

**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE**

Fakulta strojní

Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Měření fluktuací tlaku v úplavu za obtékaným tělesem

Measurement of Pressure Fluctuation in the Wake

PRAHA 2019

Jan ŠTĚPÁN

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Štěpán** Jméno: **Jan** Osobní číslo: **465521**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Měření fluktuací tlaku v úplavu za obtékaným tělesem

Název bakalářské práce anglicky:

Measurement of Pressure Fluctuation in the Wake

Pokyny pro vypracování:

- 1) Proveďte rešerši dostupných měřicích metod pro měření malých fluktuací tlaku
- 2) Zhodnoťte časovou odezvu, rychlost a přesnost metod měření tlaku při použití pro rozbor fluktuací tlaku ve frekvenční oblasti
- 3) Navrhněte sondu a měřicí řetězec pro měření fluktuací tlaku v proudovém poli za válcem při výskytu Von Karmánovy vírové stezky
- 4) Proveďte jednoduché experimentální ověření navržené sondy a měřicího řetězce
- 5) Diskutujte dosažené výsledky

Seznam doporučené literatury:

Dle doporučení vedoucího práce

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Jakub Suchý, ústav mechaniky tekutin a termodynamiky FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **30.04.2019**

Termín odevzdání bakalářské práce: **01.08.2019**

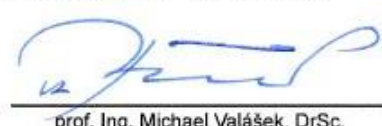
Platnost zadání bakalářské práce: **30.04.2020**



Ing. Jakub Suchý
podpis vedoucí(ho) práce



prof. Ing. Jiří Nožička, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry



prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

30. 4. 2019
Datum převzetí zadání

Štěpán Jan
Podpis studenta

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů.

V Praze dne

.....

Jan ŠTĚPÁN

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat svému vedoucímu Ing. Jakubu Suchému za odborné vedení, cenné připomínky a rady během vypracovávání této práce a za vstřícnost při konzultacích. Dále děkuji Františku Hlaváčovi za pomoc při přípravě experimentu.

Anotační list

Název práce	Měření fluktuací tlaku v úplavu za obtékaným tělesem Measurement of Pressure fluctuation in the Wake
Autor	Jan ŠTĚPÁN
Studijní program	Teoretický základ strojního inženýrství
Akademický rok	2018/2019
Druh práce	Bakalářská
Ústav	Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky
Vedoucí práce	Ing. Jakub Suchý

Klíčová slova

Snímače tlaku, Tlakový převodník, Kármánova vírová stezka, Fluktuace tlaku

Keywords

Pressure sensors, Pressure transducer, Kármán vortex street, Pressure fluctuation

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá měřením fluktuací tlaku v úplavu tělesa za vzniku Kármánovy vírové stezky a návrhem k tomu určené vhodné měřící aparatury. Byla navržena sonda s vnitřním umístěním snímače. Měřením tlakového spádu na dýze aerodynamického tunelu byla ověřena její funkčnost a následně změřena a vyhodnocena data pro několik pozic v úplavu válce.

Abstract

This thesis deals with the measurement of pressure fluctuation in the wake while the Kármán vortex street is created and also with a suitable measuring apparatus design. A probe with an internal sensor was designed. The functionality of the probe was checked with a measurement of the nozzle pressure drop and after that the data for some positions in the wake of a circular cylinder were measured and analysed.

Obsah

Seznam obrázků, grafů a tabulek	7
Seznam značek a symbolů	8
Úvod	10
1 Měření tlaku pomocí mikrofonu.....	11
1.1 Základní princip mikrofonu	11
1.2 Charakteristiky mikrofonu.....	11
1.3 Využití mikrofonu při měření	12
2 Měření tlaku pomocí tlakové sondy	16
2.1 Typy a charakteristiky sond.....	16
2.2 Spojení sondy s převodníkem	18
3 Úplav tělesa	21
3.1 Charakteristika proudění	21
3.2 Vznik vírové stezky.....	21
3.3 Charakteristika odtrhávání vírů Kármánovy stezky.....	22
4 Vhodnost použití měřidla.....	25
4.1 Měření při nízkém Reynoldsově čísle	25
4.2 Měření při vyšších Reynoldsových číslech	26
5 Experimentální ověření.....	30
5.1 Těleso pro vytvoření úplavu	30
5.2 Návrh sondy.....	31
5.3 Sestavení měřící aparatury.....	32
5.4 Popis měření	33
5.4.1 Teoretické hodnoty a údaje o měření	35
6 Analýza experimentálních výsledků.....	36
7 Závěr	39
Bibliografie	40

Seznam obrázků

obr. 1 Schematický diagram turbulentního proudění přes schod [6]	13
obr. 2 Schéma proudového pole [7]	13
obr. 3 Schematický náčrt trubice pro odběr statického tlaku (rozměry v mm) [7]	14
obr. 4 Efekt redukce šumu na fluktuaci tlaku [7]	14
obr. 5 Schéma tlakového snímače [8]	15
obr. 6 Měření statického tlaku piezometrickou a celkového tlaku Pitotovou trubicí [9]	16
obr. 7 Diference tlaků na úhlu náběhu při poměru vnitřního a vnějšího průměru [10]	17
obr. 8 Prandtlůva sonda. Rozložení tlaku po povrchu sondy. [9]	17
obr. 9 Tvorba vírů za obtékaným válcem [16]	22
obr. 10 Simulace rozložení statického tlaku podél válce při nízkých Re [17]	23
obr. 11 Závislost St na Re [16]	23
obr. 12 Závislost Strouhalova čísla na Reynoldsově pro válec [28]	24
obr. 13 Rozložení statického tlaku za válcem při $Re = 250\,000$ [19]	26
obr. 14 Průběh velikosti tlakového koeficientu za válcem [18]	27
obr. 15 Měřicí prostor aerodynamického tunelu ČVUT v Praze	30
obr. 16 Namontovaný válec v konstrukci	31
obr. 17 Válec s vnitřními výztuhami	31
obr. 18 Zhotovená sonda s uloženým snímačem	32
obr. 19 Způsob uchycení sondy	33
obr. 20 Pozicování sondy za válcem	34

Seznam grafů

obr. 21 Grafické znázornění měření pro nerušený proud v časové a frekvenční oblasti	36
obr. 22 Příklad Fourierovy transformace pro pozici 5	37
obr. 23 Graf závislosti střední amplitudové hodnoty každé pozice na pozici	37
obr. 24 Průběh normovaného průměrovaného statického tlaku v závislosti na pozici	38

Seznam tabulek

tab. 1 Doporučený průměr spojovacích hadiček [11]	18
---	----

Seznam značek a symbolů

Symbol	Jednotka	Význam
a	[m·s ⁻¹]	rychlost zvuku
c _p	[1]	tlakový koeficient
d, D	[m]	průměr, charakteristický rozměr
E _m	[Pa]	modul objemové pružnosti
f	[Hz]	frekvence
f _{max}	[Hz]	vzorkovaný signál
f _{vz}	[Hz]	vzorkovací signál
g	[m·s ⁻²]	gravitační zrychlení
h	[m]	výška
L	[m]	délka vedení
p	[Pa]	tlak v daném místě
p ₀ , p _∞	[Pa]	statický tlak nerušeného proudu
p _b	[Pa]	barometrický tlak
p _c	[Pa]	celkový tlak
p _d	[Pa]	dynamický tlak
p _s	[Pa]	statický tlak
Δp	[Pa]	diference tlaku
r	[J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹]	měrná plynová konstanta
S	[m ²]	plocha průřezu
T	[s]	perioda
T	[K]	termodynamická teplota
u	[m·s ⁻¹]	rychlost v daném místě
U	[m·s ⁻¹]	rychlost nerušeného proudu
V	[m ³]	objem
V _t	[m ³]	objem vedení
x, y, z	[m]	souřadnice

Re	[1]	Reynoldsovo číslo
St	[1]	Strouhalovo číslo
ζ	[1]	míra útlumu
η_0	[1]	poměr γ /hybnostní tloušťka
κ	[1]	Poissonova konstanta
μ	[Pa·s]	dynamická viskozita
ν	[m ² ·s ⁻¹]	kinematická viskozita
ρ	[kg·m ⁻³]	hustota

Úvod

Mechanika tekutin je velmi složitý vědní obor, zejména pak samotná dynamika tekutin. Již nějakou dobu jsou klasické experimentální metody vytlačovány počítačovými simulacemi. Právě toto odvětví patří mezi ty výrazné příklady, ve kterých již simulované výsledky značně převyšují nad experimentálními. Nicméně není tomu tak, že by simulace kompletně nahradily experiment, vždy se tyto dvě metody z větší či menší části doplňují.

V této práci se zabývám převážně problematikou v experimentální oblasti, i když využití zdrojů pojednávajících o simulacích, například pro porovnávání, je nevyhnutelné. Konkrétním cílem je problematika měření fluktuací tlaku v úplavu válce v aerodynamickém tunelu. První část práce je zaměřena na způsoby měření a jejich vhodnost použití při modelových situacích, a to zejména pomocí mikrofonů a tlakových snímačů. Jinými metodami, např. CTA nebo PIV, které však slouží primárně pro měření rychlosti a až následně z ní lze nepřímo dopočítat tlak, se v této práci nezabývám.

Ve druhé části práce, která náleží experimentu, je cílem navrhnout vhodnou sondu pro měření fluktuací tlaku v úplavu válce v aerodynamickém tunelu a ověření její funkčnosti v úplavu válce. Je pravděpodobné, že pokud by měření probíhalo v jiném médiu (např. ve vodě) nebo za vysokých rychlostí, návrh se bude lišit, proto návrh vychází z konkrétní situace dle zadání. Takovéto měření může být značně problematické, a to z důvodů způsobených samotnou přítomností sondy a i jiných potřebných věcí v proudě. Jestliže je sonda chybně navržená, může významně ovlivnit proudové pole kolem sebe, a tak zkreslit data. Proto musí, pokud možno, maximálně vycházet z takových poznatků, aby bylo co nejvíce zabráněno tomuto ovlivnění. Více podrobností o celém experimentu a návrhu sondy je uvedeno v samotné experimentální části práce. Celkovým výstupem jsou pak naměřená, vyhodnocená a okomentovaná data získaná pomocí navržené sondy.

1 Měření tlaku pomocí mikrofonu

1.1 Základní princip mikrofonu

Již v úvodu práce je zmíněno, že existuje více způsobů, jak přímo či nepřímo měřit tlak v proudícím vzduchu za obtékaným tělesem. Jedním ze způsobů může být využití mikrofonu. Mikrofon je zařízení, které slouží k převodu vstupního (akustického) tlaku na výstupní elektrický signál. Jestliže dochází k mechanickému kmitání molekul daného prostředí (pružného), potom toto způsobí malé změny tlaku, který je nazýván akustickým. Je tedy zřejmé, že měření pomocí mikrofonu není nic jiného než snímání malých změn tlaku proměnných v čase vzhledem k referenční hodnotě. Potom se nabízí aplikace tohoto způsobu snímání i při měření fluktuací, časově proměnných výchylek, tlaku v úplavu tělesa v případě, že amplitudy výchylek tlaku od referenční hodnoty by nepřekročily možnosti daného mikrofonu, což lze předpokládat u malých rychlostí proudění, resp. malých Reynoldsových čísel (viz dále). V opačném případě by bylo vhodnější využít jiných metod. [1]

Jelikož samotné principy snímání mikrofonů nejsou obsahem této práce, postačí velmi zjednodušený pohled na tuto problematiku. Působením tlaku dochází v tělese mikrofonu k deformaci membrány, díky které vzniká v důsledku různých fyzikálních dějů (změna kapacity, piezoelektrický jev aj.) výstupní elektrické napětí. Mikrofony využívají dvou hlavních principů snímání zvuku (tlaku), a to tlakového a gradientního. V případě tlakového principu je tlak přiveden pouze na jednu stranu snímací membrány uvnitř mikrofonu, což zajišťuje, že výstupní signál je přímo úměrný pouze vstupnímu tlaku, tedy amplituda kmitů membrány nezávisí na směru, ve kterém leží zdroj, ani na vzdálenosti mikrofonu od zdroje. Jinými slovy, tlakové mikrofony mají kulovou směrovou charakteristiku. V druhém případě je tlak přiveden na obě strany membrány, díky tomu je průhyb membrány závislý na rozdílu, gradientu, tlaků před a za membránou a výsledný výstupní signál není již přímo úměrný absolutnímu tlaku, ale průhybu membrány, v takovém případě záleží na směru i vzdálenosti zdroje. [2] [3]

1.2 Charakteristiky mikrofonu

Pro využití mikrofonu je nutné sledovat několik charakteristik, které mohou zásadně ovlivnit výsledky měření.

