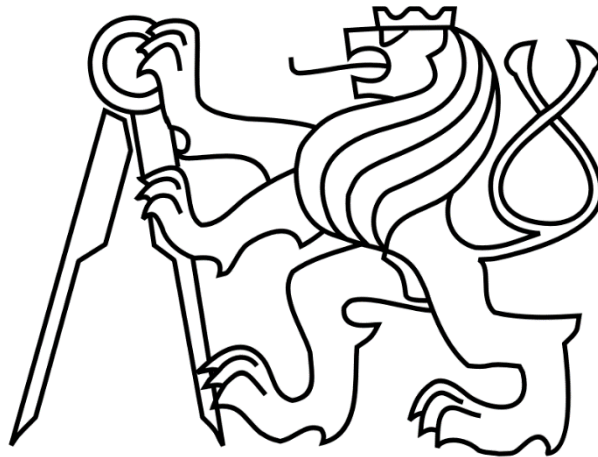


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

Ústav výrobních strojů a zařízení



Bakalářská práce

Vliv vzorkovací frekvence vstupních dat na přesnost aproximace softwarové kompenzace teplotních chyb se základem v přenosových funkcích

2019

Jiří Petříček

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Petříček** Jméno: **Jiří** Osobní číslo: **465556**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav výrobních strojů a zařízení**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Vliv vzorkovací frekvence vstupních dat na přesnost aproximace softwarové kompenzace teplotních chyb se základem v přenosových funkcích

Název bakalářské práce anglicky:

Impact of input data sampling frequency on approximation quality of software compensation based on transfer functions

Pokyny pro vypracování:

Popis tématu: Na dodaných naměřených datech provede student analýzu vlivu vzorkovací frekvence vstupních dat na přesnost aproximace kompenzačních modelů teplotních chyb se základem v přenosových funkcích; Rešerše metod pro minimalizaci teplotních deformací obráběcích strojů, volba aparátu pro sestavení modelů, analýza vlivu vzorkovací frekvence zadaných vstupních dat na přesnost aproximace kompenzačních modelů teplotních chyb, vyhodnocení na dvou dalších příkladech zdrojů tepla (např. dvě různá vřetena, různé typy strojů...); rozsah textové části 40-60 stran.

Seznam doporučené literatury:

MAYR, J. et al., Thermal issues in machine tools, CIRP Ann.Manuf.Technol., vol. 61, no. 2, p. 771–791, 2012; RAMESH, R. et al., "Error compensation in machine tools - a review: Part II: thermal errors," Int. J. Mach.Tools Manuf., vol. 40, no. 9, pp. 1257-1284, 2000; WECK, M. et al., Reduction and compensation of thermal errors in machine tools, Annals of the CIRP, vol. 44, no. 2, pp. 589-598, 1995; BRYAN, J. International Status of Thermal Error Research (1990), CIRP Ann. Manuf. Technol., vol. 39, no. 2, pp. 645-656, 1990; MAREŠ, M. Modelování teplotně mechanických systémů frekvenčními přenosovými funkcemi, Praha: ČVUT v Praze, Ph.D. thesis. 131 p, 2014.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Martin Mareš, Ph.D., ústav výrobních strojů a zařízení FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:


Ing. Otakar Horejš, Ph.D., ústav výrobních strojů a zařízení FS


Datum zadání bakalářské práce: **30.04.2019**

Termín odevzdání bakalářské práce: **21.07.2019**

Platnost zadání bakalářské práce: **30.09.2019**


Ing. Martin Mareš, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

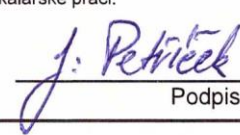

Ing. Matěj Sulitka, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

29.4.2019
Datum převzetí zadání


Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl v příloženém seznamu veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací, vydaným ČVUT v Praze 1. 7. 2009.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 21.7.2019

.....

podpis

Poděkování

Úvodem bych rád poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce, panu Ing. Martinu Marešovi, PhD. za jeho pomoc, cenné rady a připomínky, kterými mi by nápomocen při vypracování této bakalářské práce a konzultantovi Ing. Otakaru Horejšovi, PhD.

Děkuji také všem dalším vyučujícím Ústavu Výrobních strojů a zřízení za pomoc při řešení vzniklých problémů a poskytnutí informací, jež mi pomohly k vypracování této diplomové práce.

Chtěl bych také velice poděkovat své rodině za podporu a trpělivost, se kterou mne podporuje při studiu.

Anotace

Autor:	Jiří Petříček
Název BP:	Vliv vzorkovací frekvence vstupních dat na přesnost aproximace softwarové kompenzace teplotních chyb se základem v přenosových funkcích
Rozsah práce:	66 stran, 33 obrázků, 1 tabulka, 2 přílohy
Školní rok vyhotovení:	2019
Škola:	ČVUT – Fakulta strojní
Ústav:	Ú12135 – Výrobní stroje a zařízení
Vedoucí BP:	Ing. Martin Mareš, Ph.D.
Konzultant BP:	Ing. Otakar Horejš Ph.D.
Zadavatel:	FS ČVUT
Klíčová slova:	Teplotní deformace obráběcích strojů, teplotně-deformační modely, vzorkovací frekvence, matematické modely
Anotace:	<p>Tato práce mapuje současný stav výzkumu minimalizace teplotních deformací obráběcích strojů, popisuje používané metody a ukazuje důležitou roli softwarové kompenzace pomocí matematických modelů. Je zde popsán komplexní matematický aparát pro analýzu vlivu vzorkovací frekvence na přesnost jejich simulace. V praktické části je provedena analýza vlivu vzorkovací frekvence na přesnost aproximace softwarové kompenzace teplotních chyb se základem v přenosových funkcích. Demonstrace metody a poznatků byla provedena na souboru dat ze tří komerčních obráběcích strojů. Vzhledem ke komplexnosti problematiky bylo v závěru možné využití popsané metody pouze naznačeno.</p>

Annotation

Autor:	Jiří Petříček
Title:	Impact of input data sampling frequency on approximation quality of software compensation based on transfer functions
Extent:	66 pages, 33 figures, 1 table, 2 attachments
Academic year:	2019
University:	CTU –Faculty of Mechanical Engineering
Department:	Ú12135 Department of Production Machines and Equipment
Supervisor:	Ing. Martin Mareš, Ph.D.
Consultant:	Ing. Otakar Horejš, Ph.D.
Submitter of the Theme:	CTU - Faculty of Mechanical Engineering
Key words:	Thermal errors in machine tools, thermal error modelling, sampling frequency, mathematical models
Annotation:	This thesis does research on thermal error minimalization methods, describes currently used models and shows the importance of software compensation. The complex mathematical apparatus which lies behind transfer function models is briefly analysed. Practical work analyses the impact of sampling frequency on the quality of their simulation on set of data from three industrial machines. Due to the complexity of the topic the potential of the method was just briefly shown.

Seznam použitých zkratek

AAF antialiasingový filtr (Anti-Aliasing Filter)

ANN umělé neuronové sítě (Artificial Neural Network)

AR autoregresní (Auto Regressive)

ARX autoregresní s vnější vstupem (Auto Regressive with eXogenous Input)

ARMAX autoregresní klouzavý průměr s vnějším vstupem (Auto Regressive Moving Average with eXogenous input)

A/D analogově digitální převodník

BJ Box-Jenkins

CFD počítačová dynamika tekutin (Computational Fluid Dynamics)

DFT Diskrétní Fourierova transformace

ETVE chyba v důsledku kolísání teploty okolí (Environmental Temperature Variation Error)

ESD energetická spektrální hustota (Energy Spectral Density)

FEM metoda konečných prvků (Finite Element Method)

FFT Rychlá Fourierova transformace (Fast Fourier Transform)

FIR konečná impulsní odezva (Finite Impulse Response)

FS ČVUT České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní

FT Fourierova transformace

IIR nekonečná impulsní odezva (Infinite Impulse Response)

LT Laplaceova transformace

LTI lineární, časově invariantní (Linear Time Invariant)

MA klouzavý průměr (Moving Average)

MIMO více vstupů, více výstupů (Multiple Input Multiple Output)

NC číslicové řízení (Numerical Control)

NDF není definováno

OE výstupní chyba (Output Error)

OS obráběcí stroj

PF přenosová funkce

PSD výkonová spektrální hustota (Power Spectral Density)

RCMT Ústav výrobních strojů a zařízení (Research Center of Manufacturing Technology)

SISO jediný vstup, jediný výstup (Single Input Single Output)

STFT Krátkodobá Fourierova transformace (Short-time Fourier Transform)

TCP špička nástroje (Tool Center Point)

TDF teplotně-deformační funkcionál

WH upnutí (Workpiece Holder)

Seznam použitých proměnných a indexů

$\mathbb{1}$	jednotkový skok [NDF]
A	objemová hustota tepelného toku [W m^{-3}]; amplituda, magnituda [NDF]
c	měrná tepelná kapacita [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]
E	energie [J]
e	proměnná rozdílu řízení [NDF]
ESD	energetická spektrální hustota [J]
f	frekvence [Hz], hustota tepelného toku [W m^{-2}], obecný signál [NDF]
fit	statistické kritérium kvality simulace [%]
g	impulsní odezva [NDF], obecný signál [NDF]
h	přechodová odezva [NDF]
K	tepelná vodivost [W m^{-1}]
k	index harmonické frekvence, řád čitatele přenosu, koeficient bezpečnosti [1]
l	řád přenosu [1]
m	proměnná na výstupu řídicí jednotky [NDF], diskrétní čas posunutého signálu [1]
N	počet harmonických frekvencí [1]
n	počet [1], diskrétní čas [1]
ot	otáčky [min^{-1}]
p	vzorkovací posloupnost [NDF]
r	zpětnovazební proměnná [NDF]
S	statické zesílení [NDF]
s	komplexní proměnná [s^{-1}]
T	teplota, teplotní pole [K], perioda [s]
t	čas [s]
u	poměrná deformace [1]
w	referenční proměnná [NDF]
x	řízená proměnná [NDF]
y	ovládaná proměnná, výstup ze systému [NDF]

Z	poloha v ose Z souřadnicového systému stroje [m]
z	rušící proměnná [NDF], komplexní proměnná [1]
α	součinitel teplotní roztažnosti [K^{-1}]
Δ	teplotní deformace [m]
δ	residuum [NDF]
ε	bílý šum [NDF]
κ	měrná teplotní vodivost [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]
ν	normalizovaná frekvence [1]
ρ	hustota [kg m^{-3}]
σ	tlumení [s^{-1}]
τ	časové posunutí [1] [s]
φ	fáze [1]
ω, Ω	úhlová rychlost [s^{-1}]
\square_0	počáteční
\square_{IN}	vstupní
\square_M	modelu
\square_m	maximální
\square_S	vzorkovací
\square_{TCP}	na špičce nástroje
\square_Z	v ose Z
\square_Σ	souhrnný

Obsah

1	Úvod	12
2	Cíl práce	14
3	Minimalizace teplotních deformací při obrábění	15
3.1	Používané modely teplotně-deformačního chování OS	17
4	Matematicko-fyzikální aparát	20
4.1	Teplotně-deformační funkcional	20
4.1.1	Fourierova diferenciální rovnice vedení tepla	21
4.1.2	Dynamika teplotně-deformačního chování	22
4.2	Frekvenční vlastnosti signálu	23
4.2.1	Fourierova transformace	23
4.2.2	Amplitudové spektrum a spektrogram	25
4.2.3	Vzorkování signálu	27
4.2.4	Aliasing	29
4.2.5	Filtrování signálu	29
4.3	Modelování lineárních systémů	30
4.3.1	Integrální transformace	31
4.3.2	Přenosové funkce a perioda vzorkování	33
4.3.3	Parametrické stochastické modely	35
5	Současný stav řešení problematiky na RCMT	38
6	Analýza vlivu vzorkovací frekvence	40
6.1	Navržený postup	40
6.2	Vstupní data	43
6.3	Programové vybavení	43
6.4	Výstupy	43
7	Závěr	57

1 Úvod

Přesnost vyráběných součástí má vedle rychlosti výroby významný dopad na rentabilitu provozu výrobních strojů. Proto je vývoj obráběcích strojů (OS) významnou měrou zaměřen na odstraňování chyb vzájemného polohování obrobku a nástroje.

Kromě přesnosti a tuhosti upnutí obrobku, a tedy pevného svázání jeho polohy se souřadnicovým systémem stroje; tuhosti konstrukce stroje a kvality řízení polohování nástroje či obrobku, mají na kvalitu vzájemného polohování výrazný vliv teplotní deformace.

Příkon odebíraný OS se přeměňuje na teplo ztrátami v mechanických komponentách – převodových ústrojích, ložiskách ad., a v řezném procesu, kde je ho značná část absorbována nástrojem a obrobkem. Další teplo je vyzářeno do okolí přímo z řezného procesu nebo z třísek. (obr. 1.1)

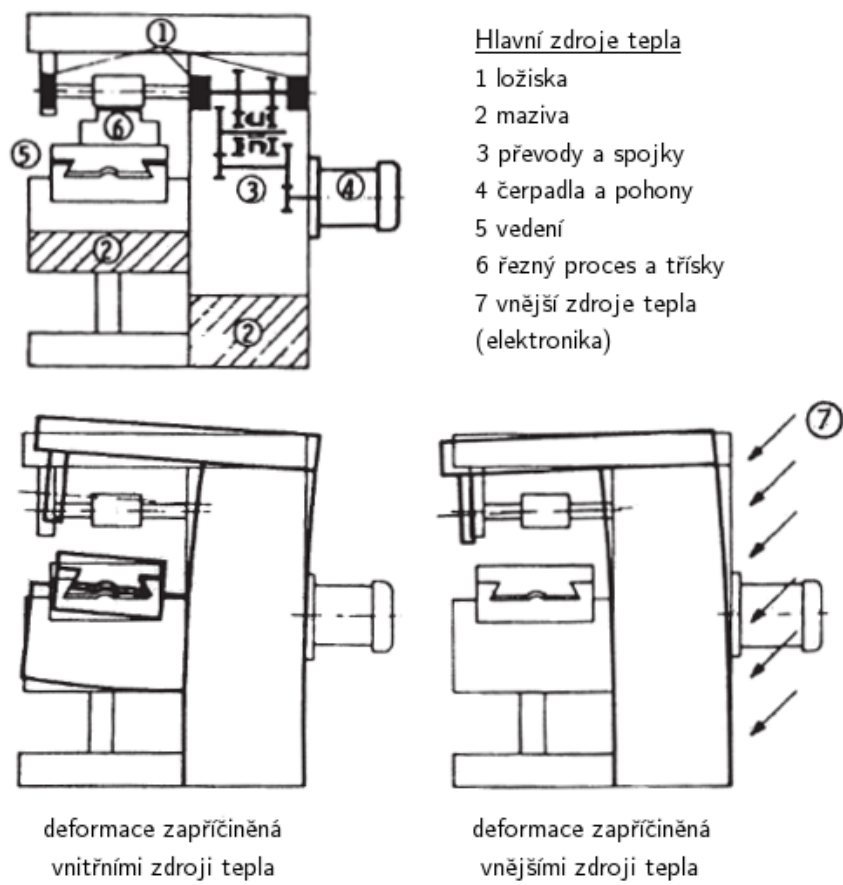
Tyto zdroje tepla pak vlivem teplotní roztažnosti obrobku, nástroje a konstrukce stroje nepříznivým způsobem ovlivňují přesnost vzájemné polohy obrobku a nástroje.

Chyby způsobené teplotní deformací bývají dominantním zdrojem výrobních nepřesností s až 75 % podílem na celkové chybě a jsou předmětem diskusí již od 60. let. Dlouhá léta byl však pokrok v jejich odstraňování pomalý a ani dnes není dosaženo uspokojivého výsledku. Naopak se zlepšením statického a dynamického chování strojů význam teplotních chyb vzrostl. [1][2]

Tyto chyby, označované jako teplotní, jsou palčivým problémem pro přímo poháněná vřetena, která jsou se zdrojem tepla v přímém kontaktu.

Od roku 2007 jsou teplotní chyby předmětem normalizace zkoušek OS v ISO 230-3 „Určení tepelných vlivů“. Zkouší se chyby v důsledku kolísání teploty okolí (ETVE¹), chyby vyvolané otáčením vřetena (aircutting) a chyby vyvolané pohybem v lineárních osách u NC strojů. [3]

¹Environmental Temperature Variation Error



Obr. 1.1: Vznik teplotních deformací na frézce (převzato a upraveno z [4])

2 Cíl práce

Pro tuto bakalářskou práci v souladu se zadáním vytyčuji tyto cíle:

- rešerše metod pro minimalizaci teplotních deformací
- volba aparátu pro sestavení kompenzačních modelů
- analýza vlivu vzorkovací frekvence zadaných vstupních dat na přesnost aproximace kompenzačních modelů na několika strojích.

V kontextu projektu, na nějž práce navazuje, a po rešerši matematicko-fyzikálních souvislostí, bude provedena volba modelu – způsobu získávání parametrů přenosové funkce. Na zadaných datech s využitím vlastního programu v jazyce *matlab* bude analyzován vliv vzorkovací frekvence na přesnost modelování. Nad nabytými poznatky budou zformulovány možné souvislosti. Práce se nezabývá teplotně-deformačním chováním obrobku a nástroje a úhlovými deformacemi.

3 Minimalizace teplotních deformací při obrábění

Jak uvádí Mareš [5], odstranění teplotních chyb v OS je realizováno:

- konstrukčními úpravami stroje
- chlazením struktury a komponent stroje
- chlazením řezného procesu
- kompenzačním členem v řídicím systému stroje.

Konstrukční úpravy stroje spočívají v omezení vzniku deformací v nástrojových osách v reakci na působení teplotního pole pomocí například optimalizované vnitřní struktury rámu se symetrickým působením teplotních deformací¹ (pro modelování šíření tepla se užívá FEM²), použití materiálů s nižší teplotní roztažností a tepelnou vodivostí (například granitu) a optimalizovaného odvodu třísek.

Chlazením struktury a komponent stroje se rozumí zřizování pasivních (konduktivních) či aktivních (konvektivních) chladících zařízení, jež odvádí ztrátové teplo z míst jeho vzniku, chlazení protékaným rámem a chlazení pracovního okolního prostředí klimatizací.

