

Bakalářská práce



České
vysoké
učení technické
v Praze

F3

Fakulta elektrotechnická
Katedra kybernetiky

Řízení polohy robotické hexakoptéry

Martin Jiroušek

Vedoucí práce: Ing. Jan Chudoba
Studijní program: Kybernetika a robotika
Květen 2020

Poděkování

Rád bych poděkoval své rodině a především přítelkyni za oporu, kterou mi v dosavadní etapě studia byly. Děkuji také vedoucímu práce, Ing. Janu Chudobovi, za nezměrnou ochotu a trpělivost. Bez jeho odborné podpory by práce nevznikla.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze, 22. května 2020

.....
podpis autora práce

Abstrakt

Tato práce se zabývá návrhem, implementací a experimentálním ověřením polohového regulátoru bezpilotní vícerozové helikoptéry. Za tímto účelem je odvozen, identifikován a ověřen model helikoptéry. Využitím metody Root Locus je navržen řídicí systém skládající se z PID a PD regulátorů. Ten je implementován v jazyce C/C++ na palubním počítači helikoptéry, který je schopen nastavovat reference vestavěnému regulátoru orientace a přijímat zpětnou vazbu od Motion Capture systému. Práce experimentálně dokazuje, že implementovaný systém splňuje nároky většiny běžných aplikací.

Klíčová slova: řízení polohy, model, bezpilotní letoun, UAV

Vedoucí práce: Ing. Jan Chudoba
CIIRC,
Jugoslávských partyzánů 3,
Praha 6

Abstract

This work deals with design, implementation and experimental verification of an unmanned aerial vehicle position controller. In this purpose, a model of a helicopter is derived, identified and validated. A control system consisting of PID and PD controllers is designed using Root Locus Method. It is implemented in C/C++ on an onboard computer which is able to set set-points of an integrated attitude controller and receive feedback from a Motion Capture System. The work experimentally proves, that the implemented system suits requirements of most common applications.

Keywords: position control, model, unmanned aerial vehicle, UAV

Title translation: Position control of robotic hexacopter

Obsah

1 Úvod	1	3.1.3 Vertikální dynamika	12
1.1 Kontext problému	2	3.1.4 Horizontální dynamika	13
1.2 Specifikace úlohy	2	3.1.5 Stavové rovnice	13
2 Uspořádání úlohy	5	3.2 Linearizace	14
2.1 Platforma	5	3.2.1 Pracovní bod	14
2.1.1 Popis platformy	5	3.2.2 Linearizace modelu hexakoptéry	15
2.1.2 Aplikace platformy	6	3.3 Identifikace parametrů systému .	17
2.2 Vicon	6	3.3.1 Metoda nejmenších čtverců . .	18
2.2.1 Popis systému Vicon	7	3.3.2 Derivace naměřených dat . . .	18
2.2.2 Využití Motion Capture systému	8	3.3.3 Identifikace parametrů modelu hexakoptéry	19
2.3 Shrnutí	8	3.3.4 Nelinearity	23
3 Matematický model	9	3.4 Shrnutí	25
3.1 Dynamika vícerotorových helikoptér	10	4 Řídící systém	27
3.1.1 Souřadnicové systémy	10	4.1 Nároky na řízení	27
3.1.2 Dynamika regulátoru orientace	11	4.2 PID regulátory	28
		4.3 Architektura řídicího systému . .	28
		4.4 Návrh regulátorů	28

4.4.1 Regulátor horizontální rychlosti	29	6 Experimenty	47
4.4.2 Regulátor horizontální polohy	33	6.1 Odhad rychlostí	47
4.4.3 Regulátor vertikální polohy .	34	6.2 Statická reference	48
4.4.4 Regulátor azimutu	36	6.2.1 Držení stálé polohy	48
4.5 Diskretizace regulátoru	36	6.2.2 Odmítnutí poruchy	49
4.6 Kalmanův filtr	37	6.3 Dynamická reference	49
4.6.1 Algoritmus	38	6.3.1 Odezva na skok	49
4.7 Shrnutí	39	6.3.2 Sledování trajektorie	53
5 Implementace	41	6.4 Shrnutí	54
5.1 Implementace Kalmanova filtru .	41	7 Závěr	55
5.1.1 Ladění Kalmanova filtru	42	7.0.1 Budoucí práce	56
5.2 Řídící systém	43	A Literatura	57
5.2.1 Filtr difference regulační odchylky	43	B Přehled matematické notace	61
5.2.2 Anti-windup	44	C Seznam zkratk	63
5.2.3 Algoritmus	44	D Obsah DVD	65
5.3 Ladění řídicího systému	46	E Zadání práce	67
5.4 Shrnutí	46		

Obrázky

1.1 Znázornění smyček systému.	3	3.6 Pásmo necitlivosti vertikálního pod systému.	26
2.1 AscTec Firefly. Převzato z [1]. ...	6	3.7 Nelinearita azimutálního pod systému.	26
2.2 Diagram znázorňující jednotlivé výpočetní bloky platformy a jejich vzájemnou komunikaci. Převzato z [2].	7	4.1 Schéma architektury řídicího systému.	29
2.3 Diagram uzavřené smyčky řídicího systému.	8	4.2 Root locus systému rozšířeného o regulátory.	31
3.1 Znázornění souřadnicových systémů a Eulerových úhlů.	11	4.3 Charakteristiky PID regulátoru.	32
3.2 Graf středové difference polohy $z^{(W)}$ a rychlosti $v_z^{(W)}$ před a po aplikaci loess filtru [3].	19	4.4 Návrh regulátoru horizontální polohy.	34
3.3 Porovnání stavů horizontálního modelu odhadovaných pozorovatelem v otevřené smyčce s naměřenými daty a jejich derivací.	22	4.5 Skoková odezva navržených P a PD regulátorů.	35
3.4 Porovnání stavů vertikálního modelu, odhadovaných pozorovatelem v otevřené smyčce, s naměřenými daty a jejich derivací.	24	4.6 Návrh regulátoru vertikální polohy.	35
3.5 Porovnání stavů modelu rotace kolem osy z_W , odhadovaných pozorovatelem v otevřené smyčce, s naměřenými daty a jejich derivací.	25	4.7 Skoková odezva uzavřené smyčky azimutálního pod systému.	37
		4.8 Statická převodní charakteristika znázorňující úpravu nelinearity. ...	37
		6.1 Odhad rychlosti využitím Kalmanova filtru.	48
		6.2 Statická charakteristika systému.	49
		6.3 Měření robustnosti systému vůči náhlým poruchám.	50

6.4 Závislost skokové odezvy na rychlostním limitu.	51
6.5 Skoková odezva uzavřené smyčky regulátoru horizontální rychlosti. ...	51
6.6 Experiment znázorňující kaskádní charakter regulátoru.	52
6.7 Skoková odezva uzavřené smyčky regulátoru výšky a výstup regulátoru.	53
6.8 Skoková odezva uzavřené smyčky regulátoru azimutu a výstup regulátoru.	53
6.9 Časový průběh sledování harmonické reference.	54
6.10 Porovnání požadované trajektorie s naměřenou.	54

Tabulky

3.1 Přehled a význam definovaných Eulerových úhlů.	10
3.2 Přehled definovaných souřadnicových systémů	10
5.1 Přehled notace použité v pseudokódu.	45
6.1 Statistika regulačních odchylek v klidovém stavu	48
6.2 Statistika odchylek měřené polohy od kruhové trajektorie.	53
B.1 Přehled matematické notace ...	61
C.1 Seznam zkratk	63
D.1 Obsah DVD	65

Kapitola 1

Úvod

Bezpilotní letouny (UAV) s vertikálním startem během posledních let prošly obrovským vývojem. Ten byl podmíněn především nárůstem výpočetního výkonu a poklesem cen senzorů, aktuátorů a polovodičové techniky. Bezpilotní helikoptéry nyní nachází uplatnění v širokém spektru odvětví čítajícím např. filmový či zábavní průmysl, bezpečnost a obranu nebo inspekční techniku. Jejich konstrukce je zpravidla velice jednoduchá, díky čemuž získaly oblíbenost mezi modeláři. Typicky se skládají z pevného rámu s rameny, na jejichž koncích se nachází bezkartáčové elektromotory. Ve středu rámu je připevněna deska se senzory, anténou a výpočetní jednotkou, na níž je implementován řídicí algoritmus. Jednoduchá konstrukce má ale za důsledky vysokou nestabilitu a podaktuaci. Zmíněné vlastnosti si vynucují přítomnost řídicího systému.

Článek [4] stručně přibližuje historii vývoje řídicích systémů ubírajícího se od svého počátku dvěma směry, které se od sebe liší řízenými veličinami: řízení orientace (attitude control) a řízení polohy (position control). Tato práce se zabývá druhým ze zmíněných směrů, přičemž využívá již implementovaného regulátoru orientace. Hlavní motivace polohového regulátoru spočívá v umožnění sledovat trajektorii. Tato schopnost je zásadní, neboť téměř každá úloha může být zadána v podobě trajektorie (ať už předdefinované nebo za letu generované). Polohový regulátor lze tedy vnímat jako základ, na němž je možné postavit autonomní systém.

1.1 Kontext problému

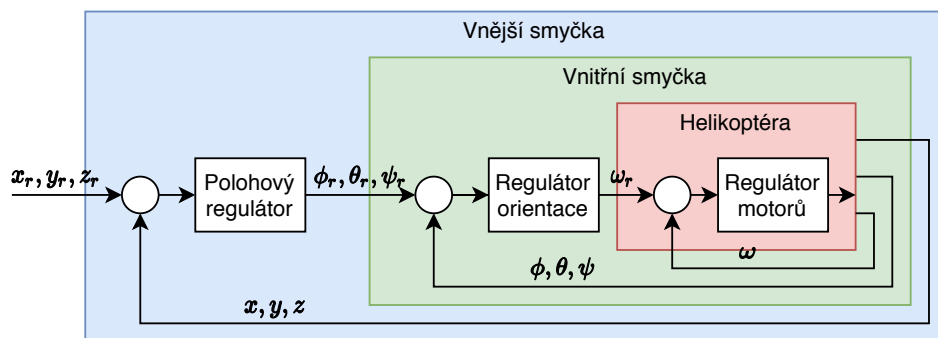
S polohovým řídicím systémem úzce souvisí problematika odhadování polohy [5]. Z toho důvodu se při návrhu regulátoru často používá (např. v [6] nebo v [7]) Motion Capture systém (např. Vicon), s jehož využitím je poloha přímo měřena a tedy odpadá nutnost jí odhadovat. Takto navržený regulátor je ale sám o sobě prakticky nevyužitelný, jelikož je schopen operovat pouze v laboratorních podmínkách. Za účelem praktického využití je nezbytné rozšíření o pozorovatele, který na základě měření zprostředkovaných osazenými senzory či případně GPS odhaduje aktuální polohu.

V článku [4] je uveden přehled metod řízení bezpilotních helikoptér. Řada prací (např. [8], [9]) simulačně či experimentálně ukazuje, že v laboratorních podmínkách dosahují poměrně uspokojivých výsledků i jednoduché PID regulátory a jejich různé modifikace. Tato řešení ale v prostředí s poruchami a nejistotami trpí velkými odchylkami od trajektorie, což znemožňuje jejich využití v náročnějších úlohách. Za tímto účelem v posledních letech byly, a nadále jsou, zkoumány pokročilejší řídicí algoritmy jako např. adaptivní regulátory [10] nebo Model Predictive Control [11].

1.2 Specifikace úlohy

Cílem této práce je návrh a implementace polohového regulátoru pro hexakoptéru poskytnutou pracovištěm vedoucího práce. Zpětnou vazbu řídicímu systému, který je implementován na palubním počítači helikoptéry v jazyce C/C++, zprostředkovává Motion Capture systém Vicon. Navržený řídicí systém by měl využívat vestavěného regulátoru orientace a tedy tvořit vnější smyčku znázorněnou schématem 1.1. Využití polohového regulátoru zatím není specifikováno, z čehož plyne požadavek na to, aby byl co nejuniverzálnější a mohl být nasazen na co nejširší spektrum úloh.

Práce má následující strukturu. V kapitole 2 je popsáno uspořádání úlohy a jsou rozebrány nejdůležitější prvky smyčky. Kapitola 3 se zabývá odvozením lineárního modelu hexakoptéry a identifikací jeho parametrů. Následuje kapitola 4, v rámci které je proveden návrh řídicího systému. Implementace a nezbytné úpravy navrženého regulátoru jsou popsány kapitolou 5. Experimenty ověřující funkci řídicího systému uvádí kapitola 6.



Obrázek 1.1: Znázornění smyček systému.

Kapitola 2

Uspořádání úlohy

V této kapitole je přiblíženo uspořádání celé úlohy a využitý hardware. Sice se nejedná o předmět práce, nicméně za účelem implementace regulátoru je nezbytná znalost funkcí všech prvků, které se nacházejí ve vnější smyčce.

2.1 Platforma

Pracoviště vedoucího práce pro tento projekt poskytlo helikoptéru Firefly od společnosti AscTec zachycenou na obrázku 2.1. Jedná se o model, který je primárně určen pro výzkumné účely, v důsledku čehož výrobce poskytuje podporu v podobě API a zdrojových kódů.

2.1.1 Popis platformy

Na obrázku 2.2 je znázorněn diagram, který popisuje výpočetní a komunikační stránku systému. Je z něj evidentní, že je helikoptéra osazena dvěma procesory. Low Level (dále LL) procesor čte výstupy senzorů a na jejich základě odhaduje pro řízení významné veličiny (Eulerovy úhly, zrychlení, polohu, atd...). Tyto odhady jsou dále využity pro samotné řízení zprostředkované vestavěnými regulátory. Helikoptéra je schopna operovat v několika režimech určujících regulovanou veličinu (polohu, orientaci a individuální otáčky ro-



Obrázek 2.1: AscTec Firefly. Převzato z [1].

torů)¹. Reference jsou těmto regulátorům nastavovány buď prostřednictvím přímé komunikace *pozemní či palubní počítač ↔ LL procesor* využívající UART nebo s využitím rychlejší komunikace mezi High Level (dále HL) a LL procesory. HL procesor je poskytnut uživatelské implementaci. Podobně jako LL procesor je schopen komunikovat s pozemním či palubním počítačem, tentokrát ale s vyšší frekvencí činící 1 kHz.

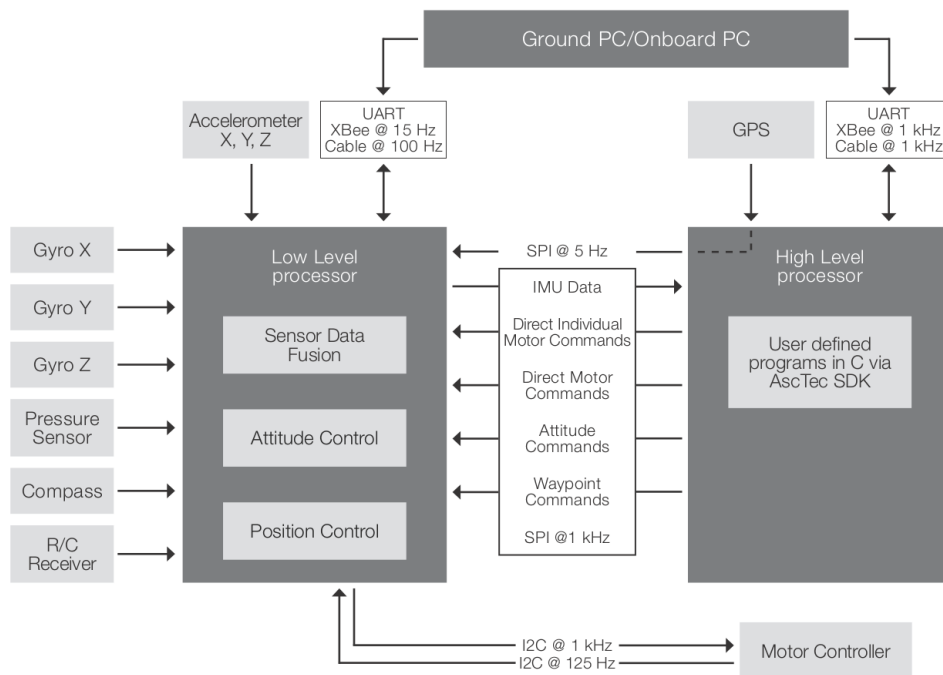
■ 2.1.2 Aplikace platformy

Zadání práce specifikuje, že má být navržený regulátor implementován na palubním počítači helikoptéry a že má využívat vestavěného regulátoru orientace. Z obrázku 2.2 je evidentní, že komunikace mezi palubním počítačem a LL procesorem dosahující nejvyšší možné frekvence (1 kHz) vede přes HL procesor. Palubní počítač tedy bude komunikovat s HL procesorem využitím USB a ten data v podobě referencí regulátoru orientace bude přeměňovat LL procesoru, kde budou zpracována vestavěným regulátorem. V této práci je pro účely palubního počítače užit GNU/Linux systém disponující čtyřjádrovým procesorem Intel Core i7-7567U a 8 GB operační paměti.

■ 2.2 Vicon

Regulátor implementovaný na palubním počítači je schopen od LL procesoru přijímat data z inerciální měřicí jednotky, na jejichž základě by mohly být

¹Při ovládní vysiřlčkou je aktivní regulátor orientace, který přijaté signály interpretuje jako reference.



Obrázek 2.2: Diagram znázorňující jednotlivé výpočetní bloky platformy a jejich vzájemnou komunikaci. Převzato z [2].

odhadovány stavy systému (tedy i poloha). Tento odhad by dále zprostředkoval zpětnou vazbu zmíněnému regulátoru. Odhadování stavů a problémy s tím spojené (např. drift polohy) lze eliminovat lokalizací využívající Motion Capture systém Vicon, jímž je vybavena laboratoř pracoviště vedoucího práce.