- a) Tou nejdůležitější je citlivost, ta je definována jako poměr výstupního napětí ku vstupnímu tlaku, který toto napětí vyvolal. V takovém případě je do definice zahrnuta i skutečnost, že samotný přijímač svou přítomností ovlivní tlakové pole. Tento vliv se však projevuje v případech, kdy rozměry přijímače jsou srovnatelné s vlnovou délkou. Jednotkou je V/Pa, nicméně lze ji i uvést v poměrné hodnotě v decibelech dB, kde jako referenční hodnota je zvolena 1 V/Pa. [1]
- b) Samotnou konstrukcí mikrofonu a vnitřním uspořádáním obvodů vzniká nežádoucí šum, který ovlivňuje výsledné měření. K určení se využívá tzv. odstup šumového napětí. Je to poměr mezi napětím, které vyvolá hodnota 94 dB, což odpovídá změně tlaku o 1 Pa, a hodnotou výstupního napětí v „dokonale“ tichém prostředí. [2] [3]
- c) Frekvenční charakteristika udává závislost výstupního napětí na určité frekvenci za konstantního tlaku, pro přesné měření je požadován její průběh bez zvlnění. [2]
- d) Jak již bylo řečeno, u gradientních mikrofonů záleží na poloze zdroje. Závislost citlivosti mikrofonu na úhlu, který svírá akustická osa (dána výrobcem) a osa zdroje, se nazývá směrová charakteristika. Obecně platí, že směrová charakteristika se s frekvencí může měnit. [2]

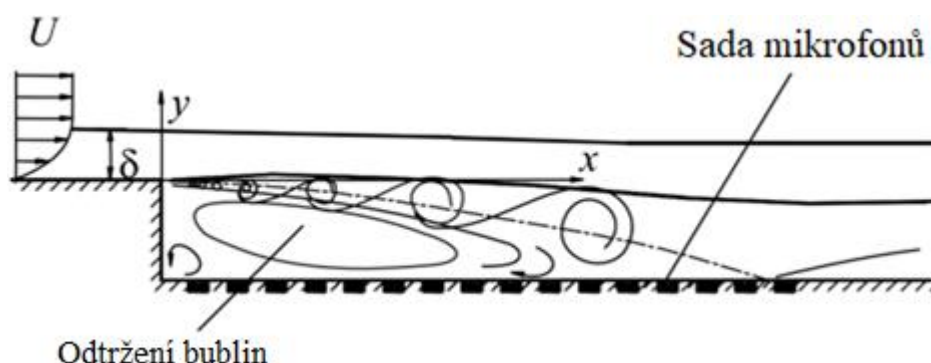
1.3 Využití mikrofonu při měření

Mikrofon se pro měření fluktuací tlaku využívá zejména pro jeho dobrou citlivost a spolehlivost, obzvláště pak mikrofony kapacitní. Ovšem nevýhodou těchto mikrofonů jsou relativně větší rozměry a parazitní rušivé kapacity. [4]

Obecně měření fluktuací tlaku v turbulentní oblasti je komplikovanou záležitostí. Jak již bylo řečeno, mikrofon je citlivé zařízení, které je v místě měření ovlivněno mnoha aspekty, zachycuje celkový tlak, což je nejenom tlak proudícího vzduchu, ale také např. hluk aerodynamického tunelu, šum, vibrace z okolního prostředí či samotná interakce sondy s proudem vzduchu.

Takovou běžnou interakcí je tzv. aerodynamický hluk. Příkladem může být sonda vložená do nerušeného proudu. V závislosti na relativním pohybu sondy v proudovém poli a její geometrii se za ní vytvoří turbulentní úplav, mimo to se na jejím povrchu vytvoří mezní vrstva, která se může vyvinout v turbulentní. Části těchto rozruchů mohou být nasnímány v závislosti na umístění snímacího elementu.

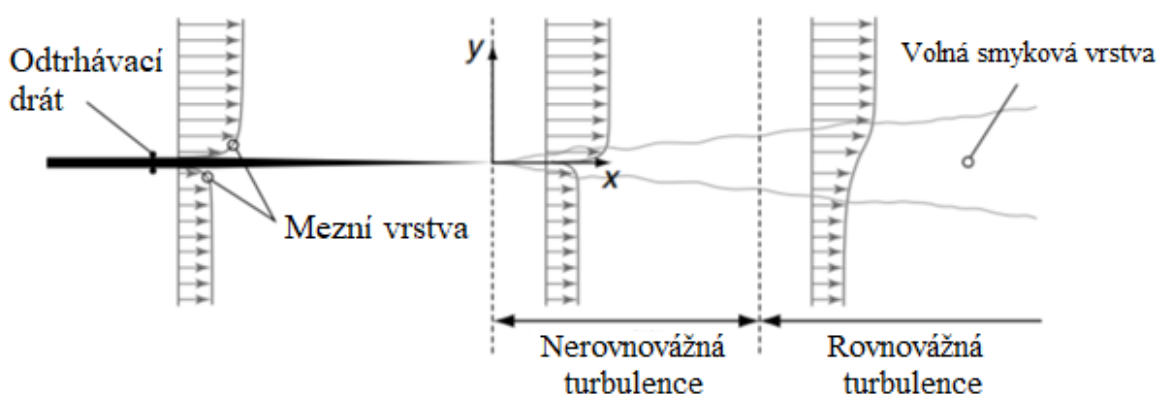
Jiným zdrojem chyb měření může být případ, kdy za určitých podmínek vyvolá nestacionární proudění kolem těla sondy vibrace, které se ve výsledku měření mohou projevit jako fluktuace. [5]



obr. 1 Schematický diagram turbulentního proudění přes schod [6]

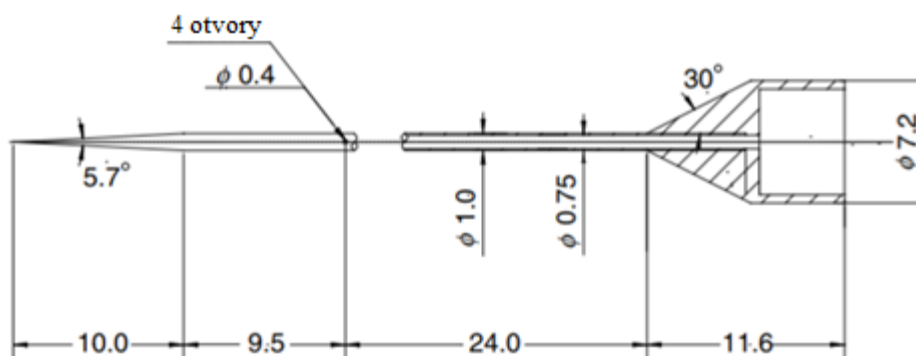
Samotné umístění měřicího zařízení (resp. mikrofonu) vzhledem k uspořádání experimentu logicky záleží na tom, jaký výstup je požadován. Ať jde o měření fluktuací tlaku na povrchu obtékaných těles, kdy jsou snímače zabudovány přímo do samotného povrchu tělesa, za clonou či schodem, kde může být využita soustava většího množství mikrofónů (obr. 1), anebo v úplavu tělesa. Mimo jiné z důvodu již uvedeného rušení z okolí je nutné pro správné výsledky kromě kalibrace mikrofonu na dané prostředí také nějakým způsobem eliminovat nežádoucí zdroje tlaku. [6]

Vzdáleně podobný případ zadání této práce je popsán v [7]. Jde o způsob měření fluktuací statického tlaku ve volné smykové vrstvě v aerodynamickém tunelu (obr. 2).



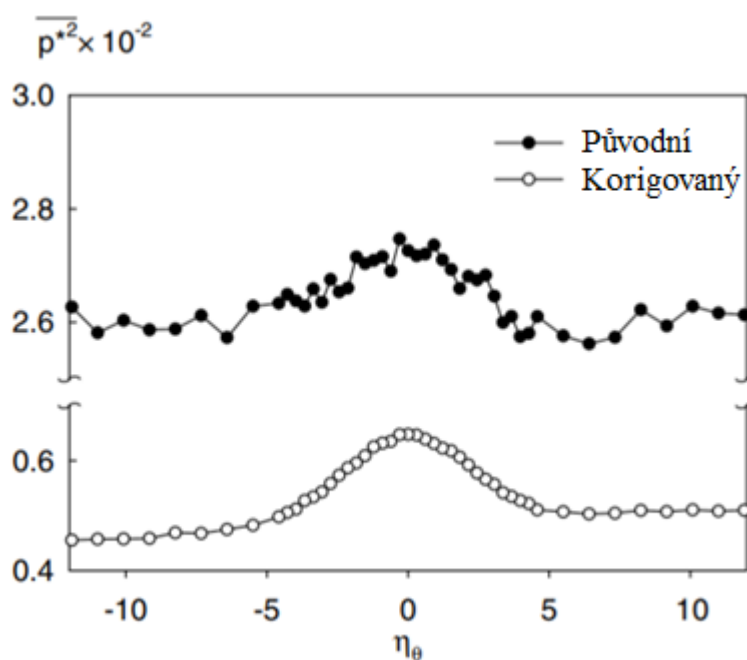
obr. 2 Schéma proudového pole [7]

Pro měření byla vyrobena sonda dle obr. 3, která je vložena do proudu vzduchu a odběr statického tlaku je snímán díky 4 otvorům na průměru těla sondy o velikosti 1 mm. Následně jsou hodnoty převedeny na elektrický signál pomocí kondenzátorového mikrofonu umístěného v koncové části sondy.



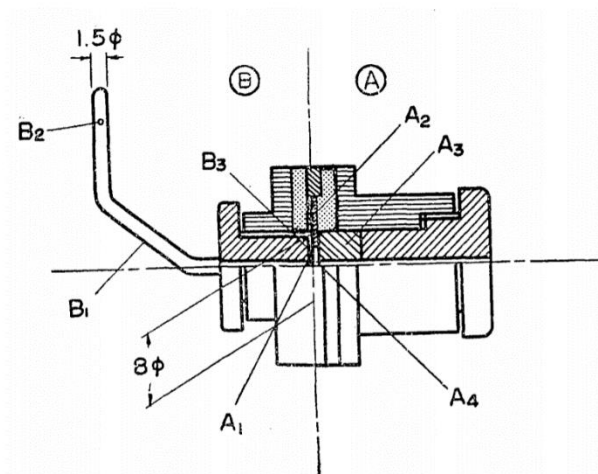
obr. 3 Schematický náčrt trubice pro odběr statického tlaku (rozměry v mm) [7]

Za účelem omezení hluku z pozadí aerodynamického tunelu je v tomto případě použita souběžně měřící druhá sonda totožných rozměrů uložená mimo volnou smykovou oblast, tedy do nerušeného proudu. Signál získaný z druhé sondy je odečten od toho z volné smykové oblasti. Tímto způsobem jsou za předpokladu dostatečné citlivosti a odezvy mikrofonů změřeny fluktuace statického tlaku. Na obr. 4 je patrný značný rozdíl před a po korekci okolního hluku, kde η_0 představuje bezrozměrný poměr y /hybnostní tloušťka smykové vrstvy pro $x=100$ mm. [7]



obr. 4 Efekt redukce šumu na fluktuaci tlaku v místě $x=100$ mm [7]

Principiálně stejný způsob měření je použit dle [8] při experimentálním měření fluktuací tlaku přímo v úplavu válce o průměru 10 mm. Pro snímání lokálního tlaku byl zvolen mikrofon doplněný o trubicí zachycující statický tlak v nerušeném proudu. Schéma aparatury zobrazuje obr. 5.



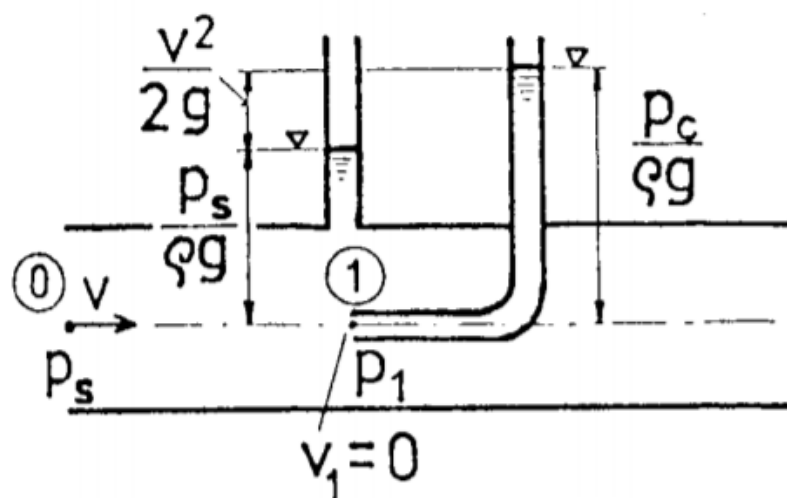
obr. 5 Schéma tlakového snímače [8]

Část A je kondenzátorový mikrofon, membrána A1 je elektricky izolovaná od elektrody A3 izolační vrstvou A2. Část B je trubice s dvěma malými postranními otvory B1 o průměru 0,4 mm pro odběr statického tlaku. Pro takovouto konstrukci vznikají ale nežádoucí vedlejší účinky, jako jsou tlakové ztráty v trubici a tzv. Helmholtzova rezonance. Kompenzace těchto vedlejších efektů je možná dvěma způsoby, posunutím rezonance do vyšších hodnot a snížením výchylek, což lze zajistit úpravou rozměrů sondy (obzvláště části B), nebo vyrušením rezonance vhodnou elektronickou úpravou. V prvním případě by však změna rozměrů měla značný dopad na citlivost zařízení. V druhém případě bylo tedy využito pásmového filtru, který zajistí nepropustnost určitých frekvencí, a kompenzačního zesilovače. [8]

2 Měření tlaku pomocí tlakové sondy

2.1 Typy a charakteristiky sond

Asi nejpoužívanějším způsobem měření místního tlaku, případně místní rychlosti, v proudovém poli je pomocí tlakové, nebo také pneumometrické, sondy, a to především z důvodu jejich jednoduchosti a zároveň relativně dobré přesnosti. Mezi nejznámější patří Pitotova a Prandtlova sonda. V zásadě jde o vložení trubice s vývody do proudu tak, že její osa je rovnoběžná se směrem proudění média. [9]

