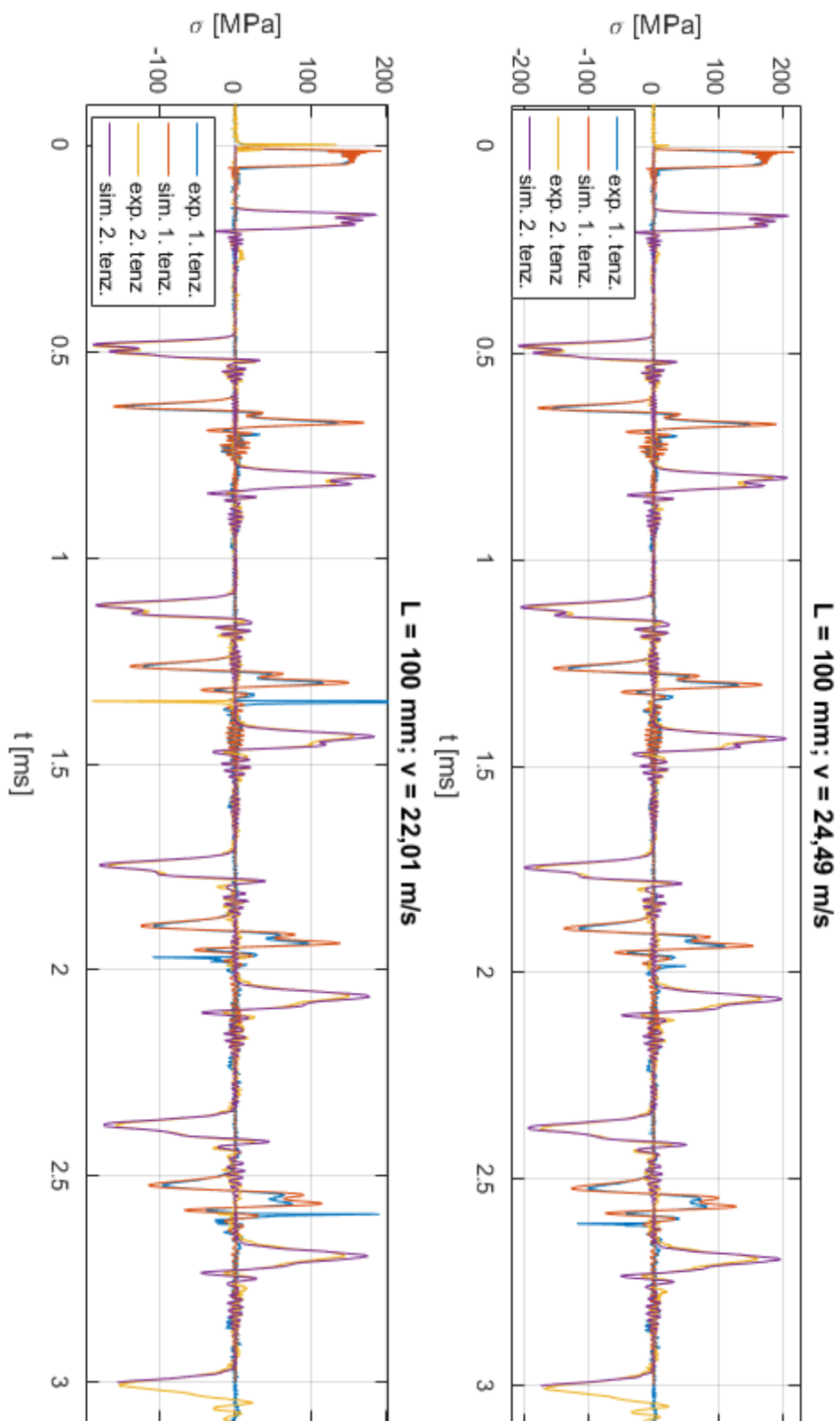
Při nízkých rychlostech (5 m/s) jsou experimentální data viditelně ovlivněna šumem tenzometrů, který se jeví jako bílý.

Vlny generované středními tyčemi (300 mm) se již při čtvrtém odrazu při simulaci zdají být nadměrně tlumeny, zejména jejich druhá polovina. Nicméně na vlnách buzených dlouhými tyčemi (500 mm) pro vyšší rychlosti (20; 40 m/s) je dobře vidět pravá příčina. Nejedná se o útlum, ale o lokální propad. Na nosné vlně je pozorováno vlnění nízké frekvence (1-2 kmity / dlouhý pulz), které má za následek „zvlněný“ průběh amplitudy. Intenzita těchto vln je pravděpodobně určena hodnotou zkosení čela nárazující tyče, což plyne ze sady obrázků 8.5.

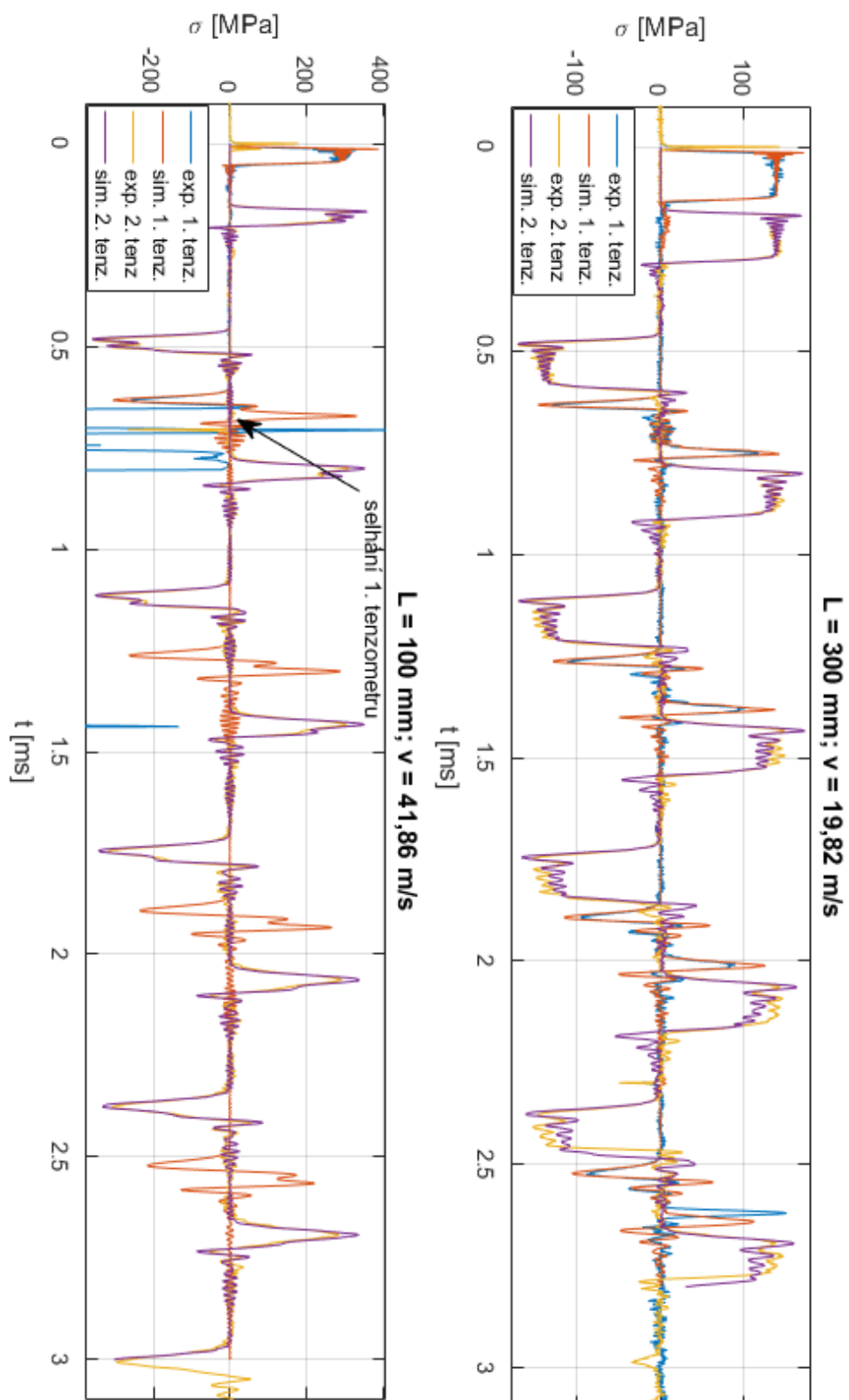
V každém případě je shoda při prvních dvou odrazech velmi přesná - toto je stěžejní pro simulování SHPB. Detail prvního průchodu je na sadě obrázků 8.19-8.20.

Parametr	Hodnota
Délka simulace	1,5 - 3 ms (dle doby úspěšného měření)
Perioda výstupu	$5 \cdot 10^{-8}$ ms
Frekvence výstupu	20 GHz (frekvence tenzometrů reálné sestavy)
Časový krok	$4,97 \cdot 10^{-8}$ ms
Doba výpočtu	5 - 12 h (dle tlumení)
Počet elementů	815 000; 900 000; 990 000 (dle délky nárazující tyče)

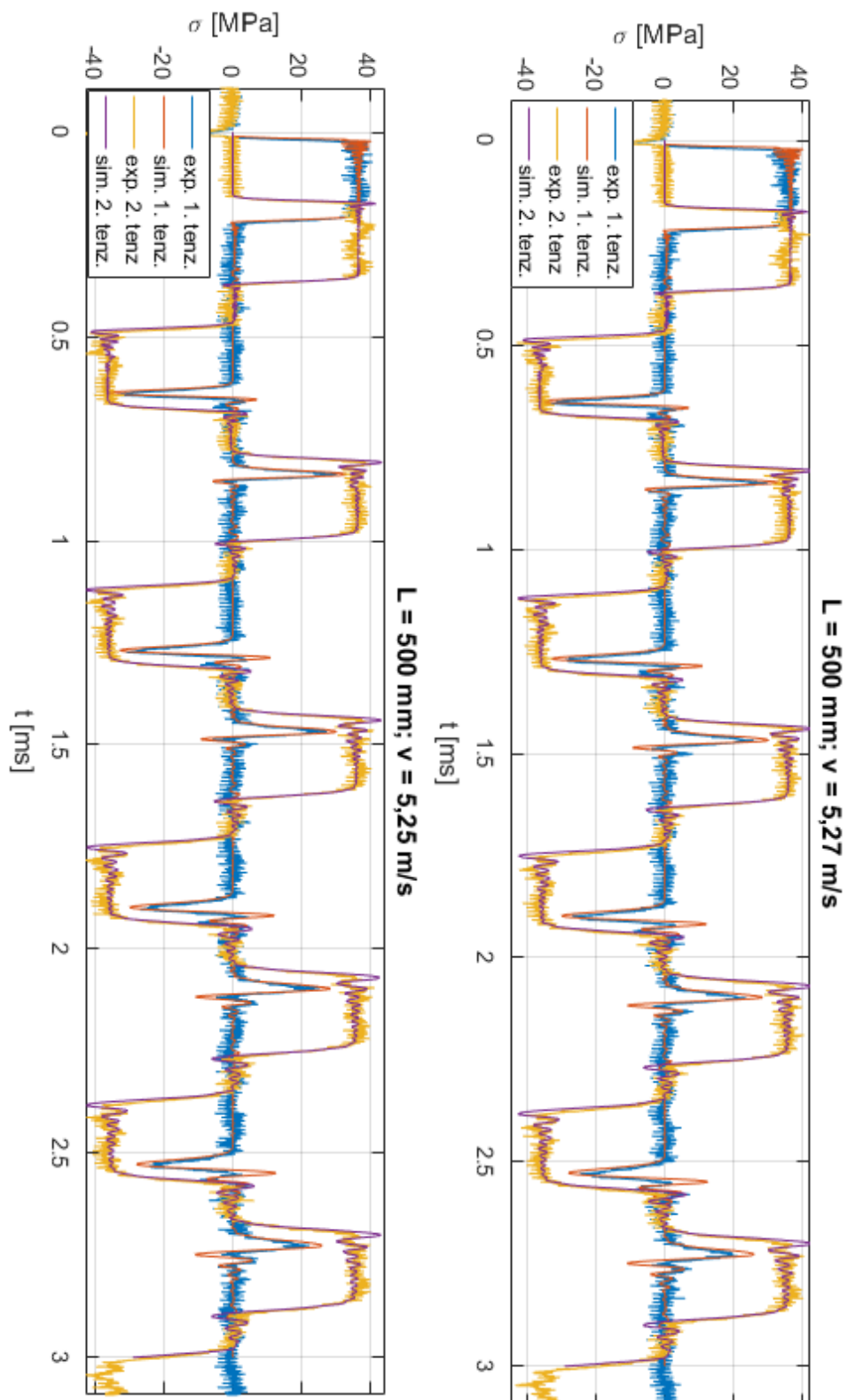
Tabulka 8.9: Parametry simulace



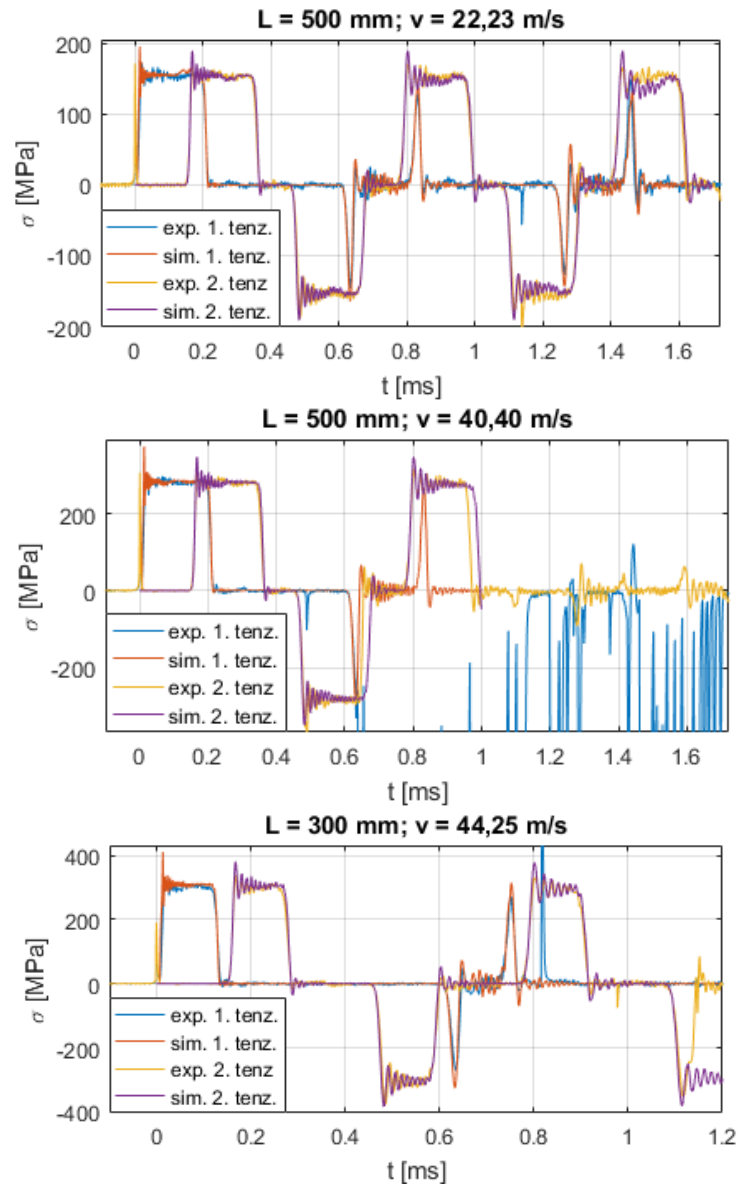
Obrázek 8.15: Porovnání časových oblastí I



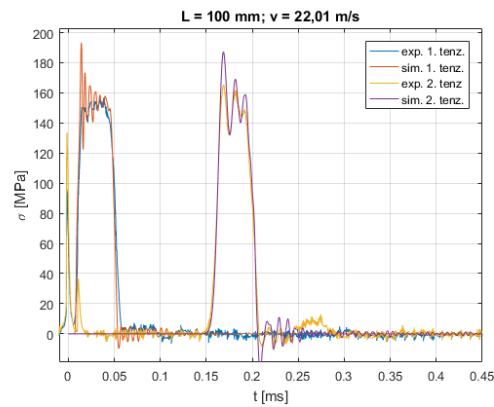
Obrázek 8.16: Porovnání časových oblastí II



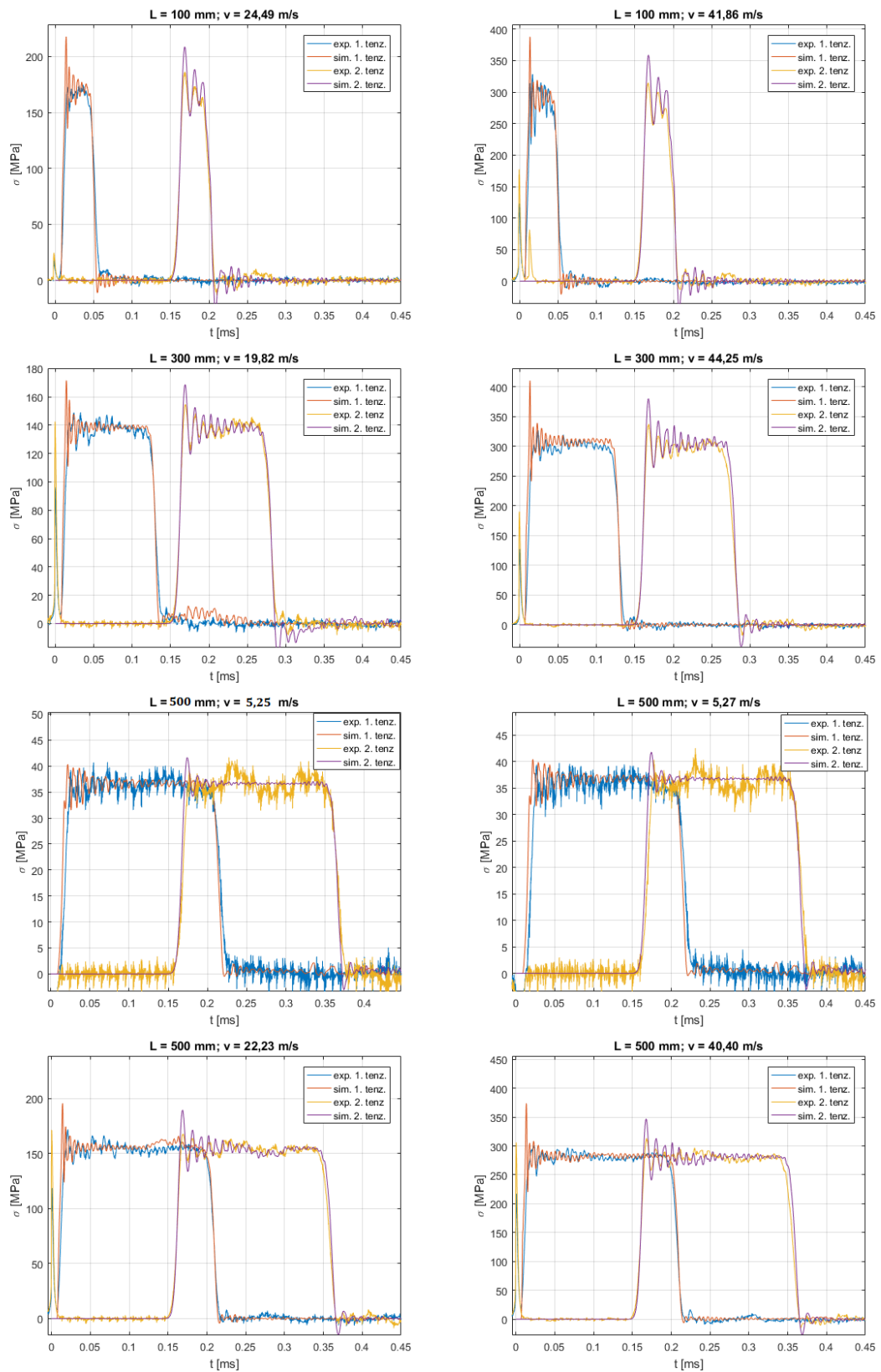
Obrázek 8.17: Porovnání časových oblastí III



Obrázek 8.18: Porovnání časových oblastí IV



Obrázek 8.19: Porovnání časových oblastí I - detail



Obrázek 8.20: Porovnání časových oblastí II - detail

8.2.2.7 Shrnutí výsledků

Kontaktní úloha je složitá procedura, jejíž podstatu kontaktní algoritmy nevystihují zcela. Výchozí nastavení je kompromisem mezi částečnými (dle požadavků této práce i nezanedbatelnými) penetracemi těles a vznikem oscilací kontaktního napětí. Tuhost kontaktu byla tedy nastavena na velmi vysokou, kvůli postihnutí zkosení čela narážející tyče. Právě tato geometrická imperfekce efektivně eliminuje první lokální extrém. Viskózní tlumení kontaktních sil se při kalibraci neosvědčilo.

Výsledky kalibrace:

1. Optimální parametry:

Parametr	Hodnota
PART_STIFFNES	0,0075
GLOBAL	0,03
FREQUENCY_RANGE_DEFORM	nedefinováno
SOFT	1
SOFSCL	0,7
VDC	nedefinováno
TSSFAC	0.1
zkosení čela a	0,05 mm (obr. 8.4)

Tabulka 8.10: Optimální parametry simulace, význam viz Příloha D

2. Tlumení vysokých frekvencí je efektivní od určité délky pulzu - dochází k útlumu „volného“ kmitání na nosné vlně. První lokální extrém je ovlivněn neznatelně.
3. První lokální extrém je efektivně regulován zkosením čela narážející tyče. Zkosené čelo má za důsledek vznik nízko-frekvenčního „zvlnění“ nosné vlny.
4. Kontaktní algoritmus generuje vysoko-frekvenční oscilace, které nelze tlumit. Nastavením vysokých hodnot tlumení se oscilace eliminují, zároveň se však nepřiměřeně tlumí i nosná frekvence vlny.
5. Nežádoucí vliv kontaktu se přenosem vlny konečně-prvkou sítí rychle tlumí, jelikož ta funguje jako vysoko-frekvenční filtr.

Úloha kalibrace elastického materiálu tyčí **byla úspěšná.**

8.2.3 Kalibrace elasto-plastického materiálu tvarovačů

8.2.3.1 Motivace

Nyní, když je naladěn přenos vln tyčemi, je možné přejít ke kalibraci materiálu měděných tvarovačů. Předpokladem tedy je vzájemná nezávislost přenosů:

1. Přenos vlny elastickým prostředím hliníkových tyčí.
2. Přenos vlny měděným tvarovačem.

Jakmile bude materiál tvarovače zkalibrován, bude možné přejít k simulacím tvarování pomocí tvarovačů komplexnějších tvarů, které jsou např. náročné na výrobu a reálné zkoušení náhodných tvarů je metodou pokus-omyl nákladné. Výsledky simulací dosažené tímto způsobem pravděpodobně budou moci být považovány za věrohodné.

Tvarovač pulzů je svými geometrickými parametry velmi specifický. Malé rozměry kladou nestandardní požadavky na konečně-prvkou síť.

Na tvarovači se nachází dvě kontaktní plochy. Kontakt je jedna z nejproblematictějších částí numerického modelu (kap. 8.2.2.6.2). První vrstva elementů („kontaktních“) je zatížena vysokým oscilacemi, které se však spolehlivě filtrují následným přenosem přes další vrstvy elementů. Malý počet vrstev elementů tvarovače v podélném směru může vést na nesprávné výsledky. Proto by počet vrstev měl být minimálně 3.

Přítomnost 3 vrstev je však vynucena i dalším faktorem - uzamykáním sítě. Na kontaktech je definován koeficient tření (jinak hrozí nekontrolovatelný příčný pohyb tvarovače i během deformování). Jelikož je tvarovač vždy zatížen vysokými tlaky (v důsledku malé plochy), neumožňuje tření příčný pohyb uzlů tvarovače v kontaktu s povrchem tyče. Situace je ekvivalentní vetknutí. Pokud by byla přítomna jen jedna vrstva lineárních elementů, byl by tvarovač ve výsledku nekonečně tuhý.

Třetí neopomenutelný jev je „soudečkování“, které bylo pozorováno i během experimentů. Počet vrstev musí být dostatečný, aby byl tento aspekt věrně postihnout.

Na druhou stranu, příliš malé elementy povedou na velmi krátký výpočtový krok a zvyšuje se pravděpodobnost výskytu elementů se záporným objemem a tedy selhání simulace.

8.2.3.2 Slovní popis úlohy

Byly provedeny kvazi-statické zkoušky tahem a tlakem měděných pásků a kulatin použitých pro výrobu tvarovačů. Ze smluvních diagramů jsou odečteny (odhadnuty) materiálové charakteristiky - mez kluzu a směrnice sklonu oblasti tečení.

Prodloužení bylo při zkoušce tahem odečítáno z posuvu příčnicku trhacího stroje bez kompenzace jeho nedostatečné tuhosti. Proto je Youngův modul pružnosti v některých případech brán nominální, jelikož z naměřených smluvních diagramů jej není možné jednoznačně určit. Pro některé materiálové modely je testován i modul nižší, pravděpodobně jen zdánlivě lépe aproximující smluvní diagramy.

Dále byla provedena sada měření na části sestavy SHPB - narážející tyč, tvarovač, incidentní tyč. Celkem bylo provedeno 40 validních testů. Variována je rychlost nárazu, průměr a délka tvarovače. Odezva tvarovače byla měřena na tenzometru vzdáleném 40 a 800 mm od naráženého čela.

Pomocí parametrů získaných z kvazi-statických zkoušek je modelován materiál tvarovače a jsou simulovány provedené experimenty SHPB. Porovnává se časová odezva tvarovače. Jsou testovány různé materiálové modely (konstitutivní rovnice lze nalézt v manuálu [62]):

1. bilineární,
2. s mocninným zpevněním a
3. po částech lineární plasticita.

Také je sledován vliv zohlednění rychlosti deformace a případně vliv výběru typu sub-procedury výpočtu rychlosti deformace.

8.2.3.3 Cíle

1. Vyhodnocení kvazi-statických zkoušek.
2. Definice bilineárního modelu.
3. Definice modelu s mocninným zpevněním.
4. Definice po částech lineárního modelu.
5. Testování jemnosti sítě a typu integrace na vybraných scénářích - bilineární model.

6. Určení vlivu hodnoty rychlosti deformace na napěťovou odezvu tvarovače na vybraných scénářích - bilineární model.
7. Určení vlivu výběru typu sub-procedury určení aktuální rychlosti deformace během výpočtu na vybraných scénářích - bilineární model.
8. Porovnání 3 modelů materiálu s experimenty a výběr optimálního materiálového modelu pro kalibraci na vybraných scénářích.
9. Kalibrace optimálního modelu materiálu na vybraných scénářích.
10. Validace zkalibrovaného optimálního materiálového modelu porovnáním simulací se všemi provedenými experimenty (všechny scénáře).

8.2.3.4 Popis modelu

Část	Veličina	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m ³]	E [GPa]	ν [-]
Narážející tyč		500	19,9	\sim [5; 20; 40]	2803	71,35	0,3
Vstupní tyč		1585	19,8	0	2803	71,35	0,3

Tabulka 8.11: Popis geometrie, materiálu a počáteční kinematiky

8.2.3.5 Parametry simulace

Uvedené parametry jsou pro jednu simulaci. Celkem bylo simulováno 40 experimentů, část v několika iteracích.

Parametr	Hodnota
Délka simulace	5 / 1,7 / 1.2 ms*
Perioda výstupu	$5 \cdot 10^{-5}$ ms
Frekvence výstupu	20 MHz
Časový krok	$5 \cdot 10^{-6}$ ms**
Doba výpočtu	2 - 5 h
Počet elementů	1 000 000

Tabulka 8.12: Parametry simulace

*Pro nárazové rychlosti 5 / 20 / 40 m/s.

**Tj. přibližný výchozí krok, mezi modely se liší. Při velkých rychlostech docházelo k poklesu kroku až o jeden řád.

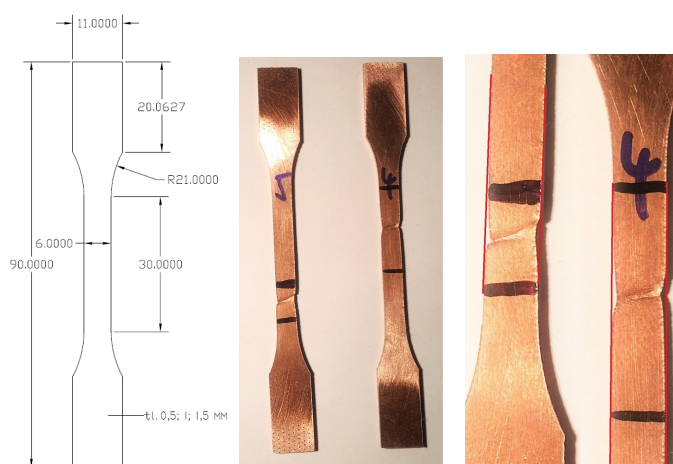
8.2.3.6 Grafické výstupy s komentářem

Jsou vyhodnoceny tahové a tlakové zkoušky, definovány materiálové modely, provedeny simulace a porovnány odezvy tvarovačů v časové oblasti mezi simulacemi a experimenty.

8.2.3.6.1 Vyhodnocení kvazi-statických zkoušek

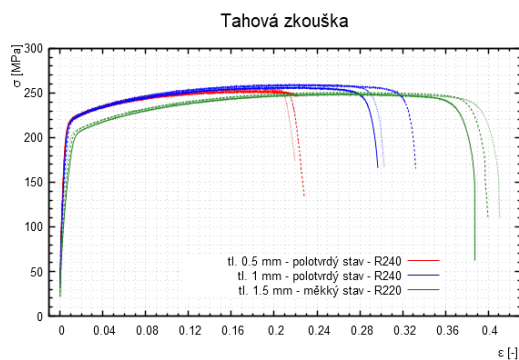
Byly provedeny tahové zkoušky měděných pásků, z kterých byly vyrobeny tenké tvarovače. Dále byly provedeny tlakové zkoušky vzorků kulatiny, která byla použita pro výrobu dlouhých tvarovačů.

a) Tahové zkoušky Bylo provedeno celkem 9 tahových zkoušek pro ploché vzorky o tloušťce 0,5 (3x); 1 (3x) a 1,5 mm (3x) (obr. 8.21). Rychlosti posuvu se pohybovaly v intervalu 0,5 - 2 mm min⁻¹.



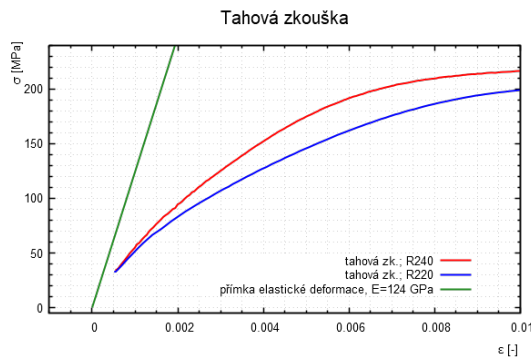
Obrázek 8.21: Vzorky pro tahové zkoušky - výkres vlevo, testované vzorky uprostřed, detail na deformovanou oblast vpravo

Vzorky o tl. 0,5 a 1 mm jsou v polotvrdém stavu, vzorek tloušťky 1,5 mm v měkkém. Tomu odpovídají i výsledné smluvní diagramy (obr. 8.22). Rychlost deformace nemá v daném rozmezí vliv.



Obrázek 8.22: Smluvní diagramy z tahových zkoušek 9 vzorků

Na grafu 8.22 se mez kluzu jeví výrazná. Avšak rozsah osy y je zobrazen až do deformace 40 %, což je v pokročilé plastické oblasti. Detail elastické oblasti je na obrázku 8.23 spolu s vyznačenou přímkou se sklonem příslušným nominálnímu Youngova modulu mědi. Počáteční sklon křivek se blíží právě nominální hodnotě Youngova modulu mědi $E = 124$ GPa. Odezva je od počátku zatěžování nelineární jak pro měď R220, tak pro měď R240.

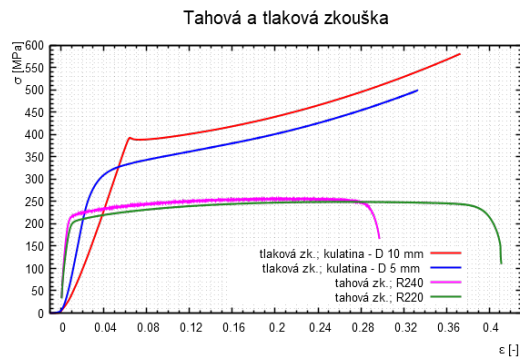


Obrázek 8.23: Detail elastické oblasti

Číselné určení meze kluzu je tedy problematické. Pro úplný popis by bylo potřeba změřit i odlehčovací křivky a pozorovat, zda je deformace vratná, či nikoliv a ideálně i sledovat rozložení deformace pomocí technologie digitální korelace obrazu, s kterou má laboratoř zkušenost [58]. **Mj. při měření byl použit siloměr rozsahem 100 kN, maximální zatížení se během zkoušek pohybovalo v intervalu 1-2 kN.** Není vyloučeno, že data jsou v elastické oblasti zkreslena. Hodnota napětí při tečení materiálu však odpovídá daným typům mědi.

b) Tlakové zkoušky Tlakové zkoušky byly provedeny dvě. Jako vzorky byly použity odříznuté válečky z kulatin, z kterých byla vytvořena sada tvarovačů délky 5 mm. Testované válečky měly průměr 10 a 5 mm.

Z průběhů (obr. 8.24) je zřejmé, že vzorky nebyly v průběhu zatěžování ve stavu jednoosé napjatosti. Pravděpodobně se silně projevilo i tření základů válečků. Konvexnost křivky v elastické oblasti je způsobená nedokonalé rovnými čely válečků - řezání kulatiny probíhalo ručně s omezenou přesností. Šikmost ploch byla před měřením patrná pohledem.



Obrázek 8.24: Porovnání tlakové a tahové zkoušky

O počáteční šikmosti a o prostorovém stavu napjatosti, resp. vlivu tření základen, vypovídá i tvar vzorku po experimentu. Na obrázku 8.25 je patrné „soudečkování“ a šikmé stlačování.



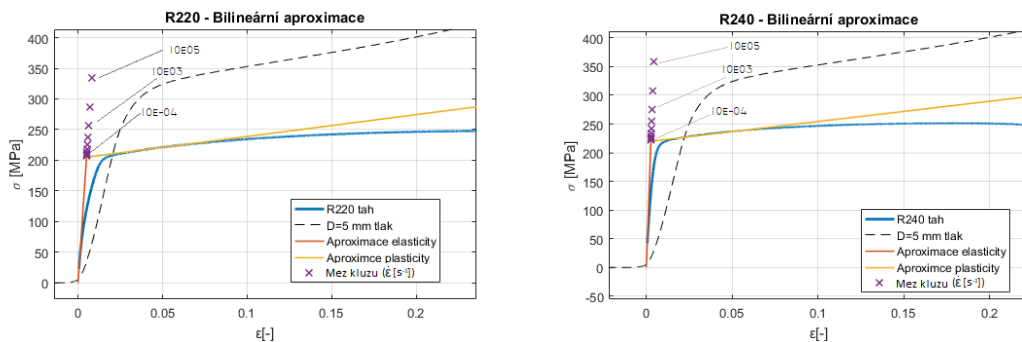
Obrázek 8.25: Vzorek po proběhlé tlakové zkoušce - původní délka 5 mm, průměr 10 mm, nová délka 3 mm, průměr 12 mm

Hodnota napětí během tečení materiálu kulatin nelze z tlakových zkoušek spolehlivě určit. V simulacích bude jako výchozí použita 220 MPa, viz následující odstavce definic materiálových modelů.

Důležitý je průběh napětí od 10 % deformace. Vzorek klade deformaci odpor, který exponenciálně roste. V definici po částech lineárního modelu bude vycházeno z představy nekonečně velkého odporu při tlakové deformaci 100 %. Tato představa je velmi vhodná i pro eliminaci výskytu elementů se záporným objemem.

8.2.3.6.2 Definice bilineárního modelu

Jedná se o nejjednodušší přiblížení napět'ové odezvě. Je zahrnut i přibližný efekt (kvalitativně, opravdové materiálové charakteristiky nejsou k dispozici) rychlosti deformace (obr. 8.26).



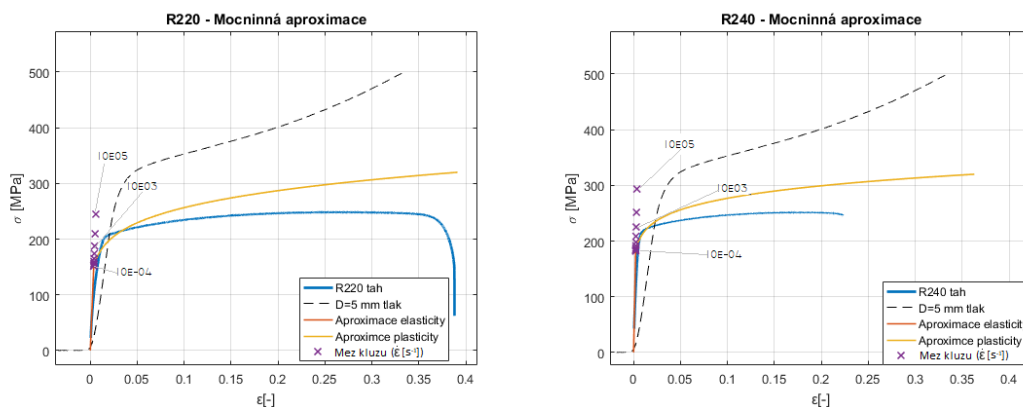
Obrázek 8.26: Aproximace smluvních diagramů se zahrnutým efektem rychlosti deformace

Parametr	R220	R240	Kulatina
E [MPa]	41 000	83 000	viz R240
E_t [MPa]	360	350	viz R240
σ_k [MPa]	205	220	viz R240
C [-]	1000	1000	viz R240
p [-]	5	5	viz R240

Tabulka 8.13: Parametry bilineárního modelu pro měděné pásky R220, R240 a měděnou kulatinu; nominální hodnoty: $\rho = 8960 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 0,355$

8.2.3.6.3 Definice modelu s mocninným zpevněním

Tento nelineární model má stejný počet parametrů, jako bilineární, průběh odezvy lze však modelovat věrněji. Je opět odhadem zahrnut kvalitativní vliv rychlosti deformace (obr. 8.27).



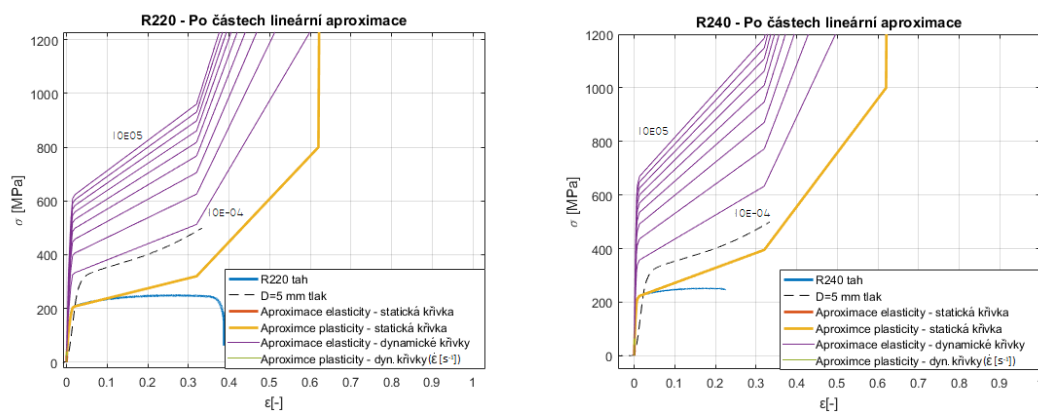
Obrázek 8.27: Aproximace smluvních diagramů se zahrnutým efektem rychlosti deformace

Parametr	R220	R240	Kulatina
E [MPa]	41 000	83 000	viz R240
k [MPa]	372	359	viz R240
n [-]	0,1622	0,1124	viz R240
C [-]	1000	1000	viz R240
p [-]	5	5	viz R240

Tabulka 8.14: Parametry mocnného modelu pro měděné pásky R220, R240 a měděnou kulatinu; nominální hodnoty: $\rho = 8960 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 0,355$

8.2.3.6.4 Definice po částech lineárního modelu

Po částech lineární definice umožňuje téměř přesně postihnout průběh smluvního diagramu. Zadávání modelu je však časově náročné, především je-li zahrnutý vliv rychlosti deformace, jako na obrázcích (obr. 8.28).



Obrázek 8.28: Aproximace smluvních diagramů se zahrnutým efektem rychlosti deformace

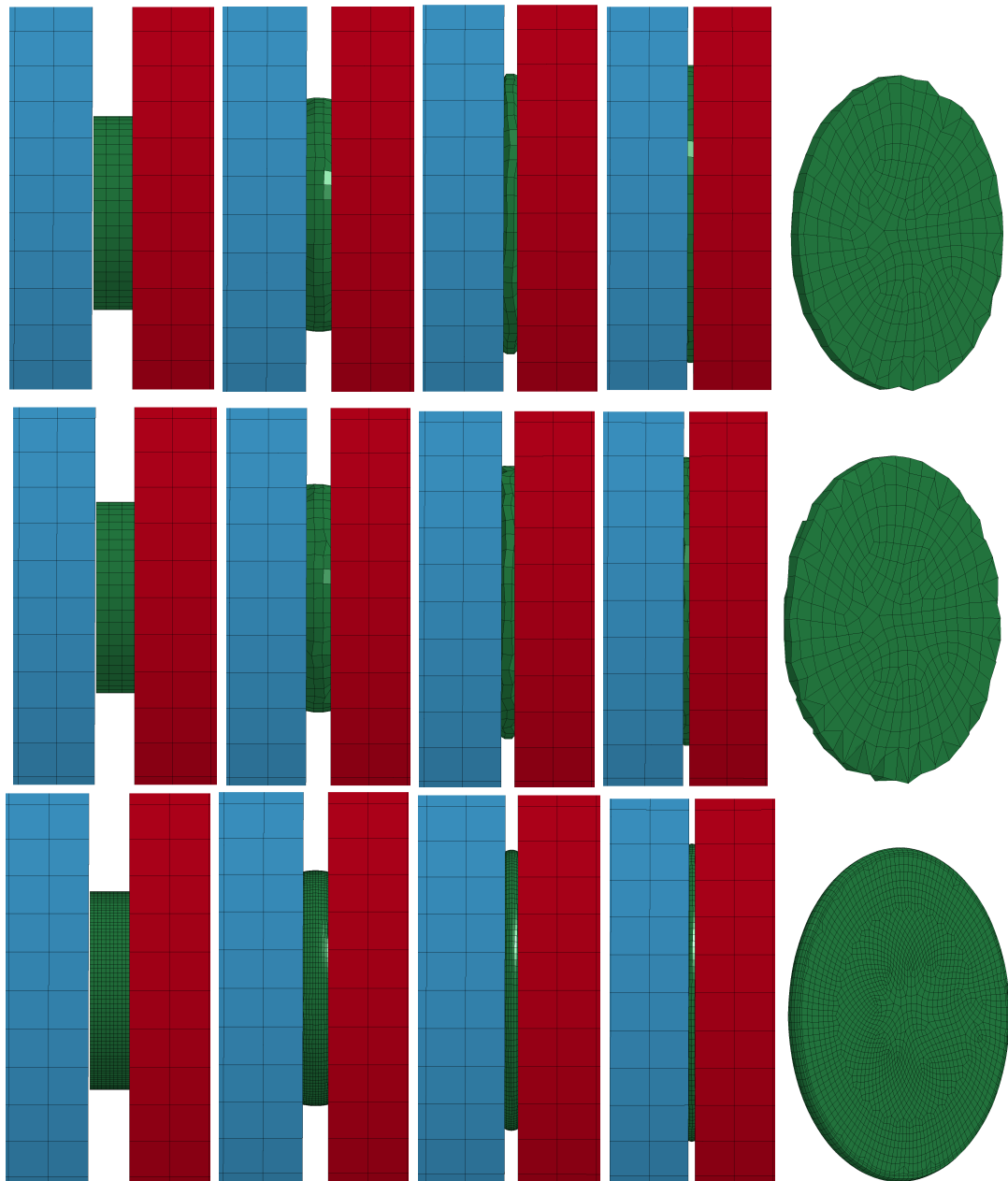
R220								
$\epsilon [-]$	0	0.0041	0.0098	0.0144	0.0206	0.3198	0.6198	0.9998
$\sigma (\dot{\epsilon})$ [MPa]	1.0e+05 *							
$\dot{\epsilon}=0.0001$	0.0003	0.0011	0.0017	0.0020	0.0021	0.0032	0.0080	1.0000
$\dot{\epsilon}=0.001$	0.0004	0.0018	0.0028	0.0033	0.0033	0.0051	0.0128	1.6020
$\dot{\epsilon}=0.01$	0.0005	0.0021	0.0034	0.0040	0.0041	0.0063	0.0156	1.9542
$\dot{\epsilon}=0.1$	0.0006	0.0024	0.0038	0.0045	0.0046	0.0071	0.0176	2.2041
$\dot{\epsilon}=1$ [S]	0.0006	0.0026	0.0042	0.0049	0.0050	0.0077	0.0192	2.3979
$\dot{\epsilon}=10$	0.0006	0.0028	0.0044	0.0052	0.0053	0.0082	0.0205	2.5563
$\dot{\epsilon}=100$	0.0007	0.0030	0.0047	0.0055	0.0056	0.0086	0.0215	2.6902
$\dot{\epsilon}=1000$	0.0007	0.0031	0.0049	0.0057	0.0058	0.0090	0.0224	2.8062
$\dot{\epsilon}=10000$	0.0007	0.0032	0.0051	0.0059	0.0060	0.0093	0.0233	2.9085
$\dot{\epsilon}=100000$	0.0008	0.0033	0.0052	0.0061	0.0062	0.0096	0.0240	3.0000

R240; kulatina								
$\epsilon [-]$	0	0.0023	0.0051	0.0071	0.0123	0.3197	0.6197	0.9997
$\sigma (\dot{\epsilon})$ [MPa]	1.0e+05 *							
$\dot{\epsilon}=0.0001$	0.0004	0.0013	0.0019	0.0021	0.0022	0.0040	0.0100	1.0000
$\dot{\epsilon}=0.001$	0.0006	0.0021	0.0031	0.0034	0.0036	0.0063	0.0160	1.6020
$\dot{\epsilon}=0.01$	0.0008	0.0025	0.0038	0.0041	0.0044	0.0077	0.0195	1.9542
$\dot{\epsilon}=0.1$	0.0009	0.0029	0.0043	0.0047	0.0049	0.0087	0.0220	2.2041
$\dot{\epsilon}=1$ [S]	0.0010	0.0031	0.0047	0.0051	0.0053	0.0095	0.0240	2.3979
$\dot{\epsilon}=10$	0.0010	0.0033	0.0050	0.0054	0.0057	0.0101	0.0256	2.5563
$\dot{\epsilon}=100$	0.0011	0.0035	0.0052	0.0057	0.0060	0.0106	0.0269	2.6902
$\dot{\epsilon}=1000$	0.0011	0.0036	0.0055	0.0059	0.0063	0.0111	0.0281	2.8062
$\dot{\epsilon}=10000$	0.0012	0.0038	0.0057	0.0061	0.0065	0.0115	0.0291	2.9085
$\dot{\epsilon}=100000$	0.0012	0.0039	0.0059	0.0063	0.0067	0.0118	0.0300	3.0000

Obrázek 8.29: XY hodnoty aproximující smluvní diagramy; nominální hodnoty: $\rho = 8960$ kg/m³, $\nu = 0,355$

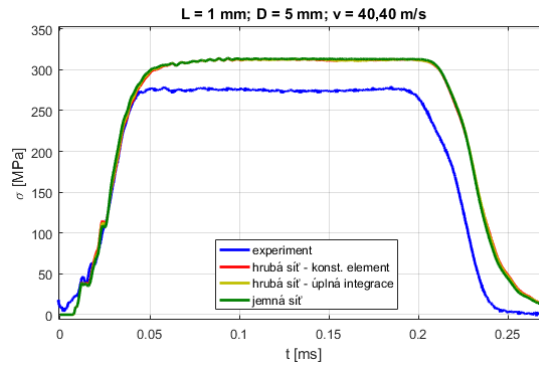
8.2.3.6.5 Testování jemnosti sítě a typu integrace na vybraných scénářích - bilineární model

V prvním kroku je sledován vliv jemnosti sítě tvarovače. Úspěšně byly dopočítány všechny tři verze modelu (obr. 8.30). U hrubé sítě jsou v případě konstantních elementů (nahore) patrné deformace s nulovou deformační energií. U hrubé sítě s úplnou integrací (uprostřed) se situace zvláště u krajů tvarovače dokonce zhoršila. V obou případech hrubé sítě je zřejmé úplné stlačení kontaktních vrstev a pravděpodobně částečné uzamčení prostřední vrstvy. U tvarovače s jemnou sítí s konstantními elementy (dole) je lépe postihnout efekt „soudečkování“ a deformace se jeví celkově reálněji. Nicméně vliv na napěťovou odezvu (obr. 8.31) není pozorován.



Obrázek 8.30: Posloupnost deformace tvarovače v časech (0; 0,0105; 0,0210; 0,0420; 0,0680)[ms] modelů:

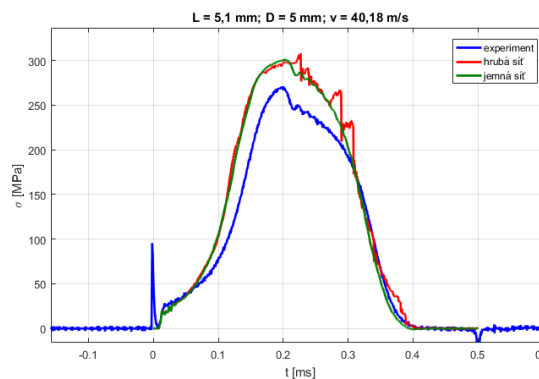
- 1) hrubá síť s konstantními elementy (nahore)
- 2) hrubá síť s úplnou integrací (uprostřed)
- 3) jemná síť s konstantními elementy (dole)



Obrázek 8.31: Odezva tvarovače na prvním tenzometru (40 mm od místa nárazu) (příslušné průběhy k obr. 8.30)

Přesto však nelze tvrdit, že jemnost sítě tvarovače nemá na napěťovou odezvu vliv. V případě jiného ze sady 40 tvarovačů je rozdílnost výsledků zřejmá (obr. 8.32). Hrubost sítě se projevuje jako nespojité přechody hodnoty napětí při odlehčování.

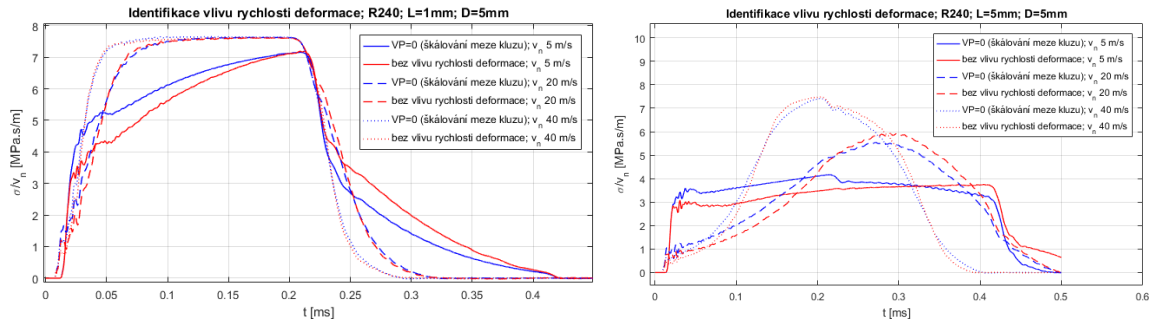
Jelikož se v průběhu simulací s jemnou sítí nevyskytly elementy se záporným objemem a dopad na dobu výpočtu není neúnosný, bude nadále používána **pouze jemná síť**.



Obrázek 8.32: Odezva jiného náhodného ($L=5\text{mm}$) tvarovače na prvním tenzometru (40 mm od místa nárazu)

8.2.3.6.6 Určení vlivu hodnoty rychlosti deformace na napěťovou odezvu tvarovače na vybraných scénářích - bilineární model

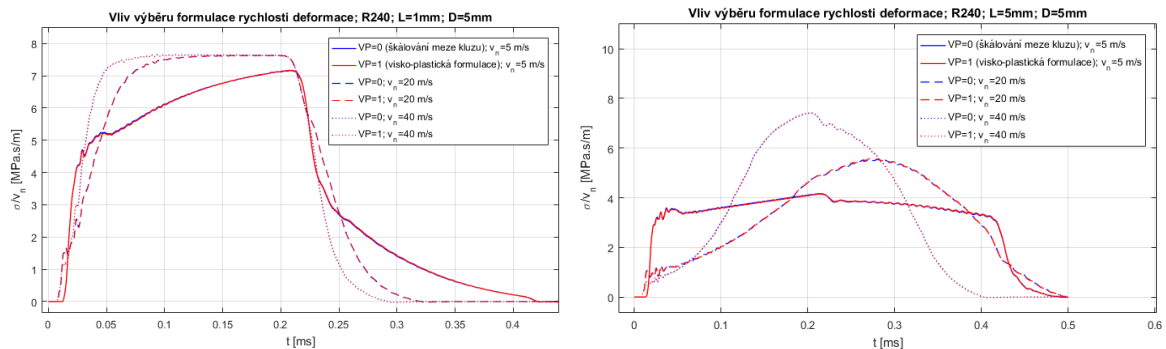
Je porovnán vliv rychlosti deformace pro 3 různé rychlosti nárazu (obr. 8.33) pro krátký (vlevo) a dlouhý (vpravo) tvarovač na modelu s definovaným vlivem rychlosti deformace (červeně) a na modelu bez efektu (modře). U krátkého tvarovače ($L = 1 \text{ mm}$) v oblasti přechodu z elastické do plastické oblasti je patrný vliv rychlosti deformace pouze pro nárazovou rychlost 5 m/s. U dlouhého tvarovače ($L = 5 \text{ mm}$) je vliv pozorovatelný v každém případě.



Obrázek 8.33: Porovnání napěťové odezvy při zahrnutí a zanedbání efektu rychlosti deformace; krátký tvarovač $L=1$ mm vlevo, dlouhý tvarovač $L=5$ mm vpravo

8.2.3.6.7 Určení vlivu výběru typu sub-procedury určení aktuální rychlosti deformace během výpočtu na vybraných scénářích - bilineární model

Opět je pro jednoduchost srovnání využito normovaných průběhů (obr. 8.34). Výběr formulace nemá žádný pozorovatelný vliv, odpovídající si křivky (modré a červené) se překrývají.

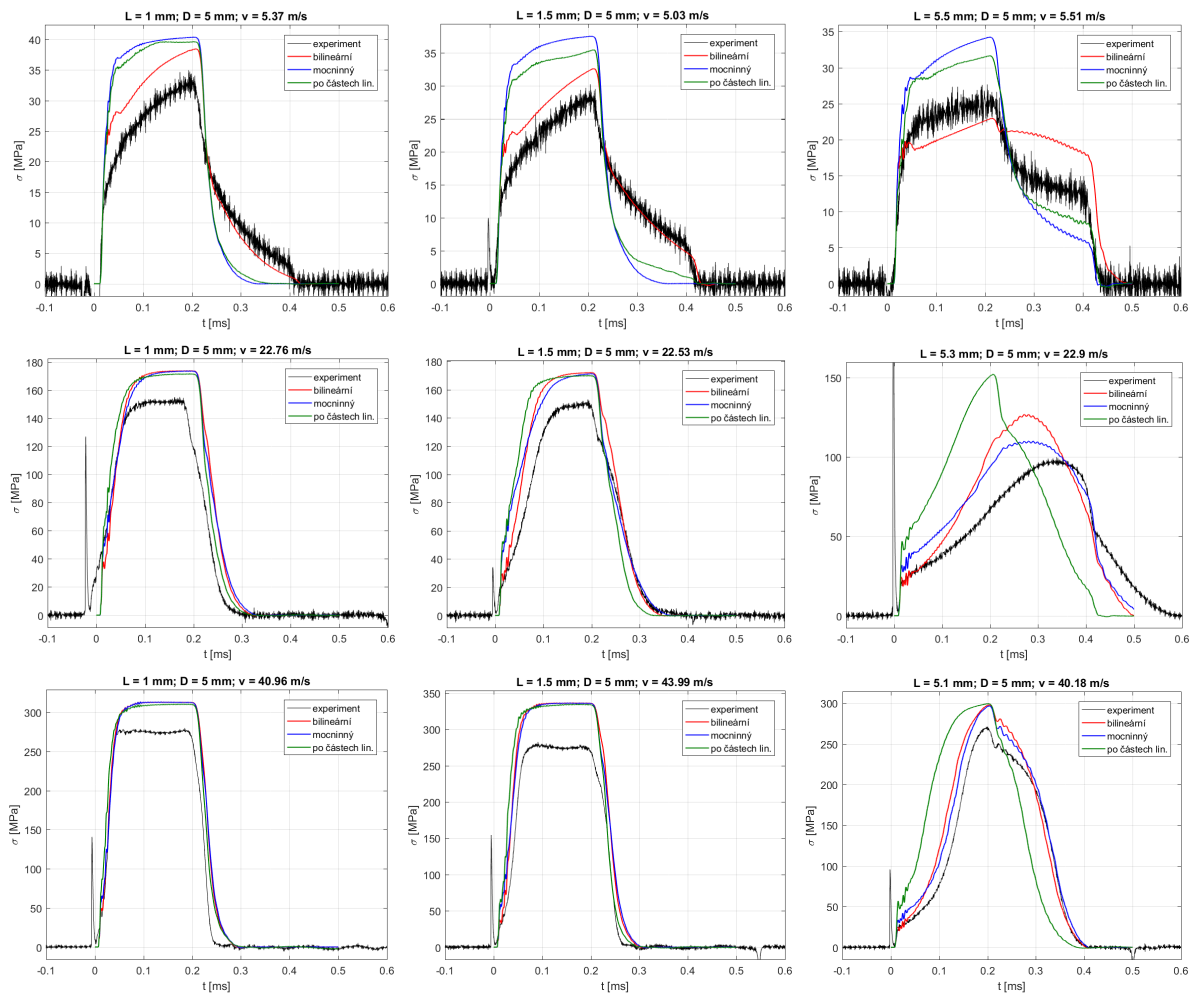


Obrázek 8.34: Porovnání napěťové odezvy pro 2 různé sub-procedury určení aktuální rychlosti deformace; krátký tvarovač $L=1$ mm vlevo, dlouhý tvarovač $L=5$ mm vpravo

8.2.3.6.8 Porovnání 3 modelů materiálu s příslušnými experimenty a výběr optimálního materiálového modelu pro kalibraci na vybraných scénářích

Celkem bylo simulováno 9 experimentů pro 3 výše definované (kap. 8.2.3.6.2 - 8.2.3.6.4) materiálové modely, tedy 27 simulací. Zadávané parametry statických křivek jsou zvoleny dle tabulek 8.13, 8.14 a obrázku 8.29. Smluvní diagram použité kulatiny není k dispozici a proto je použit materiálový model mědi R240.

Porovnání výsledků s experimentem je na sadě obrázků 8.35. Z výsledků je patrné, že se zmenšujícím se tvarovačem a se zvyšující se rychlostí přestávají mít materiálové parametry vliv na odezvu a spíše se projevuje samotná fyzická přítomnost (geometrie) tvarovače.



Obrázek 8.35: Porovnání tří materiálových modelů s 9 vybranými experimenty, černě experiment, červeně bilineární, modře mocninný, zeleně po částech lineární model

Kalibrovat každý ze 3 materiálových modelů je časově neúnosné. Po částech lineární model (zelený průběh) je nejvariabilnější a pravděpodobně by mohl být naladěn velmi přesně, v současné definici je však popsán 8 body smluvního diagramu. Dynamické křivky vznikly faktorizací křivky statické, k čemuž byly potřeba další dva parametry. Celkem se tedy jedná o 10 parametrů (a to za předpokladu správné použití proporcionální faktorizace statické křivky, v obecném případě se jedná o $8 \times 10 = 80$ parametrů!). Zadávání těchto hodnot, ačkoli pomocí vstupních textových souborů, je v preprocesoru LSPP časově náročné, a tedy v iteračním procesu kalibrace bez plné automatizace neproveditelné. Plnou automatizací se mj. rozumí identifikační program, který autonomně ladí parametry materiálového modelu (optimalizuje) bez vstupů uživatele. Ve stávajícím stavu je však po částech lineární materiálový model nepoužitelný.

Bilineární model (červený průběh) je popsán třemi parametry (sklon elastické a plastické oblasti, mez kluzu) a další dva parametry jsou potřeba pro zahrnutí efektu rychlosti

deformace. Úplný model je tedy definován 5 parametry, jejichž zadání probíhá v rámci jedné karty modelu. Možná nevýhoda modelu spočívá v úzké souvislosti mezi mezí kluzu a sklonem plastické části. Má-li být zachován sklon plastické části o malé hodnotě, automaticky vzniká požadavek na vysokou mez kluzu. Měď je měkký tažný kov s (oproti oceli) nelineární elastickou oblastí. Vhodnější popis představuje třetí materiálový model.

Mocninný model (modrý průběh) je popsán též 5 parametry včetně efektu rychlosti deformace. Oproti bilineárnímu modelu může být lépe laděna mez kluzu při zachování průměrného sklonu plastické části. Zadávání probíhá v rámci jedné karty preprocesoru. Tento model je pro manuální kalibraci optimální.