2.2.1 Popis systému Vicon

Jedná se o soustavu infračervených kamer [12]. Tyto kamery jsou citlivé pouze na vysoce odrazivý materiál. Na předmět, který má být systémem lokalizován, se tedy zpravidla přichycují malé kuličky s povrchem ze zmíněného materiálu. Systém je schopen měřit polohy středů těchto kuliček a prostřednictvím ethernetu² je předávat počítači, kde jsou dále zpracovány v závislosti na úloze. Systém Vicon může být vybaven různými modely kamer, jejichž rozlišení se pohybuje mezi 1,3 a 16 MP a frekvence snímků činí 120 Hz - 2 kHz, přičemž je mezi těmito parametry jistá korelace³. Ačkoliv systém v [13] obsahuje méně výkoné kamery než ten, který je využit v tomto projektu, výsledky

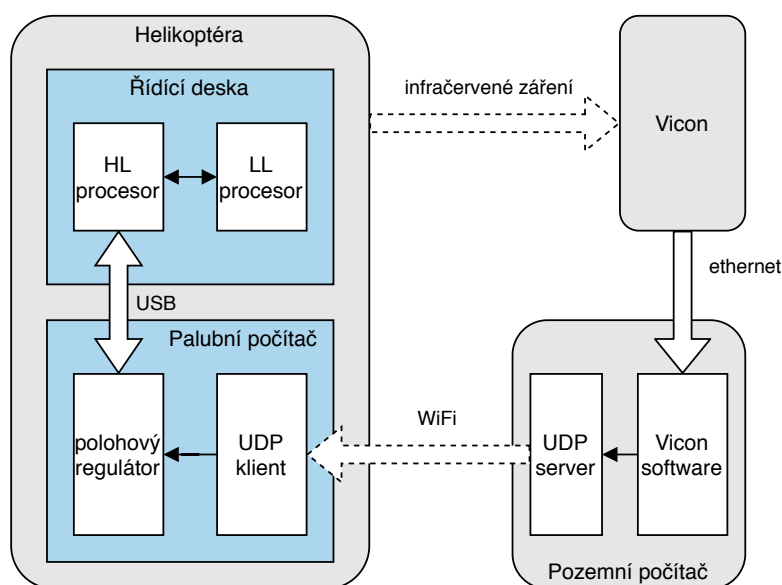
²Ethernet neslouží pouze ke komunikaci, ale i k napájení kamer díky technologii PoE (Power over Ethernet).

³U kamer, které dovolují toto nastavení, je v režimech s plným rozlišení frekvence snímání nižší (120 Hz) než v režimech s nízkým rozlišení (až 2 kHz).

článku ukazují, že systém přesahuje nároky tohoto projektu na lokalizaci.

2.2.2 Využití Motion Capture systému

Ačkoliv je orientace a poloha předmětu v prostoru jednoznačně určena třemi body, je helikoptéra za účelem redundance osazena čtyřmi odrazivými kuličkami⁴. V případech, kdy se některá z kuliček ztratí z dohledu kamer, je tedy stále možné určit polohu a orientaci předmětu. Z dat naměřených systémem je dále počítána poloha těžiště kuliček a Eulerovy úhly (tak jak jsou definovány v části 3.1.1). Tato data UDP server implementovaný na tomtéž počítači dále přes Wi-Fi v podobě simplex unicast komunikace s frekvencí 100 Hz posílá UDP klientu implementovaném na palubním počítači helikoptéry.



Obrázek 2.3: Diagram uzavřené smyčky řídicího systému.

2.3 Shrnutí

Celé uspořádání úlohy je shrnuto obrázkem 2.3. V něm je bezdrátová komunikace resp. optické měření vyznačeno přerušovanými šipkami a komunikace po metalickém médiu šipkami plnými. Přenos či sdílení dat v rámci jednoho systému je dále znázorněno tenkou šipkou.

⁴Odrazivé kuličky se nachází na horních stranách čtyř ramen.

Kapitola 3

Matematický model

V případě jednoduchých lineárních regulátorů (např. PID) a systémů, u nichž nevedou nevhodné akční zásahy k fyzickému poškození, lze uplatnit postup empirického ladění parametrů regulátoru. Ačkoliv zmíněná metodika mnohdy vede k výsledku splňujícímu zadané nároky, zcela ignoruje teoretickou stránku řízení, jejíž využití by mohlo přinést daleko lepší vlastnosti uzavřené smyčky. V případě systémů, u nichž hrozí poškození, nebo pokročilejších řídicích algoritmů, bývá návrh regulátoru na základě modelu (anglicky Model-Based Design) jedinou schůdnou cestou. Empirické postupy v těchto případech buď vedou na příliš vysoké riziko poškození systému, nebo zkrátka nemají kvůli složitosti regulátoru a počtu jeho parametrů naději na úspěch.

Zásadním předpokladem smysluplného návrhu založeném na modelu je dobrá znalost dynamiky systému. Existují dva základní přístupy k modelování dynamických systémů. První se opírá o znalost fyzikálních zákonitostí systému. Díky této znalosti může být dále odvozen matematický model např. použitím Lagrangeova formalismu. Tento přístup se obvykle nazývá Whitebox. Na opačném pólu se nachází metodika, která se ani nepokouší pochopit vnitřní souvislosti systému, a pouze sleduje závislost výstupů na vstupech. Jedná se o Blackbox přístup. V tomto kontextu se objevuje ještě termín Greybox přístup, který označuje cokoliv, co se nachází někde mezi zmíněnými extrémy.

3.1 Dynamika vícerotorových helikoptér

V [14] je uvedeno odvození nelineárního modelu i postup identifikace jednotlivých parametrů vícerotorové helikoptéry. Zmíněný model by byl dobrým stavebním kamenem pro regulátor orientace. Vzhledem k tomu, že polohový regulátor může využívat již implementovaný regulátor orientace, není třeba modelovat jevy týkající se interakce vrtulí se vzduchem a jejich dopad na dynamiku celého systému. Namísto toho lze modelovat vnitřní uzavřenou smyčku znázorněnou ve schématu 1.1. Na tomto black-box základu (viz 3.1.2) je poté možné stavět white-box část modelu. Ta vychází z druhého Newtonova pohybového zákona a předpokladu, že lze rám helikoptéry považovat za dokonale tuhé těleso.

3.1.1 Souřadnicové systémy

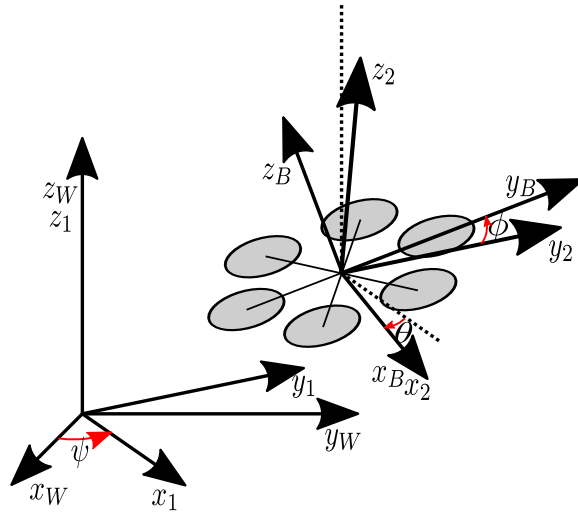
Pro jednoznačný popis dynamiky helikoptéry i měřených stavů je třeba definovat Eulerovy úhly 3.1 a s nimi související souřadnicové systémy 3.2. Jejich význam je graficky znázorněn obrázkem 3.1. Všechny Eulerovy úhly

Název	Značení	Příslušná osa rotace
klonění (roll)	ϕ	x_2
klopení (pitch)	θ	y_1
bočení či azimut (yaw)	ψ	z_W

Tabulka 3.1: Přehled a význam definovaných Eulerových úhlů.

Název	Popis kartézského souřadnicového systému
W	Má fixní polohou počátku ve světě. Osy x a y generují rovinu, která je totožná s podlahou laboratoře, zatímco osa z je normálou podlahy.
1	Vznikne rotací W kolem osy z_W o úhel ψ .
2	Lze získat posunutím počátku do geometrického středu rámu helikoptéry a rotací souřadnicového systému 1 kolem osy y_1 o úhel θ .
B	Počátek se nachází v geometrickém středu rámu helikoptéry a jeho osy jsou pevně spjaty s rámem letounu. Vznikne rotací souřadnicového systému 2 kolem osy x_2 o úhel ϕ .

Tabulka 3.2: Přehled definovaných souřadnicových systémů



Obrázek 3.1: Znázornění souřadnicových systémů a Eulerových úhlů.

mají kladný smysl dle pravidla pravé ruky. Pro převod mezi definovanými souřadnicovými systémy se využívá rotačních matic

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_x(\phi) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{R}_y(\theta) &= \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{R}_z(\psi) &= \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Vynásobením matic 3.1 v pořadí, které je popsáno tabulkou 3.2, se získá matice reprezentující zobrazení ze souřadnicového systému B do systému W

$$\mathbf{R}_B^W(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{R}_z(\psi)\mathbf{R}_y(\theta)\mathbf{R}_x(\phi). \tag{3.2}$$

3.1.2 Dynamika regulátoru orientace

Regulátor orientace je zpětnovazební systém, který řídí Eulerovy úhly (ϕ, θ) , respektive úhlové rychlosti $(\dot{\psi})$ a zpravidla i kolektivní tah rotorů (U) . Pro většinu pilotů by byla helikoptéra při přímém ovládní otáček jednotlivých vrtulí velice špatně říditelná. Z toho důvodu je na každé komerční helikoptě implementován zmíněný regulátor, který zprostředkovává základní stabilizaci a přijímá řídicí příkazy v podobě žádaných hodnot Eulerových úhlů resp.

jejich úhlových rychlostí a kolektivního tahu. Podobně jako lidský pilot bude i navržený regulátor nastavovat referenci zmíněnému stabilizátoru.

Za účelem ověření povahy řízených veličin byly provedeny experimenty, které ukázaly, že místo kolektivního tahu motorů je řízena přímo rychlost podél osy z_W (tedy rychlost $v_z^{(W)}$). Integrovaný stabilizační regulátor se bez nahlédnutí do zdrojových kódů jeví jako černá skříňka určující dynamiku vnitřní uzavřené smyčky. Pozorovány mohou být pouze vstupy a výstupy zmíněné uzavřené smyčky, přirozeně se tedy nabízí modelování black-box přístupem. Na základě [15] je učiněn předpoklad, že lze vnitřní smyčku aproximovat systémem prvního řádu a že jsou vyšší řády zanedbatelné. Dále je předpokládáno, že je vnitřní smyčka rozložitelná (anglicky decoupled) [16]. Tyto domněnky vedou na modely v podobě přenosových funkcí

$$\begin{aligned}\frac{\mathcal{L}\{\theta\}}{\mathcal{L}\{\theta_R\}} &= \frac{K_1}{\tau_1 s + 1}, \\ \frac{\mathcal{L}\{\phi\}}{\mathcal{L}\{\phi_R\}} &= \frac{K_2}{\tau_2 s + 1}, \\ \frac{\mathcal{L}\{v_z^{(W)}\}}{\mathcal{L}\{v_{zR}\}} &= \frac{K_3}{\tau_3 s + 1}, \\ \frac{\mathcal{L}\{\psi\}}{\mathcal{L}\{\psi_R\}} &= \frac{K_4}{\tau_4 s + 1},\end{aligned}\tag{3.3}$$

kde index R značí žádanou hodnotu příslušné veličiny, tedy příslušnou referenci.

3.1.3 Vertikální dynamika

Diferenciální rovnici 3.4 popisující dynamiku pohybu podél osy z_W lze aplikací inverzní Laplaceovy transformace snadno odvodit z přenosu popsaného v 3.3.

$$\ddot{z}^{(W)} = -\frac{1}{\tau_3} \dot{z}^{(W)} + \frac{K_3}{\tau_3} v_{zR}\tag{3.4}$$

Ačkoliv znalost kolektivního tahu rotorů není pro popis vertikální dynamiky nutná, je výhodné ji za účelem popisu horizontální dynamiky odvodit. Integrovaný stabilizátor se snaží bez ohledu na úhly ϕ , θ udržet vertikální rychlost vzhledem k souřadnicovému systému W na hodnotě v_{zR} . Intuice napovídá, že aby toho dosáhl, musí v závislosti na úhlech ϕ , θ měnit kolektivní tah rotorů. Tuto myšlenku lze exaktně potvrdit a upřesnit využitím druhého

Newtonova pohybového zákona:

$$U^z = m(\ddot{z}^{(W)} + g), \quad (3.5)$$

kde U^z značí průmět kolektivního tahu na osu $z^{(W)}$, g gravitační zrychlení a m je hmotnost helikoptéry. Tento průmět je vyjádřitelný jako $U^z = U \cos \phi \cos \theta$. Využitím tohoto vztahu a rovnice 3.4 je možné získat explicitní závislost kolektivního tahu na úhlech ϕ , θ , vstupu stabilizačního regulátoru v_{zR} a vertikální rychlosti $\dot{z}^{(W)}$:

$$U = \frac{m}{\cos \phi \cos \theta} \left(-\frac{1}{\tau_3} \dot{z}^{(W)} + \frac{K_3}{\tau_3} v_{zR} + g \right). \quad (3.6)$$

3.1.4 Horizontální dynamika

Využitím druhého Newtonova pohybového zákona, rotačních matic popsanych rovnicemi 3.1 a předpokladu, že lze helikoptéru považovat za tuhé těleso, je možné odvodit horizontální pohybové rovnice vyjádřené v souřadnicovém systému W :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ddot{x}^{(W)} \\ \ddot{y}^{(W)} \end{bmatrix} &= \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{U}_W = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{R}_B^W(\phi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U \end{bmatrix} = \\ &= \frac{U}{m} \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \phi \sin \theta + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \phi \sin \theta - \cos \psi \sin \phi \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Dosazením odvozeného vztahu pro kolektivní tah 3.6 do soustavy rovnic 3.7 lze získat výsledné rovnice, na kterých bude postaven stavový popis:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ddot{x}^{(W)} \\ \ddot{y}^{(W)} \end{bmatrix} &= \\ &= \frac{1}{\cos \phi \cos \theta} \left(-\frac{1}{\tau_3} \dot{z}^{(W)} + \frac{K_3}{\tau_3} v_{zR} + g \right) \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \phi \sin \theta + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \phi \sin \theta - \cos \psi \sin \phi \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.1.5 Stavové rovnice

Stavové rovnice jsou populárním popisem matematického modelu. Jedná se o soustavu explicitních obyčejných diferenciálních rovnic prvního řádu, která je ve vší obecnosti popsána rovností

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad (3.9)$$

kde \mathbf{x} značí stavový vektor a \mathbf{u} je vektor vstupů. Systémy, jejichž derivace stavových veličin není explicitně závislá na čase, se nazývají časově invariantní. Z povahy bezpilotních helikoptér je evidentní, že do této kategorie spadají.

Intuitivní volbou stavů jsou složky primární regulované veličiny, tedy polohy, a jejich derivace až k veličinám řízeným integrovaným stabilizátorem¹

$$\mathbf{x} = \left[x \quad v_x \quad \theta \quad y \quad v_y \quad \phi \quad z \quad v_z \quad \psi \quad \omega_\psi \right]^T. \quad (3.10)$$

Vstupy modelu přirozeně odpovídají vstupům stabilizačního regulátoru

$$\mathbf{u} = \left[\phi_R \quad \theta_R \quad v_{zR} \quad \omega_{\psi R} \right]^T. \quad (3.11)$$

Výsledný nelineární model má podobu stavových rovnic

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{v}_x \\ \dot{\theta} \\ \dot{y} \\ \dot{v}_y \\ \dot{\phi} \\ \dot{z} \\ \dot{v}_z \\ \dot{\psi} \\ \dot{\omega}_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ \frac{1}{\cos \phi \cos \theta} \left(-\frac{1}{\tau_3} v_z + \frac{K_3}{\tau_3} v_{zR} + g \right) (\cos \psi \cos \phi \sin \theta + \sin \psi \sin \phi) \\ -\frac{1}{\tau_1} \theta + \frac{K_1}{\tau_1} \theta_R \\ v_y \\ \frac{1}{\cos \phi \cos \theta} \left(-\frac{1}{\tau_3} v_z + \frac{K_3}{\tau_3} v_{zR} + g \right) (\sin \psi \cos \phi \sin \theta - \cos \psi \sin \phi) \\ -\frac{1}{\tau_2} \phi + \frac{K_2}{\tau_2} \phi_R \\ v_z \\ -\frac{1}{\tau_3} v_z + \frac{K_3}{\tau_3} v_{zR} \\ \omega_\psi \\ -\frac{1}{\tau_4} \omega_\psi + \frac{K_4}{\tau_4} \omega_{\psi R} \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

3.2 Linearizace

Odvozený model dynamiky systému popsany stavovými rovnicemi 3.12 je nelineární. Metody používané pro návrh lineárního regulátoru ale vychází z lineárního matematického modelu. Z toho důvodu je potřeba získaný model lineárně aproximovat v okolí vhodně zvoleného pracovního bodu.

3.2.1 Pracovní bod

Vzhledem k charakteru úlohy a systému je volba pracovního bodu velmi přímočará. Systém rozšířený o navržený regulátor by měl být schopen sledovat

¹Polohy, rychlosti i zrychlení se v modelu vyskytují vyjádřeny pouze v souřadnicovém systému W . Z toho důvodu budou pro přehlednost dále značeny bez horního indexu.

statickou referenci. Z toho intuitivně plyne, že by se měl po dosažení reference snažit udržovat nulové zrychlení ve směrech všech tří os souřadnicového systému W . Položí-li se soustava nelineárních rovnic 3.8 a lineární rovnice 3.4 rovna nulovému vektoru a následně se vyřeší, dojde se k závěru, že se helikoptéra nachází v nestabilním ekvilibriu (v kontextu polohy), pokud je splněna následující podmínka

$$\phi = k\pi \quad \wedge \quad \theta = l\pi \quad \wedge \quad v_z = K_4 v_{zR} \quad k, l \in \mathbb{Z}. \quad (3.13)$$

Zanedbáním periodických řešení vedoucích na tentýž stav systému, nezohledňováním případů, kdy je helikoptéra vzhůru nohama, a uvažováním nulových počátečních rychlostí se získá intuitivní podmínka pro volbu pracovního bodu:

$$\phi_P = 0 \quad \wedge \quad \theta_P = 0 \quad \wedge \quad v_{zP} = 0 \quad \wedge \quad v_{zRP} = 0. \quad (3.14)$$

Matematický aparát sice nijak nezakazuje volbu pracovního bodu, který není ekvilibrím, pokud je ale účelem regulátoru systém v nestabilním ekvilibriu udržet, je takové rozhodnutí zcestné. Volba hodnoty ψ_P již není ničím svázána, a proto bude svévolně zvolena jako $\psi_P = 0$. Hodnoty ostatních veličin v pracovním bodě se při linearizaci neprojeví a z toho důvodu zde nejsou uvedeny.

■ 3.2.2 Linearizace modelu hexakoptéry

Stavové matice \mathbf{A} , \mathbf{B} lze vypočítat užitím obecného postupu linearizace [17]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \end{bmatrix} = \mathbf{df}(\mathbf{x}_P, \mathbf{u}_P) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{x}_P, \mathbf{u}_P)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1(\mathbf{x}_P, \mathbf{u}_P)}{\partial x_j} & \frac{\partial f_1(\mathbf{x}_P, \mathbf{u}_P)}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_1(\mathbf{x}_P, \mathbf{u}_P)}{\partial u_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_j(\mathbf{x}_P, \mathbf{u}_P)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_j(\mathbf{x}_P, \mathbf{u}_P)}{\partial x_j} & \frac{\partial f_j(\mathbf{x}_P, \mathbf{u}_P)}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial f_j(\mathbf{x}_P, \mathbf{u}_P)}{\partial u_k} \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

kde $\mathbf{f} : \mathbb{R}^{j+k} \rightarrow \mathbb{R}^j$ značí zobrazení odpovídající nelineárnímu modelu 3.12, \mathbf{df} je jeho Jacobiho matice, j odpovídá počtu stavů a k je počet vstupů.