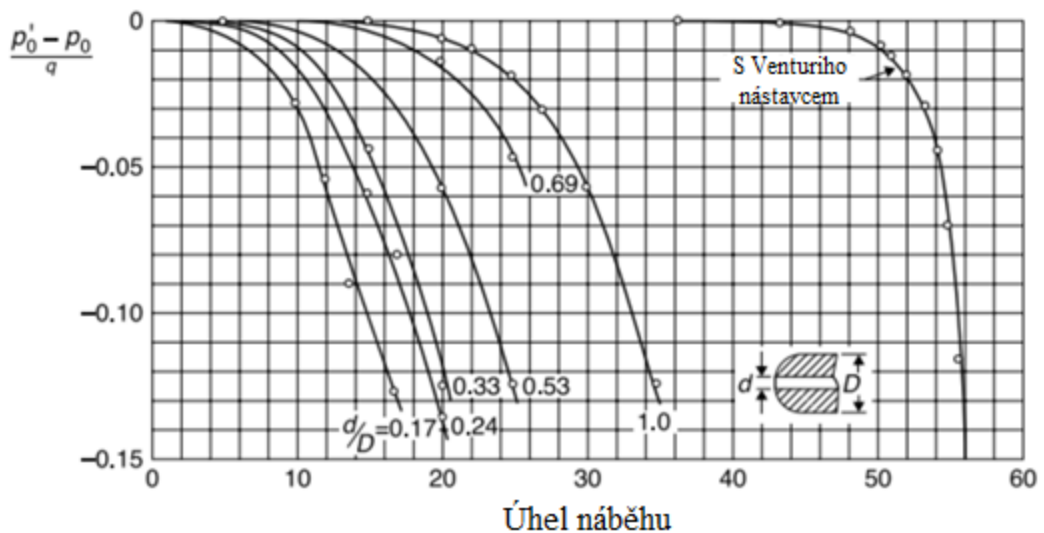


obr. 6 Měření statického tlaku piezometrickou trubicí (vlevo) a celkového tlaku Pitotovou trubicí [9]

Proudí-li ve vodorovném potrubí tekutina, vzniká v něm přetlak díky statickému tlaku p_s , to je takový tlak, na který nemají vliv dynamické účinky tekutiny, respektive prostředí. Dle obr. 6 je měřen piezometrickou trubicí nainstalovanou kolmo na stěnu. Proti směru proudění je vložena Pitotova trubice. Z principu vyrovnání tlaků v trubici je zřejmé, že v ústí sondy, tedy v místě 1, musí být místní rychlost nulová (v trubici nedochází k proudění), zde tedy na výšku hladiny bude mít vliv i rychlost proudící tekutiny. Z toho plyne, že Pitotova sonda měří celkový tlak p_c , který je součtem tlaku statického p_s a tlaku dynamického p_d . [9]

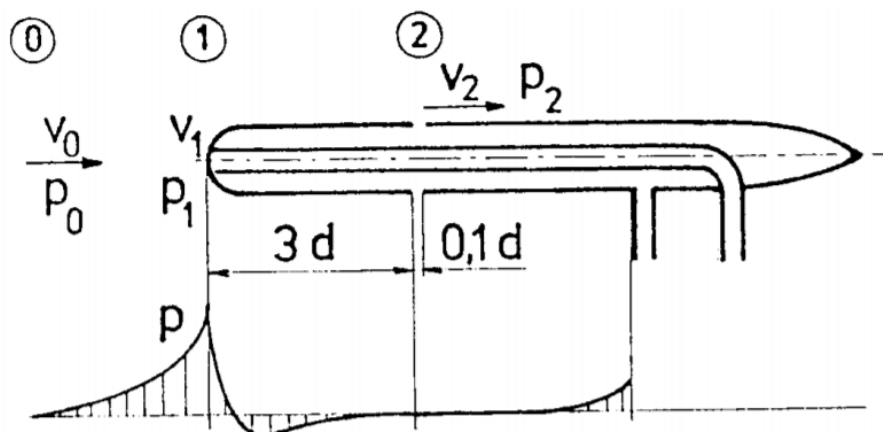
Obecně výsledný změřený tlak závisí na úhlu náběhu, pokud ústí trubice není kolmé na směr proudu, celkový tlak bude nižší. Nicméně tento jev je do úhlu náběhu $\pm 10^\circ$ zanedbatelný. Jak je vidět z obr. 7, citlivost sondy na úhel náběhu je mimo jiné závislá i na poměru vnitřního průměru d a vnějšího průměru D . [10]

(Na obr. 6 je sice schematicky naznačeno měření tlaku pro kapalinu, nicméně pro vzdušiny bude za určitých podmínek dle [9] platit analogie.)



obr. 7 Závislost diference tlaků na úhlu náběhu při poměru vnitřního a vnějšího průměru [10]

Na obr. 8 je vyobrazena druhá ze zmíněných sond, a to Prandtlova. Existuje mnoho úprav a modifikací této sondy, ale princip je stále stejný. Dvě sousedě navzájem od sebe oddělené trubicovité komory umožňují odběr celkového tlaku p_c (na obr. p_1 , místo 1) a ve dvou sobě blízkých bodech statického tlaku p_s (na obr. p_2 , místo 2). Geometrie sondy je přesně daná, body pro odběr statického tlaku jsou ve vzdálenosti minimálně tří vnějších průměrů těla sondy od ústí, teprve v těchto místech je statický tlak nerušený konstrukcí samotné sondy a rovná se přibližně statickému tlaku nerušeného proudu p_0 . [9] Jak již bylo řečeno, výsledky měření závisí na úhlu náběhu proudu a citlivost sondy na úhel náběhu je i zde ovlivněna geometrií přední částí, která se doporučuje u subsonických rychlostí kulová. U Prandtlovy sondy bývá výsledek zatížen chybou menší než 1 % při úhlu náběhu do $\pm 17^\circ$.



obr. 8 Prandtlova sonda. Rozložení tlaku po povrchu sondy. [9]

Pro eliminaci vlivu úhlu náběhu na výsledky měření se využívají modifikované tlakové sondy, které ale vycházejí ze stejného principu. U těchto sond lze přesně měřit s úhlem náběhu řádově až do několika desítek stupňů (např. Kielova sonda).

Samotné sondy by jako takové k ničemu nebyly, pro odečtení absolutních hodnot tlaku jsou na vývody následně nainstalovány podle potřeby různé měřící členy (U-manometry, tlakoměry, tlakové převodníky atd.). [10]

2.2 Spojení sondy s převodníkem

Při spojení sondy s tlakovým převodníkem je nutné také brát ohled na jevy, které mezi těmito dvěma součástmi při vedení tlakového signálu nastanou. Samotný tlakový převodník bude snímat tlak, který je ovlivněn ztrátami ve vedení od sondy (např. třecí ztráty či změna hustoty), s nějakou časovou prodlevou. Je tedy chybné mluvit pouze o časové odezvě samotného převodníku. Na výslednou odezvu měření má vliv každá část systému. [10]

Problémy spojené s vedením tlakových změn do převodníku mohou nastat s útlumem v hadicích, ucpáním, únikem ve spojení částí či rozdílnou teplotou. Dle [11] platí, že pro lepší odezvu je vhodné volit stejné průměry a délky všech hadiček ve vedení, a to co nejmenší, resp. nejkratší. Pokud je ale průměr příliš malý, může docházet k ucpávání nebo kapilaritě. Doporučené rozměry dle [11] jsou dány v tab. 1

tab. 1 Doporučený průměr spojovacích hadiček [11]

Průměr (minimální) a délka spojovacích hadiček		
Průměr pro typ média	Délka hadiček (0 – 16 m)	Délka hadiček (16 – 45 m)
Pára/ voda/ suchý vzduch/ plyn	7 – 9 mm	10 mm
Vlhký vzduch/ plyn	13 mm	13 mm
Olej (malá/střední viskozita)	13 mm	19 mm
Špinavé tekutiny	25 mm	25 mm

Pro eliminaci teplotních vlivů, které ovlivňují hustotu tekutiny, je doporučeno, aby hadičky ve vedení byly umístěny blízko sebe a ve stejných okolních podmínkách. [11]

Jak již bylo řečeno, ve vedení mezi sondou a převodníkem dochází k nežádoucím jevům, které mohou značně ovlivnit výsledek měření. Jedním z takových jevů je tlumení tlakového

signálu z důvodu akumulace tekutiny, což se projeví změnou hustoty (u kapalin je tento jev zanedbatelný). Tlaková změna se šíří ve formě vlny až k převodníku, ve vedení dochází k tlakovým ztrátám z důvodu tření mezi stěnou a tekutinou a samotné viskozity tekutiny. V okamžiku, kdy tlaková vlna dorazí na snímač, odrazí se zpět do trubic. V závislosti na frekvenci odražené vlny a délce vedení jsou ovlivněny nově přicházející tlakové vzruchy. [12]

Právě pro vyjádření změny hustoty je definována veličina stlačitelnost tekutiny. Je popsána pomocí modulu objemové pružnosti E_m . Uvažujeme-li kontrolní objem v určité části hadice, která je zhotovena z dostatečně tuhého materiálu, pak na něj působí v důsledku tlakové změny tlaková síla, která v každém okamžiku překonává síly setrvačné a třecí. Potom dle [13] lze za zjednodušených podmínek (předpoklad ideálního plynu) určit míru útlumu pro plyny jako

$$\zeta = \frac{32\mu \sqrt{\frac{LV}{\pi E_m \rho}}}{d^3}, \quad (1)$$

kde μ je dynamická viskozita, V celkový objem plynu, L délka vedení, ρ hustota, d průměr hadic. V případě zavedení rychlosti zvuku ideálního plynu jako $a = \sqrt{\kappa r T}$, kde κ je Poissonova konstanta, r měrná plynová konstanta a T termodynamická teplota plynu. Pak lze rovnici přepsat jako

$$\zeta = \frac{32\mu \sqrt{\frac{VL}{\pi}}}{a \rho d^3}, \quad (2)$$

kde V značí celkový objem plynu, tedy objem v hadičkách a objem v samotné komoře převodníku. (Vnitřní objemy převodníků se mohou pohybovat řádově v deseti tisících mm^3). V případě, že objem v hadičkách $V_t = \frac{\pi a^2}{4} L$ by byl výrazně větší než objem v převodníku, lze systém přirovnat k chvění vzduchu ve varhanách. Pak pro lepší predikci je vhodné využít vzorce

$$\zeta = \frac{16\mu L \sqrt{0,5 + 4 \frac{V}{V_t}}}{d^2 \rho a}. \quad (3)$$

Ze vzorce (2) je tedy zřejmý velmi důležitý fakt, že s rostoucím průměrem vedení a s klesající délkou se zlepšuje odezva systému.

Pro názorný příklad měření proudícího vzduchu, kdy měřicí systém se skládá z převodníku o vnitřním objemu $40\,000\text{ mm}^3$ s přípojovacími rozměry hadiček $1/8''$ (3,125 mm), jejich délkou 150 mm, uvažujme pro proudící vzduch fluktuace tlaku kolem hodnoty normálního tlaku, tedy $p_b = 101,325\text{ kPa}$, a platí, že:

$$\begin{aligned}\kappa &= 1,4 \\ T &= 298,15\text{ K} (25\text{ }^\circ\text{C}) \\ r &= 287,1\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}\end{aligned}\tag{4}$$

$$\rho = \frac{p_b}{r\cdot T} = \frac{101\,325}{287,1\cdot 298,15} = 1,184\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\tag{5}$$

$$\mu = 18,4 \cdot 10^{-6}\text{ Pa}\cdot\text{s}$$

Výpočet probíhá za předpokladu, že vzduch můžeme nahradit modelem ideálního plynu.

Pro rychlost šíření akustické vlny je

$$a = \sqrt{\kappa r T} = \sqrt{1,4 \cdot 287,1 \cdot 298,15} = 346,12\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Pro objem v trubičkách platí

$$V_t = \frac{\pi d^2}{4} L = \frac{3,125^2 \cdot \pi}{4} \cdot 150 = 1150,5\text{ mm}^3,$$

z čehož vyplývá, že objem vzduchu ve vedení je mnohonásobně menší než objem vzduchu v komoře převodníku, proto využijeme rovnice (2)

$$\zeta = \frac{32\mu\sqrt{\frac{VL}{\pi}}}{\rho d^3} = \frac{32 \cdot 18,4 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{(40\,000 + 1150,5) \cdot 10^{-9} \cdot 0,150}{\pi}}}{346,12 \cdot 1,184 \cdot (3,125 \cdot 10^{-3})^3} = 0,066.$$

Z výsledku vidíme, že takovýto systém by byl tlumen velmi slabě. [13]

3 Úplav tělesa

Chceme-li provádět měření v úplavu tělesa, je nutné si ujasnit, co chceme měřit a za jakých podmínek. Může totiž nastat případ, že jev, který bychom chtěli vyhodnotit, by v důsledku špatně zvolených podmínek vůbec nenastal.