8.2.3.6.9 Kalibrace optimálního modelu materiálu na vybraných scénářích

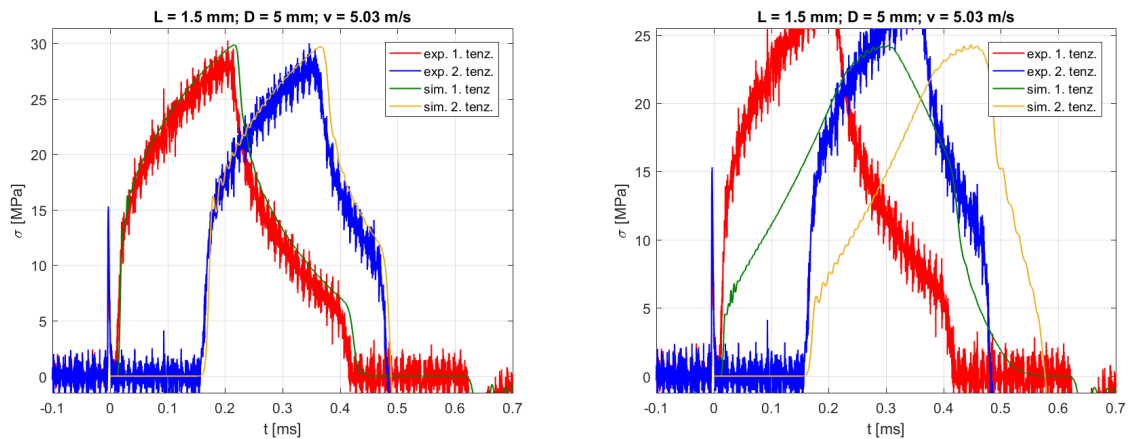
Ačkoli se kalibrovalo pět parametrů a byly k dispozici naměřené smluvní diagramy, ukázala se úloha jako velmi náročná. Set 9 vybraných experimentů byl simulován ve 20 iteracích (tj. 180 simulací). Nepodařilo se vliv jednotlivých parametrů izolovat. Výsledky byly často neočekávané. Změna parametrů v některých případech nevykazovala žádný vliv na výsledný tvar incidentní vlny pro široký interval hodnot, ale na jiných intervalech těchto parametrů nebyla výjimkou ani intenzivní změna tvaru vlny způsobená jejich nepatrnou změnou.

Navíc s definovaným tlumením tyčí, s počtem kontaktů a s velkou deformací elementů tvarovače došlo ke značnému zpomalení výpočtu. Dále kontrola pohledem každé simulace a hledání závislostí a vlivů bez použití optimalizačních algoritmů byla též časově náročná.

Další problém byl se samotnými průběhy naměřených smluvních diagramů. Není zaručeno, že jsou křivky dostatečně přesné, jelikož siloměr trhacího stroje byl zatížen pouze 2 % z celkového rozsahu. Smluvní diagram měděné kulatiny k dispozici dokonce není.

Pro rámcovou představu vlivu parametrů nelineární materiálového jsou prezentovány průběhy z vybraných kroků iterace. Jedná se ve skutečnosti o demonstraci vlivu parametrů a „nasměrování“, na které aspekty se v potencionální (není cílem této práce) úloze identifikace materiálového modelu zaměřit, než o jakýkoli pokus kvalitativního či kvantitativního popisu.

a) Vliv celkové tuhosti materiálu tvarovače Naměřené smluvní diagramy (kap. 8.2.3.6.1) vznikaly při maximálním zatížení 2 % z rozsahu použitého siloměru. Alespoň pro přibližnou kontrolu výsledků provedených tahových zkoušek byly propočteny simulace mj. se značně podhodnocenou mezí kluzu (přibližně poloviční). Z obrázků 8.36 plyne, že výsledky tahové zkoušky jsou pravděpodobně dostatečně přesné. Fiktivní materiál s nižší mezí kluzu je s výsledky simulace v silném rozporu.

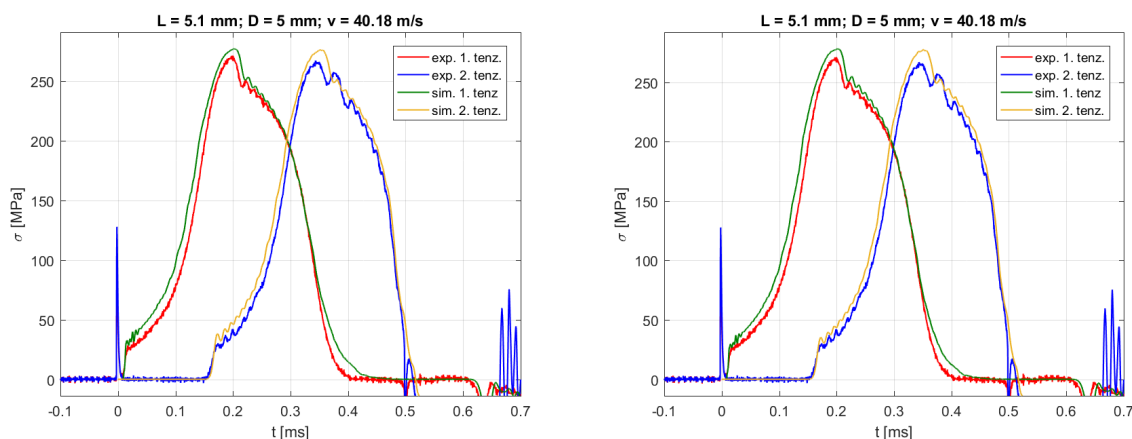


Obrázek 8.36: Výsledky simulace pro materiál definovaný dle tahové zkoušky (vlevo) a pro fiktivní materiál s poloviční mezí kluzu

b) Vliv velikosti Youngova modulu Na obrázcích 8.37 je patrné, že hodnota Youngova modulu má zanedbatelný vliv, jelikož většina z průběhu vlny je tvořena při plastickém deformování tvarovače. S měnící se hodnotou Youngova modulu dochází i k posunu meze kluzu, což v tomto případě nevede na zásadně rozdílné výsledky. Materiál s vyšším modulem (vpravo) začíná téct nepatrně dříve.

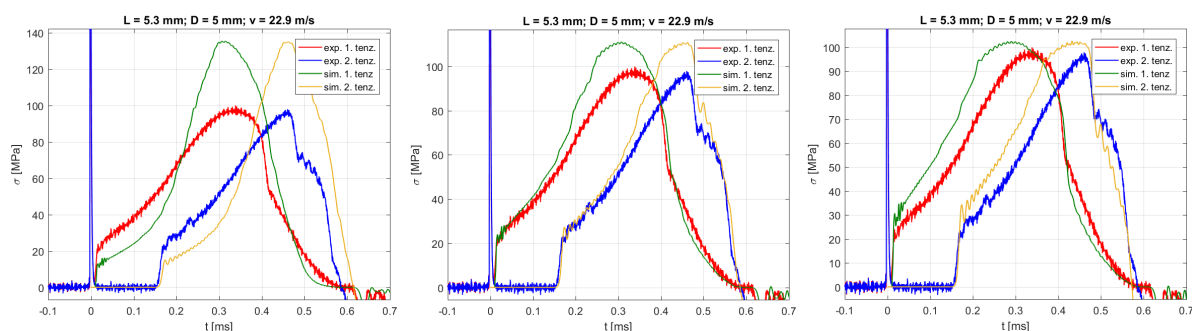
Vedle zanedbatelné rozdílnosti výsledků se hodnota Youngova modulu výrazně promítá na výpočetní čas úlohy. Tvarovač je součástí sestavy s nejmenšími elementy a tudíž určuje výpočetní krok. Ten je určen v přímé souvislosti s fázovou rychlostí vlny v daném materiálu. Proto byla simulace s nižším Youngovým modulem tvarovače ($E = 40000$ MPa) spočtena přibližně v polovičním čase.

Na druhou stranu, byly pozorovány i případy, kdy malá změna meze kluzu (v okolí 5 - 10 MPa) vedla na velice rozdílné výsledky. Proto je potřeba za účelem kratšího výpočtu snižovat Youngův modul s pevnou mezí kluzu (tudíž i přeformulovat konstanty modelu plastické části). Další omezení, kdy není vhodné modul snižovat, je pravděpodobně použití řádově delších (10 cm) nekonvenčních tvarovačů, kdy již nelze zanedbat vlnový charakter děje v tvarovači a je potřeba zachovat nominální fázovou rychlost vlny.



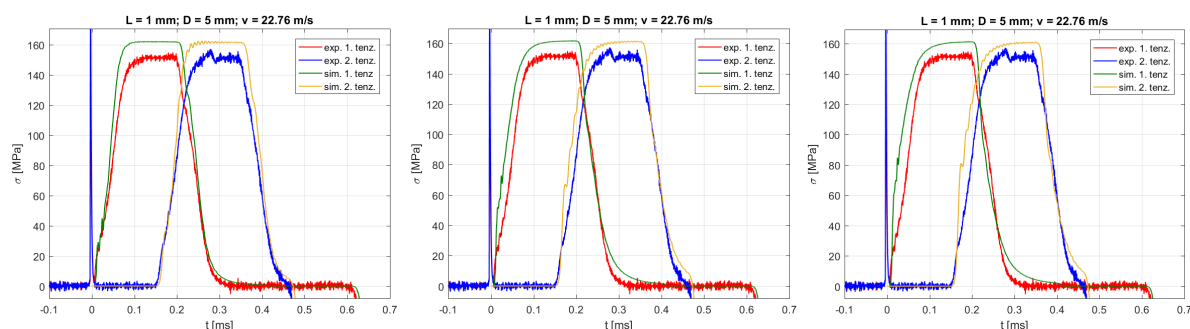
Obrázek 8.37: Výsledky simulace pro materiál s Youngovým modulem 40 000 MPa (vlevo) a nominálním 124 000 MPa (vpravo)

c) Vliv hodnoty parametrů Cowper-Symondsova modelu efektu rychlosti deformace Nejprve je vliv parametrů testován na tvarovači délky 5 mm vyhotoveném z měděné kulatiny (obr. 8.38). Efekt je zjevný, silnější vliv rychlosti deformace se odráží na posunu souřadnice v grafu, kdy materiál tvarovače začíná téct (konec počáteční přímky následované oscilacemi) a zároveň klesá maximální hodnota napětí vlny.



Obrázek 8.38: Vliv síly efektu rychlosti deformace - nezahrnuto (bez efektu) vlevo; $C = 1000$, $p = 5$ (menší síla efektu) uprostřed; $C = 100$, $p = 6$ (větší síla efektu) vpravo

Obdobný trend lze pozorovat i u tvarovače malých rozměrů, tedy $L = 1$ mm (obr. 8.39). S rostoucí silou roste přechod z elastické do plastické odezvy přibližně z 30 Mpa přes 60 Mpa až na 70 Mpa. Plastická odezva je v každém případě nadhodnocena. Při zahrnutí efektu rychlosti deformace je tvarově podobnější experimentu. Rozdílnost plastické odezvy mezi druhým a třetím obrázkem je zanedbatelná.

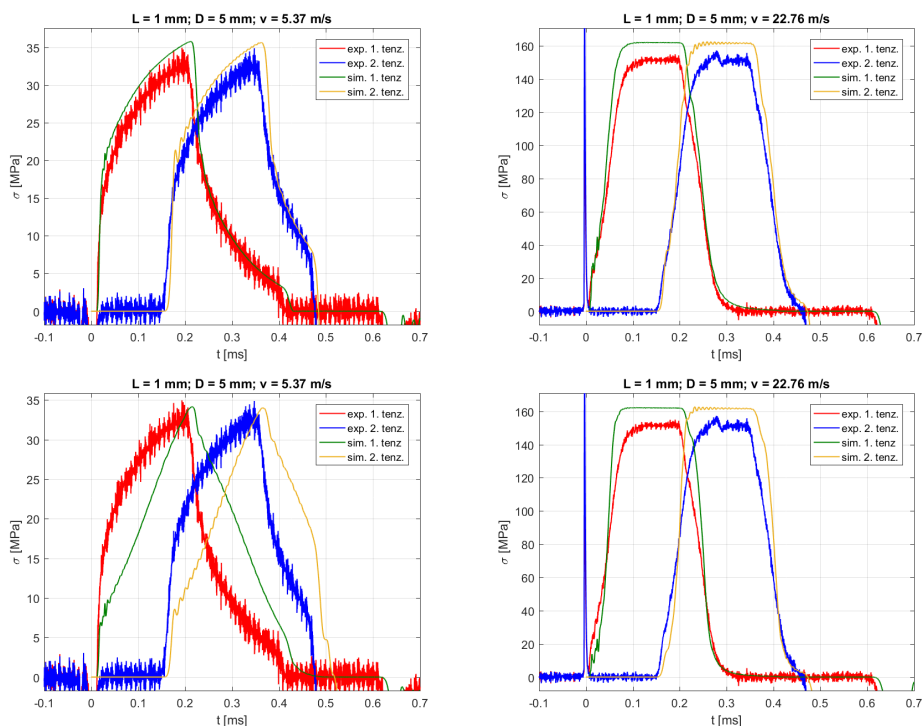


Obrázek 8.39: Vliv síly efektu rychlosti deformace - nezahrnuto (bez efektu) vlevo; $C = 1000$, $p = 5$ (menší síla efektu) uprostřed; $C = 100$, $p = 6$ (větší síla efektu) vpravo

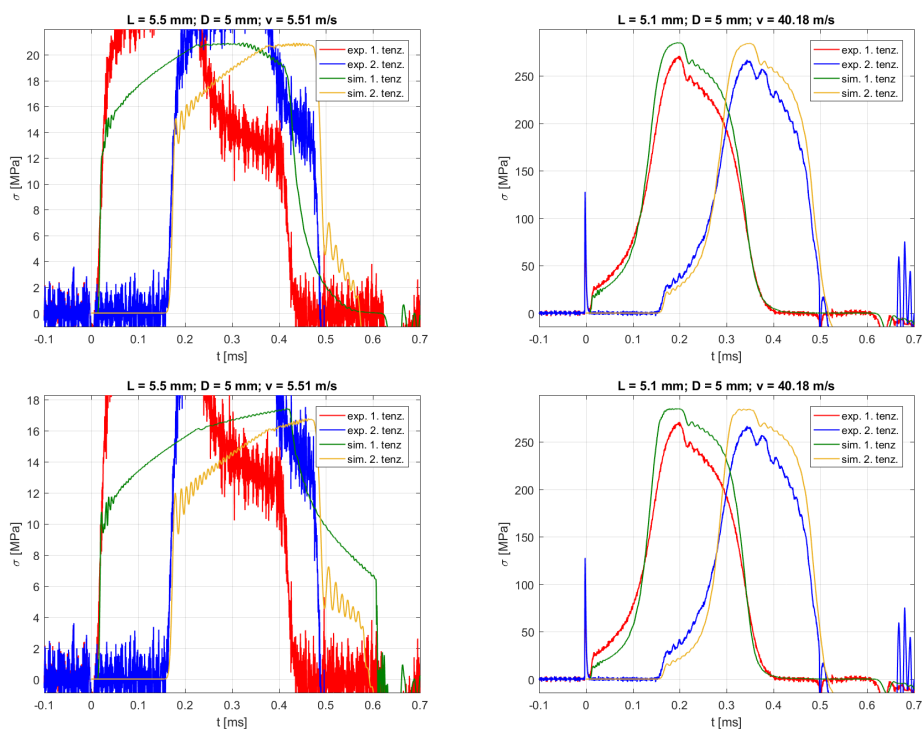
d) Vliv sítě - zamykání elementů Prostým pohledem na uvedené průběhy výše (obr. 8.36 - 8.39) je zřejmý jejich společný negativní rys. Odezva plastické deformace tvarovače je nadhodnocena. Stejný trend byl pozorován v každém iteračním kroku kalibrace. Snížení této odezvy je možné docílit výraznou změnou parametrů materiálových modelů, což však vede na neúměrně vyšší distancování elastické odezvy a celkového tvaru vlny od výsledků experimentu.

To je způsobeno buď nevhodným materiálovým modelem v oblasti velké tlakové deformace, anebo (pravděpodobněji) vlastnostmi objemových elementů jako takových. Již na znázorněné deformaci (obr. 8.30) je pozorovatelné velké přetvoření elementů v blízkosti kontaktů a malé u vnitřních elementů. U hrubé sítě se prostřední ze 3 vrstev chová téměř nestlačitelně. Toto jsou pravděpodobně projevy zamykání sítě, které nelze v této fázi jednoduše odfiltrovat - již se používá pouze 1 integrační bod. Možná cesta je ladění parametru HOURGLASS a to konkrétně koeficientů objemové viskozity (bulk viscosity). Ve výchozím nastavení řešič LS-DYNA módy s nulovou deformací kontroluje. Ladění těchto parametrů neproběhlo však ani v citlivostní studii parametrů simulace (Příloha A), pouze byly testovány různé formulace kontroly nulových módů deformace. Změna těchto hodnot je nepřípustná bez znalosti vlivu na předešlé úlohy (citlivostní studie parametrů simulace, okrajových podmínek, kalibrace elastického materiálu tyčí apod.).

Hypotézu o zamykání by měl podpořit následující příklad: *Nechť jsou testovány tvarovače s výrazně odlišnou materiálovou charakteristikou. V případě malých deformací se odezva bude výrazně lišit, v případě velkých deformací (vysoká rychlost nárazu) charakter materiálu ustoupí vlivu sítě jako takové a výsledky nebudou znatelně rozdílné. Celkově bude tento projev zamykání lépe pozorovatelný na kratším tvarovači, jelikož jeho kapacita plastické deformace je menší. A skutečně, tato vlastnost je pozorována na souboru grafů 8.40 (kratší tvarovač) a 8.41 (delší tvarovač)*



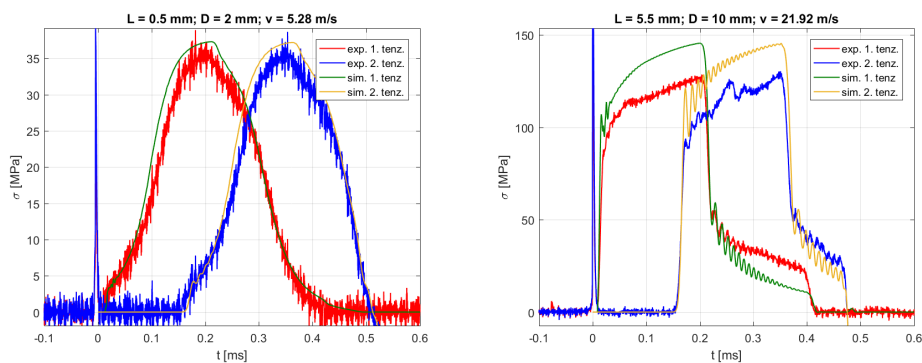
Obrázek 8.40: Odezvy kratšího tvarovače pro výchozí materiálový model (nahore) a model s přibližně poloviční celkovou tuhostí (dole) pro nízkou nárazovou rychlost (vlevo) a vysokou (vpravo)



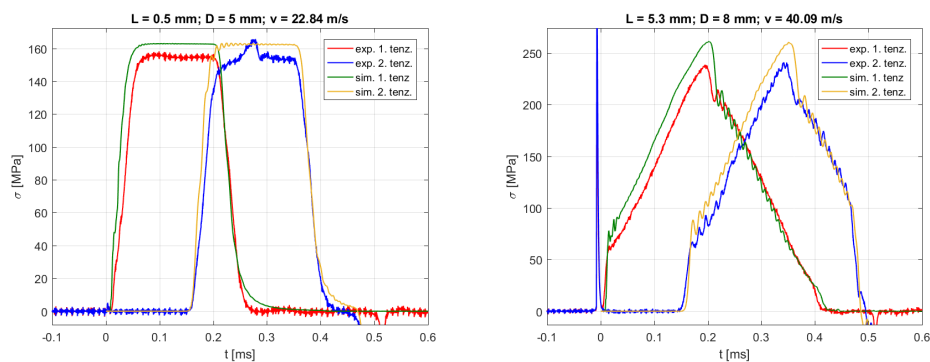
Obrázek 8.41: Odezvy delšího tvarovače pro výchozí (tj. nezkalibrovaný, proto se značně liší od experimentu) materiálový model (nahore) a model s přibližně tříčtvrtinovou celkovou tuhostí (dole), pro nízkou nárazovou rychlost (vlevo) a vysokou (vpravo)

8.2.3.6.10 Validace zkalibrovaného optimálního materiálového modelu porovnáním simulací se všemi provedenými experimenty (všechny scénáře)

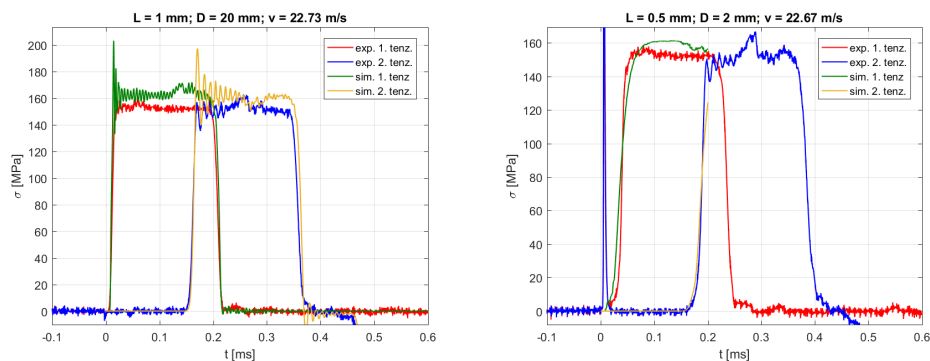
Kompletní výsledky validace v podobě porovnání časových průběhů napětí ze 40 experimentů a jejich simulací v celé délce měření jsou v Příloze B. Reprezentativní vzorek je na obrázcích 8.42 - 8.44. Krátké komentáře jsou v popiscích obrázků.



Obrázek 8.42: Jedna z nejpřesnějších (vlevo) a méně přesných (vpravo) shod



Obrázek 8.43: „Průměrná“ shoda napříč simulacemi (většina případů)



Obrázek 8.44: Problémové tvarovače - velmi velké průměry (vlevo) netlumí oscilace a velmi malé průměry (vpravo) při vyšších rychlostech často končí chybou v důsledku výskytu elementů se záporným objemem (celkem 4x)

8.2.3.7 Shrnutí výsledků

Dle tahových a tlakových zkoušek byly zkalibrovány 3 materiálové modely mědi:

1. bilineární,
2. s mocninným zpevněním,
3. po částech lineární plasticita.

Nejprve na simulacích vybraných experimentů proběhla citlivostní analýza základních parametrů úlohy na nekomplikovaném bilineárním modelu za účelem jejich pevného zvolení (tab. 8.15).

Parametr	Vliv
Jemnost sítě	Hrubá síť (~ 1 mm) - mírné nespojitě oscilace napěťové odezvy tvarovače. Jemná síť ($\sim 0,1$ mm) - hladký průběh odezvy, odpovídá experimentu.
Typ numerické integrace elementu	Úplná i s 1 integračním bodem vedou na stejné výsledky.
Citlivost na zahrnutí efektu rychlosti deformace	Parametry Cowper-Symondsova modelu vlivu rychlosti deformace mají na napěťovou odezvu vliv.
Subprocedura výpočtu aktuální rychlosti deformace	Přesnější (náročnější) viskoplastická i výpočetně rychlejší výchozí formulace vedou na stejné výsledky.

Tabulka 8.15: Testované parametry úlohy a jejich vliv

Dále proběhla simulace 9 testů SHPB pro každý ze 3 materiálových modelů. Optimální kombinaci jednoduchosti definice a postihnutí deformační odezvy tvarovače představoval model s mocninným zpevněním, proto bylo přistoupeno ke kalibraci Cowper-Symondsova modelu efektu rychlosti deformace právě a jen na tomto materiálovém modelu.

Identifikace parametrů Cowper-Symondsova modelu dle napěťové odezvy se bez použití optimalizačních algoritmů ukázala jako velmi náročná úloha. Častým problémem byla extrémně minimální nebo naopak vysoká citlivost modelu na široké spektrum parametrů. Závislost tvaru napěťové odezvy na parametrech je tedy nelineární. Úlohu identifikace navíc komplikovaly i další faktory:

1. Reálné tvarovače byly vyhotoveny z mědi rozdílné materiálové charakteristiky (měď R220, R240 pro tenké tvarovače a nominálně nepopsaná elektrická kulatina pro dlouhé tvarovače).
2. Tahové zkoušky proběhly v dolním rozsahu siloměru trhacího stroje (2 %), přesnost je tedy diskutabilní.
3. Tlakové zkoušky vzorků kulatiny neproběhly za stavu jednoosé napjatosti, číselné výsledky zkoušky nebyly použitelné v celém svém rozsahu.

Nakonec přijatelnou shodu 9 simulací s příslušnými 9 experimenty poskytly materiálové modely uvedené v tabulce 8.16.

Parametr	R220	R240	Kulatina
E [GPa]	124	124	124
k [MPa]	372	359	263
n [-]	0,1622	0,1124	0,1088
C [-]	nedefinováno	nedefinováno	100
p [-]	nedefinováno	nedefinováno	6

Tabulka 8.16: Zkalibrované parametry použitých materiálů; ponechané nominální hodnoty: $\rho = 8960 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 0,355$

Poznámky k tabulce 8.16:

- Tenké tvarovače se osvědčily modelovat bez efektu rychlosti deformace, u kterých má znatelnější nezanedbatelný vliv konfigurace konečně-prvkové sítě takto malého členu jako takové, a to v podobě zamykání elementů.
- Parametry materiálu kulatiny byly kalibrovány včetně základních (E, k), jelikož nebyly známy nominální hodnoty.

Dále byl na dosud počítaných 9 modelech testován vliv hodnoty Youngova modulu tvarovače. Ukazuje se, že jeho výrazné snížení má ve většině případech:

- minimální vliv na výsledky, ale
- výrazný vliv na zkrácení doby výpočtu.

U tenkých tvarovačů totiž převládá vliv samotných parametrů materiálu nad vlnovým charakterem děje a většina odezvy je produktem plastické deformace. Snížení Youngova modulu je možnou optimalizací výpočtu, je však potřeba postupovat obezřetně.

Nakonec bylo simulací ověřeno všech 40 provedených validních experimentálních SHPB měření v celé době trvání jednotlivých experimentů. Shoda těchto průběhů uvedených v Příloze B je dostatečně uspokojivá.

Stěžejní závěry kalibrace:

1. Byl úspěšně zkalibrován materiálový model všech tří typů použité mědi tak, že simulace věrně postihují průběh všech 40 provedených experimentů.
2. Modelování malých objektů (tvarovač) v MKP je problematické, vede na krátký časový krok, hrozí zamykání sítě. U kontaktních ploch tvarovače může docházet v důsledku velkých tlaků k penetracím čel narážejících tyčí, které nelze eliminovat ani jinou formulací kontaktu (parametr **SOFT**) či jeho tuhostí (**SOFSC**). Vizualní kontrola průběhu simulace na modelu je při modelování tvarovače vždy na místě.
3. Materiál tvarovače by pravděpodobně popsal přesněji po částech lineární model, který by však mělo smysl použít pouze po precizně provedených materiálových zkouškách - postupné zatěžování a odlehčování vzorku na trhacím stroji a tedy mapování rozhraní elastické a plastické části diagramu, jelikož nezanedbatelná část pulzu je i produktem děje odlehčení tvarovače.

8.3 Numerická analýza tvarování incidentní napěťové vlny

V této fázi je naladěn řešič LS-DYNA (kap. 8.1), podle experimentů jsou zkalibrovány okrajové podmínky (prot. 8.2.1), je dostatečně přesně definováno tlumení elastického materiálu tyčí (prot. 8.2.2) a je věrně vystižena materiálová charakteristika modelu mědi, resp. tvarovačů pulzu (prot. 8.2.3). Díky podrobnému rozboru problematiky je nyní možné provést numerické testy bez další kontroly experimentem za vysoké pravděpodobnosti validních výsledků.

Zcela jistě velmi přesné výstupy poskytuje první kapitola 8.3.1 o konvenčních metodách tvarování vlny, kde je proměnnou průměr, délka a celková tuhost tvarovače, délka narážející tyče a hodnota nárazové rychlosti. Jedná se o stručnou studii, která je obdobou parametrické studie v předešlé práci [24]. Tím dojde k validaci již dříve dosažených výsledků.

Druhá kapitola 8.3.2 o nekonvenčních metodách je pilotní studií tvarovačů a nárazových tyčí rozmanitých tvarů. Výsledky by v důsledku podrobně provedené citlivostní studie a kalibrace měly mít též vypovídající hodnotu, výhledové ověření experimentem je však na místě, jelikož v žádném případě nelze spoléhat jen a pouze na výstupy numerických metod - platí obecně.

Prezentování výsledků již není vedeno podrobnou formou protokolu (kapitola 7), jelikož se používá jednotné zkalibrované nastavení parametrů řešiče (tab. 8.18), jednotný materiál členů sestavy (tab. 8.19, 8.20) a simulace má srovnatelné nároky napříč všemi simulacemi (tab. 8.17).

Parametr	Hodnota
Délka simulace	1 ms
Perioda výstupu	$5 \cdot 10^{-5}$ ms
Frekvence výstupu	20 MHz
Časový krok	$5 \cdot 10^{-6}$ ms
Doba výpočtu	1 - 3 h s tvarovačem, 20 min bez
Počet elementů	1 000 000

Tabulka 8.17: Průměrné parametry simulací

Parametr	Hodnota	Poznámka
CITLIVOSTNÍ STUDIE		
Poměr hran elementu	1	
Délka hrany elementu	1	
KALIBRACE		
Kontakty		
Typ	povrch - povrch	
SOFT	1	vazbová formulace
SOFSC	0,7	zvýšení tuhosti kontaktu
Zkosení čela a	0,05 mm	viz obr. 8.4
Útlum tyčí		
PART_STIFFNES	0,0075	tuhostní
GLOBAL	0,03	hmotnostní

Tabulka 8.18: Optimální parametry simulace, teoretický popis viz Příloha D

Část	Veličina	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m ³]	E [GPa]	ν [-]
Narážející tyč		10 - 1000	19,9	5 - 100	2803	71,35	0,3
Vstupní tyč		1585	19,8	0	2803	71,35	0,3
Tvarovač		viz tab. 8.20					

Tabulka 8.19: Popis geometrie, materiálu a počáteční kinematiky

Parametr	Krátké tvarovače	Dlouhé tvarovače
E [GPa]	124	124
k [MPa]	359	263
n [-]	0,1124	0,1088
ν [-]	0,355	0,355
ρ [kg/m ³]	8960	8960
C [-]	nedefinováno	100
p [-]	nedefinováno	6

Tabulka 8.20: Zkalibrovaný materiálový model mědi

8.3.1 Konvenční metody

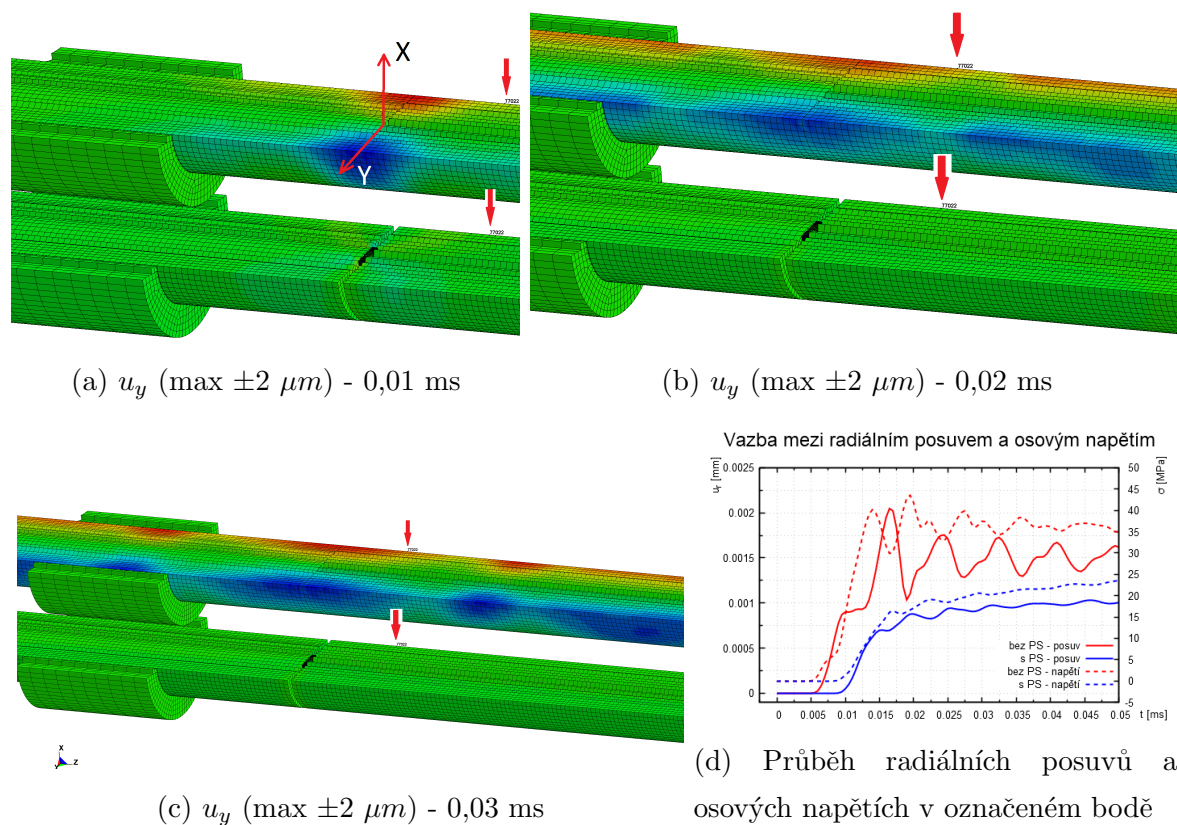
Konvenčními metodami je vyrozuměno variovaní:

- průměru válcového tvarovače,
- délky válcového tvarovače,
- materiálu válcového tvarovače,
- délky nárazující tyče a
- hodnoty nárazové rychlosti.

Vždy je testován pouze jeden parametr, zatímco ostatní jsou voleny pevně.

8.3.1.1 Obecné dopady použití konvenčního tvarovače

Na obrázcích 8.45a - 8.45c je zobrazen vývoj posuvu ve směru osy y v oblasti rozhraní nárazující a incidentní tyče bezprostředně po nárazu. Na modelu bez tvarovače (horní) se zřetelně generují radiální vlny, které dle průběhů na obrázku 8.45d přímo souvisí s pozorovanými (v celé práci) oscilacemi osového napětí (stejně frekvence oscilací posuvu i napětí). Model s tvarovačem (dolní) radiální oscilace eliminuje, což se pozitivně projeví i na průběhu napětí (modrý průběh na obrázku 8.45d).

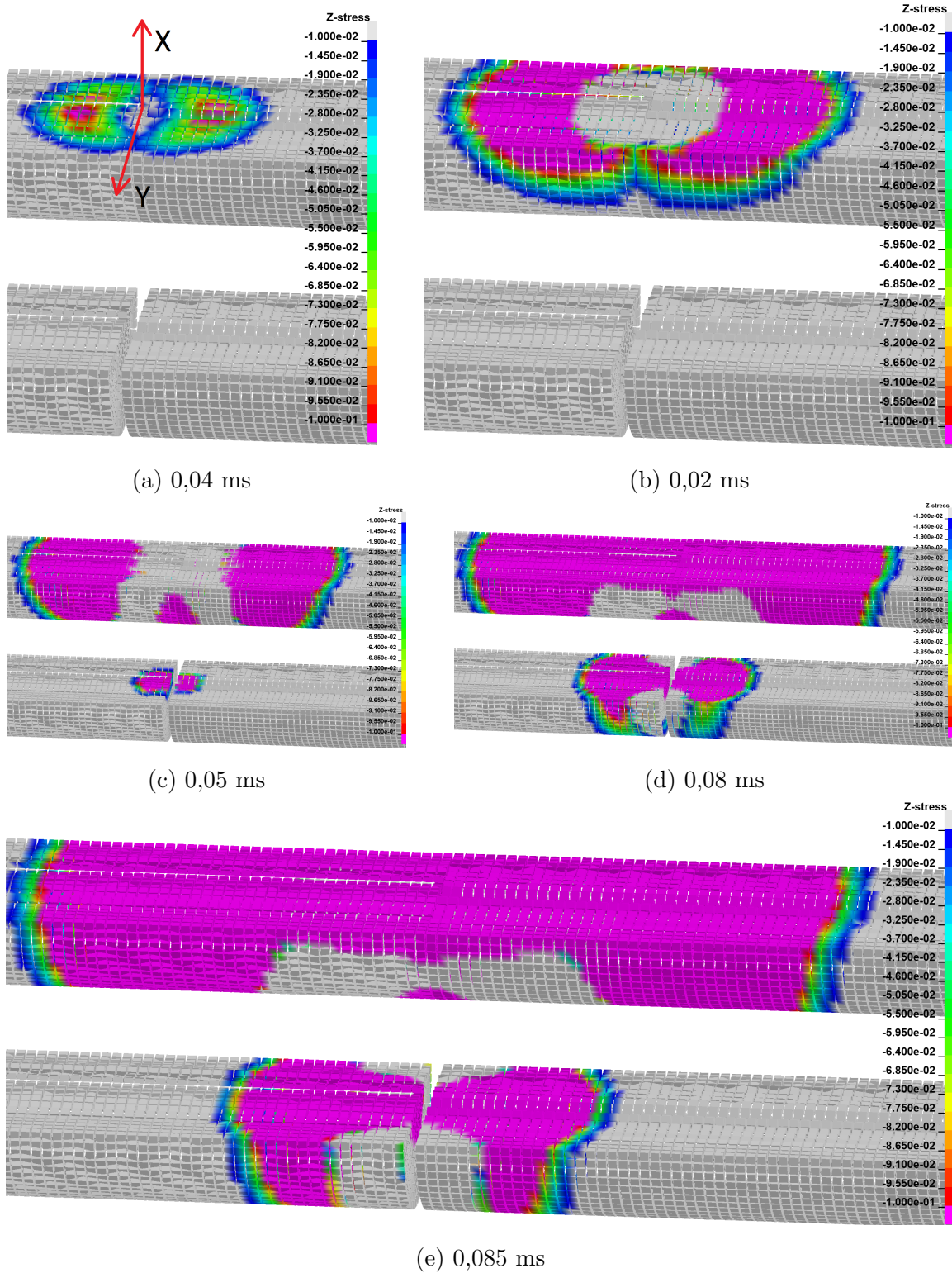


Obrázek 8.45: Porovnání scénáře bez tvarovače (horní) a s tvarovačem (dolní) - řez

Posloupnost obrázků 8.46 představuje šíření osového napětí bezprostředně po nárazu. U modelu bez tvarovače (horní) v důsledku definovaného zkosení čela narážející tyče dochází k prvotnímu kontaktu na maximální souřadnici $x = 10$ mm, kde model není vykreslen. Odtud se šíří kulová vlnoplocha. Model s tvarovačem (dolní) projev zkoseného čela eliminuje. Význam barevné škály je následující:

$\sigma_z > -0.01$ MPa	šedě,
$-0.1 \leq \sigma_z \leq -0.01$ MPa	modře až červeně,
$\sigma_z < -0.1$ MPa	růžově.

Tedy škála „modrá - červená“ detekuje čelo tlakové napěťové vlny a obrázek 8.46 představuje šíření a formování tohoto čela.



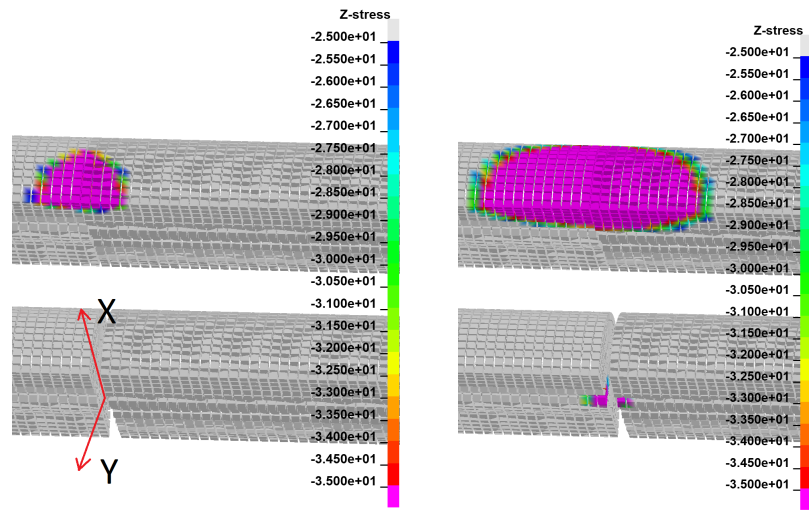
Obrázek 8.46: Porovnání průběhu osového napětí σ_z [MPa] na modelu bez tvarovače (horní) a s tvarovačem (dolní) - řez

V kontrastu k předešlému je znázorněno (obr. 8.47) šíření osového napětí se škálami v odlišných intervalech:

$$\begin{array}{ll} \sigma_z > -25 \text{ MPa} & \text{šedě,} \\ -35 \leq \sigma_z \leq -25 \text{ MPa} & \text{modře až červeně,} \\ \sigma_z < -35 \text{ MPa} & \text{růžově.} \end{array}$$

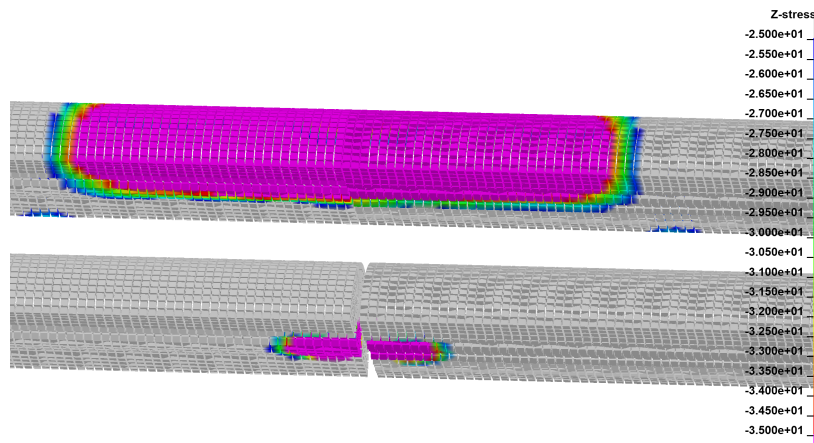
V tomto případě škála „modrá - červená“ detekuje šíření teoretické amplitudy ~ 35 MPa.

Je zřejmé, že model s tvarovačem (dolní) v takto brzké době po nárazu teoretické amplitudy nedosáhne. Naopak u modelu bez tvarovače (horní) je zřetelně vidět komplikovaná situace na čele vlny v čase 0,24 ms. Oproti předchozímu případu (obr. 8.46) je řez veden tak, že je znázorněné i místo prvotního kontaktu ($x = 10$ mm).

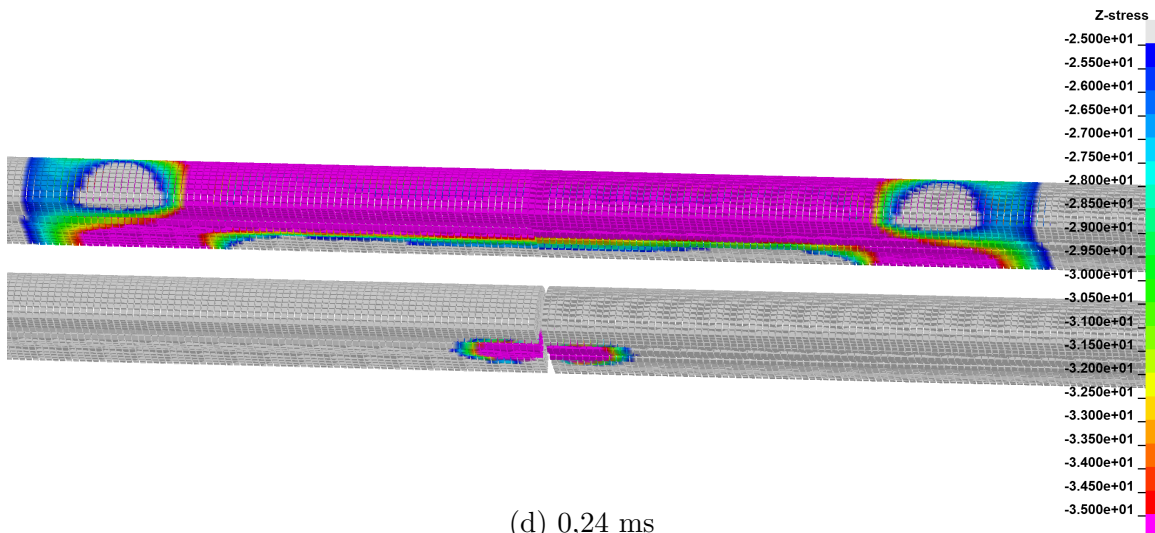


(a) 0,004 ms

(b) 0,007 ms



(c) 0,15 ms



(d) 0,24 ms

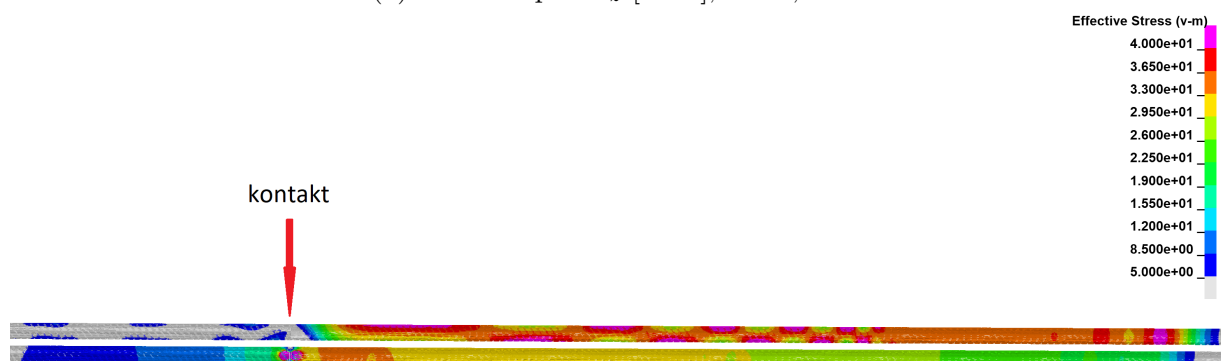
Obrázek 8.47: Porovnání průběhu osového napětí σ_z [MPa] na modelu bez tvarovače (horní) a s tvarovačem (dolní) - řez

Na poslední dvojici obrázků 8.48 je znázorněn pulz v celé délce v okamžiku, kdy zatím stále dochází k přenosu z narážející tyče na do tyče incidentní. Porovnáním barevného rozložení osového (nahore) a Von Misesova napětí (dole) a hodnot na škále je zřejmé, že osově napětí je dominantní složkou napjatosti. Efekt tvarovače je též dobře viditelný:

1. vyhlazuje pole napětí,
2. filtruje oscilace na čele vlny,
3. homogenizuje napětí po průřezu tyče - vlna je tak rovinná.



(a) Osově napětí σ_z [MPa]; $t = 0,2$ ms



(b) Von Misesovo napětí σ_{ef} [MPa]; $t = 0,2$ ms

Obrázek 8.48: Rozložení napjatosti na sestavě bez tvarovače (horní model) a s tvarovačem (spodní model)

8.3.1.2 Parametrická studie konvenčního tvarování

Po vzoru předešlé práce [24] (ale v širším spektru hodnot) je testován vliv délky a průměru tvarovače a vliv narážející rychlosti. Navíc je v této práci popsán i vliv celkové tuhosti tvarovače a délky narážející tyče.

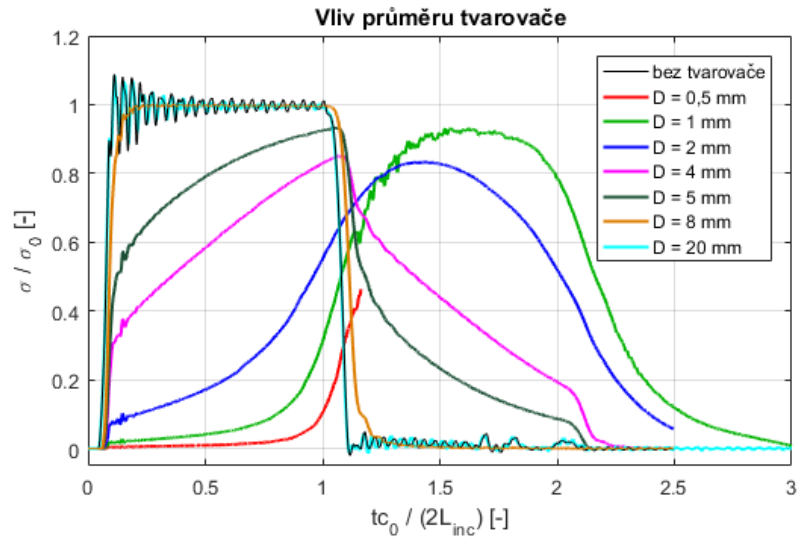
Závěry o tenkých (do 1,5 mm) měděných tvarovačích uvedené v předešlé práci [24]:

1. Doba náběhu a délka pulzu se prodlužuje se zmenšujícím se průměrem tvarovače.
2. Délka tvarovače má na výslednou podobu pulzu řádově menší vliv oproti průměru.
3. Tvarování vlny pomocí tvarovače je více efektivní při malých rychlostech (5 m/s).
4. Jako nejúčinnější filtr oscilací se jeví tvarovače o menších průměrech při nízkých rychlostech dopadu.

Jelikož se tyto výsledky potvrdily i při nynějším experimentálním měření (kap. 8.2.1), není nutné testovat všechny kombinace délek, průměrů a zbylých parametrů. Namísto jemného dělení krátkého intervalu oboru hodnot parametru je možné jej testovat na širší škále při menším počtu variant. Např. nárazová rychlost, tuhost tvarovače a délka narážející tyče je variována pouze s tvarovačem délky $L = 1$ mm a průměru $D = 5$ mm, jelikož tento tvarovač poskytuje nejpřesnější výsledky (prot. 8.2.3).

8.3.1.2.1 Průměr konvenčního tvarovače

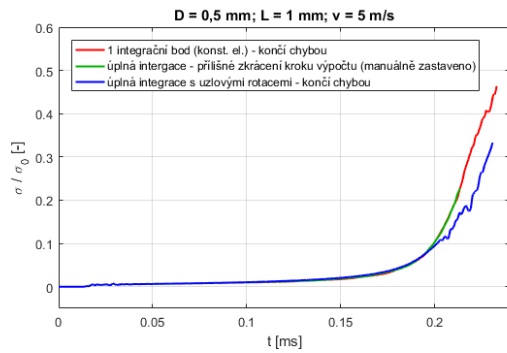
Byly testovány tvarovače pevné délky $L = 1$ mm o různých průměrech pro nárazovou rychlost 5 m/s (obr. 8.49). Tvarovač o průměru $D = 20$ mm (světle modrá) vede na naprosto shodné výsledky jako případ bez tvarovače (černě). Zmenšováním průměru dochází nejprve k filtraci oscilací a dále k postupnému zkosení čela vlny. S dalším zmenšením ($D = 2$ mm) dochází k oddálení dosažení maxima o čas potřebný k deformaci tvarovače do takového stavu, aby byl schopen přenést napětí do incidentní tyče. Nejmenší průměry ($D = 1; 0,5$ mm) jsou na odsimulování velmi náročné, výsledky oscilují (světle zeleně), či simulace v důsledku výskytu záporných elementů předčasně končí (červeně). Limitním blížáním k případu bez tvarovače $D \rightarrow 0$ by pravděpodobně vedlo k posunutí světle zelené ($D = 1$ mm) resp. červené ($D = 0,5$ mm) křivky a k jejímu formování na tvar daný černou křivkou (bez tvarovače), jelikož by postupně došlo ke změně mechanismu nárazu v podobě přímého kontaktu narážející a incidentní tyče díky zanedbatelnému podélnému rozměru tvarovače.



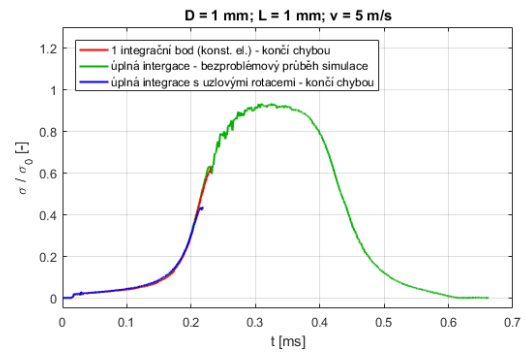
Obrázek 8.49: Porovnání vlivu průměru tvarovače o délce $L = 1$ mm pro nárazovou rychlost $v_n = 5$ m/s, simulace tvarovače $D = 0,5$ mm (červeně) skončila chybou

Problémy spojené se simulací tvarovačů malých rozměrů Na sadě obrázků 8.50 je znázorněn průběh simulací dvou tvarovačů o nejmenším průměru $D = 0,5$ mm (levý ze 2 sloupců) a $D = 1$ mm (pravý ze 2 sloupců) pro tři typy prostorové integrace (celkem 6 simulací). Menší ze dvou tvarovačů se nezdařilo propočítat v žádném ze tří případů. Druhý tvarovač byl dopočten do konce pouze v případě úplné integrace, přesto se v průběhu (obr. 8.50b zeleně) objevují oscilace způsobené pravděpodobně labilitou výpočtu.

Na napěťové odezvě varianty elementů s jedním integračním bodem (levý model) je pozorovatelný projev módů deformace s nulovou deformační energií („hourglass“). Model s úplnou integrací (prostřední) věrně popisuje proces „soudečkování“ pozorovaného i u experimentu (prot. 8.2.3). Elementy s úplnou integrací a uzlovými rotacemi (tzv. kvazi-kvadratické [49]) u menšího ze dvou tvarovačů vedou na příčnou kontrakci, což není fyzikálně přípustné řešení (pro daný materiál).



(a) časový průběh ($D = 0,5$ mm)



(b) časový průběh ($D = 1$ mm)



(c) 0,00 ms ($D = 0,5$ mm)



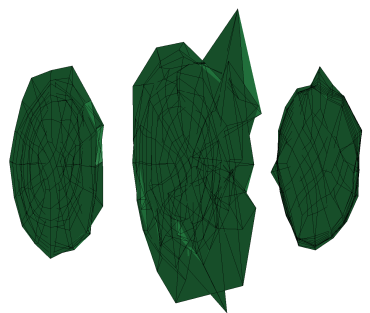
(e) 0,05 ms ($D = 0,5$ mm)



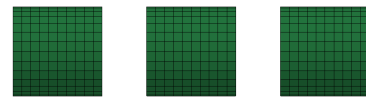
(g) 0,12 ms ($D = 0,5$ mm)



(i) 0,18 ms ($D = 0,5$ mm)



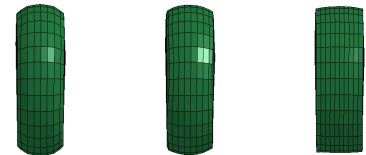
(k) 0,22 ms ($D = 0,5$ mm)



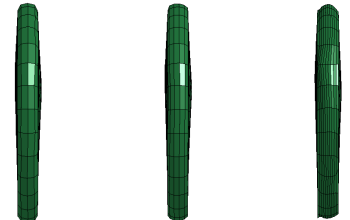
(d) 0,00 ms ($D = 1$ mm)



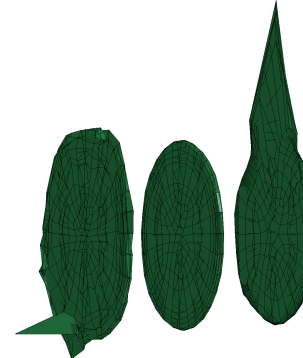
(f) 0,05 ms ($D = 1$ mm)



(h) 0,12 ms ($D = 1$ mm)



(j) 0,18 ms ($D = 1$ mm)

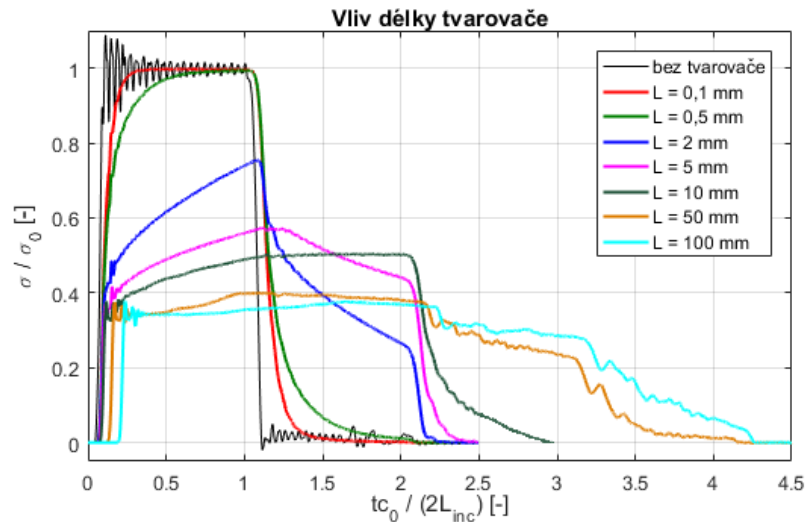


(l) 0,22 ms ($D = 1$ mm)

Obrázek 8.50: Průběh simulace tvarovačů o průměru $D = 0,5$ mm (levý sloupec) a $D = 1$ mm (pravý sloupec). V rámci každého ze dvou sloupců: 1 integrační bod (vlevo, odpovídá červené křivce), úplná integrace (uprostřed, zelená křivka) a úplná integrace s uzlovými rotacemi (vpravo, modrá křivka)

8.3.1.2.2 Délka konvenčního tvarovače

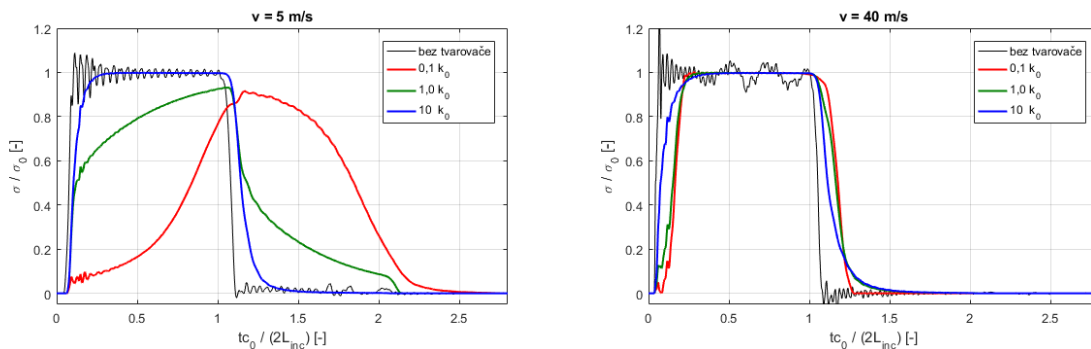
Na obrázku 8.51 je znázorněn vliv délky tvarovače pro pevně zvolený průměr $D = 5$ mm pro nárazovou rychlost $v_n = 5$ m/s. Již tvarovač o délce $L = 0,1$ mm (červeně) je dostačující pro filtraci oscilací. Od určité délky tvarovače (30 - 50 mm) již nedochází k projevům plastické deformace (na rozhraní tvarovač-incidentní tyč je vlna již čistě elastická) a na čele vlny se opět objevují oscilace. Na pozoruhodný výsledek vede tvarovač délky $L = 100$ mm (světle modře), který emuluje náraz dvojnásobně dlouhé narážející tyče (1000 mm) nárazovou rychlostí $v_n = 0,35v_{n0}$.



Obrázek 8.51: Vliv délky tvarovače o průměru $D = 5$ mm pro nárazovou rychl. $v_n = 5$ m/s

8.3.1.2.3 Materiálová charakteristika tvarovače

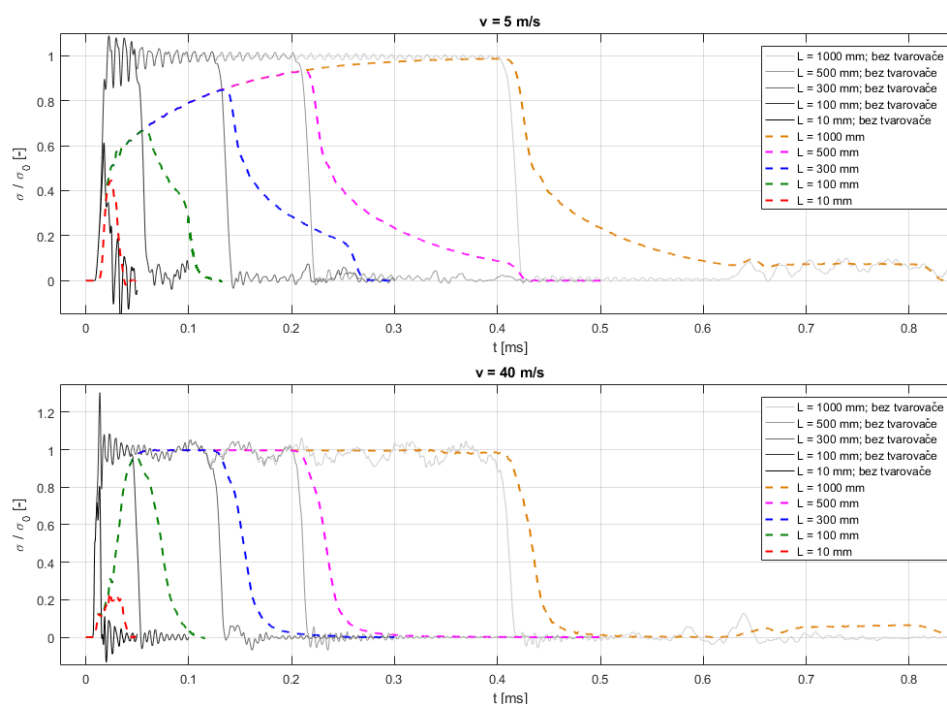
Z výchozího materiálového modelu tvarovače (tab. 8.20) byly faktorizací parametru k odvozeny další dva modely fiktivní s desetinnou ($k = 0,1k_0$) a s desetinásobnou ($k = 10k_0$) celkovou tuhostí. Je zřejmé (obr. 8.52), že materiálová charakteristika se silně projevuje při menších rychlostech, kdy méně tuhý tvarovač vede na výrazné prodloužení doby náběhu.