Vhodné lineární aproximace odvozeného modelu helikoptéry 3.12 se dosáhne užitím vztahu 3.15 pro pracovní bod 3.14. Tento postup však vede na řídké matice \mathbf{A} , \mathbf{B} velkých rozměrů:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}
 \begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & g \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_1} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -g \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_2} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_3} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_4} \end{matrix}
 \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix}
 \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_1}{\tau_1} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_2}{\tau_2} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_3}{\tau_3} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_4}{\tau_4} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}
 \end{bmatrix}.$$

Pro úsporu místa je rozumné systém rozdělit na podsystémy se svými vlastními stavovými popisy. Ty jsou znázorněny v 3.16 barvami, kde příslušnost barvy k podsystému je následující:

- translace podél osy x_W ,
- translace podél osy y_W ,
- translace podél osy z_W ,
- rotace kolem osy z_W .

Stavový popis hexakoptéry lze alternativně vyjádřit složenými maticemi

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}
 \mathbf{A}_x & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \mathbf{A}_y & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \mathbf{A}_z & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}_\psi
 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix}
 \mathbf{B}_x & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \mathbf{B}_y & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \mathbf{B}_z & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_\psi
 \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Postup rozložení systému na podsystémy je možné užít, jelikož jsou matice \mathbf{A} , \mathbf{B} z 3.16 blokově diagonální. Zmíněná struktura matic ukazuje, že na linearizovaný model helikoptéry může být nahlíženo jako na rozložený (anglicky decoupled) systém. Tento výsledek úzce souvisí s předpokladem učiněným v části 3.1.2 a říkajícím, že jsou uzavřené smyčky veličin ϕ , θ , $\dot{\psi}$ a $v_z^{(W)}$ na sobě nezávislé. Předpokládaná rozložitelnost vnitřní uzavřené smyčky ale neimplikuje rozložitelnost vnější uzavřené smyčky. To jednoznačně potvrzuje odvozený nelineární model 3.12, z jehož stavových rovnic je patrné, že vestavěný regulátor výšky prostřednictvím kolektivního tahu rotorů ovlivňuje horizontální zrychlení. Tato provázanost mezi vertikálním a horizontálními podsystémy je zanedbána až při linearizaci v pracovním bodě 3.14.

3.3 Identifikace parametrů systému

Stavové popisy podsystémů 3.16 obsahují neznámé parametry τ_i a K_i ($i \in \{1, \dots, 4\}$). Pro praktické použití modelu je potřeba jejich hodnoty experimentálně odhadnout. Tento proces se v kontextu řízení nazývá identifikace parametrů systému. Existuje řada metod čítající frekvenční přístupy, analýzu odezev na konkrétní signály, optimalizační metody, iterativní algoritmy a mnoho dalších, které řeší zmíněný problém [18]. V této práci bude použit zástupce ze skupiny optimalizačních metod s názvem metoda nejmenších čtverců.

Uvažujme experiment, při němž byla naměřena data reprezentovaná vektory \mathbf{a} a \mathbf{y} , přičemž fyzikální podstata dat \mathbf{y} odpovídá časové derivaci dat \mathbf{a} . Dále uvažujme diferenciální rovnici $\dot{\mathbf{a}} = \gamma \mathbf{a}$, jež je modelem zkoumaného systému prvního řádu. V ideálním případě by pro soustavu rovnic s jednou neznámou 3.18 mělo existovat řešení. V praxi tomu tak ale, např. kvůli šumu měření nebo nedokonalosti modelu, není a soustava nemá řešení. Taková soustava rovnic se nazývá přeurčená. Často v těchto případech může postačovat řešení přibližné. To lze získat vhodným užitím metod matematické optimalizace.

$$\mathbf{y} = \gamma \mathbf{a} \tag{3.18}$$

3.3.1 Metoda nejmenších čtverců

Úloha popsaná výše se nazývá lineární regrese². K jejímu řešení se používají optimalizační metody, pro něž je účelová funkce definována jako:

$$\min_{\boldsymbol{\gamma} \in \mathbb{R}^n} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\gamma} - \mathbf{y}\| \quad (3.19)$$

kde matice \mathbf{A} a vektor \mathbf{y} obsahují naměřená data, $\boldsymbol{\gamma}$ reprezentuje neznámé parametry a argumentem minima je obecná norma vektoru. Zpravidla se jedná o některou z p -norm³, která je zvolena s ohledem na původ a charakter naměřených dat. Ve většině případů, dovolí-li to data⁴, je úloha 3.19 řešena pro euklidovskou (tedy $p = 2$) normu, což je statisticky argumentovatelné [19]. Účelová funkce 3.19 po umocnění (což nezmění minimum) přechází ve tvar:

$$\min_{\boldsymbol{\gamma} \in \mathbb{R}^n} \|\mathbf{A}\boldsymbol{\gamma} - \mathbf{y}\|_2^2 \quad (3.20)$$

Úloha 3.20 má řešení:

$$\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{A}^+ \mathbf{y} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (3.21)$$

kde \mathbf{A}^+ je pseudoinverze matice \mathbf{A} . Vzhledem k explicitnímu výpočtu $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ je postup 3.21 v aritmetice s omezenou reprezentací čísel problematický a místo něj se přistupuje k numericky stabilnějšímu výpočtu využívajícímu QR rozklad.

3.3.2 Derivace naměřených dat

Motion-capture systém Vicon, pod jehož dohledem byl identifikační experiment prováděn, dokáže měřit pouze polohu v souřadnicovém systému W a Eulerovy úhly helikoptéry. Pro identifikaci neznámých parametrů je ale potřeba znát i translační zrychlení a derivaci Eulerových úhlů. Derivování naměřených diskrétních dat zpravidla komplikuje šum měření. Nejčastějšími přístupy k tomuto problému jsou:

- spočítání diferencí ve všech bodech a následná aplikace dolnoproustního filtru na výsledek,

²Pro identifikaci parametrů obecného nelineárního modelu by již bylo třeba rozšíření na regresi nelineární.

³ p -norma vektoru \mathbf{x} je definována jako $\|\mathbf{x}\|_p = (|x_1|^p + \dots + |x_n|^p)^{1/p}$

⁴V případě, kdy by se některé hodnoty silně vychylovaly, je výhodnější použít Manhattanou normu (tedy $p = 1$).

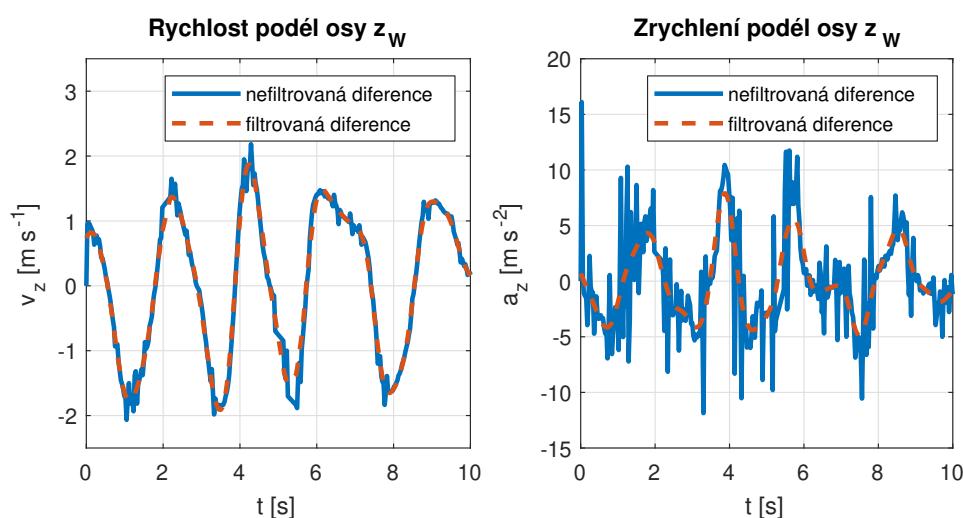
- proložení naměřených dat funkcí (např. polynomem) a vyčíslení derivace této funkce ve všech bodech [20].

V této práci byl použit první postup. Diference byly počítány středovou metodou:

$$\dot{x}[k] = \frac{x[k+1] - x[k-1]}{2h} \quad (3.22)$$

kde h značí vzorkovací periodu. Pro výpočet diferencí v prvním a posledním bodě bylo využito dopředné a zpětné metody. Středová diference je vhodnou volbou, jelikož se jedná o metodu řádu 2, zatímco zpětná a dopředná diference jsou metody pouze prvního řádu⁵.

Grafy 3.2 ukazují význam filtrace. Bez tohoto kroku by se šum vzniklý už měřením, nebo samotnou diferenciací s každou další diferenciací zesílil. Na úrovni zrychlení by už byl tak výrazný, že by znemožňoval smysluplné uplatnění metody nejmenších čtverců.



Obrázek 3.2: Graf středové diference polohy $z^{(W)}$ a rychlosti $v_z^{(W)}$ před a po aplikaci loess filtru [3].

■ 3.3.3 Identifikace parametrů modelu hexakoptéry

V části 3.3.1 byla teoreticky přiblížena metodika, která v této části bude aplikována na problém identifikace parametrů lineárního modelu 3.16. Hledané

⁵Řád metody odpovídá nejnižší mocnině zanedbané části Taylorovy řady. Chyba středové diference tedy má asymptotický charakter $O(h^2)$.

parametry τ_i a K_i ($i \in \{1, \dots, 4\}$) se týkají dynamiky stabilizačního regulátoru popsané v části 3.1.2. Jedná se o systémy prvního řádu, které jsou modelovány lineárními stavovými popisy:

$$\dot{q}_i = -\frac{1}{\tau_i}q_i + \frac{K_i}{\tau_i}u_i = p_{i1}q_i + p_{i2}u_i \quad (3.23)$$

kde q_i symbolizuje i -tý prvek vektoru $\mathbf{q} = [\theta, \phi, v_z, \omega_\psi]^T$ obsahujícího stavy systému stabilizačního regulátoru a podobně je tomu i v případě u_i , kde vektor vstupů má podobu $\mathbf{u} = [\theta_R, \phi_R, v_{zR}, \omega_{\psi R}]^T$. Příslušné parametry byly dále pro zjednodušení nahrazeny konstantami p_{i1} a p_{i2} . Úloha na nejmenší čtverce je pro i -tý podsystém formulována jako:

$$\min_{\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^2} \|\mathbf{A}_i \mathbf{p}_i - \mathbf{b}_i\|_2^2 \quad (3.24)$$

kde význam matice a vektorů je následující:

- $\mathbf{A}_i \in \mathbb{R}^{m \times 2}$. Obsahuje vektor naměřených stavů q_i a vektor zaznamenaných vstupů u_i .
- $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^2$. Jedná se o vektor hledaných konstant i -tého systému.
- $\mathbf{b}_i \in \mathbb{R}^m$ je vektor diferencovaného stavu i -tého systému získaný postupem, který byl popsán v části 3.3.2 ⁶.

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} q_{i1} & u_{i1} \\ q_{i2} & u_{i2} \\ \vdots & \vdots \\ q_{im} & u_{im} \end{bmatrix} \quad \mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} p_{i1} \\ p_{i2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{b}_i = \begin{bmatrix} \dot{q}_{i1} \\ \dot{q}_{i2} \\ \vdots \\ \dot{q}_{im} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Pro každý ze čtyř zmíněných modelů byla naměřena data, ze kterých je patrná dynamika systému ⁷. Zformováním příslušných matic 3.25 a použitím MatLab operátoru `\` ⁸ byly získány hodnoty parametrů \mathbf{p}_i , které po dosazení do 3.23 a 3.16 vedou na stavové popisy podsystémů 3.26, 3.30, 3.32. Identifikované modely byly dále za účelem ověření jejich kvality použity jakožto pozorovatelé pro odhadování stavu v otevřené smyčce (anglicky open-loop estimation). Výsledky simulací jsou znázorněny v grafech 3.3, 3.4, 3.5.

⁶ m značí počet vzorků.

⁷Zpravidla se jedná o oscilaci okolo pracovního bodu.

⁸Pod tímto operátorem se v MatLab skrývá řešení úlohy na nejmenší čtverce pomocí QR rozkladu.

■ Subsystemy horizontálního pohybu

Vzhledem ke strukturám lineárních modelů horizontálního pohybu popsaných rovnicí 3.16 a faktu, že pro pohodlné řízení je nezbytné dosáhnout podobné dynamiky uzavřené smyčky pro úhly ϕ , θ , lze předpokládat, že zmíněné modely budou velice podobné. Výsledky experimentů tuto domněnku potvrdily. Absolutní hodnoty prvků stavových matic z rovnic 3.26 si jsou podobné, nicméně některé z nich mají opačné znaménko. Tento fakt je způsoben volbou kladného smyslu úhlů⁹.

Dále bylo na základě empirie zjištěno, že model dosahuje přesnějších výsledků při relaxaci koeficientu členu \dot{x} resp. \dot{y} subsystému $\theta \rightarrow \ddot{x}$ resp. $\phi \rightarrow \ddot{y}$ a identifikaci jeho hodnoty pomocí metody nejmenších čtverců. Při odvozování nelineárního modelu byly zanedbány aerodynamické jevy a tedy i odpor vzduchu. Ten by se do modelu promítl jako nějaká nelineární závislost zrychlení na rychlosti. Modelování lineární funkcí je sice naivní představa, nicméně experimenty ukazují, že pro malé rychlosti je to lepší řešení než jev vůbec nezohledňovat.

Lineární model horizontálního podsystému je reprezentován rovnicemi

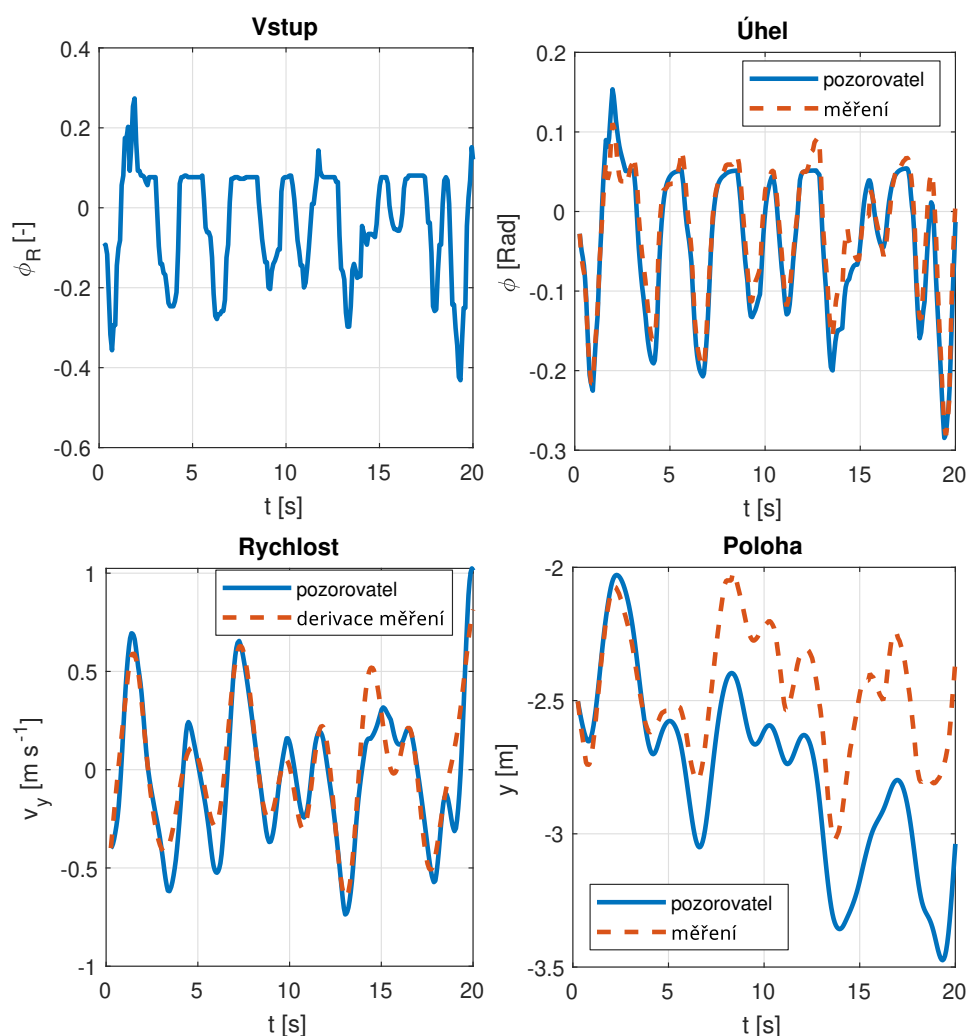
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0,1338 & 9,8137 \\ 0 & 0 & -4,6979 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3,7605 \end{bmatrix} \theta_R, \\ \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0,1452 & -9,8137 \\ 0 & 0 & -4,7472 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3,7582 \end{bmatrix} \phi_R. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Z nich je možné pro úplnost a intuitivnější vhled do dynamiky stabilizačního regulátoru využitím vztahů 3.23 vypočítat časové konstanty a zesílená soustav:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 0,2129, & K_1 &= -0,8005, \\ \tau_2 &= 0,2107, & K_2 &= 0,7917. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Grafy 3.3 ukazují přesnost modelu. Intuitivně lze zhodnotit, že model bez výraznějších chyb zachycuje dynamiku systému, která je pro návrh regulátoru nejzásadnější. Ačkoliv je u odhadu polohy evidentní drift, jedná se o jev, který po integraci, a v tomto případě dokonce po dvou integracích, téměř nevyhnutelně musí nastat.

⁹Záporné znaménko u parametru p_{12} svědčí o tom, že smysl úhlu θ tak, jak ho používá stabilizační regulátor, je vůči smyslu užívaném v této práci opačný.



Obrázek 3.3: Porovnání stavů horizontálního modelu odhadovaných pozorovatelem v otevřené smyčce s naměřenými daty a jejich derivací.