3.1 Charakteristika proudění

Rozdělení proudění do různých kategorií může být dle mnoha kritérií (fyzikální význam, závislost na čase aj.). U proudění vazkých, tedy reálných, tekutin se rozlišují dva režimy proudění, a to laminární a turbulentní. Při laminárním proudění dochází pouze ke klouzání jednotlivých vrstev tekutiny po sobě a nedochází k mísení se částic mezi vrstvami. Naopak u turbulentního režimu se jednotlivé vrstvy promíchávají, dochází tak ke vzniku vírů, díky kterým je proudění nestacionární. Přechod mezi těmito dvěma režimy udává kritické Reynoldsovo podobnostní číslo. Jeho obecný tvar je dán vztahem (6).

$$Re = \frac{U \cdot d}{\nu}, \quad (6)$$

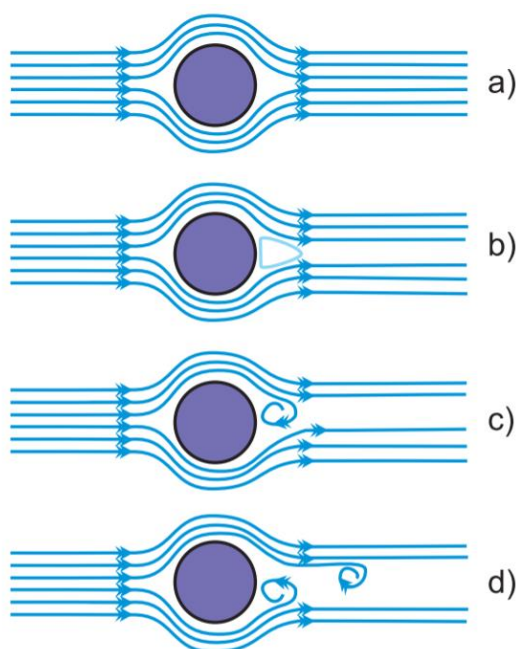
kde U je střední rychlost nerušeného proudu, d je hydraulický průměr a ν je kinematická viskozita. Jeho kritická hodnota bývá zjišťována experimentálně, avšak přesná hranice přechodu laminárního proudění (nízká Re) na turbulentní (vysoká Re) není stanovena, jelikož přechod mezi režimy je závislý na mnoha aspektech, např. na geometrii, ve které probíhá proudění, na způsobu změny rychlosti proudění, otřesech a dalších. Z tohoto vyplývá, že za určitých okolností lze laminární proudění udržet i při vyšších hodnotách Re , a proto se proudění kolem kritických hodnot označuje jako přechodové. Např. proudění v kruhovém potrubí je laminární přibližně pro hodnoty $Re < 2300$, ale lze ho udržet i do podstatně vyšších hodnot, řádově desítky tisíc.

Jak je vidět ze vztahu (6), Reynoldsovo číslo dává do souvislosti síly setrvačné a vazké, proto má velký význam při pozorování odporů při samotném proudění tekutiny v potrubí či při obtékání těles. [14]

3.2 Vznik vírové stezky

Vložíme-li do proudu tekutiny těleso, můžeme za ním pozorovat děje, které jsou závislé právě na okolních podmínkách. Tvorba vírů za obtékající překážkou byla pozorována už za dob Leonarda da Vinciho (konec 15. st.). Asi nejběžnější překážkou pro pozorování

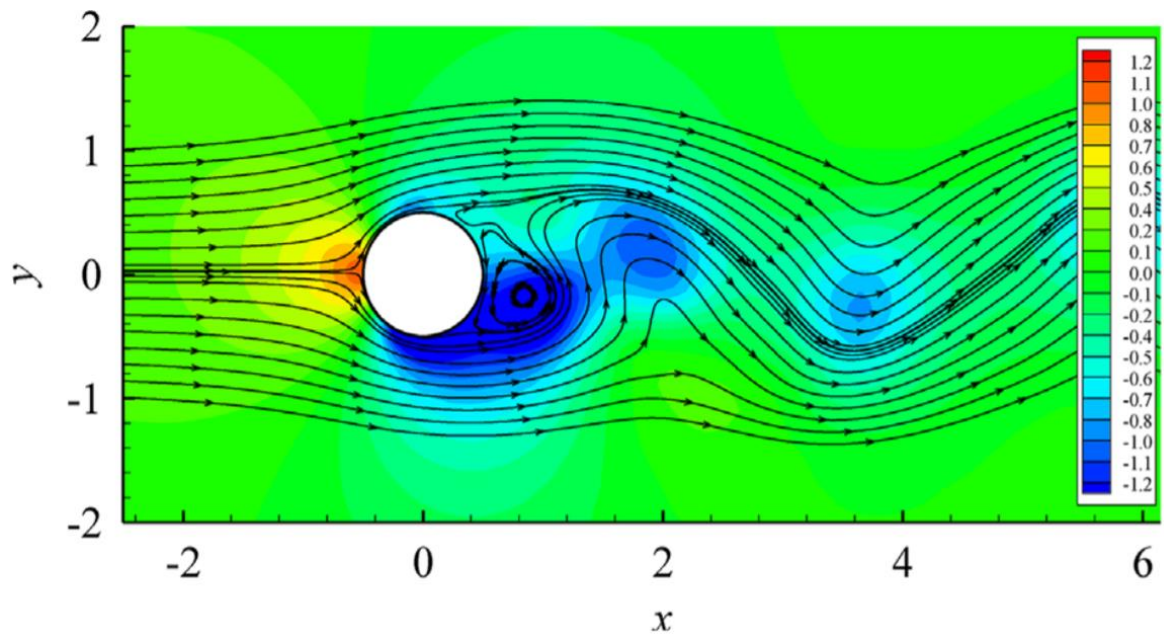
a studium takového jevu je obtékaný válec. Vytváření vírů za válcem, který je vložen kolmo na směr proudění do proudící tekutiny, je znázorněn na obr. 9. Při velmi nízkých rychlostech laminárního proudění (obr. 9a) převládají vazké síly nad setrvačnými, proto tekutina ulpívá na povrchu válce a obtéká ho rovnoměrně, nedochází tedy k tvorbě vírů. Budeme-li rychlost proudu před válcem postupně zvyšovat (obr. 9b), síly setrvačné začnou převládat nad silami vazkými a dojde k odtržení proudu, vzniká úplav. Za válcem se vytvoří oblast s nižším tlakem. Při dalším nárůstu rychlosti se za válcem vytvoří turbulentní proudění (obr. 9c), které je doprovázené postupnými změnami tlaku po stranách tělesa. Jakmile dojde k interakci víru s hlavním proudem tekutiny, vír se utrhne od válce a je unášen tekutinou (obr. 9d), oblast s nižším tlakem se následně přemístí na protější stranu válce a jev se opakuje. Výsledkem je pravidelné odtrhávání vírů, čímž vzniká tzv. Kármánova vírová stezka (obr. 10).



obr. 9 Tvorba vírů za obtékaným válcem [16]

3.3 Charakteristika odtrhávání vírů Kármánovy stezky

Na frekvenci odtrhávání vírů je potřeba dávat pozor zejména u staveb typu výškových budov či mostů, v případě, že by se frekvence odtrhávání vírů shodovala s vlastní frekvencí stavby, mohlo by to mít nebezpečné následky.

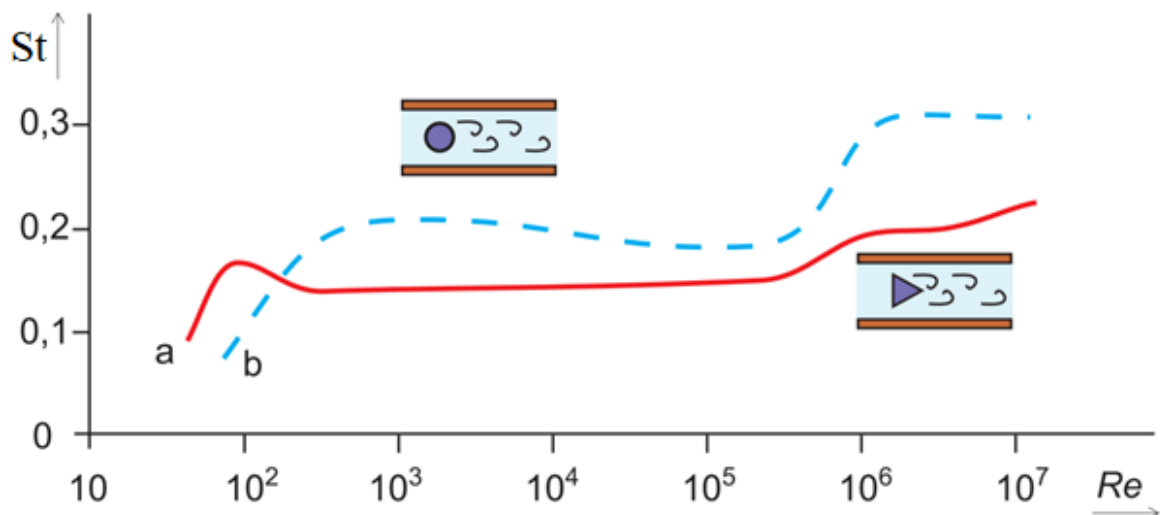


obr. 10 Simulace rozložení statického tlaku podél válce při nízkých Re [17]

Frekvence odtrhávání vírů je definována pomocí Strouhalova čísla

$$St = \frac{f \cdot D}{U} = f(Re), \quad (7)$$

kde f je frekvence a D charakteristický rozměr překážky. Z rovnice (7) je zřejmé, že velikost Strouhalova čísla závisí na tvaru překážky a rychlosti nabíhajícího proudu. Je také evidentní, že musí existovat i vzájemná závislost mezi Reynoldsovým a Strouhalovým číslem, která je měřena experimentálně, jak je zobrazeno pro dvě odlišné geometrie překážky (válec a hranol) na obr. 11.

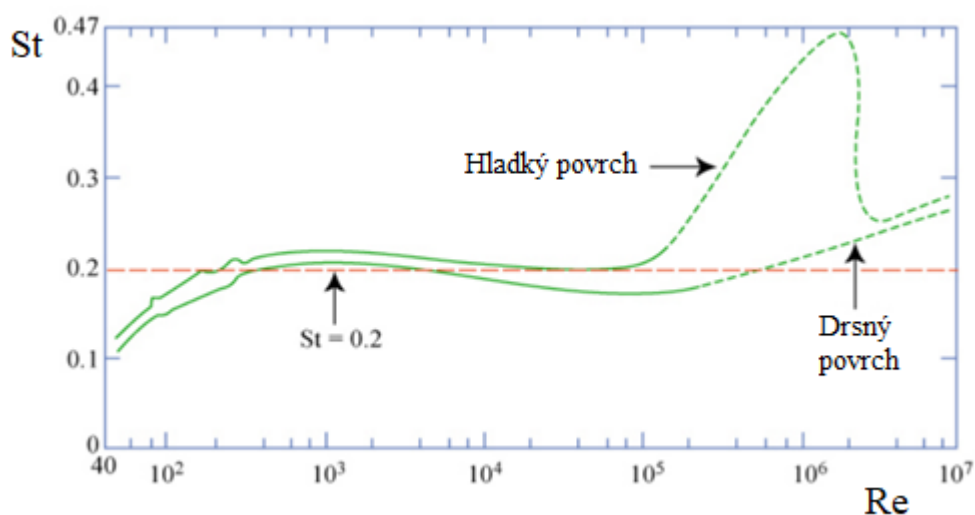


obr. 11 Závislost St na Re [16]

Mimo jiné existuje také mnoho empirických vztahů pro Strouhalovo číslo, jedním z nich je dle [15] vztah pro obtékání válce pro Strouhalovo číslo jako funkci Reynoldsova v nám zajímavém rozmezí $Re < 2 \cdot 10^5$, a to

$$St = 0,212 \left(1 - \frac{21,2}{Re} \right). \quad (8)$$

Jak již bylo řečeno výše, vztah pro frekvenci odtrhávání vírů je linearizovaný pouze pro určitou oblast, z obr. 11 a obr. 12 je patrné, že v poměrně široké oblasti Reynoldsových čísel lze St považovat přibližně za konstantní, a právě zde je frekvence vírů přímo úměrná rychlosti nabíhajícího proudu. V ostatních případech se na závislosti více projeví samotný vliv Reynoldsova čísla, popřípadě i drsnost povrchů (obr.12). [16]



obr. 12 Závislost Strouhalova čísla na Reynoldsově pro válec [28]

4 Vhodnost použití měřidla

Abychom zvolili v rámci možností správný druh a typ snímače, tak pro úplně prvotní představu, v jakých se pohybujeme diferencích tlaků a frekvencí, potřebných pro určení rozsahů a rychlosti snímání měřidla, z čehož vyloučí se i požadavky na snímač, nám postačí vycházet z počítačových simulací odpovídající naší geometrii měření.

4.1 Měření při nízkém Reynoldsově čísle

Na obr. 10 je znázorněno pomocí simulace rozložení statického tlaku, resp. tlakového koeficientu c_p , kolem obtékaného válce. Numerická simulace dle [17] byla provedena při laminárním režimu proudění o $Re = 200$. Budeme-li uvažovat válec o průměru $d = 100$ mm vložený do laminárního toku, při dodržení Reynoldsova čísla bude mít nabíhající proud rychlost přibližně 0,03 m/s. Barevné rozlišení polí udává změnu lokálního statického tlaku prostřednictvím normované hodnoty, tlakového koeficientu, definovaného v této simulaci jako

$$c_p = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho U^2}, \quad (9)$$

kde Δp představuje změnu statického tlaku oproti referenční hodnotě nerušeného proudu, U je rychlost nabíhajícího nerušeného proudu, ρ hustota vzduchu.