Obrázek 8.52: Porovnání vlivu celkové tuhosti tvarovače o rozměrech $D = 5$ mm a $L = 1$ mm pro nárazovou rychlost $v_n = 5$ m/s (vlevo) a $v_n = 40$ m/s (vpravo) na napěťovou odezvu, výchozí hodnota tuhostního parametru k_0 je uvedena v tabulce 8.20

8.3.1.2.4 Délka nárazející tyče

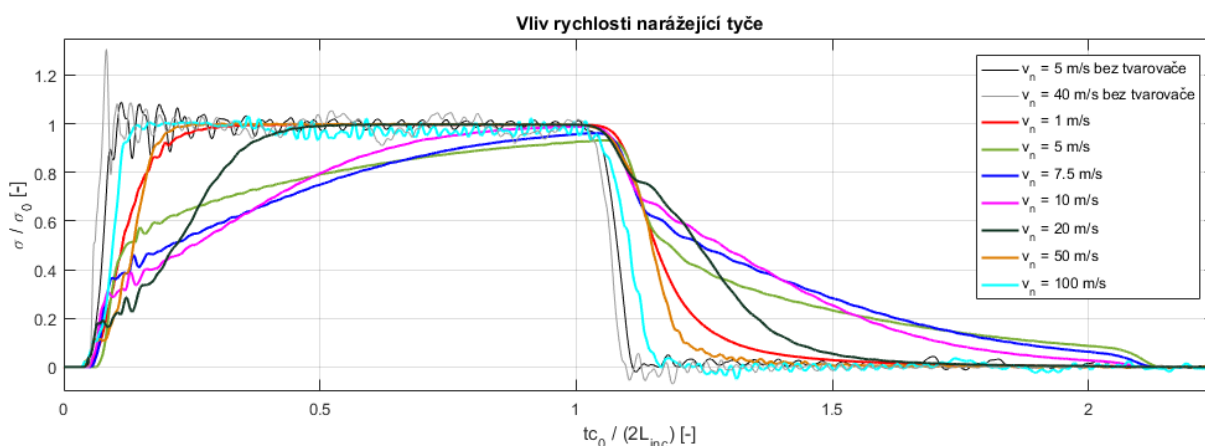
Na obrázku 8.53 je znázorněn vliv délky nárazející tyče. Pro daný tvarovač je potřeba nárazející tyč o délce 1000 mm, aby amplituda dosáhla svého maxima.



Obrázek 8.53: Porovnání vlivu délky nárazející tyče na tvarovači o rozměrech $D = 5$ mm a $L = 1$ mm pro nárazovou rychlost $v_n = 5$ m/s (nahore) a $v_n = 40$ m/s (dole) na napětovou odezvu

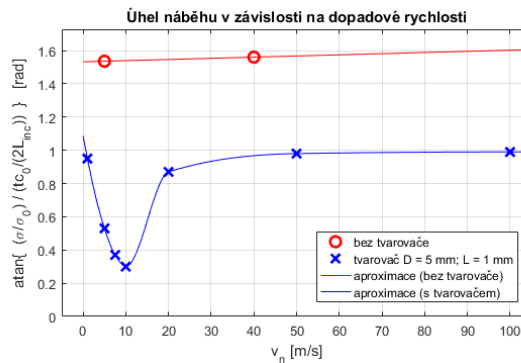
8.3.1.2.5 Nárazová rychlost

Průběhy na obrázku 8.54 popisují vliv nárazové rychlosti na tvarovači o délce $L = 1$ mm a průměru $D = 5$ mm.



Obrázek 8.54: Porovnání vlivu nárazové rychlosti pro tvarovač o průměru $D = 5$ mm a délce $L = 1$ mm

Průběhy (obr. 8.54) předpovídají existenci optimální rychlosti pro konvenční tvarovač daný svými dvěma rozměry a materiálem. Na intervalu rychlostí $v_n \in (7, 5; 10)$ dochází k „maximálnímu tvarování“ vlny. Další zvyšování rychlosti dopadu vede postupně na tvar bez použití tvarovače, ale bez oscilací, a v každém případě na vlnu o amplitudě příslušné nárazové rychlosti (průběhy na obr. 8.54 jsou bezrozměrové). Tento jev je výstižně popsán obrázkem (obr. 8.55), který představuje závislost strmosti náběhu pulzu $\alpha \in (0; \pi)$ na nárazové rychlosti. Výskyt optimální rychlosti (minimum aproximace) je zřejmý.



Obrázek 8.55: Přibližný úhel náběhu pulzu odečtený přímo z bezrozměrového grafu na obrázku 8.54 včetně aproximace závislosti

8.3.2 Nekonvenční metody

Jsou provedeny simulace s tvarovači a narážejícími tyčemi nekonvenčních tvarů. Tvary jsou voleny taky, aby potenciální výroba byla „rozumně“ proveditelná, v tomto případě nejpravděpodobněji soustružením. Simulované tvarovače mají charakteristický rozměr 5 mm a testovány jsou mj. při rychlosti $v_{nopt} = 10$ m/s, při které dochází k „maximálnímu tvarování“ napěťové odezvy konvenčního tvarovače o průměru $D = 5$ mm (obr. 8.55).

Též jsou propočteny případy o nárazové rychlosti $v_n = 40$ m/s, jelikož konvenční metody při takto vysokých rychlostech přestávají být efektivní a nové metody by mohly tento problém překonat.

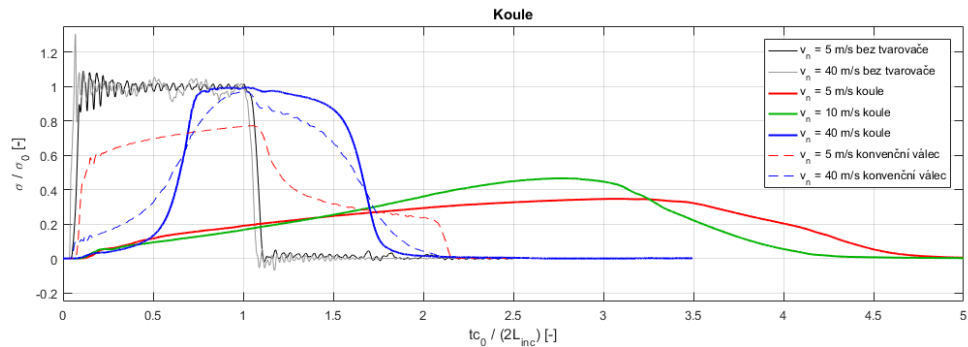
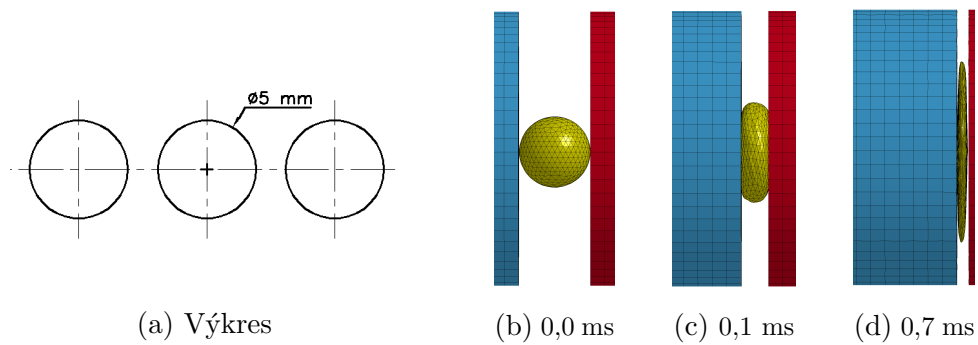
8.3.2.1 Geometrie tvarovače

Je testován tvarovač ve tvaru koule (obr. 8.56) a komolého kužele ve dvou variantách orientace (obr. 8.57 - 8.58). Pro malou dopadovou rychlost je použit i tvarovač ve tvaru mezikruží (tenkostěnná trubka) (obr. 8.59), v případě vysokých rychlostí dochází ke ztrátě stability mezikruží a model v tomto stavu není schopen tuto situaci věrně postihnout (bylo by potřeba více vrstev elementů ve stěně trubky a zahrnout její geometrické imperfekce, které určují směr ztráty stability).

Tvarovač ve tvaru koule (obr. 8.56) umožňuje i při rychlosti $v_n = 10$ m/s zajistit velmi pozvolný náběh za cenu dosažení méně než poloviny amplitudy oproti případu bez tvarovače.

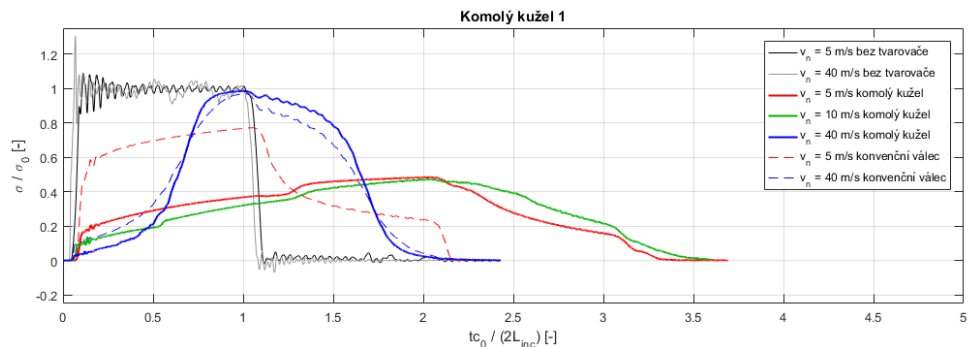
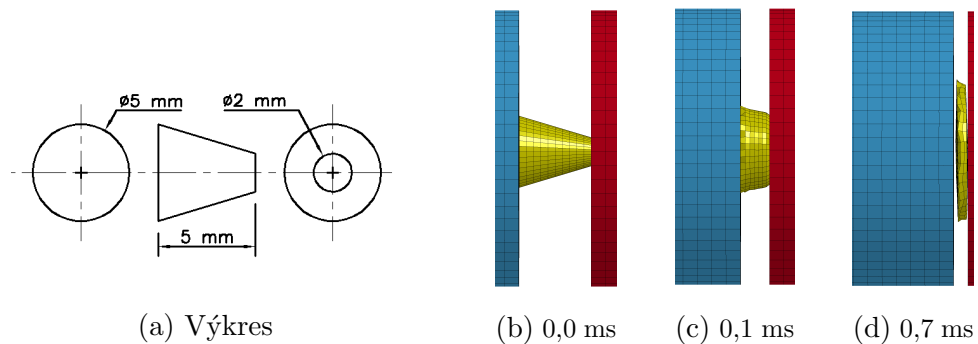
Použití tenkostěnné trubky jako tvarovače se na tvaru vlny projeví minimálně (obr. 8.59), mezikruží o daných poloměrech není vhodným tvarem.

Obě varianty komolého kužele ((obr. 8.57 - 8.58) vedou na stejné výsledky. První polovina pulzu (proces zatěžování) má pro malé rychlosti schodovitý průběh, což je pravděpodobně projevem módů s nulovou deformační energií (jsou použity elementy s 1 integračním bodem), k čemuž je daná konfigurace sítě komolého kužele zřejmě náchylná. Podrobně je tento jev analyzován v následujícím odstavci.



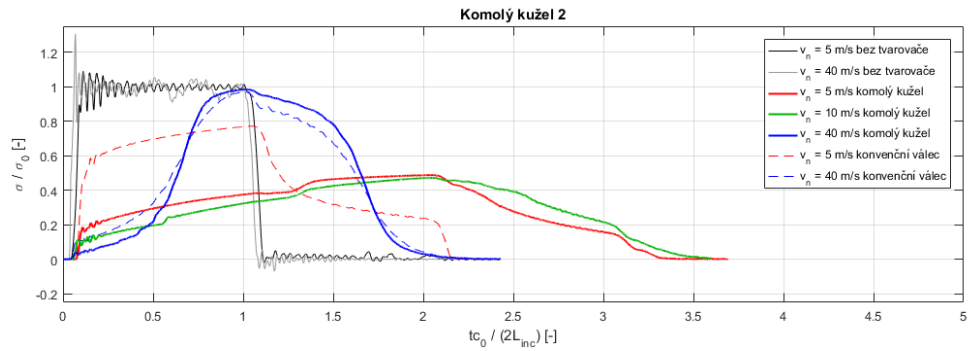
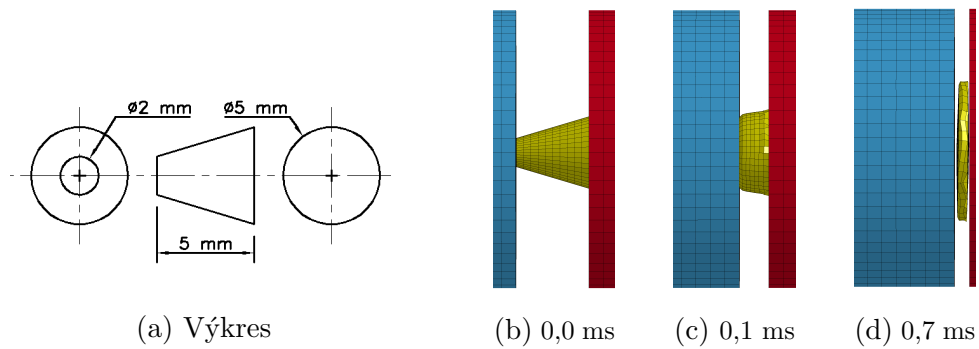
(e) Vlny napětí pro náraz o rychlosti $v_n = 5$ m/s (červeně), 10 m/s (zeleně), 40 m/s (modře)

Obrázek 8.56: Simulace tvarovače ve tvaru koule (a) - průběh deformace pro $v_n = 40$ m/s (b)(c)(d) a napěťové odezvy (e) včetně porovnání s konvenčním válcovým tvarovačem stejného materiálu průměru $D = 5$ mm a délky $L = 5$ mm pro nárazovou rychlost $v_n = 5$ m/s a 40 m/s (přerušované)



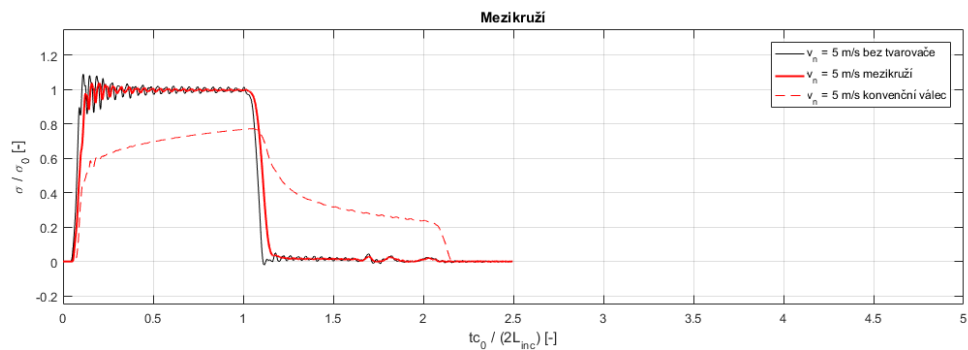
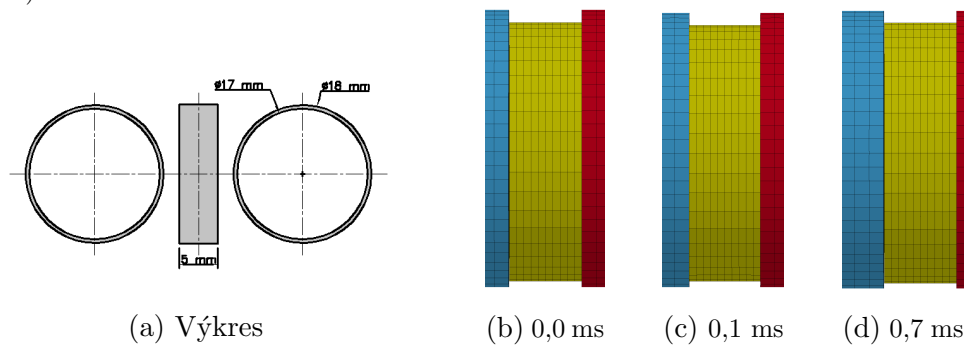
(e) Vlny napětí pro náraz o rychlosti $v_n = 5$ m/s (červeně), 10 m/s (zeleně), 40 m/s (modře)

Obrázek 8.57: Simulace tvarovače ve tvaru komolého kužele v první orientaci (a) - průběh deformace pro $v_n = 40$ m/s (b)(c)(d) a napěťové odezvy (e) včetně porovnání s konvenčním válcovým tvarovačem stejného materiálu průměru $D = 5$ mm a délky $L = 5$ mm pro nárazovou rychlost $v_n = 5$ m/s a 40 m/s (přerušované)



(e) Vlny napětí pro náraz o rychlosti $v_n = 5$ m/s (červeně), 10 m/s (zeleně), 40 m/s (modře)

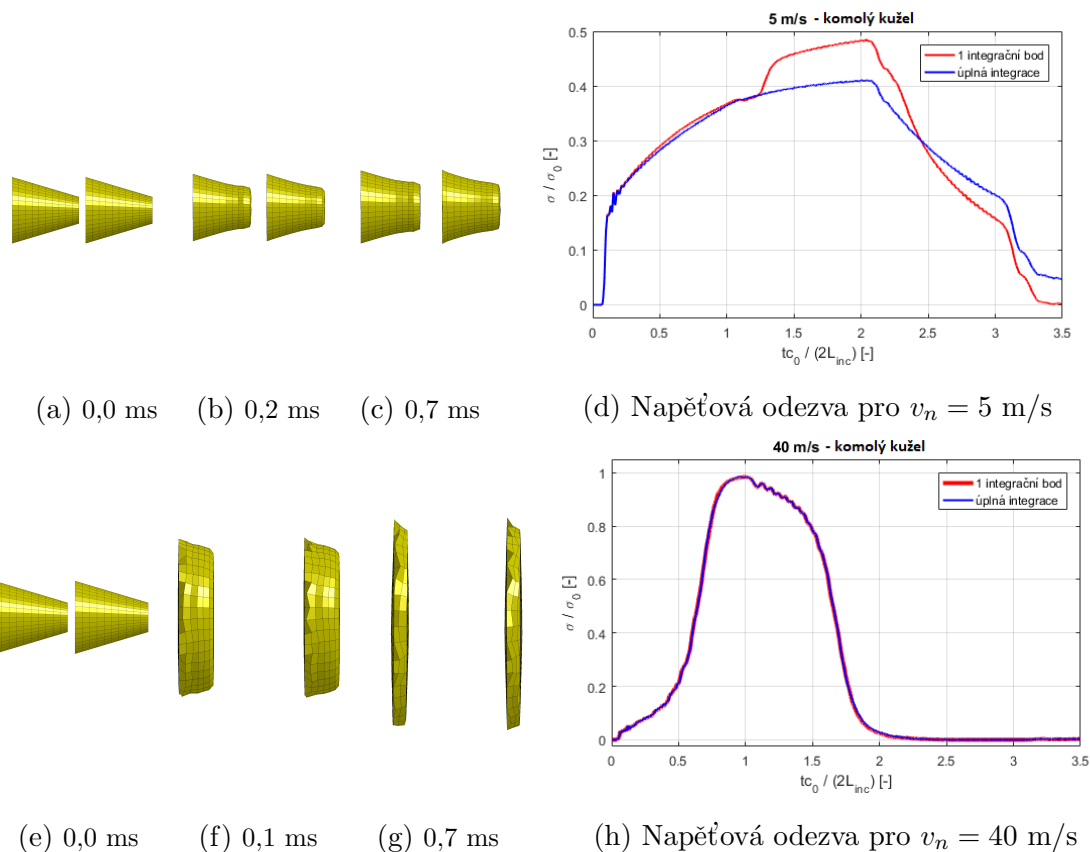
Obrázek 8.58: Simulace tvarovače ve komolého kužele v orientaci 2 (a) - průběh deformace pro $v_n = 40$ m/s (b)(c)(d) a napěťové odezvy (e) včetně porovnání s konvenčním válcovým tvarovačem stejného materiálu průměru $D = 5$ mm a délky $L = 5$ mm pro nárazovou rychlost $v_n = 5$ m/s a 40 m/s (přerušované)



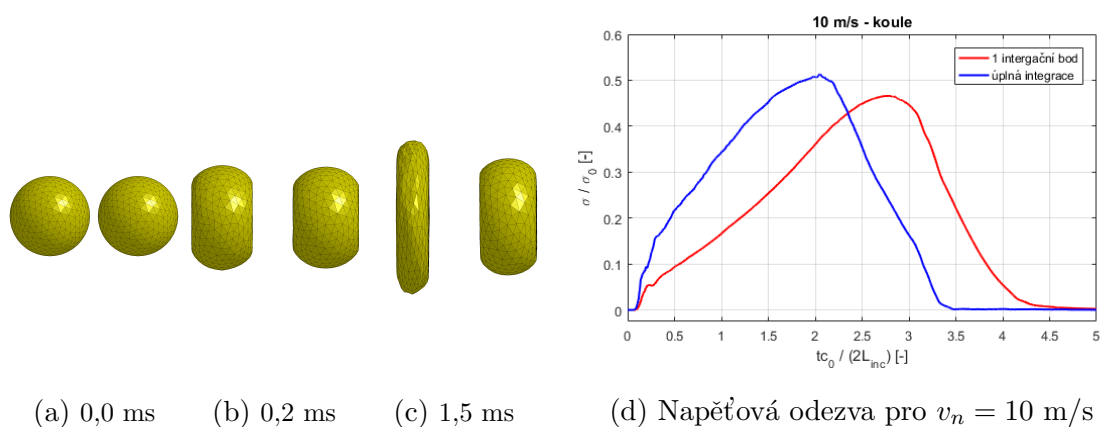
(e) Vlny napětí pro náraz o rychlosti $v_n = 5$ m/s

Obrázek 8.59: Simulace tvarovače ve tvaru mezikruží (a) pro rychlost $v_n = 5$ m/s - průběh deformace (b)(c)(d) a napěťové odezvy (e) včetně porovnání s konvenčním válcovým tvarovačem stejného materiálu průměru $D = 5$ mm a délky $L = 5$ mm (přerušované)

Problémy spojené s módy deformace s nulovou deformační energií („hourglass“) Jsou porovnány výsledky pro různé nárazové rychlosti pro tvarovač ve tvaru komolého kužele (obr. 8.60) a koule (obr. 8.61) pro elementy s jedním integračním bodem (levý model, červená křivka) a s úplnou integrací (pravý model, modrá křivka).



Obrázek 8.60: Průběh simulace pro tvarovač ve tvaru komolého kužele pro elementy s 1 integračním bodem (levý model, graf červeně) a úplnou integrací (pravý model, graf modře) pro nárazovou rychlost $v_n = 5$ m/s (nahore) a 40 m/s (dole)



Obrázek 8.61: Průběh simulace pro tvarovač ve tvaru koule pro elementy s 1 integračním bodem (levý model, graf červeně) a úplnou integrací (pravý model, graf modře) pro nárazovou rychlost $v_n = 10$ m/s

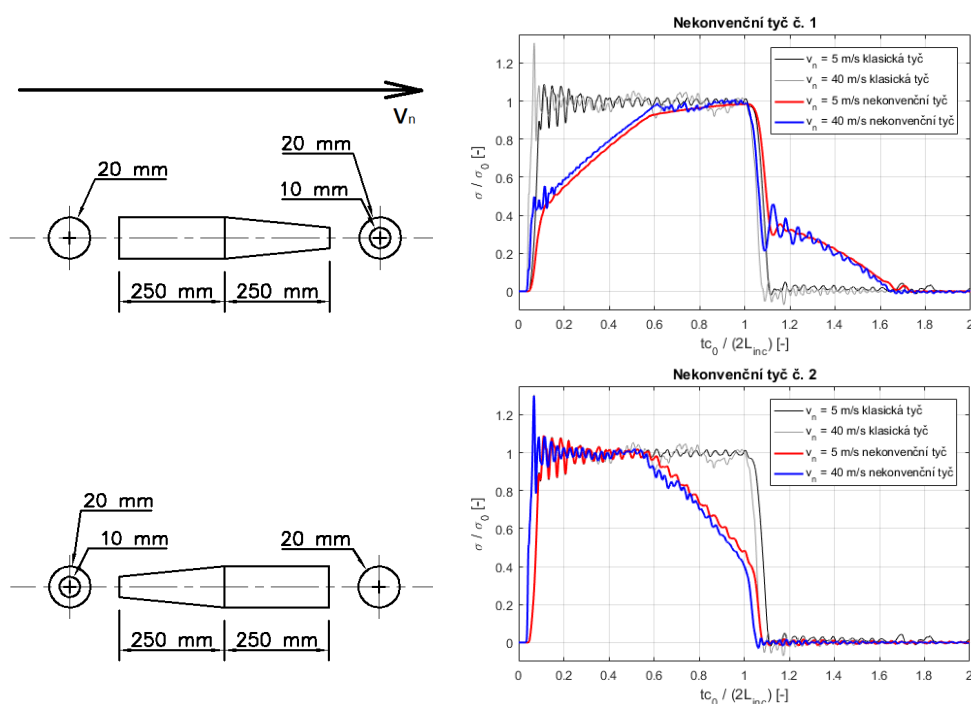
V případě komolého kužele (obr. 8.60) pro nárazovou rychlost $v_n = 5$ m/s je zřejmé, model s konstantními elementy vede na chybu, které se projeví schodovitým charakterem náběhu. Pro nárazovou rychlost $v_n = 40$ m/s se výsledky shodují.

V případě koule (obr. 8.61) se výsledky liší výrazněji a ani jeden z modelů v tuto chvíli nelze prohlásit za věrohodnější.

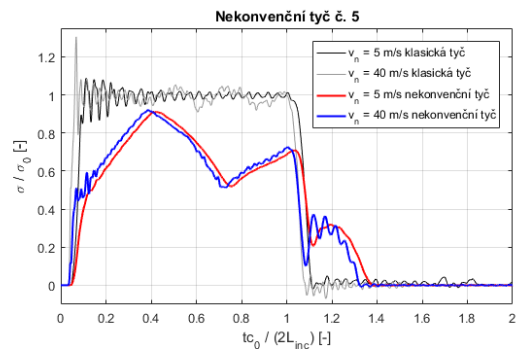
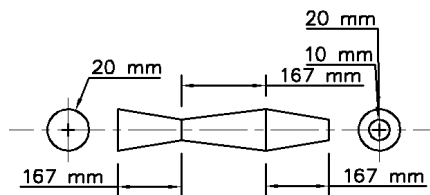
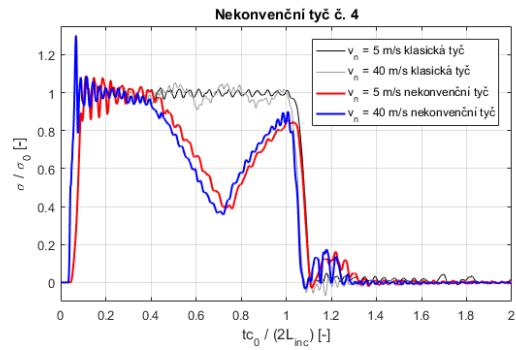
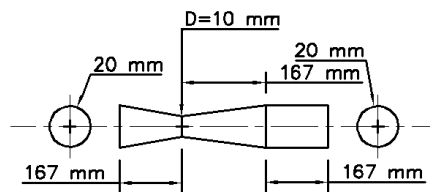
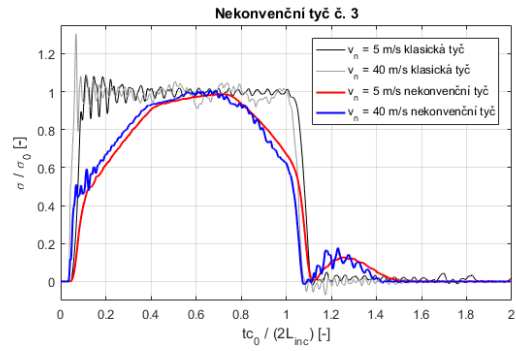
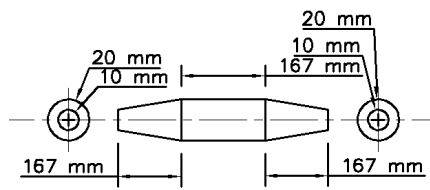
Charakter tvarování je přesto v obou případech tvarovačů přibližně stejný pro obě varianty integrace, tudíž výsledky numerické analýzy nekonvenčních tvarovačů mají alespoň kvalitativně vypovídající hodnotu.

8.3.2.2 Geometrie narážející tyče

Je testováno 5 variant narážející tyče pevné délky $L = 500$ mm složené ze 2 (obr. 8.62), nebo ze 3 (obr. 8.63) segmentů. Z výsledků je zřejmé, že vliv rychlosti je až na vzniklé oscilace lineární. Díky přímému mapování segmentů narážející tyče na tvar incidentní vlny včetně jejich sklonů na sklon vlny lze výsledek předpovídat i pro další nespočítané kombinace seřazení komolých kuželů (ve spec. případě válců).



Obrázek 8.62: Schémata dvou-segmentových nekonvenčních narážejících tyčí (vlevo) a příslušné průběhy pro nárazovou rychlost $v_n = 5$ m/s (červeně) a $v_n = 40$ m/s (modře)

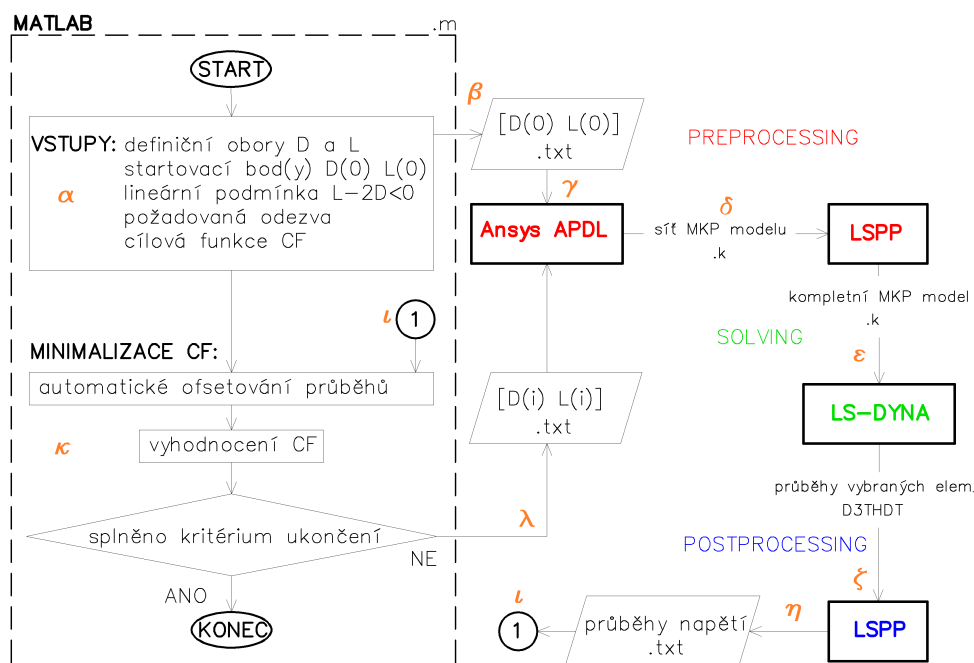


Obrázek 8.63: Schémata tří-segmentových nekonvenčních nárazejících tyčí (vlevo) a příslušné průběhy pro nárazovou rychlost $v_n = 5$ m/s (červeně) a $v_n = 40$ m/s (modře)

Kapitola 9

SW nástroj pro návrh optimálního tvarovače

Je naprogramován plně automatický nástroj pro výběr optimální délky a průměru konvenčního tvarovače pro požadovaný průběh incidentní vlny. Schematický vývojový diagram procesu je na obrázku 9.1.



Obrázek 9.1: Schematický vývojový diagram automatického návrhu tvarovače

Celý proces je řízen .m souborem programu Matlab s využitím dávkových souborů .bat OS Windows. Uživatel před spuštěním zadá (α) definiční obor průměru D a délky L tvarovače. Tyto intervaly vymezují spolu lineární podmínkou algoritmem prohledávaný prostor. V tomto případě zadaná lineární nerovnost $L - 2D < 0$ zaručuje testování pouze stabilních tvarovačů (nebezpečí vzpěru). Dle charakteru dále použité optimalizační funkce

uživatel zadá startovací bod (body), který je prvkem definovaného prostoru. Posledním vstupem je požadovaná odezva tvarovače a cílová funkce (CF), kterou optimalizační funkce minimalizuje. V tomto případě je jako CF volena suma absolutních hodnot rozdílů jednotlivých prvků vektorů požadované a cílové odezvy.

Skript vyprodukuje (β) textové soubory s počátečním bodem prostoru a informacemi o hustotě síťování aktuálního tvarovače dle jeho rozměrů. Je spuštěn preprocesor programu ANSYS APDL, který načte (γ) .txt soubor s aktuálními parametry a .txt soubor s parametrickým modelem SHPB. Vysíťovaný model je exportován (δ) jako .k soubor do programu LS-PrePost, který navíc načte .txt soubory s informacemi o délce simulace, typu integrace, materiálech, tlumení atd. Kompletní vstupní soubor .k je odeslán (ϵ) do řešiče LS-DYNA. Z knihovny s grafickými výsledky D3PLOT je po načtení (ζ) do programu LS-PrePost exportován kontrolní .png obrázek deformovaného tvarovače a z knihovny D3THDT jsou ve formátu .txt uloženy (η) průběhy napětí vybraných elementů.

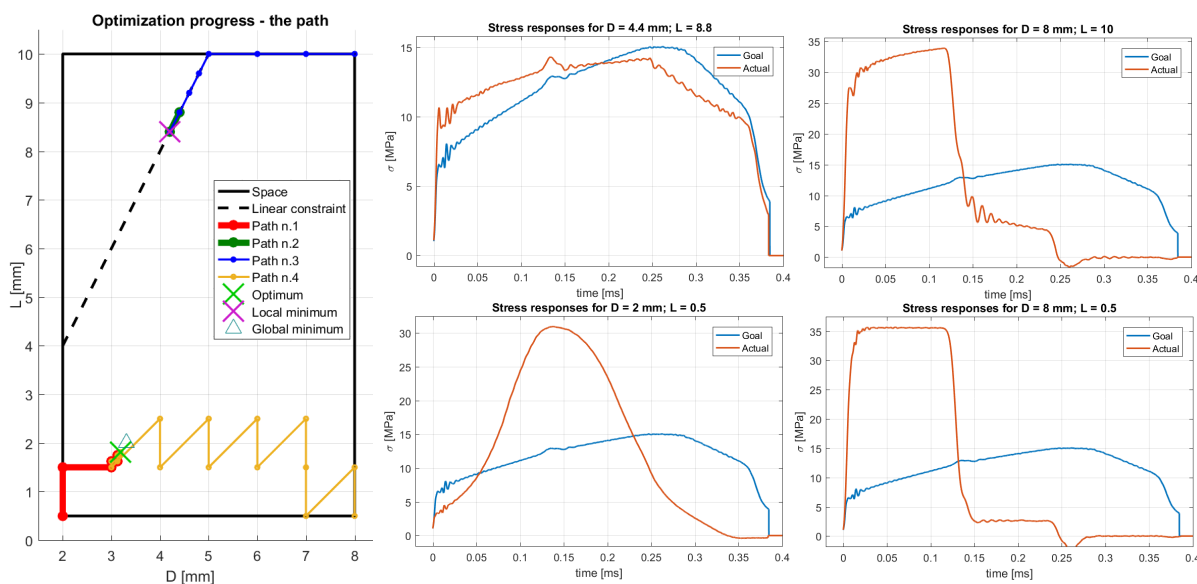
Jakmile jsou aktuální průběhy napětí $\sigma(t) = \sigma(D_i, L_i)$ k dispozici, Matlab je načte (ι) a připraví k porovnání s cílovým průběhem (oprava délek vektorů a frekvence vzorkování). Po vyhodnocení (κ) cílové funkce optimalizační algoritmus Matlabu (v tomto případě lokální metoda *Patternsearch* [63]) rozhodne o dalším postupu. Existuje-li možnost dalšího podstatného zlepšení, generuje (λ) algoritmus další .txt dvojici $[D_i; L_i]$ k testování. Je-li shoda dostatečná či se výsledek zpřesňuje již zanedbatelně, je procedura ukončena. Uživatel je informován o výsledných rozměrech tvarovače a podrobně o průběhu optimalizace za účelem možného zefektivnění příštího výpočtu.

9.1 Ověření funkčnosti

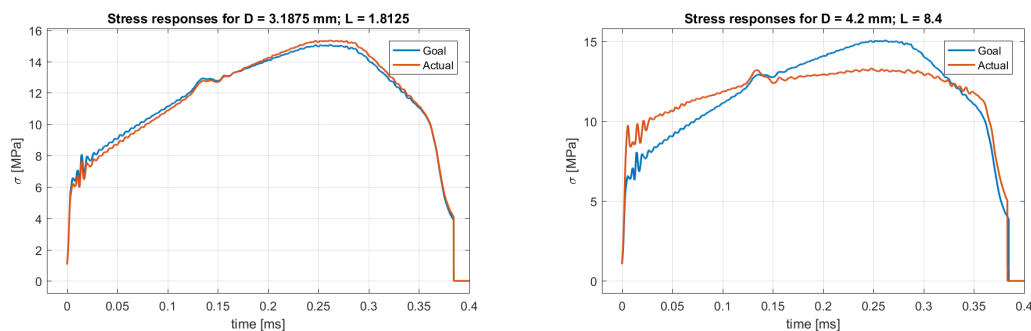
Bylo prozkoušeno několik optimalizačních algoritmů (globální, lokální i kombinace) hledání minima cílové funkce za účelem zefektivnění procesu syntézy tvarovače. Níže jsou prezentované 2 vybrané scénáře počítané nalaženým optimalizačním algoritmem.

9.1.1 Verifikace kódu

Ověření bezchybnosti kódu a že lze nalézt v některých případech dokonce globální optimum, bylo provedeno použitím výstupu simulace tvarovače o rozměrech $[D; L] = [3, 31; 2]$ mm jako cílového průběhu. Teoreticky dosažitelná minimální hodnota cílové funkce je tedy 0. Průběh optimalizace je na obrázcích 9.2 - 9.3.



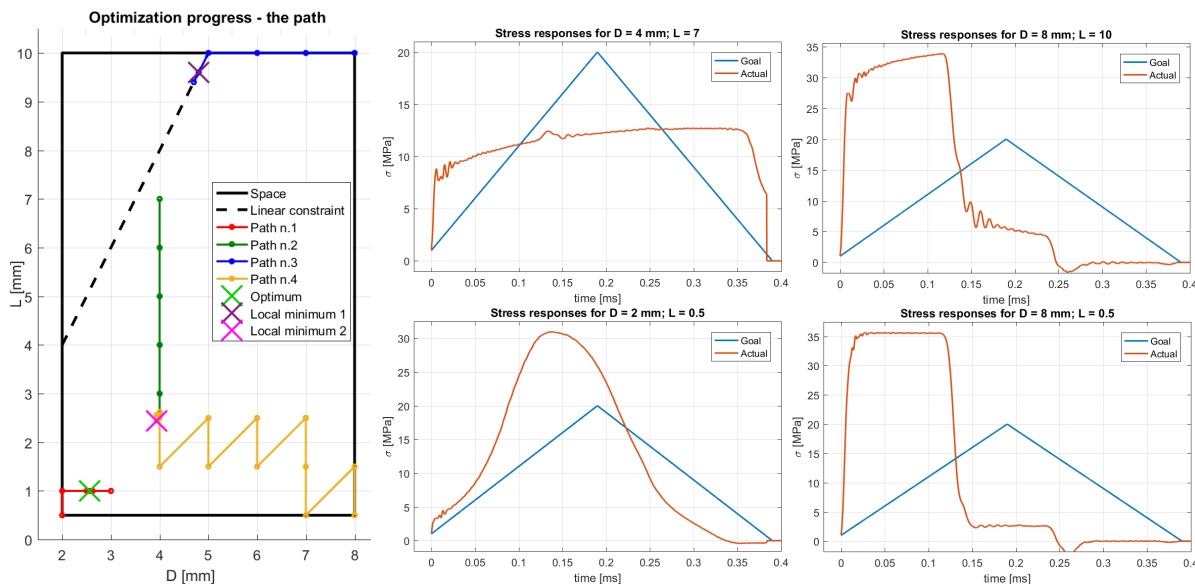
Obrázek 9.2: Vlevo průběh úspěšných kroků minimalizace CF v prostoru $D \times L$, vpravo napěťové odezvy 4 startovacích bodů uspořádané dle příslušných souřadnic v prostoru



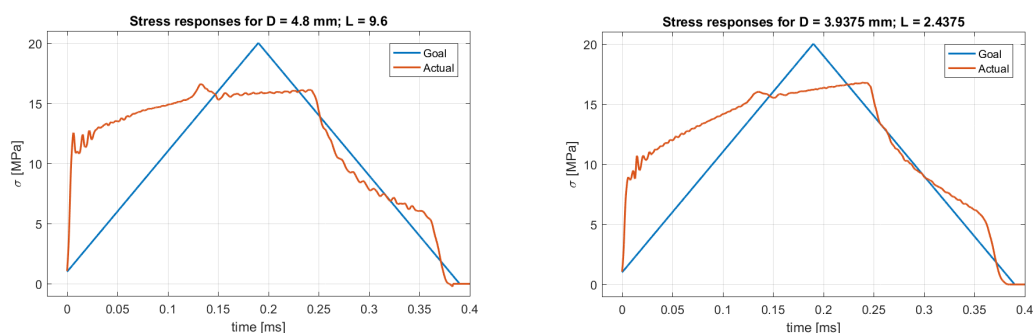
Obrázek 9.3: Porovnání 2 nalezených lokálních minim (oranžově) s globálním minimem (modře): vlevo suboptimum (fialové \times) určené dvěma horními startovacími body, vpravo optimum (zelené \times) určené dvěma dolními startovacími body (viz obr. 9.2)

9.1.2 Validace kódu

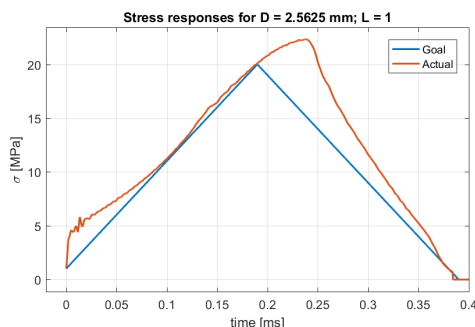
Je testována schopnost kódu nalézt přijatelné řešení pro zadaný střechovitý průběh cílové vlny. Velmi uspokojivé výsledky jsou prezentovány na obrázcích 9.4 - 9.6.



Obrázek 9.4: Vlevo průběh úspěšných kroků minimalizace CF v prostoru $D \times L$, vpravo napěťové odezvy 4 startovacích bodů uspořádané dle příslušných souřadnic v prostoru



Obrázek 9.5: Porovnání 2 nalezených lokálních minim (oranžově) s cílovým průběhem (modře): vlevo minimum 1 (fialové \times) určené pravým horním startovacím bodem, vpravo minimum 2 (ružové \times) určené pravým dolním a horním levým startovacím bodem (viz obr. 9.4)



Obrázek 9.6: Optimum (zelené \times , červená cesta) určené dolním levým startovacím bodem - **finální řešení** nalezené shodou okolností již ve 30. iteraci z celkového počtu 176 (viz obr. 9.4)

9.2 Výkon kódu

Syntéza jednoho tvarovače za stávajícího stavu kódu trvá přibližně 24 hodin. Používaný MKP model je optimalizovaný v maximální možné míře (např. do kontaktních algoritmů vstupují pouze plochy a uzly, u kterých je podílení na kontaktu předpokládáno). Doba výpočtu kódu LS-DYNA nelze již výrazně zkrátit, nemá-li dojít ani k minimálnímu zkreslení výsledků. Je-li částečné zkreslení připuštěno, lze např. nezahrnutím zkalibrovaného tlumení materiálu zrychlit výpočet pravděpodobně až o 25 %.

Mnohem efektivnější cestou pro urychlení syntézy je hledání optimální metody (funkce Matlabu) určení minima cílové funkce a ladění jejího nastavení. Vhodným nastavením počátečního průměru a délky (průměrů a délek) iterace lze nalézt optimální řešení v řádu hodin.

Jako nejvhodnější se pro syntézu tvarovače osvědčilo hledání optima pomocí negradientní metody *Pattern search*, jelikož není zaručena hladkost cílové funkce (obecně v numerickém řešení nezřídka dochází ke skokovým změnám i při malé změně některého z parametrů). Tato metoda je lokální, proto je výpočet proveden nezávisle ze 4 rohů prostoru parametrů tvarovače $D_{tv.} \times L_{tv.}$ vymezeného zadaným definičním oborem spolu s lineární podmínkou $L_{tv.} - 2D_{tv.} \leq 0$, která zaručuje stabilní tvarovač (eliminace nebezpečí vzpěru). Podrobné nastavení metody (krok, tolerance apod.) je k nalezení v .m souboru na přiloženém CD.

Jako cílová funkce určená k minimalizaci je volena suma přes počet vzorků pulzu absolutních hodnot rozdílů cílového a aktuálního průběhu. Vhodným přidáním váhy jednotlivým rozdílům lze konvergenci urychlit.

Robustní globální metody (genetické algoritmy) byly testovány též. Jejich účinnost závisí na velikosti populace, kterou je daná doba propočítání všech jedinců v jedné generaci. Průměrná doba vyhodnocení jedné simulace tvarovače činí přibližně 30 minut, 100 generací o 10 jedincích bude počítána 21 dní, což činí z genetických algoritmů nepoužitelnou metodu.

9.3 Potenciál praktického využití kódu

Výběr optimálního tvarovače je sice laboratoří často řešený úkol, který tento algoritmus významně ulehčuje, ale hlavní přínos spočívá především ve vytvoření struktury automatizovaného procesu:

Tvorba modelu → výpočet → vyhodnocení → změna vstupních hodnot → tvorba modelu.

S minimálními úpravami kódu lze zcela autonomním algoritmem řešit řadu úloh. Těmi nejprínosnějšími jsou:

- **syntéza** parametrů úlohy (geometrie, materiály, nastavení řešiče apod.)
- **identifikace** konstant materiálových modelů (efekt rychlosti deformace apod.)
- **kalibrace** nominálních hodnot (geometrie, materiál)
- **analýza** vlivu parametrů úlohy na vybraný aspekt (parametrické studie apod.)

Úlohou pro uživatele zůstává vhodně definovat cílovou funkci a vybrat efektivní algoritmus hledání minima (gradientní, negradientní, lokální, globální metody) včetně jeho optimálního nastavení.

Kapitola 10

Závěr

V teoretické části práce byly shrnuty poznatky o šíření napěťových vln se strmým náběhem a o jejich disperzi. Věcně bylo diskutováno prostorové 3D řešení šíření pulzu tenkou tyčí a podrobně byla vysvětlena 1D teorie šíření vlny, z které přímo vychází metodika SHPB. Tato zjednodušená teorie byla dále analyzována ve frekvenční oblasti, čímž byla určena metodika vyhodnocení napěťových vln v praktické části práce. Nakonec byly popsány zdroje oscilací napětí v MKP řešení. V rámci praktické části práce byla provedena citlivostní studie řešiče LS-DYNA, kalibrace numerického modelu SHPB, numerická analýza tvarování incidentních vln a byl vytvořen softwarový nástroj pro provádění libovolných optimalizačních úloh na sestavě SHPB s využitím numerického řešení.

Provedená numerická analýza tvarování incidentní vlny poskytuje cenné závěry. Proběhla analýza metod jednak hojně využívaných konvenčních, jednak nových nekonvenčních.

V rámci konvenčního tvarování byla předpovězena existence optimální nárazové rychlosti, která je daná geometrickými rozměry a materiálovými parametry vloženého tvarovače. Při této optimální rychlosti dochází k maximálně pozitivnímu ovlivnění výchozího tvaru vlny, tedy k prodloužení doby náběhu při současném zachování nejvyšší možné amplitudy určené nárazovou rychlostí. Zvyšování nárazové rychlosti nad toto optimum velmi rychle vede ke ztrátě schopnosti tvarovače ovlivnit tvar vlny. Pro rychlosti nad 40 m/s je ztráta schopnosti tvarovat společným nedostatkem konvenčních metod.

Dalším konvenčním parametrem, který má své optimum, je délka narážející tyče. Daný tvarovač disponuje svojí kapacitou plastické deformace. Celkové vyčerpání kapacity se na pulzu projeví dosažením maximální možné teoretické amplitudy. Od tohoto okamžiku používání delších narážejících tyčí vede pouze k prodlužování vlny, bez dalšího vlivu na její tvar.

Dále bylo dokázáno, že měď používaná pro výrobu tvarovačů je velmi vhodný materiál, jelikož i s konvenčními válcovými tvarovači lze dosáhnout velmi rozmanitých tvarů vlny, čímž je umožněno SHPB testování širokého spektra materiálů. Tvarovače z celkově tužších materiálů (ocel apod.) schopnost tvarování ztrácejí, tvarovače méně tuhé (cín apod.) poskytují velmi pozvolný, dokonce až konvexní náběh vlny.

Poslední konvenční metodou bylo variování průměru a délky měděného válcového tvarovače po vzoru parametrické studie v předešlé práci [24], ale s mnohem rozsáhlejším definičním oborem obou parametrů. Výsledky předešlé práce byly potvrzeny v plném rozsahu. Nově byly testovány tvarovače s limitními rozměry. Odvážnou výzvu pro explicitní řešič LS-DYNA představoval tvarovač o průměru a délce $D = L = 1$ mm s délkou hrany elementů $H = 0,1$ mm. Pro dopadovou rychlost 5 m/s simulace proběhla úspěšně a vyšlo najevo, že stejných výsledků lze dosáhnout s méně tuhými tvarovači (cín) standardní velikosti ($D \sim 5$ mm). Tvarovače o průměru SHPB tyčí nejsou schopny vlnu jakkoli ovlivnit. Druhý extrémní, na řešení již nenáročný případ, bylo použití tvarovače délky $L = 50$ mm a $L = 100$ mm. Oba scénáře vedly ke stejnému výsledku, který je ekvivalentní nárazu bez tvarovače 40% dopadovou rychlostí s dvojnásobně delší narážející tyčí. Tvarovače o délce $L < 0,5$ mm efektivně filtrují oscilace beze změny výchozího tvaru vlny.

První nekonvenční metoda spočívala v použití tvarovačů jiných než válcových tvarů. Vyšlo najevo, že měděné mezikruží (tenkostěnná trubka) není vhodnou volbou, jelikož z podstaty tohoto tvaru není napětí generováno od středu kruhového čela tyče, na čemž se chtěné snížení sklonu a prodloužení doby náběhu zakládá. Tvar komolého kužele (na orientaci nezáleží) poskytuje pozoruhodné výsledky pro nízké dopadové rychlosti, kdy dojde k rozprostření pulzu až na trojnásobek své výchozí délky s odpovídajícím poklesem maximální teoretické amplitudy přibližně na třetinu. K obdobnému výsledku vedlo i použití kulového tvarovače. V tomto případě bylo prodloužení pulzu pro malé nárazové rychlosti až pětinasobné s adekvátně sníženou amplitudou. Při vysokých rychlostech ($v_n = 40$ m/s) bylo dosaženo srovnatelných výsledků, jako pro konvenční válcové tvarovače (malá účinnost tvarování).

Druhá nekonvenční metoda - použití dvou nebo tří-segmentových nárazových tyčí složených z komolých kuželů a válců - dovoluje efektivně tvarovat vlnu i při libovolně vysokých nárazových rychlostech. Omezující je mez kluzu hliníkové slitiny pro místo na tyči s nejmenším průřezem. Je pozorována přímá závislost mezi sklonem podélné tečny pláště segmentu vůči ose tyče a sklonem incidentní vlny. Jednotlivé segmenty se přímo mapují

na výsledný průběh pulzu. Použití geometricky komplexnějších segmentů (hyperboloidů apod.) by pravděpodobně umožnilo generovat vlny libovolného tvaru. Na druhou stranu potenciální výroba speciálně upravených tyčí je spojená s vysokými finančními náklady, a to zvláště v důsledku specifických požadavků na tvar pulzu pro každý jednotlivý testovaný materiál.

Vedle výsledků numerické analýzy tvarování napěťových vln je dalším stěžejním výstupem práce plně automatizovaný softwarový nástroj pro syntézu, identifikaci, kalibraci, či analýzu libovolných parametrů úlohy, který vznikl spojením a zdokonalením algoritmů z předešlé práce [24] a přidáním optimalizačních algoritmů hledání minima cílové funkce implementovaných v prostředí Matlabu. Ověření funkčnosti kódu proběhlo na úloze syntézy průměru a délky konvenčního tvarovače pro požadovaný tvar incidentní vlny. Vhodný výběr a nastavení optimalizační funkce Matlabu zaručilo nalezení optima v řádu hodin. Ucelený kód je k dispozici na příloženém CD.

Předložené hlavní výsledky práce jsou výhradně výstupem metody konečných prvků s objemovými elementy v kombinaci s explicitní integrací v čase. Numerické metody s sebou obecně nesou jistá úskalí. Jejich výsledky jsou lehce zpochybnitelné a bez validace experimentem lze o jejich věrohodnosti spekulovat. Proto byla provedena pečlivá kalibrace okrajových podmínek, útlumu elastického materiálu tyčí a materiálových konstant konstitutivního modelu elasto-plastického tvarovače. Kalibrace vycházela z 60 provedených SHPB experimentů. Porovnání proběhlo v časové doméně a dle potřeby i ve frekvenční oblasti. Kompletní data experimentů včetně laboratorního deníku jsou k dispozici na příloženém CD.

Kalibrace okrajových podmínek odhalila nedokonalost kontaktních algoritmů. Bylo nutné řádově zvýšit tuhost kontaktů v jejich nastavení za účelem eliminace vzájemné penetrace ($\sim 0,1$ mm) čel tyčí. Tato, vzhledem k rozměrům úlohy, miniaturní penetrace neumožnila postihnout vliv geometrické imperfekce čela tyče v podobě jeho zkosení. Přitom tato výrobní vada tyče je dle experimentů reálný aspekt, který je třeba modelovat. Bez definice imperfekce má náběh pulzu nepřiměřeně rázovitý charakter s vysokým překmitnutím.

Kalibrace útlumu materiálu tyčí proběhla porovnáním s průběhy vícekrát (cca 10-krát) odražené vlny od volných konců incidentní tyče. Pro pokročilé odrazy byl útlum dobře pozorovatelný. Konstanty útlumu nastavené na základě amplitudových charakteristik a průběhů v čase zaručily vysokou shodu simulací s experimenty.

Pro kalibraci materiálu tvarovače byl z vícero uvažovaných variant vybrán nelineární model mocninného zpevnění. Tento model umožnil zachovat nízkou mez kluzu a zároveň v oblasti tečení i srovnatelný sklon vstupního smluvního diagramu se získaným sklonem křivky z provedených tahových zkoušek. Parametry mocninného zpevnění byly dále zpřesněny SHPB měřeními na základě odezev 40 tvarovačů odlišných kombinací průměrů a délek. Ve výsledném modelu je rámcově zahrnut i efekt rychlosti deformace prostřednictvím Cowper-Symondsova modelu.

Samotnou kalibraci předcházela citlivostní studie explicitního řešiče LS-DYNA, která vychází z teoretické části práce. Zároveň bezprostředně navazuje na závěry citlivostní analýzy v práci předchozí [24] s maximální snahou konfrontace výsledků. Touto cestou je beze zbytku porozuměno dříve pozorovaným paradoxům. Studie probíhala od základních MKP úloh rázu nekonečných poloprostorů po komplikované šíření vln v tenkých tyčích. Nejdůležitějšími výstupy analýzy jsou požadavky na konečně-prvkovou síť a identifikace zdroje již dříve pozorovaných vysoko-frekvenčních oscilací SHPB pulzů při simulaci.

MKP síť obecně vykazuje chování obdobné filtru typu dolní propusti. Frekvenční hranice filtru (sítě) je určena rozměrem hrany elementů H ve směru šíření vlny. Šíření vlny tyčí je prostorový děj a je tedy nutné používat krychlové elementy pro zachování ekvivalentně kvalitního popisu podélné i radiální dynamiky. U hrubé sítě ($H = 1$ cm) je limitní frekvence 0,2 MHz, což je zároveň hodnota nejvyšší frekvence přítomné v reálných SHPB pulzech na hliníkových tyčích. Přesto je použití sítě této hustoty nanejvýš nevhodné, jelikož dochází k velmi intenzivnímu zkreslení nízko-frekvenční charakteristiky. Elementy o délce hrany $H = 1$ mm přenášejí frekvence až do hodnoty 1,2 MHz, a jsou tedy náchylné k nereálnému vysoko-frekvenčnímu oscilování. Na druhou stranu velmi přesně popisují stěžejní experimentálně pozorovaný interval frekvencí 0 - 0,2 MHz. Zároveň s takto jemnou sítí ($H = 1$ mm) jsou výstupy modelu invariantní vůči změně typů integrace v elementu, kontrole módů přetvoření s nulovou deformační energií apod. Invariantnost je chtěná vlastnost modelu, neboť vede-li k obdobnému výsledku vícero metod, utvrzuje se tím jeho věrohodnost.

Původ vysokých frekvencí (nad 0,2 MHz) spojených s použitím jemné sítě ($H = 1$ mm) byl identifikován dvojitě - numerický a fyzikální. Numerické oscilace jsou společným aspektem explicitních i implicitních metod a závisí především na Courantově čísle úlohy. Se zjemňováním sítě jejich frekvence roste a amplituda klesá. Speciálně bylo dokázáno, že v případě Courantova čísla $C_0 = 1$ pro všechny elementy modelu jsou při použití metody centrálních diferencí s diagonální maticí hmotnosti (tj. řešič LS-DYNA) numerické oscilace elimi-

novány. Tento závěr je konzistentní s aktuálním výzkumem [46,47]. Fyzikální oscilace (80 kHz pro hliníkovou tyč průměru $D = 20$ mm) jsou následkem radiálních posuvů vyvolaných podélnou vlnou. Snižováním Poissonova čísla dochází ke snížení jejich amplitudy, v limitním případě $\nu = 0$ zcela vymizí.

V každém případě fyzikální oscilace zcela dominují nad těmi numerickými, což je pravděpodobně způsobeno komplexností a výchozím precizním naladěním explicitního řešiče LS-DYNA. Celkově vyšlo najevo, že řešení úloh šíření napětí tělesem pomocí komerčního MKP softwaru je při znalosti jistých úskalí numerických metod velmi výhodné. Trend dnešního výzkumu vytvářet řešiče vlastní je opodstatněný, ale není korektní tuto cestu vnímat jako jedinou správnou. Až kombinace a porovnání výsledků vlastních a komerčních kódů spolu s validací experimentem utváří efektivní metodiku testování. Vlastní algoritmy (zpravidla 1D úloh) jsou uživateli otevřené v celém svém rozsahu a kód může být účinně laděn. Na druhou stranu komerční software je velmi robustní a umožňuje řešit v krátkém čase i komplikované 3D úlohy.

Předložená závěrečná práce vytváří řadu metodik postupů pro SHPB (a SHPB obdobné) simulace. Zároveň jasně definuje limity výpočtů. Autor pevně věří, že publikace je velkým přínosem jak pro experimentální činnost Ústavu mechaniky a materiálů na Fakultě dopravní, tak především silnou podporou pro provádění numerických výpočtů. Vytvořený softwarový nástroj pro návrhy experimentů je výhledově možné zdokonalit naladěním parametrů optimalizačních funkcí pro jednotlivé úlohy syntézy, identifikace, kalibrace i analýzy geometrických a materiálových parametrů sestavy SHPB. K aktivnímu používání je však připraven i ve stávajícím stavu.

Kapitola 11

Použité zdroje

11.1 Literatura

- [1] GRAFF, Karl F. *Wave motion in elastic solids*. Oxford: Clarendon Press, 1975. ISBN 01-985-6118-0.
- [2] SKALAK, R. Longitudinal impact of a semi-infinite circular elastic bar. *J. Appl. Mech., Trans. ASME*. 1957, **24**, 59-63.
- [3] ZUKAS, Jonas. A., Theodore NICHOLAS, Hallock F. SWIFT, Longin B. GRESZCZUK a Donald R. CURRAN. *Impact dynamics*. New York: John Wiley, 1982. ISBN 0-471-08677-0.
- [4] KOLSKY, Herbert. *Stress waves in solids*. New York: Dover Publications, [1963].
- [5] DONNELL, L. H. Longitudinal Wave Transmission and Impact. *Trans. ASME*. 1930, **52**, 153-167.
- [6] WHITE, M. P. a L. V. GRIFFIS. The Propagation of Elasticity in Uniaxial Compression. *J. Appl. Mech., Trans. ASME*. 1948, **15**, 256.
- [7] MALVERN, L. E. The Propagation of Longitudinal Waves of Plastic Deformation in a Bar of Material Exhibiting Strain-Rate Effect. *J. Appl. Mech., Trans. ASME*. 1951, **18**, 203.
- [8] MALVERN, L. E. Plastic wave propagation in a bar of material exhibiting a strain rate effect. *Quart. Appl. Math.* 1951, **8**, 405.

- [9] DUWEZ, P. E. a D. S. CLARK. An Experimental Study of the Propagation of Plastic Deformation Under Conditions of Longitudinal Impact. *ASTM*. 1947, **47**, 502.
- [10] KARMAN, T. a P. DUWEZ. The Propagation of Plastic Deformation in Solids. *Journal of Applied Physics*. 1950, **21**, 987.
- [11] CAMPBELL, W. R. Determination of dynamic stress-strain curves from strain waves in long bars. *SESA*. 1952, **10**, 113.
- [12] STERNGLASS, E. J. a D. A. STUART. An experimental study of the propagation of transient longitudinal deformations in elastoplastic media. *J. Appl. Mech., Trans. ASME*. 1953, **20**, 427.
- [13] BELL, J. F. a A. STEIN. The increment loading wave in the pre-stressed plastic field. *J. Mec.* 1962, **1**, 395.
- [14] DEVAULT, G. P. The effect of lateral inertia in the propagation of plastic strain in a cylindrical rod. *J. Mec. Phys. Solids*. 1965, **13**, 55.
- [15] CONVERY, E. a H. L. D. PUGH. Velocity of Torsional Incremental Waves in Metals Stressed Staticly into the Plastic Range. *J. Mec. Eng. Sci.* 1968, **10**, 153.
- [16] YEW, C. H. a H. A. RICHARDSON. Strain-rate effect and incremental plastic wave in copper. *Exp. Mech.* 1969, **9**, 366.
- [17] CAMPBELL, J. D. a A. R. DOWLING. The Behavior of Materials Subjected to Dynamic Incremental Shear Loading. *J. Mec. Phys. Solids*. 1970, **18**, 43.
- [18] BELL, James F. *The physics of large deformation of crystalline solids*. New York: Springer-Verlag, 1968. ISBN 978-3-642-88442-9.
- [19] SPERAZZA, J. *Propagation of large amplitude waves in pure lead*. Baltimore, 1961. Disertace. The Johns Hopkins University.
- [20] STOKES, G. G. Smith's prize examination. *Cambridge University Press*. 1876, **5**, 362.
- [21] POCHHAMMER, L. Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten kleiner Schwingungen in einem unbegrenzten isotropen Kreiscylinder. *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*. 1876, **81**, 324-336.