■ Podsystem vertikálního pohybu

Na rozdíl od ostatních podsystemů je nula vstupu posunutá. Nulové vertikální rychlosti v ustáleném stavu tedy neodpovídá nulová hodnota vstupu. Místo ní lze očekávat hodnotu nacházející se přibližně uprostřed intervalu hodnot vstupu (tedy $[0; 1]$). Ačkoliv by předpoklad, že tato hodnota (dále značená v'_{zR}) odpovídá číslu 0,5, usnadnil postup, mohl by se tímto způsobem do modelu vnést bias. Z toho důvodu je vhodné použít metodu nejmenších čtverců i na neznámý parametr v'_{zR} . Stavový popis podsystemu uvedený v rovnici 3.16 je za účelem posunutí nuly vstupu potřeba upravit na tvar:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{v}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ v_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{K_3}{\tau_3} & -\frac{K_3}{\tau_3} v'_{zR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{zR} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

S touto úpravou je nutné modifikovat i matice formulující úlohu na nejmenší čtverce popsané rovnicemi 3.25):

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} v_{z1} & v_{zR1} & v'_{zR} \\ v_{z2} & v_{zR2} & v'_{zR} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ v_{zm} & v_{zRm} & v'_{zR} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_3 = \begin{bmatrix} p_{31} \\ p_{32} \\ p_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_3 = \begin{bmatrix} a_{z1} \\ a_{z2} \\ \vdots \\ a_{zm} \end{bmatrix}. \quad (3.29)$$

Stavové matice podsystemu s identifikovanými parametry mají podobu 3.30. Z nich lze opět pro úplnost dopočítat časovou konstantu, zesílení soustavy a posunutí nuly (viz 3.31).

$$\mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2,4746 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 16,9841 & -7,9764 \end{bmatrix}. \quad (3.30)$$

$$\tau_3 = 0,4041, \quad K_3 = 6,8698, \quad v'_{zR} = 0,4696. \quad (3.31)$$

Grafy 3.4 nastiňují důvěryhodnost modelu. Jak je z obrázků patrné, model je při otevřené smyčce schopen po dobu delší než 10 sekund bez výraznějšího driftu stále sledovat skutečnou výšku. To podtrhuje fakt, že dynamika podsystemu byla zachycena s dostatečnou přesností.

■ Azimutální podsystem

Stavové matice s identifikovanými parametry jsou popsané rovnicemi 3.32.

$$\mathbf{A}_\psi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -7,4498 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_\psi = \begin{bmatrix} 0 \\ -16,0008 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

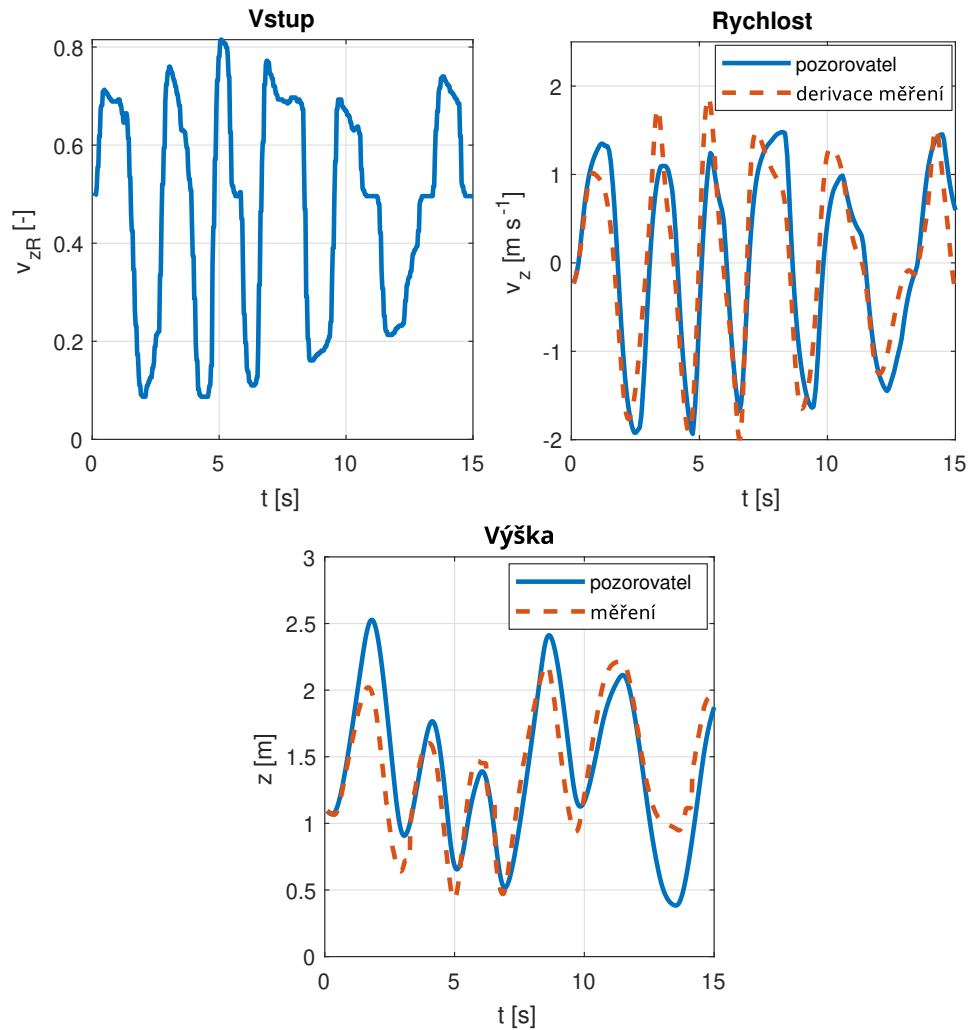
Vypočítaná hodnota příslušné časové konstanty a zesílení soustavy odpovídá:

$$\tau_4 = 0,1342 \quad K_4 = -2,1478 \quad (3.33)$$

Z grafů 3.5 je evidentní, že i v tomto případě je přesnost modelu pro účel návrhu regulátoru dostatečná.

■ 3.3.4 Nonlinearity

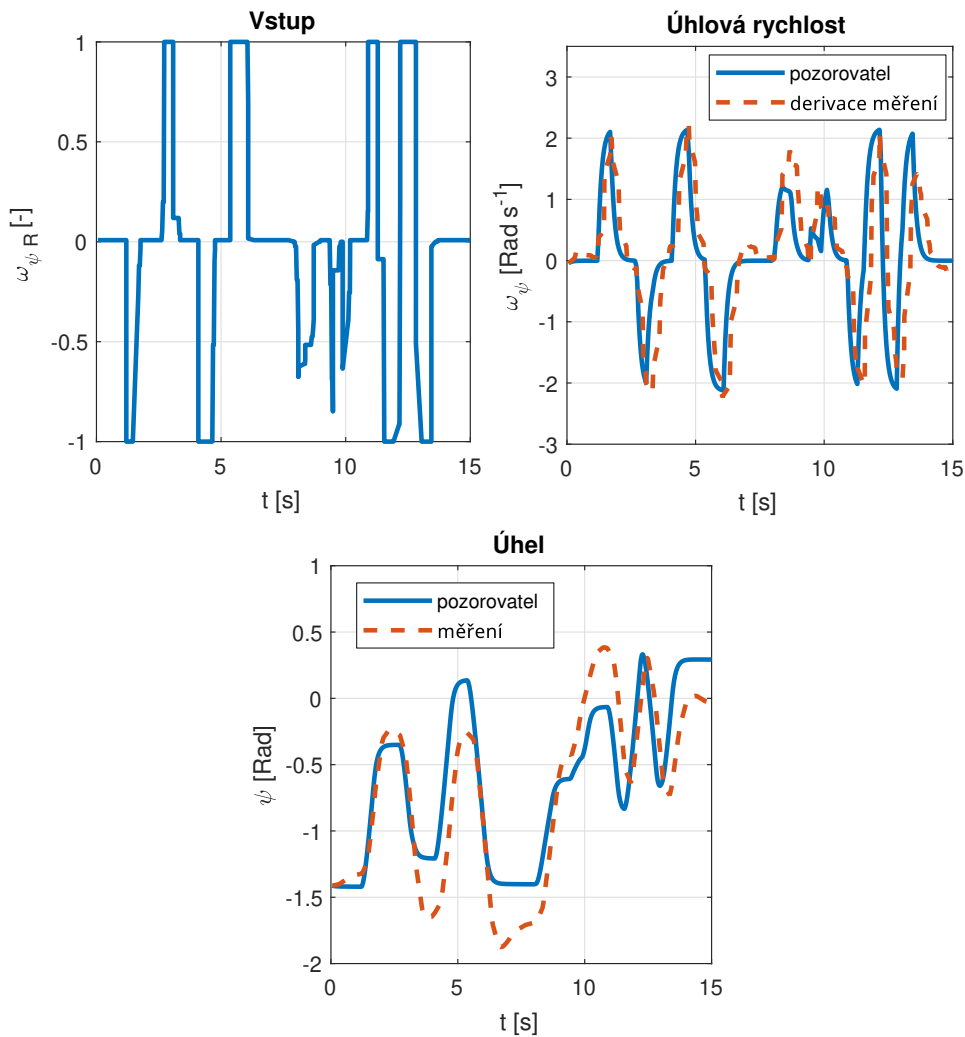
Až při samotném testování navržených regulátorů byla zaznamenána skutečnost, že v podsystemech vertikálního pohybu a rotace kolem osy z_W jsou



Obrázek 3.4: Porovnání stavů vertikálního modelu, odhadovaných pozorovatelem v otevřené smyčce, s naměřenými daty a jejich derivací.

přítomny nelinearity, které nepříjemně komplikují řízení. Tyto nelinearity se dle pozorování projevují pouze v blízkém okolí nulového vstupu¹⁰. Z toho důvodu nebyly při procesu identifikace parametrů modelu zaznamenány. Aby nelinearity mohly být efektivně kompenzovány, je třeba odhalit jejich charakter. Ten je patrný z grafů 3.6, 3.7 znázorňující statickou převodní charakteristiku $vstup \rightarrow rychlost$. V případě vertikálního podsystému se jedná o snadno kompenzovatelné pásmo necitlivosti, zatímco v případě azimutálního podsystému o daleko hůře kompenzovatelnou nelinearitu, která je kombinací pásma necitlivosti a třetí nelinearity. Problém spočívá v nespojitosti ustálené úhlové rychlosti ω_ψ statické převodní charakteristiky 3.7. V praxi tato skutečnost znamená, že systém nedokáže v ustáleném stavu rotovat kolem osy z_W rychlostí, která má menší absolutní hodnotu než přibližně $0,35 \text{ Rad s}^{-1}$.

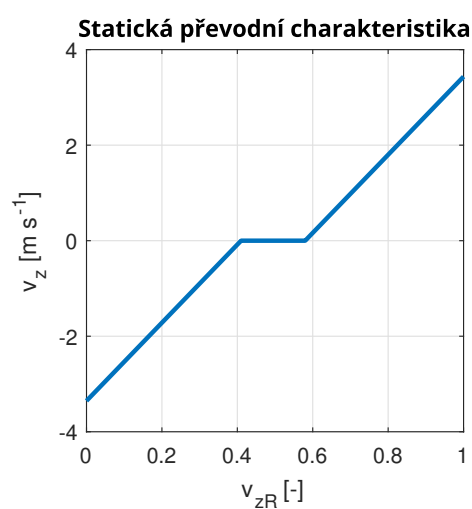
¹⁰Přesněji řečeno v blízkém okolí vstupu, který v ustáleném stavu vede na nulovou rychlost (tedy v okolí $v_{zR} = 0,4696$ respektive $\omega_{\psi R} = 0$)



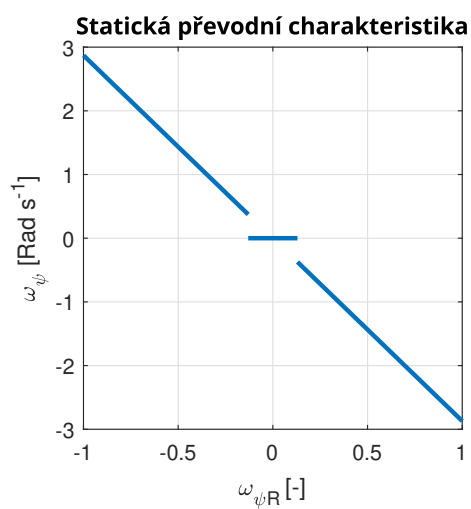
Obrázek 3.5: Porovnání stavů modelu rotace kolem osy z_W , odhadovaných pozorovatelem v otevřené smyčce, s naměřenými daty a jejich derivací.

3.4 Shrnutí

V této kapitole byl za předpokladů, že lze helikoptéru považovat za tuhé těleso a uzavřenou smyčku stabilizačního regulátoru lze aproximovat systémem prvního řádu, odvozen nelineární model helikoptéry ve formě stavového popisu. Ten byl následně linearizován v pracovním bodě odpovídajícím nehybnému vznášení. K identifikaci neznámých parametrů linearizovaného modelu bylo užito metody nejmenších čtverců. Výsledné modely dále sloužily jako pozorovatelé v otevřené smyčce, čímž byla ověřena jejich přesnost. Výsledky zanesené v grafech ukázaly, že učiněné předpoklady byly správné a že modely zachycují dynamiku systému s dostatečnou přesností. Díky tomu mohou modely být smysluplně použity pro návrh regulátorů i pro odhadování stavů sys-



Obrázek 3.6: Pásmo necitlivosti vertikálního pod systému.



Obrázek 3.7: Nelinearita azimutálního pod systému.

tému. Nakonec byly za účelem následné kompenzace identifikovány nelinearity komplikující řízení.

Kapitola 4

Řídící systém

4.1 Nároky na řízení

Jak název práce a výsledky předchozí kapitoly napovídají, primární řízenou veličinou navrženého regulátoru je poloha popsána souřadnicemi $x^{(W)}$, $y^{(W)}$, $z^{(W)}$. Vzhledem k motivaci práce, kterou je univerzální řídicí systém aplikovatelný na co nejširší spektrum úloh, je nezbytné, aby obsahoval regulátor úhlu ψ . Tato motivace určuje i další nároky na řízení.

Nejvyšší prioritu má plynulost pohybu. V běžných úlohách inspekce, mapování či při relativní lokalizaci jsou helikoptéry vybaveny senzory, jejichž výstup může být při oscilacích helikoptéry špatně zpracovatelný. Dalším zásadním kritériem je minimální překmit polohy (nanejvýš v jednotkách procent). V situacích, kdy je helikoptéra nucena létat v blízkosti překážek, by větší překmit mohl způsobit kolizi. Další konkrétní specifikace uzavřené smyčky souvisí s bezpečností létání v laboratoři či jiném uzavřeném objektu. Nejpřirozenější ochranou je omezení rychlostí, kterými se helikoptéra smí pohybovat. Za tímto účelem by měl být navržený regulátor schopen přímo řídit rychlosti, což určuje kaskádní charakter regulátoru horizontální polohy. Rychlostní omezení ale dávají smysl pouze v případech, kdy je helikoptéra nemůže překročit, tedy nedochází u nich k překmitu. Čistě praktickým kritériem je nulová ustálená odchylka regulace rychlosti. Při nenulové ustálené odchylce by se helikoptéra při překonávání velkých vzdáleností stále nacházela pod rychlostním limitem, a přemístění na referenční polohu by tedy přirozeně trvalo delší dobu. Nároky na dobu ustálení nejsou pro žádnou regulovanou veličinu přesně specifikovány, nicméně je rychlost uzavřené smyčky za podmínky, že bude zachována

plynulost, žádoucí.

4.2 PID regulátory

Zmíněných nároků lze dosáhnout lineárními regulátory a to konkrétně zástupci nejrozšířenější skupiny. Ta se skládá z regulátorů, které generují akční zásah na základě rovnosti:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t') dt' + K_d \frac{de(t)}{dt}. \quad (4.1)$$

kde $e(t)$ značí regulační odchylku. Lineární kombinací konstant K_p , K_i a K_d lze získat libovolnou variantu regulátoru (P, PI, PD atd.). Ačkoliv se jedná o jeden z nejzákladnějších principů řízení, praxe ukazuje, že ve velké části případů, kdy nároky na řízení nejsou příliš vysoké, jde o přirozenou volbu, a to především díky snadnému ladění a jednoduchosti implementace. Simulace v [21] a měření v [9] ukazuje, že vhodně vyladěný regulátor z této skupiny by pro většinu běžných aplikací bezpilotních helikoptér měl být dostačující.

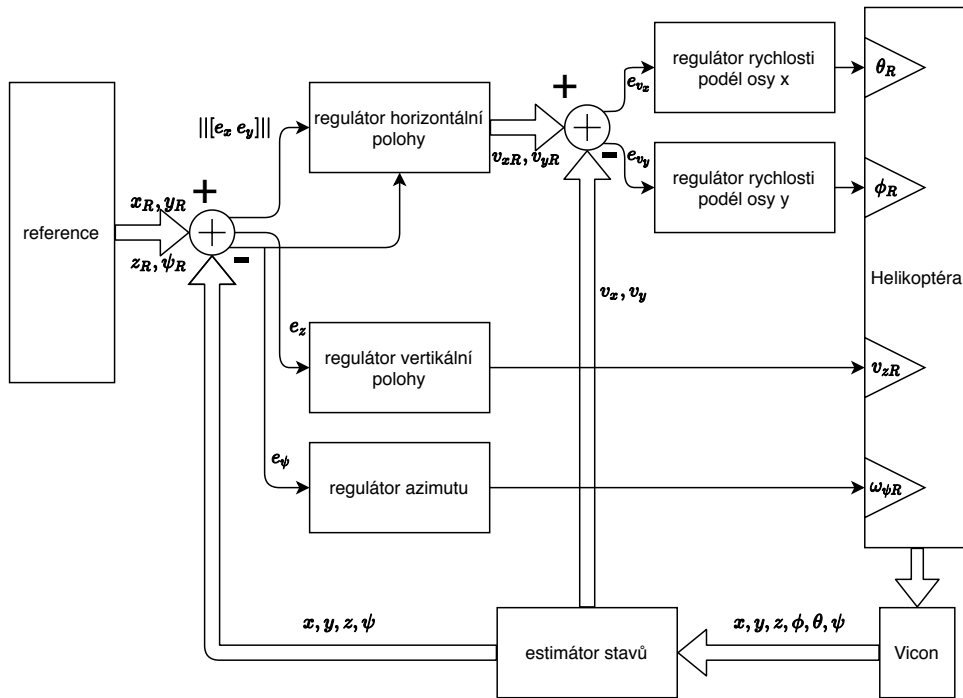
4.3 Architektura řídicího systému

Kapitola 3 ukázala, že je systém rozložitelný. Tohoto faktu lze využít při návrhu regulátoru a problém dekomponovat na dílčí úlohy. Regulátor je tedy možné pro každou řízenou veličinu¹ navrhnout a ladit nezávisle na ostatních. Za účelem řízení rychlostí je třeba regulátor horizontální polohy rozdělit na regulátor rychlosti (tedy systému $\theta_R \rightarrow v_x$ respektive $\phi_R \rightarrow v_y$) a polohy ($v_x \rightarrow x$ respektive $v_y \rightarrow y$). Schéma 4.1 znázorňuje strukturu navrhovaného řídicího systému.

4.4 Návrh regulátorů

Existují dva hlavní přístupy k návrhu diskrétního regulátoru řídicího spojitého systému [17]. První diskretizuje spojité model a následný návrh regulátoru

¹Myšleno pro každou primárně regulovanou veličinu, tedy x , y , z , ψ . Souvislost mezi regulátorem polohy x resp. y a rychlostí v_x resp. v_y pochopitelně je.



