

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta strojní

12105 Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

12105.1 Odbor pružnosti a pevnosti

Disertační práce

Výpočtové modely vlastností hybridních kompozitních struktur



Autor: Ing. Zdeněk Pošvář

Školitel: prof. Ing. Milan Růžička, CSc.

Studijní obor: Mechanika tuhých a poddajných těles a prostředí

Odevzdáno k obhajobě: 2019

Anotace

Předkládaná disertační práce „Výpočtové modely vlastností hybridních kompozitních struktur“ se zabývá problematikou určení mechanických vlastností hybridních kompozitních profilů. Profily z kompozitních materiálů se v současné době používají napříč celým spektrem průmyslové automatizace a pronikají i do výrobních strojů. Vývoj v oblasti kompozitních materiálů se dlouhodobě soustřeďuje na vlastnosti tenkostěnných konstrukcí skořepinového typu. Cílem této práce je navrhnout metodiku k určení mechanických vlastností uzavřených kompozitních profilů z více typů základních materiálů. V technické praxi se takové profily převážně vyrábějí metodou navíjení, která s sebou nese i další výhodu v možnosti použití ultra-vysoko modulových vláken s modulem pružnosti v tahu dosahujícího až 900GPa. Základním požadavkem na metodiku je snadná použitelnost v optimalizační smyčce a minimální nároky na vstupní materiálová data při dostatečné přesnosti predikce statické tuhosti dílu. Za tímto účelem byl navržen model predikce ohybové a korigované smykové tuhosti profilu, který byl verifikován s MKP výpočty a experimentálními úlohami. Práce se také v jedné z kapitol věnuje návrhu technické realizace optimalizační smyčky profilu „na míru“ jako přímé integraci vyvinutých výpočtových modelů mechanických vlastností do praxe.

Práce je rozdělena do 9 kapitol. Kapitola 1 je úvod do problematiky a motivace k sepsání disertační práce. Kapitola 2 se věnuje současnému stavu poznání a diskuzi, zda současný stav poznání v dané oblasti je dostatečný. V kapitole 3 jsou vytyčeny cíle disertační práce. Kapitola 4 je zaměřena na aplikaci Timošenkovy metody pro kompozitní nosníky a způsobům výpočtu potřebných vlastností profilů. Kapitola 5 se věnuje sestavení základní databáze fundamentální profilů a vzájemnému srovnání jednotlivých profilů, včetně analýzy vlivu smyku na výslednou predikovanou deformaci. Kapitola 6 je zaměřena na odvození a implementaci autorem prvně publikovaných metod přímého výpočtu korigované smykové tuhosti profilu. V kapitole 7 je uvedeno ověření materiálových vstupů do modelů mechanických vlastností vrstvy pro vlákno XN-80 na základě základních materiálových zkoušek. Kapitola 8 se věnuje experimentální verifikaci metody přímého výpočtu korigované smykové tuhosti vybraného profilu na základě tříbodové zkoušky v ohybu a příčném smyku, kdy zkouška musela být dvakrát modifikována z důvodů znehodnocení výsledků lokálními deformacemi profilu. Kapitola 9 je závěr a zhodnocení vytyčených cílů, přínos disertační práce pro vědu a výzkum a možné způsoby navazujícího výzkumu.

Klíčová slova:

Kompozitní materiál, ohybová tuhost, přímý výpočet korigované smykové tuhosti, opravný koeficient smykové tuhosti, ultra-vysoko modulová vlákna, navíjený hybridní kompozitní profil

Annotation

This dissertation thesis "Computational models of properties of hybrid composite structures" deals with the problem of determination of mechanical properties of hybrid composite profiles. Profiles made of composite materials are currently used across the entire spectrum of industrial automation and penetrate into production machines. Developments in the field of composite materials have long focused on the properties of thin-walled shell-type structures. The aim of this work is to propose a methodology to determine the mechanical properties of closed composite profiles from several types of base materials. In technical practice, such profiles are mainly produced by the winding method, which also has the additional advantage of being able to use ultra-high modulus fibres with a tensile modulus of up to 900GPa. The basic requirement of the methodology is easy usability in the optimization loop and minimal demands on input material data with sufficient accuracy of prediction of static stiffness of the part. For this purpose, a model of prediction of bending and corrected shear stiffness of the profile was designed, which was verified with FEM calculations and experiments. The work also in one of the chapters deals with the design of technical implementation of the optimization loop of the "on request" profile as a direct implementation of the developed computational models of mechanical properties into practice.

The thesis is divided into 9 chapters. Chapter 1 is an introduction to the topic and motivation to write a thesis. Chapter 2 deals with the current state of knowledge and discusses whether the current state of knowledge in the area is sufficient. Aims of thesis are given in Chapter 3. Chapter 4 focuses on the application of the Timoshenko method for composite beams and the methods of calculating the necessary profile properties. Chapter 5 is devoted to building a basic database of fundamental profiles and mutual comparison of profiles, including the analysis of the effect of shear on the predicted deformation. Chapter 6 is focused on derivation and implementation of the first published methods by author of direct calculation of corrected shear stiffness of the profile. In Chapter 7, the verification of the material inputs to the models of mechanical properties of the XN-80 layer based on basic material tests. Chapter 8 deals with the experimental verification of the method of direct calculation of the corrected shear stiffness of the selected profile based on the three-point bending and transverse shear test, where the test had to be modified twice due to degradation of the results due to local deformation of the profile. Chapter 9 is the conclusion and evaluation of the aims, the contribution of the dissertation to science and research and possible topic of follow-up research.

Keywords:

Composite material, bending stiffness, Direct approach to revise shear stiffness, shear revise coefficient, ultra-high modulus fibre, wound hybrid composite profile

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem disertační práci na téma „Výpočtové modely vlastností hybridních kompozitních struktur“ vypracoval samostatně, výhradně s použitím literatury, která je uvedena v seznamu použité literatury.

V Praze dne

.....

Zdeněk Pošvář

Poděkování

Rád bych touto cestou chtěl poděkovat svému školiteli prof. Ing. Milanovi Růžičkovi, CSc. za cenné rady, podnětné připomínky, vstřícnost a ochotu v průběhu celého studia a při tvorbě této práce. Děkuji též celému kolektivu Ústavu mechaniky, biomechaniky a mechatroniky Fakulty strojní Českého vysokého učení technického v Praze za odbornou pomoc a cenné konzultace. Dále bych chtěl poděkovat firmě Compo Tech Plus s.r.o. a Bilsing Automation GmbH za podporu při výzkumu a trpělivost při aplikaci poznatků do praxe. V neposlední řadě patří velké díky celé mé rodině za trpělivost a celoživotní podporu.

Obsah

| | |
|---|---------------|
| 1 Úvod | - 1 - |
| 1.1 Motivace | - 1 - |
| 2 Přehled a rešerše problematiky | - 3 - |
| 2.1 Kompozitní materiál..... | - 3 - |
| 2.2 Technologie výroby kompozitních materiálů..... | - 10 - |
| 2.3 Mechanické vlastnosti kompozitních materiálů..... | - 15 - |
| 2.4 Deformace nosníku..... | - 23 - |
| 2.5 Automatizovatelnost procesu návrhu - optimalizace..... | - 28 - |
| 2.6 Závěr - souhrn a diskuse poznatků současného stavu poznání | - 29 - |
| 3 Cíle disertační práce | - 31 - |
| 4 Aplikace Timošenkovy teorie pro kompozitní nosníky | - 32 - |
| 4.1 Obecné řešení..... | - 32 - |
| 4.2 Navíjené hybridní profily – sestavení databáze fundamentálních profilů..... | - 34 - |
| 4.3 Deformace nosníku dle Timošenka..... | - 40 - |
| 4.4 Deformace nosníku dle Bernoulliho | - 43 - |
| 4.5 Závěr kapitoly | - 46 - |
| 5 Databáze fundamentálních profilů | - 47 - |
| 5.1 Návrh optimalizační konstrukční smyčky profilu na míru | - 47 - |
| 5.2 Analytický výpočet vlastních ohybových frekvencí | - 50 - |
| 5.3 Porovnání analytického a numerického přístupu s experimentem | - 55 - |
| 5.4 Vliv smyku na výslednou deformaci..... | - 56 - |
| 6 Přímý výpočet korigované smykové tuhosti | - 57 - |
| 6.1 Energetický přístup | - 57 - |
| 6.2 Určení průběhu smykového napětí..... | - 58 - |
| 6.3 Náhradní model „A“ – plný obdélníkový průřez..... | - 59 - |
| 6.4 Náhradní model „B“ – deformační energie stojiny | - 60 - |
| 6.5 Opravný koeficient smykové tuhosti – vzájemné porovnání modelů | - 61 - |
| 6.6 Závěr kapitoly | - 63 - |
| 7 Základní materiálové zkoušky | - 64 - |
| 7.1 Popis měření tahové zkoušky..... | - 64 - |
| 7.2 Popis měření tlakové zkoušky..... | - 65 - |
| 7.3 Popis měření smykové zkoušky | - 65 - |
| 7.4 Zatížení, záznam a zpracování měřených dat..... | - 66 - |
| 7.5 Výsledky měření vlastností UHMC vlákna XN-80 | - 67 - |

| | | |
|-----------|---|---------------|
| 7.6 | Tahová zkouška UHMC vlákna XN-80 - nenormalizovaná | - 68 - |
| 7.7 | Závěr kapitoly | - 72 - |
| 8 | Experimentální ověření vlivu smyku na celkovou deformaci nosníku | - 73 - |
| 8.1 | Tříbodová ohybová zkouška | - 73 - |
| 8.2 | Modifikovaná tříbodová zkouška..... | - 74 - |
| 8.3 | Modifikovaná tříbodová zkouška s vyztužením v oblasti podpor..... | - 78 - |
| 8.4 | Závěr kapitoly | - 82 - |
| 9 | Závěr | - 83 - |
| 9.1 | Zhodnocení vytyčených cílů..... | - 83 - |
| 9.2 | Přínos disertační práce pro vědu..... | - 84 - |
| 9.3 | Přínos disertační práce pro technickou praxi..... | - 84 - |
| 9.4 | Možnosti navzujícího výzkumu | - 85 - |
| 10 | Použitá literatura | - 86 - |
| 11 | Publikace autora k tématu disertační práce | - 90 - |
| 12 | Ostatní publikace autora | - 92 - |

Seznam použitých symbolů a zkratek

| | |
|------------------|---|
| ${}^L\mathbf{S}$ | matice poddajnosti vyjádřená v souřadnicovém systému vláken L, T, T' |
| ${}^x\mathbf{S}$ | matice poddajnosti vyjádřená v souřadnicovém systému laminy $1, 2, 3$ |
| m | hmotnost kompozitu [kg] |
| m_f | hmotnost vláken v kompozitu [kg] |
| m_m | hmotnost matrice v kompozitu [kg] |
| v | objem kompozitu [m ³] |
| v_f | objem vláken [m ³] |
| v_m | objem matrice [m ³] |
| ρ | hustota kompozitu [kg/m ³] |
| ρ_f | hustota vláken [kg/m ³] |
| ρ_m | hustota matrice [kg/m ³] |
| V_f | měrný objemový podíl vláken v kompozitu [1] |
| V_m | měrný objemový podíl matrice v kompozitu [1] |
| h | tloušťka vrstvy ve výpočtové lamině [mm] |
| α | úhel návinu – orientace výztuže vůči souřadnicovému systému nosníku [°] |
| θ | úhel orientace náhradní vrstvy při výpočtu ABD matice navíjené vrstvy [°] |
| E_L | tahový modul pružnosti kompozitu ve směru vláken [MPa] |
| E_T | tahový modul pružnosti kompozitu kolmo na směr vláken [MPa] |
| $E_{T'}$ | tahový modul pružnosti kompozitu kolmo na směr vláken [MPa] |
| E_{Lf} | tahový modul pružnosti vláken ve směru vláken [MPa] |
| E_{Lm} | tahový modul pružnosti matrice ve směru vláken [MPa] |
| E_{ijkl} | prvek tenzoru elastických konstant [MPa] |
| G_{LT} | smykový modul pružnosti kompozitu v rovině LT [MPa] |
| G_{LTf} | smykový modul pružnosti vláken v rovině LT [MPa] |
| G_{LTm} | smykový modul pružnosti matrice v rovině LT [MPa] |
| ν_{LTf} | Poissonova konstanta mezi směry L a T vlákna [1] |
| ν_m | Poissonova konstanta matrice [1] |
| ν_{IZO} | Poissonova konstanta izotropního materiálu [1] |
| φ | úhel natočení řezu nosníku okolo osy x_2 [rad] |
| κ | opravný koeficient smykové tuhosti „OKST“ [1] |
| w | průhyb nosníku ve směru x_3 [mm] |
| Q_i | vnitřní síla působící ve směru i [N] |
| q_i | spojité zatížení působící ve směru i [N/mm] |
| F | vnější síla působící ve směru x_3 [N] |

| | |
|--|--|
| M_z | vnější ohybový moment působící okolo osy x_2 [Nmm] |
| $\frac{\partial \varphi(x_1)}{\partial x_1}$ | první derivace úhlu natočení řezu nosníku okolo osy x_2 dle souřadnice x_1 [rad/mm] |
| $\frac{\partial w(x_1)}{\partial x_1}$ | první derivace průhybu nosníku ve směru x_3 dle souřadnice x_1 [rad] |
| u_i | posuv ve směru souřadnice x_i [mm] |
| ε_{ij} | poměrná deformace ve směru souřadnic x_i a x_j [mm] |
| E_{X1i} | tahový modul pružnosti i -té vrstvy kompozitu ve směru x_1 [MPa] |
| G_{X1X3i} | smykový modul pružnosti i -té vrstvy kompozitu v rovině $x_1 x_3$ [MPa] |
| A | plocha průřezu [mm ²] |
| J_i | kvadratický moment průřezu i -té vrstvy [mm ⁴] |
| M | měrná hmotnost profilu [kg/m] |
| T_{Ai} | Timošenkova konstanta profilu pro ohyb okolo osy x_i [N] |
| T_{Aij} | Timošenkova konstanta dílčí j části profilu pro ohyb okolo osy x_i [N] |
| T_{Bi} | Timošenkova konstanta profilu pro ohyb okolo osy x_i [Nmm] |
| T_{Di} | Timošenkova konstanta profilu pro ohyb okolo osy x_i [Nmm ²] |
| T_{Dij} | Timošenkova konstanta dílčí j části profilu pro ohyb okolo osy x_i [Nmm ²] |
| T_M | měrná hmotnost profilu [kg/mm] |
| a_i | vnitřní rozměr i -té vrstvy pro čtvercový průřez nosníku [mm] |
| t_i | tloušťka i -té vrstvy [mm] |
| ν_{X1X2} | Poissonova konstanta mezi směry x_1 a x_2 vrstvy kompozitu [1] |
| L | délka nosníku [mm] |
| K_1, K_2, K_3, K_4 | integrační konstanty |
| C_1, C_2, C_3, C_4 | integrační konstanty |
| E_{Ai} | Elastická konstanta vrstvy i pro výpočet Timošenkovy konstanty T_A |
| E_{Bi} | Elastická konstanta vrstvy i pro výpočet Timošenkovy konstanty T_B |
| E_{Di} | Elastická konstanta vrstvy i pro výpočet Timošenkovy konstanty T_D |
| k_1 | poloměr křivosti osy x_1 [mm ⁻¹] |
| HS | vysoce pevnostní vlákna (High Strength) |
| LM | nízko modulová vlákna (Low Modulus) |
| MM | středně modulová vlákna (Medium Modulus) |
| HM | vysoce modulová vlákna (High Modulus) |
| UHM | ultra vysoce modulová vlákna (Ultra High Modulus) |
| HSC | vysoce pevnostní uhlíková vlákna (High Strength Carbon) |
| HMC | vysoce modulová uhlíková vlákna (High Modulus Carbon) |
| UHMC | ultra vysoce modulová uhlíková vlákna (Ultra High Modulus Carbon) |
| $w_{exp(15kN)}$ | experimentálně určený průhyb nosníku ve směru x_3 při síle 15kN [mm] |

| | |
|-------------------|--|
| $v2c_{reg(15kN)}$ | deformace při zatížení 15kN získaná lineární regresí naměřené deformace na pozici „v2c“ [mm] |
| F_{exp} | zátěžná experimentální síla [N] |
| b | šířka zkušebního tělesa [mm] |
| t | tloušťka zkušebního tělesa [mm] |
| ε | experimentálně změřená poměrná deformace [1] |
| B_1, B_2 | koeficienty lineární regrese [-] |
| $T_{Adirect}$ | korigovaná smyková tuhost profilu dle přímého výpočtu smykové tuhosti [N] |
| E_{ext} | modul pružnosti vláken v tahu vyhodnocený z extenzometru [MPa] |
| L_{oext} | měřicí oblast extenzometru [mm] |
| k_{exp} | tuhost z experimentu vyhodnocená pomocí lineární regrese [N/mm] |
| A_{fibre} | průřez vláken ve svazku [mm ²] |
| $Yield$ | hmotnost svazku vláken v délce 1 km [g/km] |

1 Úvod

Kompozitní materiály se stále častěji uplatňují v technické praxi zejména díky výhodným mechanickým vlastnostem. Mezi největší výhody oproti konvenčním kovovým materiálům patří vysoká měrná pevnost a tuhost. Těchto výhod může být dosaženo správnou volbou výztuže a její orientací v laminátu, která má nekonečně mnoho možností. Nejčastěji se na výztuž používají vysoko-pevnostní uhlíková vlákna HSC (High Strength Carbon) s modulem pružnosti ve směru vláken okolo 230 GPa a ultra vysoko-modulová uhlíková vlákna UHMC (Ultra High Modulus Carbon) s modulem pružnosti ve směru vláken 650 až 900 GPa a výslednou hustotou laminátu 1700-1850 kg/m³. Dříve se ve velké míře používala i vlákna skleněná, avšak uhlíková vlákna je již v oblastech, kde je primárně vyžadovaná vysoká tuhost a nízká hmotnost, téměř 100% nahradila. Často se dnes také vyrábí takzvané hybridní kompozitní materiály, tedy lamináty, kde není pouze jeden druh výztuže (například je kombinováno více druhů vláken s přídatnými tlumícími vrstvami).

V posledních letech se v oboru začal zkoumat vliv přídatných tlumících materiálů na celkové vlastnosti profilu. Mezi takové materiály patří například korky, gumokorky, polymerní pěny a mnoho dalších. Tlumící vlastnost je zajímavá zejména pro dynamicky namáhané součásti např. v oblasti obráběcích stojů či manipulátorů. Idea této metody spočívá v použití poddajných materiálů jako disipačních absorbérů energie, čímž dochází k rychlejšímu útlumu vibrací. Otázka, jak velký vliv mají tlumící vrstvy na konečný výrobek, zatím není jednoznačně zodpovězená.

Mezi nejčastější způsoby výroby kompozitních profilů patří pultruze, navíjení, ruční mokrá laminace a laminace z prepregů. Každá z těchto metod má své výhody i nevýhody, které jsou komentovány v této práci. Pro průmysl je zajímavá zejména metoda navíjení, která umožňuje běžně zpracovávat UHMC vlákna v jejich nejjednodušší formě, což vede k efektivní výrobě různého množství profilů na jednom výrobním stroji.

Tato disertační práce je zaměřena na základní problematiku určení mechanických vlastností profilů z vláknových kompozitních materiálů, zejména ohybové a smykové tuhosti a jejich vliv na výsledné deformace nosníku. V rámci spolupráce s firmou Compo Tech Plus s. r. o. je tato práce primárně zaměřena na kompozitní profily vyráběné metodou navíjení zejména za použití více typů vláken a materiálů (hybridní struktury), např. z ultra vysoce modulových uhlíkových vláken s epoxidovou pryskyřicí a s dalšími přídatnými tlumícími materiály. Metoda spočívá v navíjení prosycených svazků vláken na otočný trn libovolného tvaru, který se po vytvrzení matrice z výrobku vyjme. Mezi hlavní výhody metody navíjení také patří použití kontinuálních vláken s minimem křížení, což přispívá ke zlepšení mechanických vlastností výrobku.

1.1 Motivace

Téma této disertační práce vzniklo z požadavku praxe (firmy Compo Tech Plus s.r.o.) na vylepšení stávající metodiky návrhu nosníkových profilů. Během posledních let vznikají nové příležitosti, kde se nosníky z kompozitních materiálů uplatňují (například příčníky 2D laserových plotrů viz Obr. 1-1 [E8], Z-osy obráběcích strojů, X-bar 5m nosníky pro lisovny, robotické manipulátory a mnoho dalších, kde je potřeba novým zákazníkům dostatečně rychle navrhnout řešení „ušité“ na míru „design on request“). Řešení na míru lze dělat ručně pro

každého zákazníka zvlášť anebo pomocí optimalizačního nástroje, který vyhodnotí jaký profil s jakou skladbou je pro danou aplikaci optimální. Výzkum byl podpořen grantem Technologické agentury České republiky TA02010543, díky kterému bylo zajištěno financování výroby zkušebních těles a jejich následné experimentální měření mechanických vlastností.



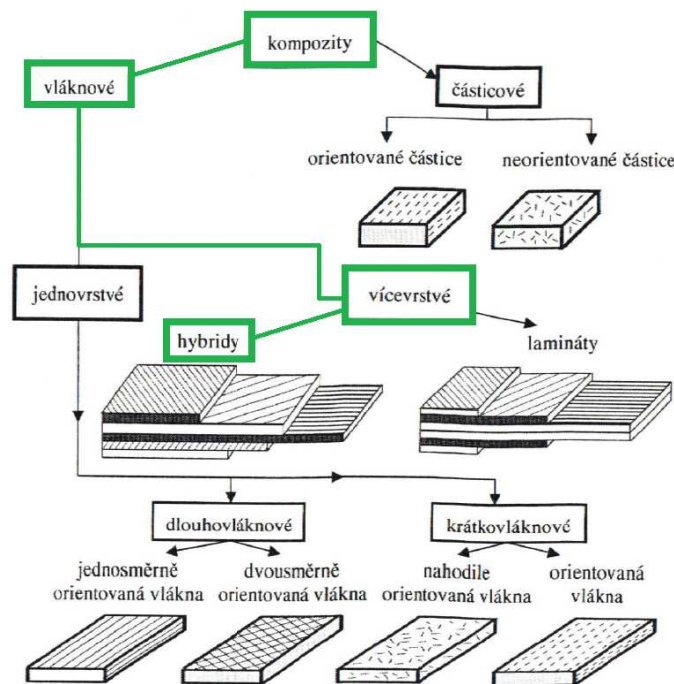
Obr. 1-1 Rozpracovaný nosník laserového plotru v robotickém navíjecím stroji firmy Compo Tech Plus s.r.o. Převzato z [E8].

2 Přehled a řešerše problematiky

2.1 Kompozitní materiál

Kompozitní materiál je obecné označení pro materiál složený ze dvou či více složek obvykle s velmi rozdílnými vlastnostmi, kde každá složka má svou funkci. Pozornost v této práci bude věnována dlouho-vláknovým uhlíkovým kompozitním strukturám. U uhlíkových kompozitů se jedná většinou o kombinaci uhlíkových vláken (výztuž) s pojivem v podobě epoxidové pryskyřice (matrice). Matrice mohou být na bázi termosetických pryskyřic nebo termoplastů. Vlákná dodávají materiálu požadovanou tuhost a pevnost, matrice potřebnou homogenitu a přenáší smykové síly mezi jednotlivými vlákny. Na výztužná vlákna lze nahlížet jako na příčně izotropní materiál a na pryskyřici jako na izotropní materiál. Materiálovým modelům kompozitních materiálů se věnuje například Laš [1], Stellbrink [4], Agarwal [19], HAD [20], Mareš [5] a mnoho dalších autorů.

Trend v oblasti kompozitních materiálů a jejich použití v průmyslu se stále častěji zaměřuje na tzv. hybridní kompozity, viz Obr. 2-1 [1]. Pokud laminát obsahuje více materiálů než jen základní výztuž a matrici, pak se v technické praxi hovoří o tzv. hybridním kompozitu. Mezi nejčastější výhody hybridních kompozitních materiálů oproti konvenčním kompozitním materiálům patří možnost využití pozitivních vlastností jednotlivých složek, takže lze současně dosahovat lepších vlastností zejména nižší hmotnosti, vyšší statické i dynamické tuhosti, vyššího útlumu atp.



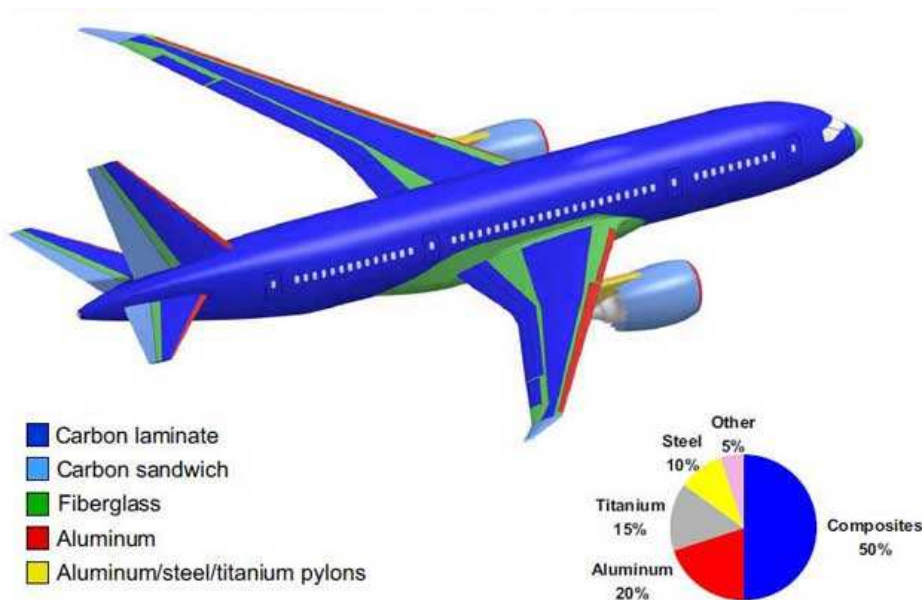
Obr. 2-1 Kompozitní materiály – základní dělení. Převzato z [1].

Podskupinou hybridních kompozitních materiálů jsou sendviče. Jedná se o struktury, kde dvě vrstvy jsou od sebe odděleny lehkým jádrem za účelem maximální ohybové tuhosti. Jedním z rizik u sendvičových struktur je možnost porušení sendvičové struktury ztrátou její smykové pevnosti, případně ztrátou stability potahu, což může vést ke zhroucení celé konstrukce.

Oblasti technické praxe, kam kompozitní materiály doposud nepronikly, jsou spíše výjimečné, pokud vůbec existují. Největší rozšíření mají kompozitní materiály, zejména uhlíkové, v motorsportu, letectví, automobilovém průmyslu, automatizačním průmyslu a začínají pronikat i do stavby strojů (kde nabízejí zejména snížení hmotnosti a zvýšení tuhosti pohyblivých os strojů). Často jsou také lamináty využívané pro výhodný poměr hmotnosti a izolačních vlastností. Takové lamináty jsou většinou ze skelných vláken, které z pohledu mechanických vlastností zdaleka nedosahují vlastností uhlíkových vláken, jak je ukázáno v následující podkapitole. Detailnímu rozdělení kompozitních materiálů se věnuje například Barbero [21].

Dle Zulaika [50] je budoucí trend v oblasti výrobních strojů zejména v „dematerializaci“, kde konstrukce s vysokou tuhostí a vysokou hmotností nahradí konstrukce lehčí se stejnou tuhostí, což přímo souvisí s použitím hybridních kompozitních materiálů, které nabízejí výhodnější specifickou tuhost (poměr tuhosti a hmotnosti) oproti konvenčním materiálům.

Jedním příkladem aplikací kompozitních materiálů je Obr. 2-2 [43], kde je uvedeno zastoupení materiálů v konstrukci letounu Boeing 787, jehož konstrukce je z 50% z kompozitních materiálů.



Obr. 2-2 Zastoupení materiálů v konstrukci letounu Boeing 787. Převzato z [43].

2.1.1 Používané výztužné materiály

Výztužné materiály se řadí do různých podskupin. Z pohledu chemického složení dělíme na organické a anorganické. Z pohledu délky vláken na krátké, dlouhé a nepřerušované. Z pohledu mechanických vlastností na vysoko-pevnostní vlákna HS (High Strength), nízko-modulová vlákna LM (Low Modulus), středně-modulová vlákna MM (Medium Modulus), vysoko-modulová vlákna HM (High Modulus), ultra vysoko-modulová vlákna UHM (Ultra High Modulus). Podobně materiály dělí i Barbero [21]. Další možností jsou výztuže na bázi kovů, ale tato oblast kompozitních materiálů nesouvisí s tématem této disertační práce a proto není součástí tohoto přehledu.

| Materiálové charakteristiky | Vlákna | | | | |
|---------------------------------------|--------|-------|--------|------|--------|
| | Sklo | | Carbon | | Kevlar |
| | Typ E | Typ R | HM | HS | 49 |
| Hustota ρ_f [kg/m ³] | 2600 | 2550 | 1950 | 1750 | 1450 |
| Modul pružnosti E_f [GPa] | 73 | 86 | 380 | 260 | 135 |
| Poissonovo číslo ν_f | 0,22 | 0,22 | 0,33 | 0,33 | 0,37 |
| Pevnost v tahu R_{Tf} [MPa] | 3400 | 4400 | 2200 | 2500 | 3500 |
| Matrice - epoxid | | | | | |
| Hustota ρ_m [kg/m ³] | 1200 | | | | |
| Modul pružnosti E_m [GPa] | 3,45 | | | | |
| Poissonovo číslo ν_m | 0,3 | | | | |
| Pevnost v tahu R_{Tm} [MPa] | 70 | | | | |

Obr. 2-3 Přehled vlastností nejčastěji používaných vláken. Převzato z [1].

Orientační přehled nejčastěji používaných materiálů výztuže je uveden na Obr. 2-3 [1]. Typů a výrobců vláken a matic je velké množství a k dosažení požadovaných vlastností výrobku je zásadní volba „správných“ materiálů pro danou aplikaci. Na Obr. 2-4 [10], Obr. 2-5 [34] a Obr. 2-6 [12] jsou uvedeny příklady základních typů uhlíkových vláken včetně základních mechanických vlastností od předních světových výrobců.

| | | XN-60-60S | XN-60-A2S | XN-80-60S | XN-80-A2S | XN-90-60S |
|------------------------|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Tensile Strength | ksi | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 |
| | kgf/mm ² | 350 | 350 | 350 | 350 | 350 |
| | MPa | 3430 | 3430 | 3430 | 3430 | 3430 |
| Tensile Modulus | msi | 90 | 90 | 114 | 114 | 125 |
| | 10 ³ kgf/mm ² | 63 | 63 | 80 | 80 | 88 |
| | GPa | 620 | 620 | 780 | 780 | 860 |
| Ultimate Elongation | % | 0.6 | 0.6 | 0.5 | 0.5 | 0.4 |
| Density | g/cm ³ | 2.12 | 2.12 | 2.17 | 2.17 | 2.19 |
| Filament Diameter | Micron | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| Filaments per Yarn | | 6000 | 12000 | 6000 | 12000 | 6000 |
| Yield | g/km | 890 | 1780 | 890 | 1780 | 880 |
| CTE | 10 ⁻⁶ /K | -1.4 | -1.4 | -1.5 | -1.5 | -1.5 |
| Thermal Conductivity | W/m-K | 180 | 180 | 320 | 320 | 500 |
| Electrical Resistivity | 10 ⁻⁴ ohm cm | 7 | 7 | 5 | 5 | 3 |

Obr. 2-4 Přehled vlastností UHM uhlíkových vláken výrobce NGF. Převzato z [10].

Při výrobě můžeme kombinovat různé typy vláken pro dosažení požadovaných vlastností součásti. Například lokální skleněné vrstvy zaručí elektrickou izolaci proti galvanické korozi u spojů se slitinami hliníku nebo vnější vrstva z aramidových vláken s výbornou odolností proti otěru a impaktu.

KAPITOLA 2 - Přehled a řešerše problematiky

| Continuous fiber | Grade | Tensile modulus | Tensile strength | Elongation | Density | Yield |
|------------------|--------|-----------------|------------------|------------|----------------------|-----------|
| | [Unit] | [GPa] | [MPa] | [%] | [g/cm ³] | [g/1000m] |
| 2K/6KType | K1352U | 620 | 3,600 | 0.6 | 2.12 | 270 |
| | K1392U | 760 | 3,700 | 0.5 | 2.15 | 270 |
| | K13C2U | 900 | 3,800 | 0.4 | 2.20 | 270 |
| | K13C6U | 900 | 3,600 | 0.4 | 2.18 | 760 |
| | K13D2U | 935 | 3,700 | 0.4 | 2.20 | 365 |
| 12K/16KType | K13312 | 420 | 3,200 | 0.7 | 2.06 | 1,560 |
| | K63712 | 640 | 2,600 | 0.4 | 2.12 | 2,000 |
| | K13916 | 760 | 3,200 | 0.4 | 2.15 | 2,200 |
| | K63A12 | 790 | 2,600 | 0.3 | 2.15 | 1,950 |

* This information can be used for material selection only.

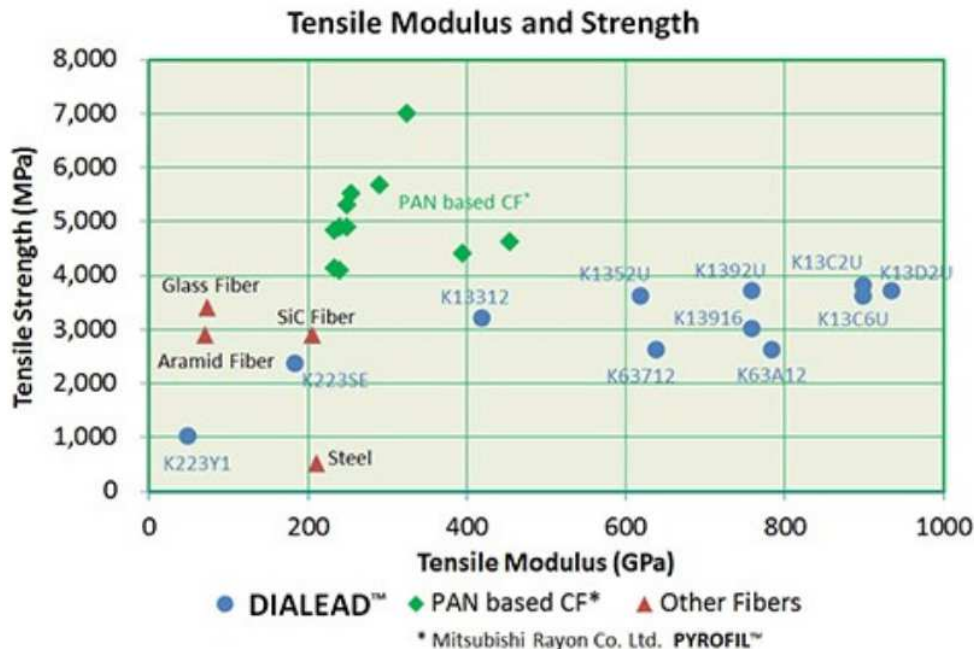
Obr. 2-5 Přehled vlastností UHM uhlíkových vláken výrobce Mitsubishi. Převzato z [34].

K výrobě pevného a tuhého hybridního kompozitního nosníku se nabízí kombinace vláken UHMC například od výrobce NGF [10] či Mitsubishi [34] v kombinaci s vlákny HSC například od výrobce Toray [12]. UHMC vlákna poskytnou výrobku požadovanou tuhost a vlákna HS potřebnou pevnost zejména v oblastech s připojovacími prvky a otvory.

| Product No. | Filaments | Tensile strength (MPa) | Tensile strength (kgf/mm ²) | Modulus of elongation (GPa) | Modulus of elongation (kgf/mm ²) | Elongation (%) | Fineness tex (g/1000m) | Density (g/cm ³) | |
|-------------|---------------|------------------------|---|-----------------------------|--|----------------|------------------------|------------------------------|------|
| T300 | T300-1000 | 1000 | 3530 | 360 | 230 | 23500 | 1.5 | 66 | 1.76 |
| | T300-3000 | 3000 | 3530 | 360 | 230 | 23500 | 1.5 | 198 | 1.76 |
| | T300-6000 | 6000 | 3530 | 360 | 230 | 23500 | 1.5 | 396 | 1.76 |
| | T300-12000 | 12000 | 3530 | 360 | 230 | 23500 | 1.5 | 800 | 1.76 |
| T300B | T300B-1000 | 1000 | 3530 | 360 | 230 | 23500 | 1.5 | 66 | 1.76 |
| | T300B-3000 | 3000 | 3530 | 360 | 230 | 23500 | 1.5 | 198 | 1.76 |
| | T300B-6000 | 6000 | 3530 | 360 | 230 | 23500 | 1.5 | 396 | 1.76 |
| | T300B-12000 | 12000 | 3530 | 360 | 230 | 23500 | 1.5 | 800 | 1.76 |
| T400HB | T400HB-3000 | 3000 | 4410 | 450 | 250 | 25500 | 1.8 | 198 | 1.8 |
| | T400HB-6000 | 6000 | 4410 | 450 | 250 | 25500 | 1.8 | 396 | 1.8 |
| T700SC | T700SC-12000 | 12000 | 4900 | 500 | 230 | 23500 | 2.1 | 800 | 1.8 |
| | T700SC-24000 | 24000 | 4900 | 500 | 230 | 23500 | 2.1 | 1650 | 1.8 |
| T800SC | T800SC-24000 | 24000 | 5880 | 600 | 294 | 30000 | 2 | 1030 | 1.8 |
| T800HB | T800HB-6000 | 6000 | 5490 | 560 | 294 | 30000 | 1.9 | 223 | 1.81 |
| | T800HB-12000 | 12000 | 5490 | 560 | 294 | 30000 | 1.9 | 445 | 1.81 |
| T830HB | T830HB-6000 | 6000 | 5340 | 545 | 294 | 30000 | 1.8 | 223 | 1.81 |
| T1000GB | T1000GB-12000 | 12000 | 6370 | 650 | 294 | 30000 | 2.2 | 485 | 1.8 |
| T1100GC | T1100GC-12000 | 12000 | 7000 | 715 | 324 | 33000 | 2 | 505 | 1.79 |
| | T1100GC-24000 | 24000 | 7000 | 715 | 324 | 33000 | 2 | 1010 | 1.79 |
| M35JB | M35JB-6000 | 6000 | 4510 | 460 | 343 | 35000 | 1.3 | 225 | 1.75 |
| | M35JB-12000 | 12000 | 4700 | 480 | 343 | 35000 | 1.4 | 450 | 1.75 |
| M40JB | M40JB-6000 | 6000 | 4400 | 450 | 377 | 38500 | 1.2 | 225 | 1.77 |
| | M40JB-12000 | 12000 | 4400 | 450 | 377 | 38500 | 1.2 | 450 | 1.77 |
| M46JB | M46JB-6000 | 6000 | 4200 | 430 | 436 | 44500 | 1 | 223 | 1.84 |
| | M46JB-12000 | 12000 | 4020 | 410 | 436 | 44500 | 0.9 | 445 | 1.84 |
| M50JB | M50JB-6000 | 6000 | 4120 | 420 | 475 | 48500 | 0.9 | 216 | 1.88 |
| M55J | M55J-6000 | 6000 | 4020 | 410 | 540 | 55000 | 0.8 | 218 | 1.91 |
| M55JB | M55JB-6000 | 6000 | 4020 | 410 | 540 | 55000 | 0.8 | 218 | 1.91 |
| M60JB | M60JB-3000 | 3000 | 3820 | 390 | 588 | 60000 | 0.7 | 103 | 1.93 |
| | M60JB-6000 | 6000 | 3820 | 390 | 588 | 60000 | 0.7 | 206 | 1.93 |
| M30SC | M30SC-18000 | 18000 | 5490 | 560 | 294 | 30000 | 1.9 | 760 | 1.73 |

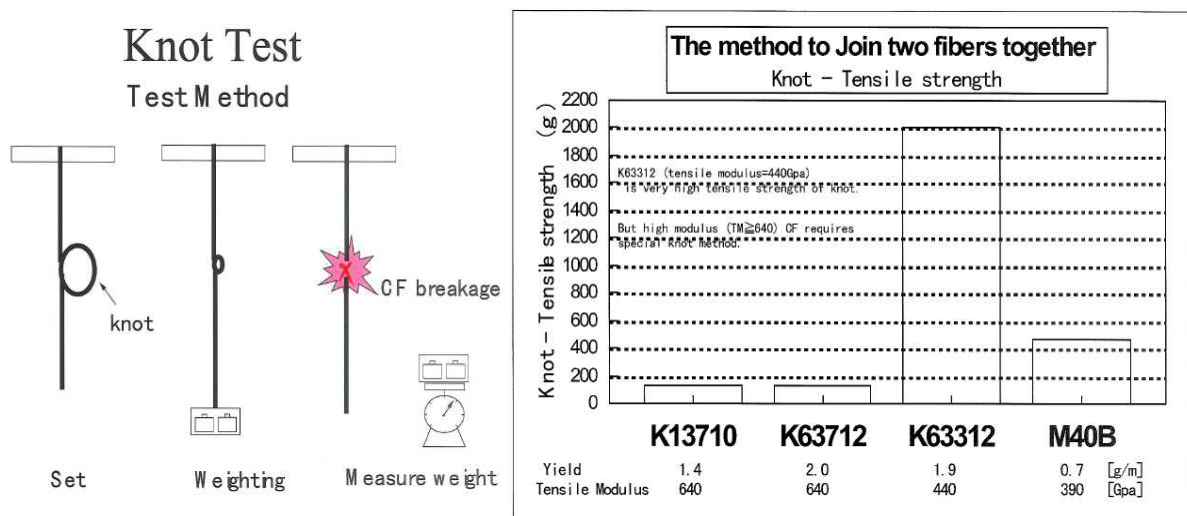
Obr. 2-6 Přehled vlastností HS, HM a UHM uhlíkových vláken výrobce Toray. Převzato z [12].

Na Obr. 2-7 [34] je uvedeno grafické srovnání jednotlivých materiálů pro snazší orientaci při výběru typu výztuže. Hlavní nevýhodou tohoto srovnání, kterou obecně výrobci vláken neuvádějí, je chybějící údaj o finanční nákladnosti výroby z daného typu vlákna. Nejedná se pouze o nákupní cenu vlákna (která se může mezi jednotlivými typy lišit až řádově), ale zejména o zpracovatelnost, která s rostoucím modulem pružnosti výrazně klesá (větší minimální rádius ohybu vlákna, nižší rychlosti odvíjení, požadavky na prosvcovací zařízení, atd.).



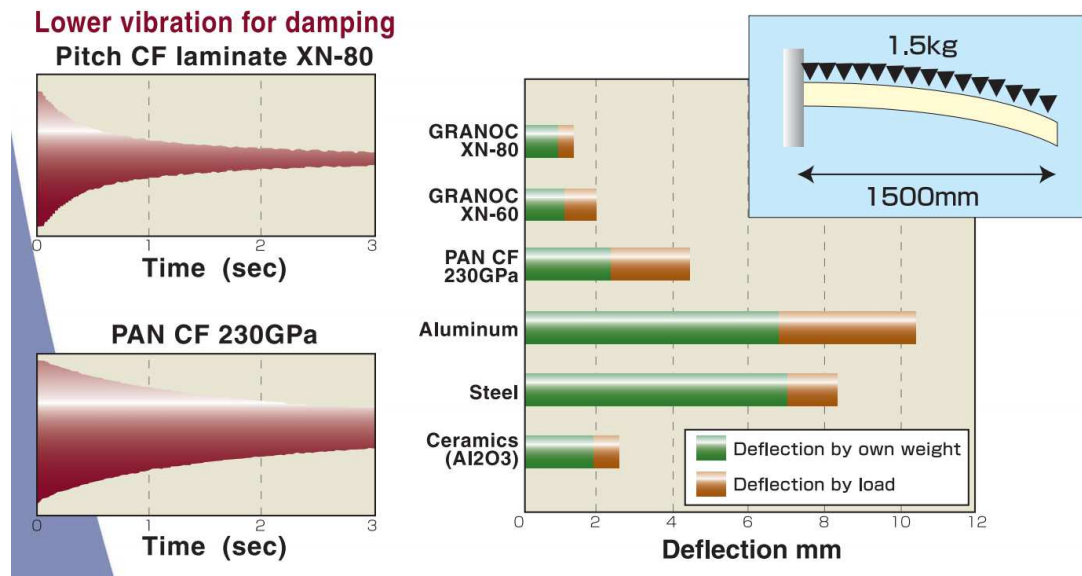
Obr. 2-7 Grafické srovnání vlastností uhlíkových vláken výrobce Mitsubishi. Převzato z [34].

V dokumentu firmy Mitsubishi [42] se uvádí maximální odvíjecí síla UHM uhlíkového vlákna z cívky maximálně 500g a zvýšené požadavky na technologii zpracování potvrzuje i „Knot test“ viz Obr. 2-8 [42], kde UHM vlákna K13710 a K63712 dosahují pouze 10% pevnosti oproti HM vláknu K63312.



Obr. 2-8 „Knot test“ vláken Dialead. Převzato z [42].

Na Obr. 2-9 [10] je uvedeno srovnání statických a dynamických vlastností různých typů materiálů, ze kterého je zřejmé, že UHM uhlíkové vlákno GRANOC XN-80 dosahuje lepších výsledků než HM a HS uhlíková vlákna či konvenční materiály.



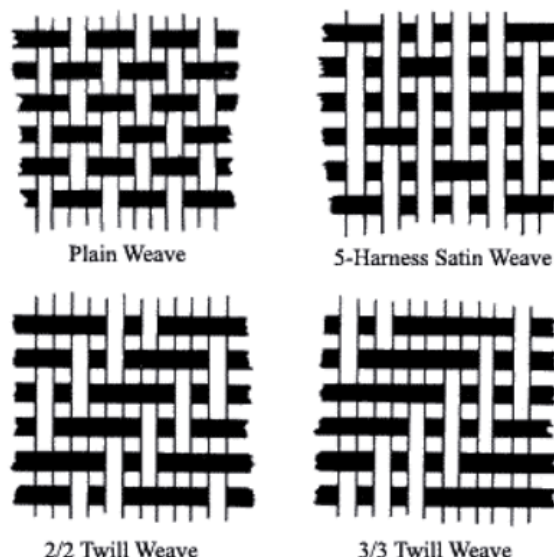
Obr. 2-9 Srovnání vlastností uhlíkových vláken výrobce NGF na příkladech. Převzato z [10].

Na Obr. 2-10 [31] je svazek uhlíkového vlákna namotaný na cívce, což je základní forma uhlíkového vlákna použitelná při výrobě kompozitních materiálů. Velice často se z jednotlivých vláken vyrábí tkaniny (jedno-směrové či více-směrové, tkané či netkané, atd.) což většina technologií výroby kompozitů vyžaduje.



Obr. 2-10 Svazek uhlíkového vlákna namotaný na cívce. Převzato z [31].

Výroba tkanin je velice rozmanité odvětví, které nabízí velké množství kombinací, zejména z pohledu typů tkaní viz Obr. 2-11 [44]. U tkaných tkanin je zásadní nevýhodou vliv křížení vláken na výsledné mechanické vlastnosti. Uhlíková vlákna nabízejí výhodné mechanické vlastnosti pouze ve směru vláken, které pokud jsou zvlněné tkaním, neposkytují 100% svých vlastností výrobku v hlavním směru orientace výztuže.



Obr. 2-11 Základní typy tkanin. Převzato z [44].

2.1.2 Používané materiály matrice

Základní požadavek na všechny matrice je dobrá smáčivost s materiály výztuže a co nejvyšší smyková tuhost/pevnost, aby nedocházelo k oddělení matrice od výztuže. Další důležitou vlastností matrice je její teplotní odolnost, která je specifická pro dané užití výrobku. Obecně platí, že matrice by měla být vytvrzena na minimálně o 20% vyšší teplotu, než je potom maximální přípustná provozní teplota. Mezi nejčastěji používané matrice patří pryskyřice, viz Obr. 2-12 [51]. Další možnosti jsou matrice na bázi kovů, uhlíku, s obsahem nanočástic, ale tyto oblasti kompozitních materiálů nesouvisí s tématem této disertační práce a proto nejsou součástí tohoto přehledu.

V technické praxi nejčastěji používané pryskyřice jsou na bázi epoxidů. Je to zejména pro jejich komplexně vyvážené vlastnosti (dobrá adheze k vláknům, netoxičnost, nízké smrštění během vytvrzení a dobré tuhostní i pevnostní vlastnosti).

| Druh pryskyřice | Epoxidové | Polyesterové | Fenolové | Polyimidové |
|---|-----------|--------------|-----------|---------------|
| Modul pružnosti E_m (MPa) | 4 500 | 4 000 | 3 000 | 4 000 - 19000 |
| Poissonova konst. ν_m (-) | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 0.35 |
| Modulu pružnosti ve smyku G_m (MPa) | 1 600 | 1 400 | 1 100 | 1 100 |
| Pevnost v tahu σ_{pm} (MPa) | 130 | 80 | 70 | 70 |
| Hustota ρ (kgm ⁻³) | 1 200 | 1 200 | 1 300 | 1 400 |
| Maximální teplota T_{max} (°C) | 90 -200 | 60 - 100 | 120 - 200 | 250 - 300 |

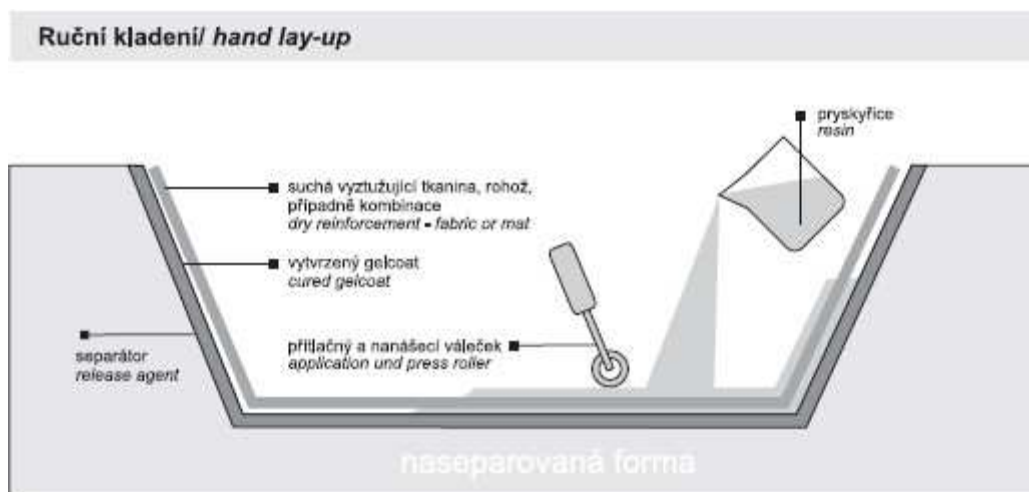
Obr. 2-12 Přehled vlastností pryskyřic. Převzato z [51].

2.2 Technologie výroby kompozitních materiálů

V technické praxi mezi nejčastější způsoby výroby kompozitních profilů patří pultruze, navíjení, mokrá laminace a laminace z prepregů. Každá z těchto metod má své výhody i nevýhody, které jsou popsány v této podkapitole. Detailně jsou obecné technologie výroby kompozitních materiálů (nejen profilů) popsány v [22].

2.2.1 Mokrý laminace

Mokrý laminace viz Obr. 2-13 [22] je nejstarší a nejjednodušší technologie výroby kompozitních materiálů. Spočívá v ručním kladení výztuže nejčastěji ve formě tkanin na negativní formu výrobku s ručním hutněním a prosycováním (nejčastěji štětci a válečky). Správná orientace výztuže a přesnost této orientace je závislá na lidském faktoru. Touto technologií je možné zpracovávat všechny běžné materiály výztuží nejběžněji s epoxydovými či polyesterovými pryskyřicemi.



Obr. 2-13 Ruční laminace. Převzato z [22].

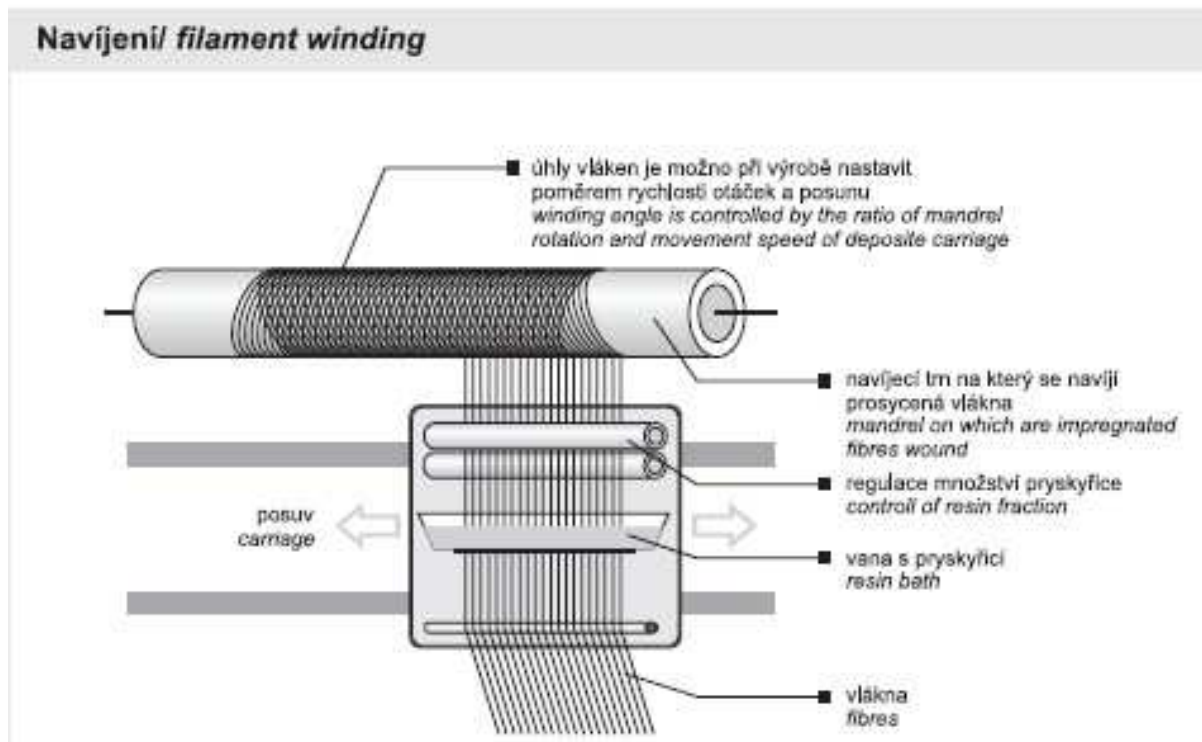
Touto technologií je možno vyrábět i hybridní kompozity, avšak největší nevýhodou této technologie zůstává nízký objemový podíl vláken ve výsledném laminátu a špatná opakovatelnost výroby. Z těchto důvodů metoda není vhodná pro sériovou výrobu hybridních kompozitních profilů.

2.2.2 Navíjení

Navíjení viz Obr. 2-14 [22] je jednou ze základních možností výroby kompozitních, nejčastěji uzavřených, profilů. Jedná se v podstatě o strojní mokrou laminaci, kde je výztuž v podobě svazku či pásky vláken (svazkem se rozumí například polotovar 12K, tedy nesplétaný pramenec z 12000 vláken definovaných v produktových listech, příklad uveden na Obr. 2-4 [10] a Obr. 2-10 [31]). Vlákna procházejí přes prosycovací zařízení a přes kladecí trysku se navíjí na trn. Kladecí tryska se pohybuje ve směru osy rotace a tím skládá svazky vláken vedle svazků již navinutých v předchozím kroku. Ve zjednodušení se pak často hovoří o opaku soustružení.

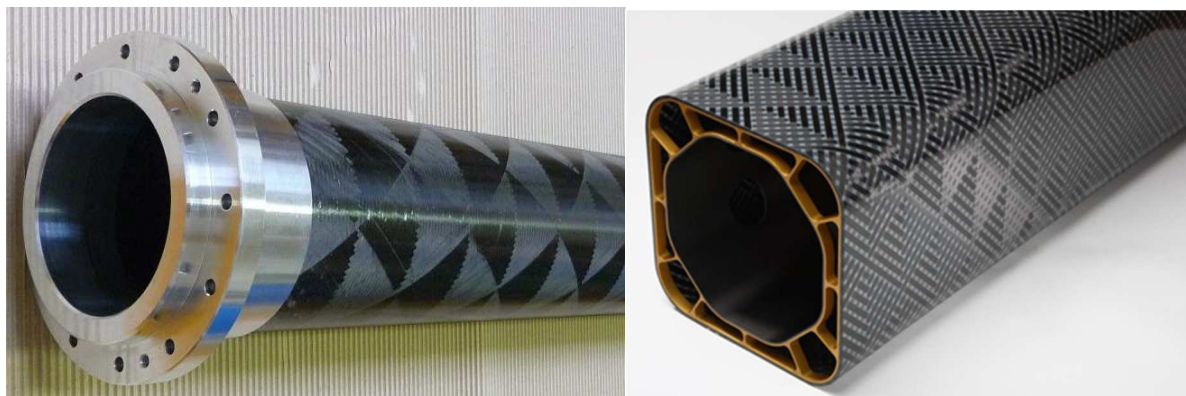
Velkou výhodou této metody je možnost využití celého rozsahu $\langle 0^\circ; \pm 90^\circ \rangle$, kde vlákna ve směru osy rotace se označují za „podélná - axial“ 0° , v tečném směru za „těsná - hoop“ $\pm 90^\circ$ a vše mezi za „napříčková - helical“ ($0^\circ; \pm 90^\circ$). Pokud se během navíjení nemění smysl rotace, má výsledná vrstva stejné množství vláken ve směru $+\alpha$ jako ve směru $-\alpha$, kde úhel α určuje orientaci vláken

vzhledem k ose rotace. Výsledná vrstva má tedy orientaci $\pm\alpha$. Pokud se smysl rotace mění se směrem pojezdu, výsledná vrstva je orientovaná pouze jedním směrem $+\alpha$ nebo $-\alpha$, dle smyslu rotace a pohybu kladecí trysky.



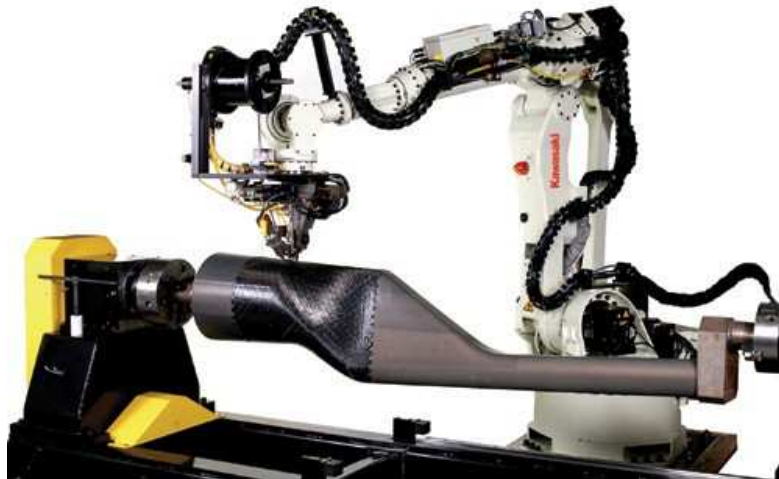
Obr. 2-14 Navíjení. Převzato z [22].