- [22] CHREE, C. The equations of an isotropic elastic solid in polar and cylindrical coordinates, their solutions and applications. *Camb. phil. Soc. Math. Phys. Sci.* 1889, **14**, 250.
- [23] DAVIES, R. M. A critical study of the Hopkinson pressure bar. *Phil. Trans. R. Soc.* 1948, **A240**, 375-457.
- [24] DVOŘÁK, Radim. *Numerické modelování tvaru napěťových pulzů při SHPB měření*. Praha, 2018. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta dopravní, Ústav mechaniky a materiálů.
- [25] KOLSKY, H. The propagation of longitudinal elastic waves along cylindrical bars. *Phil. Mag.* 1954, **45**, 712-726.
- [26] MINDLIN, R. D. Waves and vibrations in isotropic, elastic plates. *Structural Mechanics*. 1960, 199-232.
- [27] SKALAK, R. Longitudinal impact of a semi-infinite circular bar. *J. Appl. Mech.* 1957, **34**, 59-64.
- [28] MIKLOWITZ, J. a C. R. NISEWANGER. The propagation of compressional waves in a dispersive elastic rod: Part II - Experimental results and comparison with theory. *J. Appl. Mech.* 1957, **24**, 240.
- [29] FOX, G. a C. W. CURTIS. Elastic strain produced by sudden application of pressure to one end of a cylindrical bar: II. Experimental observations. *J. acoust. Soc. Am.* 1958, **30**, 559-63.
- [30] JONES, O. E. a A. T. ELLIS. Longitudinal strain pulse propagation in wide rectangular bars: Part II - Experimental observations and comparisons with theory. *J. Appl. Mech.* 1963, **30**, 61-69.
- [31] BACON, C. An Experimental Method for Considering Dispersion and Attenuation in a Viscoelastic Hopkinson Bar. *Experimental Mechanics*. 1998, **38**(4), 242-249.
- [32] MOUSAVI, S., D. F. NICOLAS a B. LUNDBERG. Identification of complex moduli and Poisson's ratio from measured strains on an impacted bar. *Journal of Sound and Vibration*. 2004, **277**, 971-986.

- [33] HILLSTRÖM, L., M. MOSSBERG a B. LUNDBERG. Identification of complex modulus from measured strains on an axially impacted bar using least squares. *Journal of Sound and Vibration*. 2000, **230**(3), 689-707.
- [34] BITANS, K. a P. W. WHITTON. Stress-strain curves for oxygen-free high conductivity copper at shear strain rates of up to 10^3 s^{-1} . *The institution of mechanical engineers*. 1971, **185**, 1149-1158.
- [35] WALKER, A. G. *Mechanical behaviour of copper at high strain rates*. Loughborough, 1987. Disertace. Loughborough University of Technology.
- [36] LINDHOLM, U. S. Deformation maps in the region of high dislocation velocity. *High Velocity Deformation of Solids*. Berlin: Springer-Verlag, 1978,26.
- [37] EDINGTON, J. W. Influence of strain rate on the mechanical properties and dislocation substructure in deformed copper single crystals. *Philosophical Magazine*. 1969, **19**(162), 1189.
- [38] KUMAR, A. a R. G. KUMBLE. Viscous drag on dislocations at high strain rates in copper. *J. Appl. Phys.* 1969, **40**, 3475.
- [39] DOWLING, A. R. a J. HARDING. *1st int. conf. of the center for high energy forming*. Estes Park, University of Denver, Denver, CO, 1967.
- [40] SHIOIRI, J., K. SATOH a K. NISHIMURA, KAWATA, K. a J. SHIOIRI, ed. Experimental studies on the behaviour of dislocation in copper at high rates of strain. *High Velocity Deformation in Solids*. Berlin: Springer-Verlag, 1978,50.
- [41] REGAZZONI, G. a F. MONTHEILLET, HARDING, J., ed. *Properties at High Rates of Strain*. The Institute of Physics, Bristol, London, 1984, 63.
- [42] DOWLING, A. R., J. HARDING a J. D. CAMPBELL. The Dynamic Punching of Metals. *J. Inst. Metals*. 1970, **98**, 215.
- [43] LINDHOLM, U. S. Some experiments with the split Hopkinson pressure bar. *J. Mec. Phys. Solids*. 1964, **12**, 317-335.
- [44] RIDA, A., M. MICOULAUT, E. ROUHAUD a A. MAKKE. Understanding the strain rate sensitivity of nanocrystalline copper using molecular dynamics simulations. *Computational Materials Science*. 2019, **172**.

- [45] WULF, G. L. Dynamic stress–strain measurements at large strains. *Mechanical properties at high rates of strain. Konference č. 21. The Inst. Phys.* London, 48, 1974.
- [46] KOLMAN, Radek, Michal MRAČKO, Alena KRUIŠOVÁ a Anton TKACHUK. Lecture 17: Direct time integration in dynamics. An ECCOMAS Advanced Course on Computational Structural Dynamics, Praha, 2018.
- [47] KOLMAN, Radek. Disperzní analýza rovinných kvadratických konečných prvků v úlohách elastodynamiky. Praha, 2009. Disertace. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní.
- [48] CASADEI, T. a J. HALLEUX. Binary spatial partitioning of the central-difference time integration scheme for explicit fast transient dynamics. *Int J Numer Methods Eng.* 2009, 78, 1436-1473.
- [49] TENG, H. Solid elements with rotational degree of freedom for grand rotation problems in LS-DYNA. *11th International LS-DYNA Users Conference.* 2010.
- [50] CHEN, Weinong W. a Bo SONG. *Split Hopkinson (Kolsky) bar: design, testing and applications.* New York: Springer, c2011. Mechanical engineering series. ISBN 978-1-4419-7981-0.
- [51] ADORNA, M., P. ZLÁMAL, T. FÍLA, J. FALTA, M. FELTEN, M. FRIES a A. JUNG. Testing of hybrid nickel-polyurethane foams at high strainrates using hopkinson bar and digital image correlation. *In 16th Youth Symposium on Experimental Solid Mechanics.* 2018, 72-76.
- [52] ADORNA, M., J. FALTA, T. FÍLA a P. ZLÁMAL. Preprocessing of hopkinson bar experiment data: Filter analysis. *In 16th Youth Symposium on Experimental Solid Mechanics.* 2018, 77-81.
- [53] FALTA, J., T. FÍLA, P. ZLÁMAL a M. ADORNA. Instrumentation of split hopkinson pressure bar for testing of cellular metallic materials. *In 16th Youth Symposium on Experimental Solid Mechanics.* 2018, 10-14.
- [54] FALTA, J., T. FÍLA, M. ADORNA a P. ZLÁMAL. Optimization of hopkinson bar instrumentation for testing of cellular and low impedance materials. *In 25th International Conference Engineering Mechanics.* 2019, 97-100.

- [55] FALTA, J. *Instrumentace sestavy dělené hopkinsonovy tyče pro dynamická měření*. Praha, 2017. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta dopravní, Ústav mechaniky a materiálů.
- [56] ADORNA, M. *Vyhodnocování dynamických experimentů prováděných dělenou hopkinsonovou tyčí*. Praha, 2017. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta dopravní, Ústav mechaniky a materiálů.
- [57] HUDÁK, M. *Úprava SHPB pro pokročilé měření materiálů v dopravě*. Praha, 2018. Bakalářská práce. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta dopravní, Ústav mechaniky a materiálů.
- [58] KOUDELKA, P., O. JIROUŠEK, T. FÍLA a T. DOKTOR. *Compressive properties of auxetic structures produced with direct 3d printing*. *Materiali in Tehnologije*. 2016, **50**(3), 311-317.

11.2 Uživatelské manuály

- [59] *LS-PrePost: Online Documentation* [online]. Livermore, California 94551: Livermore Software Technology Corporation, 2012 [cit. 2020-04-24]. Dostupné z: <http://www.lstc.com/lsp/overview.shtml>
- [60] HALLQUIST, John O. *LS-DYNA[®] Theory manual*. Livermore, California 94551: Livermore Software Technology Corporation, 2006. ISBN 0-9778540-0-0.
- [61] LSTC. *LS-DYNA[®] Keyword Users manual: Volume I*. Version 971 R6.0.0. Livermore, California 94551: Livermore Software Technology Corporation, 2012.
- [62] LSTC. *LS-DYNA[®] Keyword Users manual: Volume II, Material Models*. Version 971 R6.0.0. Livermore, California 94551: Livermore Software Technology Corporation, 2012.
- [63] *Help Center* [online]. Natick, Massachusetts: MathWorks, c2020 [cit. 2020-04-26]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/help/matlab/index.html>

11.3 Internetové zdroje

- [64] *LS-DYNA Support* [online]. Livermore, California 94551: LSTC [cit. 2020-04-24]. Dostupné z: <https://www.dynasupport.com/>
- [65] *Ansys LST Support* [online]. Livermore, California 94551: LSTC [cit. 2020-04-24]. Dostupné z: <http://www.lstc.com/support>
- [66] *DYNAllook* [online]. Livermore, California 94551: LSTC [cit. 2020-04-24]. Dostupné z: <https://www.dynalook.com/>
- [67] SCHMIED, C. a T. ERHART. Updated Review of Solid Element Formulations in LS-DYNA: Properties, Limits, Advantages, Disadvantages. *DYNAmore* [online]. Bamberg: The DYNAmore, 2018 [cit. 2020-04-24]. Dostupné z: <https://www.dynamore.de/en/downloads/papers/2018-ls-dyna-forum/papers2018/wednesday-17th-october-2018/simulation-isogeometric-and-fe-technology/a-study-on-the-new-higher-order-solid-elements-in-ls-dyna>
- [68] LSTC. DAMPING_FREQUENCY_RANGE. *LSTC support PAPERS* [online]. Livermore, California 94551: Livermore Software Technology Corporation [cit. 2020-04-24]. Dostupné z: http://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/support/PAPERS/DAMPING_FREQUENCY_RANGE.support_note_Feb2018.pdf

PŘÍLOHY

Příloha A

Protokoly citlivostní studie řešiče LS-DYNA

Tato příloha obsahuje citlivostní studii v plném rozsahu formou protokolů psaných striktně dle šablony (kap. 7). Výsledky jsou ve stručné formě představeny ve vlastní práci v kapitole 8.1.

A.1 Citlivostní studie parametrů simulace

Je provedena citlivostní studie parametrů simulace pro šíření elastických vln. Postupuje se od problematiky obecného šíření mechanických vzruchů nekonečným poloprostorem. Dále se studie věnuje šíření vlny v konečných tenkých tyčích. Buzení probíhá definovanou rychlostí vstupního povrchu. Dále je předmětem zkoumání buzení dopadem jiné tyče a vliv parametrů nárazu a okrajových podmínek včetně různých variant kontaktních algoritmů. Výsledky jsou průběžně konfrontovány se závěry předešlé práce [24]. Studie probíhala cyklicky formou hypotéza - ověření - reformulace hypotézy, závěry dílčích protokolů se v průběhu citlivostní analýzy (prot. A.1.1 - A.1.6) postupně konkretizují, hypotézy v rané fázi studie byly často vyvráceny.

A.1.1 Emulace nekonečného poloprostoru v MKP

A.1.1.1 Motivace

Konečně-prvková síť vykazuje odlišné chování než reálné kontinuum. Na tvar napěťové vlny má vliv i samotná míra jemnosti diskretizace. Tento aspekt však není jediný. Existuje mnoho dalších parametrů simulace, které mohou její průběh ovlivnit. V problematice šíření napěťových vln není vždy zaručena funkčnost nastavení těchto parametrů, resp. není možné predikovat přesné chování modelu, jak by tomu mohlo být např. při méně komplikované úloze řešení vlastních tvarů konstrukce. Studium následků změny nastavení parametrů je klíčové, aby mohl být numerický výpočet efektivně laděn podle experimentu.

Je tedy třeba vliv jednotlivých parametrů izolovat. Konečné tyče jsou speciálním případem kontinua. Okrajové podmínky mají na rozložení napětí značný vliv, proto je třeba začít s nekonečným poloprostorem, na kterém se budou projevovat jen změny parametrů simulace a ne geometrie modelu.

Než budou zkoumány parametry simulace a citlivost modelu, je třeba mít vřled do časového průběhu napjatosti a je nutné modelovat a verifikovat náhradu nekonečného poloprostoru.

A.1.1.2 Slovní popis úlohy

Nekonečný model vytvořit nelze, musí být emulován. Je vytvořen válec o průměru 0,5 m. Jednomu z čel je po určité krátkou dobu předepsána počáteční rychlost 20 m/s. Pulz je natolik krátký, že na ose válce není ovlivněn odrazem vlnění od pláště válce a celý jeho průběh lze nezkreslený sledovat před druhým čelem. Průběh napětí není superponovaný s odraženou vlnou od druhého čela, jelikož je na této ploše předepsána okrajová podmínka útlumu vln (`NON_REFLECTING`), posuv čela je kompenzován silami, které konají práci ve smyslu zmaření energie vlny. Tato okrajová podmínka významně šetří čas simulace, počet elementů je mnohonásobně menší. Okrajová podmínka útlumu odrazu vlny je pro redukci počtu elementů zvláště efektivní u modelů s jemnou sítí.

A.1.1.3 Cíle

1. Demonstrace vlivu okrajových podmínek (odraz od pláště válce).
2. Ověření správné funkčnosti okrajové podmínky potlačení odrazu vln od druhého čela.
3. Ověření fázové rychlosti vlny.

A.1.1.4 Popis modelu

Část	Veličina	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m ³]	E [GPa]	ν [-]
Incidentní válec		50	500	0	2700	72	0,3
Narážející válec*		~11	~500	~40	~2700	~72	~0,3

Tabulka A.1: Popis geometrie, materiálu a počáteční kinematiky

*Vlna je buzená předepsanou rychlostí čela 20 m/s po dobu $3,7 \cdot 10^{-3}$ ms, nikoli nárazem. Tento způsob buzení odpovídá nárazu fiktivního válce a zároveň je tak odizolován vliv kontaktního algoritmu.

A.1.1.5 Parametry simulace

Parametr	Hodnota
Délka simulace	0,05 ms
Perioda výstupu	$1 \cdot 10^{-4}$ ms
Frekvence výstupu	10 MHz
Časový krok	$2,32 \cdot 10^{-5}$ ms
Doba výpočtu	40 min
Počet elementů	3 970 000

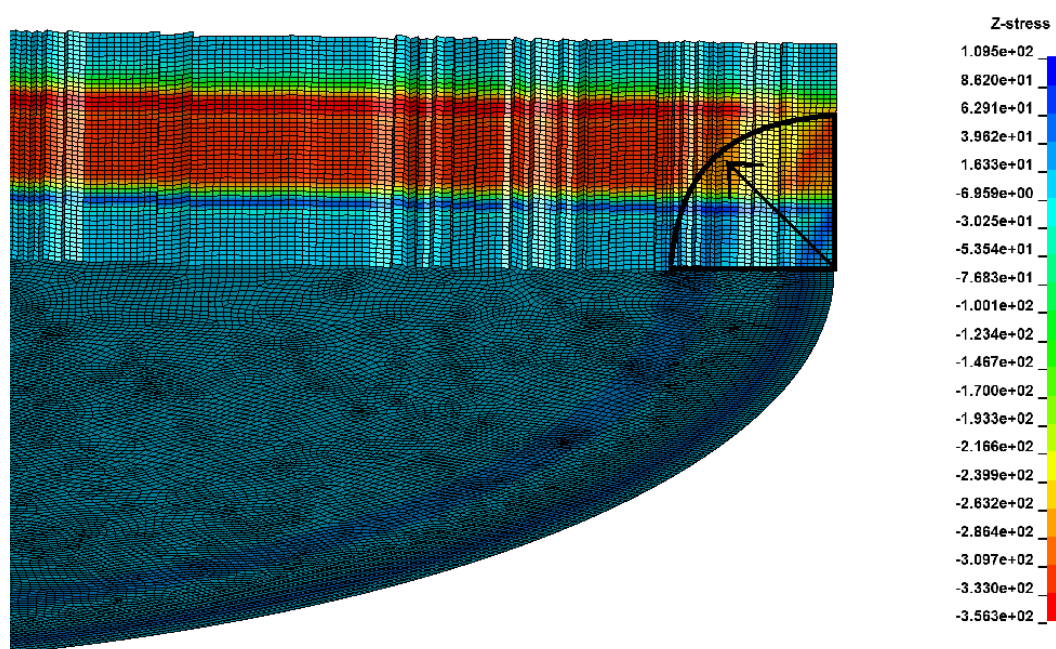
Tabulka A.2: Parametry simulace

A.1.1.6 Grafické výstupy s komentářem

Je sledován průběh napětí na vybraných elementech. Také je znázorněno rozložení napětí na čele a ve specifickém řezu válce.

A.1.1.6.1 *Demonstrace vlivu okrajových podmínek (odraz od pláště válce)*

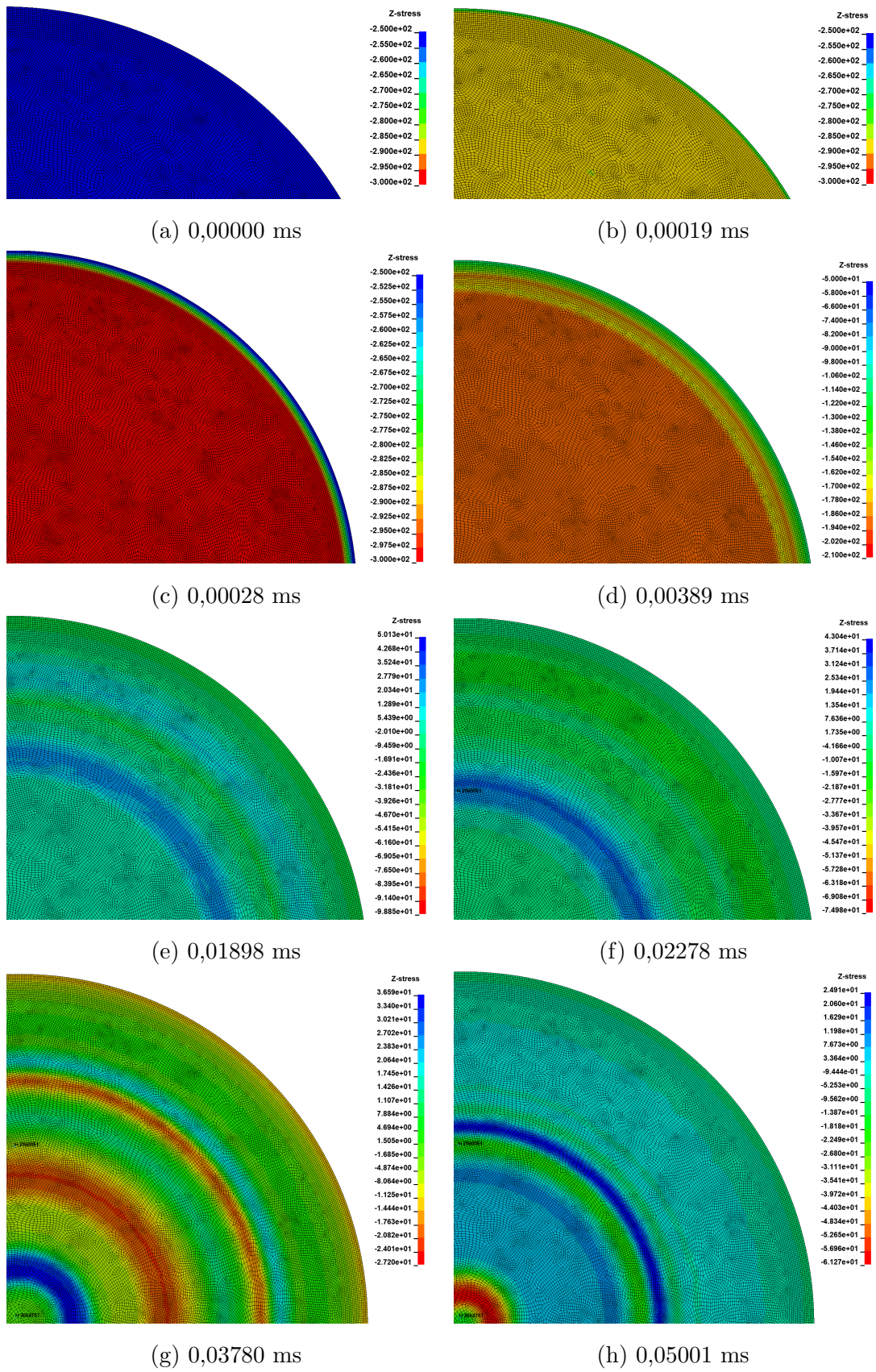
Plášť válce je volným povrchem a odráží vlnění, tato okrajová podmínka zkresluje osově napětí a způsobuje prostorovou napjatost (obr. A.1).



Obrázek A.1: Osově napětí v čase 0,00658 ms [MPa] - projev okrajových podmínek

Na sadě obrázků A.2 je znázorněný průběh osového napětí na buzeném čele válce. Je dobře vidět šíření tahové a zvláště na obrázku A.2g i tlakové vlny od pláště válce. Tahový (v podélném směru) pulz je způsoben generováním primární tahové vlny u hrany válce. odrazem od pláště a příčným šířením, což je doprovázeno i příčnou deformací u pláště válce. Jedná se o přechod ze stavu jednoosé deformace do stavu jednoosé napjatosti. Jakmile skončí proces podélného zatěžování, dojde k přechodu ze stavu jednoosé napjatosti do stavu odlehčeného, příčná deformace vymizí, to vyvolá tlak ve směru podélné osy, a tento pulz se též šíří k ose válce. Jak se vlny pohybují ke středu čela, roste postupně jejich amplituda na absolutní hodnotu přibližně 50 MPa (obr. A.2g). Tyto vlny projdou středem čela, potom jejich amplituda pravděpodobně postupně klesá. Na stejném obrázku jsou vidět i další dvě krátké vlny (tenký oranžový a modrý pás). Tyto sekundární vlny vznikají pravděpodobně mechanismem popsaným dále v protokolu.

Primitivně popsany proces příčného šíření je mnohem komplexnější problém, každý zdroj vzruchu (plášť) je zdrojem kulových vlnoploch. Dále jak se primární podélná vlna šíří podélně v tyči, postupně aktivuje mechanismus popsany výše na jednotlivých podélných souřadnicích pláště (inkrementálně po příčných rovinách uzlů). Dochází tak k vývinu napěťového profilu čela vlny, které rozhodně není rovinné (jeho izoplochy). Proto je potřeba při SHPB měření používat štíhlé tyče, kdy se napěťový profil zformuje na několika prvních poloměrech [24,50] a je téměř rovinný, jelikož malý příčný rozměr je přímou vlnou překonán v zanedbatelném čase a tedy se jedná přibližně o jednoosou napjatost v celé ploše průřezu.



Obrázek A.2: Průběh osového napětí na buzeném čele válce [MPa]

Velmi vypovídajícím obrázkem je následující graf (obr. A.3). Na obrázku jsou číselné značky, které dle své barvy patří k příslušně barevné křivce.

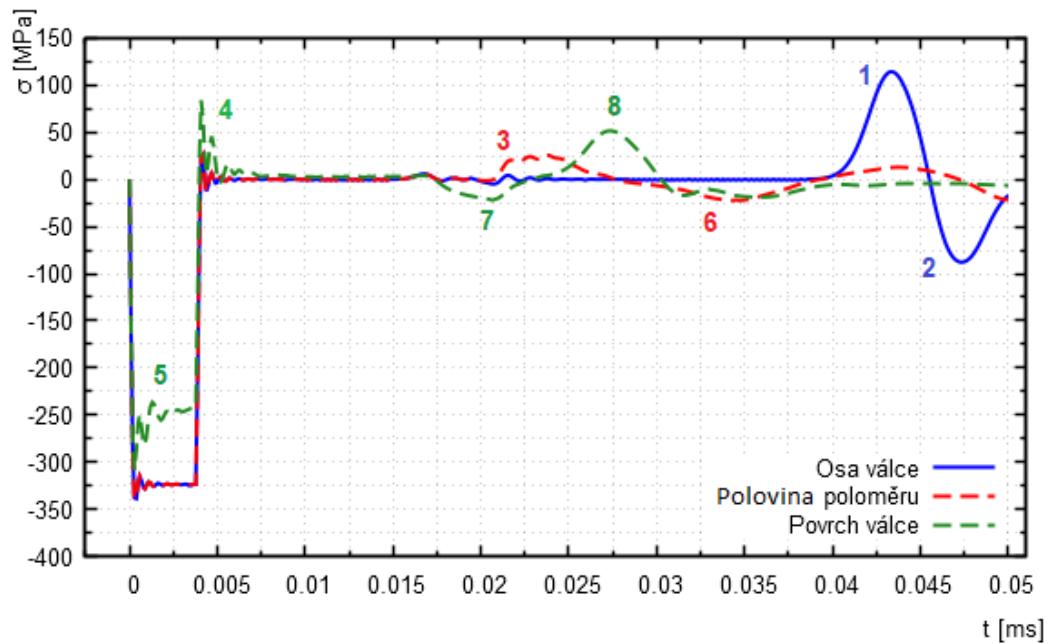
Osa válce (obr. A.3) Osa válce je nejvzdálenějším místem od pláště válce, tudíž vliv okrajové podmínky na osově napětí do tohoto místa prostoupí nejpozději, tedy v čase 0,04 ms (1). Intenzivní tahová vlna osou válce prostoupí, a vyvolá po projití vlnu tlakovou (2), jejíž amplituda by dále v průběhu šíření směrem k plášti klesala. Vlna (1) vznikla mechanismem popsaným výše na plášti válce při přechodu mezi jednoosou deformací-napjatostí (5) a jednoosou napjatostí-odlehčením (4).

Polovina poloměru válce (obr. A.3) Je opět dobře vidět vliv okrajové podmínky (3). Tato vlna má v polovině poloměru menší amplitudu než na ose válce, jelikož působí na větší ploše (úměrné obvodu). Velmi zajímavým jevem je tlaková vlna (6), která daným místem projde mnohem později. Je možné, že jak roste amplituda vlny (3) s uraženou vzdáleností, chová se nový inkrement amplitudy jako nové buzení v daném místě a tak dochází k šíření dílčích vln zpět k plášti válce - tento jev je dobře znázorněn na sadě obrázků (obr. A.4). Dochází tak ke generaci sekundárních vln. Dalším vysvětlením může být projev komplikovaného stavu napjatosti na hranách válce, superpozice odražených vln apod.

Povrch válce (obr. A.3) Amplituda osověho napětí podélné vlny (5) okamžitě klesne na hodnotu odpovídající jednoosé napjatosti. To je způsobeno tím, že se jedná o volný povrch. V důsledku příčné kontrakce (v tomto případě příčného rozšíření) osově napětí poklesne přibližně o 75 MPa. Tento rozdíl přetrvává i bezprostředně po odlehčení předepsané rychlosti na čele válce (4). Situace v polovině poloměru je složitá, těžko čitelná. Dochází zde pravděpodobně ke vzniku elementárních zdrojů vlnění, jak bylo popsáno výše. Je to hypotéza, kterou by bylo vhodné ověřit podrobnou analýzou, k čemuž v této práci není dostatečný prostor.

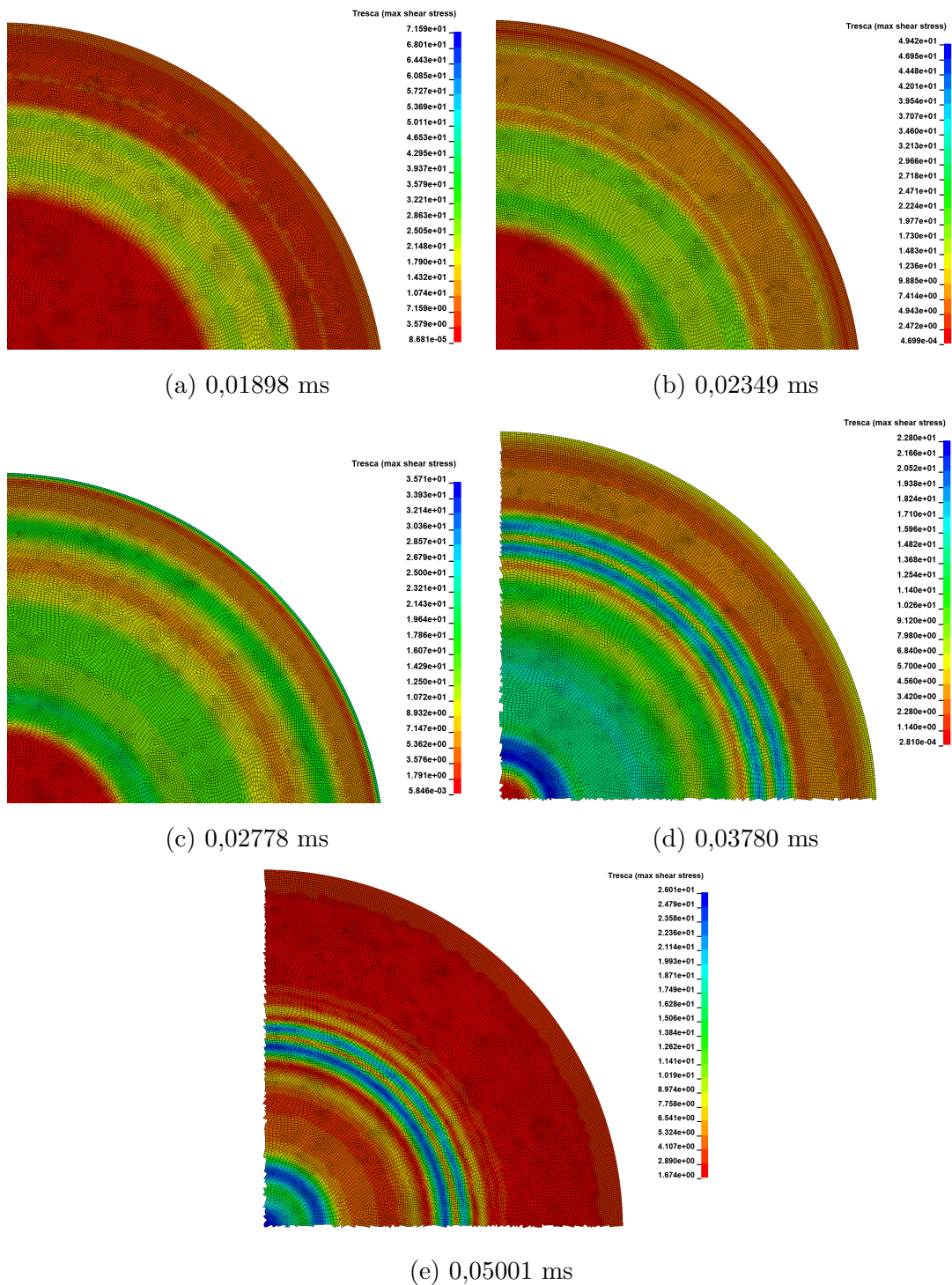
Vlna (7) vznikla výše popsaným mechanismem z elementárních zdrojů a následným odražením od volného povrchu válce přešla v tahovou vlnu (8).

Průběh osového napětí na čele válce



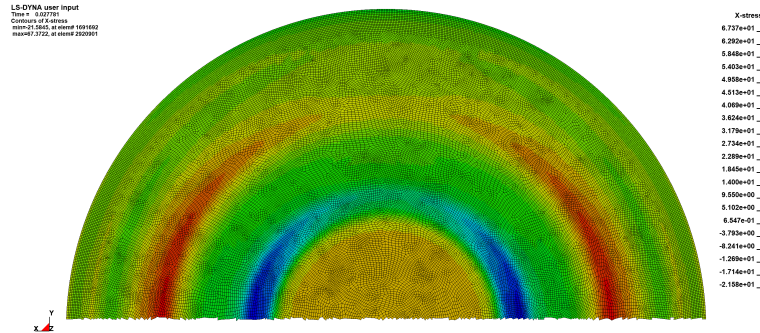
Obrázek A.3: Průběh napětí na plášti, v polovině poloměru a ve středu válce na jeho buzeném čele (na číselné časové značky je odkazováno v textu výše)

Výše uvedenou hypotézu podporuje znázornění efektivního napětí dle Trescy na sadě obrázků A.4). Toto redukované napětí bylo vybráno kvůli prezentaci oscilací na průběhu, které jsou zde dobře viditelné. Maximální hodnoty jsou však o řád menší, než měřené normálové napětí osově. Na obrázku A.4a je jasně vidět vlna o délce, která odpovídá době buzení na čele válce. V pokročilejších časech a se změněnou škálou je na obrázcích A.4b, A.4c vidět, jak se určitá část vlny šíří zpět k povrchu válce, kde se odrazí (vlna **(7)** resp. **(8)** na obrázku A.3). Od povrchu válce se šíří nová odražená vlna (obr. A.4d), amplituda složek vlny s uraženou vzdáleností při šíření směrem ke středu roste (obr. A.4e).

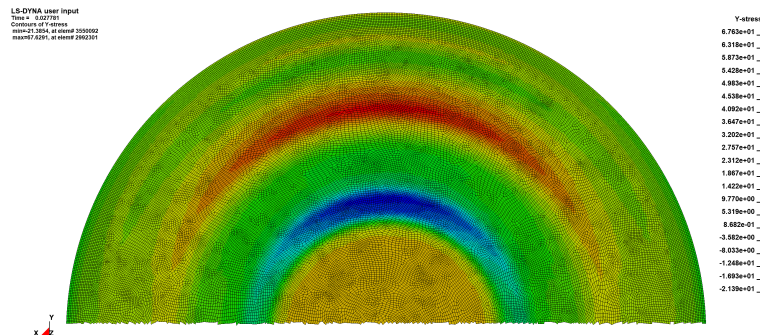


Obrázek A.4: Průběh efektivního napětí dle Trescovy hypotézy (maximální smykové) [MPa]

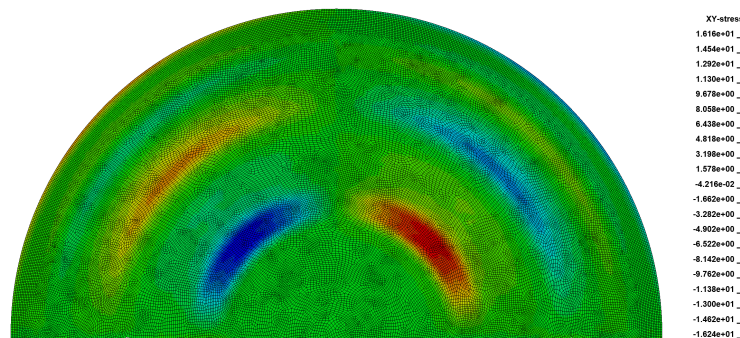
Pro úplnost jsou znázorněny i zbylé složky napjatosti (obr. A.5) vzhledem k souřadnému systému uvedeném na obrázku (obr. A.5a) v levém dolním rohu v čase 0,02778 ms. Je zřejmé, že plášť válce obecně způsobuje na buzeném čele stav komplikované prostorové napjatosti.



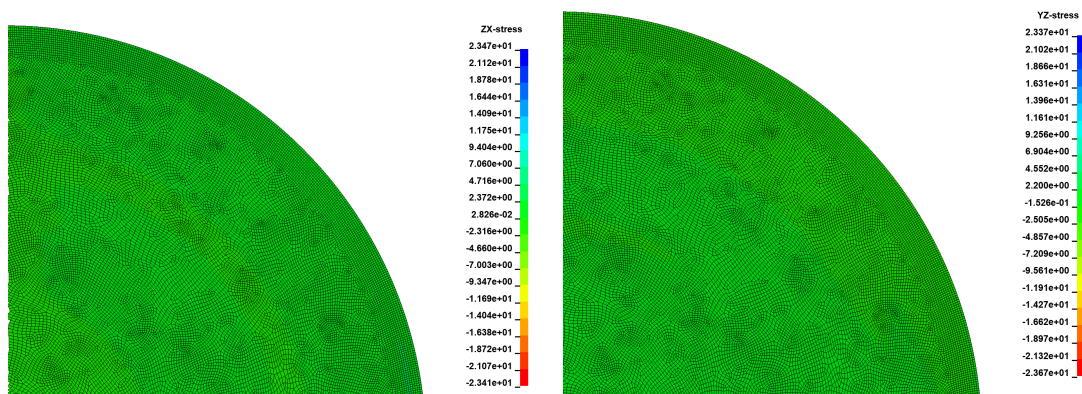
(a) Normálové napětí ve směru x [MPa]



(b) Normálové napětí ve směru y [MPa]



(c) Smykové napětí na ploše xy [MPa]



(d) Smykové napětí n aploše zx [MPa]

(e) Smykové napětí naploše yz [MPa]

Obrázek A.5: Průběh efektivního napětí dle Trescovy hypotézy (max. smykové) [MPa]

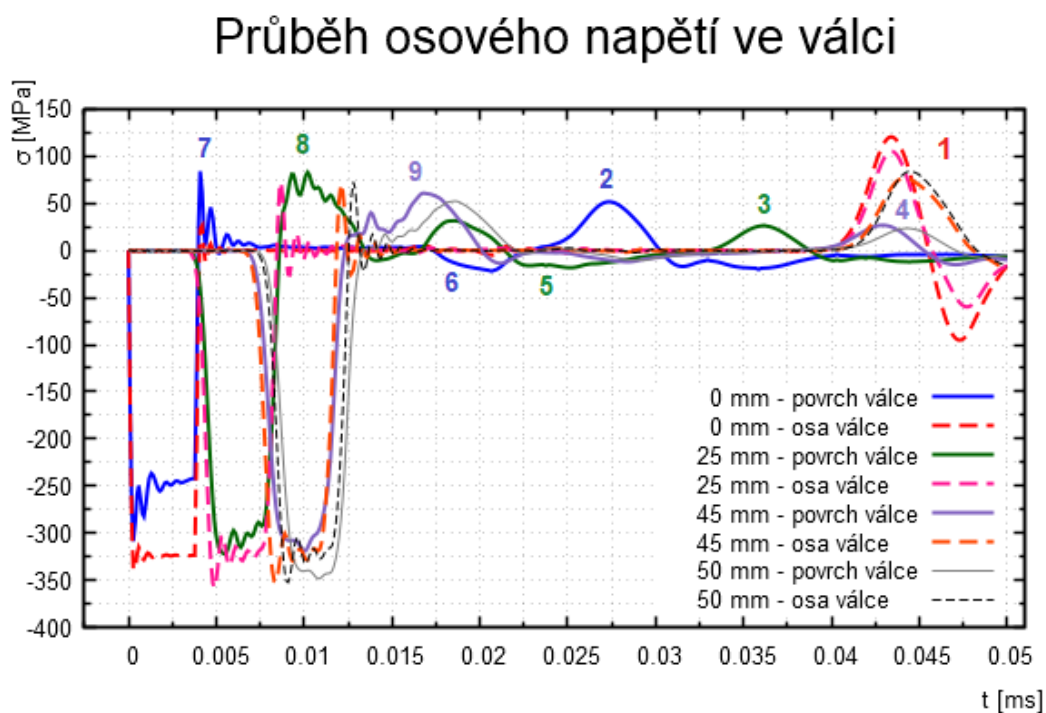
A.1.1.6.2 *Ověření správné funkčnosti okrajové podmínky potlačení odrazu vln od druhého čela*

Na obrázku A.6 je znázorněn průběh osového napětí na ose a povrchu válce pro různou vzdálenost od buzeného čela. Soubor 4 přerušovaných křivek (osa válce) od času 0,04 ms popisuje projev šíření vlivu okrajové podmínky (1). Vlny (2), (3) jsou od pláště odražené vlny (6), (5), které pravděpodobně vznikly výše popsáním mechanismem v elementárních zdrojích.

Z posloupnosti vln (2), (3), (4) je vidět tlumící charakter děje. Tedy tyto sekundární vlny po určité podélnou vlnou uražené vzdálenosti vymizí a nezakreslují měření.

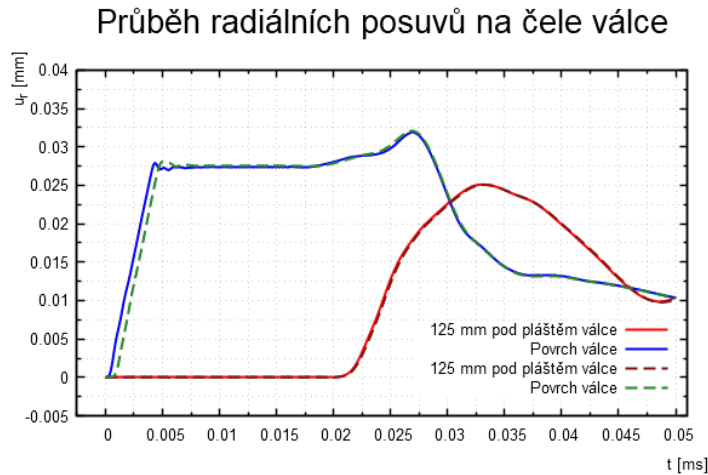
Dále z posloupnosti vln (7), (8), (9) je zřejmá disperze, která má původ v geometrii modelu. Původní oscilace (7) se mění v jednu vlnu (8), (9), které klesá amplituda.

A konečně je vidět správná funkčnost okrajové podmínky na druhém čele válce, která má pohlcovat podélné vlnění. Na intervalu 0,015 - 0,04 ms má osově napětí na ose válce nulovou hodnotu, tedy neprochází zde žádná odražená vlna od druhého čela. Sekundární vlny na povrchu válce (2), (3), (4), (5), (6) byly výše v protokolu identifikovány jako důsledek vnitřních odrazů a elementárních buzení.



Obrázek A.6: Průběh napětí na plášti a na ose válce na vybraných podélných souřadnicích (na číselné časové značky je odkazováno v textu výše)

Jako doplnění je vynesena graf (obr. A.7) radiálních posuvů. Jsou vykresleny vždy dvě protilehlé souřadnice s osou symetrie ve středu válce jako důkaz symetričnosti úlohy. Lokální extrém napětí na povrchu válce v čase 0,025 ms odpovídá vlně (2) na obrázku A.6. Směrem k ose válce amplituda posuvu klesá a má pozvolnější náběh. Pro vysvětlení tvaru průběhů by byla potřeba podrobnější analýza a delší čas simulace.



Obrázek A.7: Časový průběh radiálního posuvu na buzeném čase válce

A.1.1.6.3 *Ověření fázové rychlosti vlny*

Z časových průběhů veličin (obr. A.3, A.6, A.7) jsou určeny fázové rychlosti vlny. Tyto rychlosti jsou porovnány v tabulce A.3 s teoretickými hodnotami klasické teorie šíření vln (jedna fázová rychlost). Z výsledků je jasné (s ohledem na omezenou přesnost odečítání hodnot z grafů), že rychlost šíření vlny v konečně-prvkové síti je konzistentní s fyzikálními předpoklady.

Typ vlnění	Měření	Teorie	Rozdíl
Podélné u povrchu (jednoosá napjatost)	5178 m/s	5164 m/s	0,27 %
Podélné uvnitř tělesa (jednoosá deformace)	6012 m/s	5991 m/s	0,35 %

Tabulka A.3: Parametry simulace

A.1.1.7 Shrnutí výsledků

1. Bylo úspěšně emulováno šíření podélné vlny nekonečným poloprostorem na dostatečně širokém válci tak, aby se okrajové podmínky pláště válce projeví na jeho ose až v pozdním čase simulace.
2. Vlnění se v konečně-prvkovém modelu šíří v kulových vlnoplochách (obr. A.1).
3. Rychlost šíření vlny odpovídá teoretické.
4. Jelikož je vlnová délka pulzu řádově kratší než průměr válce, projevuje se velmi silně okrajová podmínka volného povrchu pláště válce.
5. Při šíření vlny od pláště válce směrem k ose v rovině čela dochází k postupnému zvětšování a amplitudy, tato kumulace má za následek vznik další sekundárních vln. Intenzita jevu klesá s podélnou souřadnicí ve směru šíření podélné vlny od buzeného čela.
6. Výsledky simulace je třeba chápat jako vzhled do problematiky šíření vlny kontinuem. Byla testována pouze jedna míra jemnosti konečně-prvkové sítě, výsledky by s hrubší sítí byly jiné. Pravděpodobně by došlo k odfiltrování vysokých frekvencí.

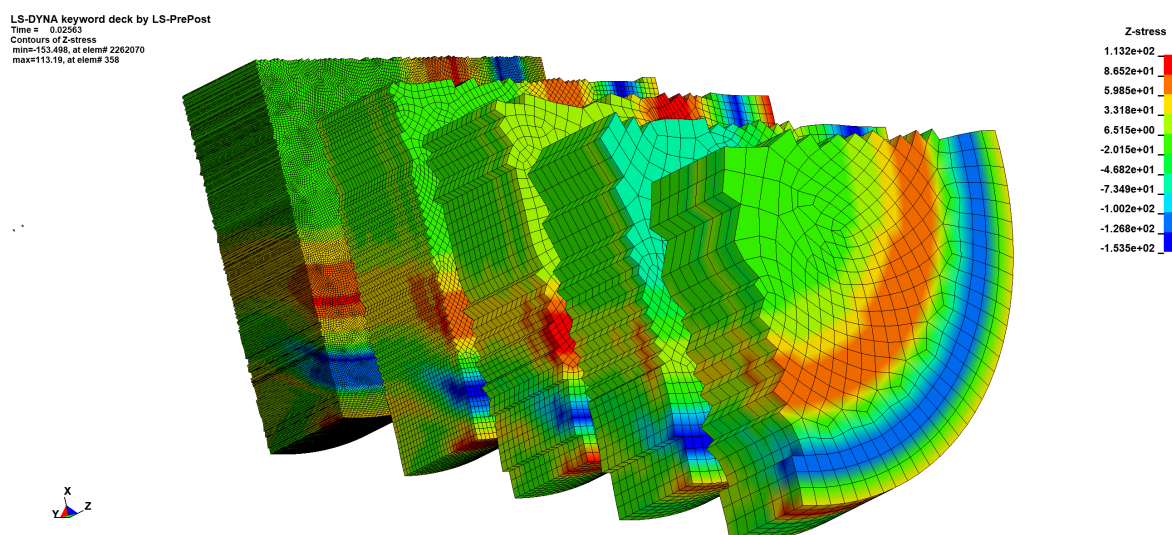
A.1.2 Vliv hustoty sítě na přenos vysokých frekvencí

A.1.2.1 Motivace

Na konci minulého protokolu je ve shrnutí výsledků v posledním bodě uvedena domněnka, že míra jemnosti sítě má vliv na výsledný průběh napětí ve smyslu filtrace vyšších frekvencí. V předchozí práci [24] se při ladění modelu dospělo k tomuto závěru, tedy že hrubší síť se chová stabilněji, tj. neobjevují se oscilace s takovou intenzitou, jako u modelů s jemnější sítí. Pro další studie je vhodné tento jev kvantifikovat, a to pro model neovlivněné okrajovými podmínkami.

A.1.2.2 Slovní popis úlohy

Je modelováno 5 válců o průměru 500 mm a délce 75 mm. Průměrná velikost elementů na jednotlivých modelech je přibližně 1, 3, 5, 7 a 10 mm (obr. A.8). Jedno z čel je buzeno předepsanou rychlostí po určitou krátkou dobu, čímž výsledek není ovlivněn kontaktním algoritmem. Velké rozměry válce a krátkost pulzu společně umožňují naměřit napěťový pulz před druhým čelem válce bez vlivu okrajových podmínek pláště válce. Zároveň je na druhém čele předepsána okrajová podmínka pohlcující vlnění, jejíž funkčnost byla ověřena v minulém protokolu. Délka válce 75 mm umožňuje i pro nejhrubější model stanovení přenosových funkcí z přenosu napětí minimálně přes 6 elementů.



Obrázek A.8: Výřez z každého z pěti modelů, osové napětí [MPa] v čase 0,02563 ms

A.1.2.3 Cíle

1. Znázornění vlivu míry jemnosti konečně-prvkové sítě v časové doméně.
2. Porovnání výsledků se závěry předchozí práce [24].
3. Kvantifikace míry filtrace z přenosových funkcí modelů.
4. Ověření fázové rychlosti vlny.
5. Porovnání rychlosti výpočtu a velikosti výstupu s počtem elementů.

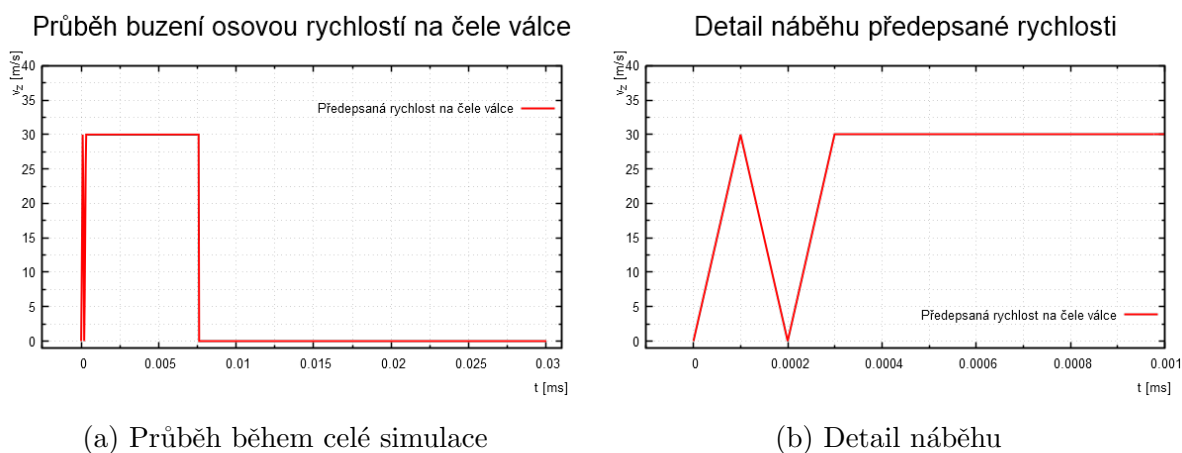
A.1.2.4 Popis modelu

Část	Veličina	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m ³]	E [GPa]	ν [-]
Incidentní válec		75	500	0	2700	72	0,3
Narážející válec*		~22	~500	~60**	~2700	~72	~0,3

Tabulka A.4: Popis geometrie, materiálu a počáteční kinematiky

*Vlna je buzená předepsanou rychlostí čela 30 m/s po dobu $7,6 \cdot 10^{-3}$ ms, nikoli nárazem. Tento způsob buzení odpovídá nárazu fiktivního válce a zároveň je tak odizolován vliv kontaktního algoritmu.

** Nárůst rychlosti na konečnou velikost se odehrává v krátkém časovém intervalu (odpovídá cca jednotkám délky časového kroku výpočtu) s uměle vytvořením „zakmitnutím“, vybudí se tak vyšší frekvence. Kompletní zatěžovací diagram je uveden na obrázku A.9.



Obrázek A.9: Průběh buzení osovou rychlostí na čele válce

A.1.2.5 Parametry simulace

Parametr	Hodnota
Délka simulace	0,03 ms
Perioda výstupu	$3,3 \cdot 10^{-5}$ ms
Frekvence výstupu	33 MHz
Časový krok	$1,7 \cdot 10^{-5}$ ms *
Doba výpočtu	1 h 45 min / 7 min / 90 s / 35 s / 7 s **
Velikost výstupu	473 GB / 26 GB / 6 GB / 2,5 GB / 1 GB **
Počet elementů	5 958 000 / 321 000 / 74 350 / 30 900 / 11 550 **

Tabulka A.5: Parametry simulace

* Pro každý model byl časový krok výpočtu nastaven na stejný.

** Uvedeno od modelu s nejjemnější sítí po model s nejhrubší sítí.

A.1.2.6 Grafické výstupy s komentářem

Jsou znázorněny průběhy napětí, z kterých jsou určeny přenosové funkce modelů. Je kvantifikována míra filtrování vysokých frekvencí. Tyto výsledky jsou porovnány se závěry předešlé práce [24] a jsou prezentovány statistiky výpočtů jednotlivých modelů.

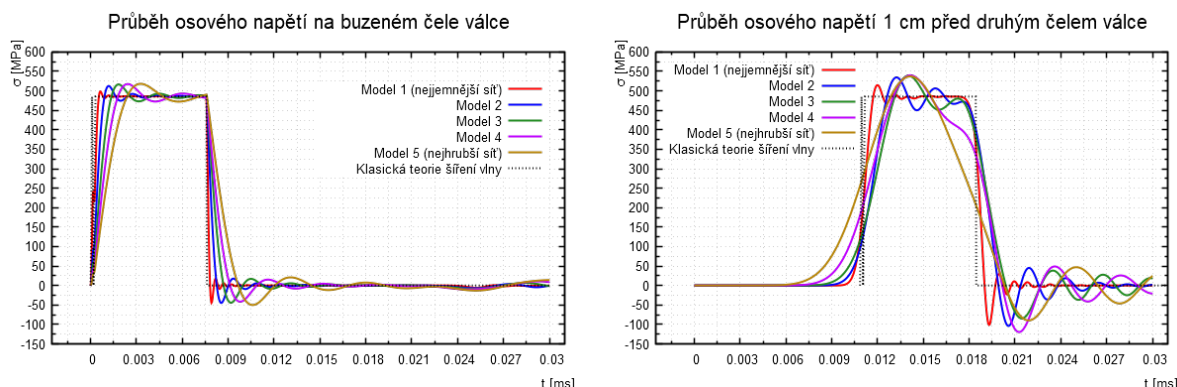
A.1.2.6.1 Znázornění vlivu míry jemnosti konečně-prvkové sítě v časové doméně

Na grafech níže je znázorněná napěťová vlna na buzeném čele (obr. A.10a) a 1 cm před druhým čelem válce (obr. A.10b). Vliv míry jemnosti konečně-prvkové sítě je jednoznačný. Čím hrubější síť je, tím méně vysokých frekvencí se modelem přenesou. Uměle vyvolané „zakmitnutí“ při náběhu rychlosti se projevilo pouze na modelu s nejjemnější sítí (obr. A.10a). Na prvním z obrázků je též znázorněná odezva dle klasické teorie šíření vlny, což je de facto pouze faktorizovaná rychlost definovaná na buzeném čele válce. K této teorii se nejvíce blíží model s nejjemnější sítí.

Pozoruhodný je průběh oscilací po odlehčení od času 0,0075 ms (obr. A.10a) a od času 0,018 ms (obr. A.10b). Nízké frekvence se u modelů s hrubější sítí šíří rychleji než nízké a dochází k intenzivní disperzi v podobě zesilujících se vysoko-frekvenčních oscilací za primární vlnou.

Ve výsledku se tedy informace o vzruchu se šíří nejrychleji v modelu s nejhrubší sítí, ale o

to pomaleji je dosažena maximální amplituda napětí, která je navíc v modelech s hrubší sítí nadhodnocena.



(a) Buzené čelo válce

(b) 1 cm před druhým čelem válce

Obrázek A.10: Průběh osového napětí na podélné souřadnici 0 a 65 mm (znaménková konvence: kladně je vynesena tlak)

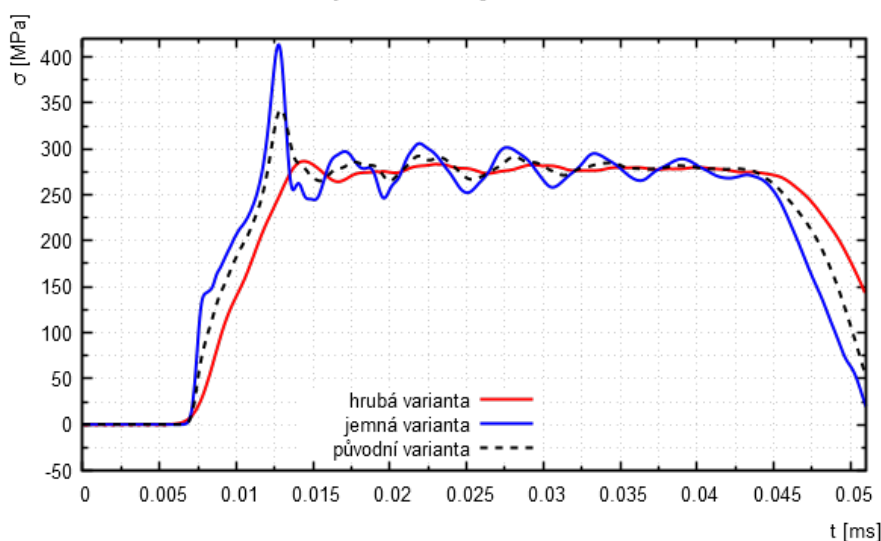
A.1.2.6.2 Porovnání výsledků se závěry předchozí práce [24]

Ačkoli z obrázků A.10 a příslušných komentářů přímo neplyne shoda se závěry práce předcházející, bude v následujících odstavcích dokázáno, že výstupy této simulace jsou s výsledky minulými konzistentní, jen nebyly vždy správně interpretovány. Následující odstavce jsou rozděleny po výrocích - každý jeden výrok odpovídá jednomu ze závěrů předešlé práce.

Výrok 1 - Jemná konečně-prvková síť vykazuje menší stabilitu než hrubá

Bylo modelováno šíření tlakového pulzu tenkou dlouhou tyčí. Výsledky ze vzdálenosti čtyř poloměrů od nárazem buzeného čela z povrchu tyče jsou na obrázku A.11. Je zřejmé, že hrubá síť nepropouští vysoké frekvence. Jemná varianta byla označena jako nereálná, jelikož první lokální extrém přesahuje teoretickou amplitudu o 60 MPa. Je však nutné podotknout, že simulace probíhala pro výchozí časový krok, tedy pro násobek 0,9 z kritického časového kroku. Výsledků výše (obr. A.10) bylo ale dosaženo s časovým krokem mnohem menším (nejjemnější varianta 0,5 násobek, nejhrubější varianta řádově menší) a k žádnému nadhodnocení teoretické amplitudy pro jemné modely nedošlo. Dokonce více amplitudu nadhodnucujícími modely jsou ty s hrubou sítí. O stabilitě sítě tedy pravděpodobně rozhoduje i časový krok, zvláště pro jemné modely - bude ověřeno dalším protokolu.

povrch tyče - 4r

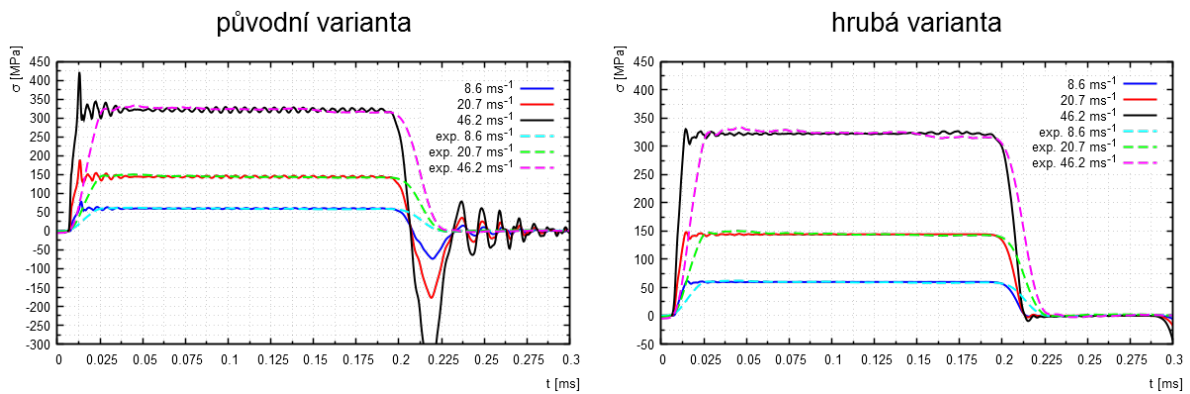


Obrázek A.11: Průběhy napětí na modelu s hrubou (červeně), středně hustou (černě přerušovaně) a jemnou (modře) sítí [24]

Výrok 2 - Průběh napětí na hrubé konečně-prvkové síti se dobře shoduje s experimentem K tomuto závěru se dospělo z porovnání průběhů níže (obr. A.12). Model s jemnou sítí („původní varianta“) byl shledán jako nevyhovující kvůli nadhodnocené amplitudě na začátku pulzu a hlavně kvůli nereálnému propadu napětí na konci pulzu. Nicméně je pravděpodobné, že tuto lokální nestabilitu nezpůsobuje příliš jemná síť, ale neadekvátní časový krok (viz výše *Výrok 1*). Směrnice náběhu je pro oba modely téměř stejná a ve skutečnosti velmi podobná experimentu. Důvod, proč se toto na grafech (obr. A.12) jeví jinak, je ten, že signály byly chybně po vodorovné osy posunuty tak, aby první nenulové hodnoty všech vln začínaly ve stejném čase. Ve skutečnosti by průběhy ze simulací měly začínat dříve tak, aby se náběh vlny přibližně v půlce protínal s náběhem vlny měřené experimentálně. V odstavci A.1.2.6.1 a zejména pak na obrázku A.10b byla ukázána důležitá vlastnost konečně-prvkové sítě. Informaci o amplitudě napětí přenáší hrubá síť vyšší rychlostí než fázovou dle klasické teorie šíření vlny. Tento jev je tím intenzivnější, čím je síť hrubější. Pokud by menší časový krok zamezil lokálním nestabilitám, nebyl by výběr modelu pak jednoznačný, jelikož by oba modely dobře aproximovaly reálná data. Dalším zdrojem neurčitosti je fakt, že experimentální byla filtrována běžným postupem laboratoře [51,52] a data ze simulace nikoliv.