Obrázek 4.1: Schéma architektury řídicího systému.

praktikuje v z -doméně. Druhá možnost nabízí návrh spojitého regulátoru v s -doméně a jeho následnou diskretizaci. Postupy mají srovnatelně kvalitní výsledek, nicméně je okolo návrhu spojitého regulátoru postavena mohutnější teorie. Další výhodou je, že se proces diskretizace nachází až na konci postupu, což v praxi znamená, že při změně vzorkovací periody není třeba opakovat návrh regulátoru. Z toho důvodu je v této práci preferována druhá možnost, které se někdy říká nepřímý návrh.

Jak bylo zmíněno, teorie řízení obsahuje řadu metod návrhu spojitého regulátoru. V této práci je upřednostněna metoda root locus [22], jelikož dovoluje umístování pólů systému intuitivním grafickým způsobem, který do celého problému vnáší lepší vhled.

4.4.1 Regulátor horizontální rychlosti

Identifikované stavové popisy 3.26 si jsou až na znaménka některých členů velice podobné. Díky rovnosti $\text{sign}(a_{x23})\text{sign}(b_{x31}) = \text{sign}(a_{y23})\text{sign}(b_{y31})$ ²

² a_{xmn} značí prvek matice \mathbf{A}_x na m -tém řádku v n -tém sloupci a značení s ostatními členy rovnosti sdílí. Díky této rovnosti mají oba systémy totožné smysly v kontextu vstup (θ_R resp. ϕ_R) - výstup (x resp. y) a tedy i téměř stejný přenos.

a faktu, že jsou absolutní hodnoty prvků matic téměř totožné, vedou oba systémy na podobnou přenosovou funkci. Díky tomu se lze uchýlit ke dvěma instancím regulátorů sdílející konstanty K_p , K_i a K_d . Návrh regulátoru vedoucí na zmíněné konstanty by mohl být učiněn na základě jednoho ze stavových popisů z 3.26. V rámci minimalizace rozdílů v chování mezi navrženou a skutečnou dynamikou uzavřené smyčky obou podsystémů je vhodnější identifikované stavové popisy "zprůměrovat" a regulátor navrhovat na základě tohoto výsledku. Fakticky se kvůli různým znaménkům některých členů nejedná o průměr nýbrž o operaci, která je popsána rovnicemi

$$\begin{aligned} a_{hmn} &= \frac{1}{2} \text{sign}(a_{xmn}) (|a_{xmn}| + |a_{ymn}|), \\ b_{hmn} &= \frac{1}{2} \text{sign}(b_{xmn}) (|b_{xmn}| + |b_{ymn}|), \quad m, n \in \{1, 2, 3\}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Sjednocené stavové matice omezené pouze na podsystém *vstup stabilizačního regulátoru* \rightarrow *rychlost* mají podobu

$$\mathbf{A}_h = \begin{bmatrix} -0,1395 & 9,8137 \\ 0 & -4,7226 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_h = \begin{bmatrix} 0 \\ -3,7593 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

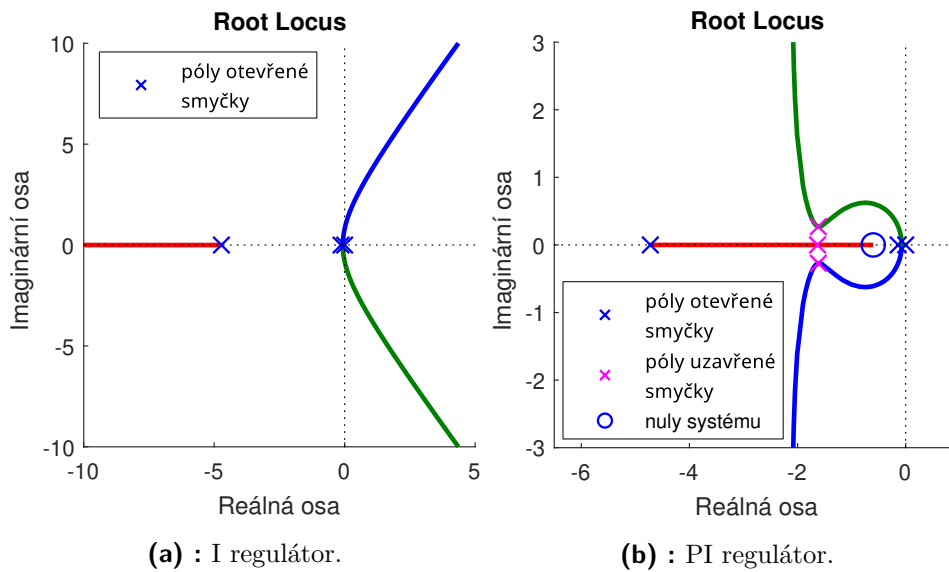
Póly podsystému 4.3 odpovídající vlastním číslům matice \mathbf{A}_h jsou patrné přímo z jejího tvaru a mají hodnoty

$$p_1 = -0,1395, \quad p_2 = -4,7226. \quad (4.4)$$

Odtud je zjevné, že se jedná o tzv. statický systém. Vzhledem k nárokům na řízení obsahujícím požadavek na nulovou ustálenou odchylku odezvy na skok, musí zpětnovazební regulátor obsahovat integrátor. Přidáním nulového pólu vznikne I regulátor, který vede na root locus znázorněný grafem 4.2a. Z grafu je zřejmé, že je tento regulátor prakticky nepoužitelný, neboť při malém zesílení vede na příliš pomalou dynamiku a při větším zesílení celý systém destabilizuje. Přidáním nuly vzniká PI regulátor. Z pravidel pro root locus popisující směr asymptot je evidentní, že na smysluplné vlastnosti uzavřené smyčky vede nula nacházející se na reálné ose mezi póly 4.2 (viz graf 4.2b). Při vhodně zvolené hodnotě nuly lze příslušnou konstantou póly posunout na zdánlivě vyhovující polohu, která je v grafu 4.2b znázorněna fialovými křížky. Dominantní roli v tu chvíli ale převezme nula, která způsobí výrazný překmit.

Je evidentní, že pro splnění nároků na překmit maximálně v jednotkách procent je nutné do regulátoru zakomponovat i derivační složku. Na základě pravidel pro root locus lze dojít k následujícím závěrům týkajících se umístění nul:

- Nula v intervalu $(p_1, 0)$ pro dostatečné zesílení částečně kompenzuje nejpomalejší pól systému (přidaný integrátor).



Obrázek 4.2: Root locus systému rozšířeného o regulátory.

- Nula v intervalu $(-\infty, p_2)$ zbylé dva póly vtahuje hlouběji do záporné reálné s -poloroviny.

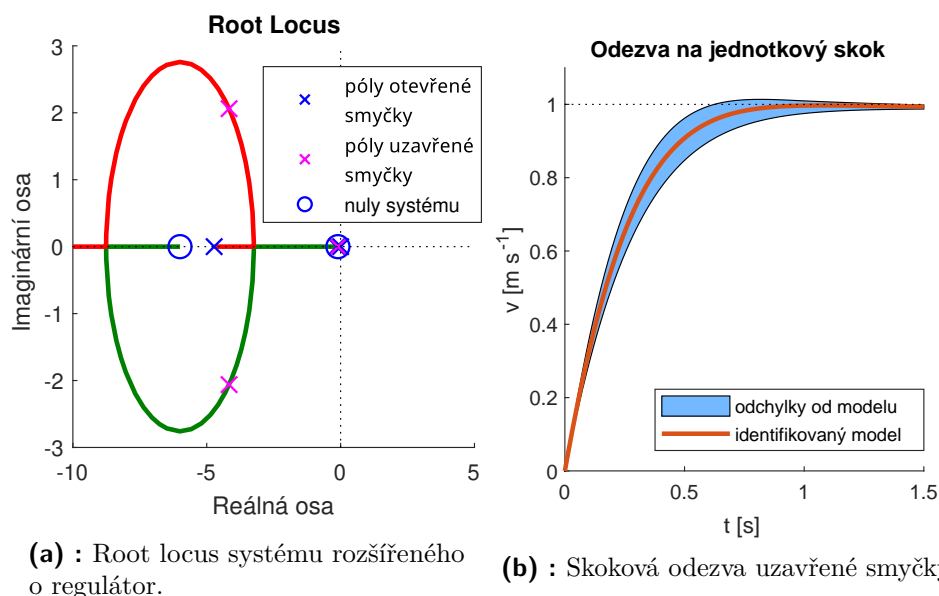
Čím blíže se nuly nachází k původním pólům systému, tím lepší trajektorii pólů uzavřené smyčky generují³. Vzhledem k tomu, že výsledky identifikace v kapitole 3 mohou obsahovat nepřesnosti, a tedy skutečné póly systému se mohou od identifikované hodnoty odchylovat, je vhodné udržet jistý odstup mezi nulami a póly. V důsledku tohoto opatření se charakter generované trajektorie pólů uzavřené smyčky (a tedy i jejich poloha) nebude nijak zásadně měnit v závislosti na odchylce skutečné hodnoty pólu od identifikované hodnoty a regulátor nabývá robustnosti vůči těmto chybám. Tento fakt je patrný ze skokové odezvy znázorněné grafem 4.3b, kde modrá plocha reprezentuje odezvu systémů, jejichž parametry se od identifikovaných parametrů liší maximálně o 10% identifikované hodnoty.

Obrázek 4.3a znázorňuje póly uzavřené smyčky fialově a root locus systému rozšířeného o regulátor s přenosem

$$C(s) = \frac{-0,1(s+0,1)(s+6)}{s}. \quad (4.5)$$

Z odezvy na skok 4.3b je evidentní často opomíjený fakt. Řád systému se přidáním integrátorem zvýšil a některé vztahy pro výpočet např. překmitu

³Přívlastkem dobrý je v tomto kontextu myšlena vlastnost snižovat reálnou část a absolutní hodnotu imaginární části pólů uzavřené smyčky.



Obrázek 4.3: Charakteristiky PID regulátoru.

či doby náběhu užívané pro systémy druhého řádu tedy ztrácí přesnost, respektive přestávají úplně platit. Ačkoliv se nabízí zjednodušení v podobě uvažování úplného zkrácení pólu a nuly⁴ s největšími reálnými částmi, které by vedlo na systém druhého řádu, je zřejmé, že by přineslo nezanedbatelnou chybu. Zbýl by pouze pár komplexně sdružených pólů, který by vedl na kmitavou odezvu. Taková odezva, jak ukazuje graf 4.3b, ale není pozorována. Vliv nejpomalejšího pólu totiž není nulou dokonale kompenzován, ale pouze do jisté míry utlumen, což se do celé odezvy promítá jako slabý dolnopropustní filtr, který případné kmitání způsobené komplexními složkami zbylých pólů zmírní až téměř odstraní.

Konstanty navrženého PID regulátoru, který vede na skokovou odezvu 4.3b, jsou dané přenosem 4.5, a mají hodnoty:

$$K_p = -0,61, \quad K_i = -0,06, \quad K_d = -0,1. \quad (4.6)$$

Přenos uzavřené smyčky lze vypočítat ze vzorce

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}, \quad (4.7)$$

kde $L(s)$ značí přenos otevřené smyčky, který je vzhledem k dopřednému sériovému zapojení regulátoru popsán vztahem

$$L(s) = C(s)G(s). \quad (4.8)$$

⁴Hodnota pólu (-0,0991) se nerovná hodnotě nuly (-0,1). Z toho důvodu je řeč o zjednodušení problému a ne o běžné algebraické úpravě.

Využitím vztahů 4.5, 4.7, 4.8 a převodem stavového popisu 4.3 na přenosovou funkci ⁵, lze vypočítat přenos uzavřené smyčky

$$T_{hv}(s) = \frac{3,689s^2 + 22,5s + 2,214}{s^3 + 8,551s^2 + 23,16s + 2,214}, \quad (4.9)$$

který dále bude využit při návrhu polohového regulátoru.

4.4.2 Regulátor horizontální polohy

Při návrhu horizontální polohového regulátoru je třeba vycházet z dynamiky uzavřené smyčky rychlosti, která je popsána přenosovou funkcí 4.9. Přenos systému *rychlost* \rightarrow *poloha* je z fyzikální podstaty popsán integrátorem. Regulátor tedy bude navrhován pro systém s přenosem

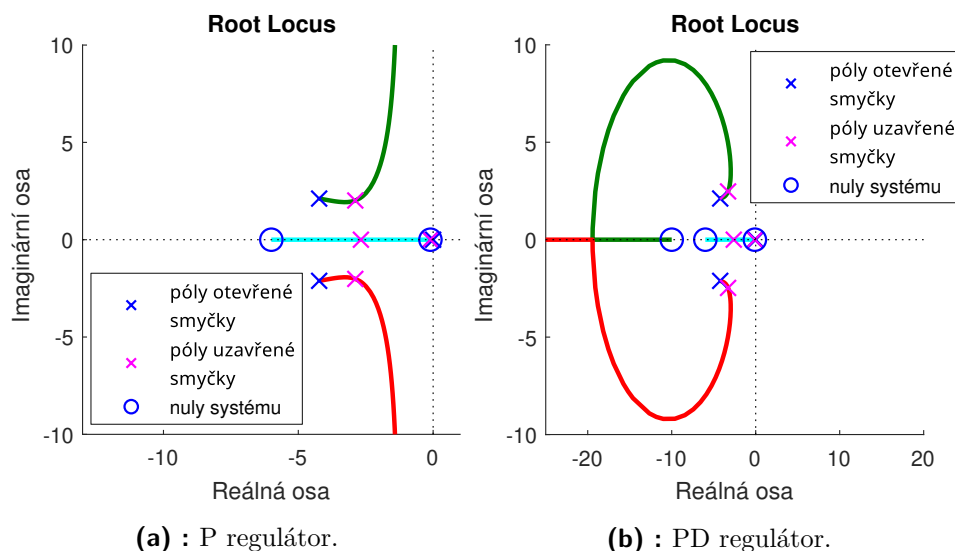
$$L_{hp}(s) = \frac{3,689s^2 + 22,5s + 2,214}{s^4 + 8,551s^3 + 23,16s^2 + 2,214s}. \quad (4.10)$$

Vzhledem k tomu, že systém obsahuje integrátor, se přirozeně nabízí řízení pouze pomocí zesílení, tedy P regulátoru. Díky minimálnímu překmitu uzavřené smyčky rychlosti, je proporcionální přístup schopen vyhovět zadaným požadavkům. Z grafu 4.4a je ale patrné, že při přísnějších nárocích na dobu náběhu by začal kvůli kmitání selhávat. PD regulátor tuto nedokonalost při vhodně zvolené hodnotě nuly do jisté míry zmírňuje, jak naznačuje graf 4.4b. Jedná se o vhodnější volbu i kvůli prevenci překmitů.

Poloha nuly a zesílení byly nalezeny z části na základě intuice postavené na systémech druhého řádu a z části pomocí iterativního postupu. Skokové odezvy uzavřené smyčky jsou pro oba regulátory znázorněny grafem 4.5. Odtud je patrné, že PD regulátor vykazuje pro daný problém lepší charakter. Také je z grafu evidentní, že navržený řídicí systém není nijak výrazně citlivý na změny identifikovaných parametrů a je tedy pravděpodobné, že se v praxi bude chovat velice podobně. Parametry navrženého PD regulátoru mají hodnoty

$$K_p = 2, \quad K_d = 0,2. \quad (4.11)$$

⁵Za účelem převodu je nutné dodefinovat stavové matice $\mathbf{C}_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{D}_h = 0$



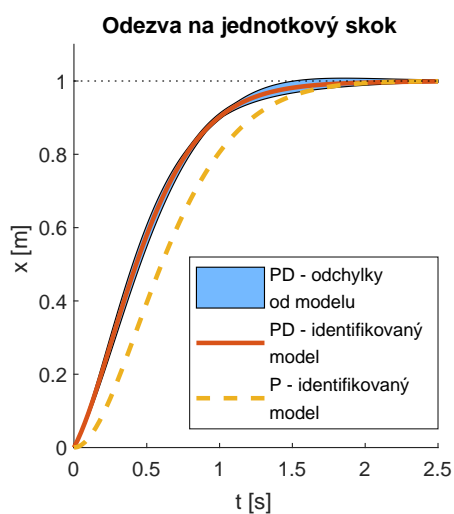
Obrázek 4.4: Návrh regulátoru horizontální polohy.

4.4.3 Regulátor vertikální polohy

Řízení výšky je komplikováno pásmem necitlivosti popsaným v části 3.3.4. Navzdory integrátoru, který systém obsahuje, může zmíněná nelinearita způsobovat nezanedbatelnou ustálenou regulační odchylku a obecně velice špatné chování v okolí rovnovážné polohy. Pásmo necitlivosti lze poměrně jednoduše kompenzovat přičítáním (resp. odečítáním) konstanty definující zmíněnou nelinearitu k (resp. od) výstupu regulátoru. V části 3.3.4 byla tato konstanta odhadnuta velice přibližně a v rámci testování regulátoru bude muset být laděna. Za předpokladu, že bude tímto postupem přesně nalezen parametr pásma necitlivosti a tedy nelinearita bude efektivně kompenzována, může být při návrhu regulátoru ignorována.

Jak bylo v kapitole 3 zmíněno, podsystém vertikální rychlosti má posunutou nulu. Výstup navrženého regulátoru se bude k takto posunuté nule přičítat, v důsledku čehož se postup návrhu nijak nemění. Pouze se zanedbává poslední sloupec matice \mathbf{B}_z popsané v 3.30.

Přístupem, který je téměř identický s tím v části 4.4.2, lze dojít k závěru, že je vhodnou volbou PD regulátor. Opět podobným postupem byla nalezena poloha nuly i zesílení vedoucí na žádoucí skokovou odezvu. Jediným rozdílem mezi úlohami je odlišný nárok na rychlost uzavřené smyčky. V tomto případě požadavek na dobu ustálení není tak přísný, jelikož v praxi helikoptéra typicky vystoupá, resp. klesne, do referenční výšky a v té následně bude po nějakou dobu operovat. Díky pomalejší dynamice uzavřené smyčky nebude vlivem

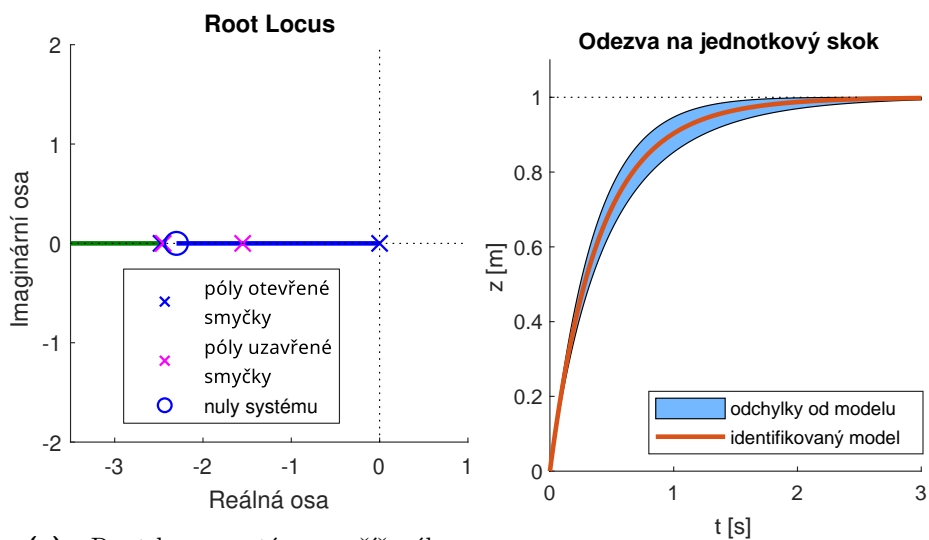


Obrázek 4.5: Skoková odezva navržených P a PD regulátorů.

poruch docházet k rychlým oscilacím okolo kýžené výšky a výstup případného měření tedy bude lépe zpracovatelný.