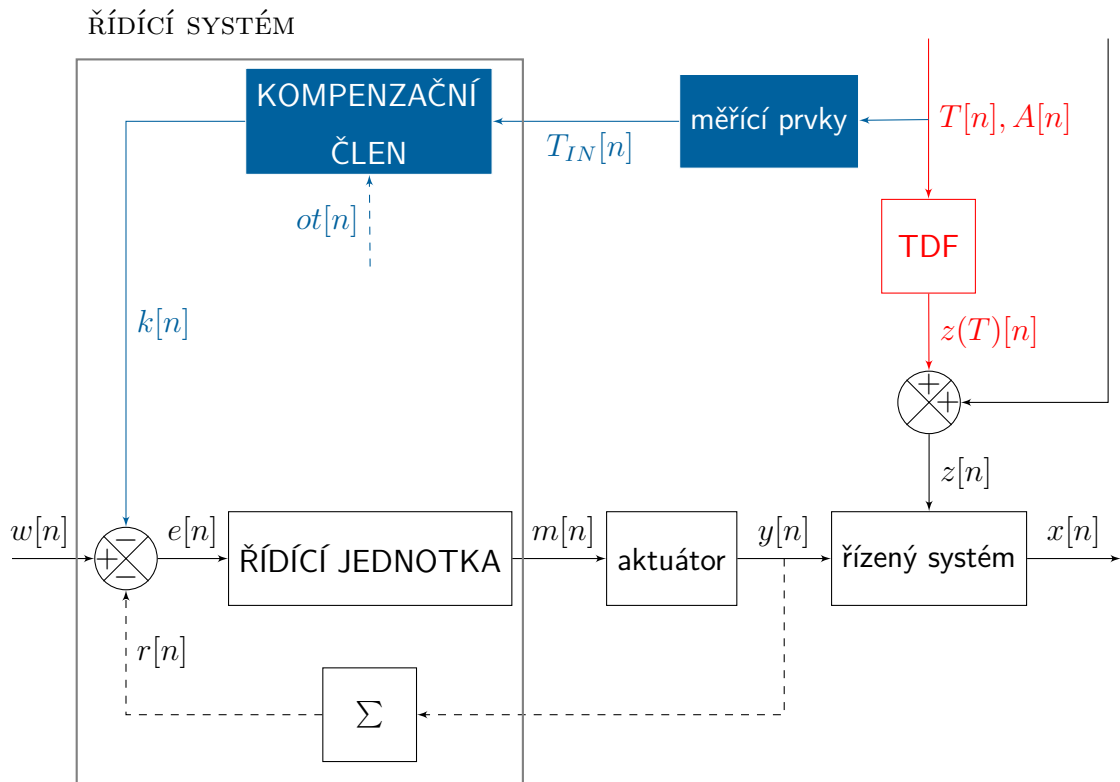
Chlazení řezného procesu probíhá přiváděním chladiwa (řezných kapalin) do místa řezu.

Kompenzace v řídicím systému stroje se dělí na:

- metody přímé
- metody nepřímé.

¹Taková struktura omezuje vznik úhlových deformací, které je obtížnější kompenzovat.

²Finite Element Method - metoda konečných prvků



Obr. 3.1: Blokové schéma řízení polohování nástroje s kompenzačním členem kde $k[n]$ je modelem stanovená teplotní chyba způsobená teplotně-deformačním chováním (TDF) (kapitola 4.1), $T_{IN}[n]$ a $ot[n]$ jsou vstupy do modelu TDF, $T[n]$ je teplotní pole, $A[n]$ je pole tepelného výkonu a $z(T)[n]$ je teplotní rušící proměnná; ostatní veličiny jsou označeny dle Mezinárodního elektrotechnického slovníku [6].

Metody přímé kompenzace spočívají v přerušování práce stroje ve vybraných okamžicích, kdy dochází k překalibraci nástrojové osy na základě jednorázového měření (sondou, laserovým paprskem). Výhodou těchto metod je zejména snadná kalibrace a navíc kompenzace opotřebení stroje. Tyto metody jsou však nákladné (měřicí zařízení a neefektivní doba provozu stroje).

Metody nepřímé kompenzace zajišťují kompenzaci nástrojových os v průběhu práce stroje v reálném čase pomocí regulátoru navrženého tak, aby vykompenzoval identifikovaný systém teplotně-deformačního chování obráběcího stroje bez znalosti skutečné teplotní deformace během provozu stroje – ta je modelem simulována podle měřených vstupů (obvyčně teplot). Jediným časovým nárokem metody je typicky čas kalibrace modelu, po jehož dobu je špička nástroje umístěna do měřicího přípravku.

Bohužel provoz stroje neumožňuje plnohodnotné zpětnovazební řízení polohování nástroje (obr. 3.1) – řezný proces nedovoluje umístění čidel deformace ani jiná, například fotogrammetrická, měření. Jediným prostředkem kompenzace v řízení stroje je vlastní model teplotně-deformačního chování.

Metody nepřímé kompenzace vhodně doplňují (případně dokáží i nahradit) ostatní výše uvedené metody při možnosti dodatečné realizace a s minimální kolizí s ostatními systémy a užitnými vlastnostmi stroje. Kompenzační člen musí být robustní, spolehlivý, a proto je jeho kalibrace výzvou. [7]

3.1 Používané modely teplotně-deformačního chování OS

Systémy teplotně-deformačního chování OS jsou v současné době dle Mareše [5] modelovány:

- FEM, CFD³
- vícenásobně lineárně-regresními modely (MLR⁴)
- umělými neuronovými sítěmi (ANN⁵)
- fuzzy logikou
- frekvenčními přenosovými funkcemi (PF).

³Computational Fluid Dynamics

⁴Multiple Linear Regression

⁵Artificial Neural Network

Modely FEM a CFD je vzhledem ke složité struktuře obráběcích strojů velmi obtížné vytvořit. Jejich realizace je následně příliš výpočetně náročná, a navíc jimi nebylo dosaženo uspokojivých výsledků. Jedná se o jediné z výše uvedených modelů, které se zakládají výhradně na objevených fyzikálních zákonitostech. Takové modely se nazývají *white box*. [8]

Modely MLR jsou velmi oblíbené. Jejich jednoduchá implementace do řídicího systému a robustnost je činí v současné době nejrozšířenějšími (Siemens, Heidenhain). Typicky však dosahují nízké kvality simulace. MLR modely jsou statické, tvořené váhovými koeficienty, které jsou určeny experimentálně. Experimentálně identifikované modely jsou označovány jako *black box*. [8]

Neuronovými sítěmi je teoreticky možné vytvořit správný model. ANN je tvořena *neurony* uspořádanými ve *vrstvách*. Každý neuron vrstvy je propojen s každým neuronem další vrstvy váženou vazbou. Pokud dojde k *aktivaci* neuronu, je odpovídajícím způsobem aktivován neuron na další vrstvě. Na *vstupní vrstvu* jsou přiváděny signály z teplotních a dalších čidel, které jsou přes *skryté vrstvy* propojeny s výstupy – deformacemi. Pro určení počtu a velikosti vrstev v síti není kodifikována metodika a kalibrace – proces experimentálního určování váhových koeficientů při známých vstupech, *učení*, je časově náročný. [9] Od MLR modelů se ANN liší skrytými vrstvami.

Na přelomu tisíciletí s nimi například experimentoval Chen, který použil tři skryté vrstvy. Porovnával je s MLR modely a jejich hlavní nevýhodu spatřoval v obtížné fyzikální interpretaci. [4]

Přenosové funkce (PF) jsou modely, které zůstaly dlouhou dobu bez povšimnutí. V článku z roku 2000 o teplotních chybách OS [4] o nich například není žádná zmínka. Jejich aplikace pro modelování teplotně-deformačního chování OS byla plně rozvinuta až v roce 2004. Na půdě FS ČVUT se jimi zabýval v roce 2008 Bárta. [10]

PF jsou racionálními funkcemi v integrálním prostoru (kapitola 4.3.1), jejichž úkolem v této aplikaci je modelovat frekvenční přenos mezi signály teploty či jinými a signály deformace. Tyto typicky *black box* modely jsou nejlépe přijatelné z hlediska

automatického řízení pro jejich implementaci. Jsou totiž vyjádřeny stejně jako prvky regulačního obvodu – ve tvaru filtru, a lze je snadno transformovat do diferenciální (diferenční) rovnice. Jak Mareš [5] ukazuje, z uvedených modelů dosahují nejlepší kvality simulace deformací. V porovnání s MLR a ANN nevyžadují tolik teplotních čidel. Více se jimi zabývá kapitola 4.3.2. Tato práce je primárně zaměřena na vliv vzorkovací frekvence na kvalitu jejich simulace, ta je analyzována v kapitole 6.

Na půdě RCMT jsou PF předmětem výzkumné činnosti, na niž tato práce navazuje. Detailně je způsob získávání modelů v rámci projektu popsán v kapitole 5.

4 Matematicko-fyzikální aparát

V této kapitole jsou s důrazem na význam pro tuto práci shrnuty použité matematické a fyzikální zákonitosti.

4.1 Teplotně-deformační funkcionál

Poměrná deformace způsobená lineární teplotní roztažností se řídí vztahem

$$u_Z = \Delta T \alpha_Z \quad (4.1)$$

Lineární teplotní deformaci OS lze proto ve vztahu k obrobku popsat v jedné nástrojové ose rovnicí,

$$\Delta_{Z,TCP}(T) = \int_{WH}^{TCP} (T(X, Y, Z, t) - T_0(X, Y, Z)) \alpha(T, X, Y, Z) dZ - Z_{0,TCP} \quad (4.2)$$

kde $\Delta_{Z,TCP}$ je deformace špičky nástroje v ose Z souřadnicového systému stroje, WH je bod v konstrukci stroje pevně vztažený k obrobku (upnutí¹), T je teplotní pole, α koeficient teplotní roztažnosti elementu při dané teplotě a $Z_{0,TCP}$ poloha špičky nástroje při počátečním teplotním poli T_0 .

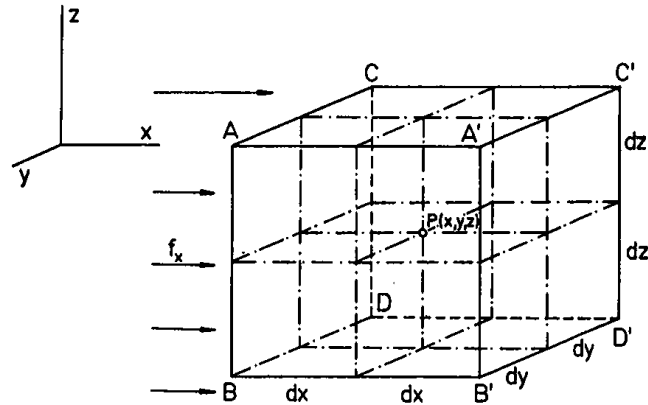
Integrační cesta a vystupující veličiny nejsou *správně* určitelné. Mimoto je vzhledem ke složitosti konstrukce stroje velmi obtížné je přijatelně stanovit. Pro každou homogenní součást stroje mají tyto veličiny odlišnou funkční závislost.

Chování je dynamické – teplotní pole buzené zdroji tepla se v homogenní izotropní pevné látce ustaluje podle Fourierovy diferenciální rovnice pro jeden rozměr (4.3) (obr. 4.2). Na tuto rovnici hlavního mechanismu sdílení tepla kondukce navazují okrajovými podmínkami ostatní mechanismy – konvekce (zejména chladících systémů) a radiace.

$$\frac{\partial T}{\partial t}(Z, t) = \kappa(T) \frac{\partial^2 T}{\partial Z^2}(Z, t) - \frac{A(Z, t)}{\rho(T) c(T)} \quad (4.3)$$

¹TCP - Tool Center Point

4.1.1 Fourierova diferenciální rovnice vedení tepla



Obr. 4.1: Element pro odvození Fourierovy diferenciální rovnice vedení tepla [11]

Mějme fiktivní elementární rovnoběžnostěn pevné látky se středem v bodě $P(x, y, z)$. Jeho hrany jsou rovnoběžné s osami souřadnic a mají délky $2dx$, $2dy$ a $2dz$. Tepelný tok do elementu jednou stěnou je roven,

$$4 \left(f_x - \frac{\partial f_x}{\partial x} dx \right) dy dz \quad (4.4)$$

kde f_x je složka hustoty tepelného toku v bodě P . Tok z elementu je podobně

$$4 \left(f_x + \frac{\partial f_x}{\partial x} dx \right) dy dz \quad (4.5)$$

a tedy zisk tepelného toku

$$- 8 dx dy dz \frac{\partial f_x}{\partial x} \quad (4.6)$$

Celkový zisk tepelného toku je součtem zisků ve všech třech rozměrech

$$A dx dy dz = -8 dx dy dz \nabla \cdot \mathbf{f} \quad (4.7)$$

Použitím Fourierova zákona vedení tepla

$$\mathbf{f} = -\mathbf{K} \nabla T \quad (4.8)$$

a porovnáním se závislostí zisku tepelného toku na čase

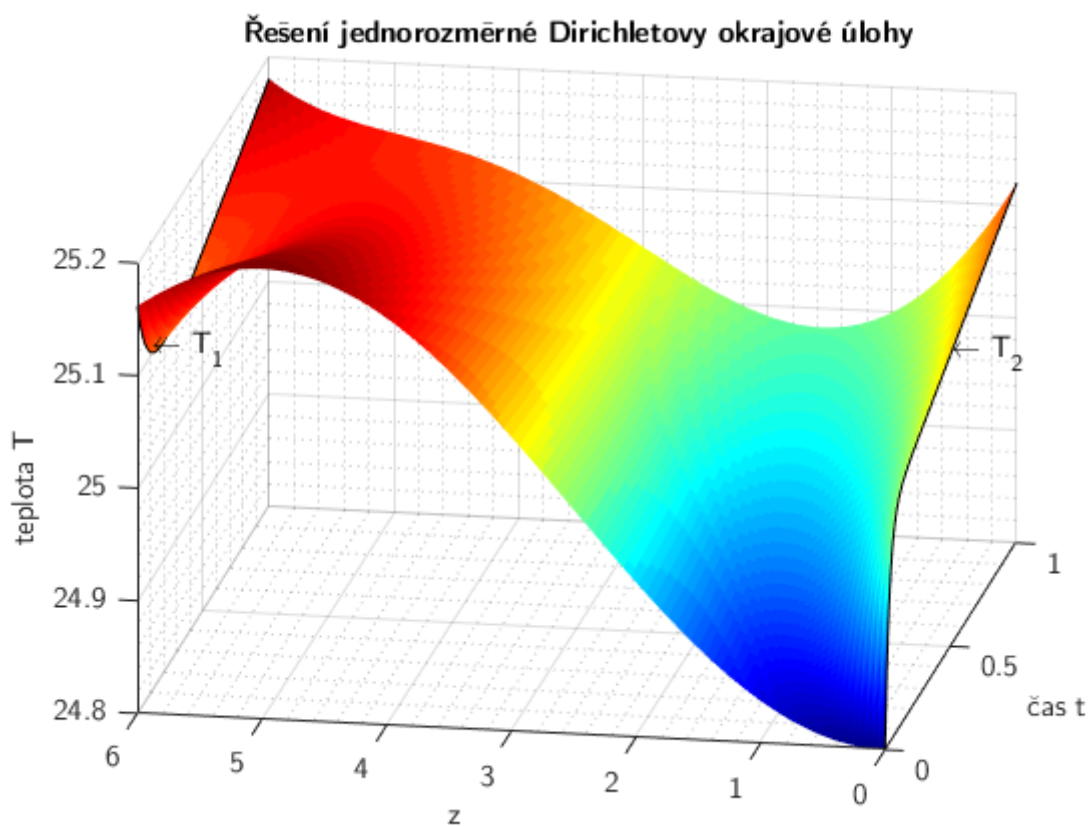
$$A dx dy dz = 8 \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (4.9)$$

dostáváme Fourierovu diferenciální rovnici vedení tepla v pevné látce [11]

$$\nabla \cdot \mathbf{K} \nabla T - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = A(x, y, z, t) [\text{W m}^{-3}] \quad (4.10)$$

4.1.2 Dynamika teplotně-deformačního chování

Jádrem rovnice popisující teplotně deformační chování OS (4.2) je parciální diferenciální rovnice (4.3). Za pomoci měřících čidel teploty pro zjištění okrajových a počátečních² podmínek, by bylo možno řešit rozložení teploty v homogenní součásti, a tedy i teplotní deformaci Dirichletovou okrajovou úlohou (obr. 4.2). Tu lze, mimo numerického řešení metodou sítí (konečných prvků), řešit pomocí rozkladu funkcí do Fourierových řad, které původně za tímto účelem v roce 1807 Jean Baptiste Joseph Fourier vyvinul. [12]



Obr. 4.2: Příklad řešení rovnice vedení tepla mezi body o známé teplotě metodou sítí

Takových členů je však v OS mnoho a jak ukazují pokusy s FEM a CFD modely, pomocí fyzikálních zákonů ani *přijatelného*, natož *správného* řešení v brzké době nedosáhneme. Proto má význam rozvíjet black box modely, které mohou být vyvinuty relativně rychle.