Výrok 3 - Jemná konečně-prvková síť přenáší nereálné oscilace i po průběhu pulzu Jak bylo řečeno výše, tyto oscilace (obr. A.12a) jsou způsobeny pravděpodobně nedostatečně krátkým časovým krokem. Oscilace tedy nejsou „nereálně přenášeny“, ale spíše „nereálně generovány“. Velmi důležité je odlišit tyto umělé oscilace po

proběhnutí pulzu (chyba metody řešení) (obr. A.12a) od oscilací, které vznikly (též po průběhu pulzu) z podstaty modelu (vlastnost metody řešení) (obr. A.10b). V druhém případě (obr. A.10b) se dokonce větší amplituda těchto oscilací objevuje u modelu s hrubší sítí, což se zdá odporující závěrům předešlé práce, avšak není tomu tak. Pulz (obr. A.10b) obsahuje prakticky jen vysoké harmonické složky (v důsledku své krátkosti), v pulzu nejsou nízké frekvence a tedy nelze říci, jak by jejich projev vypadal. Vedle toho v průběhu (obr. A.12a) oscilují mnohem nižší frekvence. Výsledky (obr. A.10b) a (obr. A.12a) nelze tedy bezmezně porovnávat mezi sebou.



(a) Průběh osového napětí na modelu s jemnou sítí (b) Průběh osového napětí na modelu s hrubou sítí

Obrázek A.12: Porovnání průběhu napětí na dvou různých modelech s experimentálními daty (znaménková konvence: kladně je vynesena tlak)

Dosažené výsledky předešlé práce tedy nebyly v rozporu s objevy v práci současné, ale nebyly dokonale správně interpretovány, resp. nebyly odhaleny příčiny specifického chování jednotlivých modelů.

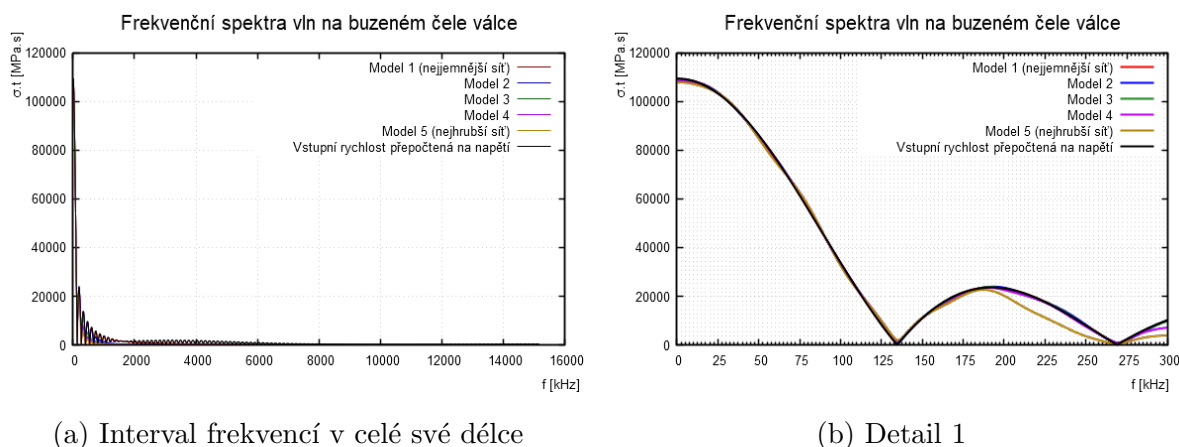
A.1.2.6.3 Kvantifikace míry filtrace z přenosových funkcí modelů

Naměřené pulzy (obr. A.10) představují data pro spolehlivé stanovení vysokofrekvenčního přenosu modelů. Méně relevantní jsou frekvence nižší než první vlastní frekvenci narážející tyče (v tomto případě se fiktivnímu narážejícímu válci, protože napětí je buzeno předepsanou rychlostí čela) podélného vlnění, důvod je popsán v kapitole 4.2.4. Zrovna tak byla pro daný materiál tyčí experimentálně určena maximální frekvence v signálu na 200 kHz [53]. Numerická simulace neobsahuje náhodný šum a pravou hranici tak vytyčuje až vzorkovací teorém. Spolehlivý interval frekvencí pro daný materiál a v případě simulace i pro danou vzorkovací frekvenci je uveden v tabulce A.6.

Nejnižší věrohodná frekvence signálu	Maximální frekvence (při experimentu)	Maximální frekvence (numerická data)
140 kHz	200 kHz	16,65 MHz

Tabulka A.6: Interval spolehlivých frekvencí pro experiment a numerický výpočet

Frekvenční spektra Nejprve jsou znázorněna frekvenční spektra na buzeném čele válce pro každý z modelů, včetně vstupní rychlosti přepočtené na napětí (dle věty o zachování hybnosti) (obr. A.13a). Tento graf je uveden pro rámcovou představu, k odečítání hodnot jsou určeny následující detaily.

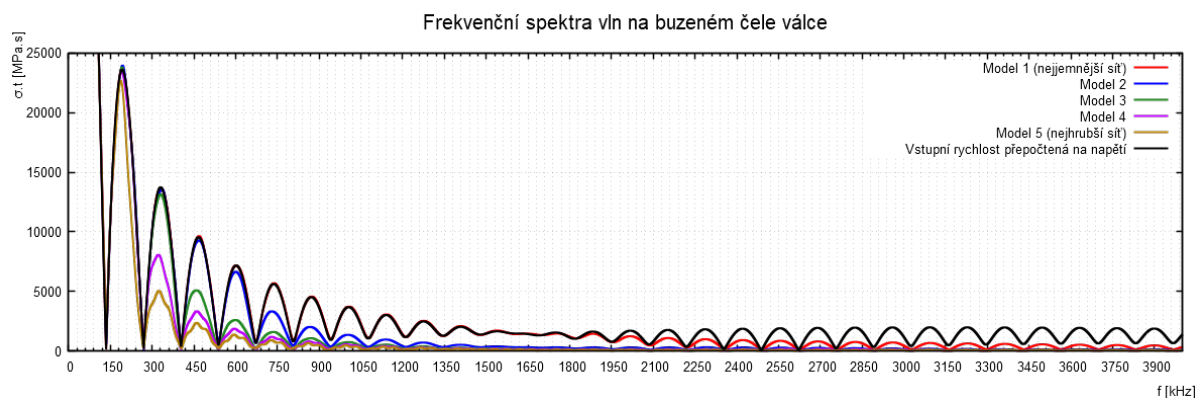


Obrázek A.13: Frekvenční spektrum vln na buzeném čele válce

Ze spekter je zřejmé, že dominují nízké frekvence. Od frekvence 8 MHz je i pro teoretickou hodnotu (černá křivka) intenzita zanedbatelná. Na obrázku A.13b jsou pak vidět první dvě vlastní frekvence fiktivního narážejícího válce 135 kHz a 270 kHz, což odpovídá předpokladům. Tyto hodnoty jsou shodné pro všechny modely, pro teoretickou hodnotu (černá křivka) jsou lokální minima nejostřejší.

Další detail (obr. A.14a) ukazuje, že do hranice 270 kHz jsou všechny modely téměř shodné. To je velmi pozoruhodné, jelikož maximální experimentálně měřitelná hodnota je 200 kHz. V důsledku tedy nejhrubší konečně-prvková síť (model 5) by měla dát nejlepší shodu s experimentálními daty, jelikož jemná síť nese vysoké frekvence, které se při reálném měření neobjevují. Irregularita spektra od pravidelnosti na intervalu 1,4 - 1,9 MHz je způsobena pravděpodobně uměle zaneseným „zákmitem“ v náběhu budící rychlosti.

Na pokračování frekvenčního spektra (obr. A.14b) je vidět, že frekvence nad 8 MHz je schopna nést pouze nejjemnější síť (model 1) a to o mnohem slabší intenzitě, než je buzení (černá křivka). Od 10 MHz jsou frekvence prakticky zcela utlumeny.



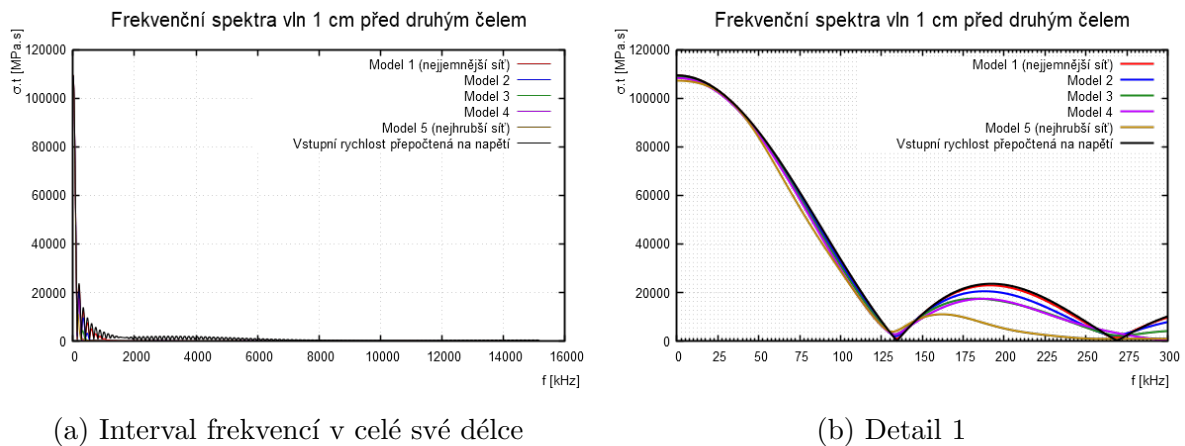
(a) Detail 2



(b) Detail 3

Obrázek A.14: Frekvenční spektrum vln na buzeném čele válce

Pro rámcovou představu jsou zde zobrazeny i frekvenční spektra vln, které se prošly emulovaným nekonečným poloprostorem do vzdálenosti 65 mm (1 cm před druhým čelem válce) (obr. A.15a). K odečítání hodnot jsou určeny detaily.

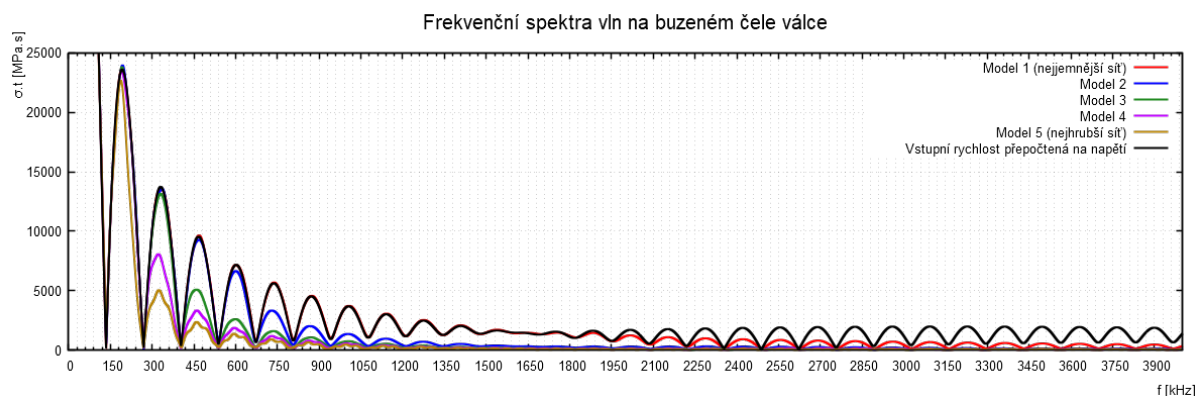


Obrázek A.15: Frekvenční spektrum vln 1 cm před druhým čelem válce

Na obrázku A.15b jsou černou křivkou vytyčené první dvě vlastní frekvence. Téměř shodný s teorií je model 1 (nejjemnější síť). Čím hrubější síť potom je, tím méně vysokých frekvencí je schopna přenést. Pro hrubé sítě (obdobné byly použity pro parametrickou studii v předešlé práci [24]) dochází k odchýlení od teorie již na intervalu 135 - 200 kHz a dále, což je interval, který je měřitelný i experimentálně. Dále na detailu A.16a je vidět, že od 675 kHz je schopna vysoké frekvence nést už jen nejjemnější síť (model 1). Detail A.16b ukazuje již absolutní útlum pro všechny sítě.

Toto vysvětluje paradox, proč v práci předcházející [24] byla podle experimentu nejpřesnější hrubá síť (která nyní odpovídá přibližně modelu 4). Z grafů výše je zřejmé, že jemná síť (model 1) je velmi přesná pro frekvence 135 - 500 kHz. Při experimentu jsou však frekvence nad 200 kHz těžko měřitelné a ve spektru se neobjevují. Proto v porovnání s experimentem hrubá síť nevykazuje takové oscilace jako síť jemná a se lépe shoduje s experimentálními daty.

Tedy při kalibrování konečně-prvkového modelu experimentem se jako ideální postup jeví provádět simulace s jemnou sítí a buď z výstupů následně pomocí filtru odstranit frekvence vyšší než 200 kHz, nebo zajistit tlumení vysokých frekvencí v požadované míře již během simulace.



(a) Detail 2



(b) Detail 3

Obrázek A.16: Frekvenční spektrum vln 1 cm před druhým čelem válce

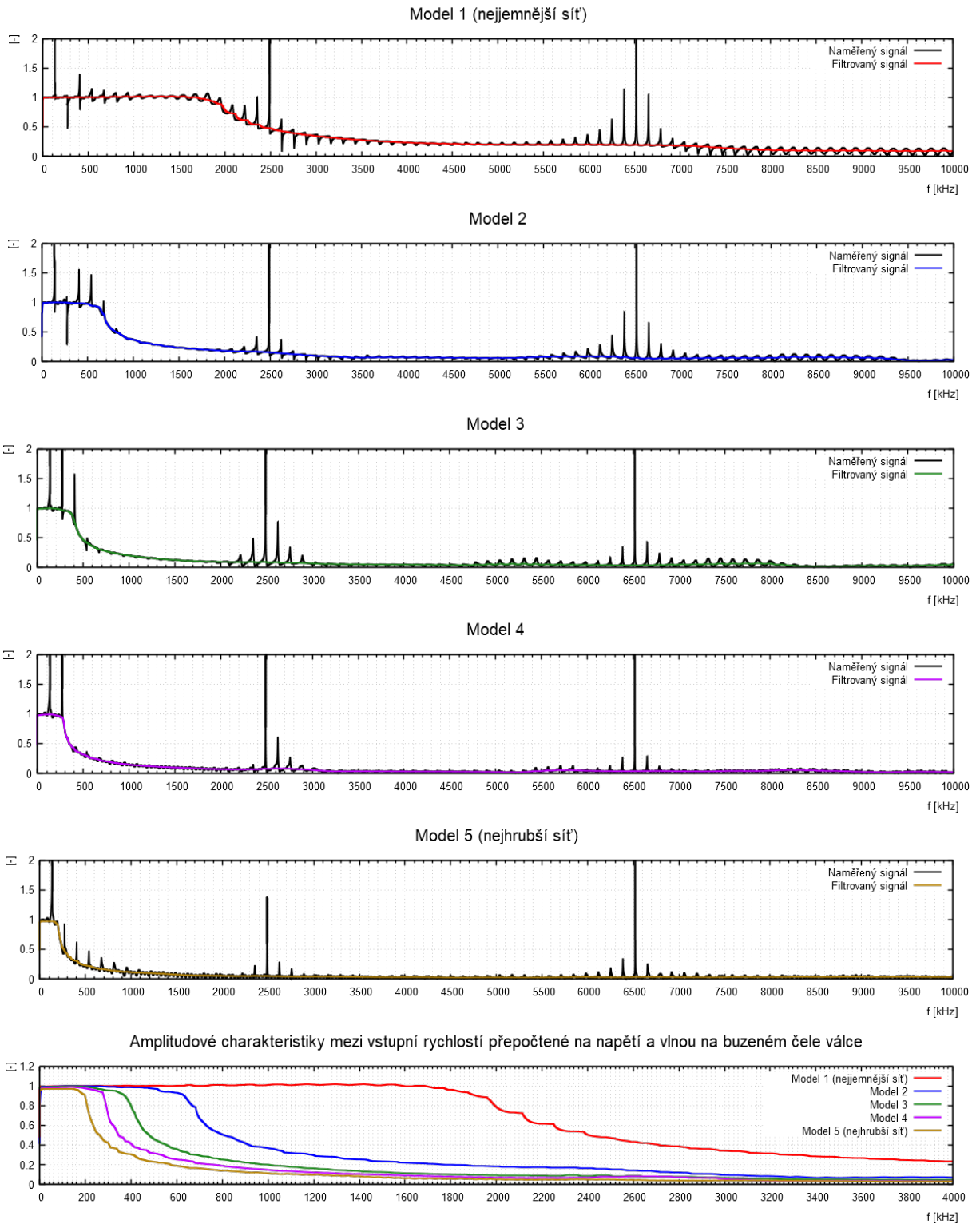
Amplitudové charakteristiky Zpracováním frekvenčních spekter vznikají důležité charakteristiky, které umožní vyvozené vlastnosti konečně-prvkových sítí kvantifikovat. Tyto charakteristiky často vznikají z operací, v kterých je obsažen podíl frekvenčních spekter. V tomto případě (amplitudová charakteristika) v blízkosti hodnot vlastních frekvencí narázejícího fiktivního válce dochází k dělení velmi malých čísel a tedy i ke vzniku značných chyb. Tyto chyby se projevují jako ostré periodické lokální extrémy o délce několika málo vzorků. Tyto extrémy dobře filtruje plovoucí okno s mediánovým kritériem.

Na celkový přenos signálu se dá nahlížet jako na dva subsystémy:

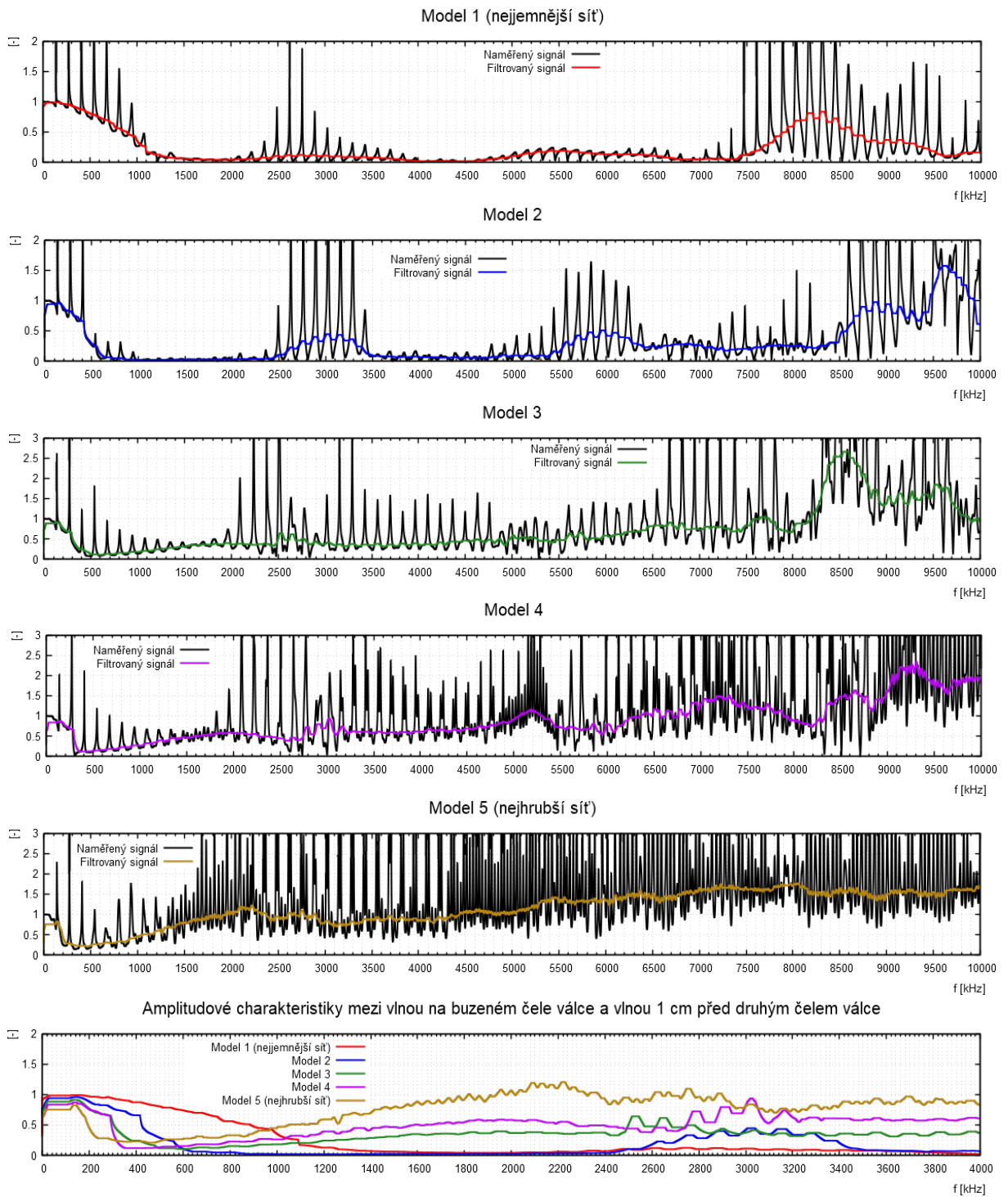
- **přenos 1** mezi vstupní rychlostí přepočtenou na napětí a měřenou napěťovou vlnou na buzeném čelu válce (obr. A.17),
- **přenos 2** na 65 mm nekonečného poloprostoru, tedy mezi napěťovou vlnou na čele válce a vlnou 1 cm před druhým čelem válce (obr. A.18).

Z **přenosu 1** (obr. A.17) je vidět, že konečně-prvková se chová podobně jako dolní propust. Každý z modelů má určitou mez, jaké nejvyšší frekvence je od buzení schopen přijmout. Je zřejmé, že čím je síť hrubější, tím se propust posouvá níže. Detail oblasti meze je na obrázku A.17 dole. Číselné hodnoty propusti pro každý z modelů jsou uvedeny v závěru protokolu.

Na **přenosu 2** (obr. A.18) je je vidět, že data jsou silně zatížená chybou z dělení malých hodnot. Model 5 se jeví, že ze všech modelů nejvíc zesiluje vysoké frekvence. Nicméně z frekvenčního spektra (obr. A.16b) je jasné, že intenzita v tomto oboru frekvencí je naprosto nevýznamná. Na nespolehlivost dat poukazuje v každém z modelů i rozptyl nefiltrovaných dat. Důležitý je obor frekvencí 135 - 1000 kHz, kde se data jeví spolehlivá. Pokles amplitudové charakteristiky do 100 kHz pro hrubší modely je způsoben přehnaně vysokou účinností mediánového filtru (nefiltrovaná data jsou na teoreticky správné hodnotě 1).

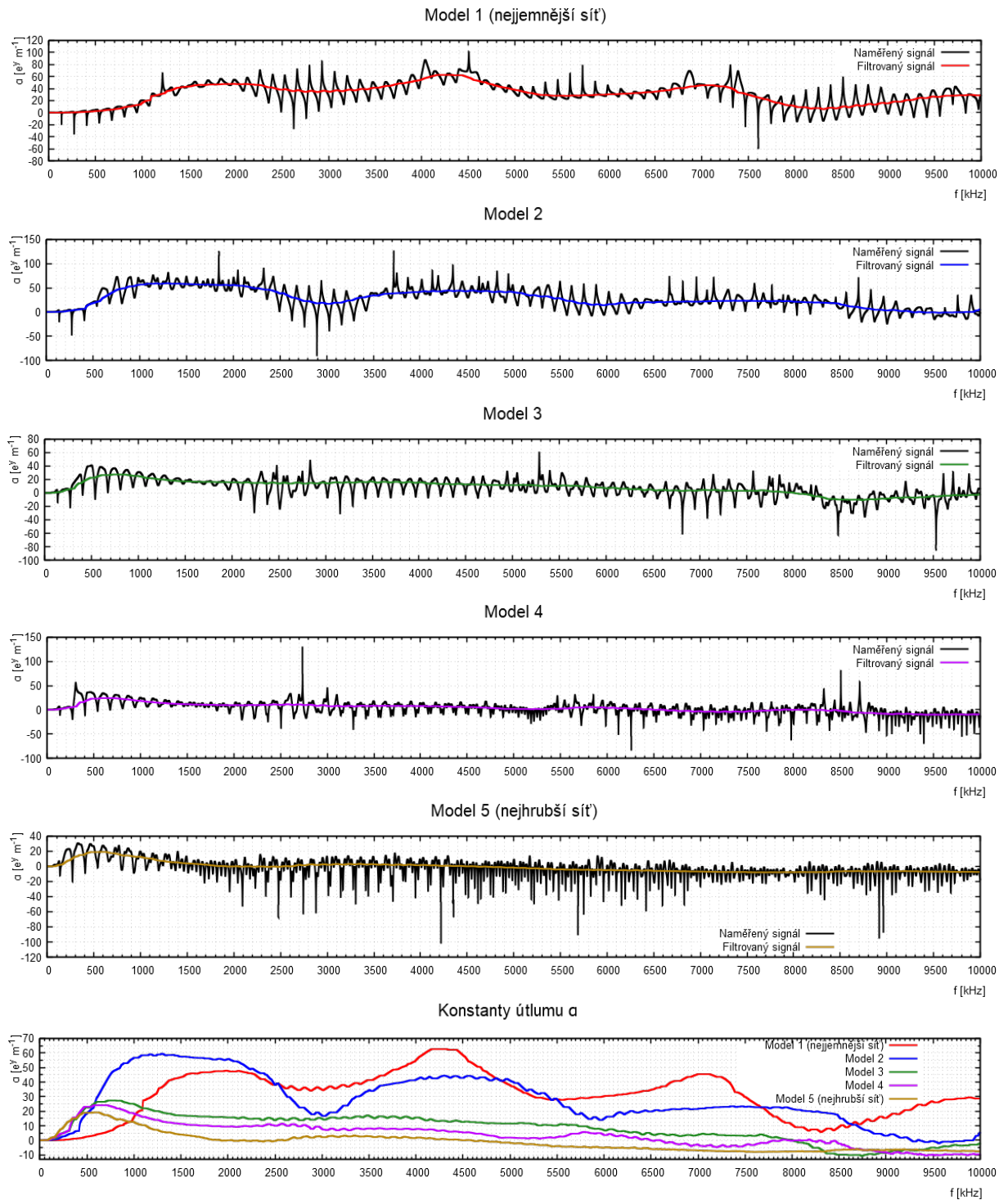


Obrázek A.17: Amplitudové charakteristiky přenosu 1



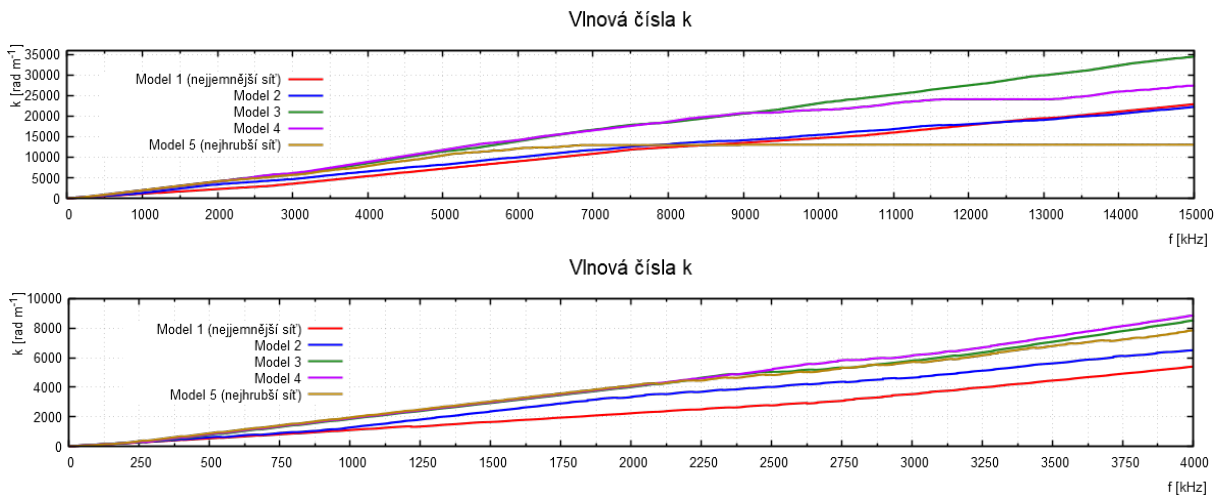
Obrázek A.18: Amplitudové charakteristiky přenosu 2

Koeficienty útlumu Jedná se o charakteristiku ekvivalentní amplitudové, v teoretické části (kap. 4.1.3) byl vysvětlen její fyzikální význam. Má smysl ji určovat pouze pro **přenos 2** (obr. A.19). U modelu s hrubější sítí je opět vidět přehnaně nastavená míra mediánového filtrování. Barevné křivky by měly být horními obalovými křivkami neupravených dat. Pro vyšší frekvence jsou data zatížena velkou chybou okomentovanou výše, která se zde projevuje jako záporná hodnota útlumu (= zesílení).



Obrázek A.19: Koeficienty útlumu přenosu 2

Vlnová čísla Pro úplnost jsou uvedeny vlnová čísla **přenosu 2** (obr. A.20). Vypovídající hodnota uvedených dat je diskutabilní, zvláště pro vyšší frekvence, které se v ostatních charakteristikách ukázaly nespolehlivé. Nicméně z detailu (obr. A.20 dole) plyne, že fázový posun se intenzivněji projevuje u hrubších konečně-prvkových sítí. Tento výsledek se zdá konzistentní s časovým průběhem signálů (obr. A.10), kde se vyšší frekvence opravdu pohybují dále za primárním pulzem než u modelů s jemnější sítí.

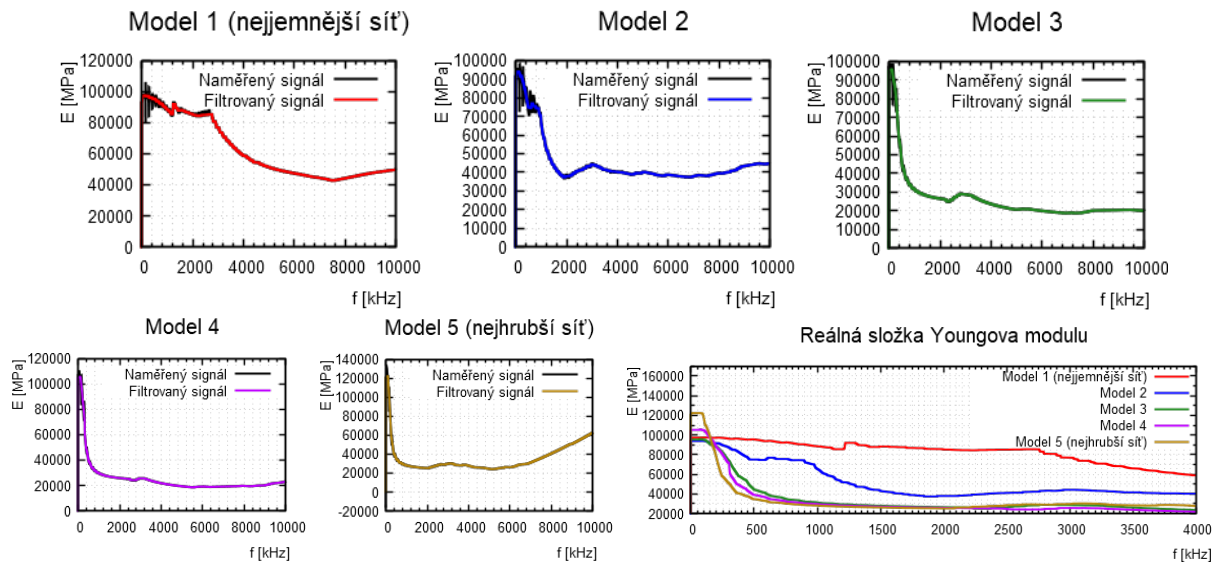


Obrázek A.20: Vlnová čísla **přenosu 2**

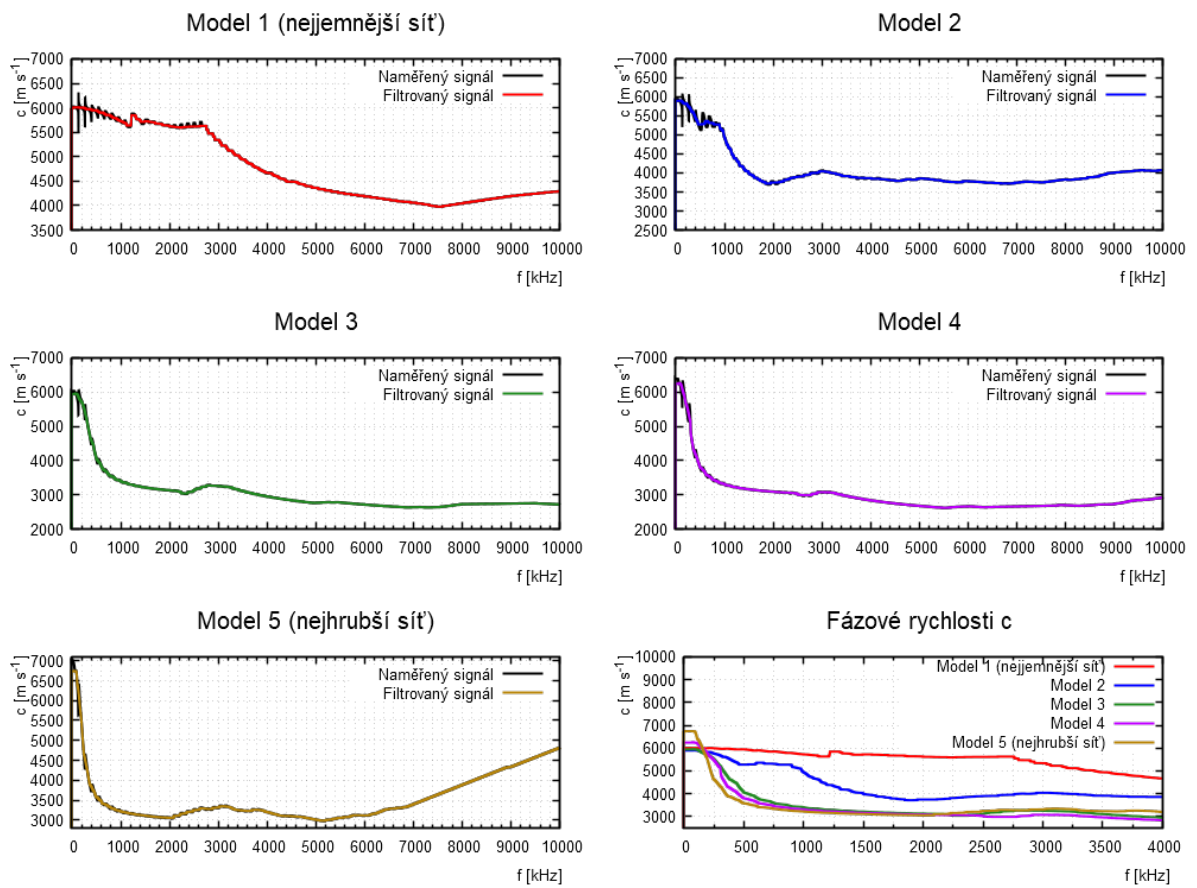
A.1.2.6.4 *Ověření fázové rychlosti vlny*

Teoretická fázová rychlost je dána hustotou a Youngovým modulem materiálu a v tomto případě (jednoosá deformace) i Poissonovým číslem, číselně 5991 m/s. Fázová rychlost je mírou reálné části Youngova komplexního modulu E^* . Proto mají grafy (obr. A.21, A.22) stejnou kvalitativní hodnotu a je možné mít jeden společný komentář pro oba. Dále se tedy bude popisovat jen fázová rychlost vlny.

Je patrné, že rychlost je dle klasické teorie šíření vln správně určena pro jemnější modely (1, 2, 3) hodnotou přibližně 6000 m/s. Čím je síť hrubější, tím rychleji dochází ke zpomalení vlny s rostoucí frekvencí. Hrubé modely (4, 5) fázovou rychlost do frekvencí 100 kHz nadhodnocují o 1000 m/s 16 %, což není zanedbatelné. Tento efekt se projevuje na časových průbězích (obr. A.10b) jako předčasné vybuzení napětí nad nulovou hodnotu. Prudký nárůst u modelu 5 od frekvence 6000 kHz je pravděpodobně zaokrouhlovací chyba zapříčiněná velmi malými hodnotami ve výpočtu.



Obrázek A.21: Reálné složky Youngových komplexních modulů E^*



Obrázek A.22: Fázová rychlost v závislosti na frekvenci $c(\omega)$

A.1.2.6.5 Porovnání rychlosti výpočtu a velikosti výstupu s počtem elementů

V tabulce A.7 jsou uvedeny měrné časové a kapacitní náklady simulací. Je nutné vzít v patrnost, že simulace byly všechny počítány se stejně dlouhým časovým krokem (poloviční kritický nejjemnějšího modelu 1) a tedy rychlosti nejsou směrodatné pro predikci doby simulace. Měrná rychlost výpočtu by měla být pro všechny modely stejná, to ale neplatí pro nejhrubší model 5, kdy je rychlost dvojnásobná. Pravděpodobně se u malého počtu elementů zrychlí načítání dat (rychlost vlastního výpočtu procesorem se nemění).

Velikost výstupu na jeden element je shodná pro všechny modely, což odpovídá. Její hodnota v tabulce spolu s informací o frekvenci výstupu a reálné časové délky simulace je směrodatný údaj pro predikci velikosti výstupu simulace. Výstupem se rozumí databáze s grafickým průběhem simulace, se základními daty (kinematické veličiny, tenzory napětí a deformace, energie atd.) elementů i uzlů (knihovna D3PLOT).

Model	Měrná rychlost výpočtu	Měrná velikost výstupu
1	946 elementů/s	79 kB/element
2	764 elementů/s	81 kB/element
3	826 elementů/s	81 kB/element
4	883 elementů/s	81 kB/element
5	1650 elementů/s	87 kB/element

Tabulka A.7: Statistiky simulací s frekvencí výstupu 33 kHz s reálnou délkou simulace 0,03 ms

A.1.2.7 Shrnutí výsledků

Byly demonstrovány dopady použití různých jemností konečně-prvkové sítě na šíření napěťových vln nekonečným poloprostorem. Síť má obdobné chování, jako dolní propust. Od určité meze není schopna ani přijmout vysoké frekvence od buzení. Vysoké frekvence se rychle s uraženou vzdáleností tlumí. Číselné hodnoty jsou v tabulce A.8. Je zřejmý nelineární vztah mezi velikostí elementu a mezí „dolní propusti“.

Model	Rozměr elementů	Dolní propust buzení	Dolní propust šíření
1	1 mm	2,5 MHz	1,2 MHz
2	3 mm	1,0 MHz	0,6 MHz
3	5 mm	0,6 MHz	0,4 MHz
4	7 mm	0,4 MHz	0,3 MHz
5	10 mm	0,3 MHz	0,2 MHz

Tabulka A.8: Kvantifikace chování sítě jako dolní propusti

Dále bylo zjištěno:

1. Na přesnost řešení má pravděpodobně vliv i časový krok (v rámci podkritického), bude ověřeno v následujícím protokolu.
2. Velkými elementy (≥ 5 mm) se informace o přítomnosti napětí šíří rychleji, než předpokládá teorie. Pro elementy o velikosti 1 cm až o 16 %, ale k dosažení konečné amplitudy dochází později, tj. náběh pulzu má u hrubého modelu malý sklon.
3. Fázová rychlost pro všechny modely s rostoucí frekvencí klesá, což odpovídá teoretickému řešení.
4. Pro frekvenční charakteristiky náchylné k projevu numerických chyb plynoucích z dělení malých čísel se osvědčil filtr na principu mediánového okna.
5. Velké oscilace nefiltrovaných charakteristik předpovídají nespolehlivost vstupních dat.
6. Velikost výstupu (knihovna D3PLOT) činí $[80 \text{ kB element}^{-1} \text{ ms}^{-1} \text{ kHz}^{-1}]$. Tzn. objem dat jednoho elementu na 1 ms reálného času simulovaného děje při výstupní frekvenci 1 kHz.

Nejdůležitější závěry pro další studie:

- Elementy o rozměru 1 - 3 mm (jemné modely) poskytují *dobrou* shodu *nízko-frekvenční* charakteristiky s experimentem (do 200 kHz), ale *nepřesnou* pro *vyšší* frekvence. Ty se při reálných měření neobjevují, v provedených numerických simulacích ano, a to až do jednotek MHz (tab. A.9).
- Elementy o rozměru 7 - 10 mm (hrubé modely) poskytují *dobrou* shodu *vysokofrekvenční* charakteristiky s experimentem, ale *nepřesnou* pro *nižší* frekvence, k chybě dochází již při 130 kHz (tab. A.9).

Model	Rozměr elementů	135 - 200 kHz	200 - 1000 kHz	>1 MHz
1	1 mm	přesné	hrubá chyba	malá chyba
2	3 mm	přesné	hrubá chyba	téměř přesné
3	5 mm	přesné	malá chyba	přesné
4	7 mm	malá chyba	téměř přesné	přesné
5	10 mm	hrubá chyba	přesné	přesné

Tabulka A.9: Shoda přenosu frekvencí konečně-prvkovou sítí s předpoklady z experimentů

Výsledky jsou konzistentní se závěry předchozí práce [24], kde byla vybrána hrubá síť jako vhodná, jelikož vysoké frekvence příliš zkreslovaly signál. Nyní se jako ideální postup jeví používat nejjemnější model (element 1 mm) a nastavením dalších parametrů simulace z výstupu odfiltrovat vysoké frekvence nad 200 kHz. Tomu se věnuje následující protokol.

A.1.3 Vliv pokročilých parametrů simulace na přenos vysokých frekvencí

A.1.3.1 Motivace

V minulém protokolu byl podrobně zkoumán vliv jemnosti sítě. Nyní se přistupuje ke zkoumání dalších parametrů, které by mohly mít na průběh napětí vliv. Jejich nastavení není tak jednoznačné, jak je tomu v méně komplikovaných dynamických úlohách (vlastní kmity) a chování modelu po aktivaci parametru není dobře predikovatelné. Selhávají i doporučení manuálů komerčních konečně-prvkových programů ohledně nastavení hodnot parametrů, jelikož šíření napěťových vln je velmi komplexní problematika, takřka na hranici řešitelnosti touto metodou. Resp. mnoho úloh pravděpodobně po správné definici na správné řešení vede, ale těžko se výsledky validují experimentem, v kterém samotné měření veličin bývá často problematické.

Proto je k přístupu k průzkumu vlivů vybraných parametrů simulace metodou „pokus - omyl“. Každý parametr je zkoušen pro několik různých hodnot, které se často řádově liší. Kvůli počtu kombinací parametrů je výstupem značné množství dat, které je třeba zpracovat tak, aby výtěžnost informací byla co možná nejvyšší a vyhodnocení bylo zároveň časově efektivní.

A.1.3.2 Slovní popis úlohy

Je modelováno 5 geometricky a materiálově identických válců o rozměrech průměru a délky takových, že dovolují měřit průběh osového napětí na celé jejich podélné ose bez ovlivnění okrajovými podmínkami (tj. nekonečný poloprostor). Jedno čelo je buzeno zadaným průběhem rychlosti, na druhém je předepsána okrajová podmínka pro pohlcení vln, čímž se značně šetří velikost modelu a délka výpočtu. Válce se liší v jemnosti sítě a poměrem délky (podélný rozměr) a výšky (příčný rozměr) hran elementů.

V důsledku vysokému počtu simulací (4500) musely být válce velmi krátké s cílem šetřit s výpočetní čas. V modelech s nejhrubší sítí se tak napětí podélně šíří pouze přes 3 elementy a stanovení přenosu ve smyslu šíření vln sítí nemá smysl. Signál bude analyzován pouze v časové doméně.

Je sledován vliv těchto parametrů:

- poměr výšky a délky elementů a jejich velikost (5x),
- metoda integrace elementů (5x),
- kontrola módů deformace s nulovou deformační energií (hourglass control) (5x),
- délka kroku výpočtu (3x)
- předepsaná rychlost buzení (2x),
- materiálové tlumení (6x).

Teoretický popis parametrů je stručně nastíněn v Příloze D.

A.1.3.3 Cíle

1. Určení simulací, které skončily chybou kvůli extrémní hodnotě některého z parametrů.
2. Určení z úspěšně proběhlých simulací těch s fyzikálně přípustnými výsledky.
3. Grafické ověření příčiny předčasného ukončení simulací.
4. Vyhodnocení výstupů cílových modelů.

A.1.3.4 Popis modelu

Část	Veličina	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m ³]	E [GPa]	ν [-]
Incidentní válec		40	500	0	2700	72	0,3
Narážející válec*		~35	~500	~5; 50	~2700	~72	~0,3

Tabulka A.10: Popis geometrie, materiálu a počáteční kinematiky

*Vlna je buzená předepsanou rychlostí čela 2,5; 25 m/s po dobu $1,17 \cdot 10^{-2}$ ms, nikoli nárazem. Tento způsob buzení odpovídá nárazu fiktivního válce a zároveň je tak odizolován vliv kontaktního algoritmu.

A.1.3.5 Parametry simulace

Parametr	Hodnota
Délka simulace	0,03 ms
Perioda výstupu	$2,887 \cdot 10^{-5}$ ms
Frekvence výstupu	34,6 MHz
Časový krok	$2,887 \cdot 10^{-5}$ ms *
Doba výpočtu	16 dní (+8 dní generování modelů) (4500 scénářů)
Počet elementů	5 350 000 / 105 000 / 520 000 / 10 100 / 156 **

Tabulka A.11: Základní parametry simulace

* Pro každý model byl základní časový krok výpočtu nastaven na stejný.

** Uvedeno od modelu s přibližně nejjemnější sítí po model s nejhrubší sítí, viz tabulka A.12 první parametr.

Parametr	Hodnoty
Podélný / příčný rozměr elementů	{1/1}; {1/10}; {10/1}; {10/10}; {10/100} mm
Integrace elementů	Úplná integrace (ÚI) exaktně; ÚI efektivně; Konstantní element (výchozí); ÚI selektivní; ÚI 8uzlových elementů s uzlovými rotacemi (kvazi-kvadratický element [49])
Hourglass control	Standardní; Flanagan-Belytschko: Výchozí, S exaktní integrací v objemu, Tuhostní forma, Tuhostní forma s exaktní integrací v objemu
Faktor délky kroku výpočtu	0,9 (výchozí); 0,75; 0,5
Rychlost fiktivního nárazu	5 m/s; 50 m/s
Tlumení	Globální (GLOBAL): 217 000; 3 996; Poměrný útlum 0,05 pro intervaly frekvenční [ms⁻¹](FREQUENCY_RANGE): [10 000 - 300 000]; [42 000 - 500 000]; [100 000 - 3 000 000]; Bez útlumu (výchozí)

Tabulka A.12: Zkoumané parametry simulace - stručný popis v Příloze D, podrobně v manuálech [59,60,61]

A.1.3.6 Grafické výstupy s komentářem

Je provedena filtrace neúspěšných simulací a následné vyhodnocení vlivu jednotlivých parametrů a jejich kombinací.

A.1.3.6.1 Určení simulací, které skončili chybou kvůli extrémní hodnotě některého z parametrů

Největší vliv na úspěšné dokončení simulace má správná definice tlumení. Z tabulky A.13 plyne, že tlumení jsou vysoce nadhodnocena, zvláště intervalová. Předepsaná rychlost čela vlny představuje vysokou hodnotu tlumících sil. Toto tlumící napětí zabraňuje pohybu druhé vrstvy uzlů sítě (druhá vrstva od buzeného čela). Pohyb první vrstvy (buzené čelo) je pevně daný definicí, tudíž dojde k selhání elementů. Tato domněnka bude dále v protokolu ověřena. Je velmi pravděpodobné, že globální tlumení nikdy nezpůsobilo nedopočítání simulace, jelikož model bez tlumení má stejný počet chyb a příčinou selhání je tedy jiný parametr.

Typ tlumení	Chybovost příslušných modelů
Globální 217 000	2,67 %
Globální 3 996	2,67 %
Intervalové [10 000 - 300 000]	91,33 %
Intervalové [42 000 - 500 000]	97,73 %
Intervalové [100 000 - 3 000 000]	100 %
Bez tlumení	2,67 %

Tabulka A.13: Výskyt elementů se záporným objemem pro definované parametry tlumení

Parametr s 2. nejvyšším vlivem je samotná konfigurace sítě. Nejstabilnější je nejhrubší síť, nejméně stabilní je síť s elementy od délce 1 cm a příčném rozměru 1 mm (tab. A.14). Jelikož přibližně 40 - 50 % chyb způsobuje tlumení, je zřejmé, že síť modelu má menšinový vliv.

Podélný / příčný rozměr elementů	Chybovost příslušných modelů
1/1 mm	50 %
1/10 mm	50 %
10/1 mm	56,67 %
10/10 mm	48,67 %
10/100 mm	42,22 %

Tabulka A.14: Výskyt elementů se záporným objemem pro jednotlivé sítě modelu

Třetí znatelný vliv má způsob integrace (tab. A.15). Je nutné brát v potaz že opět 40 - 50 % chyb způsobuje tlumení, přesto je zřejmé, že nejvíc úspěšná je úplná integrace exaktní, nejméně úplná s uzlovými rotacemi. Úspěšnost je v ostatních případech srovnatelná.

Integrace	Chybovost příslušných modelů
Úplná exaktní	47,22 %
Úplná efektivní	46,11 %
Konstantní element	49,22 %
Úplná selektivní	48,33 %
Úplná s uzl. rot.	56,67 %

Tabulka A.15: Výskyt elementů se záporným objemem pro jednotlivé typy integrace

Měřítko časové kroku výpočtu má vliv dle předpokladů (tab. A.16). Celkový vliv oproti tlumení je však zanedbatelný.

Měřítko čas. kroku výpočtu	Chybovost příslušných modelů
0,9	51 %
0,75	50,47 %
0,5	47,07 %

Tabulka A.16: Výskyt elementů se záporným objemem pro jednotlivé časové měřítka kroku výpočtu

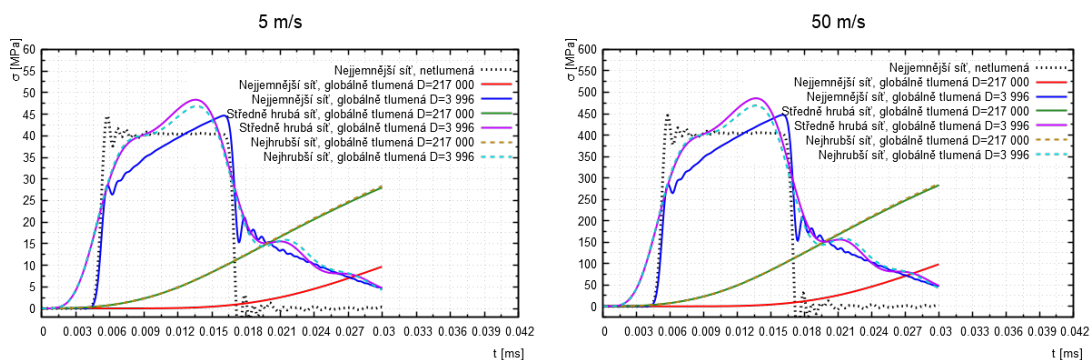
Parametr kontroly módů deformace s nulovou deformační energií (hourglass control) nemá znatelný vliv, všechny modifikace se pohybují okolo 49 %. Rychlost nárazu má předpokládaný dopad, vyšší nárazová rychlost způsobuje vyšší chybovost simulací: 50 m/s - 50,13 %; 5 m/s - 48,89 %. Stále je nutné brát v potaz, že uvedená procenta jsou majoritně tvořena chybou tlumení 40 - 50 %.

Poznámka Po zpětné kontrole se potvrdilo, že zbylé jednotky procent chyb, které nejsou přímým důsledkem tlumení, mají původ synergií parametrů: model 3 (1/10 mm - příčný / podélný rozměr elementů), jeden integrační bod, 2 delší časové kroky.

A.1.3.6.2 *Určení z úspěšně proběhlých simulací těch s fyzikálně přípustnými výsledky*

Nskončení simulace chybou nezaručuje validnost dat. Je nutné eliminovat výsledky, které by zkreslily pozdější plošné vyhodnocování. Pulz je charakteristický svým náběhem, dobou trvání a ukončením, alespoň tyto tři úseky vlny by na průběhu napětí měly být rozlišitelné. Dále se jako fyzikálně nepřijatelný výsledek berou stavy vysokého nadhodnocení velikosti napětí apod.

Zběžnou analýzou výsledků bylo zjištěno, že parametr globálního tlumení $D_s = 217000$ je příliš vysoký a jako fyzikálně přípustným modelem byl tento parametr označen pouze pro hodnotu $D_s = 3996$. Ukázka vybraných dat je na obrázku A.23. Pro tyto křivky se vliv rychlosti jeví lineární.



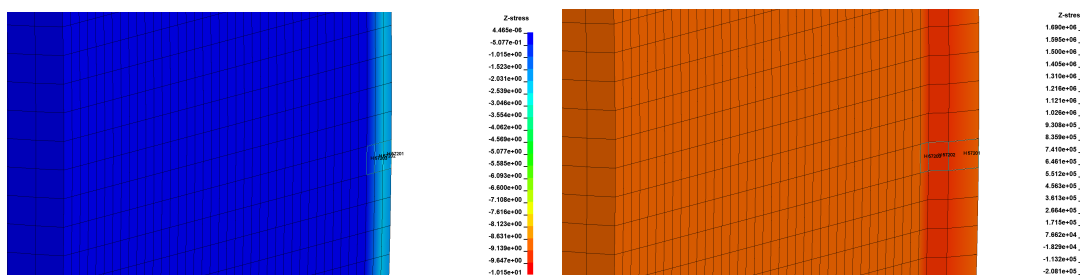
Obrázek A.23: Průběh osového napětí s vlivem tlumení

Dále budou vyhodnocovány pouze cílové modely - simulace dopočtené do konce s fyzikálně přípustnými výsledky (1460 modelů z původních 4500).

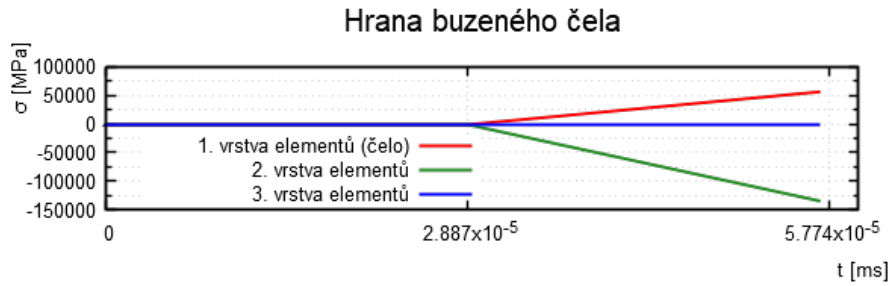
A.1.3.6.3 Grafické ověření příčiny předčasného ukončení simulací

Jako příčina vzniku elementů s negativním objemem byl označen proces, kdy při definovaném tlumení je čelo válce vedeno rychlostí pomocí okrajové podmínky, zatímco druhá vrstva uzlů po směru šíření je brzděna právě tlumením materiálu. V kritický okamžik se první vrstva (čelo) dotkne vrstvy druhé a simulace se ukončí. Tato domněnka je níže ověřena celkem na 3 simulacích.

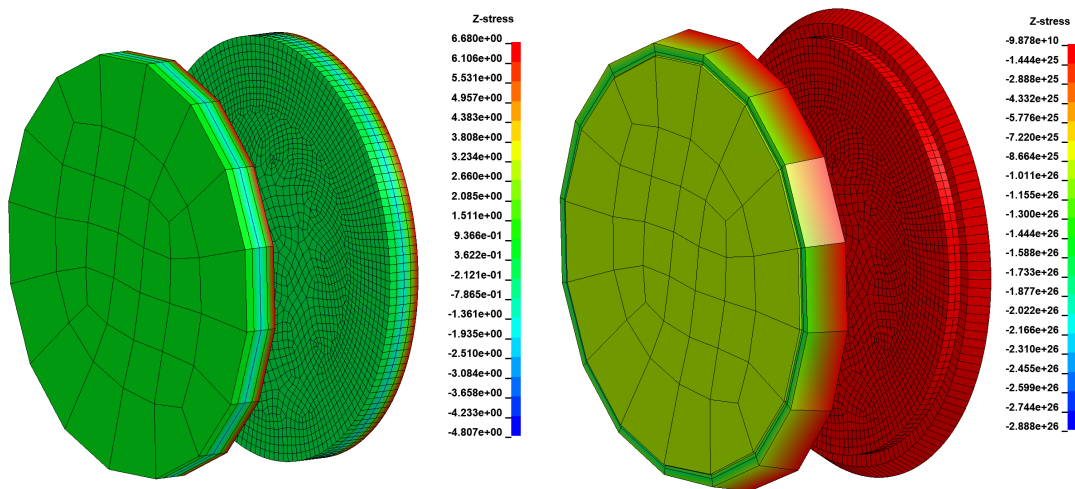
Na obrázcích A.24 je vidět příčina ukončení simulace. Domněnka o interakci první a druhé vrstvy elementů byla ve své podstatě správná, k nestabilitě dochází u hrany buzeného čela (hrana pláště). Negativního objemu však nabyla až druhá, tlakově namáhaná, vrstva elementů (obr. A.25). První vrstva je namáhána tahem. Tento efekt je pozorován i u modelů s hrubší sítí (obr. A.26). Selhání sítě probíhá během tří časových kroků výpočtu.



Obrázek A.24: Vznik elementů s negativním objemem - nejjemnější model



Obrázek A.25: Průběh napětí zvýrazněných elementů na obrázku A.24



Obrázek A.26: Okamžik před (vlevo) a po (vpravo) vzniku elementům s negativním objemem - hrubší a nejhrubší model

A.1.3.6.4 Vyhodnocení výstupů cílových modelů

Pro vyhodnocení 1460 simulací je nutné začít analýzu s několika předpoklady. Je třeba některé z parametrů „zafixovat“ a ostatní nechat variovat tak, aby výsledná prezentace byla maximálně přehledná a zároveň poskytla co největší množství informací.

Vliv poměru stran elementů Na obrázku A.27 je znázornění výsledků pro všechny simulace s rychlostí nárazu 50 m/s bez tlumení s faktorem časového kroku 0,5. Modely M1 - M5 jsou tvořeny elementy o rozměrech dle tabulky A.12 dle uvedeného pořadí parametru 1. Rychlost 50 m/s byla vybrána, jelikož se při vyšších rychlostech očekává intenzivnější projev nuancí jednotlivých parametrů, ačkoli vliv rychlosti by měl být při daném způsobu buzení lineární.

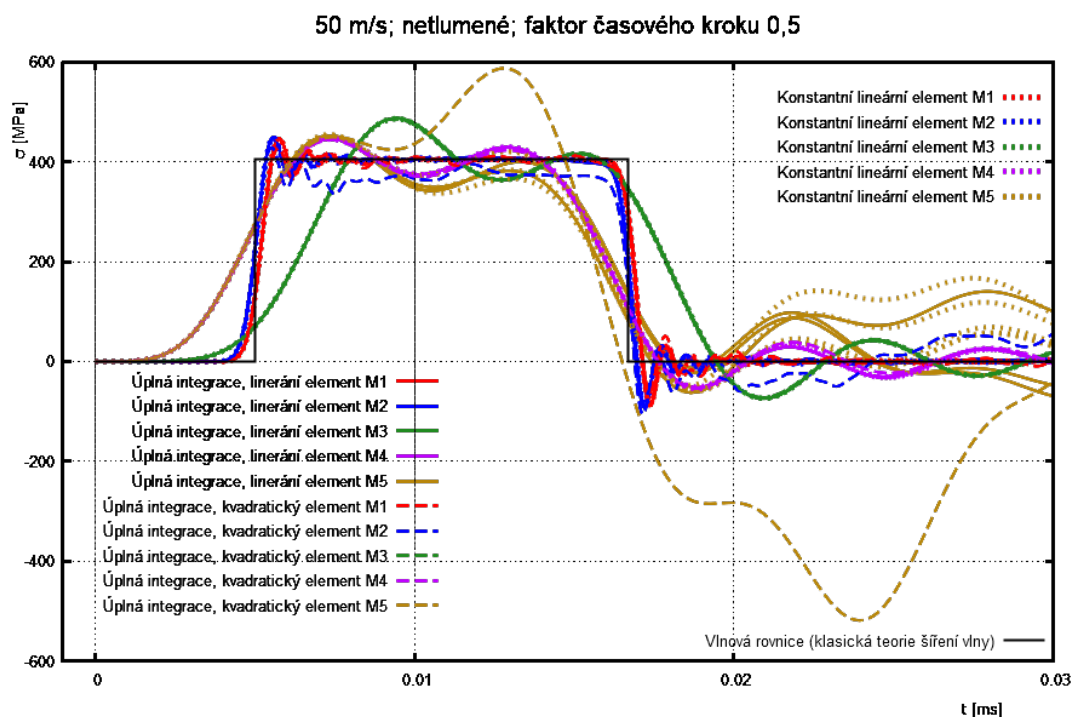
Spojité čáry představují 3 typy úplné integrace (exaktní, efektivní a selektivní) a je zřejmé, že výsledky jednotlivých simulací se v rámci každého modelu neliší (překrývají se) kromě modelu M5 s podélným / příčným rozměrem elementu 10 / 100 mm.

Čárkovaně je znázorněna úplná integrace kvadratických elementů s 8 uzly s uzlovými rotacemi. Tyto výsledky se od ostatních podstatně liší pro model M2 s podélným / příčným rozměrem elementu 1 / 10 mm a model M5 s rozměry 10 / 100 mm. U modelu M3 10 / 1 mm simulace s tímto typem integrace selhaly. Z uvedených důvodů se tato integrace v kombinaci s elementy s poměrem stran 10 (resp. 0,1) jeví pro tuto aplikaci nevhodná.

Tečkovaně jsou předvedeny výsledky elementů s jedním integračním bodem (konstantní element). Výsledky se od úplné integrace odlišují pro model M5 10 / 100 mm.

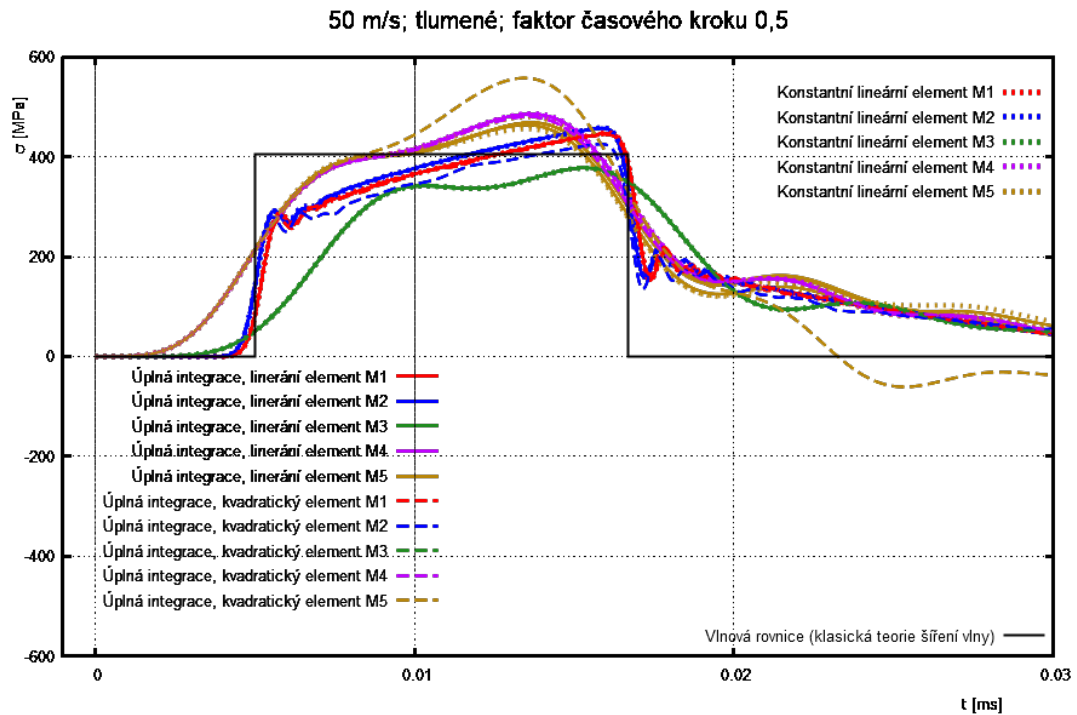
V porovnání s výsledky v protokolu A.1.2 (předchozí) je vidět, že hranice sítě jakožto dolní propusti se posouvá v závislosti na podélném rozměru (rozměr ve směru šíření vlny). Tím se nabízí možnost ušetřit čas simulace použitím elementů s větším příčným rozměrem bez dopadu na průběh napětí, nicméně v aplikaci tenké tyče je nutné brát v úvahu i odražené vlny od pláště tyče, které se šíří tyčí příčně a jsou tudíž ovlivňovány dolní propustí sítě i v příčném směru.

Vliv kontroly módů deformace s nulovou deformační energií (hourglass control) není pozorován.



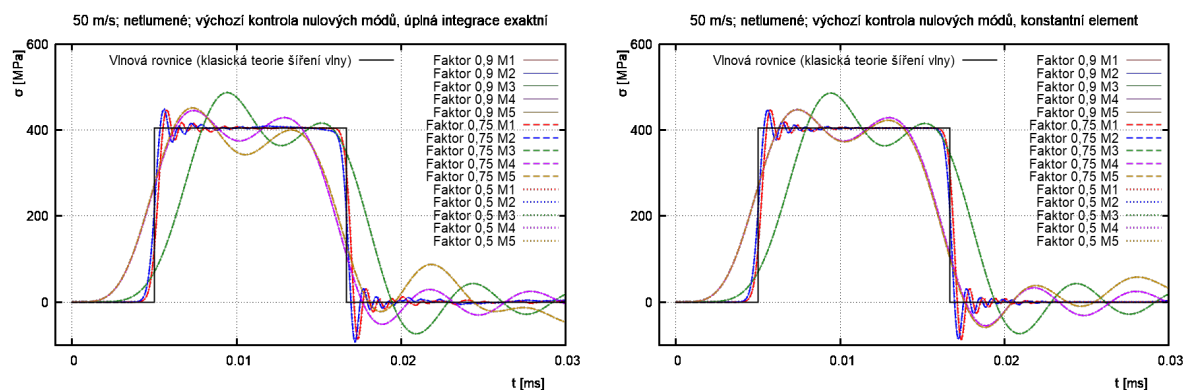
Obrázek A.27: Porovnání způsobu integrace na jednotlivých modelech

Obdobný graf je vyneseno pro modely s globálním tlumením (obr. A.28). Výsledky jsou kvalitativně shodné s netlumeným systémem, ačkoli rozdíly již nejsou tolik patrné. Dopad tlumení na náběh napětí je z křivek zřejmý. Parametrem tlumení lze vlnu efektivně tvarovat bez změny rychlosti šíření vlny, jak se tomu děje u hrubší sítě, což je z grafů též patrné. Přibližně lineárně růst amplitudy vlny je způsoben typem buzení (pevně daná rychlost čela válce namísto přirozeného nárazu). Dochází k úspěšné filtraci vysokých frekvencí.



Obrázek A.28: Porovnání způsobu integrace na jednotlivých modelech

Vliv faktoru časového kroku Na obrázcích A.29 jsou porovnány výsledky s různým faktorem časového kroku výpočtu jednak u „přesné formulace“ - úplné integrace exaktní a „výchozí“ - výchozí formulace bez definice uživatelem (konstantní element). Jelikož se všechny typy čar v rámci jedné barvy (v rámci jednoho modelu) překrývají, lze usoudit, že vliv faktoru časového kroku nemá na průběh napětí vliv, což vyvrací domněnku o jeho vlivu v protokolu A.1.2 (předchozí).



Obrázek A.29: Porovnání vlivu faktoru kroku výpočtu - „přesná formulace“ (vlevo) a „výchozí formulace“ (vpravo)

A.1.3.7 Shrnutí výsledků

Z původních 4500 modelů bylo přibližně 2190 (49 %) dopočteno do konečného času simulace. Dále bylo odfiltrováno dalších 730 výsledků pro jejich fyzikální nepřijatelnost. Ve výsledku bylo možné vyhodnotit 1460 (32 %) simulací.

Komentář k jednotlivým parametrům:

- **Kontrola módů s nulovou deformační energií (hourglass control)** nemá na výsledek výpočtu vliv. Tzn. že se tyto módy při simulaci neprojevily.
- **Rozměry hran elementů** mají vysoký vliv po vzoru závěrů protokolu A.1.2. Nyní bylo specifikováno, že konkrétně záleží na rozměru hran elementu souběžných se směrem šíření vlny (sít se chová ortotropně). Tudíž pro nekonečný poloprostor je možné ušetřit výpočetní čas, měří-li se průběh napětí v přímce vedené rovnoběžně s vektorem budící rychlosti, prodloužením příčných hran (kolmých na směr šíření vlny) elementů. Nicméně u tenkých tyčí se projevuje odraz vlnění od pláště tyče, dochází k šíření v příčném směru a tudíž je nutné zachovat poměr hran elementů ideálně 1, aby se síť chovala „izotropně“. Síť s poměrem hran 10 se v kombinaci s některým typem integrací chovají nepředvídatelně a tak by neměly být používány.
- **Způsob integrace elementů** nemá u jemné pravidelné sítě (1 mm délka hrany elementu) vliv. K rozdílným výsledkům dochází u modelů s 10krát delším příčným rozměrem elementu než podélným. V tomto jediném případě se různé výsledky se dostanou úplnou integrací kvazi-kvadratických 8uzlových elementů s uzlovými posunutími a rotacemi, úplnou integrací lineárních elementů i elementů s jedním integračním bodem.
- Na **faktoru kritického časového kroku** nezáleží. Postačující je jeho podkritická hodnota.
- **Vliv velikosti budící rychlosti** je lineární.
- **Materiálové tlumení** se jeví jako velmi silný parametr, který umožňuje filtrovat vysoké frekvence ve vlně při zachování fyzikálních vlastností děje (rychlost vlny apod.).

Důležité závěry:

1. Pro simulování sestavy SHPB je nutné používat pravidelné elementy, ideálně s poměrem hran 1.
2. Jak bylo zjištěno v protokolu A.1.2, elementy o velikosti 1 mm poskytují dobrou shodu pro nízkofrekvenční charakteristiku. Nepřesná vysokofrekvenční může být pravděpodobně doladěna vhodnou definicí tlumení. Jako ideální délka hrany elementu se jeví 1 mm.
3. Správná definice tlumení se zdá rozhodující a je nutné provést samostatnou studii tohoto parametru.
4. Lineární elementy jsou při výpočtu stabilní na rozdíl od kvazi-kvadratické formulace s uzlovými rotacemi.
5. Na způsobu integrace a kontrole módů s nulovou deformací nezáleží, tudíž tyto parametry mohou být speciálně laděny pro plastické deformace bez ovlivnění elastické.
6. Domněnka v protokolu A.1.2 o vzniku nadhodnocení amplitudy pro jemnou síť (1 mm), že je tento jev způsoben nedostatečně malým časovým krokem se nejeví správná (obr. A.11). Je pravděpodobné, že 30% nadhodnocení má původ ve způsobu buzení. V tomto protokolu byla vlna buzena předepsanou rychlostí čela válce. V předešlé práci [24] (obr. A.11) buzení probíhalo nárazem a výkyv amplitudy může být důsledkem použitého kontaktního algoritmu. Z tohoto důvodu je nutné v dalších protokolech otestovat vliv výběru kontaktního algoritmu. Dále je nutné brát v potaz, že měření (obr. A.11) probíhalo na povrchu tyče a je silně ovlivněno okrajovými podmínkami volného povrchu.

A.1.4 Vliv okrajových podmínek tenké tyče v porovnání s poloprostorem

A.1.4.1 Motivace

Dosud byl problém šíření vln počítán v emulaci nekonečného poloprostoru, což umožnilo měřit výsledky nezkrácené okrajovými podmínkami. Nyní, když je znám vliv parametrů, přistupuje se k simulaci šíření vln v tenkých tyčích. Budou pozorovány projevy odražených vln od pláště tyče. Jelikož k buzení bude docházet předepsanou rychlostí prvního čela, budou výsledky bez projevů kontaktního algoritmu.

Dále by měl být konečně osvětlen jev pozorovaný v předešlé práci [24] při jednom z měření (obr. A.11). Měla by být odhalena příčina vzniku lokálních extrémů na jemné síti (1 mm). To proběhne porovnáním různých nárazových rychlostí a průběhů na ose a plášti tyče. Další protokoly pak případně potvrdí domněnku, že původ extrémů je v kontaktních algoritmech. Speciálně Model 5 (dále jako „referenční model“) je modelován s obdobnou sítí, jaká byla použita při zmíněném měření (obr. A.11) pro jemnou variantu.

A.1.4.2 Slovní popis úlohy

Je modelováno 5 geometricky a materiálově identických tenkých tyčích. Jedno čelo je buzeno zadaným průběhem rychlosti, na druhém je předepsána okrajová podmínka pro pohlcení vln, čímž se značně šetří velikost modelu a délka výpočtu. Tyče se liší v jemnosti sítě a poměru délky (podélný rozměr) a výšky (příčný rozměr) hran elementů.

Speciální je model 5, který má mj. jednu kombinaci parametrů shodnou se simulací v předešlé práci [24] tak, aby se ověřily dosažené výsledky (obr. A.11) a mohl být vysvětlen jev rostoucího lokálního extrému se zjemňováním sítě.

Je sledován vliv těchto parametrů:

- poměr výšky a délky elementů a jejich velikost (5x),
- metoda integrace elementů (4x),
- kontrola módů deformace s nulovou deformační energií (hourglass control) (5x),
- délka kroku výpočtu (3x)
- předepsaná rychlost buzení (2x),
- materiálové tlumení (2x).

Teoretický popis parametrů je stručně nastíněn v Příloze D, podrobně v manuálech [59,60,61]. Parametry, které v minulém protokolu A.1.3 zapříčinily vznik elementů s negativním objemem či způsobily nereálný průběh napětí byly eliminovány (tj. 4 způsoby tlumení a 1 typ integrace, viz protokol).

A.1.4.3 Cíle

1. Vyhodnocení vlivu poměru stran elementů.
2. Vyhodnocení vlivu faktoru časového kroku.
3. Vyhodnocení vlivu způsobu integrace.
4. Vyhodnocení vlivu kontroly módů deformace s nulovou deformační energií.
5. Vysvětlení výsledků předešlé práce analýzou referenčního modelu 5.

A.1.4.4 Popis modelu

Část	Veličina	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m ³]	E [GPa]	ν [-]
Incidentní tyč		50	20	0	2700	72	0,3
Narážející tyč*		~100	~20	~5; 50	~2700	~72	~0,3

Tabulka A.17: Popis geometrie, materiálu a počáteční kinematiky

*Vlna je buzená předepsanou rychlostí čela 2,5; 25 m/s po dobu $3,87 \cdot 10^{-2}$ ms, nikoli nárazem. Tento způsob buzení odpovídá nárazu fiktivního válce a zároveň je tak odizolován vliv kontaktního algoritmu.

A.1.4.5 Parametry simulace

Parametr	Hodnota
Délka simulace	0,06 ms
Perioda výstupu	$6,224 \cdot 10^{-5}$ ms / $1,105 \cdot 10^{-4}$ ms *
Frekvence výstupu	16,1 MHz / 9 MHz *
Časový krok	$6,224 \cdot 10^{-5}$ ms / $1,105 \cdot 10^{-4}$ ms *
Doba výpočtu	3 hod. (+6 hodin generování modelů) (1200 scénářů)
Počet elementů	24 050 / 500 / 2 405 / 50 / 6 800 **

Tabulka A.18: Základní parametry simulace

* Pro každý model byl základní časový krok výpočtu nastaven na stejný (první hodnota) kromě modelu 5, který má parametry obdobné referenčnímu modelu v předešlé práci [24].

** Uvedeno od modelu s přibližně nejjemnější sítí po model s nejhrubší sítí, viz tabulka A.19 první parametr. Pátá hodnota odpovídá referenčnímu modelu [24].

Parametr	Hodnoty
Podélný / příčný rozměr elementů	{1/1}; {1/10}; {10/1}; {10/10}; {1,5/1,5} mm
Integrace elementů	Úplná integrace (ÚI) exaktně; ÚI efektivně; Konstantní element (výchozí); ÚI selektivní; ÚI uzlových elementů s uzlovými rotacemi (kvadratický element)
Hourglass control	Standardní; Flanagan-Belytschko: Výchozí, S exaktní integrací v objemu, Tuhostní forma, Tuhostní forma s exaktní integrací v objemu
Faktor délky kroku výpočtu	0,9 (výchozí); 0,75; 0,5
Rychlost fiktivního nárazu	5 m/s; 50 m/s
Tlumení	Globální: 217 000; 3 996; Poměrný útlum 0,05 pro intervaly frekvencí [ms⁻¹]: [10 000 – 300 000]; [42 000 – 500 000]; [100 000 – 3 000 000]; Bez útlumu (výchozí)

Tabulka A.19: Zkoumané parametry simulace s naznačením eliminovaných parametrů na základě úspěšnosti dopočítání simulací protokolu A.1.3

A.1.4.6 Grafické výstupy s komentářem

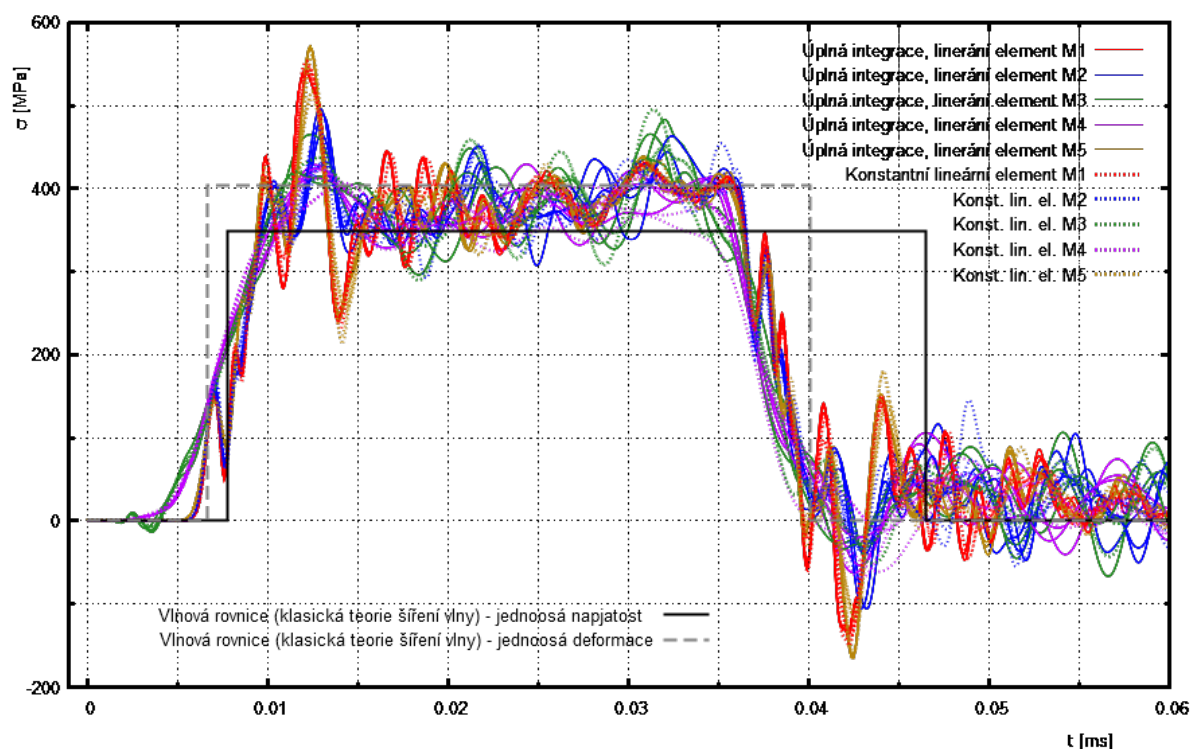
A.1.4.6.1 Vyhodnocení vlivu poměru stran elementů

Na obrázku A.30 je znázornění výsledků pro všechny simulace s fiktivní rychlostí nárazu 50 m/s bez tlumení s faktorem časového kroku 0,5. Modely M1 - M5 jsou tvořeny elementy o rozměrech dle tabulky A.19 dle uvedeného pořadí (první parametr). Je dobře vidět silný vliv radiální setrvačnosti na průběh napětí, které je okolo amplitudy silně rozkmitané. Dále je zřejmé, že střední hodnota amplitudy se pohybuje mezi teoretickými hodnotami jednoosé deformace a napjatosti. Délka pulzu (rychlost vlny) odpovídá jednoosé deformaci.

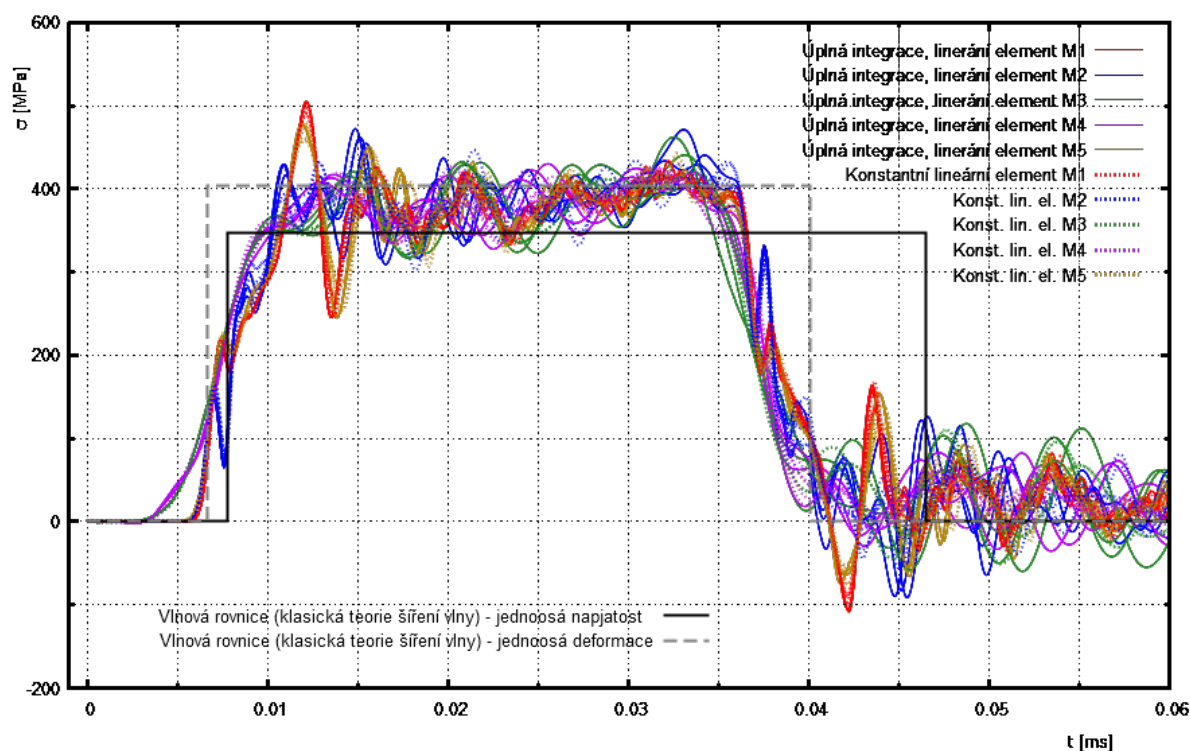
Výsledky se pro různé parametry liší (nepřekrývají se) a proto je třeba je prezentovat ve větším počtu grafů s méně křivkami. Z grafů na obrázku A.30 v důsledku počtu křivek nelze vyvodit konkrétní závěry. Jisté je, že na jemnějších sítích (1 - 1,5 mm) dochází k větším rozkmitům napětí. Dokonce samotný náběh napětí je doprovázen oscilacemi. Chování modelu při odlehčování má obdobný charakter.

Průběh napětí na povrchu se zdá být s menšími výkyvy než na ose tyče. U tlumených modelů uvedené nuance mezi výsledky nejsou tak zřetelné (obr. A.31).

50 m/s; netlumené; faktor časového kroku 0,5

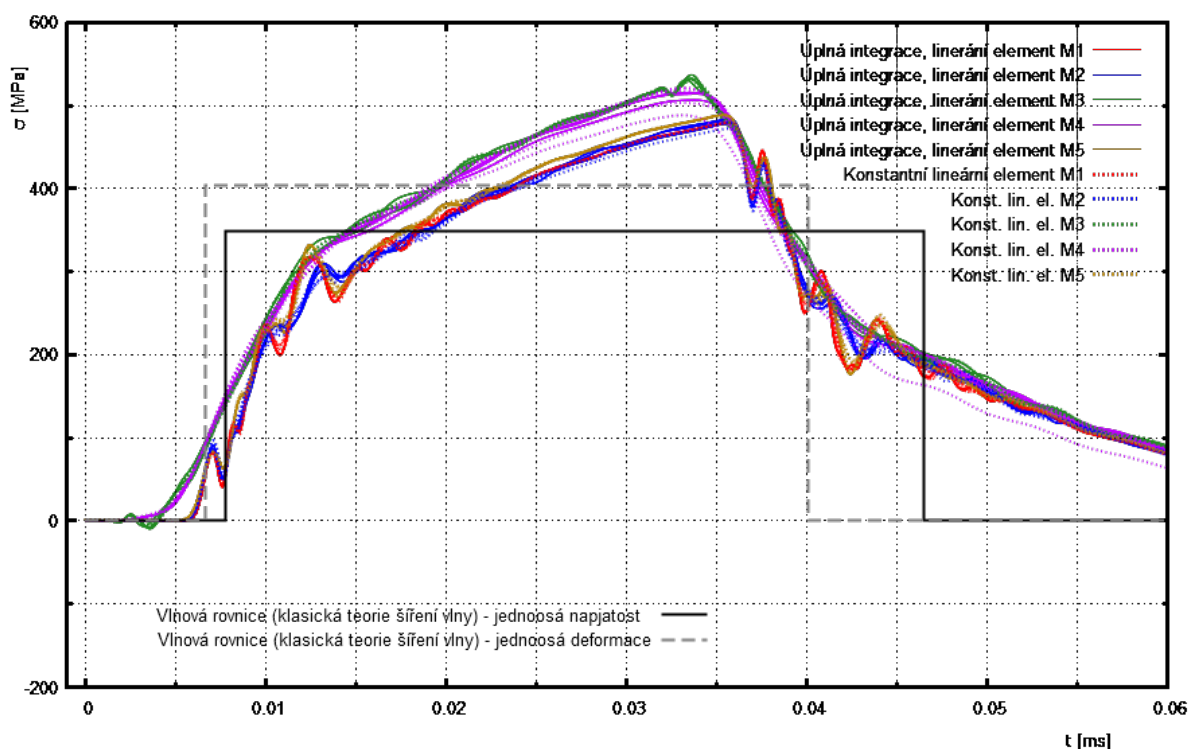


50 m/s; netlumené; faktor časového kroku 0,5

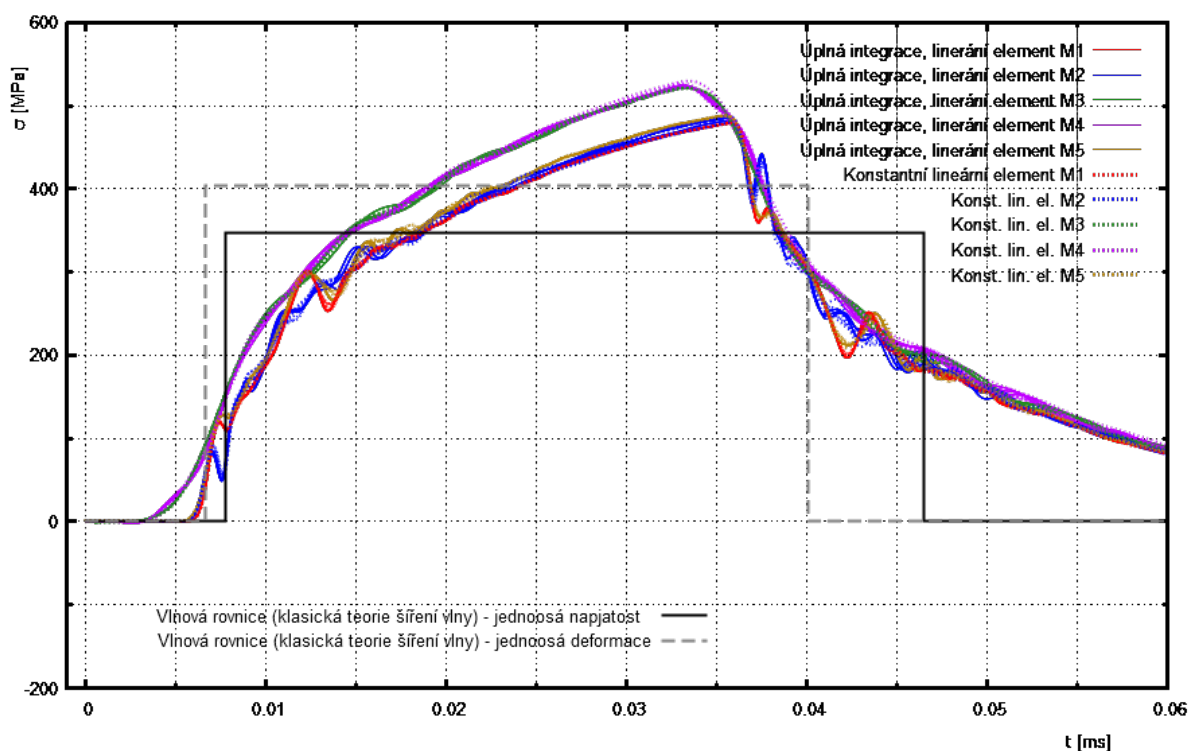


Obrázek A.30: Průřez výsledky několika simulacemi (netlumené) pro předběžnou představu o průběhu napětí - osa tyče nahore, povrch tyče dole

50 m/s; tlumené; faktor časového kroku 0,5



50 m/s; tlumené; faktor časového kroku 0,5



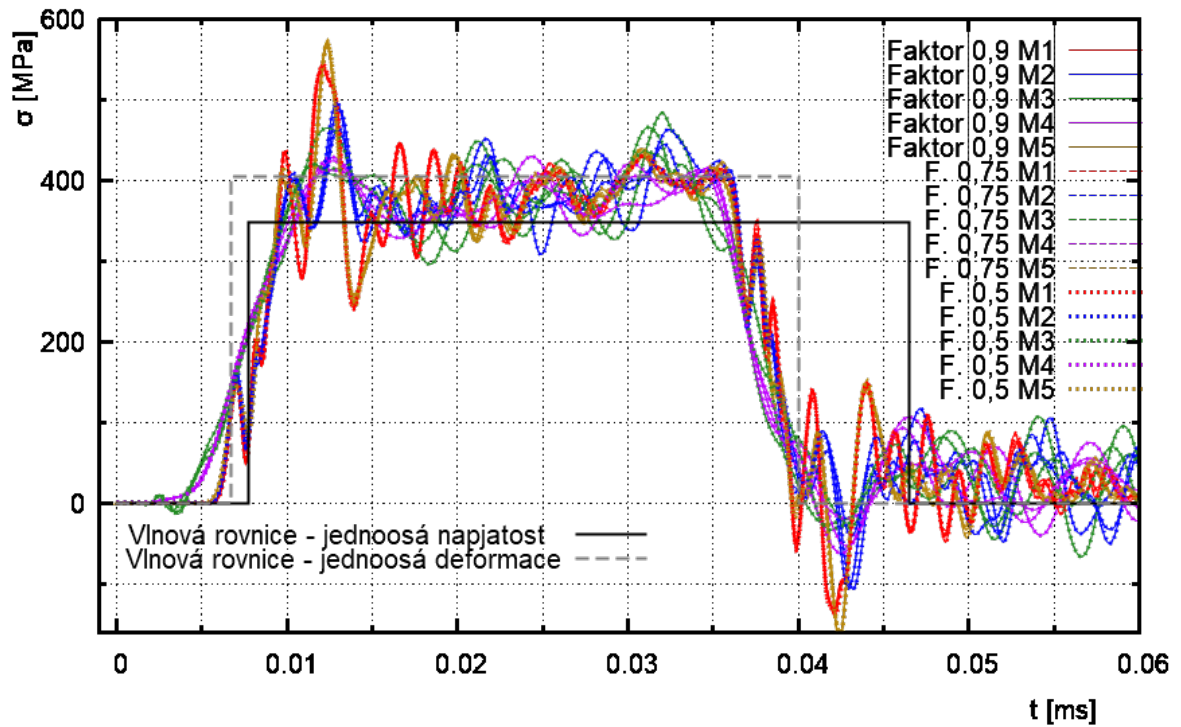
Obrázek A.31: Průřez výsledky několika simulacemi (tlumené) pro předběžnou představu o průběhu napětí - osa tyče nahore, povrch tyče dole

A.1.4.6.2 Vyhodnocení vlivu faktoru časového kroku

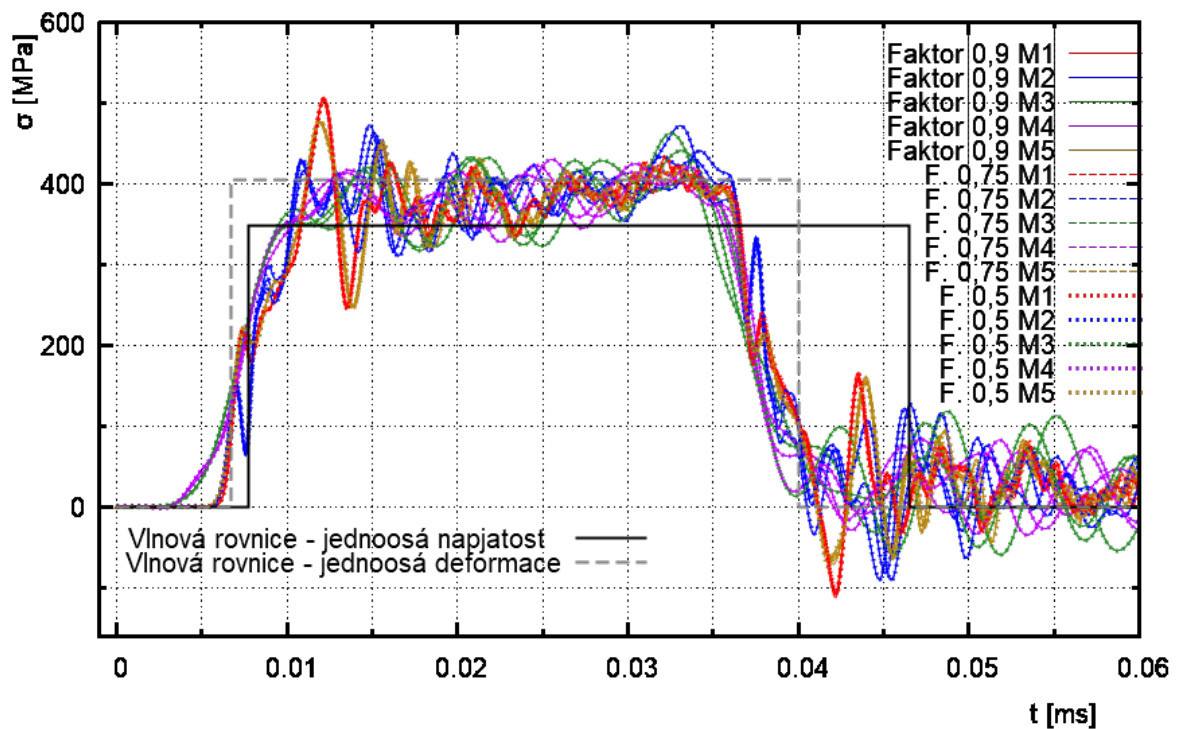
Faktor podkritického časového kroku nemá na výsledný průběh napětí vliv jak u úplných integrací (obr. A.32), tak u konstantního elementu (obr. A.33) (žádný z typů čar není separovaný, překrývají se).

Nicméně z obrázku A.32 je zřejmé, že modely s hrubší sítí (zejména model 4, síť 1 cm, ale i model 2 a 3, kde vždy jeden z rozměrů elementů též dosahuje délky 1 cm) generují různé výsledky pro různé typy integrace (křivka stejné barvy a typu je v grafu 3krát).

50 m/s; netlumené; výchozí kontrola nulových módů, úplná integrace (všechny 3 typy)

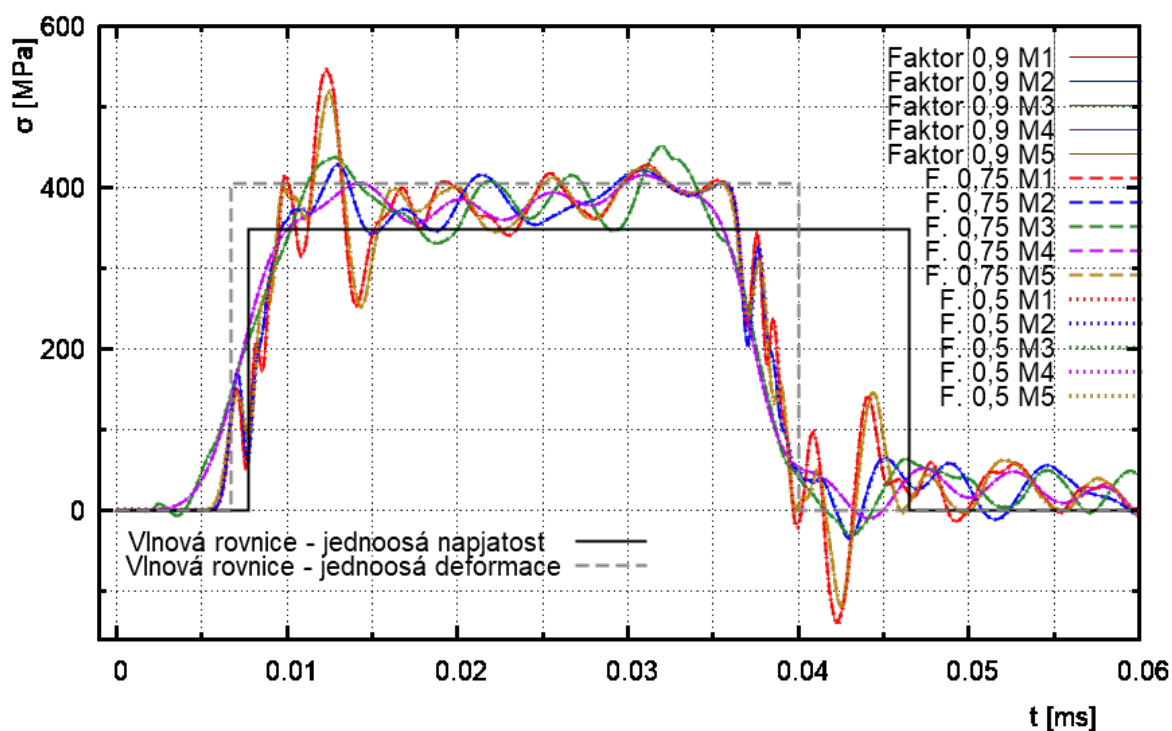


50 m/s; netlumené; výchozí kontrola nulových módů, úplná integrace (všechny 3 typy)

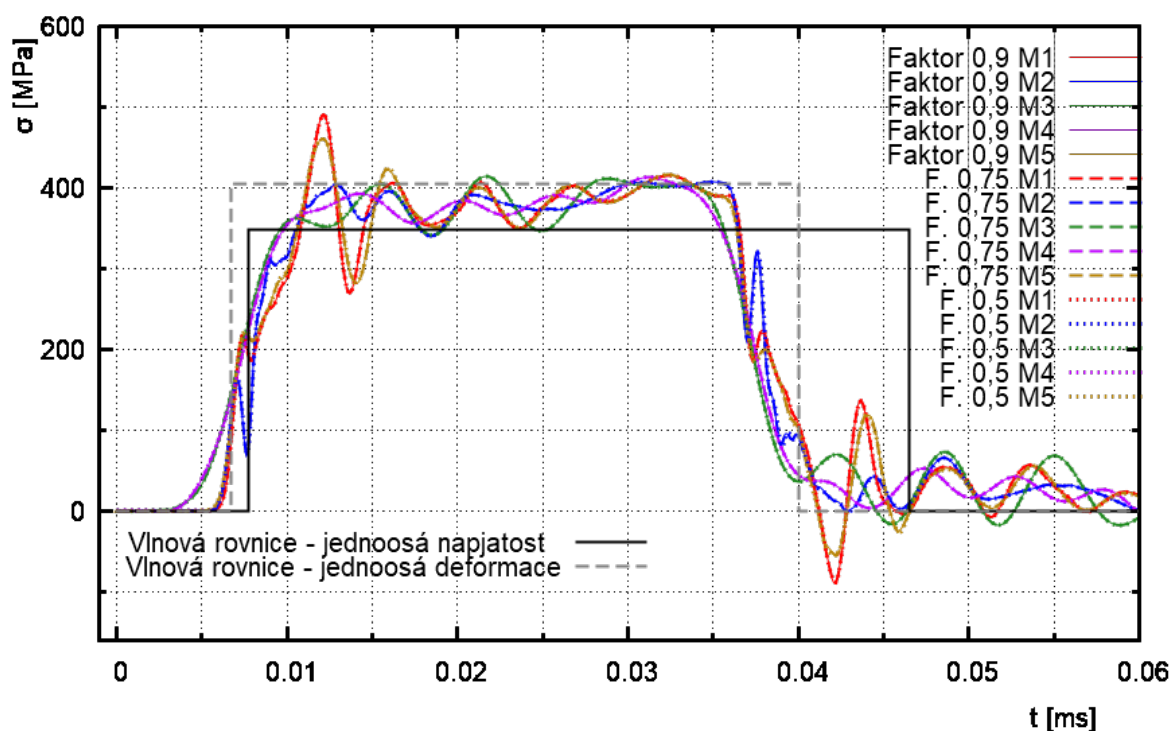


Obrázek A.32: Vliv faktoru podkritického časového kroku pro úplné integrace - osa tyče nahoře, povrch tyče dole

50 m/s; netlumené; výchozí kontrola nulových módů, konstantní element



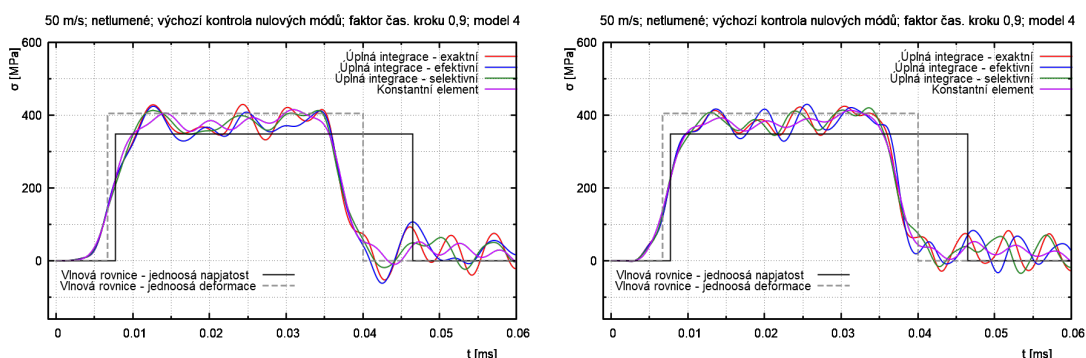
50 m/s; netlumené; výchozí kontrola nulových módů, konstantní element



Obrázek A.33: Vliv faktoru podkritického časového kroku pro konstantní element - osa tyče nahoře, povrch tyče dole

A.1.4.6.3 Vyhodnocení vlivu způsobu integrace

Vliv způsobu integrace je podrobně znázorněn na obrázku A.34. Jedná se o model 4 s velikostí elementů přibližně 1 cm na 1 cm. Výsledky se pro každý z typů integrace liší, po kvalitativní stránce jsou však nerozlišitelné. S jistou mírou neurčitosti lze tvrdit, že exaktní integrace má tendenci napětí rozkmitat a špatně tyto oscilace pak tlumí i po proběhnutí pulzu, výsledky však nejsou jednoznačně vypovídající.

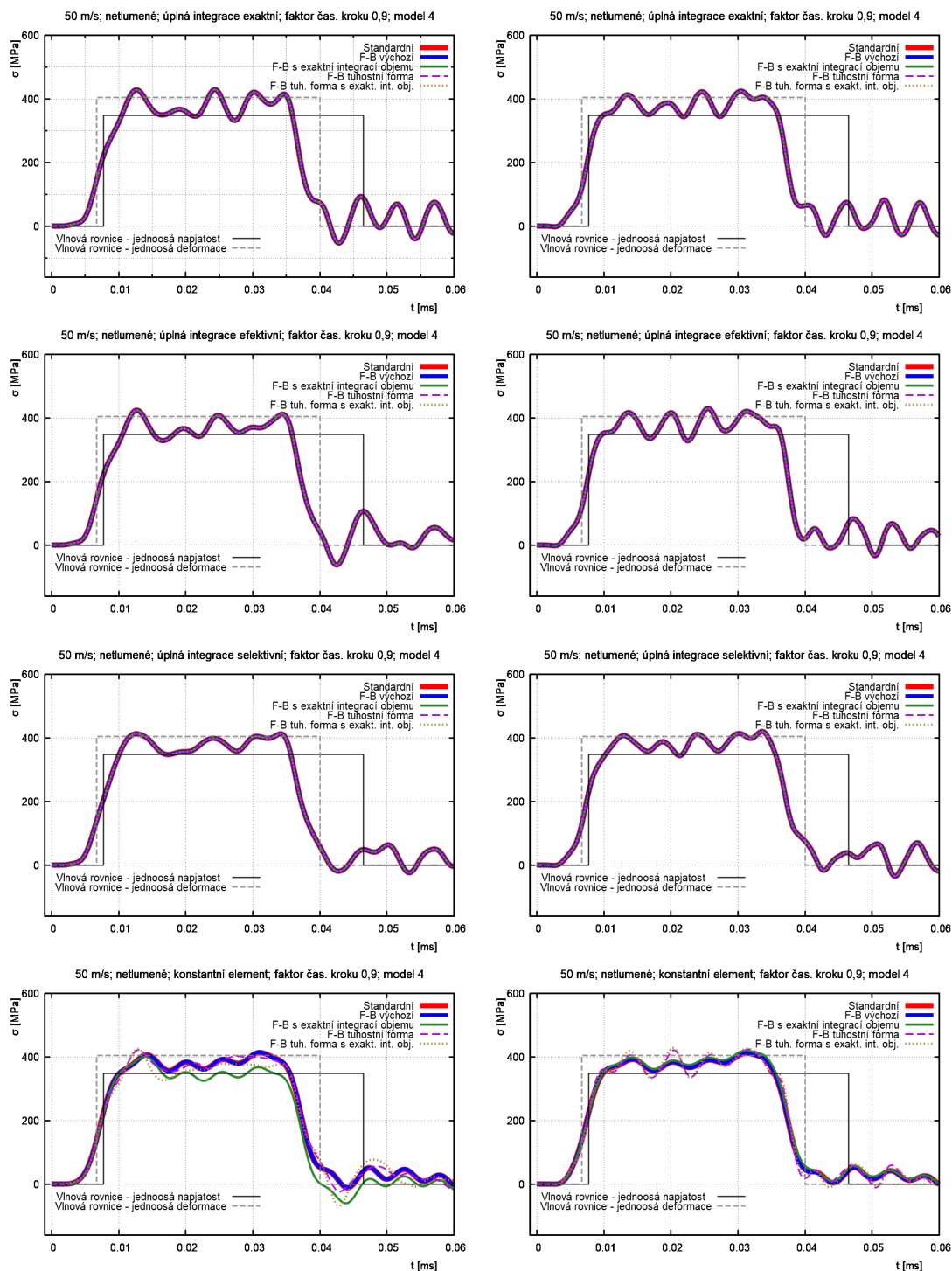


Obrázek A.34: Vliv způsobu integrace - osa tyče vlevo, povrch tyče vpravo

A.1.4.6.4 Vyhodnocení vlivu kontroly módů deformace s nulovou deformační energií

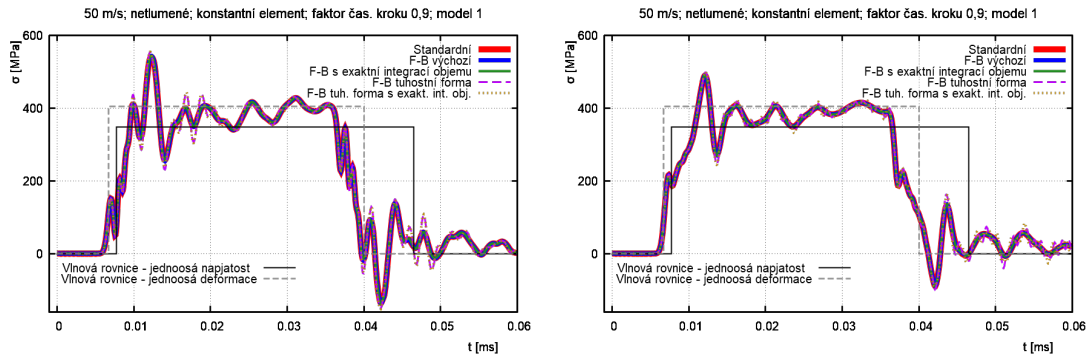
Ze skladby křivek na obrázku A.30 bylo vyvozeno, že má na výsledek vliv i kontrola módů deformace s nulovou deformační energií (hourglass control). Pro prezentaci byl opět vybrán model 4 s hrubou sítí (obr. A.35). Je zřejmé, že kontrola zmíněných módů má vliv jen u konstantního elementu, což je v souladu s fungováním parametru a zároveň to znamená, že se tyto módy v tenké tyči mají tendenci vyskytovat.

Na povrchu tyče znatelně vybočují výsledky tuhostních forem kontroly, na ose se značně odchyľují výsledky kontrol s exaktní integrací objemu.



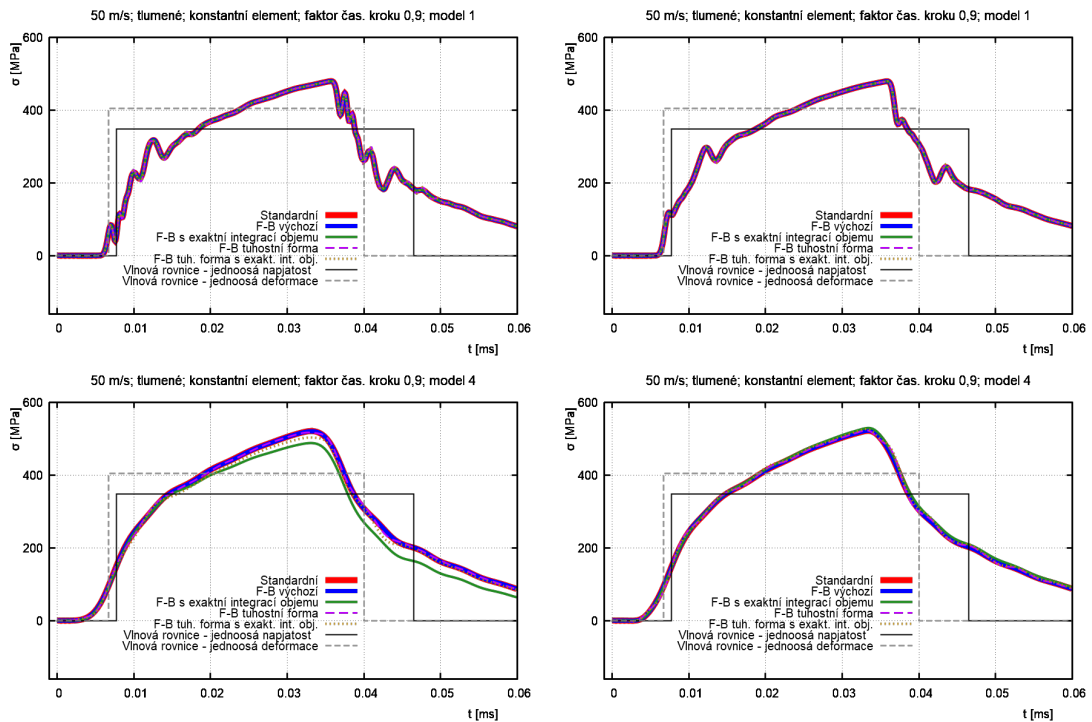
Obrázek A.35: Vliv „hourglass control“ pro různé typy integrace - osa tyče vlevo, povrch tyče vpravo

Zajímavé je porovnání s modelem 1 (nejjemnější síť - krychle 1 mm). Malé objemy elementů dovolují použít konstantní elementy bez znatelného zkreslení výsledků vůči úplné integraci, parametr „hourglass control“ pak má minimální vliv.



Obrázek A.36: Vliv „hourglass control“ pro konstantní elementy nejjemnější sítě (1 mm) - osa tyče vlevo, povrch tyče vpravo

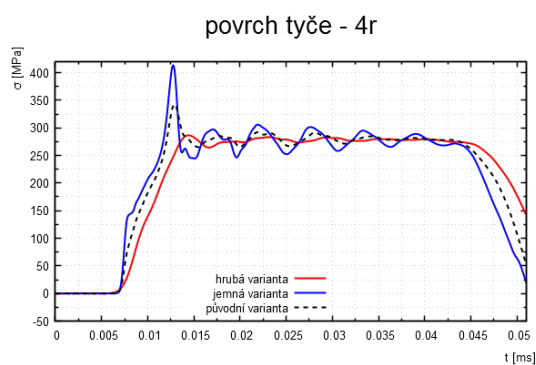
Pro úplnost jsou znázorněny tlumené varianty modelu 1 a 4 konstantních elementů (obr. A.37). Čím je element menší, tím se konstantní element více blíží úplné integraci. Tlumení zmenšuje nuance mezi jednotlivými výsledky (oproti netlumeným modelům).



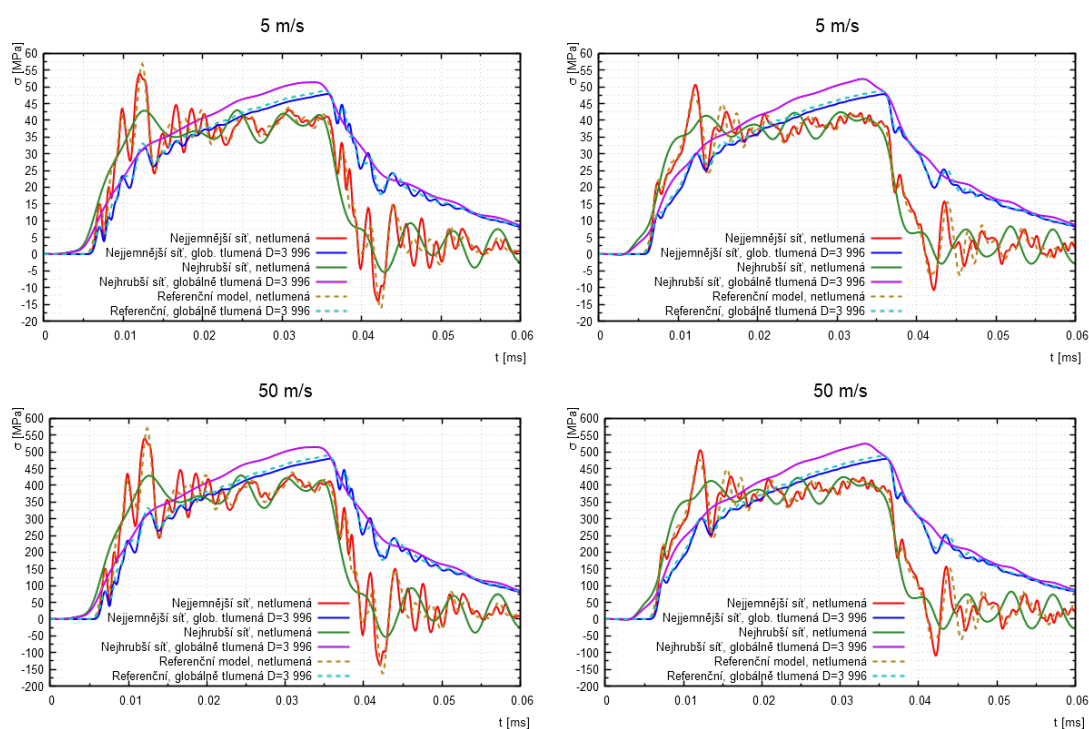
Obrázek A.37: Vliv „hourglass control“ pro konstantní elementy nejjemnější sítě (nahore) a nejhrubší sítě (dole) - osa tyče vlevo, povrch tyče vpravo

A.1.4.6.5 Vysvětlení výsledků předešlé práce analýzou referenčního modelu 5

Doposud nebyly vysvětleny některé neočekávané průběhy napětí (tvary pulzů) v předešlé práci [24]. Jedná se o jev, kdy s jemnější sítí roste lokální extrém na začátku pulzu a propad napětí po jeho proběhnutí. Toto bylo poprvé pozorováno v předešlé práci (obr. A.38) a znovu ověřeno i nyní (obr. A.39).



Obrázek A.38: Průběh napětí na plášti tyče ve vzdálenosti 4 poloměry od buzeného čela (jemná varianta odpovídá nyníššímu modelu 5) [24]



Obrázek A.39: Průběh napětí na plášti tyče ve vzdálenosti 4 poloměry od buzeného čela (referenční model je model 5 a odpovídá jemné variantě z předešlé práce - osa tyče vlevo, povrch tyče vpravo, nahoře fiktivní náraz $v_n = 5$ m/s, dole 50 m/s)

Z uvedených obrázků je jasné, že vliv na lokální extrém nemá budící rychlost (5 nebo 50 m/s), kontaktní algoritmus (obr. A.38 buzené nárazem, obr. A.39 buzené rychlostí čela) či měření na ose nebo povrchu tyče.

V tomto i minulém protokolu A.1.3 bylo dokázáno, že vliv na výsledek nemá ani faktor časového kroku.

U nekonečného poloprostoru se lokální extrém neobjevil (viz minulé protokoly, např. obrázek A.29). Je tedy jednoznačné, že příčina je geometrie tyče (volný povrch pláště tyče) v kombinaci s malými elementy ($< 0,5$ cm).

A.1.4.7 Shrnutí výsledků

Bylo úspěšně odsimulováno 1200 scénářů v kombinacích skladby parametrů simulace.

Komentář k jednotlivým parametrům:

- **Kontrola módů s nulovou deformační energií (hourglass control)** má na výsledek výpočtu vliv zvláště pro netlumený konstantní element u hrubé sítě v podobě podhodnocení amplitudy napětí o 12 %. Tzn. že se tyto módy při simulaci projeví, toto je způsobeno okrajovou podmínkou volného povrchu tyče. Pro úplné integrace nemá parametr vliv, což je v souladu s jeho předurčením.
- **Rozměry hran elementů** mají vysoký vliv, obdobně jako v minulých protokolech. Platí předešlé závěry. Okrajová podmínka volného povrchu pláště tyče způsobuje výskyt lokálního extrému (20 % nad teoretickou amplitudou) pro jemné sítě (1 a 1,5 mm). Tento jev byl též pozorován právě v předešlé práci [24] (obr. A.38) - podrobnější rozprava dále v závěru.
- **Způsob integrace elementů** nemá u jemné pravidelné sítě (1 mm délka hrany elementu) vliv. K rozdílným výsledkům dochází zvláště u hrubší sítě (1 cm). Pojem úplné integrace a konstantních elementů na jemné síti splývá.
- Na **faktoru kritického časového kroku** nezáleží. Postačující je jeho podkritická hodnota.
- **Vliv velikosti budící rychlosti** je lineární.
- **Materiálové tlumení** je velmi silný parametr, který umožňuje filtrovat vysoké frekvence ve vlně při zachování fyzikálních vlastností děje (rychlost vlny apod.). Tlumení zmenšuje rozdíly mezi jednotlivými variacemi parametrů. Dále úspěšně tlumí lokální extrém [24]. Oscilace v náběhu pulzu a při odlehčení u jemných sítí však pravděpodobně eliminovat tlumením nelze.

Rozprava o jevu pozorovaném v předešlé práci [24]:

Se zjemňováním sítě roste lokální extrém po náběhu napětí na začátku pulzu. Pro síť s rozměrem elementů 1 mm se jedná o nadhodnocení o 30%.

V doposud zpracovaných protokolech byl vyloučen vliv všech ostatních parametrů, kromě právě samotné jemnosti sítě a tlumení. Je pravděpodobné, že vhodným tlumením lze extrém snížit bez deformace tvaru vlny. Otázka je, zda by tomu tak mělo být. Bude nutné provést experimentální měření, mj. právě ve vzdálenosti čtyř poloměrů od buzeného čela.

Výběr modelu s hrubou sítí jako v předešlé práci [24] nepřipadá v úvahu, jelikož zkresluje nízkofrekvenční charakteristiku. Nicméně, možnost eliminace lokálního extrému existuje i taková, že by elementy byly v podélném směru modelovány s rozměrem 1 mm a příčném 1 cm (model 2). Tím se zachová frekvenční informace a fyzikální chování vlny v dominantním podélném směru v plném rozsahu, zatímco v příčném směru dojde k filtrování vysokých frekvencí vzniklých od okrajové podmínky volného povrchu tyče a tím i snížení lokálního extrému. Zrovna tak dojde ale i ke zkreslení nízkofrekvenční charakteristiky v příčném směru, což neodpovídá fyzikálnímu chování modelu. Je to umělý zásah do modelu, což by samo o sobě vypovídalo o nevhodnosti použití metody explicitní dynamiky pro tuto aplikaci. Autorovou maximální snahou bude problém řešit „fyzikální“ cestou, např. definicí tlumení apod.

Konečná eliminace parametrů:

Parametr	Nekonečný poloprostor	Tenká tyč
Velikost elementů	ANO ¹⁾	ANO ¹⁾
Poměr stran elementů	ANO ²⁾	ANO ³⁾
Způsob integrace elementů	NE	ANO ⁴⁾
Hourglass control	NE	ANO ⁵⁾
Faktor délky kroku výpočtu	NE	NE
Rychlost fiktivního nárazu	NE	NE
Tlumení	ANO ⁶⁾	ANO ⁶⁾

Tabulka A.20: ANO - parametr má vliv, NE - parametr nemá vliv, ^{x)} - odkaz na vysvětlivky pod tabulkou

Vysvětlivky k tabulce A.20, důležité závěry:

1. S rostoucím rozměrem elementů sítě ztrácí schopnost přenášet vysoké frekvence, postupně dochází ke zkreslení i nízkofrekvenční charakteristiky, což má z následků nefyzikální chování (nereálná rychlost vlny apod.). Zároveň je však jemná síť dobrým nosičem vysokých frekvencí, které se při reálném měření pravděpodobně neprojeví. Toto bude ověřeno experimentem.
2. Rozměr elementu ovlivňuje tu vlnu, která se pohybuje ve směru daného rozměru. Jelikož v tenkých tyčích se vlnění odráží od volného povrchu pláště v příčném směru, je třeba používat pravidelné elementy, aby se síť chovala „izotropně“ (aby se chování blížilo izotropnímu, úplné izotropie nelze z podstaty MKP dosáhnout).
3. Výsledky pro tenkou tyč se liší pro každý z modelů, což podtrhuje pravdivost bodu 2).
4. Na způsobu integrace záleží pro velké elementy (1 cm), u malých elementů (1 mm) je vliv minimální, což je v souladu s principem integrace.
5. U tenkých tyčích se objevují módy s nulovou hodnotou deformační energie, mírný pokles napětí způsobuje kontrola F-B s exaktní integrací objemu.
6. Tlumení umožňuje filtrovat vysoké frekvence, zeslabit lokální extrém pozorovaný v předešlé práci [24] na obrázku A.38 a efektivně pracovat s tvarem vlny. Tento parametr je potřeba kvantitativně popsat.

Faktor podkritického časového kroku nemá vliv, rychlost fiktivního nárazu má vliv lineární. Způsob integrace a „hourglass control“ vliv má, jeho charakter (trend) však nelze jednoznačně určit - po kvalitativní stránce se výsledky neliší. Tyto parametry mohou být použity pro ladění plastických deformací bez zpětného ovlivnění elastických.

Zvláštní důraz musí být kladen na výběr **velikosti elementů** a definici **tlumení**.