Konstanty navrženého PD regulátoru mají hodnoty:

$$K_p = 0,345, \quad K_d = 0,15. \quad (4.12)$$



(a) : Root locus systému rozšířeného o PD regulátor.

(b) : Skoková odezva uzavřené smyčky.

Obrázek 4.6: Návrh regulátoru vertikální polohy.

4.4.4 Regulátor azimutu

Podsystem rotace kolem osy z je, jak popisuje část 3.3.4, také zatížen nelinearitou, která může zásadně zasahovat do řízení. Tentokrát se ale nejedná o snadno kompenzovatelné pásmo necitlivosti. Pokus o podobnou kompenzaci jako v případě nelinearity systému výšky by vedl na kmitavý "ustálený" stav. Díky absenci nároku na nulovou ustálenou odchylku lze přistoupit k řešení, které upraví nelinearitu tak, aby se interval vedoucí na nulovou úhlovou rychlost zúžil, ale neeliminoval (viz obrázek 4.8). Toho lze dosáhnout přičítáním (resp. odečítáním) konstanty k (resp. od) výstupu regulátoru s tím, že je tato konstanta menší než polovina šířky nelineárního pásma. Díky tomuto přístupu bude systém lépe reagovat na malé akční zásahy, ale zároveň díky stále existujícímu pásmu necitlivosti⁶ nebude mít tendenci oscilovat. Nevýhodou je nenulová ustálená regulační odchylka a afinita v citlivém pásmu. Ladění regulátoru na reálném systému s sebou ponese hledání kompromisu mezi kmitáním okolo úhlové reference a velikostí ustálené odchylky daného šířkou upraveného "hluchého pásma".

Vzhledem k nelinearitě, která navzdory snahám není úplně kompenzovaná, je návrh regulátoru pouze orientační a není zde z toho důvodu podrobněji rozebírán. S odkazem na část 4.4.3, kde byl postup návrhu pro velice podobný systém popsán, je zde pouze grafem znázorněna skoková odezva uzavřené smyčky 4.7 a jsou zmíněny parametry navrženého PD regulátoru

$$K_p = -0,9, \quad K_d = -0,15. \quad (4.13)$$

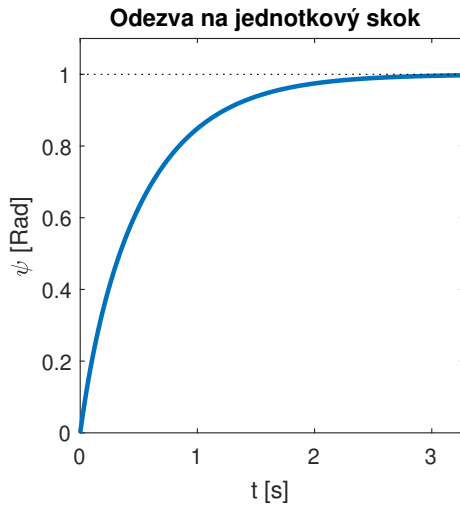
S největší pravděpodobností se parametry regulátoru budou muset na reálném systému ladit, proto hodnoty 4.13 nenesou příliš velký význam.

4.5 Diskretizace regulátoru

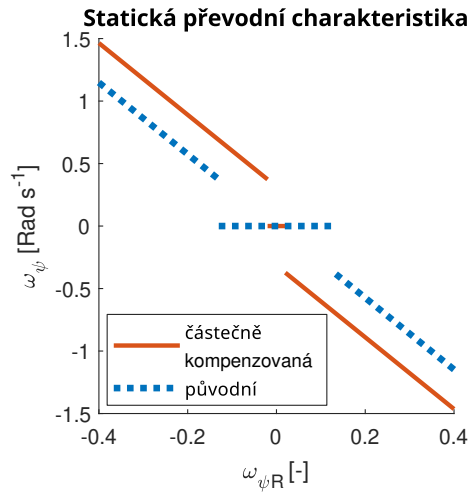
Jak bylo zmíněno, řídicí systém má být realizován palubním počítačem helikoptéry. Regulátory navržené v části 4.4 je tedy nutné za tímto účelem diskretizovat. Integrovaný stabilizační systém dle výrobce drží vstup v čase $[kT + t_0, (k + 1)T + t_0]$ ⁷ konstantním. Z tohoto důvodu je nejvhodnější metodou diskretizace tzv. zero-order-hold (známá také pod jménem skokově

⁶Ve skutečnosti se nejedná čistě o pásmo necitlivosti, nýbrž o jeho kombinaci s třetí nelinearitou.

⁷ $k \in \mathbb{Z}$, T značí řídicí periodu a t_0 je počáteční čas.



Obrázek 4.7: Skoková odezva uzavřené smyčky azimutálního podsystému.



Obrázek 4.8: Statická převodní charakteristika znázorňující úpravu nelinearity.

invariantní metoda) [23]. Ta vede na vztah

$$G_D(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G_C(s)}{s} \right\} \Big|_{t=kT} \right\}, \quad (4.14)$$

kde $G_D(z)$ značí diskretizovanou přenosovou funkci spojitého přenosu $G_C(s)$ ⁸.

Dosažením spojitého přenosu PID regulátoru

$$C_C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s, \quad (4.15)$$

do vztahu 4.14 lze odvodit diskretizovaný přenos PID regulátoru

$$C_D(z) = K_p + K_i T \frac{1}{z-1} + K_d \frac{z-1}{z}, \quad (4.16)$$

ze kterého vychází samotná implementace algoritmu.

4.6 Kalmanův filtr

Ze schématu řídicího systému 4.1 je patrné, že k řízení horizontálních rychlostí je třeba jejich znalost. Zpětná vazba zprostředkovaná systémem Vicon ale poskytuje pouze polohu (x, y, z) a Eulerovy úhly (ϕ, θ, ψ) . Ve zpětné vazbě je

⁸Toto značení se týká i přenosů regulátoru.

tedy nutná přítomnost prvku, který na základě dat ze systému Vicon odhadne neznámé stavy, tedy rychlosti. Tuto funkci může plnit pozorovatel nebo filtr⁹. Pro popsanou úlohu je vhodný algoritmus známý jako Kalmanův filtr [24].

Jedná se o typ pozorovatele v uzavřené smyčce, který kombinuje naměřená data se simulacemi založenými na diskretním modelu systému. Díky tomu v úlohách řešitelných běžným filtrem¹⁰ řadové filtry předčí a to zpravidla v kvalitě výstupu i nárocích na výpočetní výkon.

4.6.1 Algoritmus

Algoritmus pozorovatele v otevřené smyčce je popsán rovnicí

$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[k] + \mathbf{B}\mathbf{u}[k] + \mathbf{w}[k], \quad (4.17)$$

kde \mathbf{x} značí skutečný stav a \mathbf{w} šum procesu, který reprezentuje nedokonalosti modelu popsaného stavovými maticemi \mathbf{A} , \mathbf{B} . Dále je nutné uvést model senzoru

$$\mathbf{z}[k] = \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}[k] + \mathbf{v}[k], \quad (4.18)$$

kde \mathbf{z} značí vektor měření, matice \mathbf{H} je tzv. model pozorování¹¹ a \mathbf{v} reprezentuje šum senzoru. Užití Kalmanova filtru vychází z předpokladu, že šum procesu \mathbf{w} pochází z normálního rozdělení $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$ a šum měření z normálního rozdělení $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$. Zmíněný algoritmus má dvě fáze probíhající v každé iteraci.

Predikční fáze

Na začátku iterace je přiřazením 4.19, které je charakteristické pro pozorovatele v otevřené smyčce, vytvořen a priori odhad aktuálního stavu $\hat{\mathbf{x}}'[k]$. Ten vychází ze znalosti modelu (stavové matice \mathbf{A} , \mathbf{B}), a posteriori odhadu minulého stavu $\hat{\mathbf{x}}[k-1]$ a současného vstupu $\mathbf{u}[k]$. V této fázi se také počítá aktuální kovarianční matice chyby a priori odhadu stavu $\mathbf{P}'[k]$ na základě

⁹Kauzální filtr může vyhlazovat zpětnou diferencii poloh a následovat postup podobný tomu popsanému v části 3.3.2.

¹⁰Obecně je algoritmus nasazován na složitější úlohy odhadování stavů, se kterými si např. dolnoproputní filtr neporadí. To ale není tento případ.

¹¹Jedná se o matici reprezentující lineární zobrazení mapující stavový vektor \mathbf{x} na vektor měření \mathbf{z} .

kovarianční matice a posteriori odhadu z minulé iterace $\mathbf{P}[k-1]$ a kovarianční matice šumu procesu (anglicky process noise) \mathbf{Q} .

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}'[k] &\leftarrow \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}[k-1] + \mathbf{B}\mathbf{u}[k], \\ \mathbf{P}'[k] &\leftarrow \mathbf{A}\mathbf{P}[k-1]\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}.\end{aligned}\tag{4.19}$$

■ Korekční fáze

V druhé části iterace dochází ke korekci a priori odhadu stavu na základě měření a tedy k vytvoření tzv. a posteriori odhadu stavu $\hat{\mathbf{x}}_k$. Nejprve je vypočítáno Kalmanovo zesílení \mathbf{K}_k tak, aby minimalizovalo stopu kovarianční matice¹² chyby a posteriori odhadu stavu \mathbf{P}_k . Vychází přitom z kovarianční matice chyby a priori odhadu \mathbf{P}'_k , kovarianční matice šumu měření \mathbf{R} a matice pozorování \mathbf{H} . Toto optimální zesílení dále určuje, s jakou mírou se a priori odhad stavu $\hat{\mathbf{x}}'_k$ promítne do a posteriori odhadu $\hat{\mathbf{x}}_k$ a s jakou mírou a posteriori odhad bude ovlivněn měřením \mathbf{z} . V posledním kroku se vypočítá kovarianční matice chyby a posteriori odhadu, která vzhledem k prvnímu kroku této fáze je minimální. Algoritmus postupuje rekurzivně, tedy po ukončení této fáze se přejde k další iteraci opět začínající predikční fází.

$$\begin{aligned}\mathbf{K}[k] &\leftarrow \mathbf{P}'[k]\mathbf{H}^T \left(\mathbf{H}\mathbf{P}'[k]\mathbf{H}^T + \mathbf{R} \right)^{-1}, \\ \hat{\mathbf{x}}[k] &\leftarrow \hat{\mathbf{x}}'[k] + \mathbf{K}[k] (\mathbf{z}[k] - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}'[k]), \\ \mathbf{P}[k] &\leftarrow (\mathbf{I} - \mathbf{K}[k]\mathbf{H})\mathbf{P}'[k].\end{aligned}\tag{4.20}$$

■ 4.7 Shrnutí

Na začátku kapitoly byly představeny nároky na řízení. Na jejich základě se uskutečnila volba regulátorů v podobě skupiny PID a navrhla struktura řídicího systému. Následně byl popsán návrh spojitých regulátorů pomocí metody root locus a jejich diskretizace metodou zero-order-hold. Ačkoliv skokové odezvy uzavřených smyček všech podsystémů splňují nároky, je vzhledem k nelinearitám systému pravděpodobné, že výškový i azimutální regulátor bude třeba doladit na reálném systému. Konec kapitoly se zabýval Kalmanovým filtrem s jehož pomocí budou odhadovány horizontální rychlosti. Výsledky této kapitoly dávají teoretický základ, na kterém bude postavena implementace.

¹²A tedy i normu matice.

Kapitola 5

Implementace

Na základě kapitoly 2, kde bylo popsáno technické řešení úlohy, a kapitoly 4, jejímž výsledkem je diskretizovaný regulátor s navrženými konstantami a algoritmus pozorovatele, lze řídicí systém implementovat v jazyce C/C++ na palubní počítač helikoptéry. Tato kapitola zmíněný proces popisuje a také se zabývá případným laděním parametrů na reálném systému.

5.1 Implementace Kalmanova filtru

Algoritmus popsaný částí 4.6.1 by mohl zmíněnou úlohu řešit za užití stavových popisů 3.26. Stejný účel ale splní i jejich zjednodušená forma vedoucí na systémy prvního řádu. Jejím vstupem je měřený úhel a jediným stavem horizontální rychlost

$$\dot{v}_x = -0,1338 v_x + 9,8137 \theta, \quad (5.1)$$

respektive

$$\dot{v}_y = -0,1452 v_y - 9,8137 \phi. \quad (5.2)$$

Skutečnost, že měřenou veličinou je zpětná diference horizontální polohy

$$\mathbf{z}[k] = \frac{1}{t[k] - t[k-1]} \left(\begin{bmatrix} x[k] \\ y[k] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x[k-1] \\ y[k-1] \end{bmatrix} \right), \quad (5.3)$$

vede na podobu matice pozorování $H = 1$ a tedy na rovnosti:

$$z_x = v_x, \quad z_y = v_y. \quad (5.4)$$

Zmíněné stavové popisy 5.1, 5.2 rozšířené o převod stavového vektoru na vektor měření 5.4 je opět za účelem implementace nutné diskretizovat. Na rozdíl od diskretizace PID regulátorů popsané v části 4.5 je vhodné použít jinou metodu než zero-order-hold. Reálný systém mezi okamžiky vzorkování nedrží konstantní hodnotu, nýbrž se spojitě mění. Z toho důvodu je vhodnější pro tento systém Tustinova metoda (také známa jako bilineární transformace) [17]. Metoda zero-order-hold vychází z aproximace polynomem nultého řádu (konstantou), zatímco bilineární transformace z podílu aproximací polynomem prvního řádu (tedy z podílu lineárních funkcí). Je tedy intuitivní, že se druhá ze zmíněných aproximačních metod bude dopouštět menší chyby.

Uplatněním bilineární transformace na systémy 5.1, 5.2 a uvažováním vzorkovací periody $T = 10 \text{ ms}$ ¹ lze získat stavové popisy diskrétní aproximace systémů:

$$\begin{aligned} v_x[k+1] &= 0,9987 v_x[k] + 0,09807 \theta[k], \\ z_x[k] &= 0,9993 v_x[k] + 0,04904 \theta[k], \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} v_y[k+1] &= 0,9985 v_y[k] - 0,09807 \phi[k], \\ z_y[k] &= 0,9993 v_y[k] - 0,04903 \phi[k]. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Učiněná zjednodušení vedoucí na systém prvního řádu byla motivována ušetřením výpočetního výkonu a usnadněním implementace. Je evidentní, že stavové matice z 5.5, 5.6 jsou ve skutečnosti skaláry a tedy maticové operace obsažené v algoritmu 4.20, 4.19 přechází v operace skalární.

5.1.1 Ladění Kalmanova filtru

Charakter Kalmanova filtru se ladí prostřednictvím kovarianční matice šumu procesu \mathbf{Q} a měření \mathbf{R} , respektive jejich poměrem. V ideálním případě by tyto matice byly výsledkem analýzy modelu systému a senzoru respektive jeho výstupu. Odvození kovarianční matice šumu procesu je ale natolik náročné, že se v praxi zpravidla postupuje jinak. Typicky se jedna z matic prohlásí za diagonální a hodnoty nenulových prvků se svévolně zvolí. Druhá matice se stává ladícím parametrem, prostřednictvím kterého se mění poměr mezi zmíněnými maticemi, v důsledku čehož se nastavuje rozložení důvěry mezi model a měření.

Ladění Kalmanova filtru bývá poměrně neexaktní a subjektivní proces, při kterém je hledána rovnováha mezi dvěma protichůdnými vlastnostmi. Na jednu stranu je žádoucí, aby výstup filtru byl co nejhladší (důvěra v model, velké \mathbf{R}), na druhou stranu je ale důležité, aby odhad konvergoval co

¹Jedná se o vzorkovací periodu systému vicon.

nejrychleji (důvěra v měření, malé \mathbf{R}). Analýzou naměřených dat, konkrétně zkoumáním, jak významná je přítomnost šumu ve zpětné diferenci polohy, a simulacemi Kalmanova filtru na naměřených datech se iterativně došlo k hodnotám

$$\mathbf{Q} = 0, 1, \quad \mathbf{R} = 1. \quad (5.7)$$

V případě, že je model aproximován prvním řádem a je měřena jediná veličina, se matice \mathbf{Q} a \mathbf{R} redukují na skaláry, jak je evidentní z rovnic 5.7. Dosazení diskrétního modelu systému, modelu pozorování z rovnic 5.5, 5.6 a odhadnutých rozptylů 5.7 do algoritmů 4.19, 4.19 dává pseudokód výsledné implementace.

5.2 Řídicí systém

Za účelem implementace je nutné výstup diskrétní aproximace regulátoru odvozený v části 4.5 převést do časové domény. Toho lze docílit aplikováním inverzní \mathcal{Z} -transformace

$$\mathcal{Z}^{-1} \{C_D(z)e(z)\} = K_p e[k] + K_d (e[k] - e[k-1]) + K_i T \sum_{j=0}^{k-1} e[j], \quad (5.8)$$

kde e značí regulační odchylku. Výstup regulátoru 5.8 je přímým návodem k jeho implementaci. Je z něj zřejmé, že derivační složka přešla v diferenci, zatímco integrální v sumu. To je důvod, proč se diskrétní forma PID regulátoru nazývá PSD (proporcionálně sumačně derivační).

Reálný systém se od lineárního modelu v několika směrech, které v praxi nelze zanedbat, liší. Měření zpravidla bývá zatíženo šumem, který explicitní využití diference ve vztahu 5.8 komplikuje. Další významný rozdíl se týká fyzikálního omezení akčních členů, které zpravidla vede na nevhodné chování integrální složky regulátoru. Oba zmíněné problémy nežádoucím způsobem ovlivňují charakter uzavřené smyčky. Algoritmus naznačený vztahem 5.8 je tedy nutné za účelem odstranění těchto parazitních jevů rozšířit.