Vzhled povrchu navíjených součástí se vyznačuje typicky trojúhelníkovým periodickým vzorem vzniklým křížením jednotlivých svazků vláken uvedeným na Obr. 2-15 [35], [36].



Obr. 2-15 Typický vzhled povrchu navíjeného profilu. Převzato levý z [35] a pravý z [36].

V posledních letech se v praxi stále častěji využívají víceúčelové stroje pro navíjení s pomocí robota, kde kladecí tryska je umístěna na robotu viz Obr. 2-16 [24] a Obr. 1-1 [E8].



Obr. 2-16 Vývojový navíjecí robotický stroj centra CONCOM. Převzato z [24].

Pro průmysl je tato metoda velmi zajímavá zejména protože umožňuje zpracovávat UHMC vlákna s velice příznivým objemovým podílem vláken ve výsledném laminátu až 60% a zároveň zpracovává vlákna v jejich nejjednodušší formě, viz Obr. 2-10 [31], což vede k finančně efektivní výrobě různého množství profilů na jednom výrobním stroji. Velice častou aplikací navíjených hybridních kompozitních profilů jsou „crossbary“ viz Obr. 2-17 [47] a Obr. 2-18 [47].



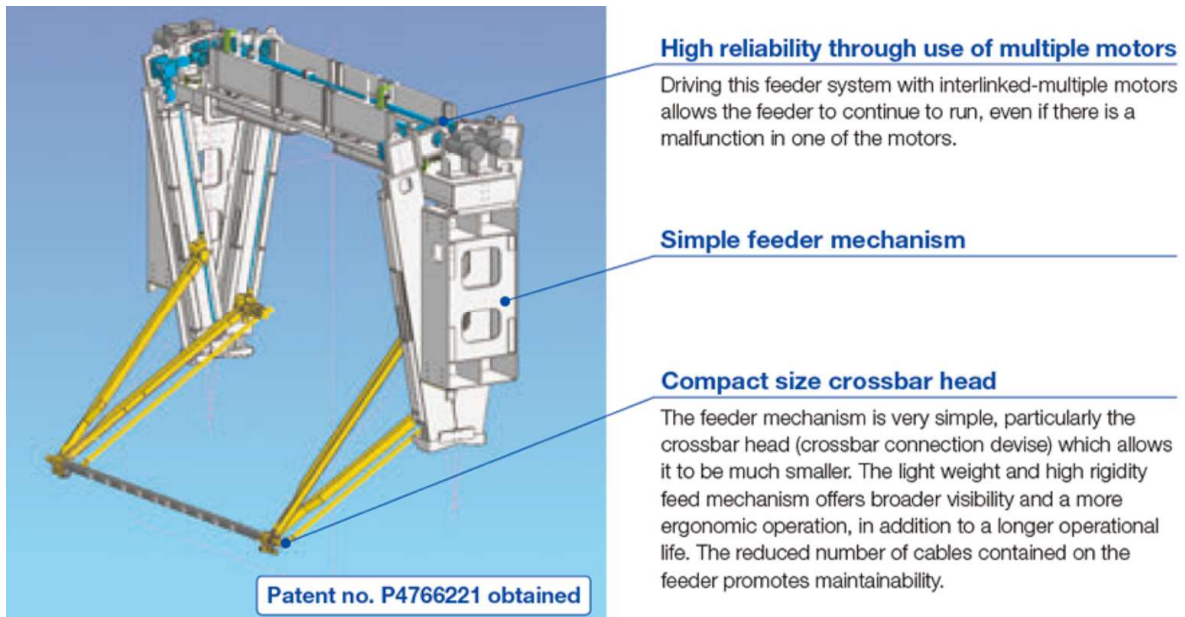
High speed transfer system (V-feeder)



Large tandem press line with V-feeder

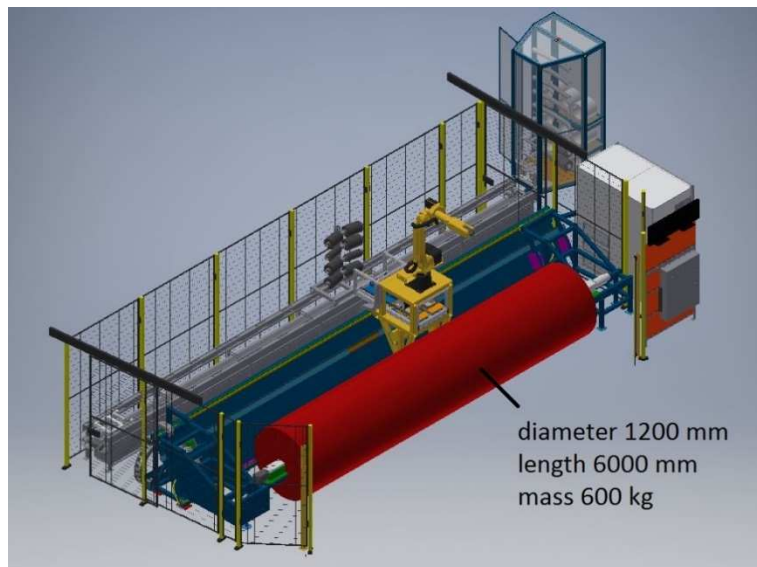
Obr. 2-17 Lisovací linka firmy IHI pro automobilový průmysl. Převzato z [47].

„Crossbar“ je typická aplikace kompozitních profilů v praxi, kdy je kladem důraz na nízkou hmotnost, minimální zástavbový rozměr a vysokou tuhost s cílem získat co nejlepší dynamické vlastnosti celého systému, které právě „crossbar“ velice výrazně ovlivňuje (délka 4-5 metrů, nejrychleji se pohybující součást systému). Kompozitní „crossbar“ navíc oproti duralovým či ocelovým řešením funguje i jako bezpečnostní prvek. V případě kolize příčnicku s lisem se příčník zlomí křehkým lomem a tím zabrání výraznému přetížení linky (výměna „pouze“ zlomeného příčnicku je v řádu desítek tisíc euro zanedbatelná oproti odstávce linky a její opravě v řádu stovek tisíc euro). Firma IHI [47] u tohoto typu lisovací linky udává maximální takt až 18 cyklů za minutu.



Obr. 2-18 Lisovací linka firmy IHI pro automobilový průmysl. Převzato z [47].

Firma Compo Tech Plus s.r.o. se zabývá výrobou nejen „crossbarů“, a tomu odpovídají i maximální parametry výrobního stroje, které jsou uvedeny na Obr. 2-19 [E9]. Konvence stroje uvedeného na Obr. 2-16 [24] nevyhovuje zejména v délkovém rozsahu stroje.

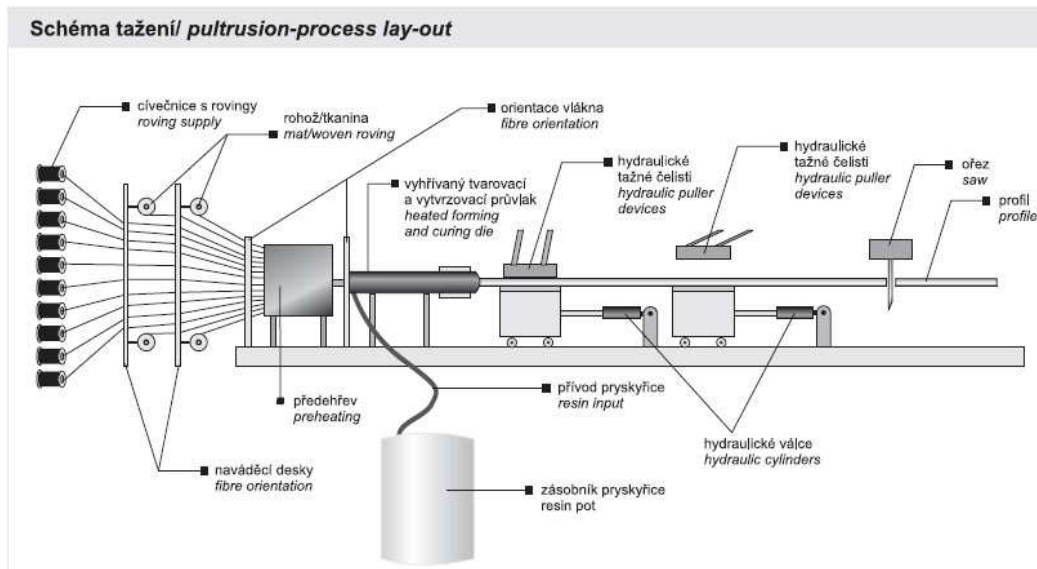


Obr. 2-19 Maximální rozměry výrobku navíjecího robotického stroje firmy Compo Tech Plus s.r.o.. Převzato z [E9].

2.2.3 Pultruze

Velice efektivní metoda výroby kompozitních profilů z nepřerušovaných vláken, viz Obr. 2-20 [22]. Vstupní výtzuž může být ve formě svazků či tkaných pásů a prochází do vyhřívaného tvarovacího a vytvrzovacího průvlatku, kam je dodávána pryskyřice. Pryskyřice vlivem tepla či vysokofrekvenčního pole tvrdne a z výstupního průvlatku je tažen pomocí hydraulických čelistí

již vytvrzený profil. Délka takto vyrobených profilů může dosahovat až několik desítek metrů a výroba takto dlouhých profilů pomocí jiných technologií je téměř nemožná.



Obr. 2-20 Pultruze. Přejato z [22].

Touto technologií je možné vyrábět hybridní kompozity. Největší nevýhodou této metody je nízký objemový podíl vláken ve výsledném laminátu u středně modulových uhlíkových vláken a nezpracovatelnost UHMC vláken. Výsledný objemový podíl je z pohledu opakovatelnosti velmi stálý. Celkově je pultruze považována za metodu vhodnou pro velmi sériovou výrobu. Skladba profilu je technologicky velmi omezená a většina vláken je orientována ve směru tažení, což nemusí být vždy výhodné.

2.2.4 Laminace z prepregů

Laminace z prepregů patří mezi základní technologie výroby kompozitních materiálů. Prepreg je označení pro předpřipravenou výztuž nejčastěji ve formě tkaniny, která již obsahuje matrici. Aby mohlo dojít ke spojení dílčích vrstev, je potřeba pryskyřici zahřát a vrstvy stlačit v autoklávu, viz Obr. 2-21 [23].



Obr. 2-21 Zakládání dílu do autoklávu. Přejato z [23].

Z důvodu teplotní aktivace pryskyřice je zvýšený požadavek na skladování prepregů za snížených teplot. Stlačení vrstev se provádí při vakuování laminátu k formě a po zahřátí ještě navýšení vnějšího tlaku na 5 až 6 barů v autoklávu. Z požadavků na výrobu se metoda vyznačuje velkými nároky na technologii, přípravky, stroje a materiál. Z finančního hlediska se jedná o nejnákladnější metodu výroby kompozitních profilů.

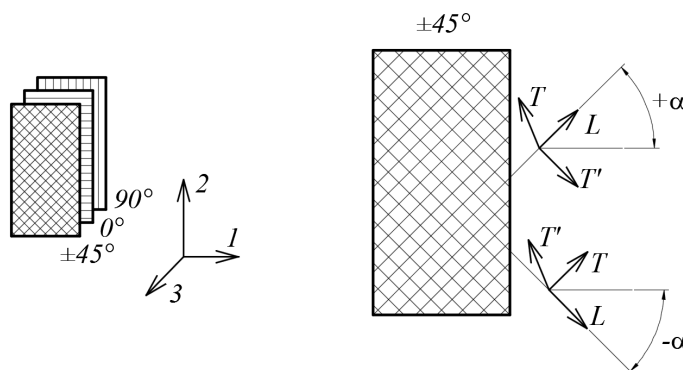
Výsledný objemový podíl výztuže se běžně pohybuje okolo 60% a výsledný produkt se vyznačuje vysokou kvalitou povrchu, struktury laminátu a velice dobrou opakovatelností v sériové výrobě. Metoda se nejvíce uplatňuje v letectví, kosmonautice, motorsportu, tedy v oblastech, kde je primární důraz kladen na kvalitu výsledného produktu a cena není hlavní rozhodovací kritérium.

2.2.5 Závěr - technologie výroby kompozitních materiálů

Metoda navíjení je velmi vhodná k výrobě hybridních kompozitních profilů. Pro průmysl je tato metoda také velmi zajímavá zejména protože umožňuje zpracovávat UHMC vlákna s velice příznivým objemovým podílem vláken ve výsledném laminátu až 60% a zároveň zpracovává vlákna v jejich nejjednodušší formě, což vede k finančně efektivní výrobě různého množství profilů na jednom výrobním stroji. Z těchto důvodů byla technologie navíjení vybrána k výrobě zkušebních těles.

2.3 Mechanické vlastnosti kompozitních materiálů

Požadavek na určení elastických konstant kompozitu plyne z hledání vazby mezi napětím a deformací (Hookeův zákon). V našem případě se jedná o hledání elastických vlastností vrstvy v souřadnicovém systému výrobku. K určení efektivních elastických vlastností jedno-směrové vrstvy v souřadnicovém systému vrstvy LTT' lze použít např.: směšovací pravidlo, Mori-Tanaka metodu, Dilute metodu, Self-consistent metodu, diferenční schéma a další metody uvádí například Vasiliev [3], případně v českém jazyce Laš [1]. Na Obr. 2-22 jsou uvedeny základní souřadnicové systémy laminátu potřebné k popisu orientace výztuže.



Obr. 2-22 Souřadnicové systémy laminátu

2.3.1 Základní směšovací pravidla

Směšovací pravidla jsou základní metodou určení mechanických vlastností při znalosti vlastností dílčích složek např. suchých vláken a epoxydové pryskyřice. Základní myšlenka vychází ze zákona o zachování hmotnosti

$$m = m_m + m_f \quad (2.1)$$

Za předpokladu, že hustoty ρ_i jsou konstantní v celém svém objemu v_i lze (2.1) přepsat do tvaru

$$\rho \cdot v = \rho_m \cdot v_m + \rho_f \cdot v_f . \quad (2.2)$$

Základní charakteristikou kompozitního materiálu je měrný objemový podíl vláken V_f , respektive měrný objemový podíl matrice V_m , jehož pomocí se určuje množství výztuže, respektive matrice ve výsledném kompozitu.

$$V_f = \frac{v_f}{v} \quad (2.3)$$

$$V_m = \frac{v_m}{v} \quad (2.4)$$

Pro součet objemových podílů musí platit, že jsou rovné jedné.

$$V_m + V_f = 1 . \quad (2.5)$$

Směšovací pravidla jsou jedním z nejběžnějších a velice spolehlivých nástrojů kurčení elastických vlastností vrstvy v souřadnicovém systému vrstvy LTT' . Experimentální ověření vhodnosti směšovacího pravidla pro navíjené trubky uvádí například Sun [37]. Lze předpokládat, že stejně kvalitní shoda bude i pro kompozit z UHM uhlíkových vláken s epoxidovou pryskyřicí (nejčastěji používaná kombinace při výrobě nosíkových profilů). V literatuře nebylo nalezeno experimentální ověření vlastností jedno-směrových zkušebních těles z UHM uhlíkových vláken.

2.3.2 Hookův zákon

Za předpokladu malých deformací a lineárního elastického materiálu lze vztah mezi napětím a deformací popsat pomocí rozšířeného Hookeova zákona (2.6), kde \mathbf{S} je obecná matice poddajnosti (symetrická, obsahuje 21 nezávislých členů pro anizotropní materiál).

$$\vec{\varepsilon} = \mathbf{S} \cdot \vec{\sigma} \quad (2.6)$$

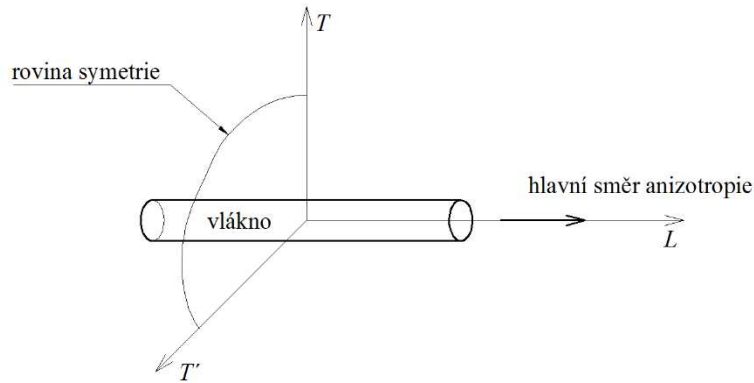
a kde vektor poměrné deformace $\vec{\varepsilon}$ a napětí $\vec{\sigma}$ bývá zvykem označovat

$$\vec{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} , \quad \vec{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} . \quad (2.7)$$

Matice poddajnosti \mathbf{S} je stejně jako vektor napětí $\vec{\sigma}$ a deformace $\vec{\varepsilon}$ závislá na orientaci souřadnicového systému, v němž je vyjádřena. Závislost matice tuhosti na souřadnicovém systému, je výrazný rozdíl oproti Hookovu rozšířeném zákonu u izotropních materiálů, kde je matice poddajnosti na souřadnicovém systému nezávislá. Detailně se vztahům mezi napětím a deformacemi v kompozitech věnují například Vasiliev [3], Stellbrink [4], Kollár [7], Kachanov [38], případně v českém jazyce Laš [1].

2.3.3 Příčně izotropní materiál

Při výpočtu vlastností vrstev vláknových kompozitů se na jednotlivá vlákna či svazky často nahlíží jako na příčně izotropní materiál. Příčně izotropní materiál má jednu rovinu symetrie materiálových vlastností. V této rovině jsou elastické konstanty ve všech směrech stejné. Osa kolmá na tuto rovinu se nazývá „hlavní směr anizotropie“ a u vláknových kompozitů je tato osa totožná s osou vlákna, viz Obr. 2-23.



Obr. 2-23 Příčně izotropní materiál

Obecný tvar matice poddajnosti příčně izotropního materiálu dle Laš [1] v souřadnicovém systému laminy (jedné vrstvy) LTT' je

$${}^L\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{31} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{11} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Po dosazení příslušných materiálových konstant získáme

$${}^L\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1/E_L & -\nu_{TL}/E_T & -\nu_{T'L}/E_{T'} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{LT}/E_L & 1/E_T & -\nu_{T'T}/E_{T'} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{LT'}/E_L & -\nu_{T'T'}/E_{T'} & 1/E_{T'} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{TT'} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{LT'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{LT} \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Z materiálové symetrie plyne:

- E_L tahový modul pružnosti ve směru osy anizotropie [MPa]
- $E_T = E_{T'}$ tahové moduly pružnosti v rovině symetrie [MPa]
- $G_{LT} = G_{LT'}$ smykové moduly pružnosti mezi hlavním směrem anizotropie a rovinou symetrie [MPa]
- $G_{TT'} = G_{T'T}$ smykové moduly pružnosti v rovině symetrie [MPa]
- $\nu_{LT} = \nu_{LT'}$ Poissonova konstanta mezi hlavním směrem anizotropie a rovinou symetrie [1]
- $\nu_{T'T'} = \nu_{T'T}$ Poissonova konstanta v rovině symetrie [1]

a v rovině symetrie (izotropie) platí známý vztah

$$G_{TT'} = \frac{E_T}{2(1 + \nu_{TT'})} \quad (2.10)$$

Tím lze matici poddajnosti upravit do tvaru

$${}^L\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1/E_L & -\nu_{TL}/E_T & -\nu_{TL}/E_T & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{LT}/E_L & 1/E_T & -\nu_{TT'}/E_T & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{LT}/E_L & -\nu_{TT'}/E_T & 1/E_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1 + \nu_{TT'})/E_T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{LT} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{LT} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Dále ze symetrie matice poddajnosti plyne

$$\nu_{TL} = \frac{\nu_{LT}}{E_L} \cdot E_T \quad (2.12)$$

Je zřejmé, že k popisu příčně izotropního materiálu je potřeba pěti materiálových konstant: E_L , E_T , G_{LT} , ν_{LT} , $\nu_{TT'}$. V produktových listech výrobců vláken např. Nippon [10] a Toray [12] se nejčastěji uvádí zejména modul pružnosti v tahu suchých vláken E_L , který je hlavním parametrem při návrhu orientace jednotlivých vrstev.

Transformace materiálových vlastností ${}^L\mathbf{S}$ ze souřadnicového systému vrstvy LTT' na materiálové vlastnosti ${}^x\mathbf{S}$ v souřadnicového systému laminátu (výrobku) 123 je detailně uvedena v Laš [1]. Zde uveďme pouze základní vztah (2.13), kde T_ε a T_σ jsou příslušné transformační matice.

$${}^x\mathbf{S} = T_\varepsilon {}^L\mathbf{S} T_\sigma^{-1} \quad (2.13)$$

2.3.4 Určení elastických konstant pomocí transformace matice poddajnosti

Pomocí transformačních vztahů uvedených v předchozí podkapitole a detailně popsáno v Laš [1] získáme vlastnosti vrstvy v pootočeném souřadnicovém systému 123 .

$$E_1 = \frac{1}{xS_{11}} \quad (2.14)$$

$$G_{12} = \frac{1}{xS_{66}} \quad (2.15)$$

$$G_{13} = \frac{1}{xS_{55}} \quad (2.16)$$

Hlavní nevýhodou této metody je nezohlednění kladné či záporné orientace vrstvy a tím následné nezohlednění smykové vazby v rámci navíjené vrstvy (například navíjená vrstva $\pm 45^\circ$, kde polovina tloušťky je s kladnou a druhá se zápornou orientací), neb metoda nerozlišuje mezi vrstvou s pouze kladnou či zápornou orientací výztuže a vrstvou, která obsahuje kladnou i zápornou orientaci výztuže. Výsledné elastické vlastnosti vrstvy odpovídají stavu rovinné napjatosti.

2.3.5 Určení elastických konstant pomocí tenzoru elastických konstant

Tato metoda je detailně popsána v Mareš [2] a potřebné transformace a struktura tenzoru elastických konstant je podrobně popsána také v Mareš [5].

$$E_1 = E_{1111} \quad (2.17)$$

$$G_{12} = E_{2211} \quad (2.18)$$

$$G_{13} = E_{3311} \quad (2.19)$$

Hlavní nevýhodou této metody je nezohlednění kladné či záporné orientace vrstvy a tím následné nezohlednění smykové vazby v rámci navíjené vrstvy (například navíjená vrstva $\pm 45^\circ$, kde polovina tloušťky je s kladnou a druhá se zápornou orientací), neb metoda nerozlišuje mezi vrstvou s pouze kladnou či zápornou orientací výztuže a vrstvou, která obsahuje kladnou i zápornou orientaci výztuže. Výsledné elastické vlastnosti vrstvy odpovídají stavu rovinné deformace.

2.3.6 Určení elastických konstant pomocí klasické laminační teorie

Metoda je založena na sestavení globální matice tuhosti ABD, jejíž prvky jsou efektivní elastické vlastnosti laminy, pro kterou v obecném případě dle [8] platí

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon \\ k \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

kde vektory N a M reprezentují silové účinky, matice A , B a D materiálové vlastnosti a vektory ε a k deformace laminy.

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_{12} \\ M_1 \\ M_2 \\ M_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} & B_{61} & B_{62} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} & D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} & D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \\ k_1 \\ k_2 \\ k_{12} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Pro vyrovnanou a symetrickou skladbu laminátu se obecný případ zjednoduší, neb neexistuje vazba mezi normálovými silami a smykovou deformací ani vazba mezi tahem a ohybem a normálové síly nevyvolají smykové deformace.

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_{12} \\ M_1 \\ M_2 \\ M_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \\ k_1 \\ k_2 \\ k_{12} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Hlavní výhodou této metody je zohlednění kladné či záporné orientace vrstvy a tím následné zohlednění smykové vazby v rámci navíjené vrstvy (například navíjená vrstva $\pm 45^\circ$, kde polovina tloušťky je s kladnou a druhá se zápornou orientací), neb metoda rozlišuje mezi vrstvou s pouze kladnou či zápornou orientací výztuže a vrstvou, která obsahuje kladnou i zápornou orientaci výztuže. Výsledné elastické vlastnosti vrstvy odpovídají stavu rovinné napjatosti.

Odvození následujících vztahů inženýrských modulů (2.23), (2.24) a (2.25) použitých k výpočtu elastických vlastností laminy je detailně popsáno v [8] a v [11]. Jejich použití výrazně usnadní algoritmizaci materiálového modelu.

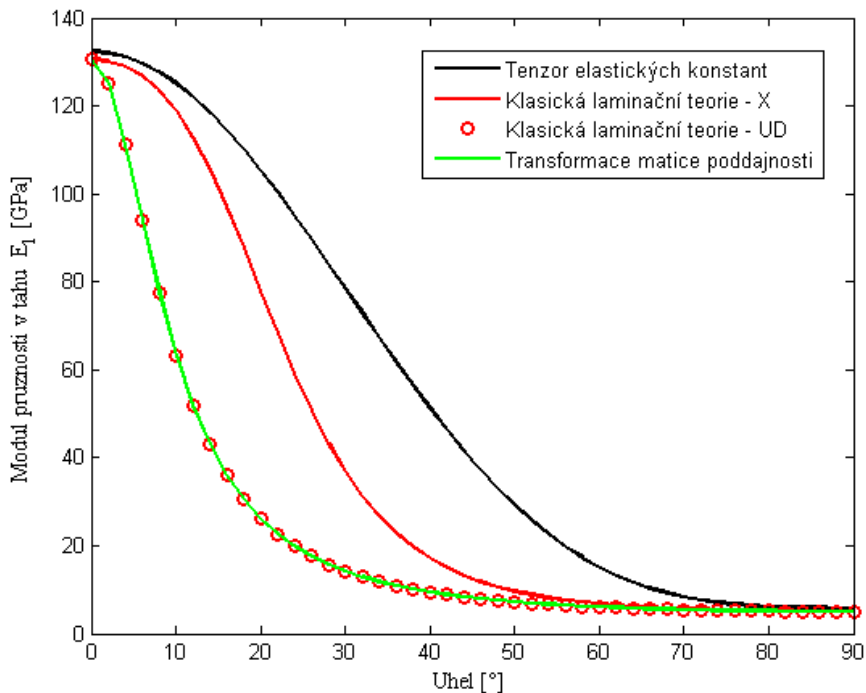
$$G_{12} = \frac{A_{66}}{h} - \frac{A_{26}^2}{h \cdot A_{22}} + \frac{2 \cdot A_{16} \cdot A_{12} \cdot A_{22} \cdot A_{26} - A_{12}^2 \cdot A_{26}^2 - A_{16}^2 \cdot A_{22}^2}{h \cdot (A_{11} \cdot A_{22}^2 - A_{12}^2 \cdot A_{22})} \quad (2.23)$$

$$G_{13} = G_{TT'} \cdot \sin^2 \varnothing + G_{LT'} \cdot \cos^2 \varnothing \quad (2.24)$$

$$E_1 = \frac{A_{11}}{h} + \frac{A_{12}}{h} \cdot \frac{A_{26} \cdot A_{16} - A_{12} \cdot A_{66}}{A_{22} \cdot A_{66} - A_{26}^2} + \frac{A_{16}}{h} \cdot \left(\frac{A_{26} \cdot A_{12} \cdot A_{66} - A_{26}^2 \cdot A_{16}}{A_{22} \cdot A_{66}^2 - A_{26}^2 \cdot A_{66}} - \frac{A_{16}}{A_{66}} \right) \quad (2.25)$$

2.3.7 Závěr - vzájemné porovnání metod

Minulé podkapitoly se věnovaly diskuzi, zda použitelné metody zohledňují smysl orientace vrstvy a tím následně vliv smykové vazby v rámci vrstvy, pokud vrstva obsahuje obě orientace (například navíjená vrstva $\pm 45^\circ$, kde polovina tloušťky je s kladnou a druhá se zápornou orientací). Z tohoto důvodu bylo provedeno srovnání predikovaných vlastností pro jednosměrovou vrstvu UD (zkratka z anglického „Uni Directional“) s pouze jedním směrem orientace vrstvy a navíjenou vrstvu X (zkratka z anglického „X-wound“) s rovnoměrným zastoupením obou smyslů orientace.



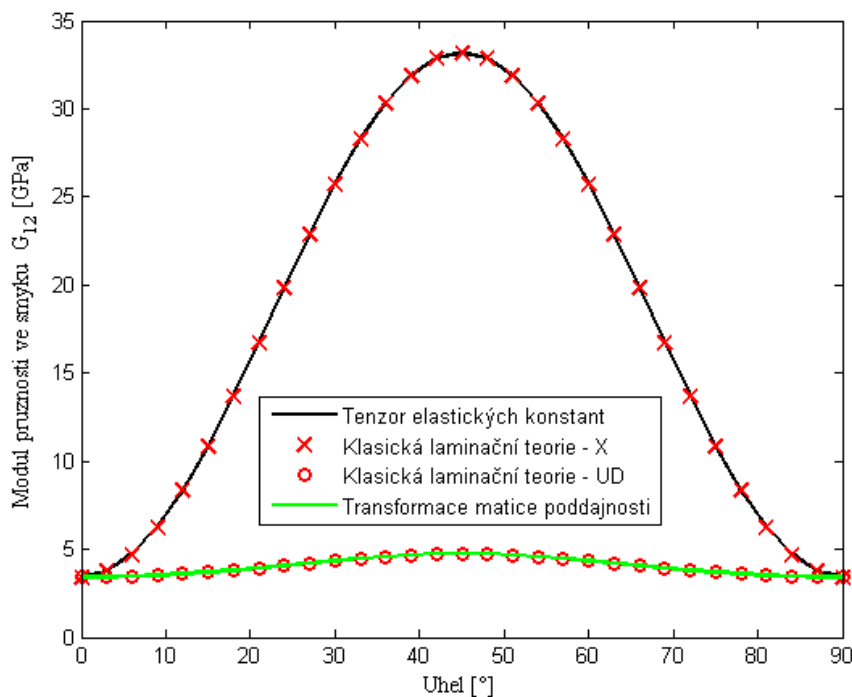
Obr. 2-24 Závislost modulu pružnosti v tahu E_1 na úhlu natočení vrstvy

K porovnání výsledků jednotlivých metod zobrazených na Obr. 2-24, Obr. 2-25 a Obr. 2-26 byla použita data vlákna T700SC od firmy Toray viz [12] s epoxydovou pryskyřicí LG120/EM100 od firmy GRM a s měrným objemovým podílem vláken v kompozitu 55%. K určení základních elastických vlastností vrstvy v souřadnicovém systému vrstvy LTT' byla použita základní směšovací pravidla.

Metoda transformace matice poddajnosti a metoda pomocí tenzoru elastických konstant generují identické řešení pro oba srovnávané případy UD i X, a proto pro přehlednost jsou tato řešení uvedena bez rozlišení.

Metody generují výrazně rozdílná řešení pro modul pružnosti v tahu E_1 viz Obr. 2-24. Největší hodnoty vykazuje model pomocí tenzoru elastických konstant, jak se dalo předpokládat vzhledem řešení pro rovinnou deformaci. Klasická laminační teorie prokázala, že vliv smykové vazby mezi kladným a záporným směrem vláken má nezanedbatelný vliv na řešení navíjené vrstvy. Pro jedno-směrovou vrstvu UD je řešení klasické laminační teorie shodné s řešením pomocí transformace matice poddajnosti.

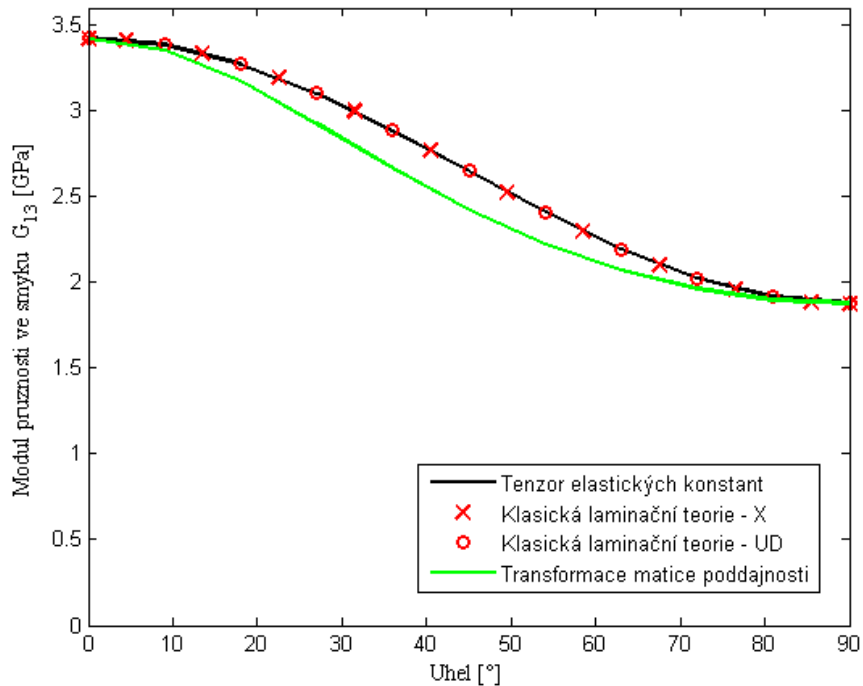
Metody generují také výrazně rozdílná řešení pro modul pružnosti ve smyku G_{12} viz Obr. 2-25. Klasická laminační teorie prokázala, že vliv smykové vazby mezi kladným a záporným směrem vláken má nezanedbatelný vliv u navíjené vrstvy. Pro jedno-směrovou vrstvu UD je řešení klasické laminační teorie shodné s řešením pomocí transformace matice poddajnosti. Rozdíl v řešení navíjené vrstvy a jedno-směrové vrstvy klasické laminační teorie je maximální pro 45° a potvrzuje se tím obecně známé pravidlo z oblasti konstruování kompozitních dílů, že pokud je potřeba zvýšit smykovou tuhost, je potřeba vlákna orientovat v obou směrech orientace, tedy pod úhlem $\pm 45^\circ$. Pokud bychom přidali vrstvu pouze s jedním směrem orientace, byl by vliv na zvýšení tuhosti zanedbatelný, viz Obr. 2-25.



Obr. 2-25 Závislost modulu pružnosti ve smyku G_{12} na úhlu natočení vrstvy

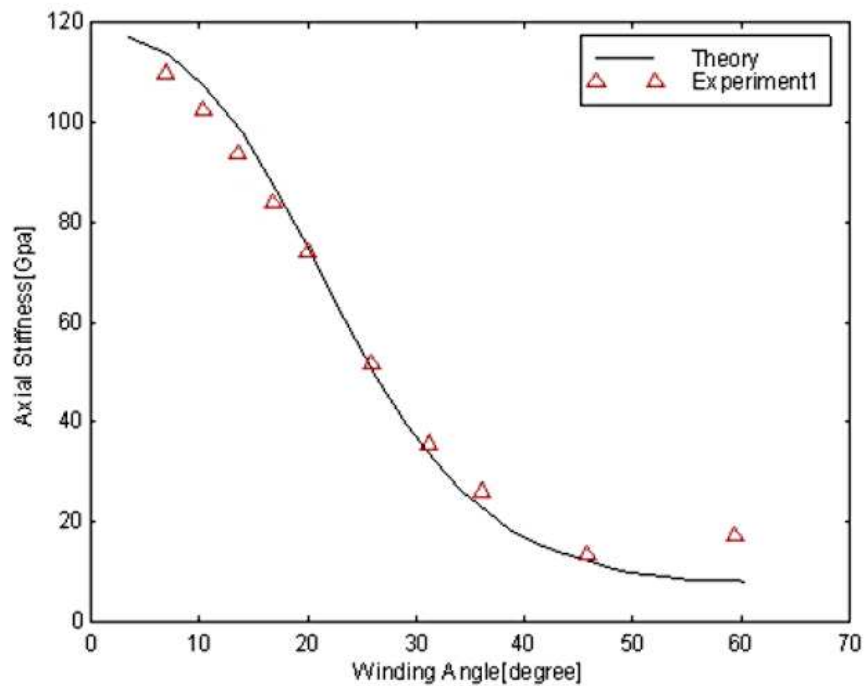
Rozdíl v řešení modulů pružnosti (E_1 a G_{12}) pomocí klasické laminační teorie pro navíjenou vrstvou „X“ a jedno-směrovou vrstvou „UD“, lze vysvětlit rychlým nárůstem vlivu mechanických vlastností matrice u jedno-směrové vrstvy se zvětšujícím úhlem a tím kvýraznému poklesu tuhosti (protože v tomto směru chybí orientovaná výztuž a matrice má výrazně nižší mechanické vlastnosti ve srovnání s osovým směrem vláken). Oproti tomu navíjená vrstva má

výztuž v obou směrech orientace a tím zabraňuje tak rychlému růstu vlivu mechanických vlastností matrice a tím zpomaluje výsledný pokles tuhosti, jak je zřejmé z Obr. 2-24 a Obr. 2-25.



Obr. 2-26 Závislost modulu pružnosti ve smyku G_{13} na úhlu natočení vrstvy

Metody generují velice podobné řešení pro modul pružnosti ve smyku G_{13} viz Obr. 2-26. Z tohoto pohledu jsou všechny tři metody téměř ekvivalentní.



Obr. 2-27 Modul pružnosti v tahu – srovnání s experimentem. Převzato z [37].

Sun [37] uvádí velice dobrou shodu klasické laminační teorie s experimentem k predikci modulu pružnosti v osovém směru zkušebního tělesa (navíjené trubky s vnitřním průměrem 26mm), viz Obr. 2-27 [37]. Výsledky jsou statisticky podloženy, neb pro každý úhel bylo testováno 15 zkušebních těles, které byly vyrobené metodou navíjení z uhlíkových vláken Toray T700 [12] s epoxidovou pryskyřicí.

Klasická laminační teorie a směšovací pravidla jsou dle řešerše velice vhodné metody k určení mechanických vlastností navíjených vrstev. Splňují všechny požadavky vyplývající z použití v analytických modelech vlastností kompozitních profilů. Vhodnost pro navíjené trubky byla již experimentálně ověřena například Sun [37] a u navíjených hybridních profilů lze očekávat stejně dobrou shodu.

2.4 Deformace nosníku

Základním přístupem k popisu průhybu nosníku je Bernoulliho metoda. Tento přístup se používá k popisu průhybu střednice nosníku od zatížení příčnými vnějšími silami či ohybovými momenty. Využívá zjednodušující předpoklady, o jejichž platnosti u kompozitních nosníků lze pochybovat. Jedná se zejména o zanedbání vlivu posouvajících sil na výslednou deformaci, která je v Bernoulliove řešení odezvou výhradně na ohybové namáhání nosníku. Zda je tento vliv u kompozitních nosníků zanedbatelný či nikoliv je otázkou, na kterou nelze jednoznačně odpovědět. Lze předpokládat, že existuje oblast reálných aplikací, kde vliv smyku na výslednou deformaci můžeme zanedbat. Vliv posouvající síly na výsledný průhyb zohledňuje například Timošenkova metoda. Zdefinujme tedy pojem „krátký nosník“ pro oblast, kde je rozdíl mezi Bernoulliho a Timošenkovým řešením větší než 5% a naopak „dlouhý nosník“, kde je rozdíl menší než 5%. Na základě tohoto rozdělení můžeme učinit tvrzení, že u dlouhých nosníků je vliv smyku při výpočtech možno zanedbat. Pro izotropní materiály se běžně uvádí poučka (pozn.: autor disertační práce ji získal již v době bakalářského studia), že pro nosníky delší než 5-ti násobek vnějšího rozměru se vliv smyku běžně neuvažuje. Pro kompozitní nosníky žádná taková poučka neexistuje, pouze se diskutuje o obecném faktu nízké příčné tuhosti vláknových laminátů a jeho možném vlivu na řešení .

U nosníků z kompozitních materiálů se často využívá pouze prvního stupně přesnosti (Bernoulliho metoda) zejména z důvodu problematičnosti a značné pracnosti správného sestavení korigované smykové tuhosti. Vzhledem k této pracnosti může jednoduše nastat chybné řešení daného kompozitního nosníku, kdy technik zanedbá vliv smyku na řešení v domněnce, že se stále jedná o tzv. dlouhý nosník. Vzhledem k „neomezeným“ kombinacím vláken (HS, HM, UHM, atd.) a orientací (0° pro ohyb, $\pm 45^\circ$ pro smyk) lze předpokládat, že hranice mezi „dlouhým nosníkem“ a „krátkým nosníkem“ u kompozitů nebude konstanta, nýbrž oblast.

Detailně se rozboru napětí a deformací u kompozitních nosníků věnuje také Kollár [7], který v celé kapitole věnované kompozitním nosníkům vliv smyku na výslednou deformaci v uvedených řešeních neuvažuje.

Uher [48] se ve své disertační práci věnuje modelu ohybových vlastností nekruhových nosníků založených na rozšíření klasické laminační teorie do 3D. Platnost tohoto modelu je mimo jiné omezena pouze na tenkostěnné vrstvené lamináty (stejně jako klasická laminační teorie). Předpoklady uvedené metody jsou pro hybridní kompozitní profily splněny pouze ve výjimečných případech, a proto nelze tuto metodu obecně použít.

2.4.1 Vliv smyku na deformaci nosníku

Vliv smyku u izotropních nosníků je velice dobře zmapovaná oblast v mnoha publikacích, kde mezi základní patří již od 30. let publikace od Timošenka [15], [33] a později se vlivu smyku věnovalo mnoho dalších autorů, např. Mindlin [39], Cowper [14]. Kompozitní profily nabízejí vysokou ohybovou tuhost a úsporu hmotnosti ve srovnání s běžně používanými izotropními materiály, například s ocelí, duralovými slitinami, litinou. Tyto výhody mohou být potlačeny vlivem snížené tuhosti laminy v jejím příčném směru, které se projeví zejména při příčném smyku profilu. Rovnice (2.26) [40] popisuje deformaci izotropního nosníku s konstantním průřezem s vlivem smyku.

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \frac{q}{E \cdot J} - \frac{1}{\kappa \cdot A \cdot G} \cdot \frac{\partial^2 q}{\partial x_1^2} \quad (2.26)$$

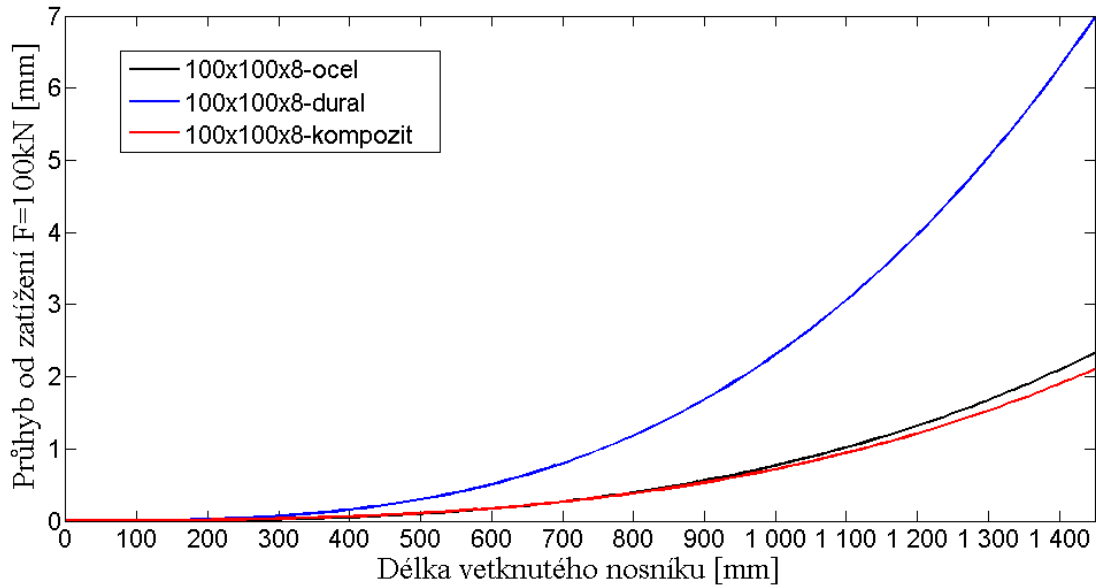
Základní porovnání mechanických vlastností vybraných materiálů je uvedeno v následující tabulce, viz Tabulka 1. Vlastnosti HSC a UHMC jedno-směrově orientovaného laminátu (kde C/E je zkratka pro Carbon/Epoxid, UD je zkratka pro Uni Directional) s objemovým podílem vláken 50%. Hustota ρ , modul pružnosti ve směru vláken E_1 , modul pružnosti kolmý na směr vláken E_2 , smykový modul pružnosti v rovině laminy G_{12} jsou základní parametry potřebné k výpočtům deformací kompozitního nosníku s vlivem smyku.

Tabulka 1 : Srovnání mechanických vlastností vybraných materiálů

| Material | ρ [kg·m ⁻³] | E_1 [GPa] | E_2 [GPa] | G_{12} [GPa] |
|-------------|------------------------------|-------------|-------------|----------------|
| HSC C/E UD | 1500 | 137 | 9 | 4 |
| UHMC C/E UD | 1750 | 380 | 5 | 3 |
| Epoxid | 1200 | 2.5-4.5 | 2.5-4.5 | 1.6 |
| Ocel | 7800 | 210 | 210 | 80 |
| Litina | 7200 | 80-125 | 80-125 | 30-55 |

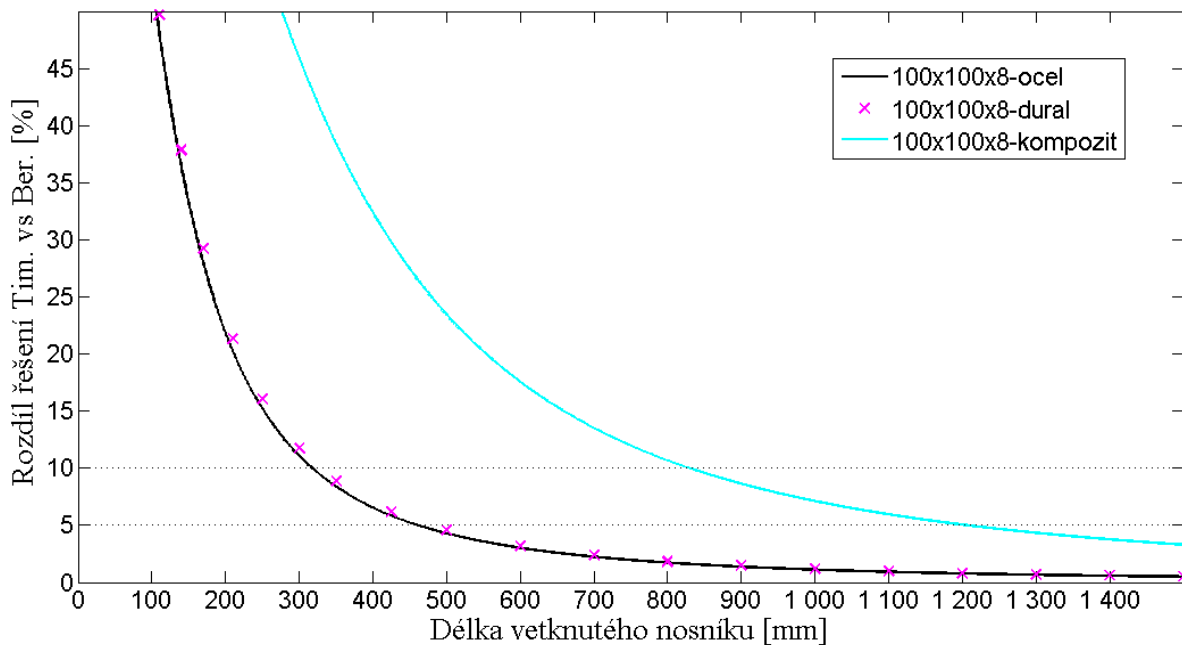
Předpokládejme kompozitní vetknutý nosník na volném konci zatížený osamělou silou se čtvercovým průřezem 100x100mm s tloušťkou stěny 8mm. Pro tento nosník odhadněme efektivní mechanické vlastnosti profilu $E_1=260$ GPa, $E_2=16$ GPa, $G_{12}=24$ GPa, $G_{13}=3$ GPa dle Obr. 2-24, Obr. 2-25, Obr. 2-26 a viz Tabulka 1. Kompozitní profil s odhadnutými mechanickými vlastnostmi srovnáme s ocelovým a duralovým o stejném průřezu. Porovnáním výsledků Timošenkovy metody bez uvažování opravného součinitele smykové tuhosti ($\kappa=1$) a Bernoulliho metody získáme odpověď na otázku, jak velký vliv má smyk na celkovou deformaci nosníku.

Ze srovnání průhybů dle Timošenka viz Obr. 2-28 vyplývá, že kompozitní nosník je tuhostně ekvivalentní ocelovému a duralový je výrazně poddajnější. Srovnání měrných hmotností profilů se výrazně liší: ocel 23kg/m, dural 8,2kg/m a kompozit 5kg/m. Ze srovnání tuhostí a měrných hmotností jsou výhody kompozitního řešení zřejmé (řešení ekvivalentně tuhé s ocelovým a zároveň lehčí než duralové). Dle Obr. 2-29 je zřejmé, že tyto výhody s sebou nesou i nevýhody na straně zvýšených nároků na výpočtové modely mechanických vlastností, neb vliv smyku má výrazný vliv na celkovou deformaci nosníku.



Obr. 2-28 Srovnání průhybů dle Timošenska pro vetknutý nosník

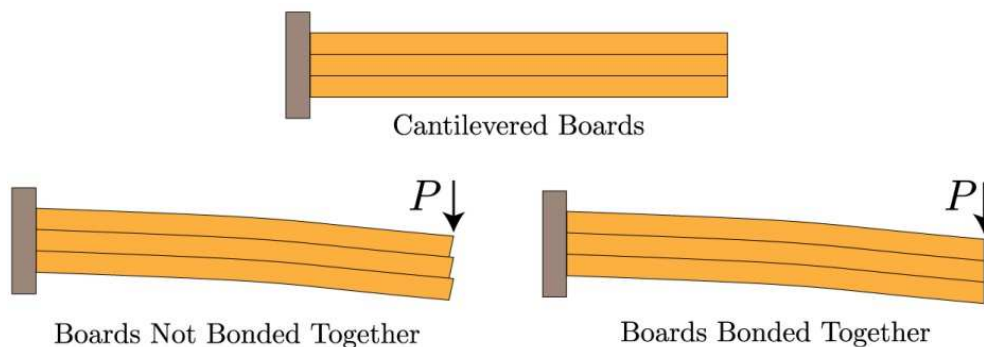
Kollár [7] se detailně věnuje napětím a deformacím kompozitních nosníků, avšak uvedené metody nemají v technické praxi velké využití, neb zanedbávají vliv smyku na výslednou deformaci nosníku. Dle Obr. 2-29 je zřejmá výrazně omezená oblast využití, neboť pro profil 100x100mm lze bezpečně zanedbat vliv smyku (<5% deformace) až od 1,2 m délky pro vetknutý nosník, či 2,4 m pro nosník v tříbodovém ohybu.



Obr. 2-29 Rozdíl řešení Timošenko vs. Bernoulli pro vetknutý nosník

Vlivu smyku se také věnuje Holmes [25], který na Obr. 2-30 [25] popisuje rozdíl v namáhání, pokud jsou dílčí vrstvy materiálu spojeny smykovou vazbou či nikoliv. U laminátů právě tuto smykovou vazbu mezi vrstvami realizuje matrice. Při ohybu laminátové desky s orientací vrstev jak je uvedeno na Obr. 2-30 [25] přenáší celý smyk mezi horním a spodním povrchem právě jen

matrice (této oblasti se věnuje např. Tresca v pevnostních kritériích [6]). V případě nosníků lze na pásnici nahlížet jako na laminu, kde smyk mezi vrstvami přenáší právě jen matrice a na stojinu, kde matrice přenáší pouze smyk mezi jednotlivými vrstvami, ale hlavní složku smyku ve stojině působící mezi pásnicemi přenáší přímo vrstvy (zejména vrstvy s orientací $\pm 45^\circ$), což výrazně zvyšuje smykovou tuhost profilu.

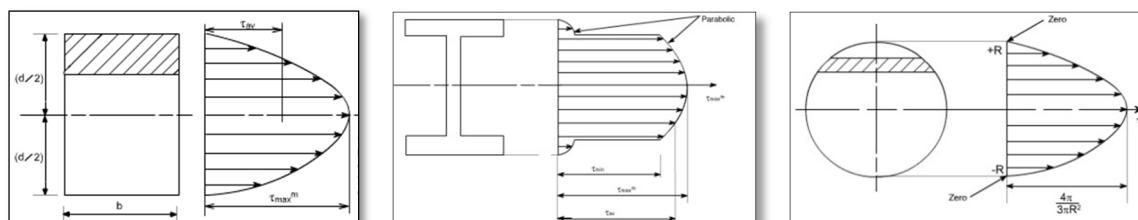


Obr. 2-30 Vetknutý nosník - vrstvený. Převzato z [25].

Obecnou problematikou u kompozitních profilů je způsob určení ohybové a korigované smykové tuhosti, které jsou potřeba vyhodnotit pro Timošenkovu metodu. Korigovanou smykovou tuhost lze například řešit opravným koeficientem smykové tuhosti.

2.4.2 Opravný koeficient smykové tuhosti

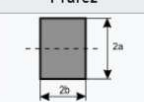
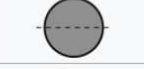
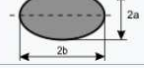

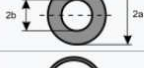


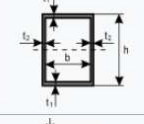
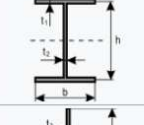
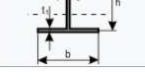
V předchozí podkapitole jsme ukázali nezanedbatelný vliv smyku na výslednou deformaci nosníku. Z tohoto důvodu nemůžeme zanedbat vliv opravného koeficientu smykové tuhosti κ (zkráceně OKST) stejně jako jsme to udělali v předchozí podkapitole, neb přímo ovlivňuje velikost korigované smykové tuhosti, jak je popsáno v rovnici (2.26) [40].



Obr. 2-31 Průběhy smykového napětí – izotropní profily. Převzato z [26].

Úvod této podkapitoly nejlépe vystihuje citace z Wikipedie [40], která se věnuje opravnému smykovému koeficientu pro izotropní materiály: „Opravný smykový součinitel lze chápat jako nástroj pro úpravu předpovědí chování nosníků dle Timošenkovy teorie tak, aby co nejlépe odpovídaly výsledkům experimentů, či předpovědím dle přesnějších teorií. Velikost součinitele obecně závisí na tvaru a velikosti průřezu, materiálových vlastnostech, zatížení a okrajových podmínkách nosníku a frekvenci kmitání nosníku“. Jednou z častých interpretací OKST u izotropních materiálů je poměr nominálního smykového napětí (konstantní napětí po celém průřezu vypočtené podílem síly a plochy průřezu) a maximálního smykového napětí, jak ukazuje například Obr. 2-31 [26]. Přehledy OKST pro různé profily z izotropního materiálu jsou uvedeny na Obr. 2-32 [40] a pro stejné profily dle jednotlivých autorů na Obr. 2-33 [40].

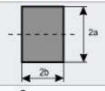

Vhledem ke složitosti vztahů pro izotropní materiál lze předpokládat, že modifikace pro kompozitní materiály nebude snadná a řešení OKST budou oproti izotropním materiálům ještě komplikovanější a komplexnější. V současnosti se část publikací zaměřuje i na řešení s vlivem smyku pro kompozitní materiál včetně určování OKST, jako například Raman [9] či v rámci experimentální validace opravného smykového koeficientu celého profilu Puchegger [17]. Většina autorů se věnuje prizmatickým nosníkům a výsledkem je často opravný koeficient smykové tuhosti jako vzorec n -proměnných v uzavřeném tvaru. Případně se věnují problematice jak zvolit správnou metodu určení smykového koeficientu, jako např.: Birman [18], který vzájemně srovnává 6 různých metod. Všechny zmíněné postupy jsou v technické praxi velice obtížně realizovatelné a mají velice úzkou oblast uplatnění zejména z geometrických omezení platnosti řešení (nejčastěji pouze pro plně laminované obdélníkové profily s vrstvením pouze v jednom směru, jak uvádí například Raman [9]).

| Průřez | Součinitel |
|---|--|
|  | $\frac{5(1 + \nu)}{6 + 5\nu}$ |
|  | $\frac{6(1 + \nu)}{7 + 6\nu}$ |
|  | $\frac{12(1 + \nu)a^2(3a^2 + b^2)}{(40 + 37\nu)a^4 + (16 + 10\nu)a^2b^2 + \nu b^4}$ |
|  | $\frac{1 + \nu}{1.305 + 1.273\nu}$ |
|  | $\frac{6(1 + \nu)(1 + m^2)^2}{(7 + 6\nu)(1 + m^2)^2 + (20 + 12\nu)m^2}$, kde $m = \frac{b}{a}$ |
|  | $\frac{2(1 + \nu)}{4 + 3\nu}$ |
|  | $\frac{20(1 + \nu)}{48 + 39\nu}$ |
|  | $\frac{10(1 + \nu)(1 + 3m)^2}{(12 + 72m + 150m^2 + 90m^3) + \nu(11 + 66m + 135m^2 + 90m^3) + 10n^2((3 + \nu)m + 3m^2)}$, kde $m = \frac{bt_1}{ht_2}$ a $n = \frac{b}{h}$ |
|  | $\frac{10(1 + \nu)(1 + 3m)^2}{(12 + 72m + 150m^2 + 90m^3) + \nu(11 + 66m + 135m^2 + 90m^3) + 30n^2(m + m^2) + 5\nu n^2(8m + 9m^2)}$, kde $m = \frac{2bt_1}{ht_2}$ a $n = \frac{b}{h}$ |
|  | $\frac{10(1 + \nu)(1 + 4m)^2}{(12 + 96m + 276m^2 + 192m^3) + \nu(11 + 88m + 248m^2 + 216m^3) + 30n^2(m + m^2) + 10\nu n^2(4m + 5m^2 + m^3)}$, kde $m = \frac{bt_1}{ht_2}$ a $n = \frac{b}{h}$ |

Obr. 2-32 Opravné koeficienty smykové tuhosti pro izotropní nosník. Převzato z [40].

Ze způsobů odvození i výsledné struktury vztahů OKST v uzavřeném tvaru (pro izotropní materiál) uvedených výše je zřejmé, že OKST obsahuje jak geometrické (rozměry průřezu), tak materiálové parametry (Poissonovu konstantu). Pro anizotropní nebo ortotropní kompozitní skladbu profilu tak budou analogické (dosud neodvozené a nepublikované) vztahy velmi komplikované (pokud budou existovat, neb jejich existence není zaručena) i vzhledem ke složitějším konstitutivním vztahům a počtu nezávislých elastických konstant. Hutchinson [41] odvodil nové vztahy pro izotropní materiál až v roce 2001, což je 85 let po první publikaci Timošenka z roku 1916. Pokud by byl trend u kompozitních materiálů podobný, lze předpokládat, že je velká část poznání v této oblasti teprve před námi.

Korekční součinitele pro homogenní izotropní nosník s obdélníkovým a kruhovým průřezem dle různých autorů.

| Reference |  |  |
|--|--|---|
| Timoshenko (1916) ^[12] | $\frac{2}{3} \approx 0.667$ | $\frac{3}{4}$ [pozn. 3] |
| Timoshenko (1922) ^[28] [pozn. 4], Kaneko (1975) ^[20] | $\frac{10(1+\nu)}{12+11\nu}$ [pozn. 5] | $\frac{6(1+\nu)^2}{7+12\nu+4\nu^2}$ |
| Goens(1931) ^[26] podle Foppla ^[25] | $\frac{5}{6} \approx 0.833$ | $\frac{9}{10}$ |
| Mindlin (1953) ^[29] | $\frac{\pi^2}{12} \approx 0.822$ | 0.847 |
| Renton (1991) ^[30] | $\frac{1}{\frac{6}{5} + \left(\frac{\nu}{1+\nu}\right)^2 \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{144\left(\frac{b}{a}\right)^4}{\pi^6(2m+1)^2 n^2 \left[(2m+1)^2 \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + n^2 \right]}$ | $\frac{6(1+\nu)^2}{7+14\nu+8\nu^2}$ |
| Pai (1999) ^[31] | $\frac{(1+\nu)^2 a^4}{36 \left(\frac{(1+\nu)^2 a^4}{30} + \frac{\nu^2 b^4}{180} - \frac{\nu^2 b^5}{2\pi^5 a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh\left(\frac{n\pi a}{b}\right) \right)}$ | $\frac{6(1+\nu)^2}{7+14\nu+8\nu^2}$ |
| Hutchinson (2001) ^[21] | $\kappa = \frac{2(1+\nu)}{\frac{9}{4a^3 b} C + \nu \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)}$, kde $C = \frac{4}{45} a^3 b (-12a^2 - 15\nu a^2 + 5\nu b^2) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16\nu^2 b^5 \left(n\pi a - b \tanh\left(\frac{n\pi a}{b}\right)\right)}{(n\pi)^5 (1+\nu)}$ | $\frac{6(1+\nu)^2}{7+12\nu+4\nu^2}$ |

Obr. 2-33 Opravné koeficienty smykové tuhosti pro izotropní nosník dle autorů. Převzato z [40].

2.5 Automatizovatelnost procesu návrhu - optimalizace

Počet možných kombinací typů vláken, jejich orientace vzhledem k výrobku a geometrické volnosti průřezů, je nekonečně mnoho a výsledná volba záleží pouze na invenci technika, jaké kombinace použije. Základní idea orientovat vlákna výztuže do směrů hlavních napětí pro dané případy zatěžování je zřejmá a snadno aplikovatelná (0° pro zlepšení ohybových vlastností, ±45° pro zlepšení smykových vlastností). Z těchto důvodů se nabízí automatizovat výběr vhodného profilu a skladby pomocí optimalizačních metod.

Optimalizace je z matematického hlediska hledání takových hodnot proměnných, aby výsledná cílová funkce dosáhla svého maxima či minima. Optimalizačních nástrojů a technik existuje mnoho a mezi nejčastěji používané metody hledání řešení optimalizačních úloh patří: gradientní metody, Newtonova metoda, Fibonacciho metoda, zlatý řez a bisekce, o kterých pojednává například Dostál [46]. Základní podmínkou použití těchto metod je nutnost převedení fyzikálního problému na parametrický matematický problém. Při aplikaci podmínky reálné vyrobitelnosti optimálního řešení se většina úloh tohoto typu stává neřešitelnými zejména vzhledem k nespojitosti takto definovaných okrajových podmínek.

Optimalizační nástroje na bázi konečných prvků (zkráceně MKP) jsou dnes velmi rozšířené a jsou do nich implementovány různé optimalizační metody. Například Ansys Design Xplorer [45] obsahuje genetické algoritmy, techniky z oblasti nelineárního programování, uživatelsky programovatelné cílové funkce přímé optimalizace a tzv. metodu odezvoových ploch (response surface). Nevýhody takového řešení jsou zejména vysoké nároky na výpočtový výkon, kvalifikovanou obsluhu, časová a finanční náročnost. Z těchto důvodů se velká část optimalizačních úloh v technické praxi převádí do iterační úlohy, kde MKP řešič má pouze výpočtovou úlohu a rozhodování co změnit či vylepšit a jak rozhoduje kvalifikovaný konstruktér/technik a to zejména na základě zkušenosti tím, že navrhne další iteraci (geometrickou, materiálovou a technologickou kombinaci). Tento postup je zejména vzhledem k přítomnosti lidského faktoru pomalý a rychlost hledání „optimálního“ řešení z velké části záleží na zkušenosti technika.

2.6 Závěr - souhrn a diskuse poznatků současného stavu poznání

Tato podkapitola ve stručnosti uvádí souhrnný osobní názor a odborný pohled autora disertační práce na základě výše uvedené literární rešerše, letité odborné praxe a znalosti problematiky v oblasti výpočtových modelů vlastností hybridních kompozitních struktur, za účelem definování cílů práce.

2.6.1 Technologie výroby

Technologie navíjení je pro průmysl velmi zajímavá, zejména protože umožňuje zpracovávat UHMC vlákna s velice příznivým objemovým podílem vláken ve výsledném laminátu až 60% a zároveň zpracovává vlákna v jejich nejjednodušší formě, viz Obr. 2-10 [31], což vede k finančně efektivní výrobě různého množství profilů na jednom výrobním stroji. Z těchto důvodů je metoda velice vhodná k výrobě hybridních kompozitních profilů. Výhody a nedostatky nejčastěji využívaných technologií výroby kompozitních materiálů jsou dostupné v literatuře.

2.6.2 Ověření platnosti základních materiálových vstupů

Nejčastěji používaná kombinace při výrobě nosíkových profilů jsou UHM uhlíková vlákna s epoxidovou pryskyřicí. V literatuře nebylo nalezeno experimentální ověření vlastností jedno-směrových zkušebních těles z UHM uhlíkových vláken. Autor disertační práce se domnívá, že tento nedostatek by měl být odstraněn a za tím účelem navrhuje experimentální ověření elastických vlastností jedno-směrové vrstvy z UHM uhlíkových vláken s epoxidovou maticí a jejich přímé srovnání s hodnotami predikovanými pomocí směšovacími pravidly na základě produktového listu.

2.6.3 Elastické vlastnosti dílčích vrstev

Klasická laminační teorie a směšovací pravidla jsou dle literatury velice vhodné metody k určení mechanických vlastností navíjených vrstev. Pro navíjené trubky byla metodika již experimentálně ověřena například Sun [37]. Veškeré informace potřebné k implementaci metod do analytických modelů již byly publikovány.

2.6.4 Vliv smyku při namáhání kompozitního nosníku

Historicky se mnoho autorů zaměřilo na řešení vlivu smyku při ohybu pro izotropní materiály: Timoshenko (1921) [15], Mindlin (1953) [39], Cowper [14] a v současnosti se mnoho z nich zaměřuje i na řešení pro kompozitní materiál například Raman [9] či Puchegger [17]. Kollár [7] se detailně věnuje napětím a deformacím kompozitních nosníků, avšak uvedené metody nemají v technické praxi velké využití, neb zanedbávají vliv smyku na výslednou deformaci nosníku. Pokud řešení obsahuje vliv smyku, pak se ve většině případů jedná o plné prizmatické nosníky, u nichž je z pohledu ohybové tuhosti neefektivně využít materiál ve středu profilu. Na základě literární rešerše lze konstatovat, že vliv smyku u hybridních kompozitních profilů je nezanedbatelný a je potřeba mu věnovat zvýšenou pozornost. Největší omezení stávajících metod je v oblasti určení smykové tuhosti profilu. Publikované metody jsou velice obtížně použitelné pro obecné geometrie profilů a mnohdy dokonce nepoužitelné. Mezi nejrozšířenější metodu určení smykové tuhosti profilu patří součet mechanických vlastností dílčích vrstev. Největší nevýhodou této metody je aplikovatelnost OKST pouze na základě řešení izotropního profilu, což autor disertační práce považuje za zcela nevhodné řešení a shledává v této oblasti prostor ke zlepšení.

2.6.5 Opravný koeficient smykové tuhosti pro kompozitní materiály

Většina publikací v oblasti opravného koeficientu smykové tuhosti pro kompozitní materiály se věnuje prizmatickým nosníkům a výsledkem je často opravný koeficient smykové tuhosti jako funkce n -proměnných v uzavřeném tvaru, viz Raman [9] či Puchegger [17]. Případně se věnují problematice, jak zvolit správnou metodu určení smykového koeficientu, jako např.: Birman [18]. Opravný koeficient smykové tuhosti je obecně funkcí n -proměnných, kde mezi nejvýznamnější proměnné patří např.: modul pružnosti vláken, úhel návinu vláken, skladba, geometrie profilu a objemový podíl. Pro efektivní inženýrský návrh hybridního kompozitního profilu je ovšem potřeba rychlých metod založených na analytických modelech, pro které jsou výsledky uvedené například v [9] nepoužitelné. Vztahy pro izotropní materiály, viz Obr. 2-32 [40], nelze považovat za triviální a to jsou vstupní proměnné pouze geometrie a poissonova konstanta. Snažit se odvodit výsledný opravný smykový koeficient v uzavřeném tvaru, kde vstupní parametry jsou n -rozměrné vzájemně závislé vstupní parametry, pro jeden konkrétní případ kompozitního profilu, lze považovat za velmi neefektivní přístup. Jak již bylo zmíněno, vliv smyku při řešení nosníků nelze ve velké oblasti aplikací kompozitních profilů zanedbat viz Obr. 2-29, a tak absence univerzálního řešení určení korigované smykové tuhosti tento úkol výrazně komplikuje. Autor disertační práce v dostupné literatuře nenašel žádný model mechanických vlastností, který by byl použitelný v analytických modelech a jehož výsledkem by byla korigovaná smyková tuhost kompozitního profilu a shledává v této oblasti prostor ke zlepšení.

2.6.6 Automatizovatelnost procesu návrhu profilu „na míru“

Optimalizační nástroje pro kompozitní díly či profily jsou dnes výhradně postaveny na konečně prvkových řešičích a optimalizace takových úloh je časově i finančně náročná. Absence optimalizačních nástrojů pro nesespecializované optimalizační pracoviště je zřejmá a analytická řešení se nabízejí jako nejpoužitelnější řešení. V literatuře nebyl nalezen žádný automatický nástroj, který by byl schopen navrhnout/ vybrat a optimalizovat profil včetně technologicky vyrobitelné skladby a zejména se zohledněním vlivu korigované smykové tuhosti profilu, aby byl nástroj použitelný pro dlouhý i krátký nosník. Základní požadavky na optimalizační nástroj jsou zřejmé: analytický, snadno rozšiřitelný na nové profily, snadno použitelný, výpočetní čas na přijatelné úrovni, nároky na vstupní technická data musí být splnitelné a dostupné, řešení musí být snadno interpretovatelné a jednoznačné.

3 Cíle disertační práce

Na základě přehledu a rešerše problematiky, zvyšujících se nároků na rychlejší a přesnější návrhové metodiky vyplývá následující cíl práce:

- Hlavním cílem práce je vytvoření: „Komplexní metodiky návrhu hybridních kompozitních struktur nosíkových profilů použitelná v technické praxi při zrychleném návrhu profilu dle požadovaných vlastností řešení“. Ke splnění hlavního cíle je zapotřebí realizovat následující dílčí cíle:
 - Navrhnout analytickou explicitní metodu přímého určení korigované smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů
Dílčím cílem je odvodit analytickou metodu určení korigované smykové tuhosti profilu, kde opravný koeficient smykové tuhosti není vyjádřen vzorcem v uzavřeném tvaru, nýbrž navrhnout algoritmus explicitního výpočtu, kde vliv jednotlivých parametrů je přímo zakomponovaný do odvození a výsledkem je korigovaná smyková tuhost profilu pro daný profil s danou skladbou.
 - Návrh technické realizace optimalizační smyčky profilu „na míru“ s využitím analytických metod určení ohybové a smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů
Dílčím cílem je návrh efektivní optimalizační smyčky, která pro dané zatížení navrhne možnosti technické realizace, které obsahují jaký profil s jakou skladbou je pro dané zadání optimální s důrazem na reálnou vyrobiteľnost tohoto řešení.
 - Experimentální verifikace analytické explicitní metody přímého určení korigované smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů
Dílčím cílem je experimentální ověření mechanických vlastností predikovaných na základě metodiky určené v prvním dílčím cíli.

4 Aplikace Timošenkovy teorie pro kompozitní nosníky

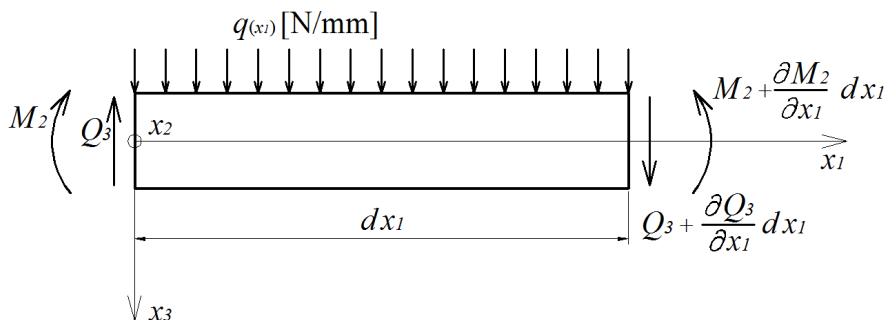
Timošenkův přístup k řešení deformací nosníků je analytická metoda používaná k popisu průhybu střednice nosníku od zatížení vnějšími silami a ohybovými momenty. Na výsledný průhyb nosníku nemá vliv pouze ohybové zatížení, ale také posouvající síly. Díky zahrnutí vlivu posouvajících sil není řešení omezeno pouze na tzv. dlouhé nosníky, jak je tomu u Bernoulliho hypotézy.

Předpoklady:

- Průřez, tloušťky vrstev a tvar průřezu se nemění v průběhu zatěžování.
- Body střednice se mohou posouvat pouze ve směru osy x_3 .
- Rovinná plocha průřezu kolmá na střednici bude rovinná plocha i po deformaci, avšak nemusí být kolmá na střednici.
- Malé deformace, platnost Hookeova zákona

4.1 Obecné řešení

Obecné řešení Timošenkova nosníku vychází z rovnic rovnováhy obecně zatíženého elementu nosníku, které původně publikoval Timošenko již v roce 1921 [15] v publikaci zaměřené na dynamické vlastnosti prizmatických profilů z izotropních materiálů a následně je vydal v knižní podobě „Theory of Elasticity” v roce 1951 [33]. V současné době je již Timošenkova teorie v oboru kompozitních profilů považována za fundamentální. Aplikaci Timošenkovy teorie pro neizotropní materiál můžeme najít v Mareš [2] či v Karamanli [32]. Tato kapitola je zhuštěné odvození základních vztahů a jejich aplikace pro uzavřené hybridní kompozitní profily z příčně izotropního materiálu, neb kompletní postup odvození lze dohledat běžně v literatuře. Na Obr. 4-1 je uveden element použitý při odvození a na Obr. 4-2 předpokládaná deformace nosníku.



Obr. 4-1 Zatížený element nosníku

Momentová rovnice rovnováhy k ose x_1

$$M_1 = 0 \quad (4.1)$$

Silová rovnice rovnováhy ve směru osy x_1

$$Q_1 = 0 \quad (4.2)$$

Momentová rovnice rovnováhy k ose x_3

$$M_3 = 0 \quad (4.3)$$

Silová rovnice rovnováhy ve směru osy x_2

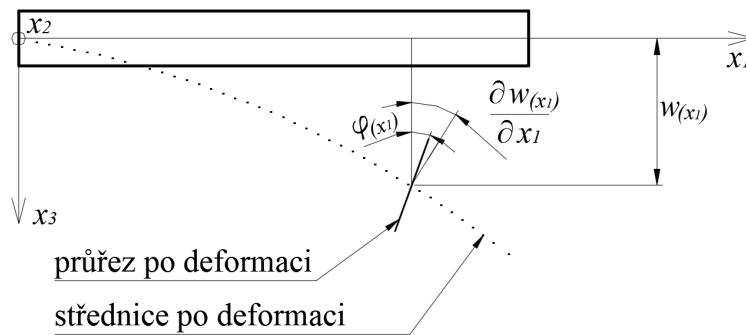
$$Q_2 = 0 . \quad (4.4)$$

Momentová rovnice rovnováhy k ose x_2 (Schwedlerova rovnice)

$$\frac{\partial M_2}{\partial x_1} = Q_3 . \quad (4.5)$$

Silová rovnice rovnováhy ve směru osy x_3 (Schwedlerova rovnice)

$$\frac{\partial Q_3}{\partial x_1} = -q(x_1) . \quad (4.6)$$



Obr. 4-2 Průřez po deformaci

Posuvy nosníku jsou

$$u_1 = -x_3 \cdot \varphi(x_1) \quad (4.7)$$

$$u_2 = 0 \quad (4.8)$$

$$u_3 = w(x_1) \quad (4.9)$$

a rovnice zachování spojitosti tělesa po vzniku deformace jsou

$$\varepsilon_{11} = -x_3 \cdot \frac{\partial \varphi(x_1)}{\partial x_1} \quad (4.10)$$

$$\varepsilon_{12} = 0 \quad (4.11)$$

$$\varepsilon_{22} = 0 \quad (4.12)$$

$$\varepsilon_{23} = 0 \quad (4.13)$$

$$\varepsilon_{31} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w(x_1)}{\partial x_1} - \varphi(x_1) \right) \quad (4.14)$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{\partial w(x_1)}{\partial x_3} = 0 . \quad (4.15)$$

Z rovnic zachování spojitosti tělesa po vzniku deformace a z rozšířeného Hookova zákona pro neizotropní materiál lze odvodit pro vnitřní ohybový moment a posouvající sílu, která namáhá daný nosník, následující vztahy:

$$M_2 = -T_{D2} \cdot \frac{\partial \varphi(x_1)}{\partial x_1} + T_{B2} \cdot \left(\frac{\partial w(x_1)}{\partial x_1} - \varphi(x_1) \right) \quad (4.16)$$

$$Q_3 = -T_{B2} \cdot \frac{\partial \varphi(x_1)}{\partial x_1} + T_{A2} \cdot \left(\frac{\partial w(x_1)}{\partial x_1} - \varphi(x_1) \right). \quad (4.17)$$

Konstanty T_{A2} , T_{B2} a T_{D2} obsahující materiálové a geometrické „informace“ profilu se v kartézském souřadnicovém dají vyjádřit v integrační formě, jak uvádí například Mareš [2] či Karamanli [32].

$$T_{A2} = \kappa \cdot \int_{(A)} E_{Ai} dA \quad [N] \quad (4.18)$$

$$T_{B2} = \int_{(A)} E_{Bi} \cdot x_3 dA \quad [N \cdot mm] \quad (4.19)$$

$$T_{D2} = \int_{(A)} E_{Di} \cdot x_3^2 dA \quad [N \cdot mm^2] \quad (4.20)$$



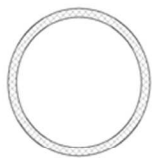
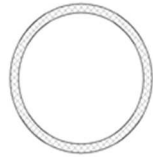
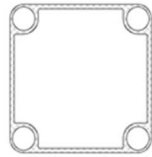
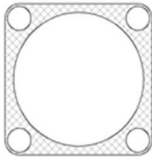

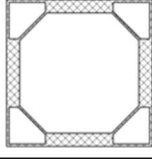
Kde T_{A2} je korigovaná smyková tuhost (integrace vážené plochy průřezu pomocí smykového modulu pružnosti E_{Ai} přes celou plochu průřezu A), T_{B2} je vážený statický moment (integrace statického momentu průřezu váženého pomocí elastické konstanty vázající smykovou deformaci s normálovým napětím E_{Bi} přes celou plochu průřezu A), T_{D2} je ohybová tuhost (integrace kvadratického momentu průřezu váženého pomocí modulu pružnosti v tahu E_{Di} přes celou plochu průřezu A), a κ značí opravný koeficient smykové tuhosti (OKST). Nově zavedené značení pro elastické vlastnosti vrstev E_{Ai} , E_{Bi} a E_{Di} je záměrné a možným způsobům jejich výpočtu se věnuje kapitola 4.2.2.1 *Určení elastických vlastností dílčích vrstev E_{Ai} a E_{Di}* .

4.2 Navíjené hybridní profily – sestavení databáze fundamentálních profilů

V praxi je často potřeba při návrhu nového profilu „na klíč“ vycházet z již používaných profilů s typizovaným průřezem, který v sobě často obsahuje konstrukčně-historický vývoj geometrie průřezu, požadované způsoby připojení ostatních součástí, technologické aspekty výroby, vychází z typizovaných přípravků a přitom ponechává možnost optimalizace skladby. Nekonečně mnoho různých kombinací skladby a geometrie průřezu pro danou aplikaci je „ideální prostor“ k využití optimalizačních nástrojů. Aby nebylo nutné řešit každý případ zvlášť a aby se zrychlila návrhová doba, byla na základě „typizovaný hybridních profilů“ navržena tzv. databáze fundamentálních profilů, která obsahuje nejběžnější geometrie používané při stavbě kompozitních konstrukcí. Součástí této databáze jsou všechna data o geometrii a skladbě potřebná k výpočtům statických i dynamických vlastností. Význam takové databáze spočívá v usnadnění návrhové fáze profilu „na klíč“, kdy je potřeba zohlednit požadované vlastnosti a co nejrychleji získat optimální řešení. Typizované průřezy a vznik popisované databáze byly součástí výpočtových návrhů nosníkových konstrukcí a autor disertační práce se na nich ve společnosti Compo Tech Plus s.r.o. aktivně podílel.

4.2.1 Návrh databáze fundamentálních profilů

Na Obr. 4-3 [D6] jsou uvedeny základní geometrie z databáze fundamentálních profilů a příslušné kódové označení. Formát generace názvu profilu má pevně danou strukturu v pořadí: vnější tvar - vnitřní tvar - doplňující informace - charakteristický rozměr. Například CS-CT-WA-100 je čtvercový profil s vnějším rozměrem 100x100, s rohovými trubičkami a bez dalších přidavných materiálů.

| vnější tvar | vnitřní tvar | | doplňující informace | charakteristický rozměr |
|---|---|--|---------------------------------------|-------------------------|
| CS [Carbon Square]  | SS [Simple Square]  | SC [Simple Circle]  | WA [Without Additive] | ... |
| | | | DC [Damping Cork] | |
| | | | DR [Damping Rubber] | |
| CC [Carbon Circle]  | CT [Corner Tube]  | CC [Circle & Corner tube]  | SR [Steel Reinforcement] | |
| | | | AR [Aluminum Reinforcement] | |
| | | | PF [Polymer Foam] | |
| | | | ... | |
| | | | ... | |
| | DS [Double Square]  | CP [Corner Pentagon]  | | |

Obr. 4-3 Struktura generace názvů databáze fundamentálních profilů. Částečně převzato z [D6].

Za účelem verifikace modelů mechanických vlastností byly základní kombinace z „databáze fundamentálních profilů“ vyrobeny a experimentálně změřeny (zejména statická tuhost a vlastní frekvence). Zároveň autor disertační práce vytvořil analytické modely všech profilů uvedených na Obr. 4-3 [D6]. Srovnání analyticky predikovaných a experimentálně změřených vlastností jsou uvedeny v kapitole 5.3 *Porovnání analytického a numerického přístupu s experimentem*.

4.2.2 Výpočet konstant T_{A2} , T_{B2} a T_{D2}

Pro stanovení vnitřních silových a momentových účinků nosníku dle vztahů (4.16) a (4.17) je třeba nejprve určit konstanty T_{A2} , T_{B2} a T_{D2} profilů. Použití homogenizovaných elastických vlastností dílčích vrstev transformovaných do souřadnicového systému výrobku umožňuje rozdělit řešení rovnic (4.18), (4.19) a (4.20) do dvou kroků. V prvním kroku se zaměříme na určení elastických vlastností dílčích vrstev a v druhém kroku na řešení plošného integrálu (výsledkem je plocha, statický moment, respektive kvadratický moment průřezu dílčí vrstvy), čím se celé řešení zpřehlední a zjednoduší.

Pokud neutrální osa (osa procházející průřezem, na které je normálové napětí při ohybu rovno nule) prochází těžištěm plochy průřezu, tak je vždy $T_B=0$ (toto tvrzení neplatí, pokud bychom uvažovali rozdílné moduly v tahu a tlaku, nebo nesymetrické průřezy, což není náš případ).

Důvodem je statický moment průřezu $\int_{(A)} x_3 dA$, který je vždy k ose procházejí těžištěm plochy průřezu nulový. Z těchto důvodů není potřeba určovat ani E_B , neb pro navíjené profily s alespoň dvěma rovinami symetrie, kterými se tato práce zabývá, jsou tyto podmínky vždy splněny.

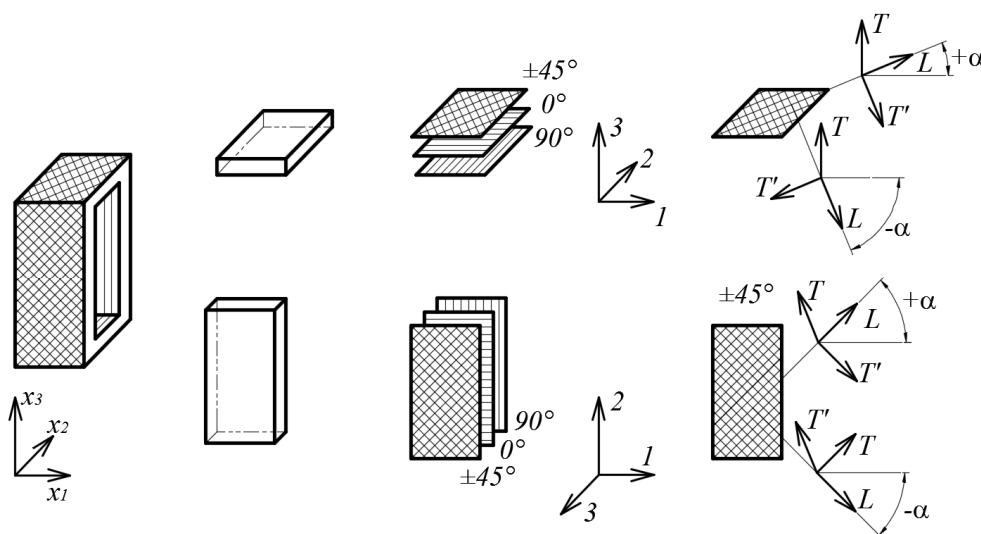
V této kapitole jsou uvedeny pouze 2 příklady odvození z možných kombinací uvedených na Obr. 4-3 [D6]. Ostatní profily z fundamentální databáze profilů autor disertační práce odvodil stejnou metodou a jejich výsledky jsou uvedeny v souboru „CS_profil_zadani.m“, viz Příloha 4. Příloha je naprogramovaná v jazyce Matlab a jejím vstupem je typ profilu a skladba a výstupem jsou ohybová a smyková tuhost, měrná hmotnost a průhyb vetknutého nosníku. Program je také součástí elektronické přílohy práce.

4.2.2.1 Určení elastických vlastností dílčích vrstev E_{Ai} a E_{Di}

Určení mechanických vlastností hybridního kompozitního profilu vyžaduje znalost elastických vlastností dílčích stavebních prvků - lamin. V této podkapitole se zaměříme na výpočet modulu pružnosti ve smyku E_{Ai} , a modulu pružnosti v tahu E_{Di} dílčích vrstev v souřadnicovém systému profilu x_1, x_2, x_3 a kde dolní index i označuje číslo vrstvy (vrstvy jsou vždy číslovány od vnitřního povrchu). Souřadnicové systémy profilu jsou uvedeny na Obr. 4-4 .

V úvodu této kapitoly jsme přijali předpoklady o deformacích nosníku, z kterých plyne, že nedochází k deplanaci v příčném řezu. Z těchto předpokladů a z výrazně rozdílných mechanických vlastností jednotlivých vrstev plynou skokové změny v napětích na rozhraní jednotlivých vrstev, ve kterých lze pro zjednodušení uvažovat rovinnou napjatost.

Metody určení elastických vlastností dílčích lamin a laminátů jsou popsány již v rešerši v úvodní části práce. Z rešerše vyplývá vhodnost použití klasické laminační teorie v kombinaci se směšovacími pravidly zejména pro jejich snadnou implementaci do výpočetního algoritmu i pro hybridní kompozitní profily (model materiálových vlastností použitelný i pro vrstvy izotropního materiálu, jako například ocel, hliníkové slitiny, či vrstvy anizotropní, jako například tlumicí materiál).



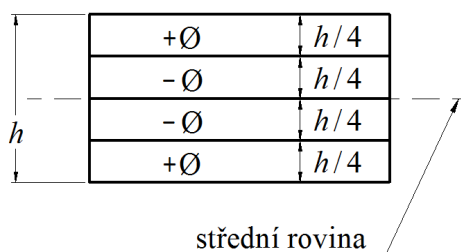
Obr. 4-4 Souřadnicové systémy profilu

Modul pružnosti ve smyku E_{Ai} dílčí i vrstvy lze pro uzavřené čtvercové profily získat aritmetickým průměrem G_{12i} a G_{13i} , protože polovina průřezu profilu je pásnice s modulem pružnosti G_{13i} a druhá polovina průřezu je stojina s modulem pružnosti G_{12i} . Předpoklad takového řešení je konstantní smykové napětí v celém průřezu (teorie prvního řádu). Modul pružnosti v tahu E_{Di} dílčí i vrstvy je pro uzavřené čtvercové profily přímo E_{1i} .

$$E_{Ai} = \frac{G_{12i} + G_{13i}}{2} \quad (4.21)$$

$$E_{Di} = E_{1i} \quad (4.22)$$

Důležitou vlastností klasické laminační teorie je zohlednění smykové vazby v rámci navíjené vrstvy o tloušťce h , která má polovinu vrstvy s kladnou orientací a druhou se zápornou orientací. Optimální model navíjené vrstvy získáme, rozdělím na čtyři virtuální podvrstvy tak, aby byla lamina vyrovnaná a symetrická okolo střední roviny viz Obr. 4-5 [D12].



Obr. 4-5 Výpočtové rozdělení navíjené vrstvy. Převzato z [D12].

Zvolené metody určení elastických vlastností dílčích lamin jsou makroskopické (nevěnují se umístění dílčích vláken, nýbrž pouze jejich hlavní orientaci) a výsledné elastické vlastnosti jsou homogenizované (jsou konstantní v celé vrstvě v daném směru).

4.2.2.2 Určení elastických vlastností E_{Ai} a E_{Di} dílčích celků profilu

Jedná se o klasickou laminační teorii tak, jak je jí zvykem používat u laminátů, tedy že se pomocí ABD matice nevyhodnocují mechanické vlastnosti každé vrstvy zvlášť, jak je uvedeno v předchozí podkapitole, nýbrž celého laminátu (v našem případě stěny). Výsledkem této metody jsou efektivní mechanické vlastnosti celého laminátu vzhledem k neutrální ose stěny profilu, což není vhodné, neb je potřeba určit vlastnosti k neutrální ose celého průřezu. V důsledku to znamená, že nezáleží na pořadí vrstev a tím bychom přišly o zásadní technický parametr návrhu. Snaha osově orientovaná vlákna kvůli výhodnějšímu kvadratickému modulu průřezu umístit k vnějšímu povrchu (cíl je maximální ohybová tuhost) a navíjené vrstvy $\pm 45^\circ$ umístit k vnitřnímu povrchu (neb smyková tuhost závisí pouze na ploše a příspěvek vrstvy je stejný na vnitřním i vnějším povrchu). Osově orientovaná vrstva na vnitřním povrchu bude mít výrazně nižší příspěvek k ohybové tuhosti než poslední vrstva na vnějším povrchu se stejnými elastickými vlastnostmi (rozdíl v ohybové tuhosti těchto vrstev je přímo úměrný rozdílu kvadratických momentů průřezů těchto vrstev).

$$I_1 = \frac{1}{12} \cdot (a_2^4 - a_1^4) = \frac{1}{12} \cdot (82^4 - 80^4) = 354348 \text{ mm}^4 \quad (4.23)$$

$$I_{10} = \frac{1}{12} \cdot (a_{11}^4 - a_{10}^4) = \frac{1}{12} \cdot (100^4 - 98^4) = 646932 \text{ mm}^4 \quad (4.24)$$

Na příkladu čtvercového profilu 100x100 s tloušťkou stěny 10mm viz Obr. 4-6 [D10] (složené z 10 vrstev o tloušťce 1mm) je dle (4.23) a (4.24) rozdíl mezi ohybovou tuhostí první a poslední vrstvy téměř dvojnásobný. Z výše uvedených důvodů není tato metoda vhodná kurčení elastických vlastností E_{Ai} a E_{Di} kompozitních profilů.

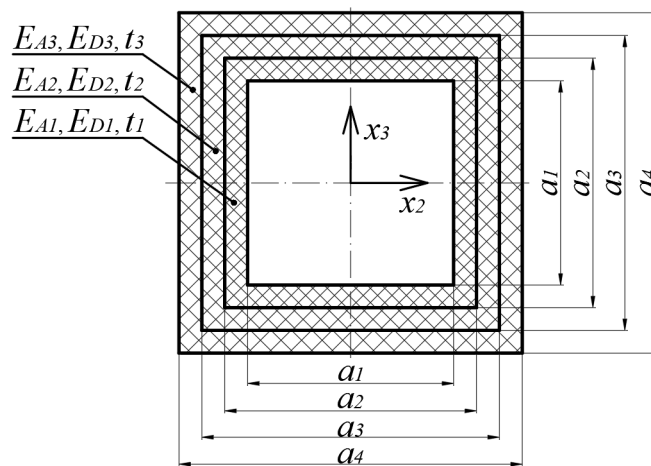
4.2.2.3 Konstanty T_{A2} a T_{D2} pro čtvercový průřez – metoda „SUMA“

Tato podkapitola je zaměřena na odvození analytického řešení integrálů z rovnic (4.18) a (4.20) pro čtvercový průřez. Pozn.: elastické vlastnosti dílčích vrstev jsou z pohledu integrace příslušné vrstvy konstanty, jak je ukázáno v úvodu kapitoly.

$$a_{i+1} = a_i + 2 \cdot t_i \quad (4.25)$$

$$T_{A2} = \sum_{i=1}^n \left[E_{Ai} \cdot \left(\int_{-\frac{1}{2}a_{i+1}}^{\frac{1}{2}a_{i+1}} \int_{-\frac{1}{2}a_{i+1}}^{\frac{1}{2}a_{i+1}} dx_2 dx_3 - \int_{-\frac{1}{2}a_i}^{\frac{1}{2}a_i} \int_{-\frac{1}{2}a_i}^{\frac{1}{2}a_i} dx_2 dx_3 \right) \right] \quad (4.26)$$

$$T_{D2} = \sum_{i=1}^n \left[E_{Di} \cdot \left(\int_{-\frac{1}{2}a_{i+1}}^{\frac{1}{2}a_{i+1}} \int_{-\frac{1}{2}a_{i+1}}^{\frac{1}{2}a_{i+1}} x_3^2 dx_2 dx_3 - \int_{-\frac{1}{2}a_i}^{\frac{1}{2}a_i} \int_{-\frac{1}{2}a_i}^{\frac{1}{2}a_i} x_3^2 dx_2 dx_3 \right) \right]. \quad (4.27)$$



Obr. 4-6 Průřez čtvercového profilu složeného z několika vrstev. Převzato z [D10].

Po integraci získáme

$$T_{A2} = T_{A3} = \sum_{i=1}^n [E_{Ai} \cdot (a_{i+1}^2 - a_i^2)] \quad (4.28)$$

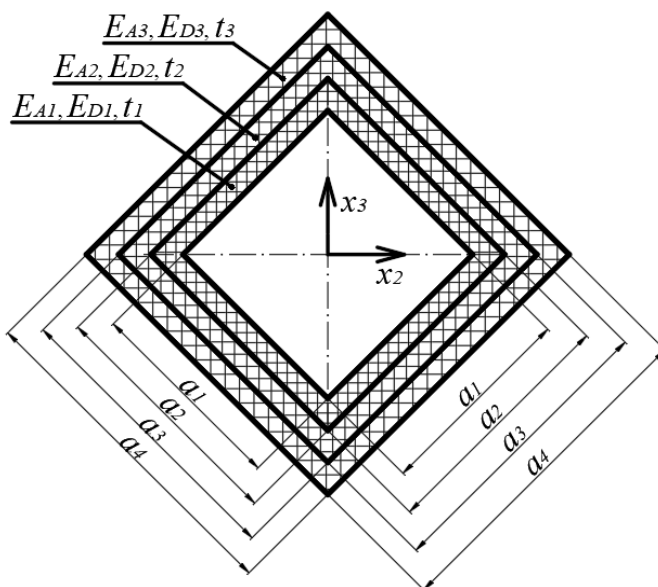
$$T_{D2} = T_{D3} = \sum_{i=1}^n \left[E_{Di} \cdot \left(\frac{1}{12} a_{i+1}^4 - \frac{1}{12} a_i^4 \right) \right]. \quad (4.29)$$

4.2.2.4 Konstanty T_{A2} a T_{D2} pro pootočený čtvercový průřez – metoda „SUMA“

Tato podkapitola je zaměřena na odvození analytického řešení integrálů z rovnic (4.18) a (4.20) pro pootočený čtvercový průřez, viz Obr. 4-7 [D10]. Pozn.: elastické vlastnosti dílčích vrstev jsou z pohledu integrace příslušné vrstvy konstanty, jak je ukázáno v úvodu kapitoly.

$$T_{A2} = \sum_{i=1}^n \left[E_{Ai} \cdot 4 \cdot \left(\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}a_{i+1}} \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}a_{i+1}-x_3} dx_2 dx_3 - \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}a_i} \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}a_i-x_3} dx_2 dx_3 \right) \right] \quad (4.30)$$

$$T_{D2} = \sum_{i=1}^n \left[E_{Di} \cdot 4 \cdot \left(\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}a_{i+1}} \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}a_{i+1}-x_3} x_3^2 dx_2 dx_3 - \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}a_i} \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}a_i-x_3} x_3^2 dx_2 dx_3 \right) \right]. \quad (4.31)$$



Obr. 4-7 Průřez pootočeného čtvercového profilu. Převzato z [D10].

Po integraci získáme

$$T_{A2} = T_{A3} = \sum_{i=1}^n [E_{Ai} \cdot (a_{i+1}^2 - a_i^2)] \quad (4.32)$$

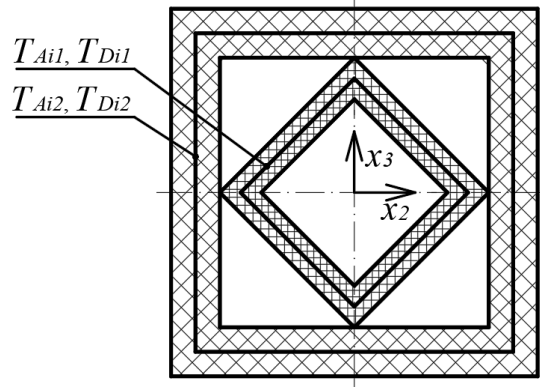
$$T_{D2} = T_{D3} = \sum_{i=1}^n \left[E_{Di} \cdot \left(\frac{1}{12} a_{i+1}^4 - \frac{1}{12} a_i^4 \right) \right]. \quad (4.33)$$

4.2.2.5 Konstanty T_A a T_D pro složený průřez - metoda „SUMA“

V případě složeného profilu viz Obr. 4-8 [D10], kde T_{Aij} a T_{Dij} „komponentů“ je počítáno k hlavním centrálním osám výsledného profilu, lze výsledné koeficienty určit dle (4.34) a (4.35).

$$T_{Ai} = \sum_{j=1}^n T_{Aij} \quad (4.34)$$

$$T_{Di} = \sum_{j=1}^n T_{Dij} \quad (4.35)$$



Obr. 4-8 Průřez kombinovaného čtvercového profilu. Převzato z [D10].

4.3 Deformace nosníku dle Timošenka

Pokud platí $T_B=0$, pak se rovnice (4.16) a (4.17) zjednoduší do tvaru

$$M_2 = -T_{D2} \cdot \frac{\partial \varphi(x_1)}{\partial x_1} \quad (4.36)$$

$$Q_3 = T_{A2} \cdot \left(\frac{\partial w(x_1)}{\partial x_1} - \varphi(x_1) \right). \quad (4.37)$$

Dosazením (4.37) do (4.6) získáme

$$T_{A2} \cdot \left(\frac{\partial^2 w(x_1)}{\partial x_1^2} - \frac{\partial \varphi(x_1)}{\partial x_1} \right) = -q(x_1) \quad (4.38)$$

a dosazením (4.36) a (4.37) do (4.5) získáme

$$-T_{D2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi(x_1)}{\partial x_1^2} = T_{A2} \cdot \left(\frac{\partial w(x_1)}{\partial x_1} - \varphi(x_1) \right). \quad (4.39)$$

Eliminací derivované (4.39) dle x_1 a (4.38) získáme diferenciální rovnici pro úhel natočení

$$\frac{\partial^3 \varphi(x_1)}{\partial x_1^3} = \frac{1}{T_{D2}} \cdot q(x_1). \quad (4.40)$$

Druhou diferenciální rovnici pro průhyb získáme úpravou (4.39)

$$\frac{\partial w_{(x_1)}}{\partial x_1} = \varphi_{(x_1)} - \frac{T_{D2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi_{(x_1)}}{\partial x_1^2}}{T_{A2}} \quad (4.41)$$

Pro obecný nosník zatížený silou F a ohybovým momentem M_z (bez spojitého zatížení, $q_{(x_1)} = 0$) získáme integrací rovnice (4.40) natočení řezu $\varphi_{(x_1)}$ okolo osy x_2 jako funkci souřadnice x_1 (se třemi neznámými integračními konstantami C_1 , C_2 a C_3)

$$\varphi_{(x_1)} = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot x_1^2 + C_2 \cdot x_1 + C_3, \quad (4.42)$$

což lze pro přehlednost přepsat do tvaru

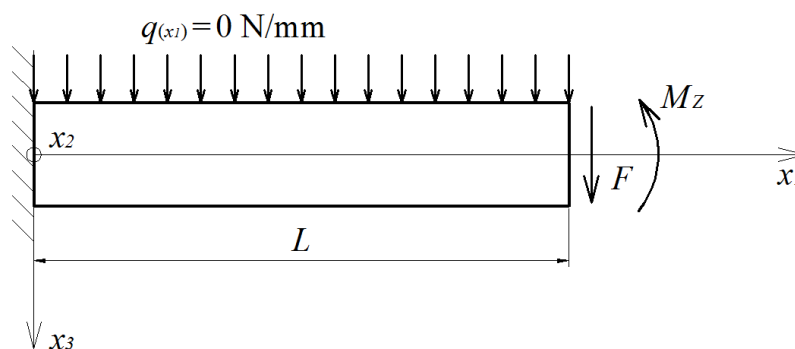
$$\varphi_{(x_1)} = C_1 \cdot x_1^2 + C_2 \cdot x_1 + C_3. \quad (4.43)$$

Dosazením (4.43) do rovnice (4.41) a následnou integrací získáme průhyb nosníku $w_{(x_1)}$ ve směru x_3 jako funkci souřadnice x_1 (se čtyřmi neznámými integračními konstantami C_1 , C_2 , C_3 a C_4). Integrační konstanty C_1 , C_2 , C_3 jsou identické s konstantami použitými v rovnici (4.43).

$$w_{(x_1)} = \frac{1}{3} \cdot C_1 \cdot x_1^3 + \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot x_1^2 + C_3 \cdot x_1 - \frac{2 \cdot T_{D2}}{T_{A2}} \cdot C_1 \cdot x_1 + C_4 \quad (4.44)$$

4.3.1 Řešení integračních konstant vetknutého nosníku

Obecné řešení průhybu (4.44) obsahuje čtyři neznámé integrační konstanty, které jsou závislé na okrajových podmínkách zatížení a uložení nosníku.



Obr. 4-9 Zatížení vetknutého nosníku. Převzato [D8].

Okrajové podmínky vetknutého nosníku uvedeného na Obr. 4-9 [D8] jsou:

$$w_{(x_1=0)} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_4 = 0 \quad (4.45)$$

$$\varphi_{(x_1=0)} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_3 = 0 \quad (4.46)$$

$$Q_3(x_1=L) = F \quad \Rightarrow \quad C_1 = \frac{-F}{2 \cdot T_{D2}} \quad (4.47)$$

$$M_2(x_1=L) = M_z \quad \Rightarrow \quad C_2 = \frac{F \cdot L - M_z}{T_{D2}}, \quad (4.48)$$

kde C_1 a C_2 vychází z řešení soustavy rovnic (4.36) a (4.37) pro $x_1=L$, C_3 vychází z řešení rovnice (4.43) pro $x_1=0$ a C_4 vychází z řešení rovnice (4.44) pro $x_1=0$.

Dosažením integračních konstant do obecného řešení (4.44) získáme rovnici (4.49) [D8] popisující průhyb nosníku $w_{(x_1)}$ ve směru x_3 jako funkci souřadnice x_1 pro $x_1 < 0 ; L >$

$$w_{(x_1)} = \frac{-F}{6 \cdot T_{D2}} \cdot x_1^3 + \frac{F \cdot L - M_z}{2 \cdot T_{D2}} \cdot x_1^2 + \frac{F}{T_{A2}} \cdot x_1 \quad (4.49)$$

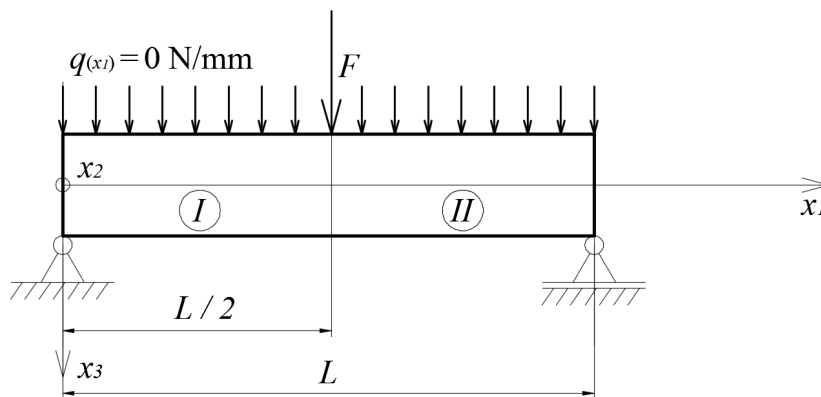
a pro průhyb na volném konci nosníku platí

$$w_{(x_1=L)} = \frac{F}{3 \cdot T_{D2}} \cdot L^3 - \frac{M_z}{2 \cdot T_{D2}} \cdot L^2 + \frac{F}{T_{A2}} \cdot L, \quad (4.50)$$

kde první člen je příspěvek od zatížení silou vzhledem k ohybové tuhosti, druhý člen je příspěvek od zatížení momentem vzhledem k ohybové tuhosti a třetí člen je příspěvek od zatížení silou vzhledem ke smykové tuhosti.

4.3.2 Řešení integračních konstant nosníku na dvou podporách

Obecné řešení průhybu (4.44) obsahuje čtyři neznámé integrační konstanty, které jsou závislé na okrajových podmínkách zatížení a uložení nosníku. Nosník na dvou podporách zatížený osamělou silou v polovině délky L nemá spojitý průběh vnitřních silových účinků $Q_3(x_1)$ a proto je potřeba rozdělit řešení rovnice (4.44) na dvě oblasti $^I w_{(x_1)}$ pro $x_1 < 0 ; L/2 >$ a $^{II} w_{(x_1)}$ pro $x_1 = L/2 ; L >$, čímž se počet neznámých integračních konstant zdvojnásobí na výsledných osm.



Obr. 4-10 Zatížení nosníku na dvou podporách

Okrajové podmínky nosníku na dvou podporách zatíženého osamělou silou uprostřed uvedeného na Obr. 4-10 jsou:

$$^I w_{(x_1=0)} = 0 \quad \Rightarrow \quad ^I C_4 = 0 \quad (4.51)$$

$$^{II} w_{(x_1=L)} = 0 \quad \Rightarrow \quad ^{II} C_4 = \frac{F \cdot L}{2 \cdot T_{A2}} - \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot T_{D2}} \quad (4.52)$$

$$^I \varphi_{(x_1=L/2)} = 0 \quad \Rightarrow \quad ^I C_3 = \frac{F \cdot L^2}{16 \cdot T_{D2}} \quad (4.53)$$

$${}^{II}\varphi_{(x_1=L/2)} = 0 \quad \Rightarrow \quad {}^{II}C_3 = \frac{3}{16} \cdot \frac{F \cdot L^2}{T_{D2}} \quad (4.54)$$

$${}^I Q_3(x_1=0) = \frac{F}{2} \quad \Rightarrow \quad {}^I C_1 = \frac{-F}{4 \cdot T_{D2}} \quad (4.55)$$

$${}^{II} Q_3(x_1=L) = \frac{-F}{2} \quad \Rightarrow \quad {}^{II} C_1 = \frac{F}{4 \cdot T_{D2}} \quad (4.56)$$

$${}^{II} M_2(x_1=L) = 0 \quad \Rightarrow \quad {}^{II} C_2 = \frac{-F \cdot L}{2 \cdot T_{D2}} \quad (4.57)$$

$${}^I M_2(x_1=0) = 0 \quad \Rightarrow \quad {}^I C_2 = 0, \quad (4.58)$$

kde ${}^I C_4$ vychází z řešení rovnice (4.44) pro $x_1=0$, ${}^I C_1$ vychází z řešení rovnice (4.37) pro $x_1=0$, ${}^{II} C_1$ vychází z řešení rovnice (4.37) pro $x_1=L$, ${}^I C_2$ vychází z řešení rovnice (4.36) pro $x_1=0$, ${}^{II} C_2$ vychází z řešení rovnice (4.36) pro $x_1=L$, ${}^I C_3$ vychází z řešení rovnice (4.43) pro $x_1=L/2$, ${}^{II} C_3$ vychází z řešení rovnice (4.43) pro $x_1=L/2$ a ${}^{II} C_4$ vychází z řešení rovnice (4.44) pro $x_1=L$.

Dosažením integračních konstant do obecného řešení (4.44) získáme rovnice popisující průhyb nosníku ve směru x_3 jako funkce souřadnice x_1 : ${}^I w_{(x_1)}$ pro $x_1 < 0$; $L/2 >$ a ${}^{II} w_{(x_1)}$ pro $x_1 < L/2$; $L >$

$${}^I w_{(x_1)} = \frac{-F}{12 \cdot T_{D2}} \cdot x_1^3 + \frac{F \cdot L^2}{16 \cdot T_{D2}} \cdot x_1 + \frac{F}{2 \cdot T_{A2}} \cdot x_1 \quad (4.59)$$

$${}^{II} w_{(x_1)} = \frac{F}{12 \cdot T_{D2}} \cdot x_1^3 - \frac{F \cdot L}{4 \cdot T_{D2}} \cdot x_1^2 + \frac{3}{16} \cdot \frac{F \cdot L^2}{T_{D2}} \cdot x_1 - \frac{F}{2 \cdot T_{A2}} \cdot x_1 + \frac{F \cdot L}{2 \cdot T_{A2}} - \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot T_D} \quad (4.60)$$

a pro průhyb v polovině délky L nosníku (maximální průhyb nosníku) platí

$${}^I w_{(x_1=L/2)} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot T_{D2}} + \frac{F \cdot L}{4 \cdot T_{A2}} \quad (4.61)$$

$${}^{II} w_{(x_1=L/2)} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot T_{D2}} + \frac{F \cdot L}{4 \cdot T_{A2}}, \quad (4.62)$$

kde první člen je příspěvek od zatížení silou vzhledem k ohybové tuhosti a druhý člen je příspěvek od zatížení silou vzhledem ke smykové tuhosti.

4.4 Deformace nosníku dle Bernoulliho

Bernoulliho přístup k řešení deformací nosníků je základní analytická metoda používaná k popisu průhybu střednice nosníku od zatížení vnějšími silami a ohybovými momenty. Metoda využívá zjednodušení a předpoklady, které u kompozitních nosníků mohou vést k příliš zjednodušenému řešení, u kterého je diskutabilní, zda předpoklady jsou stále ještě splněny. Jedná se zejména o zanedbání vlivu posouvajících sil na výslednou deformaci, která u této metody vychází výhradně z ohybového zatížení nosníku.

Obecně známá Bernoulliho diferenciální rovnice průhybové čáry je

$$\frac{\partial^4 w_{(x_1)}}{\partial x_1^4} = \frac{q_{(x_1)}}{(E \cdot J)_{izo}}, \quad (4.63)$$

kteřou lze s využitím momentové rovnice rovnováhy (4.5) a silové rovnice rovnováhy (4.6) (známé také jako Schwedlerovi rovnice) upravit do tvaru

$$\frac{\partial^2 w_{(x_1)}}{\partial x_1^2} = -\frac{M_z(x_1)}{(E \cdot J)_{izo}} \quad (4.64)$$

Předpoklady:

- Průřez, tloušťky vrstev a tvar průřezu se nemění v průběhu zatěžování.
- Body střednice se mohou posouvat pouze ve směru osy x_3 .
- Rovinná plocha průřezu kolmá na střednici bude rovinná plocha kolmá na střednici i po deformaci.
- Malé deformace, platnost Hookeova zákona

Ohybovou tuhost izotropního nosníku $(E \cdot J)_{izo}$ nahradíme identicky jako u Timošenkovi metody, sumou dílčích ohybových tuhostí jednotlivých vrstev, tzn. Timošenkovou konstantou T_{D2} .

$$(E \cdot J)_{izo} = T_{D2} \quad (4.65)$$

Pro obecný nosník zatížený silou F a ohybovým momentem M_z (bez spojitého zatížení, $q_{(x_1)} = 0$) získáme integrací rovnice (4.63) průhyb nosníku $w_{(x_1)}$ ve směru x_3 jako funkci souřadnice x_1 (se čtyřmi neznámými integračními konstantami K_1, K_2, K_3 , a K_4)

$$w_{(x_1)} = \frac{1}{6} \cdot K_1 \cdot x_1^3 + \frac{1}{2} \cdot K_2 \cdot x_1^2 + K_3 \cdot x_1 + K_4, \quad (4.66)$$

a jelikož rovinná plocha průřezu kolmá na střednici před deformací bude rovinná plocha kolmá na střednici i po deformaci, pak pro natočení řezu $\varphi_{(x_1)}$ okolo osy x_2 jako funkce souřadnice x_1 platí

$$\varphi_{(x_1)} = \frac{\partial w_{(x_1)}}{\partial x_1}. \quad (4.67)$$

Dosazením (4.66) do (4.67) získáme výsledný tvar rovnice natočení řezu $\varphi_{(x_1)}$ (se třemi neznámými integračními konstantami K_1, K_2 a K_3)

$$\varphi_{(x_1)} = \frac{1}{2} \cdot K_1 \cdot x_1^2 + K_2 \cdot x_1 + K_3. \quad (4.68)$$

4.4.1 Řešení integračních konstant vetknutého nosníku

Obecné řešení průhybu (4.66) obsahuje čtyři neznámé integrační konstanty, které jsou závislé na okrajových podmínkách zatížení a uložení nosníku. K řešení použijeme identický vetknutý nosník dle Obr. 4-9 [D8], jako pro Timošenkovu metodu, tzn. délky L zatížený silou F a ohybovým momentem M_z na volném konci nosníku.

Okrajové podmínky vetknutého nosníku uvedeného na Obr. 4-9 [D8] jsou:

$$w_{(x_1=0)} = 0 \quad \Rightarrow \quad K_4 = 0 \quad (4.69)$$

$$\varphi_{(x_1=0)} = 0 \quad \Rightarrow \quad K_3 = 0 \quad (4.70)$$

$$Q_3(x_1=L) = F \quad \Rightarrow \quad K_1 = \frac{-F}{T_{D2}} \quad (4.71)$$

$$M_2(x_1=L) = M_z \quad \Rightarrow \quad K_2 = \frac{F \cdot L - M_z}{T_{D2}}, \quad (4.72)$$

kde K_1 a K_2 vychází z řešení soustavy rovnic (4.63) upravené s (4.5) a (4.63) upravené s (4.6) pro $x_1=L$, K_3 vychází z řešení rovnice (4.68) pro $x_1=0$ a K_4 vychází z řešení rovnice (4.66) pro $x_1=0$.

Dosažením integračních konstant do obecného řešení (4.66) získáme rovnici popisující průhyb nosníku $w(x_1)$ ve směru x_3 jako funkci souřadnice x_1 pro $x_1 < 0 ; L >$

$$w(x_1) = \frac{-F}{6 \cdot T_{D2}} \cdot x_1^3 + \frac{F \cdot L - M_z}{2 \cdot T_{D2}} \cdot x_1^2 \quad (4.73)$$

a pro průhyb na volném konci nosníku platí

$$w(x_1=L) = \frac{F}{3 \cdot T_{D2}} \cdot L^3 - \frac{M_z}{2 \cdot T_{D2}} \cdot L^2, \quad (4.74)$$

kde první člen je příspěvek od zatížení silou vzhledem k ohybové tuhosti a druhý člen je příspěvek od zatížení momentem vzhledem k ohybové tuhosti. Rovnice (4.74) se od (4.50) liší chybějícím třetím člen (příspěvek od zatížení silou vzhledem k smykové tuhosti), který v tomto řešení není obsažen, neb vliv smyku v tomto řešení není uvažován.

4.4.2 Řešení integračních konstant nosníku na dvou podporách

Obecné řešení průhybu (4.66) obsahuje čtyři neznámé integrační konstanty, které jsou závislé na okrajových podmínkách zatížení a uložení nosníku. Nosník na dvou podporách zatížený osamělou silou v polovině délky L nemá spojitý průběh vnitřních silových účinků $Q_3(x_1)$ a proto je potřeba rozdělit řešení rovnice (4.66) na dvě oblasti $^I w(x_1)$ pro $x_1 < 0 ; L/2 >$ a $^{II} w(x_1)$ pro $x_1 < L/2 ; L >$, čímž se počet neznámých integračních konstant zdvojnásobí na výsledných osm. K řešení použijeme identický nosník na dvou podporách dle Obr. 4-10, jako pro Timošenkovu metodu, tzn. délky L , na dvou podporách a zatížený osamělou silou v polovině délky L

Okrajové podmínky nosníku na dvou podporách zatíženého osamělou silou uprostřed uvedeného na Obr. 4-10 jsou:

$$^I w(x_1=0) = 0 \quad \Rightarrow \quad ^I K_4 = 0 \quad (4.75)$$

$$^{II} w(x_1=L) = 0 \quad \Rightarrow \quad ^{II} K_4 = \frac{-1}{48} \cdot \frac{F \cdot L^3}{T_{D2}} \quad (4.76)$$

$$^I \varphi(x_1=L/2) = 0 \quad \Rightarrow \quad ^I K_3 = \frac{F \cdot L^2}{16 \cdot T_{D2}} \quad (4.77)$$

$$^{II} \varphi(x_1=L/2) = 0 \quad \Rightarrow \quad ^{II} K_3 = \frac{3}{16} \cdot \frac{F \cdot L^2}{T_{D2}} \quad (4.78)$$

$$^I Q_3(x_1=0) = \frac{F}{2} \quad \Rightarrow \quad ^I K_1 = \frac{-F}{2 \cdot T_{D2}} \quad (4.79)$$

$${}^{II}Q_3(x_1=L) = \frac{-F}{2} \Rightarrow {}^{II}K_1 = \frac{F}{2 \cdot T_{D2}} \quad (4.80)$$

$${}^{II}M_2(x_1=L) = 0 \Rightarrow {}^{II}K_2 = \frac{-F \cdot L}{2 \cdot T_{D2}} \quad (4.81)$$

$${}^IK_2(x_1=0) = 0 \Rightarrow {}^IK_2 = 0, \quad (4.82)$$

kde IK_4 vychází z řešení rovnice (4.66) pro $x_1=0$, IK_2 vychází z řešení rovnice (4.64) pro $x_1=0$, IK_1 vychází z řešení rovnice (4.63) upravené s (4.5) pro $x_1=0$, ${}^{II}K_1$ vychází z řešení rovnice (4.63) upravené s (4.5) pro $x_1=L$, IK_3 vychází z řešení rovnice (4.68) pro $x_1=L/2$, ${}^{II}K_2$ vychází z řešení rovnice (4.64) pro $x_1=L$, ${}^{II}K_3$ vychází z řešení rovnice (4.68) pro $x_1=L/2$ a ${}^{II}K_4$ vychází z řešení rovnice (4.66) pro $x_1=L$.

Dosažením integračních konstant do obecného řešení (4.66) získáme rovnice popisující průhyb nosníku ve směru x_3 jako funkce souřadnice x_1 ${}^IW(x_1)$ pro $x_1 < 0$; $L/2 >$ a ${}^{II}W(x_1)$ pro $x_1 < L/2$; $L >$

$${}^IW(x_1) = \frac{-F}{12 \cdot T_{D2}} \cdot x_1^3 + \frac{F \cdot L^2}{16 \cdot T_{D2}} \cdot x_1 \quad (4.83)$$

$${}^{II}W(x_1) = \frac{F}{12 \cdot T_{D2}} \cdot x_1^3 - \frac{F \cdot L}{4 \cdot T_{D2}} \cdot x_1^2 + \frac{3}{16} \cdot \frac{F \cdot L^2}{T_{D2}} \cdot x_1 - \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot T_{D2}} \quad (4.84)$$

a pro průhyb v polovině délky L nosníku (maximální průhyb nosníku) platí

$${}^IW_{(x_1=L/2)} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot T_{D2}} \quad (4.85)$$

$${}^{II}W_{(x_1=L/2)} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot T_{D2}} \cdot \quad (4.86)$$

kde jediný člen je příspěvek od zatížení silou vzhledem k ohybové tuhosti. Rovnice (4.85) a (4.86) se od (4.61) a (4.62) liší chybějícím druhým členem (příspěvek od zatížení silou vzhledem k smykové tuhosti), který v tomto řešení není obsažen, neb vliv smyku v tomto řešení není uvažován.

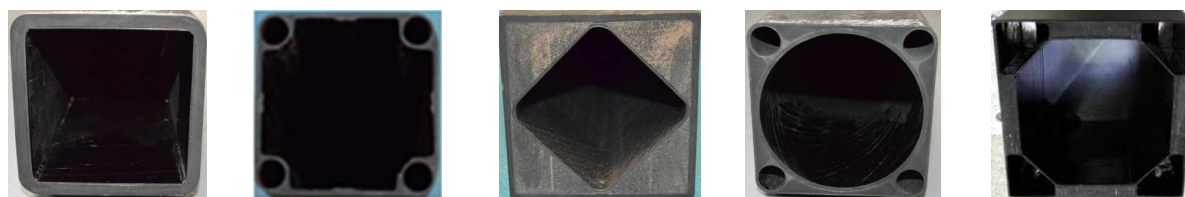
4.5 Závěr kapitoly

Tato kapitola se primárně věnuje rozšíření Timošenkovi nosníkové teorie na hybridní kompozitní profily. Za účelem srovnání vlivu smyku na deformaci u jednotlivých profilů rozšiřuje i konvenční Bernoulliho přístup pro hybridní kompozitní profily. Srovnání výše uvedených teorií a výsledků pro vybrané profily z databáze fundamentálních profilů bude ukázáno v další kapitole. Výsledky této kapitoly jsou stručně shnuty v [D1], [D8] a [D12].

5 Databáze fundamentálních profilů

Databáze fundamentálních profilů vychází ze základních profilů vyráběných firmou Compo Tech Plus s.r.o., které jsou v komerčních projektech firmy Bilsing Automation nejčastěji používané v automatizační průmyslu. Splupráce s oběma firmami umožnila realizaci navržené metodiky a její testování v reálných návrhových podmínkách. Hlavní motivací k sestavení databáze fundamentálních profilů byl požadavek na rychlé určení první iterace řešení a zároveň, aby první iterace byla co nejbližší požadovanému řešení pro optimalizační konstrukční smyčku. Databáze fundamentálních profilů reprezentuje soubor výrobitelných a technologicky odladěných parametrů, ze kterých lze primárně čerpat na základě váhových funkcí, které reprezentují „Požadavky“ a až v dalších iteracích optimalizovat velikost profilu či skladbu již „vybraného“ profilu.

Za účelem validace analytického a MKP nástroje byly klíčové profily vyrobeny, viz Obr. 5-1 [D1] a jejich vlastnosti experimentálně změřeny. Výsledky jsou uvedeny v závěrečné experimentální zprávě grantu Technologické agentury České republiky TA02010543 [D9]. Autor disertační práce byl aktivně zapojen do řešení grantu zejména v oblastech: výroby zkušebních těles, experimentálních měření, zpracování naměřených dat, definice vstupních parametrů MKP modelů, vývoji analytických a zároveň vzájemnému výpočtovému porovnání jednotlivých profilů.



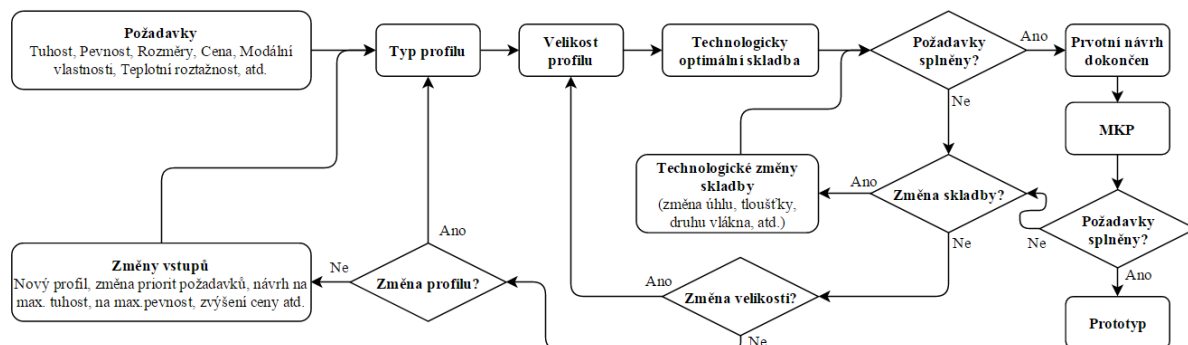
Obr. 5-1 Příklady vyrobených zkušebních těles z databáze fundamentálních profilů. Převzato z [D1].

5.1 Návrh optimalizační konstrukční smyčky profilu na míru

Jedním z častých úkolů konstruktéra kompozitních konstrukcí je hledání profilu, který poskytne optimální řešení pro daný úkol. Množství profilů, rozměrů, typů vláken, úhly vláken, ze kterých je možno vybírat a při tom nezapomínat na technologická omezení (např.: maximální objemový podíl pro daný typ vlákna a úhel návinu či minimální/ maximální tloušťka vrstvy pro daný typ vlákna a úhel návinu) je nesnadný úkol. Flow-chart uvedený na Obr. 5-2 [D1] představuje myšlenkový postup konstruktéra při návrhu hybridního kompozitního profilu dle požadavků konstrukce. Automatizace takového myšlenkového postupu by výrazně urychlila návrhovou etapu úkolu. Podmínkou na programovatelnosti takového řešení, je plně parametrický analytický model pro každý profil, aby optimalizační smyčka mohla snadno měnit jednotlivé parametry profilu.

Optimalizačních nástrojů a technik existuje mnoho a nejčastěji používané metody jsou uvedeny v rešeršní části v úvodu práce. Iterační metoda s automatickým zjemňováním kroku je ideální nástroj pro optimalizační část, kdy je již vybrán typ a velikost profilu a hledá se řešení ve formě optimální skladby. V tomto případě se spíše nabízí kombinace s vícekritériální analýzou variant, která má za úkol vybrat vhodný typ a velikost profilu z databáze fundamentálních profilů. Vícekritériální analýza variant je jednou ze základních metod, která je snadno programovatelná,

a která je velice blízka přemýšlení a „ruční“ optimalizaci konstruktéra tak jak je popsána na Obr. 5-2 [D1].



Obr. 5-2 Flow-chart návrhu řešení s využitím databáze fundamentálních profilů. Převzato z [D1].

5.1.1 Výběrová část

Hlavním vstupem výběrové části je přiřazení priorit požadavkům (čtyři úrovně: nutné, důležité, volitelné, nepodstatné), což jsou zásadní vstupy pro vícekriteriální analýzu variant. Pod pojmy „Technologicky optimální skladba“, „Velikost profilu“ a „Typ profilu“ je databáze fundamentálních profilů, ze které se na základě priorit požadavků vybírají data pro první iteraci. V každém rozhodovacím uzlu lze definovat čítač již spočítaných variant a aplikovat technologické omezení, aby se předešlo zacyklení programu a zároveň aby byla zaručena vyrobiteľnost optimálního profilu.

Výběrovou část lze převést na úlohu vícekriteriálního rozhodování s uživatelsky parametrizovanými váhovými funkcemi dle požadovaných vlastností. V této části je cílem dle zadaných priorit požadavků vybrat typ a velikost profilu, který nejlépe vyhovuje. Základními požadavky jsou cena (závislá na typu profilu dle pracnosti a použitých materiálech), statická tuhost, modální vlastnosti (např. první vlastní frekvence vyšší než požadované minimum) a v poslední řadě zástavbové rozměry a vzhled.

5.1.2 Výpočtová část

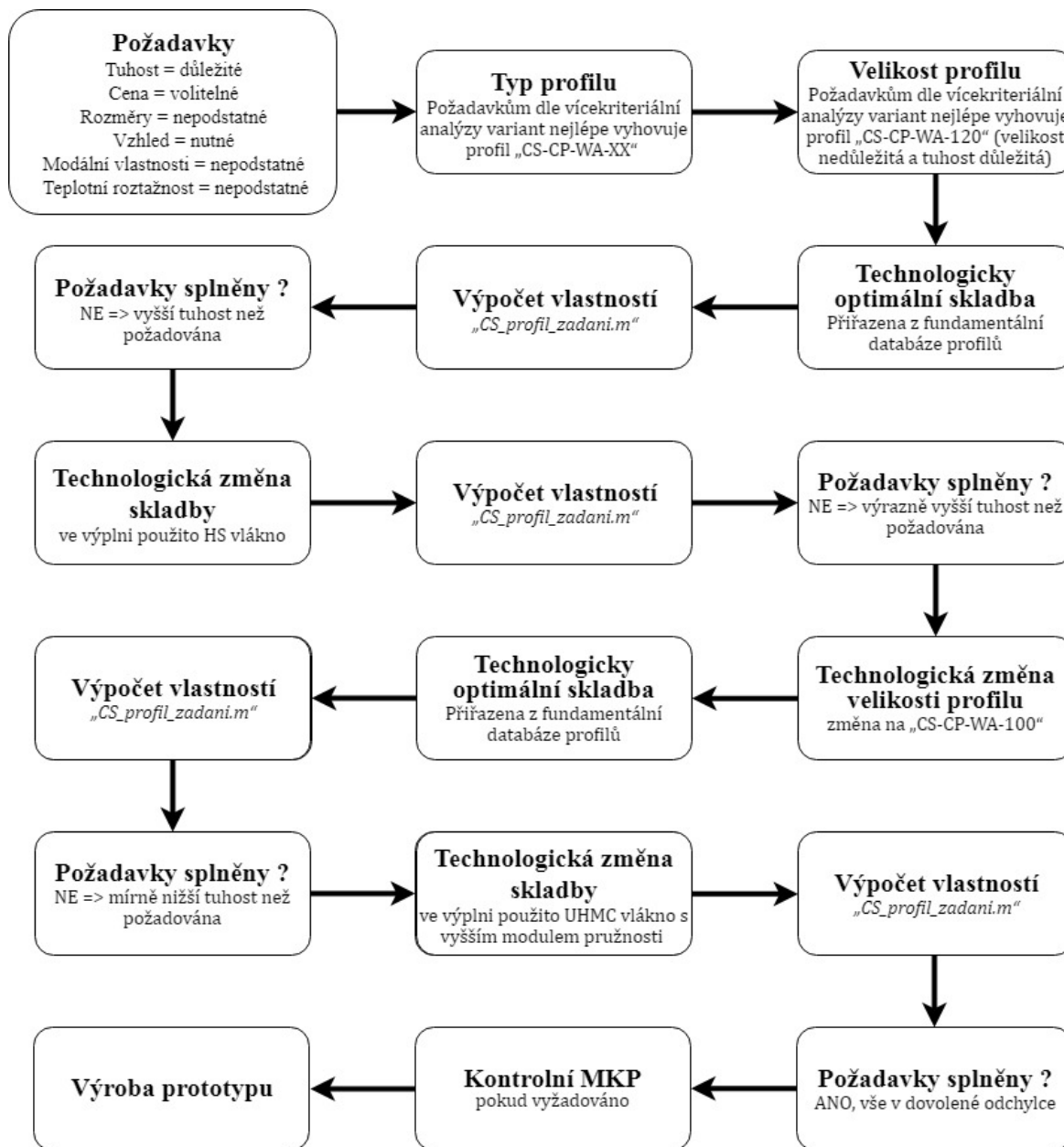
Hlavní výpočtová část iterační smyčky je uvedena v elektronické příloze „CS_profil_zadani.m“. Je naprogramovaná v jazyce Matlab, vychází ze závěrů uvedených v této práci a obsahuje plně parametrické modely všech profilů z databáze fundamentálních profilů uvedených na Obr. 4-3 [D6]. Správnost odvození geometrických vlastností profilů byla ověřena na příkladech profilů modelovaných v programu AutoCad (alespoň jeden profil od každého typu byl ověřen). Vstupem do výpočtové části je typ profilu se skladbou a výstupem jsou volné vlastní frekvence, ohybová a smyková tuhost, měrná hmotnost, průhyb vetknutého nosníku a průhyb nosníku na dvou podporách.

Čas výpočtu jedné iterační smyčky je přibližně 0,01-0,03 sekundy na běžném stolním počítači v závislosti na potřebném množství výpočtů pro daný profil. Tento přístup dává konstruktérovi možnost spočítat více verzí s různými prioritami v „Požadavcích“ a získat tak srovnání více návrhů během několika minut. Důležitým vstupním parametrem celého řešení jsou okrajové podmínky, pro které jsou výsledky optimalizovány. Pozitivní je, že v technické praxi lze velmi často daný úkol převést na řešení vetknutého nosníku viz Obr. 5-7 [D7] či nosníku na dvou

podporách viz Obr. 2-17 [47] a Obr. 2-18 [47]. Pro tyto základní okrajové podmínky je řešení deformací a modálních vlastností často odvozené a je i součástí této práce.

5.1.3 Příklady

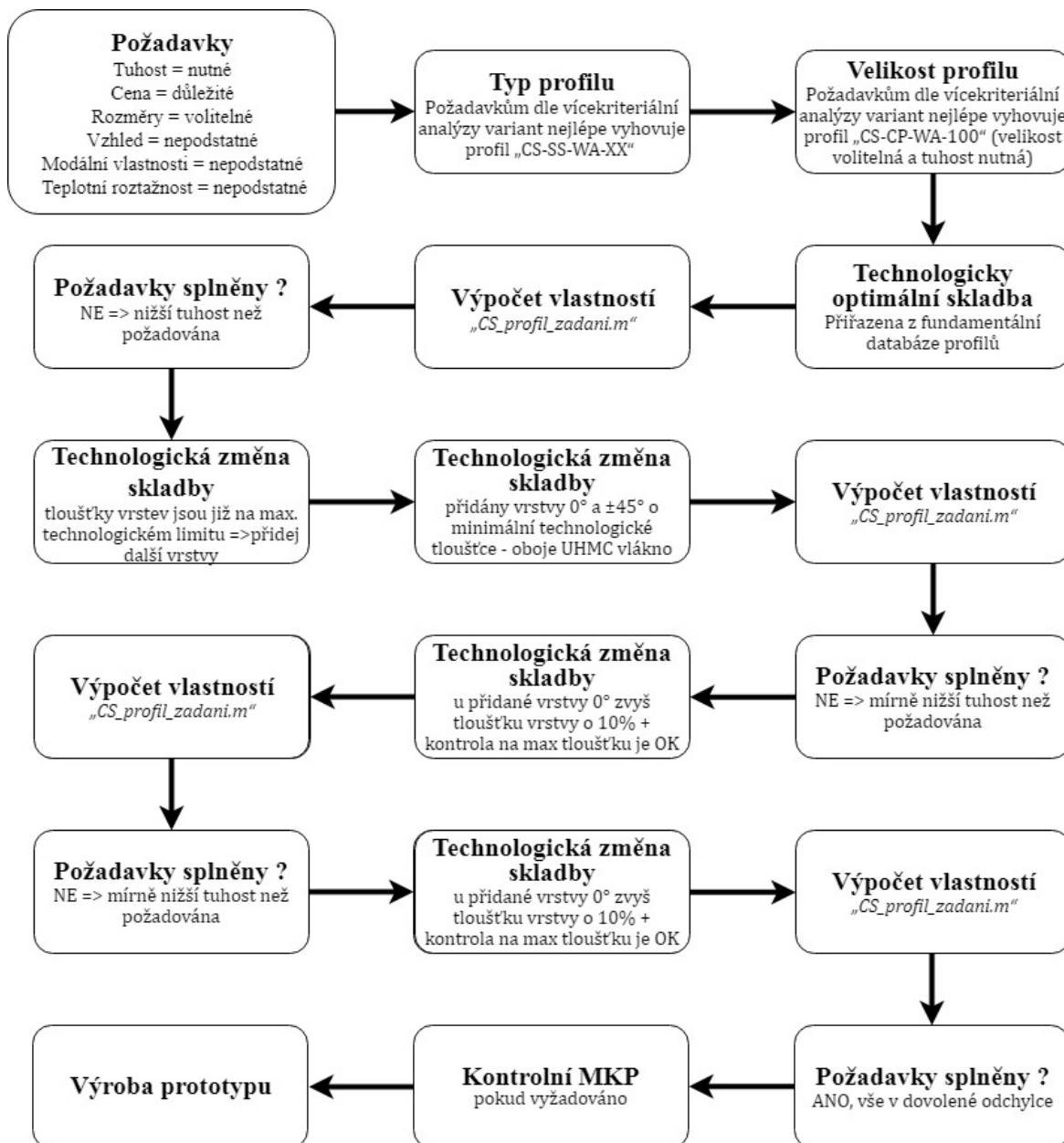
V této části jsou popsány dva příklady optimalizační smyčky s různými „požadavky“ realizované na základě vícekritériálního rozhodování a iterační metody, viz Obr. 5-3 a Obr. 5-4.



Obr. 5-3 Příklad 1 - optimalizační konstrukční smyčka

Prvním krokem je na základě rozhodovacích kritérií vybrat typ profilu a pro první iteraci mu přiřadit velikost a skladbu z databáze fundamentálních profilů, viz Obr. 4-3 [D6]. Plně parametrický model představuje obrovskou volnost pro výběr vlákna, úhlu návinu, přídatné tlumící vrstvy, počet vrstev, atd. což je potřeba omezit zejména z technologického hlediska. Tento krok v první iteraci ještě není potřeba, neb data z databáze profilů jsou 100% výrobitelné, ale při každé následující technologické změně (velikost profilu, zvýšení/snížení tloušťky vrstvy)

je již tato kontrola nezbytná. Důležitá aplikace technologické kontroly je ukázána na příkladu 2 viz Obr. 5-4 , kdy tloušťky 0° vrstev jsou již na technologickém maximu a proto je potřeba přidat ne pouze jednu, nýbrž 2 vrstvy. Jedna vrstva s potřebnou orientací 0° pro zvýšení ohybové tuhosti a druhá vrstva ±45° primárně k technologickému oddělení vrstev 0° a zároveň ke zvýšení smykové tuhosti, která má nezanedbatelný vliv na výslednou tuhost zejména u „krátkého nosníku“.



Obr. 5-4 Příklad 2 - optimalizační konstrukční smyčka

5.2 Analytický výpočet vlastních ohybových frekvencí

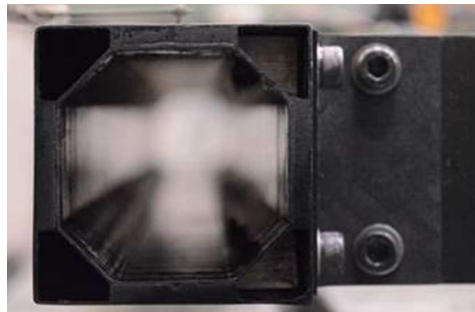
Nízké vlastní frekvence jsou častým omezujícím faktorem ke zrychlení automatizovaného provozu. Vlastní frekvence jsou stejně jako statická tuhost ovlivněny vlivem smyku, který u izotropních materiálů často zanedbáváme. Z tohoto důvodu byly do srovnání jednotlivých

přístupů stejně jako u tuhostí i u modálních vlastností počítány hodnoty s vlivem a bez vlivu smyku. Pro vlastní ohybové frekvence bez vlivu smyku pro volně uložený nosník (oba konce volné „Free-Free“) vychází z řešení frekvenční rovnice (5.1). Jedná se o nelineární rovnici, a proto řešení je nutné hledat numerickou cestou. Detailní popis způsobu výpočtu vlastních frekvencí s vlivem smyku pro volně uložený nosník „Free-Free“ je uveden v [16] a potřebné operace s hyperbolickými funkcemi jsou uvedeny v [13]. Dle výsledků uvedených v této kapitole lze vliv smyku na vlastní volné frekvence zanedbat, viz Tabulka 2 [D10], Tabulka 4 [D1] a Tabulka 5 [D1]. Díky tomu můžeme řešení kmitání nosníku zatíženého diskrétní hmotou s vlivem smyku elegantně převést na řešení ekvivalentní úlohy bez vlivu smyku pomocí metody příčnickových činitelů. Tím zohledníme vliv smyku na tuhost a tím i na dynamickou výchylku při stejné výpočtové náročnosti jako při zanedbání vlivu smyku. Aplikaci metody příčnickových činitelů s vlivem smyku na reálném příkladu a její experimentální ověření není v této práci zahrnuto, neb se nejedná o cíl této disertační práce. Tato podkapitola pouze komentuje další parametry, které je možné do optimalizace profilu zahrnout a které lze z takto analyticky uchopeného nástroje snadno získat.

$$\cos\left(\sqrt[4]{f_i^2 \cdot \frac{T_M}{T_{Di}} \cdot L}\right) * \cosh\left(\sqrt[4]{f_i^2 \cdot \frac{T_M}{T_{Di}} \cdot L}\right) - 1 = 0 \quad (5.1)$$

5.2.1 Studie variant profilu CP

V rámci studie byly srovnány 4 varianty profilu „CS-CP-XX-80“. Srovnávacím kritériem byl průhyb nosníku při tří-bodovém ohybu se vzdálenost podpěr 2250mm a zatížením uprostřed silou 745 N. Modální vlastnosti jsou srovnány na nosníku délky 2300mm s volnými okrajovými podmínkami (uložení typu „Free-Free“). Varianty se liší v použitém materiálu výplně mezi rohovými profily. Výsledky srovnání jsou uvedeny v následující tabulce, viz Tabulka 2 [D10]. Příklad reálné konstrukce vyrobené z profilu „CS-CP-DC-80“ je uvedeno na Obr. 5-5 [D5].



Obr. 5-5 Detail průřezu vyrobeného profilu „CS-CP-DC-80“. Převzato z [D5].

Poznámky k označení:

DC - 1mm tlumícího materiálu ve výplni

WA - bez tlumícího materiálu, pouze 0° vlákna ve výplni

UHMC - ve výplni je použito vlákno UHMC (modul pružnosti $E_{Lf} = 630\text{GPa}$)

UHMC2 - ve výplni je použito vlákno UHMC (modul pružnosti $E_{Lf} = 780\text{GPa}$)

f_{1B} - první ohybová vlastní frekvence bez vlivu smykové deformace („Bernoulli“)

f_{1T} - první ohybová vlastní frekvence s vlivem smykové deformace („Timošenko“)

w_B - průhyb bez vlivu smykové deformace („Bernoulli“) - model „SUMA“

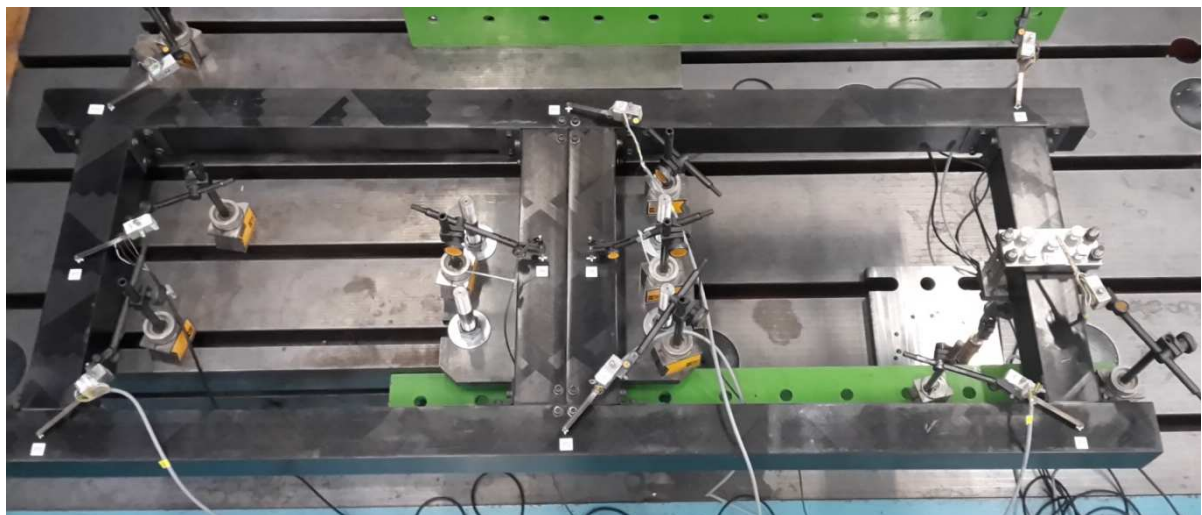
w_T - průhyb s vlivem smykové deformace („Timošenko“) - model „SUMA“

Tabulka 2 : Orientační srovnání analytických vlastností profilů řady CP. Převzato z [D10].

| Označení profilu | CS-CP-WA-80_UHMC | CS-CP-WA-80_UHMC2 | CS-CP-DC-80_UHMC | CS-CP-DC-80_UHMC2 |
|------------------|------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| M [kg/m] | 2,34 | 2,36 | 2,21 | 2,22 |
| f_{1B} [Hz] | 210 | 232 | 201 | 222 |
| f_{1T} [Hz] | 205 | 225 | 196 | 215 |
| L_{mezni} [m] | 1,14 | 1,26 | 1,08 | 1,19 |
| w_B [mm] | 0,77 | 0,63 | 0,90 | 0,74 |
| w_T [mm] | 0,81 | 0,67 | 0,94 | 0,77 |

Pokud je požadavek praxe na vysoký útlum, lze použít tlumící materiál. Například nahrazením části výplně, standardně vyráběné z UHMC vlákna (modul pružnosti $E_{Lf} = 630\text{GPa}$), 1mm tlumícím materiálem v kombinaci s UHMC2 vláknem (modul pružnosti $E_{Lf} = 780\text{GPa}$) získáme zatlučený profil o stejné tuhosti, avšak s vyšším tlumením. Modální vlastnosti nebyly experimentálně měřeny, ale lze předpokládat, že všechny varianty budou mít přibližně stejné vlastní frekvence (podobná měrná hmotnost i ohybová tuhost), ale tlumená verze by měla mít vyšší poměrný útlum zejména pro první ohybové frekvence, jak je ukázáno v kapitole 5.3 *Porovnání analytického a numerického přístupu s experimentem*.

Profil „CS-CP-DC-80“ je primárně určen pro stavbu manipulačních přípravků „střední“ velikosti (délka max 2,3m, šířka 1m). Příklad statických a dynamických vlastností „H-rámu“ vyrobeného z profilu „CS-CP-DC-80“ viz Obr. 5-6 [D5] a srovnání s ekvivalentním řešením z duralových profilů je uvedeno v [D5] a [D13].



Obr. 5-6 Experimentální měření statické tuhosti „H-rámu“ vyrobeného z profilu „CS-CP-DC-80“. Převzato z [D5].

Příklady použití navíjeného hybridního kompozitního profilu v reálných aplikacích je uvedeno na Obr. 5-6 [D5] a Obr. 5-7 [D7]. Autor disertační práce se na implementaci hybridního

kompozitního profilu „CS-CP-DC-80“ aktivně podílel ve společnosti Bilsing Automation (zejména v zahraničních pobočkách v Německu a v USA). Další příklad aplikace je uveden na Obr. 5-8.



Obr. 5-7 Manipulátor z navíjených hybridních profilů pro lisovny od firmy Bilsing Automation North America. Převzato z [D7].



Obr. 5-8 Manipulátor z navíjených hybridních profilů pro lisovny od firmy Bilsing Automation GmbH

5.2.2 Orientační srovnání analytických vlastností profilů řady CS

Pro základní představu o vlastnostech napříč databází fundamentálních profilů bylo provedeno vzájemné kvalitativní srovnání, viz Tabulka 3 [D1]. Jako srovnávací profil byl vybrán profil CS-

SS-WA-100 s tloušťkou stěny 8mm. Pro srovnání byly vybrány základní vlastnosti: hmotnost, ohybová tuhost a první vlastní ohybová frekvence.

Ohybová tuhost je srovnána na třibodové ohybové zkoušce se vzdáleností podpor 4000mm a se zatěžující silou uprostřed. Modální vlastnosti jsou srovnány na nosníku délky 4100mm s volnými okrajovými podmínkami (uložení typu Free-Free) bez vlivu smyku.

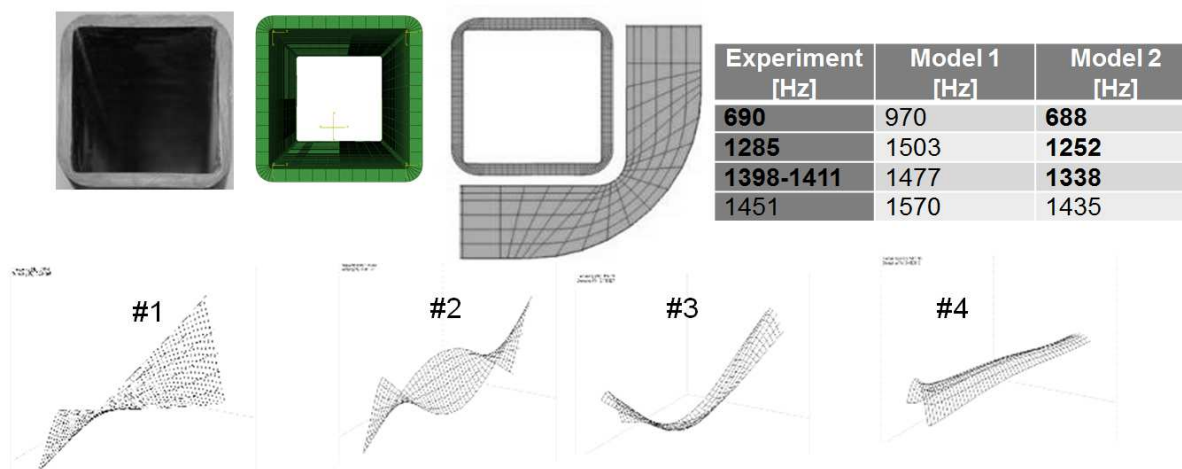
Tabulka 3 : Orientační srovnání analytických vlastností profilů řady CS. Převzato z [D1].

| Označení profilu | Měrná hmotnost [%] | Ohybová tuhost [%] | 1. ohybová vl. frekvence [%] |
|------------------|--------------------|--------------------|------------------------------|
| CS-SS-WA-100 | 100 | 100 | 100 |
| CS-CP-DC-80 | 46 | 22 | 69 |
| CS-CT-WA-80 | 40 | 23 | 75 |
| CS-CT-WA-100 | 41 | 24 | 77 |
| CS-CC-WA-100 | 87 | 56 | 80 |
| CS-DS-PF-120 | 106 | 133 | 112 |

Obdobné srovnání pro profily o vnějším rozměru 130x130mm pro aplikace v obráběcích strojích je uvedeno v [D2], [D3] a [D4], kde autoři srovnávají statické a dynamické vlastnosti profilů navržených s ekvivalentní statickou tuhostí z různých materiálů: ocel, litina, kompozit navíjený, kompozit deskový nezatlumený a kompozit deskový zatlumený. V [E1] a [E2] se autor disertační práce věnuje návrhu hybridního kompozitového řešení profilu 130x130mm založeného na tzv. „3D buňkové struktuře“, které přímo nesouvisí s tématem této disertační práce, i když „3D buňková struktura“ spadá do kategorie hybridních kompozitních materiálů.

Srovnání statických a dynamických vlastností profilů různých velikostí, tvarů, MKP studií a aplikací včetně shrnutí základních vlastností kompozitů je přehledně uvedeno v seminářové přednášce [D15]. Na Obr. 5-9 [D15] je uveden příklad studie vlivu geometrie rohu na dynamické vlastnosti profilu „CS-SS-WA-100“ predikované metodou MKP.

- Effect of geometry – mode shapes of “free” beam



Obr. 5-9 Vliv geometrie rohu na dynamické vlastnosti profilu „CS-SS-WA-100“. Převzato z [D15].

5.3 Porovnání analytického a numerického přístupu s experimentem

Výsledky analytických modelů byly srovnány s hodnotami predikovanými pomocí verifikovaných modelů konečných prvků, které byly vypracovány v rámci grantu Technologické agentury České republiky TA02010543. Detailní informace k jednotlivým modelům, např.: geometrie, okrajové podmínky, typy prvků, atd. jsou uvedeny v závěrečné výpočtové zprávě projektu [D10].

Velice dobrá shoda byla zaznamenána pro všechny srovnávané případy a zde je uveden pouze demonstrační příklad vybraného profilu. Na profilu typu CS-CC-XX-100 je ukázáno srovnání experimentálních dat s analyticky a MKP predikovanými pro tři varianty: WA – skladba pouze z uhlíkových vláken a epoxidové pryskyřice, DC – skladba oproti WA obsahuje navíc jednu tlumicí vrstvu, DC2 – skladba oproti WA obsahuje navíc dvě tlumicí vrstvy. Detail průřezu vyrobeného profilu „CS-CC-WA-100“ viz Obr. 5-1 [D1] (druhý z prava).

Statická tuhost je srovnána na třibodové ohybové zkoušce se vzdáleností podpor 4000mm (dlouhý nosník) a 2000mm (krátký nosník) a zatěžující silou uprostřed. Modální vlastnosti jsou srovnány na nosníku délky 4100mm s volnými okrajovými podmínkami (uložení typu Free-Free). Vzájemné srovnání hmotností a první ohybové vlastní frekvence je uvedeno níže, viz Tabulka 4 [D1] a srovnání tuhostí viz Tabulka 5 [D1].

Tabulka 4 : Srovnání experimentálních dat s analyticky a MKP predikovanými pro profil CS-CC-XX-100 – hmotnost a modální vlastnosti. Převzato z [D1].

| Označení profilu | Měrná hmotnost profilu | | | 1. ohybová vl. frekvence | | |
|------------------|------------------------|--------------|------------|--------------------------|--------------|------------|
| | Exp. [kg/m] | Anal. [%] | MKP [%] | Exp. [Hz] | Anal. [%] | MKP [%] |
| CS-CC-WA-100 | 4,36 | -1,0 | 5,9 | 79,5 | -3,4 | 3,4 |
| CS-CC-DC-100 | 4,32 | -1,4 | 3,4 | 76,6 | -5,5 | 4,4 |
| CS-CC-DC2-100 | 4,20 | -3,1 | 0,8 | 77,9 | -5,4 | 2,6 |

Tabulka 5 : Srovnání experimentálních dat s analyticky a MKP predikovanými pro profil CS-CC-XX-100 – tuhost. Převzato z [D1].

| Označení profilu | Tuhost - dlouhý nosník | | | Tuhost - krátký nosník | | |
|------------------|------------------------|--------------|------------|------------------------|--------------|------------|
| | Exp. [N/mm] | Anal. [%] | MKP [%] | Exp. [N/mm] | Anal. [%] | MKP [%] |
| CS-CC-WA-100 | 460 | -6,5 | 14 | 3133 | 6,2 | 22 |
| CS-CC-DC-100 | 423 | -12 | 10 | 2878 | -0,3 | 16 |
| CS-CC-DC2-100 | 399 | -8,7 | 14 | 2797 | -0,1 | 10 |

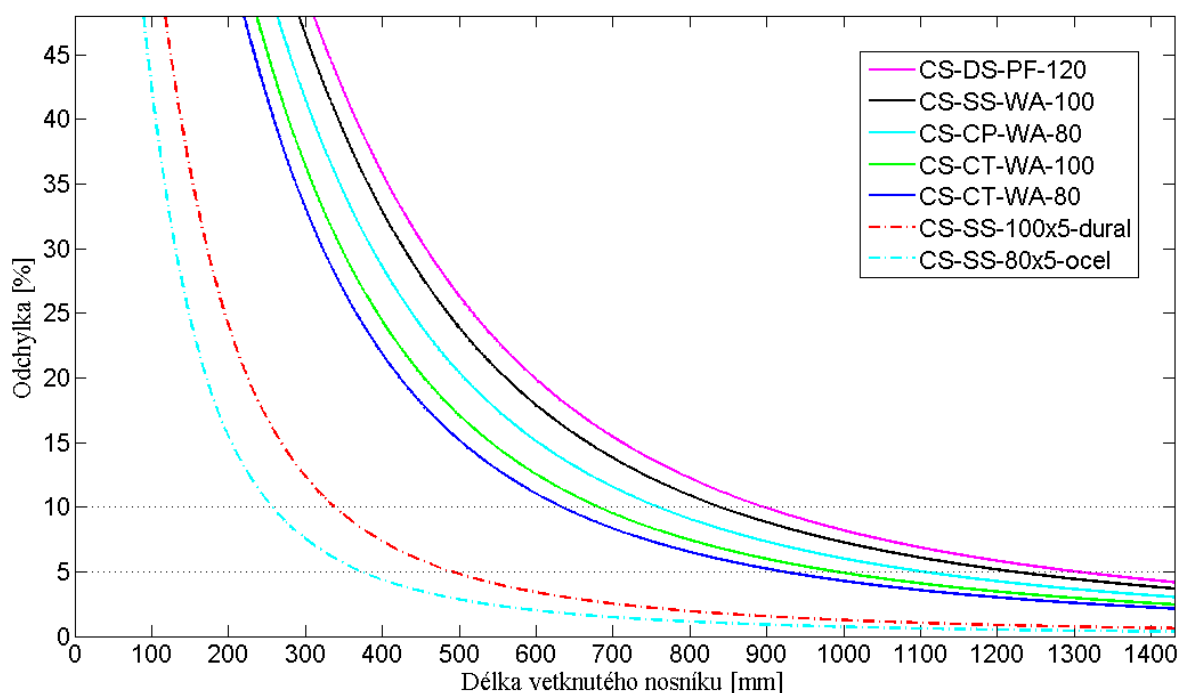
V rámci experimentální modální analýzy byl vyhodnocen i poměrný útlum pro příslušné vlastní frekvence. Metoda experimentálního měření vlastních frekvencí a poměrného útlumu je detailně popsána v závěrečné výpočtové zprávě grantu Technologické agentury České republiky TA02010543. Pro první ohybovou vlastní frekvenci bylo vyhodnoceno 0,001% pro WA, 0,13% pro DC a 0,26% pro DC2. Integrace tlumících vrstev vede ke značnému zvýšení poměrného útlumu, ale zároveň vede ke snížení tuhosti o 9% (jedna tlumicí vrstva), respektive o 15% (dvě tlumicí vrstvy). Vliv tlumících vrstev na hmotnost a vlastní frekvence je zanedbatelný.

5.4 Vliv smyku na výslednou deformaci

Kompozitní profily nabízejí vysokou ohybovou tuhost a úsporu hmotnosti ve srovnání s běžně používanými izotropními materiály, například s ocelí, duralovými slitinami, litinou. Tyto výhody mohou být omezeny snízkou tuhostí laminy v jejím příčném směru, které se projeví zejména při příčném smyku profilu.

Na Obr. 5-10 jsou uvedeny průběhy odchylek analyticky predikovaných průhybů pro kompozitní a izotropní čtvercové profily o rozměrech 80x80mm, 100x100mm a 120x120mm. Odchylka je definovaná procentuálním vyjádřením rozdílu průhybu s vlivem smyku w_T (Timošenko) a bez vlivu smyku w_B (Bernoulli), viz rovnice (5.2).

$$\text{odchylka} = \frac{w_T - w_B}{w_T} \cdot 100 \quad (5.2)$$



Obr. 5-10 Analytické srovnání vlivu smyku na predikovanou deformaci

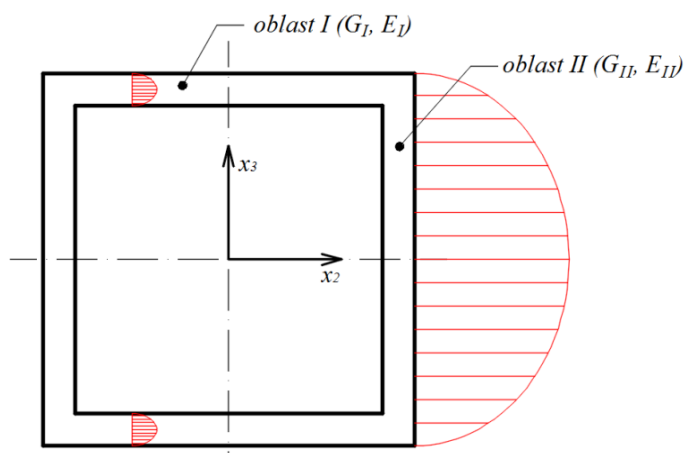
Dle Obr. 5-10 je zřejmé, že vliv smyku na výslednou deformaci nosníku je u kompozitních profilů oproti izotropním konvenčním materiálům výrazně vyšší. Toto chování je zapříčiněno zejména nízkou smykovou tuhostí dílčích vrstev, repektive celého profilu. Zdefinujeme pojem „krátký nosník“ pro oblast, kde je *odchylka* větší než 5% a naopak „dlouhý nosník“, kde je *odchylka* menší než 5%. Hodnotu odpovídající *odchylce* 5% nazvěme „mezní délka“. Na základě tohoto rozdělení lze u dlouhých nosníků vliv smyku při výpočtech zanedbat. Pro běžně užívané konstrukční izotropní materiály (ocel, litina, hliníkové slitiny, atd.) je mezní délka přibližně 5-ti násobek vnějšího rozměru, kdežto pro kompozitní je to přibližně 10-ti násobek vnějšího rozměru. Na základě tohoto výrazného rozdílu v mezní délce, by se konstruktér zvyklý používat pouze izotropní materiály mohl dopustit chyby 30 až 35%, což může mít zásadní vliv na celou konstrukci. Z těchto důvodů navržená optimalizační smyčka vyžaduje výpočet deformace vždy s vlivem smyku.

6 Přímý výpočet korigované smykové tuhosti

U nosníků z kompozitních materiálů se často využívá pouze prvního stupně přesnosti smykové tuhosti zejména z důvodu problematičnosti a značné pracnosti správného sestavení opravného koeficientu smykové tuhosti (diskutováno v kapitolách: 2.4.2 *Opravný koeficient smykové tuhosti*, 2.6.5 *Opravný koeficient smykové tuhosti pro kompozitní materiály* a 5.4 *Vliv smyku na výslednou deformaci*). Vazba geometrických a materiálových parametrů profilu značně komplikuje exaktní vyjádření OKST, jak bylo ukázáno u izotropních materiálů. Pro kompozitní profily exaktní vyjádření OKST zatím nebylo publikováno a existence exaktního řešení není zaručena, zejména vzhledem ke složitějším konstitutivním vztahům a počtu elastických konstant. Z těchto důvodů autor v této kapitole odvodil dvě metody přímého výpočtu korigované smykové tuhosti bez nutnosti vyjádření opravného koeficientu smykové tuhosti ve formě vzorce v uzavřeném tvaru. Materiálové a geometrické parametry jsou v obou těchto metodách vzájemně propojeny a přímo zahrnuty do řešení již ve fázi odvození.

6.1 Energetický přístup

Energetický přístup je založen na ekvivalenci práce (deformační energie) kumulované v objemu V od posouvající síly Q realizované na smykové deformaci vůči deformační energii od smykového napětí realizované na smykovém přetvoření. Tato metoda je známá a běžně se u izotropních materiálů používá. U kompozitních materiálů její použití není běžné a to zejména pro obtížné určení smykového napětí. Předpokládaný průběh smykového napětí v pásnici a stojině je uveden na Obr. 6-1.



Obr. 6-1 Předpokládaný průběh smykového napětí po průřezu

Napíšeme-li bilanci pro celkovou deformační energii v tělese složené z energie od ohybového momentu (normálových napětí) a posouvající síly (smykových napětí) platí

$$U_{celk} = U_{Mo} + U_Q = U_\sigma + U_\tau . \quad (6.1)$$

S uvážením výše popsané ekvivalence (předpoklad stejné deformační energie od normálových napětí U_σ a od ohybového momentu U_{Mo}) platí

$$U_Q = U_\tau, \quad (6.2)$$

což vyjádřeno s využitím známých skutečností a pomocí vztahů pospaných v kapitolách 1 a 4 lze přepsat do integrální formy viz (6.3) [D8], kde G je modul pružnosti ve smyku, A plocha průřezu, τ smykové napětí a L délka nosníku.

$$\frac{1}{2} \int_{(L)} \frac{Q^2}{\kappa \cdot G \cdot A} dx = \frac{1}{2} \int_{(V)} \frac{\tau^2}{G} dV \quad (6.3)$$

Korigovanou smykovou tuhost $T_{A \text{ direct}}$ lze vyjádřit vztahem (6.4) [D8], kde κ značí opravný koeficient smykové tuhosti (OKST).

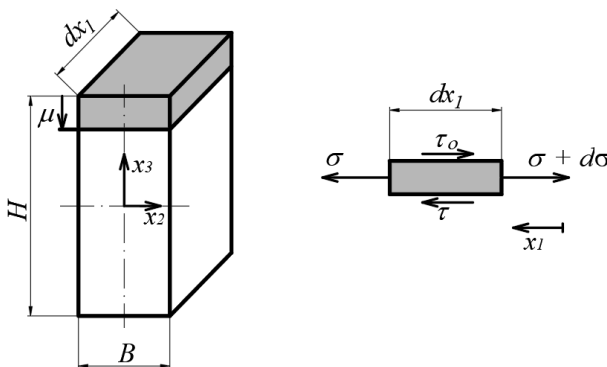
$$T_{A \text{ direct}} = \kappa \cdot G \cdot A \quad (6.4)$$

Korigovanou smykovou tuhost $T_{A \text{ direct}}$ vyjádřenou z rovnice (6.5) lze použít jako přímou náhradu za T_{A2} při výpočtu deformací popsanych v kapitole 4.3 *Deformace nosníku dle Timošenka*.

$$\frac{1}{2} \int_{(L)} \frac{Q^2}{T_{A \text{ direct}}} dx = \frac{1}{2} \int_{(V)} \frac{\tau^2}{G} dV \quad (6.5)$$

6.2 Určení průběhu smykového napětí

K určení průběhu smykového napětí po průřezu byla použita metoda řezu (známá i jako „Žuravského“ metoda). Metoda byla modifikována ve smyslu možnosti zohlednění smykových napětí ve stojině od normálových napětí v pásnici. Na Obr. 6-2 [D8] je element použitý při odvození. Okrajová podmínka pro smykové napětí na povrchu $\tau_o=0$ je pro zatížení silou Q_3 ve směru x_3 zřejmá.



Obr. 6-2 Element k odvození smykového napětí po průřezu. Převzato z [D8].

Z rovnice rovnováhy pro element na Obr. 6-2 [D8] plyne vztah pro smykové napětí po průřezu jako funkce lokální souřadnice μ .

$$\tau_{(\mu)} = \frac{d\sigma}{dx_1} \cdot \mu + \tau_o \quad (6.6)$$

Předpokládejme prismatický nosník a tudíž přírůstek normálového napětí ve směru x_1 se rovná konstantě. Tento přírůstek lze vyjádřit pomocí rovnice rovnováhy pro osové napětí v laminátu (6.7) (viz rovnice (P.8) z Přílohy 2, kde je uvedeno celé odvození), kde $T_{D \text{ suma}}$ je ekvivalentní

ohybová tuhost shodná s ohybovou tuhostí T_D , jejímuž výpočtu se věnuje kapitola 4 *Aplikace Timošenkovy teorie pro kompozitní nosníky*.

$$\sigma_i = \frac{M_o}{T_D \text{ suma}} \cdot E_i \cdot x_3 \quad (6.7)$$

Převodem rovnice (6.7) do diferenciální formy a aplikací Schwedlerovy věty (4.5) získáme požadovaný přírůstek napětí, kde index i odpovídá vrstvě laminátu, který má v rovině x_1x_2 konstantní elastické vlastnosti.

$$\frac{d\sigma_i}{dx_1} = \frac{Q_3}{T_D \text{ suma}} \cdot E_i \cdot x_3 \quad (6.8)$$

Výsledný vztah pro smykové napětí po průřezu je funkce dvou lineárně závislých proměnných x_3 a μ .

$$\tau_{(\mu)} = \frac{Q_3}{T_D \text{ suma}} \cdot E_i \cdot x_3 \cdot \mu + \tau_o \quad (6.9)$$

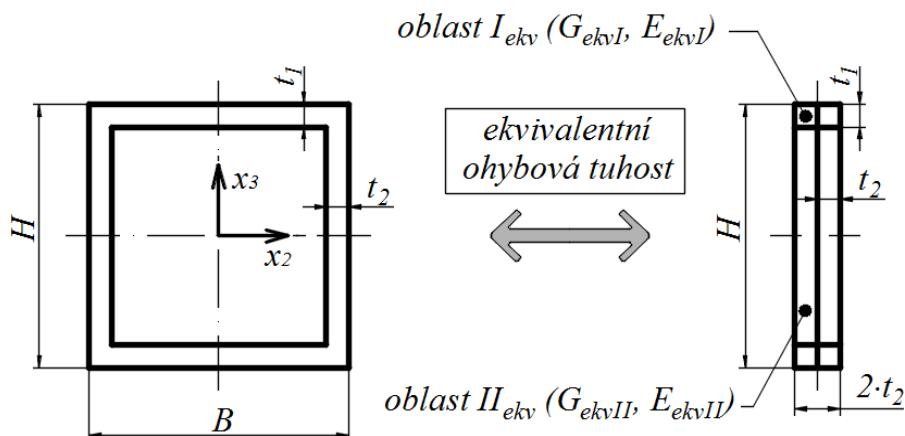
Využijeme transformaci souřadnice x_3 na μ popsané rovnicí (6.10) a získáme tak vztah (6.11), jež již lze přímo integrovat pro příslušné oblasti a získat tím průběh smykového napětí.

$$x_3 = \frac{H - \mu}{2} \quad (6.10)$$

$$\tau_{(\mu)} = \frac{Q_3}{T_D \text{ suma}} \cdot E_i \cdot \frac{H - \mu}{2} \cdot \mu + \tau_o \quad (6.11)$$

6.3 Náhradní model „A“ - plný obdélníkový průřez

Srovnáním Obr. 6-1 a Obr. 6-2 [D8] je vidět rozpor mezi předpokládaným průběhem smykového napětí po průřezu a geometrií elementu použitého k odvození smykového napětí po průřezu. Zásadním rozporem je nulové smykové napětí na vnitřní straně pásnic. Z těchto důvodů byl sestaven náhradní model s ekvivalentní ohybovou tuhostí původního profilu, viz Obr. 6-3, a který geometricky odpovídá elementu použitému při odvození průběhu smykového napětí. Aby náhradní model co nejlépe popisoval původní profil, byly elastické vlastnosti oblasti II - stojiny (E_{ekvII} , G_{ekvII}) spočítány pomocí klasické laminační teorie. Jelikož je na všech stěnách stejná skladba lze považovat dvě stojiny u sebe za vyvážený a symetrický laminát a je možné pro obě stojiny sestavit pouze jednu matici ABD dle klasické laminační teorie.



Obr. 6-3 Náhradní model – plný obdélníkový průřez

Při známosti geometrie náhradního profilu (která vychází z geometrie původního profilu) a ekvivalentních elastických vlastností stojiny, lze z rovnice (6.12) vyčíslit ekvivalentní modul pružnosti E_{ekvl} a ekvivalentně dle rovnice (6.13) určit G_{ekvl} , kde index i označuje vrstvu (oblast) a suma je přes všech n vrstev (oblastí). Plocha, kvadratický moment průřezu, modul pružnosti v tahu a modul pružnosti ve smyku jsou shodné parametry stojiny pro náhradní i původní model, což při podmínce identické ohybové (6.12) a smykové (6.13) tuhosti obou modelů nutně vede k výraznému navýšení ekvivalentních modulů pružnosti pásnice až několika násobně oproti původnímu modelu.

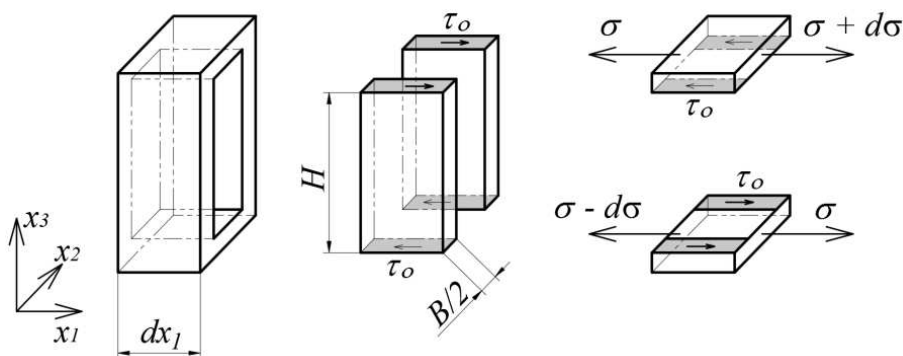
$$\sum_i^n (E_i \cdot I_i)_{ekv} = \sum_i^n (E_i \cdot I_i)_{původní} = T_D \text{ suma} \quad (6.12)$$

$$\sum_i^n (G_i \cdot A_i)_{ekv} = \sum_i^n (G_i \cdot A_i)_{původní} = T_A \text{ suma} \quad (6.13)$$

6.4 Náhradní model „B“ – deformační energie stojiny

Druhý náhradní model vychází z představy, že vliv oblasti I na smykové vlastnosti celého profilu je zanedbatelný. Smykový modul v oblasti I je řádově menší než v oblasti II , což naopak vyvrací fakt, že deformační energii oblasti I můžeme zanedbat, protože deformační energie je nepřímo úměrná smykovému modulu pružnosti. Naopak deformační energie je přímo úměrná druhé mocnině smykového napětí a to dle předpokladu nulového smykového napětí na obou stranách pásnice a celkový předpoklad nízkých napětí v pásnicích je důvodný argument, proč by mohl být vliv oblasti I na smykové vlastnosti zanedbatelný. Dle vztahu (6.3) je zřejmá nepřímá úměra mezi deformační energií a OKST (čím větší deformační energie, tím nižší korigovaná smyková tuhost). Prostým zanedbáním deformační energie z oblasti pásnice se dopustíme přípustné chyby a naopak zvyšujeme OKST. Tím že při výpočtu zanedbáme deformační energii jakékoliv části, tím získáme vyšší smykovou tuhost, což je v rozporu s hlavní motivací využití OKST. Motivace OKST je korekce smykové tuhosti pro danou geometrii a skladbu.

Dle předpokládaného průběhu smykového napětí viz Obr. 6-1, lze oblast I z pohledu vlivu na smykovou tuhost zanedbat. Avšak je to právě oblast I , která přenáší největší část ohybového namáhání ve formě normálového napětí a tím vyvstává otázka, jak definovat silovou okrajovou podmínku na hranici oblasti I a II pro oblast II , aby byl zaručen přenos normálového ohybového napětí mezi pásnicemi. Řešení se nabízí v již odvozené rovnici (6.11) definovat τ_0 jako nenulovou konstantu a určit ji pomocí metody řezu, viz Obr. 6-4 [D8].



Obr. 6-4 Náhradní model – deformační energie stojiny. Převzato z [D8].

Integrací normálového napětí přes celou oblast I získáme výslednou normálovou sílu $F_{osová}$, kterou daná pásnice přenáší (6.14). Tato integrace lze nahradit sumou přes všechny vrstvy n , kde index m označuje hodnoty v polovině tloušťky vrstvy (6.15) [D8].

$$F_{osová} = \int_{(A_I)} \sigma_i dA \quad (6.14)$$

$$F_{osová} = \sum_i^n \sigma_{mi} \cdot A_i = \sum_i^n \frac{M_o}{T_{D\ suma}} \cdot E_i \cdot A_i \cdot x_{m3} \quad (6.15)$$

Tato síla dle silové rovnice rovnováhy v osovém směru nosníku musí být v rovnováze právě s napětím τ_o působícím na plochách přechodu oblasti I na oblast II (mezi pásnicí a stojinou).

6.5 Opravný koeficient smykové tuhosti – vzájemné porovnání modelů

Tato kapitola uvádí na vybraném typu profilu CS-SS-WA-100 orientační srovnání OKST vypočteného na základě přímého výpočtu korigované smykové tuhosti pomocí náhradních modelů A a B ($T_{A\ direct\ A}$, $T_{A\ direct\ B}$) a běžně používané metody součtu dílčích vlastností vrstev $T_{A\ suma}$. Dále se kapitola věnuje srovnání maximálních a homogenních smykových napětí, ze kterých je často OKST pro izotropní materiály určován.

$$\kappa_{A\ suma} = \frac{T_{A\ direct\ A}}{T_{A\ suma}} \quad (6.16)$$

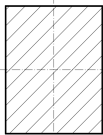
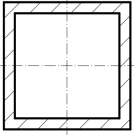
$$\kappa_{B\ suma} = \frac{T_{A\ direct\ B}}{T_{A\ suma}} \quad (6.17)$$

$$\kappa_{A1} = \frac{\tau_{homogenní}}{\tau_{direct\ MAX}} \quad (6.18)$$

$$\kappa_{A2} = \frac{\tau_{homogenní\ NM}}{\tau_{direct\ MAX}} \quad (6.19)$$

$$\kappa_{B1} = \frac{\tau_{homogenní}}{\tau_{direct\ MAX}} \quad (6.20)$$

Kde $\tau_{homogenní}$ je smykové napětí profilu při předpokladu konstantního smykového napětí v celém průřezu, $\tau_{direct\ MAX}$ je maximální smykové napětí náhradního modelu, $\tau_{homogenní\ NM}$ je smykové napětí náhradního modelu A při předpokladu konstantního smykového napětí v celém průřezu.

| | |
|---|---|
| <p>RECTANGLE</p> $\kappa = \frac{10(1+\nu)}{12+11\nu}$  | <p>THIN-WALLED SQUARE TUBE</p> $\kappa = \frac{20(1+\nu)}{48+39\nu}$  |
|---|---|

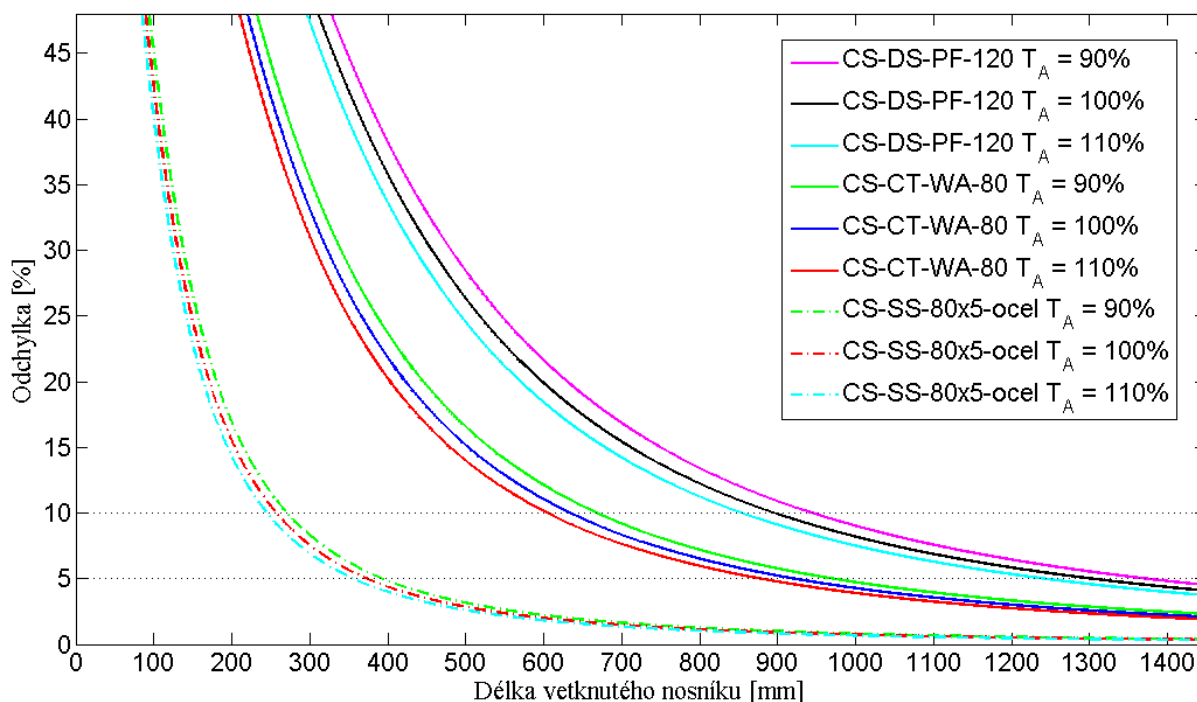
Obr. 6-5 Opravné koeficienty smykové tuhosti – izotropní materiál. Převzato z Cowper [14].

K výpočtu OKST izotropního materiálu κ_R (index R zkratkou z anglického označení „Rectangle“ viz Cowper [14]) a κ_{TWST} (index TWST zkratkou z anglického označení „Thin-Walled Square Tube“ viz Cowper [14]) byla použita Poissonova konstanta $\nu_{izo} = 0,33$ a výsledky jsou uvedeny v následující tabulce, viz Tabulka 6.

Tabulka 6 : Opravné koeficienty smykové tuhosti – srovnání metod

| Parametr | Hodnota | Popis |
|--------------------------|---------|---------------------------------------|
| $\kappa_{A\text{ suma}}$ | 0,97 | Model A – srovnání smykových tuhostí |
| $\kappa_{B\text{ suma}}$ | 1,17 | Model B – srovnání smykových tuhostí |
| κ_{A1} | 0,46 | Model A – srovnání maximálních napětí |
| κ_{A2} | 0,81 | Model A – srovnání maximálních napětí |
| κ_{B1} | 0,49 | Model B – srovnání maximálních napětí |
| κ_{TWST} | 0,44 | Obdélníkový průřez dutý - izotropní |
| κ_R | 0,85 | Obdélníkový průřez plný - izotropní |

Zajímavá jsou srovnání κ_{A1} s κ_{TWST} , κ_{A2} s κ_R a κ_{B1} s κ_{TWST} , která jsou všechna ve velice dobré shodě. Tato shoda značí podobnou distribuci napětí v náhradních modelech s modely izotropních materiálů, a tím podobný poměr maximálních a homogenních smykových napětí, ze kterých je často OKST pro izotropní materiály určován. Tento výsledek značí vhodnou volbu náhradních modelů.

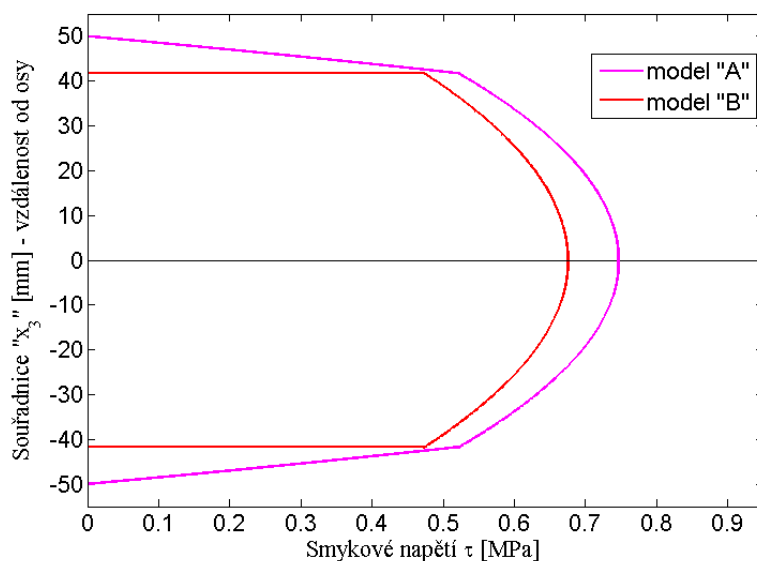
Obr. 6-6 Vliv rozptylu $\pm 10\%$ smykové tuhosti na celkovou deformaci

OKST náhradního modelů $\kappa_{A\text{ suma}}$ a $\kappa_{B\text{ suma}}$ jsou blízké 1, což znamená, že korigované smykové tuhosti metodou přímého výpočtu a sumou přes dílčí tuhosti vrstev jsou pro profil CS-SS-WA-100 velmi podobné. Na Obr. 6-6 je uvedena citlivostní analýza smykové tuhosti na výslednou deformaci, kde simulací rozptylu $\pm 10\%$ smykové tuhosti jsme získali rozptyl v deformaci nosníku $\pm 2,5\%$ pro oblast krátkého nosníku.

6.6 Závěr kapitoly

Náhradní model A i B splňují základní požadavek na přímý výpočet korigované smykové tuhosti profilu bez explicitního vyjádření opravného koeficientu smykové tuhosti. Oba modely splňují i požadavek na snadnou implementaci do optimalizačních nástrojů často používaných při prvotním návrhu konstrukce.

Oba modely predikují korigované smykové tuhosti téměř ekvivalentní metodě sumou přes dílčí vlastnosti vrstev pro profil CS-SS-WA-100. Náhradní model A se dle $\kappa_{A\text{ suma}}$ a dle Obr. 6-7 zdánlivě zdá být vhodnější, avšak kritériem ekvivalentní tuhosti jsme v pásnici přešli na izotropní model, který již není schopen rozlišit jednotlivé vrstvy a využívá konstantní modul pružnosti E_{ekv1} (viz lineární oblast modelu A v Obr. 6-7).



Obr. 6-7 Průběh normovaného smykového napětí (profil CS-SS-WA-100)

Z tohoto důvodu je metodou řezu na rozhraní pásnice a stojiny u modelu A a modelu B rozdílné smykové napětí. Náhradní model B pracuje s předpokladem blízkým reálným okrajovým podmínkám, že smykové napětí v pásnici lze považovat za nulové, vzhledem k nízké příčné smykové tuhosti laminátu a okrajovým podmínkám nulového smykového napětí na površích pásnice, a proto lze předpokládat, že smykové napětí velice rychle naroste až v blízkém okolí stojiny, které je z pohledu výpočtu deformační energie zanedbatelné. Z těchto důvodů je náhradní model B vhodnější k výpočtu korigované smykové tuhosti a to i přes to, že korigovaná smyková tuhost vychází o 17% vyšší než metodou součtu vlastností dílčích vrstev. Kapitola 8 *Experimentální ověření vlivu smyku na celkovou deformaci nosníku* se věnuje experimentální verifikaci metody B na vybraném typu profilu CS-SS-WA-100. Implementace metody B na profil CS je uvedena v souboru „CS_profil_jen_obdelnik_new.m“, viz Příloha 5. Příloha je naprogramovaná v jazyce Matlab a je také součástí elektronické přílohy práce.

Metoda B se nabízí k použití i u srovnávacích profilů 130x130 mm pro obráběcí stroje publikované v [D2], [D3] a [D4]. To však je možné pouze pro kompozitní profily, u litiny a oceli využití metody B není možné, neb zde není splněn základní předpoklad výrazného rozdílu smykových modulů v pásnici a stojině. Z tohoto důvodu není možné metodu B použít při výpočtu korigované smykové tuhosti u profilů z izotropních materiálů.

7 Základní materiálové zkoušky

V rámci validace materiálových vstupů pro analytické a MKP modely byly provedeny základní materiálové zkoušky zkušebních těles z UHMC vláken. Byly provedeny tahové, tlakové a smykové zkoušky, vždy dle příslušné normy ASTM.

7.1 Popis měření tahové zkoušky

Tvar zkušebních těles pro tahové zkoušky na kompozitních materiálech se řídí normou ASTM D 638 [28], viz Obr. 7-1 [28]. Norma upozorňuje, že není zcela vhodná pro měření jednodměrově orientovaných zkušebních těles (UD = Unidirectional). Experimentálně bylo zjištěno, že metodika je vhodná i pro UD zkušební tělesa, avšak pouze na měření elastických vlastností (během měření pevnosti materiálu všechna zkušební tělesa byla porušena neprůkazným lomem). Příklad neprůkazného lomu je ukázán na zkušebním tělese 108, který byl několikrát přeupínán, viz Obr. 7-2 [D11]. Podmínky na provedení zkoušky byly dodrženy dle předpisu normy. Na tahové zkušební těleso byly instalovány vždy 4 tenzometry. Na straně A jeden 6mm tahový (ε_{Atah}) a jeden 6mm příčný. Na straně B dva kusy 3mm tahové (ε_{Bohyb1} , ε_{Bohyb2}), umístěné mimo osu zkušebního tělesa za účelem sledování přídatného ohybu (způsobený například nepřesností upnutí, nehomogenitou zkušebního tělesa, nepřesností stroje, atd.). Pro výpočet modulu je potřebná efektivní deformace ε_{ef} .

$$\varepsilon_{ef} = \frac{\frac{\varepsilon_{B\ ohyb1} + \varepsilon_{B\ ohyb2}}{2} + \varepsilon_{A\ tah}}{2} \quad (7.1)$$

Výsledný efektivní modul pružnosti v tahu je

$$E_{TAH\ ef} = \frac{\Delta F_{exp}}{b \cdot t \cdot \Delta \varepsilon_{ef}} \quad (7.2)$$

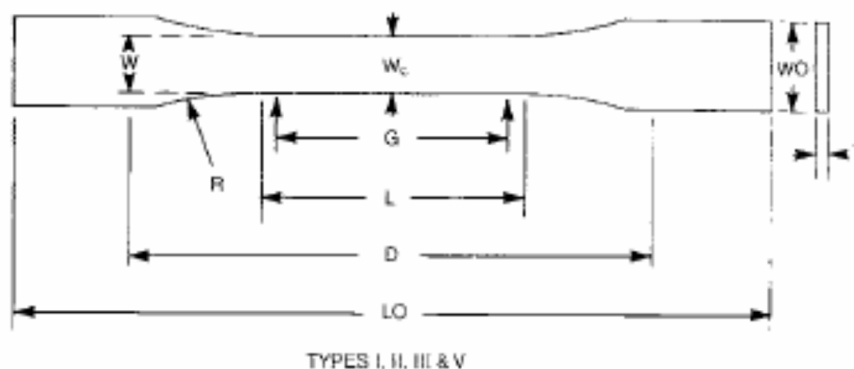
kde:

F_{exp} ...zatěžující síla [N]

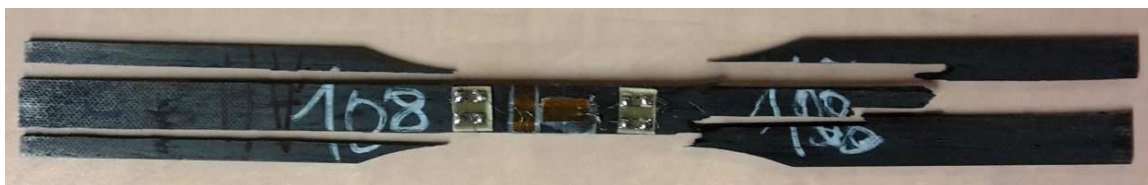
bšířka zkušebního tělesa [mm]

ttloušťka zkušebního tělesa [mm]

εměřená poměrná deformace [1]



Obr. 7-1 Tvar zkušebního tělesa – tah. Převzato z [28].



Obr. 7-2 Neprůkazný výsledek měření pevnosti jedno-směrového zkušební tělesa. Převzato z [D11].

7.2 Popis měření tlakové zkoušky

Tlakové zkoušky byly realizovány podle ASTM D695 [29]. Norma nabízí měření v různých konfiguracích, přičemž zkoušky byly realizovány použitím zkušební přípravku s odpovídajícím tvarem zkušební tělesa, oboje uvedeno na Obr. 7-3 [29]. Podmínky na provedení zkoušky byly dodrženy dle předpisu normy. Deformace byla měřena jedním osovým tenzometrem velikosti 6mm umístěným ve středu zkušební tělesa (v polovině šířky a polovině délky).

Výsledný efektivní modul pružnosti v tlaku je

$$E_{TLAK\ ef} = \frac{\Delta F_{exp}}{b \cdot t \cdot \Delta \varepsilon} \quad (7.3)$$

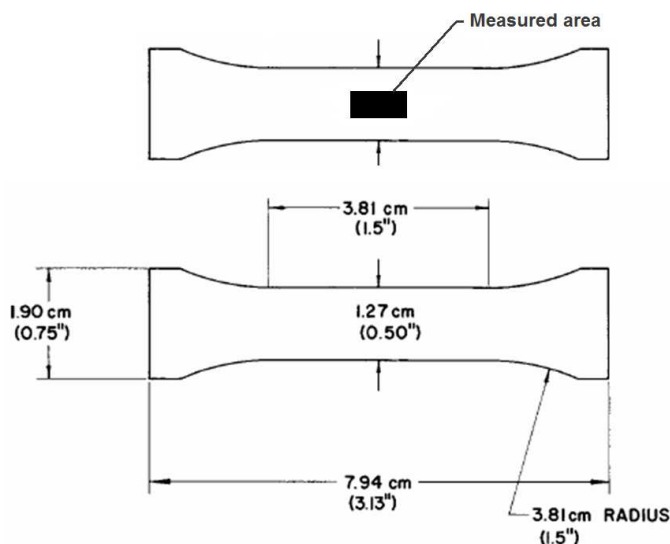
kde:

F_{exp} ...zatěžující síla [N]

bšířka zkušební tělesa [mm]

ttloušťka zkušební tělesa [mm]

εměřená poměrná deformace [1]



Obr. 7-3 Měřicí přípravek – tlak (vlevo) a tvar zkušební tělesa – tlak (vpravo). Převzato z [29].

7.3 Popis měření smykové zkoušky

Smykové zkoušky byly realizovány podle ASTM D5379 [30] a zkušební tělesa byla vyrobena dle Obr. 7-4 [30]. Deformace byla měřena jedním osovým tenzometrem velikosti 3mm umístěným v polovině šířky v místě vrubu a orientovaným pod úhlem 45° od osy zkušební tělesa viz Obr. 7-5. Podmínky na provedení zkoušky byly dodrženy dle předpisu normy.

Výsledný efektivní modul pružnosti ve smyku je

$$G_{SMYK\ ef} = \frac{\Delta F_{exp}}{2 \cdot b \cdot t \cdot \Delta \varepsilon} \quad (7.4)$$

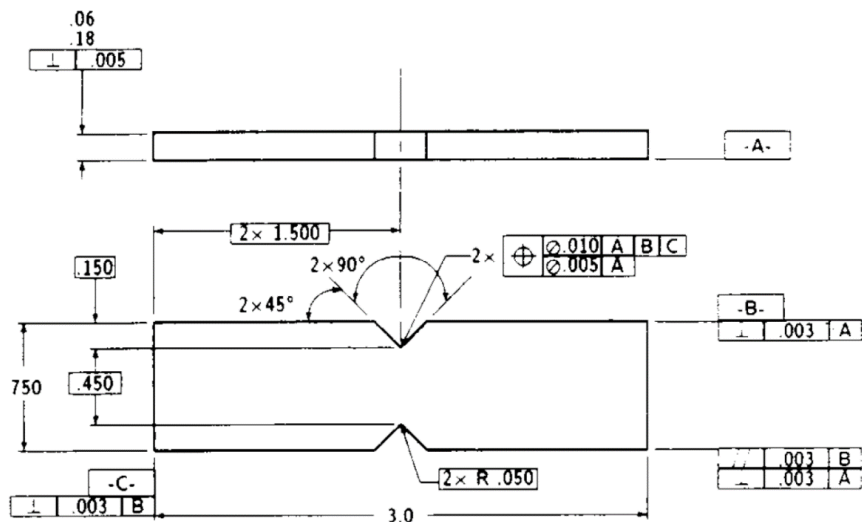
kde:

F_{exp} ...zatěžující síla [N]

bšířka zkušební tělesa [mm]

ttloušťka zkušební tělesa [mm]

εměřená poměrná deformace [1]



Obr. 7-4 Tvar zkušební tělesa – smyk. Převzato z [30].



Obr. 7-5 Upnuté zkušební těleso v přípravku – smyk

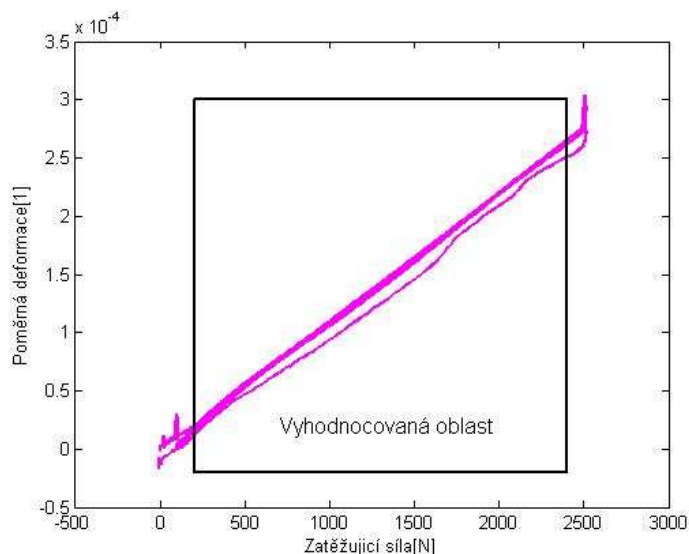
7.4 Zatížení, záznam a zpracování měřených dat

Zatěžující stroj pro tahovou zkoušku byl FPZ 100/1 (Heckert), pro smykovou a tlakovou zkoušku stroj TIRA 2300. K měření (záznamu zatěžující síly a deformace) byla použita tenzometrická ústředna HBM Spider-8 s nastavenou měřicí frekvencí 5Hz. Každé měření mělo dvě části, měření elastických vlastností a měření pevnostních vlastností (do poruchy zkušebního

tělesa). Měření elastických vlastností obsahuje 3 zatěžující cykly v rozsahu síly 0N až 30% předpokládané pevnosti. Měření pevnostních vlastností obsahuje jeden měřící cyklus v rozsahu síly 0N až do porušení zkušební tělesa.

K vyhodnocení byla použita pouze lineární část z naměřených dat, viz Obr. 7-6. Data byla zpracována z vyhodnocované oblasti pomocí lineární regrese upravené do tvaru $F = B_1 \cdot \varepsilon + B_2$, kde B_1 odpovídá modulu pružnosti a B_2 odpovídá chybě nulování měřící aparatury během měření modulu pružnosti. Příklad je ukázán na tlaku viz rovnice (7.5).

$$E_{TLAK\ ef} = \frac{B_1}{b \cdot t} \quad (7.5)$$



Obr. 7-6 Příklad vyhodnocované oblasti z naměřených dat – tlak na modul

7.5 Výsledky měření vlastností UHMC vlákna XN-80

UHMC vlákno XN-80 od výrobce Nippon Graphite Fiber Corporation bylo vybráno k experimentálnímu ověření mechanických vlastností. Tento typ vlákna byl vybrán pro jeho běžné zpracovávání metodou navíjení při výrobě hybridních kompozitních profilů. Polotovary pro výrobu UD zkušebních těles byly vyrobeny volnou laminací svazků vláken 24K s předpokládaným objemovým podílem 50,1%. Dle směšovacího pravidla a klasické laminační teorie by měl mít takto vyrobený materiál modul pružnosti v tahu 403320 MPa (stejný pro tah i tlak) a modul pružnosti ve smyku 3046 MPa. Výsledky experimentů jsou uvedeny v následujících tabulkách, viz Tabulka 7 [D11], Tabulka 8 [D11] a Tabulka 9 [D11].

Tabulka 7 : Měření modulu pružnosti v tahu (UHMC vlákno XN-80). Převzato z [D11].

| Zkušební těleso | Ef. modul [MPa] | Max. napětí [MPa] | Popis zkoušky |
|-----------------|-----------------|-------------------|--------------------------------------|
| vz80_9_5_vz1 | 305550 | 857 | Měření modulu OK, pevnost neprůkazná |
| vz80_9_5_vz2 | - | 815 | Neprůkazná (vyřazena z vyhodnocení) |
| vz80_9_5_vz3 | 314210 | 925 | Měření modulu OK, pevnost neprůkazná |
| vz80_9_5_vz4 | - | - | Neprůkazná (vyřazena z vyhodnocení) |

Tabulka 8 : Měření modulu pružnosti v tlaku (UHMČ vlákno XN-80). Převzato z [D11].

| Zkušební těleso | Ef. modul [MPa] | Max. napětí [MPa] | Popis zkoušky |
|-------------------|-----------------|-------------------|-------------------------------------|
| vz80_2_9_5_vz1_m1 | 394680 | 98 | Neprůkazná (vyřazena z vyhodnocení) |
| vz80_2_9_5_vz2_m1 | 347950 | 98 | Měření modulu OK, pevnost průkazná |
| vz80_3_9_5_vz1_m1 | 292090 | 98 | Měření modulu OK, pevnost průkazná |
| vz80_3_9_5_vz2_m1 | 325690 | 98 | Měření modulu OK, pevnost průkazná |

Tabulka 9 : Měření modulu pružnosti ve smyku (UHMČ vlákno XN-80). Převzato z [D11].

| Zkušební těleso | Ef. modul [MPa] | Max. napětí [MPa] | Popis zkoušky |
|-------------------|-----------------|-------------------|--------------------------------------|
| vz80_2_9_5_vz1_m1 | 4419 | 24 | Měření modulu OK, pevnost průkazná |
| vz80_2_9_5_vz1_m2 | 3853 | 28 | Měření modulu OK, pevnost neprůkazná |
| vz80_2_9_5_vz2_m1 | 5224 | 20 | Měření modulu OK, pevnost průkazná |
| vz80_2_9_5_vz2_m2 | 4719 | 30 | Měření modulu OK, pevnost neprůkazná |

Z provedených zkoušek byly vyhodnoceny elastické vlastnosti (včetně směrodatných odchylek): modul pružnosti v tahu 301489 MPa (směrodatná odchylka 6123 MPa), modul pružnosti v tlaku 321910 MPa (směrodatná odchylka 43024 MPa) a modul pružnosti ve smyku 4554 MPa (směrodatná odchylka 573 MPa). Experimentálně změřený modul pružnosti v tahu a tlaku se od predikovaného pomocí směšovacího pravidla liší o -25%. Tento rozdíl může být zapříčiněn nedosažením předpokládaného objemového podílu vláken či nerovnoměrným rozložením výztuže ve zkušebním tělese vzhledem k laminaci přímo ze svazků nikoliv z tkanin. Tyto parametry zapříčinily neprůkazné výsledky z měření materiálových vlastností, které lze použít spíše jen pro orientační ověření návrhových vlastností.

7.6 Tahová zkouška UHMČ vlákna XN-80 - nenormalizovaná

Na základě neuspokojivých výsledků pro normalizovaná zkušební tělesa komentovaných v předchozí kapitole byl hledán způsob výroby zkušební tělesa k ověření tahových vlastností UHMČ vlákna XN-80. Požadavky byly kladeny zejména na geometrický průřez vhodný k tahové zkoušce, garantované rovnoměrné rozložení výztuže ve zkušebním tělese a přesně definovaný počet svazků ve zkušebním tělese. Všechny požadavky by měly být splněny, pokud zkušební těleso bude právě z jednoho svazku vláken. Bylo zvoleno vlákno XN-80-A2S, které odpovídá označení 12K, má přibližný průřez vláken ve svazku 0,9mm² a udávaný modul pružnosti v tahu 779GPa.

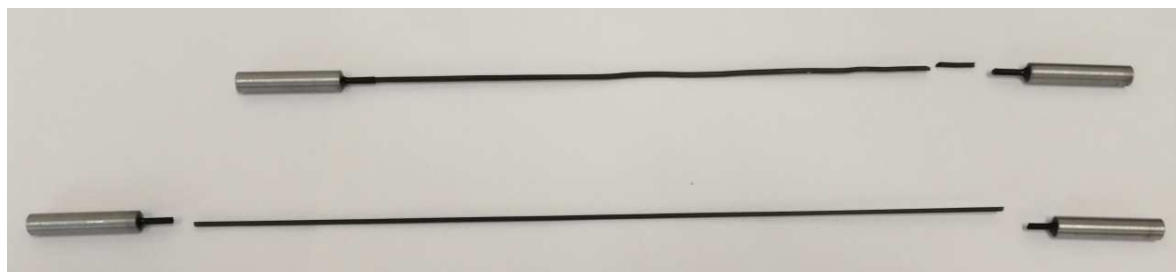
Na Obr. 7-7 je uveden detail neúspěšného pokusu laminace jednoho svazku do drážky v duralové formě. Hlavními komplikacemi při výrobě se ukázaly vysoká nasákavost svazku vláken pryskyřicí a zároveň vysoká křehkosti vláken zejména po prosycení pryskyřicí (obecné vlastnosti všech UHMČ vláken, které řadí UHMČ vlákna do skupiny s obtížnou zpracovatelností). Z těchto důvodů se při uzavření formy vlákna částečně porušila a unikla do dělicí roviny a to i přes osové předepnutí svazku během výroby. Únik vláken do dělicí roviny formy nesplňuje

základní požadavek na přesně definovaný počet svazků ve zkušebním tělese, a proto bylo od tohoto způsobu výroby upuštěno.



Obr. 7-7 Laminovaný pásek do formy – jeden svazek UHMC vláknů XN80-A2S

Na základě zkušeností s neúspěšnou laminací pásku do formy byl zvolen kruhový průřez zkušebního tělesa pro následující test výroby zkušebních těles. Speciální normy pro testování UHMC vláken zatím nejsou k dispozici, ale i přesto byla experimentální konfigurace inspirována normou ASTM D4018-17 [49]. Svazek vláken byl umístěn do elastické formy kruhového průřezu o průměru přibližně 3,5mm, následně injektáží byl svazek od jednoho konce k druhému prosycen a následným postupným lisováním od injektážního konce zalisován na průměr přibližně 2mm. Průměr po lisování přímo ovlivňuje objemový podíl vláken ve zkušebním tělese.

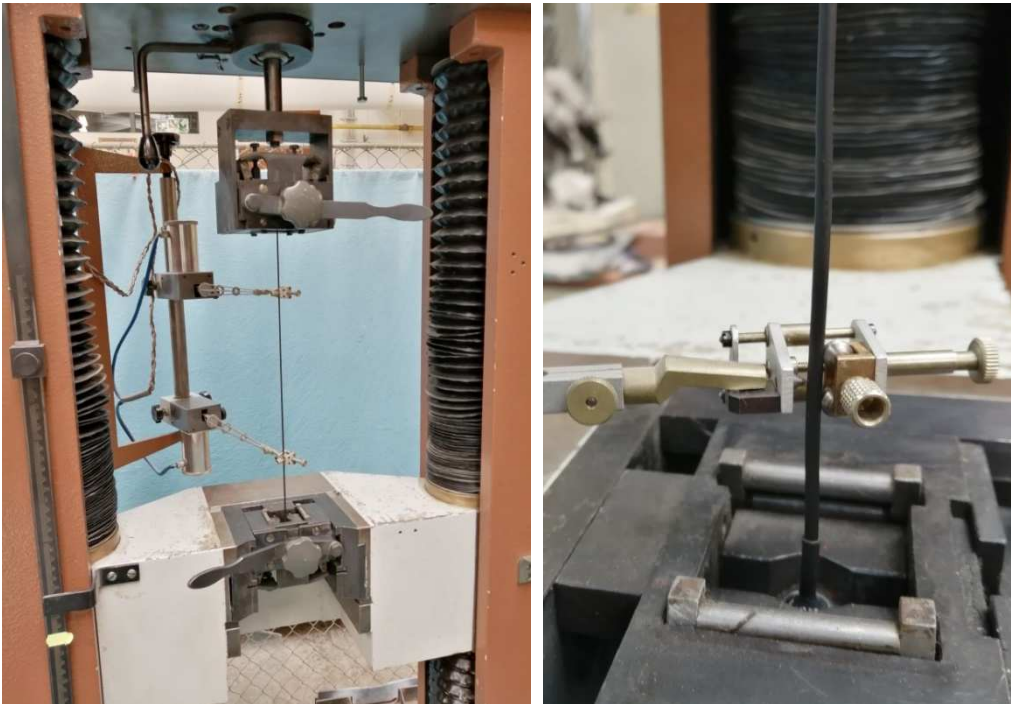


Obr. 7-8 Zkušební tělesa po měření pevnosti (XN-80-A2S_vz1 nahoře a XN-80-A2S_vz2 dole)

Modul pružnosti v tahu matrice (4GPa) je zanedbatelný oproti tuhosti UHMC vláken ve směru vláken (780GPa) a lze tedy přijmout předpoklad, že matrice neovlivňuje výslednou tuhost zkušebního tělesa a proto není potřeba vyhodnocovat výsledný objemový podíl výztuže ve zkušebním tělese. Modul pružnosti v tahu zkušebního tělesa závisí zejména na objemu výztuže, která je přímo definována právě jedním svazkem XN80-A2S. Díky tomu lze dále pracovat již jen s hodnotami „suchých vláken“ (E_f a A_{fibre}), které určují výslednou tuhost zkušebního tělesa.

Během prvního technologického testu výroby byly vyrobeny zkušební tělesa XN-80-A2S_vz1 a XN-80-A2S_vz2, u kterých byl následně experimentálně změřen modul pružnosti v tahu až do poruchy zkušebního tělesa, viz Obr. 7-8. První zkušební těleso bylo z důvodu nízké geometrické přesnosti (zvlnění cca ± 2 mm) vyřazeno z vyhodnocení již před začátkem experimentu a bylo použito pouze k testování parametrů experimentu. Druhé zkušební těleso, u kterého byl mírně pozměněn průběh lisování, splnilo všechny požadavky definované v úvodu kapitoly a mělo vynikající geometrické parametry.

Experiment byl realizován na stroji FPZ 100/1 (Heckert) v silovém rozsahu do 2kN a deformace byla měřena pomocí extenzometru, viz Obr. 7-9. Upnutí zkušební tělesa bylo realizováno standartním klínovými čelistmi za ocelové koncovky zkušební tělesa, které byly v druhé fázi výroby v přípravku zalepeny epoxydovým lepidlem ke koncům zkušební tělesa.



Obr. 7-9 Tahová zkouška – a) válcové zkušební těleso z UHMC vlákna, b) detail upnutí extenzometru

Každé zkušební těleso bylo opakovaně měřeno v elastické oblasti v rozsahu 200-900N, 200-1200N, 200-1500N, 200-1700N a následně zatíženo až do poruchy. Experimentálně vyhodnocená tuhost k_{exp} je aritmetický průměr dílčích tuhostí získaných z opakovaných měření. Dílčí tuhosti byly vyhodnoceny pomocí lineární regrese ze záznamu experimentu (záznam síly a deformace).

$$E_{ext} = \frac{k_{exp} \cdot L_{o\ ext}}{A_{fibre}} \quad (7.6)$$

kde:

E_{ext} modul pružnosti vláken v tahu vyhodnocený z extenzometru

$L_{o\ ext}$...měřící oblast extenzometru [mm]

k_{exp}tuhost [N/mm]

A_{fibre}průřez vláken ve svazku [mm²]

Průřez vláken ve svazku A_{fibre} lze získat jednoduchým výpočtem (7.7) z parametrů uvedených v produktovém listě. Pro vlákno XN-80-A2S jsou hodnoty *Yield* 1780 gramů na kilometr délky svazku a hustota ρ_f 2170kg/m³. Výsledný průřez vláken ve svazku A_{fibre} je 0,82 mm².

$$A_{fibre} = \frac{Yield}{\rho_f} \quad (7.7)$$

Předpokládaná poddajnost zkušební tělesa je 0,25mm/kN při nastavení $L_{o\ ext}$ 160mm a 0,31mm/kN při nastavení $L_{o\ ext}$ 200mm. Vzhledem k vysoké tuhosti zkušební tělesa a

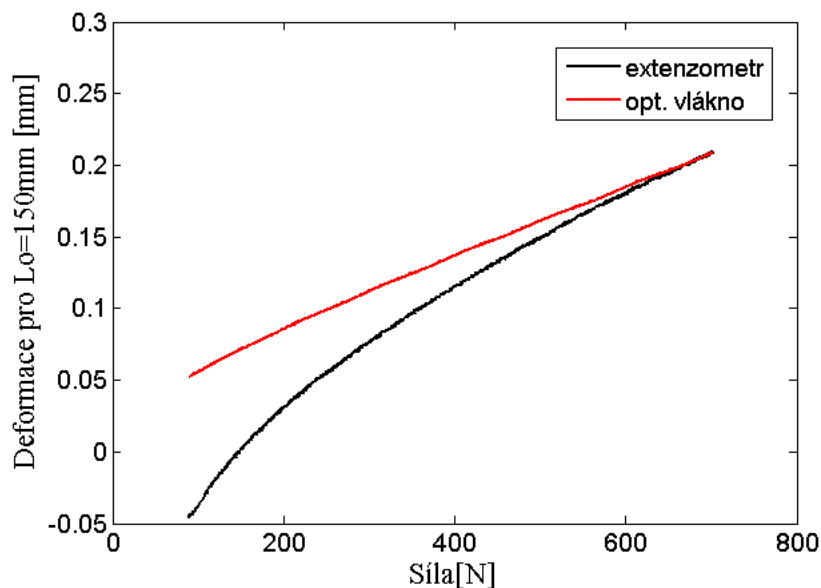
omezenému rozlišení extenzometru byly během následné výroby 5-ti kusů zkušebních těles, z důvodu ověření přesnosti odečtu deformace instalovány optická vlákna s Braggovou optickou mřížkou přímo do zkušebního tělesa již během výroby. K měření a záznamu deformace z optického vlákna byla použita měřící aparatura od firmy Safibra „FBG UARO 15550 fast“. Implementace a použití metody měření deformace pomocí optických vláken u kompozitních materiálů je popsáno například v [D14]. Jedno zkušební těleso bylo poškozeno během výroby, a proto jsou součástí vyhodnocení pouze 4 zkušební tělesa s integrovaným měřícím optickým vláknem.

V následující tabulce jsou uvedeny výsledky experimentů, viz Tabulka 10 . Modul pružnosti vláken v tahu vyhodnocený z deformace optického vlákna je označen E_{opt} a maximální dosažené osově napětí ve vláknech σ_{max} .

Tabulka 10 : Výsledky měření efektivního modulu ve smyku (UHMC vlákno XN80)

| Zkušební těleso | E_{ext} [GPa] | E_{opt} [GPa] | σ_{max} [MPa] | $L_{o\ ext}$ [mm] | Popis zkoušky |
|-----------------------|--------------------|--------------------|-------------------------|----------------------|-------------------------|
| XN-80-A2S_vz1 | 841 | - | 2180 | 160 | Neprůkazná |
| XN-80-A2S_vz2 | 786 | - | 2093 | 200 | Průkazná extenzometr |
| XN-80-A2S_opt1 | 631 | 773 | 1232 | 150 | Průkazná optické vlákno |
| XN-80-A2S_opt2 | 781 | 845 | 1465 | 150 | Průkazná extenzometr |
| XN-80-A2S_opt3 | 884 | 866 | 1984 | 150 | Neprůkazná |
| XN-80-A2S_opt4 | 693 | 821 | 2112 | 150 | Neprůkazná |

Z celkového množství šesti experimentálně změřených zkušebních těles, byly pouze 3 experimenty vyhodnoceny jako průkazné (a to vždy pouze jen jedna z měřících metod poskytla průkazná data - v tabulce označeny tučně), zejména z důvodů nelineárního průběhu deformace během experimentu viz příklad uvedený na Obr. 7-10 (nelineární data z extenzometru a lineární data z optického vlákna).



Obr. 7-10 Experimentální data zkušebního tělesa „XN-80-A2S_opt1“

Zkušební tělesa byla vyloučena zejména pro špatnou geometrickou přesnost, která zapříčinila nelineární průběh deformace během zatěžování. Výsledný experimentálně změřený modul pružnosti v tahu vlákna XN-80-A2S je 780GPa (směrodatná odchylka 7GPa). Maximální dosažené osově napětí ve vláknech σ_{\max} je uvedeno pouze orientačně a výsledky nelze považovat za platné z důvodu neprůkazného porušení zkušebních těles v místech upnutí.

7.7 Závěr kapitoly

Velké množství zkušebních těles bylo znehodnoceno, zlomeno či jinak poškozeno v počátečních fázích experimentů. Standardní tahová zkouška, která je u izotropních materiálů jednou z nejjednodušších základních materiálových zkoušek, byla u jedno-směrově orientovaných zkušebních těles značně problematická (vyjždění z čelistí, podélné rozlomení v čelistech vlivem malé příčné pevnosti, vliv přídavných ohybů, geometrická nepřesnost vlivu příložek a další). Měření vlastností jedno-směrově orientovaných zkušebních těles z ultra-vysoko modulových vláken výše zmíněnými metodami se ukázalo jako ne zcela vhodné. Zejména problémy s upínáním, s měřením pevnosti, značný vliv geometrických nepřesností díky vysokému modulu (600-750GPa suché vlákno) v poměru k rozměrům zkušebního tělesa, předpoklad homogenity zkušebního tělesa vzhledem k obrábění (32 svazků vláken 24K na průřez 20x2,4mm). Zejména obráběním ztrácíme jediný jistý parametr u zkušebního tělesa a tím je počet svazků vláken v průřezu (proto nutný předpoklad homogenity). Některé problematické oblasti by se daly částečně odstranit volbou jiného typu zkoušky, avšak zásadní otázky geometrické přesnosti a homogenity by přetrvaly.

Hlavním cílem kapitoly bylo ověřit návrhové vlastnosti vlákna XN80, jejichž výsledky jsou uvedeny v této kapitole včetně směrodatných odchylek. Výsledky měření pevnosti by výrazně vylepšily lepené či laminované příložky zkušebního tělesa v místech uchycení, zatěžování a opor. Avšak příložky by zhoršily geometrickou přesnost zkušebních těles a tím způsobily znehodnocení měření elastických vlastností, které bylo v tomto případě prioritou, a proto se od laminace příložek upustilo.

Kapitola 7.6 *Tahová zkouška UHMC vlákna XN-80 - nenormalizovaná* popisuje návrh, výrobu a experimentální ověření modulu pružnosti nenormalizovaného zkušebního tělesa použitelnou při výrobě zkušebního tělesa z obtížně zpracovatelných UHMC vláken. Výsledky kapitoly lze považovat za experimentální ověření správnosti vstupů z produktového listu do analytických modelů, protože výsledky uvedené v tabulce, viz Tabulka 10, vykazují velice dobrou shodu s daty uvedenými v produktovém listě. Na základě této shody lze přijmout předpoklad, že i u ostatních HSC a UHMC vláken by byla podobně kvalitní shoda a proto není potřeba zavádět nové empirické opravné koeficienty do analytického modelu. Kapitola dále potvrzuje vhodnost návrhu na základě orientace a počtu suchých vláken, které jsou u přesného navíjení vždy zaručeny. Objemový podíl vláken ve výrobku ovlivňuje zejména geometrické (průřez, kvadratický moment průřezu) a hmotnostní parametry profilu.

8 Experimentální ověření vlivu smyku na celkovou deformaci nosníku

Kompozitní profily nabízejí vysokou ohybovou tuhost a úsporu hmotnosti ve srovnání s běžně používanými izotropními materiály, například s ocelí, duralovými slitinami, litinou. Tyto výhody mohou být omezeny či zcela potlačeny vlivem nízké tuhosti laminy v jejím příčném směru. Tato nízká smyková tuhost může způsobovat problémy již během experimentálního ověření návrhových mechanických vlastností profilu a to lokálními deformacemi v místech zatížení či v místech podpor. Tyto lokální deformace mohou dosahovat až desítek procent z predikovaných celkových deformací a tím negativně ovlivnit celou konstrukci. Stejně komplikace mohou nastat i při vlastním provozu zařízení, proto je potřeba věnovat způsobu zatížení již při návrhu konstrukce velkou pozornost.

Hlavní motivací experimentálního měření vlastností profilu je získání mechanických vlastností při ohybu a příčném smyku profilu. Cílem této kapitoly je provést experiment, kde nežádoucí vlivy lokálních tuhostí budou monitorovány a ideálně minimalizovány tak, aby neovlivnily výsledek experimentu.

K experimentálnímu ověření bylo vybráno hybridní kompozitní zkušební těleso vyrobené metodou navíjení z UHMC a HSC vláken o rozměrech 100x100x1000mm s tloušťkou stěny 8mm. Zkušební těleso má dle databáze profilů označení CS-SS-WA-100 a je typickým zástupcem nosníků používaných při stavbě strojů a zařízení. Například firma Bilsing Automation využívá podobné profily na výrobu 3 až 5-ti metrových ramen manipulátorů pro automatické výrobní linky viz Obr. 8-1 [D7]. Výsledky této kapitoly byly publikovány v [D8].

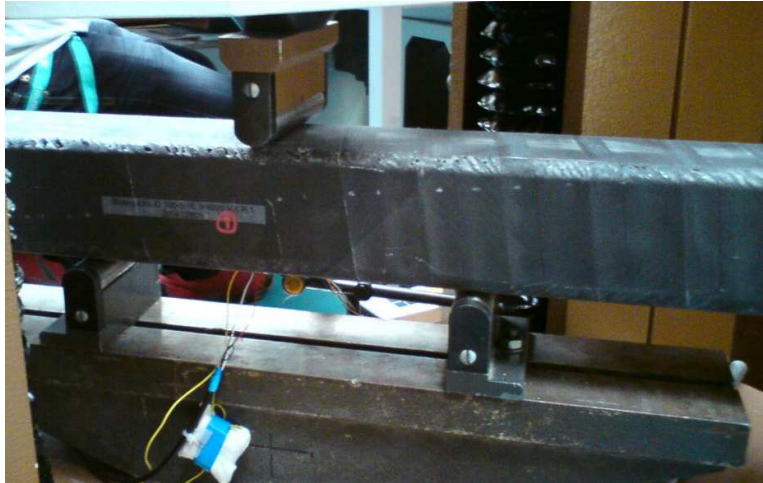


Obr. 8-1 Nosník manipulátoru „crossbar“ firmy Bilsing Automation GmbH. Převzato z [D7].

8.1 Tříbodová ohybová zkouška

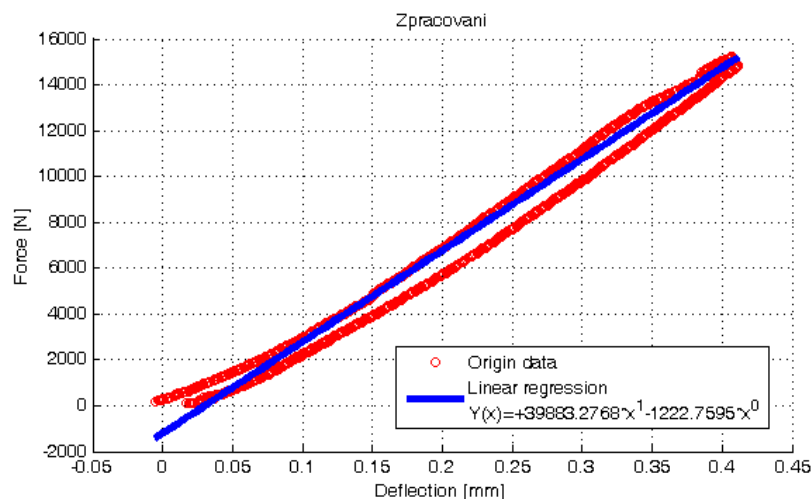
Standartní experimentální metoda kurčení mechanických vlastností je 3-bodová zkouška v ohybu. Zkušební těleso bylo umístěno na válcové podpory a na protilehlé straně bylo zatíženo válcovým zakončením aktuátoru. Při této konfiguraci je v technické praxi běžné snímač deformace nosníku umístit na střed spodní strany, viz Obr. 8-2 [D9].

Zkouška byla provedena v tlakové konfiguraci na stroji FPZ 100/1 od výrobce Heckert v silovém rozsahu 100kN v kombinaci s tenzometrickým snímačem posuvu vlastní výroby (tenká ocelová planžeta osazená dvěma tenzometry v půl-mostovém zapojení). Měřená data byla zapisována měřicí ústřednou Spider 8 od výrobce Hottinger Baldwin Messtechnik.



Obr. 8-2 Konfigurace standardní 3-bodové zkoušky v ohybu. Převzato z [D9].

Byla zvolena vzdálenost podpor 600mm a výsledkem experimentu je závislost deformace na zátěžné síle uvedená na Obr. 8-3 [D9]. Výsledná tuhost profilu byla vyhodnocena pomocí lineární regrese na 39883 N/mm. Zátěžné síle 15kN tedy odpovídá deformace 0,38mm.



Obr. 8-3 Změřená deformace nosníku – 600mm mezi podporami. Převzato z [D9].

8.2 Modifikovaná třibodová zkouška

Motivací k návrhu modifikovaného třibodového experimentu v ohybu byl požadavek na měření deformace nosníku v celé délce zkušebního tělesa, včetně lokálních deformací. Hlavní předpoklad experimentu vychází ze základů teorie pružnosti nosníku a to že horní měřený povrch se deformuje stejně jako spodní povrch a střednice. Tento předpoklad může být splněn pouze pokud lokální deformace nosníku v místech podpor a zavedení síly budou zanedbatelné.

Prvním krokem k realizaci experimentu byl konstrukční návrh, dimenzování, výroba a instalace zatěžujícího přípravku uvedeného na Obr. 8-4. Zvolený přípravek pozitivně ovlivnil dimenzování a typ namáhání celého zatěžujícího celku a jeho použití se ukázalo jako velice výhodné. Druhým krokem bylo umístění ocelových příložek mezi válcové plochy podpor a povrch nosníku s cílem minimalizovat lokální deformace v oblastech podpor. Vzdálenost mezi podporami byla ponechána na 600mm, aby bylo možné výsledky přímo porovnat se standardním typem zkoušky uvedeném v předchozí podkapitole.

8.2.1 Konfigurace modifikované zkoušky

K záznamu deformace měřeného tělesa bylo zvažováno použití digitální korelace obrazu, ale vzhledem k velikosti měřené oblasti v délce 1m a snadné zpracovatelnosti a interpretaci měřených dat byly zvoleny mechanické snímače polohy.



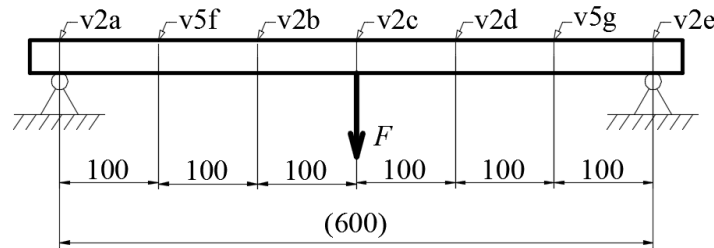
Obr. 8-4 Detail lepeného spoje zatěžujícího přípravku

Indukční snímače posuvu od firmy Hottinger Baldwin Messtechnik řady WI/2mm-T a WI/5-T [27] byly zvoleny v kombinaci s měřicí ústřednou Spider 8 od téhož výrobce a výsledná dosažená přesnost 0,05mm po kalibraci celé sestavy. K zatížení byl použit servo-hydraulický válec PL 160K se siloměrem 160kN od firmy Instron IST.



Obr. 8-5 Modifikovaná zkouška bez výztuh v oblasti podpor (600mm mezi podporami)

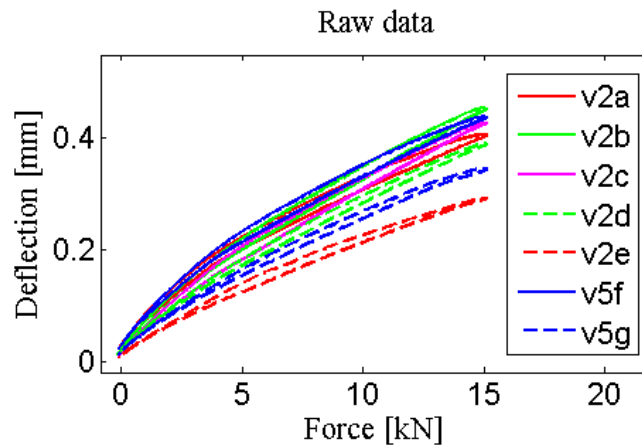
Konfigurace zkoušky je uvedena na Obr. 8-6 [D8] a její realizace na Obr. 8-5. Bylo použito 5 kusů snímačů s rozsahem 2mm (WI/2mm-T) označených „v2a“ až „v2e“ a 2 kusy snímačů s rozsahem 5mm (WI/5mm-T) označených „v5f“ a „v5g“.



Obr. 8-6 Konfigurace 3-bodové ohybové zkoušky – 600mm mezi podporami. Převzato z [D8].

8.2.2 Vyhodnocení naměřených dat

Naměřená data jsou uvedena na Obr. 8-7 [D9]. Trend naměřených dat ukazuje nezanedbatelně velké posuvy v oblastech „v2a“ a „v2e“ nad podporami. Tyto deformace mohou mít příčinu v nedostatečné tuhosti měřícího a zatěžujícího rámu a zároveň se může jednat o lokální deformace měřeného nosníku v místě podpor a zatěžujícího přípravku.



Obr. 8-7 Naměřené průhyby pro modifikovanou zkoušku bez výztuh v oblasti podpor (600mm mezi podporami). Převzato z [D9].

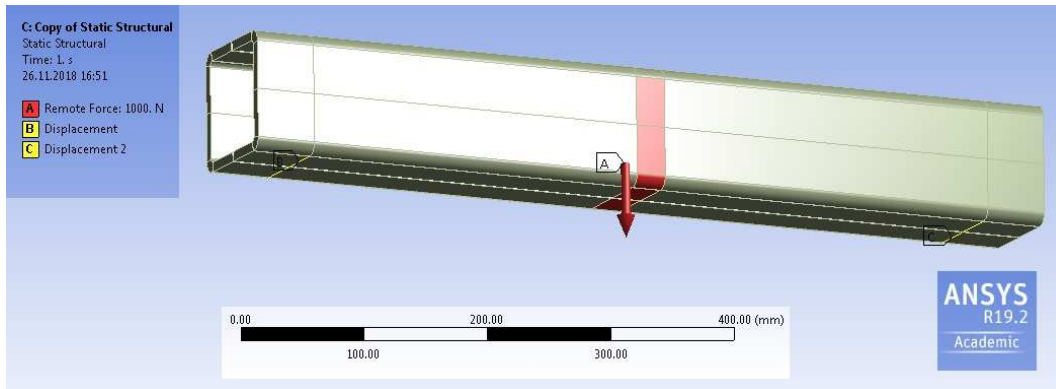
Tyto dvě možné příčiny od sebe nelze rozlišit. Pokud přijmeme předpoklad, že lokální deformace byly zanedbatelné a že deformace nad podporami pochází výhradně z deformace zátěžného a měřícího rámu, můžeme pro každé měřící místo pomocí lineární regrese určit poddajnost místa vzhledem k zátěžné síle.

$$w_{exp(15kN)} = v2c_{reg(15kN)} - \frac{v2a_{reg(15kN)} + v2e_{reg(15kN)}}{2} \quad (8.1)$$

Přenásobením poddajností zátěžnou silou 15kN získáme deformace nad podporami $v2a_{reg(15kN)}$, $v2e_{reg(15kN)}$ a ve středu nosníku nad zátěžným přípravkem $v2c_{reg(15kN)}$ a z nich dle rovnice (8.1) získáme experimentálně určený průhyb nosníku ve směru x_3 při síle 15kN $w_{exp(15kN)}$. Výsledkem takto zpracovaného měření je průhyb nosníku 0,08mm při 15kN a tomu odpovídající tuhost 178000 N/mm.

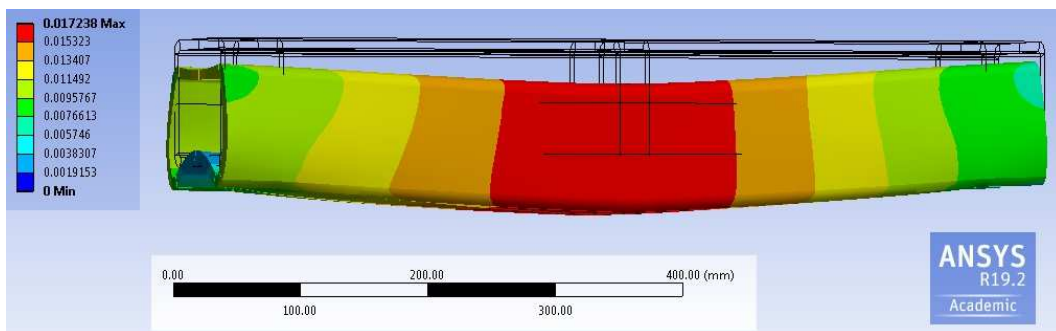
8.2.3 Studie MKP - vliv lokálních deformací

Studie MKP je zaměřena na rekonstrukci modifikovaného experimentu se vzdáleností podpor 600mm. Díky změřeným deformacím podél celé délky zkušebního tělesa se nabízí ověření předpokladu stejných deformací horního povrchu, střednice a spodního povrchu pomocí MKP modelu v řešiči Ansys. Model a síťování profilu jsou detailně popsána v závěrečné výpočtové zprávě grantu Technologické agentury České republiky TA02010543.



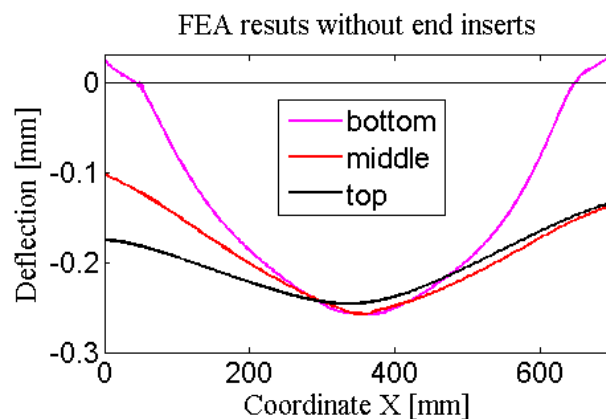
Obr. 8-8 Studie MKP - zatížení

Na Obr. 8-8 jsou zobrazeny okrajové podmínky, zejména rozložení zatížení a na Obr. 8-9 je zobrazena celková deformace při zatížení 1kN a vzdálenosti podpor 600mm.



Obr. 8-9 Studie MKP - deformace při zatížení 1kN

Z celkových deformací je zřejmý nezanedbatelný vliv lokálních deformací na celkovou deformaci.



Obr. 8-10 Výsledky studie MKP při zatížení 15kN. Převzato z [D8].

Na Obr. 8-10 [D8] jsou zobrazeny deformační křivky horního povrchu, střednice a spodního povrchu pro zatížení 15kN a výsledek lze považovat za důkaz, že při modifikované zkoušce není splněn prvotní předpoklad, že horní měřený povrch má stejnou deformaci jako spodní povrch a střednice. K největším rozdílům v deformacích dochází právě v oblastech podpor

8.2.4 Závěr - modifikovaná třibodová zkouška

Srovnání analytických metod a modifikovaného experimentu se standardním 3-bodovým experimentem je uvedeno v následující tabulce, viz Tabulka 11 [D8]. Ze vzájemného srovnání výsledků je zřejmá neshoda, která má příčinu v lokálních deformacích v místech podpor. Minimalizaci lokálních deformací v místech podpor se věnuje následující kapitola.

Tabulka 11 : Srovnání analytických metod s experimentem (pro 600mm mezi podporami a zatížením 15kN). Převzato z [D8].

| Metoda | Průhyb [mm] | Poddajnost [mm/kN] | Δ [%] |
|-----------------------------|-------------|--------------------|--------------|
| Standardní 3-bodová zkouška | 0,38 | 2,53e-02 | 0 |
| Modifikovaný experiment | 0,08 | 5,33e-03 | -79 |
| MKP střednice | 0,14 | 9,33e-03 | -63 |
| Bernoulli | 0,06 | 4,00e-03 | -84 |
| Náhradní model B | 0,10 | 6,67e-03 | -74 |

8.3 Modifikovaná třibodová zkouška s vyztužením v oblasti podpor

Dle předchozí kapitoly dochází při modifikované zkoušce k největším rozdílům v deformacích právě v oblastech podpor. Proto bylo navrženo vyztužení v místech podpor podobné reálným aplikacím, viz Obr. 8-11 [D8]. Duralové inserty s otvorem $\varnothing 60\text{mm}$ a vnějším tvarem odpovídající vnitřní geometrii nosníku v délce 60mm byly zalepené lepidlem na epoxydové bázi do konců zkušební tělesa.



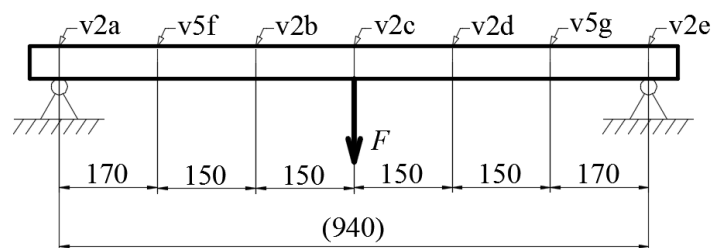
Obr. 8-11 Detail duralových vyztuží v místě podpory – a) zkušební těleso, b) reálná aplikace. Převzato z [D8].

8.3.1 Konfigurace modifikované zkoušky s vyztužením v oblasti podpor

Konfigurace oproti modifikované zkoušce, uvedené v předchozí kapitole, zůstala identická, kromě vzdálenosti mezi podporami, ta byla změněna z původních 600mm na 940mm, viz Obr. 8-13 [D8]. Nová vzdálenost mezi podporami vznikla z požadavku umístění podpor v polovině výztuhy, tedy 30mm od konce nosníku, což při celkové délce zkušebního tělesa 1000mm je právě 940mm mezi podporami. Na Obr. 8-12 [D8] je realizace modifikované zkoušky s vyztužením v oblasti podpor.



Obr. 8-12 Modifikovaná zkouška s výztuhami v oblasti podpor (940mm mezi podporami).
Převzato z [D8].

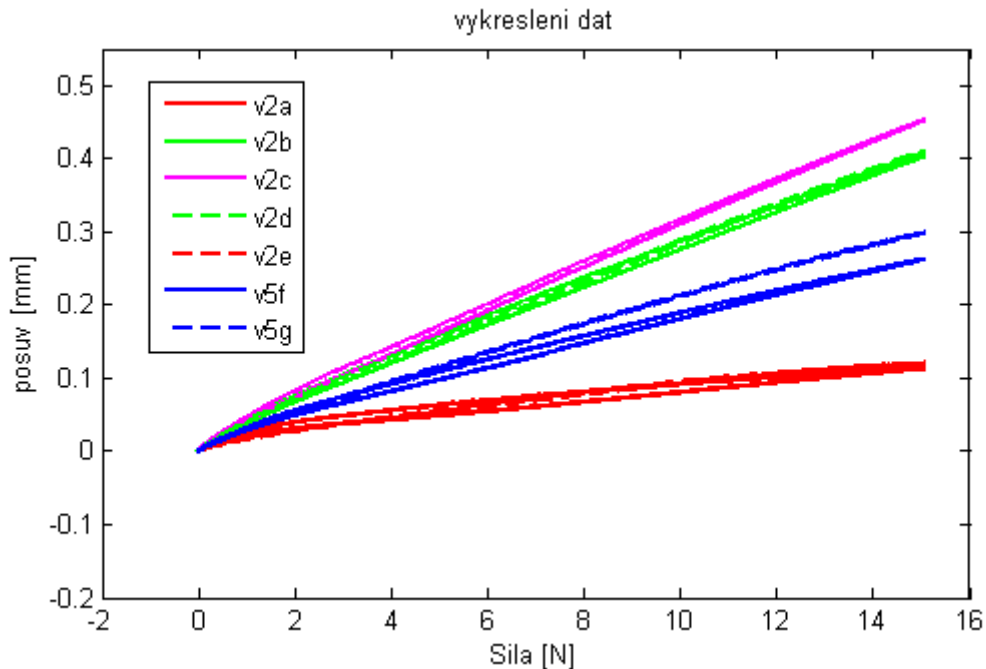


Obr. 8-13 Konfigurace 3-bodové ohybové zkoušky – 940mm mezi podporami. Převzato z [D8].

8.3.2 Vyhodnocení naměřených dat

Naměřená data jsou uvedena na Obr. 8-14. Trend naměřených dat je ve shodě s předpokládaným průběhem a oproti Obr. 8-7 [D9], je zřejmě snížený vliv lokálních deformací na naměřená data. Posuvy v oblastech „v2a“ a „v2e“ nad podporami jsou však stále nezanedbatelné. Lze předpokládat, že naměřené deformace v oblastech podpor mají příčinu v deformaci měřícího a zatěžujícího rámu.

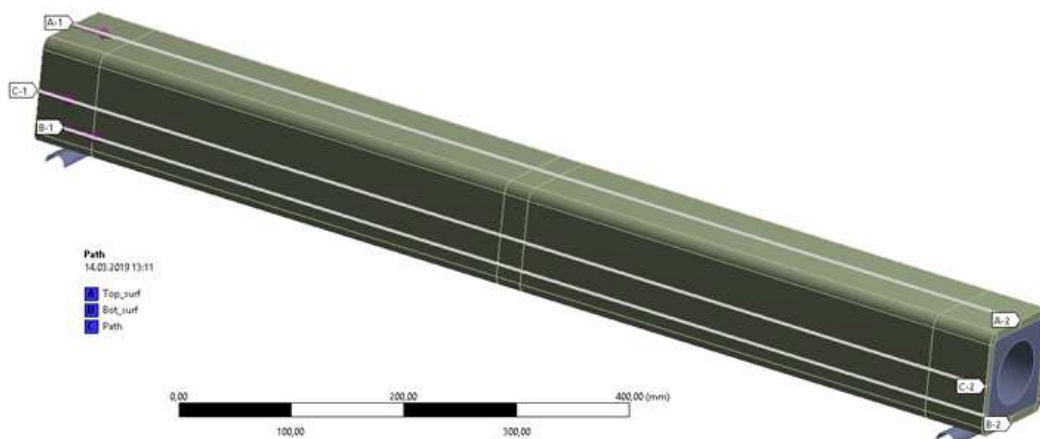
Naměřená data byla zpracována stejně jako v předchozí kapitole a dle (8.1) získáme experimentálně určený průhyb nosníku ve směru x_3 při síle 15kN $w_{exp(15kN)}$. Výsledkem takto zpracovaného měření je průhyb nosníku 0,33mm při 15kN a tomu odpovídající tuhost 45310 N/mm.



Obr. 8-14 Naměřené průhyby pro modifikovanou zkoušku s vyztužením v oblasti podpor (940mm mezi podporami)

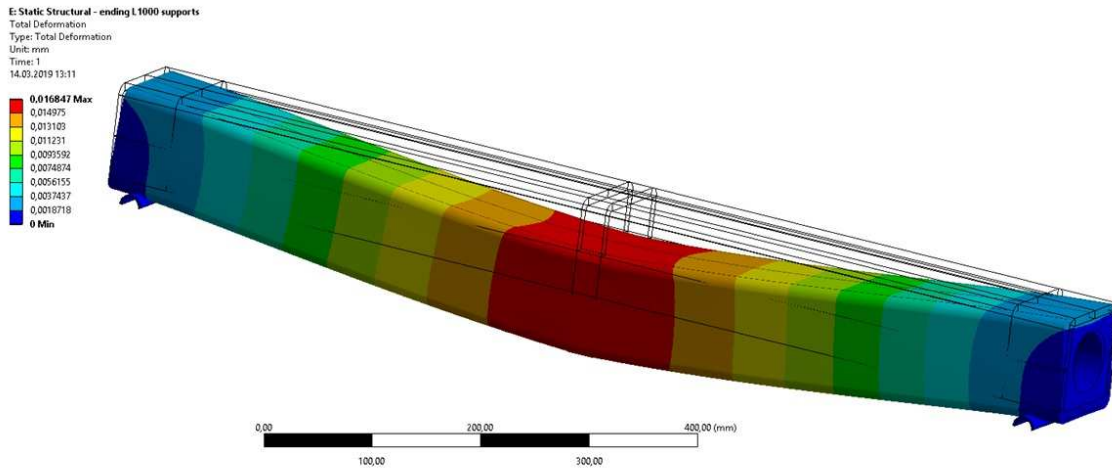
8.3.3 Studie MKP - vliv lokálních deformací s vyztužením v oblasti podpor

Studie MKP je zaměřena na rekonstrukci modifikovaného experimentu s vyztužením v oblasti podpor se vzdáleností podpor 940mm. Stejně jako v předchozí kapitole se jedná o ověření předpokladu stejných deformací horního povrchu, střednice a spodního povrchu pomocí MKP modelu v řešiči Ansys.



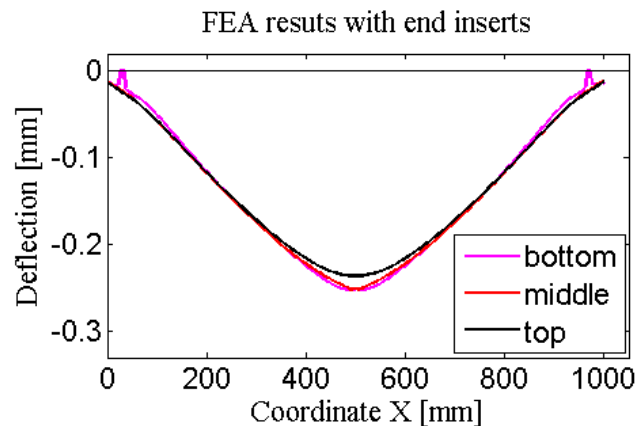
Obr. 8-15 Kontury povrchu, v nichž byl vyhodnocován průhyb MKP

Na Obr. 8-15 jsou zobrazeny kontury povrchu, v nichž byl vyhodnocován průhyb a na Obr. 8-16 je zobrazena celková deformace při zatížení 1kN a vzdálenosti podpor 940mm.



Obr. 8-16 Studie MKP - deformace při zatížení 1kN s vyztužením v oblasti podpor

Z celkových deformací je zřejmý zanedbatelný vliv lokálních deformací na celkovou deformaci. Na Obr. 8-17 [D8] jsou zobrazeny deformační křivky horního povrchu, střednice a spodního povrchu pro zatížení 15kN a výsledek lze považovat za důkaz, že při modifikované zkoušce s vyztužením v oblasti podpor je splněn prvotní předpoklad, že horní měřený povrch má stejnou deformaci jako spodní povrch a střednice.



Obr. 8-17 Výsledky studie MKP při zatížení 15kN s vyztužením v oblasti podpor. Převzato z [D8].

8.3.4 Závěr - modifikovaná třibodová zkouška s vyztužením v oblasti podpor

Díky minimalizaci lokálních deformací v místě zatížení a v místech podpor lze vyhodnocení modifikované zkoušky s vyztužením v oblasti podpor považovat vhodné pro verifikaci analytických modelů. Srovnání analytických metod s modifikovaným experimentem s vyztužením v oblasti podpor je uvedeno v následující tabulce, viz Tabulka 12 [D8].

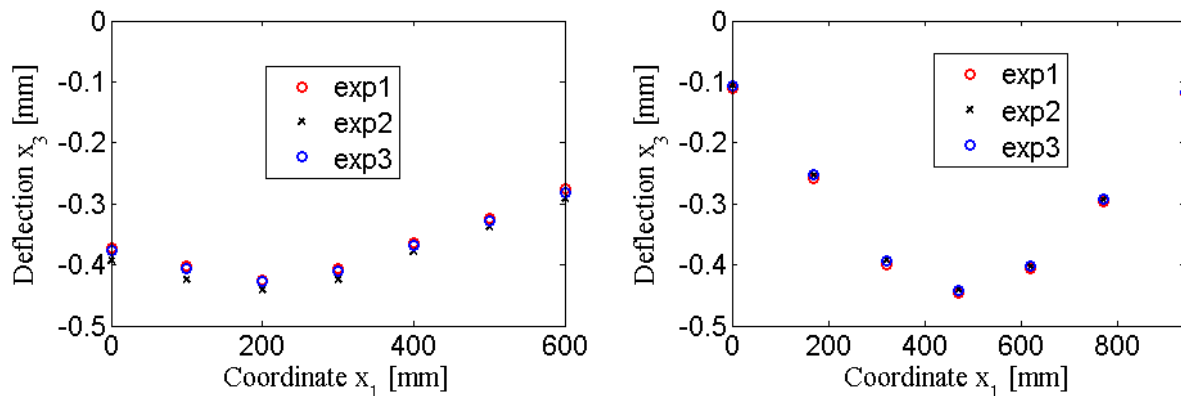
Tabulka 12 : Srovnání analytických metod s experimentem (pro 940mm mezi podporami a zatížením 15kN) . Převzato z [D8].

| Metoda | Průhyb [mm] | Poddajnost [mm/kN] | Δ [%] |
|--|-------------|--------------------|--------------|
| Modifikovaný experiment s inserty v oblasti podpor | 0,33 | 2,20e-02 | 0 |
| MKP s inserty nad podporami | 0,25 | 1,67e-02 | -24 |
| Bernoulli | 0,22 | 1,47e-02 | -33 |
| Náhradní model B | 0,29 | 1,93e-02 | -12 |

8.4 Závěr kapitoly

Nízká smyková tuhost laminy v jejím příčném směru má prokazatelně výrazný vliv na deformace v místech podpor a v místech zatížení. Vliv těchto deformací je natolik velký, že zanedbání lokálních deformací při experimentální verifikaci analytických modelů může vést k chybné verifikaci modelu. Následné použití takto verifikovaného modelu k predikce deformace bude vždy zatíženo nepřesností plynoucí z verifikace modelu. Použití duralových výztuh v místech podpor bylo inspirováno reálnými konstrukcemi a jejich použití při modifikované tříbodové zkoušce se ukázalo jako velice výhodné.

Použití verifikovaného modelu na bázi modifikovaného experimentu s vyztužením v oblasti podpor může u reálné aplikace vést k potížím, viz Obr. 8-18 [D8]. Pokud konstruktér podcení vliv lokálních deformací a neučiní žádné opatření k minimalizaci jejich vlivu, výsledná konstrukce může obsahovat fatální problémy vlivem zvýšených deformací i přes „správně“ predikované deformace analytického modelu.. Jak bylo ukázáno v této kapitole, lokální deformace mohou dosahovat srovnatelných hodnot s predikovanými deformacemi a proto by s touto vlastností by měl být obeznámem každý konstruktér kompozitních konstrukcí.



Obr. 8-18 Naměřené deformace pro 15kN – a) bez vyztužením v oblasti podpor, b) s vyztužením v oblasti podpor. Převzato z [D8].

Cíl kapitoly provést experiment, kde nežádoucí vlivy lokálních deformací budou monitorovány a ideálně minimalizovány tak, aby neovlivnily výsledek experimentu byl splněn. Minimalizací lokálních deformací jsme získaly experimentálně určenou tuhost nosníku, kterou je možné použít pro verifikaci analytických modelů.

9 Závěr

Předkládaná disertační práce přináší nové a autorem disertační práce prvně publikované poznatky v oblasti výpočtových modelů hybridních kompozitních profilů. Teoretické i experimentální výsledky práce byly průběžně publikovány v odborných publikacích, na domácích i zahraničních konferencích a ve výzkumných zprávách. Na výsledky uvedené v této práci je možné navázat v teoretickém i experimentálním směru.

9.1 Zhodnocení vytyčených cílů

Hlavní cíl práce: „Komplexní metodika návrhu hybridních kompozitních struktur nosíkových profilů použitelná v technické praxi při zrychleném návrhu profilu dle požadovaných vlastností řešení“ **byl splněn.**

Návrh komplexní metodiky s využitím analytické explicitní metody přímého určení korigované smykové tuhosti a s příkladem aplikace je uveden v kapitolách 4, 5 a 6. Experimentální verifikace metodiky je uvedena v kapitole 8. V rámci experimentální verifikace modelů byl potvrzen nezanedbatelný vliv smykové deformace, lokálních deformací v místě zatížení a v místech podpor na celkový výsledek experimentu. Z tohoto důvodu byla standardní třibodová zkouška v ohybu dvakrát modifikována, abychom získali experimentální data bez vlivu lokálních deformací, ale s vlivem smykové tuhosti profilu. Výsledná odchylka predikovaného průhybu na základě navržené metodiky je 12% oproti experimentu, což je považováno za velice dobrou shodu. Hlavní výsledky byly publikovány zejména v rámci publikací [D1], [D2], [D8] a [D15].

Dílčí cíl práce: „Navrhnout analytickou explicitní metodu přímého určení korigované smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů“ **byl splněn.**

Odvození a aplikace nového přístupu ke smykové tuhosti profilu ve formě přímého určení korigované smykové tuhosti je popsána v předkládané práci. Odvození potřebných vztahů bylo primárně zvoleno pro čtvercový dutý hybridní profil složený z více typů vláken s epoxydovou pryskyřicí a je součástí této práce. Navržená metodika není závislá na skladbě nosníku, což je považováno za hlavní inovaci, která výrazně usnadňuje praktické použití metody. Nezanedbatelnou výhodou přímého výpočtu korigované smykové tuhosti je její aplikovatelnost na hybridní kompozitní profily, což běžné metody založené na explicitním vyjádření opravného smykového koeficientu neumožňují. Nový způsob výpočtu korigované smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů je hlavní autorský přínos této práce, který doposud nebyl v literatuře popsán. Obsahuje jak teoretický přínos vědě, tak i přínos pro technickou praxi. Výsledky byly publikovány v rámci publikace [D8].

Dílčí cíl práce: „Návrh technické realizace optimalizační smyčky profilu „na míru“ s využitím analytických metod určení ohybové a smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů“ **byl částečně splněn**

Efektivní optimalizační smyčka, která pro dané zatížení určí řešení, které obsahuje jaký profil s jakou skladbou je pro dané zadání optimální s důrazem na reálnou vyrobiteľnosť tohoto řešení, je částečně popsáno v předkládané práci. Z důvodu problematiky specifikace okrajových

podmínek pro různé typy profilů, skladbu či jednotlivé vrstvy a jejich mnohdy nejednoznačného matematického popisu, nebylo možné hlavní program optimalizační smyčky dokončit. Důležitá subrutina iteračního výpočtu, která pro daný profil a skladbu spočítá smykovou tuhost, ohybovou tuhost, měrnou hmotnost, maximální průhyb pro vetknutý nosník, maximální průhyb pro nosník na dvou podporách a ostatní potřebné informace o profilu pro optimalizační smyčku byla dokončena a byl do ní implementován i přímý výpočet korigované smykové tuhosti pro dutý čtvercový profil, viz Příloha 4 a Příloha 5. Díky analytickým modelům mechanických vlastností je výpočetní náročnost subrutiny velice příznivá (výpočet jednoho profilu řádově desítky milisekund) a je vhodná k využití v optimalizačním nástroji a na této bázi ji provozovat bez obtíží i na běžných stolních počítačích. Výsledky byly publikovány v rámci publikace [D1] a [D15].

Dílčí cíl práce: „*Experimentální verifikace analytické explicitní metody přímého určení korigované smykové tuhosti hybridních kompozitních profilů*“ **byl splněn.**

Experimentální verifikace mechanických vlastností predikovaných na základě navržené metodiky je popsána v předkládané práci. V rámci experimentální verifikace modelů byl potvrzen nezanedbatelný vliv smykové deformace, lokálních deformací v místě zatížení a v místech podpor na celkový výsledek experimentu. Z tohoto důvodu byla standardní třibodová zkouška v ohybu dvakrát modifikována, abychom získali experimentální data bez vlivu lokálních deformací, ale s vlivem smykové tuhosti profilu. První modifikace je zaměřena na minimalizaci lokálních deformací v místě zavedení síly, která zároveň umožnila měření deformací po celé horní straně profilu. Druhá modifikace je zaměřena na minimalizaci lokálních deformací v místech podpor, které byly na základě konečně prvkového výpočtu prokázány u první modifikace experimentu. Minimalizace lokálních deformací během měření druhé modifikace experimentu byla úspěšně prokázána kontrolním konečně prvkovým výpočtem. Výsledná odchylka predikovaného průhybu na základě navržené metodiky je 12% oproti experimentu, což je považováno za velice dobrou shodu. Výsledky byly publikovány v rámci publikace [D8].

9.2 Přínos disertační práce pro vědu

Teoretický přínos disertační práce vědě spočívá v odvození a v aplikaci nového přístupu k výpočtu korigované smykové tuhosti. Běžně používané a publikované metody se zaměřují na explicitní vyjádření opravného koeficientu smykové tuhosti obecně jako funkci n -proměnných, např.: počtu vrstev, typu vláken, objemovém podílu, orientaci vláken. Takovéto přístupy vedou k řešení ve formě funkcí, kdy se mění vždy jen jedna z proměnných. Takovéto řešení je obtížné použít v rámci vývojového projektu a v technické praxi je reálně nepoužitelné. Nezanedbatelnou výhodou přímého výpočtu korigované smykové tuhosti je její aplikovatelnost i na hybridní kompozitní profily, což běžné metody založené na explicitním vyjádření opravného koeficientu neumožňují.

9.3 Přínos disertační práce pro technickou praxi

Praktický přínos disertační práce spočívá v navržené metodice přímého výpočtu korigované smykové tuhosti pro hybridní kompozitní profily. Odvození potřebných vztahů je nutné udělat pouze jednou pro daný typ profilu, neb navržená metodika není závislá na skladbě nosníku. Nezávislost na skladbě profilu je považována za hlavní inovaci, která výrazně usnadňuje praktické použití metody. Výpočtová náročnost takového řešení je minimální a proto lze

analytický optimalizační nástroj na této bázi provozovat bez obtíží i na běžných stolních počítačích.

Druhým hlavním přínosem pro praxi jsou detailně zmapované experimentální konfigurace použité při verifikaci analytických modelů predikce deformace při zatížení osamělou silou. Detailní studie lokálních deformací v oblasti zatížení a v oblastech podpor při realizaci experimentu a jejich nezanedbatelný vliv na výsledek experimentu byl prokázán.

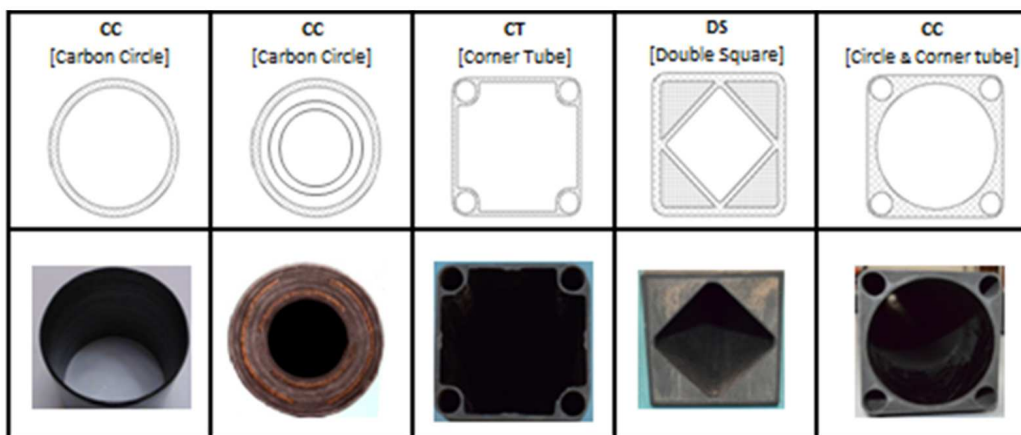
Třetím přínosem pro praxi je zpracovaná fundamentální databáze profilů včetně materiálových, technologických a geometrických parametrů, včetně experimentálního ověření, která v kombinaci s vyvinutou metodikou výpočtu elastických vlastností profilu poskytuje velice robustní nástroj při výběru vhodného profilu. S ohledem na duševní vlastnictví firmy Compo Tech Plus s.r.o. nemohou být detailní informace z databáze profilů prezentovány v této práci.

9.4 Možnosti navzujícího výzkumu

Na výsledky uvedené v této práci je možné navázat v teoretickém i experimentálním směru. V experimentální oblasti lze dosáhnout významného rozšíření zejména verifikací více typů profilů ve více měřících konfiguracích. V této práci je uvedena detailní studie pro vybraný profil a konfiguraci zkoušky a to zejména z důvodu finanční a časové náročnosti zkoušky.

Experimentální verifikace modelu přímého výpočtu korigované smykové tuhosti je v této práci zaměřena na základní čtvercový profil vyrobený metodou navíjení. Možným směrem výzkumu může být ověření modelů vlastností u profilů vyrobených jinými technologiemi. Lze předpokládat, že shoda modelu s experimentem bude podobná, ale tento předpoklad zatím není prokázán.

V teoretickém směru lze navrženou metodiku rozšířit pro různé typy profilů, například na otevřené profily, profily s kruhovým průřezem, viz Obr. 9-1, atd., kterými se tato práce na úrovni přímého výpočtu korigované smykové tuhosti nezabývá. Transformace modelu do sférických souřadnic je zřejmým teoretickým pokračováním této práce. Programy výpočtu mechanických vlastností profilu, včetně přímého výpočtu korigované smykové tuhosti (vše napsané v jazyce Matlab) jsou součástí této práce s cílem usnadnit pokračování dalšího vývoje metodiky, viz Příloha 3, Příloha 4 a Příloha 5.



Obr. 9-1 Příklad profilů vhodných k rozšíření metodiky

10 Použitá literatura

- [1] **LAŠ, V.** Mechanika kompozitních materiálů. 1. vydání. Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň, 2004, pp. 1-154.
- [2] **MAREŠ, T., JIRAN, L.** Odborná zpráva TAČR TA2-0543 V-12-060 Příloha II: Timoshenko beam theory for composite beams, the first approximation of the effect of shear stress. Praha: České vysoké učení technické, 2012, pp. 1-9.
- [3] **VASILIEV, V.:** Mechanics of composite structures – English edition, Taylor & Francis, Bristol, United States of America, 1993, pp. 1-517, ISBN-13 9781569902066.
- [4] **STELLBRINK, Kuno K.U.** Micromechanics of composites: Composite properties of fibre and matrix constituents. München: Hanser, Německo, 1996, pp. 1-118.
- [5] **MAREŠ, Tomáš.** Curvilinear elasticity in biomechanics. Praha: Tomáš Mareš, 2008, pp. 1-85.
- [6] **TSAI, S. W.** Strength and Life of Composite. Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University, Stanford, United States of America, 2008, pp. 1-672, CA 94305-4035, ISBN 978-0-9819143-0-5.
- [7] **KOLLÁR, László P., George S. SPRINGER.** Mechanics of composite structures. Cambridge: Cambridge university press, Great Britain, 2003, pp. 1-480, ISBN-13 978-0-521-80165-2.
- [8] **NETTLES, A. T.** Basic mechanics of laminated composite plates. Alabama: Marshall space flight center, United States of America, 1994, pp. 1-97, NASA reference publication 1351.
- [9] **RAMAN, Prabhu Madabhusi, Davalos, Julio F.** Static shear correction factor for laminated rectangular beams. Elsevier [online], Great Britain, 1996, pp. 285-293, ISSN 1359-8368/96.
- [10] **Nippon graphite fiber corporation.** Granoc yarn XN series [online]. Japan: Nippon graphite fiber corporation, [1995-2014], [vid. 13.ledna 2014], pp. 1-2, dostupné z: http://www.ngfworld.com/dcms_media/other/skill_skill02.pdf.
- [11] **BERTHELOT, J.** Composite materials: Mechanical behavior and structural analysis. Berlin: Springer-Verlag, 1998, pp. 1-646, ISBN 0-387-98426-7.
- [12] **Toray industries, Inc.** Torayca carbon fibres [online]. Japan: Toray industries, Inc., 2005 [vid. 12. března 2019], pp. 1-3, dostupné z: <http://www.torayca.com/en/download/pdf/torayca.pdf>.
- [13] **PETROV, Y.** Definition of hyperbolic functions. [vid. 16.ledna 2014], dostupné z: <http://www.math10.com/en/algebra/hyperbolic-functions/hyperbolic-functions.html>.
- [14] **COWPER, G. R.** The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theory. Journal of Applied Mechanics, roč. 33, čís. 2, 1966, pp. 335-340, DOI:10.1115/1.3625046.

- [15] **TIMOSHENKO, S. P.** On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 1921, pp. 744-746, DOI: 10.1080/14786442108636264.
- [16] **MAREŠ, T., KULÍŠEK, V.** Odborná zpráva TAČR TA2-0543 V-12-060 Příloha III: Timoshenko wound composite beam vibration. Praha: České vysoké učení technické, 2013, pp. 1-18.
- [17] **PUCHEGGER, S., BAUER, S., LOIDL, D., KROMP, K., PETERLIK, H.** Experimental validation of the shear correction factor. Journal of Sound and Vibration 261, 2003, pp. 177-184, DOI: 10.1016/S0022-460X(02)01181-1.
- [18] **BIRMAN, V., BERT, Ch.** On the Choice of Shear Correction Factor in Sandwich Structures. Journal of Sandwich Structures and Materials, 2002, pp. 83-95, DOI: 10.1177/1099636202004001180.
- [19] **AGARWAL, B.D., BROUTMAN L. J., CHANDRASHEKHARA, K.** Analysis and Performance of Fiber Composites 4th Edition. Wiley, United States of America, 2017, pp. 1-576, ISBN: 978-1-119-38998-9.
- [20] **HAD, J.** Návrh numerických modelů 3D kompozitních struktur a posuzování jejich mezních stavů. Disertační práce, České vysoké učení technické v Praze, 2015, pp. 1-137.
- [21] **BARBERO, J. E.** Introduction to Composite Materials Design. Second edition, CRC Press, United States of America, 2011, pp. 1-562, ISBN 978-1-4200-7915-9.
- [22] **HAVEL COMPOSITE.** Technologie výroby kompozitů [online]. [vid. 13. března 2019]. Dostupné z: <https://www.havel-composites.com/clanky/4-Technologie/76-Technologie-jejich-popis-a-schemata.html>
- [23] **PLASTIC.** Technologie - autokláv [online]. [vid. 14. března 2019], dostupné z: <http://www.plastic.cz/technologie-autoklav>.
- [24] **CONCORDIA CENTRE FOR COMPOSITES.** Automated Fiber Placement Laboratory EV.OS2 [online]. [vid. 14. března 2019], dostupné z: <https://www.concordia.ca/research/composites/facilities.html>.
- [25] **HOLMES, D. P.** Mechanics of Materials: Bending – Shear Stress, Boston University [online]. [vid. 14. března 2019], dostupné z: <http://www.bu.edu/moss/mechanics-of-materials-bending-shear-stress>.
- [26] **SHARMA, S. C.** Shearing stress distribution in typical cross-sections [online]. Indian Institute of Technology Roorkee, [vid. 14. března 2019], dostupné z: <https://nptel.ac.in/courses/Webcourse-contents/IIT-ROORKEE/strength%20of%20materials/lects%20%20pics/image/lect28%20and%029/lecture%2028%20and%2029.htm>.
- [27] **Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH,** Displacement sensors [online]. [vid. 28. Března 2019], pp. 1-2, dostupné z: <https://www.hbm.cz/wp-content/uploads/B01119.pdf>.
-

- [28] **ASTM D638-08**, Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics. ASTM International, West Conshohocken, United States of America, 2008, pp. 1-16, www.astm.org.
- [29] **ASTM D695-15**, Standard Test Method for Compressive Properties of Rigid Plastics. ASTM International, West Conshohocken, United States of America, 2015, pp. 1-8, www.astm.org.
- [30] **ASTM D5379 / D5379M-12**, Standard Test Method for Shear Properties of Composite Materials by the V-Notched Beam Method. ASTM International, West Conshohocken, United States of America, 2012, pp. 1-14, www.astm.org.
- [31] **HP-Textiles GmbH**. 50K Kohlefaserveroving | HP-HT-50K [online]. [vid. 22. května 2019], dostupné z: <https://shop.hp-textiles.com/shop/de/50k-kohlefaserveroving-hp-ht-50k.html>.
- [32] **KARAMANLI, A.** Flexure analysis of laminated composite and sandwich beams using timoshenko beam theory. Journal of Polytechnic, roč. 21, čís. 3, 2018, pp. 633-643, ISSN: 2147-9429.
- [33] **TIMOSHENKO, S. P., Goodier, J. C.** Theory of Elasticity 2nd edition. McGraw-Hill Book Co. Inc., New York-Toronto-London, 1951, pp. 1-506, OL6090054M.
- [34] **MITSUBISHI CHEMICALS**. Pitch-based Carbon Fiber DIALEAD [online]. Japan: Mitsubishi Chemical Corporation, [vid. 28.července 2019,], dostupné z: https://www.m-chemical.co.jp/en/products/departments/mcc/cfc/product/1201229_7502.html.
- [35] **COMPO TECH PLUS**. Aktivita - hnací hřídele [online]. Česká republika: Compo Tech Plus s.r.o., [vid. 28.července 2019], dostupné z: <http://www.Compo Tech.com/cs/project/hnaci-hridele>.
- [36] **NAMMO COMPOSITE SOLUTIONS**. Our company – what we do [online]. United States of America: Nammo Composite Solutions, LLC., [vid. 28.července 2019,], dostupné z: <http://www.nammo-cs.com/our-company/what-we-do>.
- [37] **SUN, J., RŮŽIČKA, M., UHER, O.** Measurement of Tensile Stiffness of Cross Wound Tubes. Proceedings of CTU Workshop, Praha, 2003, pp. 660-661, ISBN 80-01-02708-2.
- [38] **KACHANOV, M., SHAFIRO, B., TSUKROV, I.** Handbook of Elasticity Solutions. Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 2003, pp. 1-324, ISBN 1-4020-1472-4.
- [39] **MINDLIN, R. D., DERESIEWICZ, H.** Timoshenko's shear coefficient for flexural vibrations of beams. Columbia University in the City of New York, United States of America, 1953, pp. 1-14.
- [40] **PŘÍSPĚVATELÉ WIKIPEDIE**, Timošenkova teorie ohybu nosníku [online]. Wikipedie: Otevřená encyklopedie, [vid. 3.června 2019], dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Timo%C5%A1enkova_teorie_ohybu_nosn%C3%ADku#cite_note-Mindlin1953-31.
- [41] **HUTCHINSON, J R.** Shear coefficients for Timoshenko Beam Theory. Journal of Applied Mechanics, roč. 68, čís. 1, 2001, pp. 87-92, ISSN 0021-8936, DOI:10.1115/1.1349417.

- [42] **MITSUBISHI CHEMICAL FUNCTIONAL PRODUCTS.** How to handle High Modulus Carbon Fibre „DIALEAD“ [online]. [vid. 3.června 2012], dostupné z: <http://www.m-kagaku.co.jp/carbonfiber/index.htm>.
- [43] **1001CRASH.** Worries about new composite made airplane [online]. [vid. 13.srpna 2019], dostupné z: <https://www.1001crash.com/index-page-composite-lg-2.html>.
- [44] **KIRON, M. I.** Basic Woven Fabric Structure [online]. [vid. 13. srpna 2019], dostupné z: <https://textilelearner.blogspot.com/2012/07/basic-woven-fabric-structure-plain.html>.
- [45] **TECHSOFT ENGINEERING.** ANSYS Design Xplorer [online]. [vid. 13.srpna 2019], dostupné z: <https://www.techsoft-eng.cz/software/ansys-designexplorer#scroll-down>.
- [46] **DOSTÁL, Z. BEREMLIJSKI, P.** Metody optimalizace – interaktivní verze [online]. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava a Západočeská univerzita v Plzni, [vid. 13. srpna 2019], pp. 1-333, dostupné z: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/metody_optimalizace_obr.pdf.
- [47] **IHI Logistics a Machinery Corporation.** Automotive FA Systems [online]. [vid. 14.srpna 2019], dostupné z: https://www.ihl.co.jp/ilm/en/products/car_fa/index.html.
- [48] **UHER, O.** Mathematical modeling of behaviour of filament wound composite structures. disertační práce, České vysoké učení technické v Praze, Praha, 2003, pp. 1-69.
- [49] **ASTM D4018-17,** Standard Test Methods for Properties of Continuous Filament Carbon and Graphite Fiber Tows. ASTM International, West Conshohocken, United States of America, 2017, pp. 1-7, www.astm.org.
- [50] **ZULAIKA, J., CAMPA, F. J.** New Concepts for Structural Components. Machine Tools for High Performance Machining, Springer, 2009, pp. 47-73, ISBN 978-1-84800-379-8.
- [51] **LAŠ, V.** Mechanika kompozitních materiálů. Západočeská univerzita v Plzni, [vid. 13.března 2019], 2006, pp. 1-25, presentace dostupná z <https://slideplayer.cz/slide/3099070>.

11 Publikace autora k tématu disertační práce

- [D1] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M., KULÍŠEK, V., MAREŠ, T., DOUBRAVA, K., UHER, O.** Design of composite hybrid structures “on request”. *Materials Today: Proceedings*, Vol. 3, Issue 4, 2016, pp. 1129-1134. (indexed in Scopus, WOS)
- [D2] **RŮŽIČKA, M., KULÍŠEK, V., VRBA, P., SMOLÍK, J., POŠVÁŘ, Z.** Mechanical properties of composite structural parts for machine tools. Extended abstract. In: *Proceeding of 35th Danubia-Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics*, Sinaia, Romania, 2018, pp. 65-66.
- [D3] **KULÍŠEK, V., RŮŽIČKA, M., UHER, O., SMOLÍK, J., POŠVÁŘ, Z.** Aplikace vláken typu PITCH do nosných komponent výrobních strojů. *Mezinárodní konference Polymerní kompozity 2017*, stať ve sborníku, Spolek pro technickou podporu a propagaci polymerních kompozitů, Praha, 2017, pp. 34-41, ISBN 978-80-906713-0-0.
- [D4] **KULÍŠEK, V., RŮŽIČKA, M., VRBA, P., SMOLÍK, J., POŠVÁŘ, Z.** Porovnání mechanických vlastností modelových nosných vzorků pro obráběcí stroje. *Mechanika kompozitních materiálů a konstrukcí*, stať ve sborníku, Západočeská univerzita v Plzni, Plzeň, 2018, pp. 1-6.
- [D5] **POŠVÁŘ, Z.** Compo Tech new beams for frame assembly. příspěvek interní konference Compo Tech Plus s.r.o., Zadov, 2015, pp. 1-14.
- [D6] **POŠVÁŘ, Z.** Analytical models for standard sections. příspěvek interní konference Compo Tech Plus s.r.o., Zadov, 2015, pp. 1-7.
- [D7] **POŠVÁŘ, Z.** Carbon Fibres Projects with Bilsing Automation North America. příspěvek interní konference Compo Tech Plus s.r.o., Zadov, 2017, pp. 1-25.
- [D8] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M., KULÍŠEK, V., MAREŠ, T., UHER, O., DOUBRAVA, K.** Experimental verification of analytical model for deflection prediction of hybrid carbon fibre profile under three point bending tests. In: *Proceeding of 57th conference on experimental stress analysis*, Luhačovice, 2019, pp. 426-433, ISBN 978-80-214-5766-9. (indexed in Scopus, competition of young scientists - 2nd place)
- [D9] **RŮŽIČKA, M., KULÍŠEK, V., POŠVÁŘ, Z., MAREŠ, T., DOUBRAVA, K., HAD, J.** Výpočtové a experimentální postupy pro zjišťování statických a dynamických vlastností hybridních kompozitních struktur – Experimentální část. závěrečná zpráva projektu TA02010543 Technologické agentury České republiky, České vysoké učení technické v Praze a Compo Tech Plus s.r.o., Praha, 2015, pp. 1-91.
- [D10] **RŮŽIČKA, M., KULÍŠEK, V., POŠVÁŘ, Z., MAREŠ, T., DOUBRAVA, K.** Výpočtové a experimentální postupy pro zjišťování vlastností hybridních kompozitních struktur – výpočtová část. závěrečná zpráva projektu TA02010543 Technologické agentury České republiky, České vysoké učení technické v Praze a Compo Tech Plus s.r.o., Praha, 2015, pp. 1-80.

- [D11] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Comparison of tensile and compressive modulus for ultra-high modulus carbon fibre XN80-A2S. In: Proceeding of 15th Workshop of applied mechanics, Praha, 2014, pp. 1-6.
- [D12] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Dynamic and static bending properties of hybrid carbon tube. Studentská tvůrčí činnost, stať ve sborníku, České vysoké učení technické v Praze, Praha, 2014, pp. 1-8.
- [D13] **DOUBRAVA, K., POŠVÁŘ, Z.** Statické zatížení H-rámů z uhlíkových a duralových profilů. Výzkumná zpráva projektu TA02010543 Technologické agentury České republiky, České vysoké učení technické v Praze a Compo Tech Plus s.r.o., Praha, 2015, pp. 1-12.
- [D14] **DVOŘÁK, M., HAD, J., POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Monitoring of 3D Composite Structures Using Fiber Optic Bragg Grating Sensors. Structural Health Monitoring 2011: Condition-Based Maintenance and Intelligent Structures - Proceedings of the 8th International Workshop on Structural Health Monitoring, Stanford University, Lancaster, Pennsylvania: DEStech Publications, Inc., vol. 2, 2011, pp. 1595-1602, ISBN 978-1-60595-053-2. (indexed in Scopus, WOS)
- [D15] **KULÍŠEK, V., RŮŽIČKA, M., KAŠPÁRKOVÁ, T., POUL, R., POŠVÁŘ, Z.** Modeling of composite spindle rams. vyzvaný příspěvek semináře Výpočtová mechanika, Západočeská univerzita v Plzni, Špičák, 2015, pp. 1-22.

12 Ostatní publikace autora

- [E1] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Composite beam with cell structure for high stiffness short beam application. 20th International conference on composite materials - Structural Analysis and Optimization, poster, Copenhagen, Denmark, 2015, pp. 1.
- [E2] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Winding and 3D-cell beam structure comparison in bending properties. 18th Workshop of applied mechanics, Praha, 2015, pp. 1-3.
- [E3] **DVOŘÁK, M., POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Studie a návrh metodiky zkoušek pro systém Smart Structure. Výzkumná zpráva projektu MPO FR-TI1/290 - *Demonstrátor kompozitní řídicí plochy velkého dopravního letounu podle předpisu CS-25, Praha, 2010, pp. 1-5.
- [E4] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Hybrid-composite bar element with collision resistant properties. 20th Workshop of applied mechanics, Praha, 2016, pp. 1-6.
- [E5] **POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Hybrid-composite bar element with collision resistant properties – Experience with the first prototype. In: Proceeding of 23rd Workshop of applied mechanics, Praha, 2017, pp. 1-3.
- [E6] **POŠVÁŘ, Z.** Nafukovací lisovací trn k výrobě vláknového kompozitního profilu. užitný vzor, 2015, pp. 1-3.
- [E7] **DOUBRAVA, K., PONÍŽIL, T., KULÍŠEK, V., POŠVÁŘ, Z., RŮŽIČKA, M.** Experimental and numerical analysis of the head tube joint strength. In: Proceeding of 57th conference on experimental stress analysis, Luhačovice, 2019, pp. 42-49, ISBN 978-80-214-5766-9. (indexed in Scopus)
- [E8] **POŠVÁŘ, Z.** New winding machine Compo005 – new products and technology knowledge. příspěvek interní konference Compo Tech Plus s.r.o., Zadov, 2019, pp. 1-14.
- [E9] **POŠVÁŘ, Z.** New winding machine Compo005 – design and production. příspěvek interní konference Compo Tech Plus s.r.o., Zadov, 2017, pp. 1-27.

Příloha 1

Zápis specifikace profilu do textového souboru pro vybraný profil (technické parametry jednotlivých vrstev jsou v rámci technického know-how výrobce nahrazeny XX):

```

NAZEV PROFILU: CS_CP_WA_80_UHMC

Plocha prurezu profilu Aa[m^2]
Aa = 1.4383e-03

Kvadraticky moment prurezu profilu J[m^4]
J = 1.0900e-06

Smykova tuhost profilu A[N]
A = 1.0746e+07

Ohybova tuhost profilu D[N*m^2]
D = 2.2900e+05

Merna hmotnost profilu M[kg/m]
M = 2.3393e+00

Merny moment setrvacnosti prurezu I[kg*m]
I = 1.7594e-03

Bernoulli vs Timoshenko (rozdil<5%) pro vetknuty nosnik mezni delka[m]
L_mez = 1.14

PARAMETRY VNEJSIHO OVINU:

Vnejsi rozmer ctvercoveho profilu H[mm]
H = 80.0

Vnejsi radius rohu R[mm]
R = 0.0

vrstva      tloustka      uhel  obj.podil      typ vlakna
      1          XX mm  XX°   XX %           XX

PARAMETRY NAVINU VNITNIHO 8-hr PROFILU:

Vnitрни rozmer profilu [mm]
h = 65.0

Velikost zkosení hrany ("zkoseni" x 45°) [mm]
zkoseni = 15.0

vrstva      tloustka      uhel  obj.podil      typ vlakna
      1          XX mm  XX°   XX %           XX

PARAMETRY NAVINU 5-hr ROHOVENO PROFILU:

Delka delsi hrany 5-ti hranneho rohoveho otvoru ( neni to ta sikma !!! ) [mm]
a = 20.0

Delka kratši hrany 5-ti hranneho rohoveho otvoru [mm]
b = 5.0

vrstva      tloustka      uhel  obj.podil      typ vlakna
      1          XX mm  XX°   XX %           XX

PARAMETRY VYPLNE PROFILU CP:

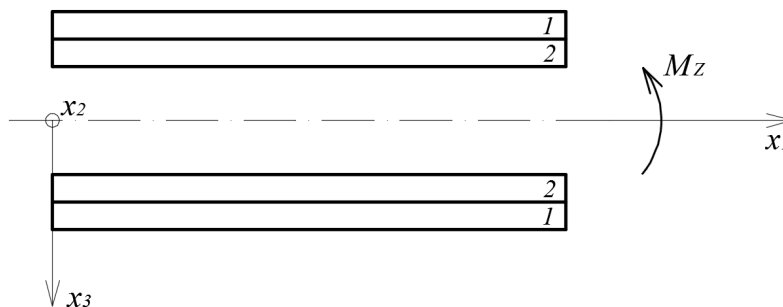
vrstva      tloustka      uhel  obj.podil      typ vlakna
      1          XX mm  XX°   XX %           XX

```


Příloha 2

Odvození normálového napětí v pásnici profilu. Předpoklady: tenké vrstvy, křivost všech vrstev v řezu je identická, modul pružnosti dílčí vrstvy E_i je v celé vrstvě konstantní, zatížení pouze ohybovým momentem, symetrická skladba pásnic vzhledem k souřadnému systému.

Na Obr. P.1 je uveden element v souřadnicovém systému x_1, x_2, x_3 , pro který je odvození uvedeno.



Obr. P.1 Element nosníku – odvození normálového napětí v pásnici

Křivost κ' je pro všechny vrstvy v řezu konstantní a dle rovnice (P.1) lze na základě křivosti a souřadnice x_3 určit poměrnou deformaci $\varepsilon_{(x_3)}$.

$$\varepsilon_{(x_3)} = \kappa' \cdot x_3 \quad (\text{P.1})$$

Při předpokladu tenkých vrstev lze uvažovat napětí v i -té vrstvě σ_i konstantní. Upravením Hookova zákona a rovnice (P.1), získáme dle rovnice (P.2) a (P.3), normálové napětí v dílčích vrstvách, kde E_i je modul pružnosti i -té vrstvy ve směru x_1 .

$$\sigma_1(x_3) = E_1 \cdot \kappa' \cdot x_3 \quad (\text{P.2})$$

$$\sigma_2(x_3) = E_2 \cdot \kappa' \cdot x_3 \quad (\text{P.3})$$

Ohybový moment Mz musí být v rovnováze s vnitřními silovými účinky σ_i , respektive s jejich váženou integrací přes celý průřez o ploše A , viz rovnice (P.4).

$$Mz = \int_{(A)} \sigma_i \cdot x_3 \, dA \quad (\text{P.4})$$

Rovnici (P.4) je možné rozdělit na dva integrály a za napětí σ_1 a σ_2 dosadit dle (P.2) a (P.3). Tím získáme rovnici (P.5), která určuje, jak je výsledný moment Mz rozdělen mezi dílčí vrstvy. Plocha dílčí vrstvy i je označena A_i .

$$Mz = \int_{(A_1)} E_1 \cdot \kappa' \cdot x_3^2 \, dA_1 + \int_{(A_2)} E_2 \cdot \kappa' \cdot x_3^2 \, dA_2 \quad (\text{P.5})$$

Integrací rovnice (P.5), získáme rovnici (P.6), kde J_i je kvadratický moment průřezu i -té vrstvy a $(EJ)_{ekv}$ je ekvivalentní tuhost celého profilu.

$$Mz = \kappa' \cdot E_1 \cdot J_1 + \kappa' \cdot E_2 \cdot J_2 = \kappa' \cdot (E \cdot J)_{ekv} \quad (P.6)$$

Úpravou rovnice (P.6) a (P.2), získáme rovnici (P.7) a jejím zobecněním rovnici (P.8), která určuje normálové napětí v i -té vrstvě pásnice s ohledem na ekvivalentní ohybovou tuhost celého profilu.

$$\sigma_1 = \frac{Mz}{(E \cdot J)_{ekv}} E_1 \cdot x_3 \quad (P.7)$$

$$\sigma_i = \frac{Mz}{(E \cdot J)_{ekv}} E_i \cdot x_3 \quad (P.8)$$

Příloha 3

Funkce „*elasticABD.m*“ využívaná k výpočtu elastických vlastností navíjené vrstvy, napsáno v jazyce Matlab.

```
function [E1111,E3131,hustota,E_lok,E_glob]= elasticABD(typ,uhel,objP,pocet)
E1111= zeros(pocet,1);
E3131= zeros(pocet,1);
Gxz_xy= zeros(pocet,2);
hustota = zeros(pocet,1);
tl_p = 1; % implicitní tlouška vrstvy (0,25 celkove tlousky vrstvy)
for j=1:pocet
%% definovani vlastnosti jednotlivych materialu [MPa], XN60= 1, XN80 = 2, T700/STS = 3, korek
= 4, ocel = 5, litina = 6 , k13916 = 7, k63712 = 8, 3D_real_vzorek = 9

% epoxyd
em=2800;
gm=1600;
nym=0.4;
rom=1200; %hustota matrice kg/m3

% CN-60-A2S
if typ(j,1)==1
eL=632000;
eT=5000;
gL=20000;
nyLT=0.35;
tex=1766; %ltex=lg/1000m
bundle=0.833; %mm2
rof=tex/bundle; %hustota vlakna kg/m3
end

% CN-80
if typ(j,1)==2
eL=779000;
eT=5000;
gL=20000;
nyLT=0.35;
tex=1768; %ltex=lg/1000m
bundle=0.82; %mm2
rof=tex/bundle; %hustota vlakna kg/m3
end

% T700
if typ(j,1)==3
eL=235000;
eT=15000;
gL=50000;
nyLT=0.3;
tex=800; %ltex=lg/1000m
bundle=0.47; %mm2
rof=tex/bundle; %hustota vlakna kg/m3
end

% korek
if typ(j,1)==4
eL=38;
eT=eL;
gL=8;
nyLT=0.3;
tex=800; %ltex=lg/1000m puvodně 800 pro Festku oprava na 200
bundle=1; %mm2
rof=tex/bundle; %hustota kg/m3
end

% ocel
if typ(j,1)==5
eL=210000;
eT=210000;
gL=80000;
nyLT=0.3;
rof=7850 ; %hustota kg/m3
end
```

Příloha 3

```
% litina Tacr 130x130
if typ(j,1)==6
eL=117526;
eT=117526;
gL=44494;
nyLT=0.32;
rof=7158 ;      %hustota kg/m3
end

% k13916
if typ(j,1)==7
eL=760000;
eT=5000;
gL=20000;
nyLT=0.35;
tex=1768;      %ltex=lg/1000m
bundle=0.82; %mm2
rof=tex/bundle; %hustota vlakna kg/m3
end

% k63712
if typ(j,1)==8
eL=640000;
eT=5000;
gL=20000;
nyLT=0.35;
tex=1766;      %ltex=lg/1000m
bundle=0.833; %mm2
rof=tex/bundle; %hustota vlakna kg/m3
end

% 3D_realne_zmereny vzorek vlastnosti (zde jen, aby probehl cyklus,
% vlastnosti definované na konci programu
if typ(j,1)==9
eL=640000;
eT=5000;
gL=20000;
nyLT=0.35;
tex=1766;      %ltex=lg/1000m
bundle=0.833; %mm2
rof=tex/bundle; %hustota vlakna kg/m3
end

% dural
if typ(j,1)==10
eL=70000;
eT=70000;
gL=25000;
nyLT=0.3;
rof=2800 ;      %hustota kg/m3
end

%% vypocet vlastnosti vrstvy v souřadnicovem systemu L, T, T' (pozn T'=T_ )
Vf=objP(j,1)/100;
Vm=1-Vf;
hustota(j,1)=Vf*rof+Vm*rom;
%zakladni smesovaci pravidlo pro EL (OK)
EL=Vf*eL+Vm*em;

%zakladni smesovaci pravidlo pro ET (nejnižší hodnoty viz SPECIFIKACE2)
ET=eT*em/(Vm*eT+Vf*em);

%zakladni smesovaci pravidlo pro GLT (nejnižší hodnoty viz SPECIFIKACE2)
GLT=gLT*gm/(Vm*gLT+Vf*gm);

%zakladni smesovaci pravidlo pro nyTL (OK)
nyLT=Vf*nyLT+Vm*nym;

% nastrel
nyTT=0.35;

%% prvky matice poddajnosti
s11=1/EL;
s12=-nyLT/EL;
s22=1/ET;
s23=-nyTT/ET;
```

Příloha 3

```

s44=2*(s22-s23);
GTT=1/s44;
s66=1/GLT;

%E1, E2, G12, n12, G13, G23
uhm=[EL, ET, GLT, nyLT, GLT, GTT];
E_lok = [EL, ET, nyLT, GLT, GTT];

% *****
% Laminat
% *****
%%% E11 (MPa), E22 (MPa), G12 (MPa), nu12, G13 (MPa),G23 (MPa), angle (deg), thickness (mm)
L(1,:)=[uhm,uhel(j,1),tl_p];
L(2,:)=[uhm,-uhel(j,1),2*tl_p];
L(3,:)=[uhm,uhel(j,1),tl_p]; %konec t1
% L(4,:)=[hs,0,tl_p]; %t2
% L(5,:)=[uhm,45,tl_p];
% L(6,:)=[uhm,-45,2*tl_p];
% L(7,:)=[uhm,45,tl_p]; %konec t3
% L(8,:)=[uhm,0,tl_p]; %t4
% L(9,:)=[hs,45,tl_p];
% L(10,:)=[hs,-45,2*tl_p];
% L(11,:)=[hs,45,tl_p]; %konec t5
% L(12,:)=[hs,0,tl_p]; %t6

tloustky=sum(L(:,8)); %celkova tloustka

[M,N]=size(L);
%%% Compute stiffness and compliance matrices of each lamina

%% Using material lamina axis (1 - long. fiber, 2 - transversal fiber)
%matice poddajnosti v systemu souradnic laminy

S=zeros(3,3,M);
S_o=zeros(3,3,M);
ST=zeros(2,2,M);
ST_o=zeros(2,2,M);

for i=1:M;
    theta=L(i,7)*pi/180;
    m=cos(theta);
    n=sin(theta);
    S(1,1,i)=1/L(i,1);
    S(1,2,i)=-L(i,4)/L(i,1);
    S(2,1,i)=-L(i,4)/L(i,1);
    S(2,2,i)=1/L(i,2);
    S(3,3,i)=1/L(i,3);

    S_o(1,1,i)=S(1,1,i)*m^4+(2*S(1,2,i)+S(3,3,i))*m^2*n^2+S(2,2,i)*n^4;
    S_o(1,2,i)=(S(1,1,i)+S(2,2,i)-S(3,3,i))*m^2*n^2+S(1,2,i)*(m^4+n^4);
    S_o(1,3,i)=(2*S(1,1,i)-2*S(1,2,i)-S(3,3,i))*m^3*n-(2*S(2,2,i)-2*S(1,2,i)-S(3,3,i))*m*n^3;
    S_o(2,1,i)=S_o(1,2,i);
    S_o(2,2,i)=S(1,1,i)*n^4+(2*S(1,2,i)+S(3,3,i))*m^2*n^2+S(2,2,i)*m^4;
    S_o(2,3,i)=(2*S(1,1,i)-2*S(1,2,i)-S(3,3,i))*m*n^3-(2*S(2,2,i)-2*S(1,2,i)-S(3,3,i))*m^3*n;
    S_o(3,1,i)=S_o(1,3,i);
    S_o(3,2,i)=S_o(2,3,i);
    S_o(3,3,i)=2*(2*S(1,1,i)+2*S(2,2,i)-4*S(1,2,i)-S(3,3,i))*m^2*n^2+S(3,3,i)*(m^4+n^4);

    ST(1,1,i)=1/L(i,6);
    ST(2,2,i)=1/L(i,5);

    ST_o(1,1,i)=ST(1,1,i)*m^2+ST(2,2,i)*n^2;
    ST_o(1,2,i)=(ST(2,2,i)-ST(1,1,i))*m*n;
    ST_o(2,1,i)=ST_o(1,2,i);
    ST_o(2,2,i)=ST(1,1,i)*n^2+ST(2,2,i)*m^2;

    Qb(:,:,i)=inv(S_o(:,:,i)); %tuhost v systemu laminatu
    QbT(:,:,i)=inv(ST_o(:,:,i)); %tuhost v systemu laminatu
end;

%%% Compute Middle plane location

```

```

TH=0;
z=zeros(M,1);
th=zeros(M,1);
th_mid=tloustky/2; %souradnice stredu vrstev

%%% vektor koncu a pocatku vrstev
h1=zeros(M,1);
pom=0;

for i=1:M
    h1(i)=L(i,8)+pom;
    pom=pom+L(i,8);
end

h0=h1-L(:,8);
h1=h1-th_mid;
h0=h0-th_mid;

%%% Compute A,B,D matrices
A=zeros(3,3);
B=zeros(3,3);
D=zeros(3,3);

F=zeros(2,2);
F2=zeros(2,2);
for i=1:M;
    A(:,:)=A(:,:)+Qb(:,:,i)*(h1(i)-h0(i));
    B(:,:)=B(:,:)+1/2*Qb(:,:,i)*(h1(i)^2-h0(i)^2);
    D(:,:)=D(:,:)+1/3*Qb(:,:,i)*(h1(i)^3-h0(i)^3);
    F(:,:)=F(:,:)+QbT(:,:,i)*(h1(i)-h0(i));
end;

ABD =[A B;B D];
ABDi=inv(ABD);
Eabdi=1./(ABDi*4);

%Modul Ex
A1=ABD;
A2=A1;
A2(:,1)=[];
A2(1,:)=[];
Ex=det(A1)/det(A2)*1/tloustky;
E1111(j,1)=Ex;
%Modul Ey
A2=A1;
A2(:,2)=[];
A2(2,:)=[];
Ey=det(A1)/det(A2)*1/tloustky;

%Modul Gxy
A2=A1;
A2(:,3)=[];
A2(3,:)=[];
Gxy=det(A1)/det(A2)*1/tloustky;

%Poisson nxy
A2=A1;
A3=A1;
A2(:,2)=[];
A2(1,:)=[];
A3(:,1)=[];
A3(1,:)=[];

nxy=det(A2)/det(A3);

Gyz=F(1,1)/tloustky;
Gxz=F(2,2)/tloustky;
%test pres inverzi, vyjde zcela stejne
% Ft=F./tloustky;
% Fin=inv(Ft);
% Finv=1./Fin
%%%GLT pouze pro navijenou vrstvu (stejne vlakno)
E3131(j,1)=(Gxz+Gxy)/2; % pro ohyb je polovina profilu namahana smykem 12 a druha 13

```

```

Gxz_xy(j,1) = Gxz;
Gxz_xy(j,2) = Gxy;

E_glob = [Ex, Ey, nxy, Gxy, Gyz, Gxz];

%% dle prvků z NASA clanku

% aa1=ABD(1,1)/tloustky;
% aa2=ABD(1,2)/tloustky*( (ABD(2,3)*ABD(1,3)-ABD(1,2)*ABD(3,3)) / (ABD(2,2)*ABD(3,3)-
ABD(2,3)^2) );
% aa3=ABD(1,3)/tloustky*(-ABD(1,3)/ABD(3,3)+(ABD(2,3)*ABD(1,2)*ABD(3,3)-
ABD(2,3)*ABD(2,3)*ABD(1,6)) / (ABD(2,2)*ABD(3,3)*ABD(3,3)-ABD(2,3)*ABD(2,3)*ABD(3,3)));
% exx=aa1+aa2+aa3;
%
% gg1=ABD(3,3)/tloustky;
% gg2=ABD(2,3)^2/tloustky/ABD(2,2);
% gg3=(2*ABD(1,3)*ABD(1,2)*ABD(2,2)*ABD(2,3)-ABD(1,2)^2*ABD(2,3)^2-
ABD(1,3)^2*ABD(2,2)^2)/tloustky/(ABD(1,1)*ABD(2,2)^2-ABD(1,2)^2*ABD(2,2));
% gxy=gg1-gg2+gg3;

% 3D_realne_zmereny vzorek vlastnosti (zde natvrdo)
if typ(j,1)==9
    E1111(j,1) = 216000 ;
    E3131(j,1) = 6340;
    hustota(j,1) = 1700 ;
end

end

end

```

Příloha 4

Program výpočtu vlastností profilu dle typu geometrie a skladby „*CS_profil_zadani.m*“, napsáno v jazyce Matlab.

```
% puvodni verze CS ve které je vše z geometrie v jednom souboru, a vola
% akorát funkce elasticABD.m

clear all
clc, format compact, close all

%uvod, co to je a k cemu
fprintf('\nProgram na vypocet ohybove a smykove tuhosti a konstant A,D \npro profil s
konstantnim radiusem z kompozitu Uhlik/Epoxyd')
fprintf('\n Autor: Zdenek Posvar\n\n')

% zadavat novy nosnik, nebo jen prevypocet ?
zadani_t=sprintf('Nove zadani nosniku [ ANO = A , prevypocet stavajiciho = "cokoliv" ]: ');
zadani = input (zadani_t, 's');
nove_zadani = strcmp(zadani,'A');

% ulozeni nazvu nosniku do promenne nazev
text=sprintf('Zadej nazev nosniku: ');
nazev = input (text, 's');

% nove_zadani = 0;
% nazev = 'CS_CP_WA_80_HMC' ;

%deklarace promennych pro vsechny mozne komponenty
Aad=0; Ad=0; Jd=0; Dd=0; Md=0; Id=0;
Aap=0; Ap=0; Jp=0; Dp=0; Mp=0; Ip=0;
Aact=0; Act=0; Jct=0; Dct=0; Mct=0; Ict=0;
Aac=0; Ac=0; Jc=0; Dc=0; Mc=0; Ic=0;
Aas=0; As=0; Js=0; Ds=0; Ms=0; Is=0;
Aacc=0; Acc=0; Jcc=0; Dcc=0; Mcc=0; Icc=0;
Aacp=0; Acp=0; Jcp=0; Dcp=0; Mcp=0; Icp=0;
Aacpp=0; Acpp=0; Jcpp=0; Dcpp=0; Mcpp=0; Icpp=0;
Aacppp=0; Acppp=0; Jcppp=0; Dcppp=0; Mcppp=0; Icppp=0;
AarA=0; ArA=0; JrA=0; DrA=0; MrA=0; IrA=0;
AarB=0; ArB=0; JrB=0; DrB=0; MrB=0; IrB=0;

%%nacteni jiz ulozeného profilu
if nove_zadani == 0
nacti_data=sprintf('load %s_ALL.mat', nazev);
eval (nacti_data);
nove_zadani = 0; %neb se mi načtením přepsala na 1 (z toho, když jsem to zadával)
end

% deklarace textových proměnných
text_vlakno_TYP=sprintf(' [XN60 = 1, XN80 = 2, T700/STS = 3, korek = 4, ocel = 5, litina = 6,
k13916 = 7, k63712 = 8, Cell_3D_real = 9, Dural = 10 ] ');
% TYP_nazvy = ' HMC = XN60, UHMC = XN80, HSC = T700, tlumici = korek, ocel, litina ';
TYP_nazvy = text_vlakno_TYP;
TYP= ['HMC      '; 'UHMC      '; 'HSC      '; 'tlumici '; 'ocel      '; 'litina '; 'UHMC      '; 'UHMC
'; '3D_Cell '; 'dural      ']; % mezerami se musi doplnit, aby ve vseh stejny pocet znaku
text_elastic=sprintf('[E1111,E3131,hustota,E_lok,E_glob]= elasticABD(typ,uhel,objP,pocet);');
%k volani funkce vypoctu elastickyh konstant

% text_elastic=sprintf('[E1111,E3131,hustota]=
elasticABDwall(typ,uhel,objP,pocet,tloustka);'); %k volani funkce vypoctu elastickyh
konstant

spravne=0;
while spravne==0 % definovani z ceho je ktery profil slozeny
promena_cykl=0;
fprintf('\n SS = Simple Square, ST = Square + Tube, SC = Simple Circle, DS = Double Square,\n
CT = Corner Tubes, CC = Circle + Corner Tubes, CP = Corner Pentagons, SR = Simple Rectangular
\n\n');

if nove_zadani == 1
text=sprintf('Zadej typ nosniku [ SS, SC, ST, CT, DS, CC, CP, SR ]: ');
varianta = input (text, 's');
end
```


Příloha 4

```
%% definovani promeny promena_cykl dle prislusneho typu profilu
%prosty ctverec = Simple Square
varSS=strcmp(varianta,'SS');
if varSS==1
promena_cykl=1; % 1 znamena, ze soucasti profilu je vnejsi ovin ctverce
promena_cykl2=4; % 4 znamena, ze stredova trubka není soucasti profilu
promena_cykl3=4; % 4 znamena, ze rohove trubky nejsou soucasti profilu
promena_cykl4=4; % 4 znamena, ze stredovy ctverec není soucasti profilu
promena_cykl5=4; % 4 znamena, ze vypln mezi trubkou a ovinem a roh. trubickami není soucasti
profilu
promena_cykl6=4; % 4 znamena, ze rohovy 5-ti uhelnik není soucasti profilu
promena_cykl7=4; % 4 znamena, ze vypln UD mezi 8-sten, 5-ti stěnem a ovinem není soucasti
profilu
promena_cykl8=4; % 4 znamena, ze vnitřní 8-mi stěn není soucasti profilu
promena_cykl9=4; % 4 znamena, ze soucasti profilu není vnejsi ovin obdelniku
end

%ctverec + stredova trubka = Square + Tube
%porovnavaci profil, Compotech nevyrabí
varSS=strcmp(varianta,'ST');
if varSS==1
promena_cykl=1; % 1 znamena, ze soucasti profilu je vnejsi ovin ctverce
promena_cykl2=1; % 4 znamena, ze stredova trubka není soucasti profilu
promena_cykl3=4; % 4 znamena, ze rohove trubky nejsou soucasti profilu
promena_cykl4=4; % 4 znamena, ze stredovy ctverec není soucasti profilu
promena_cykl5=4; % 4 znamena, ze vypln mezi trubkou a ovinem a roh. trubickami není soucasti
profilu
promena_cykl6=4; % 4 znamena, ze rohovy 5-ti uhelnik není soucasti profilu
promena_cykl7=4; % 4 znamena, ze vypln UD mezi 8-sten, 5-ti stěnem a ovinem není soucasti
profilu
promena_cykl8=4; % 4 znamena, ze vnitřní 8-mi stěn není soucasti profilu
promena_cykl9=4; % 4 znamena, ze soucasti profilu není vnejsi ovin obdelniku
end

%dvojity ctverec = Double Square
varSS=strcmp(varianta,'DS');
if varSS==1
promena_cykl=1; % 1 znamena, ze soucasti profilu je vnejsi ovin ctverce
promena_cykl2=4; % 4 znamena, ze stredova trubka není soucasti profilu
promena_cykl3=4; % 4 znamena, ze rohove trubky nejsou soucasti profilu
promena_cykl4=1; % 4 znamena, ze stredovy ctverec není soucasti profilu
promena_cykl5=4; % 4 znamena, ze vypln mezi trubkou a ovinem a roh. trubickami není soucasti
profilu
promena_cykl6=4; % 4 znamena, ze rohovy 5-ti uhelnik není soucasti profilu
promena_cykl7=4; % 4 znamena, ze vypln UD mezi 8-sten, 5-ti stěnem a ovinem není soucasti
profilu
promena_cykl8=4; % 4 znamena, ze vnitřní 8-mi stěn není soucasti profilu
promena_cykl9=4; % 4 znamena, ze soucasti profilu není vnejsi ovin obdelniku
end

%prosta trubka = Simple Circle
varSS=strcmp(varianta,'SC');
if varSS==1
promena_cykl=4; % 1 znamena, ze soucasti profilu je vnejsi ovin ctverce
promena_cykl2=1; % 4 znamena, ze stredova trubka není soucasti profilu
promena_cykl3=4; % 4 znamena, ze rohove trubky nejsou soucasti profilu
promena_cykl4=4; % 4 znamena, ze stredovy ctverec není soucasti profilu
promena_cykl5=4; % 4 znamena, ze vypln mezi trubkou a ovinem a roh. trubickami není soucasti
profilu
promena_cykl6=4; % 4 znamena, ze rohovy 5-ti uhelnik není soucasti profilu
promena_cykl7=4; % 4 znamena, ze vypln UD mezi 8-sten, 5-ti stěnem a ovinem není soucasti
profilu
promena_cykl8=4; % 4 znamena, ze vnitřní 8-mi stěn není soucasti profilu
promena_cykl9=4; % 4 znamena, ze soucasti profilu není vnejsi ovin obdelniku
end

%rohove trubicky = Corner Tubes
varSS=strcmp(varianta,'CT');
if varSS==1
promena_cykl=1; % 1 znamena, ze soucasti profilu je vnejsi ovin ctverce
promena_cykl2=4; % 4 znamena, ze stredova trubka není soucasti profilu
promena_cykl3=1; % 4 znamena, ze rohove trubky nejsou soucasti profilu
promena_cykl4=4; % 4 znamena, ze stredovy ctverec není soucasti profilu
promena_cykl5=4; % 4 znamena, ze vypln mezi trubkou a ovinem a roh. trubickami není soucasti
profilu
promena_cykl6=4; % 4 znamena, ze rohovy 5-ti uhelnik není soucasti profilu
```

Příloha 4

```
promena_cykl7=4; % 4 znamena, ze vypln UD mezi 8-sten, 5-ti stěnem a ovinem není součástí
profilu
promena_cykl8=4; % 4 znamena, ze vnitřní 8-mi stěn není součástí profilu
promena_cykl9=4; % 4 znamena, ze součástí profilu není vnější ovin obdelniku
end

% prirubovy profil = Circle + Corner Tubes
varSS=strcmp(varianta,'CC');
if varSS==1
promena_cykl1=1; % 1 znamena, ze součástí profilu je vnější ovin ctverce
promena_cykl2=1; % 4 znamena, ze stredova trubka není součástí profilu
promena_cykl3=1; % 4 znamena, ze rohove trubky nejsou součástí profilu
promena_cykl4=4; % 4 znamena, ze stredovy ctverec není součástí profilu
promena_cykl5=1; % 4 znamena, ze vypln mezi trubkou a ovinem a roh. trubickami není součástí
profilu
promena_cykl6=4; % 4 znamena, ze rohovy 5-ti uhelnik není součástí profilu
promena_cykl7=4; % 4 znamena, ze vypln UD mezi 8-sten, 5-ti stěnem a ovinem není součástí
profilu
promena_cykl8=4; % 4 znamena, ze vnitřní 8-mi stěn není součástí profilu
promena_cykl9=4; % 4 znamena, ze součástí profilu není vnější ovin obdelniku
end

% novy extralight = Corner + Pentagons
varSS=strcmp(varianta,'CP');
if varSS==1
promena_cykl1=1; % 1 znamena, ze součástí profilu je vnější ovin ctverce
promena_cykl2=4; % 4 znamena, ze stredova trubka není součástí profilu
promena_cykl3=4; % 4 znamena, ze rohove trubky nejsou součástí profilu
promena_cykl4=4; % 4 znamena, ze stredovy ctverec není součástí profilu
promena_cykl5=4; % 4 znamena, ze vypln mezi trubkou a ovinem a roh. trubickami není součástí
profilu
promena_cykl6=1; % 4 znamena, ze rohovy 5-ti uhelnik není součástí profilu
promena_cykl7=1; % 4 znamena, ze vypln UD mezi 8-sten, 5-ti stěnem a ovinem není součástí
profilu
promena_cykl8=1; % 4 znamena, ze vnitřní 8-mi stěn není součástí profilu
promena_cykl9=4; % 4 znamena, ze součástí profilu není vnější ovin obdelniku
end

% obdelnikovy profil = Simply Rectangular
varSS=strcmp(varianta,'SR');
if varSS==1
promena_cykl4; % 1 znamena, ze součástí profilu je vnější ovin ctverce
promena_cykl2=4; % 4 znamena, ze stredova trubka není součástí profilu
promena_cykl3=4; % 4 znamena, ze rohove trubky nejsou součástí profilu
promena_cykl4=4; % 4 znamena, ze stredovy ctverec není součástí profilu
promena_cykl5=4; % 4 znamena, ze vypln mezi trubkou a ovinem a roh. trubickami není součástí
profilu
promena_cykl6=4; % 4 znamena, ze rohovy 5-ti uhelnik není součástí profilu
promena_cykl7=4; % 4 znamena, ze vypln UD mezi 8-sten, 5-ti stěnem a ovinem není součástí
profilu
promena_cykl8=4; % 4 znamena, ze vnitřní 8-mi stěn není součástí profilu
promena_cykl9=1; % 1 znamena, ze součástí profilu je vnější ovin obdelniku
end
if promena_cykl==0
    fprintf('\nSpatne zadany typ nosniku\n\n');
else
    spravne=1;
end
end

%%% definovani a vypocet pro pasky z tlumiciho materialu (vytvoreno pro
%%% pasky ve vnějšim ovinu)

pocet = 1; % jsou proste 3 vrstvy a pokud není korek, tak je tlouštka = 0
objP = 100 ;
typ = 4 ; % 4 = korek
uhel = 0 ;

eval(text_elastic); %funkce vypoctu elastických konstant
E1111_tlumici=E1111;
E3131_tlumici=E3131;
hustota_tlumici=hustota;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% vnější ovin definovani
if promena_cykl==1
```

```
promena_cykl=2;
if nove_zadani == 1
fprintf('\n\n ZADEJ PARAMETRY VNEJSIHO OVINU\n\n');
rozmer_vnejsi_ctverec = input ('Zadej vnejsi rozmer ctvercoveho profilu [mm] ');
if promena_cykl3==1 || promena_cykl6==1 %pokud nejsou rohove trubicky, nebo rohovy 5-ti
uhelnik, tak se ptej na vnejsi radius rohu
Re = 0;
else
Re = input ('Zadej vnější rādus rohu [mm] ');
end
pocet = input ('Zadej pocet vrstev vnejsiho ovinu ');
tloustka = zeros(pocet,1);
uhel = zeros(pocet,1);
objP = zeros(pocet,1);
typ = zeros(pocet,1);
tlumici_sirka = zeros(pocet,1);
fprintf('\nVrstvy cislovane od vnitriho rozmeru \n\n')

for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej tloustku vrstvy_%d [mm] ',i);
tloustka(i,1) = input (text);
end
for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej uhel navinu vrstvy_%d [°] ',i);
uhel(i,1) = input (text);
if uhel(i,1) == 0
text=sprintf('Je soucasti vrstvy tlumici material? [ ANO = A , NE = "cokoliv" ] ');
tlum = input (text, 's');
tlumA=strcmp(tlum,'A');
if tlumA==1
text=sprintf('Zadej sirku pasku tlumiciho materialu (predpoklad symetricky na
vsech cttyrech stenach) [ mm ]: ');
tlumici_sirka (i,1) = input (text); % sirka korku ve vrstvě (tloušťka implicitně
stejná, jako tloušťka vrstvy)
end
end
end

end
for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej objemovy podil vrstvy_%d [%%] ',i);
objP(i,1) = input (text);
end
for i=1:pocet
text_vlakno=sprintf('Zadej typ vlakna vrstvy_%d %s ',i, text_vlakno_TYP);
typ(i,1) = input (text_vlakno);
end
tloustkas = tloustka;
uhels = uhel;
objPs = objP;
typs = typ;
pocets = pocet;
TLO=sum(tloustka);
vnitrni_roz_ovin = rozmer_vnejsi_ctverec - 2 * TLO ; % vnitri rozmer vnejsiho ovinu
end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% vnejsi ovin pro Rectangular definovani
if promena_cykl9==1
promena_cykl9=2;
if nove_zadani == 1
fprintf('\n\n ZADEJ PARAMETRY VNEJSIHO OVINU - predpoklad stejne skladby na vsech stenach
\n\n');
rozmer_vnejsi_ctverec_A = input ('Zadej vnejsi rozmer profilu (vetsi - vyska) "A" [mm] ');
rozmer_vnejsi_ctverec_B = input ('Zadej vnejsi rozmer profilu (mensi - sirka) "B" [mm] ');

Re = input ('Zadej vnější rādus rohu [mm] ');

pocet = input ('Zadej pocet vrstev vnejsiho ovinu ');
tloustka = zeros(pocet,1);
uhel = zeros(pocet,1);
objP = zeros(pocet,1);
typ = zeros(pocet,1);
tlumici_sirka = zeros(pocet,1);
fprintf('\nVrstvy cislovane od vnitriho rozmeru \n\n')

for i=1:pocet
```

```

text=sprintf('Zadej tloustku vrstvy_%d [mm] ',i);
tloustka(i,1) = input (text);
end
for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej uhel navinu vrstvy_%d [°] ',i);
uhel(i,1) = input (text);
%   if uhel(i,1) == 0
%       text=sprintf('Je soucasti vrstvy tlumici material? [ ANO = A , NE = "cokoliv" ] ');
%       tlum = input (text, 's');
%       tlumA=strcmp(tlum,'A');
%       if tlumA==1
%           text=sprintf('Zadej sirku pasku tlumiciho materialu (predpoklad symetricky na
vsech cttyrech stenach) [ mm ]: ');
%           tlumici_sirka (i,1) = input (text); % sirka korku ve vrstvě (tloušťka implicitně
stejná, jako tloušťka vrstvy)
%       end
%   end
end

end
for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej objemovy podil vrstvy_%d [%%] ',i);
objP(i,1) = input (text);
end
for i=1:pocet
text_vlakno=sprintf('Zadej typ vlakna vrstvy_%d %s ',i, text_vlakno_TYP);
typ(i,1) = input (text_vlakno);
end
tloustkaR = tloustka;
uhelR = uhel;
objPR = objP;
typR = typ;
pocetR = pocet;
TLO=sum(tloustka);

    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  vnejsi ovin Rectangular vypocet - nastojato
if promena_cykl9==2
    promena_cykl9=3; %vypocet vnejsiho ovinu, rozdeleno od zadavani kvuli dopocitani polohy
rohove trubicky

tloustka = tloustkaR;
uhel = uhelR;
objP = objPR;
typ = typR;
pocet = pocetR;
TLO=sum(tloustka);

vnitrni_roz_ovin_A = rozmer_vnejsi_ctverec_A - 2 * TLO ; % vnitřni rozmer vnejsiho ovinu
vnitrni_roz_ovin_B = rozmer_vnejsi_ctverec_B - 2 * TLO ; % vnitřni rozmer vnejsiho ovinu

eval(text_elastic); %funkce vypoctu elasticckych konstant
E1111R=E1111;
E3131R=E3131;
hustotaR=hustota;

Ai = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta A pro vrstvu
Di = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta D pro vrstvu
Ji= zeros(pocet,1); %kvadraticke momenty jednotlivych vrstev
Aai= zeros(pocet,1); %plochy jednotlivych vrstev
Mi = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta M pro vrstvu
Ii = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta I pro vrstvu
Aa_tlumicii= zeros(pocet,1);
J_tlumicii= zeros(pocet,1);

    Ri=Re-TLO; %vnitřni radius rohu

if Ri<=0
    fprintf('\nPrilis maly radius, vypocet probehne se zanedbanim radiusu rohu\n')
    Rii=0;
end
%vypocet Timoshenko konstanta A

```

Příloha 4

```
rozA= vnitřni_roz_ovin_A ; % rozmer
rozB= vnitřni_roz_ovin_B ; % rozmer

Rvne=Ri; %preulozeni, aby v cyklu se správně počítalo
for i=1:pocet % pozor, indexy jsou od vnitřního rozmeru

    rozA2= rozA ; %mensi rozmer
    rozB2= rozB ; %mensi rozmer

    rozA=rozA2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer
    rozB=rozB2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer

    if Ri<=0
        Rvni=0;
        Rvne=0;
    else
        Rvni=Rvne;
        Rvne=Rvni + tloustka(i,1);
    end
    vne=(2*Rvne)^2 - pi()*Rvne^2;
    vni=(2*Rvni)^2 - pi()*Rvni^2;

    %% vypocet parametru pro tlumici pasky (Aa, A, D, J) - neuvažujeme
    %% tlumení

    % BB = tlumici_sirka (i,1); %sirka tlumiciho pasku
    % HH1 = roz2 ; % vnitřni rozmer teto vrstvy = vnejsi rozmer predchozi vrstvy

    % HH2 = roz;
    % vnej = 1/12 * BB * HH2^3 + 1/12 * HH2 * BB^3 ;
    % vnit = 1/12 * BB * HH1^3 + 1/12 * HH1 * BB^3 ;

    % Aa_tlumicii(i,1)= 2 * BB * ( HH2 - HH1 ) ; % plocha vrstvy, 2* protoze toto
je vypocet pouze pro 2 =>*2 =4 vyztuhy
    Aa_tlumicii(i,1) = 0;
    % J_tlumicii(i,1)= vnej - vnit ;
    J_tlumicii(i,1)= 0 ;

Aai(i,1)= rozA * rozB - rozA2 * rozB2 - vne + vni - Aa_tlumicii(i,1);

Ai(i,1)=E3131(i,1)*Aai(i,1) + E3131_tlumici * Aa_tlumicii(i,1);
end
AarA= ( sum(Aai) + sum(Aa_tlumicii)) /1000^2; % plocha prurezu, 1000^2 je prevod do
zakladnich jednotek SI (mm^2 => m^2)[m^2]
ArA=sum(Ai); % Timoshenkova konstanta prurezu A [N]

%vypocet Timoshenko konstanta D
rozA= vnitřni_roz_ovin_A ; % rozmer
rozB= vnitřni_roz_ovin_B ; % rozmer

Rvne=Ri;
avz=vnitřni_roz_ovin_A/2-Re; %o kolik se posouva ve steinerove vete
for i=1:pocet

    rozA2= rozA ; %mensi rozmer
    rozB2= rozB ; %mensi rozmer

    rozA=rozA2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer
    rozB=rozB2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer

    if Ri<=0
        Rvni=0;
        Rvne=0;
    else
        Rvni=Rvne;
        Rvne=Rvni + tloustka(i,1);
    end
    vne=Rvne^4/6 +2*Rvne^2*(avz+Rvne/2)^2 - pi()* (2*Rvne)^4/64/2 - pi()/2*Rvne^2*avz^2;
    vni=Rvni^4/6 +2*Rvni^2*(avz+Rvni/2)^2 - pi()* (2*Rvni)^4/64/2 - pi()/2*Rvni^2*avz^2;

Ji(i,1)= 1/12 * (rozA^3 * rozB - rozA2^3 * rozB2)- 2*vne + 2*vni - J_tlumicii(i,1); % vne a
vni 2*, neb jsou pocitane jen pro jednu polovinu

if i==1 % uloz kvadraticky moment plochy uvnitr vnejsiho ovinu (pro vypln)
    J_uvnitr_ovinu = 1/12 * rozA2^3 * rozB2 - 2 * vni ;
end
```

Příloha 4

```
Di(i,1)=E1111(i,1)*Ji(i,1) + E1111_tlumici * J_tlumicii(i,1);
end
JrA= ( sum(Ji) + sum(J_tlumicii) )/1000^4; % kvadraticky moment prurezu, 1000^4 je prevod do
zakladnich jednotek SI (mm^4 => m^4)
DrA=sum(Di)/1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich
jednotek SI (mm^2 => m^2) [N*m^2]

%vypocet Timoshenko konstanta M (linearni hustota)
for i=1:pocet
Mi(i,1)= ( hustota(i,1)*Aai(i,1) + hustota_tlumici * Aa_tlumicii(i,1) ) /1000^2; %1000^2 je
prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 => m^2)
end
MrA=sum(Mi); %Timoshenkova konstanta prurezu M[kg/m]

%vypocet Timoshenko konstanta I
for i=1:pocet
Ii(i,1)= ( hustota(i,1)*Ji(i,1) + hustota_tlumici * J_tlumicii(i,1) ) /1000^4; %1000^4 je
prevod do zakladnich jednotek SI (mm^4 => m^4)
end
IrA=sum(Ii); %Timoshenkova konstanta prurezu I[kg*m]
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% vnejsi ovin Rectangular vypocet - naležato
if promena_cykl9==3
promena_cykl9=3; %vypocet vnejsiho ovinu, rozdeleno od zadavani kvuli dopocitani polohy
rohove trubicky

tloustka = tloustkaR;
uhel = uhelR;
objP = objPR;
typ = typR;
pocet = pocetR;
TLO=sum(tloustka);

% zde prohozené strany, abych nemusel měnit indexy ve výpočtu
vnitrni_roz_ovin_A = rozmer_vnejsi_ctverec_B - 2 * TLO ; % vnitřní rozmer vnejsiho ovinu
vnitrni_roz_ovin_B = rozmer_vnejsi_ctverec_A - 2 * TLO ; % vnitřní rozmer vnejsiho ovinu

eval(text_elastic); %funkce vypoctu elastickykh konstant
E1111R=E1111;
E3131R=E3131;
hustotaR=hustota;

Ai = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta A pro vrstvu
Di = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta D pro vrstvu
Ji= zeros(pocet,1); %kvadraticke momenty jednotlivych vrstev
Aai= zeros(pocet,1); %plochy jednotlivych vrstev
Mi = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta M pro vrstvu
Ii = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta I pro vrstvu
Aa_tlumicii= zeros(pocet,1);
J_tlumicii= zeros(pocet,1);

Ri=Re-TLO; %vnitrni radius rohu

if Ri<=0
fprintf('\nPrilis maly radius, vypocet probehne se zanedbanim radiusu rohu\n')
Rii=0;
end
%vypocet Timoshenko konstanta A
rozA= vnitřni_roz_ovin_A ; % rozmer
rozB= vnitřni_roz_ovin_B ; % rozmer

Rvne=Ri; %preulozeni, aby v cyklu se správně počítalo
for i=1:pocet % pozor, indexy jsou od vnitřního rozmeru

rozA2= rozA ; %mensi rozmer
rozB2= rozB ; %mensi rozmer

rozA=rozA2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer
rozB=rozB2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer
```

Příloha 4

```

if Ri<=0
Rvni=0;
Rvne=0;
else
Rvni=Rvne;
Rvne=Rvni + tloustka(i,1);
end
vne=(2*Rvne)^2 - pi()*Rvne^2;
vni=(2*Rvni)^2 - pi()*Rvni^2;

%%% vypocet parametru pro tlumici pasky (Aa, A, D, J) - neuvažujeme
%%% tlumení

% BB = tlumici_sirka (i,1); %sirka tlumiciho pasku
% HH1 = roz2 ; % vnitřní rozmer této vrstvy = vnější rozmer předchozí vrstvy

% HH2 = roz;
% vnej = 1/12 * BB * HH2^3 + 1/12 * HH2 * BB^3 ;
% vnit = 1/12 * BB * HH1^3 + 1/12 * HH1 * BB^3 ;

% Aa_tlumicii(i,1)= 2 * BB * ( HH2 - HH1 ) ; % plocha vrstvy, 2* protože toto
je vypocet pouze pro 2 => *2 =4 vyztuhy
Aa_tlumicii(i,1) = 0;
% J_tlumicii(i,1)= vnej - vnit ;
J_tlumicii(i,1)= 0 ;

Aai(i,1)= rozA * rozB - rozA2 * rozB2 - vne + vni - Aa_tlumicii(i,1);

Ai(i,1)=E3131(i,1)*Aai(i,1) + E3131_tlumici * Aa_tlumicii(i,1);
end
AarB= ( sum(Aai) + sum(Aa_tlumicii) ) /1000^2; % plocha prurezu, 1000^2 je prevod do
zakladnich jednotek SI (mm^2 => m^2) [m^2]
ArB=sum(Ai); % Timoshenkova konstanta prurezu A [N]

%vypocet Timoshenko konstanta D
rozA= vnitřni_roz_ovin_A ; % rozmer
rozB= vnitřni_roz_ovin_B ; % rozmer

Rvne=Ri;
avz=vnitřni_roz_ovin_A/2-Re; %o kolik se posouva ve steinerove vete
for i=1:pocet

rozA2= rozA ; %mensi rozmer
rozB2= rozB ; %mensi rozmer

rozA=rozA2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer
rozB=rozB2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer

if Ri<=0
Rvni=0;
Rvne=0;
else
Rvni=Rvne;
Rvne=Rvni + tloustka(i,1);
end
vne=Rvne^4/6 +2*Rvne^2*(avz+Rvne/2)^2 - pi()* (2*Rvne)^4/64/2 - pi()/2*Rvne^2*avz^2;
vni=Rvni^4/6 +2*Rvni^2*(avz+Rvni/2)^2 - pi()* (2*Rvni)^4/64/2 - pi()/2*Rvni^2*avz^2;

Ji(i,1)= 1/12 * (rozA^3 * rozB - rozA2^3 * rozB2)- 2*vne + 2*vni - J_tlumicii(i,1); % vne a
vni 2*, neb jsou pocitane jen pro jednu polovinu

if i==1 % uloz kvadraticky moment plochy uvnitr vnějšího ovinu (pro vypln)
J_uvnitr_ovin = 1/12 * rozA2^3 * rozB2 - 2 * vni ;
end

Di(i,1)=E1111(i,1)*Ji(i,1) + E1111_tlumici * J_tlumicii(i,1);
end
JrB= ( sum(Ji) + sum(J_tlumicii) )/1000^4; % kvadraticky moment prurezu, 1000^4 je prevod do
zakladnich jednotek SI (mm^4 => m^4)
DrB=sum(Di)/1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich
jednotek SI (mm^2 => m^2) [N*m^2]

%vypocet Timoshenko konstanta M (linearni hustota)
for i=1:pocet

```

Příloha 4

```
Mi(i,1)= ( hustota(i,1)*Aai(i,1) + hustota_tlumici * Aa_tlumicii(i,1) ) /1000^2; %1000^2 je
prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 => m^2)
end
MrB=sum(Mi); %Timoshenkova konstanta prurezu M[kg/m]

%vypocet Timoshenko konstanta I
for i=1:pocet
Ii(i,1)= ( hustota(i,1)*Ji(i,1) + hustota_tlumici * J_tlumicii(i,1) ) /1000^4; %1000^4 je
prevod do zakladnich jednotek SI (mm^4 => m^4)
end
IrB=sum(Ii); %Timoshenkova konstanta prurezu I[kg*m]
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% robove trubicky definovani
if promena_cykl3==1
    promena_cykl3=2;
    if nove_zadani == 1
        fprintf('\n\n ZADEJ PARAMETRY ROHOVE TRUBICKY\n\n');
        prumer_trubicka_vnitri = input('Zadej vnitri prumer trubicky [mm] ');
        pocet = input('Zadej pocet vrstev ve stene ');
        tloustka = zeros(pocet,1);
        uhel = zeros(pocet,1);
        objP = zeros(pocet,1);
        typ = zeros(pocet,1);
        fprintf('\nVrstvy cislovane od vnitriho rozmeru \n\n')

        for i=1:pocet
            text=sprintf('Zadej tloustku vrstvy_%d [mm] ',i);
            tloustka(i,1) = input(text);
        end
        for i=1:pocet
            text=sprintf('Zadej uhel navinu vrstvy_%d [°] ',i);
            uhel(i,1) = input(text);
        end
        for i=1:pocet
            text=sprintf('Zadej objemovy podil vrstvy_%d [%%] ',i);
            objP(i,1) = input(text);
        end
        for i=1:pocet
            text_vlakno=sprintf('Zadej typ vlakna vrstvy_%d %s ',i, text_vlakno_TYP);
            typ(i,1) = input(text_vlakno);
        end

        TLO=sum(tloustka);
        polomer_vnitri_rohu_SS = prumer_trubicka_vnitri/2+TLO; %vnitri polomer rohu vnejsiho
        ovinu

        tloustkact = tloustka;
        uhelct = uhel;
        objPct = objP;
        typct = typ;
        pocetct = pocet;
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% robove trubicky vypocet
if promena_cykl3==2
    promena_cykl3=3;
    tloustka = tloustkact;
    uhel = uhelct;
    objP = objPct;
    typ = typct;
    pocet = pocetct;

    eval(text_elastic); %funkce vypoctu elastickych konstant
    E1111ct=E1111;
    E3131ct=E3131;
    hustotact=hustota;
    TLO=sum(tloustka);

    Ai = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta A pro vrstvu
    Di = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta D pro vrstvu
    Ji= zeros(pocet,1); %kvadraticke momenty jednotlivych vrstev
    Aai= zeros(pocet,1); %plochy jednotlivych vrstev
```


Příloha 4

```
Mi = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta M pro vrstvu
Ii = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta I pro vrstvu

roz= prumer_trubicka_vnitorni ; %mensi rozmer=vnitrni prumer trubicky
for i=1:pocet % pozor, indexy jsou od vnitřního rozmeru
    roz2= roz ; %mensi rozmer
    roz=roz2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer
Aai(i,1)= 4 * pi()/4*(roz^2 - roz2^2) ; % 4* protoze jsou 4 rohove trubicky
if i==pocet
    Aa_rohove_trubicky = 4 * pi()/4*roz^2; % pro vypln u profilu CC (minus)
end
Ai(i,1)=E3131(i,1)*Aai(i,1);
end
Aact=sum(Aai)/1000^2; % plocha prurezu, 1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 =>
m^2) [m^2]
Act=sum(Ai); % Timoshenkova konstanta prurezu A [N]

%vypocet Timoshenko konstanta D
roz= prumer_trubicka_vnitorni ; %mensi rozmer
TLovin=sum(tloustkas);
vzdr=rozmer_vnejsi_ctverec/2-polomer_vnitorni_rohu_SS-TLovin;
for i=1:pocet
    roz2= roz ; %mensi rozmer
    roz=roz2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer
Ji(i,1)= 4 * ( pi()/64*(roz^4 - roz2^4) + Aai(i,1)/4*vzdr^2) ; % 4* protoze jsou 4 rohove
trubicky
if i==pocet
    J_rohove_trubicky = 4 * ( pi()/64*roz^4 + Aa_rohove_trubicky / 4 * vzdr^2); % pro vypln u
profilu CC (minus)
end
Di(i,1)=E1111(i,1)*Ji(i,1);
end
Jct=sum(Ji)/1000^4; % kvadraticky moment prurezu, 1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI
(mm^4 => m^4) [m^4]
Dct=sum(Di)/1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich
jednotek SI (mm^2 => m^2) [N*m^2]

%vypocet Timoshenko konstanta M (linearni hustota)
for i=1:pocet
Mi(i,1)=hustota(i,1)*Aai(i,1)/1000^2; %1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 =>
m^2)
end
Mct=sum(Mi); %Timoshenkova konstanta prurezu M [kg/m]

%vypocet Timoshenko konstanta I
for i=1:pocet
Ii(i,1)=hustota(i,1)*Ji(i,1)/1000^4; %1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^4 =>
m^4)
end
Ict=sum(Ii); %Timoshenkova konstanta prurezu I[kg*m]

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% vnejsi ovin vypocet
if promena_cykl==2
    promena_cykl=3; %vypocet vnejsiho ovinu, rozdeleno od zadavani kvuli dopocitani polohy
rohove trubicky

tloustka = tloustkas;
uhel = uhels;
objP = objPs;
typ = typs;
pocet = pocets;

eval(text_elastic); %funkce vypoctu elastickeho konstant
E1111s=E1111;
E3131s=E3131;
hustotas=hustota;
TLO=sum(tloustka);

Ai = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta A pro vrstvu
Di = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta D pro vrstvu
Ji= zeros(pocet,1); %kvadraticke momenty jednotlivych vrstev
Aai= zeros(pocet,1); %plochy jednotlivych vrstev
Mi = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta M pro vrstvu
Ii = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta I pro vrstvu
```

Příloha 4

```
Aa_tlumicii= zeros(pocet,1);
J_tlumicii= zeros(pocet,1);

    if promena_cykl3==4 % pokud jsou rohove trubicky, tak ber radius dle vnejsiho polomeru
trubicky (if funkce je negace ==4, tzn nejsou trubicky)
    Ri=Re-TLO; %vnitrni radius
    else
    Re=polomer_vnitrni_rohu_SS + TLO;
    Ri=polomer_vnitrni_rohu_SS; %vnitrni radius
    end

if Ri<=0
    fprintf('\nPrilis maly radius, vypocet probehne se zanedbanim radiusu rohu\n')
    Rii=0;
end
%vypocet Timoshenko konstanta A
roz= rozmer_vnejsi_ctverec - 2 * TLO ; %mensi rozmer
vnitrni_roz=roz; %ulozeni pro dopocet v DS, jak velka strana vnitřního profilu
Rvne=Ri;
for i=1:pocet % pozor, indexy jsou od vnitřního rozmeru

    roz2= roz ; %mensi rozmer
    roz=roz2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer
    if Ri<=0
    Rvni=0;
    Rvne=0;
    else
    Rvni=Rvne;
    Rvne=Rvni + tloustka(i,1);
    end
    vne=(2*Rvne)^2 - pi()*Rvne^2;
    vni=(2*Rvni)^2 - pi()*Rvni^2;

Aai(i,1)= roz^2 - roz2^2 - vne + vni ;

if i==1 % uloz plochu uvnitr vnejsiho ovinu (pro vypln)
    Aa_uvnitr_ovinu = roz2^2 - vni ;
end

Ai(i,1)=E3131(i,1)*Aai(i,1) ;
end
Aas= ( sum(Aai) + sum(Aa_tlumicii) ) /1000^2; % plocha prurezu, 1000^2 je prevod do
zakladnich jednotek SI (mm^2 => m^2) [m^2]
As=sum(Ai); % Timoshenkova konstanta prurezu A [N]

%vypocet Timoshenko konstanta D
roz= rozmer_vnejsi_ctverec - 2 * TLO ; %mensi rozmer
Rvne=Ri;
avz=rozmer_vnejsi_ctverec/2-Re; %o kolik se posouva ve steinerove vete
for i=1:pocet
    roz2= roz ; %mensi rozmer
    roz=roz2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer
    if Ri<=0
    Rvni=0;
    Rvne=0;
    else
    Rvni=Rvne;
    Rvne=Rvni + tloustka(i,1);
    end
    vne=Rvne^4/6 +2*Rvne^2*(avz+Rvne/2)^2 - pi()* (2*Rvne)^4/64/2 - pi()/2*Rvne^2*avz^2;
    vni=Rvni^4/6 +2*Rvni^2*(avz+Rvni/2)^2 - pi()* (2*Rvni)^4/64/2 - pi()/2*Rvni^2*avz^2;

Ji(i,1)= 1/12 * (roz^4 - roz2^4) - 2*vne + 2*vni - J_tlumicii(i,1); % vne a vni 2*, neb jsou
pocitane jen pro jednu polovinu

if i==1 % uloz kvadraticky moment plochy uvnitr vnejsiho ovinu (pro vypln)
    J_uvnitr_ovinu = 1/12 * roz2^4 - 2 * vni ;
end

Di(i,1)=E1111(i,1)*Ji(i,1) + E1111_tlumici * J_tlumicii(i,1);
end
Js= ( sum(Ji) + sum(J_tlumicii) ) /1000^4; % kvadraticky moment prurezu, 1000^4 je prevod do
zakladnich jednotek SI (mm^4 => m^4)
```

Příloha 4

```
Ds=sum(Di)/1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich
jednotek SI (mm^2 => m^2) [N*m^2]

%vypocet Timoshenko konstanta M (linearni hustota)
for i=1:pocet
Mi(i,1)= ( hustota(i,1)*Aai(i,1) + hustota_tlumici * Aa_tlumicii(i,1) ) /1000^2; %1000^2 je
prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 => m^2)
end
Ms=sum(Mi); %Timoshenkova konstanta prurezu M[kg/m]

%vypocet Timoshenko konstanta I
for i=1:pocet
Ii(i,1)= ( hustota(i,1)*Ji(i,1) + hustota_tlumici * J_tlumicii(i,1) ) /1000^4; %1000^4 je
prevod do zakladnich jednotek SI (mm^4 => m^4)
end
Is=sum(Ii); %Timoshenkova konstanta prurezu I[kg*m]
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% centralni trubka definovani
if promena_cykl2==1
    promena_cykl2=2;
    if nove_zadani == 1
        fprintf('\n\n ZADEJ PARAMETRY STREDOVE TRUBKY\n\n');

        prumer_vnitri_central = input ('Zadej vnitri prumer stredove trubky [mm] ');
        pocet = input ('Zadej pocet vrstev ve stene trubky ');
        tloustka = zeros(pocet,1);
        uhel = zeros(pocet,1);
        objP = zeros(pocet,1);
        typ = zeros(pocet,1);
        fprintf('\nVrstvy cislovane od vnitriho rozmeru \n\n')

        for i=1:pocet
            text=sprintf('Zadej tloustku vrstvy_%d [mm] ',i);
            tloustka(i,1) = input (text);
        end
        for i=1:pocet
            text=sprintf('Zadej uhel navinu vrstvy_%d [°] ',i);
            uhel(i,1) = input (text);
        end
        for i=1:pocet
            text=sprintf('Zadej objemovy podil vrstvy_%d [%%] ',i);
            objP(i,1) = input (text);
        end
        for i=1:pocet
            text_vlakno=sprintf('Zadej typ vlakna vrstvy_%d %s ',i, text_vlakno_TYP);
            typ(i,1) = input (text_vlakno);
        end
        TLO=sum(tloustka);
        vnejsi_prumer_stredove_trubky = prumer_vnitri_central + 2 * TLO;

        tloustkac = tloustka;
        uhelc = uhel;
        objPc = objP;
        typc = typ;
        pocetc = pocet;
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% centralni trubka vypocet
if promena_cykl2==2
    promena_cykl2=3;

    tloustka = tloustkac;
    uhel = uhelc;
    objP = objPc;
    typ = typc;
    pocet = pocetc;

    eval(text_elastic); %funkce vypoctu elastickykh konstant
    E1111c=E1111;
    E3131c=E3131;
    hustotac=hustota;
    TLO=sum(tloustka);

    Ai = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta A pro vrstvu
```

Příloha 4

```
Di = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta D pro vrstvu
Ji= zeros(pocet,1); %kvadraticke momenty jednotlivych vrstev
Aai= zeros(pocet,1); %plochy jednotlivych vrstev
Mi = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta M pro vrstvu
Ii = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta I pro vrstvu

roz= prumer_vnitрни_central ; %mensi rozmer
for i=1:pocet % pozor, indexy jsou od vnitрниho rozmeru
    roz2= roz ; %mensi rozmer
    roz=roz2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer
Aai(i,1)= pi()/4*(roz^2 - roz2^2) ;
Ai(i,1)=E3131(i,1)*Aai(i,1);
end
Aac=sum(Aai)/1000^2; % plocha prurezu, 1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 =>
m^2) [m^2]
Ac=sum(Ai); % Timoshenkova konstanta prurezu A [N]

%vypocet Timoshenko konstanta D
roz= prumer_vnitрни_central ; %mensi rozmer
for i=1:pocet
    roz2= roz ; %mensi rozmer
    roz=roz2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer
Ji(i,1)= pi()/64*(roz^4 - roz2^4) ;
Di(i,1)=E1111(i,1)*Ji(i,1);
end
Jc=sum(Ji)/1000^4; % kvadraticky moment prurezu, 1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI
(mm^4 => m^4) [m^4]
Dc=sum(Di)/1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich
jednotek SI (mm^2 => m^2) [N*m^2]

%vypocet Timoshenko konstanta M (linearni hustota)
for i=1:pocet
Mi(i,1)=hustota(i,1)*Aai(i,1)/1000^2; %1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 =>
m^2)
end
Mc=sum(Mi); %Timoshenkova konstanta prurezu M [kg/m]

%vypocet Timoshenko konstanta I
for i=1:pocet
Ii(i,1)=hustota(i,1)*Ji(i,1)/1000^4; %1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^4 =>
m^4)
end
Ic=sum(Ii); %Timoshenkova konstanta prurezu I[kg*m]

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% stredovy ctverec definovani
if promena_cykl4==1
    promena_cykl4=2;
    if nove_zadani == 1
fprintf('\n\n ZADEJ PARAMETRY STREDOVEHO CTVERCE\n\n');
rozmer_vnitрни_DS = input ('Zadej vnitřní rozmer ctvercoveho profilu [mm] ');
vnitрни_radius_rohu_DS = input ('Zadej vnitřní rádius rohu [mm] ');
pocet = input ('Zadej počet vrstev ve stěně ');
tloustka = zeros(pocet,1);
uhel = zeros(pocet,1);
objP = zeros(pocet,1);
typ = zeros(pocet,1);
fprintf('\nVrstvy cislovane od vnitрниho rozmeru \n\n')

for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej tloustku vrstvy_%d [mm] ',i);
tloustka(i,1) = input (text);
end
for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej uhel navinu vrstvy_%d [°] ',i);
uhel(i,1) = input (text);
end
for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej objemovy podil vrstvy_%d [%%] ',i);
objP(i,1) = input (text);
end
for i=1:pocet
text_vlakno=sprintf('Zadej typ vlakna vrstvy_%d %s ',i, text_vlakno_TYP);
typ(i,1) = input (text_vlakno);
end
end
```

Příloha 4

```

text=sprintf('Jsou rohy mezi vnejsim a vnitrim profilem vyplnene penou [ ANO = A , NE = N ]:
');
pena = input (text, 's');

tloustkad = tloustka;
uheld = uhel;
objPd = objP;
typd = typ;
pocetd = pocet;
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  stredovy ctverec vypocet
if promena_cykl4==2
    promena_cykl4=3;

tloustka = tloustkad;
uhel = uheld;
objP = objPd;
typ = typd;
pocet = pocetd;

eval(text_elastic);    %funkce vypoctu elastickykh konstant
E1111d=E1111;
E3131d=E3131;
hustotad=hustota;
TLO=sum(tloustka);

Ai = zeros(pocet,1);    % Timoshenkova konstanta A pro vrstvu
Di = zeros(pocet,1);    % Timoshenkova konstanta D pro vrstvu
Ji= zeros(pocet,1);    %kvadraticke momenty jednotlivych vrstev
Aai= zeros(pocet,1);    %plochy jednotlivych vrstev
Mi = zeros(pocet,1);    % Timoshenkova konstanta M pro vrstvu
Ii = zeros(pocet,1);    % Timoshenkova konstanta I pro vrstvu

Ri=vnitřni_radius_rohu_DS;    % vnitřni radius rohu je definovaný jako Ri_DS
if Ri<=0
    fprintf('\nPrilis maly radius, vypocet probehne se zanedbanim radiusu rohu\n')
end

%vypocet Timoshenko konstanta A
roz= rozmer_vnitřni_DS ; %vnitřni rozmer ctverce
Rvne=Ri;
for i=1:pocet % pozor, indexy jsou od vnitřniho rozmeru
    roz2= roz ; %mensi rozmer
    roz=roz2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer
    if Ri<=0
        Rvni=0;
        Rvne=0;
    else
        Rvni=Rvne;
        Rvne=Rvni + tloustka(i,1);
    end
    vne=(2*Rvne)^2 - pi()*Rvne^2;
    vni=(2*Rvni)^2 - pi()*Rvni^2;
Aai(i,1)= roz^2 - roz2^2 - vne + vni ;

if i==pocet    % uloz plochu vnitřniho ctverce (pro vypln rohu)
    Aa_uvnitř_DS = roz^2 - vne ;
end

Ai(i,1)=E3131(i,1)*Aai(i,1);
end
Aad=sum(Aai)/1000^2;    % plocha prurezu, 1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 =>
m^2) [m^2]
Ad=sum(Ai);    % Timoshenkova konstanta prurezu A [N]

%vypocet Timoshenko konstanta D
roz= rozmer_vnitřni_DS ; %vnitřni rozmer ctverce
Rvne=Ri;
avz=rozmer_vnitřni_DS/2-Ri;    %o kolik se posouva ve steinerove vete
for i=1:pocet
    roz2= roz ; %mensi rozmer
    roz=roz2 + 2 * tloustka(i,1) ; %vetsi rozmer
    if Ri<=0
        Rvni=0;

```

Příloha 4

```

Rvne=0;
else
Rvni=Rvne;
Rvne=Rvni + tloustka(i,1);
end
vne=Rvne^4/6 +2*Rvne^2*(avz+Rvne/2)^2 - pi()*(2*Rvne)^4/64/2 - pi()/2*Rvne^2*avz^2;
vni=Rvni^4/6 +2*Rvni^2*(avz+Rvni/2)^2 - pi()*(2*Rvni)^4/64/2 - pi()/2*Rvni^2*avz^2;
Ji(i,1)= 1/12 * (roz^4 - roz2^4)- 2*vne + 2*vni ; % vne a vni 2*, neb jsou pocitane jen pro
jednu polovinu

if i==pocet % uloz kvadraticky moment plochy vnitřního ctverce (pro vypln rohu)
    J_uvnitr_DS = 1/12 * roz^4 - 2 * vne ;
end

Di(i,1)=E1111(i,1)*Ji(i,1);
end
Jd=sum(Ji)/1000^4; % kvadraticky moment prurezu, 1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI
(mm^4 => m^4)
Dd=sum(Di)/1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich
jednotek SI (mm^2 => m^2) [N*m^2]

%vypocet Timoshenko konstanta M (linearni hustota)
for i=1:pocet
Mi(i,1)=hustota(i,1)*Aai(i,1)/1000^2; %1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 =>
m^2)
end
Md=sum(Mi); %Timoshenkova konstanta prurezu M[kg/m]

%vypocet Timoshenko konstanta I
for i=1:pocet
Ii(i,1)=hustota(i,1)*Ji(i,1)/1000^4; %1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^4 =>
m^4)
end
Id=sum(Ii); %Timoshenkova konstanta prurezu I[kg*m]

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% penova vypln rohu pro DS

varPF=strcmp(pena, 'A');
if varPF==1
    fprintf('\n\n Vypocet probehl s vyplni rohu penou Airex C71.75\n\n');

% pena Airex C71.75
eair=(102+60)/2;
gair=30;
nyair=0.4;
roair=80; %hustota kg/m3

% vypocet penove vyplne
Aap2 = Aa_uvnitr_ovinu - Aa_uvnitr_DS ; %rozdil mezi vnejsim ovinem a vnitřnim ctvercem
(plocha [mm2] )
Jp2 = J_uvnitr_ovinu - J_uvnitr_DS ; %rozdil mezi vnejsim ovinem a vnitřnim ctvercem
(kvadraticky moment prurezu [mm4] )

Ap=gair*Aap2; % [N]
Dp=eair*Jp2/1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich
jednotek SI (mm^2 => m^2) [N*m^2]

Aap=Aap2/1000^2; %1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 => m^2)
Jp=Jp2/1000^4; %1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^4 => m^4)

Mp=roair*Aap;
Ip=roair*Jp;
end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% vypln do profilu CC definovani
if promena_cykl5==1
    promena_cykl5=2;
    if nove_zadani == 1
        fprintf('\n\n ZADEJ PARAMETRY vyplne mezi ovinem a stredovou trubkou\n\n');

%zadej typ vlakna a objemovy podil
pocet = 1;
uhel = 0;
text=sprintf('Zadej objemovy podil vyplne [%%] ');
i=1;

```

Příloha 4

```
objP = input (text);
text_vlakno=sprintf('Zadej typ vlakna vrstvy_%d %s ',i, text_vlakno_TYP);
typ = input (text_vlakno);

uhelcc = uhel;
objPcc = objP;
typcc = typ;
pocetcc = pocet;
    end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% vypln do profilu CC vypocet
if promena_cykl5==2
    promena_cykl5=3;

uhel = uhelcc;
objP = objPcc;
typ = typcc;
pocet = pocetcc;

eval(text_elastic);    %funkce vypoctu elastickyh konstant
E1111cc=E1111;
E3131cc=E3131;
hustotacc=hustota;

Aa_stred= pi()/4*vnejsi_prumer_stredove_trubky^2 ; % plocha, kde je stredova trubka (minus)
J_stred= pi()/64*vnejsi_prumer_stredove_trubky^4 ; % kvadraticky moment plochy, kde je
stredova trubka (minus)

Aa_uvnitr = Aa_uvnitr_ovinu; % plocha, uvnitr vnitřni vrstvy vnějšího ovinu (plus)
J_uvnitr = J_uvnitr_ovinu; % kvadraticky moment plochy uvnitr vnitřni vrstvy vnějšího ovinu
(plus)

Aa_trubicky = Aa_rohove_trubicky ; % plocha, kde jsou rohove trubicky (minus)
J_trubicky = J_rohove_trubicky ; % kvadraticky moment plochy, kde jsou rohove trubicky
(minus)

Aaccx = Aa_uvnitr - Aa_stred - Aa_trubicky ; % plocha cele vyplne (vsech 4 kusu)
Aacc = Aaccx/1000^2; % plocha prurezu, 1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 =>
m^2) [m^2]
Acc=E3131cc*Aaccx; % Timoshenkova konstanta prurezu A [N]

Jccx = J_uvnitr - J_stred - J_trubicky ; % kvadraticky moment cele vyplne (vsech 4 kusu)
Jcc = Jccx/1000^4; % kvadraticky moment prurezu, 1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI
(mm^4 => m^4)

Dcc = Jccx * E1111cc / 1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do
zakladnich jednotek SI (mm^2 => m^2) [N*m^2]

Mcc = hustotacc * Aacc;
Icc = hustotacc * Jcc;

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% rohovy 5-ti uhelnik definovani
if promena_cykl6==1
    promena_cykl6=2;
    if nove_zadani == 1
        fprintf('\n\n ZADEJ PARAMETRY ROHOVEHO 5-TI UHELNIKU\n\n');
        sirka_CP = input ('Zadej delku delsi hrany 5-ti hranneho rohoveho otvoru ( neni to ta sikma
!!! ) [mm] ');
        vyska_CP = input ('Zadej delku kratši hrany 5-ti hranneho rohoveho otvoru [mm] ');
        pocet = input ('Zadej pocet vrstev ve stene ');
        tloustka = zeros(pocet,1);
        uhel = zeros(pocet,1);
        objP = zeros(pocet,1);
        typ = zeros(pocet,1);
        fprintf('\nVrstvy cislovane od vnitřniho rozmeru \n\n')

        for i=1:pocet
            text=sprintf('Zadej tloustku vrstvy_%d [mm] ',i);
            tloustka(i,1) = input (text);
        end
        for i=1:pocet
            text=sprintf('Zadej uhel navinu vrstvy_%d [°] ',i);
            uhel(i,1) = input (text);
        end
    end
end
```

Příloha 4

```
end
for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej objemovy podil vrstvy_%d [%%] ',i);
objP(i,1) = input (text);
end
for i=1:pocet
text_vlakno=sprintf('Zadej typ vlakna vrstvy_%d %s ',i, text_vlakno_TYP);
typ(i,1) = input (text_vlakno);
end

TLO=sum(tloustka);
sirka_UD_vyztuhy = vnitri_roz_ovin - 4 * TLO - 2* sirka_CP ; %sirka podylovych vyztuh mezi
5-ti stenem

tloustkacp = tloustka;
uhelcp = uhel;
objPcp = objP;
typcp = typ;
pocetcp = pocet;
end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% rohovy 5-ti uhelnik vypocet
if promena_cykl6==2
promena_cykl6=3;

tloustka = tloustkacp;
uhel = uhelcp;
objP = objPcp;
typ = typcp;
pocet = pocetcp;

eval(text_elastic); %funkce vypoctu elasticckych konstant
E1111cp=E1111;
E3131cp=E3131;
hustotacp=hustota;
TLO=sum(tloustka);

Ai = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta A pro vrstvu
Di = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta D pro vrstvu
Ji= zeros(pocet,1); %kvadraticke momenty jednotlivych vrstev
Aai= zeros(pocet,1); %plochy jednotlivych vrstev
Mi = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta M pro vrstvu
Ii = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta I pro vrstvu

%vypocet Timoshenko konstanta A
a = sirka_CP;
b = vyska_CP;
c = (a-b)*2^0.5 ; % delka šikminy
a1 = a ;
c1 = c ;
for i=1:pocet % pozor, indexy jsou od vnitriho rozmeru
a2 = a1 + 2 * tloustka(i,1);
c2 = c1 + 2 * tan(pi/8) * tloustka(i,1);
vnej = a2^2 - c2^2 / 4 ;
vnit = a1^2 - c1^2 / 4 ;
a1 = a2 ; % ulozeni soucaaneho vnejsiho do menciho rozmeru v dalsim cyklu
c1 = c2 ; % ulozeni soucaaneho vnejsiho do menciho rozmeru v dalsim cyklu
Aai(i,1)= 4 * ( vnej - vnit ) ; % 4*, neb jsou 4 rohové profily
Ai(i,1)=E3131(i,1)*Aai(i,1);
end
Aacp=sum(Aai)/1000^2; % plocha prurezu, 1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 =>
m^2) [m^2]
Acp=sum(Ai); % Timoshenkova konstanta prurezu A [N]

%vypocet Timoshenko konstanta D
a1 = a ;
c1 = c ;
d = sirka_UD_vyztuhy / 2 ; % posunutí pro steinera
for i=1:pocet
a2 = a1 + 2 * tloustka(i,1);
c2 = c1 + 2 * tan(pi/8) * tloustka(i,1);
vnej = a2^4 / 3 - c2^4 / 48 + (a2^2 - c2^2 / 4) * d^2 ;
vnit = a1^4 / 3 - c1^4 / 48 + (a1^2 - c1^2 / 4) * d^2 ;
a1 = a2 ; % ulozeni soucaaneho vnejsiho do menciho rozmeru v dalsim cyklu
```


Příloha 4

```
c1 = c2 ; % ulozeni soucaaneho vnejsiho do menciho rozmeru v dalsim cyklu
Ji(i,1)= 4 *( vnej - vnit ) ; % 4*, neb jsou 4 rohové profily

Di(i,1)=E1111(i,1)*Ji(i,1);
end
Jcp=sum(Ji)/1000^4; % kvadraticky moment prurezu, 1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI
(mm^4 => m^4)
Dcp=sum(Di)/1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich
jednotek SI (mm^2 => m^2) [N*m^2]

%vypocet Timoshenko konstanta M (linearni hustota)
for i=1:pocet
Mi(i,1)=hustota(i,1)*Aai(i,1)/1000^2; %1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 =>
m^2)
end
Mcp=sum(Mi); %Timoshenkova konstanta prurezu M[kg/m]

%vypocet Timoshenko konstanta I
for i=1:pocet
Ii(i,1)=hustota(i,1)*Ji(i,1)/1000^4; %1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^4 =>
m^4)
end
Icp=sum(Ii); %Timoshenkova konstanta prurezu I[kg*m]

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% vnitřní 8HR profilu CP definovani
if promena_cykl8==1
promena_cykl8=2;
if nove_zadani == 1
fprintf('\n\n ZADEJ PARAMETRY vnitřního 8-mi uhelniku\n\n');

vnitřni_roz_8HR = input ('Zadej vnitřní rozmer profilu [mm] ');
zkoseni_8HR = input ('Zadej velikost zkosení hrany ("zkosení" x 45°) [mm] ');
pocet = input ('Zadej pocet vrstev ve stene ');
tloustka = zeros(pocet,1);
uhel = zeros(pocet,1);
objP = zeros(pocet,1);
typ = zeros(pocet,1);
fprintf('\nVrstvy cislovane od vnitřního rozmeru \n\n')

for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej tloustku vrstvy_%d [mm] ',i);
tloustka(i,1) = input (text);
end
for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej uhel navinu vrstvy_%d [°] ',i);
uhel(i,1) = input (text);
end
for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej objemovy podil vrstvy_%d [%%] ',i);
objP(i,1) = input (text);
end
for i=1:pocet
text_vlakno=sprintf('Zadej typ vlakna vrstvy_%d %s ',i, text_vlakno_TYP);
typ(i,1) = input (text_vlakno);
end

TLO=sum(tloustka);
vnejsi_roz_8HR = vnitřni_roz_8HR + 2 * TLO ;

tloustkacppp = tloustka;
uhelcppp = uhel;
objPcppp = objP;
typcppp = typ;
pocetcppp = pocet;
end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% rohový 8-ti uhelník vypocet
if promena_cykl8==2
promena_cykl8=3;

tloustka = tloustkacppp;
uhel = uhelcppp;
objP = objPcppp;
```

Příloha 4

```

typ = typcPPP;
pocet = pocetcPPP;

eval(text_elastic); %funkce vypoctu elastických konstant
E1111cPPP=E1111;
E3131cPPP=E3131;
hustotacPPP=hustota;
TLO=sum(tloustka);

Ai = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta A pro vrstvu
Di = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta D pro vrstvu
Ji= zeros(pocet,1); %kvadraticke momenty jednotlivých vrstev
Aai= zeros(pocet,1); %plochy jednotlivých vrstev
Mi = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta M pro vrstvu
Ii = zeros(pocet,1); % Timoshenkova konstanta I pro vrstvu

%vypocet Timoshenko konstanta A
a = vnitřni_roz_8HR / 2;
e = zkoseni_8HR; % velikost zkoseni
c = e * 2^0.5 ; % delka šikminy
a1 = a ;
c1 = c ;
for i=1:pocet % pozor, indexy jsou od vnitřního rozmeru
    a2 = a1 + tloustka(i,1);
    c2 = c1 + 2 * tan(pi/8) * tloustka(i,1);
    e2 = c2 / 2^0.5 ; % delka šikminy
    vnej = a2^2 - c2^2 / 4 ;
    vnit = a1^2 - c1^2 / 4 ;
    a1 = a2 ; % uloženi soucaaného vnejsiho do menciho rozmeru v dalsim cyklu
    c1 = c2 ; % uloženi soucaaného vnejsiho do menciho rozmeru v dalsim cyklu
    Aai(i,1)= 4 * ( vnej - vnit ) ; % 4*, neb jsou 4 rohové profily
    Ai(i,1)=E3131(i,1)*Aai(i,1);
end
AacPPP=sum(Aai)/1000^2; % plocha prurezu, 1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2
=> m^2)[m^2]
AcPPP=sum(Ai); % Timoshenkova konstanta prurezu A [N]

%vypocet Timoshenko konstanta D
a = vnitřni_roz_8HR / 2;
e = zkoseni_8HR; % velikost zkoseni
c = e * 2^0.5 ; % delka šikminy
a1 = a ;
c1 = c ;
e1 = e ;
for i=1:pocet
    a2 = a1 + tloustka(i,1);
    c2 = c1 + 2 * tan(pi/8) * tloustka(i,1);
    e2 = c2 / 2^0.5 ; % delka šikminy
    vnej = a2^4 / 3 - ( c2^4 / 48 + e2^2 / 2 * (a2 - e2/3)^2 ) ;
    vnit = a1^4 / 3 - ( c1^4 / 48 + e1^2 / 2 * (a1 - e1/3)^2 ) ;
    a1 = a2 ; % uloženi soucaaného vnejsiho do menciho rozmeru v dalsim cyklu
    c1 = c2 ; % uloženi soucaaného vnejsiho do menciho rozmeru v dalsim cyklu
    e1 = e2 ; % uloženi soucaaného vnejsiho do menciho rozmeru v dalsim cyklu
    Ji(i,1)= 4 * ( vnej - vnit ) ; % 4*, neb jsou 4 rohové profily

    Di(i,1)=E1111(i,1)*Ji(i,1);
end
JcPPP=sum(Ji)/1000^4; % kvadraticky moment prurezu, 1000^4 je prevod do zakladnich jednotek
SI (mm^4 => m^4)
DcPPP=sum(Di)/1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich
jednotek SI (mm^2 => m^2) [N*m^2]

%vypocet Timoshenko konstanta M (linearni hustota)
for i=1:pocet
    Mi(i,1)=hustota(i,1)*Aai(i,1)/1000^2; %1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 =>
m^2)
end
McPPP=sum(Mi); %Timoshenkova konstanta prurezu M[kg/m]

%vypocet Timoshenko konstanta I
for i=1:pocet
    Ii(i,1)=hustota(i,1)*Ji(i,1)/1000^4; %1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^4 =>
m^4)
end
IcPPP=sum(Ii); %Timoshenkova konstanta prurezu I[kg*m]

```

```

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% vypln do profilu CP definovani
if promena_cykl7==1
    promena_cykl7=2;
    if nove_zadani == 1
        fprintf('\n\n ZADEJ PARAMETRY vyplne mezi oviny a rohovými 5-ti uhelníky\n\n');

        %zadej typ vlákna a objemový podíl
        pocet = 3; % jsou prostě 3 vrstvy a pokud není korek, tak je tloušťka = 0
        objP = [100;0;100] ;
        typ = [4;0;4] ; % 4 = korek
        tloustka_K1 = 0 ;
        tloustka_K2 = 0 ;

        uhel = zeros(pocet,1);
        text=sprintf('Zadej objemový podíl 0° vláknové vyplně [%%] ');
        objP(2,1) = input (text);
        i=1;
        text_vlakno=sprintf('Zadej typ vlákna vrstvy %d %s ',i, text_vlakno_TYP);
        typ(2,1) = input (text_vlakno);
        text=sprintf('Je součástí vyplně tlumicí vrstva ? [ 0 = není , 1 = je na vnitřní straně
        vyplně, 2 = je na vnější straně vyplně, 3 = je na obou stranách vyplně, ]: ');
        tlumeni_cpp = input (text);

        if tlumeni_cpp > 0
            if tlumeni_cpp == 1 || tlumeni_cpp == 3
                text=sprintf('Zadej tloušťku tlumicí vrstvy na vnitřní straně vyplně [mm] ');
                tloustka_K1 = input (text);
            end
            if tlumeni_cpp == 2 || tlumeni_cpp == 3
                text=sprintf('Zadej tloušťku tlumicí vrstvy na vnější straně vyplně [mm] ');
                tloustka_K2 = input (text);
            end
        end

        uhelcpp = uhel;
        objPcpp = objP;
        typcpp = typ;
        pocetcpp = pocet;
        tloustkacpp = [tloustka_K1;0;tloustka_K2] ;

        end
    end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% vypln do profilu CP vypočet
if promena_cykl7==2
    promena_cykl7=3;

    uhel = uhelcpp;
    objP = objPcpp;
    typ = typcpp;
    pocet = pocetcpp;
    tloustka = tloustkacpp;

    eval(text_elastic); %funkce vypočtu elastických konstant
    E1111cpp=E1111;
    E3131cpp=E3131;
    hustotacpp=hustota;

    vyska_UD_vyztuhy = ( vnitřni_roz_ovin - vnější_roz_8HR ) / 2 ;
    tloustka(2,1) = vyska_UD_vyztuhy - tloustka(1,1) - tloustka(3,1) ;
    tloustkacpp = tloustka;
    BB = sirka_UD_vyztuhy;
    HH1 = vnější_roz_8HR ;

    for i=1:pocet
        HH2 = HH1 + 2 * tloustka(i,1);
        vnej = 1/12 * BB * HH2^3 + 1/12 * HH2 * BB^3 ;
        vnit = 1/12 * BB * HH1^3 + 1/12 * HH1 * BB^3 ;

        Aai(i,1)= 2 * BB * ( HH2 - HH1 ) ; % plocha vrstvy, 2* protože toto je vypočet pouze pro 2
        =>*2 =4 vyztuhy
        Ai(i,1)=E3131(i,1)*Aai(i,1);
    end
end

```

Příloha 4

```

Ji(i,1)= vnej - vnit ;
Di(i,1)=E1111(i,1)*Ji(i,1);

HH1 = HH2 ; % ulozeni soucaaneho vnejsiho do menciho rozmeru v dalsim cyklu
end
Aacpp=sum(Aai)/1000^2; % plocha prurezu, 1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2
=> m^2) [m^2]
Acpp=sum(Ai); % Timoshenkova konstanta prurezu A [N]

Jcpp=sum(Ji)/1000^4; % kvadraticky moment prurezu, 1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI
(mm^4 => m^4)
Dcpp=sum(Di)/1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich
jednotek SI (mm^2 => m^2) [N*m^2]

%vypocet Timoshenko konstanta M (linearni hustota)
for i=1:pocet
Mi(i,1)=hustota(i,1)*Aai(i,1)/1000^2; %1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 =>
m^2)
end
Mcpp=sum(Mi); %Timoshenkova konstanta prurezu M[kg/m]

%vypocet Timoshenko konstanta I
for i=1:pocet
Ii(i,1)=hustota(i,1)*Ji(i,1)/1000^4; %1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^4 =>
m^4)
end
Icpp=sum(Ii); %Timoshenkova konstanta prurezu I[kg*m]

end

%% soucet vseh moznych casti profilu (nektere jsou nulove)
Aa=Aas+Aac+Aact+Aad+Aap+Aacc+Aacp+Aacpp+Aacppp;
A=As+Ac+Act+Ad+Ap+Acc+Acp+Acpp+Acppp;
J=Js+Jc+Jct+Jd+Jp+Jcc+Jcp+Jcpp+Jcppp;
D=Ds+Dc+Dct+Dd+Dp+Dcc+Dcp+Dcpp+Dcppp;
M=Ms+Mc+Mct+Md+Mp+Mcc+Mcp+Mcpp+Mcppp;
I=Is+Ic+Ict+Id+Ip+Icc+Icp+Icpp+Icppp;

%% vypocet pruhby a natoceni nosniku delky L, na jedné strane vetknuty, na
%%druhe zatizeny silou F a momentem Mz (kladny smer Mz natahuje spodni
%%vlakno)

% pocitat pruhby vetknuteho nosniku ?

var_poc=1;

if promena_cykl9 ~= 3

% vypocet pruhby vetknuteho nosniku
if var_poc==1
inter=100; % v kolika mistech se ma pocitat pruhby a natoceni
fiT = zeros(inter+1,2); % pro uhly natoceni
wiT = zeros(inter+1,2); % pro pruhby
fiB = zeros(inter+1,2); % pro uhly natoceni
wiB = zeros(inter+1,2); % pro pruhby

Ldelka = 2.250 / 2 % input ('Zadej delku vetknuteho nosniku [m] ');
Fz = 76*9.81 / 2 %input ('Zadej silu na konci nosniku [N]\nPozn: Kladna sila stlacuje spodni
vlakno ');
Mz = 0; % input ('Zadej moment na konci nosniku [N*m]\nPozn: Kladny moment natahuje spodni
vlakno ');

%integracni konstanty pro vetknuty nosnik zatizeny silou a momentem
C1 = -Fz/2/D;
C2 = (Fz*Ldelka-Mz)/D;

for i=1:inter %101 bodu grafu
fiT(1,1)=0; %ve vetknuti musi byt natoceni 0
wiT(1,1)=0; %ve vetknuti musi byt pruhby 0
sour=i*Ldelka/inter;
fiT(i+1,1)=C1*sour^2+C2*sour;
wiT(i+1,1)=C1/3*sour^3+C2/2*sour^2-2*D/A*C1*sour;
end
pruhby_na_konci_T = wiT(inter+1,1)*1000 %prevod deformace na milimetry
natoceni_na_konci_T = fiT(inter+1,1) * 180 / pi(); %prevod natoceni na °

```

Příloha 4

```
% %% vypocet vlivu jednotlivych prvku na pruhby
% sour=Ldelka
% posuv_konec_T(1,1)=C1/3*sour^3*1000;
% posuv_konec_T(1,2)=C2/2*sour^2*1000;
% posuv_konec_T(1,3)=-2*D/A*C1*sour*1000;
% posuv_konec_T(1,4)=(C1/3*sour^3+C2/2*sour^2-2*D/A*C1*sour)*1000

%pruhby Bernoulli (zatížení jen od Síly na konci, když momentem, tak stejné
% s Timošenkem
pruhby_na_konci_B = Fz/3/D*sour^3 * 1000 %prevod deformace na milimetry

poddajnost_vetkly_T = pruhby_na_konci_T / Fz; % poddajnost nosniku (průhyb = síla *
poddajnost ) mm/N

tuhost_vetkly_T = Fz / pruhby_na_konci_T; %tuhost N/mm

tuhost_3bod_T = 2 * Fz / pruhby_na_konci_T ; %tuhost N/mm
tuhost_3bod_B = 2 * Fz / pruhby_na_konci_B ; %tuhost N/mm

end

% figure (1)
% plot(1:inter+1,wiT(:,1), '-m', 'LineWidth',2);
% title('Pruhby Bernoulli vs Timoshenko, zatizeni Fz')
% hold on
% plot(1:inter+1,wiB(:,1), '-r', 'LineWidth',2);
%
% figure (2)
% plot(1:inter+1,fiT(:,1), '-m', 'LineWidth',2);
% title('Natoceni Bernoulli vs Timoshenko, zatizeni Fz')
% hold on
% plot(1:inter+1,fiB(:,1), '-r', 'LineWidth',2);
%
% figure (3)
% plot(1:inter+1,wiT(:,2), '-m', 'LineWidth',2);
% title('Pruhby Bernoulli vs Timoshenko, zatizeni Mz (identicke)')
% hold on
% plot(1:inter+1,wiB(:,2), '-r', 'LineWidth',2);
%
% figure (4)
% plot(1:inter+1,fiT(:,2), '-m', 'LineWidth',2);
% title('Natoceni Bernoulli vs Timoshenko, zatizeni Mz (identicke)')
% hold on
% plot(1:inter+1,fiB(:,2), '-r', 'LineWidth',2);

%% hledani meze mezi dlouhym a kratkym nosnikem, max chyba 5%
chyba_mezni = 0.05; %chyba 5%
celkem = 1000; %v kolika mistech pocitat
srovnani = zeros(5,celkem); %matice uloženi vysledku 1-delka[m], 2-pruhby Timosenko[mm], 3-
pruhby Bernoulli[mm], 4-pomer Timosenko / Bernoulli, 5-slozka Timosenka, kterou ovlivnuje
Kappa[mm]
koeficient = 0.01; %1000*0.01 => max delka 10 metrů, krok 1cm
uloz_jednou = 0 ;

for m=1:celkem

% Průhyb Timoshenko vetklý nosník
Fz=2000;
Mz=0;
sour= m * koeficient ;
Ldelka =sour; % jednotky jsou metry
srovnani(1,m) = sour;

%integracni konstanty pro vetknuty nosnik zatizeny silou a momentem
C1 = -Fz/2/D;
C2 = (Fz*Ldelka-Mz)/D;

posuv_konec_3=-2*D/A*C1*sour*1000; %cast, kterou ovlivnuje Kappa
Kappa=1;
posuv_konec_T = (C1/3*sour^3+C2/2*sour^2-2*D/A/Kappa*C1*sour)*1000;
srovnani(2,m) = posuv_konec_T;
srovnani(5,m) = posuv_konec_3;

%pruhby Bernoulli (zatížení jen od Síly na konci, když momentem, tak stejné
```

Příloha 4

```
%s Timošenkem
pruhyb_na_konci_B = Fz/3/D*sour^3;
srovnani(3,m) = pruhyb_na_konci_B * 1000 ; %prevod deformace na milimetry

srovnani_pomer = posuv_konec_T / (pruhyb_na_konci_B * 1000); %pomer Timoshenko / Bernoulli
srovnani(4,m)=srovnani_pomer ;

if srovnani_pomer < (1+chyba_mezni) && uloz_jednou == 0
    mezni_delka = Ldelka
    uloz_jednou = 1 ; %aby se již hodnota neprepisovala
end
end

%% ukladani konstant do textoveho souboru
delka_vlastni_fr = [2.3]; % delka nosniku pro vl. frekvence volne

[prvni_vl_fr, druha_vl_fr, treti_vl_fr]= funkce_vlastni_fr_volne(D,M,delka_vlastni_fr) %
vystupem jsou prvni tri frekvence pro všechny delky - Bernoulli
[prvni_vl_frT, druha_vl_frT, treti_vl_frT]= funkce_vlastni_fr_volne_Timoshenko(D,M,I, A,
delka_vlastni_fr) % vystupem jsou prvni tri frekvence pro všechny delky - Timoshenko

%
% figure (10)
% plot(srovnani(1,:),srovnani(4,:), '-k', 'LineWidth',2);
% title('Ratio of displacement Timoshenko / Bernoulli of one end clamped beam');
% xlabel('Length [m]');
% ylabel('Ratio Timoshenko / Bernoulli [1]');
%
% figure (11)
% plot(srovnani(1,:)*2,srovnani(4,:), '-k', 'LineWidth',2);
% title('Ratio of displacement Timoshenko / Bernoulli of supported beam');
% xlabel('Length [m]');
% ylabel('Ratio Timoshenko / Bernoulli [1]');

end

%%%%%%%%% zde výpočet pruhybu pro obdelnik
if promena_cykl9 == 3

    % chceme pruhyb pres tu mekčí stranu = > B
    A = ArB;
    D = DrB;
% vypocet pruhybu vetknuteho nosniku
if var_poc==1
    % chceme pruhyb pres tu mekčí stranu = > B
    A = ArB;
    D = DrB;

inter=100; % v kolika mistech se ma pocitat pruhyb a natoceni
fiT = zeros(inter+1,2); % pro uhly natoceni
wiT = zeros(inter+1,2); % pro pruhyby
fiB = zeros(inter+1,2); % pro uhly natoceni
wiB = zeros(inter+1,2); % pro pruhyby

Ldelka = input ('Zadej delku vetknuteho nosniku [m] ');
Fz = input ('Zadej silu na konci nosniku [N]\nPozn: Kladna sila stlacuje spodni vlakno ');
Mz = 0; % input ('Zadej moment na konci nosniku [N*m]\nPozn: Kladny moment natahuje spodni
vlakno ');

%integracni konstanty pro vetknuty nosnik zatizeny silou a momentem
C1 = -Fz/2/D;
C2 = (Fz*Ldelka-Mz)/D;

for i=1:inter %101 bodu grafu
fiT(1,1)=0; %ve vetknuti musi byt natoceni 0
wiT(1,1)=0; %ve vetknuti musi byt pruhyb 0
sour=i*Ldelka/inter;
fiT(i+1,1)=C1*sour^2+C2*sour;
wiT(i+1,1)=C1/3*sour^3+C2/2*sour^2-2*D/A*C1*sour;
end
pruhyb_na_konci_TB = wiT(inter+1,1)*1000 %prevod deformace na milimetry
natoceni_na_konci_TB = fiT(inter+1,1) * 180 / pi() %prevod natoceni na °
```

Příloha 4

```
%pruhyb Bernoulli (zatížení jen od Síly na konci, když momentem, tak stejné
%s Timošenkem
pruhyb_na_konci_BB = Fz/3/D*sour^3 * 1000 %prevod deformace na milimetry

    % chceme pruhyb pres tu tužší stranu = > A

    A = ArA;
    D = DrA;

inter=100; % v kolika mistech se ma pocitat pruhyb a natoceni
fiT = zeros(inter+1,2); % pro uhly natoceni
wiT = zeros(inter+1,2); % pro pruhyby
fiB = zeros(inter+1,2); % pro uhly natoceni
wiB = zeros(inter+1,2); % pro pruhyby

%integracni konstanty pro vetknuty nosnik zatizeny silou a momentem
C1 = -Fz/2/D;
C2 = (Fz*Ldelka-Mz)/D;

for i=1:inter %101 bodu grafu
fiT(1,1)=0; %ve vetknuti musi byt natoceni 0
wiT(1,1)=0; %ve vetknuti musi byt pruhyb 0
sour=i*Ldelka/inter;
fiT(i+1,1)=C1*sour^2+C2*sour;
wiT(i+1,1)=C1/3*sour^3+C2/2*sour^2-2*D/A*C1*sour;
end
pruhyb_na_konci_TA = wiT(inter+1,1)*1000 %prevod deformace na milimetry
natoceni_na_konci_TA = fiT(inter+1,1) * 180 / pi() %prevod natoceni na °

%pruhyb Bernoulli (zatížení jen od Síly na konci, když momentem, tak stejné
%s Timošenkem
pruhyb_na_konci_BA = Fz/3/D*sour^3 * 1000 %prevod deformace na milimetry

end

end
%% ukladani konstant do textoveho souboru
ukladej=sprintf('%s.txt', nazev);
fileID = fopen(ukladej,'w');

pis1='\n\n NAZEV PROFILU: %s ';
fprintf(fileID, pis1, nazev);

pis1='\n\n Pozn.: %s ';
fprintf(fileID, pis1, TYP_nazvy);

if promena_cykl9==3

pis1='\n\nPlocha prurezu profilu Aa[m^2]\nAarA = %6.4e, AarB = %6.4e';
fprintf(fileID, pis1, AarA, AarB);

pis1='\n\nKvadraticky moment prurezu profilu J[m^4]\nJrA = %6.4e, JrB = %6.4e';
fprintf(fileID, pis1, JrA, JrB);

pis1='\n\nSmykova tuhost profilu A[N]\nArA = %6.4e, ArB = %6.4e';
fprintf(fileID, pis1, ArA, ArB);

pis1='\n\nOhybova tuhost profilu D[N*m^2]\nDrA = %6.4e, DrB = %6.4e';
fprintf(fileID, pis1, DrA, DrB);

pis1='\n\nMerna hmotnost profilu M[kg/m]\nMrA = %6.4e, MrB = %6.4e';
fprintf(fileID, pis1, MrA, MrB);

pis1='\n\nMerny moment setrvacnosti prurezu I[kg*m]\nIrA = %6.4e, IrB = %6.4e';
fprintf(fileID, pis1, IrA, IrB);
else

pis1='\n\nPlocha prurezu profilu Aa[m^2]\nAa = %6.4e';
fprintf(fileID, pis1, Aa);
```

Příloha 4

```
pis1='\n\nKvadraticky moment prurezu profilu J[m^4]\nJ = %6.4e';
fprintf(fileID, pis1, J);

pis1='\n\nSmykova tuhost profilu A[N]\nA = %6.4e';
fprintf(fileID, pis1, A);

pis1='\n\nOhybova tuhost profilu D[N*m^2]\nD = %6.4e';
fprintf(fileID, pis1, D);

pis1='\n\nMerna hmotnost profilu M[kg/m]\nM = %6.4e';
fprintf(fileID, pis1, M);

pis1='\n\nMerny moment setrvacnosti prurezu I[kg*m]\nI = %6.4e';
fprintf(fileID, pis1, I);

pis1='\n\nBernoulli vs Timoshenko (rozdil<5%) pro vetknuty nosnik mezni delka[m]\nL_mez =
%5.2f';
fprintf(fileID, pis1, mezni_delka);
end

%ukladani skladby do textoveho souboru
if promena_cykl9==3
pis1='\n\n PARAMETRY VNEJSIHO OVINU: ';
fprintf(fileID, pis1);
pis1='\n\n Vnejsi rozmer obdelnikoveho profilu [mm]\nrozA = %8.1f, rozB = %8.1f';
fprintf(fileID, pis1, rozA, rozB);
if Ri==0
pis1='\n Radius ve vypoctu zanedban ';
fprintf(fileID, pis1);
end
pis1='\n\n Vnejsi radius rohu R[mm]\nR = %8.1f';
fprintf(fileID, pis1, Re);
pis1='\n\n vrstva \t tloustka \t uhel \tobj.podil \ttyp vlakna ';
fprintf(fileID, pis1);
for i=1:pocetR
pis1='\n\n\t%d\t%6.2f mm\t %5.1f° \t%5.1f %% \t\t%s';
fprintf(fileID, pis1, i, tloustkaR(i,1), uhelR(i,1), objPR(i,1), TYP(typR(i,1),:));
end
end

%ukladani skladby do textoveho souboru
if promena_cykl==3
pis1='\n\n PARAMETRY VNEJSIHO OVINU: ';
fprintf(fileID, pis1);
pis1='\n\n Vnejsi rozmer ctvercoveho profilu H[mm]\nH = %8.1f';
fprintf(fileID, pis1, rozmer_vnejsi_ctverec);
if Ri==0
pis1='\n Radius ve vypoctu zanedban ';
fprintf(fileID, pis1);
end

if promena_cykl3==3
pis1='\n Prvni vrstva je pod rohovymi trubickami, ale to je ve vypoctu zanedbano ';
fprintf(fileID, pis1);
end
pis1='\n\n Vnejsi radius rohu R[mm]\nR = %8.1f';
fprintf(fileID, pis1, Re);
pis1='\n\n vrstva \t tloustka \t uhel \tobj.podil \ttyp vlakna ';
fprintf(fileID, pis1);
for i=1:pocets
pis1='\n\n\t%d\t%6.2f mm\t %5.1f° \t%5.1f %% \t\t%s';
fprintf(fileID, pis1, i, tloustkas(i,1), uhels(i,1), objPs(i,1), TYP(typs(i,1),:));
end
end

if promena_cykl2==3
pis1='\n\n PARAMETRY STREDOVE TRUBKY: ';
fprintf(fileID, pis1);
pis1='\n\n Vnitri prumer stredove trubky D[mm]\nD = %8.1f';
fprintf(fileID, pis1, prumer_vnitri_central);
pis1='\n\n vrstva \t tloustka \t uhel \tobj.podil \ttyp vlakna ';
fprintf(fileID, pis1);
for i=1:pocetc
```


Příloha 4

```
pis1='\n\n\t%d\t%6.2f mm\t %5.1f° \t%5.1f %% \t\t%s';
fprintf(fileID, pis1, i, tloustkac(i,1), uhelc(i,1), objPc(i,1), TYP(typc(i,1),:));
end
end

if promena_cykl3==3
pis1='\n\n PARAMETRY ROHOVYCH TRUBICEK: ';
fprintf(fileID, pis1);
pis1='\n\n Vnitřní průměr rohové trubicky d[mm]\nd = %8.1f';
fprintf(fileID, pis1, prumer_trubicka_vnitřni);
pis1='\n\n vrstva \t tloustka \t uhel \tobj.podil \ttyp vlakna ';
fprintf(fileID, pis1);
for i=1:pocetct
pis1='\n\n\t%d\t%6.2f mm\t %5.1f° \t%5.1f %% \t\t%s';
fprintf(fileID, pis1, i, tloustkact(i,1), uhelct(i,1), objPct(i,1), TYP(typct(i,1),:));
end
end

if promena_cykl4==3
pis1='\n\n PARAMETRY STREDOVEHO CTVERCE: ';
fprintf(fileID, pis1);
pis1='\n\n Vnitřní rozměr čtvercového profilu h[mm]\nh = %8.1f';
fprintf(fileID, pis1, rozmer_vnitřni_DS);
pis1='\n\n Vnitřní radius rohu r[mm]\nr = %8.1f';
fprintf(fileID, pis1, vnitřni_radius_rohu_DS);
pis1='\n\n vrstva \t tloustka \t uhel \tobj.podil \ttyp vlakna ';
fprintf(fileID, pis1);
for i=1:pocetd
pis1='\n\n\t%d\t%6.2f mm\t %5.1f° \t%5.1f %% \t\t%s';
fprintf(fileID, pis1, i, tloustkad(i,1), uheld(i,1), objPd(i,1), TYP(typd(i,1),:));
end
if varPF==1
pis1='\nRohy vyplněné penou Airex';
fprintf(fileID, pis1);
else
pis1='\nRohy bez výplně';
fprintf(fileID, pis1);
end
end

if promena_cykl5==3
pis1='\n\n PARAMETRY VYPLNE PROFILU CC:\n\n vrstva \ttloustka \tuhel \t obj.podil \ttyp
vlakna ';
fprintf(fileID, pis1);
for i=1:pocetcc
pis1='\n\n\t%d\txxx mm\t%5.1f° \t%5.1f %% \t\t%s';
fprintf(fileID, pis1, i, uhelcc(i,1), objPcc(i,1), TYP(typcc(i,1),:));
end
end

if promena_cykl8==3
pis1='\n\n PARAMETRY NAVINU VNITNIHO 8-hr PROFILU: ';
fprintf(fileID, pis1);
pis1='\n\n Vnitřní rozměr profilu [mm]\nh = %8.1f';
fprintf(fileID, pis1, vnitřni_roz_8HR);
pis1='\n\n Velikost zkosení hrany ("zkosení" x 45°) [mm]\nzkosení = %8.1f';
fprintf(fileID, pis1, zkoseni_8HR);
pis1='\n\n vrstva \t tloustka \t uhel \tobj.podil \ttyp vlakna ';
fprintf(fileID, pis1);
for i=1:pocetcpvp
pis1='\n\n\t%d\t%6.2f mm\t %5.1f° \t%5.1f %% \t\t%s';
fprintf(fileID, pis1, i, tloustkacpvp(i,1), uhelcpvp(i,1), objPcpvp(i,1),
TYP(typcpvp(i,1),:));
end
end

if promena_cykl6==3
pis1='\n\n PARAMETRY NAVINU 5-hr ROHOVENO PROFILU: ';
fprintf(fileID, pis1);
pis1='\n\n Delka delší hrany 5-ti hraného rohového otvoru ( není to ta šířka !!! ) [mm]\na =
%8.1f';
fprintf(fileID, pis1, sirka_CP);
pis1='\n\n Delka kratší hrany 5-ti hraného rohového otvoru [mm]\nb = %8.1f';
fprintf(fileID, pis1, vyska_CP);
pis1='\n\n vrstva \t tloustka \t uhel \tobj.podil \ttyp vlakna ';
fprintf(fileID, pis1);
```

```
for i=1:pocetcp
pis1='\n\n\t%d\t%6.2f mm\t %5.1f° \t%5.1f %% \t\t%s';
fprintf(fileID, pis1, i, tloustkacp(i,1), uhelcp(i,1), objPcp(i,1), TYP(typcp(i,1),:));
end
end

if promena_cykl7==3
pis1='\n\n PARAMETRY VYPLNE PROFILU CP:\n\n vrstva \ttloustka \tuhel \t obj.podil \ttyp
vlakna ';
fprintf(fileID, pis1);
for i=1:pocetcpp
pis1='\n\n\t%d\t%6.2f mm\t%5.1f° \t%5.1f %% \t\t%s';
fprintf(fileID, pis1, i, tloustkacpp(i,1), uhelcpp(i,1), objPcpp(i,1), TYP(typcpp(i,1),:));
end
end

pis1='\n\n\n\n';
fprintf(fileID, pis1);

fclose(fileID);

ukladej=sprintf('%s_ALL.mat', nizev);
save(ukladej);
```

Příloha 5

Program výpočtu vlastností profilu CS dle skladby metodou přímého výpočtu korigované smykové tuhosti dle metody B „*CS_profil_jen_obdelnik_new.m*“, napsáno v jazyce Matlab.

```
% puvodni verze CS ve ktere je vse z geometrie v jednom souboru, a vola
% akorat funkce elasticABD.m

clear all
clc, format compact, close all

tic

%uvod, co to je a k cemu
fprintf('\nProgram na vypocet ohybove a smykovy tuhosti a konstant A,D \npro profil s
konstantnim radiusem z kompozitu Uhlik/Epoxyd')
fprintf('\n Autor: Zdenek Posvar\n\n')

% % zadavat novy nosnik, nebo jen prevypocet ?
% zadani_t=sprintf('Nove zadani nosniku [ ANO = A , prevypocet stavajiciho = "cokoliv" ]: ');
% zadani = input (zadani_t, 's');
% nove_zadani = strcmp(zadani,'A');
%
% % ulozeni nazvu nosniku do promenne nazev
% text=sprintf('Zadej nazev nosniku: ');
% nazev = input (text, 's');

nove_zadani = 0;
nazev = 'CS_SS_WA_100t8' ;
% nazev = 'hokejka_smyk' ;
% nazev = 'hokejka_smyk_nalezato' ;
% nazev = 'hokejka_ohyb' ;
% nazev = 'hokejka_ohyb_nalezato' ;
% nazev = 'hokejka_smyk_jen45' ;

%%nacteni jiz ulozeneho profilu
if nove_zadani == 0
nacti_data=sprintf('load %s_zadani.mat', nazev);
eval (nacti_data);
nove_zadani = 0; %neb se mi načtením přepsala na 1 (z toho, když jsem to zadával)
end

% deklarace textových proměnných
text_vlakno_TYP=sprintf(' [XN60 = 1, XN80 = 2, T700/STS = 3, korek = 4, ocel = 5, litina = 6,
kl3916 = 7, k63712 = 8, Cell_3D_real = 9, XN90 = 10, PE pena = 11 ] ');

% TYP_nazvy = ' HMC = XN60, UHMC = XN80, HSC = T700, tlumici = korek, ocel, litina ';
TYP_nazvy = text_vlakno_TYP;
TYP= ['HMC      '; 'UHMC      '; 'HSC      '; 'tlumici '; 'ocel      '; 'litina   '; 'UHMC      '; 'UHMC
'; '3D_Cell ']; % mezerami se musi doplnit, aby ve vseh stejny pocet znaku

if nove_zadani == 1

fprintf('\n\n ZADEJ PARAMETRY VNEJSIHO OVINU - predpoklad stejne skladby na vseh stenach
\n\n');
rozmer_H = input ('Zadej vnejsi rozmer profilu (vetsi - vyska) "H" [mm] ');
rozmer_B = input ('Zadej vnejsi rozmer profilu (mensi - sirka) "B" [mm] ');

pocet = input ('Zadej pocet vrstev vnejsiho ovinu ');
tloustka = zeros(pocet,1);
uhel = zeros(pocet,1);
objP = zeros(pocet,1);
typ = zeros(pocet,1);

fprintf('\nVypocet probehne se zanedbanim radiusu rohu\n')
fprintf('\nVrstvy cislovane od vnitriho rozmeru \n\n')

for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej tloustku vrstvy_%d [mm] ',i);
tloustka(i,1) = input (text);
```

```

end
for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej uhel navinu vrstvy_%d [°] ',i);
uhel(i,1) = input (text);
% if uhel(i,1) == 0
% text=sprintf('Je soucasti vrstvy tlumici material? [ ANO = A , NE = "cokoliv" ] ');
% tlum = input (text, 's');
% tlumA=strcmp(tlum,'A');
% if tlumA==1
% text=sprintf('Zadej sirku pasku tlumiciho materialu (predpoklad symetricky na
vsech ctyrech stenach) [ mm ]: ');
% tlumici_sirka (i,1) = input (text); % sirka korku ve vrstvě (tloušťka implicitně
stejná, jako tloušťka vrstvy)
% end
% end

end

for i=1:pocet
text=sprintf('Zadej objemovy podil vrstvy_%d [%%] ',i);
objP(i,1) = input (text);
end
for i=1:pocet
text_vlakno=sprintf('Zadej typ vlakna vrstvy_%d %s ',i, text_vlakno_TYP);
typ(i,1) = input (text_vlakno);
end
tloustkaR = tloustka;
uhelR = uhel;
objPR = objP;
typR = typ;
pocetR = pocet;

ukladej=sprintf('%s_zadani.mat', nazev);
save(ukladej);
end

%dilci b(i) a h((i) , aby se nemuseli vzdy znovu počítat
%bi je vnitřní šířka i-te vrstvy a hi výška i-té vrstvy
bi = zeros(pocet+1,1);
hi = zeros(pocet+1,1);
TLO=sum(tloustka);

bi(1) = rozmer_B - 2 * TLO ;
hi(1) = rozmer_H - 2 * TLO ;

for i=2:pocet+1
bi(i) = bi(i-1) + 2 * tloustka(i-1) ;
hi(i) = hi(i-1) + 2 * tloustka(i-1) ;
end

% vypocet ploch dílčích vrstev Asi
Asi = zeros(pocet,1);
for i=1:pocet
Asi(i) = bi(i+1) * hi(i+1) - bi(i) * hi(i) ;
end
As_sum = sum(Asi)

% vypocet kvadratickych momentů dílčích vrstev Ii
Ii = zeros(pocet,1);
for i=1:pocet
Ii(i) = 1/12 * ( bi(i+1) * hi(i+1)^3 - bi(i) * hi(i)^3 ) ;
end
J_sum = sum(Ii)

text_elastic=sprintf('[E1111,E3131,hustota,E_lok,E_glob]= elasticABD(typ,uhel,objP,pocet);');
%k volani funkce vypoctu elasticckych konstant
eval(text_elastic); %funkce vypoctu elasticckych konstant

% ohybové a smykové tuhosti dle first order

Dekvi = zeros(pocet,1);

```

```

A_first_order_sumai = zeros(pocet,1);

for i=1:pocet

    Dekvi(i) = E1111(i) * Ii(i) ;
    A_first_order_sumai(i) = E3131(i) * Asi(i) ;

end

Dekv = sum(Dekvi)
A_first_order_suma = sum (A_first_order_sumai)

%vypocet Timoshenko konstanta M (linearni hustota)
Mi = zeros(pocet,1);
for i=1:pocet
Mi(i,1)= hustota(i,1)*Asi(i,1) /1000^2;   %1000^2 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^2 =>
m^2)
end
M_sum=sum(Mi);   %Timoshenkova konstanta prurezu M[kg/m]

%vypocet Timoshenko konstanta I
Iti = zeros(pocet,1);
for i=1:pocet
Iti(i,1)= hustota(i,1)*Ii(i,1) /1000^4;   %1000^4 je prevod do zakladnich jednotek SI (mm^4
=> m^4)
end
I_sum=sum(Iti);   %Timoshenkova konstanta prurezu I[kg*m]

% second shear order - jen stojna s okrajovou podminkou z integrace napětí
% z pásnice

pocet = 2 * ( length (tloustkaR) );   %potrebuju dvojnásobne velke pole, protože delam
fiktivni skladbu za obe stojny u sebe =>symetricka a vyvyzena skladba

tloustka = zeros(pocet,1);
uhel = zeros(pocet,1);
objP = zeros(pocet,1);
typ = zeros(pocet,1);

for ind_presyp = 1:pocet

ind_pres = [1:1:pocet/2 pocet/2:-1:1];

ind_pre = ind_pres (ind_presyp);

tloustka(ind_presyp,1) = tloustkaR(ind_pre,1);
uhel(ind_presyp,1) = uhelR(ind_pre,1);
objP(ind_presyp,1) = objPR(ind_pre,1);
typ(ind_presyp,1) = typR(ind_pre,1);

end

text_elastic_wall=sprintf('[E1111wall,E3131wall,hustotawall]=
elasticABDwall (typ,uhel,objP,pocet,tloustka);');   %k volani funkce vypoctu elastickych
konstant
eval(text_elastic_wall);   %funkce vypoctu elastickych konstant

Gstoj = E3131wall (1,2);   % smykový modul ve stojně, vychází z ABDwall a obou stojen u
sebe s vyrovnanou a symetrickou skladbou
Estoj = E1111wall ;   % vychází z ABDwall, protože ve stojně jsou vrstvy nastojato a já
řežu napříč

%% okrajová podmínka v napětí
Tau_OTi = zeros(pocet,1);

for i=1:pocetR

    Tau_OTi(i) = E1111(i) * bi(i) * tloustka(i) * ( bi(i) + tloustka(i) ) / 2 ;

```

Příloha 5

```
end

TLO_stoj = 2 * TLO      % prenasi vse ve stojne, a 2* protoze tam jsou 2 stojny

Tau_OT = sum (Tau_OTi) / TLO_stoj;

xi = rozmer_H - 2 * TLO  % integrace pres celou stojnu (pokud / 2 => pak by musela být celá
energie *2 (od osy nahoru * 2 )

%%!!! oprava rozmer_H = rozmer_H - 2 * TLO, protože v odvození to H je
%%výška stojny
rozmer_Ho = rozmer_H - 2 * TLO

Ua2 = Estoj^2 * TLO_stoj / Gstoj * ( rozmer_Ho^2 * xi^3 / 12 - 2 * rozmer_Ho * xi^4 / 16 +
xi^5 / 20 ) ;

U2ab = 2 * Estoj * TLO_stoj / Gstoj * ( rozmer_Ho * xi^2 / 4 - xi^3 / 6 ) * Tau_OT ;

Ub2 = Tau_OT^2 * TLO_stoj / Gstoj * xi ;

Ucelkova = Ua2 + U2ab + Ub2 ;

A_second_order_jen_stojna = Dekv^2 / Ucelkova

%%jen kontrola
fprintf('\n jen kontrola Def energie + Tau citlivost \n\n');
xi = ( rozmer_H - 2 * TLO ) / 2  % integrace pres celou stojnu (pokud / 2 => pak by musela být
celá energie *2 (od osy nahoru * 2 )

Ua2 = Estoj^2 * TLO_stoj / Gstoj * ( rozmer_Ho^2 * xi^3 / 12 - 2 * rozmer_Ho * xi^4 / 16 +
xi^5 / 20 ) ;

U2ab = 2 * Estoj * TLO_stoj / Gstoj * ( rozmer_Ho * xi^2 / 4 - xi^3 / 6 ) * Tau_OT ;

Ub2 = Tau_OT^2 * TLO_stoj / Gstoj * xi ;

Ucelkova = ( Ua2 + U2ab + Ub2 ) * 2 ;

A_second_order_jen_stojna_kontrola = Dekv^2 / Ucelkova

%% Kapa výpočet, jak mi vyjde dle Asuma
Tsila=1000;      % pro vykreslení trendu napětí stací T= libolovle cislo
bodu_tau = 1000;
tau2 = zeros (bodu_tau+1,1);

%%smykova napeti v oblasti II

Tau_okrajova = Tau_OT * Tsila / Dekv
tau2 = zeros (bodu_tau+1,1);

xi_souradnice2 = 0 : rozmer_Ho / bodu_tau : rozmer_Ho;
for xi_sour_i = 1:bodu_tau+1

xi_sour = xi_souradnice2 (xi_sour_i) ;
tau2(xi_sour_i,1) = Tsila / Dekv * Estoj * ( rozmer_Ho / 2 - xi_sour / 2 ) * xi_sour +
Tau_okrajova ;

end

%% vykresli Tau

figure (1)
% plot(tau1, xiZ_souradnice1, '-m', 'LineWidth',2);      % Tau I dle nahradniho modelu
title('Průběh smykového napětí (normovaného na 1000N) ')
xlabel('Smykové napětí \tau [MPa]');
ylabel('Souřadnice "x_3" [mm] - vzdálenost od osy');
xmin=0;
xmax=1.49;
ymin=-59;
ymax=59;
axis([xmin xmax ymin ymax])
```

Příloha 5

```
% hold on
xi_sour_osova = rozmer_Ho/2 : ( -rozmer_Ho ) / bodu_tau : -rozmer_Ho/2 ;

plot(tau2,xi_sour_osova, '-r', 'LineWidth',2); % vykresleni Tau nula osova - oblast

legend('model "B"') % musí být až za obě vykreslene legendy
hold on
plot([xmin xmax],[0 0], '-k', 'LineWidth',1); % vykresleni čary pro y=0

% hold on
% plot(tau2,xiZ_souradnice2, '-m', 'LineWidth',2); % Tau II dle nahradniho modelu
% hold on
% plot(tau1,xiZ_souradnice13, '-m', 'LineWidth',2); % Tau III dle nahradniho modelu
% hold on
% plot(Tau_nula_zur,(rozmer_vnejsi_ctverec / 2 - xi_zuravski_zacatek) , '*r', 'LineWidth',3);
% vykresleni Tau nula osova - bod
% hold on
% plot([0 Tau_nula_zur] ,[alfaT alfaT], '-r', 'LineWidth',2); % vykresleni čary k Tau nula
osova
% hold on
% plot([0 Tau_nula_zur],[ -alfaT -alfaT], '-r', 'LineWidth',2); % vykresleni čary k Tau nula
osova

Tau_homogenni_FkuA_profil = Tsila / ( As_sum );
Tau_homogenni_FkuA_pro_nahradni_model = Tsila / ( TLO_stoj * rozmer_Ho );

%model B - F osova
Tau_energie_osova = max ( tau2 );
Kapa_TauHomogen_nahradni_ku_Tau_max_energie_osova = Tau_homogenni_FkuA_pro_nahradni_model /
Tau_energie_osova
Kapa_TauHomogen_profil_ku_Tau_max_energie_osova = Tau_homogenni_FkuA_profil /
Tau_energie_osova

%% korekcni soucinitel pro litinu "nosnik 130x130"

nyLTlitina=0.33; % z mereni 0,32

kapa_litina_ctverec_duty_Cowper = 20 * ( 1 + nyLTlitina ) / ( 48 + 39 * nyLTlitina ) %
zdroj Wikipedia.org
kapa_obdelnik_plny_Cowper = 10 * ( 1 + nyLTlitina ) / ( 12 + 11 * nyLTlitina )

ukladej=sprintf('%s_ALL.mat', nazev);
save(ukladej);

%% vypocet pruhu vetknuteho nosniku

inter=100; % v kolika mistech se ma pocitat pruhby a natoceni
fiT = zeros(inter+1,2); % pro uhly natoceni
wiT = zeros(inter+1,2); % pro pruhby
fiB = zeros(inter+1,2); % pro uhly natoceni
wiB = zeros(inter+1,2); % pro pruhby

ldelka = 0.940/2 %input ('Zadej delku vetknuteho nosniku [m] ');
Fz = 15000/2 %input ('Zadej silu na konci nosniku [N]\nPozn: Kladna sila stlacuje spodni
vlakno ');
Mz = 0; %input ('Zadej moment na konci nosniku [N*m]\nPozn: Kladny moment natahuje spodni
vlakno ');

%integracni konstanty pro vetknuty nosnik zatizeny silou a momentem
fprintf('\n Jen ohybova tuhost => D = Ds \n\n');
D=Dekv / 1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich jednotek
SI (mm^2 => m^2) [N*m^2];

pruhby_na_konci_B = Fz/3/D*ldelka^3 * 1000 %prevod deformace na milimetry

%integracni konstanty pro vetknuty nosnik zatizeny silou a momentem
fprintf('\n A smyk tuhost = A_first_order_suma (suma Gi*Ai) \n\n');
A=A_first_order_suma;
D=Dekv / 1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich jednotek
SI (mm^2 => m^2) [N*m^2];
C1 = -Fz/2/D;
C2 = (Fz*ldelka-Mz)/D;
```

```

for i=1:inter %101 bodu grafu
fiT(1,1)=0; %ve vetknuti musi byt natoceni 0
wiT(1,1)=0; %ve vetknuti musi byt pruhyb 0
sour=i*Ldelka/inter;
fiT(i+1,1)=C1*sour^2+C2*sour;
wiT(i+1,1)=C1/3*sour^3+C2/2*sour^2-2*D/A*C1*sour;
end
pruhyb_na_konci_T = wiT(inter+1,1)*1000 %prevod deformace na milimetry

%integracni konstanty pro vetknuty nosnik zatizeny silou a momentem
fprintf('\n A smyk tuhost = A_second_order_jen_stojna \n\n');
A=A_second_order_jen_stojna;
D=Dekv / 1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich jednotek
SI (mm^2 => m^2) [N*m^2];
C1 = -Fz/2/D;
C2 = (Fz*Ldelka-Mz)/D;

for i=1:inter %101 bodu grafu
fiT(1,1)=0; %ve vetknuti musi byt natoceni 0
wiT(1,1)=0; %ve vetknuti musi byt pruhyb 0
sour=i*Ldelka/inter;
fiT(i+1,1)=C1*sour^2+C2*sour;
wiT(i+1,1)=C1/3*sour^3+C2/2*sour^2-2*D/A*C1*sour;
end
pruhyb_na_konci_T = wiT(inter+1,1)*1000 %prevod deformace na milimetry

%integracni konstanty pro vetknuty nosnik zatizeny silou a momentem
fprintf('\n A smyk tuhost = A_second_order_jen_stojna_kontrola \n\n');
A=A_second_order_jen_stojna_kontrola;
D=Dekv / 1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich jednotek
SI (mm^2 => m^2) [N*m^2];
C1 = -Fz/2/D;
C2 = (Fz*Ldelka-Mz)/D;

for i=1:inter %101 bodu grafu
fiT(1,1)=0; %ve vetknuti musi byt natoceni 0
wiT(1,1)=0; %ve vetknuti musi byt pruhyb 0
sour=i*Ldelka/inter;
fiT(i+1,1)=C1*sour^2+C2*sour;
wiT(i+1,1)=C1/3*sour^3+C2/2*sour^2-2*D/A*C1*sour;
end
pruhyb_na_konci_T = wiT(inter+1,1)*1000 %prevod deformace na milimetry

%% kontrola pruhybu dle wikipedie

% fprintf('\n A smyk tuhost Awiki = A_second_order_stojna_a_pasnice (kontrola Wikipedie)
\n\n');
% Awiki=A_second_order_stojna_a_pasnice;
% D=Dekv / 1000^2; % Timoshenkova konstanta prurezu D, 1000^2 je prevod do zakladnich
jednotek SI (mm^2 => m^2) [N*m^2];
%
% inter=100; % v kolika mistech se ma pocitat pruhyb a natoceni
% w_pruhyb = zeros(inter+1,2); % pro pruhyby
%
% w_pruhyb (:,2) = 0:Ldelka/inter:Ldelka;
%
%
% for i=1:inter+1 %101 bodu grafu
% souradnice_x = w_pruhyb (i,2) ;
% w_pruhyb(i,1) = Fz * (Ldelka - souradnice_x) / Awiki - Fz * souradnice_x / 2 / D * (
Ldelka^2 - souradnice_x^2 / 3 ) + Fz * Ldelka^3 / 3 / D ; %souradnice_x je od volného konce
=> max pruhyb je pro souradnice_x = 0
% end
%
% pruhyb_na_konci_T_wiki = w_pruhyb(1,1)*1000 %prevod deformace na milimetry
%
% w_pruhyb(:, :) = w_pruhyb(:, :) *1000 ; % *1000 prevod z metrů na mm
%
% figure (10)
% plot(w_pruhyb(:,2),w_pruhyb(:,1), '-m', 'LineWidth',2);
% title('Pruhyb vetknuty - wiki')

```


Příloha 5

```
%% kontrola pruhybu dle Tom odvození

w_pruhyb_Tom = Fz * (Ldelka / A + Ldelka^3 / 3 / D) % *1000 prevod z metrů na mm

%% výpočet tuhosti z první vlastní frekvence pro NGF nosnik

% hmotnost_exp = 4391.1 / 1000; % kg zmereno Had
% delka_exp = 0.999; % m
% M_exp = hmotnost_exp / delka_exp ; % kg/m
% prvni_vl_frekvence_exp = 1304 ; % Hz
% prvni_vl_frekvence_expR = prvni_vl_frekvence_exp * pi() / 360 ; % rad
%
% reseni_alfaL = 4.730040744862704;
% reseni_alfaL2 = 4.730040744862705;
%
% D_modal = prvni_vl_frekvence_expR^2 * M_exp * ( delka_exp / reseni_alfaL )^4
% D_modal2 = prvni_vl_frekvence_expR^2 * M_exp * ( delka_exp / reseni_alfaL2 )^4

% clear all, close all, clc
%
% format long
%
% delitel = 10;
% alfa_L = [4.730040744862704:(0.0000000000000001/delitel):4.730040744862705]';
% % alfa_L = [4.730:(0.000001/delitel):4.7301]';
% chyba_i = 1;
%
% while abs(chyba_i)>1e-15
%
% i=1;
%
% for indT = 1:length(alfa_L) % vypocet chyby, kdyz rovna 0, tak reseni Frekvencni rovnice
% alfaL=alfa_L(indT);
% chyba(i,1) = cos(alfaL) * cosh(alfaL) - 1 ;
% i=i+1;
% end
%
% % plot(alfa_L, chyba)
%
% i=1;
% while 1
% if chyba(i,1) <=0
% i=i+1;
% else
%
% chyba_i = chyba(i,1)
% chyba_i1 = chyba(i-1,1)
% alfaL=alfa_L(i)
% alfaL1=alfa_L(i-1)
%
% break
%
% end
% end
% % clear alfa_L
% % clear chyba
%
% delitel = delitel * 10
% alfa_L = [alfaL1:(0.0000000000000001/delitel):alfaL]';
% end

%
%
% %% cteni a ukladani dat z/do excelu
%
%
% % soubory, co se zahrnou do srovnavaci excelove tabulky
% soubory_vykonat = nazev;
%
```


Příloha 5

```
% smyk_varianta=sprintf('A = %s ;', nazev_varianty ); % varianta , kterýý smyk A se má použít
ve výpočtu
% eval (smyk_varianta);
%
% [prvni_vl_frT, druha_vl_frT, treti_vl_frT]=
funkce_vlastni_fr_volne_Timoshenko(D,M_sum,I_sum, A, delka_vlastni_fr); % vystupem jsou
prvni tri frekvence pro všechny delky - Timoshenko
%
% text_hlavicka_data = { nazev_varianty, As_sum, J_sum, A, D, M_sum, I_sum};
%
% text_zacni=sprintf('xlRange = 'B%i';', 4+opakuj ); %+4, protože začínám v bunce B5 (4+1 =
5)
% eval (text_zacni);
%
% vykonej = text_hlavicka_data; % data co se mají uložit do .xlsx jako hlavicka
% xlswrite(filename,vykonej,sheet,xlRange);
%
% text_zacni_vl=sprintf('xlRange = 'K%i';', 4+opakuj ); %+4, protože začínám v bunce B5 (4+1
= 5)
% eval (text_zacni_vl);
%
% data_vl_fr = {prvni_vl_fr(1), prvni_vl_frT(1), prvni_vl_fr(2),prvni_vl_frT(2),
prvni_vl_fr(3), prvni_vl_frT(3), ' ', druha_vl_fr(1), druha_vl_frT(1), druha_vl_fr(2),
druha_vl_frT(2), druha_vl_fr(3), druha_vl_frT(3), ' ', treti_vl_fr(1), treti_vl_frT(1),
treti_vl_fr(2), treti_vl_frT(2), treti_vl_fr(3), treti_vl_frT(3) };
%
% vykonej = data_vl_fr; % data co se mají uložit do .xlsx jako hlavicka
% xlswrite(filename,vykonej,sheet,xlRange);
%
% text_tuhost=sprintf('xlRange = 'AF%i';', 4+opakuj ); %+4, protože začínám v bunce B5 (4+1
= 5)
% eval (text_tuhost);
%
% [pruhyb_T, pruhyb_B ]= funkce_pruhyb_v2(A,D,mezi_podporami, Fz_pruhyby); % vystupem jsou
pruhyby pro 3 Bod ohyb
%
% vykonej = [pruhyb_B(1), pruhyb_T(1), pruhyb_B(2), pruhyb_T(2), pruhyb_B(3), pruhyb_T(3),
pruhyb_B(4), pruhyb_T(4)]; % data co se mají uložit do .xlsx jako hlavicka
% xlswrite(filename,vykonej,sheet,xlRange);
%
% end
%
```

spocitano_za = toc % ukáže cas, jak dlouho se to počítalo