Ze simulace je podle barevné škály vidět, že k největší změně tlaku bude docházet kolem oblasti stagnačního bodu válce a v oblasti vytvářeného víru. Vzhledem k zaměření této práce na úplav se oblastí stagnačního bodu zabývat nebudu. V oblasti tvorby víru bude soudě dle znaménka „-“ docházet k poklesu tlaku, resp. tlakového koeficientu, o hodnotu 1,2, ze které lze snadno podle vztahu (9) určit diferenci tlaku oproti statickému tlaku nerušeného proudu.

$$\Delta p = c_p \cdot \frac{1}{2} \rho U^2 = -1,2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,184 \cdot 0,03^2 \cong -6,4 \cdot 10^{-4} \text{ Pa}.$$

Frekvenci odtrhávání vírů lze určit za pomoci vztahu (8) mezi Reynoldsovým a Strouhalovým číslem

$$St = 0,212 \left(1 - \frac{21,2}{Re}\right) = 0,212 \left(1 - \frac{21,2}{200}\right) = 0,1895$$

a z definice Strouhalova čísla (7) poté přímo vyjádřit frekvenci

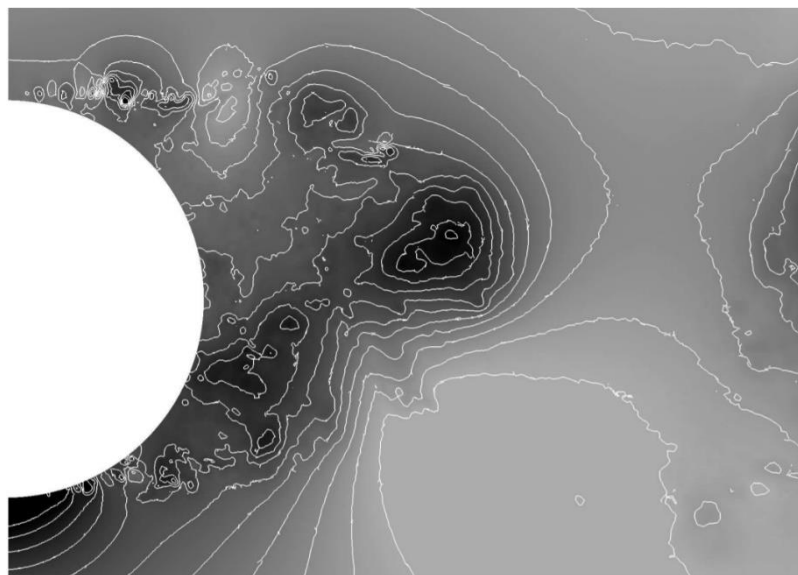
$$f = St \cdot \frac{U}{D} = 0,1895 \cdot \frac{0,03}{0,1} = 0,057 \text{ Hz},$$

kteřá odpovídá periodě T jakožto převrácené hodnotě frekvence $T = 17,5 \text{ s}$.

Snímání tlaku a provedení experimentu s tlakovými snímači či mikrofony za takovýchto podmínek bude velmi náročné, ne-li nemožné. Frekvence je tak nízká, že např. pro mikrofony je prakticky nezaznamenanatelná. Druhým problémem je naprosto minimální změna tlaku, pokud bychom tedy chtěli použít místo mikrofonu tlakový převodník, nenajdeme žádný s takovou citlivostí, natožpak s dostatečnou chybou, která se u nejpřesnějších převodníků pohybuje řádově v desetinách pascalu.

4.2 Měření při vyšších Reynoldsových číslech

Z důvodu popsaného v předcházející podkapitole se jako východisko nabízí zvětšit Reynoldsovo číslo na takovou hodnotu, ve které by tlakové rozdíly mohly být alespoň měřitelné. Nám zajímavá oblast Reynoldsových čísel se nachází dle [18] přibližně v oblasti 300 až 300 000, kde vírová stezka je plně turbulentní. Při vyšších hodnotách Re než 300 000 zaniká jasně patrná vírová stezka, úplav se zúží a laminární mezní vrstva na válci má již turbulentní podvrstvu.



obr. 13 Rozložení statického tlaku za válcem při $Re = 250\,000$ [19]

Z obr. 13, na kterém je vyobrazeno pomocí kontur rozložení statického tlaku v úplavu válce, lze vidět, že na spodní straně (povrchu) válce odpovídá odstín černé přibližně odstínu v určité

oblasti úplavu, a proto i difference tlaku v těchto místech by si sobě mohly odpovídat, což by tedy mohlo dostatečně posloužit pro předběžný návrh rozsahu a druhu měřidla.

Dle [19] lze vyjít z experimentálně naměřeného tlakového koeficientu c_p vypovídajícího o rozložení statického tlaku podél povrchu válce, který je zde definován jako

$$c_p = \frac{p_s - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U^2}, \quad (10)$$

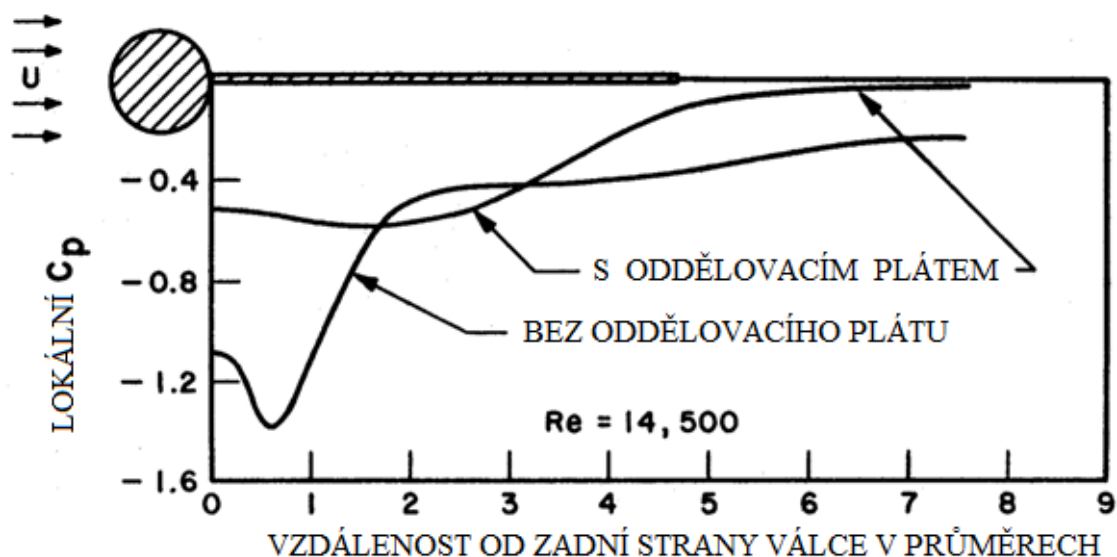
kde p_∞ představuje statický tlak nerušeného proudu a p_s lokální statický tlak na povrchu válce. Jestliže bychom opět uvažovali válec o průměru $d = 100$ mm a Reynoldsovo číslo $Re = 250\,000$ v souladu s obr. 13, pak by rychlost proudění byla přibližně $U = 38$ m/s. Pro takové podmínky je dle [19] maximální, resp. minimální, tlakový koeficient $c_p = -2,8$. Označíme-li celý čítec z rovnice (10) jako

$$\Delta p = p_s - p_\infty, \quad (11)$$

potom difference statického tlaku na spodní straně válce, resp. v úplavu, je

$$\Delta p = c_p \cdot \frac{1}{2}\rho U^2 = -2,8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,184 \cdot 38^2 \cong -2\,390 \text{ Pa}.$$

Znaménko mínus opět značí pokles tlaku oproti referenční hodnotě (statickému tlaku nerušeného proudu). Z obr. 14 je vidět, v jakých vzdálenostech za válcem dochází k největším změnám tlakového koeficientu, potažmo tlaku. V takovýchto místech by patrně bylo nejvhodnější vzhledem k větším fluktuacím tlaku uskutečnit měření.



obr. 14 Průběh velikosti tlakového koeficientu za válcem [18]

Pro kontinuální měření je nicméně důležité, v jakém rozmezí se tlaky oproti referenční hodnotě pohybují. Horní hranici tlakové fluktuace lze získat obdobným způsobem z tlakového koeficientu, který připadá nejmenší odchylce tlaku od referenční hodnoty, $c_p = -1,18$. Z rovnic (10) a (11) získaná diference tlaku je

$$\Delta p = c_p \cdot \frac{1}{2} \rho U^2 = -1,18 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,184 \cdot 38^2 \cong -1010 \text{ Pa}.$$

Tlak by tedy měl teoreticky podle uvedených hodnot periodicky fluktuovat v rozmezí od -1010 Pa do -2 390 Pa oproti referenční hodnotě.

V [19] je také uvedeno Strouhalovo číslo $St = 0,238$ odpovídající výše uvedenému případu. Potom pro frekvenci odtrhávání vírů platí z (7)

$$f = St \cdot \frac{U}{D} = 0,238 \cdot \frac{38}{0,1} = 90,44 \text{ Hz},$$

což odpovídá periodě přibližně $T = 11,1 \text{ ms}$.

Perioda odtrhávání bude důležitá pro správné zvolení měřidla, co se týče rychlosti vzorkování. Při výběru správné vzorkovací frekvence je nutné brát v potaz tzv. Shannon-Kotělníkův vzorkovací teorém. Ten říká, že je potřeba zvolit minimálně dvojnásobnou vzorkovací frekvenci, než je frekvence vzorkovaného signálu, tedy $f_{vz} \geq 2f_{max}$, kde f_{max} je frekvence vzorkovaného signálu. Bude-li dodržena minimální hodnota vzorkování, zabrání se tak nevratnému zkreslení signálu typu aliasing, které je pro představu běžně a dobře viditelné např. při snímání otáčejícího se kola či vrtule kamerou, kdy se zdá, že rotující objekt se točí navzdory očekávání (pomaleji, netočí se vůbec nebo se rotace dokonce jeví s opačným smyslem oproti skutečnosti). Pro eliminaci tohoto jevu by u výše uvedeného příkladu měla být vzorkovací frekvence snímače minimálně $f_{vz} = 181 \text{ Hz}$, tedy $T = 5,5 \text{ ms}$. [20]

Pro konkrétnější návrh lze z hodnot diference tlaku a minimální rychlosti snímání vybrat typ tlakového převodníku. Pro takovéto podmínky lze např. použít tlakový převodník PXM409 Series pro měření relativního tlaku s rozsahem 25 mbar = 2 500 Pa s relativní chybou samotného převodníku 0,08 % celkového rozsahu, což odpovídá absolutní chybě 2 Pa s dobou odezvy menší než 1 ms. Absolutní chyba převodníku 2 Pa vztážená na velikost pásma, ve kterém by se měřený tlak dle výpočtů měl pohybovat, představuje přibližně 0,1 % až 0,2 %. [21]

Jak již bylo zmíněno, pro malé fluktuace by byla možnost zvolit měřící mikrofon, např. typ M23 od firmy Earthworks s plochou frekvenční charakteristikou od 3 Hz do 23 kHz, kdy zvlnění v oblasti desítek až stovek hertzů dosahuje ± 1 dB, což představuje 0,01 Pa za předpokladu, že $1 \text{ Pa} = 94 \text{ dB}$. Nicméně vzhledem ke skutečnosti, že difference tlaku při vyšších Reynoldsových číslech (řádově deseti tisíce až sta tisíce) dosahuje hodnot kilopascalů, což je pro jednoduchost měření žádoucí, a mikrofon má maximální hodnotu tlakového vstupu 140 dB, je zřejmé, že použití mikrofonů u takto velkých tlakových rozdílů není vhodné a mohlo by dojít k trvalému poškození mikrofonu. [22]

Otázkou zůstává, jak vlastně takový statický tlak v úplavu měřit. Při využití „nekonečně“ dlouhého válce vloženého do měřícího prostoru s tělesovou osou kolmou na směr proudění nebudou mít jeho podstavy vliv na podobu úplavu, a proto se nabízí předpoklad, že veškeré změny turbulentního úplavu se odehrávají pouze ve 2D prostoru (v rovině rovnoběžné s podstavami válce), potom by odběr statického tlaku mohl být instalován tak, že osa odběru by byla rovnoběžná s osou válce. Pokud by ale změny v úplavu probíhaly ve 3D prostoru, nebyl by naměřen čistě statický tlak, ale přibyl by k němu ještě nějaký příspěvek tlaku dynamického od složky rychlosti rovnoběžné s osou válce.

5 Experimentální ověření

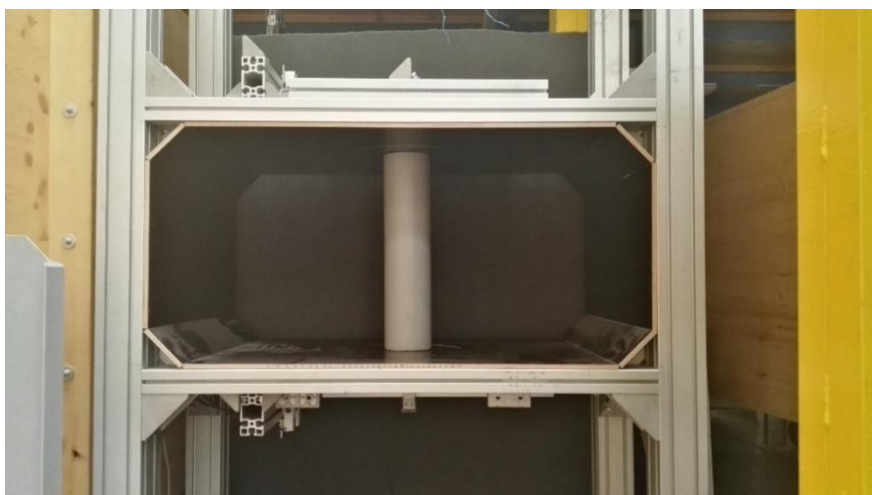
Celé měření bylo provedeno v laboratořích Ústavu mechaniky tekutin a termodynamiky Fakulty strojní ČVUT v Praze v aerodynamickém tunelu s měřícím prostorem o rozměrech 450 x 950 mm s možností maximální rychlosti proudícího vzduchu 65 ms^{-1} (obr. 15).



obr. 15 Měřící prostor aerodynamického tunelu ČVUT v Praze

5.1 Těleso pro vytvoření úplavu

Jako těleso pro měření fluktuací tlaku v jeho úplavu byl zvolen pro jednoduchost a pro porovnání s teoretickou částí válec. Pro dosažení požadavků na válec vycházející z teoretické části, jako je dostatečná hladkost a „nekonečnost“, jsem zvolil část odpadní roury z polypropylenu s vnějším průměrem 110 mm a délkou 450 mm, jejíž povrch je hladký dostatečně. Válec je namontován pomocí závitové tyče do předem vytvořené konstrukce s tvarem průřezu tunelu, která se společně s válcem a následně i sondou vsune do měřícího prostoru tunelu. Válec je uložen v konstrukci tak, aby byly eliminovány okrajové jevy, a tím byla nasimulována „nekonečnost“ válce, tedy napříč prostorem konstrukce mezi dnem a stropem, jak je vidět na obr. 16. Jelikož materiál trubky není tak tuhý, mohly by při obtékání nastat nežádoucí jevy v podobě vibrací či kmitání válce, které by nepříznivě ovlivnily úplav a následné měření. Proto jsou na závitovou tyč procházející válcem nainstalovány dvě kruhové výztuže z plexiskla, které byly vyřezány laserem s dostatečnou přesností, což umožňuje, aby byla závitová tyč centrovaná. Vytvořila se tak možnost i pro další použití, například měření odporových sil nebo vibrací pomocí akcelerometru. Válec s vnitřní stavbou je zobrazen na obr. 17.



obr. 16 Namontovaný válec v konstrukci



obr. 17 Válec s vnitřními výztuhami

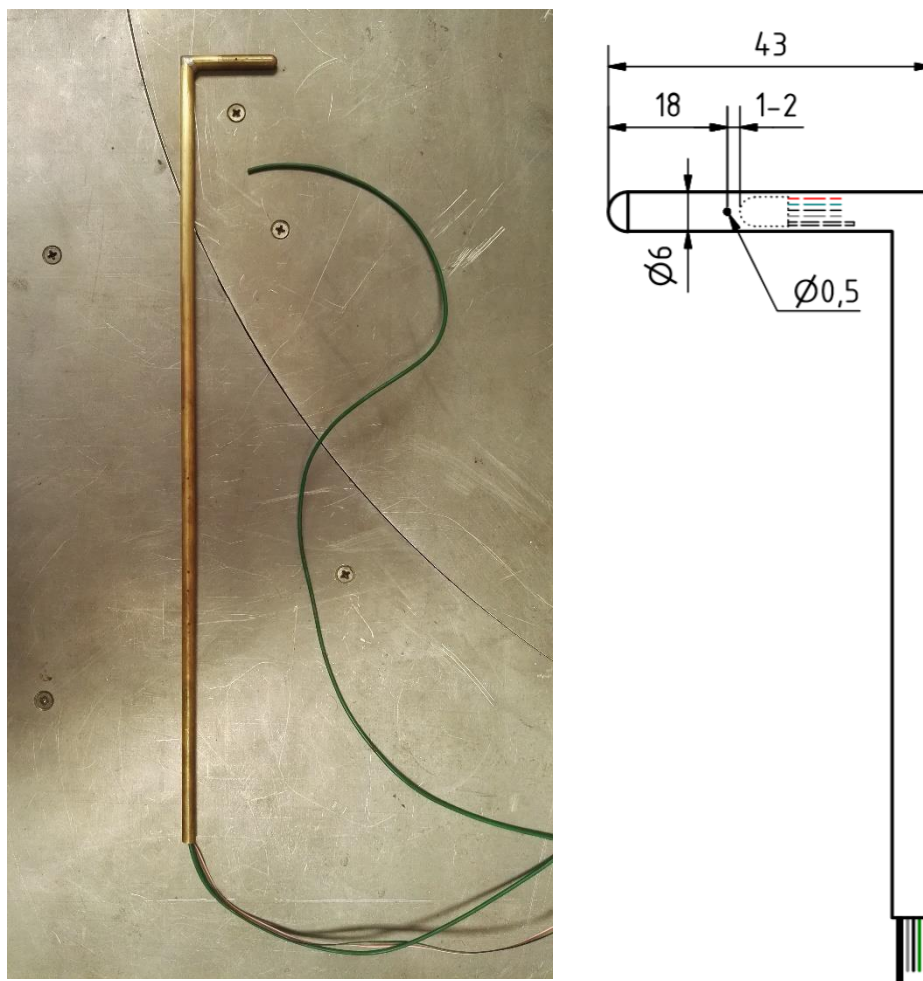
5.2 Návrh sondy

Původní návrh sondy měl vycházet ze spojení Prandtlovy sondy s ucpaným odběrem celkového tlaku (sonda na odběr statického tlaku) s přímo namontovaným tlakovým převodníkem Scanivalve DSA3217 u aerodynamického tunelu pomocí hadiček. Uspořádání tunelu, měřicího prostoru a pevně namontovaného převodníku je však takové, že hadičky přenášející tlakové změny by musely být velmi dlouhé, tedy vzhledem k malým rozměrům otvoru pro odběr statického tlaku na sondě neúměrné, proto by přenášený signál byl pravděpodobně velmi utlumený a zkreslený.

Tudíž bylo nutné zvolit jiné řešení, a to bez použití hadiček, ideálně aby snímač byl umístěn přímo v měřicí sondě a vedený signál byl již od počátku přenosu elektrický. Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky Fakulty strojní ČVUT v Praze zapůjčil rychlý tlakový snímač Kulite LQ-125 s napěťovým výstupem a rozsahem 35 kPa. Snímač je rozměrově malý, s absolutní chybou $\pm 0,1$ mV na výstupu, určený primárně pro integraci do listů lopatek nebo leteckých profilů, a schopný snímat několikanásobně vyšší frekvencí, než je pro nás nezbytné. [23]

Tvar a rozměry sondy vychází z [9] (viz obr. 8). Sonda je složena ze dvou částí. První část, ve které je uložen za otvory pro odběr statického tlaku samotný snímač, má kulovou náběhovou hranu vhodnou pro subsonické měření a co nejmenší průměr těla daný velikostí snímače. Umístění otvorů pro odběr statického tlaku, tedy přibližně tři průměry těla od stagnačního bodu, má dle [10] za následek nám dostačující chybu ± 1 %. Jak je zmíněno dříve, za předpokladu, že měřené děje v úplavu se odehrávají pouze ve 2D prostoru, byly

navrtány dva otvory na „horní” a „dolní” straně sondy pro zamezení účinků vzniklých vírů. Snímač v této části musí být zamontován vzduchotěsně, aby nedošlo k ovlivnění měření a byl snímán pouze statický tlak, k tomu postačilo epoxidové lepidlo. Druhá část sondy je pouze trubka o stejném průměru jako první část. Slouží primárně k uchycení celé sondy do prostoru za válec. Skrz trubku vedou dráty pro napájení snímače a výstup ze snímače a hadička propojující snímač s referenčním odběrem tlaku. Zhotovená sonda a její schematický náčrt je na obr. 18.



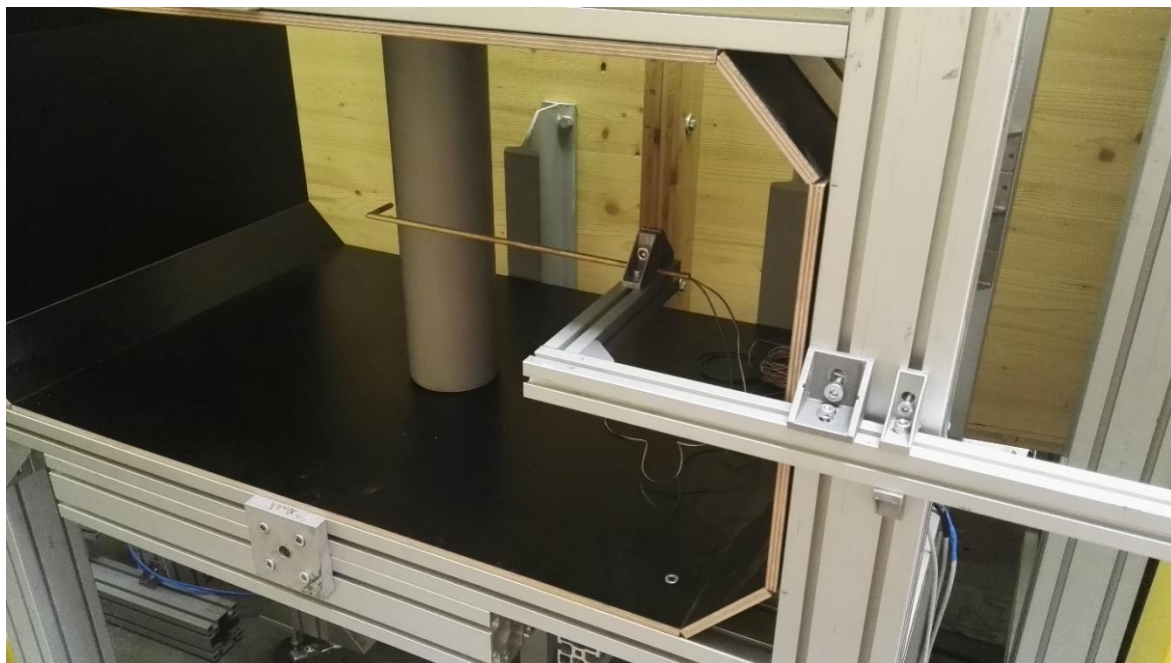
obr. 18 Vlevo - zhotovená sonda s uloženým snímačem, barevné kabely pro napájení a výstup snímače, hadička (silnější) pro spojení s referenčním tlakem. Vpravo - schematický okótovaný náčrt sondy s vyznačením umístění snímače, barevné kabely pro napájení a výstup snímače, hadička (silnější) pro spojení s referenčním tlakem.

5.3 Sestavení měřící aparatury

Jelikož tlakový snímač má napěťový výstup, bylo potřeba zajistit dostatečné stínění elektrického signálu před rušivým napětím z okolí, zejména společným pospojováním součástí měřící aparatury a její uzemnění na společnou zem. Tlakový snímač byl nakalibrován na napájení 10 volty, proto můstek snímače byl excitován pomocí dvou

9voltových baterií a následně skrze lineární regulátor napětí LM317 byla hodnota snížena a konstantně držena na daných 10 voltech. V případě použití napěťového zdroje zapojeného k síti byl do změřených hodnot zanesen opět výrazný šum. Jako referenční hodnota posloužil statický tlak v prostoru před dýzou. V tomto případě delší vedení hadičkou nevádí, jelikož tento tlak by měl být v rámci jedné rychlosti proudění konstantní. Změřená data byla zaznamenávána na PC skrze měřicí modul National Instruments NI-9215 softwarem LabView.

Sonda nainstalovaná za válcem přibližně v polovině výšky měřícího prostoru zajišťuje, aby nebyla ovlivněna stěnami případně nerovnostmi tunelu. Konstrukce pro připevnění umožňuje relativně jednoduchou manipulaci a pozicovatelnost sondy. Způsob uchycení sondy a ilustrativní umístění za válcem znázorňuje obr. 19.



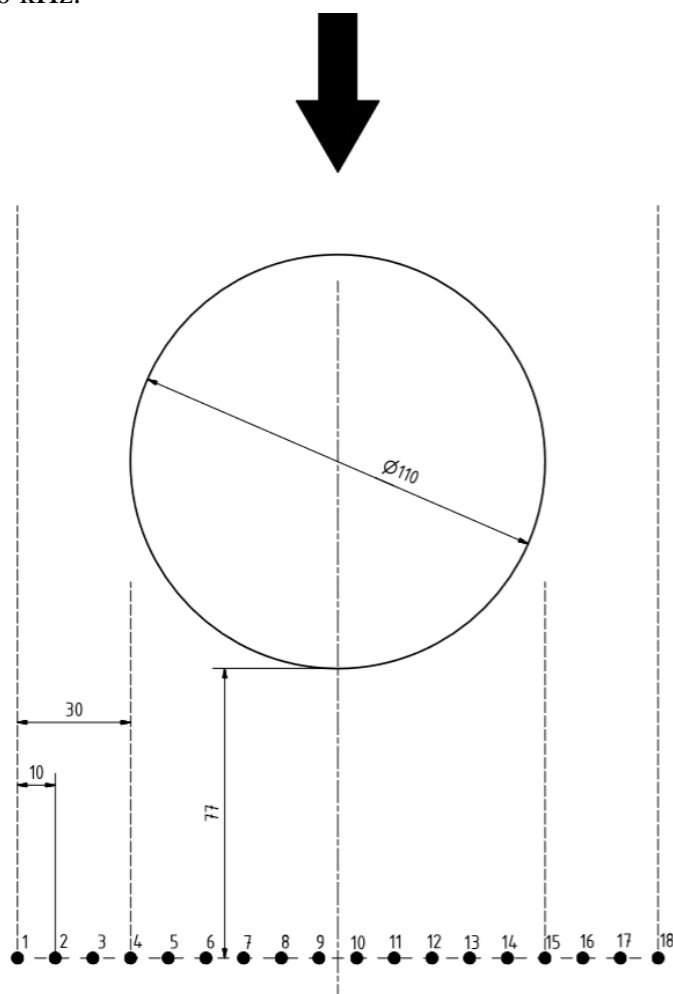
obr. 19 Způsob uchycení sondy

5.4 Popis měření

Při zahájení měření s nulovou rychlostí vzduchu v tunelu je již na výstupu nenulová hodnota určující pomyslnou diferencí tlaku, ač žádný tlakový rozdíl není. Tato hodnota vyplývá z tzv. offsetu, ze samotné vnitřní stavby snímače, popřípadě měřícího modulu. Příčinou může být např. nevyváženost můstku při nulové tlakové diferencii. Je tedy potřeba s tímto faktem v případě vyčíslování konkrétních hodnot při nenulových rychlostech proudění nadále počítat a odečíst ji od dalších naměřených dat.

Veškeré měření, které má být výstupem této práce, bylo provedeno při rychlosti přibližně 20 m/s. Tato rychlost byla zvolena vzhledem k okolnostem a velikosti válce tak, aby byl vytvořen plně vyvinutý turbulentní úplav s Kármánovou vírovou stezkou. Toto nastane dle [18] v rozmezí Reynoldsových čísel 300 až 300 000. Jelikož krajní hodnoty určují pouze orientační a ne striktní hranici přechodu mezi režimy proudění a typy úplavů a při našich laboratorních podmínkách může být přechod výrazně posunut, je tedy vhodné pohybovat se s Reynoldsovým číslem s dostatečnou rezervou od těchto hranic, což pro rychlost kolem 20 m/s je postačující. Pro referenci byla také změřena střední diference statického tlaku na dýze při odstraněném válci pro nerušený proud.

Způsob a metodika cílového měření je schematicky nakreslena na obr. 20. Pohled je směrem ze shora do osy válce. Šipka ukazuje směr nabíhajícího proudu (20 m/s). Sonda byla instalována v konstantní vzdálenosti $0,7 \cdot D$ válce od zadní hrany válce, kde se předpokládá největší změna tlaku, jak vyplývá z obr. 14, a postupně traverzovala pozicemi označenými dle obr. 20 čísly 1–18 a v každé pozici snímala nepřetržitě přibližně 1,5 minuty s nastaveným snímkováním na 10 kHz.



obr. 20 Pozicování sondy za válcem

5.4.1 Teoretické hodnoty a údaje o měření

Průměr válce	110 mm
Rychlost proudění	19,87 m/s (průměrováno z 10 měření)
Frekvence snímání	10 kHz
Teplota měřicího prostoru	28,9 °C (=302,05 K) (průměrováno z 10 měření)
Kinematická viskozita vzduchu ν	$16,484 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ [24]
Reynoldsovo číslo Re z (6)	132 595
Barometrický tlak p_b (změřen v laboratoři)	98 650 Pa
Hustota vzduchu ρ z (4) a (5)	$1,138 \text{ kg}/\text{m}^3$
Strouhalovo číslo St z (8)	0,212
Teoretická frekvence odtrhávání víru f z (7)	38,3 Hz
Měřený tlak	statický

Diference statického tlaku měřena vůči tlaku v prostoru před dýzou.

Tlakový spád mezi prostorem před dýzou a měřicím prostorem pro porovnání se změřenými hodnotami lze získat z Bernoulliovy rovnice a rovnice kontinuity pro nestlačitelnou tekutinu [9]

$$p + h\rho g + \frac{1}{2}\rho u^2 = konst. \quad (12)$$

$$u \cdot S = konst. \quad (13)$$

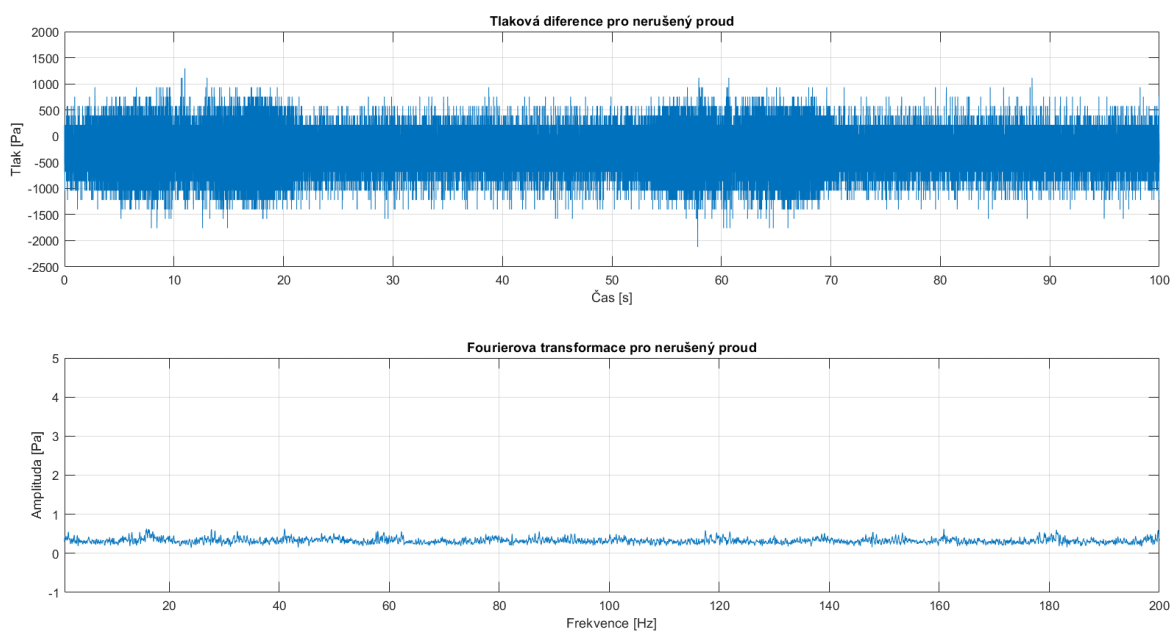
Po dosazení rozměrů průřezů před dýzou a měřicího prostoru a zjednodušení rovnic (12) a (13) se dostane vztah pro tlakový spád

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho u_{dýza}^2 \cdot (1 - 0,1673^2)$$
$$\Delta p = \frac{1}{2} \cdot 1,138 \cdot 19,87^2 \cdot (1 - 0,1673^2) = 218,4 \text{ Pa}$$

6 Analýza experimentálních výsledků

(Pro zpracování, úpravu a vyobrazení dat bylo využito díky školní licenci softwaru MATLAB R2018b.)

Z výše uvedeného důvodu byla „naměřena“ nenulová hodnota pro nulovou rychlost proudění. Střední hodnota výstupního napětí při nezatíženém tlakovém převodníku byla tedy 0,0302 V. V kalibračním certifikátu dodaného ke snímači je uvedena citlivost, která udává, že při excitaci můstkem 10 volty připadá na výstupu 12,11 mV/PSI.

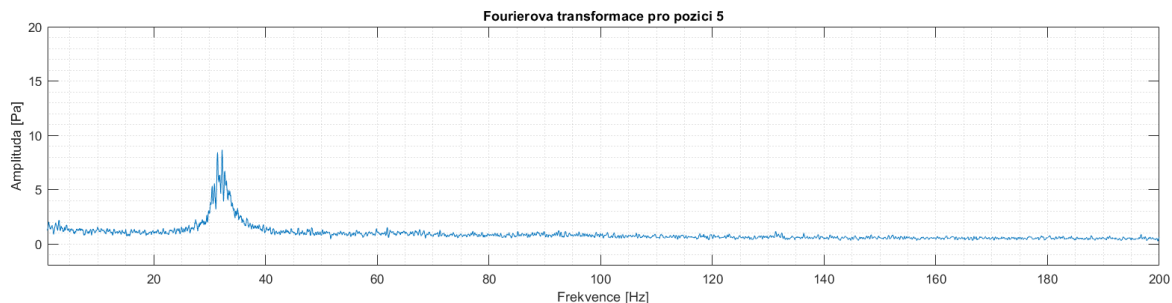


obr. 21 Grafické znázornění měření pro nerušený proud v časové a frekvenční oblasti

Na obr. 21 jsou zobrazena změřená data pro nerušený proud již po odečtení „nulové“ hodnoty. Jelikož z výpočtu výše vyplývá, že pro nás bude zajímavá zejména oblast nižších frekvencí, rozsah os je tomu přizpůsoben. Z grafu ve frekvenční oblasti je vidět, že žádná konkrétní frekvence nemá takový „peak“, který by výrazně převyšoval nad ostatními (obdobný průběh má graf i ve vysokých frekvencích). To poukazuje na relativně úspěšné odstínění nežádoucího šumu. V časové oblasti je průběh poměrně ustálený bez velkých výkyvů, proto lze i s ohledem na frekvenční oblast vypočítat rovnou střední hodnotu tlaku bez zpětné úpravy signálu (např. filtrace). Střední hodnota tlakové diference je tedy

$$\Delta p_{\infty} = -308 \text{ Pa.}$$

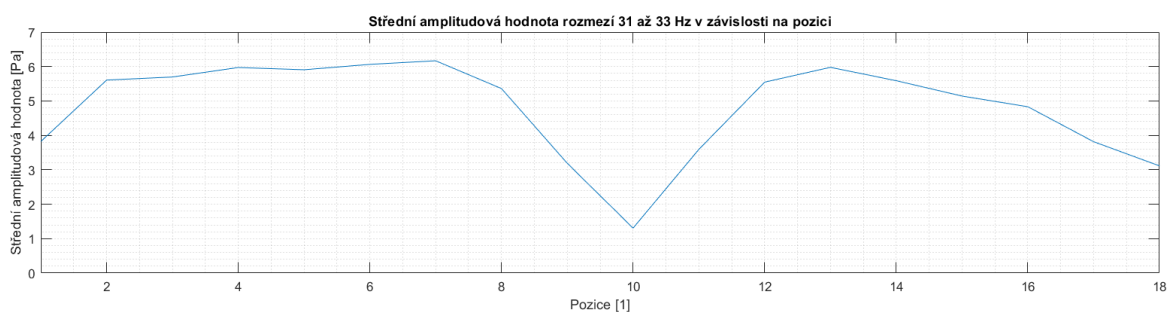
Výsledek je v souladu s teorií, kdy znaménko „-“ určuje pokles tlaku mezi místem před dýzou s větší plochou průřezu a výstupem z dýzy s menší plochou průřezu. Vzhledem k tomu, v jak malých tlakových hodnotách se pohybujeme, řekl bych, že vyhodnocená absolutní hodnota se liší opravdu jen nepatrně od té teoretické.



obr. 22 Příklad Fourierovy transformace pro pozici 5

Srovnáme-li obr. 22, který představuje jeden z příkladů frekvenční oblasti pozice 5, kdy už je tedy vložen do proudu válec, (viz obr. 20) a frekvenční oblast z obr. 21, liší se prakticky jen „peakem“ vyskytujícím se u frekvence kolem 32 Hz, která navíc během pozicování sondy za válcem setrvává, pouze její amplituda se mění. Tento jev nastal tehdy, vložil-li se do proudu válec. Společně s porovnáním s vypočtenou frekvencí odtrhávání vírů lze soudit, že za touto změnou je právě vytvořená Kármánova vírová stezka.

Díky tomu, že ve všech pozicích je frekvence kolem 32 Hz ve frekvenční oblasti výrazně zastoupena a nijak se neposouvá, lze vynést graf (obr. 23), na kterém je vidět průběh zastoupení složky kolem 32 Hz ve frekvenčním spektru odpovídající měření v jednotlivých pozicích. Při změně pozice sondy směrem k polovině válce zastoupení této frekvence nejprve roste a následně klesá a přibližně v polovině válce dosahuje minimální hodnoty. Je-li sonda neustále v konstantní vzdálenosti od zadní hrany válce, pak při růstu zastoupení této frekvence se sonda dostává do jádra vznikajících vírů, zatímco následně při poklesu ho opouští a dostává se do míst u středu válce, kde víry nemají na frekvenční spektrum již takový vliv.