5.2.1 Filtr diference regulační odchylky

Část 3.3.2 pojednávala o problémech týkajících se diference zašuměného signálu a uvedla jejich offline řešení v podobě nekauzálního lokálně regresivního filtru. V části 4.6 byl za účelem online řešení představen Kalmanův filtr, který

využívá model systému. Zde bude popsán alternativní online přístup založený na exponenciálním filtru.

Exponenciální filtr vychází z afinní kombinace měření a svého minulého výstupu

$$y \leftarrow cz + (1 - c)y, \quad (5.9)$$

kde y značí výstup filtru, z měření a $c \in [0, 1]$ je ladící konstanta. Jeho ladění je opět, jak tomu bylo u Kalmanova filtru, iterativní subjektivní proces. Experimenty ukázaly, že na vyhovující vlastnosti vede heuristika, která v případech, kdy se současná a minulé řídicí prodleva v absolutní hodnotě liší o 10 ms, přiřadí konstantě hodnotu $c \leftarrow 4T$, kde T značí současnou řídicí prodlevu.

■ 5.2.2 Anti-windup

V reálných aplikacích aktuátory podléhají fyzikálním omezením, které se do systému promítají jako nelinearita v podobě saturace. Návrh regulátoru vychází z lineárního modelu a saturace tedy nijak nezohledňuje, v důsledku čehož se může odezva uzavřené smyčky reálného systému od navržené výrazně odchylovat. Typicky se skoková odezva oproti navrženému průběhu zpomalí, což způsobí, že se integrují větší hodnoty řídicí odchylky, integrální chyba tedy naroste nad očekávání a způsobí překmit. Tento jev se nazývá windup. Jedním z řešení zmíněného problému je tzv. clamping anti-windup, který v situacích, kdy je akční člen v saturaci, rozpojí integrální smyčku, v důsledku čehož se regulační odchylka přestane integrovat. Ačkoliv existují sofistikovanější metody, měření ukázalo, že jsou výsledky tohoto přístupu zcela dostačující.

■ 5.2.3 Algoritmus

Algoritmus PSD regulátoru, který vychází ze vztahu 5.8 a je rozšířen o výše přiblížené prvky, je popsán pseudokódem 1. Notaci v něm použitou vysvětluje tabulka 5.1. V případě regulátoru horizontální polohy je nutné algoritmus 1 mírně upravit. Jelikož je z důvodu bezpečnosti omezena horizontální rychlost, nelze polohovým regulátorem nastavovat rychlostní reference v_{xR} , v_{yR} nezávisle na sobě. Proto je za regulační odchylku regulátoru horizontální polohy považována Euklidovská norma vektoru horizontální odchylky \mathbf{e}

$$e = \|\mathbf{e}\|_2 = \left\| \begin{bmatrix} x_R - x \\ y_R - y \end{bmatrix} \right\|_2, \quad (5.10)$$

Algorithm 1 PSD

procedure VYPOČÍTEJ AKČNÍ ZÁSAAH(r, y, T)
 $e_k \leftarrow r - y$ $dE_k \leftarrow e_k - e_{k-1}$ $dE_k \leftarrow c \times dE_k + (1 - c) \times dE_{k-1}$ $u \leftarrow K_p \times e_k + K_i \times iE_k + K_d \times dE_k$ **if** $|u| < u_{max}$ **then** $iE_k \leftarrow iE_k + T \times e_k$ **else** $u \leftarrow \text{sign}(u) \times u_{max}$ $e_{k-1} \leftarrow e_k$ $dE_{k-1} \leftarrow dE_k$ **return** u

r	reference
y	změřený resp. odhadnutý stav
e	regulační odchylka
dE	derivační chyba
iE	integrační chyba
u	výstup regulátoru, tedy akční zásah
u_{max}	konstanta definující saturaci
K_p, K_d, K_i	konstanty regulátoru
T	aktuální řídicí prodleva

Tabulka 5.1: Přehled notace použité v pseudokódu.

kde x_R, y_R značí souřadnice reference a x, y jsou měřené souřadnice. PD regulátorem vypočítaná rychlost v_R je dále omezena maximální povolenou hodnotou a je interpretována jako norma vektoru $\mathbf{v}_R^{(W)} = [v_{xR}^{(W)} \ v_{yR}^{(W)}]^T$, který náleží lineárnímu podprostoru generovanému vektorem \mathbf{e} , tedy

$$\mathbf{v}_R^{(W)} = v_R \frac{\mathbf{e}}{\|\mathbf{e}\|_2}. \quad (5.11)$$

Tento vektor reprezentuje požadovanou horizontální rychlost vzhledem k souřadnicovému systému W . K vyjádření v souřadnicovém systému B lze použít rotační matici

$$\begin{bmatrix} v_{xR}^{(B)} \\ v_{yR}^{(B)} \end{bmatrix} = \frac{v_R}{\|\mathbf{e}\|_2} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \mathbf{e}. \quad (5.12)$$

Referenční hodnoty rychlosti podél os x_B, y_B ze vztahu 5.12 dále vstupují do již na sobě nezávislých regulátorů rychlostí.

5.3 Ladění řídicího systému

Experimenty podobné těm, jejichž výsledky jsou uvedené v následující kapitole, ukázaly, že jedinou veličinou, jejíž chování uzavřené smyčky vyžaduje ladění na reálném systému, je azimut (ψ). Vzhledem k nelinearitám znemožňujícím přesný návrh regulátoru byl tento výsledek očekáván. Díky správné funkci polohového regulátoru bylo možné bezpečně uplatnit postup empirického ladění, který vedl na nové konstanty regulátoru azimutu

$$K_p = -0,5, \quad K_i = -0,03, \quad K_d = -0,1. \quad (5.13)$$

Kromě konstant samotného regulátoru bylo nezbytné upravit i parametr K_n kompenzátoru nelinearity. Ten, jak bylo zmíněno v části 4.4.4, upravuje výstup regulátoru vztahem:

$$u \leftarrow u + \text{sign}(u)K_n. \quad (5.14)$$

Vysoká hodnota konstanty vedla na kmitavý charakter, zatímco malá hodnota na nezanedbatelnou ustálenou regulační odchylku. Po několika iteracích empirického testování byla nalezena konstanta $K_n = 0,09$, která vede na kompromis mezi zmíněnými vlastnostmi.

5.4 Shrnutí

Tato kapitola vycházela z teoretických konceptů navržených předchozí kapitolou a upravila je či rozšířila o mechanismy, díky kterým mohou být použity v praxi. V textu byly zmíněny pseudokódy algoritmu PSD regulátoru i Kalmanova filtru, které byly implementovány v jazyce C/C++ na palubním počítači helikoptéry a rozšířily tedy dosavadní kód vedoucího práce. V rámci kapitoly proběhlo empirické ladění parametrů Kalmanova filtru i ladění nevyhovujících uzavřených smyček regulátoru.

Kapitola 6

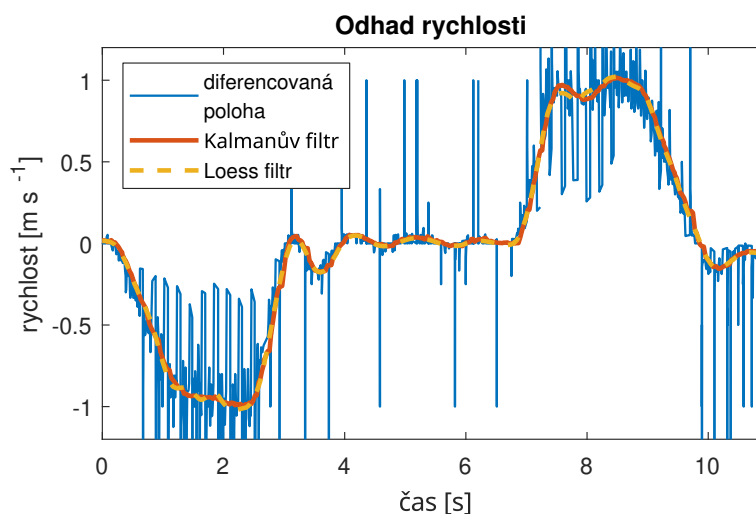
Experimenty

V této kapitole jsou prezentovány výsledky experimentů, které ověřují chování implementovaného regulátoru na reálném systému. Experimenty odpovídají úlohám, kterým bude řídicí systém v budoucnu pravděpodobně čelit. Typicky se jedná o držení statické polohy, skokovou změnu reference a sledování trajektorie.

6.1 Odhad rychlostí

Ačkoliv odhad rychlosti nebyl zmíněn ve výčtu očekávaných úloh, jeho přesnost má zásadní vliv na regulaci horizontální polohy. Z toho důvodu je zde uvedeno měření, které funkci Kalmanova filtru demonstruje. Graf 6.1 znázorňuje výstup filtru a měření, ze kterého vychází. Dále je v něm za účelem porovnání zanesen i výstup lokálně regresivního filtru [3], který je poměrně sofistikovanou, výpočetně náročnou a především nekauzální metodou ¹. Skutečnost, že je výstup Kalmanova filtru srovnatelný s výstupem loess filtru, poukazuje na kvalitu zmíněného pozorovatele, která je pro účely práce dostačující.

¹Kvůli těmto vlastnostem je loess filtr pro online filtraci nepoužitelný. V případě offline filtrace ale obecně podává velice dobré výsledky.



Obrázek 6.1: Odhad rychlosti využitím Kalmanova filtru.

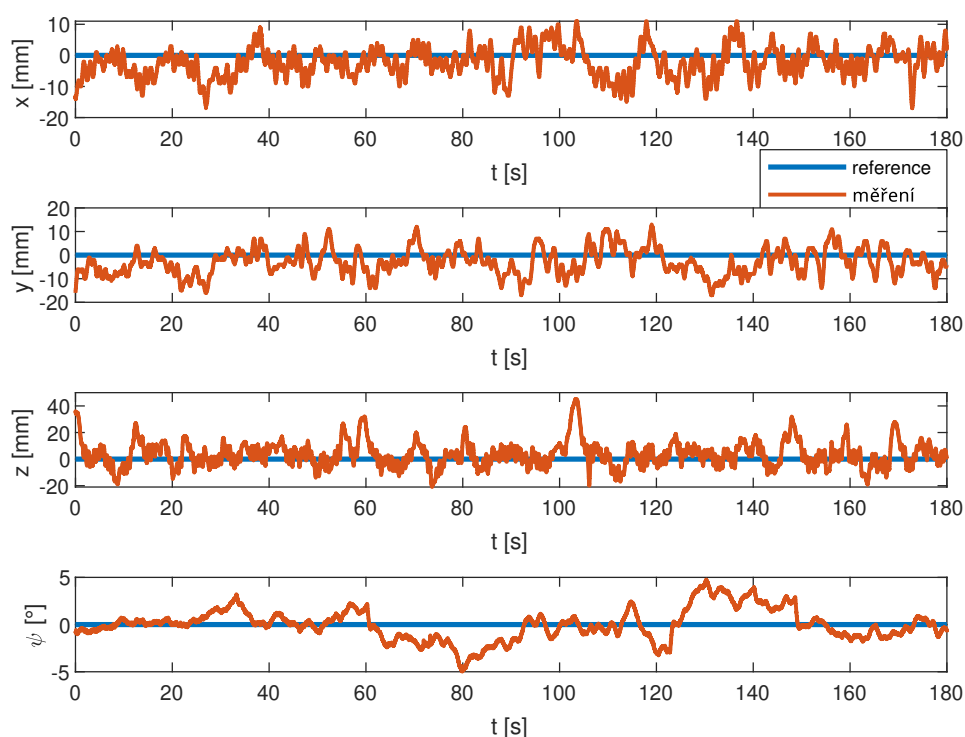
6.2 Statická reference

6.2.1 Držení stálé polohy

V mnoha aplikacích je zásadní, aby helikoptéra byla schopna co nejpřesněji udržovat stálou polohu. Tato schopnost byla ověřena 180 s dlouhým měřením v prostředí s minimálními poruchami. V tabulce 6.1 jsou zaneseny relevantní statistiky regulačních odchylek. Grafy 6.2 porovnávají řízené veličiny s žádanými hodnotami. Zároveň svědčí o tom, že v případě poloh regulátor bryskně reaguje na odchylky v řádu milimetrů. V porovnání s tím je u regulátoru azimutu patrné pásmo necitlivosti popsané v části 4.4.4. To způsobuje větší směrodatnou odchylku i maximální hodnotu regulační odchylky.

X	$\sigma(X)$	$\Delta_{max}(X)$
e_x [mm]	4,88	17
e_y [mm]	5,56	17
e_z [mm]	9,71	45
e_ψ [°]	1,661	4,98

Tabulka 6.1: Statistika regulačních odchylek v klidovém stavu



Obrázek 6.2: Statická charakteristika systému.

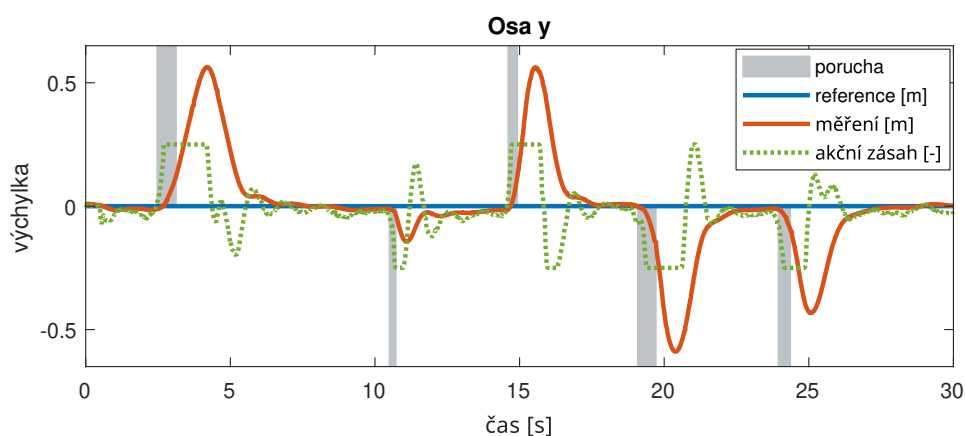
6.2.2 Odmítnutí poruchy

V prostředí s poruchami je zásadní robustnost systému. Ta byla v tomto experimentu ověřována náhlými poruchami v podobě mechanického vychýlení helikoptéry od reference. Výsledky měření jsou pro jednu z horizontálních os zaneseny v grafu 6.3, který svědčí o tom, že jsou horizontální okamžité poruchy kompenzovány efektivně a bez překmitu.

6.3 Dynamická reference

6.3.1 Odezva na skok

Skoková odezva je v kontextu této práce velice důležitou charakteristikou uzavřené smyčky, jelikož představuje jednu z nejzákladnějších a zároveň v běžné praxi i nejčastějších úloh. Část 4.1 zmiňuje, že pro aplikaci systému v prostředí s překážkami je nezbytné, aby odezva na skokovou změnu reference



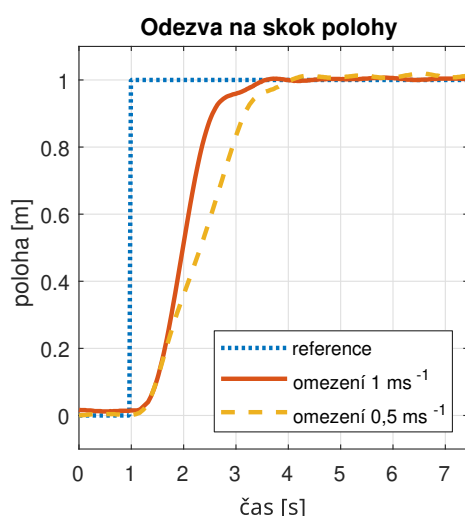
Obrázek 6.3: Měření robustnosti systému vůči náhlým poruchám.

polohy měla minimální nebo ideálně žádný překmit. Současně je ale žádoucí co nejkratší čas ustálení za podmínky udržení plynulosti. Tyto požadavky jsou částečně protichůdné, což při návrhu regulátoru způsobovalo nutnost hledání kompromisu (viz část 4.4). V této části je ověřeno, do jaké míry je navržený kompromis dodržen a zda skoková odezva uzavřené smyčky reálného systému zmíněným požadavkům vyhovuje. Následující měření byla provedena opakovaně a v rámci každého experimentu je prezentována typická odezva.

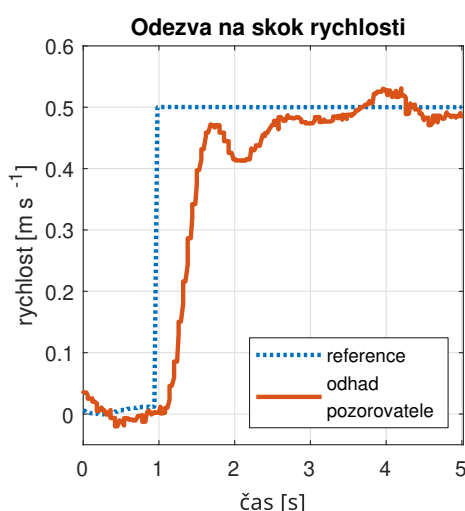
■ Horizontální podsystem

Jak již bylo zmíněno, za účelem bezpečnosti je nutné omezovat rychlosti helikoptéry. Za nejvyšší bezpečnou rychlost byla považována hodnota 1 m s^{-1} . Experiment, jehož výsledky znázorněné grafem 6.4 demonstrují vliv tohoto omezení na skokovou odezvu, a měření skokové odezvy uzavřené smyčky regulátoru rychlosti 6.5 probíhaly pod rychlostním limitem $0,5 \text{ m s}^{-1}$. Při všech ostatních experimentech bylo dodržováno omezení $\|\mathbf{v}_R\|_2 \leq 1$, kde \mathbf{v}_R značí vektor referenčních horizontálních rychlostí.

V grafu 6.4 si je možné všimnout nepatrného překmitu. Ten je přímo úměrný velikosti skoku pouze v lineárním pásmu, tedy v případech, kdy se neprojevuje saturace referenční rychlosti. To má za důsledek skutečnost, že v případech, kdy je skoková změna reference polohy dostatečně velká na to, aby helikoptéra dosáhla své maximální rychlosti, nabývá překmit velice podobných hodnot a s rostoucí velikostí skoku se nemění. Tento fakt je dále potvrzen porovnáním grafů 6.4, 6.6a. V nejhorším možném případě tedy dochází k překmitu, jehož maximální hodnota ze všech měření odpovídá 4 cm. Tato hodnota je vzhledem ke klidovým odchylkám považována za přijatelnou a tedy požadavek na minimální překmit splněn.



Obrázek 6.4: Závislost skokové odezvy na rychlostním limitu.