A.1.5 Citlivostní studie kontaktů

A.1.5.1 Motivace

Doposud byla napěťová vlna generována předepsanou rychlostí čela tyče, což umožnilo sledovat průběh napětí neovlivněný kontaktním algoritmem. Vliv parametrů simulace byl tak podrobně izolovaně analyzován. Nyní se konečně jeví vhodné přistoupit k buzení čelním nárazem tyčí, čímž bude možné porovnat průběhy s výsledky předchozích protokolů a popsat důsledky zavedení kontaktu. Ten bude řešen různými algoritmy, což může vést na různé výsledky. Dále má na průběhy napětí pravděpodobně vliv tření, geometrické imperfekce (drsnost čela) či nedokonale rovinný kontakt ploch čel tyčí. Jelikož kontaktní algoritmus určuje status kontaktu v jednotlivých časových krocích, je možné, že krok výpočtu má též vliv. Tyto aspekty musí být podrobeny studii, čímž bude umožněno efektivní ladění kontaktu podle experimentálních dat.

A.1.5.2 Slovní popis úlohy

Je modelována část sestavy SHPB v konfiguraci narážející tyč - incidentní tyč ve dvou provedeních, a to s jemnou sítí (hrana elementu cca 1 mm) a hrubou sítí (hrana elementu cca 1 cm). Elementy jsou modelovány přibližně krychlové, aby materiál vykazoval „izotropní“ chování (viz protokol A.1.3). Narážející tyči je předepsána určitá počáteční rychlost. V důsledku předepsaných geometrických imperfekcí na čelech tyčí není zaručené setrvání tyčí na jejich ose a je dost pravděpodobné jejich vychýlení od podélné osy. Zakázat pohyb uzlů v příčných směrech není možný, byl by vynucen stav jednoosé deformace, což je v rozporu s principem SHPB. Proto je nutné zjednodušeně modelovat jejich uložení v ložiskách, tzn. definice dalších kontaktů. Úchylka uložení musí umožnit příčnou deformaci tyče a zároveň nesmí umožnit nezanedbatelné vychýlení tyče při nárazu.

Je sledován vliv těchto parametrů:

- velikost krychlových elementů (2x),
- časový krok výpočtu (2x),
- rychlost nárazu (2x),
- kontaktní algoritmus (3x),
- tření (4x),
- geometrické imperfekce (4x)

Teoretický popis kontaktních algoritmů je stručně nastíněn v Příloze D.

A.1.5.3 Cíle

1. Porovnání buzení předepsanou rychlostí čela a buzení nárazem.
2. Popis vlivu zkoseného čela narážející tyče.
3. Ověření lineární závislosti výsledků na narážející rychlosti.
4. Vyhodnocení vlivu faktoru časového kroku.
5. Vyhodnocení vlivu charakteristiky tření a vlastního výběru algoritmu kontaktu.
6. Posouzení vlivu přítomnosti geometrických imperfekcí na kontaktech.

A.1.5.4 Popis modelu

Část	Veličina	L [mm]	D [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m ³]	E [GPa]	ν [-]
Incidentní tyč		50	20	0	2700	72	0,3
Narážející tyč		100	20	5; 50	2700	72	0,3

Tabulka A.21: Popis geometrie, materiálu a počáteční kinematiky

A.1.5.5 Parametry simulace

Parametr	Hodnota
Délka simulace	0,11 ms
Perioda výstupu	$6,224 \cdot 10^{-5}$ ms *
Frekvence výstupu	16,1 MHz / 9 MHz *
Časový krok	$6,224 \cdot 10^{-5}$ ms
Doba výpočtu	8 hod. (384 scénářů)
Počet elementů	81 200 / 350 **

Tabulka A.22: Základní parametry simulace

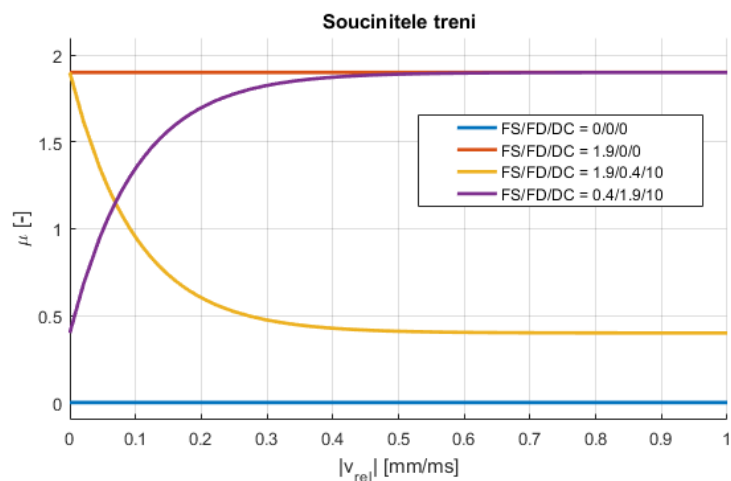
* Pro každý model byl základní časový krok výpočtu nastaven na stejný.

** Uvedeno pro jemný a hrubý model.

Parametr	Hodnoty
Podélný / příčný rozměr elementů	{1/1}; {10/10}
Faktor délky kroku výpočtu	0,9 (výchozí); 0,5
Rychlost nárazu	5 m/s; 50 m/s
Kontaktní algoritmus	Povrch - povrch; Uzly - povrch; Jedno- směrný povrch - povrch
Tření	{Statický / dyn. souč. tření / exponent} : {0/0/0}; {1,9/0/0}; {1,9/0,4/10}; {0,4/1,9/10}
Geometrické imperfekce	Bez imperfekcí, Rovinné zkosené čelo tyče (odchýlení dolní hrany tyče od svislé rovi- ny o 0,25 mm); Imperfekce distribuované goniometrickými funkcemi; Kombinace zko- sení a distribuovaných imperfekcí

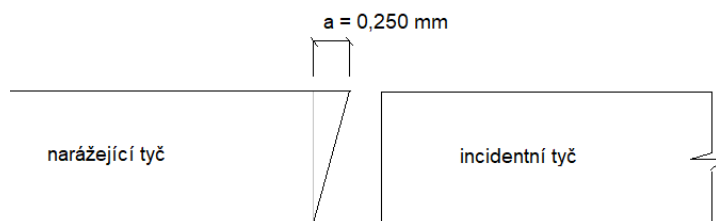
Tabulka A.23: Zkoumané parametry simulace

Na obrázku A.40 jsou znázorněny použité součinitele tření. Teoretický popis viz kapi-
tola D.



Obrázek A.40: Odpovídající součinitele tření dle tabulky A.23

Obrázek A.41 znázorňuje definované zkosení čela nárazející tyče.



Obrázek A.41: Definice vychýlení čela nárazející tyče

Imperfekce distribuované goniometrickými funkcemi jsou nastaveny dle tabulky A.24. Teoretický popis viz Příloha D.

Parametr	Hodnota
Amplituda imperfekcí AMPL	0,025 mm
Vlnová délka XWL	1,4 mm
Vlnová délka YWL	1,6 mm
Offset XOFF	0 mm
Offset YOFF	0,5 mm

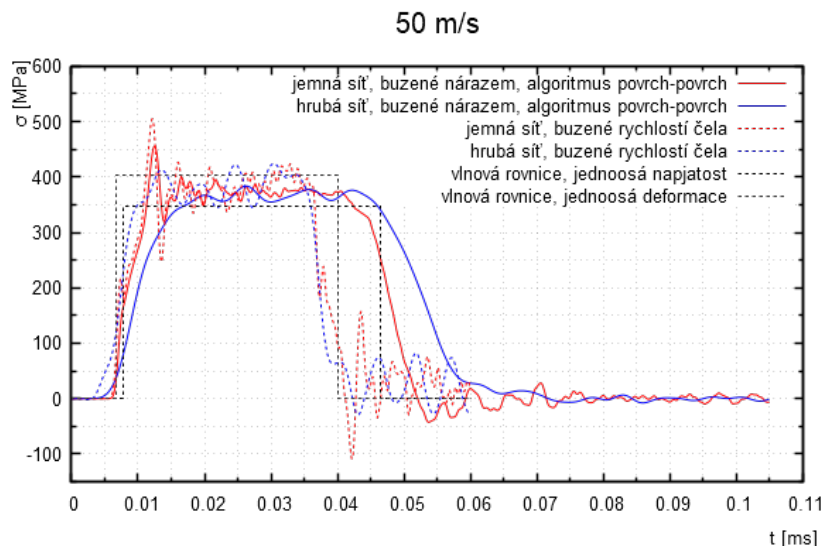
Tabulka A.24: Parametry definovaných imperfekcí

A.1.5.6 Grafické výstupy s komentářem

Je provedeno porovnání dvou typů buzení (rychlostí a nárazem) a popsán vliv parametrů kontaktu (geometrické imperfekce, vlastní algoritmus výpočtu, časový krok apod.).

A.1.5.6.1 Porovnání buzení předepsanou rychlostí čela a buzení nárazem

Na obrázku A.42 je porovnání případu buzení předepsanou rychlostí čela (čárkovaně) a nárazem (spojitě). Ačkoli se jedná pouze o jeden hrubý a jeden jemný model s vybraným algoritmem povrch-povrch, bude dále v protokolu ukázáno, že trend změny průběhu při přechodu mezi typy buzení je stejný. Tedy dojde k vyhlazení, snížení prvního lokálního extrému a celkovému přiblížení ke stavu jednoosé napjatosti. Pulz generovaný nárazem tedy vyhovuje teorii SHPB lépe, než vlna buzená definovanou rychlostí čela.

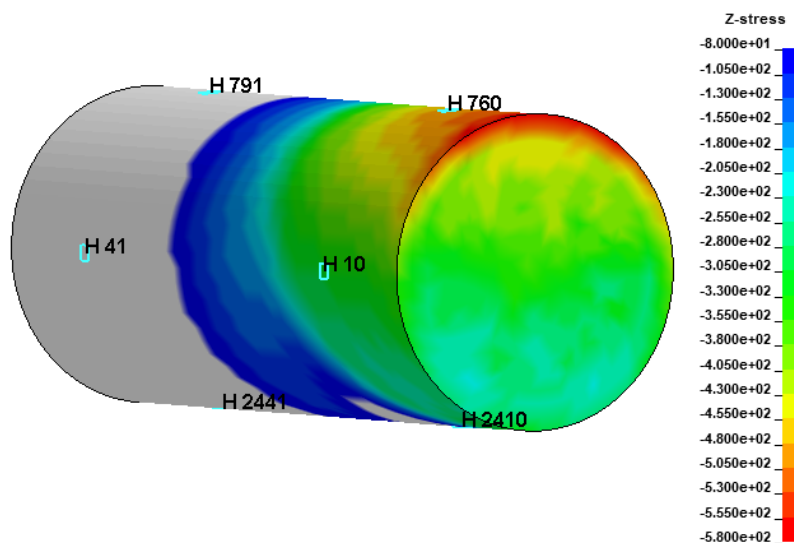


Obrázek A.42: Porovnání dvou metod generování incidentní vlny, měřeno 40 mm od čela

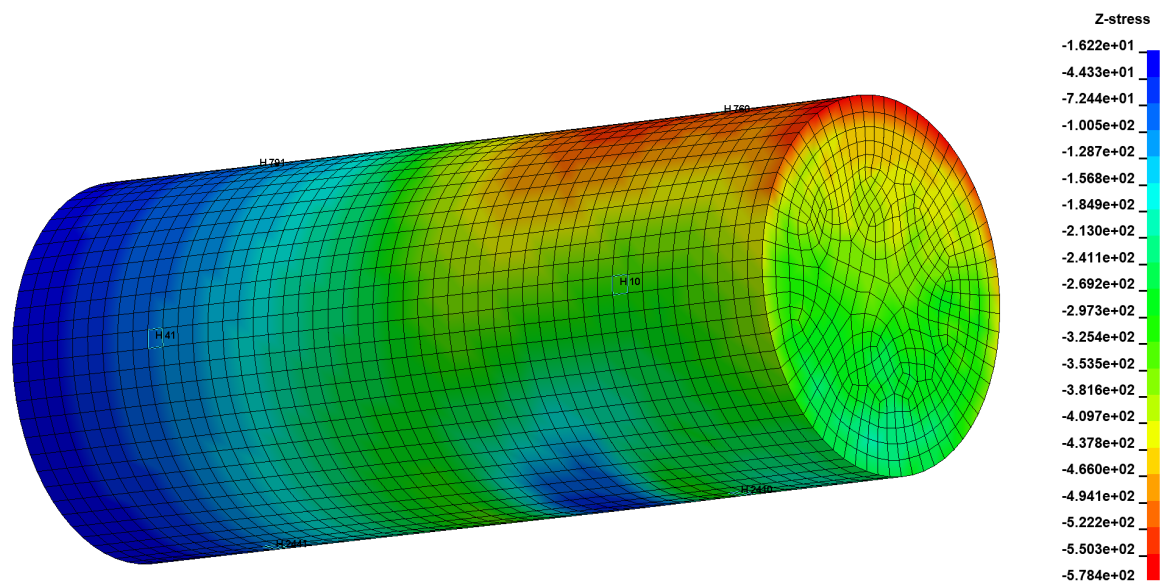
A.1.5.6.2 Popis vlivu zkoseného čela narážející tyče

Jiný, než po celou dobu experimentu rovinný kontakt je nežádoucí. U zkušebních tyčí není perfektní rovinnost čel zaručena, mohou být zkosená a proto je třeba znát aspekty nesymetrického nárazu, které lze odhalit numerickou simulací.

Elementy na kterých byl zaznamenán průběh osového napětí jsou znázorněny na obr. A.43. Každá ze dvou trojic elementů 760-10-2410 (10 mm do čela) a 791-41-2441 (40 mm od čela) umožní porovnat průběhy na konstantní souřadnici z . Porovnáním tří dvojic 760-791, 10-41 a 2410-2441 se pak získá projev geometrické disperze, která ve výsledku zapříčiní symetrizaci vlny vůči ose tyče (obr. A.44).

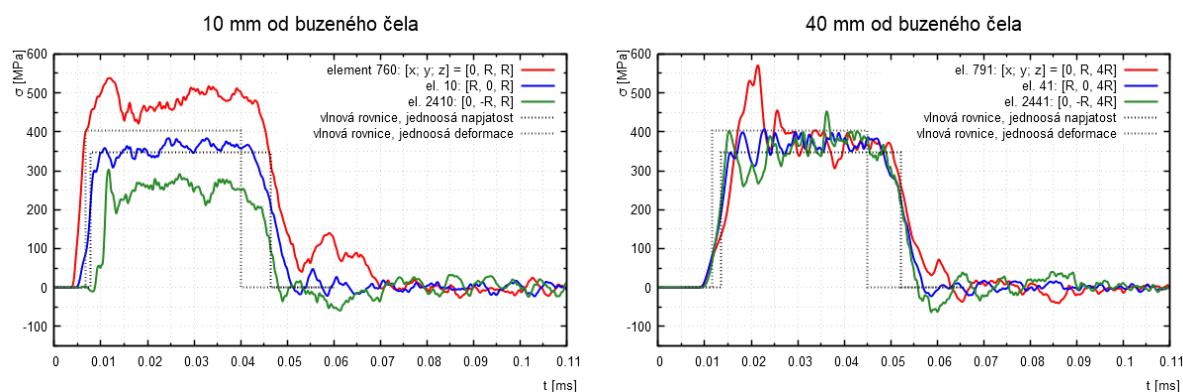


Obrázek A.43: Vybrané elementy pro analýzu, čas 0,0094 ms, osově napětí [MPa]



Obrázek A.44: Namáhání ohybem, čas 0,0121 ms, osová napětí [MPa]

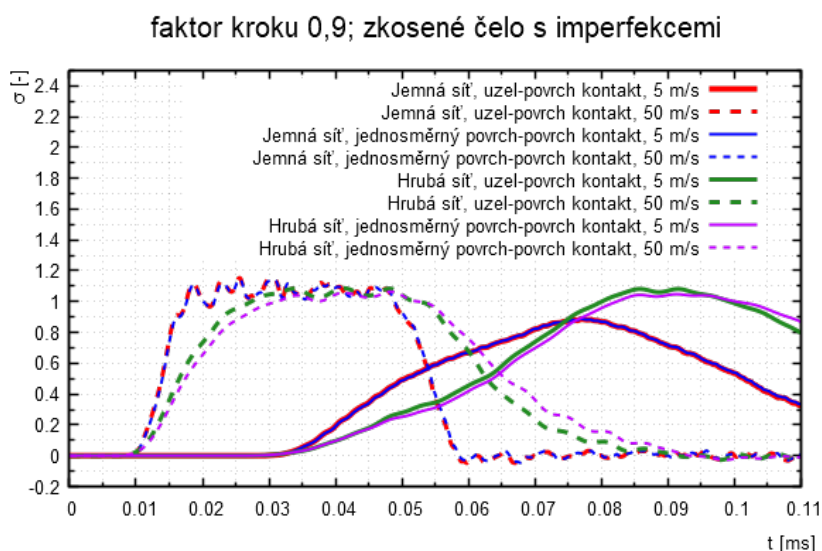
Odpovídající průběhy osového napětí jsou na sadě obrázků A.45. Na elementu 760 je zřejmé přepětí od prvotního kontaktu. Protilehlý element 2410 je zatížen později (pozdější aktivace kontaktu) a je zřejmé podpětí. Element 10 odpovídá „průměru“ těchto dvou průběhů. Od běžného pulzu se však liší absencí prvního lokálního extrému, který je pro pulzy se strmým náběhem typický. Na obrázku vpravo jsou znázorněné průběhy již ve 4 poloměrech od čela (40 mm) a vliv geometrické disperze je zřejmý. Amplituda napětí se postupně v rámci průřezu s podélnou souřadnicí homogenizuje (konkrétně její střední hodnota), avšak na průběhu se objevují nepředvídatelné oscilace, viz lokální extrém elementu 791.



Obrázek A.45: Osová napětí, měřeno 10 mm od čela (vlevo) a 40 mm od čela tyče (vpravo)

A.1.5.6.3 Ověření lineární závislosti výsledků na nárazující rychlosti

Na obrázku A.46 je porovnán vliv rychlosti jak pro jemný, tak pro hrubý model pro případ zkoseného čela nárazující tyče pro případ dvou vybraných algoritmů. Měření je provedeno ve 40 mm od čela tyče na elementu 41 (obr. A.43), na kterém je zaznamenána hodnota z neutrální roviny tyče namáhané ohybem.

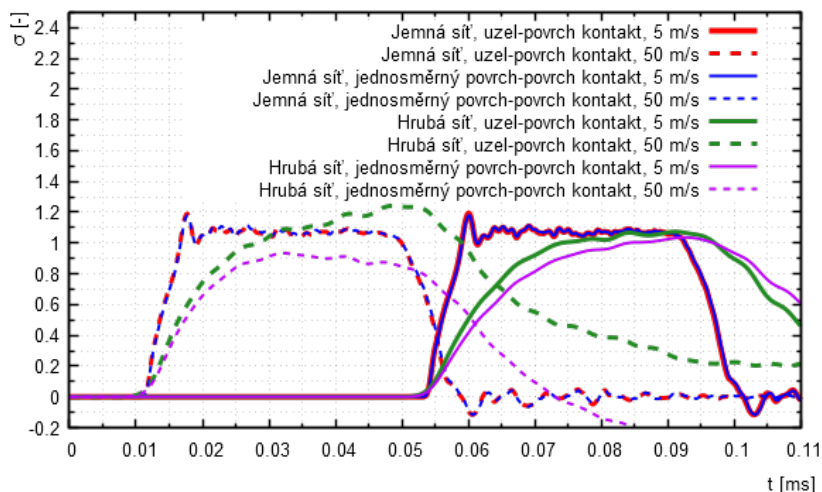


Obrázek A.46: Vliv nárazové rychlosti pro oba modely se zkoseným čelem pro dva vybrané algoritmy s třením (napětí normováno vydělením teoretickou amplitudou)

Vliv nárazové rychlosti by byl lineární právě tehdy, kdyby měly průběhy v rámci jedné barvy stejný tvar, což neodpovídá. To je způsobeno zkosením čela nárazující tyče. Z obrázku A.46 je zřejmé, že pro rychlost 50 m/s (čárkovaně) se pro jemný i hrubý model liší oproti případu 5 m/s (spojitě) zanedbatelně. To je způsobeno délkou doby, během které postupně dochází k postupné deformaci zkoseného čela a následné „aktivaci v kontaktu“ v celé kruhové ploše. Tato doba je pro rychlost 5 m/s podstatně delší a dochází tak k odlišnému procesu generování vlny. Rozdíl mezi jednotlivými algoritmy (červená - modrá, zelená - fialová) pro jemný model není, pro hrubý je zanedbatelný.

Na modelu se zkoseným čelem tedy lineární vliv rychlosti nelze prokázat. K tomu jsou využity průběhy na obrázku A.47. Zde je lineární vliv u jemného modelu zřejmý. U hrubého modelu dochází k odchýlení zelené čárkované křivky (algoritmus uzel-povrch, 50 m/s). Toto však poukazuje spíše na nevhodnost použití velkých elementů než na nelineární vliv rychlosti.

faktor kroku 0,9; nezkosené čelo s imperfekcemi

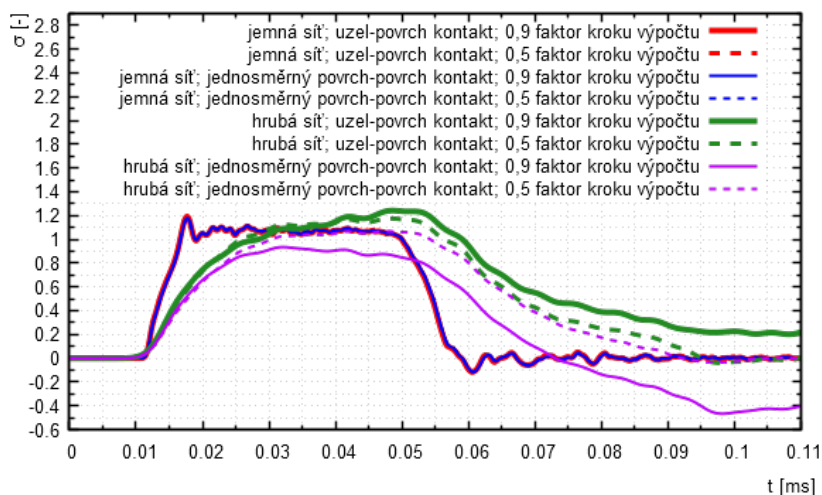


Obrázek A.47: Vliv nárazové rychlosti pro oba modely s nezkoseným čelem pro dva vybrané algoritmy s třením (napětí normováno vydělením teoretickou amplitudou)

A.1.5.6.4 Vyhodnocení vlivu faktoru časového kroku

O nevhodnosti hrubé sítě vypovídá i obrázek A.48. Pro jemnou variantu na faktoru časového kroku nezáleží (opět testováno na dvou algoritmech s definovaným jedním z tření). Pro hrubou dochází k odchýlení jak mezi různými faktory (v rámci jedné barvy), tak mezi dvěma různými algoritmy (zelená a fialová barva).

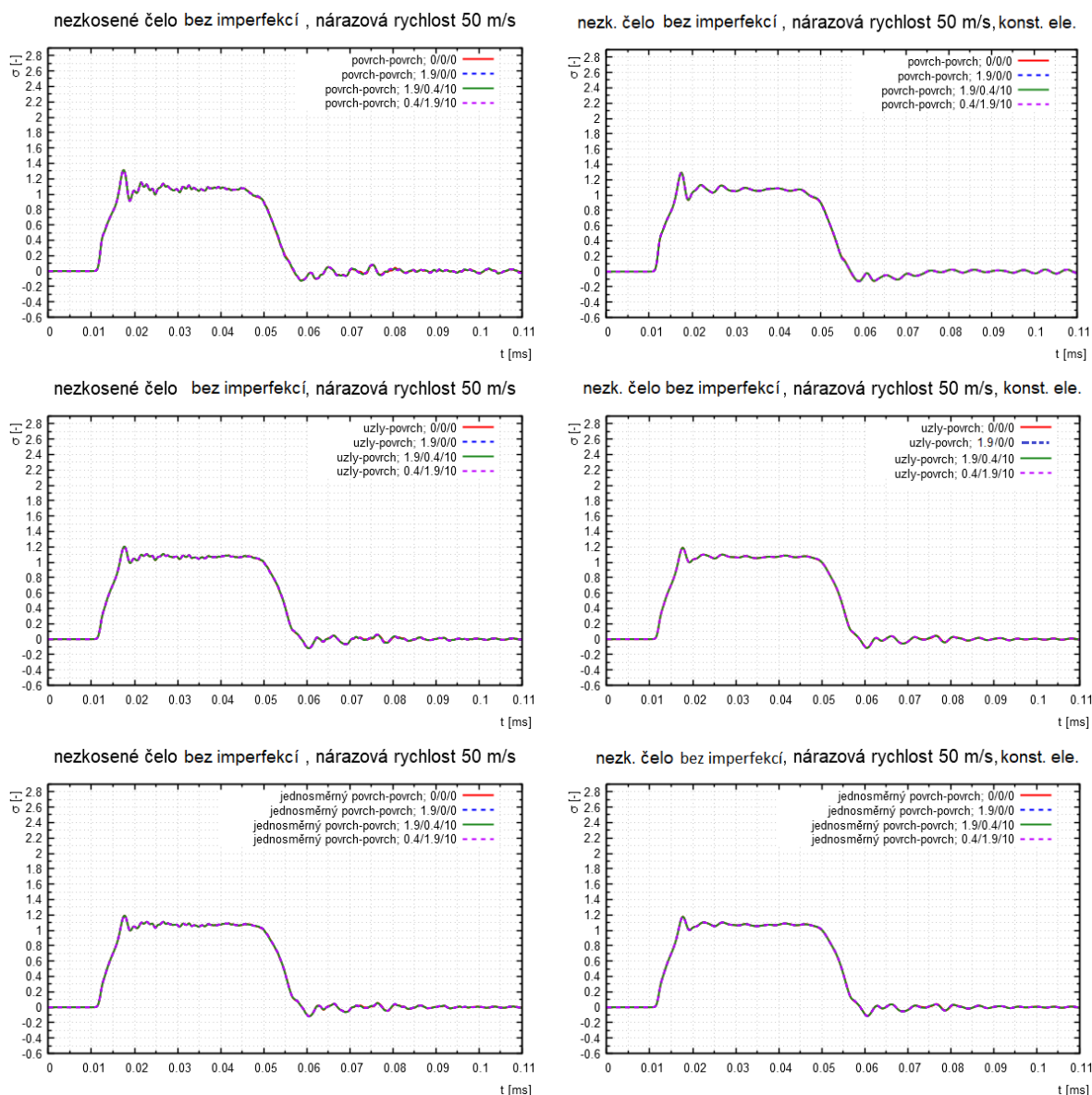
nezkosené čelo s imperfekcemi, nárazová rychlost 50 m/s



Obrázek A.48: Vliv faktoru časového kroku výpočtu pro oba modely pro dva vybrané algoritmy s třením (napětí normováno vydělením teoretickou amplitudou)

A.1.5.6.5 Vyhodnocení vlivu charakteristiky tření a vlastního výběru algoritmu kontaktu

Pro větší podloženost výsledků byly vybrané simulace provedeny jak pro konstantní, tak pro pro úplně integrované elementy. Doposud tento parametr neměl vliv a ze sady obrázků A.49 je zřejmé, že tomu je tak i nadále.



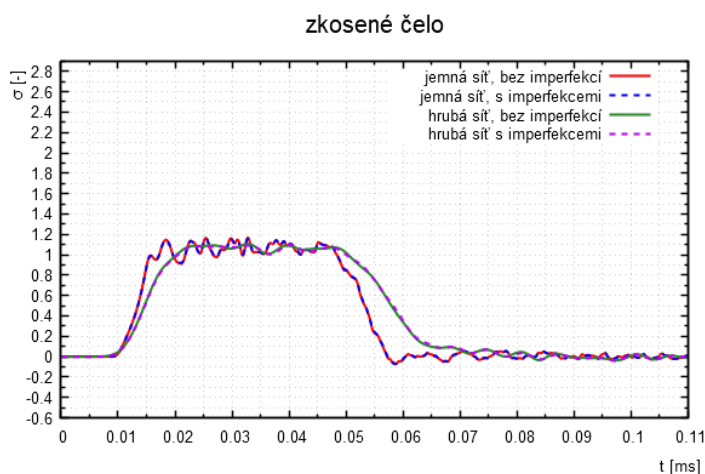
Obrázek A.49: Vliv různých mechanismů tření pro každý z algoritmů (povrch-povrch nahoře, uzly-povrch uprostřed, jednosměrný povrch-povrch dole), úplná integrace vlevo, konstantní element vpravo

Dále je zřejmé (obr. A.49), že mechanismus tření nemá žádný vliv. Na první pohled nepatrný, avšak pozorovatelný vliv má výběr kontaktního algoritmu. Algoritmus povrch-povrch oproti druhým dvěma má první lokální extrém na 130 % z teoretické amplitudy. Pro zbylé dva algoritmy je extrém menší, a to o 10 %, což není zanedbatelné. Je vhodné

připomenout, že v předcházející práci [24] byl používán výhradně algoritmus povrch-povrch právě s nadhodnocením teoretické amplitudy při prvním lokálním extrému o 30 %, což byl jeden faktorů, který vedl k výběru modelu s hrubší sítí, která se v této práci již ukázala jako nevhodná.

A.1.5.6.6 Posouzení vlivu přítomnosti geometrických imperfekcí na kontaktech

Doposud byly výsledky uváděny pro případ s imperfekcemi i bez nich, podle uvážení autora. Pokud se výsledky neliší pro nejobecnější případ (ve smyslu porovnání výsledků z modelů s imperfekcemi a bez nich), pak jejich vliv lze zanedbat, protože se pravděpodobně neprojeví ani v konkrétních (méně komplikovaných) případech namáhání apod. Jako obecný případ byl vybrán náraz zkoseného čela pro rychlost 50 m/s pro jeden z algoritmů. Z obrázku A.50 přímo plyne, že definované imperfekce nemají na výsledný průběh napětí vliv.



Obrázek A.50: Vliv přítomnosti geometrických imperfekcí pro „obecný“ případ (jemná i hrubá síť)

A.1.5.7 Shrnutí výsledků

Bylo úspěšně odsimulováno 384 scénářů v kombinacích různé skladby parametrů simulace.

Komentář k jednotlivým parametrům:

- **Jemnost sítě** má na výsledky zásadní vliv, platí závěry z minulých protokolů. U jemné sítě se každá změna dílčího parametru projeví zanedbatelně. Hrubá síť neposkytuje uspokojivé výsledky a vytrácí se při jejím použití fyzikální podstata děje (nereálné propady amplitudy apod.).
- Na **faktoru kritického časového kroku** nezáleží. Postačující je jeho podkritická hodnota.
- **Vliv velikosti budící rychlosti** je pro jemnou síť lineární.
- **Mechanismus tření** Nemá na průběh napětí ve vzdálenosti 4 poloměrů od čela žádný vliv.
- **Algoritmus kontaktu** má vliv na první lokální extrém; povrch-povrch 130 %, uzly-povrch 120 % a jednosměrný povrch-povrch 120 % z teoretické amplitudy vlny. K větším rozdílům dochází pro hrubou síť, což je však zapříčiněno právě spíše hrubostí sítě a než samotným algoritmem kontaktu.
- **Zkosení čela narážející tyče** má na výsledky zásadní vliv. Byly odhaleny aspekty, jejichž pozorování při experimentálním měření poukazuje na nesprávně provedený SHPB test. Jedná se o přepětí či podpětí amplitudy vlny oproti teoretické hodnotě a velké oscilace. Pokud je měření prováděno v neutrální rovině ohybu tyče, je tuto skutečnost náročné odhalit. Na probíhající ohyb může poukazovat absence prvního lokálního extrému apod. Možné je, že při menším zkosení čela by se vliv této imperfekce projevil příznivě - rozdílnost amplitud po obvodě tyče by byla minimální a zároveň by mohlo dojít ke zmenšení prvního extrému. Toto je nutné brát v úvahu dále v simulacích, tedy že je možné tento parametr použít.
- **Geometrické imperfekce distribuované goniometrickými funkcemi** nemají žádný vliv na průběh napětí.

Rozprava o jevu pozorovaném v předešlé práci [24]:

Doposud platil závěr: se zjemňováním sítě roste lokální extrém po náběhu napětí na začátku pulzu. Pro síť s rozměrem elementů 1 mm se jedná o nadhodnocení o 30%.

V tomto protokolu bylo dokázáno, že na lokální extrém nemají vliv geometrické imperfekce, ani mechanismus tření. Nicméně lokální extrém se podařilo snížit na 120 % z teoretické amplitudy výběrem jiného algoritmu než obousměrný povrch-povrch, který byl používán v předešlé práci [24], což je považováno za úspěch a odhalení příčiny (jedné z příčin) výskytu lokálního extrému.

Dále platí závěr z předešlých protokolů, a to, že je třeba provést experimentální měření a ověřit amplitudu prvního lokálního extrému. Dle výsledků experimentu je pak vlnu možné dále ladit definicí tlumením, čímž se podrobněji zabývá následující protokol.

Pokud nebude možné tvar vlny naladit definicí tlumení, je možné definovat řádově menší zkosení narážejícího čela tyče, než tomu bylo v tomto protokolu a porovnat výsledky. Toto je možné provést jen za podmínky, že průběh napětí po obvodu v rámci souřadnice z bude v určité vzdálenosti od buzeného čela srovnatelný (stejný). Zkosení čela bude vhodné definovat zejména v případě, že se při experimentálním měření ohyb projeví.

Důležité závěry:

1. Faktor délky kroku výpočtu nemá vliv ani pro kontaktní algoritmy.
2. Tření bude definováno pouze za účelem zamezení prokluzu tvarovače pulzu z rozhraní narážející - incidentní tyč.
3. Model se bude požívat dle experimentálních výsledků geometricky ideální, či s řádově menším zkosením čela tyče.

A.1.6 Konečné vysvětlení lokálních extrémů modelovaných pulzů - výpočty s kritickým časovým krokem (a dodatkem vliv Poissonova čísla)

A.1.6.1 Motivace

Doposud byly simulace prováděny pro časový krok $\Delta t \leq 0,9 t_{crit}$. Nyní bude model podroben analýze pro časové kroky blízké kritické hodnotě. Tato myšlenka vznikla na základě poskytnutých dokumentů [46] a disertace [47] Radka Kolmana (podrobně rozebráno v kapitole 6). Eliminují-li se v pulzu doposud přítomné oscilace prodlužováním časového kroku, bude jev výskytu vysokých lokálních extrémů po náběhu pulzu pozorovaný v předešlé práci [24], který je v protokolech A.1.1 - A.1.5 podrobně diskutován, vysvětlen.

A.1.6.2 Slovní popis úlohy

Má-li být testován časový krok výpočtu roven kritickému v celém modelu, je nutné modelovat těleso z elementů jedné velikosti, tak, aby každý element definoval kritický krok stejné hodnoty. Vhodný model je kvádr, dostatečně rozměrný, aby průběhy na ose nebyly ovlivněny volnými povrchy modelu. Jedná se o stejný přístup jako v protokolu A.1.1.

Je modelován kvádr o dostatečných rozměrech složený z krychlových elementů o délce hrany 1 mm. Je analyzován vliv časového kroku od velmi krátkého až po kritický.

A.1.6.3 Cíle

1. Stanovení závislosti výskytu oscilací na hodnotě kroku výpočtu.
2. Dodatek - znázornění zásadního vlivu Poissonova čísla.

A.1.6.4 Popis modelu

Část	Veličina	L [mm]	a [mm]	v [m/s]	ρ [kg/m ³]	E [GPa]	ν [-]
Incidentní kvádr		150	400	0	2700	72	0,3
Narážející kvádr *		~50	~400	~50	2700	72	0,3

Tabulka A.25: Popis geometrie, materiálu a počáteční kinematiky

*Vlna je buzená předepsanou rychlostí čela 25 m/s po dobu $1,5 \cdot 10^{-2}$ ms, nikoli nárazem.

A.1.6.5 Parametry simulace

Parametr	Hodnota
Délka simulace	0,03 ms
Perioda výstupu	$6,224 \cdot 10^{-5}$ ms *
Frekvence výstupu	14 MHz MHz *
Časový krok	$1,39 \cdot 10^{-4}$ ms **
Doba výpočtu	10 min. / 30 hod. ***
Počet elementů	8 000 000

Tabulka A.26: Základní parametry simulace

* Tj. výchozí hodnota. Pro časové kroky delší než tato hodnota je i interval výstupu adekvátně prodloužen.

** Tj. kritický časový krok. Pro jednotlivé simulace je krok násoben koeficientem, viz dále.

*** Pro model s koeficientem časového kroku 1 a 0,01.

A.1.6.6 Grafické výstupy s komentářem

Jsou prezentovány výstupy jednoho modelu pro různé hodnoty časového kroku $\Delta t \in (0,01; 1) t_{krit}$.

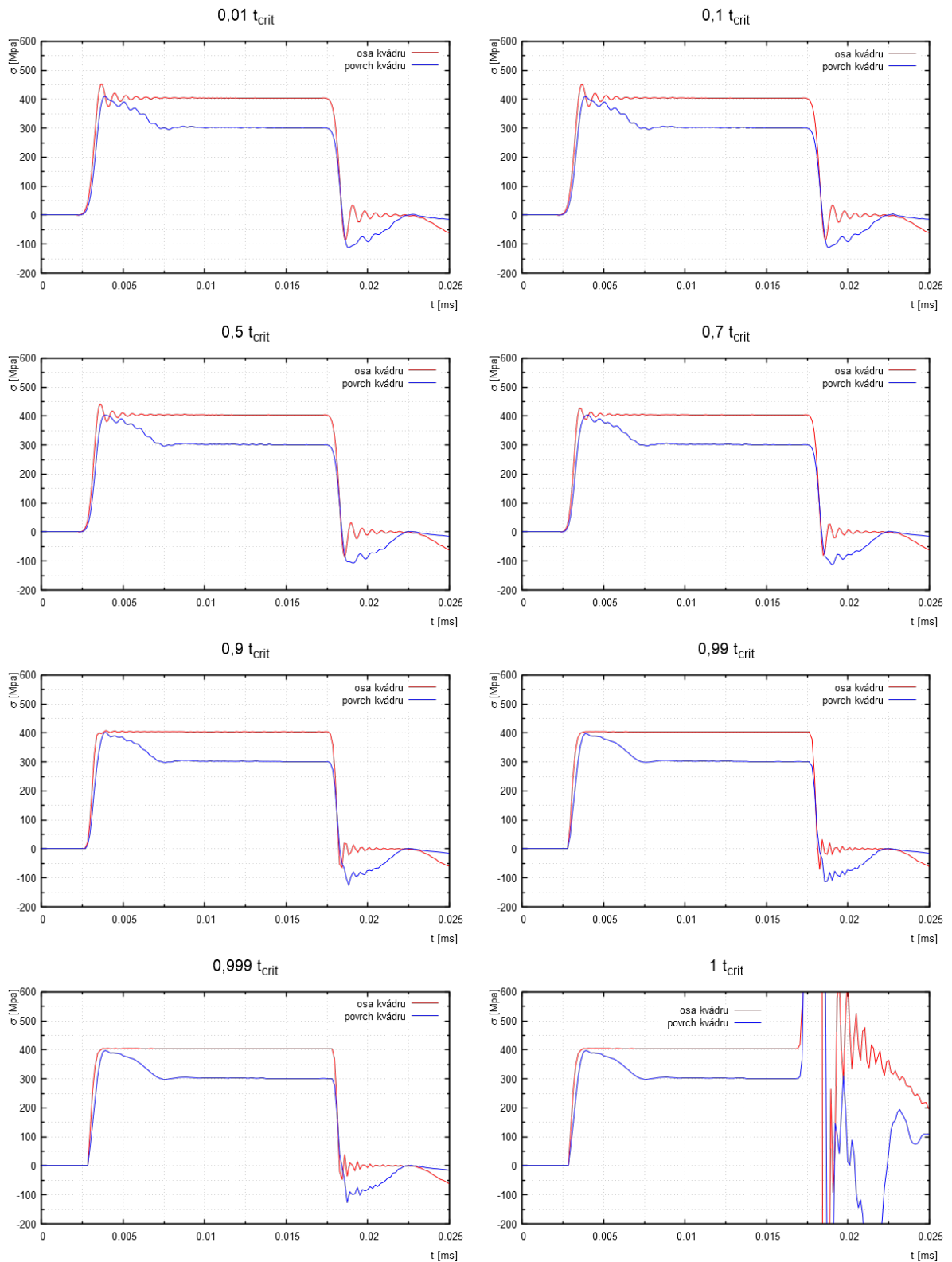
A.1.6.6.1 Stanovení závislosti výskytu oscilací na hodnotě kroku výpočtu

Na sadě obrázků A.51 je vliv hodnoty časového kroku patrný. Pro koeficient 0,01 a 0,1 jsou výsledky shodné, zjemňováním kroku konverguje řešení k tomuto průběhu, v kterém se vyskytují oscilace jak po náběhu vlny, tak po uvolnění. Na volném povrchu (modře) je výskyt oscilací v důsledku přechodu mezi stavy napjatosti fyzikálně pravděpodobný, nicméně v ose kvádrů, která není volným povrchem ovlivněna, nikoliv. Tyto oscilace jsou čistě vlastností metody explicitní integrace.

S postupným prodlužováním kroku (případ 0,5; 0,7; 0,9) dochází k postupné eliminaci oscilací na začátku pulzu. Proces odlehčení však postupně spěje k nestabilitě, která se silně projeví pro kritický časový krok (faktor 1), a tak tyto oscilace v žádném z případů nevymizí.

Průběh modré křivky odpovídá postupnému přechodu ze stavu jednoosé deformace do stavu jednoosé napjatosti při zatížení a k opačnému procesu při uvolnění. Toto je fy-

zikálně správné řešení. Osa kvádrů je po celou dobu průběhu pulzu ve stavu jednoosé deformace. To je též v souladu s fyzikálními principy šíření vlny.



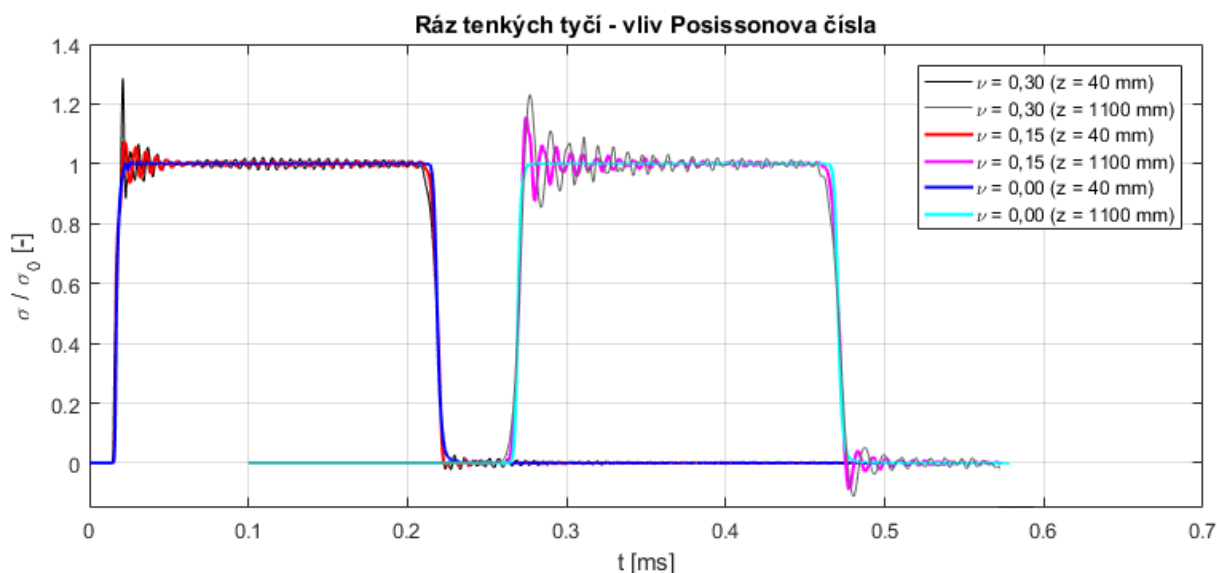
Obrázek A.51: Porovnání průběhů pulzů pro různé hodnoty výpočtového kroku na povrchu a v ose válce

A.1.6.6.2 Dodatek - znázornění zásadního vlivu Poissonova čísla

Tento dodatek vznikl až v samotném závěru této práce, po provedení kalibrací (kap. 8.2) i numerické studie tvarování (kap. 8.3), tudíž zde nabyté znalosti nemohly být v práci využity. Vliv Poissonova čísla materiálu tyčí je však natolik zásadní, že je nutné jej zde uvést.

Spojením si několika souvislostí a analýzou experimentálních dat (podrobně v podkapitole 6.2.2) vznikla hypotéza, že příčná kontrakce tyče v důsledku šíření vlny úzce spojená s Poissonovým číslem je majoritním zdrojem oscilací typických pro úlohu vlnění v tyčích.

Je modelován náraz rychlostí $v_n = 30$ m/s dvou tenkých tyčí (průměr $D = 20$ mm, délky $L = 500$ mm narážející a 2000 mm incidentní) z dosud standardně simulovaného materiálu ($E = 72$ GPa; $\nu = 0,3$; $\rho = 2700$ kg/m³) a je měřena napěťová odezva 40 mm a 1100 mm od místa nárazu. Není definováno tlumení, nejsou zavedeny geometrické imperfekce, elementy jsou konstantní, kontrola nulových módů deformace („hourglass“) je výchozí, faktor časového kroku je 0,9 (pro nejmenší element). Test (obr. A.52) je proveden pro výchozí materiál (černě) a dva fiktivní s polovičním (červeně) a nulovým (modře) Poissonovým číslem. Je evidentní, že s klesajícím Poissonovým číslem dochází k růstu frekvence oscilací a k poklesu jejich amplitudy. Třetí případ $\nu = 0$ odpovídá jednoosé napjatosti, což je ekvivalentní šíření vln nekonečným poloprostorem.



Obrázek A.52: Vliv Poissonova čísla tyčí na výskyt vysoko-frekvenčních oscilací, měřeno 40 mm (tmavě) a 1100 mm (světle) od místa nárazu

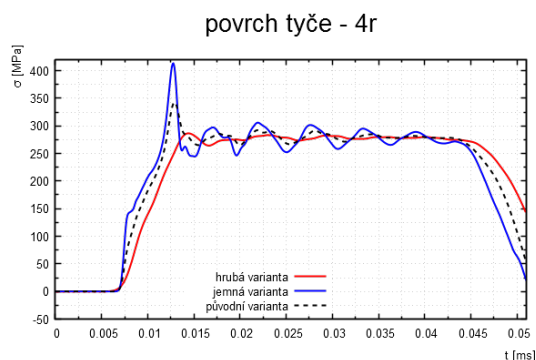
A.1.6.7 Shrnutí výsledků

Tento protokol uzavírá citlivostní studii. Byly popsány vlastnosti explicitní integrace pro 3D MKP modely tenkých tyčí, tj. výskyt nereálných oscilací i výskyt fyzikálních oscilací způsobené radiální dynamikou.

Tímto je uzavřeno hledání příčiny vzniku oscilací, pozorovaných již v předchozí práci [24]. Hlavními faktory v pořadí od nejméně po zásadně důležité jsou:

1. **Kontaktní algoritmus** - jeho výběr nemá zásadní vliv, nicméně ke snížení extrému došlo při používání jednosměrného algoritmu povrch-povrch (teoretický popis algoritmu v Příloze D).
2. **Perfektní geometrie numerického modelu** - kontakt reálného modelu není dokonale rovinný, čela tyčí mohou být již z výroby zkosená, což první extrém eliminuje.
3. **Explicitní časová integrace** - fiktivní oscilace jsou vlastností této metody. Projevují se při časovém kroku již pro koeficient 0,7; jejich amplituda je v úloze tenkých tyčí daného materiálu zanedbatelná.
4. **Jemnost sítě** - dle obrázku A.10 protokolu A.1.2 je zřejmé, že se zjemňováním sítě dochází k eliminaci fiktivních oscilací (zvýšení frekvence, pokles amplitudy). Zároveň roste citlivost modelu na radiální setrvačnost a tak stoupá amplituda fyzikálních oscilací (obr. A.53).
5. **Radiální setrvačnost** - způsobuje dominantní fyzikální oscilace, jedná se o hlavní příčinu, výše uvedené faktory mají vliv na amplitudu a frekvenci těchto oscilací způsobených radiální dynamikou.

Synergií těchto faktorů může počáteční extrém v případě nárazu tyčí nabýt extrémních hodnot (obr. A.53), které však jsou svou hodnotu srovnatelné s realitou.



Obrázek A.53: Pozorování lokálního extrému napětí v předešlé práci, náraz tenkých tyčí, měřeno na povrchu ve vzdálenosti 40 mm (4 poloměrů r) od buzeného čela, modře jemná síť (hrana elementu $H = 1,5$ mm), černě střední ($H = 5$ mm), červeně hrubá ($H = 10$ mm) [24]

Nastavením časového kroku téměř na kritický dojde k eliminaci numerických oscilací. Nicméně, ve válcových tyčích nelze elementy modelovat jednotné velikosti, navíc potenciálně vložený tvarovač bude tvořen elementy mnohonásobně menších rozměrů, které nakonec definují velmi krátký kritický časový krok úlohy. Tím budou samotné tyče řešeny časovým krokem, který bude v jednotkách procentech z tyčím příslušného kroku kritického.

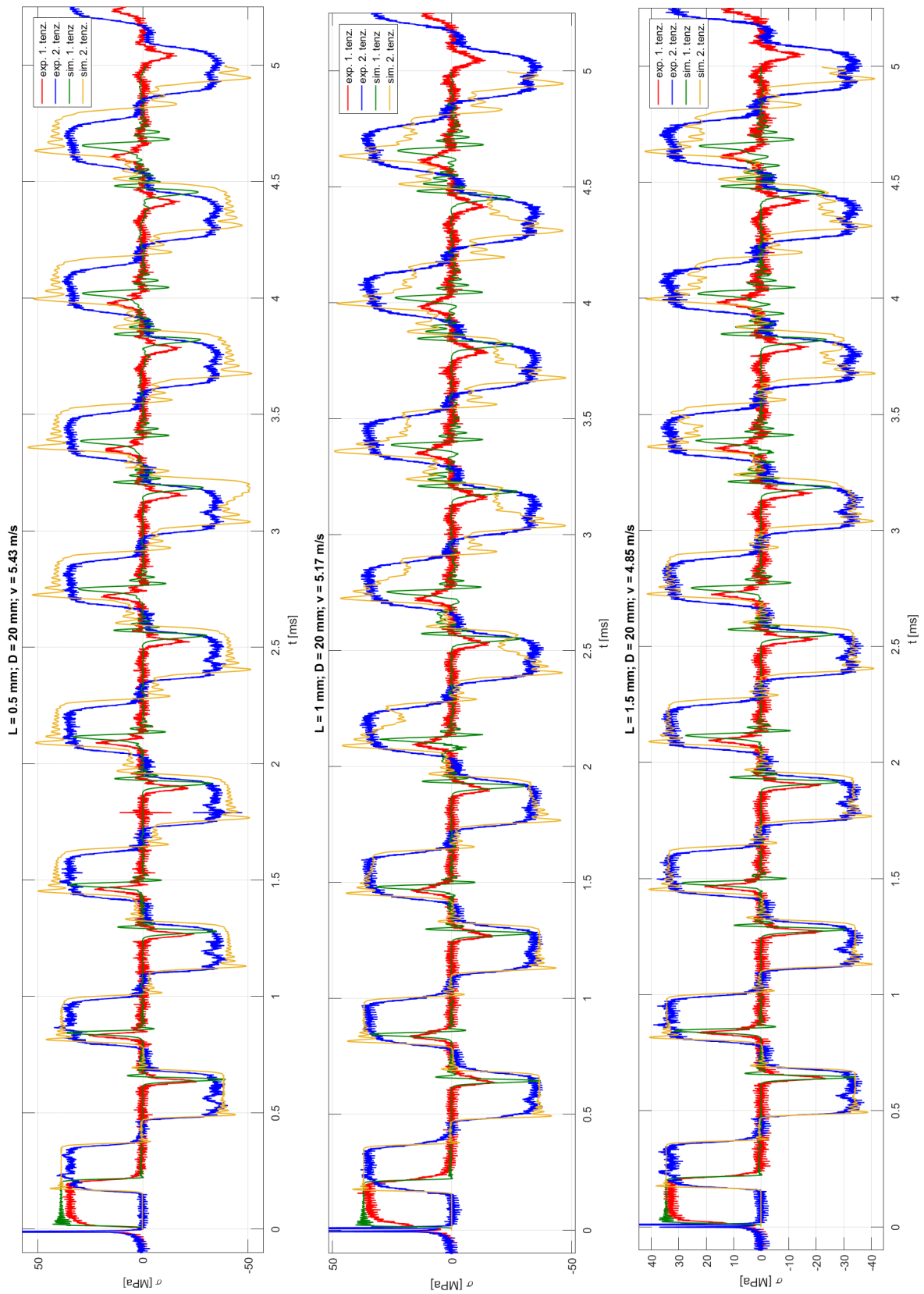
Tímto jsou vysvětleny všechny pozorované jevy, popsán pokročilých parametrů simulace a je tak úspěšně dokončena podrobná citlivostní studie (protokoly A.1.1 - A.1.6). Celkové shrnutí je uvedeno ve vlastní práci v kapitole 8.1.

Příloha B

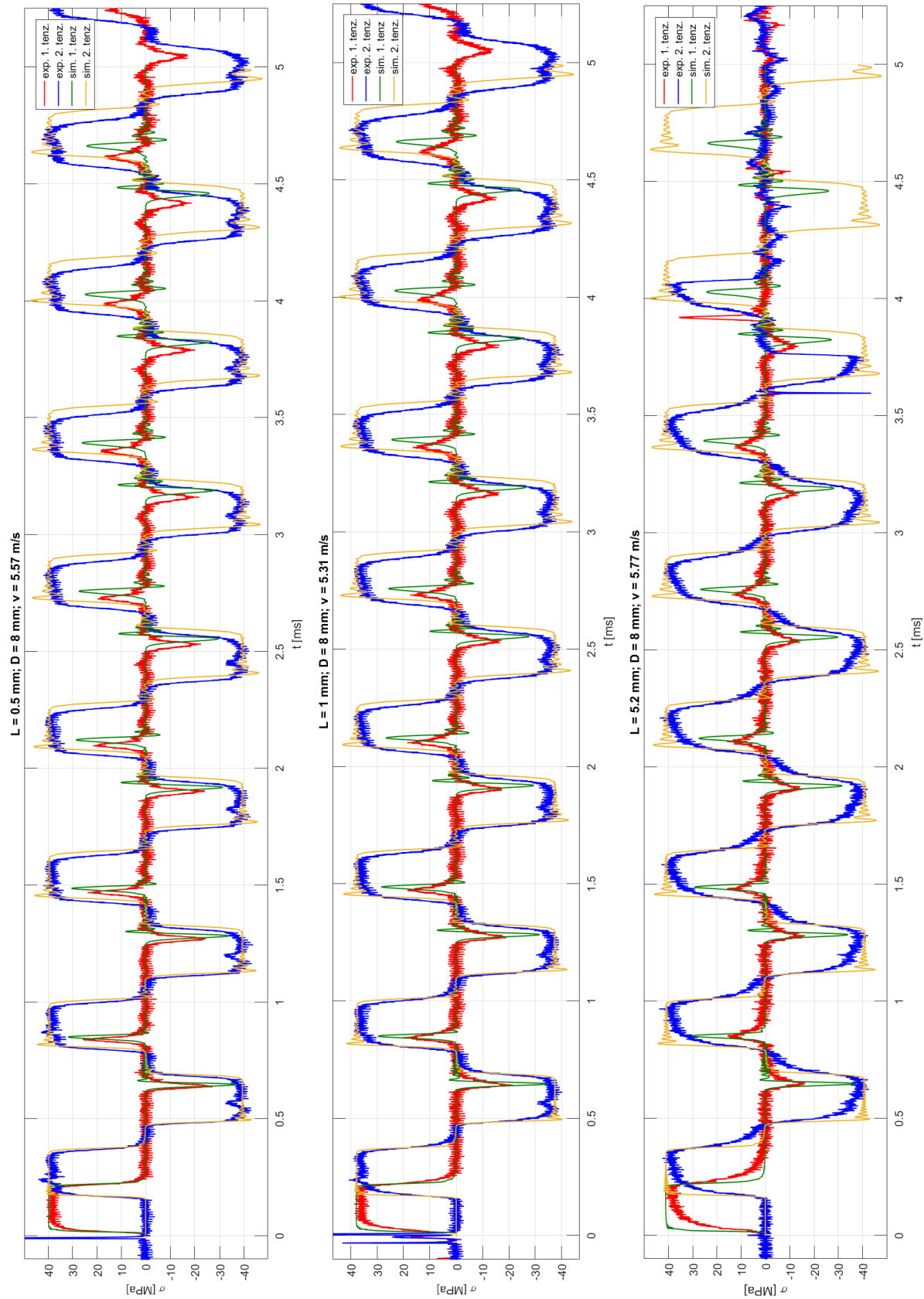
Srovnání experimentálně a numericky získané napěťové odezvy tvarovačů v plném rozsahu provedených laboratorních testů

Na obrázcích B.1 - B.8 jsou vykreslena porovnání provedených 40 laboratorních testů a jejich simulací z kapitoly kalibrace materiálu tvarovače 8.2.3.6.10.

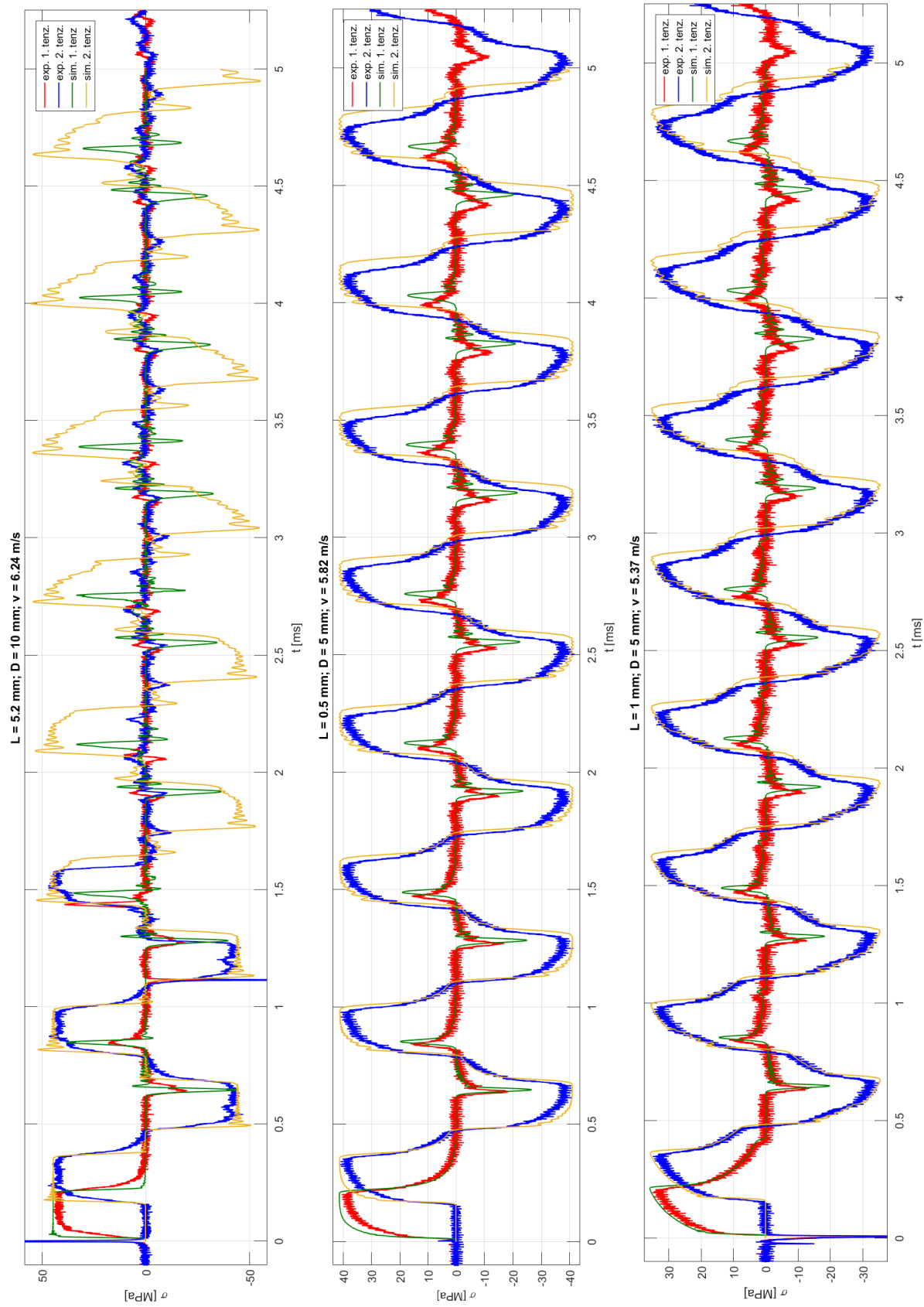
Čas simulace byl nastaven pevně pro každou sadu rychlostí tak, aby se pro většinu případů shodoval s trváním experimentu. Náhlý propad napětí či náhlá změna tvaru vlny experimentálních dat značí náraz volně ložené incidentní tyče do tlumiče. Od tohoto okamžiku nelze srovnávat experimentální a numerická data.