²v ustáleném stavu

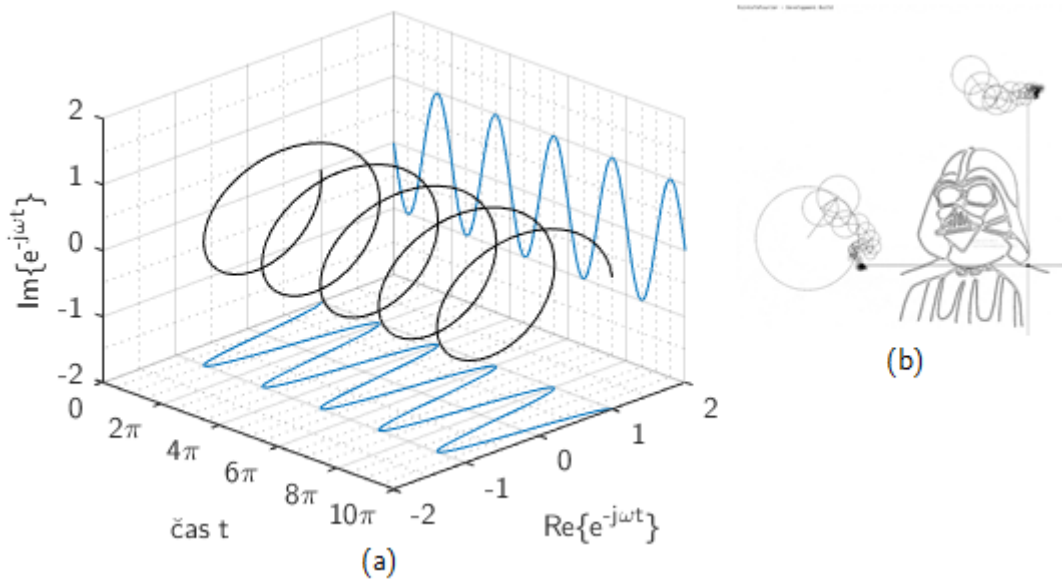
4.2 Frekvenční vlastnosti signálu

Matematika disponuje pro popis libovolného spojitého signálu mocným nástrojem – Fourierovými řadami. Periodický signál $x(t)$ s periodou T můžeme vyjádřit jako,

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j\frac{2\pi}{T}kt} \quad (4.11)$$

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-j\frac{2\pi}{T}kt} dt \quad (4.12)$$

tedy jako sumu komplexních harmonických funkcí s úhlovou rychlostí $\omega_k = \frac{2\pi}{T}$ a amplitudou a_k . Pakliže je budeme skládat - sčítat, dostaneme teoreticky pro jejich nekonečné množství původní signál, jakkoli obtížně popsateľný. Fourier tuto vlastnost použil pro popis počátečního rozložení teploty v tělese, které vzniklo spojením dvou těles rozdílné teploty. [13]



Obr. 4.3: Komplexní harmonická funkce (a) a možnosti Fourierových řad [14] (b)

Signály dělíme na výkonové a energetické. U výkonových signálů nelze vyčíslit energii – například napětí na resistoru, které způsobuje jeho tepelný výkon. Energetické signály jsou konečné a vyjadřují akumulovanou energii.

4.2.1 Fourierova transformace

Pro zkoumání frekvenčních vlastností naměřených signálů se pak nabízí opačný přístup. Pakliže dokážeme každý spojitý signál vyjádřit jako řadu harmonických

funkcí, z nichž každá má tři parametry – amplitudu, úhlovou rychlost (frekvenci) a počáteční fázi; můžeme u každého signálu pozorovat vzájemnou závislost těchto parametrů. Jako srovnávací veličina se volí frekvence. K ní vztažená amplituda tvoří amplitudovou charakteristiku, fáze fázovou charakteristiku.

Pro převod z časové do frekvenční domény slouží integrální lineární operátor nazvaný Fourierova transformace.

$$F(j2\pi f) = \mathcal{F}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (4.13)$$

Ze získané funkce komplexní proměnné dostaneme amplitudovou charakteristiku jako

$$|A(j2\pi f)| = \sqrt{\mathcal{R}e\{F\}^2 + \mathcal{I}m\{F\}^2} \quad (4.14)$$

a fázovou charakteristiku jako

$$\varphi(j2\pi f) = \arctan\left(\frac{\mathcal{I}m\{F\}}{\mathcal{R}e\{F\}}\right) \quad (4.15)$$

Amplitudu tedy vypočítáme jako absolutní hodnotu komplexního čísla. Pro absolutní hodnotu amplitudy, maximální vzdálenosti signálu od nuly, se užívá pojem magnituda, který se v anglické literatuře ustálil pro $|A|$. České názvosloví to nerespektuje a odvozuje od slova amplituda související termíny. V této práci jsou užity české termíny a pro $|A|$ je užíván termín „magnituda“.

Ve frekvenční doméně se dobře popisuje interakce signálů, které odpovídá operace nazývaná *konvoluce*.

$$f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t - \tau) d\tau \quad (4.16)$$

$$\mathcal{F}\{f(t) * g(t)\} = \mathcal{F}\{f(t)\} \mathcal{F}\{g(t)\} = F(j2\pi f) G(j2\pi f) \quad (4.17)$$

Rovnice 4.17 vyjadřuje princip průchodu signálu *filtrem* a je z ní odvozen přenos – vztah mezi vstupem a výstupem filtru.

Z důvodů uvedených později v textu se často užívá (pro diskrétní signály) Diskrétní Fourierova transformace (DFT).

$$F[k] = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (4.18)$$

DFT přistupuje ke každému signálu jako k periodickému. Rozkládá jej na N harmonických funkcí s harmonickými frekvencemi – celočíselnými násobky základní frekvence $\frac{2\pi}{NT_S}$, kde T_S je *perioda vzorkování* (viz kapitola 4.2.3).

Amplitudové a fázové charakteristiky se v teorii signálů označují jako *spektra*. Jedná se vlastně o histogramy zastoupení harmonických frekvencí.

Výpočet DFT vyžaduje N^2 komplexních násobení, což je pro použití na dlouhé posloupnosti problematické. Proto byly v druhé polovině minulého století vyvíjeny algoritmy pro aproximaci Fourierovy transformace na počítačích. Souhrnně se označují jako Fast Fourier Transform (FFT) a jejich délka výpočtu roste s $\frac{N}{2 \log_2 N}$, což například pro 1024 harmonických frekvencí snižuje počet operací z 1 048 576 na 5 120. To představuje asi 99,5% úsporu výpočetního času. FFT algoritmy vyžadují délku signálu 2^n . Pakliže signál nelze rozdělit na segmenty takové délky, doplňuje se na konci vhodnými daty nebo nulami. [15] [16] [17]

U neperiodických signálů či signálů o délce neceločíselného násobku periody však dochází ke zkreslení spektra *spektrálním únikem*. Ten vzniká i konvolucí se signálem s různou periodou. V důsledku se hodnota DFT pro danou frekvenci částečně přerozdělí mezi okolní frekvence. Dochází k němu také při vzorkování nebo při rozdělování signálu. Pro zmírnění účinků tohoto jevu se používají *oknové funkce*, které se volí podle očekávané struktury spektra. Výchozí volbou pro neznámý obsah je *Hannovo okno*. Předpokládáme-li významné harmonické funkce s malým rozdílem frekvence, používá se *Hammingovo okno*. [18]

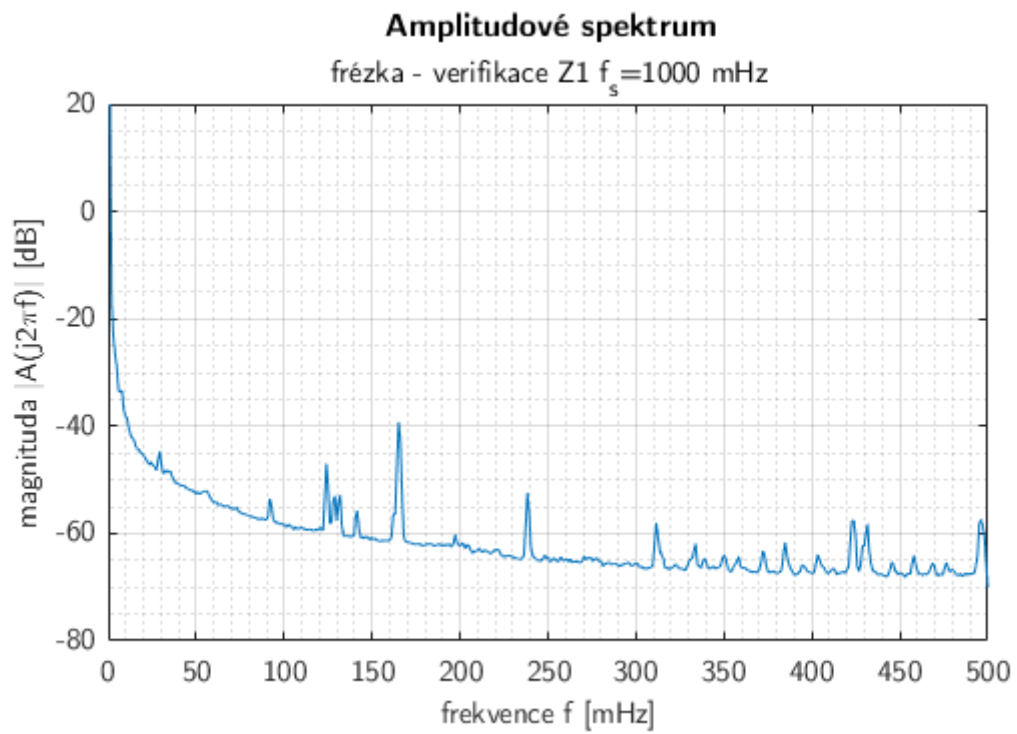
4.2.2 Amplitudové spektrum a spektrogram

Za předpokladu že je signál statický, jej získané amplitudové spektrum (obr. 4.4) přijatelně popisuje. Ve spektru můžeme zjistit, na kterých frekvencích je v signálu přenášena informace (píky), a které přenášejí pouze náhodný signál – *bílý šum*. To má význam pro vytváření filtrů a pomáhá například zvolit *řád modelu* tak, aby byly přenášeny všechny významné komponenty (viz kapitola 4.3). Amplituda obvykle s rostoucí frekvencí klesá a v signálu lze identifikovat *mezní frekvenci* f_m nejrychlejší složky signálu, za níž nemá amplitudové spektrum význam.

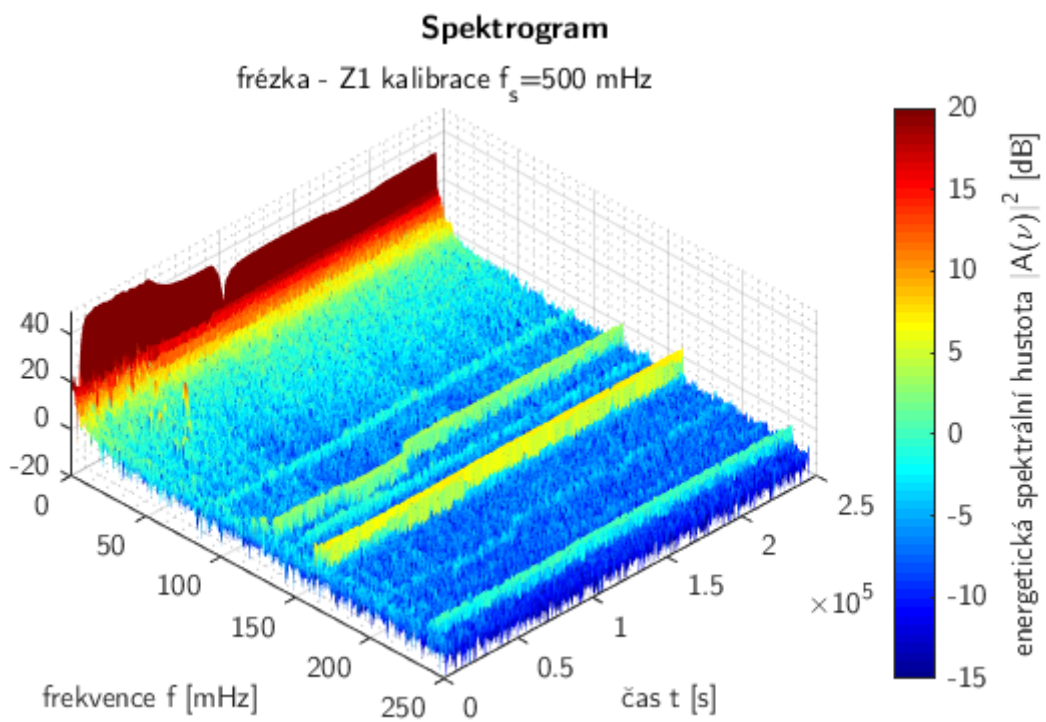
Pokud je děj, z něhož je signál výstupem, výrazně dynamický, nemusí jej spektrum určené z celého děje dostatečně dobře reprezentovat. V takovém případě musíme vyšetřit závislost spektra na čase. Pomocí Krátkodobé Fourierovy transformace (STFT³) prováděné nad segmenty signálu, které se pro zvýšení rozlišení typicky

³Short-time Fourier Transform

překrývají o 50% až 75%, získáme *spektrogram*.



Obr. 4.4: Příklad amplitudového spektra signálu



Obr. 4.5: Příklad spektrogramu signálu

Ve spektrogramu (obr. 4.5) odhalíme výrazné změny děje, třeba rozeznání tónu hudebního nástroje, podmořské zemětřesení nebo změnu chodu vřetenové jednotky.

Ze spektrogramu lze určit amplitudové spektrum (*periodogram*) Welchovou metodou. Tento způsob průměruje kvadráty spektrogramu (Fourierovy obrazy jsou komplexní funkce), tj. energetickou (ESD⁴) nebo výkonovou (PSD⁵) spektrální hustotu, a tím příznivě potlačuje šum. [23]

4.2.3 Vzorkování signálu

S nástupem počítačů výrazně vzrostl podíl diskrétních signálů v technice, jelikož ty z principu nedokážou pracovat se spojitou veličinou. Digitální zpracování dat je flexibilnější a levnější. Proto je dnes důležitou součástí technických měření vzorkování analogových signálů z měřících prvků.

V této aplikaci se konkrétně jedná především o signály teplotních čidel. Ta změnu teploty spojitě převádí na změnu napětí. Prostřednictvím analogově-digitálního převodníku (A/D) jsou tyto signály diskretizovány konvolucí s posloupností $p(t)$ Diracových impulsů $\delta(t)$,

$$f[n] = f(t) * p(t) \quad (4.19)$$

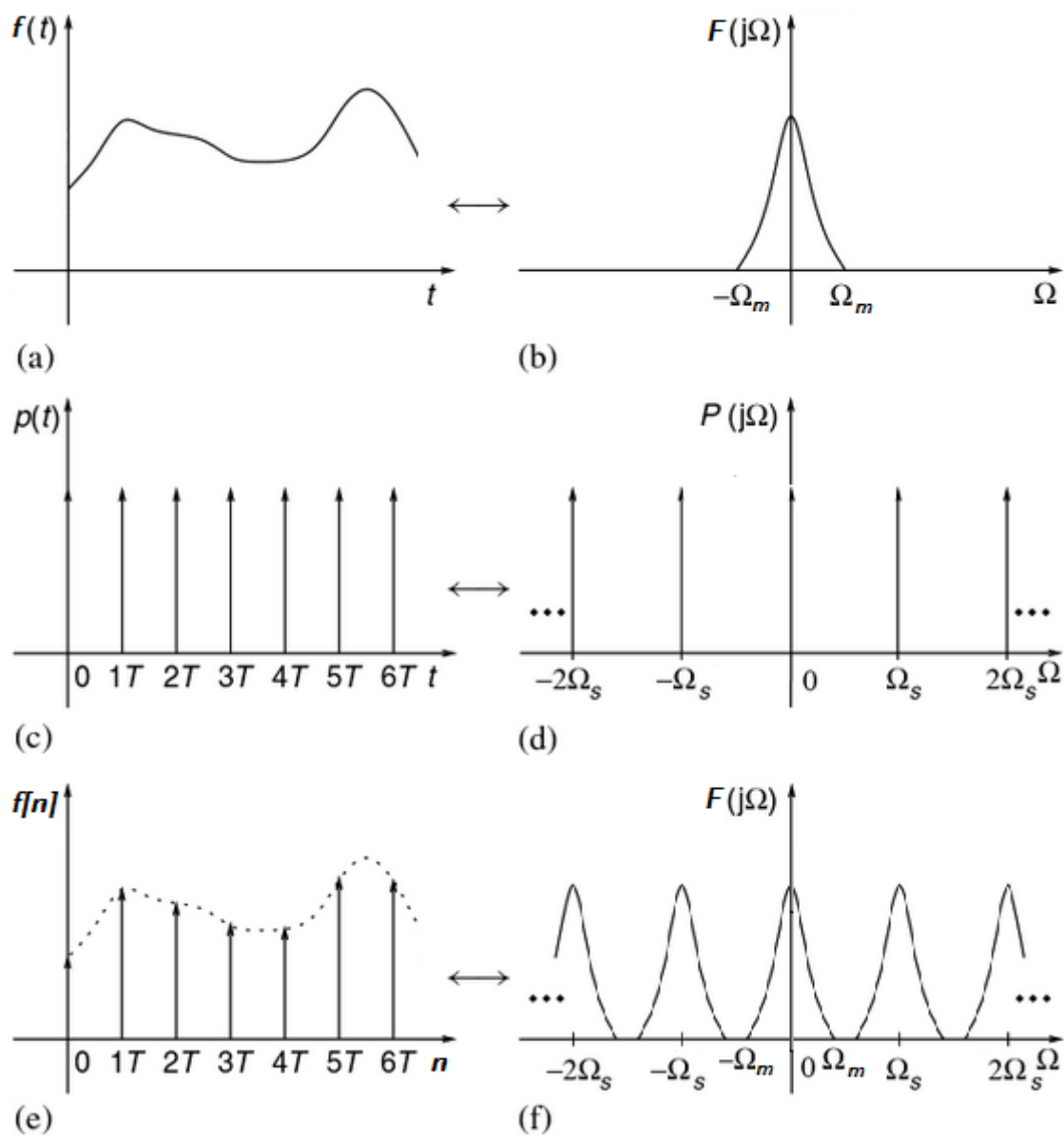
tzv. *vzorkovány* jednou za časový interval – periodu vzorkování $T_S = f_S^{-1}$, kde f_S je **vzorkovací frekvence** (obr.4.6). Diskrétní data pak lze ukládat do paměti počítače a dále s nimi pracovat.

Důležité pro vzorkování ovšem je, aby byl diskretizovaný signál rekonstruovatelný (musí být zachována amplituda a frekvence). Proto musí být vzorkovací frekvence volena s ohledem na obsah původního signálu, dle Shannon-Nyquist-Kotelnikovy *podmínky vzorkování* (4.20), jinak vzniká *aliasing* [19].

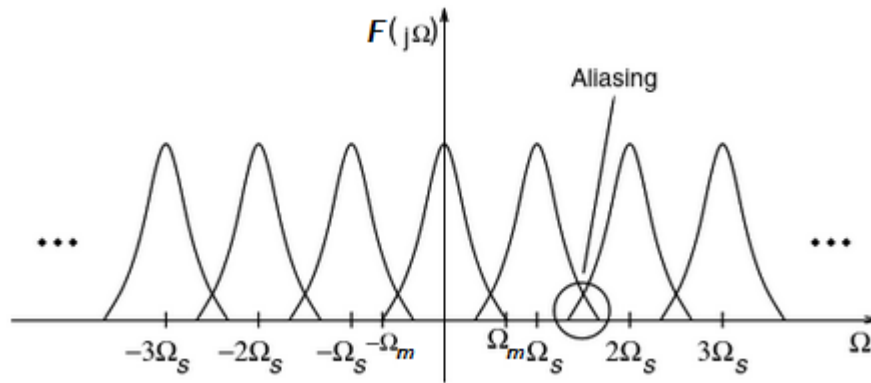
$$f_S \geq 2f_m \quad (4.20)$$

⁴Energy Spectral Density

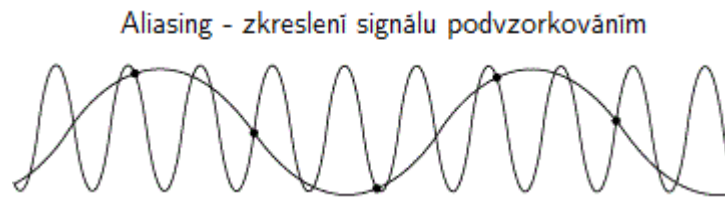
⁵Power Spectral Density



Obr. 4.6: Vzorkování signálu (a,c,e) v časové a (b,d,f) frekvenční doméně (převzato a upraveno z [15])



Obr. 4.7: Vznik aliasingu (převzato a upraveno z [15])



Obr. 4.8: Důsledek aliasingu (převzato a upraveno z [20])

4.2.4 Aliasing

V případě nedodržení vzorkovací podmínky dojde ke splynutí kopií spekter ve vzájemné vzdálenosti $f_s = \Omega_s/2\pi$ diskrétního signálu (obr. 4.6e) a zesílení nízkých frekvencí spektra. Důsledkem jevu je například zkreslení digitálního videozáznamu *moiré* na proužkovaných šatech či zahnutými listy rotoru vrtulníku. Takové zkreslení je neodstranitelné a informace je ztracena. [21]

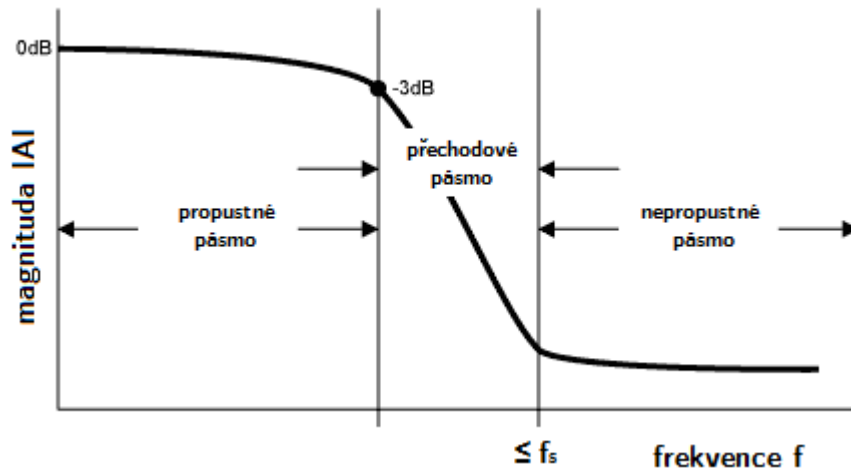
Že došlo ke zkreslení je ale u některých signálů těžké rozeznat, a tak může při analýze spektra dojít k mylnému přisuzování významu píku, který vznikl aliasingem.

4.2.5 Filtrování signálu

Aliasingu se dá zabránit zařazením filtru – *dolní propusti* (obr. 4.9) před A/D. Antialiasingový filtr (AAF) se navrhuje tak, že $\frac{f_s}{2}$ leží v nepropustném pásmu. Od $\frac{f_s}{2}$ je nejvyšší vzorkovaná frekvence f_m vzdálena o šířku přechodového pásma. Ta je závislá na délce (řádu) filtru. Filtry dělíme na FIR⁶ – s konečnou $g(t)$ (viz kapitola 4.3): stabilní, vysoké délky, např. AAF) a IIR⁷ (nízkého řádu, např. modely).

⁶Finite Impulse Response

⁷Infinite Impulse Response



Obr. 4.9: Antialiasingový filtr (převzato a upraveno z [21])

4.3 Modelování lineárních systémů

TDF je systém, který převádí vstupní signál teplotního pole na signál teplotní deformace. Jak bylo ukázáno v kapitole 4.1, je jeho fyzikální popis příliš složitý pro úspěšnou implementaci do kompenzačního členu (obr. 3.1). V kybernetice nacházejí často uplatnění black box modely, jež popisují systémy na základě experimentální identifikace (tj. modelování systému nad změřenými vstupy a výstupy) bez respektování objevených fyzikálních zákonů (kapitola 3.1).

Teorie automatického řízení pracuje se systémy jako s filtry – členy s operátorovým přenosem mezi vstupem a výstupem (4.22), obsahující ideálně pouze zesílené složky vstupní proměnné $u[n]$. [6]

Výstupní proměnná je,

$$y[n] = u[n] * g[n] \quad (4.21)$$

kde $g[n]$ je odezva systému na Diracův jednotkový impuls $\delta[n]$ – impulsní charakteristika. Ve frekvenční doméně definujeme přenos jako podíl Fourierových transformací vstupů a výstupů ze systému. Jeho absolutní hodnota je frekvenční charakteristika.

$$G(j2\pi f) = \frac{Y(j2\pi f)}{U(j2\pi f)} \quad (4.22)$$

To platí pro lineární systémy, za který TDF považujeme. Aby model systém popisoval v celé délce simulace, musí být modelovaný děj v čase neproměnlivý. Lineární časově

invariantní (LTI⁸) systémy jsou jednodušší a zpravidla se snažíme systém zvolit či přijatelně modelovat jako LTI.

Dalším popisem systému je *přechodová charakteristika* - odezva na jednotkový skok $\mathbb{1}[n]$.

$$h(t) = \int_0^{\infty} g(\tau) d\tau \quad (4.23)$$

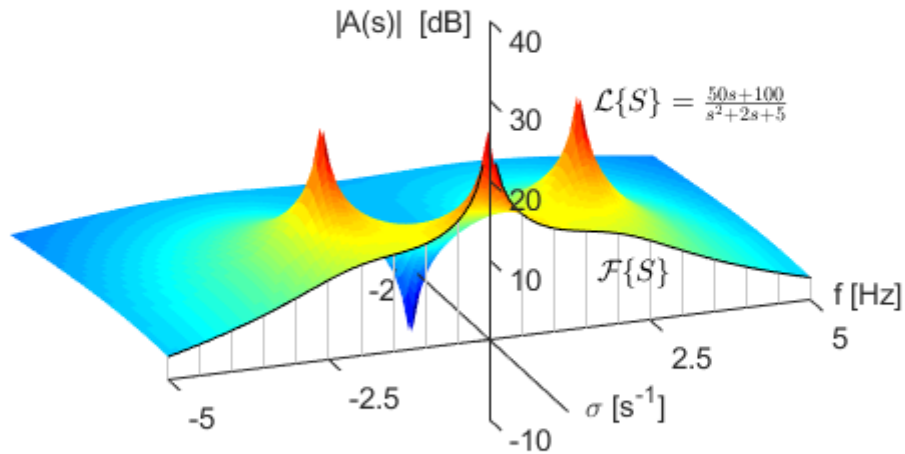
Ta vyobrazuje ustalovací děj na hodnotu $h(\infty)$ na výstupu ze systému po zvýšení $u[n]$ o jednotku. [15]

4.3.1 Integrovní transformace

Fourierova transformace (FT) však není jedinou integrovní transformací, která při modelování systémů nachází uplatnění. Již dříve vznikla pro řešení diferenciálních rovnic Laplaceova transformace (LT), která je převádí na polynomiální funkce komplexní proměnné. Zpětnou transformací řešení této rovnice získáme řešení diferenciální rovnice. Laplaceův obraz je definován rovnicí 4.24.

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (4.24)$$

Povšimněme si, že definice se od Fourierova obrazu (kapitola 4.2.1) liší pouze integračními mezemi a komplexním argumentem exponenciální funkce. Ten je rozšířen o reálnou složku (tlumení) na $s = \sigma + j2\pi f$. Jinou perspektivou, Fourierův obraz je řezem Laplaceova obrazu pro $s = 0$ (obr. 4.10). Zatímco FT existuje pouze pro konvergující funkce, LT můžeme v oblasti konvergence používat i pro nekonvergující funkce. Uvedený vztah FT k filtrům (rovnice 4.17) platí i pro LT.



Obr. 4.10: Porovnání Laplaceovy a Fourierovy transformace na přenosové funkci S

Diskrétním periodickým funkcím je, právě s ohledem na jejich periodicitu T_S danou vzorkováním (obr. 4.6f), uzpůsobena obdoba LT nazvaná Z-transformace.

$$F(z^{-1}) = \mathcal{Z}\{f[n]\} = \sum_{n=0}^{\infty} x[n] z^{-n} \quad (4.25)$$

Převod z s -roviny Laplaceovy transformace do z -roviny Z-transformace je konformní (úhlojevné) zobrazení $z = e^s = e^{\sigma + j\frac{2\pi}{N}k}$.

Pro všechny uvedené integrální transformace dále platí (s důsledky pro spektrální analýzu):

- věta o posunutí (τ je dopravní zpoždění)

$$x(t) = a(t - \tau) \Leftrightarrow X(k) = A(k) e^{-j2\pi f\tau}; |X(k)| = |A(k)| \quad (4.26)$$

- věta o změně měřítka (τ je dopravní zpoždění)

$$x(t) = a(mt) \Leftrightarrow X(k) = \frac{1}{m} A\left(\frac{k}{m}\right) \quad (4.27)$$

⁸Linear Time Invariant

4.3.2 Přenosové funkce a perioda vzorkování

Přenos systému vyjádřený v Laplaceově nebo Z prostoru je racionální lomená funkce – přenosová funkce řádu k .

$$G(z^{-1}) = \frac{b_k z^{-k} + b_{k-1} z^{-k+1} + \dots + b_1 z^{-1} + b_0}{a_l z^{-l} + a_{l-1} z^{-l+1} + \dots + a_1 z^{-1} + a_0} \quad (4.28)$$

Kořeny jmenovatele se nazývají *póly* přenosu a kořeny čitatele *nuly* přenosu. Jejich pomocí se vyšetřuje *stabilita* systému (modelu) a vypovídají o kmitavosti odezvy. Systém je stabilní, pakliže všechny jeho póly mají zápornou reálnou složku. Takový systém se po odeznění budící veličiny navrátí do stabilního stavu. Význam stability je zejména v omezeném výstupu pro omezený vstup – BIBO⁹. BIBO systém je robustní, nediverguje. Pokud je alespoň jeden pól v počátku, systém je integrační a nestabilní. Pakliže jsou všechny póly reálné ($s = 0$), je $y[n]$ aperiodická (nekmitavá).[16]
Implementovaný model TDF by měl být stabilní a nekmitavý.

Pokud mají všechny nuly zápornou reálnou složku, jedná se o systém s minimální fází, pokud mají všechny nuly kladnou reálnou složku, jedná se o systém s maximální fází ($h(t)$ nepřekmitne $h(\infty)$).

Systémy kde $a_0 \neq 0 \wedge b_0 \neq 0$ nazýváme proporcionální a můžeme u nich určit statickou citlivost (zesílení) $S = \frac{b_0}{a_0}$.

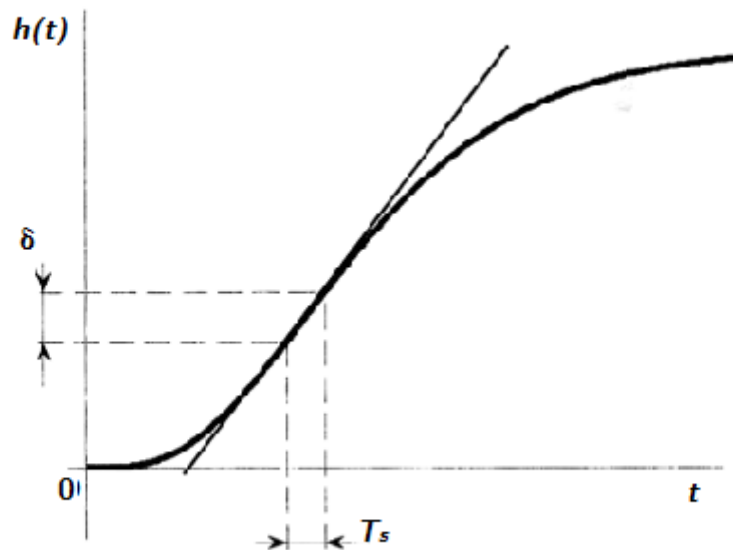
Relativní řád systému je definován jako $l - k$. Relativní řád ovlivňuje podobu přechodové charakteristiky. Například pro $l - k = 1$ je $\frac{dh}{dt}(0) \neq 0$, a tak připomíná přechodovou charakteristikou systém prvního řádu.

Každá spektrální čára signálu, kterou chceme modelovat, zvyšuje potřebný řád modelu o 2.

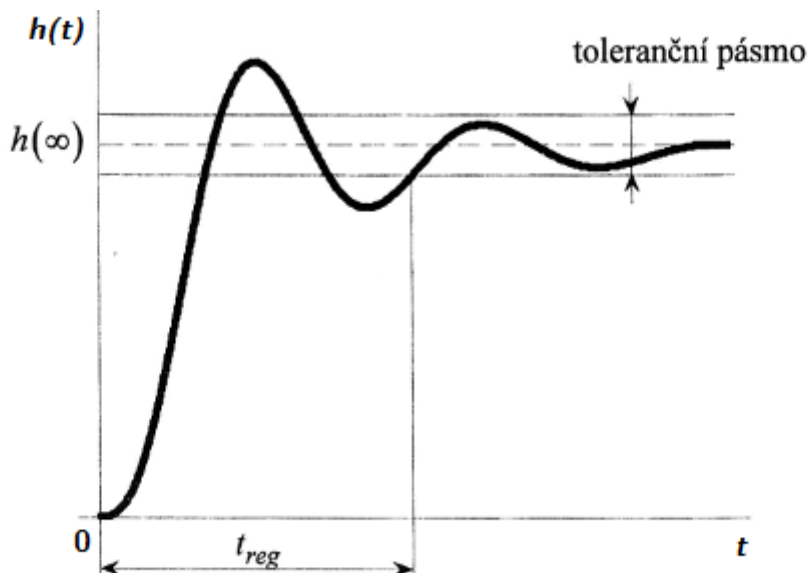
Od podmínky vzorkování je pro systémy, které se obvykle chovají jako dolní propusti (podobně jako na obr. 4.9), odvozen vztah pro volbu vzorkovací frekvence podle frekvenční charakteristiky systému. Volí se jako $(10 \div 20) f_0$, kde $|G(f_0)| = 0$ dB. Z $h(t)$ také vyplývá několik pouček pro volbu periody vzorkování [8] [16]:

- podle času dosažení přípustné chyby v místě nejstrmějšího průběhu (obr. 4.11),
- podle doby potřebné pro ustálení v tolerančním pásmu $h(\infty) \pm (2 \div 10)\%$ jako $\frac{t_{reg}}{20}$ až $\frac{t_{reg}}{40}$ (obr. 4.12),

⁹Bounded Input Bounded Output



Obr. 4.11: Určení vzorkovací frekvence podle maximální přípustné chyby [8]



Obr. 4.12: Určení vzorkovací frekvence podle doby dosažení ustálené hodnoty [8]

- u nekmitavého spojitého systému menší než $\frac{1}{10}$ souhrnná časová konstanta T_Σ .

Souhrnná časová konstanta T_Σ je součtem všech časových konstant T , T_N a τ z vyjádření přenosové funkce pomocí časových konstant.

$$G(s) = S \frac{(T_{kN} s + 1)(T_{(k-1)N} s + 1) \cdots (T_{1N} s + 1)}{(T_l s + 1)(T_{l-1} s + 1) \cdots (T_1 s + 1)} e^{-s\tau} \quad (4.29)$$

4.3.3 Parametrické stochastické modely

Měřený signál obsahuje i další než jen přenosem modelované složky. Pakliže systém považujeme za lineární, připisujeme je stochastickým procesům – chybám měřících zařízení apod. U stochastických diskretních energetických signálů (teplota i deformace jsou energetické signály) se náhodná složka identifikuje pomocí autokorelační posloupnosti přes periodu signálu N .

$$K_z[m] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} z[n+m] z[n] \quad (4.30)$$

Tou je vyjádřena závislost dvou složek náhodné posloupnosti. Stochastický signál, který nenese informaci – bílý šum, je posloupnost nekorelovaných veličin, tedy slabě stacionární. Autokorelační funkce se podobá konvoluci signálu se sebou samým. Z odvození uvedeného v [8] pak vyplývá vztah mezi spektrem a autokorelační funkcí (Wiener-Chinčinova věta) pro diskretní neperiodický signál s normalizovanou frekvencí $\nu = \frac{2\pi}{N}k$,

$$K_z[m] = \mathcal{F}^{-1}\{ESD(\nu)\} \quad (4.31)$$

kde ESD je spektrální hustota energie,

$$ESD(\nu) = |A(\nu)|^2 \quad (4.32)$$

jejímž zprůměrováním přes vzorkovací periodu získáme energii přenesenou energetickým signálem (Parsevalův teorém).

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |z[n]|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} ESD(\nu) d\nu \quad (4.33)$$

Bílý šum je definován jako signál s konstantní ESD nezávislou na frekvenci. [8]

Na tomto principu jsou při identifikaci ze signálu vyčleňovány neměřitelné, náhodné veličiny. Předpokládáme nalezení modelu ve tvaru diferenční rovnice a příslušného operátorového přenosu.

$$y_M[n] + a_1 y_M[n-1] + \dots + a_l y_M[n-l] = b_0 u[n] + b_1 u[n-1] + \dots + b_k u[n-k] \quad (4.34)$$

$$G_M(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_k q^{-k}}{1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_l q^{-l}} \quad (4.35)$$

Pro popis diskrétního stochastického signálu $\nu[n]$ slouží autoregresní modely klouzavých průměrů (ARMA¹⁰). Autoregresní složka (AR) závisí na hodnotě bílého šumu $\varepsilon[n]$ a na minulých hodnotách $\nu[n]$.

$$\nu[n] + c_1 \nu[n-1] + \dots + c_l \nu[n-l] = d_0 \varepsilon[n] \quad (4.36)$$

Složka klouzavého průměru (MA) je určena váženým součtem současné a minulých hodnot $\varepsilon[n]$.

$$\nu[n] = d_0 \varepsilon[n] + d_1 \varepsilon[n-1] + \dots + d_k \varepsilon[n] \quad (4.37)$$

Operátorový přenos modelu šumu obou složek popisuje rovnice 4.38.

$$G_\nu(z^{-1}) = \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} = \frac{d_0 + d_1 q^{-1} + \dots + d_l q^{-l}}{1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_l q^{-l}} \quad (4.38)$$

Různými variacemi modelu přenosu šumu vzniklo několik parametrických stochastických modelů systémů, které se souhrnně nazývají polynomiální. $\nu[n]$ nazýváme chybou modelu.

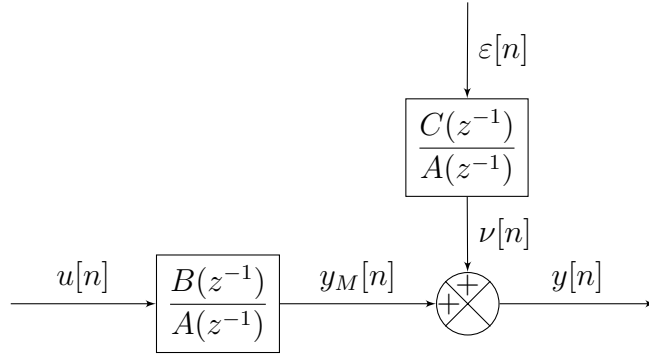
- ARX (AR s vnějším vstupem – eXogenous input) – $\nu[n]$ ztotožňuje s $\varepsilon[n]$
- ARMAX (ARMA s vnějším vstupem), jehož model šumu má vlastní AR složku – poskytuje nejvyšší volnost popisu závislé chyby (obr. 4.13)

a dále modely předpokládající nezávislost modelu přenosu a modelu šumu:

- OE (Output Error) model, který pokládá $\nu[n]$ rovné $\varepsilon[n]$
- Box-Jenkinsův model, který používá uvedený model přenosu šumu s největší volností – modeluje stejně předmětný systém i chybu modelu.

Kromě polynomiálních modelů používáme modely stavového prostoru systému, které mají méně uživatelských parametrů a kratší výpočetní čas. Jejich parametry

¹⁰Auto-Regressive Moving Average



Obr. 4.13: Struktura ARMAX modelu

určujeme pomocí metody stavových podprostorů algoritmem N4SID. Popis těchto modelů a jejich porovnání s ARMAX je v [22].

Pro identifikaci TDF je zvolen ARMAX model, protože je méně výpočetně náročný než Box-Jenkinsův a bylo odhadnuto, že kvůli zesilování měřeného signálu před zpracováním jsou chyby závislé na identifikovaném modelu.

Identifikační regresní algoritmy jsou komplikované a jsou pro ně vyvinuta různá optimalizační kritéria (například AIC¹¹ a BIC¹²), která kromě kvality aproximace kalibračních dat modelem zohledňují také jeho složitost.

Modely mohou mít libovolný počet vstupů a výstupů. Pakliže mají jeden vstup a jeden výstup, označujeme je jako SISO¹³. Modely s více než jedním vstupem i výstupem se označují jako MIMO¹⁴. [23]

Kvalitu simulace modelu vyšetřujeme pomocí statistických kritérií.

$$fit = 1 - NRMSE \quad (4.39)$$

$$max(\delta) = max(\hat{y}[n] - y[n]) \quad (4.40)$$

NRMSE¹⁵ je *normalizovaná střední kvadratická chyba*

$$NRMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^n (\hat{y}[n] - y[n])^2}{\sum_{i=0}^n (\bar{y}[n] - y[n])^2}} \quad (4.41)$$

kde $\hat{y}[n]$ je simulovaná, $y[n]$ pozorovaná a $\bar{y}[n]$ průměrná hodnota výstupní veličiny.

¹¹Akaike Information Criterion

¹²Bayesian Information Criterion

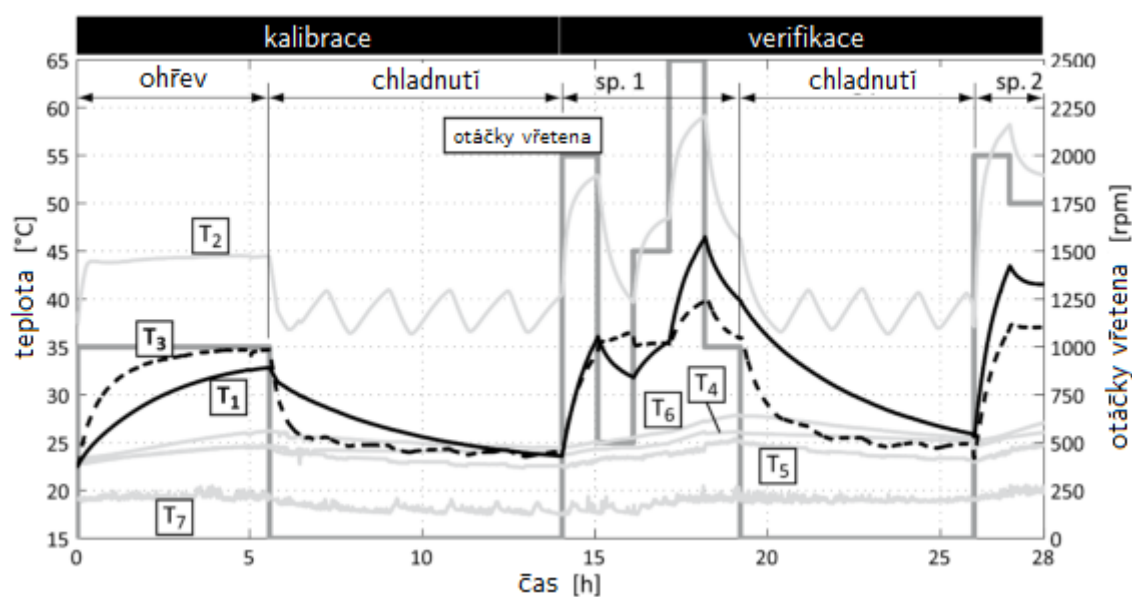
¹³Single Input Single Output

¹⁴Multiple Input Single Output

¹⁵Normalised Root Mean Square Error

5 Současný stav řešení problematiky na RCMT

V rámci skupiny měření RCMT je vyvíjena výzkumná činnost prověřující možnosti modelů teplotně-deformačního chování se základem v přenosových funkcích. Kromě ověřování poznatků na zmenšených modelech OS jsou ve spolupráci s průmyslem prováděna měření na komerčních NC obráběcích centrech. Je dosahováno velkého zlepšení simulace v porovnání s MLR modely. [7] V roce 2017 byl publikován článek [24] o prověření začlenění vlivu řezného procesu do modelu. Pro dlouhé těžké hrubování frézou $\varnothing 100$ bylo v simulaci při využití bezkontaktního měření teploty dosaženo při maximální nekompenzované chybě 158 μm snížení na maximálně 22 μm . Byly pro to použity OE a ARX modely 2. řádu.

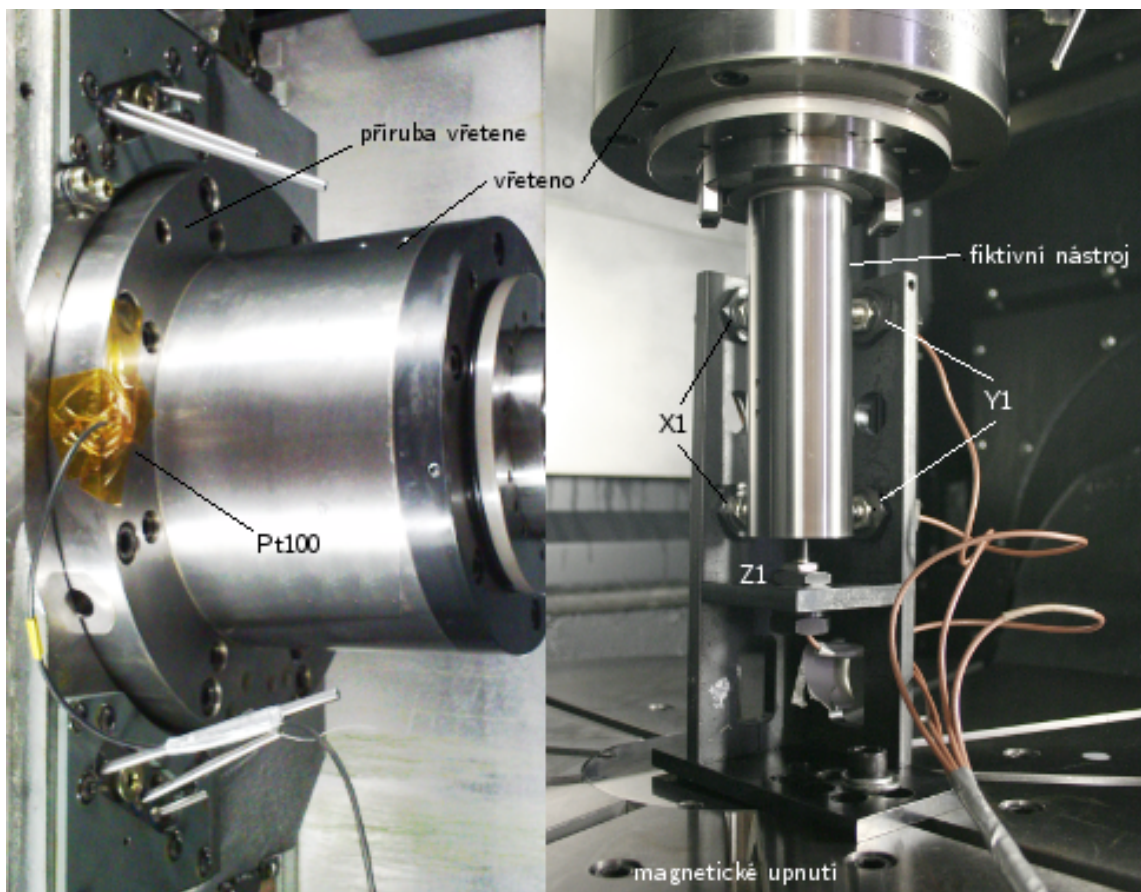


Obr. 5.1: Průběh měření dat pro modelování [25]

Identifikace modelu TDF probíhá v kalibračním měření sestávajícím z buzení dlouhými konstantními otáčkami do dosažení ustálené hodnoty teploty (odezva teploty na jednotkový skok otáček) a volném chladnutí při teplotě okolí, opět do dosažení ustálené hodnoty teploty. Verifikace napodobuje provoz stroje spektrem

otáček a fázemi chladnutí. Celé měření trvá desítky hodin.

Základními senzory pro tato měření jsou odporová teplotní čidla Pt100 umístovaná na konstrukci stroje v blízkosti zdrojů tepla a měřící přípravek v němž jsou umístěny indukční snímače vzdálenosti měřící posunutí fiktivního nástroje – v ose Z jeden a v osách X a Y pro měření úhlových chyb dva. Přípravek je pevně upnut na pracovní stůl.



Obr. 5.2: Fotodokumentace konfigurace senzorů při měření na horizontální frézce

Data jsou dále vzorkována v A/D převodníku a digitálně zpracovávána. Frekvenčním vlastnostem nebyla věnována přílišná pozornost a některá měření byla realizována bez AA filtru, což, jak ukazují kapitoly 4.2 a 4.3, ještě před úvodním zpracováním dat způsobuje ztráty. Vzorkovací frekvence byla dosud pro kalibraci volena konzervativně (1 s), bez uvažovaného vlivu na kvalitu modelu. Otázka vzorkovací frekvence nebyla řešena ani pro budoucí reálné aplikace simulace.

6 Analýza vlivu vzorkovací frekvence

Podle poznatků shrnutých v předchozích kapitolách byl navržen postup při vyšetřování vlivu vzorkovací frekvence na kvalitu simulace modelů TDF. Záměrem je spíše uvedení poznatků z rešerše do kontextu dat z měření na OS. Pomoci při dalším výzkumu mohou i části přiložené pracovní verze programu v jazyce matlab, který byl pro zpracovanou část analýzy vytvořen.

6.1 Navržený postup

Jak ukázala rešerše v kapitole 4.3.2, volba vzorkovací frekvence je s identifikovaným systémem svázána

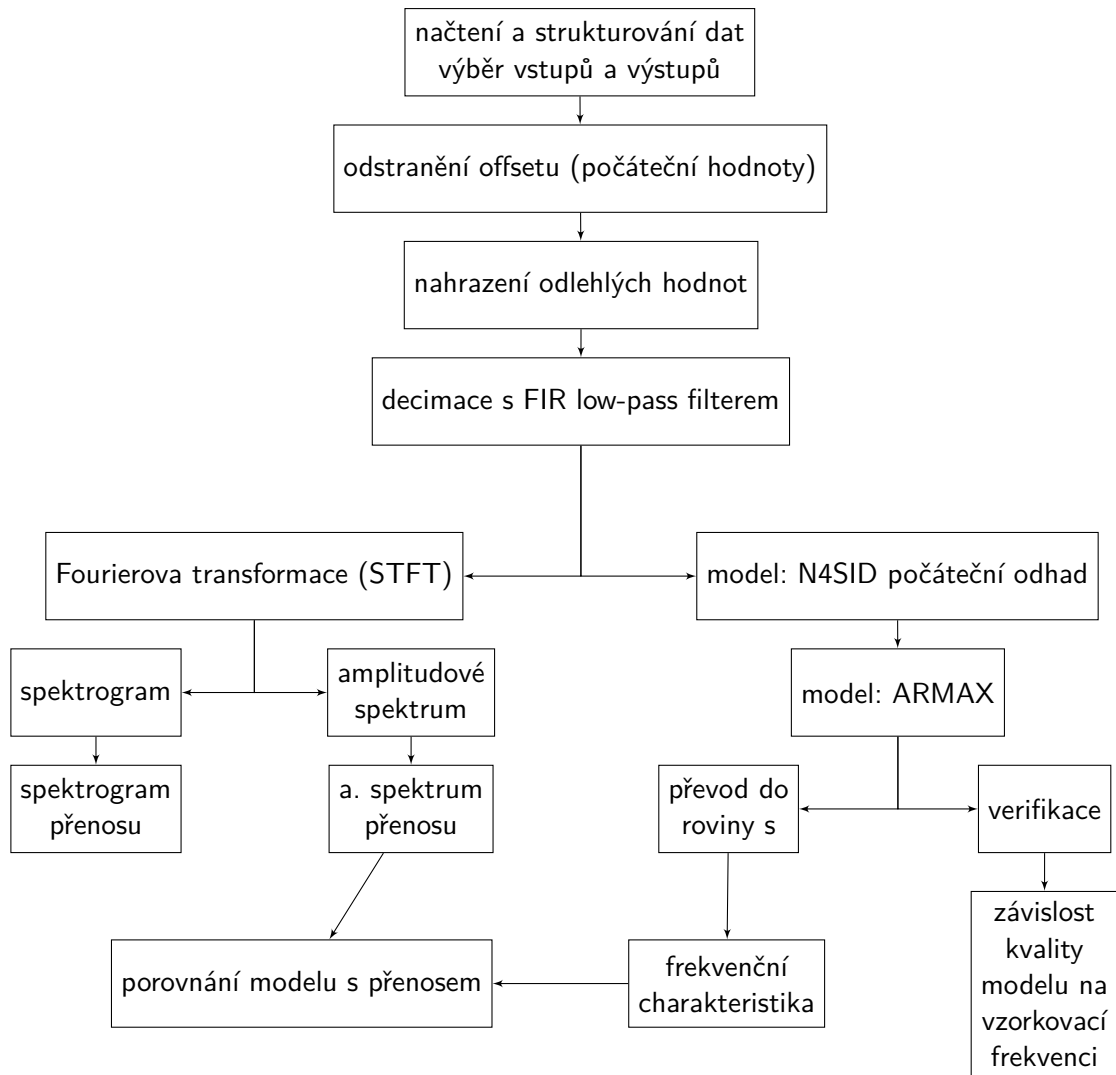
- (a) frekvenční charakteristikou
- (b) přechodovou charakteristikou.

Abychom mohli o potřebné vzorkovací frekvenci spolehlivě rozhodnout, potřebujeme tedy nejprve oba popisy modelu určit.

Protože frekvenční odezva diskrétního filtru je z vlastností Z-transformace normalizovaná k T_S (viz kapitola 4.3.1), nedostaneme simulaci s jinak vzorkovaným signálem stejný výsledek. Proto musí být již při identifikaci modelu f_S stejná jako plánovaná pro simulaci – implementaci v kompenzačním členu OS.

Tím se ovšem úkol nalezení vhodné vzorkovací frekvence stává rekurzivním. Pakliže vzorkovací frekvence nevyhovuje kritériím, nestačí ji změnit, ale je třeba identifikovat model pro novou frekvenci a proces opakovat.

Mimoto vyšetříme závislost kvality modelu na f_S statisticky (pro stejným způsobem identifikovaný model). Takto ukážeme, jaké chyby se můžeme dopustit opomíjením opodstatněné volby. Pro jednoduchost budeme vytvářet SISO model. U MIMO modelů se postup pro každou dvojici signálů na vstupu a výstupu opakuje.



Obr. 6.1: Diagram navrženého postupu pro identifikaci s ohledem na frekvenční vlastnosti signálu

Postup lze rozdělit do těchto kroků:

1. **Předzpracování vstupních dat.** Pro modelování zvolíme výstupní a vstupní veličinu. Pro usnadnění volby z měřených vstupních signálů vypočítáme jejich korelace k zvolené výstupní veličině. Jelikož PF modelují pouze závislost změny výstupu na změně vstupu a nikoli absolutní hodnotu, musíme ošetřit offset. Jinak by při identifikaci algoritmus na začátku kalibračních dat vyhodnocoval počáteční klidový stav výstupu jako odezvu na násobek jednotkového skoku. Učiníme tak odečtením počáteční hodnoty časové posloupnosti dat. Pokud signál obsahuje odlehlá data, nahradíme je interpolací okolních hodnot.

2. **Vytvoření kopií dat s nižší vzorkovací frekvencí.** Vytvoříme vektor \mathbf{f}_S , pro které chceme identifikovat systém a u výsledných modelů ověřit podmínky pro $\mathbf{f}_S(i)$. Pro každý prvek vektoru vytváříme kopii dat, již filtrujeme digitálním FIR AAF navrženým podle $\mathbf{f}_S(i)$ (viz kapitola 4.2.5) a decimujeme na $\mathbf{f}_S(i)$ (převzorkujeme). Tak napodobíme měření při nižší frekvenci. *Další kroky aplikujeme na každou takovou kopii zvlášť.*
3. **Analýza frekvenčních vlastností dat.** Signál rozdělíme na segmenty délky $N = 2^n$. S klesající f_S musíme snižovat délku segmentů. Použijeme okno (Hannovo) s 75 % přesahem. Welchovou metodou, zprůměrováním ESD, aproximujeme amplitudové spektrum; vykreslíme spektrogram (z něj Wienerovým filtrem odstraníme šum). Podílem obrazů výstupu a vstupu vypočítáme amplitudové spektrum a spektrogram přenosu (viz kapitola 4.2.2)
4. **Identifikace systému.** Pro počáteční odhad použijeme model stavového prostoru identifikovaný algoritmem N4SID. Systém modelujeme jako ARMAX, s ohledem na rovnici vedení tepla (kapitola 4.1.1) doporučeně 2. řádu. Pro každou f_S použijeme stejný algoritmus. Model vykreslíme v prostoru na s-rovinou, vykreslíme mapu pólů a nul, impulsní, frekvenční a přechodovou charakteristiku (kapitoly 4.3.2 a 4.3.3).
5. **Verifikace systému.** Simulujeme odezvu modelu na kalibrační a verifikační data. Na verifikačních datech vyhodnotíme kvalitu simulace pomocí parametrů uvedených v kapitole 4.3.3.
6. **Statistické vyhodnocení závislosti kvality simulace na vzorkovací frekvenci.** Do grafu vyneseme závislost obou sledovaných parametrů kvality simulace verifikačního měření na f_S pro stejně identifikované modely. Vytipujeme modely k další analýze.
7. **Porovnání frekvenční charakteristiky modelu s frekvenční amplitudovou charakteristikou přenosu.** Pozorujeme rozdíly, nejlépe ve spektrogramu pro odhalení nestacionárních procesů.
8. **Ověření splnění podmínek pro vzorkovací frekvenci.** Podmínky volíme podle kapitoly 4.3.2.

6.2 Vstupní data

Uvedený postup byl realizován na poskytnutých datech z experimentů na komerčních OS a pro porovnání na modelu rámu vertikální frézky, tj. na datech:

- C-rám
- NC pětiosá frézka (*frézka*)
- odlišná vřetenová jednotka na této frézce (*frézka II*)
- frézovací vřeteno multifunkčního NC soustruhu (*soustruh*).

Data jsou souborem mnoha signálů, z nichž jeden nebo dva signály teplot vynikají vysokou korelací k signálu deformace. Vhodnější se ukázaly být signály, které jsou po vybuzení více zesíleny. Kromě výstupů z čidel instalovaných pro účely experimentu jsou obsaženy také výstupy z řídicího systému stroje, z nichž je použitelný signál otáček vřetene a diagnostická teplota vřetenové jednotky, která je však zaznamenána s výrazně nižší vzorkovací frekvencí.

V případě frézky byla data dodána se dvěma kalibračními měřeními – pro otáčky vřetene 500 min^{-1} a 8000 min^{-1} .

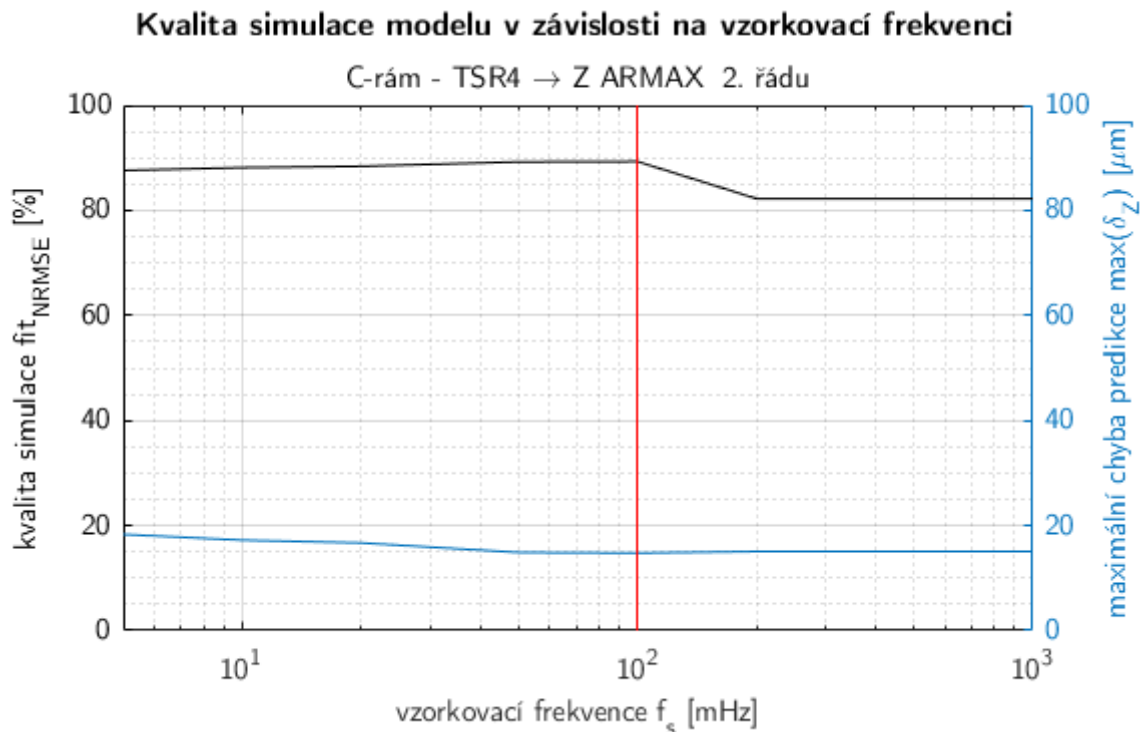
6.3 Programové vybavení

Podle diagramu na obr. 6.1 a postupu v kapitole 6.1 byl v jazyce matlab naprogramován nástroj na analýzu frekvenčního spektra signálů, frekvenčních charakteristik systémů, jejich ARMAX modelování, analýzu identifikovaných modelů a závislosti jejich kvality na vzorkovací frekvenci. Program a stručný návod je obsahem příloh.

6.4 Výstupy

Postupem uvedeným v kapitole 6.1 byla graficky zpracována závislost parametrů kvality simulace verifikačního měření modelů TDF *fit* a *max*(δ) pro všechna dodaná data (viz kapitola 6.2). Aby byly v okolí desetiny a setiny výchozí $f_S = 1 \text{ Hz}$ patrné trendy pro snižování f_S , byly hodnoty vynášeny na logaritmickou osu frekvence.

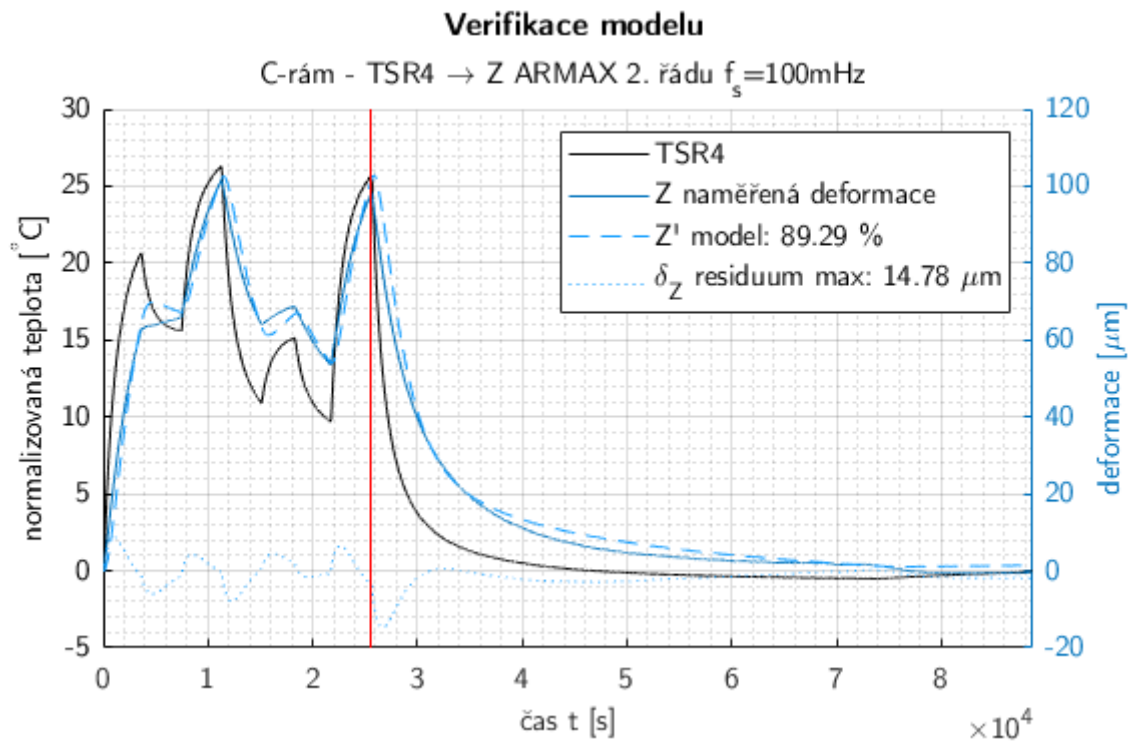
Vstupní veličiny byly vybrány tak, aby bylo dosaženo pro SISO model co nejvyššího *fit* při volbě výstupní veličiny jako deformace v nástrojové ose Z (u soustruhu v ose X). Pro frézku byly vytvářeny modely z obou dostupných kalibračních měření.



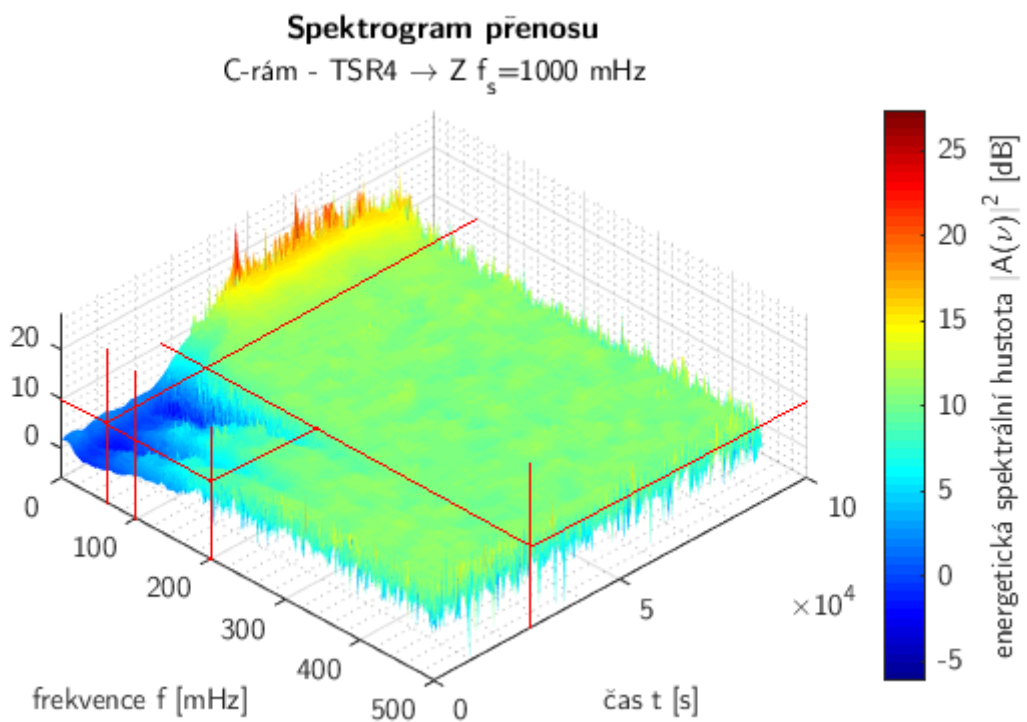
Obr. 6.2: Závislost kvality simulace na vzorkovací frekvenci C-rámu

Nejvyšší kvality simulace dosahují modely identifikované na **C-rámu**. Na obr. 6.2 je zvýrazněna hodnota, pro níž můžeme pro ilustraci na obr. 6.3 pozorovat průběh verifikačního měření a výsledek simulace identifikovaného modelu. Největší δ vzniká po zvýrazněním vypnutí zdroje tepla a za zhruba 3000 s odeznívá. Odezvu na prudké kolísání teploty odpovídající zatěžování spektrem otáček reálného stroje simuluje model dobře a udržuje maximální chybu 8 μm .

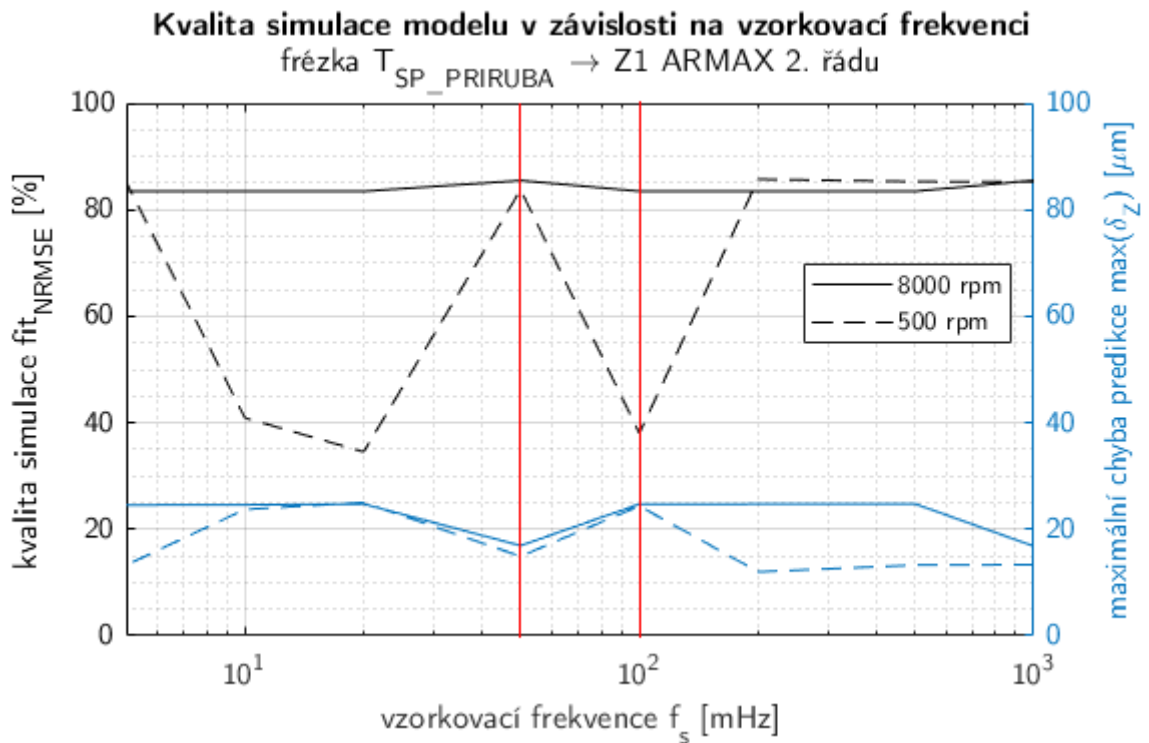
Teplotně-deformační chování C-rámu má v čase jednoduchý přenos (obr. 6.4) s konstantní ESD od cca 200 mHz, během chladnutí již od cca 60 mHz. Je zřetelný rozdíl mezi přenosem během zatěžování a během chladnutí. Na rychlé změny musí systém reagovat rychle – jsou zesilovány vyšší frekvence na úkor nižších. Udržení téměř konstantního výstupního signálu po vychladnutí vyžaduje zapojení širokého spektra frekvencí. Změna mezi těmito procesy je vyznačena stejně jako na obr. 6.3.



Obr. 6.3: Verifikace modelu C-rámu



Obr. 6.4: Spektrogram přenosu C-rámu

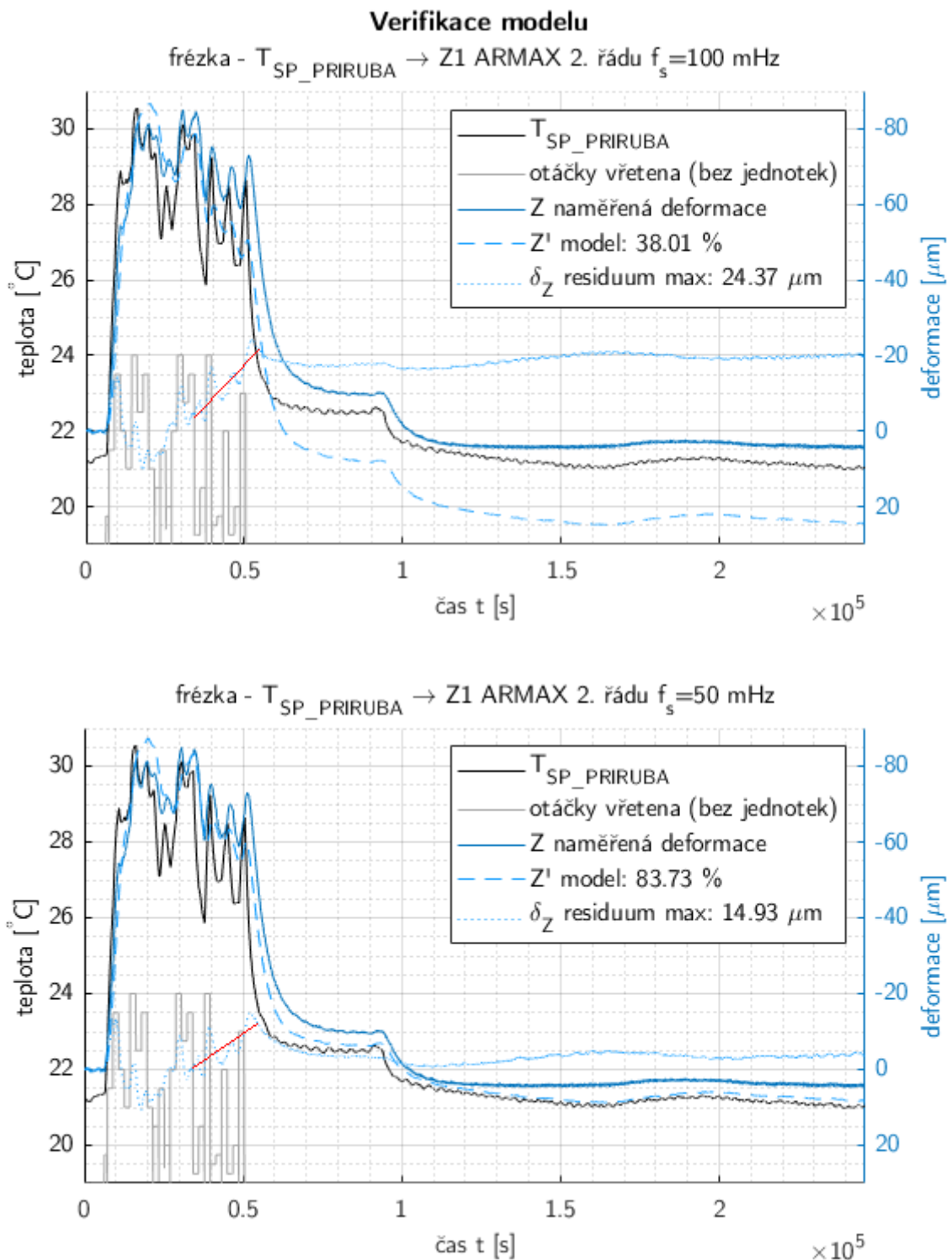


Obr. 6.5: Závislost kvality simulace na vzorkovací frekvenci frézky

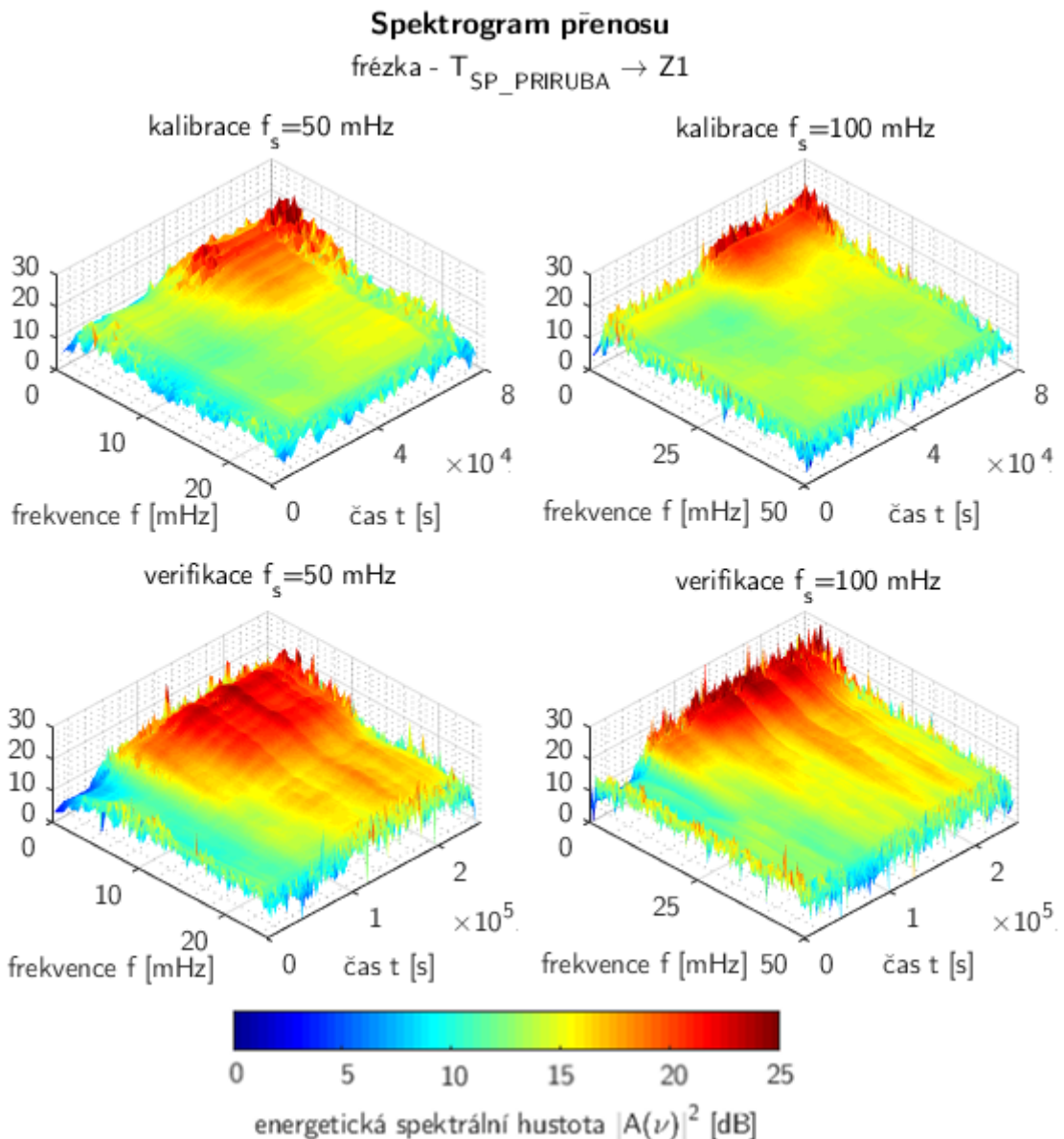
Na datech z **frézky** (obr. 6.5) je možné pozorovat rozdílnou závislost při odlišných podmínkách kalibrace. Odlišné byly otáčky vřetene, kterými byl TDF vybuzen (500 min^{-1} , resp. 8000 min^{-1}) a délka měření (cca 22 h, resp. 27,5 h). Oba tyto parametry mohou ovlivňovat kvalitu modelu a ačkoli to není u výchozí vzorkovací frekvence příliš poznat, při snižování vzorkovací frekvence se kvalita identifikovaných modelů liší.

U modelu kalibrovaného při otáčkách vřetene 500 min^{-1} dochází k drastickým propadům kvality simulace. Porovnáním vlastností modelů při vyznačených f_s 100 mHz a 50 mHz se pokusíme zjistit z jakého důvodu.

Patrně (obr. 6.6) se horší model po fázi chladnutí ustálil s větší chybou, a proto se tak drasticky propadla hodnota parametru *fit*. Přesto však chyba, jak je zvláště zřejmé, narůstala i v průběhu zatěžování téměř dvakrát rychleji než u lepšího modelu, a došlo tak ke zvýšení residua téměř o $10 \mu\text{m}$.



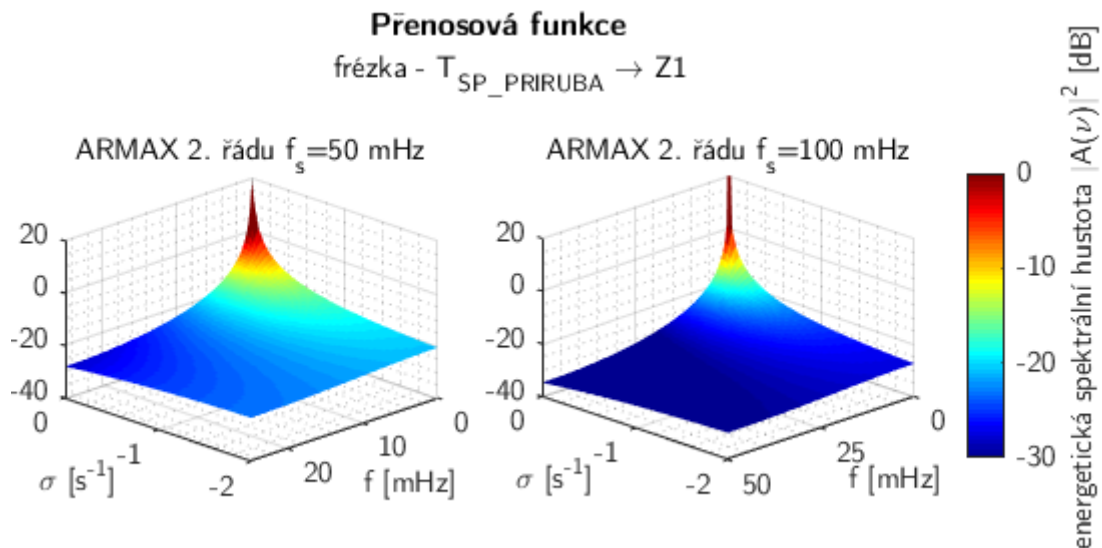
Obr. 6.6: Verifikace modelu frézky při kalibraci nízkými otáčkami



Obr. 6.7: Spektrogramy přenosu frézky při kalibračním a verifikačním měření při různých frekvencích

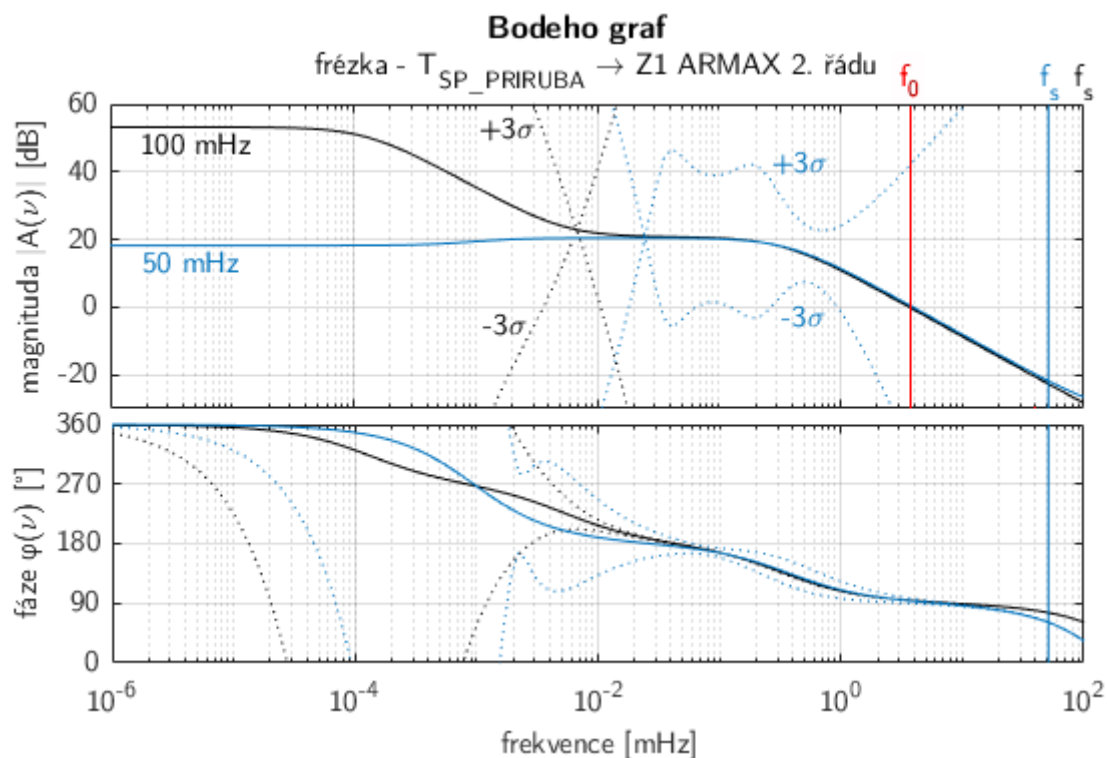
Spektrogram přenosu (obr. 6.7) při nižší f_s je, v souladu s teorií, výřezem spektrogramu při vyšší f_s . Jelikož se kvalita modelu pro nižší frekvenci zvýšila, dá se to ve spektrogramu vysvětlit jedině odfiltrováním složek nevzorkovaných frekvencí. Ty jsou proti nižším frekvencím, jak je patrné zejména na verifikačním měření, mírně zvýšené. Proces je opět nestacionární, hlavně na nižších frekvencích.

Jemné v čase konstantní pruhování na spektrogramech pro nižší frekvence je způsobeno rozlišením STFT, které se s klesajícím počtem vzorků zhoršuje.



Obr. 6.8: ARMAX modely frézky při různých frekvencích

U identifikovaných modelů je patrný rozdíl. Model identifikovaný při 50 mHz má pozvolnější průběh v ose σ – zřejmě má pól více vzdálený od počátku.



Obr. 6.9: Bodeho graf ARMAX modelů frézky při různých frekvencích

Lépe chování modelu ve frekvenční doméně vyšetříme v Bodeho grafu, který v logaritmických souřadnicích zobrazuje frekvenční a fázovou charakteristiku.

Lepší model, tj. identifikovaný při $f_s = 50$ mHz méně zesiluje nízké frekvence.

Oba modely zesilují frekvence do vyznačených $f_0 \approx 25$ mHz. To dává u modelu pro $f_S = 100$ mHz bezpečnostní koeficient vůči vzniku aliasingu

$$k = \frac{f_S}{2 f_0} \quad (6.1)$$

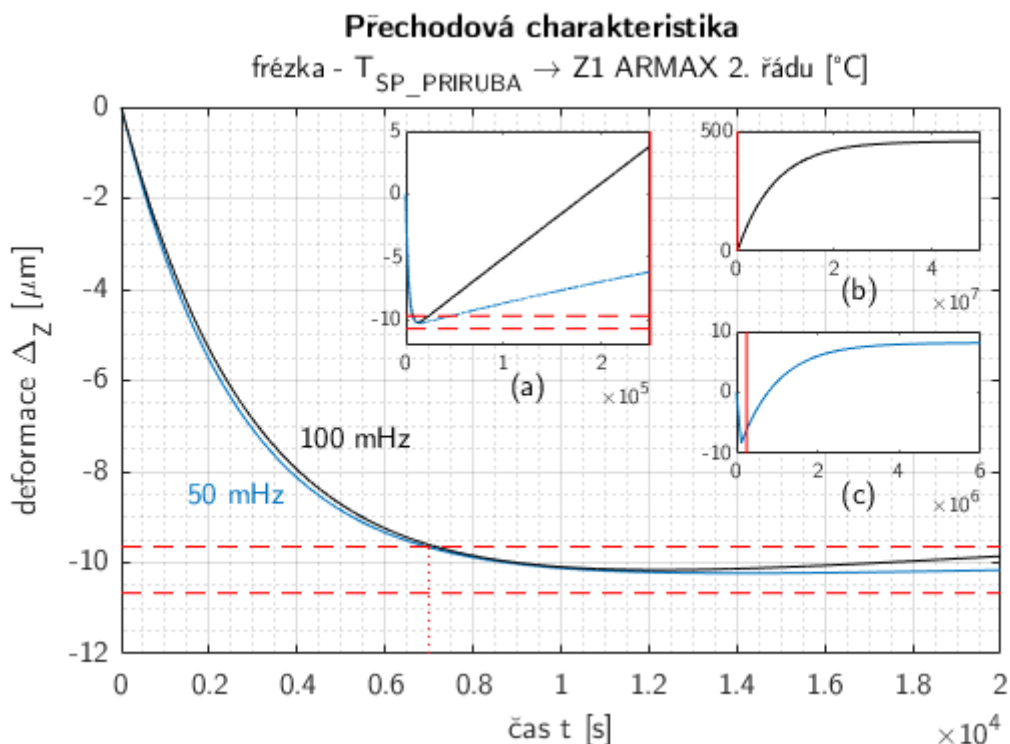
ve výstupním signálu $k = 2$ a u modelu pro $f_S = 50$ mHz pouze $k = 1$. Podle kapitoly 4.3.2 je však doporučeno $2k = (10 \div 20)$, a tak by pro dané vzorkovací frekvence modely podmínce proti vzniku aliasingu nevyhověly. Pokud předpokládáme stejnou f_0 , byla by tato podmínka splněna pro $f_S \geq 250$ mHz.

V grafu jsou rovněž podle pravidla 3σ pro normálně rozdělený statistický soubor vyznačeny hranice intervalu 99,73% spolehlivosti pro kalibrační data. Jeho velká šíře je způsobena vysokou nestacionaritou procesu, a to v souladu s poznatky ze spektrogramů (obr. 6.7) zejména na nízkých frekvencích. Ve fázové charakteristice je pozorovatelná oblast frekvencí, pro které má výstupní signál proti vstupnímu opačnou fázi (180°). To nemusí být vlastnost, kterou bychom od modelu TDF očekávali. Stejně jako frekvenční charakteristika je i tato charakteristika u obou identifikovaných modelů různá, pro nižší frekvence se širokým intervalem spolehlivosti. PF identifikovaná při $f_S = 100$ mHz má rovnici

$$y[n] = \frac{-0,037(z^{-1} + z^{-2})}{1 - 1,997z^{-1} + 0,997z^{-2}} u[n] + \frac{1 - 0,767z^{-1} - 0,230z^{-2}}{1 - 1,997z^{-1} + 0,997z^{-2}} \varepsilon[n] \quad (6.2)$$

a PF identifikovaná při $f_S = 50$ mHz

$$y[n] = \frac{-0,079(z^{-1} + z^{-2})}{1 - 1,992z^{-1} + 0,993z^{-2}} u[n] + \frac{1 - 0,811z^{-1} - 0,182z^{-2}}{1 - 1,992z^{-1} + 0,993z^{-2}} \varepsilon[n] \quad (6.3)$$



Obr. 6.10: Přechodová charakteristika ARMAX modelů frézky při různých frekvencích

Vzorkovací frekvenci určujeme podle kapitoly 4.3.2 také z přechodové charakteristiky modelů.