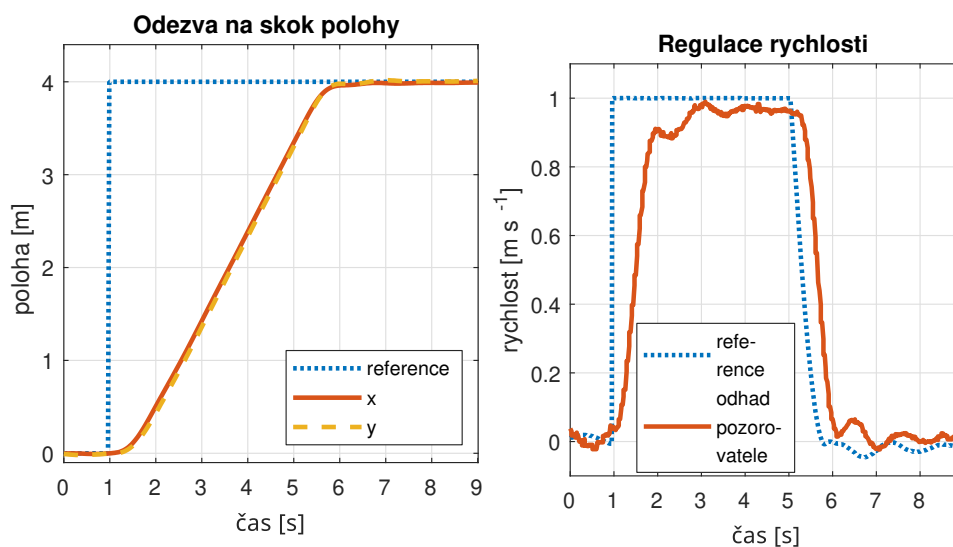
Obrázek 6.5: Skoková odezva uzavřené smyčky regulátoru horizontální rychlosti.

Skoková odezva uzavřené smyčky regulátoru rychlosti má tendence s klesajícím zrychlením lehce kmitat. V kombinaci s poruchou může toto chování vést k chvilkovému překročení referenční rychlosti. Nikdy se však nejedná o překmit překračující hranici 10%. Vzhledem ke kombinaci tohoto faktu a skutečnosti, že je limit překročen po dobu opravdu krátkého okamžiku, chování helikoptéry nepůsobí nebezpečně, čímž byla hlavní motivace řízení rychlostí naplněna.

Experiment znázorněný grafy 6.6 ukazuje provázanost vycházející z kaskádního charakteru regulátoru. Je z něj patrné, že polohový regulátor díky znalosti dynamiky vnitřní smyčky snižuje svůj výstup, tedy referenční rychlost, s ideálním předstihem, díky kterému překmitne naprosto minimálně a zároveň dosáhne reference co nejdříve. Dále je v grafu 6.6a porovnán průběh měření pro osu x a osu y . Je zřejmé, že má uzavřená smyčka v obou případech téměř identické chování, což vysvětluje, proč v ostatních experimentech není upřesněno, které osy se měření týká.

■ Vertikální podsystem

Podobně, jako tomu bylo v případě horizontálního podsystemu, je i zde z bezpečnostních důvodů omezena rychlost. Díky tomu, že je přímo řízena výstupem regulátoru, stačí tento výstup saturovat. Nároky na uzavřenou smyčku regulátoru výšky nejsou tak přísné jako u horizontálního podsystemu, nicméně je i zde ze stejných důvodů žádoucí co nejmenší překmit. Graf 6.7

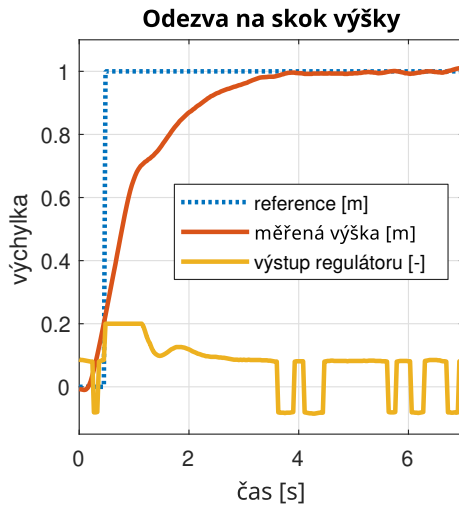


Obrázek 6.6: Experiment znázorňující kaskádní charakter regulátoru.

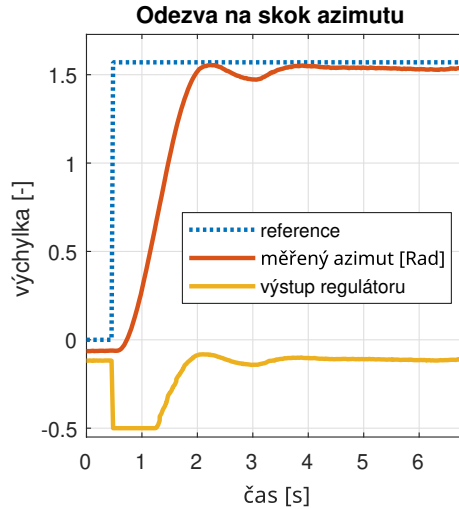
ukazuje, že je tomuto požadavku vyhověno nulovým překmitem. Také je z něj patrné pásmo necitlivosti systému a jeho efektivní kompenzace .

■ Azimutální podsystém

Ze všech řízených veličin má nejbenevolentnější nároky na řízení azimut, jelikož neovlivňuje stabilitu a ani polohu systému. Jedinými nároky jsou nekmitavý a klidný charakter uzavřené smyčky a ustálená regulační odchylka v jednotkách stupňů. Graf 6.8 ukazuje, že po dosažení reference dochází k zákmitu. V tomto grafu je zanesen výstup regulátoru, ze kterého je patrné, že zmíněný jev nenastává vinou navrženého regulátoru, nýbrž regulátoru implementovaného na řídicí desce helikoptéry. Jistá forma pásma necitlivosti, které si lze v grafu všimnout, a její neúplná kompenzace popsaná v části 4.4.4 vede na nenulovou ustálenou regulační odchylku. Po několika iteracích empirického ladění bylo dosaženo ustálené odchylky nacházející se v toleranci 5° . Tato přesnost je pro většinu aplikací dostatečná.



Obrázek 6.7: Skoková odezva uzavřené smyčky regulátoru výšky a výstup regulátoru.



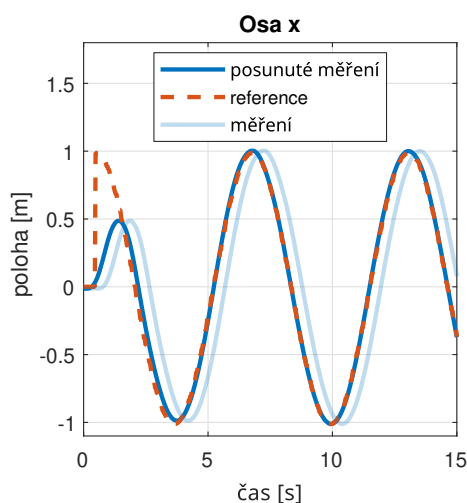
Obrázek 6.8: Skoková odezva uzavřené smyčky regulátoru azimutu a výstup regulátoru.

6.3.2 Sledování trajektorie

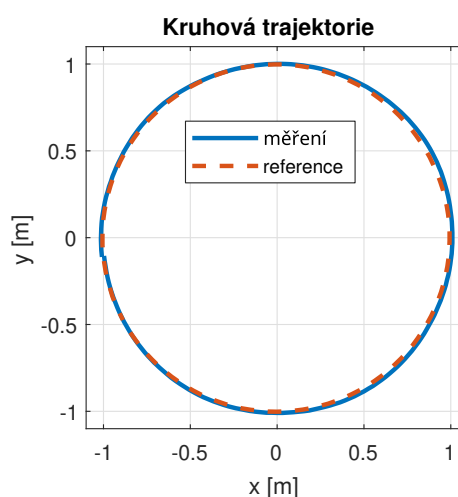
Mnoho úloh má podobu trajektorie, po níž by se helikoptéra měla pohybovat. Je-li trajektorie zadána ve formátu posloupnosti bodů, lze ji využít přímo k nastavování polohové reference. V tomto experimentu byly vygenerovány body náležící vodorovné kružnici o poloměru 1 m. Tyto body byly postupně nastavovány jako reference s frekvencí, která vedla k rychlosti reference 1 m s^{-1} a tedy úhlovou rychlost 1 Rad s^{-1} . Rychlost helikoptéry byla omezena na stejnou hodnotu. Z grafu 6.9 je patrné zpoždění systému vůči referenci, které činí přibližně 0,35 s. Tato prodleva je přirozeným důsledkem dynamiky systému. S rostoucí hodnotou rozdílu $v_{lim} - v_{ref}$, kde v_{lim} značí rychlostní limit a v_{ref} rychlost reference, patrnost jevu klesá. Po posunutí naměřených dat o zmíněné zpoždění a porovnání jejich průběhů lze konstatovat, že helikoptéra po odeznění přechodového jevu trajektorii sleduje s přesností, která uspokojí většinu aplikací. Relevantní statistika odchylky od trajektorie je pro celý 75 s dlouhý experiment zanesena v tabulce 6.2.

X	$\sigma(X)$	$\Delta_{max}(X)$
e_x [mm]	29,57	83
e_y [mm]	32,76	87

Tabulka 6.2: Statistika odchylek měřené polohy od kruhové trajektorie.



Obrázek 6.9: Časový průběh sledování harmonické reference.



Obrázek 6.10: Porovnání požadované trajektorie s naměřenou.

6.4 Shrnutí

V této kapitole byly prezentovány výsledky experimentů demonstrujících vlastnosti řídicího systému. Na jednom z měření bylo ukázáno, že Kalmanův filtr odhaduje horizontální rychlosti s dostatečnou přesností. Testování preciznosti při sledování statické reference vedlo k výsledkům, které pro naprostou většinu využití nejsou limitující. Dále byly zkoumány skokové odezvy, které pro všechny řízené veličiny splnily zadané nároky. Nakonec bylo demonstrováno chování při sledování dynamické reference, které také vykazovalo velmi uspokojivé vlastnosti. Obecně lze konstatovat, že uzavřená smyčka systému má s ohledem na užitý řídicí algoritmus velice dobré chování, které předčí výsledky např. [9], kde byl užit podobný přístup.

Kapitola 7

Závěr

V této práci byl odvozen model vícerotorové helikoptéry s regulátorem orientace. Parametry stavového popisu byly identifikovány využitím metody nejmenších čtverců. Přesnost modelu dále byla ověřena jeho využitím jakožto pozorovatele v otevřené smyčce. Výsledky experimentu svědčí o tom, že je model pro účely návrhu regulátoru či pozorovatele dostatečně přesný, čímž byla splněna příslušná část zadání.

Na základě modelu byl navržen řídicí systém skládající se z PID a PD regulátorů. Chování jeho uzavřené smyčky bylo simulováno, v důsledku čehož se potvrdilo teoretické splnění všech nároků na řízení. Za účelem odhadů rychlostí byl navržen Kalmanův filtr. Ten byl společně s řídicím algoritmem následně implementován na palubním počítači helikoptéry v jazyce C/C++. Experimentálně byla ověřena správná funkce algoritmů na reálném systému a byly doladěny jejich parametry. Skutečnost, že bylo nutné empiricky upravit parametry pouze jediného regulátoru, a to konkrétně toho, který čelil silné nelinearitě řízené veličiny, poukazuje na kvalitu návrhu a přesnost modelu.

Schopnost sledovat statickou i dynamickou referenci v prostředí bez poruch se ukázala být pro většinu aplikací dostatečná. Odmítnutí náhlé poruchy se taktéž prokázalo být účinné. Nebylo však ověřeno chování v podmínkách se stálou nebo stále proměnlivou poruchou. Lze nicméně na základě charakteru regulátoru předpokládat, že v porovnání s pokročilejšími algoritmy, které např. provádí odhad poruchy, bude systému scházet robustnost. Zmíněné experimenty demonstrují, že uzavřená smyčka vyhovuje požadovaným nárokům na řízení. Zadání práce lze tedy považovat za úspěšně splněné.

■ 7.0.1 Budoucí práce

Výsledek práce slouží jako základ, který může být rozšířen v mnoha směrech. Jeden z nejpřirozenějších spočívá v návrhu lokalizačního systému, díky němuž se bude možné vymanit z omezení na laboratorní podmínky. Buď se v tomto ohledu lze spokojit s globální lokalizací zprostředkovanou GPS, nebo je možné se věnovat vyzývající problematice relativní lokalizace, která najde uplatnění i mimo dosah GPS. Další směr, kterým se následná práce může ubírat je kooperace více systémů. Roj vícerotorových helikoptér je aktuální téma, pro které je využíván Motion Capture systém velkou výhodou. U obou ze zmíněných problematik je velice žádoucí vlastností řídicího systému robustnost. V tomto ohledu lze uvedený regulátor rozšířit, nebo PID algoritmus opustit a využít modelu systému k návrhu pokročilejšího regulátoru.

Příloha A

Literatura

- [1] *AscTec Firefly*. [Online]. Available: <http://fans.solidworks.copic-cad-tuku.html>
- [2] *Diagram řídicí desky AscTec Firefly*. [Online]. Available: <https://roboticsknowledgebase.com/wiki/common-platforms/asctec-uav-setup-guide/#Flash-Programs-in-the-HLP>
- [3] W. CLEVELAND and S. DEVLIN, “LOCALLY WEIGHTED REGRESSION - AN APPROACH TO REGRESSION-ANALYSIS BY LOCAL FITTING,” *JOURNAL OF THE AMERICAN STATISTICAL ASSOCIATION*, vol. 83, no. 403, pp. 596–610, SEP 1988.
- [4] T. Nascimento and M. Saska, “Position and attitude control of multirotor aerial vehicles: A survey,” *Annual Reviews in Control*, vol. 48, 08 2019.
- [5] K. Mathe and L. Busoniu, “Vision and Control for UAVs: A Survey of General Methods and of Inexpensive Platforms for Infrastructure Inspection,” *SENSORS*, vol. 15, no. 7, pp. 14 887–14 916, JUL 2015.
- [6] S. Omari, M.-D. Hua, G. Ducard, and T. Hamel, “Hardware and Software Architecture for Nonlinear Control of Multirotor Helicopters,” *IEEE-ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS*, vol. 18, no. 6, pp. 1724–1736, DEC 2013.
- [7] S. Notter, A. Heckmann, A. Mcfadyen, and F. Gonzalez, “Modelling, Simulation and Flight Test of a Model Predictive Controlled Multirotor with Heavy Slung Load,” *IFAC PAPERSONLINE*, vol. 49, no. 17, pp. 182–187, 2016, 20th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace (ACA), Sherbrooke, CANADA, AUG 21-25, 2016.

Příloha B

Přehled matematické notace

Symbol	Význam
malé či velké písmeno, např. x , X	skalár
tučné malé písmeno, např. \mathbf{x}	sloupcový vektor
tučné velké písmeno, např. \mathbf{X}	matice
\mathbf{R}_q	rotační matice zprostředkovávající rotaci kolem osy q
\mathbf{R}_A^B	rotační matice zprostředkovávající transformaci ze souřadnicového systému A do souřadnicového systému B
$\mathbf{x}^T, \mathbf{X}^T$	transpozice vektoru a matice
\mathbf{X}^{-1}	inverze matice \mathbf{X}
x_A	osa x souřadnicového systému A
$x^{(A)}$	x vyjádřené v souřadnicovém systému A
\dot{x}	časová derivace x
$\mathcal{L}\{x\}$	Laplaceův obraz x
\mathbb{Z}, \mathbb{R}	množina celých a množina reálných čísel
$\mathbf{df}(\mathbf{x})$	Jacobiho matice zobrazení \mathbf{f} v bodě \mathbf{x}
$x[k], \mathbf{x}[k]$	hodnota x , \mathbf{x} ve vzorkovacím čase k

Tabulka B.1: Přehled matematické notace

Příloha C

Seznam zkratek

Symbol	Význam anglicky	Význam česky
UAV	Unmanned Aerial Vehicle	bezpilotní letoun
UART	Universal Asynchronous Receiver-Transmitter	asynchronní sériový přenos
USB	Universal Serial Bus	univerzální sériová sběrnice
API	Application Programming Interface	rozhraní pro programování aplikací
LL	Low Level (processor)	nízkoúrovňový (procesor)
HL	High Level (processor)	vysokoúrovňový (procesor)
UDP	User Datagram Protocol	nespojovaný protokol transportní vrstvy TCP/IP
PID	Proportional-Integral-Derivative (controller)	proporcionálně-integračně-derivační (regulátor)

Tabulka C.1: Seznam zkratek



Příloha D

Obsah DVD

Jméno adresáře	Popis
prace	bakalářská práce ve formátu pdf
prace_zdroj	zdrojové \LaTeX kódy bakalářské práce
videa	videa zachycující experimenty
implementace	zdrojový kód pro palubní počítač

Tabulka D.1: Obsah DVD

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Jiroušek** Jméno: **Martin** Osobní číslo: **474615**
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**
Zadávací katedra/ústav: **Katedra kybernetiky**
Studijní program: **Kybernetika a robotika**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Řízení polohy robotické hexakoptéry

Název bakalářské práce anglicky:

Position Control of Robotic Hexacopter

Pokyny pro vypracování:

Cílem práce je návrh zpětnovazebního regulátoru pro řízení polohy malé robotické helikoptéry dodané pracovištěm vedoucího práce. Výstupem regulátoru budou vstupní řídicí signály pro stávající vestavěný řídicí systém zajišťující základní stabilizaci helikoptéry. Součástí práce je identifikace modelu helikoptéry a fyzikální povahy vstupů jejího řídicího systému. Pro určení polohy helikoptéry bude použit motion capture systém. Regulátor bude implementován na palubním počítači helikoptéry v jazyce C/C++. Nezbytnou součástí práce je experimentální ověření správné funkce regulátoru.

Seznam doporučené literatury:

- [1] Benzaid Karima, Mansouri Noura, Labbani-Igbida Ouiddad - A Generalized Dynamical Model and Control Approach Applied to Multicopter Aerial Systems – 2016
- [2] Lin Wei, Liu Hao - Robust Hierarchical Control for Uncertain Multivariable Hexarotor Systems - 2015
- [3] Omari Sammy, Minh-Duc Hua, Ducard Guillaume, Hamel Tarek - Hardware and Software Architecture for Nonlinear Control of Multicopter Helicopters – 2013
- [4] Nascimento Tiago P., Saska Martin - Position and attitude control of multi-rotor aerial vehicles: A survey - 2019

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Jan Chudoba, inteligentní a mobilní robotika CIIRC

Jméno a pracoviště druhého(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **09.01.2020**

Termín odevzdání bakalářské práce: **22.05.2020**

Platnost zadání bakalářské práce: **30.09.2021**

Ing. Jan Chudoba
podpis vedoucí(ho) práce

doc. Ing. Tomáš Svoboda, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta