

České vysoké učení technické v Praze

Fakulta strojní

Ústav techniky prostředí

Disertační práce

**DYNAMICKÉ CHOVÁNÍ OTOPNÝCH PLOCH VE VAZBĚ
K ŘÍZENÍ JEJICH TEPELNÉHO VÝKONU**

Ing. Jindřich Boháč

Studijní obor:

Technika prostředí

Školitel:

prof. Ing. Jiří Bašta, Ph.D.

Praha, 2019

SOUHRN

Metodika návrhu jakékoliv otopné plochy určené pro hrazení tepelných ztrát je vždy založena na stacionárních stavech, stejně jako zkoušení jejich tepelného výkonu podle ČSN EN 442-2:2015. Ustálené stavy tepelného výkonu otopných ploch jsou v literatuře již velmi dobře popsány, a proto se disertační práce věnuje výhradně rozboru a popisu dějů nestacionárních, dynamických. Je to odsouvaná kapitola provozu otopných ploch jako jeho zdánlivě nepodstatná součást, která je na první pohled pouze krátkou epizodou. Je třeba si však uvědomit, že celý provoz otopných ploch je reálně soustavou dynamických pochodů, z nichž nejvýznamnější jsou počáteční náběh tepelného výkonu, nebo výrazná změna parametrů způsobující změnu tepelného výkonu, a také chladnutí.

Z důvodu velké rozmanitosti otopných ploch je práce zaměřena pouze na otopná tělesa, a to na nejrozšířenější druh otopných těles, totiž tělesa desková. Pro zvolené otopné těleso byla nalezena přechodová charakteristika a byl určen řád této křivky. Byla uvedena metodika vyhodnocení aktivní teplosměnné plochy ve fázi náběhu deskového otopného tělesa. Dále byla vytvořena simulace provozu deskového otopného tělesa osazeného regulačním ventilem s termostatickou hlavicí. Pro hodnocení dynamiky otopných ploch byl využit nový parametr vycházející z metody podle Strejce. Na základě matematického popisu dynamických dějů tato práce nabízí, společně s analyticko-experimentálním přístupem, zcela nový způsob stanovení dynamiky chování otopných těles. Byl popsán a sestaven diskrétní autoregresní (ARX) matematický model v softwaru MATLAB, který využívá přístupu black-box. Model byl ověřen naměřenými daty termovizní technikou a je využitelný a dostupný pro praxi.

SUMMARY

Dynamic Behaviour of Heating Appliances in Relation to Control of Their Heat Output

The methodology for the design of any heating appliances intended for covering the heat loss is always based on stationary states as well as the testing of their heat output according to ČSN EN 442-2:2015. These steady states of heat output are already very well described in the literature and therefore this dissertation is dedicated exclusively to the analysis and description of the dynamic processes. It's a marginalized chapter of the operation of heating appliances. However, it is important to realize, that the entire operation of heating appliances is actually a set of dynamic processes. The most important are the initial heat-up or a significant change of demands on thermal performance or cool-down heating appliances.

Dissertation is due to a great diversity of heating appliances focused only on the most used type, i.e. panel radiator. For chosen panel radiator characteristic curve was found as well as its order. The methodology of evaluation of radiators active heat transfer area in the heat-up phase was mentioned. Furthermore, the simulation of operation of the radiator equipped with valve and thermostatic head was created. For the evaluation of the heating surfaces dynamics has been utilized a new parameter based on the method according to Strejc's method. On the basis of a mathematical description of dynamic processes this dissertation offers, together with the analytical-experimental approach, a brand new way for determining the dynamic behaviour of the radiators. It was described a discrete autoregressive (ARX) mathematical model in MATLAB software which uses a black-box approach. The model was validated with the data measured with thermal camera and it is available for practise.

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji především svému školiteli a zároveň příteli Jiřímu Baštovi, že mi věřil, neúnavně pomáhal s řešením disertační práce a posouval mě vpřed. Děkuji i všem kolegům a přátelům, kteří rovněž přispěli cennou radou a zkušenostmi.

Zvláštní dík náleží mé rodině, za trpělivost a podporu...

Jindřich Boháč

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem autorem disertační práce s názvem: „Dynamické chování otopných ploch ve vazbě k řízení jejich tepelného výkonu“ a vypracoval jsem ji samostatně pod vedením školitele prof. Ing. Jiřího Bašty, Ph.D., s použitím literatury, uvedené na konci mé disertační práce.

V Praze dne 10. 4. 2019

.....

Jindřich Boháč

OBSAH

	Strana
SOUHRN	2
SUMMARY	3
PODĚKOVÁNÍ	4
PROHLÁŠENÍ	5
OBSAH	6
PŘEHLED POUŽITÝCH VELIČIN	9
1. ÚVOD	13
2. REŠERŠE SOUČASNÉHO STAVU PROBLEMATIKY A TEORETICKÝ ZÁKLAD	14
2.1 Tepelný výkon ve vytápěném prostoru	14
2.2 Sdílení tepla konvekcí	17
2.2.1 Přestup tepla na straně vzduchu (podél svislé stěny)	19
2.2.2 Přestup tepla na straně vody	22
2.3 Sdílení tepla vedením	22
2.4 Sdílení tepla sáláním	24
2.5 Charakteristiky otopných těles	26
2.5.1 Tepelná setrvačnost	26
2.5.2 Setrvačnost náběhu	27
2.6 Stanovení dynamiky systémů	29
2.6.1 Bezdotykové měření	29
2.6.2 Modelování a simulace	30
2.6.3 Statistická analýza naměřených dat	42
2.7 Místní regulace výkonu otopných těles	42
2.7.1 Spojité regulátory	43
2.7.2 Nespojitý regulátory	46
3 FORMULACE CÍLŮ PRÁCE	47

	Strana
4	POUŽITÉ METODY ŘEŠENÍ48
4.1	Volba otopného tělesa.....48
4.2	Termovizní technika49
4.3	Experiment.....49
4.3.1	Předpoklady experimentu.....49
4.3.2	Metodika vyhodnocení naměřených dat50
4.4	Dynamické parametry52
4.4.1	Identifikace dynamických systémů52
4.4.2	Aproximace soustavou 1. řádu s dopravním zpožděním53
4.4.3	Aproximace metodou podle Strejce.....54
4.4.4	Vývoj aktivní teplosměnné plochy otopného tělesa při náběhu tepelného výkonu56
4.5	Regulace tepelného výkonu otopných těles57
4.5.1	Regulační ventil s termostatickou hlavicí57
4.6	Numerický simulační přístup - MATLAB58
4.6.1	MATLAB Simulink58
4.6.2	Kalorimetrický model59
4.6.3	Model náběhu s flexibilním přenosem funkce s aproximací podle Strejce61
4.6.4	Komplexní model dynamického chování s aproximací podle Strejce.....63
4.7	Diskrétní stochastický black-box model 1. řádu64
4.7.1	Schéma měření.....65
4.7.2	Odvození stochastického diskrétního ARX modelu66
4.7.3	Odhad parametrů ARX modelu metodou nejmenších čtverců69
4.7.4	Zápis diskrétního ARX modelu v MATLABu71
5	VÝSLEDKY A JEJICH OVĚŘENÍ74
5.1	Základní experiment a vyhodnocení náběhu a chladnutí74
5.2	Regulace tepelného výkonu tělesa osazeného regulačním ventilem s termostatickou hlavicí78

	Strana
5.2.1 100% potřeba tepelného výkonu	81
5.2.2 62,6% potřeba tepelného výkonu	82
5.2.3 10% potřeba tepelného výkonu	82
5.2.4 Dílčí závěry	83
5.3 Kalorimetrický model	83
5.4 Identifikace aktivní teplosměnné plochy	84
5.5 Komplexní model dynamického chování s aproximací podle Strejce	88
5.6 Diskrétní stochastický ARX black-box model	91
5.7 Nejistota měření	99
5.7.1 Měření termografickou infračervenou kamerou	100
6 ZÁVĚR	102
6.1 Porovnání dosažených výsledků s uvedenými cíli	102
6.2 Přínos pro praxi	111
6.3 Teoretický přínos	112
6.4 Návrhy pro další směřování	113
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	114
PUBLIKACE AUTORA VZTAHUJÍCÍ SE K DISERTAČNÍ PRÁCI	118

PŘEHLED POUŽITÝCH VELIČIN

A_{OT}	průměrný průřez kanálků otopného tělesa	[m ²]
Bi	Biotovo číslo	[-]
Gr	Grashofovo číslo	[-]
Gr_H	Grashofovo číslo po výšce H	[-]
$G(s)$	přenos soustavy	[-]
H	výška	[m]
H_{lam}	mezní výška pro laminární proudění	[m]
H_{tur}	mezní výška pro turbulentní proudění	[m]
H_{OT}	výška otopného tělesa	[m]
K_p	zesílení regulátoru	[-]
K_s	zesílení soustavy	[-]
L	charakteristický rozměr	[m]
L_{OT}	délka otopného tělesa	[m]
Nu	Nusseltovo číslo	[-]
Nu_H	Nusseltovo číslo po výšce H	[-]
Pr	Prandtlovo číslo	[-]
Pr_s	Prandtlovo číslo tekutiny o teplotě stěny	[-]
\dot{Q}_i	objemová hustota vnitřního zdroje tepla	[W.m ⁻³]
\dot{Q}_{OT}	sdílený tepelný výkon otopného tělesa	[W]
$\dot{Q}_{OT,k}$	sdílený tepelný výkon otopného tělesa konvekcí	[W]
$\dot{Q}_{OT,N}$	jmenovitý tepelný výkon otopného tělesa	[W]
$\dot{Q}_{OT,s}$	sdílený tepelný výkon otopného tělesa sáláním	[W]
$\dot{Q}_{s1,2}$	tepelný výkon sdílený sáláním mezi dvěma plochami	[W]
$R_{(s)}$	přenos regulátoru	[-]
Re	Reynoldsovo číslo	[-]
S	plocha	[m ²]
S_L	teplosměnná plocha na straně vzduchu	[m ²]
S_m	střední teplosměnná plocha	[m ²]
S_w	teplosměnná plocha na straně vody	[m ²]
T	termodynamická teplota	[K]
T_a	doba vypnutí	[s]
T_d	doba dopravního zpoždění	[s]
T_D	derivační časová konstanta	[s]
T_e	doba zapnutí	[s]
T_{ch63}	setrvačnost chladnutí otopného tělesa pro 63,2 %	[s]
T_{ch90}	setrvačnost chladnutí otopného tělesa pro 90 %	[s]

T_i	integrační časová konstanta	[s]
T_n	doba náběhu	[s]
T_{n63}	setrvačnost náběhu otopného tělesa pro 63,2 %	[s]
T_{n90}	setrvačnost náběhu otopného tělesa pro 90 %	[s]
T_s	termodynamická povrchová teplota	[K]
T_p	doba přechodu	[s]
T_u	doba průtahu	[s]
U	součinitel prostupu tepla	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
a	součinitel teplotní vodivosti	[m ² .s ⁻¹]
c_{OT}	měrná tepelná kapacita materiálu otopného tělesa	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
c_w	měrná tepelná kapacita vody	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
$d_{h,OT}$	hydraulický průměr kanálek otopného tělesa	[m]
e	regulační odchyška	[dle veličiny]
g	tíhové zrychlení	[m.s ⁻²]
g_k	diskrétní hodnota váhové funkce	[-]
h	hystereze	[dle veličiny]
m_{OT}	hmotnost otopného tělesa bez vody	[kg]
m_w	hmotnost vodní náplně otopného tělesa	[kg]
\dot{m}_w	hmotnostní průtok vody	[kg.s ⁻¹]
$\dot{m}_{w,N}$	hmotnostní průtok vody při jmenovitém výkonu tělesa	[kg.s ⁻¹]
n	teplotní exponent otopného tělesa	[-]
o_{OT}	smočený obvod kanálek otopného tělesa	[m]
\dot{q}	měrný tepelný tok	[W.m ⁻²]
\dot{q}_0	hustota sálavého toku dokonale černého tělesa	[W.m ⁻²]
s	komplexní proměnná	[s ⁻¹]
t	teplota	[°C]
t_e'	venkovní teplota vzduchu pro odpovídající výkon OT	[°C]
t_{ev}	venkovní výpočtová teplota	[°C]
t_i	vnitřní výpočtová teplota	[°C]
t_i'	vnitřní teplota vzduchu na okraji spínací difference	[°C]
t_{ok}	teplota vzduchu v okolí otopného tělesa	[°C]
$t_{ok,N}$	jmenovitá teplota vzduchu v okolí otopného tělesa	[°C]
$t_{ok,0}$	teplota vzduchu v okolí otopného tělesa v čase „0“	[°C]
$t_{ok,\tau}$	teplota vzduchu v okolí otopného tělesa v čase τ	[°C]
t_p	střední povrchová teplota otopného tělesa	[°C]

$t_{p,0}$	střední povrchová teplota otopného tělesa v čase „0“	[°C]
t_r	střední radiační teplota	[°C]
t_{sL}	teplota povrchu tělesa na straně vzduchu	[°C]
t_{sw}	teplota povrchu tělesa na straně vody	[°C]
t_{wm}	střední teplota vody (teplonosné látky)	[°C]
t_{w1}	teplota vody na vstupu do otopného tělesa	[°C]
t_{w2}	teplota vody na výstupu z otopného tělesa	[°C]
$t_{w1,N}$	jmenovitá teplota vody na vstupu do otopného tělesa	[°C]
$t_{w2,N}$	jmenovitá teplota vody na výstupu z otopného tělesa	[°C]
u	akční veličina	[dle veličiny]
u_{k-j}	diskrétní hodnota akční veličiny	[dle veličiny]
x	souřadnice teplotního pole	[m]
x_p	pásmo proporcionality	[K]
y	souřadnice teplotního pole	[m]
y	regulovaná veličina	[dle veličiny]
y_d	dolní spínací hodnota	[K]
y_h	horní vypínací hodnota	[K]
y_k	diskrétní hodnota výstupu	[dle veličiny]
z	souřadnice teplotního pole	[m]
α_c	celkový součinitel přestupu tepla na straně vzduchu	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
α_k	součinitel přestupu tepla konvekcí na straně vzduchu	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
α_s	součinitel přestupu tepla sáláním	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
α_w	součinitel přestupu tepla na straně vody	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
β	součinitel objemové roztažnosti	[K ⁻¹]
Δt	rozdíl teplot povrchu a obtékající tekutiny	[K]
Δt_{mv}	rozdíl teplot v mezní vrstvě	[K]
Δt_w	teplotní spád vody v otopném tělese	[K]
δ_{OT}	tloušťka materiálu desky otopného tělesa	[m]
ε_1	emisivita sálajícího tělesa	[-]
ε_2	emisivita osálaného tělesa	[-]
λ	součinitel tepelné vodivosti tekutiny	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
λ_{OT}	součinitel tepelné vodivosti materiálu ot. tělesa	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
ν	kinematická viskozita	[m ² .s ⁻¹]
ρ_{OT}	hustota materiálu otopného tělesa	[kg.m ⁻³]
τ	čas	[s]

τ_0	časová konstanta	[s]
τ_s	tepelná setrvačnost	[s]
τ_u	parametr pro volbu aproximace při Strejcově metodě	[-]
φ	zatížení otopné soustavy	[-]
$\varphi_{1,2}$	poměr osálení	[-]
ψ	poměrný hmotnostní průtok vody	[-]

1. ÚVOD

Regulace tepelných zdrojů je dnes, v době snižování energetické náročnosti budov, velkým tématem. Otopné plochy si lze představit jako izolované lokální tepelné zdroje, u nichž se regulace bezpochyby uplatňuje. Jednou z možností je regulace místní, kterou lze na základě platných rovnic realizovat změnou průtoku teplotonosné látky nebo změnou její teploty. Obecně je cílem dosáhnout s adekvátní reakcí regulátoru takového stavu, kdy je výkon otopného tělesa v rovnováze s požadavky vytápěného prostoru, tj. dosažení nového ustáleného stavu. Tím je přeneseně vytvářena i tzv. tepelná pohoda, která je zásadní složkou pohody prostředí, tj. stavu, kdy je zachována tepelná rovnováha člověka, včetně dalších parametrů, na požadované úrovni. Ustálené stavy tepelného výkonu otopných ploch jsou v literatuře velmi dobře popsány. Práce se proto věnuje výhradně dějům nestacionárním, tedy reakcím na regulační zásah.

Nejvýznamnějšími ději jsou náběh tepelného výkonu a také chladnutí otopných těles. Disertační práce je zaměřena pouze na desková otopná tělesa. Je to dáno tím, že (nejen) na současném českém trhu je k dispozici nepřeberné množství druhů resp. typů otopných ploch, lišících se konstrukcí, materiály, principem funkce apod.

Dosud bylo možné dynamické chování otopných ploch spolehlivě vyhodnotit a popsat pouze s využitím měření termovizní technikou, přičemž základním cílem této práce je stanovení dynamiky jiným způsobem. V práci je tak proveden rozbor experimentálně zjištěných hodnot a na základě matematického popisu dynamických dějů je stanoven způsob určování dynamiky otopných těles v simulačním prostředí MATLAB. Ideální je takový model, který generuje data na základě snadno dostupných údajů (např. z katalogu přímo od výrobce). Nejprve je třeba experimentálně ověřit hodnoty dynamických parametrů otopných těles a jejich případné kolísání v různých oblastech výkonového spektra a také celkovou reakci na regulační zásah. Dynamiku chování otopných těles, resp. regulační pochody, lze mezi sebou porovnávat na základě různých parametrů, mezi něž lze zahrnout časovou konstantu, dobu průtahu nebo setrvačnosti náběhu a chladnutí, které lze různými postupy vyhodnotit z přechodové charakteristiky. Každé otopné těleso pak vykazuje individuální charakteristiku a právě simulace resp. predikce této přechodové charakteristiky, která je nezbytná pro získání vlastních dynamických parametrů, je zásadním novým poznatkem vyplývajícím z této disertační práce. To je zároveň i velmi praktický výstupem, protože v práci uvedený model je nástroj velice rychle poskytující podklad pro zjištění a hodnocení dynamiky a to bez nutnosti provádění finančně náročných experimentů (pro určité dále vyjmenované typy otopných těles). Takto dostupná data jsou základem pro návrh a optimalizaci funkce regulátorů tepelného výkonu, ale také podkladem pro jejich optimální součinnost s konkrétním druhem či typem otopného tělesa. Jelikož je dnes vytápění otopnými tělesy nejrozšířenější, je nutno se zabývat regulací provozu právě takového způsobu vytápění.

2. REŠERŠE SOUČASNÉHO STAVU PROBLEMATIKY A TEORETICKÝ ZÁKLAD

2.1 Tepelný výkon ve vytápěném prostoru

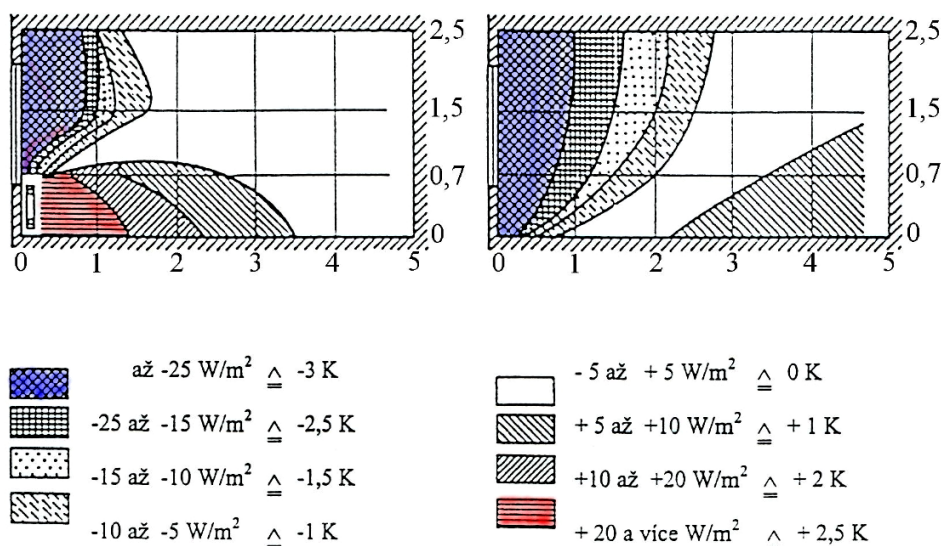
Pro člověka je fyziologicky příznivější převážně sálavý způsob sdílení tepla do prostoru, kdy lze tepelné pohody dosáhnout i při nižších teplotách vzduchu, a přestože jsou otopná tělesa zástupci převážně konvektivního způsobu vytápění, je možné mezi jejich typy nalézt i takové, které mají výraznou sálavou složku tepelného výkonu (viz *Tab. 1*). U převážně sálavého způsobu vytápění si lze představit, že dochází nejprve k osálení okolních ploch a až následně dochází ke sdílení tepla z těchto ploch do vzduchu uvnitř vytápěného prostoru. Efekt podílu sálavé složky lze hodnotit s využitím střední radiační teploty.

Tab. 1 Relativní podíl tepla sdílený sáláním pro vybraná otopná tělesa [1]

Otopné těleso		Podíl výkonu sdílený sáláním		
		Místnost	Zadní stěna	Celkový
Deskové otopné těleso – typ	10	0,38	0,18	0,56
	11	0,25	0,11	0,36
	20	0,23	0,10	0,33
	21	0,20	0,08	0,28
	22	0,17	0,07	0,24
	33	0,14	0,04	0,18
Ocelové trubkové otopné těleso	2 sloupkové	0,27	0,12	0,39
	3 sloupkové	0,20	0,07	0,27
	4 sloupkové	0,17	0,05	0,22
Ocelové článkové těleso		0,28	0,10	0,38
Článkové těleso s úzkými sloupkami		0,26	0,11	0,37
Litinové článkové těleso		0,26	0,10	0,36
Litinové článkové těleso s uzavřenou čelní plochou		0,21	0,08	0,29

Člověk hodnotí naprosto stejně pokles teploty vzduchu, jako pokles střední radiační teploty tzn., že oba tyto parametry mají přinejmenším stejnou důležitost při vytváření pohody prostředí. Dle [1] je nutno dodržet mezi těmito veličinami minimální rozdíl, přičemž za optimální se považuje rozdíl do ± 3 K.

Z *Tab. 1* je zřejmé, že výraznou sálavou složkou disponují především typy otopných těles bez konvektivních plechů a s jednou deskou. Z tohoto důvodu je přesně takové deskové otopné těleso (typ 10) hlavním zkoumaným objektem této disertační práce, na kterém budou prováděny experimenty, a pro které je vytvořen matematický model. V závislosti na údajích uvedených v *Tab. 1* si lze udělat představu o tom, jaký měrný tepelný tok je v oblasti otopného tělesa vysálán, viz *Obr. 1*.



Obr. 1 Oblasti kladného a záporného sálavého účinku a odpovídající nárůst a pokles výsledné teploty ve vytápěném prostoru (čísla na obrázku jsou uváděna v [m]) [2]

K intenzitě sálání je zde rovněž přiřazen úměrný pokles či nárůst výsledné teploty, přičemž oblast s teplotou o -3 K a více je již považována za člověku výrazně nepříjemnou. Nelze však přesně určit hranice pro všeobecnou oblast tepelné pohody, jelikož je ovlivněna řadou faktorů, mezi něž patří například teplota vzduchu a okolních ploch, vlhkost vzduchu, rychlost proudění vzduchu, tepelný odpor oděvu, věk, vykonávaná činnost, pohlaví či aktuální zdravotní stav apod. Nelze tedy říci, že člověk pociťuje tepelnou pohodu právě při teplotě vzduchu $22 \text{ }^\circ\text{C}$, nicméně tato teplota je pokládána za optimální pro sedícího, běžně oblečeného stredoevropana nevykonávajícího těžkou práci. Pro neoblečeného člověka je doporučována teplota vzduchu $28 \text{ }^\circ\text{C}$ a pro prostory, kde se pohybují převážně ženy, je doporučována teplota přibližně o 2 K vyšší, tj. $24 \text{ }^\circ\text{C}$ [1].

Hlavním způsobem sdílení tepla do prostoru otopnými tělesy je však obecně proudění. Konvektivní proud mohutní s výškou otopného tělesa a to pouze v jeho délce, tzn., že v okolí otopného tělesa vzniká oblast lokální tepelné nepohody. Pokud však bude délka otopného tělesa rovna nejméně délce okna, pak je tato oblast poměrně malá. Je to především z toho důvodu, že teplé konvektivní proudy od otopného tělesa obracejí („kompenzují“) chladné klesající konvektivní proudy od okna.

Modelováním proudění v místnosti s jedním otopným tělesem se zabývají autoři Peeters, Beausoleil-Morrison a Novoselac v [3], kde podrobně popisují a experimentálně potvrzují zákonitosti přirozené, nucené i smíšené konvekce. Autoři rovněž studují i proudění v mezeře za otopným tělesem s různými kombinacemi polohy a velikosti okna.

Jiným parametrem ovlivňujícím pohodu prostředí je vertikální teplotní profil ve vytápěném prostoru. Dle [4] je nanejvýš důležité pro získání maximálně vyrovnaného teplotního profilu, volit co nejdelší otopné těleso s vhodně zvolenými teplotními

parametry. S tím souvisí i problematika volby typu deskového otopného tělesa, kdy lze obecně konstatovat, že čím je těleso delší, tím nižší typ (tj. typ s méně deskami a konvekčními plechy) je možné volit a zvyšovat tak sálavou tepelnou složku.

O vlivu proudění vzduchu a přenosu tepla (a vlhkosti) do vytápěného prostoru na člověka hovoří i autoři Gökhan a Muhsin v [5], kde nabízejí numerickou analýzu i obecně popisují tepelný komfort pro sedícího člověka v místnosti vytápěné deskovým otopným tělesem typu 20 (tj. dvě desky bez konvekčních plechů).

Otopné těleso je výměníkem tepla, kdy je jeho úkolem sdílení tepla z teplotnosné látky do vytápěného prostoru za účelem dosažení tepelné pohody. Základní děj popisuje rovnice (1), kdy z přivedené otopné vody nejprve dochází k přestupu tepla při proudění teplotnosné látky na vnitřní straně otopného tělesa, následně vedení tepla stěnou otopného tělesa a pak k přestupu tepla z teplosměnné plochy na straně vzduchu do vytápěného prostoru sáláním a konvekcí. Tepelný výkon náleží mezi teplototechnické charakteristiky otopných těles [1].

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{OT} &= \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w1} - t_{w2}) = \alpha_w \cdot S_w \cdot (t_{wm} - t_{sw}) = \frac{\lambda_{OT}}{\delta_{OT}} \cdot S_m \cdot (t_{sw} - t_{sL}) = \\ &= \alpha_k \cdot S_L \cdot (t_{sL} - t_{ok}) + 5,67 \cdot \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot S_L \cdot \left[\left(\frac{t_{sL} + 273,15}{100} \right)^4 - \left(\frac{t_r + 273,15}{100} \right)^4 \right] \cdot \varphi_{1,2} \end{aligned} \quad (1)$$

kde je

\dot{Q}_{OT}	sdílený tepelný výkon otopného tělesa	[W]
\dot{m}_w	hmotnostní průtok vody	[kg.s ⁻¹]
c_w	měrná tepelná kapacita vody	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
t_{w1}	teplota vody na vstupu do otopného tělesa	[°C]
t_{w2}	teplota vody na výstupu z otopného tělesa	[°C]
α_w	součinitel přestupu tepla na straně vody	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
S_w	teplosměnná plocha na straně vody	[m ²]
t_{wm}	střední teplota vody	[°C]
t_{sw}	teplota povrchu tělesa na straně vody	[°C]
δ_{OT}	tloušťka materiálu desky otopného tělesa	[m]
λ_{OT}	součinitel tepelné vodivosti materiálu ot. tělesa	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
S_m	střední teplosměnná plocha	[m ²]
t_{sL}	teplota povrchu tělesa na straně vzduchu	[°C]
α_k	součinitel přestupu tepla konvekcí na straně vzduchu	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
S_L	teplosměnná plocha na straně vzduchu	[m ²]
t_{ok}	teplota vzduchu v okolí otopného tělesa	[°C]
ε_1	emisivita sálajícího tělesa	[-]
ε_2	emisivita osálaného tělesa	[-]

t_f	střední radiační teplota	[°C]
$\varphi_{1,2}$	poměr osálení	[-]

Tentýž tepelný tok sdílený otopným tělesem lze také stanovit dle vztahu (2), kde je využito součinitele prostupu tepla U [$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$], jakožto parametru hodnotícího kvalitu přenosu tepla z teplotnosné látky do okolního prostředí. Prostup tepla, resp. přestup tepla na straně vzduchu v něm obsažený, zahrnuje jak sálavou, tak konvekční složku.

$$\dot{Q}_{\text{OT}} = U \cdot S_L \cdot (t_{\text{wm}} - t_{\text{ok}}) = \dot{Q}_{\text{OT,k}} + \dot{Q}_{\text{OT,s}} \quad (2)$$

kde je

\dot{Q}_{OT}	sdílený tepelný výkon otopného tělesa	[W]
U	součinitel prostupu tepla	[$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$]
S_L	teplosměnná plocha na straně vzduchu	[m^2]
t_{wm}	střední teplota teplotnosné látky	[°C]
t_{ok}	teplota vzduchu v okolí otopného tělesa	[°C]
$\dot{Q}_{\text{OT,k}}$	sdílený tepelný výkon otopného tělesa konvekcí	[W]
$\dot{Q}_{\text{OT,s}}$	sdílený tepelný výkon otopného tělesa sáláním	[W]

Tepelný výkon, resp. jeho sdílení, má u otopných těles dynamickou podstatu a jeho rozbor je tedy důležitým poznatkem pro tuto práci. Jako takový se skládá z části předávané sáláním a konvekcí, a tyto složky budou popsány níže. Poměr zastoupení jednotlivých složek je závislý především na uspořádání teplosměnné plochy na straně vzduchu (viz rovnice (2)) jako celku. Není tedy pravdou, že je závislý pouze na průmětné ploše otopného tělesa směrem do prostoru. Zde se také nachází významné omezení použitelnosti termovizní techniky, jako nástroje pro spolehlivé zjišťování výkonu otopných těles. Část tepla sdílená sáláním je závislá na poměru průmětné čelní plochy a konvekčních ploch. Toto souvisí se závěry, které vyplývají z *Tab. 1*, kdy např. deskové otopné těleso typu 33 s relativně malou průmětnou plochou a velkou rozšířenou přestupní plochou sdílí z celkového tepelného toku do místnosti pouze 14 % sáláním. Pokud si však všimneme otopného tělesa typu 10 o stejné průmětné ploše a za stejných teplotních podmínek, tak sdílí do místnosti 38 % tepelného toku sáláním. Procentuální podíl tepla sdílený sáláním je také u typů s více deskami téměř nezávislý na rozdílu střední teploty teplotnosné látky a referenční teploty okolí [1].

2.2 Sdílení tepla konvekcí

Výpočet konvekční složky tepelného výkonu je jedním z největších problémů při řešení dynamiky otopných ploch. Je závislá na mnoha proměnných parametrech řešitelných teorií podobnosti a přesný výpočet je možný jen v základních zjednodušených případech viz např. [6]. V praxi se využívá kritériálních rovnic nebo empirických vztahů. Je nutné navíc rozlišovat, zda a kdy se jedná o konvekci přirozenou

či nucenou. Pro přirozenou konvekci nabývá kritériální rovnice obecnou funkční závislost:

$$Nu = f(Gr, Pr) \quad (3)$$

Pro nucenou konvekci nabývá tvaru:

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (4)$$

kde je

Nu	Nusseltovo číslo	[-]
Gr	Grashofovo číslo	[-]
Pr	Prandtlovo číslo	[-]
Re	Reynoldsovo číslo	[-]

Význam a stanovení jednotlivých bezrozměrných kritérií viz např. [7] a [8]. Z Nusseltova čísla jsme schopni (viz rovnice (5)) vyjádřit součinitel přestupu tepla, na základě kterého Newton zavedl definici hustoty tepelného toku (6).

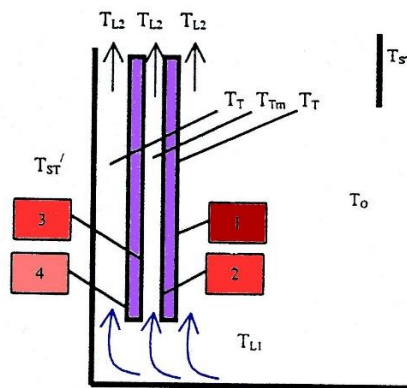
$$Nu = \frac{\alpha_k \cdot L}{\lambda} \quad (5)$$

$$\dot{q} = \alpha_k \cdot \Delta t \quad (6)$$

kde je

α_k	součinitel přestupu tepla konvekci	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
L	charakteristický rozměr	[m]
λ	součinitel tepelné vodivosti tekutiny	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
\dot{q}	hustota tepelného toku	[W.m ⁻²]
Δt	rozdíl teplot povrchu a obtékající tekutiny	[K]

Kritériální rovnice a vztahy jsou uváděny často jen obecně, ale pro otopná tělesa je třeba respektovat změnu okrajových podmínek, viz *Obr. 2*, který zobrazuje deskové otopné těleso typu 20. Na toto navazuje *Tab. 2*.



Obr. 2 Umístění deskového otopného tělesa typ 20 u stěny a okrajové podmínky [2]

Tab. 2 Okrajové podmínky pro deskové otopné těleso typu 20 [2]

VOLNÝ PROSTOR	„vztah“	U STĚNY
T_T	=	T_T
T_{L1}	=	T_{L1}
T_{L2}	=	T_{L2}
T_{L2}	>	T_{L2}
	<	
T_o	>	T_{ST}
T_{ST}	<	T_{ST}'
T_o	<	T_{Tm}

Pro pochopení jednotlivých dějů na povrchu otopného tělesa je třeba jednotlivé povrchy oddělit. Na plochách 1 a 4 předpokládáme přestup tepla jak přirozenou konvekcí, tak sáláním, nicméně u stěny 4 je nutné zohlednit stísněný prostor jako polouzavřenou šachtu a také vyšší teplotu obvodové konstrukce. Prostor mezi deskami 2 a 3 si pak lze podle [9] pro představu zjednodušit jako proudění ve svislém kanálu.

2.2.1 Přestup tepla na straně vzduchu (podél svislé stěny)

V případě deskových otopných těles vzniká v jejich okolí výhradně přirozené proudění vzduchu (ať už volné, či stísněné mezi deskami nebo například mezi otopným tělesem a stěnou). Takové proudění vznikne v okamžiku, kdy převládnu vztlakové síly nad třecími a setrvačnými (platí i opačně pro tzv. negativní vztlak, který způsobuje chladné padající proudy). Vlastní vztlakovou sílu vyvolává teplotní rozdíl mezi stěnou otopného tělesa, resp. termokinetickou mezní vrstvou přilehlou k tělesu, a okolním vzduchem, kdy na základě rozdílu hustot dochází k vzájemnému pohybu dvou vrstev vzduchu o různé teplotě. Postupným procesem strhávání dochází na základě zákona o zachování hybnosti k neustálému mohutnění stoupajícího proudu vzduchu a záleží především na teplotním spádu otopného tělesa resp. soustavy, jaké mohutnosti bude dosaženo.

Z rovnováhy třecích a vztlakových sil je odvozeno Grashofovo číslo jako bezrozměrné určující kritérium pro přirozenou konvekci:

$$Gr = \frac{\beta \cdot g \cdot L^3 \cdot \Delta t_{mv}}{\nu^2} \quad (7)$$

kde je

β	součinitel objemové roztažnosti	[K ⁻¹]
g	tíhové zrychlení	[m.s ⁻²]
L	charakteristický rozměr (ve směru vektoru gravitace)	[m]
Δt_{mv}	rozdíl teplot v mezní vrstvě	[K]
ν	kinematická viskozita	[m ² .s ⁻¹]

Pro získání střední hodnoty součinitele přestupu tepla konvekcí pro laminární proudění podél svislé stěny o výšce H lze využít kritériální rovnici (8), která má platnost v následujícím rozmezí: $10^3 < (Gr \cdot Pr) < 10^9$; $0,7 < Pr < 3 \cdot 10^3$.

$$Nu_H = 0,76 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0,25} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{0,25} \quad (8)$$

kde je

Nu_H	Nusseltovo číslo po výšce H	[-]
Gr_H	Grashofovo číslo po výšce H	[-]
Pr	Prandtlovo číslo tekutiny o teplotě mimo termokinetickou mezní vrstvu	[-]
Pr_s	Prandtlovo číslo tekutiny o teplotě stěny	[-]

V rozmezí $(Gr \cdot Pr) > 6 \cdot 10^{10}$ nastává rozvinuté turbulentní proudění. Střední hodnotu součinitele přestupu tepla při takovém volném proudění opět ve výšce H je možné vyjádřit z následující kritériální rovnice.

$$Nu_H = 0,15 \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/3} \cdot \left(\frac{Pr}{Pr_s} \right)^{0,25} \quad (9)$$

Po výšce otopného tělesa je třeba hledat mezní hodnotu, kdy laminární proudění přechází do turbulentního režimu a k tomu se využije součinu Grashofova kritéria v odlehlosti x od začátku proudění (Gr_x) a Prandtlova čísla. Vyjádřené vztahy pro mezní výšky jednotlivých režimů proudění H_{lam} a H_{tur} jsou pak prezentované rovnicemi (10) a (11).

$$H_{lam} = 10^3 \cdot \left(\frac{\nu \cdot a}{g \cdot \beta \cdot \Delta t_{mv}} \right)^{1/3} \quad (10)$$

$$H_{tur} = 3,915 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{\nu \cdot a}{g \cdot \beta \cdot \Delta t_{mv}} \right)^{1/3} \quad (11)$$

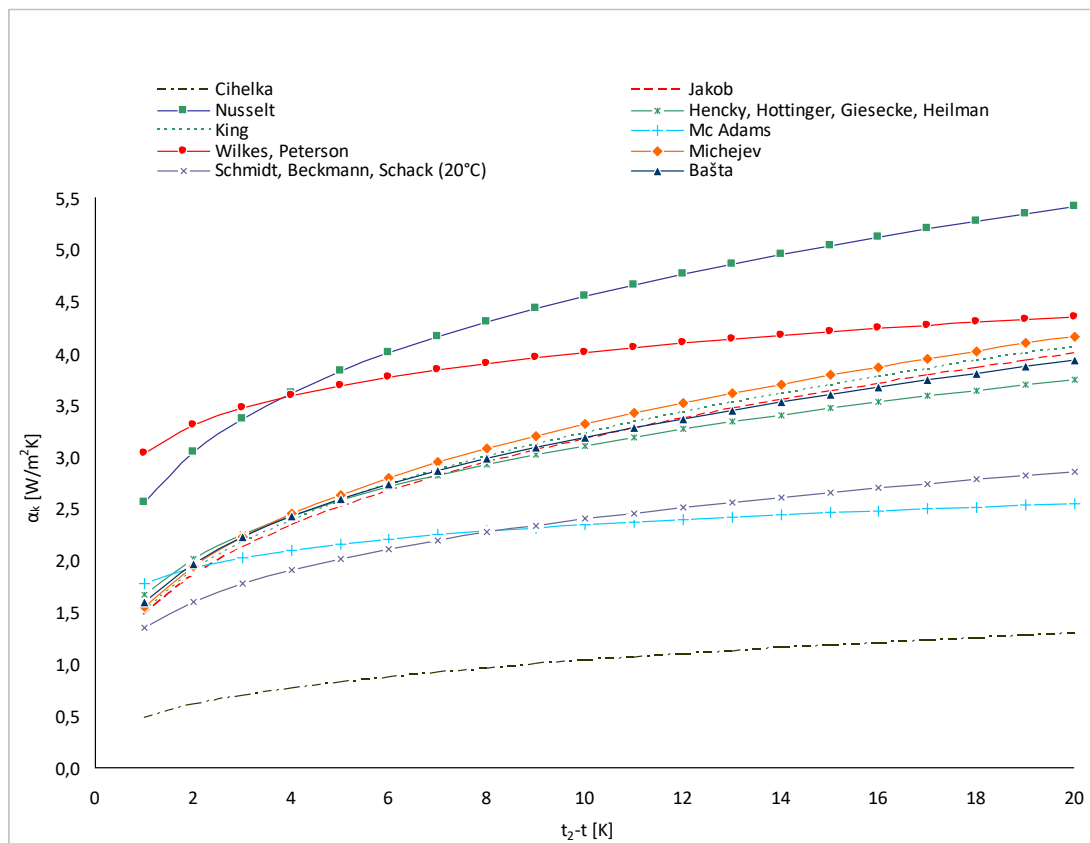
kde je

β	součinitel objemové roztažnosti	[K ⁻¹]
g	tíhové zrychlení	[m.s ⁻²]
Δt_{mv}	rozdíl teplot v mezní vrstvě	[K]
ν	kinematická viskozita	[m ² .s ⁻¹]
a	součinitel teplotní vodivosti	[m ² .s ⁻¹]

Ve výšce x , která je menší než H_{lam} , je režim proudění laminární a pro výšku x větší než H_{tur} je charakter proudění turbulentní. V rozsahu mezi těmito hodnotami se nalézá oblast přechodného proudění, kde dochází k prvotní turbulizaci proudění

a součinitel přestupu tepla je zde velmi nestabilní. Této problematice se mj. věnuje práce [10], kde autoři Shati, Blakey a Beck popisují vliv drsnosti stěny na sdílení tepla konvekcí otopným tělesem. Autoři konstatují zvýšení výkonu otopného tělesa právě z důvodu turbulizace vzduchu ve vzduchové mezeře mezi instalační stěnou a otopným tělesem a vliv šířky vzduchové mezery, přičemž toto potvrzují CFD modely a praktickými experimenty. Tato oblast by jistě mohla být námětem na další zkoumání zvyšování účinnosti sdílení tepla do vytápěného prostoru.

Pro vlastní součinitel přestupu tepla konvekcí podél svislé stěny lze nalézt v literatuře mnoho vztahů, lišících se dle autorů, nicméně v naprosté většině jsou vyjádřeny jako závislost rozdílu okolní teploty, tj. mimo mezní vrstvu a povrchové teploty stěny (Δt). Největší vzájemné shody dosahují vztahy Jacoba, Heilmana a kol., Kinga, McAdamse a kol. a Michejeva, viz rovnice (12) až (16) níže. Porovnání i dalších vztahů nabízí Obr. 3.



Obr. 3 Porovnání součinitelů přestupu tepla podél svislé stěny podle různých autorů [2]

$$\alpha_k = 1,47 \cdot \sqrt[3]{\Delta t} \dots \text{M. Jacob (pro } 20^\circ \text{C)} \quad (12)$$

$$\alpha_k = 1,67 \cdot \Delta t^{0,27} \dots \text{B. Heilman a kol.} \quad (13)$$

$$\alpha_k = 1,51 \cdot \Delta t^{0,33} \dots \text{C. King} \quad (14)$$

$$\alpha_k = 1,78 \cdot \Delta t^{0,12} \dots \text{McAdams a kol.} \quad (15)$$

$$\alpha_k = 1,55 \cdot \Delta t^{0,33} \dots \text{F. Michejev} \quad (16)$$

Při uvažování dnes běžného rozsahu provozních teplot u deskových otopných těles (střední teplota otopné vody $t_{wm} = 35$ až 60 °C), pak pro taková tělesa nejlépe vyhoví vztah podle Bašty [11].

$$\alpha_k = 1,6 \cdot (t_{sL} - t_{ok})^{0,3} \quad (17)$$

kde je

t_{sL} teplota povrchu tělesa na straně vzduchu [°C]

t_{ok} teplota vzduchu v okolí otopného tělesa [°C]

2.2.2 Přestup tepla na straně vody

Standardně je rezidenční vytápění zajišťováno otopnou vodou, kdy se teplotní spád za jmenovitých podmínek na otopném tělese pohybuje v rozmezí 10 až 20 K. V takových případech se předpokládá, že průtočná rychlost v otopném tělese bude velice nízká a tudíž se bude spolehlivě jednat o laminární režim proudění. Po splnění podmínky rozmezí $(Re \cdot Pr \cdot d_h)/L > 12$ lze postupovat dle experimentálně stanoveného vztahu:

$$Nu = 1,62 \cdot \left(Re \cdot Pr \frac{d_{h,OT}}{L} \right)^{1/3} \quad (18)$$

kde je

$d_{h,OT}$ hydraulický průměr kanálků otopného tělesa ($d_{h,OT} = (4 \cdot A_{OT})/o_{OT}$) [m]

L charakteristický rozměr [m]

A_{OT} průtočný průřez kanálků otopného tělesa [m²]

o_{OT} smočený obvod kanálků otopného tělesa [m]

Se vzrůstající střední teplotou otopné vody roste rovněž součinitel přestupu tepla na vnitřní straně otopného tělesa α_w (o cca 0,6 % na každých 20 °C). Lze tedy konstatovat, že součinitel α_w je v uvažovaném pásmu teplot přibližně konstantní.

2.3 Sdílení tepla vedením

Vedení tepla je proces sdílení tepla principiálně rozdílný od konvekce. Základní podmínka je shodná, tedy musí být přítomen teplotní rozdíl, nicméně vedení probíhá hlavně v tuhých materiálech mezi sousedními molekulami. Základní vztah pro hustotu tepelného toku stanovil Fourier,

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \nabla t \quad (19)$$

kde λ [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$] je součinitel tepelné vodivosti daného materiálu. Podobně jako součinitel přestupu tepla je i součinitel tepelné vodivosti závislý na mnoha parametrech, mj. na teplotě, hustotě, vlhkosti či elektrické vodivosti. Níže je uvedena rovnice popisující vedení tepla v tuhých tělesech po matematických úpravách:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{Q}_i}{c_{OT} \cdot \rho_{OT}} \quad (20)$$

kde je

t	teplota	[K]
τ	čas	[s]
a	součinitel teplotní vodivosti ($a = \lambda_{OT} / (c_{OT} \cdot \rho_{OT})$)	$[\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}]$
x, y, z	souřadnice teplotního pole	[m]
\dot{Q}_i	objemová hustota vnitřního zdroje tepla	$[\text{W}\cdot\text{m}^{-3}]$
c_{OT}	měrná tepelná kapacita materiálu ot. tělesa	$[\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}]$
ρ_{OT}	hustota materiálu otopného tělesa	$[\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$
λ_{OT}	součinitel tepelné vodivosti materiálu ot. tělesa	$[\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}]$

Nejčastěji však stačí jednorozměrné vedení tepla a vztah (20) přejde (za předpokladu $\dot{Q}_i = 0$) do tvaru:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (21)$$

Z poslední uvedené rovnice lze s využitím pravidel podobnosti vyjádřit tzv. Fourierovo kritérium, které se využívá jako časové měřítko pro nestacionární děje.

$$Fo = \frac{a \cdot \tau}{L^2} \quad (22)$$

kde je

a	součinitel teplotní vodivosti	$[\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}]$
τ	čas	[s]
L	charakteristický rozměr	[m]

Pro analytické řešení se musí stanovit počáteční a okrajové podmínky a tyto jsou časové a prostorové. Jsou obvykle trojího druhu. Buď je dána povrchová teplota jako funkce času, nebo je dán měrný tepelný tok na povrchu tělesa, ale nejběžněji je dána teplota v okolí tělesa jako funkce času a zároveň součinitel přestupu tepla. Rovnice (23) platí pro rovinnou stěnu (desku otopného tělesa). Pro jiné případy, jakými jsou například trubková otopná tělesa, přísluší rovnice pro válcovou stěnu apod., viz např. [12].

$$\dot{Q}_{OT} = \dot{q} \cdot S_m = \frac{\lambda_{OT}}{\delta_{OT}} \cdot S_m \cdot (t_{sw} - t_{sL}) \quad (23)$$

kde je

\dot{Q}_{OT}	sdílený tepelný výkon otopného tělesa	[W]
\dot{q}	měrný tepelný tok	[W.m ⁻²]
S_m	střední teplosměnná plocha	[m ²]
δ_{OT}	tloušťka materiálu desky otopného tělesa	[m]
λ_{OT}	součinitel tepelné vodivosti materiálu ot. tělesa	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
t_{sw}	teplota povrchu tělesa na straně vody	[°C]
t_{sL}	teplota povrchu tělesa na straně vzduchu	[°C]

Odpor proti vedení tepla je v případě deskových otopných těles možné zanedbat, jelikož tato otopná tělesa mají velice tenkou stěnu (1,25 až 1,3 mm), která je z materiálu s vysokou tepelnou vodivostí (ocel cca 65 W.m⁻¹.K⁻¹).

Důležitý fyzikální předpoklad pro využití dále popsanych metod poskytuje Biotovo číslo, coby základní podobnostní kritérium pro nestacionární vedení tepla.

2.4 Sdílení tepla sáláním

Sdílení tepla sáláním je zcela odlišné od doposud popsanych mechanismů sdílení tepla. Jedná se o přenos tepelného záření ve formě elektromagnetických vln, jež se šíří rychlostí světla. Příklad otopného tělesa umístěného ve vytápěném prostoru si lze představit jako neprůteplivé těleso sálající skrze průteplivé prostředí na okolní plochy, které se nahrazují modelem šedého tělesa.

V praktických výpočtech se využívá Steffan-Boltzmannova zákona, který vyjadřuje celkový sálavý tok dokonale černého tělesa. Rovnice (24) je matematickým vyjádřením tohoto zákona pro hustotu sálavého toku.

$$\dot{q}_0 = 5,67 \cdot \left(\frac{T_s}{100} \right)^4 \quad (24)$$

kde je

\dot{q}_0	hustota sálavého toku dokonale černého tělesa	[W.m ⁻²]
T_s	termodynamická povrchová teplota	[K]

V ideálním případě by bylo požadováno, aby otopné těleso bylo dokonalým zářičem v celém rozsahu vlnových délek, nicméně u reálného tělesa jsou jeho vyzařovací schopnosti závislé právě na vlnové délce. Z tohoto důvodu je nutné u každého otopného tělesa určit jeho poměrnou zářivost, tj. emisivitu. Právě emisivita, vyjádřená vztahem (25), je základní vlastností pro přenos tepla sáláním.

$$\varepsilon = \frac{\dot{q}}{\dot{q}_0} \quad (25)$$

Z definice emisivity, coby bezrozměrného parametru postihujícího fyzikální vlastnosti povrchové úpravy z hlediska záření vyplývá, že je sálavý výkon otopného tělesa závislý právě na jeho povrchové úpravě. Hlavním problémem je výpočet tepelného toku mezi dvěma, v prostoru libovolně umístěnými tělesy tak, jak je ukazuje Obr. 4, kde je znázorněna obecná situace dvou navzájem sálajících povrchů, kterou matematicky popisuje rovnice (26).

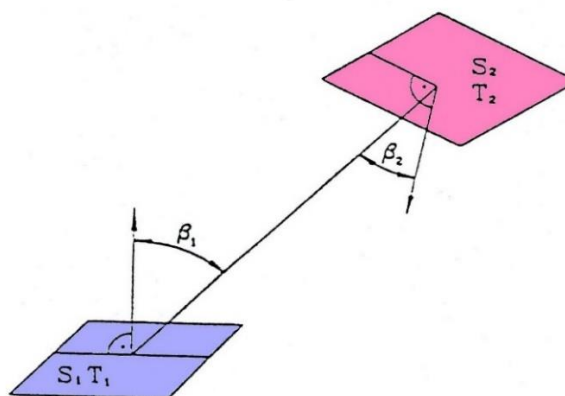
$$\dot{Q}_{s1,2} = \frac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}{\pi} \cdot 5,67 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{\cos \beta_1 \cdot \cos \beta_2}{r^2} dS_1 dS_2 \quad (26)$$

kde je

$\dot{Q}_{s1,2}$	tepelný výkon sdílený sáláním mezi dvěma plochami	[W]
$\varepsilon_1; \varepsilon_2$	emisivita ploch 1 a 2	[-]
$S_1; S_2$	plochy 1 a 2	[m ²]
$T_1; T_2$	termodynamické teploty ploch 1 a 2	[K]

Komplikace je skryta ve vzájemné orientaci obou ploch. Zavedením poměru osálení se však tento problém významně zjednoduší. Vyjádření poměru osálení je zřejmé ze vztahu (27). Zároveň lze konstatovat, že u otopných těles umístěných ve vytápěné místnosti se poměr osálení blíží jedné, neboť se jedná o poměrně malou sálající plochu zcela obklopenou plochami osálanými.

$$\varphi_{1,2} = \frac{1}{\pi \cdot S_1} \cdot \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{\cos \beta_1 \cdot \cos \beta_2}{r^2} dS_1 dS_2 \quad (27)$$



Obr. 4 Geometrie dvou v prostoru vzájemně osálaných ploch [2]

Nyní je možné stanovit rovnici pro výkon sdílený sáláním. Tato rovnice je doplněna o analogický zápis k přestupu tepla konvencí, kde α_s [W.m⁻².K⁻¹] je součinitel přestupu tepla sáláním, vyjádřený dále rovnicí (29).

$$\dot{Q}_s = 5,67 \cdot \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot S_1 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot \varphi_{1,2} = \alpha_s \cdot S_1 \cdot (t_1 - t_2) \quad (28)$$

$$\alpha_s = \frac{5,67 \cdot \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \cdot \varphi_{1,2}}{(t_1 - t_2)} \quad (29)$$

Následně lze pro vnější stěnu otopného tělesa stanovit celkový součinitel přestupu tepla α_c [W.m⁻².K⁻¹], zahrnující podíl sálavé i konvekční složky.

$$\alpha_c = \alpha_k + \alpha_s \quad (30)$$

Sálání deskových otopných těles se věnuje práce [10], kde je autory popisován vliv emisivity stěny na sdílení tepla. Autoři popisují různé povrchové úpravy i instalační stěny a vydávají doporučení, jež zajistí vyšší výkon otopného tělesa, přičemž toto potvrzují CFD modelem a praktickým experimentem.

2.5 Charakteristiky otopných těles

U otopných těles se rozeznávají geometrické, teplotnické a provozní charakteristiky. Všechny mají výrazný vliv na dynamické chování otopných těles a zahrnují důležité parametry pro jednotlivé otopné plochy, resp. tělesa.

Jak už bylo uvedeno dříve, tepelný výkon náleží mezi teplotnické charakteristiky, kam se zařazuje rovněž tepelný modul, charakteristická rovnice nebo měrný tepelný výkon a součinitel prostupu tepla [1].

K souboru geometrických charakteristik je nutné přihlédnout při hledání jednotlivých veličin jedinečných pro dané druhy či typy otopných těles a jejich chování při přechodovém ději. Geometrické charakteristiky určují obecně rozměry, přístupní plochu, vodní obsah či hmotnost aj.

Poslední ze skupiny charakteristik se nazývá provozní. Jak už název napovídá, jedná se o takové veličiny, které dávají představu o tom, jak se otopná plocha chová ve chvíli, kdy již obsahuje teplotnosnou látku a nabíhá nebo se nachází na úrovni jmenovitého výkonu, nebo chladne na teplotu okolí. Tyto charakteristiky velmi významně popisují dynamické chování otopných ploch a rovněž se zásadně podílí na návrhu regulace jejich tepelného výkonu. Mezi jinými se do této skupiny zahrnuje tlaková ztráta, průtokový součinitel, odporová charakteristika typu a vzorku či různé přetlaky. Pro tuto práci jsou však nejdůležitější tepelná setrvačnost a setrvačnost náběhu.

2.5.1 Tepelná setrvačnost

Tepelnou setrvačností lze hodnotit dynamiku tepelně technického chování otopných ploch. V naprosté většině případů je vyjádřena jednoduše časem. Pro účel této práce je však výhodnější vyjádření poměrem tepelného výkonu otopného tělesa k času.

Tepelnou setrvačnost lze stanovit při znalosti parametrů vytápěného prostoru a teplotních poměrů soustavy. Dále je nutné znát hmotnostní průtok teplotnosné látky a parametry samotného tělesa a jeho náplně, jež jsou vyjádřeny celkovou tepelnou kapacitou. Největší dostupnou veličinou, i vzhledem k výše popsanému, se pak stává součinitel prostupu tepla, charakterizující intenzitu sdílení tepla z teplotnosné látky do prostoru. Vztah pro tepelnou setrvačnost τ_s [s] [1].

$$\tau_s = \frac{m_w \cdot c_w + m_{OT} \cdot c_{OT}}{\dot{m}_w \cdot c_w + \frac{U \cdot S_L}{2}} \cdot \ln \frac{t_{wm} - t_{ok,\tau}}{t_{wm} - t_{ok,0}} \quad (31)$$

kde je

τ_s	tepelná setrvačnost	[s]
m_w	hmotnost vodní náplně otopného tělesa	[kg]
c_w	měrná tepelná kapacita vody	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
m_{OT}	hmotnost otopného tělesa bez vody	[kg]
c_{OT}	měrná tepelná kapacita materiálu ot. tělesa	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
\dot{m}_w	hmotnostní průtok vody	[kg.s ⁻¹]
U	součinitel prostupu tepla	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
S_L	teplosměnná plocha na straně vzduchu	[m ²]
t_{wm}	střední teplota vody	[°C]
$t_{ok,\tau}$	teplota vzduchu v okolí otopného tělesa v čase τ	[°C]
$t_{ok,0}$	teplota vzduchu v okolí otopného tělesa v čase „0“	[°C]

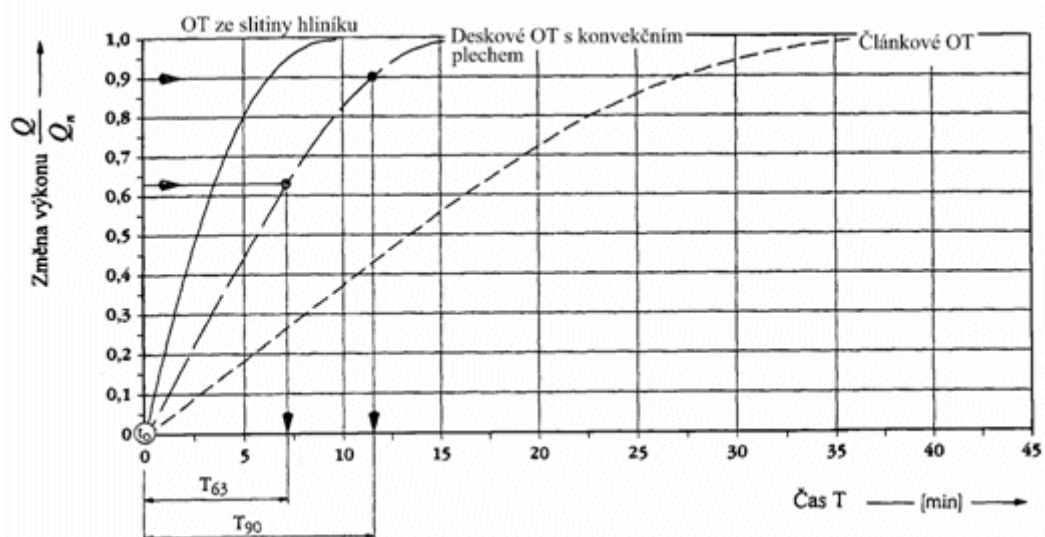
2.5.2 Setrvačnost náběhu

Setrvačnost náběhu vyjadřuje dobu nutnou k dosažení jmenovitého tepelného výkonu za podmínek, kdy je přiváděna teplotnosná látka o jmenovité vstupní teplotě při jmenovitém průtoku a jmenovité teplotě okolí. Pro otopná tělesa je nejčastěji vyjádřená časem v minutách, přičemž tuto hodnotu určujeme pro každý jednotlivý typ otopného tělesa zvlášť. Je to velice důležité měřítko rychlosti odezvy otopné plochy na regulační zásah. Pro porovnání rychlosti této odezvy (tj. dynamiky chování) v různých fázích regulačního procesu slouží dva vybrané stavy - setrvačnosti náběhu T_{n63} a T_{n90} . Tyto hodnoty vyjadřují dobu potřebnou k dosažení 63,2 resp. 90 % jmenovitého tepelného výkonu. Obr. 5 tyto hodnoty přibližuje a ukazuje, jaký může být rozdíl mezi jednotlivými druhy otopných těles.

Na svislé ose je nejčastěji vyneseno bezrozměrný poměrný výkon, tzn. výkon v čase τ vůči jmenovitému tepelnému výkonu. Z výše uvedených hodnot je důležitější T_{n63} . Lze konstatovat, že přibližně odpovídá časové konstantě τ_0 , která je podstatná pro návrh regulátorů. T_{n63} rovněž nabízí lepší představu o chování otopného tělesa

v přechodné části otopného období, kdy tepelný výkon otopných těles osciluje právě okolo hodnoty 63 % jmenovitého tepelného výkonu.

Z doposud uvedeného je zřejmé, že dynamika otopných ploch a její zjišťování a hodnocení, například právě s využitím setrvačnosti náběhu, je základním prvkem pro určení regulovatelnosti tepelného výkonu otopného tělesa, resp. celé otopné soustavy a lze podle ní usuzovat, jaké druhy otopných ploch lze slučovat do shodných regulačních celků.



Obr. 5 Křivky náběhu pro různé druhy otopných těles [1]

K problematice tepelné setrvačnosti a setrvačnosti náběhu se vyjadřuje i autorka Nesvadbová v člancích [13] a [14], kde popisuje obecné vlastnosti s vlivem na dynamiku a rovněž spojení tepelného čerpadla s otopnou soustavou. Popisován je mimo jiné bivalentní provoz tepelného čerpadla vzduch-voda se soustavou s deskovými otopnými tělesy. Hlavním tématem práce je však popis různých přístupů a metod k řešení dynamiky soustav využitých v součinnosti se softwarem pro tepelnou analýzu budov TASE a to především v severských zemích.

Setrvačnost lze určovat i pro chladnutí otopných ploch (T_{ch63} a T_{ch90}), kdy sledujeme pokles tepelného výkonu ze jmenovité hladiny na nulovou hodnotu. Tímto způsobem lze popsat celý dynamický děj, nicméně současný problém je v tom, že hodnoty se zjišťují spolehlivě zatím výhradně měřeními. Nejvíce využívanou metodou v současnosti je snímání změny teplotního pole v čase termovizní kamerou, viz dále. Tato metoda má však zásadní nedostatky a podrobuje se poměrně významnému zjednodušení. Tab. 3 zobrazuje veškeré aspekty, které tepelný výkon ovlivňují. O charakteristikách otopných ploch více viz např. [15].

Tab. 3 Kritéria ovlivňující tepelný výkon otopných těles [1]

Výkon ovlivněn		Příčina změny
Konstrukcí	Velikostí – výška hloubka délka počet článků	S_L, U
	Tvarem – rozšíření přestupní plochy	$S_L, U = f(\alpha_k)$
	Druhem materiálu	$U = f(\lambda_{OT})$
	Povrchovou úpravou	$U = f(\alpha_s \Rightarrow \varepsilon)$
Teplotou	Teplonosné látky	$U = f(\lambda, \alpha_w) = f(\Delta t)$
	Vytápěného prostoru	$U = f(\alpha_k, \alpha_s)$
Provozem	Hmotnostní průtok	$U = f(\alpha_w, t_{wm})$
	Způsob připojení tělesa	$U = f(\alpha_w)$
	Úpravy okolí tělesa	$U = f(\alpha_k)$

2.6 Stanovení dynamiky systémů

2.6.1 Bezdotykové měření

V současnosti nejpoužívanější způsob sledování dynamiky systémů je s využitím termovizní techniky. Jedná se o zařízení, které zachycuje infračervenou část elektromagnetického záření. Toto záření dopadá přes optiku na infračervený detektor, kde je převedeno na elektrický napěťový signál. Ten je následně digitálně zpracován tak, aby bylo dosaženo zobrazení teplotního pole měřeného objektu. Skutečnost, že záření přímo závisí na povrchové teplotě objektu, umožňuje kameře tuto teplotu vypočítat a zobrazit. Avšak radiace měřená kamerou nezávisí pouze na teplotě objektu, ale výrazně také na emisivitě jeho povrchu. Tato vlastnost je zásadní a proto je nutné znát její hodnotu, která je maximálně blízká skutečnosti. Dalšími veličinami jsou úhel snímání, vzdálenost mezi objektivem kamery a měřeným objektem, střední radiační teplota, relativní vlhkost a teplota vzduchu resp. propustnost atmosféry mezi objektivem a objektem. Na všech těchto veličinách pak závisí přesnost měřené povrchové teploty.

Zajímavou prací [16] se v oboru snímání termovizní kamerou prezentoval Litwa, který sledoval vliv úhlu snímání na přesnost tří různých kamer. Za kritickou hodnotu považoval pokles přesnosti o 2 %. Například pro termovizní kameru od výrobce FLIR (ThermaCam E25) autor udává kritický pozorovací úhel 53 až 57° (v závislosti na vzdálenosti od měřené plochy).

Stanovit dynamiku termovizní kamerou umožňuje metodika, kdy je snímáno teplotní pole v určitých nastavených časových sekvencích a tím vzniká soubor termogramů, který určuje časovou osu měření. Tím se zároveň získá průběh závislosti povrchové teploty otopného tělesa na čase v každém jednotlivém bodě (pixelu), který je

snímač kamery schopen rozlišit. Předpoklady a omezení, za jakých je možný převod na závislost poměrného tepelného výkonu na čase, popisují kapitoly 4.3 a 4.4.

O problematice bezdotykového měření teplot, výhodách a také vyhodnocení výsledků se významnou měrou hovoří v [17] a [18]. Sledování dynamiky termovizní technikou má však svá zásadní omezení, viz 4.3.1. Tato omezení se mnoho autorů snaží vyřešit využitím simulačního přístupu, či obecně matematickou identifikací tohoto procesu. Termovizní snímání a měření obecně však vždy bude mít svou nezastupitelnou úlohu, minimálně ve smyslu ověření dosažených výsledků.

2.6.2 Modelování a simulace

Předtím, než lze nahradit reálné chování modelem, je nutné toto chování aproximovat a vyhodnotit zásadní podmínky, které děj ovlivňují. Pro modely je tak velice důležitá matematická identifikace systému.

První ucelené základy u nás přinesli autoři Čermák, Peterka a Zázvorka ve své knize Dynamika regulovaných soustav v tepelné energetice a chemii [19], kde se pokusili o matematicko-fyzikální analýzu nejrůznějších regulovaných soustav, z nichž některé lze přiblížit otopným tělesům, coby tepelným výměníkům. Autoři rozebírají různé způsoby popisu regulovaných soustav a okolnosti, které jsou podstatné pro nekomplikovaný model, který však udává výsledky odpovídající skutečnosti. Zároveň nabízejí i komplikované matematické řešení, které však není pro praxi příliš vhodné. Je zřejmé, že čím více vstupních veličin je známo, tím lépe bude model přizpůsoben realitě a tím je menší složitost a objem nutných výpočtů.

Žádný matematický model nemůže dokonale postihnout realitu a je tak pouze odvozenou, více či méně zdařilou aproximací skutečnosti. Z tohoto důvodu může být model dostatečně postihující jeden problém, naprosto nevhodný pro jiné aplikace a okolnosti podstatné v prvním případě mohou být naprosto nepodstatnými v případě druhém. Má-li být tedy model dostatečně přesný a vystihovat všechny důležité okolnosti, a zároveň nemá být příliš komplikovaný, je nutné znát účel využití daného modelu. Výhodou publikace [19] je obsáhlý popis základních zákonitostí sdílení tepla tak, jak byly popsány výše, a jejich využití pro automatizaci a regulaci.

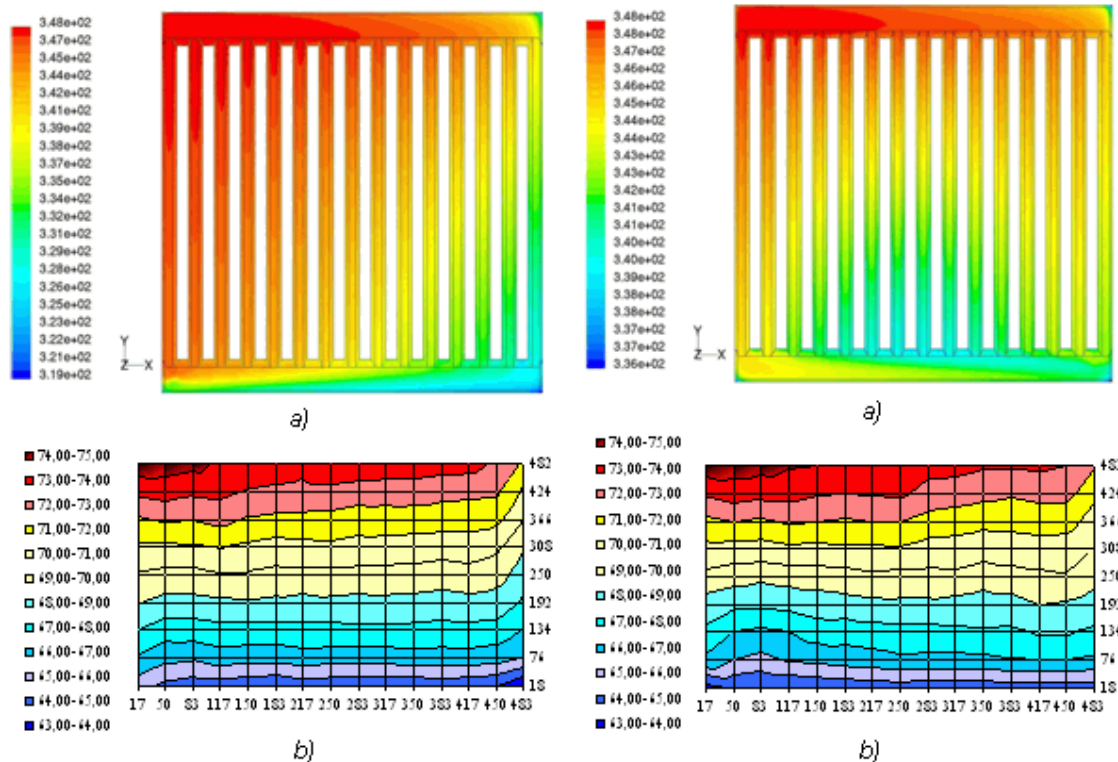
Matematickou identifikací systémů a simulačními modely se uceleně zabývali i Zítek [20] a později Noskiewič [21].

Autoři Bašta a Vavříčka využili kombinaci termovize a softwarové simulace ve své práci [22]. Porovnali teplotní pole dvou typů deskových otopných těles pro různé způsoby napojení (viz Obr. 6) a bilancovali důvody snížení tepelného výkonu pro určité konfigurace. V závěru jsou doporučené optimální způsoby napojení pro různá otopná tělesa.

Obr. 6 ukazuje určitou shodu mezi experimentem a simulací. Autoři zjistili velice podobné rozložení teplot, přičemž chladnější oblasti jsou způsobeny poklesem rychlosti

proudění. Model a experiment se však zásadně neshodují v zobrazení minimální teploty na otopném tělese (simulace cca 46 °C a experiment cca 63 °C).

Obr. 7 se týká stejného otopného tělesa, pouze připojeného oboustranně shora dolů. Zde již dochází k mírnému rozporu v rozložení teplot a posunu střední teploty otopného tělesa níže. V tomto zapojení je však indikována stejná minimální teplota jak pro model, tak experiment.



Obr. 6 Teplotní pole otopného tělesa typ 10 – 500 x 500, při jmenovitém průtoku a jednostranném napojení shora-dolů [22]

a) matematická simulace ve vertikálním řezu vedeném podélnou osou tělesa
 b) experimentálně zjištěné rozložení povrchových teplot podél otopného tělesa

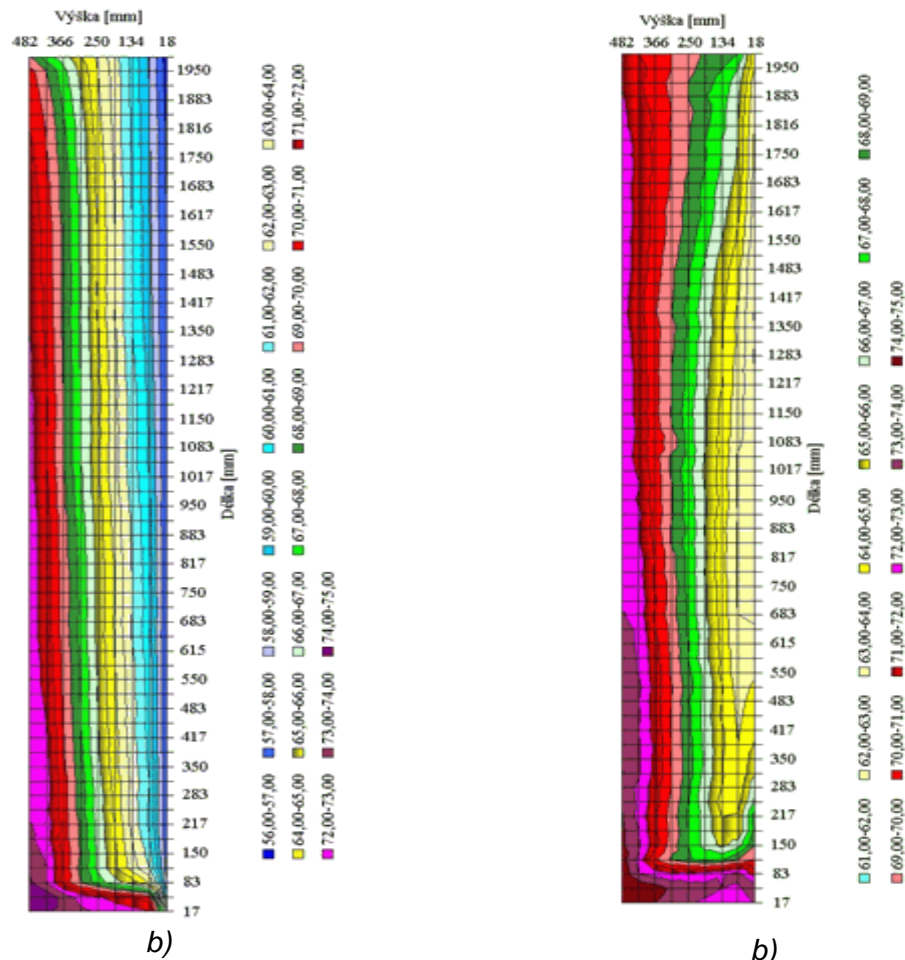
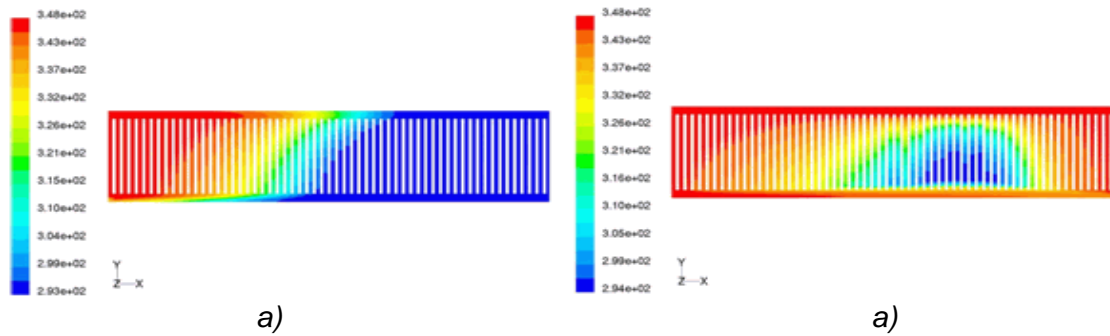
Obr. 7 Teplotní pole otopného tělesa typ 10 – 500 x 500, při jmenovitém průtoku a oboustranném napojení shora-dolů [22]

a) matematická simulace ve vertikálním řezu vedeném podélnou osou tělesa
 b) experimentálně zjištěné rozložení povrchových teplot podél otopného tělesa

Obr. 8 ukazuje porovnání simulace a experimentu pro dlouhé otopné těleso s jednostranným zapojením a je zcela zřejmé, že se teplotní pole zásadně neshodují. Autoři se domnívají, že největší vliv na rozdíly v rozložení teplotních polí pro jednostranné zapojení shora dolů má proudění horní rozvodnou komorou, kdy v tomto případě byl v otopném tělese instalován distanční kroužek, se kterým se však v simulaci nepočítalo. Natočení distančního kroužku je zcela náhodné a nepříznivá poloha tak může negativně ovlivnit zatékání do otopného tělesa.

Pro oboustranné zapojení (*Obr. 9*) téhož otopného tělesa je rovněž patrný výrazný rozdíl v teplotních polích, což je způsobeno opět distančním kroužkem, kdy je proud vody hned za vstupem do otopného tělesa strháván do dolní sběrné komory a odchází zpět do soustavy. U matematické simulace je však vidět téměř rovnoměrné rozložení teplot s plynulým průtokem, kdy pouze uprostřed tělesa dochází ke snížení rychlosti proudění a tím většímu ochlazení otopné vody.

Závěrem autoři konstatují lepší shodu modelu a experimentu obecně pro oboustranné napojení shora dolů, když u jednostranného napojení je silný náhodný vliv distančního kroužku. Pro dlouhá otopná tělesa ($L_{OT}/H_{OT} \geq 3$) autoři doporučují jednoznačně zapojení oboustranné shora dolů, jež skýtá možnost dosažení vyšších a rovnoměrnějších povrchových teplot a tím lepší využití teplosměnné plochy. Důležité pro simulaci dynamiky otopných těles jsou jednoznačně vliv způsobu zapojení tělesa do soustavy a vliv natočení distančního kroužku. Dnes se však výrobci u svých těles snaží instalovat distanční kroužek jednotným a kontrolovaným způsobem.



Obr. 8 Teplotní pole otopného tělesa typ 10 – 500 x 2000, při jmenovitém průtoku a jednostranném napojení shora dolů [22]

a) matematická simulace ve vertikálním řezu vedeném podélnou osou tělesa
 b) experimentálně zjištěné rozložení povrchových teplot podél otopného tělesa

Obr. 9 Teplotní pole otopného tělesa typ 10 – 500 x 2000, při jmenovitém průtoku a oboustranném napojení shora dolů [22]

a) matematická simulace ve vertikálním řezu vedeném podélnou osou tělesa
 b) experimentálně zjištěné rozložení povrchových teplot podél otopného tělesa

Intenzivně se modelování dynamického chování otopných těles věnovali Jančík a Bašta [11]. Příspěvek se zabývá procesem chlazení otopného tělesa se středovým napojením MM typ 10 – 500 x 1000, a to především sestavením modelu chování v programu MATLAB Simulink v závislosti na různých způsobech určení celkového součinitele přestupu tepla, coby jednoho z nejdůležitějších parametrů pro sdílení tepla na teplosměnné ploše na straně vzduchu. Jednotlivé dynamické modely s odlišně určenými součiniteli přestupu tepla následně autoři porovnávají s termovizním měřením a vyhodnocují maximální možnost zjednodušení celkového součinitele přestupu tepla pro dosažení relevantních výsledků. Autoři zanedbávají odpory proti přestupu tepla na straně vody a vedení tepla materiálem otopného tělesa, za předpokladů, které jsou v jejich i v této práci popsány.

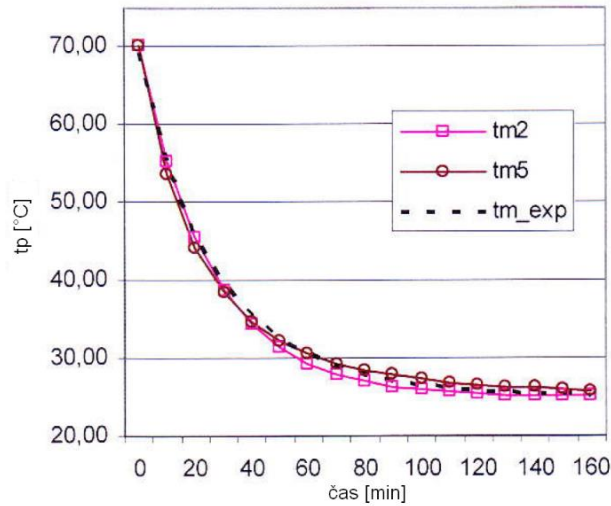
Ze všech zkoumaných možností autoři vyzdvihují dva modely, jejichž maximální relativní odchylka od experimentálně změřeného průběhu nebyla vyšší než 5 %. Modelová situace, označená v práci jako “tm2”, kdy je celkový součinitel přestupu tepla považován za konstantní, přičemž součinitel přestupu tepla konvekcí je dán rovnicí (32) a součinitel přestupu tepla sáláním je zadán jako konstantní, vykazovala maximální relativní odchylku 4,13 %.

$$\alpha_k = 1,6 \cdot \left(\left(\frac{t_{p,0} + t_{ok}}{2} \right) - t_{ok} \right)^{0,3} \quad (32)$$

kde je

α_k	součinitel přestupu tepla konvekcí (na straně vzduchu)	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
$t_{p,0}$	střední povrchová teplota otopného tělesa v čase „0“	[°C]
t_{ok}	teplota vzduchu v okolí otopného tělesa	[°C]

Nejllepší shodu s realitou pak vykazoval model s označením “tm5” s uvažováním závislosti celkového součinitele přestupu tepla na střední povrchové teplotě otopného tělesa. Součinitele přestupu tepla sáláním a konvekcí byly stanoveny stejně jako v předchozím případě, pouze v rovnici (32) byla hodnota $t_{p,0}$ nahrazena $t_p = f(\tau)$. Taktó stanovený průběh vykazoval odchylku nejvýše 2,9 % od termovizního měření (“tm_exp”). Obr. 10 ukazuje porovnání průběhů chlazení výše popsaných modelů s experimentálně zaznamenanými průběhy. Autoři rovněž potvrdili vysoký význam sálavé složky sdílení tepla u deskových otopných těles s nejvýše dvěma deskami a bez konvekčních plechů, kdy modely, ve kterých byla tato složka zanedbána, vykazovaly odchylky v desítkách procent.



Obr. 10 Porovnání průběhů dynamického chování deskového otopného tělesa MM 10 - 500 x 1000 získaných dvěma různými modely a experimentem [11]

Práce obsahuje také výpočetní řešení (“tm_exakt”) podle rovnice (33), kde byla za časovou konstantu τ_0 dosazena nejprve hodnota určená výpočtem z rovnice (34) (za celkový součinitel přestupu tepla dosazena shodná hodnota jako pro model “tm2”) a poté hodnota setrvačnosti chlazení T_{ch63} vyhodnocená z experimentu (“tm_exakt2”).

$$t_p = (t_{p,0} - t_{ok}) \cdot e^{\frac{-\tau}{\tau_0}} + t_{ok} \quad (33)$$

kde je

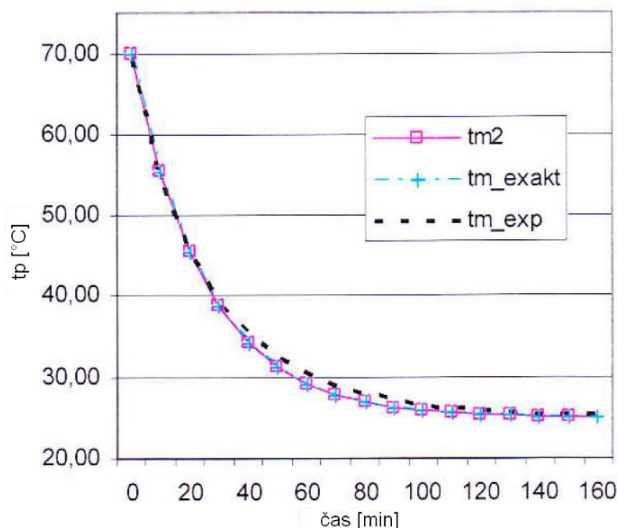
t_p	střední povrchová teplota otopného tělesa	[°C]
$t_{p,0}$	střední povrchová teplota otopného tělesa v čase „0“	[°C]
t_{ok}	teplota vzduchu v okolí otopného tělesa	[°C]
τ_0	časová konstanta	[s]
τ	čas	[s]

$$\tau_0 = \frac{m_w \cdot c_w + m_{OT} \cdot c_{OT}}{\alpha_c \cdot S_L} \quad (34)$$

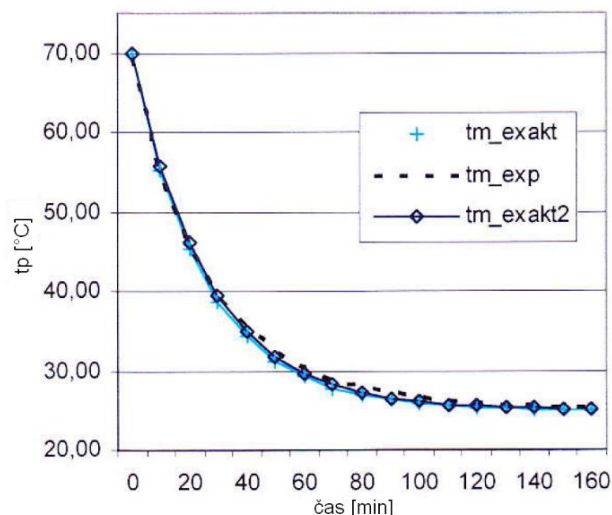
kde je

τ_0	časová konstanta	[s]
m_w	hmotnost vodní náplně otopného tělesa	[kg]
c_w	měrná tepelná kapacita vody	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
m_{OT}	hmotnost otopného tělesa bez vody	[kg]
c_{OT}	měrná tepelná kapacita materiálu ot. tělesa	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
α_c	celkový součinitel přestupu tepla	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
S_L	teplosměnná plocha na straně vzduchu	[m ²]

Podle předpokladu je vypočtený průběh s využitím celkového součinitele přestupu tepla dle modelu “tm2” shodný se samotnou modelovou situací (viz Obr. 11) a má tedy i stejnou maximální odchylku 4,13 %. Výpočet průběhu chladnutí s experimentálně zjištěnou hodnotou T_{ch63} byl dle předpokladu ze všech metod nejbližší naměřenému (skutečnému) průběhu a to s odchylkou nejvýše 2,81 % (viz Obr. 12). Toto jen potvrzuje současnou dominanci termovizního zjišťování dynamiky u otopných těles.



Obr. 11 Porovnání průběhů dynamického chování deskového otopného tělesa MM 10 - 500 x 1000 získaného z modelu, výpočtu a experimentu [11]



Obr. 12 Porovnání průběhů dynamického chování deskového otopného tělesa MM 10 - 500 x 1000 získaného ze dvou výpočtů a experimentu [11]

Stejní autoři se rovněž pokusili o sestavení modelu dynamického chování otopného tělesa ve fázi náběhu [23]. V této práci nejprve rozebírají historii měření povrchových teplot s využitím teplotních čidel v určených bodech na otopné ploše a vyzdvihují význam termovizní techniky, díky které se prohloubila úroveň poznání v tomto oboru. Upozorňují, že zatímco pro fázi chladnutí byla metoda měření např. ve

třech bodech dostatečně přesná, pro náběh to neplatí. Je to především z toho důvodu, že křivka náběhu je na rozdíl od chladnutí vyššího, nejčastěji druhého řádu. Například měření v devíti bodech vykazuje odchylku až 30 % vůči termoviznímu záznamu teplotního pole.

Určení setrvačnosti náběhu, stejně jako chladnutí, je založeno na základní energetické bilanci převedené do diferenciální podoby, viz rovnice (35). V případě chladnutí se však tato rovnice významně zjednodušuje o člen vyjadřující přívod energie.

$$(m_w \cdot c_w + m_{OT} \cdot c_{OT}) \cdot \frac{dt_p}{d\tau} = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w1} - t_{w2}) - \alpha_c \cdot S_L \cdot (t_p - t_{ok}) \quad (35)$$

kde je

m_w	hmotnost vodní náplně otopného tělesa	[kg]
c_w	měrná tepelná kapacita vody	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
m_{OT}	hmotnost otopného tělesa bez vody	[kg]
c_{OT}	měrná tepelná kapacita materiálu ot. tělesa	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
t_p	střední povrchová teplota otopného tělesa	[°C]
τ	čas	[s]
\dot{m}_w	hmotnostní průtok vody	[kg.s ⁻¹]
t_{w1}	teplota vody na vstupu do otopného tělesa	[°C]
t_{w2}	teplota vody na výstupu z otopného tělesa	[°C]
α_c	celkový součinitel přestupu tepla	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
S_L	teplosměnná plocha na straně vzduchu	[m ²]
t_{ok}	teplota vzduchu v okolí otopného tělesa	[°C]

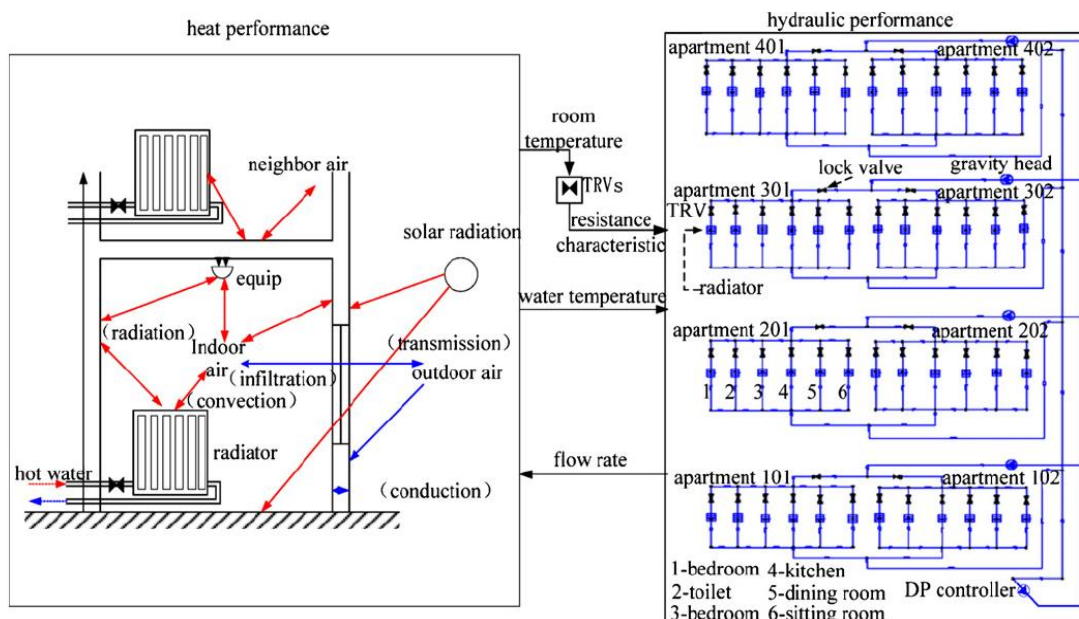
Tato základní rovnice obsahuje hlavní problémy, které při modelování dynamiky náběhu vznikají, a které jsou řešeny i v této disertační práci. První z řady komplikací oproti vyhodnocení fáze chladnutí vychází již z fyzikální podstaty náběhu a na tom závislých výsledků experimentu. Celý systém je v tuto chvíli systémem vyššího řádu, a proto zde dochází k problémům s identifikací například inflexního bodu křivky, se sestrojením tečny křivky či správným určením dopravního zpoždění (princip vyhodnocení viz kapitola 4.4.2). U náběhu pak dochází k vytlačování původního vodního obsahu tělesa vstupní otopnou vodou o výrazně vyšší teplotě, což způsobí, že v rovnici (35) se stanou některé parametry, které jsou v případě chladnutí konstantní, proměnné. Jedná se především o teplosměnnou plochu, která sdílí teplo do okolí jen určitou svou částí. V prvotní fázi rovněž není známo, jakou teplotu bude mít otopná voda vytékající z tělesa.

Přestože MATLAB umožňuje relativně snadné zadávání a výpočet diferenciálních rovnic, tak se autorům nepodařilo dosáhnout shody mezi experimentem a modelem a získali výsledky s odchylkou až 30 %.

Velmi podobným přístupem, tedy ve smyslu použití rovnice (35) a softwaru MATLAB, se o nalezení funkčního modelu pokusili autoři Brembilla a kol. [24]. Příspěvek pojednává o sestavení modelu náběhu deskového otopného tělesa na základě jeho dělení do 5 částí, resp. kapacit, které jsou postupně protékány otopnou vodou. Každou část otopného tělesa autoři řeší zvlášť s tím, že jako celek je řešena akumulace otopného tělesa a tzv. dodaný tepelný výkon, podle kterého je zkoumána dynamika. Grafické výsledky byly dále porovnány s daty získanými ze softwaru IDA. Na základě této rešerše byl využit analogický přístup s dělením teplosměnné plochy na určitý počet sektorů, v nichž byla dynamika vyhodnocována odděleně. Výsledky viz další kapitoly této práce.

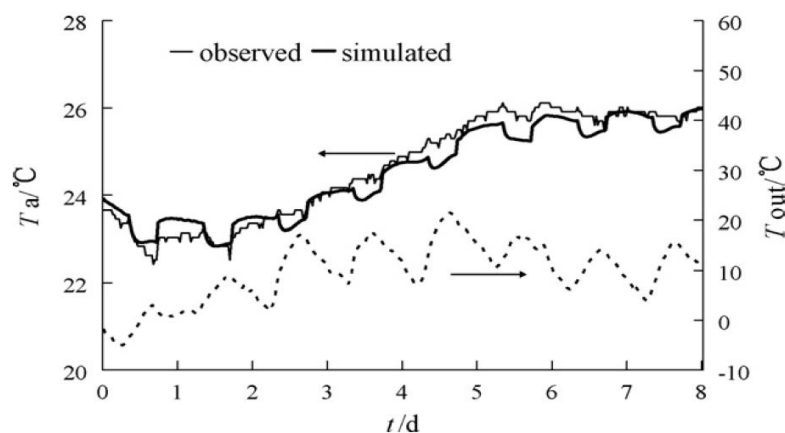
O pravděpodobně nejkompexnější popis dynamické simulace chování systémů s otopnými tělesy osazenými regulačními ventily s termostatickými hlavici se pokusili autoři z pekingské univerzity Xu, Fu a Di [25]. Jejich práce spočívala v sestavení a popisu oddělených modelů obytné místnosti, ventilu, otopné soustavy a otopného tělesa a jejich vzájemného propojení. Sestavili tak globální model popisující nejen tepelné chování, ale rovněž hydraulické poměry otopných těles v celé obytné budově. Do úvahy autoři brali i dopravní zpoždění, vliv sousedních nevytápěných místností, infiltraci, solární radiaci či uživatelské chování. Model sestavili na základě existující otopné soustavy instalované do obytného domu v Tianjinu v Číně, kde probíhalo měření všech potřebných parametrů po dobu jednoho roku. Přesnost sestaveného modelu následně potvrdili dalším, kratším měřením na původní soustavě, ale i na další soustavě v bytovém domě v Pekingu, kdy se autorům podařilo dosáhnout shody teploty v místnosti, teploty vratné otopné vody a dokonce i průtoku otopné vody. Celý model byl testován ve třech různých provozních režimech dle různých fází otopného období. Autoři rovněž vydávají jasná provozní doporučení ve smyslu energetických úspor.

Na *Obr. 13* je vidět, z jaké fyzikální představy autoři vycházeli. Celkově je model rozdělen na dvě vzájemně závislé části. Jednou je tepelný dynamický model, obsahující model místnosti a otopného tělesa, a druhou částí je hydraulický model potrubní sítě. Tyto dva modely pak propojuje model regulačního ventilu. Model je schopen po vzájemné integraci všech částí a zadání vstupních veličin spočítat průtok otopným tělesem, resp. celou soustavou, výstupní teplotu otopné vody z otopného tělesa a následně i vratnou vodu do zdroje tepla, výkon otopného tělesa a teplotu vzduchu v libovolné místnosti.

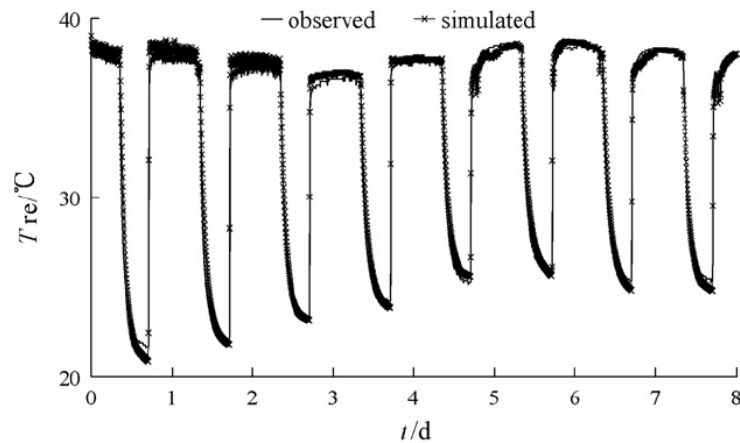


Obr. 13 Fyzikální představa simulačního modelu [25]

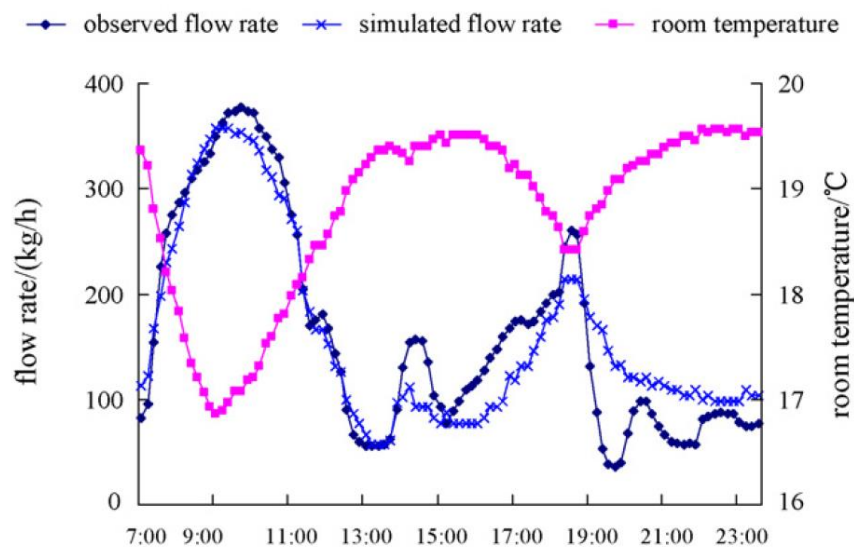
Ověření přesnosti modelu probíhalo ve dvou budovách po 8 dní, s různým nastavením termostatické hlavičky. Jako vstupní hodnoty pro model sloužila venkovní teplota, teplota vstupní vody do otopného tělesa a teplota v okolních místnostech, přičemž byla porovnávána měřená a simulovaná teplota vzduchu v místnosti a teplota výstupní otopné vody a průtok otopným tělesem. Autoři dosáhli se svým modelem výtečné shody se skutečným chováním celého systému, viz *Obr. 14 až Obr. 16*, kde jsou zobrazeny jednotlivé proměnné. Nepřesnosti jsou připisovány chybě měření, nepřesně stanovenému součiniteli prostupu tepla obálky daných budov či vlivu větru. Kromě úspěšně sestaveného modelu autoři v práci vysvětlují vliv regulačních ventilů na úspory v závislosti na nastavení osazené termostatické hlavičky. Tato práce však detailně neřeší model otopného tělesa, ale spíše globálně funkci soustavy jako celku fungujícího v určitém typu stavby.



Obr. 14 Porovnání měřené (tenčí) a simulované (silnější čára) teploty místnosti ve vztahu k venkovní teplotě (tečkovaný průběh), na vodorovné ose je čas vyjádřený počtem dní [25]



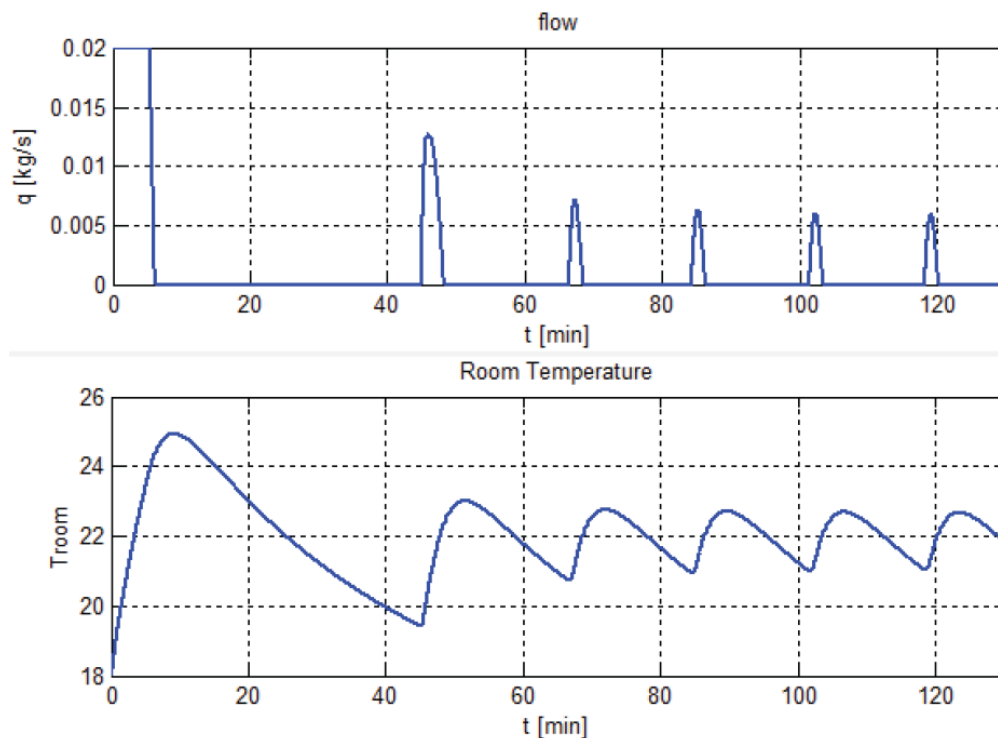
Obr. 15 Porovnání měřené (čára) a simulované (čára s křížky) teploty výstupní vody z otopného tělesa [25]



Obr. 16 Porovnání měřeného (tmavě modrá) a simulovaného (světle modrá) průtoku [25]

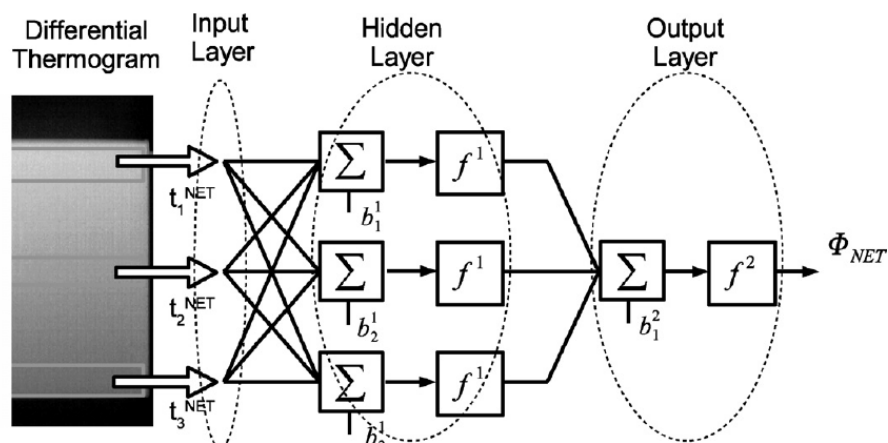
Velice podobnou tématikou, jakou obsahuje předchozí příspěvek, se zabývá i Tahersima a kol. v [26], kde autoři popisují sestavení modelu dynamického chování samotného otopného tělesa osazeného regulačním ventilem s termostatickou hlavicí. Model byl sestaven v programu MATLAB. Autoři také navrhnou PI regulátor pro různé fáze otopného období. Nicméně tato práce obsahuje mnohem méně okrajových podmínek, než využívá [25]. Je zde však popsáno chování regulačního ventilu pro jmenovitý výkon otopného tělesa a také pro přechodné období, přičemž závěry jsou ve shodě se získanými výsledky, které jsou popsány dále, viz 5.2. Z Obr. 17 je zřejmé, že v případě nízkého požadavku na výkon otopného tělesa dochází k cyklování ventilu a tím neustálému skokovému zvyšování a snižování průtoku otopné vody. Autoři toto chování analyzují a vydávají doporučení ohledně nastavení jednotlivých konstant pro PI regulátor. V reálném provozu však regulační ventil osazený běžnou (kapalinovou nebo

paroplynovou) termostatickou hlavicí necyklusuje, nýbrž s ohledem na velmi omezené pásmo proporcionality a mechanické části, nabývá pouze setrvalých hodnot otevřeno/zavřeno. Horní část zobrazuje průběh hmotnostního průtoku vody v čase a spodní část obrázku znázorňuje průběh teploty vzduchu ve vytápěné místnosti v čase.



Obr. 17 Chování regulačního ventilu se špatně navrženým PI regulátorem při přechodném období [26]

Jednou z posledních prací v oboru je práce Dudzika [27], kde autor popisuje vývoj algoritmu pro sledování chování otopného tělesa podle metodiky založené na tzv. umělé neuronové síti, která disponuje možností “učení”. Autor nejprve s termovizní kamerou získal hodnoty experimentálně a následně podle popsaného postupu vkládal tato data do příslušné neuronové sítě. Schéma viz Obr. 18.



Obr. 18 Algoritmus výpočtu tepelného výkonu na základě umělé neuronové sítě [27]

Autor konstatuje, že při použití tohoto přístupu odpadá problém se zjišťováním a měřením mnoha parametrů, které jsou zde popsány v teoretickém úvodu (viz konvekce a sálání) a výstupem je pak výkon otopného tělesa. Práce popisuje rovněž ověření přesnosti dané metody ve vztahu k původnímu experimentu. Podle prezentovaných výsledků dosáhl autor nepřesnosti pouhá dvě procenta, nicméně nevýhodou je, že tato metoda je zatím použitelná pouze pro ustálený stav a nikoliv stav přechodový. Autor dále popisuje velice nízkou univerzálnost tohoto řešení bez možnosti většího zobecnění pro jiná tělesa. Značnou nevýhodou však zůstává nutnost získání velkého množství experimentálních dat pro počáteční „učení“ neuronové sítě.

2.6.3 Statistická analýza naměřených dat

Autoři Jančík a Bašta [23] se pokusili o přístup s využitím statistické analýzy naměřených dat, kdy v programu LAB Fit hledali charakteristickou rovnici a její kořeny, které nejlépe aproximují průběh teplot při náběhu. V tomto případě tak dosáhli odchylky od experimentu pouze 2,4 %. Nicméně se ukázalo, že je experiment stále nezbytný minimálně pro fázi náběhu a zjednodušený přístup v souladu s rovnicí (35) není dostatečně přesný.

Statistickým přístupem se v zahraničí zabývali například i Letherman a kol. [28], kdy po nashromáždění dostatečného množství experimentálních dat určovali odezvu otopného tělesa na regulační zásah metodou pseudonáhodné binární sekvence.

Autoři Madsen a Holst [29] využili statistickou simulační metodu „grey-box“, když ji aplikovali na budovu s jednou měřenou místností. Tento přístup je jednou z možných cest při řešení dynamiky systémů a v této práci byl využit, viz následující kapitoly. Rovněž autoři Andersen a kol. vytvořili model ze stochastických diferenciálních rovnic pro stanovení tepelné dynamiky bytového domu [30]. Modelování s využitím statistiky se věnovali dále například i Braun a Chaturvedi [31] či Wang a Xu [32]. Nevýhodou statistiky však logicky zůstává velká náročnost na množství vstupních dat, což přímo ovlivňuje přesnost a kvalitu výsledků. Tyto modely také obvykle ne zcela přesně reflektují fyzikální chování dané soustavy.

2.7 Místní regulace výkonu otopných těles

Místní regulace tepelného výkonu otopných těles probíhá přímo v místě dodávky teplotné látky do otopného tělesa. Při standardním provedení otopné soustavy a porubní sítě se v případě otopných těles jedná výhradně o regulaci *kvantitativní*, tedy regulaci změnou průtoku vody (teplota vody samozřejmě kolísá v závislosti na podmínkách kvalitativní regulace zdroje tepla). Regulátorem výkonu otopných těles s kvantitativní charakteristikou je například regulační ventil osazený přímočinným proporcionálním regulátorem – hlavicí, nebo pohonem s regulátorem. Parametrem pro hodnocení a nastavení kvantitativní regulace je poměrný průtok otopné vody ψ [-], který lze vyjádřit ze zatížení otopné soustavy φ [-]:

$$\varphi = \frac{\dot{Q}_{OT}}{\dot{Q}_{OT,N}} = \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_{w,N}} \cdot \frac{c_w}{c_w} \cdot \frac{t_{w1} - t_{w2}}{t_{w1,N} - t_{w2,N}} = \psi \cdot \frac{t_{w1} - t_{w2}}{t_{w1,N} - t_{w2,N}} \quad (36)$$

kde je

\dot{Q}_{OT}	tepelný výkon otopného tělesa	[W]
$\dot{Q}_{OT,N}$	jmenovitý tepelný výkon otopného tělesa	[W]
\dot{m}_w	hmotnostní průtok vody	[kg.s ⁻¹]
$\dot{m}_{w,N}$	hmotnostní průtok vody při jmenovitém výkonu otopného tělesa	[kg.s ⁻¹]
c_w	měrná tepelná kapacita vody	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
t_{w1}	teplota vody na vstupu do otopného tělesa	[°C]
t_{w2}	teplota vody na výstupu z otopného tělesa	[°C]
$t_{w1,N}$	jmenovitá teplota vody na vstupu do otopného tělesa	[°C]
$t_{w2,N}$	jmenovitá teplota vody na výstupu do otopného tělesa	[°C]
ψ	poměrný hmotnostní průtok vody	[-]

2.7.1 Spojité regulátory

Znakem spojitých regulátorů je klouzavá změna akční veličiny, kterou lze nastavit na libovolnou myšlenou hodnotu. Tím se mimo jiné zvyšuje stabilita regulované veličiny. Spojité regulátory zajišťující místní regulaci tepelného výkonu otopných těles mohou být typu P, PI, či výjimečně PID. Tyto regulátory jsou často nepřímocinné, nejčastěji elektrické, a lineární. Nejběžnějším způsobem zajištění místní regulace tepelného výkonu otopného tělesa je osazení regulačního ventilu termostatickou hlavicí. Termostatická hlavice je přímočinný proporcionální regulátor s kapalinovou nebo paroplynovou náplní. Další možností je využití P či PI spojitých elektrických regulátorů, kdy na regulačním ventilu je osazen termopohon či servopohon. Nejpoužívanější je v takových případech regulátor s PI charakteristikou, a to i v podobě „termostatických“ elektronických hlavíc u ventilů. PID regulátory se používají pro místní regulaci pouze ve specifických případech a v běžné praxi nejsou v oboru vytápění dostupné.

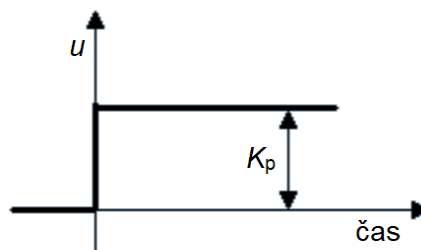
P-regulátor je tak v praxi tím nejjednodušším a nejpoužívanějším typem spojitého regulátoru (přestože v praxi vykazuje místy nespojitě chování), u kterého je změna výstupního signálu přímo úměrná změně vstupního signálu. Typickým zástupcem P-regulátoru je dvoucestný regulační ventil s kapalinovou nebo paroplynovou termostatickou hlavicí, který místně a kvantitativně reguluje tepelný výkon otopného tělesa podle teploty vzduchu ve svém okolí. Ideální P-regulátor tak nastavuje hodnotu akční veličiny u (zde zdvih kuželky ventilu) úměrně, neboli proporcionálně k regulační odchylce e (rozdílu od požadované teploty vzduchu v místnosti). Toto chování lze popsat vztahem (37), kde K_p je zesílení P-regulátoru:

$$u(\tau) = K_p \cdot e(\tau) \quad (37)$$

Zesílení je rovněž směrnicí přímký statické charakteristiky P-regulátoru. Převrácenou hodnotou zesílení je pak často udávané pásmo proporcionality x_p [%], kdy v rámci tohoto pásma každé hodnotě regulované hodnoty odpovídá určitá hodnota akční veličiny. Čím menší pásmo proporcionality je, tím menší je sice trvalá regulační odchylka, ale zároveň tím více se soustava blíží k nestabilitě. Jelikož je P-regulátor statickým systémem, není možné s jeho využitím zajistit odstranění této trvalé regulační odchylky.

Přenos ideálního P-regulátoru popisuje následující rovnice, kde index (s) značí ustálený stav. Přechodová charakteristika regulátoru je uvedena na Obr. 19:

$$R_{(s)} = \frac{u_{(s)}}{e_{(s)}} = K_p \quad (38)$$



Obr. 19 Přechodová charakteristika ideálního P-regulátoru [33]

Za účelem nastavování spojitých regulátorů je důležité nalézt především hodnoty doby náběhu T_n , doby průtahu T_u a zesílení soustavy K_s . Tyto parametry jsou vyhodnocovány přímo z přechodové charakteristiky soustavy (metodika vyhodnocení viz Obr. 20 v kapitole 4.4.2). Jsou-li tedy uvedené hodnoty pro regulovanou soustavu z charakteristiky známy, pak lze využít metodu nastavování regulátorů na empiricko-experimentální bázi. Nejznámější a nejběžnější metoda je nastavení podle Zieglera-Nicholse. Již v roce 1942 publikovali Ziegler a Nichols [34] dvě přibližné metody pro nastavování regulátorů P, PI a PID a jimi empiricky získané vztahy jsou buď v původní podobě, nebo s drobnými modifikacemi používány dodnes jak při ručním, tak při automatickém nastavování.

Tyto metody jsou určeny především pro nastavování PI a PID regulátorů. V moderní literatuře [35] lze nalézt, že jeden způsob nastavování využívá navíc ještě dvě tzv. kritické hodnoty, tj. kritické zesílení a kritickou dobu kmitu. Ucelený postup nastavení lze nalézt např. také v [36]. S ohledem na veličiny použité v této práci je však zajímavější druhý popsán přístup, kdy není třeba hledat kritické hodnoty kmitání a provádět tak další experiment. Tato metoda přináší uspokojivé regulační chování s dostatečnou přesností pro mnoho aplikací. Nejlepších výsledků je obecně dosaženo vždy, když se nastavování regulátoru provádí přímo v provozním zapojení s regulovanou soustavou [36], [35]:

P-regulátor

$$\text{Zesílení regulátoru:} \quad K_p = \frac{T_n}{T_u} \cdot \frac{1}{K_s} \quad (39)$$

PI-regulátor

$$\text{Zesílení regulátoru:} \quad K_p = 0,9 \cdot \frac{T_n}{T_u} \cdot \frac{1}{K_s} \quad (40)$$

$$\text{Integrační čas. konstanta:} \quad T_I = 3,3 \cdot T_u \quad (41)$$

PID-regulátor

$$\text{Zesílení regulátoru:} \quad K_p = 1,2 \cdot \frac{T_n}{T_u} \cdot \frac{1}{K_s} \quad (42)$$

$$\text{Integrační čas. konstanta:} \quad T_I = 2 \cdot T_u \quad (43)$$

$$\text{Derivační čas. konstanta:} \quad T_D = 0,5 \cdot T_u \quad (44)$$

Následným vývojem metodiky Ziegler-Nichols se zabývali autoři, podle nichž se nazývá další běžně využívaná metodika nastavování regulátorů. Metodika podle Chien, Hronese a Reswicka optimalizuje výše uvedenou metodu na základě experimentů prováděných za účelem zhodnocení přechodové odezvy systému na vstupní skokovou změnu parametrů. Níže uvedené rovnice, resp. nastavení regulátorů z nich vycházející prezentují dosud nejefektivnější metodu pro dosažení co nejkratší doby oscilace okolo požadované hodnoty. V [35] jsou prezentovány rovnice, podle kterých je možné dosáhnout požadované hodnoty bez jejího překmitu, nebo s překmitem do nejvýše 20 %. Níže jsou uvedeny rovnice pro případ s překmitem, jakožto reálná a časově příznivější varianta regulačního pochodu.

P-regulátor

$$\text{Zesílení regulátoru:} \quad K_p = 0,7 \cdot \frac{T_n}{T_u} \cdot \frac{1}{K_s} \quad (45)$$

PI-regulátor

$$\text{Zesílení regulátoru:} \quad K_p = 0,7 \cdot \frac{T_n}{T_u} \cdot \frac{1}{K_s} \quad (46)$$

$$\text{Integrační čas. konstanta:} \quad T_I = 2,3 \cdot T_u \quad (47)$$

PID-regulátor

$$\text{Zesílení regulátoru:} \quad K_p = 1,2 \cdot \frac{T_n}{T_u} \cdot \frac{1}{K_s} \quad (48)$$

$$\text{Integrační čas. konstanta:} \quad T_I = 2 \cdot T_u \quad (49)$$

$$\text{Derivační čas. konstanta:} \quad T_D = 0,42 \cdot T_u \quad (50)$$

2.7.2 Nespojité regulátory

Nespojité regulátory nejsou lineární a nemohou tak nabývat libovolných poloh. Akční veličina je měněna skokově a tudíž nabývá pouze omezeného počtu hodnot - mezi nejobyčejnější nespojité regulátory patří ty dvoupolohové (tzv. on/off regulátory). Takové regulátory často nepotřebují ke svému provozu pomocnou energii (např. bimetal). I přímočinné proporcionální regulátory v podobě termostatických hlavice osazených na regulačních ventilech mohou za určitých podmínek vykazovat nespojité chování. Zejména v případech, kdy se využívá nejnižších hodnot přednastavení u regulačních ventilů, kdy je pásmo proporcionality x_p menší než $0,3 K$ a ventil pak pracuje výhradně v polohách „otevřeno/zavřeno“. Výhodou těchto regulátorů není vysoká kvalita řízení, ale nízká cena a výborná spolehlivost. Podstatou dvoupolohové regulace je udržování regulované veličiny mezi dolní a horní úrovní – tzv. mezi spínacími hodnotami. Rozdíl mezi těmito hodnotami se nazývá spínací diferencí neboli hysterezí. Nastavená požadovaná hodnota se předpokládá ve středu této difference. Více viz kapitola 5.2 a [33].

3 FORMULACE CÍLŮ PRÁCE

Tato práce se zabývá dynamikou otopných těles, tj. stavy přechodovými, kdy otopné těleso nedosahuje svých jmenovitých parametrů. Těmito ději jsou náběh tepelného výkonu otopných těles a také chladnutí, tj. snižování tepelného výkonu sdíleného do vytápěné místnosti. Z rešerše vyplynulo, že je třeba se věnovat především oblasti náběhu tepelného výkonu v čase, kdy se z mnoha hodnot, v případě chladnutí považovaných za konstanty, stávají proměnné, což výrazně komplikuje analýzu a řešení této problematiky. V současnosti rovněž neexistuje jednotná spolehlivá metodika nebo způsob pro vyhodnocování dynamického chování různých druhů otopných těles. Obecným cílem je proto nalezení takového způsobu stanovení rozhodujících parametrů popisujících dynamické chování otopných těles a vlastní vyhodnocení dynamického děje, na jehož základě by bylo možné aplikovat získané poznatky na více typů otopných těles, a to ideálně bez použití finančně náročného měření v akreditovaných laboratořích. Jednotlivé cíle jsou stanoveny následovně:

- Zjistit reálnou a věrohodnou přechodovou charakteristiku náběhu a chladnutí deskových otopných těles
- Určit a vyčíslit dynamické parametry z přechodové charakteristiky otopných těles, vhodné pro nastavování regulace a simulaci tepelného výkonu otopných těles
- Provést simulaci chování deskového otopného tělesa osazeného P-regulátorem
- Omezit nutnost provádění experimentů pro vyhodnocování dynamických parametrů otopných těles
- Vytvořit a ověřit matematický model dynamického chování deskového otopného tělesa (MATLAB)

4 POUŽITÉ METODY ŘEŠENÍ

Tato kapitola obsahuje jednotlivé přístupy, teorii a okrajové podmínky, na základě kterých byly získány výsledky, jež jsou popsány v následující kapitole 5.

4.1 Volba otopného tělesa

Disertační práce, experimenty a matematické modely se věnují především deskovému otopnému tělesu „klasik“ typu 10, tedy s jednou deskou a bez konvekčních plechů, o rozměrech 500 x 1000 mm (výška x délka). Délka 1 m představuje tzv. geometrický modul otopného tělesa. Tělesa typu „klasik“ umožňují volbu připojení k otopné soustavě z celkem čtyř připojovacích bodů. Těleso bylo vždy z hlediska průtoku otopné vody připojeno jmenovitým způsobem, tj. jednostranně shora dolů.

Zásadním důvodem volby právě tohoto otopného tělesa je možnost validace dosažených výsledků experimentem. Téměř výhradním způsobem měření při zjišťování dynamiky je termovizní snímání a to má svá zásadní omezení, kterými však zvolené deskové otopné těleso není příliš ovlivněno, viz následující kapitola. Další motivací pro zkoumání uvedeného tělesa je fakt, že se snižujícími se tepelnými ztrátami moderních domů se snižuje i požadavek na velikost jednotlivých otopných ploch. Je to tedy typický představitel dnes používaných technologií a možností pro běžné vytápění rezidenčních objektů. *Tab. 4* shrnuje vlastnosti zvoleného otopného tělesa udávané výrobcem a zároveň poukazuje na veličiny a parametry, které lze od výrobce běžně zjistit.

Tab. 4 Parametry deskového otopného tělesa Korado typ 10 – 500 x 1000 mm

Jmenovitý tepelný výkon otopného tělesa	$\dot{Q}_{OT,N}$	514	[W]
Jmenovitá teplota vody na vstupu do otopného tělesa	$t_{w1,N}$	75	[°C]
Jmenovitá teplota vody na výstupu do otopného tělesa	$t_{w2,N}$	65	[°C]
Teplota vzduchu v okolí otopného tělesa	t_{ok}	20	[°C]
Výška otopného tělesa	H_{OT}	500	[mm]
Délka otopného tělesa	L_{OT}	1000	[mm]
Emisivita	ε	0,93	[-]
Teplotní exponent otopného tělesa	n	1,3068	[-]
Teplosměnná plocha na straně vzduchu	S_L	1,128	[m ²]
Hmotnost otopného tělesa bez vody	m_{OT}	10,41	[kg]
Měrná tepelná kapacita materiálu otopného tělesa	c_{OT}	480	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
Hmotnost vodní náplně otopného tělesa	m_w	2,7	[kg]
Součinitel tepelné vodivosti materiálu otopného tělesa	λ_{OT}	50	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
Tloušťka materiálu desky otopného tělesa	δ_{OT}	1,25	[mm]
Hustota materiálu otopného tělesa	ρ_{OT}	7850	[kg.m ⁻³]

4.2 Termovizní technika

Termovizní měření, ve spojení s měřením průtoku vody, teplot vody na vstupu a výstupu z otopného tělesa, a výsledné teploty okolí, zaujímá dnes nezastupitelnou roli při hodnocení dynamiky otopných těles. A stejný význam mělo termovizní měření i pro předkládanou disertační práci. Slouží k získání výchozích podkladů, ale významné je především pro validaci výsledků z modelů. Právě možnost validace je důvodem toho, proč se tato disertační práce věnuje především deskovým otopným tělesům s jednou deskou a bez konvekčních plechů (typ 10). Termovizní měření má totiž i svá zásadní omezení. Jelikož se jedná, jak bylo popsáno v kapitole 2.6.1, o metodu optickou, kdy je v určitých časových intervalech snímána povrchová teplota, lze měřit pouze taková zařízení, jejichž tepelné záření z povrchu dopadá na snímač kamery. Toto naplňují především desková otopná tělesa s minimálním počtem desek, kdy se předpokládá shodné teplotní pole na obou jejich stranách.

Naopak pro otopné těleso typu 33, tj. tři desky a trojice konvekčních plechů mezi nimi, není tato metoda příliš vhodná, neboť kamerou je snímána pouze čelní deska a lze se jen domnívat, jak se vyvíjí proudění, resp. teplotní pole u zadních desek. Pokud je takové těleso měřeno, předpokládá se shodné zatékání do všech desek současně. Úvaha o snímání více kamerami současně je pak z praktického hlediska zcela neakceptovatelná.

Ani pro další druhy otopných těles (článeková a trubková) není tato metoda měření dynamiky vhodná. Problém způsobují především jejich geometrické parametry, které zásadně mění hydraulické poměry. Zároveň se zde nejedná o ucelenou konstrukci teplosměnné plochy a z hlediska snímání kamerou vzniká tedy problém s tzv. vyhodnocovanou oblastí (viz dále). U článekových otopných těles je rovněž nezbytné zahrnout vliv akumulace tepla do hmoty materiálu tělesa (viz např. rozdíl teplot popsaný v článku 4.3.1). Zcela nevhodná je tato metoda pro konvektory.

Obecně je metodika popsána níže nejvhodnější pro vyhodnocování krátkých a středně dlouhých typů deskových otopných těles, kde je $L_{OT}/H_{OT} \leq 3$. U dlouhých deskových otopných těles dochází z hlediska měření k nežádoucím rozdílům naměřených hodnot díky změnám hydraulickým poměrům v otopném tělese.

4.3 Experiment

4.3.1 Předpoklady experimentu

Mimo výše uvedené předpoklady způsobené obecně geometrickým uspořádáním měření, existují i další okrajové podmínky a fyzikální předpoklady. Termovizní kamera sleduje v každém dostupném pixelu (snímacím bodu) své optiky povrchovou teplotu měřeného objektu. Sledovat povrchovou teplotu otopného tělesa umožňuje fakt popsaný v kapitole 2.2.1 a 2.2.2, tedy že přestup tepla na straně vody je

daleko intenzivnější než přestup tepla na straně vzduchu (resp. tepelný odpor na straně teplotonosné látky je zanedbatelný oproti tepelnému odporu na straně vzduchu). Zároveň platí, že součinitel tepelné vodivosti materiálu otopného tělesa λ_{OT} je vysoký a tloušťka stěny otopného tělesa δ_{OT} je malá. Fyzikálně lze tento fakt kvantifikovat Biotovým číslem

($Bi = \frac{\alpha_w \cdot L}{\lambda_{OT}}$ [-]). Pokud má otopné těleso malý vnitřní odpor (teoreticky $\lambda_{OT} \rightarrow \infty$), lze

konstatovat, že teplota vody uvnitř tělesa se přibližně rovná teplotě povrchové. Teplota je pak pouze funkcí času a nikoliv souřadnic, ve kterých je měřena. Rovnice (23) rovněž potvrzuje, že tepelný odpor proti vedení tepla je naprosto minimální. U deskových otopných těles s tloušťkou stěny $\delta_{OT} = 1,25$ až $1,3$ mm je pro teplotní rozmezí 40 až 80 °C, tedy pro běžný provozní rozsah, rozdíl mezi střední teplotou vody t_{wm} a střední povrchovou teplotou tělesa t_p (na straně vzduchu) od $0,3$ do $0,5$ K [37]. Za těchto předpokladů (prakticky za podmínky $Bi < 0,1$) lze při využití termovizní techniky přestup tepla na straně vody a vedení tepla materiálem tělesa zanedbat a pro následné odvozování platí zjednodušení:

$$t_{wm} \cong t_p \quad (51)$$

Byť je kamerou teplota povrchu měřena v každém pixelu snímače, lze ji tzv. vyhodnocovanou oblastí, kterou je třeba v dodávaném softwaru (Flir ThermaCam Researcher) definovat pro každé měření, a která respektuje obrys aktivní teplosměnné plochy otopného tělesa, zprůměrovat v každém okamžiku měření pro celou tuto oblast a nadále již výhodně pracovat pouze se střední povrchovou teplotou otopného tělesa t_p jako celku (závislou na čase).

Dalším předpokladem je nastavení jmenovitého průtoku teplotonosné látky tělesem (dle hodnot udávaných výrobcem při měření ve zkušební komoře podle ČSN EN 442-2:2015). Všechna měření byla provedena rovněž se jmenovitým připojením k otopné soustavě, resp. ke zkušebnímu okruhu. Za jmenovité připojení je považováno jednostranné shora dolů. Takové připojení nemá vliv na tepelný výkon otopného tělesa. Jiné způsoby připojení mají většinou negativní vliv (vyjma oboustranného shora dolů) na dynamiku nebo tepelný výkon a nebyla nijak zkoumány. Veškeré záznamy dynamického chování byly oproti akreditované zkušební laboratoři snímány na tzv. otevřeném měřicím místě. V prostorách laboratoří Ú12116 není technicky možné zajistit požadovanou teplotu vzduchu (měřenou stíněným teploměrem, v souladu s ČSN EN 442-2:2015) a naměřený tepelný výkon je nutné řádně korigovat na teplotu vzduchu 20 °C. Teplotní podmínky, případně hodnoty průtoků teplotonosné látky, jsou uvedeny vždy v příslušných kapitolách.

4.3.2 Metodika vyhodnocení naměřených dat

Již v úvodu této práce bylo zmíněno, že dynamiku lze mimo jiné posuzovat podle veličin jako jsou časová konstanta, setrvačnost náběhu atp. Pro tyto veličiny platí, že se nejsnáze vyjádří ze závislosti bezrozměrného tepelného výkonu otopného tělesa na

čase. Níže uvedený postup pro převedení z přímo změřené závislosti střední povrchové teploty na čase, prezentovaný v [38], vychází z teorie výpočtu tepelného výkonu otopných těles z prostupu tepla stěnou otopného tělesa z teplotnosné látky do okolního prostředí (viz rovnice (1)). Pokud se tento tepelný výkon v každém okamžiku měření vztáhne k výkonu jmenovitému, získá se rovnice (52). Jmenovitý tepelný výkon je získán dle ČSN EN 442:2015 v laboratorních podmínkách ve zkušební komoře, za dodržení jmenovitých podmínek (označeno indexem N): $t_{w1,N} = 75 \text{ °C}$, tj. teplota vstupní otopné vody; $t_{w2,N} = 65 \text{ °C}$ teplota výstupní otopné vody; $t_{ok,N} = 20 \text{ °C}$ teplota vzduchu v místnosti. Tento výkon je výrobce povinen deklarovat ve svých projekčních podkladech a je tedy snadno dostupný.

$$\varphi = \frac{\dot{Q}_{OT}}{\dot{Q}_{OT,N}} = \frac{U \cdot S_L \cdot (t_{wm} - t_{ok})}{U_N \cdot S_{L,N} \cdot (t_{wm} - t_{ok})_N} \quad (52)$$

Je zřejmé, že teplosměnná plocha otopného tělesa na straně vzduchu $S_L = S_{L,N}$, tudíž tento poměr lze ze zlomku vykrátit. Součinitel prostupu tepla U je však závislý na změně přestupu tepla na obou stranách teplosměnné plochy a na vedení tepla stěnou, a proto jej nelze jednoduše vykrátit. Tento poměr však lze převést na mocninou funkci přes teplotní exponent otopného tělesa, který se stanovuje experimentálně, a rovněž jej musí udávat výrobce otopného tělesa. Po dosazení předpokladu (51) nabývá rovnice (52) výsledného tvaru (53), kterým lze vyjádřit dynamické procesy otopných těles.

$$\varphi = \frac{\dot{Q}_{OT}}{\dot{Q}_{OT,N}} \cong \left[\frac{(t_p - t_{ok})}{(t_p - t_{ok})_N} \right]^n \quad (53)$$

kde je

\dot{Q}_{OT}	tepelný výkon otopného tělesa (obecně v čase τ)	[W]
$\dot{Q}_{OT,N}$	jmenovitý tepelný výkon otopného tělesa	[W]
U	součinitel prostupu tepla	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
U_N	součinitel prostupu tepla za jmenovitých podmínek	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
S_L	teplosměnná plocha otopného tělesa na straně vzduchu	[m ²]
t_{wm}	střední teplota vody	[°C]
t_{ok}	teplota vzduchu v okolí otopného tělesa (obecně v čase τ)	[°C]
t_p	střední povrchová teplota otopného tělesa (obecně v čase τ)	[°C]
n	teplotní exponent otopného tělesa	[-]

Výše uvedeným postupem lze převést, při znalosti teploty okolního vzduchu t_{ok} , charakteristiku náběhu (i chladnutí) z tvaru $t_p = f(\tau)$, kdy se jedná o závislost střední

povrchové teploty otopného tělesa na čase, na tvar $\frac{\dot{Q}_{OT}}{\dot{Q}_{OT,N}} = f(\tau)$, kde se již jedná

o hledanou závislost poměrného výkonu otopného tělesa na čase. Z takto získané

závislosti lze snadno stanovit například setrvačnost náběhu T_{n63} , časovou konstantu τ_0 aj. Příklad viz níže.

$$- T_{n63} \Leftrightarrow \frac{\dot{Q}_{OT}}{\dot{Q}_{OT,N}} = 0,632 \quad \text{tj. setrvačnost náběhu otopného tělesa pro 63,2 \%}$$

$$- T_{n90} \Leftrightarrow \frac{\dot{Q}_{OT}}{\dot{Q}_{OT,N}} = 0,9 \quad \text{tj. setrvačnost náběhu otopného tělesa pro 90 \%}$$

- atd.

4.4 Dynamické parametry

K hodnocení zmíněných dynamických dějů otopných těles, případně celých systémů, lze využít několika časových parametrů vyplývajících z různých metodik použitých pro náběh nebo chladnutí. Základní principy identifikace použité v této práci jsou uvedeny v následujících podkapitolách.

4.4.1 Identifikace dynamických systémů

Zcela přesné určení dynamických vlastností reálných systémů je prakticky nemožné. Vyhodnocení přechodové charakteristiky se obvykle spojuje s aproximací skutečných vlastností dynamického systému vlastnostmi náhradního systému s předem zvolenou strukturou. Nejjednodušší a často používaná aproximace je metoda tečny v inflexním bodě přechodové charakteristiky. Touto metodou lze s dobrými výsledky aproximovat stabilní nekmitavé dynamické systémy nejméně druhého a vyšších řádů bez kmitavých složek. Je to nejčastější případ regulovaných soustav, u nichž jsou všechny póly přenosu (tj. kořeny charakteristické rovnice) reálné a záporné a čitatelem přenosu je konstanta. Uvedené metody se dají rozšířit i na dynamické systémy s dopravním zpožděním.

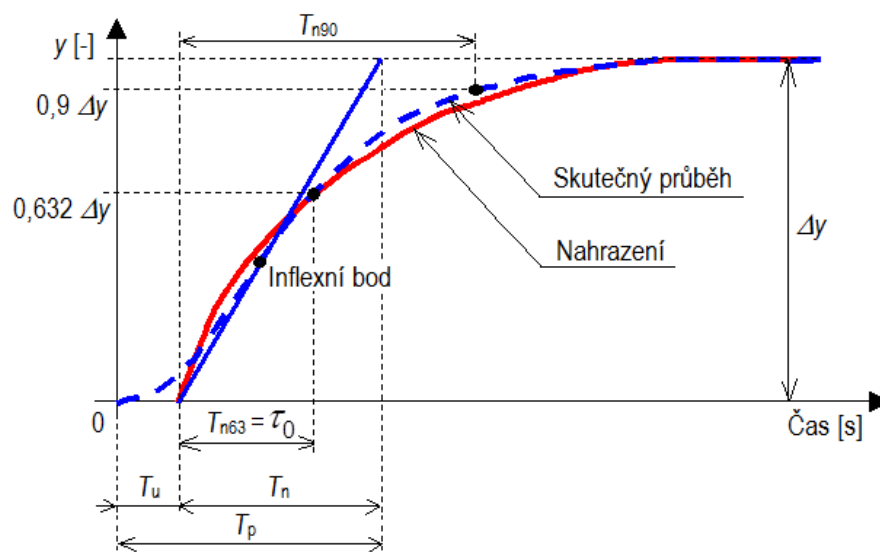
Vyhodnocení tedy vychází z předpokladu, že náběh je ustalující proces, jehož průběh je téměř vždy charakterizován nekmitavou křivkou druhého či vyššího řádu. Taková křivka se, na rozdíl od chladnutí, projevuje určitou inflexí, resp. přítomností doby průtahu, která závisí především na tepelné kapacitě otopného tělesa. Pro popis náběhu je tedy třeba zvolit zjednodušující vyjádření, viz metody níže.

Základní energetická bilance popsaná rovnicí (35) obsahuje hlavní problémy, které při identifikaci dynamiky náběhu případně chladnutí vznikají, a které jsou řešeny i v této disertační práci. Pro náběh je první z řady komplikací oproti fázi chladnutí již samotná fyzikální podstata tohoto děje, kdy náběh je vždy charakterizován křivkou vyššího řádu, u které lze vyhodnotit průtah a vznikají tak nepřesnosti se správnou identifikací inflexního bodu křivky. Na tom je závislé sestrojení inflexní tečny dané charakteristiky a správné určení dopravního zpoždění. Dále při náběhu dochází k vytlačování původního vodního obsahu tělesa vstupní otopnou vodou o výrazně vyšší teplotě, což způsobí, že v rovnici (35) se stanou některé členy, které jsou v případě

chladnutí konstantní, proměnnými. Jedná se především o teplosměnnou plochu, která sdílí teplo do okolí jen určitou svou částí, tj. tzv. aktivní teplosměnná plocha. V prvotní fázi rovněž není známo, jakou teplotu bude mít otopná voda odcházející z tělesa. Součinitel přestupu tepla rovněž není konstantní. Naopak teplota vzduchu v okolí tělesa se v modelech uvažuje konstantní, tzn. že sdílený tepelný výkon odpovídá okamžité tepelné ztrátě prostoru, kde je těleso instalováno. Princip vyhodnocení je zřejmý z následující kapitoly.

4.4.2 Aproximace soustavou 1. řádu s dopravním zpožděním

Princip vyhodnocení dynamických parametrů z přechodových charakteristik a jejich význam uvádí *Obr. 20*. Tento přístup byl prezentován v [39].



Obr. 20 Základní princip grafického vyjádření parametrů přechodové odezvy nekmitavého systému [39]

Jedná se o nahrazení skutečné přechodové křivky křivkou prvního řádu se stanovením určitého dopravního zpoždění, které odpovídá době průtahu (skutečné čisté dopravní zpoždění T_d je však u všech průběhů rovno nule tzn., že průběhy jsou na počátku oříznuty přesně na začátek dynamické změny). V této práci je pro přechodovou funkci prvního řádu využit následující tvar rovnice [33].

$$y_{(t)} = K \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}} \right) \quad (54)$$

kde je

$y_{(t)}$	přechodová funkce (poměrná veličina)	[-]
K	zesílení soustavy	[-]
τ_0	časová konstanta	[s]
τ	čas	[s]

Nahrazení se provede tak, že v naměřené charakteristice nalezneme inflexní bod a tím proložíme tečnu [33]. Průsečík tečny v inflexním bodě s osou 0 % pak udává přímo hodnotu doby průtahu T_u a průsečík s novým ustáleným stavem (100 %) pak po odečtení průsečíku s osou 0 % udává hodnotu doby náběhu T_n . Doba náběhu jako taková udává časový úsek, za který by došlo k ustálení na nové hodnotě, pokud by byla zachována počáteční rychlost změny. Doba přechodu T_p je pak již jen součtem nalezených dob průtahu a náběhu a je doplňkovým parametrem. Další uváděné parametry vychází ze známé vlastnosti časové konstanty τ_0 pro systém prvního řádu. Časovou konstantu, vyjadřující dynamické vlastnosti tělesa, lze zjednodušeně položit rovnu setrvačnosti náběhu T_{n63} , která uplyne mezi skončením doby průtahu a časem, v němž přechodová charakteristika dosáhla 63,2 % své nové ustálené hodnoty. Setrvačnost náběhu T_{n90} je pak z hlediska této teorie pouze doplňkovým parametrem popisujícím rychlost dosažení téměř konečné hodnoty (doba, která uplyne mezi skončením doby průtahu a časem, v němž přechodová charakteristika dosáhla 90 % nové ustálené hodnoty), má však význam především pro konečného uživatele zařízení.

Přenos pro soustavu prvního řádu [33] je dán rovnicí:

$$G(s) = \frac{K}{\tau_0 s + 1} \quad (55)$$

kde je

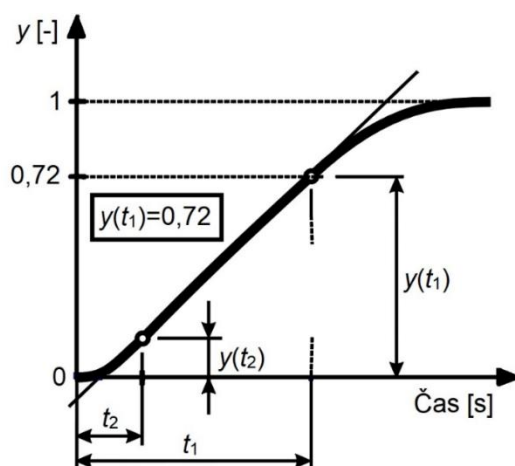
$G(s)$	přenos soustavy	[-]
K	zesílení soustavy	[-]
s	komplexní proměnná	[s ⁻¹]
τ_0	časová konstanta	[s]

Zesílení (také statická citlivost) K je dáno poměrem nově ustálené hodnoty výstupní veličiny k ustálené hodnotě veličiny na vstupu.

Přenos (přenosová funkce) systému $G(s)$ je definován jako poměr Laplaceova obrazu výstupní veličiny k Laplaceovu obrazu vstupního signálu při nulových počátečních podmínkách systému [33].

4.4.3 Aproximace metodou podle Strejce

Metodu podle Strejce [40], [41], stejně jako metodu podle 4.4.2, lze použít pouze tehdy, pokud je odezva systému nekmitavá. Na rozdíl od výše uvedené metody se však aproximuje proporcionální soustavou 2. řádu se dvěma rozdílnými časovými konstantami ($\tau_u < 0,104$) nebo soustavou n -tého řádu se stejnými časovými konstantami ($\tau_u > 0,104$). Volba soustavy záleží na hodnotě parametru τ_u . V oblasti dynamiky většiny otopných těles je tento poměr nižší než 0,104, a proto bude dále popsán postup pouze tohoto případu. τ_u se stanoví:



Obr. 22 Základní princip stanovení časových konstant metodou podle Strejce

Podle Tab. 5 se určí poměr časových konstant τ_2 , kde $\tau_2 = \tau_{0,2} / \tau_{0,1}$ a ze známého součtu a poměru časových konstant se již snadno tyto konstanty $\tau_{0,1}$ a $\tau_{0,2}$ vypočtou. Zároveň se poté snadno z rovnic (59) a (60) stanoví časový okamžik t_2 .

Tab. 5 Určení poměru časových konstant [40]

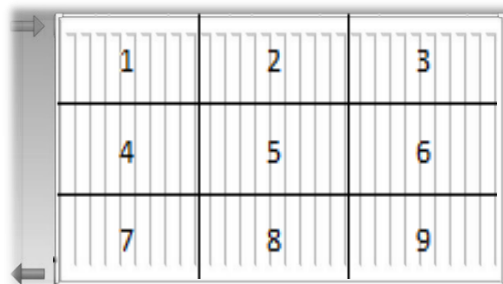
$y(t_2)$ [-]	τ_2 [-]	$y(t_2)$ [-]	τ_2 [-]
0,30	0	0,22	0,1838
0,29	0,0228	0,21	0,2196
0,28	0,0435	0,20	0,2639
0,27	0,0635	0,19	0,3216
0,26	0,0837	0,18	0,4031
0,25	0,1049	0,17	0,5378
0,24	0,1280	0,1611	1
0,23	0,1539		

4.4.4 Vývoj aktivní teplosměnné plochy otopného tělesa při náběhu tepelného výkonu

Z úvodní rešerše [24] vzešla mj. inspirace, jak řešit aktuálně sdílející teplosměnnou plochu otopného tělesa v okamžiku, kdy nabíhá na provozní teplotu a původní vodní náplň (o teplotě okolí) je vytlačována vodou o požadované teplotě. Vývoj právě sdílející otopné plochy je zásadní neznámou pro stanovení dynamiky otopných těles. Význam této neznámé je především v rovnici (35). V rané fázi náběhu rovněž není známo, jakou teplotu bude mít výstupní otopná voda z tělesa, než dojde k ustálení. V případě chladnutí jsou tyto hodnoty z principu konstantami.

Podobně jako v uvedené publikaci [24] bylo otopné těleso v modelech popsáných v kapitolách 4.6.3 a 4.6.4 (modely s aproximací podle Strejce) rozděleno na 9 plošně stejných částí, které jsou postupně protékány otopnou vodou. Každá část otopného

tělesa je pak z hlediska vyhodnocení dynamiky řešena zvlášť podle metodiky 4.3.2 resp. 4.4.2. Hlavním hledaným parametrem je pak doba dopravního zpoždění v rámci daného sektoru, ze které lze usuzovat, zda je již otopná voda přítomna v konkrétním sektoru a je možné tak takovou část označit za aktivní teplosměnnou plochu [42], [43].



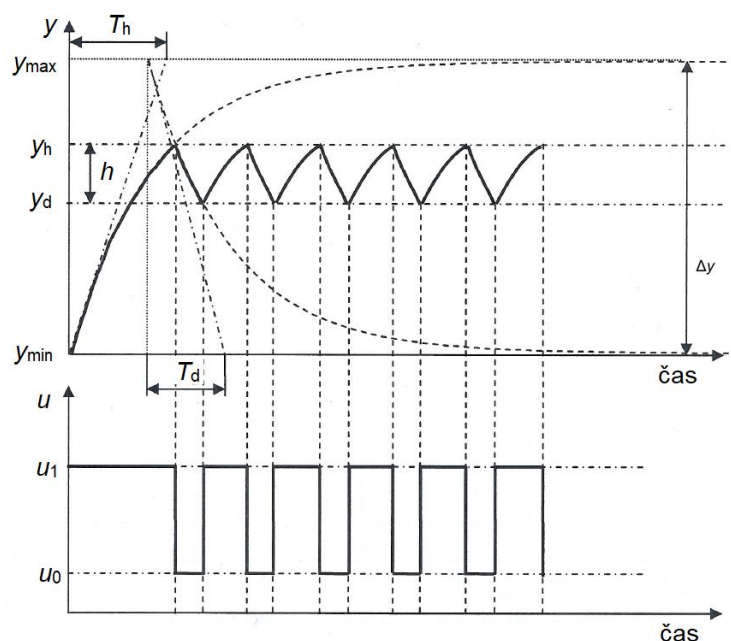
Obr. 23 Schéma rozdělení čelní průmětné plochy deskového otopného tělesa na 9 shodných částí [42]

4.5 Regulace tepelného výkonu otopných těles

Jak už bylo zmíněno v podkapitole 2.7, pro tuto práci je z hlediska vlastního otopného tělesa významná především *místní kvantitativní* regulace. Jedná se tedy o regulaci, kdy se mění pouze hmotnostní průtok teplotonosné látky, přičemž její teplota zůstává konstantní. Všechny výše uvedené parametry lze zajistit regulačním ventilem s termostatickou hlavicí, který je umístěn na vstupu do otopného tělesa. Taková kombinace je typickým zástupcem P-regulátoru, tedy spojitého přímočinného proporcionálního regulátoru s pevně nastaveným pásmem proporcionality.

4.5.1 Regulační ventil s termostatickou hlavicí

Výše uvedené platí v případě, pokud je regulační ventil osazen termostatickou hlavicí se servo- nebo termopohonem. V praxi však většinou bývá osazen jednoduchou kapalinovou nebo paroplynovou hlavicí a v této kombinaci se skutečný regulační průběh v některých případech (viz 2.7.2) blíží téměř dvoupolohovému chování (otevřeno/zavřeno) [44]. Tohoto předpokladu bylo využito při simulaci průběhu dynamického chování otopného tělesa. Bylo využito přiblížení s teorií dvoupolohové regulace soustavy prvního řádu bez dopravního zpoždění [33]. Tento průběh je znázorněn na Obr. 24, kde y_d a y_h jsou dolní spínací a horní vypínací hodnoty regulované veličiny y , h je hystereze a T jsou jednotlivé časové veličiny.



Obr. 24 Dvoupolohová regulace soustavy prvního řádu bez dopravního zpoždění [33]

4.6 Numerický simulační přístup - MATLAB

Díličí výsledky vycházející z přístupů a metodik popsaných ve výše uvedených podkapitolách 4.3 až 4.5 jsou využity především pro simulaci dynamiky otopného tělesa. Na základě rešerše vzešel přístup s využitím numerického simulačního nástroje MATLAB. Některé modely (viz dále) byly vytvořeny s nadstavbou Simulink. Hlavním cílem této práce je sestavení matematického modelu pro zjišťování dynamiky otopného tělesa, který by dokázal zastoupit termovizní měření, které je doposud hlavním způsobem pro stanovení dynamiky. Níže bude obecně popsán software MATLAB a dále různé přístupy a modely využívající MATLAB nebo MATLAB Simulink.

4.6.1 MATLAB Simulink

Název MATLAB vznikl zkrácením slov MATrix LABoratory, což v překladu znamená „maticová laboratoř“ a klíčovou datovou strukturou při výpočtech v MATLABu jsou tak matice. Jedná se o interaktivní programové prostředí pro vědeckotechnické výpočty. Software umožňuje mimo početních operací s maticemi i vykreslování 2D i 3D grafů funkcí, implementaci algoritmů, počítačovou simulaci, analýzu, paralelní výpočty a prezentaci dat i vytváření aplikací včetně uživatelského rozhraní. Výkonnost MATLABu je rozšiřována díky navazujícím softwaru, který tvoří především tzv. "toolboxy", orientované zpravidla na daný problém, nebo uživatelem sestavené programy. Toolboxy obsahují uceleným způsobem, včetně příkladů, zpracovaný určitý obor numerické matematiky, analytické matematiky, statistiky, systémového přístupu k regulacím aj., ve kterých nachází MATLAB uplatnění. Jedním z těchto toolboxů je Simulink.

Simulink je program, který využívá MATLAB a jeho funkce k simulaci dynamických systémů. Simulink má jiné uživatelské rozhraní než MATLAB. Zatímco u MATLABu je stále nejdůležitější příkazový řádek, ovládání Simulinku je jednodušší a intuitivnější, ale pokročilejší funkce nelze provádět bez znalosti příkazů v MATLABu. Po spuštění je vytvořeno okno pro tvorbu nového modelu a okno obsahující základní nabídku otevírání knihoven zdrojů signálů, základních spojitých, diskrétních a nelineárních bloků a bloků pro zobrazování a ukládání signálů. Další vrstva funkcí umožňuje již komfortnější tvorbu modelů a Simulink je uživatelsky komfortnější než samotné zadávání příkazů do MATLABu [45].

4.6.2 Kalorimetrický model

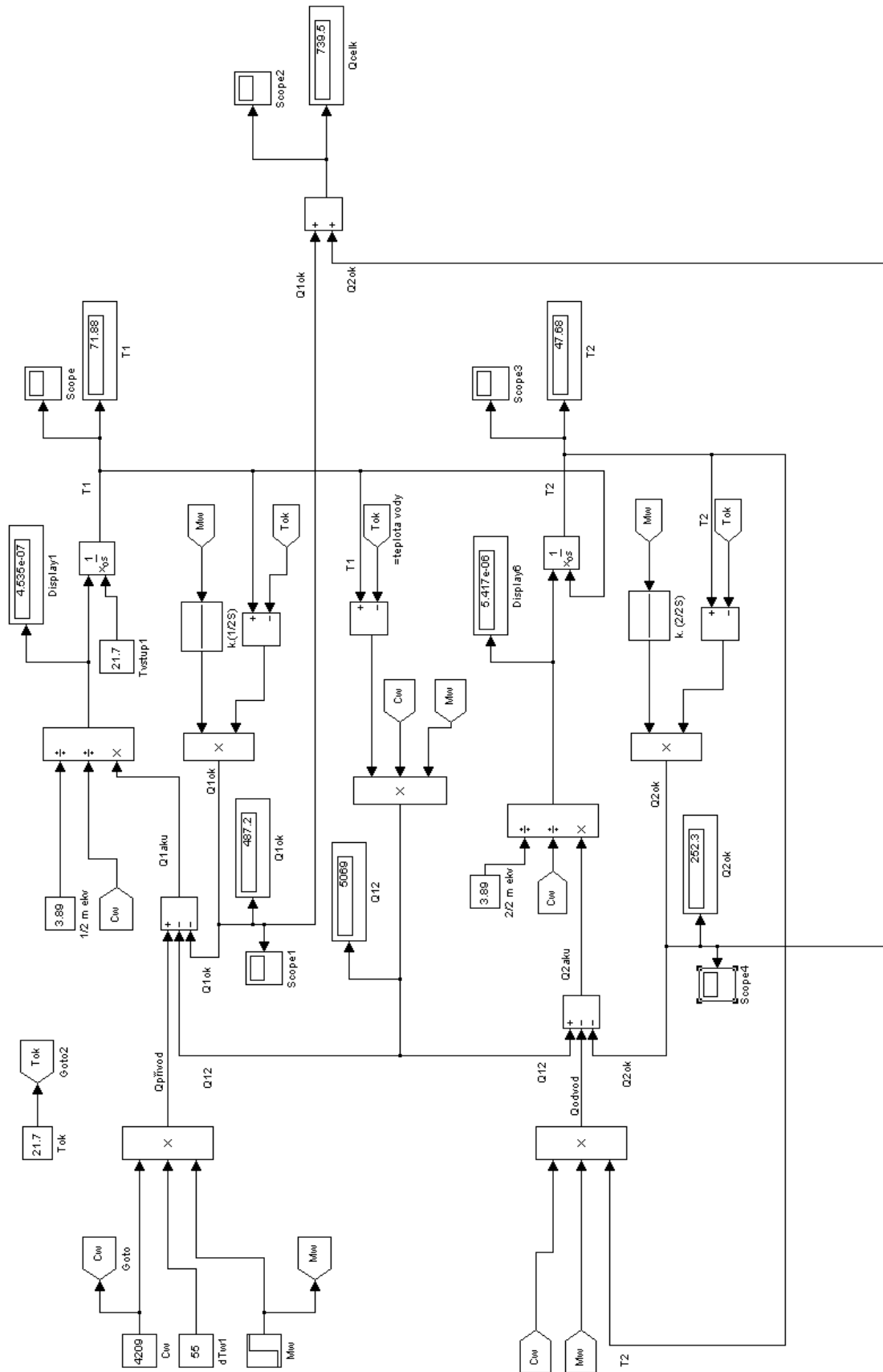
Model, který byl v rámci řešení disertační práce vytvořen jako první, reprezentuje pouze náběh tepelného výkonu tělesa a byl založen na základní kalorimetrické rovnici a na rovnici pro sdílení tepla do okolí otopným tělesem, viz rovnice (1), (2) a (35). Vlastní model je zřejmý z *Obr. 25*. V souladu s kapitolou 2.1 lze obecně psát:

$$\dot{Q}_{OT} = \dot{m}_w \cdot c_w \cdot (t_{w1} - t_{w2}) = U \cdot S_L \cdot (t_{wm} - t_{ok}) \quad (61)$$

kde je

\dot{Q}_{OT}	sdílený tepelný výkon otopného tělesa	[W]
\dot{m}_w	hmotnostní průtok vody	[kg.s ⁻¹]
c_w	měrná tepelná kapacita vody	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
t_{w1}	teplota vody na vstupu do otopného tělesa	[°C]
t_{w2}	teplota vody na výstupu z otopného tělesa	[°C]
U	součinitel prostupu tepla z vody do okolí	[W.m ⁻² .K ⁻¹]
S_L	teplosměnná plocha na straně vzduchu	[m ²]
t_{wm}	střední teplota vody	[°C]
t_{ok}	teplota vzduchu v okolí otopného tělesa	[°C]

V tepelné bilanci modelu na *Obr. 25* jsou zohledněny veškeré tepelné toky z teplotnosné látky přiváděné do tělesa, tzn. nejen teplo sdílené přes teplosměnnou plochu do okolí, nýbrž i akumulace ve hmotě samotného tělesa a také teplo odcházející zpět do soustavy s ochlazenou vodou. V určité míře rovněž zahrnuje také vliv proudění vody, obsažený v součiniteli prostupu tepla. Je zřejmé, že v rovnici (61) jako takové, není žádný člen, který by byl časově závislý a tak nemůže tato rovnice sama o sobě popisovat dynamické změny. Tento prvotní model ještě nevyužívá poznatků o dělení plochy otopného tělesa na 9 sektorů (viz výše 4.4.4), ale princip je založen na řešení sdílení tepla do okolí nejprve horní polovinou desky otopného tělesa a poté i tou spodní. Doba, kdy začne teplo sdílet i spodní polovina otopného tělesa je dána délkou svislých průtočných kanálků a příslušným průtokem vody těmito kanálky (uvažováno, vzhledem ke jmenovitému zapojení, že voda se do kanálků dělí rovnoměrně) [46].

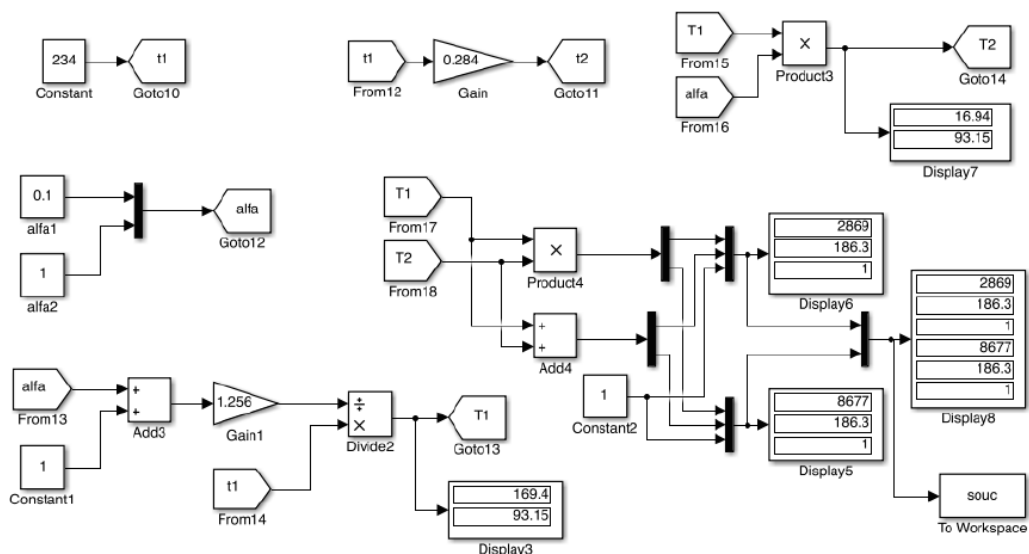


Obr. 25 Schéma kalorimetrického modelu dle rovnice (61) v prostředí MATLAB Simulink pro náběh deskového otopného tělesa typ 10 – 500 x 1000 [46]

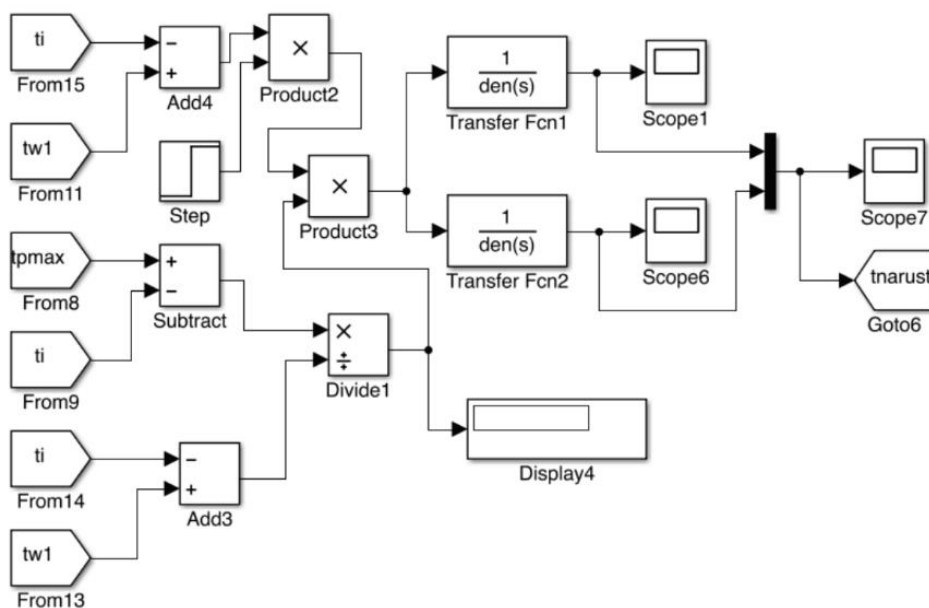
4.6.3 Model náběhu s flexibilním přenosem funkce s aproximací podle Strejce

Přístup k simulaci uvedený v této kapitole je založen na identifikaci parametrů přechodových charakteristik uvedené v kapitole 4.4.3. Jedná se tedy o aproximaci experimentálně zjištěného náběhu otopného tělesa křivkou druhého řádu. Jako vstupní (zjednodušeně) skoková změna (obecně Δx) je uvažována změna teploty přírodní otopné vody do otopného tělesa, kdy je nejprve otopné těleso teplotně vyrovnáno s okolím a následně je do něj přiváděna voda o jmenovité teplotě (75 °C). Výstupem modelu je pak žádaná závislost střední povrchové teploty tělesa na čase, kterou lze postupem uvedeným v 4.3.2 převést na závislost tepelného výkonu otopného tělesa na čase (tj. náběh tepelného výkonu).

Celý proces aproximace je zahrnut do modelu a stanovené hodnoty zesílení a časové konstanty jsou následně vkládány do přenosové funkce. Nutností při prvotním vytváření modelu bylo jeho rozdělení na dva na sobě nezávislé programy, které musely být spouštěny v daném pořadí. Prvním z nich je program pro stanovení aproximace funkce (viz Obr. 26), který bylo nutné spouštět před vlastním programem simulace průběhu střední povrchové teploty na základě výstupů z aproximace (viz Obr. 27). Byl rovněž zaveden dvoukanálový postup pro výpočet aproximace (který metodika podle 4.4.3 umožňuje), kdy jednou je uvažováno standardně se dvěma časovými konstantami, jak bylo v příslušné kapitole pro přenosové funkce uvedeno, tj. $\tau_u = \frac{T_u}{T_n} = 0,1$ (v modelu na Obr. 26 označeno jako „*alfa*“). Druhý kanál výpočtu pak uvažuje s tím, že $\tau_u = 1$. Tento zjednodušující předpoklad umožňuje výpočet přenosových funkcí pouze s jednou časovou konstantou. Takové řešení vede na základě vstupních údajů k pružnější aproximaci a není tak nutné pracovat vždy jen s jednou pevně danou přenosovou funkcí [40].

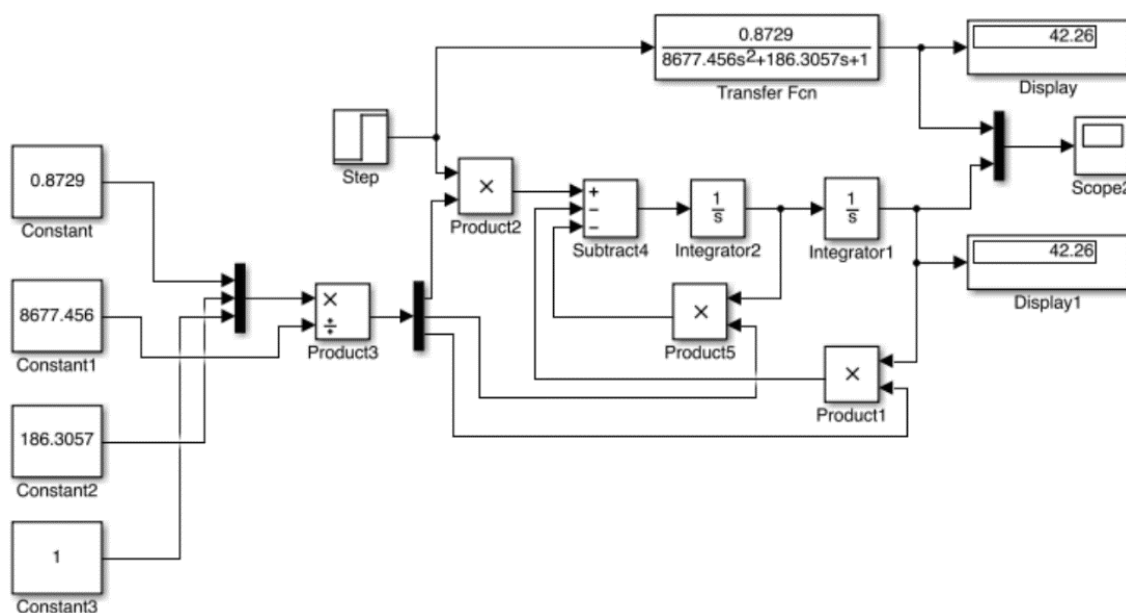


Obr. 26 Schéma programu aproximace funkce 2. řádu [46]



Obr. 27 Schéma programu simulace s přenosovými funkcemi [46]

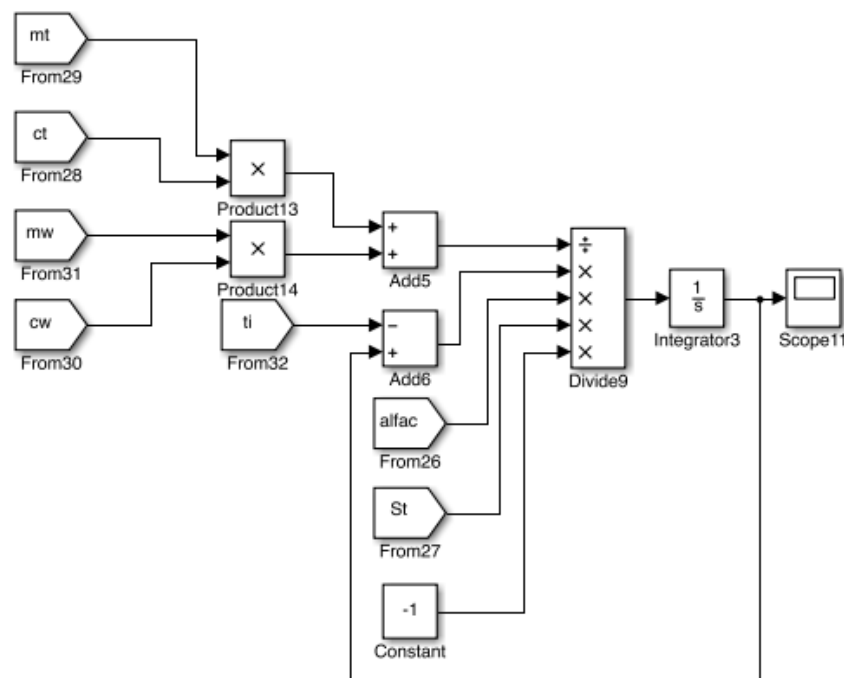
Přirozeným vývojem v rámci tohoto přístupu s aproximací funkce podle Strejce bylo sloučení výše uvedených dvou po sobě spouštěných programů do jednoho celku, který by umožnil připojovat vstupní hodnoty potřebných veličin a součinitelů. Toho bylo dosaženo nahrazením jednotlivých bloků přenosové funkce bloky integrátorů. Integrátor byl zaveden jako blok přenosu s hodnotou $G_{(s)} = \frac{1}{s}$. Vhodnou kombinací těchto bloků a konstant lze zabezpečit stejné funkce, jaké tvoří přenosy. Ověření tohoto postupu je zřejmé z Obr. 28, kde ve spodní linii výpočtů zapojené integrátory dosahují shodných výsledků (blok „Display1“) jako přenosová funkce v horní části modelu. Autor této práce byl odborným konzultantem a spolupracoval s autorem práce [47].



Obr. 28 Schéma programu pro ověření nahrazení funkce přenosu integrátory [47]

4.6.4 Komplexní model dynamického chování s aproximací podle Strejce

S využitím výše uvedeného modelu s flexibilním přenosem pro náběh otopných těles byl sestaven model celého dynamického procesu. Pro takový model bylo nutné sestavit rovněž model fáze chladnutí otopných těles. Chladnutí je však z hlediska matematického popisu výrazně jednodušší proces než náběh. Podmínky vyjadřuje například rovnice (35), ovšem bez členu vyjadřujícího přívod energie do otopného tělesa. Podstatným zjednodušením je rovněž počáteční rozložení aktivní teplosměnné plochy, která zaujímá celé těleso. Vzhledem k tomu, že doba průtahu je zde téměř zanedbatelná, lze výslednou přechodovou charakteristiku označit za křivku prvního řádu. Nevýhodou a zároveň významným zdrojem chyby modelu chladnutí, znázorněného na Obr. 29, je pouze odhad součinitelů přestupu tepla na straně vody a vzduchu. Další nevýhodou (platí pro oba modely podle 4.6.3 i 4.6.4) je nutnost vložení hodnoty střední povrchové teploty pro okamžik, kdy je dosaženo 72% změny mezi dvěma ustálenými stavy. Toto specifikum je dáno metodikou stanovování časových konstant Strejcovou metodou, což výrazně znesnadňuje použití uvedených modelů. Daný parametr je v praxi neznámý a nelze jej zjistit jinak než experimentem pro každé otopné těleso.

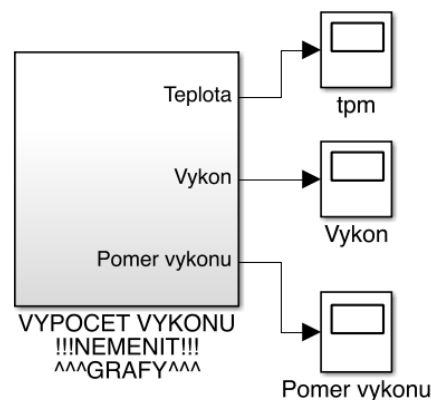


Obr. 29 Schéma programu simulace chladnutí [47]

Pro správnou funkci modelu, bylo nutné propojení dějů náběhu a chladnutí prvkem, který oba děje mezi sebou přepíná. V prostředí Simulinku lze využít bloku „Relay“, který disponuje dvoupolohovou změnou signálu s hysterezí. Reálně si tento blok lze přestavit jako P-regulátor, čili například jako termostatickou hlavici s kapalinovou náplní, kterou se tělesa zcela běžně osazují.

Reálné systémy vykazují vždy určitou dobu dopravního zpoždění, která je dosažena blokem „Transport Delay“ a v rámci modelu musí být vždy jednotlivě zadána, což je pro běžné použití bohužel nepraktické. Nyní, po sestavení modelu rozhodovacího signálu, lze generovat komplexní dynamické chování s omezeními popsány výše, přičemž další podmínkou mj. je, že teplota dosažená na konci jednotlivých fází je vždy použita jako počáteční podmínka pro start fáze následující. Pro správnou funkci modelu byly použity ještě bloky „Switch“, které připojují vstupní výpočty do integrátorů a blok „Reset“, jež nuluje hodnoty řídicího signálu. Závěrem bylo nutné doplnit blok výpočtů pro určení a nastavení potřebného pásma proporcionality, ve kterém se budou výsledné regulační průběhy pohybovat. Toto zároveň reprezentuje a dává možnost nastavit pásmo proporcionality skutečně použitého P-regulátoru.

Pro přehlednost byly jednotlivé výpočtové bloky na obrázcích výše a jiné, zde neilustrované pomocné výpočtové mechanismy zastavěny do několika podsystémů, jež tvoří kompaktní finální model zobrazený na Obr. 30. Výstupem je tedy průběh střední povrchové teploty otopného tělesa a jeho výkonu [46], [47].



Obr. 30 Schéma finálního programu dynamického chování [47]

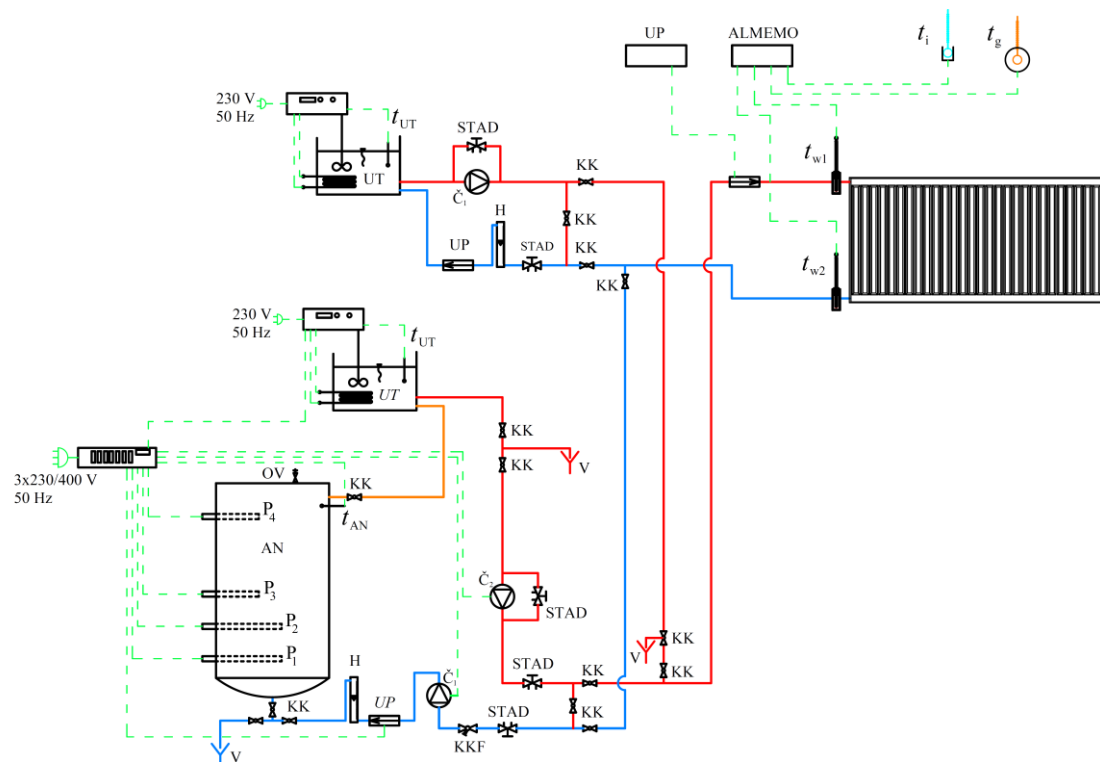
4.7 Diskrétní stochastický black-box model 1. řádu

Vzhledem k omezením výše uvedených modelů byl vyvinut simulační přístup, který tato omezení eliminuje, případně pracuje s takovými parametry, které jsou lépe dosažitelné. Model představený v této kapitole je tak tím výsledným, který disertační práce nabízí.

Zvolným přístupem je tzv. *black-box modelování*, kdy se jedná o identifikaci parametrů dynamiky otopného tělesa pouze na základě reálně změřených údajů bez jakékoliv apriorní informace o fyzikálních závislostech. Výsledkem takového přístupu je diskrétní, příp. spojitý dynamický model, který je možno popsat diferenční, resp. diferenciální rovnicí.

4.7.1 Schéma měření

K sestavení black-box modelu však nestačila data, kdy byla sledována pouze jednoduchá dynamika změny mezi původním ustáleným stavem (těleso teplotně vyrovnané s okolní teplotou) a novým ustáleným stavem daným jmenovitými hodnotami teplot otopné vody (75 °C teplota vstupní / 65 °C teplota výstupní). Bylo nutné sestavit měřicí trať (viz Obr. 31), na které bylo možné dosáhnout libovolné skokové změny teploty vody vstupující do otopného tělesa. Tím bylo zajištěno, že dynamické změny probíhající v otopných tělesech (náběh i chladnutí) je možné sledovat naprosto libovolně, ve kterékoli části výkonového spektra daného tělesa. Lze tak konstatovat, že při vhodném ovládání měřicí trati lze sledovat celé spektrum provozního chování deskových otopných těles. Tento unikátní záznam, spolu se stanovením statických vlastností pro různé průtoky a teplotní parametry, zachycený termovizní kamerou je zásadní pro vytvoření matematického black-box modelu.



Obr. 31 Schéma zapojení měřicí trati se dvěma nezávislými zdroji tepla pro zajištění skokové změny vstupní teploty vody do otopného tělesa [48]

Obr. 31 prezentuje základní schéma zapojení se dvěma zdroji tepla, které je nezbytné pro zajištění (kvazi)skokové změny teploty vstupní otopné vody. Jeden ze zdrojů (ultratermostatů) je navíc průtočně propojen s akumulací nádobou pro zvýšení teplotní stability při zásobování otopného tělesa. V akumulací nádobě jsou rovněž dodatečné elektrické topné patry. Nejprve byl na obou okruzích zdrojů zapojených v obvodu nastaven průtok odpovídající jmenovitým podmínkám udávaných výrobcem tělesa a veškeré změny teplot pak byly prováděny za tohoto konstantního průtoky.

Reakce tělesa na změnu průtoku pak byla zjišťována v jiné konfiguraci měřicí trati, pouze s jedním zdrojem tepla, kdy změny průtoku probíhaly naopak při konstantní teplotě vstupní otopné vody. Hmotnostní průtok byl měřen pro různé úrovně vstupních teplot. V bodě, kde se přívodní potrubí od obou ultratermostatů spojují, je ručně ovládaným kulovým kohoutem zajišťována potřebná skoková změna teploty. Pro dosažení minimálního poklesu teploty při přepínání zdroje tepla byl doplněn i vypouštěcí kohout těsně před směšovacím bodem. Průtok byl měřen ultrazvukovými průtokoměry se zajištěním dostatečné směšovací a uklidňovací délky potrubí s tím, že případné korekce průtoku byly prováděny podle hlavního průtokoměru, jednotného pro oba zdroje tepla, umístěného na společném potrubí před otopným tělesem. Dále pak byly zaznamenávány teploty na vstupu a výstupu z otopného tělesa, mj. i za účelem vyhodnocení ustálení daného stavu [48].

V praxi není sice běžné, že teplota vody vstupující do tělesa je měněna skokově, ale v laboratorních podmínkách je to způsob, jak zajistit změnu podmínek, kterou lze následně matematicky popsat a vyhodnotit. S daným laboratorním vybavením se podařilo zajistit téměř skokovou změnu vstupní teploty a lze tak sestavit model chování, kde je nezbytnou veličinou dopravní zpoždění, které přeneseně vyjadřuje již zmíněnou tepelnou setrvačnost [48].

Veškeré záznamy dynamického chování byly opět snímány termovizní kamerou (model Flir ThermaCam T460) podle zásad popsaných v kapitole 4.3, a to v tzv. otevřeném měřicím místě, kde není technicky možné zajistit požadovanou teplotu vzduchu (měřenou stíněným teploměrem, v souladu s ČSN EN 442-2:2015). Naměřený tepelný výkon tudíž musel být řádně přepočtem korigován na jinou teplotu vzduchu, než 20 °C. Experiment však nebyl prováděn primárně za účelem zjištění absolutních hodnot tepelných výkonů, jak tomu většinou bývá, ale především za účelem zhodnocení rychlosti reakce zvoleného otopného tělesa na změnu parametrů a porovnání tohoto chování v různých fázích teplotního spektra. Odvození vlastního modelu je v kap. 4.7.2.

4.7.2 Odvození stochastického diskrétního ARX modelu

Při sestavování modelu bylo uvažováno s myšlenkou, že spojitá soustava, resp. její dynamické účinky jsou aproximovány diskrétním modelem s obecným přenosem $G(z)$ a s určitou zvolenou časovou periodou vzorkování.

$$G(z) = \sum_0^{\infty} g_k \cdot z^{-k} \quad (62)$$

kde je

g_k diskrétní hodnota váhové funkce ($g_k = 0$, pro $k < 0$, $\sum_{k=0}^{\infty} g_k = K$) [-]

z operátor Z-transformace [-]

K zesílení soustavy [-]

Diskrétní hodnota výstupu coby reakce na obecný vstupní signál je pak dána součtem podle rovnice (63). Vstupní (budící) signál je tzv. stacionární šum u_{k-j} .

$$y_k = \sum_{j=0}^k g_j \cdot u_{k-j} \quad (63)$$

kde je

y_k	diskrétní hodnota výstupu	[-]
g_j	diskrétní hodnota váhové funkce	[-]
u_{k-j}	diskrétní hodnota akční veličiny	[-]

Postupem uvedeným např. v [49] lze zavést střední hodnotu vstupního signálu u_k a následně stanovit (je-li stochastický signál u_k stacionární) i střední hodnotu výstupního signálu y_k .

$$\bar{y}_k = \sum_{j=0}^{\infty} g_j \cdot \bar{u} = K \cdot \bar{u} = \bar{y} \quad (64)$$

V další fázi je nutné \bar{y}_k vyjádřit s využitím diskretní váhové funkce a tyto dosadit do příslušné autokorelační funkce. Tímto způsobem je nutné nalézt autokorelační funkci vstupního signálu $\bar{c}_{uu}(k)$, autokorelační funkci výstupu $\bar{c}_{yy}(k)$ i vzájemnou korelační funkci $\bar{c}_{uy}(k)$. Jednotlivé autokorelační funkce lze vyjádřit též ve formě výkonové spektrální hustoty (resp. jejího Z-obrazu) $S(z)$. Je-li však vstupním signálem tzv. *bílý šum*, pak platí ([49]), že $S(z) = 1$ a výsledná vzájemná autokorelační funkce je pak rovna:

$$\bar{c}_{yu}(k) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} g_l \cdot \bar{c}_{uu} \cdot (k-l) = g_k \quad (65)$$

Je-li vstupem do dynamického systému bílý šum, pak je vzájemná autokorelační funkce $\bar{c}_{uy}(k)$ přímo rovna diskretní charakteristice. Modelování procesů je tak založeno na průchodu bílého šumu $v(k)$ lineární diskretní soustavou – tj. vlastně filtrem. Stochastický proces $y_F(k)$ vznikající průchodem vstupního signálu – bílého šumu – diskretním filtrem lze popsat stochastickou diferenční rovnicí:

$$y_F(k) + d_1 \cdot y_F(k-1) + \dots + d_n \cdot y_F(k-n) = c_0 \cdot v(k) + c_1 \cdot v(k-1) + \dots + c_m \cdot v(k-m) \quad (66)$$

kde je

$y_F(k)$	výstupní stacionární stochastický signál	[-]
$v(k)$	diskrétní bílý šum	[-]
d_i, c_j	koeficienty diferenční rovnice přenosu	[-]

Rovnici (66) je možné upravit do žádaného tvaru pro analýzu stochastických dynamických systémů, viz (67). Pro tuto disertační práci byl vybrán matematický model,

označovaný jako AR – **AutoRegressive**, kterým lze popsat obecně náhodný autoregresní proces n -tého řádu.

$$y_F(k) + d_1 \cdot y_F(k-1) + \dots + d_n \cdot y_F(k-n) = c_0 \cdot v(k) \quad (67)$$

Diskrétní výstupní hodnoty $y_F(k)$ závisí vždy na okamžité hodnotě vstupu $v(k)$ a na minulých hodnotách výstupu $y_F(k-1)$ až $y_F(k-n)$, které jsou váženy příslušnými koeficienty – odtud vyplývá název modelu – autoregresní.

Důležitým poznatkem pro popis dynamického systému je fakt, že odezva takového identifikovaného systému $y(k)$ obsahuje jak složku deterministickou $y_u(k)$, tak složku stochastickou $y_v(k)$, a pro obě tyto složky je nutné dále nalézt jejich matematické vyjádření a vlastní popis systému pak musí rovněž obsahovat jak deterministickou, tak stochastickou část modelu [50].

$$y(k) = y_u(k) + y_v(k) \quad (68)$$

Deterministická část modelu je dána diskretním přenosem vyplývajícím z rovnice (64) a za předpokladu, že je operátor z^{-1} chápán jako operátor posunu $y(k-1) = z^{-1}y(k)$, lze psát:

$$G_u(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{B}{A} \rightarrow y_u(k) = \frac{B}{A} \cdot u(k) \quad (69)$$

kde je

$$A = A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}$$

$$B = B(z^{-1}) = z^{-v} (b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m})$$

n, m, v stupně polynomů, které se volí.

Stochastický signál $y_v(k)$ je nutné v příslušné části modelu aproximovat průchodem bílého šumu vhodným obrazovým diskretním přenosem. Lze zvolit tvar přenosu:

$$G_v(z^{-1}) = \frac{1}{A(z^{-1})} \cdot G_F(z^{-1}) = \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1}) \cdot D(z^{-1})} \rightarrow y_v(k) = \frac{C}{A} \cdot \frac{1}{D} \cdot v(k) \quad (70)$$

Dosazením rovnic (69) a (70) do rovnice (68) a vynásobením takto upravené rovnice (68) polynomem $A(z^{-1})$ lze diskretní model zkráceně přepsat do tvaru:

$$y(k) \cdot A(z^{-1}) - B(z^{-1}) \cdot u(k) = G_F(z^{-1}) \cdot v(k) \quad (71)$$

Pro získání finálního modelu označovaného jako ARX – **AutoRegressive with eXogenous variable**, který byl implementován do prostředí MATLAB se zvolí přenos $G_F(z^{-1}) = 1$. Následně pak diferenční rovnice obecného ARX modelu s rozepsanými polynomy nabývá tvaru:

$$y(k) = -a_1 \cdot y(k-1) - \dots - a_n \cdot y(k-n) + b_0 \cdot u(k-1) + \dots + b_m \cdot u(k-m) + v(k) \quad (72)$$

Blokové schéma ARX modelu lze nalézt např. v [51] nebo [50].

Vlastní reálný model využil právě obecné rovnice (72) diskrétního dynamického systému a pro ARX model otopného tělesa byla zapsána v následujícím tvaru diferenční rovnice s polynomem prvního řádu [48]. Jako vstupní veličina byla zvolena (a na měřící trati viz Obr. 31 byla měřena) teplota vstupní otopné vody t_{w1} a výstupem z modelu je již zmiňovaná střední povrchová teplota otopného tělesa, která vynikajícím způsobem reprezentuje dynamiku otopných těles a ze které lze postupem uvedeným v 4.3.2 stanovit výkon.

$$t_p(\tau + 1) = a \cdot t_p(\tau) + b \cdot t_{w1}(\tau) \quad (73)$$

kde je

$t_p(\tau)$	střední povrchová teplota otopného tělesa v čase τ	[°C]
τ	čas	[s]
$(\tau + 1)$	časový krok (navýšení o 10 s)	[s]
a	koeficient diferenční rovnice (popisuje chladnutí otopného tělesa)	[-]
b	koeficient diferenční rovnice (popisuje vliv teploty vstupní otopné vody na střední povrchovou teplotu otopného tělesa)	[-]
t_{w1}	teplota vody na vstupu do otopného tělesa	[°C]

Byla zvolena vzorkovací perioda 10 s, tzn., že mezi časy τ a $(\tau + 1)$ uplyne právě tato doba. Polynom vyššího řádu sice poskytuje vyšší přesnost výsledků, nicméně polynom prvního řádu byl využit z důvodu nejjednoduššího možného vyjádření jeho Z-transformace a následného zápisu do MATLABu. Zároveň výsledky tohoto modelu s uspokojivou přesností simulují změřený průběh dynamiky otopného tělesa, viz kapitola 5.6.

Metoda identifikace ARX modelem spočívá v metodě nejmenších čtverců. V zásadě se jedná o minimalizaci součtu kvadratických odchylek odhadovaného vektoru parametrů (reálně množiny hodnot střední povrchové teploty $t_p(\tau)$) od reálně změřených hodnot [48]. Dále bude popsáno, jak je touto metodou proveden odhad parametrů modelu.

4.7.3 Odhad parametrů ARX modelu metodou nejmenších čtverců

Modely, jak už bylo uvedeno výše, popisují dynamické vlastnosti soustav za přítomnosti šumů a ve své struktuře mohou na vstupu obsahovat složky bílého šumu, které nejsou měřitelné. A ani při znalosti všech parametrů (hodnoty vstupů $u(k)$, měřené minulé hodnoty výstupů $y(k-i)$) pro takové modely není možné stanovit výstupy $y(k)$. Tyto výstupy pak musí být odhadem speciálních matematických modelů tzv. prediktorů

(v některé literatuře nesou název regresory), které obsahují množinu měřených vstupů U_{k-1} a výstupů Y_{k-1} , viz následující rovnice:

$$y^P(k) = f[Y_{k-1}, U_{k-1}] \quad (74)$$

Pokud se výstup diferenční rovnice (72) vyjádří vektorem parametrů p s určitým časovým intervalem vzorkování T a vektorem měřených hodnot z_k v čase k , pak platí:

$$y_k = p^T \cdot z_k + v_k \quad (75)$$

kde je

vektor $p^T = [-a_1, -a_2, \dots, -a_n, b_0, b_1, \dots, b_m]$

vektor $z_k = [y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, y_{k-n}, u_{k-1}, u_{k-2}, \dots, u_{k-m}]$

Protože střední hodnota bílého šumu v_k je rovna nule, je možné prediktor zapsat ve tvaru podle rovnice (76) s tím, že na základě měřených vstupů a výstupů lze podle něj odhadovat (predikovat) výstup modelu y_k [50].

$$y_k^P = p^T \cdot z_k = -\sum_{i=0}^n a_i \cdot y_{k-i} + \sum_{j=0}^m b_j \cdot u_{k-j-v} \quad (76)$$

V případě, že vektor parametrů p nebude známý, je nutné jej odhadnout a potom se hovoří o vektoru odhadu parametrů \hat{p} , na základě kterého lze získat odhad výstupu z prediktoru \hat{y}_k (analogicky k rovnici (76)).

$$\hat{y}_k = \hat{p}^T \cdot z_k = -\sum_{i=0}^n \hat{a}_i \cdot y_{k-i} + \sum_{j=0}^m \hat{b}_j \cdot u_{k-j-v} \quad (77)$$

kde pro index „v“ platí $T_D = (v-1) \cdot T + \xi \cdot T$, přičemž T_D je doba dopravního zpoždění, T je interval vzorkování a $\xi \in (0,1)$.

Chyba predikce $e(k)$ je dána následujícím rozdílem vycházejícím z výše uvedených rovnic:

$$e(k) = y_k - \hat{y}_k = y_k - \hat{p}^T \cdot z_k = y_k + \sum_{i=0}^n \hat{a}_i \cdot y_{k-i} - \sum_{j=0}^m \hat{b}_j \cdot u_{k-j-v} \quad (78)$$

Pro odhad vektoru parametrů \hat{p} je zásadní, aby minimalizoval součet kvadrátů chyb, přičemž chyba $e(k)$ je dána rovnicí (78). Musí být tedy splněna podmínka kvadratického kritéria J v rovnici (79), kde N je počet měření:

$$J(\hat{p}) = \sum_{k=1}^N e(k)^2 \rightarrow \text{MIN} \quad (79)$$

Kompletní zápis a výslednou hodnotu kvadratického kritéria, stejně jako obecný zápis matice naměřených dat, výsledný hledaný vektor parametrů \hat{p} a případně další struktury vektorů a vlastnosti odhadů jsou uvedeny např. v [50].

4.7.4 Zápis diskrétního ARX modelu v MATLABu

Skript začíná vložením maticové datové struktury modelu. Matice obsahuje vstupní data formou sloupcových vektorů a dále jednořádkovou matici s patřičným počtem sloupců „nn“. Jednotlivá data musí být předtím definována a uložena v pracovním prostoru MATLABu. Dále je třeba zobrazit koeficienty polynomů diferenční rovnice i jejich směrodatné odchylky, dále pak kvadratický funkcionál a rovněž chybu predikce. Koeficienty polynomů a a b je dále třeba dosadit do diferenční rovnice. Pro výpočet přechodové funkce je nutné matici transformovat na polynomy přenosů s parametry diferenční rovnice ARX modelu. Po zadání příkazu příslušnou syntaxí se vrací matice zobecněného ARX modelu ve tvaru diferenční rovnice. Dále se matice transformuje na matici polynomů diskrétních přenosů. Tím se zavede popis diskrétního systému, v rámci něhož se matice transformuje na matice koeficientů těchto polynomů diskrétního modelu. Tím je zavedena žádaná diskrétní přechodová funkce modelu. Obecnou podobu syntaxe v MATLABu a celého postupu lze nalézt např. v [50]. V poslední fázi je nutné funkcí porovnat výstup z modelu s měřením. Níže je uvedena konkrétní struktura zápisu hlavní části modelu v prostředí MATLAB.

```
clear all;
data = importdata('data_opr.xlsx');

order = 1;
periods{1} = [7 154];
periods{2} = [155 327];
periods{3} = [328 444];
periods{4} = [445 664];
periods{5} = [665 862];

u = data(:,2);
T = data(:,1);

for k = 1:length(periods)
    index = 1;
    clear regresor;
    clear output;

    u_init = u(periods{k}(1));
    T_init = T(periods{k}(1));

    for i=periods{k}(1):periods{k}(end)
        du = u(i)-u_init;
        dT = T(i)-T_init;
        dT_1 = T(i+1)-T_init;

        switch order
            case 1
                output(index) = dT_1;
                regresor(index,:) = [dT du];

            case 2
                dT_2 = T(i+2)-T_init;
```

```

        output(index) = dT_2;
        regresor(index,:) = [dT_1 dT du];
    end

    index = index + 1;

end

params(k,:) = regresor\output';

end

%Overeni pomoci simulace
figure(1);
clf;

clear dT;
clear time;

for k = 1:length(periods)
    index = 1;

    clear dT_sim;
    u_init = u(periods{k}(1));
    T_init = T(periods{k}(1));
    time = periods{k}(1):periods{k}(end);

    dT = T(periods{k}(1):periods{k}(end))-T_init;

    if order == 1
        dT_sim(index) = 0;
    else
        dT_sim(index) = dT(1);
        dT_sim(index+1) = dT(2);
    end

    for i=periods{k}(1):periods{k}(end)
        du = u(i+1)-u_init;

        switch order
            case 1
                dT_sim(index+1) = params(3,1) * dT_sim(index) +
params(3,2) * du;

            case 2
                dT_sim(index+2) = params(k,1) * dT_sim(index+1)
+ params(k,2) * dT_sim(index) + params(k,3) * du;
            end

        index = index + 1;

    end

    plot(time, dT_sim(1:end-order)+T_init, 'b','LineWidth',2);
    hold on;
    plot(time, dT+T_init, 'r','LineWidth',2);

```



```
errors(k) = sum((dT_sim(1:end-order)'-dT).^2)/length(dT);
fit(k) = fitness(dT_sim(1:end-order)', dT);

end

grid on;
xlabel('samples');
ylabel('Average surface temperature [°C]');
legend('model', 'real data');

function fit = fitness(y_meas, y_est)
% Inputs: vectors of numbers N x 1
%
% fit = 100 * (1 - (|| y - y' ||) / (||y - mean(y)||) )
%

y_diff = y_meas - y_est;
y_scale = y_meas(~isnan(y_meas)) - mean(y_meas(~isnan(y_meas)));

fit = 100 * (1 - ...
    norm(y_diff(~isnan(y_diff))) / norm(y_scale) ...
);

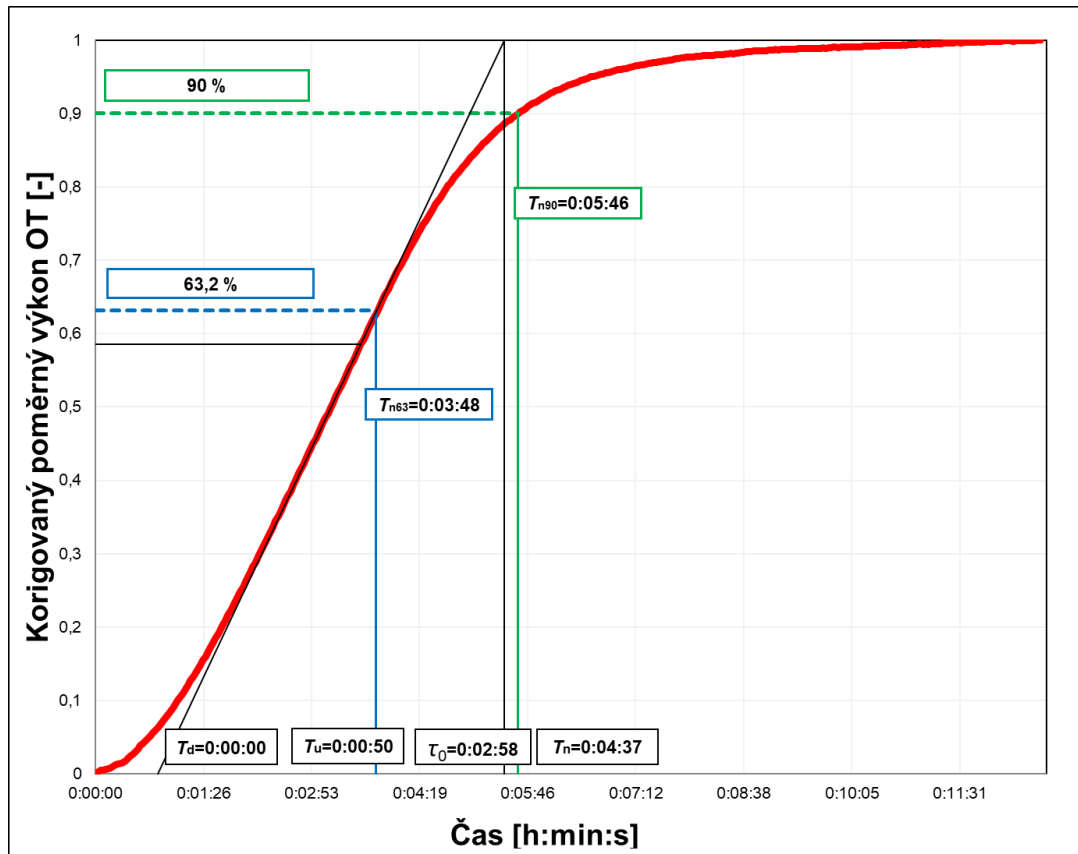
end
```

5 VÝSLEDKY A JEJICH OVĚŘENÍ

Tato kapitola shrnuje výsledky dosažené jednotlivými přístupy a modelů popsaných v kapitole 4. Ověření výsledků je pak zajištěno vyhodnocenými údaji ze základních experimentů, při kterých byly sledovány fáze náběhu či chladnutí. Jednotlivé podkapitoly proto obsahují nejen odkazy na vlastní publikování jednotlivých výsledků, ale rovněž k příslušným částem v kapitole 4. Pokud není uvedeno jinak, jsou výsledky vždy uvedeny a vyhodnoceny pro deskové otopné těleso typu klasik 10 o rozměrech 500 x 1000 mm, tj. pro nejběžnější typ otopné plochy. Nicméně v některých částech práce jsou uvedeny výsledky i pro jiné druhy či typy otopných těles pro potvrzení, či vyvrácení získaných poznatků. Zhodnocení jednotlivých výsledků a modelů je uvedeno vždy v rámci příslušné podkapitoly. Celkové shrnutí a porovnání s cíli disertační práce je uvedeno v závěru.

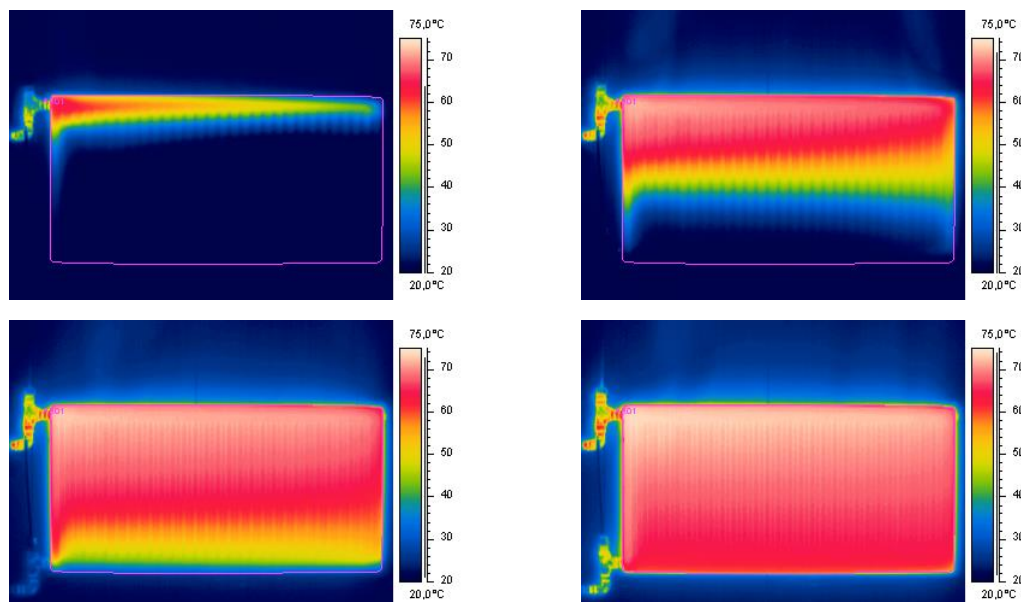
5.1 Základní experiment a vyhodnocení náběhu a chladnutí

Níže jsou uvedeny charakteristické křivky náběhu (resp. chladnutí) pro předmětné deskové otopné těleso typu 10 – 500 x 1000 s připojením jednostranným shora dolů, které slouží k tvorbě i následné validaci modelů. Charakteristiky jsou změřeny podle metodiky popsané v kapitole 4.3. Předpoklady experimentu jsou v uvedené kapitole rovněž k dispozici. Podle postupu kapitoly 4.4.2 byly v případě náběhu určeny dynamické veličiny popsané v kapitole 4.4, tj. setrvačnost náběhu (resp. chladnutí) T_{n63} a T_{n90} , doba dopravního zpoždění T_d , doba průtahu T_u , doba náběhu T_n a časová konstanta τ_0 . Pro chladnutí je z principu třeba vyhodnotit jen některé z těchto veličin. Doba dopravního zpoždění je v těchto výsledcích uvažována jako nulová, čili samotný přechodový děj začíná v čase $\tau = 0$. Na svislé ose je pak uveden bezrozměrný korigovaný poměrný výkon otopného tělesa, aby bylo možné jednotlivé charakteristiky porovnávat. Korekce poměrného výkonu je provedena v tom smyslu, že se přechodová charakteristika vždy nachází v intervalu hodnot 0 až 1 s tím, že počáteční 0 odpovídá teplotě vzduchu v okolí otopného tělesa 20 °C a hodnota 1 je dána vstupní jmenovitou teplotou otopné vody 75 °C. Tepelný výkon otopného tělesa je vždy přepočítán ze skutečné teploty vzduchu na otevřeném měřicím místě na 20 °C.

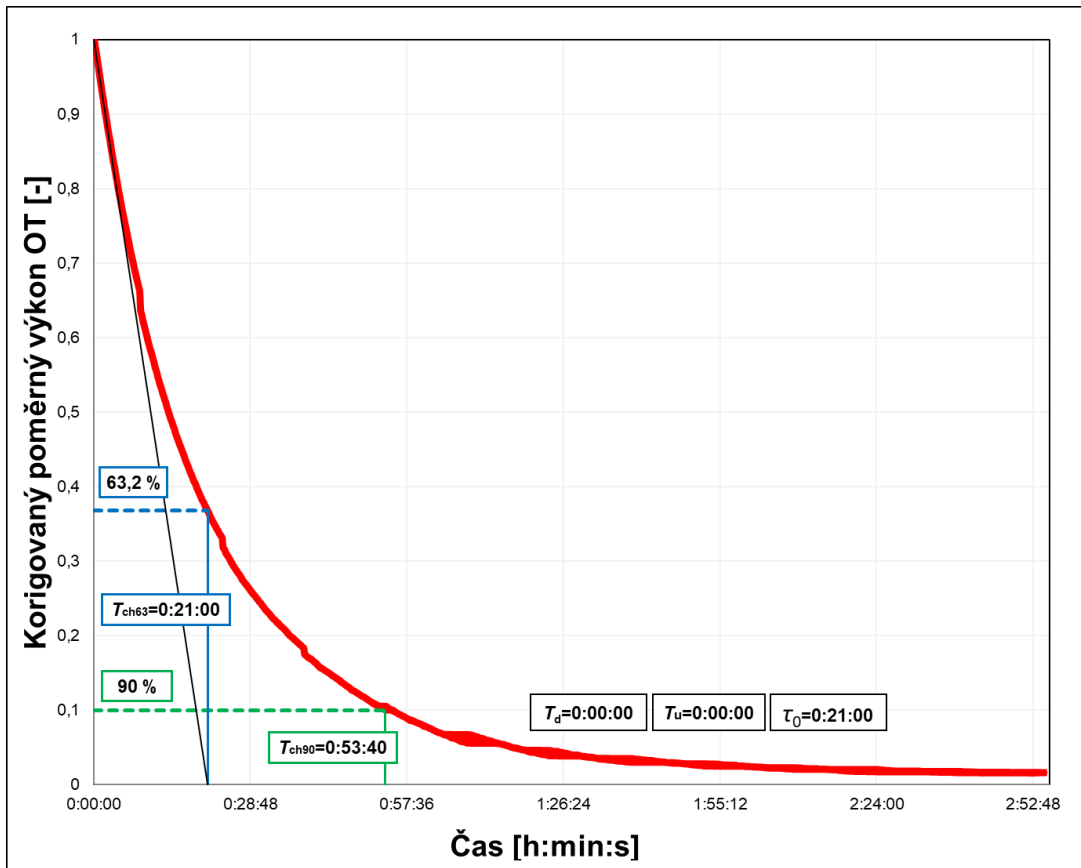


Obr. 32 Křivka náběhu deskového otopného tělesa 10 – 500 x 1000 mm zapojení jednostranně shora dolů [43]

Na obrázku níže je pro názornost k dispozici záznam termogramu, ze kterého byla vyhodnocena výše uvedená křivka náběhu.

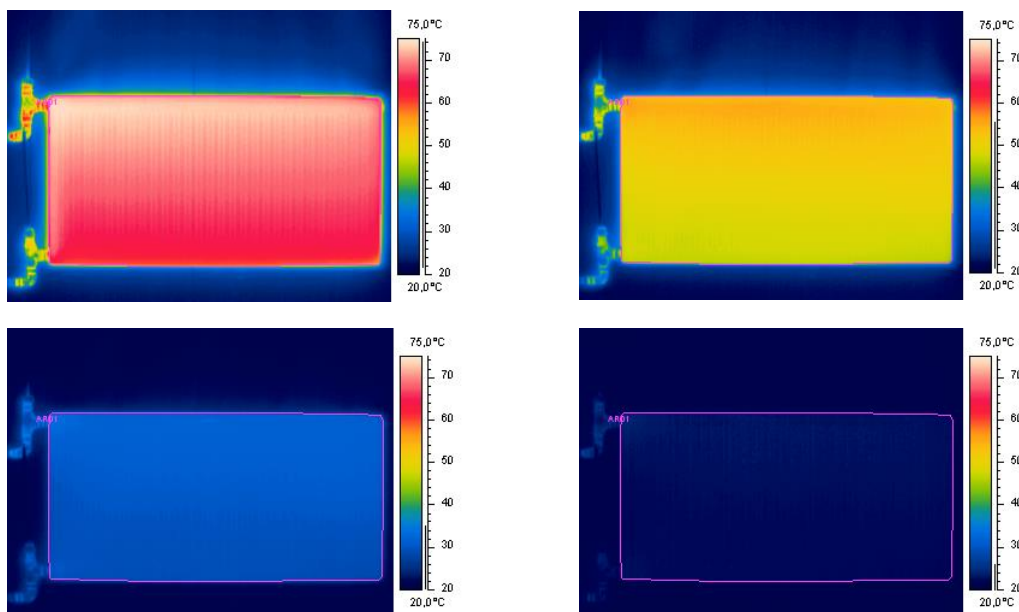


Obr. 33 Termogram náběhu deskového otopného tělesa 10 – 500 x 1000 mm zapojení jednostranně shora dolů ($\tau = 1 \text{ min} - t_p = 25,8 \text{ }^\circ\text{C}$; $\tau = 3 \text{ min} - t_p = 47,3 \text{ }^\circ\text{C}$; $\tau = 5 \text{ min} - t_p = 62,7 \text{ }^\circ\text{C}$; $\tau = 13 \text{ min} - t_p = 67,7 \text{ }^\circ\text{C}$) [52]



Obr. 34 Křivka chladnutí deskového otopného tělesa 10 – 500 x 1000 mm zapojení jednostranně shora dolů [53]

Na obrázku níže je opět k dispozici záznam termogramu, ze kterého byla vyhodnocena křivka chladnutí.



Obr. 35 Termogram chladnutí deskového otopného tělesa 10 – 500 x 1000 mm zapojení jednostranně shora dolů ($\tau = 0 \text{ min} - t_p = 67,7 \text{ }^\circ\text{C}$; $\tau = 11 \text{ min} - t_p = 50,4 \text{ }^\circ\text{C}$; $\tau = 40 \text{ min} - t_p = 30,4 \text{ }^\circ\text{C}$; $\tau = 80 \text{ min} - t_p = 22,8 \text{ }^\circ\text{C}$) [52]

Dále jsou uvedeny dynamické parametry vyčíslené z výše uvedené přechodové charakteristiky náběhu – setrvačnost náběhu $T_{n63} = 228$ s a $T_{n90} = 346$ s, doba dopravního zpoždění $T_d = 0$ s; doba průtahu $T_u = 50$ s; doba náběhu $T_n = 277$ s a časová konstanta $\tau_0 = 178$ s. Pro chladnutí pak za uvedeného předpokladu platí, že $T_{ch63} = \tau_0 = 1260$ s a $T_{n90} = 3220$ s, doba dopravního zpoždění $T_d = T_u = 0$ s.

Zároveň bylo z vyhodnocené přechodové křivky určeno, že náběh deskových otopných těles je křivkou až 5. řádu. Rovnice polynomu pro popis křivky náběhu na Obr. 32 je následující:

$$y = -3 \cdot 10^{11} x^5 + 8 \cdot 10^9 x^4 - 7 \cdot 10^7 x^3 + 2,36 \cdot 10^5 x^2 - 23,336x \quad (80)$$

Pro popis dynamických systémů však není nutné pracovat s křivkou s takto vysokým řádem. Pro posouzení zákonitostí dynamického chování je naprosto dostatečné pracovat s křivkou druhého řádu, například podle aproximace zavedené v kapitole 4.4.3. Často je rovněž vhodné a výhodné zvolit aproximaci skutečného chování systému pouze systémem 1. řádu, viz kapitola 4.4.2.

S využitím termografické techniky byly pro porovnání zaznamenány i jiné druhy a typy otopných těles – mimo deskových ještě článková a trubkové těleso a to se dvěma způsoby jmenovitého připojení. Pro grafické znázornění byl však vybrán pouze průběh přechodové charakteristiky náběhu a chladnutí řešeného deskového otopného tělesa Korado typ 10 – 500 x 1000. Výsledky pro jiná otopná tělesa a jejich grafické znázornění lze případně nalézt v [52].

Tab. 6 Korigované hodnoty setrvačností náběhu a chladnutí otopných těles [54]

Otopné těleso	Připojení (vždy shora dolů)	Setrvačnost náběhu [min]		Setrvačnost chladnutí [min]	
		T_{n63}	T_{n90}	T_{ch63}	T_{ch90}
Desková					
KL 10 – 500 x 500	jednostranné	4,3	6,4	18	46
	oboustranné	4,3	6,8	18,5	47,2
KL 10 – 500 x 1000	jednostranné	3,8	5,8	21	53,7
	oboustranné	3,9	6,0	21,5	55
KL 10 – 500 x 2000	jednostranné	3,7	5,7	22,4	57,2
	oboustranné	3,6	5,4	21,5	53,9
Článková					
Kalor 10 / 500 / 70	jednostranné	7,9	11,7	43,5	102,7
	oboustranné	8,3	12,3	40	93,7
Kalor 10 / 500 / 220	jednostranné	7,8	12,3	45,3	109
	oboustranné	8,1	12,3	43,9	106,4
Trubkové					
KLC 1200x600	oboustranné	8,6	18,1	28,5	60,3

V Tab. 6. je pak uvedeno porovnání setrvačností náběhu i chladnutí všech sledovaných těles. Pro desková otopná tělesa paradoxně podle zjištění platí, že jejich

setrvačnost náběhu je tím nižší, čím je těleso delší. Voda po vstupu do otopného tělesa je totiž rychle rozváděna horní rozvodnou komorou po celé délce tělesa. Nejnižší hodnotu setrvačnosti náběhu vykazuje tedy otopné těleso typu 10 – 500 x 2000 a to při oboustranném napojení. Pro kratší desková otopná tělesa je naopak výhodnější připojení jednostranné. Lze tedy konstatovat, že běžné doporučení, které platí pro připojení jednotlivých otopných těles k soustavě za účelem dosažení maximálního tepelného výkonu, je shodné s tím, jak připojovat tělesa pro co nejefektivnější provoz z hlediska dynamiky. Z hlediska chladnutí se pak jednoznačně projevuje tepelná kapacita otopného tělesa jako celku (materiál + náplň). Obecně je proces chladnutí u deskových těles přibližně pětinasobně delší (pro hodnotu T_{63}) než náběh.

Článeková otopná tělesa se výrazným způsobem liší od výše uvedených těles deskových. Nejedná se jen o konstrukční řešení, ale pro dynamiku náběhu (chladnutí) je nejdůležitější ještě větší tepelná kapacita těchto těles. Ta je způsobena především materiálem tělesa (nejčastěji litina) a jeho velkým vodním obsahem. Lze tedy předpokládat, že dosahované hodnoty budou zcela rozdílné. U setrvačnosti náběhu platí, že čím má článekové otopné těleso větší hloubku, tím je setrvačnost náběhu rovněž větší. Tento fakt přímo souvisí s vodním objemem a již méně s vlastními hydraulickými poměry v otopném tělese. Platí také, že měřená tělesa mají nižší setrvačnost náběhu, pokud jsou zapojena jednostranně. Nejnižší hodnoty byly stanoveny u jednostranně zapojeného článekového otopného tělesa Kalor 10 / 500 / 70. Z naměřených hodnot rovněž vyplývá, že setrvačnost náběhu litinových článekových otopných těles je přibližně dvojnásobná oproti deskovým otopným tělesům. Setrvačnost chladnutí roste s velikostí tělesa, ale na rozdíl od náběhu vychází nižší hodnoty, pokud je těleso zapojeno oboustranně. Velmi podobně jako u těles deskových, je i zde proces chladnutí přibližně 5 krát delší než proces náběhu (pro hodnoty T_{63}). Oproti setrvačnosti chladnutí deskových otopných těles je tento dynamický proces u těles článekových přibližně 2,5 krát delší.

Setrvačnost náběhu trubkového otopného tělesa je nejdelší ze všech měřených těles a lze ji připodobnit k procesu náběhu článekových otopných těles. Je to způsobeno složitostí a geometrickým uspořádáním těchto těles. Naopak proces chladnutí lze přirovnat spíše k setrvačnosti chladnutí deskových otopných těles a to díky menšímu vodnímu obsahu a nižší tepelné kapacitě použitého materiálu (ocel).

V další části práce se text omezí pouze na deskové otopné těleso typ 10 – 500 x 1000, přičemž výše uvedené výsledky a případně z nich plynoucí rozbor lze mj. dále využít pro zobecnění modelů dynamiky otopných těles.

5.2 Regulace tepelného výkonu tělesa osazeného regulačním ventilem s termostatickou hlavicí

Znárodnění funkce P-regulátoru (tj. pro tuto práci regulačního ventilu s termostatickou hlavicí s kapalinovou náplní), podle kapitol 2.7 a 4.5, osazeného na

otopném tělese je založeno na výsledcích a charakteristikách vyhodnocených v předcházející kapitole 5.1. Je zde využito přiblížení s využitím teorie dvoupolohové (on/off) regulace soustavy prvního řádu bez dopravního zpoždění podle poznatků kapitoly 4.5.1 [33]. Tento průběh je obecně znázorněn na *Obr. 24*, kde y_d a y_h jsou dolní spínací a horní vypínací hodnoty regulované veličiny y , h je hystereze a T jsou jednotlivé charakteristické časy. Regulovanou veličinou je teplota vzduchu v prostoru, kde je těleso osazeno. Podle postupu uvedeného níže je tato požadovaná teplota převedena na odpovídající výkon otopného tělesa tak, aby bylo možné využít získaných průběhů křivek.

Simulace průběhu dynamického chování spočívá ve skládání dříve získaných křivek náběhu a chladnutí okolo žádané hodnoty v rámci stanoveného pásma proporcionality. Dynamické chování regulátoru je sestaveno pro deskové otopné těleso typu 10 – 500 x 1000 se jmenovitým připojením, přičemž sledovány byly tři provozní stavy. Nejprve stav, kdy je potřeba 100 % výkonu tělesa, dále 62,6 % (tato potřeba tepelného výkonu statisticky pokrývá potřebu tepla pro více než 93 % délky otopného období) a poslední sledovanou hodnotou je 10 % výkonu otopného tělesa pro představu o chování regulátoru i ve spodní části výkonového spektra daného tělesa.

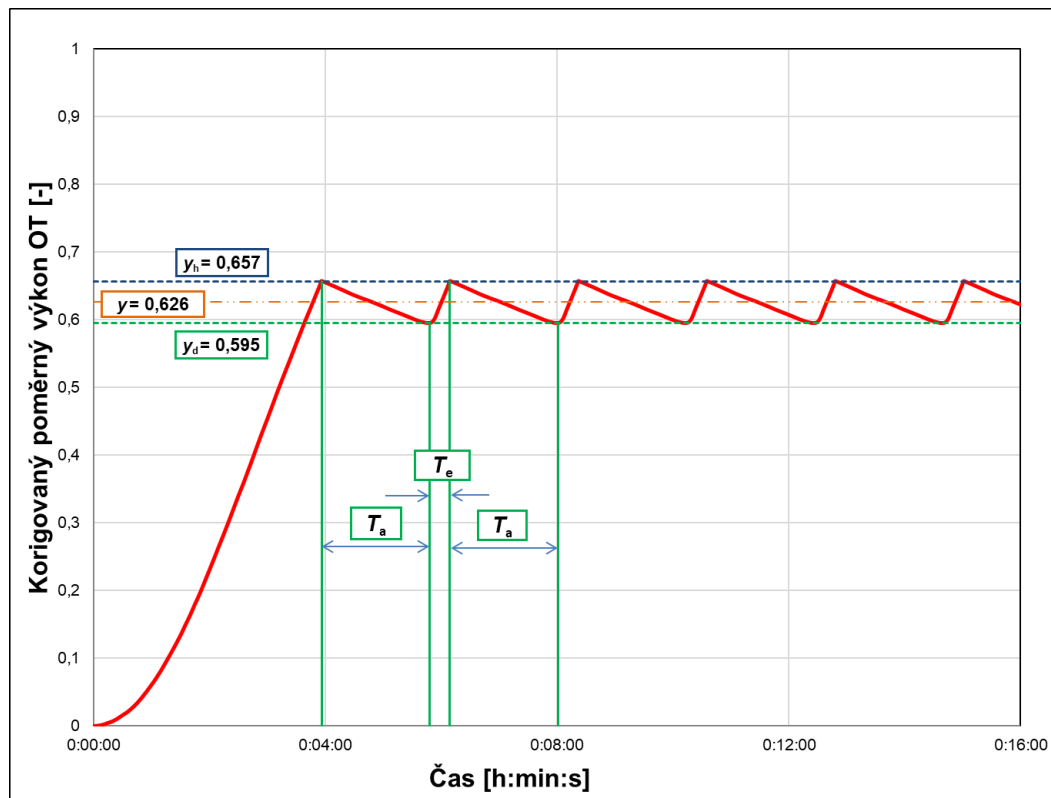
Byla zvolena celkem tři pásma proporcionality, a to 1, 2 a 3 K v okolí požadované teploty 20 °C (tzn. 20±0,5 K; 20±1 K; 20±1,5 K). S využitím rovnice (81) a křivky trvání teplot byly teplotní rozsahy jednotlivých pásem proporcionality převedeny na rozsahy výkonové (tak, aby korelovaly s vyhodnocenými průběhy křivek), resp. byly stanoveny spínací hodnoty y_d a y_h pro požadované hodnoty výkonu otopného tělesa [52], [38].

$$\frac{\dot{Q}_{OT}}{\dot{Q}_{OT,N}} \approx \frac{t_i - t'_e}{t_i - t_{ev}} \quad (81)$$

kde je

\dot{Q}_{OT}	tepelný výkon otopného tělesa	[W]
$\dot{Q}_{OT,N}$	jmenovitý tepelný výkon otopného tělesa	[W]
t'_e	venkovní teplota vzduchu pro odpovídající tepelný výkon OT	[°C]
t_{ev}	venkovní výpočtová teplota vzduchu	[°C]
t_i	vnitřní výpočtová teplota vzduchu	[°C]
t'_i	vnitřní teplota vzduchu na okraji spínací difference	[°C]

Jako příklad je níže uveden průběh dynamického chování výše uvedeného otopného tělesa pro 62,6 % výkonu a pro pásmo proporcionality 20±1 K [54]. Další graficky zpracované dynamické průběhy lze nalézt v [52] a slovní zhodnocení lze nalézt v kapitole 5.2.1 až 5.2.3.



Obr. 36 Průběh dynamického chování deskového otopného tělesa 10 – 500 x 1000 pro žádanou hodnotu tepelného výkonu 62,6 % (20 ± 1 K) [54]

V jednotlivých grafech byly s použitím tabulkového procesoru MS Excel podle pásma proporcionality nalezeny rozhodné části křivek náběhu a chladnutí, ze kterých byly následně vyhodnoceny doby vypnutí (T_a) a zapnutí (T_e). Právě tyto dvě hodnoty, resp. jejich poměr byl využit jako porovnávací kritérium jednotlivých požadavků na tepelný výkon a tomu odpovídající chování regulátoru. Tyto hodnoty pro všechny sestavené a simulované průběhy jsou umístěny do *Tab. 7*.

Tab. 7 Hodnoty doby zapnutí a vypnutí regulátoru ve spojení s deskovým otopným tělesem 10 – 500 x 1000 s jednostranným připojením shora dolů [54]

Potřeba výkonu	Pásmo proporcionality	Doba zapnutí	Doba vypnutí	Poměr
		T_e [min]	T_a [min]	T_a/T_e [-]
100 %	$\pm 0,5$ K	4,42	0,42	0,1
	± 1 K	5,33	0,67	0,13
	$\pm 1,5$ K	5,92	0,92	0,16
62,6 %	$\pm 0,5$ K	0,2	1	5
	± 1 K	0,35	1,87	5,34
	$\pm 1,5$ K	0,53	2,88	5,43
10 %	$\pm 0,5$ K	0,23	6,08	26,43
	± 1 K	0,42	11,68	27,81
	$\pm 1,5$ K	0,65	18,38	28,28

Správná volba pásma proporcionality regulačního ventilu s termostatickou hlavicí má na provozní chování ventilu zásadní vliv. Pokud bude ventil poddimenzován, bude pracovat ve stále otevřené poloze a nebude plnit svoji regulační funkci. Ve výsledku nebude otopné těleso sdílet tak vysoké výkony, jaké jsou očekávány. Naopak předimenzovaný ventil pracuje v poloze téměř zavřeno a rovněž nemůže plnit svou regulační funkci. Pokud je zvoleno pásmo užší (např. $\pm 0,5$ K), lze dosáhnout přesnější regulace na konečnou hodnotu, obnáší to ovšem podobný problém jako předimenzovaný regulační ventil, tzn. častější otevírání a zavírání kuželky ventilu a nestabilitu (a v extrému až ztrátu regulační schopnosti). Při širším zvoleném pásmu proporcionality (např. 3 K) je pak při stabilnější regulaci tepelného výkonu nutné se spokojit s nižšími nároky na požadovanou hodnotu regulované veličiny. Pro běžné použití v obytných budovách se tedy jeví jako ideální volba pásma proporcionality 2 K.

Z Obr. 36 je zřejmé, že na počátku je regulovaná veličina (výkon) rovna 0. Jelikož je v tomto případě požadovaná hodnota $y = 62,6$ %, vzniká zde regulační odchylka, na kterou reaguje regulátor tak, že zapíná akční veličinu (vlnovcem, vřetenem a pružinou zdvihá kuželku ventilu). Tímto zvýší průtok teplotonosné látky otopným tělesem, což způsobí nárůst střední povrchové teploty otopného tělesa, resp. jeho tepelného výkonu. Náběh probíhá dle získané křivky náběhu s příslušnou časovou konstantou a to až do okamžiku, kdy je dosaženo horní spínací hodnoty y_h . Pokud ve vytápěném prostoru dojde ke změně požadavku ve smyslu snížení požadované teploty nebo je dosaženo právě hodnoty y_h , regulátor zavírá ventil a otopné těleso začíná chladnout dle získané křivky chladnutí. Toto probíhá do chvíle, kdy je dosaženo spodní spínací hodnoty y_d . Po prvotním náběhu, kdy je dosaženo spínací hodnoty y_h , dochází k cyklování průběhu tepelného výkonu v rámci rozmezí hodnot y_d a y_h . Doba, po kterou otopné těleso chladne, se nazývá dobou vypnutí T_a a doba, po kterou se výkon pohybuje po náběhové křivce, se nazývá dobou zapnutí T_e . V praxi dochází ještě v závislosti na použitém regulátoru a tepelné kapacitě otopného tělesa k překmitu požadovaného rozsahu, který se tak rozšiřuje do tzv. pásma kolísání. Pro účely této práce lze však tento přesah zanedbat [54].

Následuje krátký rozbor a zhodnocení dynamiky otopného tělesa ve spojení s regulačním ventilem osazeným termostatickou hlavicí pro různé úrovně potřeby tepelného výkonu otopného tělesa.

5.2.1 100% potřeba tepelného výkonu

Tento stav je specifický tím, že pokud je instalovaný výkon otopného tělesa navržen přesně podle hodnoty vypočítané tepelné ztráty, tak střední, tedy požadovaná hodnota y , je za jmenovitých podmínek rovna horní spínací hodnotě y_h . Je tedy k dispozici pouze polovina spínacího rozsahu, resp. pásma proporcionality. Pro všechny sledované průběhy také platí, že v nejužším pásmu proporcionality je cyklování intenzivnější než v širších sledovaných pásmech. Například oproti pásmu $\pm 0,5$ K je v pásmu $\pm 1,5$ K o 33 % vyšší počet cyklů (pro časový úsek 30 min). Tento závěr je tedy

ve shodě s výše popsaným faktem, že užší spínací diference zapříčiní větší kmitání kuželky ventilu a způsobuje vyšší opotřebení či hlukové projevy.

Oproti níže popsaným průběhům je tento stav dále specifický tím, že doba zapnutí je delší než doba vypnutí. Náběhová křivka je v tomto rozmezí velice plochá, naopak křivka chladnutí je ve své nejstrmější části. Z tohoto důvodu je poměr doby vypnutí a doby zapnutí T_a/T_e menší než jedna. U pásma proporcionality $\pm 0,5$ K je doba zapnutí 4,42 min (viz *Tab. 7*), což je přibližně desetinásobek doby vypnutí - 0,42 min. Poměr T_a/T_e tedy vychází 0,1. U pásma proporcionality ± 1 K vychází poměr T_a/T_e o 32 % vyšší než pro nejmenší sledovaný rozsah. Pro $\pm 1,5$ K je tento rozdíl ještě výraznější, a to 64 % oproti rozsahu $\pm 0,5$ K.

V praxi však výše zmíněné nebude zcela platit, neboť tepelné výkony otopných těles nejsou navrženy přesně podle hodnoty tepelné ztráty vytápěného prostoru, ale díky dané výkonové (výrobní) řadě těles na vyšší výkon, než je jmenovitý, odpovídající vypočtené tepelné ztrátě prostoru. Projektant tak navrhuje otopná tělesa, jejichž tepelný výkon je předdimenzován o 5 až 15 % vůči skutečné tepelné ztrátě místnosti (za jmenovitých podmínek). Značí to tedy, že reálně bude k dispozici i za jmenovitých podmínek celé pásmo proporcionality zajišťující správnou funkci regulátoru tepelného výkonu, viz dále [54].

5.2.2 62,6% potřeba tepelného výkonu

Zde lze pozorovat jak dolní, tak horní spínací hodnotu (viz *Obr. 36*), a tudíž jsou sledované rozsahy dvojnásobně širší než u 100% potřeby výkonu. Přesto však, že je pásmo širší, není rozdíl mezi dobou zapnutí a vypnutí tak markantní jako u předchozího stavu. V této oblasti je již doba vypnutí delší než doba zapnutí. Je to opět dáno průběhem jednotlivých křivek, kdy má přechodová charakteristika pro chladnutí výrazně plošší průběh než relativně strmý náběh. Tvar charakteristik dále způsobuje, že jednotlivé cykly jsou kratší a počet celých cyklů za srovnatelné časové rozmezí oproti stavu 100% potřeby tepelného výkonu je v tomto případě vyšší (o 186 %).

U pásma proporcionality $\pm 0,5$ K je doba zapnutí 0,2 min, což je pětinašobně kratší než doba vypnutí, tj. 1 min. Poměr T_a/T_e tedy vychází 5. U pásma proporcionality ± 1 K, vychází poměr T_a/T_e o 7 % vyšší než u rozsahu $\pm 0,5$ K a pro $\pm 1,5$ K je tento rozdíl jen o málo vyšší a to 9 % [54].

5.2.3 10% potřeba tepelného výkonu

Tato úroveň se nachází na opačné straně výkonového spektra a to znamená, že křivka náběhu je ve své téměř nejstrmější části a křivka chladnutí je téměř plochá. Proto jsou poměry dob vypnutí a zapnutí nejvyšší právě zde. Aby bylo možné sledovat dostatečný počet cyklů i v nejširším pásmu proporcionality, musel být zvolen delší časový úsek než v ostatních případech (70 min). U pásma proporcionality $\pm 0,5$ K je doba zapnutí 0,23 min a doba vypnutí 6,08 min. Poměr T_a/T_e se tedy rovná 26,43. Pro pásmo

proporcionality ± 1 K, kde se již výrazně uplatňuje plochý průběh křivky chladnutí, vychází poměr T_a/T_e o 5 % vyšší než u rozsahu $\pm 0,5$ K. Pro $\pm 1,5$ K je tento rozdíl až 7 % [54].

5.2.4 Dílčí závěry

Z výše uvedeného je patrné, jak důležitá je znalost setrvačnosti náběhu a chladnutí jednotlivých otopných těles pro praktický návrh regulátorů, resp. pro jejich optimální a dlouhodobě spolehlivou funkci. Bylo proto vyhodnoceno dynamické chování otopného tělesa v součinnosti s P-regulátorem a byly rovněž zhodnoceny jednotlivé oblasti výkonového spektra otopného tělesa. Provozní chování regulátorů se tak musí adaptovat na různé požadavky i v rámci jednoho výkonového spektra. Tento rozbor je podstatný pro predikci rychlosti reakce na regulační zásah a pro případné zhodnocení dynamického chování většího celku (např. otopné soustavy). Rychlost odezvy je závislá i na akumulaci otopných těles. Samotná reakce otopných těles na regulační zásah je proto prodloužena o dobu úměrnou tepelné setrvačnosti (tj. především době průtahu) [54]. Jednotlivé dílčí závěry a poznatky z této kapitoly, spolu s dalšími, byly využity pro sestavení modelu (a ověření jeho výsledků) dynamiky regulátoru s aproximací podle Strejce, uvedeného v kapitole 5.5.

Zde uvedený průběh (viz *Obr. 36*) a případně další průběhy uvedené v [52], jejichž výsledky jsou uvedeny v *Tab. 7*, byly v rámci sledovaného úseku určeny pouze pro jednu požadovanou hodnotu regulované veličiny y . Je však třeba konstatovat, že reálně se potřeba tepla neustále mění, např. vlivem oslunění, změnou požadavků či díky vnitřním zdrojům tepla apod. Dynamické provozní chování otopného tělesa při změnách střední povrchové teploty bylo rovněž měřeno v laboratořích ústavu techniky prostředí, viz kapitola 5.6.

5.3 Kalorimetrický model

Tento zcela prvotní model sestavený v MATLAB Simulink a popsáný v kapitole 4.6.2 je zde uveden jako ilustrace nedostatků na počátku řešení disertační práce. Zásadním důvodem je však skutečnost, že na základě poznatků získaných při tvorbě tohoto modelu se následně vyvíjel i postup řešení dále uvedených modelů.

V kapitole 4.6.2 bylo uvedeno, že principem, jakým je řešena dynamika v tomto modelu, je sdílení tepla do okolí postupně dvěma částmi otopného tělesa. Zde nejprve horní polovinou otopného tělesa a poté spodní polovinou, přičemž doba, kdy začne teplo sdílet i spodní polovina otopného tělesa, je dána délkou svislých průtočných kanálků a příslušným průtokem vody těmito kanálky (uvažováno s průtokem odpovídajícím jmenovitým podmínkám a byl zaveden předpoklad, že voda se z rozvodné komory dělí do svislých kanálků rovnoměrně).

Při generování charakteristických křivek však docházelo k jevu, kdy nová ustálená hodnota tepelného výkonu sice odpovídala hodnotě získané experimentem, ale tvar křivky, resp. dynamické parametry se zcela lišily. Tvar přechodové charakteristiky

se vždy velmi blížil charakteristice pouze prvního řádu. Validace výsledků modelu změřenými daty tak selhala a výsledky nebyly veřejně prezentovány. V této práci je však tento model přesto uveden, protože sloužil jako důležitý výchozí bod při úvahách nad dalším řešením disertační práce.

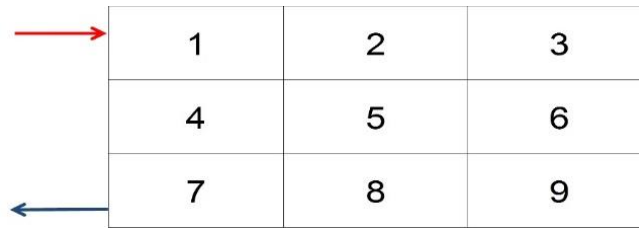
Zjednodušené dělení tělesa na dvě poloviny a uvažované rovnoměrné zatékání hmotnostního průtoku tak nejsou dostatečně kvalitními předpoklady pro simulaci dynamiky otopných těles. Z toho vyplývá i nedostatečně přesné určení doby dopravního zpoždění, kdy začne sdílet tepelný výkon i další část tělesa. Nevhodná je i volba konstantního zadání hmotnostního průtoku vody zatékající do otopného tělesa, resp. jednotlivých kanálků.

Poznatek o nedostatečném dělení plochy otopného tělesa vzhledem k době dopravního zpoždění se však stal základem pro hledání trendů ohledně vývoje teplo sdílející aktivní části teplosměnné plochy otopného tělesa. V další části práce proto následuje popis identifikace aktivní teplosměnné plochy otopného tělesa a dále uvedené matematické modely jsou tedy do určité míry evolucí tohoto základního modelu s implementací dále uvedených poznatků.

5.4 Identifikace aktivní teplosměnné plochy

V kapitolách 4.4.1 a 4.4.4 byl popsán parametr, který výrazným způsobem znesnadňuje simulaci dynamických procesů náběhu tepelného výkonu otopných těles. Jedná o teplosměnnou plochu otopného tělesa na straně vzduchu, která aktuálně sdílí teplo do vytápěného prostoru. Na počátku tohoto děje je totiž původní vodní náplň vytlačována vodou o vyšší teplotě. Vývoj právě sdílející otopné plochy je tak zásadní neznámou pro stanovení dynamiky otopných těles. V rané fázi náběhu rovněž není známo, jakou teplotu bude mít výstupní otopná voda z tělesa, než dojde k promíšení a ustálení. V případě chladnutí se však tyto veličiny z rovnice (35) vykrátí a matematický popis chladnutí je snazší.

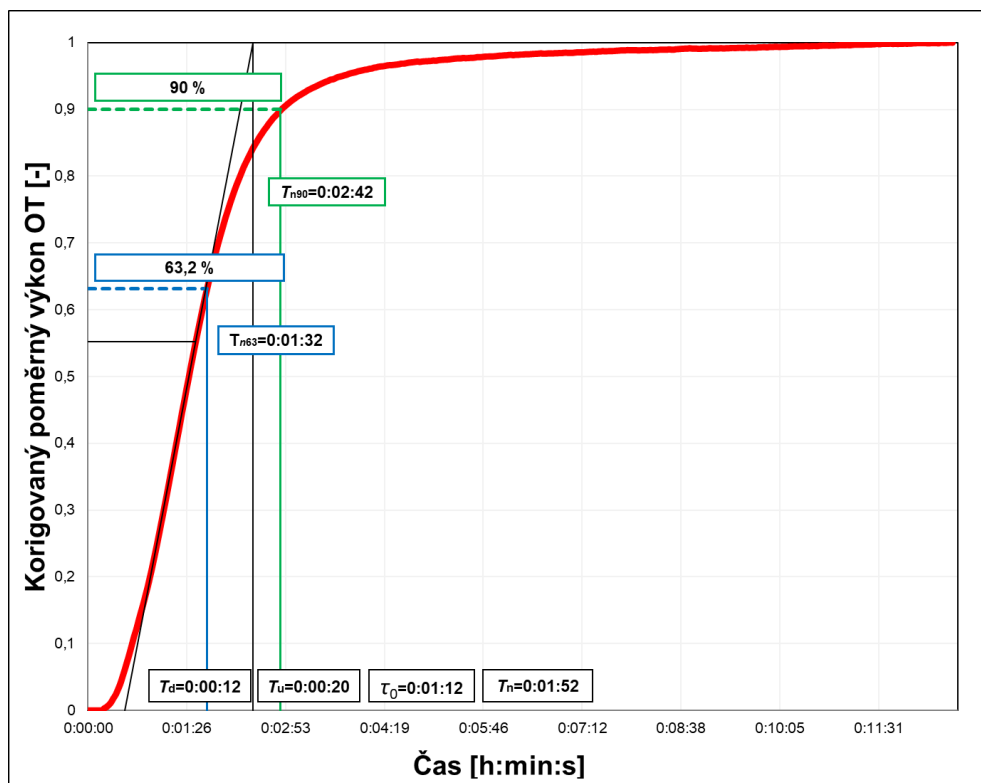
Na základě kritické literární rešerše byl zvolen postup pro vyhodnocení vývoje aktivní teplosměnné plochy. Čelní průmětná deska otopného tělesa byla rozdělena na 9 shodných částí, kterými postupně protéká otopná voda (nastaven průtok odpovídající jmenovitému tepelnému výkonu při teplotách vody vstup/výstup = 75/65 °C). Každá z devíti částí je pak z hlediska vyhodnocení dynamiky řešena zvlášť (přechodové charakteristiky a parametry podle metodiky 4.3.2 resp. 4.4.2). Hledaným parametrem je především doba dopravního zpoždění v rámci daného sektoru, ze které lze usuzovat, zda je již otopná voda o vyšší teplotě přítomna v konkrétním sektoru, a je tak možné příslušnou část plochy označit za aktivní teplosměnnou [42], [43].



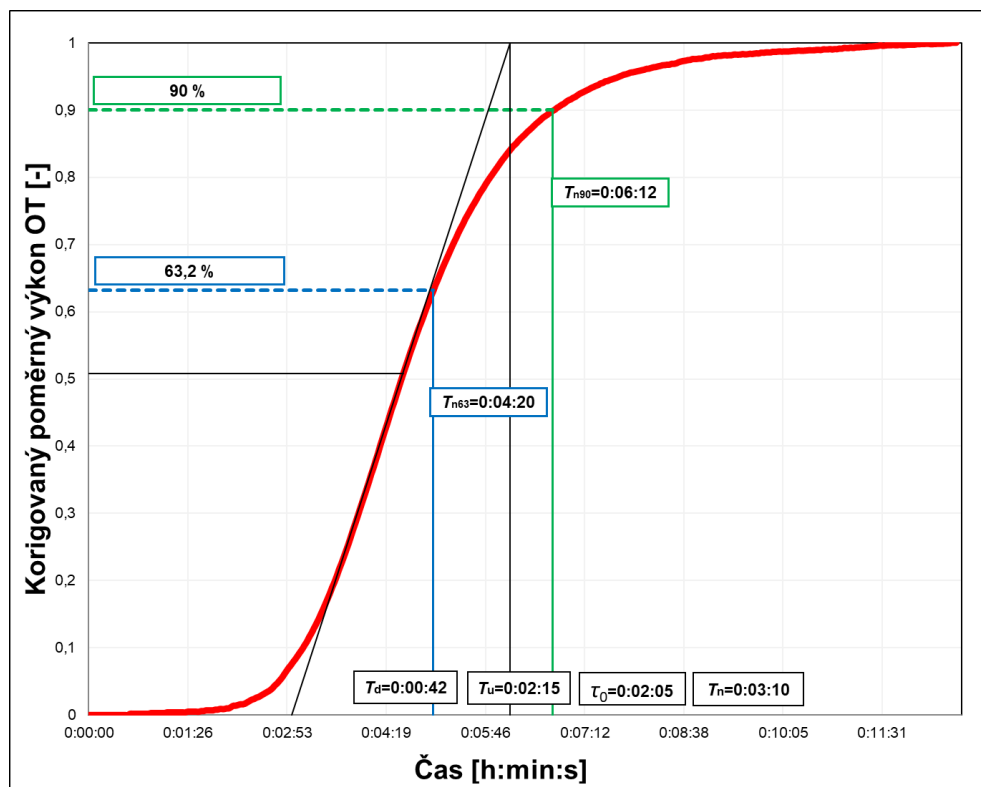
Obr. 37 Schéma rozdělení čelní průmětné plochy deskového otopného tělesa na 9 shodných částí [43].

Jednotlivé sektory se v průběhu náběhu samozřejmě ovlivňují a účelem bylo popsat do jaké míry, a rovněž zhodnotit význam jednotlivých dynamiku popisujících veličin tak, aby bylo možné predikovat vývoj aktivní teplosměnné plochy. Rozdělení na určitý počet částí ve směru délky tělesa či jeho výšky dává jasnější představu o vlivu rozměrů tělesa na jeho tepelnou dynamiku. Není nutné zde graficky uvádět přechodové charakteristiky všech sektorů, a proto jsou vybrány pouze dva, ve kterých je jasně zřetelný rozdíl, tj. sektory 2 a 9, viz *Obr. 38* a *Obr. 39*. Vyhodnocené údaje ze všech sektorů jsou však uvedené v *Tab. 8*. Časová osa je pro snadné porovnání sjednocena.

Zatímco v sektoru 9 je např. v čase 2 min a 53 vteřin výkon této části teplosměnné plochy cca 6 %, tak výkon v sektoru 2 je více než 90 %. Tento zcela zásadní rozdíl výkonu v čase mezi jednotlivými sektory je popsán rozbořem jednotlivých dynamických veličin využívaných v této práci (základní experiment viz kapitola 5.1.). *Tab. 8* shrnuje tyto veličiny pro jednotlivé sektory a za účelem snadného porovnání také pro celou čelní plochu.



Obr. 38 Křivka náběhu tepelného výkonu v sektoru 2 [42], [43], [55].



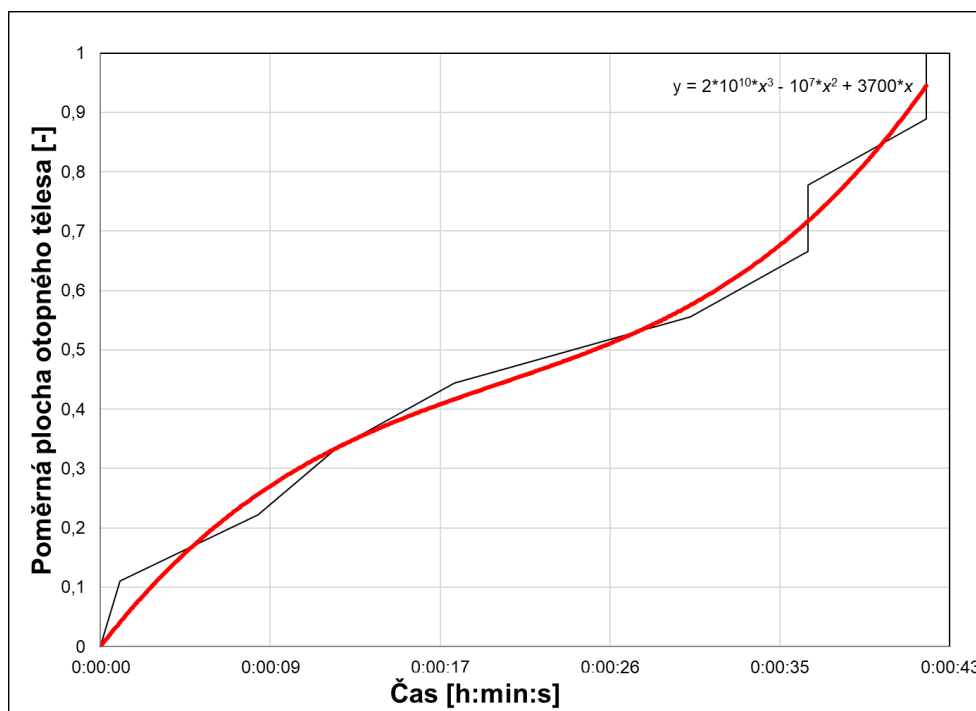
Obr. 39 Křivka náběhu tepelného výkonu v sektoru 9 [42], [43], [55].

Tab. 8 Dynamické veličiny čelní plochy a jednotlivých sektorů deskového otopného tělesa 10 – 500 x 1000 s jednostranným připojením shora dolů [42], [43], [55]

[h:min:s]	Čelní plocha	Sektor č.								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
T_d	0:00:00	0:00:00	0:00:12	0:00:18	0:00:08	0:00:30	0:00:36	0:00:36	0:00:42	0:00:42
T_u	0:00:50	0:00:19	0:00:20	0:00:19	0:01:45	0:01:22	0:01:05	0:02:37	0:02:29	0:02:15
T_n	0:04:37	0:02:03	0:01:52	0:01:55	0:02:13	0:02:20	0:02:39	0:02:54	0:02:57	0:03:10
T_{n63}	0:03:48	0:01:38	0:01:32	0:01:36	0:03:12	0:02:52	0:02:50	0:04:32	0:04:24	0:04:20
T_{n90}	0:05:46	0:02:44	0:02:42	0:03:10	0:04:30	0:04:10	0:04:22	0:06:18	0:06:08	0:06:12
τ_0	0:02:58	0:01:19	0:01:12	0:01:17	0:01:27	0:01:30	0:01:45	0:01:55	0:01:55	0:02:05

Nyní je možné zhodnotit trendy jednotlivých dynamických parametrů ve vztahu k výšce či délce otopného tělesa. U všech sledovaných parametrů je zcela jednoznačné, že jsou závislé především na výšce otopného tělesa a ve směru jeho délky se nemění s takovou intenzitou. Totéž platí i pro dobu dopravního zpoždění, kdy ve směru délky otopného tělesa se mění jen úměrně k hodnotám ze sektorů zahrnujících rozvodnou komoru (sektory 1 až 3). Podle zaznamenané doby dopravního zpoždění v jednotlivých sektorech lze určit vývoj aktivní plochy tak, že jakmile dojde ke zvýšení střední povrchové teploty daného sektoru o 0,1 K (teplotní citlivost použité termografické kamery Flir ThermaCam T460 je méně než $\pm 0,03$ K), je celý sektor označen jako teplo sdílející aktivní plocha. Grafický vývoj je zřejmý z Obr. 40. Proložením vhodnou křivkou (zde

polynom 3. řádu, viz rovnice uvnitř grafu) lze konstatovat, že za uvedeného předpokladu těleso sdílí teplo celou svou otopnou plochou po přibližně 40 s od prvotního vstupu teplé vody z přívodního potrubí. Rovnice polynomu, která vyplynula z této analýzy, byla dále využita pro sestavení modelu v MATLABu metodou podle Strejce, viz dále.



Obr. 40 Vývoj aktivní teplosměnné plochy pro deskové otopné těleso typ 10 – 500 x 1000 [42], [43], [55].

Bylo potvrzeno, že dělení plochy tzv. krátkých těles na 9 sektorů je dostatečné. V rámci analýz bylo zkoumáno i podrobnější dělení na 18 sektorů, nicméně praktický význam pro výsledné hodnoty byl zanedbatelný, zatímco časová náročnost řešení se neúměrně zvýšila. V rámci studie disertační práce bylo rovněž sledováno dvojnásobně dlouhé deskové otopné těleso (typ 10 – 500 x 2000). Byla potvrzena silná závislost dynamiky na geometrii tělesa a lze tak předpokládat, že pro tělesa tzv. dlouhá – tj. s poměrem délky k výšce větším než 3 – nebude zcela platit téměř výhradní závislost parametrů na výšce otopného tělesa. Dále v této práci uvedené modely využívající výše uvedenou predikci vývoje teplosměnné plochy se tak omezují na tzv. krátká otopná tělesa, tedy s poměrem $L_{OT}/H_{OT} < 3$ [1].

Dále je uvedena i stručná analýza dalších dynamických parametrů z Tab. 8. Doba průtahu od sektoru 7 k sektoru 9 klesá výrazněji než v ostatních částech tělesa (sektory 1 až 3 a 4 až 5), a to především proto, že v daný okamžik již nejméně horní 2/3 otopného tělesa sdílí teplo, a to právě i do této dosud nesdílející části. Tím se zkracuje i počáteční doba prohřívání. Je to parametr, který lze spolu s dobou dopravního zpoždění nejhůře definovat a zobecnit pro více typů těles. Nicméně i zde platí, že výška otopného tělesa jej ovlivňuje zásadně a ve směru délky pak doba průtahu mírně klesá.

Časová konstanta mírně roste v závislosti na výšce tělesa, avšak ve směru délky tělesa je přibližně konstantní. Toto platí pro všechny „řady“ sektorů a ukazuje se tím nezávislost časové konstanty na délce tělesa.

Doba náběhu se vždy zvětšuje s výškou tělesa. Doba náběhu však roste i se vzdáleností od místa, kde do tělesa vstupuje otopná voda, tedy zjednodušeně s délkou tělesa. S největší pravděpodobností je možné konstatovat, že doba náběhu v daném místě bude tím větší, čím větší bude vzdálenost místa od pomyslné nejkratší spojnice vstupu a výstupu teploty látky. Přitom největší doba náběhu bude v tom místě, které bude bližší výstupu teploty látky z otopného tělesa.

Posledním důležitým dynamickým parametrem je setrvačnost náběhu T_{n63} . Jelikož je velice závislá na době průtahu, je její trend analogický. Tzn., že roste zásadně s výškou tělesa, ale ve směru délky je setrvačnost náběhu rovnoměrná, či jen velmi mírně klesá. Velice podobně se chová i setrvačnost náběhu T_{n90} .

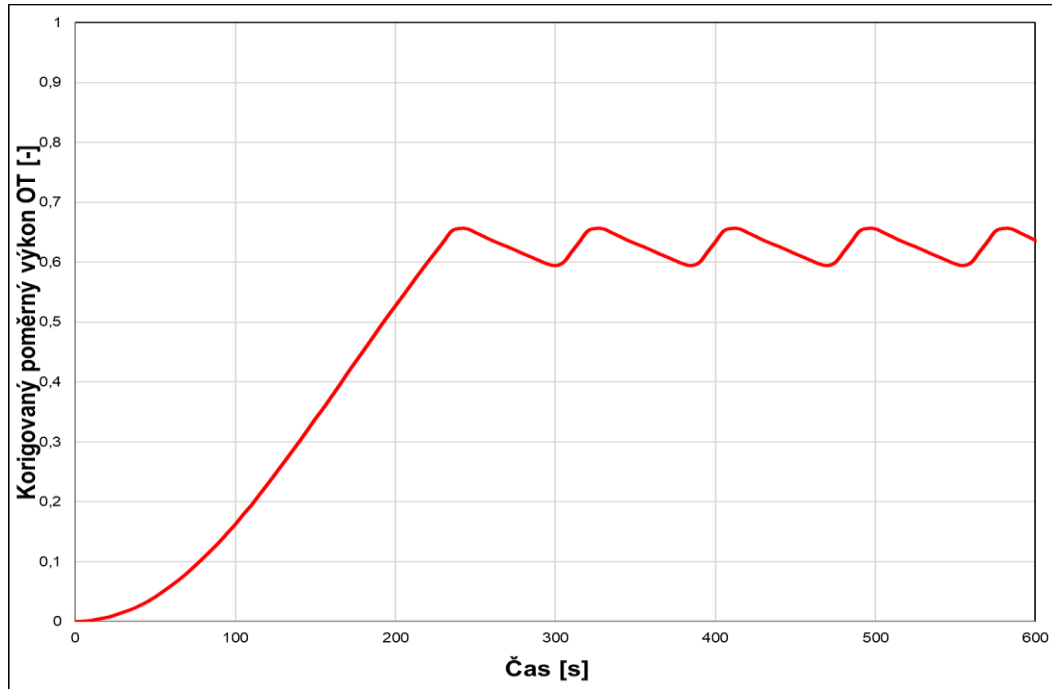
5.5 Komplexní model dynamického chování s aproximací podle Strejce

V této kapitole je popsán model využívající postupu a teoretického základu uvedeného v kapitole 4.6.4, kdy nejprve byl postupně sestaven jednosouborový model dynamického chování otopného tělesa a sloučením s modelem chladnutí vzniknul komplexní model pro zobrazení dynamiky otopného tělesa s využitím aproximace matematické funkce podle Strejce. Zároveň tento model zahrnuje i poznatky a pracuje s výsledky kapitoly 5.4 o trendu vývoje aktivní teplosměnné plochy otopného tělesa.

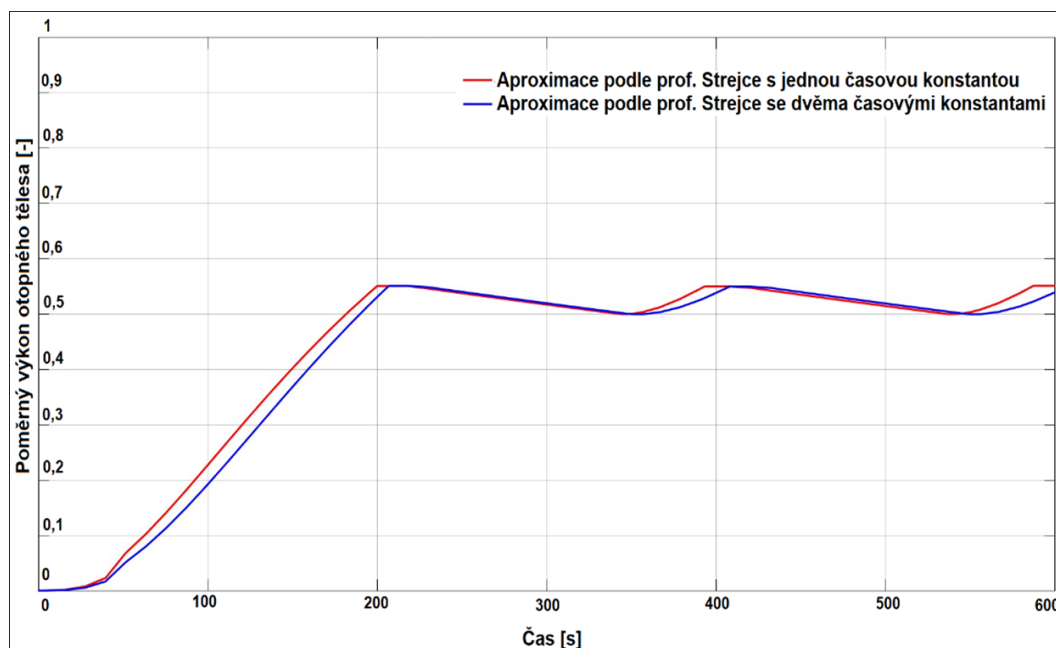
Přesto, že je možné nastavit v modelu jakoukoliv žádanou hodnotu tepelného výkonu otopného tělesa, byly pro možnost porovnání zvoleny shodné hodnoty jako v kapitole 5.2. Tedy stav, kdy je potřeba 100 % výkonu tělesa, dále 62,6 % (tato potřeba tepelného výkonu statisticky pokrývá potřebu tepla pro více než 93 % délky otopného období) a poslední sledovanou hodnotou byl 10% výkon otopného tělesa. Tomu byla přiřazena celkem tři pásma proporcionality v okolí požadované teploty 20 °C (20±0,5 K; 20±1 K; 20±1,5 K), která byla s využitím rovnice (81) a křivky trvání teplot převedena na rozsahy výkonové. Není účelné zde prezentovat všechny získané průběhy a výsledky, ale níže je jako příklad funkce modelu uveden výsledek, který lze porovnat s *Obr. 36* z kapitoly 5.2. Jedná se tedy o průběh dynamického chování deskového otopného tělesa pro 62,6 % potřeby tepelného výkonu, osazeného regulačním ventilem s termostatickou hlavicí, která disponuje pásmem proporcionality 2 K (při volbě teploty vzduchu 20 °C to je 20±1 K).

V 4.4.3 bylo uvedeno, že metodika identifikace podle Strejce umožňuje výhodně použít dvoukanalový postup pro výpočet aproximace. Reálně se jedná v jednom kanále o vyhodnocení se dvěma časovými konstantami a druhý kanál výpočtu pak uvažuje se zjednodušujícím předpokladem, že parametr pro volbu aproximace

$\tau_u = 1$, což vede k výpočtu přenosových funkcí pouze s jednou časovou konstantou. Toto řešení vede k pružné aproximaci na základě vstupních údajů a není tak nutné pracovat vždy jen s jednou pevně danou přenosovou funkcí. Model je schopen generovat charakteristickou křivku střední povrchové teploty, skutečného i poměrného tepelného výkonu (viz Obr. 42).



Obr. 41 Průběh dynamického chování deskového otopného tělesa typ 10 – 500 x 1000 pro žádanou hodnotu tepelného výkonu 62,6 % (20 ± 1 K); hodnoty stanovené měřením [59]



Obr. 42 MATLAB Simulink model dynamického chování deskového otopného tělesa typ 10 – 500 x 1000 pro žádanou hodnotu tepelného výkonu 62,6 % (20 ± 1 K) [59]

Na *Obr. 42* jsou dva simulované dynamické průběhy. Toto je důsledek přístupu popsaného výše, kdy pro zjednodušení zápisu a flexibilitu modelu byl zaveden dvoukanálový výpočet. Červená křivka je výsledek výpočtu s jednou časovou konstantou. Modrá je výpočet s dvojicí časových konstant (standardní postup pro aproximaci podle Strejce). Při porovnávání výstupů z modelu s validačními daty je vhodnější používat výpočet se dvěma časovými konstantami, čili modrou charakteristiku.

Při porovnání průběhů křivek je zřejmé, že model na *Obr. 42* ne zcela odpovídá průběhu na *Obr. 41*, který je sestavený ze změřených údajů. Na první pohled je zřejmé, že grafy se liší v údaji dosažení žádané hodnoty 62,6 % potřeby tepelného výkonu. Poměrný výkon generovaný modelem vykazuje hodnoty nižší přibližně o 5 až 10 % (pro různé úrovně žádaného poměrného výkonu). Částečně je to způsobeno zjednodušující okrajovou podmínkou, kdy je teplota okolí považována za konstantní. Z toho důvodu není možné považovat teplotu vzduchu za regulovanou veličinu a byla tak zvolena střední povrchová teplota otopného tělesa. Pásmo proporcionality se tudíž vztahuje právě ke střední povrchové teplotě a nikoliv k teplotě okolního vzduchu, jako u naměřených dat.

Reálně však není tento rozdíl tak markantní, protože výstup ze simulace není uváděn jako korigovaný poměrný výkon, ale je poměrným výkonem vzhledem k výrobcem udávanému jmenovitému tepelnému výkonu otopného tělesa (tj. 514 W viz *Tab. 4*). Korigovaný poměrný výkon na *Obr. 41* je oproti tomu vztažený vždy k aktuálním podmínkám při měření, čili hodnota 1 značí nejvyšší výkon otopného tělesa přepočítaný ze skutečných nastavených hodnot na hodnoty jmenovité (pokud je například v měřicím místě teplota vzduchu nižší než 20 °C, pak je po přepočtu na jmenovité podmínky tepelný výkon otopného tělesa vyšší).

Problém různých poměrných výkonů na základě okrajové podmínky teploty vzduchu by mohl být vyřešen nalezením globálního modelu celého prostoru, ve kterém je otopné těleso umístěno. Tak by bylo možné stanovit bilanci celého prostoru a tím i definovat změnu teploty vzduchu v okolí otopného tělesa. Byla by tak zajištěna vhodná zpětná vazba s termostatickou hlavicí, tj. P-regulátorem. Tento přístup však od samého počátku nebyl zvolen z toho důvodu, že takový model by vyžadoval další vstupní údaje, které se neváží pouze k vlastnímu otopnému tělesu.

Zároveň je zřejmé, že model vykazuje vyšší hodnoty tepelné setrvačnosti, než skutečné otopné těleso. Patrné je to zejména ve fázi cyklování tepelného výkonu na základě povelů P-regulátoru. Nedostatkem tohoto modelu je také neschopnost simulovat výkony vyšší než 98 %. Je to dáno zápisem jednotlivých bloků, kdy při požadavku na vyšší výkon končí výpočet chybou. Do budoucna je nutné tuto vadu odstranit.

Je důležité si uvědomit, že použitím aproximace je aplikovatelnost modelu omezena na dané otopné těleso Korado typ 10 – 500 x 1000 a konkrétní místnost (resp. teplotu vzduchu). Rozšíření modelu pro použití na jiná otopná tělesa, pracující za jiných teplotních podmínek, je nutně podmíněno dalšími experimenty. Zároveň fakt, že pro

sestavení modelu je využita aproximace metodou podle Strejce znamená, že je nutné vždy zadat jako vstupní hodnotu časový okamžik, kdy nastane právě 72% změna v přechodové funkci mezi původním a novým ustáleným stavem. S touto veličinou však výrobci těles dnes nijak nepracují a pro praktické využívání modelu by to znamenalo vždy provedení experimentu. Toto je v přímém rozporu s cíli této práce a jelikož se tato podmínka nedá v modelu obejít, není tento model zcela vhodný pro simulaci dynamiky v součinnosti s P-regulátorem a nebyl dále rozpracován.

V případě, že se však z modelu izolují jednotlivé děje náběhu nebo chladnutí otopného tělesa, pak jsou výsledky tohoto modelu kladným posunem vzhledem k výsledkům kalorimetrického modelu popsaného v 5.3. Přechodové charakteristiky jsou simulovány velmi věrně, avšak omezení a okrajové podmínky popsané výše platí i zde.

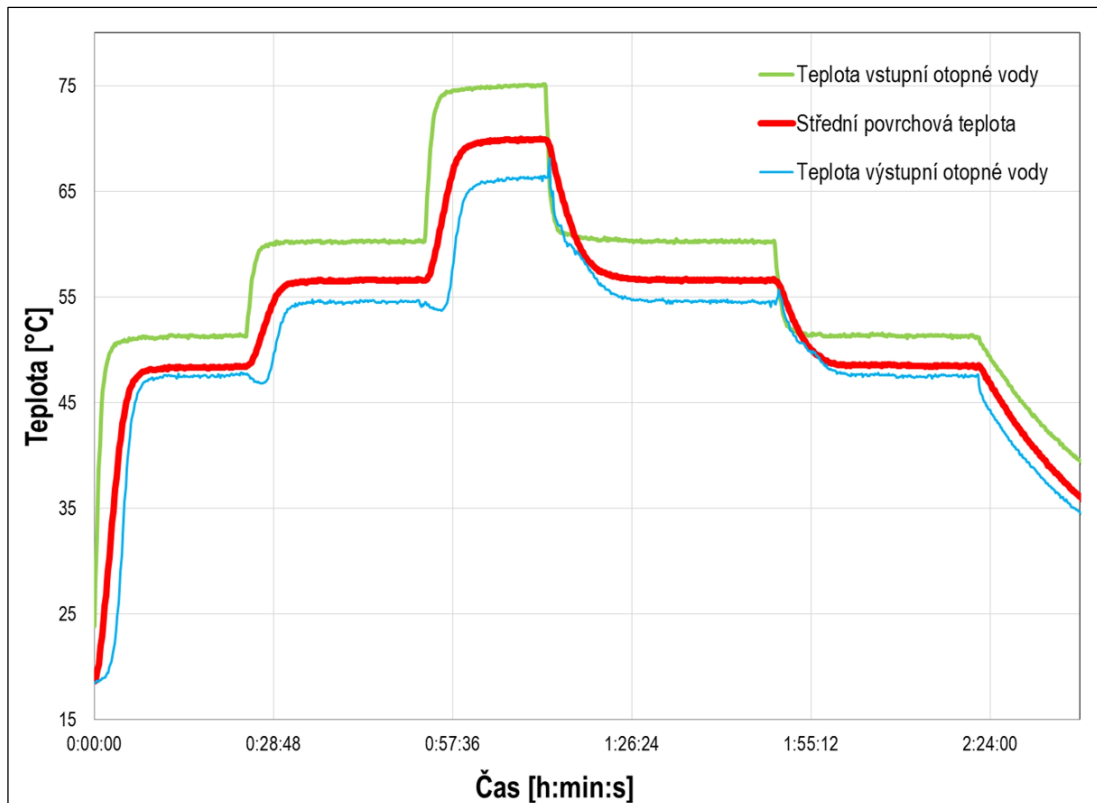
Po hodnocení funkce tohoto modelu bylo uvažováno, jak vyřešit jednotlivé omezující a okrajové podmínky, které se postupně vyskytovaly. Na základě dosavadních poznatků bylo rozhodnuto o zcela jiném simulačním přístupu s využitím tzv. black-box modelu v softwaru MATLAB.

5.6 Diskrétní stochastický ARX black-box model

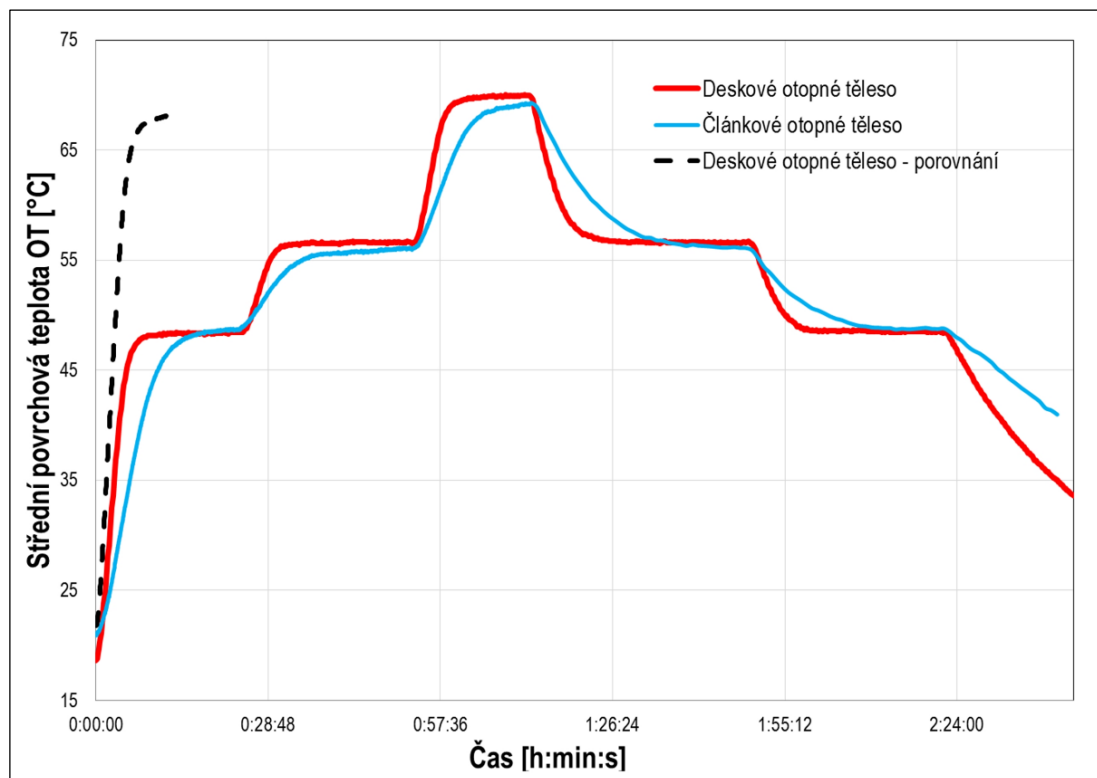
Výsledky tohoto konečného modelu uvedené níže jsou získány na základě postupného vývoje řešení a různých použitých přístupů a výsledků popsaných v kapitolách výše. Teorie, odvození a vlastní model byly popsány v kapitole 4.7.

Pro model byla využita data získaná na měřicí trati, jejíž schéma je uvedeno v kap. 4.7.1 na *Obr. 31*. Na takto konstruované trati je možné zajistit libovolné (kvazi)skokové změny teploty vody vstupující do otopného tělesa. Je tedy možné sledovat dynamické změny probíhající v otopných tělesech ve kterékoliv části jejich výkonového spektra a nikoliv pouze jednoduchou změnu stavu mezi dvěma stavy ustálenými.

Nejdříve byla při konstantním průtoku postupně měněna teplota vstupní otopné vody z teploty okolí nejprve na 50, dále na 60 a nakonec na jmenovitých 75 °C. V rámci experimentu bylo sledováno i chladnutí, které však nebylo primárním účelem zkoumání a záznam procesu chladnutí byl zpravidla ukončen dříve, než došlo k úplnému ustálení na teplotu okolního vzduchu. Záznam chování deskového otopného tělesa je uveden na *Obr. 43*. Je zařazen nejen průběh střední povrchové teploty celého otopného tělesa, ale i teploty vody na vstupu a výstupu z tělesa. Je zřejmé, že změny vstupní teploty se skutečně podařilo realizovat téměř skokově. Na rozdíl od teploty výstupní, kde došlo vlivem pouze ruční manipulace s regulačními prvky měřicí trati ke krátkodobému poklesu. Tento pokles v krátkém časovém úseku měření však nemá zásadní vliv na střední povrchovou teplotu tělesa. Za jednotlivými teplotními skoky si lze reálně představit postupnou kvalitativní regulaci tepelného výkonu otopného tělesa při jeho provozu. Teplota vzduchu není v modelu zavedena, neboť pro simulaci dynamiky vlastního otopného tělesa není nezbytná.



Obr. 43 Dynamické chování deskového otopného tělesa typ 10 – 500 x 1000 s jednostranným připojením shora dolů [48]



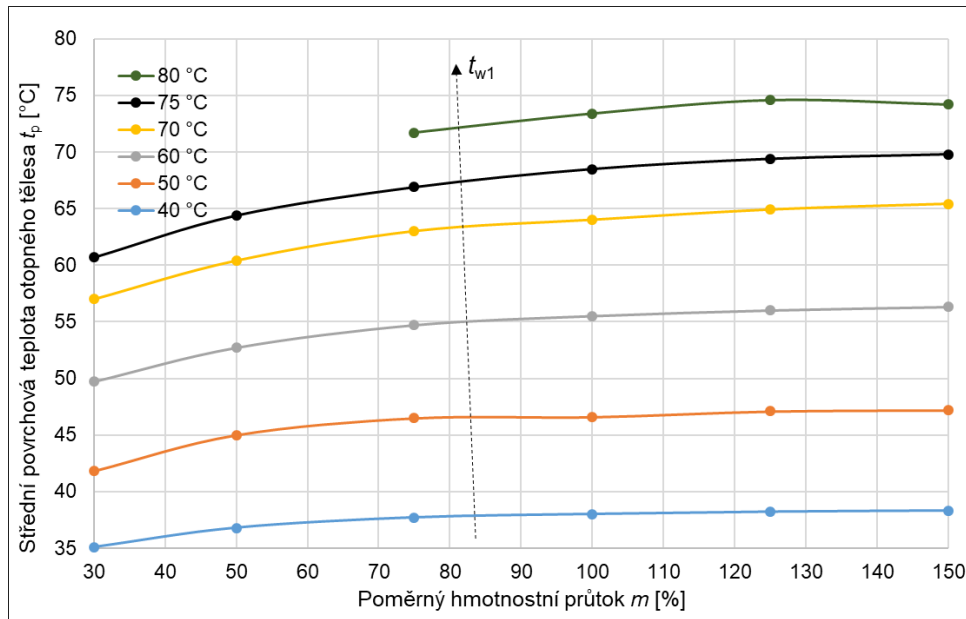
Obr. 44 Porovnání provozních charakteristik člankového OT 10 – 500/110 a deskového OT 10 – 500 x 1000 s jednostranným připojením shora dolů [48]

Na *Obr. 44* je navíc uvedeno zajímavé přímé porovnání provozních charakteristik sledovaného deskového tělesa s litinovým článkovým otopným tělesem (10 článků; připojovací rozteč 500 mm; 110 mm hloubka). Měření probíhalo na shodné měřicí trati a se stejně nastavenými parametry otopné vody. Pro názornost je doplněna i charakteristika téhož deskového otopného tělesa, které však na konečnou teplotní úroveň nabíhá v jednom kroku (vyznačeno čárkovaně).

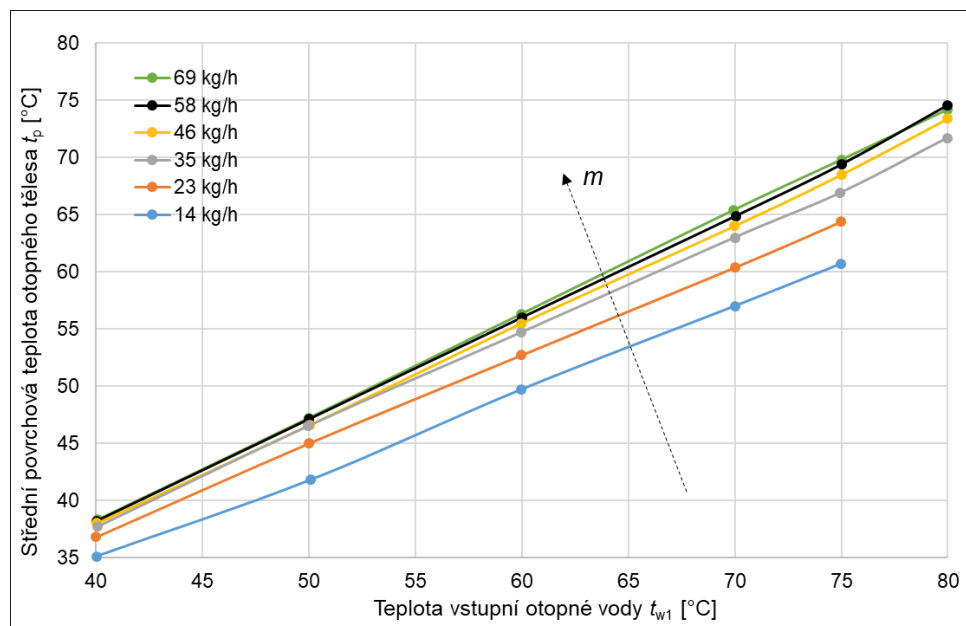
Z grafu vyplývá zásadní zjištění týkající se dynamiky v různých fázích teplotního spektra provozu otopných těles. Je zde zřejmý rozdíl mezi dynamikou obou druhů těles, který je dán zjevně větší celkovou tepelnou kapacitou litinového tělesa. Tento fakt je známý a má vliv na způsob regulace jednotlivých druhů otopných ploch. Zajímavým poznatkem je však vliv rozdílu teplot vstupní otopné vody a střední teploty vody v tělese na jeho tepelnou setrvačnost. Ukázalo se, že čím je tento rozdíl větší, tím rychleji se procesy odehrávají. Tento fakt je potvrzen trendem ve všech částech provozního spektra všech těles. Lze jej nejlépe popsat s použitím časové konstanty, jejíž hodnota je nejvyšší pro teplotní změnu z 50 na 60 °C (3 min) a nejnižší naopak pro změnu z teploty okolí na 75 °C (2 min 45 s). Přestože jsou rozdíly velmi malé a citlivé na řádné vyhodnocení a samozřejmě zde nelze pozorovat takový vliv, jaký má samotná tepelná kapacita těles, je třeba mít tento fakt při modelování dynamiky chování na zřeteli. Člákové těleso vykazuje pro náběh v různých fázích časovou konstantu od 5 minut a 40 sekund do cca 6 minut. V souladu s výše uvedeným zjištěním, že krátkodobý pokles teploty výstupní otopné vody nemá na střední povrchovou teplotu otopného tělesa významný vliv, lze konstatovat, že na tepelnou dynamiku těles nemá teplota výstupní vody ani návrhový teplotní spád soustavy sám o sobě tak zásadní vliv, jako právě výše uvedený rozdíl teplot vznikající při změně požadavku na tepelný výkon, resp. teplota vstupní otopné vody jako taková.

Rychlost změny tepelného stavu však stále závisí především na vlastní tepelné kapacitě otopného tělesa, ale rovněž i na průtoku otopné vody. Jednotlivá měření přinesla potřebné poznatky pro vytvoření modelu, resp. výsledné rovnice (73), kde se společně se střední povrchovou teplotou vyskytuje právě teplota vstupní otopné vody. V rámci záznamu údajů potřebných pro sestavení modelu chování tělesa bylo nutné dále zmapovat stavy tělesa i pro různé průtoky teplotonosné látky. Na dané měřicí trati tak byly zaznamenány tzv. statické převodní charakteristiky, které hodnotí vliv parametrů hmotnostního průtoku resp. teploty vstupní otopné vody na ustálenou hodnotu střední povrchové teploty otopného tělesa.

Kromě získaných dat pro sestavení modelu dále z *Obr. 45* a *Obr. 46* vyplývá potvrzení velmi praktického poznatku, že regulace kvalitativní, tj. změnou teploty otopné vody, je násobně účinnější než regulace kvantitativní, čili změnou hmotnostního průtoku teplotonosné látky.



Obr. 45 Kvantitativní změna parametrů s vlivem na střední povrchovou teplotu deskového otopného tělesa 10 – 500 x 1000 [48]



Obr. 46 Kvalitativní změna parametrů s vlivem na střední povrchovou teplotu deskového otopného tělesa 10 – 500 x 1000 [48]

Zatímco regulace zdroje tepla a zón otopné soustavy probíhá většinou kvalitativně, místní regulace tepelného výkonu otopného tělesa je zajišťována standardně kvantitativně a tedy nezbytně dochází i ke změně teplotního spádu na otopném tělese. Vystává tak otázka, jakých teplot, spádu nebo průtoku je žádoucí dosáhnout? Základní předpoklady, jako je použití kondenzační techniky, tepelného čerpadla a dosažení tepelné pohody včetně optimálního teplotního a rychlostního pole ve vytápěném prostoru dávají určující orientaci pro návrh teplotních parametrů u otopných těles. Otázka ohledně správné velikosti ochlazení a optimálního průtoku však

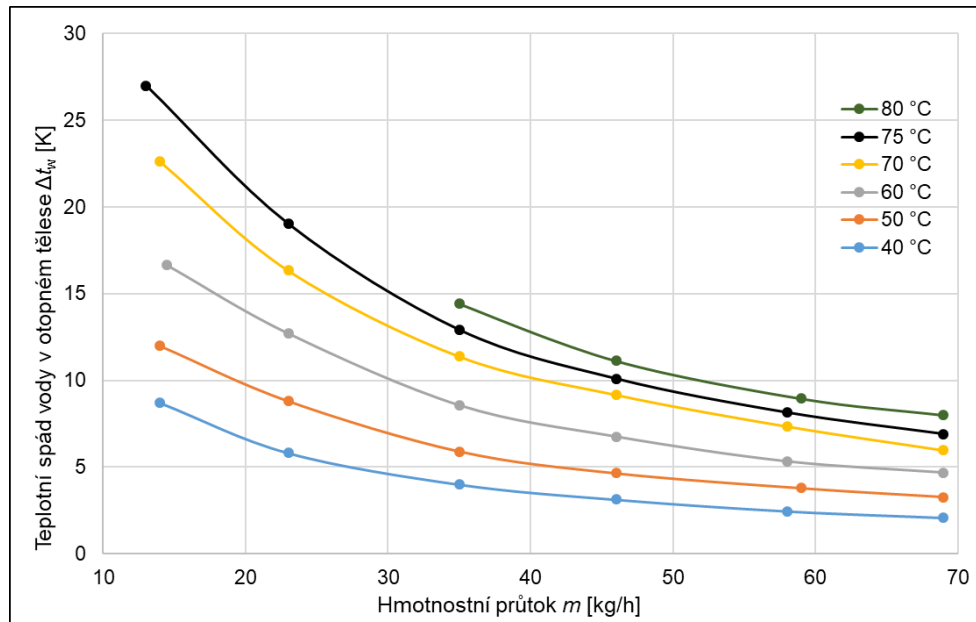
nemůže být zcela univerzálně zodpovězena, neboť každá otopná soustava vzhledem ke svému zdroji tepla a druhu potrubní sítě a každá otopná plocha vzhledem ke způsobu sdílení tepla do vytápěného prostoru vyžaduje individuální přístup. Cílem je však vždy zařízení, které funguje efektivně, což zajišťuje nejen jeho vhodný návrh, ale především regulace.

Z *Obr. 45* je zřejmé, že výlučně změnou průtoku teplotnosné látky (hodnota 100 % odpovídá hmotnostnímu průtoku $46 \text{ kg}\cdot\text{h}^{-1}$ stanovenému pro jmenovité hodnoty teplot viz *Tab. 4*) nedochází k efektivnímu zvýšení střední povrchové teploty, resp. tepelného výkonu otopného tělesa. Výrobci regulačních ventilů mohou tento efekt charakteristikou ventilu kompenzovat pouze částečně. Principiálně je však výhodné volit takové parametry, které zajistí, že určitá změna průtoku vyvolá stejnou změnu tepelného výkonu. Je tak třeba se soustředit na vliv teploty přívodní vody, protože z *Obr. 46* je naopak zřejmé, že pro libovolný průtok dochází k téměř lineárnímu (matematicky se jedná o exponenciální funkci) nárůstu tepelného výkonu tělesa se zvyšující se teplotou otopné vody. I toto byl důvod pro použití hodnoty přívodní teploty otopné vody jako základního vstupu do rovnice (73).

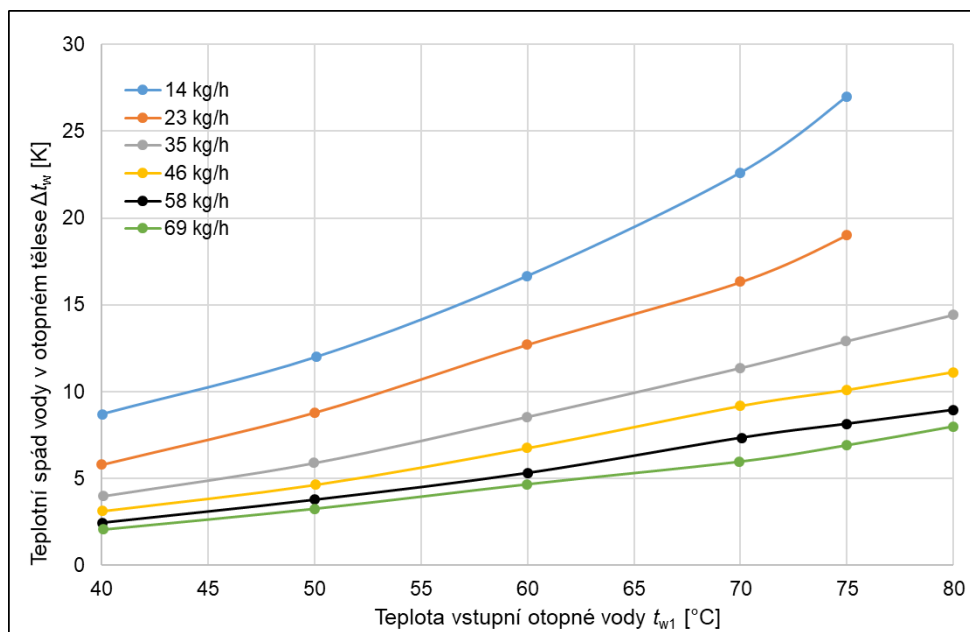
Velmi často se ovšem reálně uplatňuje kombinace kvalitativní a kvantitativní regulace a pak se hovoří o tzv. sdružené regulaci. Lze konstatovat, že pokud je cílem linearita mezi průtokem a tepelným výkonem, je výhodnější volit co nejnižší přijatelnou teplotu přívodní vody do tělesa. Neboli, čím více se teplota přívodní vody do tělesa blíží teplotě vnitřního vzduchu, tím je závislost mezi průtokem a tepelným výkonem lineárnější. Nízká projektovaná teplota přívodní vody je tak z hlediska optimalizace provozu příznivější. Nicméně požadavek na dodávku tepelného výkonu je hodnota, která vychází z výpočtu tepelných ztrát a tyto jsou pevně spojeny s vytápěným prostorem a nikoliv vlastním otopným tělesem. Pokud by tedy byl respektován předpoklad, že teplota přívodní otopné vody se má blížit teplotě vnitřního vzduchu absolutně, pak to vede k nekonečně velké otopné ploše. Tohoto principu do určité míry pak výhodně využívá velkoplošné sálavé vytápění, nikoliv však otopná tělesa, jejichž velikost je omezena poměrně malým prostorem pro optimální funkci (viz ČSN EN 442-2:2015).

Na zlepšení linearitu při regulaci změnou průtoku se lze dívat i optikou teplotního spádu. V praxi se většinou volí s ohledem na hydrauliku, resp. na velikost tlakových ztrát a s nimi související příkon oběhového čerpadla. Teplotní spád je však třeba zvážit i s ohledem na regulační chování otopných těles. Čím větší je teplotní spád, tím více přispívá k lineární závislosti mezi průtokem vody a tepelným výkonem. Mezní hranice ochlazení je určena teplotou vnitřního vzduchu, neboť teplota vratné otopné vody může být rovna nejméně teplotě vzduchu vytápěného prostoru. V takovém případě by však teplosměnná plocha otopných těles musela být opět nekonečně veliká. Za účelem efektivního provozování otopné plochy a optimálního příkonu oběhového čerpadla lze doporučit teplotu přívodní vody v rozmezí od 50 do 65 °C a teplotní spád od 15 do 20 K. Teplotní spády vody v otopném tělese v závislosti na hmotnostním průtoku vody resp. na teplotě vstupní otopné vody pro sledované otopné těleso znázorňují *Obr. 47* resp.

Obr. 48. Závěry tak přímo vybízejí k využívání kondenzační techniky, obnovitelných zdrojů tepla a tepelných čerpadel. Je omylem se domnívat, že do kategorie nízkoteplotních otopných soustav patří pouze podlahové a stěnové velkoplošné vytápění. Otopné soustavy s otopnými tělesy lze při dnešních teplotních vlastnostech obálkových konstrukcí budov bez problémů navrhovat jako nízkoteplotní, aniž by vyvstávaly problémy s velikostí otopných těles [48].



Obr. 47 Teplotní spád otopné vody v deskovém otopném tělese 10 – 500 x 1000 v závislosti na hmotnostním průtoku vody do tělesa



Obr. 48 Teplotní spád otopné vody v deskovém otopném tělese 10 – 500 x 1000 v závislosti na teplotě vstupní otopné vody

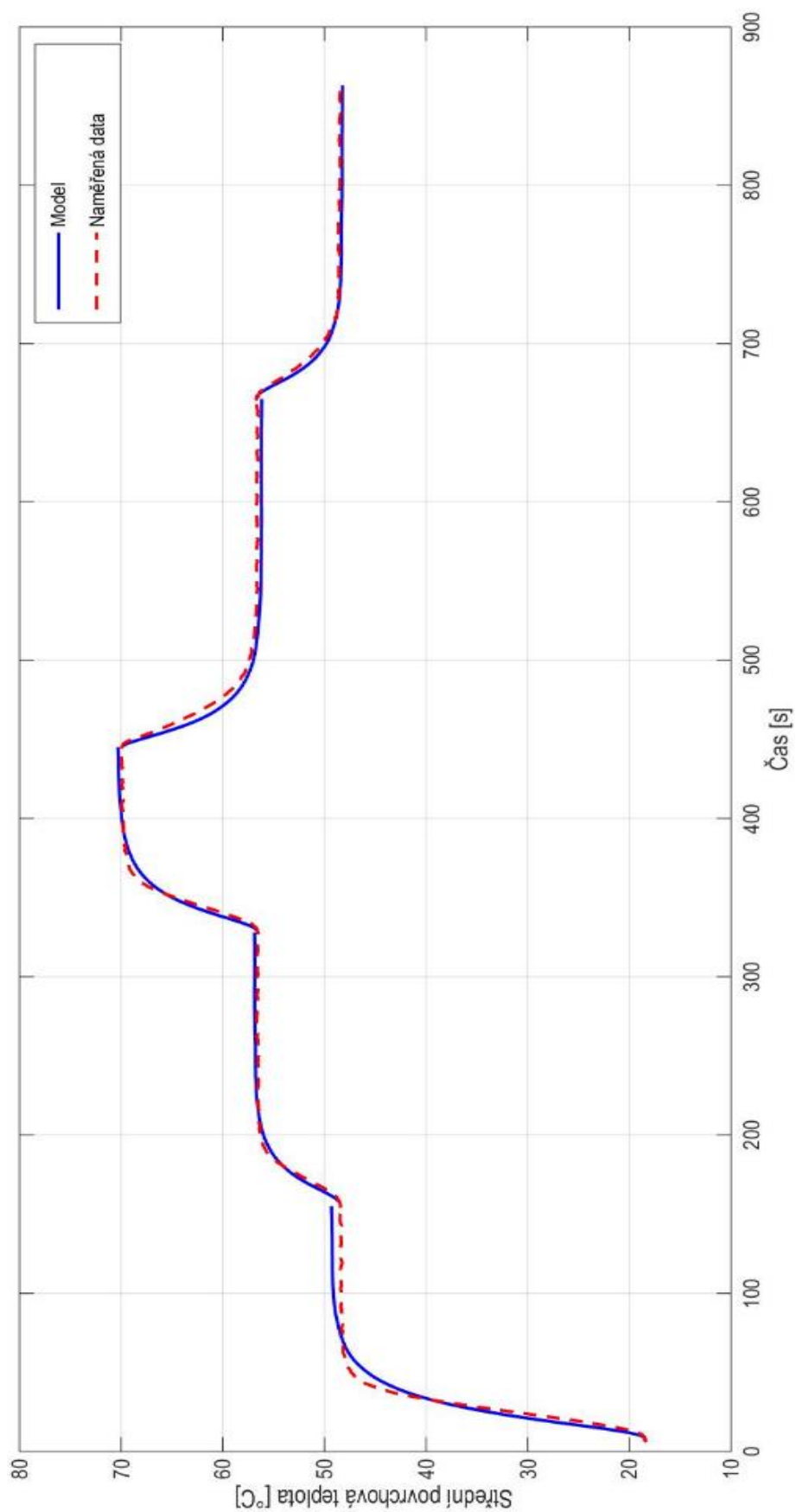
Na základě výše uvedených dat získaných experimentem, resp. vyhodnocením byl v MATLABu zapsán diskretní autoregresní (ARX) black-box model. Jak bylo širěji

popsáno v kapitole 4.7, tak v tomto přístupu se jedná o identifikaci parametrů dynamiky otopného tělesa pouze na základě reálně změřených dat bez jakékoli apriorní informace o fyzikálních závislostech. Výsledkem takového přístupu je diskrétní, příp. spojitý, dynamický model, který je možno popsat diferenční, resp. diferenciální rovnicí. Příslušná finální rovnice je uvedena jako (73), udává výpočet střední povrchové teploty otopného tělesa na základě předcházející vypočítané hodnoty střední povrchové teploty a aktuální teploty vstupní otopné vody. Postup pro odvození a zápis rovnice modelu viz 4.7.2 až 4.7.4. Vzorkovací frekvence mezi jednotlivými kroky výpočtu byla zvolena 10 s.

Na *Obr. 49* níže je uvedeno porovnání matematické simulace průběhu střední povrchové teploty a reálného změřeného průběhu uvedeného i na *Obr. 43*. Pro nalezení simulovaného průběhu střední povrchové teploty je v tomto případě využita rovnice resp. model prvního řádu. V modelu je zavedeno 5 period s různými teplotami vstupní otopné vody (jejich počet lze ovšem libovolně upravit). Maximální odchylky vznikají vždy ve fázi náběhu a to v periodě, kde je největší rozdíl mezi ustálenými stavy, resp. s největší skokovou změnou teploty vstupní otopné vody. V tomto případě je tak maximální odchylka v prvotním náběhu z teploty okolí na úroveň danou teplotou vstupní otopné vody 50 °C.

Maximální rozdíl teploty je 3,07 K v okolí inflexního bodu v čase 21 s, nicméně v této části křivky není tento rozdíl významný, protože zároveň časový rozdíl mezi oběma křivkami je minimální (do 3 s). Nejvýznamnější rozdíly z hlediska dynamiky jsou těsně před prvním ustálením, kde maximální rozdíl teplot mezi skutečností a modelem je 2,02 K (v čase 45 s) tzn., že údaj modelu je o přibližně 4,5 % nižší. Zároveň rozdíl časových údajů je v této části největší a to až 6 s (pro hodnotu přibližně 45 °C). Důležitý je i rozdíl teplot v oblasti ustálení, zde maximálně 0,97 K (v čase 119 s). Model tak vykazuje přibližně o 2 % vyšší hodnotu střední povrchové teploty. Lze tedy konstatovat, že údaje generované modelem se z hlediska střední povrchové teploty udržují v maximálním intervalu $\pm 4,5$ % od experimentálně zjištěných hodnot.

Pro zpřesnění matematického modelu je možné využít i aproximaci druhého (či vyššího řádu). Maximální rozdíl teploty v celém spektru je v případě polynomu druhého řádu 1,89 K (opět v okolí prvního inflexního bodu náběhových křivek) a rovněž s naprosto zanedbatelným časovým rozdílem (0,4 s). Maximální rozdíl teplot mezi skutečností a modelem významný pro dynamiku je téměř ve shodné poloze jako pro model prvního řádu, tj. těsně před prvním ustálením. Hodnota 1,3 K (v čase 45 s) odpovídá nepřesnosti modelu přibližně 2,8 % (model zde opět vykazuje nižší hodnotu). Rozdíl v čase je v této části křivky rovněž největší, ovšem oproti předchozímu případu jen poloviční, tj. 5 s (pro hodnotu přibližně 46 °C). Rozdíl teplot v oblasti ustálení je maximálně 0,42 K (v čase 119 s). Model tak vykazuje o 0,9 % vyšší hodnotu střední povrchové teploty. Pro model druhého řádu lze tedy konstatovat, že údaje jím generované se z hlediska střední povrchové teploty nachází v maximálním intervalu $\pm 2,8$ % od experimentálně zjištěných hodnot.



Obr. 49 Porovnání výsledků ARX black-box modelu a experimentálních dat pro provozní dynamické chování deskového otopného tělesa typ 10 – 500 x 1000 [48], [42]

Z výše uvedeného je zřejmé, že oba modely se v podstatě shodují v oblasti, kde se vyskytuje nejvyšší hodnota odchylky, přičemž velmi obecně lze konstatovat, že model druhého řádu je přibližně dvojnásobně přesnější. Nicméně ARX black-box model vyššího než prvního řádu pro své analytické řešení vyžaduje mnohem složitější matematické vyjádření. A protože maximální interval $\pm 4,5\%$ (absolutně $\pm 2\text{ K}$) od naměřené hodnoty, kterého dosahuje model prvního řádu, je pro účely nalezení vhodných konstant regulátorů tepelného výkonu naprosto dostačující, nejsou matematické modely disponující aproximací polynomem vyššího než prvního řádu potřeba [48].

5.7 Nejistota měření

Nedokonalost metod měření, přístrojů a lidských smyslů a nemožnost registrace a kontroly všech podmínek, které určují stav měřeného objektu, způsobují, že měřením nelze přesně zjistit skutečnou hodnotu měřené veličiny. Výsledkem jakéhokoliv měření tak bude hodnota, která se od skutečné hodnoty liší a rozdíl těchto dvou hodnot se nazývá úplná chyba měření. Tuto chybu lze rozdělit na náhodnou a systematickou. Náhodná chyba je spojována s opakovaným měřením a vzniká složením chyb od velkého množství jednotlivých vlivů uplatňujících se u měření. Chyby opakovatelných měření tak vytvářejí soubor náhodných chyb vykazující určité statistické zákonitosti (soubor hodnot může mít například podobu normálního Gaussova rozdělení veličiny). Oproti tomu systematické chyby souvisejí obvykle s použitou metodou měření, měřicími přístroji nebo se samotným pozorovatelem. Tzn., že jsou způsobeny kontrolovatelnými vlivy a hlavní zdroje těchto chyb je nutné hledat v omezené přesnosti přístrojů, použité metodě a v tzv. osobní chybě [56], [57].

Pro praxi je však zaveden termín nejistota měření. Zatímco chyba popisuje rozdíl mezi skutečnou a naměřenou hodnotou, nejistota měření charakterizuje rozsah (interval) hodnot měřené veličiny kolem výsledku měření, který podle očekávání obsahuje skutečnou (pravou) hodnotu měřené veličiny. Nejistota se stanovuje jak pro výsledek měření, tak pro měřidla. Základem určování nejistot je statistický přístup a to jak pro chyby náhodné (*standardní nejistota typu A*), tak pro chyby systematické (*standardní nejistota typu B*) [57]. Standardní nejistota typu A (viz rovnice (82)) je vyhodnocována jako aritmetický průměr. Za účelem dosažení vyšší přesnosti při vyčíslování náhodné chyby se však používá výběrová směrodatná odchylka aritmetického průměru hodnot, která je tak zároveň rovna standardní nejistotě typu A [58].

$$u_{A,x} = s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (82)$$

kde je

$s_{\bar{x}}$	směrodatná odchylka aritmetického průměru	[-]
\bar{x}	aritmetický průměr naměřených hodnot	[-]

x_i	jednotlivé naměřené hodnoty	[-]
n	počet měření	[-]

Pro bezdotykové měření teploty je standardní nejistota typu B dána, jak bylo uvedeno výše, přesností přístroje a také přednastavením emisivity snímaného povrchu. Proto je nutné nejprve stanovit nejistotu typu B jednotlivých zdrojů z_i podle následujícího vztahu.

$$u_{B,x,z_i} = \sqrt{\frac{z_i^2}{3}} \quad (83)$$

Výsledný vztah pro standardní nejistotu typu B uvádí rovnice (84).

$$u_{B,x} = \sqrt{\sum_{i=1}^n A_{x,z_i}^2 \cdot u_{B,x,z_i}^2} \quad (84)$$

kde je

$$A_{x,z_i} \text{ koeficient citlivosti, } A_{x,z_i} = \frac{\partial x}{\partial z_i} \text{ [-]}$$

S koeficienty A_x lze jednotlivé složky nejistoty typu B převádět na jednotky měřené veličiny. Pokud neexistuje mezi složkami nejistoty žádná vazba, lze tyto koeficienty položit rovny 1 (tento případ). Celkovou kombinovanou standardní nejistotu pak udává následující vztah [57].

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (85)$$

5.7.1 Měření termografickou infračervenou kamerou

Měření bezdotykovými přístroji je ovlivněno dlouhou řadou podmínek. Nejvýznamnější je však nejistota měření způsobená neznalostí správné hodnoty emisivity snímaného povrchu. Za účelem maximálního snížení dopadu tohoto vlivu byla měřena vždy zcela nová otopná tělesa, kdy výrobce uvádí hodnotu emisivity povrchu 0,93 (viz hodnoty zvoleného otopného tělesa kapitola 4.1). Dalšími zdroji nejistot je neznalost propustnosti prostředí mezi snímačem a snímaným objektem, nepřesná korekce odraženého záření z okolního prostředí na měřený objekt, nejistota měření při zadání teploty okolního prostředí a případně i jiné větší zdroje infračerveného záření. Infračervené termovizní kamery však umožňují nastavení téměř všech okrajových podmínek měření popsaných výše (teplota okolí, relativní vlhkost vzduchu, střední radiční teplota, emisivita apod.). Pro případ měření rozložení povrchových teplot na deskovém otopném tělese lze zanedbat nejistotu měření způsobenou vlivem vzájemného sálavého toku kamery a povrchu tělesa. Pro stanovení celkové kombinované standardní nejistoty měření termovizní kamerou bylo uvažováno s nejistotou stanovení emisivity povrchu a nejistotou měření měřicího přístroje [57].

Standardní nejistota typu A se stanovuje pouze pro opakované měření, zatímco měření kamerou probíhalo staticky v čase pro jednotlivé provozní stavy otopného tělesa. Vzhledem k tomu, že se nejedná o opakované měření, tak hodnota standardní nejistoty typu A je rovna $u_A = 0$. Termovizní kamera Flir ThermaCam T460 je schopna pracovat s teplotní citlivostí nižší než $\pm 0,03$ °C. Zároveň pracuje v rozsahu od -20 do +120 °C s přesností ± 1 °C nebo ± 1 % z měřené hodnoty. Nejvyšší měřená povrchová teplota, které bylo při experimentech na otopném tělese dosaženo, je přibližně 75 °C. Při rozsahu ± 1 % ze změřené hodnoty tak lze uvažovat s rozsahem $\pm 0,75$ °C. Z toho odvozená standardní nejistota typu B měření termovizní kamerou je:

$$u_{B,z_1} = \sqrt{\frac{z_1^2}{3}} = \sqrt{\frac{0,75^2}{3}} = 0,433 \text{ °C} \quad (86)$$

Emisivitu povrchu udává výrobce tělesa 0,93, nicméně i přes veškerou snahu o udržení původní kvality povrchu otopného tělesa, bylo těleso umístěné v těžké laboratoři a zde dochází usedání prachu na otopné těleso a tento aspekt může emisivitu ovlivnit. V literatuře [57] se uvádí kalibrace emisivity povrchu přes systém NTC termistorů. Při využití této metodiky se nastaví stejná emisivita povrchu jako pro běžné bezdotykové měření teploměrem. Standardní nejistota typu B (pro NTC termistory) je pak dána vztahem:

$$u_{B,z_2} = \sqrt{\frac{z_2^2}{3}} = \sqrt{\frac{0,2^2}{3}} = 0,116 \text{ °C} \quad (87)$$

Výsledná hodnota standardní nejistoty typu B, resp. celkové kombinované standardní nejistoty pro měření termovizní kamerou je:

$$u_B = \sqrt{\sum_{i=1}^n A_{x,z_i}^2 \cdot u_{B,x,z_i}^2} = \sqrt{(1^2 \cdot 0,433^2) + (1^2 \cdot 0,116^2)} = 0,45 \text{ °C} \quad (88)$$

Pro hodnotu naměřenou na povrchu otopného tělesa termovizní kamerou tak platí zápis $75 \pm 0,45$ °C, což odpovídá relativní odchylce od naměřené hodnoty $\pm 0,6$ %.

6 ZÁVĚR

Tepelná pohoda člověka je zásadní složkou tzv. pohody prostředí. Tepelný komfort, resp. tepelná pohoda člověka je stav, kdy je zachována tepelná rovnováha člověka s okolním prostředím. Tepelný stav prostředí v zimním období dnes vytváří především otopná tělesa. Z jednotlivých druhů otopných těles je pak nejvyužívanější těleso deskové. Z tohoto důvodu je práce zaměřena právě na tento konkrétní způsob vytápění. S provozem obecně lokálního zdroje tepla ve vytápěném prostoru však nezbytně souvisí i regulace jeho tepelného výkonu. Nejběžněji je realizována regulace místní, kterou lze na základě platných rovnic zajistit kvantitativně, tedy změnou průtoku teplotonosné látky. Místními regulátory jsou standardně regulační ventily instalované na přívodu do otopného tělesa, přičemž ventily jsou osazeny termostatickou hlavicí s látkou o definované tepelné roztažnosti (nejčastěji kapalina a paroplynová směs). Kombinace „ventil-hlavice“ je typickým zástupcem spojitého přímočinného P-regulátoru, a proto je v práci uveden rozbor a výsledky týkající se především tohoto způsobu regulace tepelného výkonu.

Jelikož jsou ustálené stavy tepelného výkonu otopných těles v literatuře velmi rozsáhle popsány, tak se tato práce věnuje výhradně dějům dynamickým, tj. takovým, které vznikají jako reakce na regulační zásah, či obecně na poruchovou veličinu. Nejvýznamnějšími ději jsou náběh a chladnutí otopných těles. Byly popsány a byl proveden rozbor jednotlivých dynamických veličin v různé oblasti výkonového spektra daného deskového otopného tělesa. Doposud však bylo možné dynamické chování některých otopných ploch spolehlivě vyhodnotit a popsat pouze s využitím měření s termovizní technikou. Tato disertační práce však popisuje zcela nový způsob stanovení a především zobrazení nestacionárního chování otopných těles s využitím matematického modelování. Je to velmi praktický výstup, protože uvedený ARX black-box model je nástroj poskytující možnost zjišťovat a hodnotit dynamiku velice rychle, a to bez nutnosti provádění finančně náročných experimentů. Takto dostupná data mohou být dále základem pro návrh a optimalizaci funkce regulátorů tepelného výkonu, ale také podkladem pro jejich optimální součinnost s konkrétním druhem otopného tělesa. Je to důležité především v dnešní době, kdy se čím dál tím více rozšiřuje použití elektronických programovatelných hlavic (PI regulátory), či pohonů na regulačních ventilech a s nimi komunikujících P nebo PI prostorových regulátorů.

6.1 Porovnání dosažených výsledků s uvedenými cíli

a) Zjištění reálné a věrohodné přechodové charakteristiky náběhu a chladnutí deskových otopných těles

Pro splnění tohoto zásadního cíle byla využita termovizní technika. Experimentem byla získána data pro pozdější validaci všech modelů. Díky metodice experimentu, popsané (včetně předpokladů a omezení) v kapitole 4.3, byl tento cíl jednoznačně splněn tím, že v kapitole 5.1 byly nalezeny a zaznamenány reálné

přechodové charakteristiky jak pro náběh, tak pro chladnutí deskových otopných těles. Graficky jsou však znázorněny charakteristické křivky náběhu a chladnutí pouze pro deskové otopné těleso typu 10 – 500 x 1000 (viz *Obr. 32* a *Obr. 34*). Toto těleso bylo zvoleno jako reprezentativní z důvodů uvedených v kapitole 4.1. Pro názornost byly uvedeny rovněž reálné termografické záznamy (viz *Obr. 33* a *Obr. 35*), na základě kterých byly křivky náběhu a chladnutí deskového otopného tělesa vyhodnoceny. Nad rámec splnění tohoto cíle byly zaznamenány i přechodové charakteristiky jiných druhů či typů otopných těles (mimo ocelových deskových, dále i článkových litinových a ocelového trubkového), přičemž zásadní parametry byly sestaveny do *Tab. 9*, která je pro svou důležitost opět uvedena v závěru.

Tab. 9 Korigované hodnoty setrvačností náběhu a chladnutí otopných těles [54]

Otopné těleso	Připojení (vždy shora dolů)	Setrvačnost náběhu [min]		Setrvačnost chladnutí [min]	
		T_{n63}	T_{n90}	T_{ch63}	T_{ch90}
Desková					
KL 10 – 500 x 500	jednostranné	4,3	6,4	18	46
	oboustranné	4,3	6,8	18,5	47,2
KL 10 – 500 x 1000	jednostranné	3,8	5,8	21	53,7
	oboustranné	3,9	6,0	21,5	55
KL 10 – 500 x 2000	jednostranné	3,7	5,7	22,4	57,2
	oboustranné	3,6	5,4	21,5	53,9
Článková					
Kalor 10 / 500 / 70	jednostranné	7,9	11,7	43,5	102,7
	oboustranné	8,3	12,3	40	93,7
Kalor 10 / 500 / 220	jednostranné	7,8	12,3	45,3	109
	oboustranné	8,1	12,3	43,9	106,4
Trubkové					
KLC 1200x600	oboustranné	8,6	18,1	28,5	60,3

Z analýzy dynamických procesů deskových otopných těles vyplývá, že jejich setrvačnost náběhu je oproti očekávání tím nižší, čím je těleso delší. Voda po vstupu do otopného tělesa je totiž rychle rozváděna horní rozvodnou komorou po celé délce tělesa. Nejnižší hodnotu setrvačnosti náběhu vykazuje otopné těleso typu 10 – 500 x 2000, a to při oboustranném napojení. Pro kratší desková otopná tělesa je naopak výhodnější připojení jednostranné. Lze tedy konstatovat, že běžné doporučení, které platí pro připojení jednotlivých otopných těles k soustavě za účelem dosažení maximálního tepelného výkonu, je shodné s tím, jak připojovat tělesa pro nejefektivnější provoz z hlediska jejich dynamiky. Z hlediska chladnutí se pak jednoznačně projevuje tepelná kapacita otopného tělesa jako celku (materiál + náplň). Obecně je proces chladnutí u deskových těles přibližně pětinašobně delší (pro hodnotu T_{63}) než proces náběhu.

Článková litinová a trubková ocelová otopná tělesa se svým dynamickým chováním výrazným způsobem liší od výše uvedených těles deskových. Jedná se

především o rozdílné konstrukční řešení, ale rovněž i o zcela změněnou tepelnou kapacitu těchto těles. Kompletní analýza je uvedena v kapitole 5.1. Další analýza se omezila pouze na sledované ocelové deskové otopné těleso typu 10 – 500 x 1000.

Termovizním záznamem bylo určeno, že přechodová charakteristika popisující náběh deskových otopných těles může být křivkou až 5. řádu. Rovnice polynomu například pro popis křivky náběhu na Obr. 32 je následující:

$$y = -3 \cdot 10^{11} x^5 + 8 \cdot 10^9 x^4 - 7 \cdot 10^7 x^3 + 2,36 \cdot 10^5 x^2 - 23,336x \quad (89)$$

Pro popis dynamických systémů však není nutné pracovat s křivkou s takto vysokým řádem. Pro posouzení zákonitostí dynamického chování je naprosto dostatečné pracovat s křivkou druhého řádu, například viz aproximace podle Strejce uvedená v kapitole 4.4.3. Často je rovněž vhodné a výhodné zvolit matematickou identifikaci skutečného chování systému pouze systémem 1. řádu, viz kapitola 4.4.2. Křivku chladnutí pak lze, nejen pro účely této disertační práce, považovat zcela jednoznačně za křivku prvního řádu.

b) Určení a vyčíslení dynamických parametrů z přechodové charakteristiky otopných těles, vhodných pro nastavování regulace a simulaci tepelného výkonu otopných těles

Tohoto cíle bylo dosaženo určením parametrů vzešlých z aproximace skutečné přechodové křivky charakteristikou prvního řádu, viz kapitola 4.4. Byly určeny následující dynamické parametry pro popis dynamiky: doba dopravního zpoždění T_d (při hodnocení dynamiky výhradně vlastního otopného tělesa je nutné ji u všech průběhů uvažovat jako nulovou), doba průtahu T_u (dána průsečíkem inflexní tečny s osou 0 %), doba náběhu T_n (rozdíl průsečíků inflexní tečny mezi novým a původním ustáleným stavem, doba přechodu T_p (doplňkový parametr – součet dob průtahu a náběhu), časová konstanta τ_0 (parametr popisující rychlost reakce na regulační zásah; v systému prvního řádu bez doby dopravního zpoždění, tj. i bez doby průtahu, lze časovou konstantu položit rovnu setrvačnosti náběhu T_{n63}), setrvačnost náběhu T_{n63} (doba, za kterou přechodová charakteristika dosáhne 63,2 % své nové ustálené hodnoty) a setrvačnost náběhu T_{n90} (doplňkový parametr – doba, za kterou přechodová charakteristika dosáhne 90 % nové ustálené hodnoty).

Uvedený cíl byl splněn tím, že jednotlivé parametry byly přesně vyčísleny. Níže jsou uvedeny hodnoty stanovené pro náběh otopného tělesa na Obr. 32. Setrvačnost náběhu $T_{n63} = 228$ s a $T_{n90} = 346$ s; doba dopravního zpoždění $T_d = 0$ s; doba průtahu $T_u = 50$ s; doba náběhu $T_n = 277$ s; doba přechodu $T_p = 327$ s a časová konstanta $\tau_0 = 178$ s. V případě chladnutí (viz Obr. 34) platí, že $T_{ch63} = \tau_0 = 1260$ s a $T_{n90} = 3220$ s, doba dopravního zpoždění $T_d = T_u = 0$ s. Doba dopravního zpoždění je opět v těchto výsledcích uvažovaná jako nulová, čili samotný přechodový děj začíná v čase $\tau = 0$.

Porovnání hodnot setrvačnosti náběhu a chladnutí všech analyzovaných otopných těles je uvedeno v *Tab. 9*. Cíl byl tak splněn tím, že byly nalezeny a vyčísleny hodnoty pro nastavování spojitých regulátorů tepelného výkonu různých druhů a typů otopných těles. Metodika nastavování regulátorů viz 2.7.1.

c) Simulace chování deskového otopného tělesa osazeného P-regulátorem

Simulace chování deskového otopného tělesa ve spojení s regulačním ventilem a termostatickou hlavicí je uvedena v kapitole 5.2 a to na základě výsledků kapitoly 5.1. Tohoto cíle bylo dosaženo složením získaných křivek náběhu a chladnutí okolo žádané hodnoty regulované veličiny v rámci stanoveného pásma proporcionality. Je zde využito teorie dvoupolohové (on/off) regulace soustavy prvního řádu bez dopravního zpoždění, podle poznatků kapitoly 4.5.1, resp. 2.7.2. Regulovanou veličinou je teplota vzduchu. Podle postupu uvedeného v kapitole 5.2 je tato žádaná teplota převedena na odpovídající výkon otopného tělesa tak, aby bylo možné využít získaných průběhů křivek. Sledovány byly provozní stavy, kdy je potřeba 100% výkon tělesa, dále 62,6 % (tato potřeba tepelného výkonu statisticky pokrývá potřebu tepla pro více než 93 % délky otopného období) a poslední sledovanou hodnotou je 10% výkon otopného tělesa. Byla zvolena celkem tři pásma proporcionality v okolí žádané teploty vzduchu 20 °C, tj. $20 \pm 0,5$ K; 20 ± 1 K; $20 \pm 1,5$ K. Tyto teplotní intervaly byly rovněž převedeny na intervaly výkonové (tak, aby korelovaly s vyhodnocenými průběhy křivek), resp. byly stanoveny dolní a horní spínací hodnoty y_d a y_h pro odpovídající žádané hodnoty tepelného výkonu otopného tělesa [54].

Příkladem splnění tohoto cíle je průběh dynamického chování deskového otopného tělesa pro 62,6 % výkonu a pro pásmo proporcionality 20 ± 1 K na *Obr. 41*. S využitím tabulkového procesoru MS Excel byly podle zvoleného pásma proporcionality nalezeny rozhodné části křivek náběhu a chladnutí, kde byly následně vyčísleny doby vypnutí (T_a) a zapnutí (T_e). Právě tyto dvě hodnoty, resp. jejich poměr, byl využit jako porovnávací kritérium požadavků na tepelný výkon otopného tělesa a chování regulátoru v různých fázích tohoto výkonového spektra. Správná volba pásma proporcionality regulačního ventilu s termostatickou hlavicí má zásadní vliv na vlastní provozní chování. Poddimenzovaný ventil bude pracovat ve stále otevřené poloze a nebude plnit svoji regulační funkci. Naopak předimenzovaný ventil pracuje v poloze „téměř zavřeno“ a opět nemůže plnit svou regulační funkci. Navíc pokud by byl ventil osazen hlavicí s pohonem, pak by neustále jemně cykloval, což vede k jeho nadměrnému opotřebení či hlukovým projevům. Pokud je zvoleno pásmo užší (např. $\pm 0,5$ K), lze dosáhnout přesnější regulace na konečnou hodnotu, obnáší to ovšem podobný problém jako předimenzovaný regulační ventil, tzn. nestabilitu (a v extrému až ztrátu regulační schopnosti). Při širším zvoleném pásmu proporcionality (např. 3 K) je pak při stabilnější regulaci tepelného výkonu nutné se spokojit s nižšími nároky na regulovanou veličinu. Pro běžné použití v obytných budovách se tedy jeví jako ideální volba pásma proporcionality 2 K. *Tab. 10* shrnuje velmi důležité hodnoty všech sestavených resp. simulovaných průběhů, a proto je v závěru opět uvedena, jako podstatný výstup této práce.

Tab. 10 Hodnoty doby zapnutí a vypnutí regulátoru ve spojení s deskovým otopným tělesem typ 10 – 500 x 1000 s jednostranným připojením shora dolů [54]

Potřeba výkonu	Pásmo proporcionality	Doba zapnutí	Doba vypnutí	Poměr
		T_e [min]	T_a [min]	T_a/T_e [-]
100 %	±0,5 K	4,42	0,42	0,1
	±1 K	5,33	0,67	0,13
	±1,5 K	5,92	0,92	0,16
62,6 %	±0,5 K	0,2	1	5
	±1 K	0,35	1,87	5,34
	±1,5 K	0,53	2,88	5,43
10 %	±0,5 K	0,23	6,08	26,43
	±1 K	0,42	11,68	27,81
	±1,5 K	0,65	18,38	28,28

Rozbor a zhodnocení dynamiky otopného tělesa ve spojení s regulátorem tepelného výkonu pro výše uvedené různé úrovně potřeby tepelného výkonu otopného tělesa jsou uvedeny v kapitolách 5.2.1 až 5.2.4.

d), e) Omezení nutnosti provádění experimentů pro vyhodnocování dynamických parametrů otopných těles a Vytvoření a ověření matematického modelu dynamického chování deskového otopného tělesa (MATLAB)

Poslední dva cíle jsou zde uvedeny společně, neboť spolu pevně souvisí. Lze shrnout, že tím nejpodstatnějším cílem bylo vytvoření a ověření matematického modelu, který umožní generovat dynamiku deskového otopného tělesa ideálně bez využití experimentu. Obou těchto cílů bylo jednoznačně dosaženo díky originálnímu a zcela novému využití autoregresní (ARX) aproximace v prostředí MATLAB pro otopná tělesa. Byl vytvořen stochastický black-box model, jehož kompletní odvození a celá struktura zápisu jsou uvedeny v kapitole 4.7 a výsledky modelu, včetně jeho ověření, potvrzující dosažení stanovených cílů, jsou uvedeny v kapitole 5.6. Jiné simulační přístupy uvedené v této práci (viz 5.3 až 5.5) zde již nejsou prezentovány, nicméně pro tuto práci, resp. pro splnění vytčených cílů, jsou všechny přístupy nezbytné, neboť na sebe v určitých poznacích navazují a na základě tohoto postupného vývoje byl zformulován finální model.

Z provedené rešerše a rozboru získaných dat bylo v této práci potvrzeno, že na tepelnou dynamiku těles nemá teplota výstupní vody ani návrhový teplotní spád soustavy tak zásadní vliv, jako teplota vstupní otopné vody. Rychlost změny tepelného stavu však stále závisí především na vlastní tepelné kapacitě otopného tělesa, ale rovněž i na průtoku otopné vody. V rámci záznamu údajů potřebných pro sestavení modelu chování tělesa tak bylo nutné dále zmapovat i stavy tělesa pro různé průtoky teplotně nosné látky. Byly tak zaznamenány tzv. statické převodní charakteristiky (viz Obr. 45 až Obr. 48), které hodnotí vliv parametrů hmotnostního průtoku, teploty vstupní otopné vody a teplotního spádu na ustálenou hodnotu střední povrchové teploty otopného tělesa.

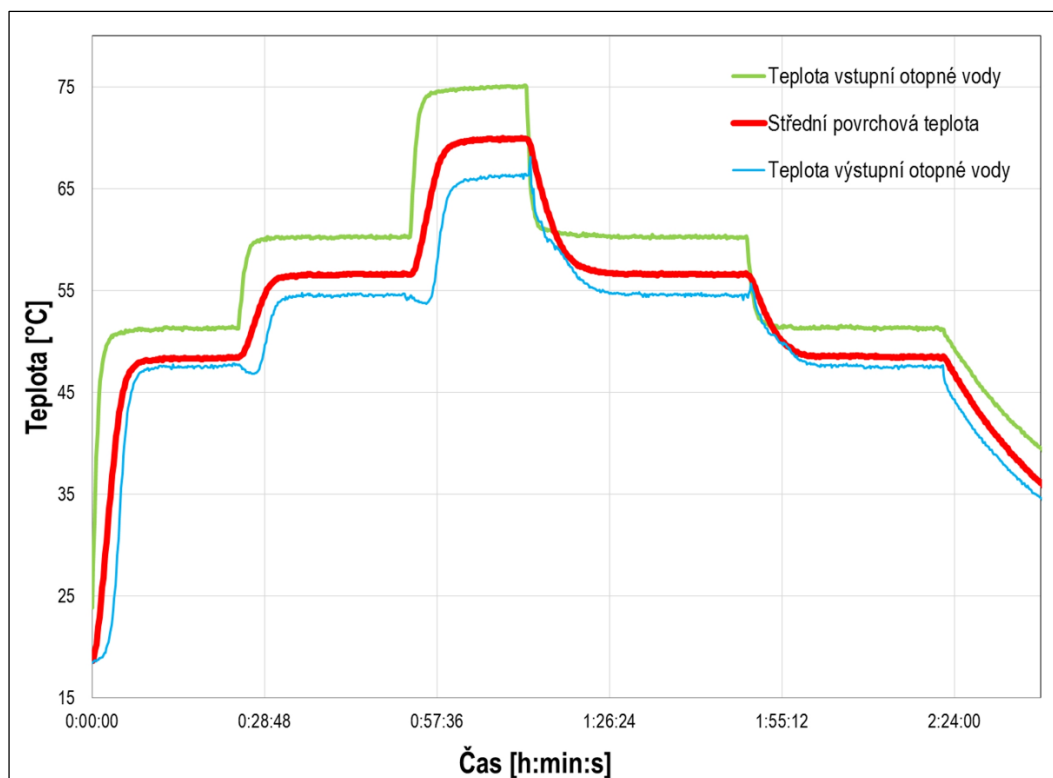
Pro vlastní matematický ARX model byla sestavena originální diferenční rovnice s polynomem prvního řádu, která je i zde, jako podstatný výstup práce, znovu uvedena jako rovnice (90). Polynom prvního řádu byl využit z důvodu nejjednoduššího možného vyjádření jeho tzv. Z-transformace a následného poměrně snadného zápisu do MATLABu. Zároveň výsledky tohoto modelu s uspokojivou přesností simulují reálně změřený průběh dynamiky otopného tělesa. Vstupní veličinou byla zvolena teplota přírodní otopné vody t_{w1} a výstupem z modelu je již zmiňovaná střední povrchová teplota otopného tělesa. Rovnice udává výpočet střední povrchové teploty otopného tělesa na základě její předcházející vypočtené hodnoty a aktuální teploty vstupní otopné vody. Vzorkovací frekvence výpočtu byla zvolena 10 s.

$$t_p(\tau + 1) = a \cdot t_p(\tau) + b \cdot t_{w1}(\tau) \quad (90)$$

kde je

$t_p(\tau)$	střední povrchová teplota otopného tělesa v čase τ	[°C]
τ	čas	[s]
$(\tau+1)$	časový krok (navýšení o 10 s)	[s]
a	koeficient diferenční rovnice (popisuje chladnutí otopného tělesa)	[-]
b	koeficient diferenční rovnice (popisuje vliv teploty vstupní otopné vody na střední povrchovou teplotu otopného tělesa)	[-]
t_{w1}	teplota vody na vstupu do otopného tělesa	[°C]

K získání podkladů pro sestavení modelu bylo nutné připravit měřicí trať (viz *Obr. 31*), na které je možné zajistit libovolné (kvazi)skokové změny teploty vody vstupující do otopného tělesa a při vhodném ovládní měřicí tratě lze sledovat celé spektrum provozního chování otopných těles založené na jejich tepelné setrvačnosti. Při konstantním průtoku vody byla postupně měněna teplota vstupní otopné vody na 50, dále na 60 a nakonec na jmenovitých 75 °C. V rámci experimentu bylo sledováno i chladnutí. Velmi důležitý záznam z tohoto experimentu je ponechán i v závěru jako *Obr. 50*. Je zde zobrazen záznam průběhu střední povrchové teploty otopného tělesa a teploty vody na vstupu a výstupu z otopného tělesa. Změny vstupní teploty vody se podařilo realizovat téměř skokově. Na rozdíl od teploty výstupní, kde došlo vlivem ruční manipulace s regulačními prvky ke krátkodobému poklesu, který však nemá zásadní vliv na střední povrchovou teplotu tělesa. V praxi není sice běžné, že teplota vody vstupující do tělesa je měněna skokově, ale v laboratorních podmínkách je to možný způsob, jak zajistit změnu parametrů, kterou lze následně matematicky popsat a také vyhodnotit.



Obr. 50 Dynamické chování deskového otopného tělesa typ 10 – 500 x 1000 s jednostranným připojením shora dolů [48]

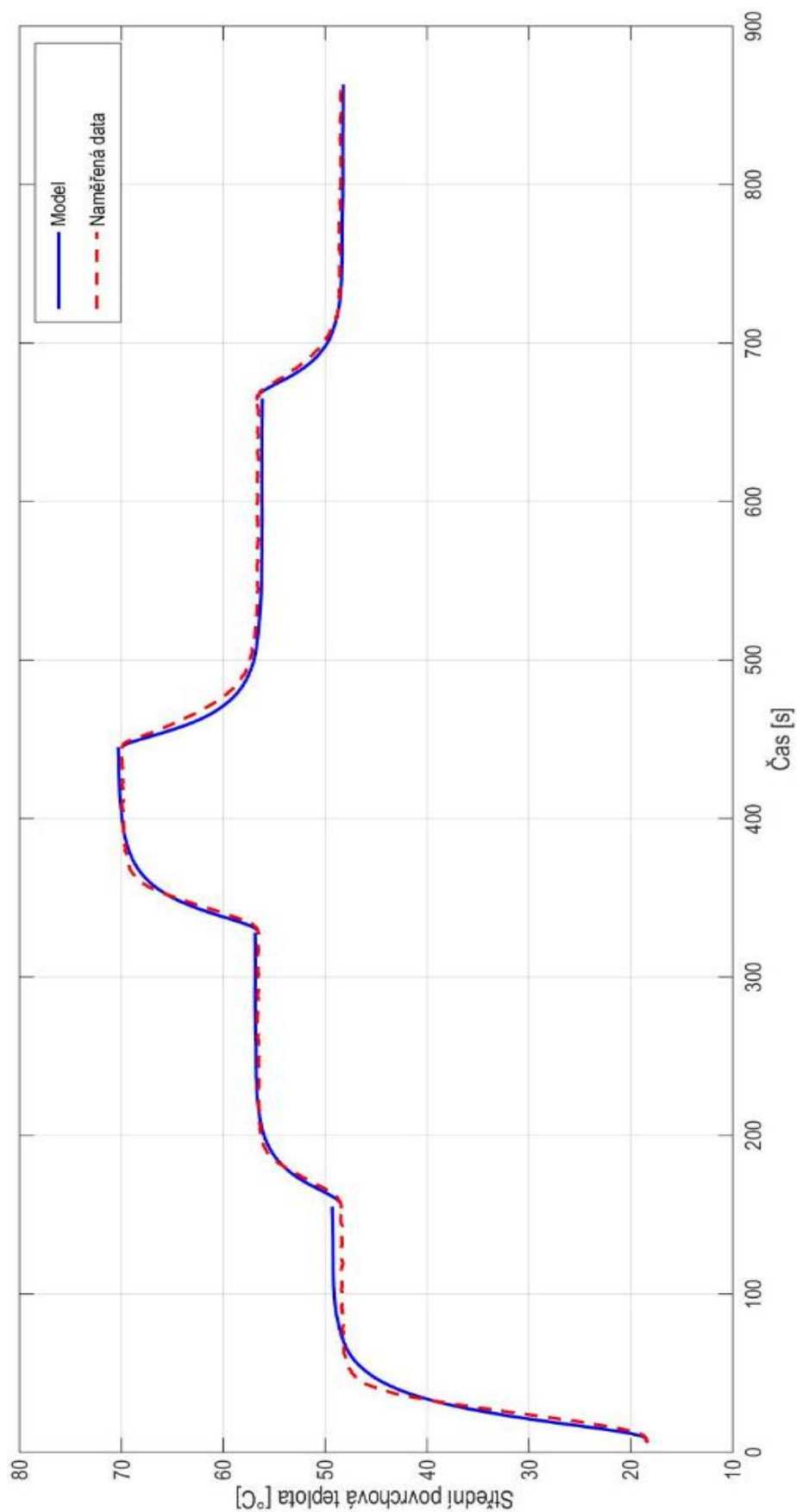
Na Obr. 51 je uveden výsledek z průběhu simulace ARX black-box modelu v porovnání s naměřenými daty, čímž je potvrzeno splnění vytčeného cíle. Je zobrazen průběh střední povrchové teploty otopného tělesa. V modelu je zavedeno 5 period s různými teplotami vstupní otopné vody (jejich počet lze ovšem libovolně upravit). Maximální odchylky vznikají vždy ve fázi náběhu a to v periodě, kde je největší rozdíl mezi ustálenými stavy, resp. s největší skokovou změnou teploty vstupní otopné vody. V tomto případě je tak maximální odchylka v prvotním náběhu z teploty okolí na úroveň danou teplotou vstupní otopné vody 50 °C.

Maximální rozdíl mezi střední povrchovou teplotou získanou modelem a toutéž teplotou získanou experimentem je 3,07 K v okolí inflexního bodu v čase 21 s, nicméně v této části křivky není tento rozdíl významný, protože zároveň časový rozdíl je minimální (do 3 s). Nejvýznamnější rozdíly z hlediska dynamiky jsou těsně před prvním ustálením, kde maximální rozdíl teplot mezi skutečností a modelem je 2,02 K (v čase 45 s). Údaj modelu je o přibližně 4,5 % nižší. Zároveň rozdíl časových údajů je v této části největší a to až 6 s (pro hodnotu přibližně 45 °C). Důležitý je i rozdíl teplot v oblasti ustálení, zde maximálně 0,97 K (v čase 119 s). Model tak vykazuje přibližně o 2 % vyšší hodnotu střední povrchové teploty. Lze konstatovat, že údaje generované modelem se z hlediska střední povrchové teploty udržují v maximálním intervalu $\pm 4,5$ % od experimentálně zjištěných hodnot.

Pro zpřesnění matematického modelu je možné využít i aproximaci druhého (či vyššího) řádu. Pro model druhého řádu lze konstatovat, že údaje jím generované se

z hlediska střední povrchové teploty nachází v maximálním intervalu $\pm 2,8$ % od experimentálně zjištěných hodnot. Oba modely se přitom v podstatě shodují v oblasti, kde se vyskytuje nejvyšší hodnota odchylky, přičemž velmi obecně lze konstatovat, že model druhého řádu je přibližně dvojnásobně přesnější. Nicméně ARX black-box model vyššího než prvního řádu vyžaduje pro své analytické řešení mnohem složitější matematické vyjádření. A protože maximální interval $\pm 4,5$ % (absolutně ± 2 K) od naměřené hodnoty, kterého dosahuje model prvního řádu, je pro účely nalezení vhodných konstant regulátorů tepelného výkonu naprosto dostačující, nejsou matematické modely disponující aproximací polynomem vyššího než prvního řádu nutné [48]. Ověření výsledků modelu proběhlo komparací s naměřenými daty termovizní kamerou Flir ThermaCam T460. Nejistota a problematika měření termovizní kamerou byly popsány v kapitole 5.7.

Na základě vyhodnocení mnoha experimentů (viz např. [52]) je možné konstatovat, že tento model lze pro získání základního přehledu použít nejen pro sledované otopné těleso, ale i pro typově a rozměrově podobná otopná tělesa, resp. lze konstatovat, že dynamika takových těles je analogická. Takovými jsou především tzv. krátká desková otopná tělesa o rozměrech s poměrem $L_{OT}/H_{OT} < 3$. Byl tedy naplněn cíl v tom smyslu, že již není nutné provádět experimenty za účelem získání přehledu o dynamice příslušných typů deskových otopných těles. Pro jiná, než uvedená otopná tělesa je pro použití uvedeného modelu dále třeba na měřicí trati (viz 4.7.1) získat příslušné vstupní údaje tj. t_{w1} a pro ověření je nutné získat shodné údaje, jaké jsou uvedeny na *Obr. 50*. Dále je možné využít teplotní exponent otopných těles n , viz další směřování práce 6.4.



Obr. 51 Porovnání výsledků ARX black-box modelu a experimentálních dat pro provozní dynamické chování deskového otopného tělesa typ 10 – 500 x 1000 [48], [42]

6.2 Přínos pro praxi

Bylo prokázáno, že pro stanovování dynamiky náběhu otopných těles není měření teploty jen v několika bodech plochy otopného tělesa dostatečně reprezentativní, např. třech bodech viz 2.6.2, ale je třeba využít metody jiné. Tato práce podrobně popisuje metodiku stanovování dynamiky termovizní technikou (měření střední povrchové teploty otopného tělesa) s následným převedením na závislost tepelného výkonu otopného tělesa na čase (viz 4.2 a 4.3). Pro chladnutí otopných těles může být naopak měření teploty v několika bodech plochy otopného tělesa dostatečně přesné a dokonce výhodnější než termovizní měření, které vyžaduje nákladnější techniku a obtížnější vyhodnocení. Je to dáno především nízkým řádem křivky chladnutí, kterou je možné považovat za křivku prvního řádu. Bylo prokázáno, že náběh deskových otopných těles je charakteristický křivkou vyššího řádu, kde se již projevuje významný vliv inflexe a bodové měření je tudíž zcela nedostatečné.

Byla explicitně popsána omezení a předpoklady pro použití termovizního měření. Sledovat povrchovou teplotu otopného tělesa umožňuje fakt, že přestup tepla na straně vody je daleko intenzivnější než přestup tepla na straně vzduchu a zároveň platí, že součinitel tepelné vodivosti materiálu otopného tělesa je vysoký a tloušťka stěny otopného tělesa je malá. Lze proto konstatovat, že teplota vody uvnitř tělesa se přibližně rovná teplotě povrchové. Pro běžný rozsah provozních teplot otopných těles, je rozdíl mezi střední teplotou vody a střední povrchovou teplotou tělesa na straně vzduchu od 0,3 do 0,5 K.

V kapitole 5.1 byla uvedena *Tab. 6*, která potvrzuje praktické poznatky ohledně připojování otopných těles k otopné soustavě. Tyto poznatky byly dále analyzovány a poskytují praktický návod, jakým způsobem je nejvhodnější otopná tělesa zapojovat. Pro praxi je rovněž velmi důležitá možnost zapojování různých druhů a typů otopných ploch do jednoho regulačního celku, a to v závislosti na tepelné setrvačnosti. V práci bylo rovněž prokázáno, že setrvačnost chladnutí deskových otopných těles je průměrně pětinasobná v poměru k náběhu těchto těles. Totéž platí i pro litinová článková otopná tělesa. Článková otopná tělesa však disponují oproti náběhu deskových těles přibližně dvojnásobnou dobou v případě náběhu a 2,5 násobně delší dobou oproti chladnutí. Trubkové otopné těleso se pak chová velmi podobně jako litinová článková otopná tělesa.

Byly popsány reálné dopady nevhodného návrhu regulačních ventilů, vycházející ze simulace dynamického chování otopného tělesa osazeného tímto ventilem a termostatickou hlavicí. Výsledky jsou prezentovány na základě parametrů, které jsou uvedeny v *Tab. 7*. Byly uvedeny praktické poznatky, kdy je pro obytné prostory doporučeno využívat termostatické hlavice s pásmem proporcionality 2 K.

Byly jednoznačně určeny a vyčísleny konkrétní dynamické parametry pro popis dynamiky sledovaného deskového otopného tělesa. Tím byly zároveň nalezeny a vyčísleny hodnoty pro nastavování regulátorů tepelného výkonu otopných těles.

Podstatným přínosem pro praktické využití je sestavený matematický model, který je k dispozici na Ústavu techniky prostředí FS ČVUT (hlavní část viz kapitola 4.7.4). V současnosti lze modelem generovat dynamiku určitých typů deskových otopných těles, avšak po doplnění databáze naměřených údajů lze tento model využít téměř neomezeně. Poskytuje uživateli přehled o chování otopného tělesa mezi ustálenými stavy a ze získané charakteristiky pak lze velmi snadno, například postupem uvedeným v 4.4.2, vyhodnotit výše uvedené dynamické parametry pro nastavování regulátorů.

Nezanedbatelným praktickým přínosem je i uvedené schéma zapojení měřicího okruhu, na němž lze v případě potřeby zajistit libovolný stav při provozu jakéhokoliv otopného tělesa či obecně výměníku tepla.

6.3 Teoretický přínos

Byl určen řád přechodové charakteristiky pro náběh deskového otopného tělesa. Náběh tělesa typu 10 – 500 x 1000 je charakteristický křivkou 5. řádu. Rovnice polynomu (viz (89)) popisuje křivku náběhu na *Obr. 32*. Bylo prokázáno, že pro popis dynamických systémů není nutné pracovat s křivkou s takto vysokým řádem a je dostačující vycházet z křivky nejvýše druhého řádu, například podle aproximace zavedené v kapitole 4.4.3. Často je rovněž vhodné a výhodné zvolit aproximaci skutečného chování systému pouze systémem 1. řádu, viz kapitola 4.4.2.

Podstatným teoretickým přínosem je vůbec první využití aproximace podle Strejce, viz kapitola 4.4.3, pro nahrazení reálné přechodové charakteristiky. Tato metoda matematické identifikace tak mění dosud zavedený standard pro otopná tělesa, kdy se jejich dynamika hodnotila výhradně s využitím časové konstanty τ_0 , která odpovídá okamžiku, kdy je dosaženo právě 63,2 % z celého přechodového děje. Metoda podle Strejce posouvá tuto hodnotu na 72 % a v závislosti na konkrétním ději, resp. na tom, jak rychle dochází k ustálení po regulačním zásahu, se využívá ještě druhá konstanta. V oblasti dynamiky otopných těles byla tato metoda použita poprvé a na jejím základě byl sestaven komplexní model generující chování otopného tělesa ve spojení s regulátorem tepelného výkonu.

Byla stanovena metodika pro popis vývoje aktivní teplosměnné plochy otopného tělesa na straně vzduchu, která je v rovnicích pro popis dynamiky téměř vždy neznámou. Metodika využívá termovizní kamery, kdy byla sledována teplota čelní teplosměnné plochy otopného tělesa rozdělená na 9 plošně shodných sektorů. Nárůst teploty v příslušných sektorech pak indikuje aktivní, tj. aktuálně sdílející teplosměnnou plochu.

Za další teoretický přínos lze považovat matematickou analýzu sledovaného dynamického děje a dále konkrétní implementaci poznatků do podoby black-box modelu v prostředí MATLAB. Konkrétně byla vůbec poprvé pro otopné těleso využita metoda identifikace ARX (autoregresním) modelem, kdy zásadním přínosem je kompletní odvození modelu v kapitole 4.7.2 a rovněž analýza, jejímž výsledkem je, že do

odvozeného modelu střední povrchové teploty otopného tělesa je nejvhodnější za vstupní veličinu považovat teplotu vstupní otopné vody.

Přínosem této práce do budoucna je i implementace získaného modelu MATLAB do simulačního prostředí TRNSYS. Toho lze dosáhnout přímým propojením obou softwarů, kdy v TRNSYSu je MATLAB přímo podporován funkcí „Type 155“. Výhodou tohoto přístupu je možnost i nadále využívat MATLAB, ovšem značnou nevýhodou je nutnost současného spuštění obou softwarů pro běh simulace, což velmi zvyšuje nároky na hardwarové vybavení. Nevýhodou je rovněž obtížná konfigurace vlastního propojení TRNSYSu a MATLABu. Druhou možností je vytvoření autonomního typu, se kterým by bylo zacházeno jako se standardními typy komponent pouze v rámci TRNSYSu. To vyžaduje definici vstupů, výstupů a dalších parametrů vytvářejících vlastní „DLL knihovnu“. Toho lze dosáhnout využitím programovacího prostředí C++ nebo například Fortran. Pro použití modelu v TRNSYSu pak není nutné spouštět MATLAB, nicméně je nutná znalost programování ve zvoleném programovacím prostředí.

6.4 Návrhy pro další směřování

V práci je popsán přístup, hodnocení dynamiky a model pro deskové otopné těleso typu 10 o rozměrech 500 x 1000 mm (tzv. geometrický modul). Toto těleso bylo vybráno z důvodů uvedených v 4.1. Bylo uvedeno, že black-box model lze využít i pro získání základního přehledu o dynamice typově, resp. rozměrově podobných otopných těles. To jsou především tzv. krátká desková otopná tělesa o rozměrech s poměrem $L_{OT}/H_{OT} < 3$. Pro přepočet výkonu otopných těles se využívá jejich příslušný teplotní exponent. Teplotní exponent n je určen na základě experimentu výpočtem z naměřených hodnot v kalorimetrické komoře. Jedná se fakticky o směrnici přímkou pro logaritmickou závislost tepelného výkonu tělesa na teplotním rozdílu mezi střední teplotou vody a teplotou vzduchu v okolí otopného tělesa. Teplotní exponent tak závisí nejen na druhu či typu tělesa, kdy je podstatná především výška daného typu otopného tělesa, ale i na průtoku a teplotách vody. Pro uživatele je však výhodou, že podle ČSN EN 442-2:2015 mají teplotní exponent výrobci povinnost uvádět pro každé otopné těleso a je tak velmi snadno dosažitelným parametrem, který komplexně hodnotí rozdíly v chování různých druhů a typů otopných těles, neboť vyjadřuje změnu součinitele prostupu tepla u otopného tělesa při různých provozních podmínkách. Hodnoty pro desková otopná tělesa se pohybují přibližně v rozmezí $n = 1,26$ až $1,36$. Například článková otopná tělesa pak vykazují hodnoty $n = 1,22$ až $1,3$. Zobecnění modelu pro další druhy a typy otopných těles, či dokonce ploch, by mohlo efektivně využít právě tohoto snadno dostupného parametru. Teplotní exponent sám o sobě však nedokáže zcela jednoznačně popsat tepelnou setrvačnost a je tak třeba dále pracovat se souborem geometrických charakteristik otopných těles, provést citlivostní analýzu parametrů jiných druhů otopných těles než deskových a pro získání nejvhodnější veličiny pro popis dynamiky lze případně vycházet i z fyzikální rozměrové analýzy. K dalšímu vývoji je rovněž ponecháno jiné než jmenovité připojení otopných těles na otopnou soustavu.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] BAŠTA, J. Otopné plochy. Praha: ČVUT, 2001. 328 s., ISBN 80-01-02365-6.
- [2] BAŠTA, J. Otopné plochy – Otopná tělesa. Praha: ČVUT, 2016. 206 s., ISBN 978-80-01-05943-2.
- [3] PEETERS, L., BEAUSOLEIL-MORRISON, I., NOVOSELAC, A. Internal convective heat transfer modeling: Critical review and discussion of experimentally derived correlations. *Energy and Buildings*, 2011, vol. 43, s. 2227-2239. DOI: 10.1016/j.enbuild.2011.05.002.
- [4] BAŠTA, J. Nový přístup k navrhování otopných těles. Vytápějme levně a bezpečně IV. Pardubice: I. Hovorková s.r.o., 1998. s. 81–92.
- [5] GÖKHAN, S., MUHSIN, K. Numerical analysis of air flow, heat transfer, moisture transport and thermal comfort in a room heated by two-panel radiators. *Energy and Buildings*, 2011, vol. 43, s. 137-146. DOI: 10.1016/j.enbuild.2010.08.034.
- [6] BOHÁČ, J. Semestrální práce: Volná konvekce a sálání. ČVUT: Praha, 2012. 87 s.
- [7] GEBHART, B. Natural Convection Flows and Stabilit. *Adv. Heat Transfer* 9, 1973.
- [8] BEJAN, A., KRAUS A. D. Heat transfer handbook. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2003. 1480 s. ISBN 0-471-39015-1.
- [9] ECKERT, E. R. G., CARLSON, W. O. Natural Convection in an Air Layer Enclosed between Two Vertical Plates at Different Temperatures. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2, 1961. s 106–129.
- [10] SHATI, A.K.A., BLAKEY, S.G., BECK, S.B.M. The effect of surface roughness and emissivity on radiator output. *Energy and Buildings*, 2011, vol. 43, s. 400-406. DOI: 10.1016/j.enbuild.2010.10.002.
- [11] JANČÍK, L., BAŠTA, J. Posouzení dynamického chování otopných těles termografickou metodou. Brno. 5. *Konference simulace budov a techniky prostředí SBTP'08*, 2008. s. 45-49. ISBN 978-80-254-3373-7.
- [12] BARTÁK, M. Úvod do přenosových jevů pro inteligentní budovy. Praha : ČVUT, 2010. 107 s.
- [13] NESVADBOVÁ, S. Dynamika vytápěcích systémů I. In: TZB info [online]. 16. 5. 2005 [cit. 2013-10-09]. Dostupné z: <http://www.tzb-info.cz/2512-dynamika-vytapecich-systemu-i>.
- [14] NESVADBOVÁ, S. Dynamika vytápěcích systémů II. In: TZB info [online]. 23. 5. 2005 [cit. 2013-10-09]. Dostupné z: <http://www.tzb-info.cz/2528-dynamika-vytapecich-systemu-ii>.
- [15] BAŠTA, J., VAVŘIČKA, R. Otopné plochy (I) - Charakteristiky otopných těles. In: TZB info [online]. 13.2.2006 [cit. 2013-10-02]. Dostupné z: <http://www.tzb-info.cz/3060-otopne-plochy-i-charakteristiky-otopnych-teles>.

- [16] LITWA, M. Influence of Angle of View on Temperature Measurements Using Thermovision Camera. In: *IEEE Sensors Journal*, vol. 10, No. 10, 2010. s. 1552-1554.
- [17] VAVŘIČKA, R. Zkušenosti s měřením povrchových teplot bezkontaktními teploměry. *Topenářství, instalace*. 2012, roč. 46, č. 6, s. 24-27. ISSN 1211-0906.
- [18] BAŠTA, J., VAVŘIČKA, R., ŠOUREK, B. Vizualizace teplotních polí deskových otopných těles. *Konference Vytápění Třeboň 2005*. Praha: Společnost pro techniku prostředí, 2005. s. 72-78. ISBN 80-02-01724-2.
- [19] ČERMÁK, J., PETERKA, V., ZÁZVORKA, J. Dynamika regulovaných soustav v tepelné energetice a chemii. Praha: Nakladatelství Academia, 1968. 583 s.
- [20] ZÍTEK, P. Matematické a simulační modely. Praha: Nakladatelství ČVUT, 1996. 128 s. ISBN 80-01-01524-6.
- [21] NOSKIEVIČ, P. Modelování a identifikace systémů. Ostrava: Nakladatelství Montanex, 1999. 276 s. ISBN 80-7225-030-2.
- [22] BAŠTA, J., VAVŘIČKA, R. Počítačová simulace deskových otopných těles. In: TZB info [online]. 22. 11. 2004 [cit. 2013-10-05]. Dostupné z: <http://www.tzb-info.cz/2254-pocitacova-simulace-deskovych-otopnych-teles>.
- [23] JANČÍK, L., BAŠTA, J. Setrvačnost náběhu a chladnutí otopných těles. *Vytápění, větrání, instalace*. 2009, roč. 18, č. 3, s. 154-157. ISSN 1210-1389.
- [24] BREMBILLA, C., SOLEIMANI-MOHSENI M., OLOFSSON T. Transient model of a panel radiator [online]. Hyderabad, India: *14th International Conference of IBPSA*, 2015, 2962 s. [cit. 2017-11-26]. ISBN 978-93-5230-118-8. Dostupné z: <http://www.ibpsa.org/proceedings/BS2015/p2784.pdf>.
- [25] XU, B., FU, L., DI, H. Dynamic simulation of space heating systems with radiators controlled by TRVs in buildings. *Energy and Buildings*, 2008, vol. 40, s. 1755-1764. DOI: 10.1016/j.enbuild.2008.03.004.
- [26] TAHERSIMA, F., STOUSTRUP, J., RASMUSSEN, H., NIELSEN, P.G. Thermal Analysis of an HVAC System with TRV Controlled Hydronic Radiator. 6th annual *IEEE Conference on Automation Science and Engineering*, Toronto, 2010. s. 756-761. ISBN 978-1-4244-5449-5.
- [27] DUDZIK, S. Investigations of a heat exchanger using infrared thermography and artificial neural networks. *Sensors and Actuators A: Physical* (166), 2011, s. 149-156. DOI: 10.1016/j.sna.2010.12.001.
- [28] LETHERMAN, K.M., PAILING, C.J., PARK, P.M. The measurement of dynamic thermal response in rooms using pseudo random binary sequences. *Building and environment*, 1982, vol. 17 (1).
- [29] MADSEN, H., HOLST, J. Estimation of continuous-time models for the heat dynamics of a building. *Energy and Buildings*, 1995, vol. 22, s. 67-79.

- [30] ANDERSEN, K.K., MADSEN, H., HANSEN, L.H. Modeling the heat dynamics of a building using stochastic differential equations. *Energy and Buildings*, 2000, vol. 31, s. 13-24.
- [31] BRAUN, J., CHATURVEDI, N. An inverse gray-box model for transient building load prediction. *HVAC and Research*, 2002, vol. 8 (1), s. 73-99.
- [32] WANG, S.W., XU, X.H. Parameter estimation of internal thermal mass of building dynamic models using genetic algorithm. *Energy Conversion and Management*, 2006, vol. 47, s. 1927-1941.
- [33] HOFREITER, M. Základy automatického řízení. Praha: České vysoké učení technické, 2012. ISBN 978-80-01-05007-1.
- [34] ZIEGLER, J.G., NICHOLS, N.B. Optimum settings for automatic controllers. *Trans. ASME*, 1942. 64. s. 759-769.
- [35] RECKNAGEL, H., SPRENGER, E., ALBERS, K.J. Taschenbuch für Heizung und Klimatechnik. Band 1. Deutscher Industrie-Verlag GmbH: München, 2017. s. 1347. ISBN 978-3-8356-7284-0.
- [36] BAŠTA, J. Regulace v technice prostředí staveb. Praha: ČVUT, 2014. 194 s., ISBN 978-80-01-05455-0.
- [37] BEROUNSKÝ, V. ČSVTS. Otopná tělesa v teorii i praxi: Sešit projektanta 05 -16. Praha: SNTL, 1987, 104 s. ISBN 06-058-87.
- [38] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Dynamické chování otopných těles s ohledem na regulační zásah. *Konference Vytápění Třeboň 2013*. Praha: Společnost pro techniku prostředí, 2013, s. 120 – 124. ISBN 978-80-02-02431-6.
- [39] BOHÁČ, J., VAVŘIČKA, R. Studie vlastností otopných těles. Online: <http://vytapani.tzb-info.cz/otopne-plochy/15603-studie-vlastnosti-otopnych-teles>. TZB info. 2017, 19(15), ISSN 1801-4399.
- [40] STREJC, V. O možnostech vyššího využití teorie regulace v praxi. Práce, Praha, 1958.
- [41] KUBÍK, S., KOTEK, Z., STREJC, V., ŠTECHA, J. Teorie automatického řízení I. SNTL/Alfa, Praha/Bratislava, 1982.
- [42] BOHÁČ, J. Thermography Data of Panel Radiator Dynamic Behaviour for Simulation Model. Praha: *Central Europe towards Sustainable Building - Innovations for Sustainable Future*, 2016, Grada Publishing. s. 1014 – 1021. 2-s2.0-84986903197.
- [43] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Dynamika teplotních polí deskových otopných těles. *Vytápění, větrání instalace*, 2016, roč. 25, č. 1, s. 2 – 5. ISSN 1210-1389. 2-s2.0-84957661819.
- [44] BAŠTA J. Regulace vytápění. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2007. 99 s. ISBN 978-80-01-02582-6.
- [45] DUŠEK, F. MATLAB a Simulink: úvod do používání. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2000. ISBN 80-7194-273-1.

- [46] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Experimentální podklady pro dynamický model chování deskového otopného tělesa. Praha: 8. *Konference IBPSA-CZ Simulace budov a techniky prostředí*, 2014. s. 101-106. ISBN 978-80-260-7209-6.
- [47] NEKRASOV, P. Regulační chování otopných těles. Praha: ČVUT. Diplomová práce, 2015. s. 59.
- [48] BOHÁČ, J., BAŠTA, J., VAVŘIČKA, R., ŠULC, J. Modelování provozního chování otopných těles. *Vytápění, větrání instalace*, 2018, roč. 27, č. 2, s. 80 – 83. ISSN 1210-1389. 2-s2.0-85044328795.
- [49] HOFREITER, M. Identifikace systémů I. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2009, 202 s. ISBN 978-80-01-04228-1.
- [50] MODRLÁK O. Modelování a diskretní identifikace: Studijní materiály. Liberec. TU v Liberci, 2004.
- [51] HAVLENA, V., ŠTECHA, J. Moderní teorie řízení. Praha: Nakladatelství ČVUT, 1994. ISBN 80-01-01076-7.
- [52] BOHÁČ, J. Diplomová práce: Dynamické chování otopných těles. ČVUT: Praha, 2012. s. 87.
- [53] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Dynamisches Verhalten von Heizkörpern unter Berücksichtigung des Regelungseingriffs. *Heizung Lüftung/Klima Haustechnik*, 2014, roč. 65, č. 3, s. 18 – 22. ISSN 1436-5103.
- [54] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Dynamické chování otopných těles s ohledem na regulační zásah. *Vytápění, větrání instalace*, 2013, roč. 22, č. 3, s. 102 – 104. ISSN 1210-1389.
- [55] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Dynamika teplotních polí deskových otopných těles. *Konference Vytápění Třeboň 2015*. Praha: Společnost pro techniku prostředí, 2015. s. 72 – 77. ISBN 978-80-02-02589-4.
- [56] NOVÁK, R., NOVÁKOVÁ, D. Základy měření a zpracování dat. ČVUT: Praha, 1998. s. 112.
- [57] VAVŘIČKA, R. Bezkontaktní způsoby měření teploty: Sešit projektanta – pracovní podklady 11. STP Odborná sekce Vytápění: Praha, 2013. s. 65. ISBN 978-80-02-02515-3.
- [58] MATUŠKA, T. Experimentální metody v technice prostředí. ČVUT: Praha, 2005, s. 200. ISBN 80-01-03291-4.
- [59] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Přístupy pro modelování dynamiky deskového otopného tělesa. *Konference Vytápění Třeboň 2019*. Praha: Společnost pro techniku prostředí, 2019. Přijato k publikaci.

PUBLIKACE AUTORA VZTAHUJÍCÍ SE K DISERTAČNÍ PRÁCI

- [6] BOHÁČ, J. Semestrální práce: Volná konvekce a sálání. ČVUT: Praha, 2012. 87 s.
- [38] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Dynamické chování otopných těles s ohledem na regulační zásah. *Konference Vytápění Třeboň 2013*. Praha: Společnost pro techniku prostředí, 2013, s. 120 – 124. ISBN 978-80-02-02431-6.
- [39] BOHÁČ, J., VAVŘIČKA, R. Studie vlastností otopných těles. Online: <http://vytapani.tzb-info.cz/otopne-plochy/15603-studie-vlastnosti-otopnych-teles>. TZB info. 2017, 19(15), ISSN 1801-4399.
- [42] BOHÁČ, J. Thermography Data of Panel Radiator Dynamic Behaviour for Simulation Model. Praha: *Central Europe towards Sustainable Building - Innovations for Sustainable Future*, 2016, Grada Publishing. s. 1014 – 1021. 2-s2.0-84986903197.
- [43] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Dynamika teplotních polí deskových otopných těles. *Vytápění, větrání instalace*, 2016, roč. 25, č. 1, s. 2 – 5. ISSN 1210-1389. 2-s2.0-84957661819.
- [46] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Experimentální podklady pro dynamický model chování deskového otopného tělesa. Praha: 8. *Konference IBPSA-CZ Simulace budov a techniky prostředí*, 2014. s. 101-106. ISBN 978-80-260-7209-6.
- [48] BOHÁČ, J., BAŠTA, J., VAVŘIČKA, R., ŠULC, J. Modelování provozního chování otopných těles. *Vytápění, větrání instalace*, 2018, roč. 27, č. 2, s. 80 – 83. ISSN 1210-1389. 2-s2.0-85044328795.
- [52] BOHÁČ, J. Diplomová práce: Dynamické chování otopných těles. ČVUT: Praha, 2012. s. 87.
- [53] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Dynamisches Verhalten von Heizkörpern unter Berücksichtigung des Regelungseingriffs. *Heizung Lüftung/Klima Haustechnik*, 2014, roč. 65, č. 3, s. 18 – 22. ISSN 1436-5103.
- [54] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Dynamické chování otopných těles s ohledem na regulační zásah. *Vytápění, větrání instalace*, 2013, roč. 22, č. 3, s. 102 – 104. ISSN 1210-1389.
- [55] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Dynamika teplotních polí deskových otopných těles. *Konference Vytápění Třeboň 2015*. Praha: Společnost pro techniku prostředí, 2015. s. 72 – 77. ISBN 978-80-02-02589-4.
- [59] BOHÁČ, J., BAŠTA, J. Přístupy pro modelování dynamiky deskového otopného tělesa. *Konference Vytápění Třeboň 2019*. Praha: Společnost pro techniku prostředí, 2019. Přijato k publikaci.