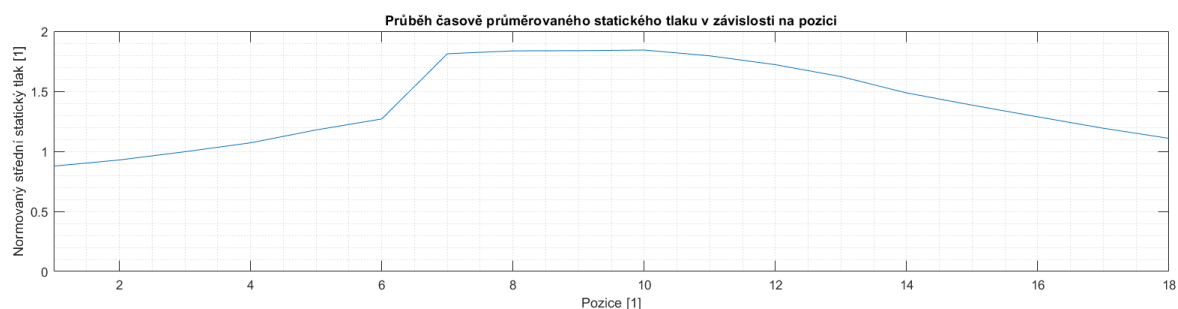


obr. 23 Graf závislosti střední amplitudové hodnoty každé pozice na pozici

V případě obr. 24 je zobrazen průběh časově středního statického tlaku, který je normován střední hodnotou nerušeného proudu

$$\Delta p = \frac{\Delta p_{\text{měřený}}}{\Delta p_{\infty}}. \quad (14)$$

Z (14) je zřejmé, že jedná-li se o normovanou veličinu, v místech s přibývajícím vzdáleností (kolmou na směr proudu) od válce by se tato hodnota měla limitně blížit k 1 a naopak směrem ke středu válce by tlak měl klesat, tedy hodnota této normované veličiny růst. Přesně tuto tendenci má křivka na obr. 24, největší tlakové difference je dosaženo v místech kolem středu válce, zde je difference statického tlaku téměř dvojnásobná co změřená statická difference na dýze. Avšak skutečnost, že v krajních hodnotách křivka není přímo rovna 1, může být způsobena do jisté míry chybou aparatury, ale spíše cizím ovlivněním, například uchycením sondy. Nicméně charakter, jakým se změna statického tlaku chová, vykazuje do značné míry stejné rysy jako u počítačových simulací obtékání válce z některých nastudovaných literatur, např. [25] pro nižší Reynoldsova čísla nebo [26] pro vysoká Reynoldsova čísla.



obr. 24 Průběh normovaného časově průměrovaného statického tlaku v závislosti na pozici

Předmětem k diskuzi zůstává, do jaké míry jsou výsledky zatíženy chybou. Je zřejmé, že do celkové nepřesnosti měření se promítne chyba jednotlivých součástí aparatury, proto je nutné určit společnou chybu celého systému. Budeme-li počítat nejistotu v oblasti kolem změřené střední hodnoty napětí nerušeného proudu s ohledem na chybu samotného snímače ($\pm 0,1$ % z maximální hodnoty výstupního napětí [23]) a chybu modulu ($\pm 0,02$ % z naměřené hodnoty [27]), dostaneme se díky linearitě převodníku a využití jeho citlivosti na absolutní chybu ± 57 Pa, což při vztažení na změřenou tlakovou difference 308 Pa odpovídá $\pm 18,5$ %. Chyba offsetu byla částečně eliminována nulovým odečtem.

7 Závěr

V práci bylo provedeno zhodnocení dostupných metod pro měření fluktuací tlaku v úplavu za obtékaným válcem v aerodynamickém tunelu, ze kterého následně vychází konečný návrh sondy pro experiment. Původně měla měřící aparatura vycházet ze spojení sondy na statický odběr tlaku s tlakovým převodníkem, nicméně v momentě, kdy jsem došel k závěru vycházející z rovnice (2), která říká, že odezva systému je lepší se zvětšujícím se průměrem a s ubývající délkou vedení, což vzhledem k uspořádání měřících částí u tunelu by sobě odporovalo, bylo nutné návrh přehodnotit do výsledné podoby popsané v práci. Značný problém způsobil také tlakový snímač, který měl napěťový výstup. Bylo nutné mnoha pokusy, zejména společným uzemněním všech částí systému, dostatečně odstínit nežádoucí šum z okolí. Tyto nepříjemnosti by pravděpodobně do velké míry pomohl vyřešit snímač s proudovým výstupem.

Ověření, zda sonda, resp. celý systém, snímá v rámci možností správně, bylo provedeno pro tlakový spád na dýze při rychlosti nerušeného proudu přibližně 20 m/s. Porovnání s teoretickou hodnotou potvrdilo možnost sondy na použití při dalším měření.

Z konečného měření na 18 pozicích v konstantní vzdálenosti za válcem jsem zpracoval a vynesl hodnoty do grafů, jejichž průběhy se také shodují s teorií. Jelikož odstínění elektrického signálu bylo dostatečné, nebyla nutná jeho zpětná úprava, jako např. použití různých možností filtrace, pouze jsem použil vyhlazení signálu pomocí metody Savitzky-Golay. Z grafů, obzvláště z obr. 23, je též vidět, že i na krajních pozicích má válec stále vliv.

Z logiky věci vyplývá, že grafy by měly být symetrické podle osy válce, což v mém případě není úplně dokonalé. Jako nejpravděpodobnější vysvětlení této nesymetrie se jeví ovlivnění samotným držákem sondy, který již v pozicích odběru statického tlaku na vzdálenější straně válce je poměrně blízko úplavu. Proto pro zpřesnění výsledků by byla nasnadě buď úprava držáku, aby byl méně robustní a nenarušoval v takové míře proud, ale zároveň aby dokázal odolat vibracím způsobených proudem, nebo v průběhu měření přechytit sondu na protější stranu měřícího prostoru. Patrně by bylo vhodné provést i ověření měřících vlastností sondy, např. skrze srovnání hodnot nerušeného proudu měřených jinou, certifikovanou, sondou, a následně tyto zohlednit. Podíváme-li se na chybu měření, která rozhodně není zanedbatelná, největší podíl na ní má kombinovaná nejistota samotného snímače, pokud bychom měli snímač kalibrovaný pro takto malé tlakové difference, výrazně bychom tuto chybu snížili.

Bibliografie

- [1] ŠKVOR, Zdeněk. *Elektroakustika a akustika: vysokoškolská učebnice*. Vyd. 1. V Praze: České vysoké učení technické, 2012. ISBN 978-80-01-05034-7.
- [2] WIRSUM, Siegfried. *Abeceda nf techniky*. 1. čes. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 1998. ISBN 80-86056-26-0.
- [3] EARGLE, John. *The microphone book*. 2nd ed. Oxford: Focal Press, 2004. ISBN 0-240-51961-2.
- [4] KÄLVESTEN, Edvard, Lennart LÖFDAHL a Göran STEMME. A small-size silicon microphone for measurements in turbulent gas flows. *Sensors and Actuators A: Physical* [online]. 1994, **45**(2), 103-108 [cit. 2019-07-03]. DOI: 10.1016/0924-4247(94)00824-8. ISSN 09244247. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0924424794008248>
- [5] FUCHS, H.V. Measurement of pressure fluctuations within subsonic turbulent jets. *Journal of Sound and Vibration* [online]. 1972, **22**(3), 361-378 [cit. 2019-04-13]. DOI: 10.1016/0022-460X(72)90171-X. ISSN 0022460X. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0022460X7290171X>
- [6] KE, Feng, Ying-zheng LIU, Wei-zhe WANG a Han-ping CHEN. Wall Pressure Fluctuations of Turbulent Flow Over Backward-Facing Step with and Without Entrainment: Microphone Array Measurement. *Journal of Hydrodynamics* [online]. 2006, **18**(4), 393-396 [cit. 2019-07-03]. DOI: 10.1016/S1001-6058(06)60110-8. ISSN 1001-6058. Dostupné z: [http://link.springer.com/10.1016/S1001-6058\(06\)60110-8](http://link.springer.com/10.1016/S1001-6058(06)60110-8)
- [7] NAKA, Yoshitsugu, Takeshi OMORI, Shinnosuke OBI a Shigeaki MASUDA. Simultaneous measurements of fluctuating velocity and pressure in a turbulent mixing layer. *International Journal of Heat and Fluid Flow* [online]. 2006, **27**(4), 737-746 [cit. 2019-07-03]. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2006.02.023. ISSN 0142727X. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0142727X06000440>
- [8] KOBASHI, Yasujiro. Measurements of Pressure Fluctuation in the Wake of Cylinder. *Journal of the Physical Society of Japan* [online]. 1957, **12**(5), 533-543 [cit. 2019-07-03]. DOI: 10.1143/JPSJ.12.533. ISSN 0031-9015. Dostupné z: <http://journals.jps.jp/doi/10.1143/JPSJ.12.533>
- [9] JEŽEK, Jan, Blanka VÁRADIOVÁ a Josef ADAMEC. *Mechanika tekutin*. Vyd. 3. přeprac. Praha: České vysoké učení technické, 1997. ISBN 80-01-01615-3.
- [10] RUSSO, Giuseppe. *Aerodynamic measurements: from physical principles to turnkey instrumentation*. Philadelphia, PA: Woodhead Publishing, 2011. Woodhead Publishing in mechanical engineering. ISBN 978-1-84569-992-5.

- [11] BASU, Swapan. *Power plant instrumentation and control handbook*. 2nd edition. Cambridge, CA: Elsevier, 2019. ISBN 978-0-12-819504-8.
- [12] HAERING, Edward. *Airdata Measurement and Calibration* [online]. In: . California: NASA Dryden Flight Research Center, 1995 [cit. 2019-07-03]. Dostupné z: https://www.nasa.gov/centers/dryden/pdf/88377main_H-2044.pdf
- [13] FIGLIOLA, R. a Donald BEASLEY. *Theory and design for mechanical measurements*. 3rd ed. New York: Wiley, 2000. ISBN 0-471-35083-4.
- [14] BOOR, Boris, Jiří KUNŠTÁTSKÝ a Cyril PATOČKA. *Hydraulika pro vodohospodářské stavby*. Vyd. 1. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1968. ISBN (Váz.).
- [15] BARACU, Tudor a Stefan GRIGORAS-BENESCU. COMPUTATIONAL ANALYSIS OF THE FLOW AROUND A CYLINDER AND OF THE DRAG FORCE. In: *The 2nd Conference of the Young Researchers from TUCEB, At Technical University of Civil Engineering of Bucharest*. Romania, 2011.
- [16] KADLEC, Karel. Vírové průtokoměry - princip, vlastnosti a použití. *Automa* [online]. b.r., 2014(10) [cit. 2019-07-03]. Dostupné z: http://automa.cz/cz/casopis-clanky/virove-prutokomery-princip-vlastnosti-a-pouziti-2014_10_53030_7323/
- [17] LU, Lin, Ming-ming LIU, Bin TENG, Zhen-dong CUI, Guo-qiang TANG, Ming ZHAO a Liang CHENG. Numerical investigation of fluid flow past circular cylinder with multiple control rods at low Reynolds number. *Journal of Fluids and Structures* [online]. 2014, 48, 235-259 [cit. 2019-07-03]. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2014.03.006. ISSN 08899746. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S088997461400053X>
- [18] LIENHARD, John. *Synopsis of Lift, Drag, and Vortex Frequency Data for Rigid Circular Cylinders*. Washington State University: Technical Extension Service, 1966.
- [19] LEHMKUHL, O., I. RODRÍGUEZ, R. BORRELL, J. CHIVA a A. OLIVA. Unsteady forces on a circular cylinder at critical Reynolds numbers. *Physics of Fluids* [online]. 2014, 26(12) [cit. 2019-07-04]. DOI: 10.1063/1.4904415. ISSN 1070-6631. Dostupné z: <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4904415>
- [20] REICHL, Jaroslav a Martin VŠETIČKA. Vzorkování signálu. *Encyklopedie fyziky* [online]. 2019 [cit. 2019-07-04]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/1356-vzorkovani-signalu>
- [21] Precision Micro-Machined Silicon Transducers and Transmitters. *OMEGA Engineering Czech Republic* [online datasheet]. JAKAR Electronics, 2019 [cit. 2019-07-04]. Dostupné z: <https://br.omega.com/omegaFiles/pressure/pdf/PXM409.pdf>
- [22] M23 High Definition Measurement Microphone™. *Earthworks HIGH DEFINITION MICROPHONES* [online datasheet]. Milford (New Hampshire), 2017 [cit. 2019-07-

- 04]. Dostupné z: <https://earthworksaudio.com/wp-content/uploads/2018/07/M23-Data-Sheet-2018.pdf>
- [23] KULITE Thin Pressure Transducer. *Kulite/World Leader in Pressure Transducer Technology* [online datasheet]. Leonie, New Jersey: KULITE SEMICONDUCTOR PRODUCTS, 2014 [cit. 2019-07-15]. Dostupné z: <https://www.kulite.com/assets/media/2018/01/LQ-080.125.pdf>
- [24] Index of /studium/u12112/Termomechanika/CZ-Diagramy,Tabulky/Tabulky. *Studium - podklady pro studium na Fakultě strojní* [online]. Praha: ČVUT v Praze, b.r. [cit. 2019-07-16]. Dostupné z: <https://studium.fs.cvut.cz/studium/u12112/Termomechanika/CZ-Diagramy,Tabulky/Tabulky/TFVL-voda-vzduch.doc>
- [25] GUILMINEAU, E. a P. QUEUTEY. Numerical simulation of vortex-induced vibration of a circular cylinder with low mass-damping in a turbulent flow. *Journal of Fluids and Structures* [online]. 2004, **19**(4), 449-466 [cit. 2019-07-18]. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2004.02.004. ISSN 08899746. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0889974604000362>
- [26] ZHANG, Ling, Tim WRAY a Ramesh AGARWAL. Numerical Simulation of Flow Past a Circular and a Square Cylinder at High Reynolds Number. In: *47th AIAA Fluid Dynamics Conference* [online]. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2017, s. - [cit. 2019-07-18]. DOI: 10.2514/6.2017-3322. ISBN 978-1-62410-500-5. Dostupné z: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2017-3322>
- [27] NI 9215 Datasheet. *Automated Test and Automated Measurement Systems - National Instruments* [online]. National Instruments, 2016 [cit. 2019-07-19]. Dostupné z: http://www.ni.com/pdf/manuals/373779a_02.pdf
- [28] RAMOS, P., R. MAIA, L. SCHINDFESSEL, T. DE MULDER a J. PÊGO. Large Eddy Simulation of the water flow around a cylindrical pier mounted in a flat and fixed bed. In: *6th IAHR International Junior Researcher and Engineer Workshop on Hydraulic Structures*. Lubeck, Germany, 2016. DOI: 10.15142/T3C014.