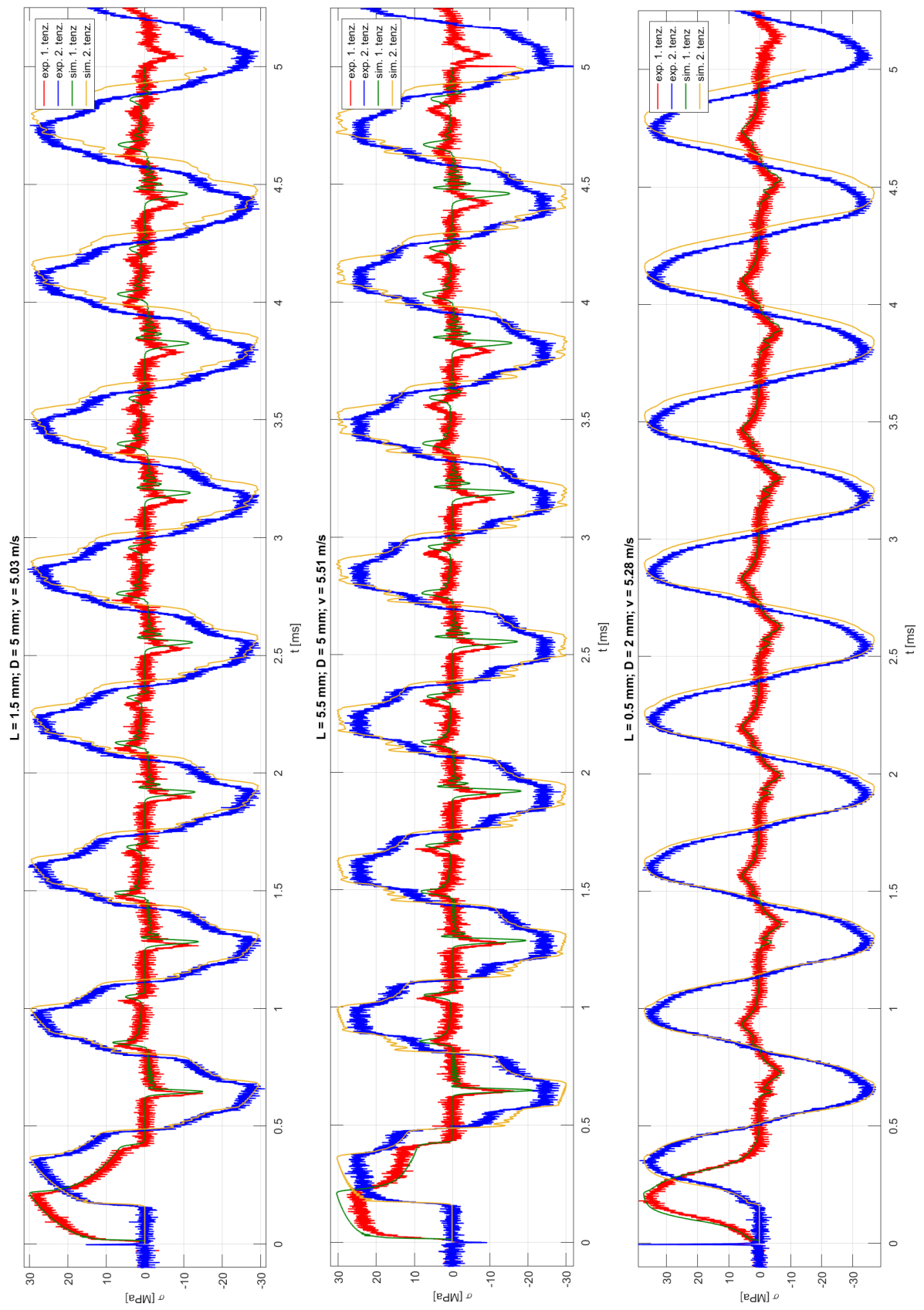
Obrázek B.1: 5 m.s^{-1} (I.)



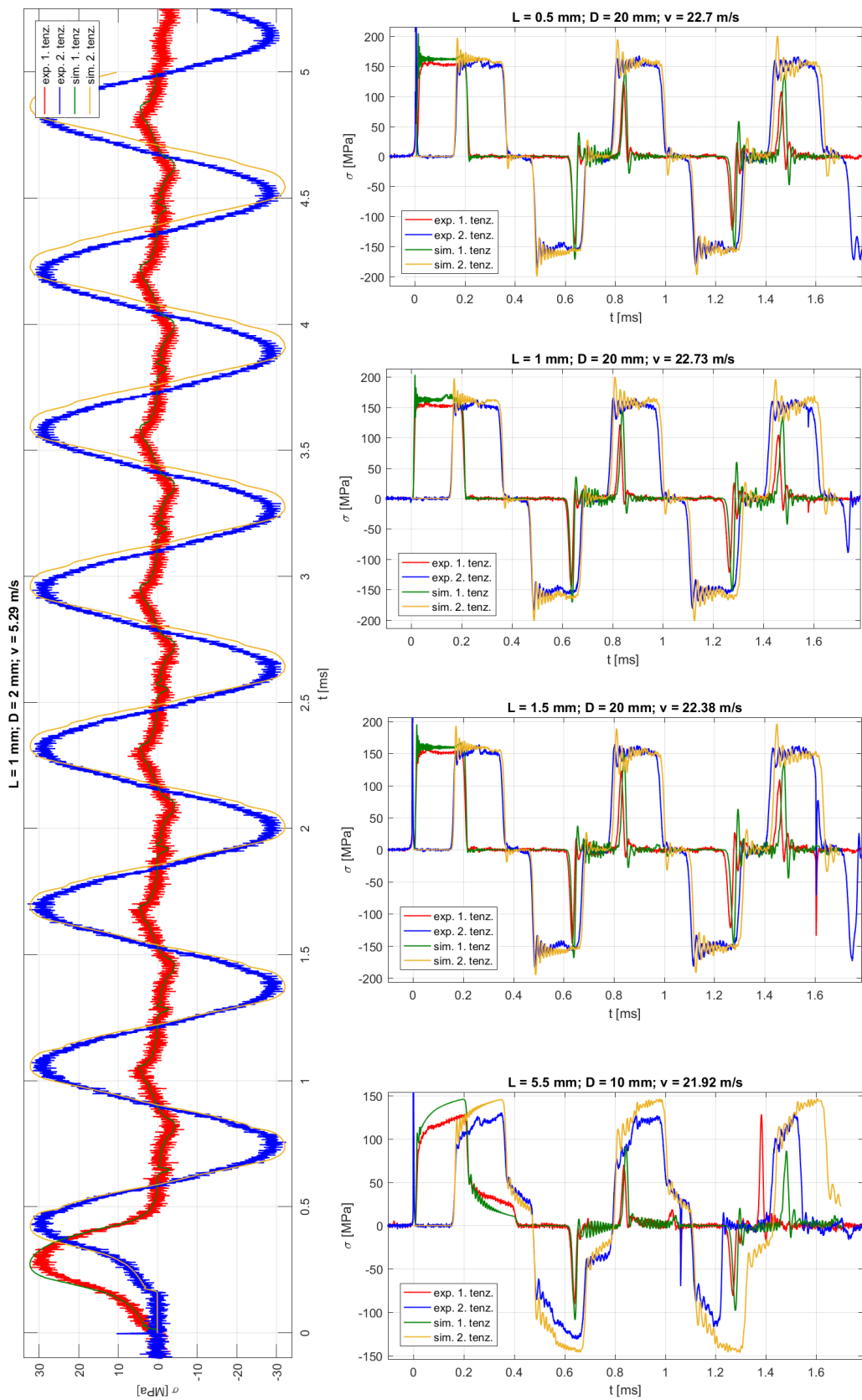
Obrázek B.2: $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (II.)



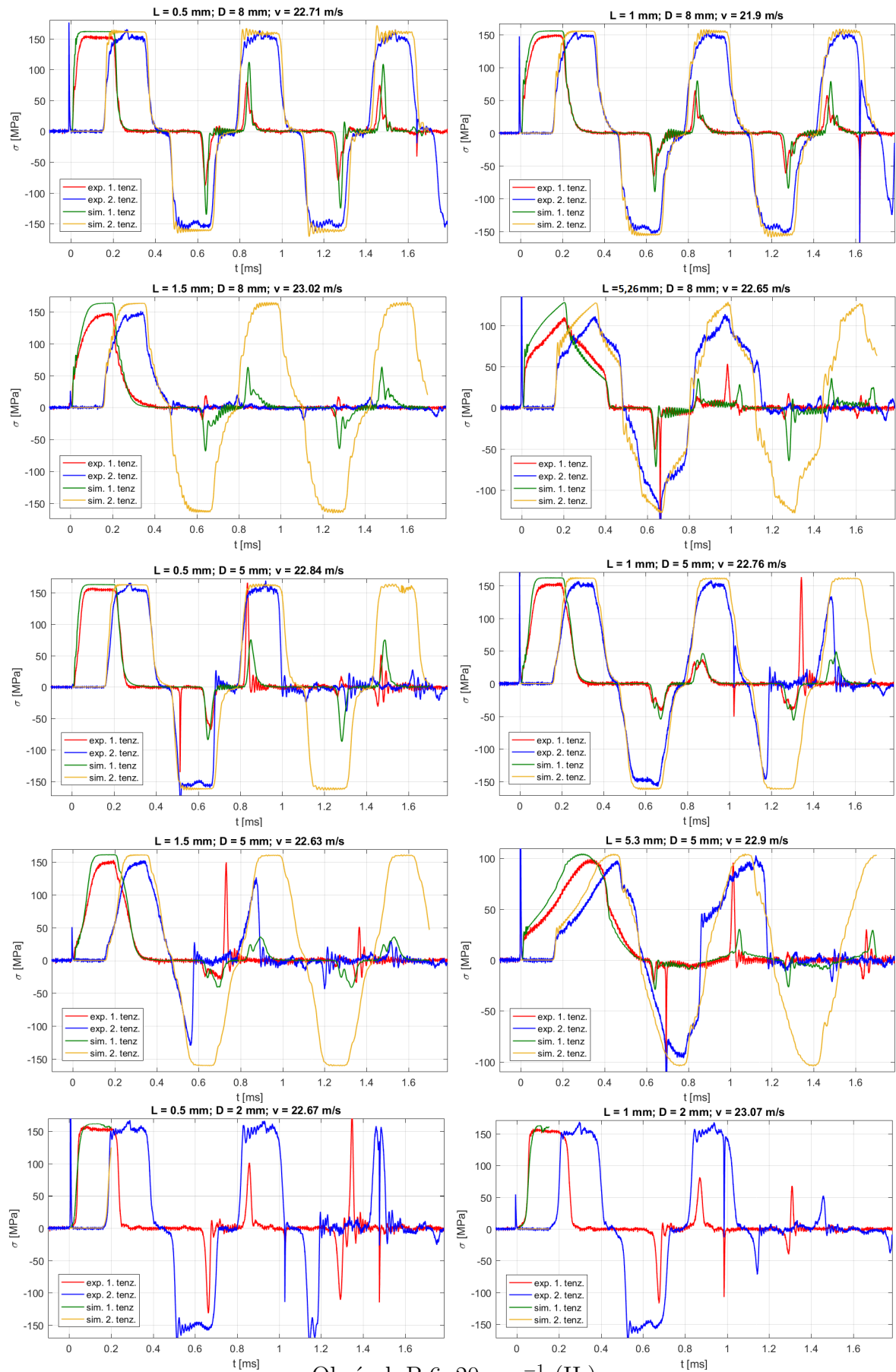
Obrázek B.3: $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (III.)



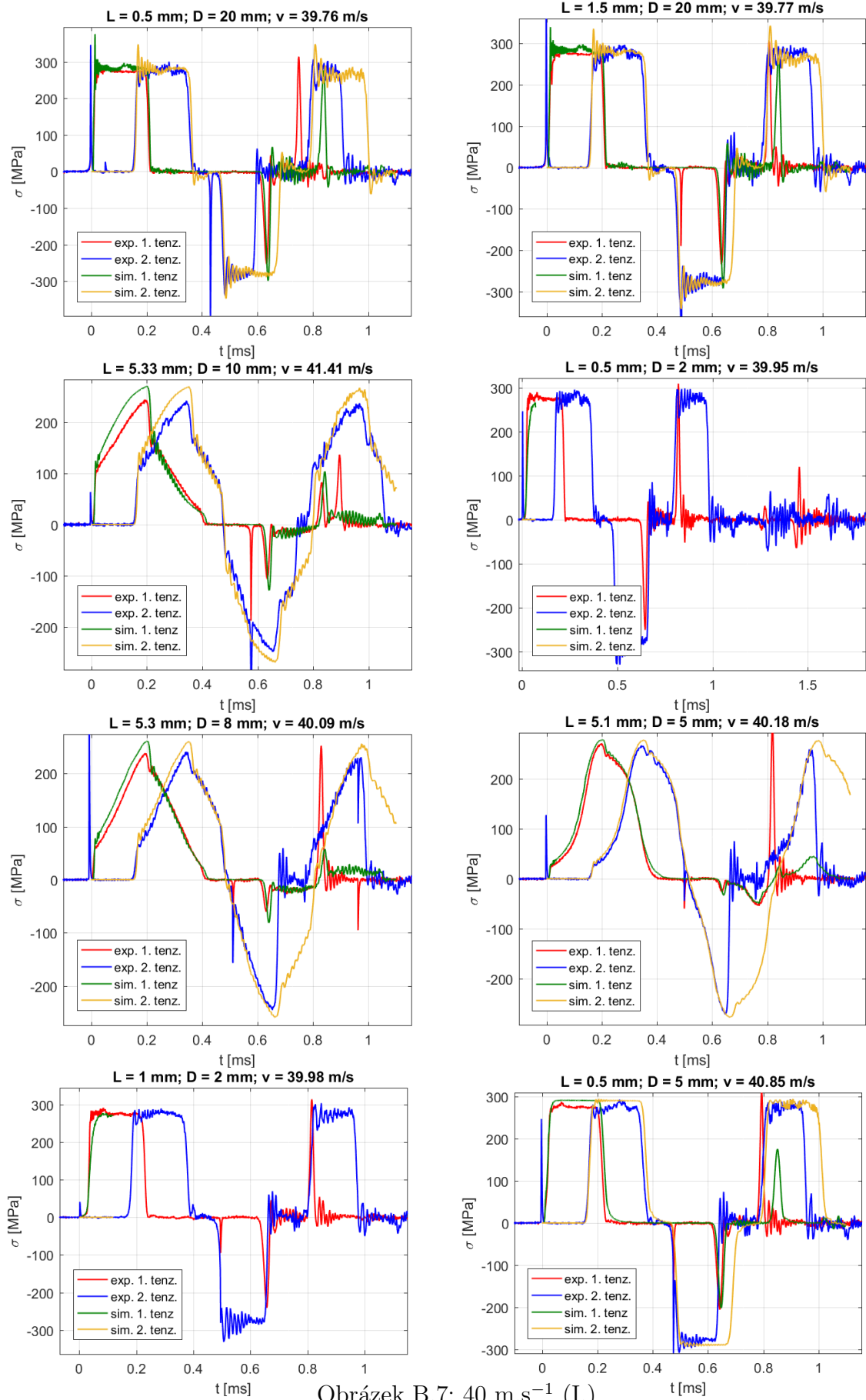
Obrázek B.4: $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (IV.)



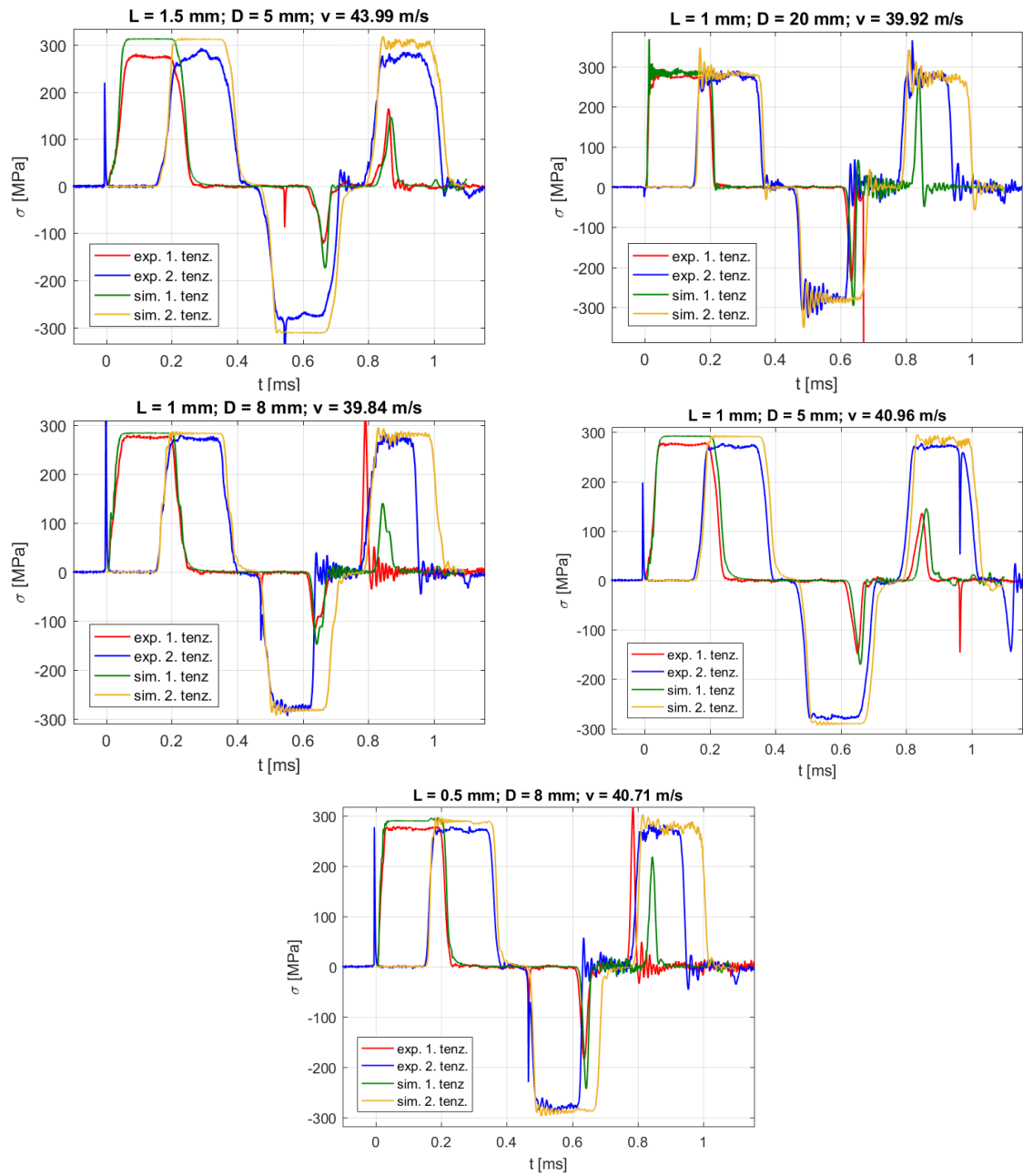
Obrázek B.5: $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (V.) vlevo; $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (I.) vpravo



Obrázek B.6: 20 m.s⁻¹ (II.)



Obrázek B.7: $40 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (I.)



Obrázek B.8: $40 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (II.)

Příloha C

Teorie a interpretace Fourierovy transformace signálů

Tato příloha obsahuje teoretický popis Fourierovy transformace jinou než čistě matematickou formou. Jsou slovně bez korektních důkazů popsány vlastnosti transformace a je touto cestou i odvozena amplitudová a fázová charakteristika. Cílem přílohy je nastínění chování transformace způsobem, který čtenáři může nabídnout nový pohled na problematiku. V závěru jsou popsána dvě hlavní úskalí použití Fourierovy transformace na diskretním systému (SHPB) - vzorkovací teorém a s ním úzce související efekt aliasingu. Příloha C je teoretickou oporou kapitoly 4 a také praktické části práce (protokoly kalibrace 8.2).

C.1 Převod signálu do frekvenční oblasti

K převodu signálu z časové oblasti (zaznamenaný SHPB pulz) do frekvenční oblasti se využívá Fourierova transformace (C.1.1).

$$S(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-i\omega t} dt \quad (\text{C.1.1})$$

Jedná se o integrální transformaci a je speciálním případem transformace Laplaceovy (která však operuje jen na kladné poloose t). Její princip spočívá ve faktu, že signál o určitých vlastnostech (které jsou v reálných technických aplikacích v naprosté většině případů zajištěny nebo je lze zajistit) může být vyjádřen jako součet (obecně nekonečný) goniometrických funkcí (C.1.2) sinu a cosinu s příslušnými váhovými koeficienty (C.1.3) tj. Fourierova řada. Definice váhových koeficientů představuje skalární součin („míru podobnosti“) signálu a dané harmonické složky (skalární součin ortogonálních funkcí je 0). Speciálně $\frac{a_0}{2}$ (případ $k = 0$) je střední hodnota signálu $s(t)$.

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos \omega_k t + b_k \sin \omega_k t; \quad \omega_k = \frac{2\pi}{T_k} \quad (\text{C.1.2})$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos(k\omega_k t) dt$$
$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin(k\omega_k t) dt \quad (\text{C.1.3})$$

Fourierovu transformaci lze vnímat též jako skalární součin signálu a jádra transformace $e^{-i\omega t} = \cos(\omega t) - i \sin(\omega t)$, kde funkce \cos váží přítomnost sudé složky signálu a funkce $i \sin$ váží „míru odchýlení od sudosti signálu v čase (resp. její lichost)“. Přítomnost proměnné i zaručuje separované udržení informace o zmíněné míře odchýlení dané harmonické složky v časové doméně (fázovém posuvu). Produktem transformace je komplexní funkce $S(i\omega)$ (C.1.4), která se nazývá obrazem. Nezávislou proměnnou je úhlová frekvence ω .

$$S(i\omega) = Re(\omega) + iIm(\omega) \quad (\text{C.1.4})$$

Rozepsáním obrazu $S(i\omega)$ dle (C.1.5) se separuje informace o amplitudě harmonických složek a fázovém posuvu jednotlivých harmonických složek. Výsledkem je frekvenční $|S(i\omega)|$ a fázové $\phi(\omega)$ spektrum. Původ vzorců (C.1.5) je nastíněn v kapitole C.4.

$$|S(i\omega)| = \sqrt{Re^2(\omega) + Im^2(\omega)}$$
$$\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{Im(\omega)}{Re(\omega)}\right) \quad (\text{C.1.5})$$

Ekvivalentním zápisem obrazu (C.1.4) pomocí spekter (C.1.5) je zápis (C.1.6).

$$S(i\omega) = |S(i\omega)|e^{i\phi(\omega)} \quad (\text{C.1.6})$$

Podstatu transformace také vhodně demonstruje následující podobnost. Budiž periodický signál $s(t)$ vyjádřený Fourierovou řadou (C.1.2), s koeficienty definovanými dle (C.1.3). Pak pomocí goniometrických vzorců lze zápis (C.1.2) převést na tvar (C.1.7), kde konstanty jsou definované dle (C.1.8).

$$s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(k\omega_k t + \varphi_k) \quad (\text{C.1.7})$$

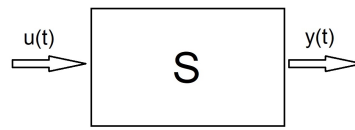
$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \varphi_k = -\arctan\left(\frac{b_k}{a_k}\right) \quad (\text{C.1.8})$$

Je vidět určitá analogie mezi výrazy (C.1.5) a (C.1.8). Porovnáním podobných postupů, které vedly v prvním případě k výslednému tvaru (C.1.6), v případě druhém k (C.1.7) lze prohlásit, že smysl Fourierovy transformace je vlastně určit konstanty A_k a φ_k v signálu (C.1.7) jako funkce s argumentem ω , tzn. přechod od sumace k integraci.

Obecně bývá ve skriptech a literatuře tento přechod od Fourierovy řady k Fourierově transformaci korektně realizován limitním prodloužením konečné periody na nekonečnou.

C.2 Fourierova transformace v teorii řízení systémů

Na Fourierovu transformaci lze nahlížet obecněji. Jejím výsledkem nemusí být jen popis určitého signálu, ale celého systému resp. jeho prvků popsaných diferenciálními rovnicemi. Budiž systém S (obr. C.1) se vstupem $u = A \sin(\omega t)$. Systém pak převede vstup na výstup $y = B \sin(\omega t + \varphi)$ dle svého charakteru tak, že dojde ke změně amplitudy a k fázovému posuvu signálu. Tyto dvě změny popisuje právě pro každou harmonickou složku amplitudo-fázová charakteristika, která se v kontextu teorie řízení nazývá frekvenční přenos.



Obrázek C.1: Schematické znázornění fyzikálního systému

C.2.1 Frekvenční přenos - definice

Zde je odvozen frekvenční přenos, který se pojí s Fourierovou transformací jako speciální případ přenosu obrazového, který náleží transformaci Laplaceově. Za určitých předpokladů je rozdíl pouze v nezávislé proměnné transformací, která je u Laplaceovy $s = \sigma + i\omega$ a u Fourierovy $i\omega$ (tedy σ je rovno 0).

Nechť je systém S popsán lineární diferenciální rovnicí n -tého řádu s konstantními koeficienty (C.2.1).

$$\begin{aligned} a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y^{(1)}(t) + a_0 y &= \\ = b_0 u(t) + b_1 u^{(1)}(t) + b_2 u^{(2)}(t) + \dots + b_m u^{(m)}(t) \end{aligned} \quad (\text{C.2.1})$$

Rovnice se převede dle Laplaceovy transformace (C.2.2) na tvar (C.2.3).

$$S(s) = \int_0^{\infty} s(t) e^{-st} dt \quad (\text{C.2.2})$$

$$\begin{aligned} a_n \left[s^n Y(s) - \sum_{i=0}^{n-1} s^i y^{(n-i-1)}(0) \right] + \dots + a_2 \left[s^2 Y(s) - s y(0) - y^{(1)}(0) \right] + \\ + a_1 \left[s Y(s) - y(0) \right] + a_0 Y(s) &= b_0 U(s) + b_1 \left[s U(s) - u(0) \right] + \\ + b_2 \left[s^2 U(s) - s u(0) - u^{(1)}(0) \right] + \dots + b_m \left[s^m U(s) - \sum_{i=0}^{m-1} s^i u^{(m-i-1)}(0) \right] \end{aligned} \quad (\text{C.2.3})$$

Vytknutím a uspořádáním lze přejít na úspornější přehledný zápis (C.2.4), který vydělením polynomem $N(s)$ přejde ve finální tvar (C.2.5), tj. vyjádření obrazu výstupu.

$$N(s)Y(s) = M(s)U(s) + P(s) \quad (\text{C.2.4})$$

$$Y(s) = \frac{M(s)}{N(s)}U(s) + \frac{P(s)}{N(s)} \quad (\text{C.2.5})$$

Je evidentní, že zpětnou Laplaceovou transformací se dostane řešení diferenciální rovnice (C.2.1), přičemž nebylo třeba odhadovat partikulární řešení či pracně dopočítávat konstanty. Integrální transformace je velmi efektivní nástroj pro řešení diferenciálních rovnic. Nicméně nyní je cílem odvodit obrazový přenos $F(s)$. Ten je z výrazu (C.2.5) definován jako poměr polynomů $M(s)$ a $N(s)$ (C.2.6).

$$F(s) = \frac{M(s)}{N(s)} \quad (\text{C.2.6})$$

Druhý člen pravé strany $P(s)/N(s)$ se nazývá obraz přechodového děje a vznikl z nenulových počátečních podmínek. Budou-li počáteční podmínky nulové, bude i čitatel $P(s)$ nulový. Výše zmíněná definice obrazového přenosu lze přeformulovat i takto: Obrazový přenos je poměr Laplaceových obrazů výstupu ku vstupu při nulových počátečních podmínkách (C.2.7).

$$\frac{M(s)}{N(s)} = \frac{Y(s)}{U(s)} = F(s) \quad (\text{C.2.7})$$

Tato definice přímo navádí na způsob zjištění obrazového přenosu reálného systému. Bude-li vstup Diracův impuls $u(t) = \delta(t)$, pak bude obraz výstupu roven právě obrazovému přenosu, jelikož obraz Diracova impulsu je dle definice (C.2.2) roven jedné (C.2.8).

$$Y(s) = F(s)U(s) = F(s)\mathbb{1} = F(s) \quad (\text{C.2.8})$$

Odezva (v časové doméně) soustavy na Diracův impuls je impulzní váhová funkce, která je originálem obrazového přenosu.

Posledním krokem je přechod od obrazového k frekvenčnímu přenosu. K tomu dojde pouhou záměnou argumentu s za argument $i\omega$. Závěry jsou pro Fourierovu transformaci pak analogické těm doposud uvedeným pro transformaci Laplaceovu, z nichž dva v tuto chvíli nejdůležitější jsou:

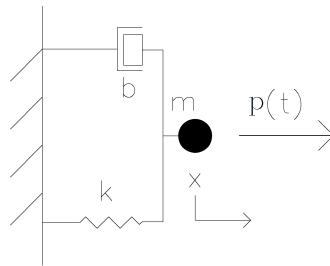
1. definice frekvenčního přenosu (C.2.9),
2. fakt, že odezvou systému na Diracův impuls je impulzní váhové funkce, která je originálem frekvenčního přenosu (C.2.10).

$$F(i\omega) = \frac{Y(i\omega)}{U(i\omega)} \quad (\text{C.2.9})$$

$$Y(i\omega) = F(i\omega)U(i\omega) = F(i\omega)\mathbb{1} = F(i\omega) \quad (\text{C.2.10})$$

C.2.2 Frekvenční přenos - příklad

Budiž harmonickou silou p buzený systém s jedním stupněm volnosti x o hmotnosti m s pružinou o tuhosti k a tlumičem s konstantou tlumení b (obr. C.2). Diferenciální rovnice popisující systém (C.2.11) se přepíše (C.2.12) a Fourierovou transformací převede (C.2.13).



Obrázek C.2: Buzený systém s jedním stupněm volnosti

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = p \quad (\text{C.2.11})$$

$$\ddot{x} + 2\xi\Omega\dot{x} + \Omega^2x = \frac{p}{m} \quad (\text{C.2.12})$$

$$(i\omega)^2X + 2\xi\Omega i\omega X + \Omega^2X = \frac{P}{m} \quad (\text{C.2.13})$$

Uvažováním Diracova impulzu jako vstupu bude $X = 1$ a frekvenční přenos se po několika úpravách vyjádří jako (C.2.14).

$$F(i\omega) = \frac{\frac{1}{m\Omega^2} [1 - (\frac{\omega}{\Omega})^2 - 2\xi(\frac{\omega}{\Omega})i]}{[1 - (\frac{\omega}{\Omega})^2]^2 + [2\xi(\frac{\omega}{\Omega})]^2} = Re + Im \quad (\text{C.2.14})$$

Aplikováním vzorců (C.1.5) na výsledek (C.2.14) se dostane amplitudová a fázová charakteristika systému na obrázku C.2.

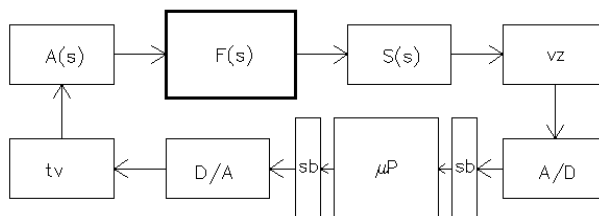
C.3 Diskrétní systémy

Fyzikální děje jsou v klasické fyzice (na rozdíl od kvantové) spojité jevy. Dnešní digitální technika pracuje však s diskrétními daty.

C.3.1 Prvky běžného systému se zpětnou vazbou

Obecné schéma řídicího a řízeného systému je na obrázku C.3. Funkce jednotlivých bloků jsou následující:

- Akční člen $A(s)$ - aktuátor, přímo ovlivňuje systém, často mění polohu nebo rychlost.
- Systém $F(s)$ - fyzikální systém, řízený aktuátorem pomocí zpětné vazby.
- Senzor $S(s)$ - zařízení, které měří určitou veličinu systému (polohu, rychlost atd.).
- Vzorkování vz - zařízení, které převádí spojité signály na diskrétní.
- A/D převodník - zařízení, které fyzikální diskretizovaný signál převádí na číselné hodnoty (např. do binární soustavy).
- Sběrnice sb - skupina signálových vodičů, které zajišťují přenos dat do procesoru a jejich výstup.
- Mikroprocesor μP - zařízení, které opakovaně čte výstup senzoru a počítá vstup, neboli akční zásah.
- D/A převodník - zařízení, které převádí číselné hodnoty představující signál na signál fyzikální diskretizovaný.
- Tvarovač tv - zařízení, které zespojití diskrétní signál.



Obrázek C.3: Obecné schéma systému se zpětnou vazbou

C.3.2 Vzorkovací teorém

Velmi důležitá je vzorkovací perioda (blok vzorkování vz na obr. C.3). Musí být zvolena tak, aby postihla dynamické vlastnosti všech členů. Tyto vlastnosti jsou dány obrazovými přenosy $A(s)$, $F(s)$, $S(s)$.

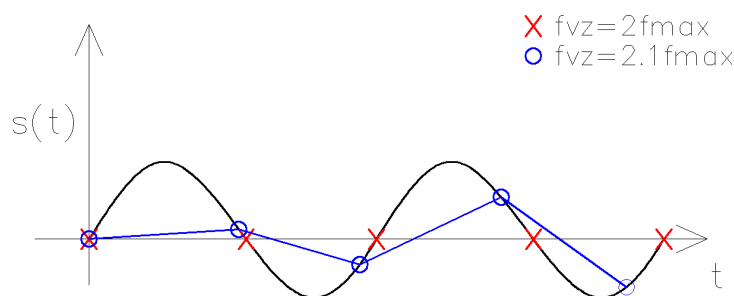
Věta (Shannon-Kotelnikov teorém): Je-li signál $s(t)$ spojitý v čase a frekvenčně omezený ($\exists f_{max}$), potom je veškerá informace o signálu obsažena v hodnotách $s(kT)$; $k = (0, 1, 2\dots)$, pokud pro vzorkovací frekvenci f_{vz} platí:

$$f_{vz} > 2f_{max}; \quad f_{vz} = \frac{1}{T} \quad .$$

Tedy na jednu periodu signálu je potřeba více než dvou vzorků (ostrá nerovnost v teorému). Z obrázku (obr. C.4) je však zřejmé, že tento požadavek v praxi nestačí. Obvykle se volí vyšší vzorkovací frekvence dle použití:

- měření vibrací $\sim 3f_{max}$
- řízení systémů $\sim 20f_{max} - 1000f_{max}$

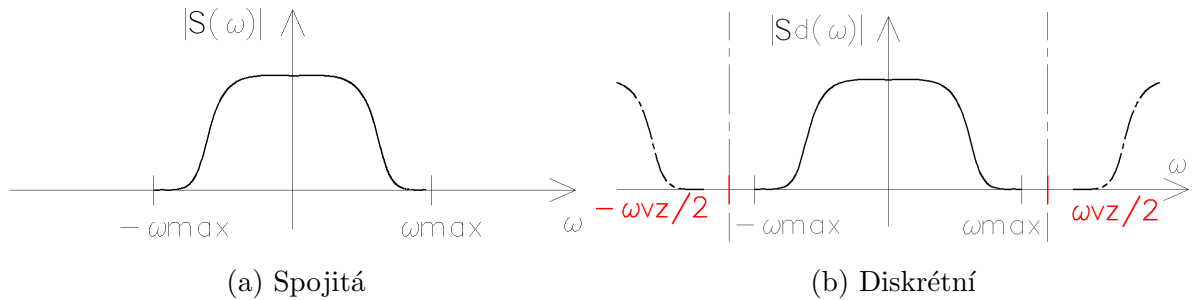
Dle charakteru systému může nastat situace, kdy pro vyšší hodnoty ($f_{vz} > 500f_{max}$) jsou zásahy mikroprocesoru tak rychlé, že systém nestíhá na změny reagovat - stane se sám sobě filtrem.



Obrázek C.4: Znázornění vzorkovacího teorému (právě 2 vzorky na T_{min} nepostačují)

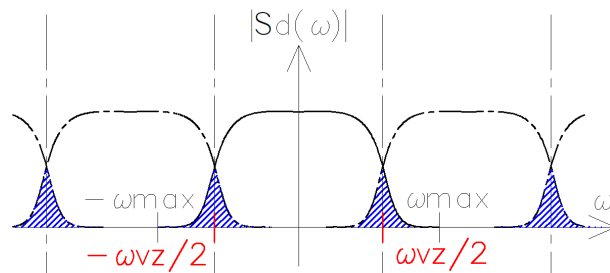
C.3.3 Aliasing

Dodržení Shannon-Kotelnikova teorému je nezbytné i pro určení frekvenčního spektra (potažmo amplitudové charakteristiky systému). Frekvenční spektrum fiktivního signálu (obr. C.5a) je v diskrétním případě periodická (obr. C.5b). Perioda je dána vzorkovací frekvencí ω_{vz} dle obrázku C.5b.



Obrázek C.5: Frekvenční spektrum fiktivního signálu

Problém nastává ve chvíli, kdy vzorkovací frekvence je menší než minimální dovolená dle teorému. Dochází pak ke zkreslení vysoko-frekvenčních složek signálu (obr. C.6). Tento jev se nazývá aliasing.



Obrázek C.6: Zkreslené diskrétní frekvenční spektrum (oblast aliasingu modře)

Je tedy nutné znát nejvyšší pracovní frekvence systému f_{max} a dle nich navrhnout minimální frekvence vzorkovací f_{vz} . Nicméně může nastat situace, kdy nejvyšší pracovní frekvence nejsou absolutně nejvyššími frekvencemi. Např. motor jedoucího automobilu může pracovat na určité frekvenci f_{mot} , která se považuje za maximální. Přitom karoserie se v důsledku aerodynamického odporu může rozkmitat na frekvenci vyšší f_{max} a tak dojde právě k jevu aliasingu. V tomto případě se běžně používá antialiasingový filtr umístěný do systému C.3 před člen vzorkování (vz). Filtr může být i součástí A/D převodníku.

C.4 Interpretace amplitudové a fázové charakteristiky

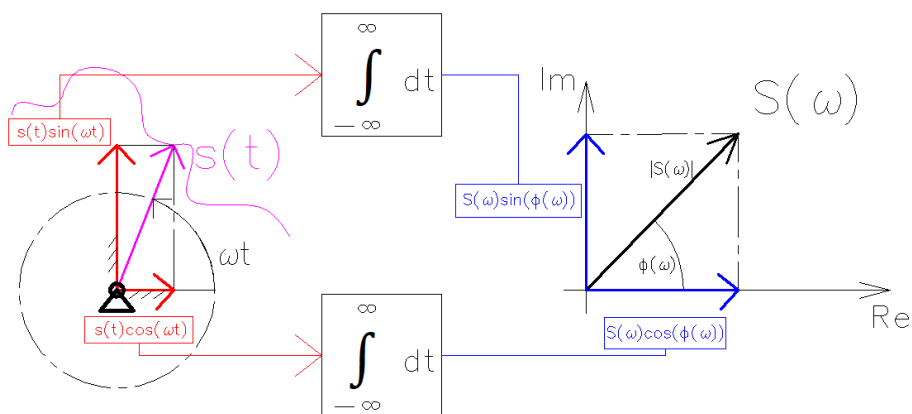
V této podkapitole je nastíněn původ „daných“ vzorců (C.1.5). Fourierova transformace lze pomocí Eulerova vztahu přepsat na ekvivalentní tvar, ve kterém je její význam dobře viditelný (C.4.1).

$$S(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)[\cos \omega t - i \sin \omega t] dt \quad (\text{C.4.1})$$

Z funkcionální analýzy plyne, že integrál (C.4.1) je vlastně skalární součin. Speciálně na druhém tvaru je vidět, že produktem budou dvě komplexní proměnnou i oddělené funkce $S(i\omega) = R(\omega) + iI(\omega)$, přičemž $R(\omega)$ je skalární součin signálu $s(t)$ s funkcí \cos a $I(\omega)$ odpovídá skalárnímu součinu signálu $s(t)$ s funkcí \sin .

Pokus o grafické znázornění transformace je na obrázku C.7. Nechť je signál $s(t)$ znázorněn rotujícím orientovaným vektorem (růžově) o velikosti absolutní hodnoty signálu. Úhlová rychlost vektoru je dána parametrem ω . Nechť je dále počítán průmět vektoru jako funkce času (a parametru ω) do dvou na sebe kolmých směrů (červeně). Signál $s(t)$ je tímto „rozdělena do složek“. Dále nechť jsou tyto průměty integrovány v čase (tím dojde k eliminaci proměnné t a „integrálem přepočítané“ průměty (modře) závisí pouze na parametru ω . Potom velikost každého z transformovaných průmětů (modře) závisí na trajektorii signálu $s(t)$ tímto způsobem:

- Velikost vektoru $s(t)$ (růžově) více ovlivňuje velikost toho transformovaného průmětu (modře), jehož velikost při integraci v čase roste rychleji. Tzn. kumulace dominuje nad průběžným odčítáním a sčítáním dílčích součinů integrandu s diferenciálem času.
- Poměr velikostí transformovaných průmětů (modře) závisí na sudosti / lichosti signálu, která určuje střední hodnotu původních průmětů (červeně) v čase, která určuje velikost integrálů.



Obrázek C.7: Grafické znázornění Fourierovy transformace

Limitním případem je například stav, kdy je signál $s(t) = A \cos(\omega t)$. Potom výsledek postupné integrace vodorovného červeného průmětu $A \cos^2(\omega t)$ monotónně roste (obr. C.7), zatímco integrace svislého červeného průmětu $A \cos(\omega t) \sin(\omega t)$ vede na 0.

Další modelová situace nastává při signálu $s(t) = A$. Růžová trajektorie (obr. C.7) potom bude kružnice a integrál červených průmětů povede na nulu $\forall \omega > 0$. Pouze při nulové úhlové rychlosti vektoru $s(t)$ pro parametr $\omega = 0$ bude výsledek integrálu (integrálů) roven ∞ . To souhlasí s výsledkem Fourierovy transformace konstanty, která dává Diracův impuls $\delta(0)$ ve frekvenčním spektru pro $\omega = 0$ násobený danou konstantou.

Z obrázku C.7 je již zřejmý původ vzorce (C.4.2) pro získání frekvenčního spektra, jehož hodnota pro každou hodnotu ω vzniká měřením přítomnosti dané harmonické složky v signálu $s(t)$, ať už je tato složka lichá (svislý červený průmět), sudá (vodorovný červený průmět), nebo na rozmezí (potom aktivně „měří“ oba integrály).

$$|S(i\omega)| = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} \quad (\text{C.4.2})$$

Druhá informace o signálu se získá poměrem skalárních součinů $R(\omega)$ a $I(\omega)$ (C.4.3).

$$\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{I(\omega)}{R(\omega)}\right) \quad (\text{C.4.3})$$

Asymptotické řešení problému dobře demonstruje význam vzorce:

1. Budiž *sudý* signál $s_s(t)$, který obsahuje všechny harmonické složky. Potom $\phi(\omega) = 0$, což odpovídá „nulovému odchýlení signálu $s_s(t)$ od sudosti.“ - tedy fázový posuv 0.

$$\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{I(\omega)}{R(\omega)}\right) = \arctan\frac{0}{R(\omega)} = 0$$

2. Budiž *lichý* signál $s_l(t)$, který obsahuje všechny harmonické složky. Potom $\phi(\omega) = \pi/2$, což odpovídá „úplnému odchýlení signálu $s_l(t)$ od sudosti.“ - tedy fázový posuv $\pi/2$.

$$\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{I(\omega)}{R(\omega)}\right) = \arctan\frac{I(\omega)}{0} = \frac{\pi}{2}$$

V tomto případě (transformace jednoho signálu) je fyzikální význam vzorce pro získání frekvenčního spektra (C.4.2) jasný, avšak zavedení výrazu (C.4.3) intuitivní není. V obecném signálu $s(t)$ může být jedna harmonická složka zastoupena několikrát a být od sebe vzájemně fázově posunutá. Vzorec (C.4.3) pak popisuje „střední hodnotu“ fázového posuvu dané harmonické složky, což není užitečná informace. Navíc je to pojem relativní, dle voleného počátku $t = 0$.

Situace se změní při určování frekvenčního přenosu $F(i\omega)$ systému S (obr. C.1) definovaného v kapitole C.2.1 jako (C.4.4), kde Y a U je Fourierova transformace výstupu a vstupu.

$$F(i\omega) = \frac{Y(i\omega)}{U(i\omega)} \quad (\text{C.4.4})$$

Amplitudová charakteristika systému $|F(\omega)|$ získaná dle (C.4.2) díky podělení (C.4.4) vyjadřuje závislost poměru amplitud vstupu a výstupu na úhlové frekvenci ω . Tedy pro harmonickou složku, která se nezeslabí resp. nezesílí bude $|F(\omega)| = 1$.

Význam fázové charakteristiky systému $\varphi(\omega)$ získané dle (C.4.3) lze vysvětlit na příkladech. Budiž výstup $Y(i\omega) = a + ib$ a vstup $U(i\omega) = c + id$, kde a, b, c, d jsou libovolné funkce. Frekvenční přenos $F(i\omega)$ pak odpovídá výrazu (C.4.5).

$$F(i\omega) = \frac{a + ib}{c + id} \quad (\text{C.4.5})$$

Potom pro fázovou charakteristiku platí (C.4.6).

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{I(F(i\omega))}{R(F(i\omega))}\right) = \arctan\frac{bc - ad}{ac + bd} \quad (\text{C.4.6})$$

Výše bylo ukázáno, že význam funkcí a, b, c, d , které jsou skalárními součiny, je následující:

- funkce a měří sudost výstupu pro každou z harmonických složek,
- funkce b měří lichost výstupu pro každou z harmonických složek,
- funkce c měří sudost vstupu pro každou z harmonických složek,
- funkce d měří lichost vstupu pro každou z harmonických složek.

Potom lze získat asymptotické řešení (C.4.6) pro krajní případy:

1. Budiž *sudý* vstup $u_s(t)$, který obsahuje všechny harmonické složky a *sudý* výstup $y_s(t)$, který obsahuje všechny harmonické složky. Potom $b = d = 0$ a tedy $\varphi(\omega) = 0$, což odpovídá situaci, kdy systém vstupní signál nijak fázově neposunul (nebo o sudý násobek $\pi/2$), tedy nulovému fázovému posuvu.

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{bc - ad}{ac + bd} = \arctan \frac{0 - 0}{ac + 0} = 0$$

2. Budiž *sudý* vstup $u_s(t)$, který obsahuje všechny harmonické složky a *lichý* výstup $y_l(t)$, který obsahuje všechny harmonické složky. Potom $b = c = 0$ a tedy $\varphi(\omega) = -\pi/2$, což odpovídá situaci, kdy systém vstupní signál posune o $-\pi/2$ (nebo o lichý násobek $\pi/2$).

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{bc - ad}{ac + bd} = \arctan \frac{0 - ad}{0 + 0} = -\frac{\pi}{2}$$

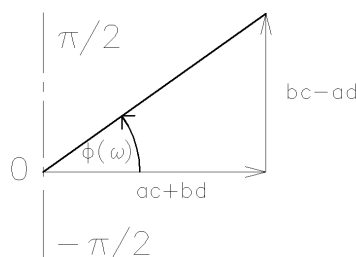
3. Budiž *lichý* vstup $u_l(t)$, který obsahuje všechny harmonické složky a *sudý* výstup $y_s(t)$, který obsahuje všechny harmonické složky. Potom $a = d = 0$ a tedy $\varphi(\omega) = \pi/2$, což odpovídá situaci, kdy systém vstupní signál posune o $\pi/2$ (nebo o lichý násobek $\pi/2$).

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{bc - ad}{ac + bd} = \arctan \frac{bc - 0}{0 + 0} = \frac{\pi}{2}$$

4. Budiž *lichý* vstup $u_l(t)$, který obsahuje všechny harmonické složky a *lichý* výstup $y_l(t)$, který obsahuje všechny harmonické složky. Potom $a = c = 0$ a tedy $\varphi(\omega) = 0$, což odpovídá situaci, kdy systém vstupní signál nijak fázově neposunul (nebo o sudý násobek $\pi/2$), tedy nulovému fázovému posuvu.

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{bc - ad}{ac + bd} = \arctan \frac{0 - 0}{0 + bd} = 0$$

Znaménka fázového posunu u 2. a 3. možnosti jsou otázkou konvence. Celé spektrum možností pak ukazuje grafické znázornění (obr. C.8). Fázová charakteristika popisuje fázové posuny jednotlivých harmonických složek při průchodu systémem.



Obrázek C.8: Spektrum hodnot fázové charakteristiky v plném rozsahu

Příloha D

Stručný popis parametrů explicitního schématu LS-DYNA

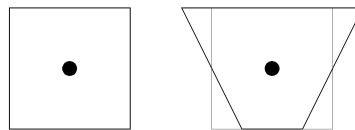
Praktická část práce je úzce spjata s numerickým řešičem LS-DYNA. Veškeré informace k použitým parametrům lze dohledat v pdf manuálech [59,60,61,62]. Nedílným zdrojem informací byly podrobnější popisy těchto parametrů na stránkách podpory [64,65]. V prezentacích z oficiálních LS-DYNA konferencí [66] lze najít mnoho užitečných výsledků z již ostatními uživateli provedených testovacích úloh. Tato příloha stručně popisuje v práci použité parametry tak, aby v oboru znalý čtenář nebyl nucen pátrat po jejich významu ve výčtu zdrojů, ačkoli se třeba liší pouze názvoslovím od čtenářem preferovaného softwaru. Mírně podrobnějšímu popisu se příloha věnuje pouze v případě numerické integrace v prostoru v souvislosti s výskytem módů deformace s nulovou deformační energií (ang. „hourglass“).

D.1 Způsob integrace veličin v elementu

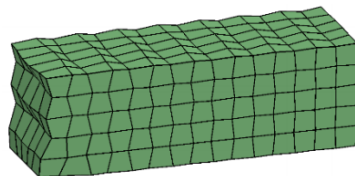
Často se v konečně-prvkovém výpočtu užívá numerické integrace přes objem elementu. Jelikož tato numerická integrace probíhá v dynamických výpočtech v každém kroku, existují optimalizační metody, které řešení příliš nezkrusí. Nejběžnější postup pro krychlový element je použití pouze jednoho integračního bodu místo exaktní formulace s osmi integračními body (pro osm uzlů), tj. úplná integrace. Dále existuje úplná integrace selektivní, která vychází z různých předpokladů a poskytuje tak kompromis mezi úplnou integrací a jedním integračním bodem. Pokud je vytvořena velmi pravidelná síť, lze použít další předpoklady a zefektivnit tak metody pracující s více integračními body v rámci jednoho elementu.

D.2 Kontrola módů deformace s nulovou deformační energií (hourglass control)

Zjednodušení procesu integrace s sebou nese ale i jistá úskalí. Budiž 2D čtvercový element (obr. D.1) deformovaný dle obrázku s jedním integračním bodem. Integrovaná deformace po jeho ploše je ve výsledku nulová, tzn. existuje mód deformace, který neukládá žádnou deformační energii. Metoda konečných prvků je založená na hledání deformace tělesa s minimální potenciální energií, ale objevený mód její hodnotu nezvedá, tudíž může probíhat bez jakékoli penalizace vnitřními silami. Tento efekt se nazývá „hourglassing“ a projevuje se obdobně na krychlových elementech nerealistickou deformací sítě (obr. D.2). Takováto síť pak způsobuje zkreslený průběh posuvů, ale napětí jsou ovlivněna minimálně na rozdíl od případu uzamčené sítě, kdy efekt bývá opačný, viz dále.



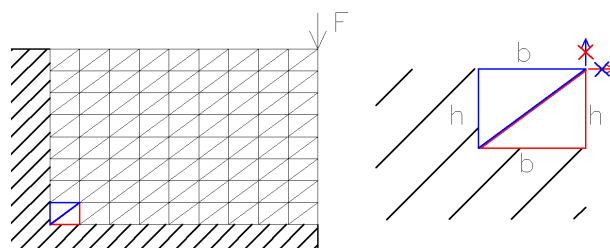
Obrázek D.1: Projev „znestabilnění“ sítě (hourglass efekt) ve 2D



Obrázek D.2: Projev „znestabilnění“ sítě (hourglass efekt) ve 3D [67]

Předcházení těmto módům deformací spočívá v umělém přidání viskozity nebo tuhosti (2 různé typy) elementům, které používají redukovanou formu integrace.

Na druhou stranu, „hourglassing“ nemusí mít jen negativní dopady. Integrací pole veličiny do jednoho bodu v rámci elementu zabrání uzamčení sítě, což je stav, který elementu nedovolí se plasticky deformovat. Nechť je modelováno 2D těleso z trojúhelníkových elementů (obr. D.3) zatížené silou F . Pokud je definována plastická nestlačitelnost, pak vetknutí způsobí uzamčení dvou barevně zvýrazněných 2 elementů, které pak uzamknou celou síť (vzniknou dvě nová rohová vetknutí).



Obrázek D.3: Zamknutí sítě

Toto chování způsobuje právě plastická nestlačitelnost, tj. plocha elementu $S = \frac{1}{2}bh$ se nemění. U červeného elementu je rozměr b fixovaný vetknutím a rozměr h se tedy nemůže měnit. V kombinaci s modrým elementem, kde je situace opačná pak oba elementy dohromady tvoří zámek celé sítě.

Je zřejmé že parametr způsobu integrace a „hourglass control“ jsou užitečné zvláště při plastických deformacích, na elastické by měly mít menší vliv. Oba parametry by měly být definovány s vzájemným respektováním jejich důsledků.

D.3 Faktor délky kroku výpočtu

Délka kroku výpočtu přímo plyne z charakteristického rozměru nejmenšího elementu, objemové viskozity, která je v určité míře definována již ve výchozím nastavení modelu a z rychlosti zvuku potenciálně se šířícího daným elementem. Tato kritická délka kroku je dále násobena faktorem, kterým je výsledná krok korigován. Výchozí hodnota faktoru je 0,9. Pro simulování explozí je manuálem doporučena hodnota 0,67.

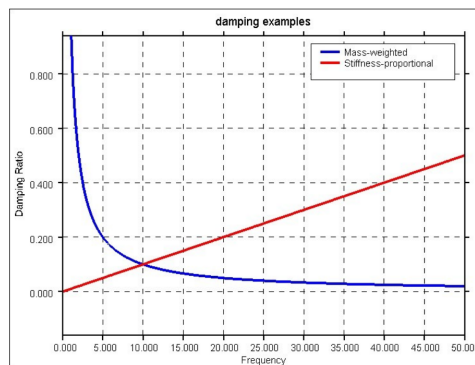
D.4 Materiálové tlumení

Metod tlumení je v kódu LS-DYNA implementováno více. Jedná se o dvě rodiny formulací:

- hmotnostní tlumení - úměrné rychlosti, hmotě a zadané konstantě,
- tuhostní tlumení - úměrné rychlosti změny napětí v elementu a zadané konstantě.

Z definice první rodiny plyne, že tlumení toho typu ovlivňuje i pohyb tělesa jako tuhého celku. To v určitých typech úloh může být problém. Preprocesor LSPP však umožňuje nastavit hodnoty tlumení zvlášť pro každý okamžik simulace (definicí křivky závislé na čase) - může být tedy spuštěno až od určitého času. Tato rodina je vhodná pro tlumení nízkých frekvencí.

Druhá rodina je efektivní pro tlumení vysokých frekvencí a její výhoda spočívá ve faktu, že netlumí pohyb tělesa jako tuhého celku. Definicí tlumení z obou rodin vzniká tlumení Rayleighovo, které umožňuje nezávisle definovat tlumení přesně právě pro dvě frekvence (obr. D.4).



Obrázek D.4: Příklad tlumení hmotnostního (modře) a tuhostního (červeně) [68]

Kód LS-DYNA však umožňuje kromě nezávislé kombinace těchto dvou tlumení použít třetí nezávislý způsob - konstantní útlum definovaného intervalu frekvencí. Stručný komentář ke všem typům tlumení je v následujících odstavcích.

Globální tlumení patří do rodiny hmotnostních, vyžaduje pouze zadání hodnoty parametru D_s , který manuál [59,61] doporučuje nastavit na hodnotu $= 4\xi\pi f_{min}$, kde ξ je poměrný útlum a f_{min} nejnižší frekvence v oblasti zájmu. Toto tlumení lze aplikovat i na jednotlivé části modelu pomocí příslušných karet.

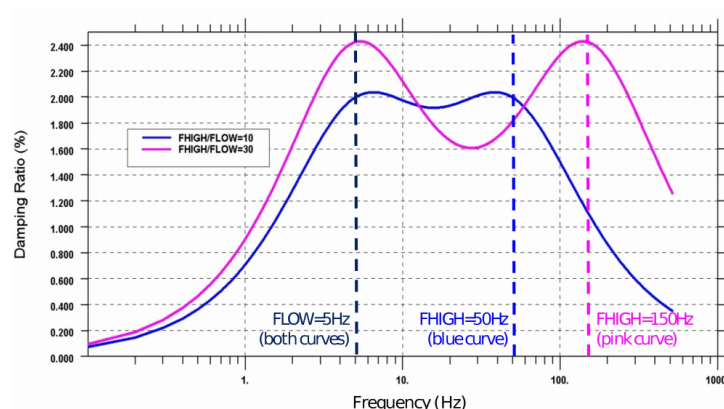
Tuhostní tlumení se aplikuje přímo na jednotlivé části modelu, zadává se přímo jeden z Rayleigho koeficientů.

Konstantní tlumení na intervalu frekvencí vyžaduje zadání intervalu frekvencí, které mají být tlumeny a příslušný poměrný útlum ξ . Tento způsob je však spojen s poklesem tuhosti materiálu. Manuál [59,61] doporučuje navýšení tuhosti materiálu v závislosti na vstupech definující tlumení (obr. D.5). Toto tlumení tlumí i pohyb tělesa jako tuhého celku, patří do rodiny hmotnostních.

Frequency	F_{high} / F_{low}			
		3 to 30	30 to 300	300 to 3000
Error at F_{low}				
Damping	0.01	3%	4.5%	6%
Ratio	0.02	6%	9%	12%
	0.04	12%	18%	24%

Obrázek D.5: Doporučení navýšení tuhosti materiálu při konstantním poměrném tlumení ξ na intervalu frekvencí $f_{min} - f_{max}$ [61]

Nicméně konstantní tlumení na daném intervalu lze definovat i ve variantě, kdy nedochází k útlumu pohybu tělesa jako tuhého celku pomocí karty `_DEFORM`, potom se jedná o tuhostní rodinu. V tomto případě roste dynamická tuhost, což je opačný efekt, než u předchozí varianty. Příklad tohoto tlumení je na obrázku D.6.



Obrázek D.6: Charakter tlumení s konstantou 0.02 na intervalu 5 - 50 Hz (modře) a 5 - 150 Hz (růžově)

D.5 Kontaktní algoritmus

Existuje několik základních typů algoritmu. V zásadě se jedná o algoritmus uzly - povrch a povrch - povrch. Oba tyto algoritmy mohou být definované jednosměrně, což vyžaduje informaci, který z dvou kontaktních členů vede („master“) a který se kontroluje na penetraci („slave“). Obvykle vede povrch jednoho tělesa a tedy lze použít i hrubou síť („master“). Zatímco druhé těleso by mělo mít jemnou síť uzlů („slave“), aby nedocházelo kromě k *hlídané* penetraci uzlů vedeného tělesa („slave“) skrz povrchy druhého („master“) ani k *nehlídané* penetraci ploch „slave“ tělesa uzly „master“ tělesa, což pro danou definici kontaktu není vyloučené chování. Algoritmus kontakt - kontakt pak kontroluje průnik ploch prvního a druhého tělesa. Druhá možnost je obousměrná definice kontaktu, z čehož plyne, že na výběru vedeného a podřizujícího se tělesa nezáleží.

U kontaktu je stěžejní jeho „tuhost“. Při výpočtu k penetraci vždy dojde, záleží však na tom, jaký odpor je v následujícím časovém kroku proniknutí kladen, čímž má být eliminováno. Tato tuhost může být počítána pomocí metody penalizace (parametr `SOFT = 0`), či metody vazbové formulace (parametr `SOFT = 1`), která vede na řádově vyšší tuhost, čímž se penetrace eliminují, ale hrozí výskyt intenzivních oscilací. Tuhost druhé metody lze dále faktorizovat parametrem `SOFSCAL`, na jehož hodnotu však existují jistá omezení [59,61].

D.6 Tření

Tření se definuje v rámci kontaktu. Jeho charakteristika je určena třemi parametry:

- Statický součinitel tření `FS`
- Dynamický součinitel tření `FD`
- Exponent závislosti `DC`

Okamžitý součinitel tření je určen předpisem:

$$\mu = FD + (FS - FD)e^{-DC|v_{rel}|} \quad ,$$

kde v_{rel} je relativní rychlost povrchů kontaktu.

D.7 Geometrické imperfekce

Imperfekce v geometrii tělesa lze do určité míry modelovat manuálně (zkosené čelo tyče, která nebyla precizně kolmo na její podélnou osu frézou uříznuta apod.). Modelování drsnosti povrchu je však ručně velmi neefektivní. Manuální předepisování souřadnic každého uzlu povrchu je časově náročné. Proto v programu LS-DYNA existují algoritmy pro automatickou distribuci odchylek v určitém setu uzlů. Existuje několik typů distribucí, např. dle pravděpodobnostních rozdělení či pomocí vychýlení jednoho uzlu a následným rozšířením výchylky do okolí s exponenciálním útlumem, kde nezávisle proměnnou je vzdálenost od vychýleného uzlu apod.

V práci je použita distribuce odchylek pomocí goniometrických funkcí, řízená předpisem:

$$p_{CMP}(x, y, z) = SCL * AMPL \left[\sin\left(2\pi \frac{x + XOFF}{XWL}\right) + \sin\left(2\pi \frac{y + YOFF}{YWL}\right) + \sin\left(2\pi \frac{z + ZOFF}{ZWL}\right) \right]$$

Obrázek D.7: Předpis pro šíření geom. imperfekcí pomocí goniometrické funkce [61]

Význam jednotlivých konstant je zřejmý - `WL` vlnová délka, `OFF` posun funkce po dané souřadnici.

D.8 Způsob výpočtu rychlosti deformace v průběhu simulace

Řešič LS-DYNA umožňuje použít různé formulace výpočtu rychlosti deformace, což má vliv na chování materiálu se zavedenou závislostí na časové derivaci deformace:

1. standardní ($VP = 0$) - efektivní rychlost deformace je počítána z komponentů tenzoru okamžité rychlosti deformace,
2. viskoplastická ($VP = 1$) - efektivní rychlost deformace je počítána z plastické části tenzoru rychlosti deformace.

První možnost je časově méně náročná, ale v důsledku zjednodušení může docházet k vysokým oscilacím rychlosti deformace a tudíž ke zkreslení deformační odezvy. Druhá možnost je přesnější za cenu delších iterací.