Na ní (obr. 6.10) je možno vidět chování výstupního signálu v čase. Na první pohled se oba modely jeví podobně jako systém prvního řádu. Lepší model je na počátku strmější. Oba modely dosahují zesílení cca $-10,5 \mu\text{m K}^{-1}$ za zhruba 12 500 s (3,5 hodiny).

Aplikujme podmínku pro volbu f_S podle doby dosažení ustálené hodnoty. Vyznačené toleranční pásmo $\pm 5\%$, které není opuštěno od času 70 000 s od vybuzení, určuje nejvyšší volitelnou f_S cca 0,6 mHz. U obou modelů byla použita f_S mnohem vyšší, a proto je dostačující pro zachycení změn ve vstupním signálu.

Pokud však přechodové charakteristiky prozkoumáme v delším čase (obr. 6.10b a 6.10c), zjistíme, že v důsledku 2. řádu modelu je její výše analyzovaná část pouze počáteční překmit modelu s neminimální fází a zesílením cca $400 \mu\text{m K}^{-1}$, resp. $8 \mu\text{m K}^{-1}$ pro lepší model. Stanovené toleranční pásmo výstupní veličina opět opustí po cca 7 h, resp. 13 h (obr. 6.10a). Když tento poznatek uvedeme do souvislosti s verifikačním měřením (obr. 6.6), jehož délka je v uvedených obrázcích vyznačena, odchýlí se výstupní hodnota od hodnoty původně považované za ustálenou o asi 14 μm ,

resp. 6 μm , což je podstatná část residua. Pokud bychom systém nepřekalibrovali, například na konci směny, rostla by tato odchylka do řádu milimetrů a model, ačkoli je BIBO stabilní, by generoval nepřijatelné chyby.

Zjištění poukazuje na důležitost volby řádu modelu, která zde byla příliš vysoká. Lépe by vyhověl model 1. řádu, který by se prostě ustálil po dosažení minima zvolených modelů 2. řádu. Nejstrmější je přechodová charakteristika v počátku. Podle metody uvedené v kapitole 4.3.2 podle ní můžeme určit maximální chybu způsobenou vzorkováním – vzorkovací chybu δ_S pro daný model jako

$$\delta_S = \frac{dh}{dt}(0) \frac{1}{f_S} \quad (6.4)$$

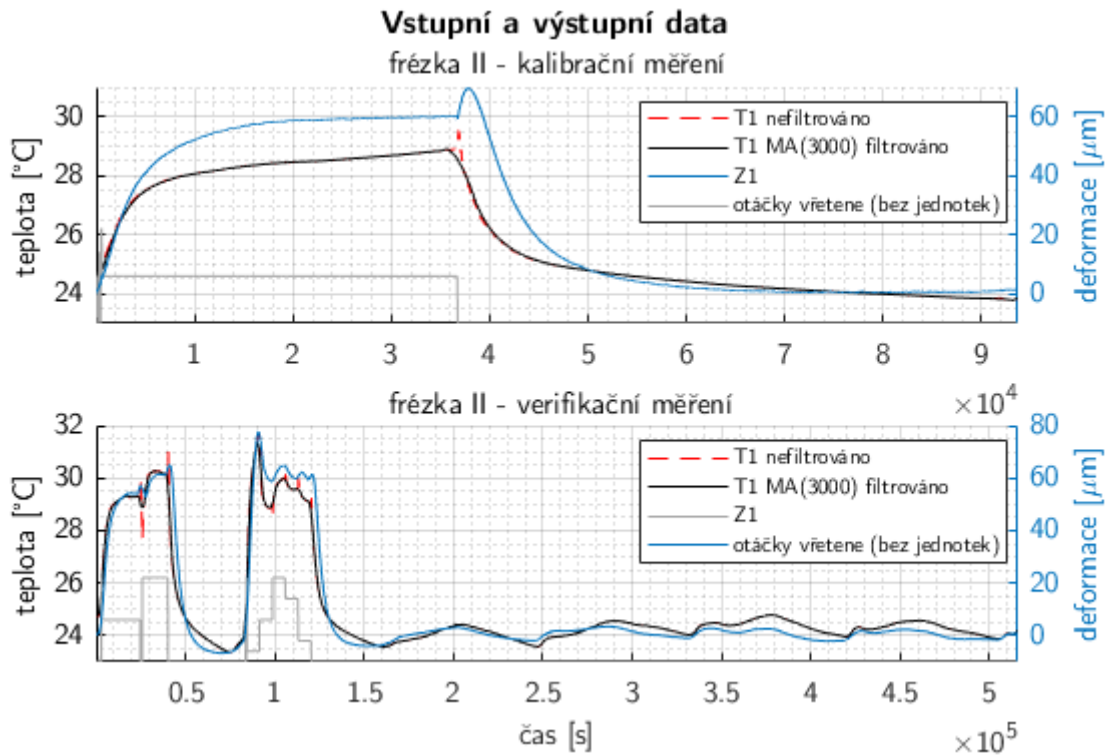
Hodnoty pro různé f_S jsou uvedeny v tabulce 6.1. Počítáme se strmější charakteristikou modelu pro $f_S = 100$ mHz. V kontextu současné kvality modelování jsou tyto chyby malé.

Tab. 6.1: Závislost velikosti vzorkovací chyby na vzorkovací frekvenci

$f_S[\text{mHz}]$	50	100	250	500	1000
$\delta_S[\text{m}]$	-0,733	-0,367	-0,147	-0,073	-0,037

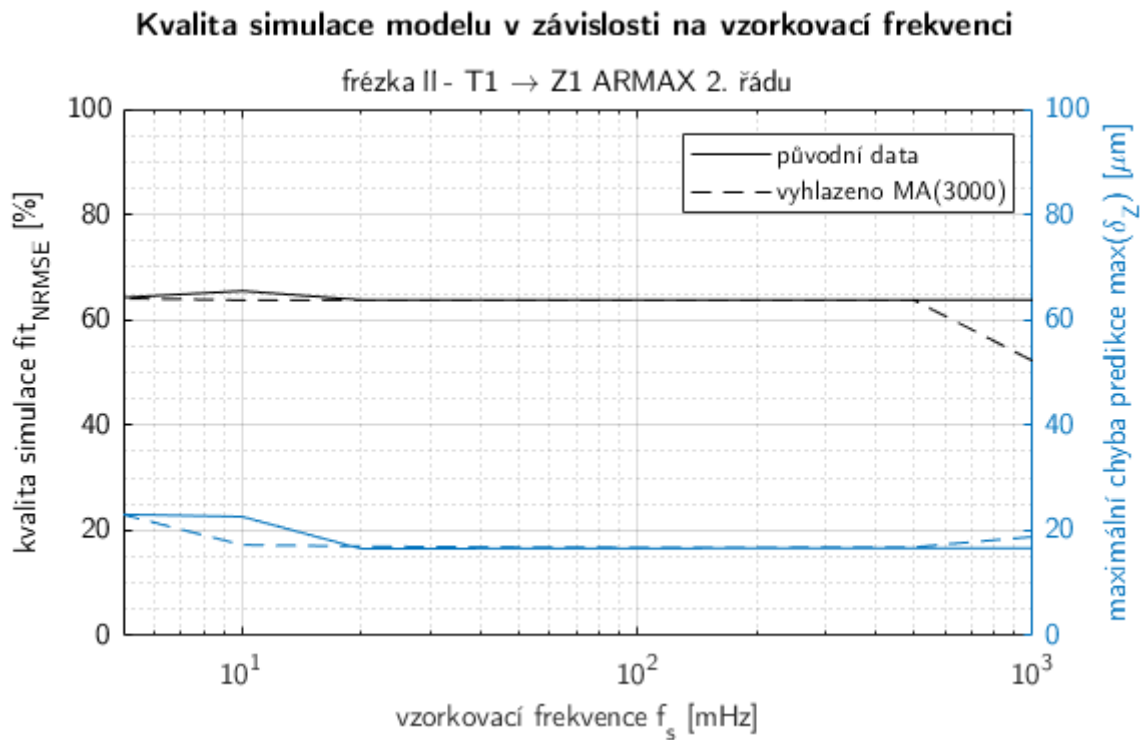
Pro tuto aplikaci by tedy bylo vhodné znovu prověřit splnění podmínek pro vzorkování u modelu prvního řádu pro $f_S = 250$ mHz.

Ve vstupních a výstupních datech měření s jinou vřetenovou jednotkou (**frézka II**) jsou přítomny úseky v okolí snížení otáček, kdy naměřená teplota relativně krátce prudce vzrostla až o $0,25\text{ }^{\circ}\text{C}$. Nejedná se však o jednotlivé body, ale o desítky bodů. Jejich odstranění se podařilo během předzpracování docílit přidáním MA filtrováním přes 3000 vzorků (obr. 6.11).

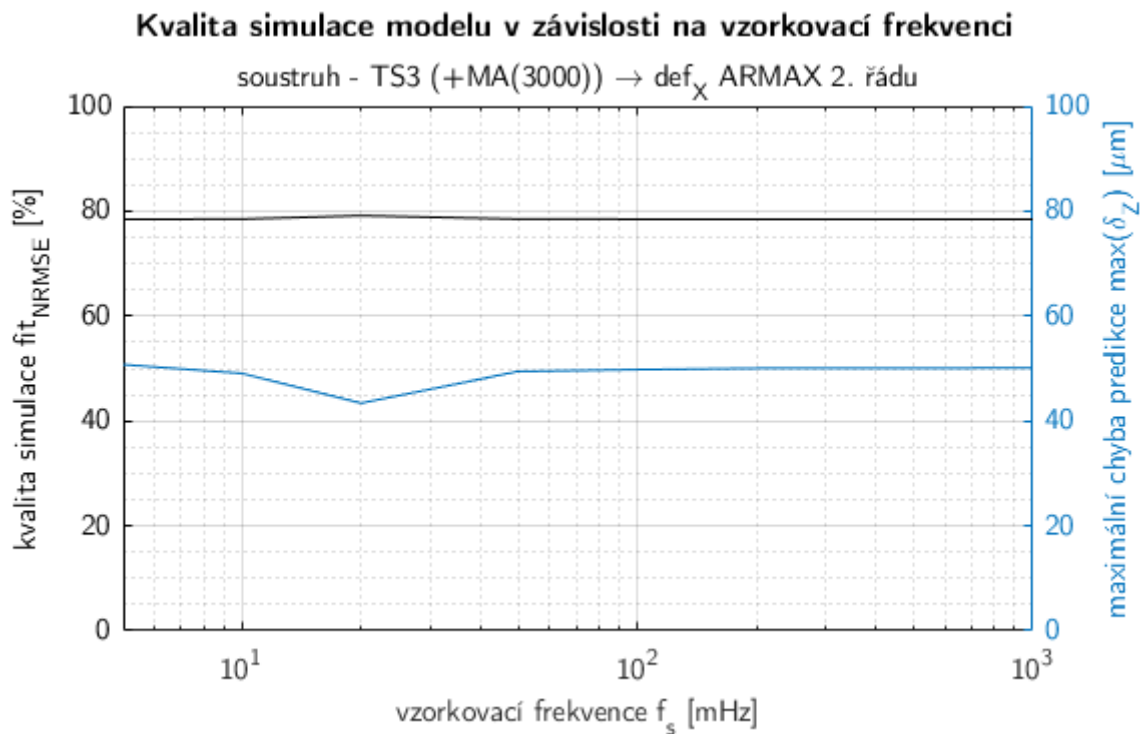


Obr. 6.11: Naměřená vstupní a výstupní data frézky II

Dopad na kvalitu modelu (obr. 6.12) je různý hlavně při původní $f_s = 1\text{ Hz}$, kdy došlo ke zhoršení v obou sledovaných parametrech. Jinak je změna nezřetelná. V porovnání s daty frézka, je pro tuto vřetenovou jednotku dosaženo nižší kvality simulace. To může být způsobeno ETVE testem, který prodloužil měření, a tak se mohla výrazněji promítnout chyba způsobená vysokým řádem modelu, jak bylo popsáno na datech *frézka*.



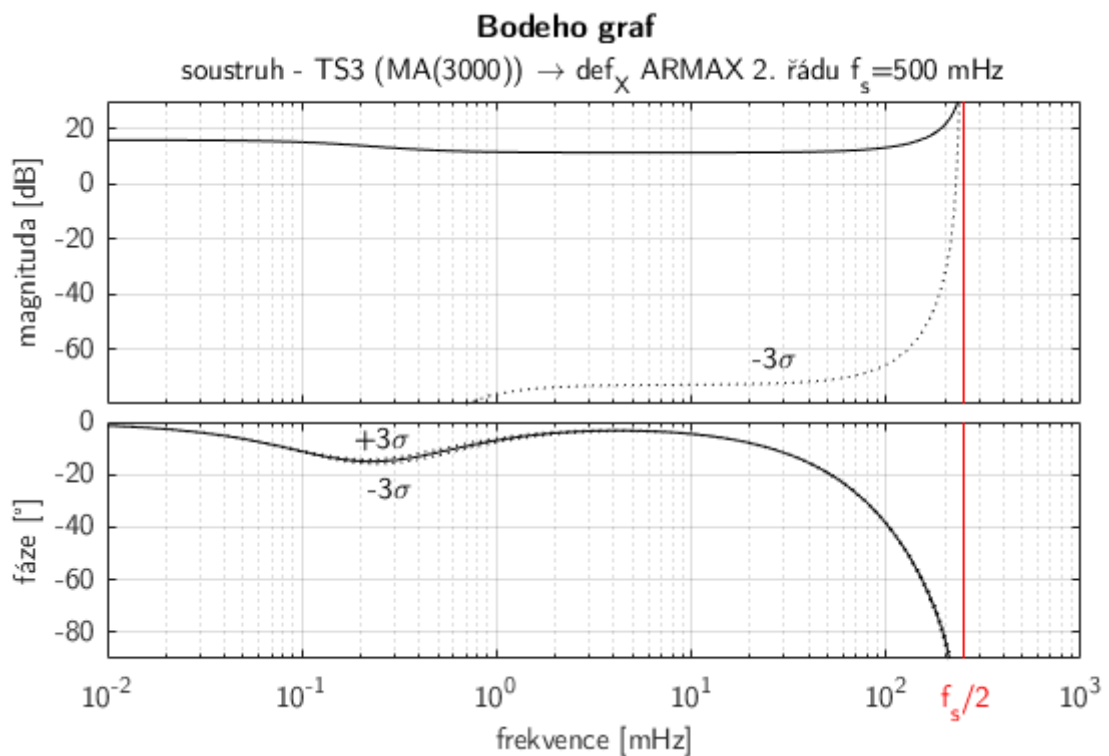
Obr. 6.12: Závislost kvality simulace na vzorkovací frekvenci frézky II



Obr. 6.13: Závislost kvality simulace na vzorkovací frekvenci soustruhu

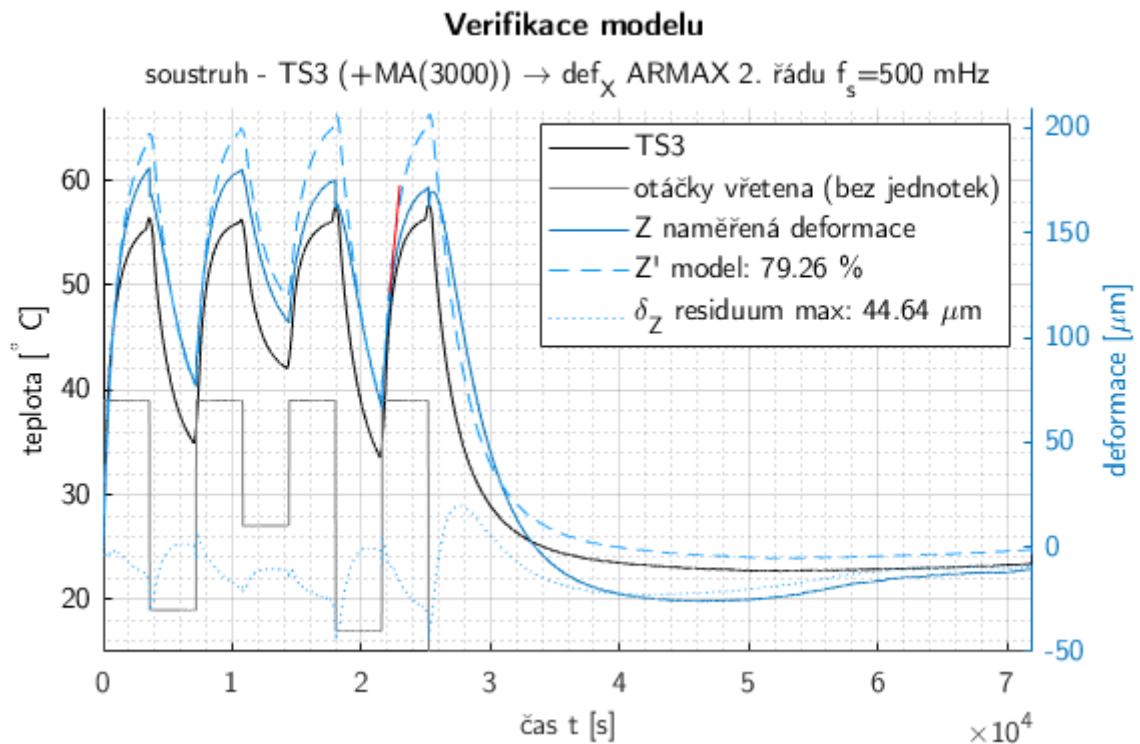
Jiný typ problému byl zaznamenán u **soustruhu**. Parametr fit sice není nízký, zato ale maximum residua $max(\delta)$ je velmi vysoké (obr. 6.13).

Jak se ukázalo, byl identifikován model, který výrazně zesiluje frekvence blízké $\frac{f_s}{2}$ (obr. 6.14) a nechová se jako dolní propust. Je to opět důsledek příliš vysokého řádu modelu. Tentokrát byl zbytný pól umístěn na konec rozsahu frekvencí. U takového modelu není možné vyloučit vliv aliasingu. To může způsobit, že jsou nemodelovaným způsobem zesíleny nižší frekvence ve výstupním signálu a odezva je pomalejší, než předpokládá model. Tento jev můžeme vidět zvýrazněný na verifikačním měření (obr. 6.15). Zřejmě způsobuje největší chybu. Přesto je třeba podotknout, že velikost deformací je při tomto měření vysoká a určené residuum tak představuje maximálně cca 25% nekompenzované hodnoty.



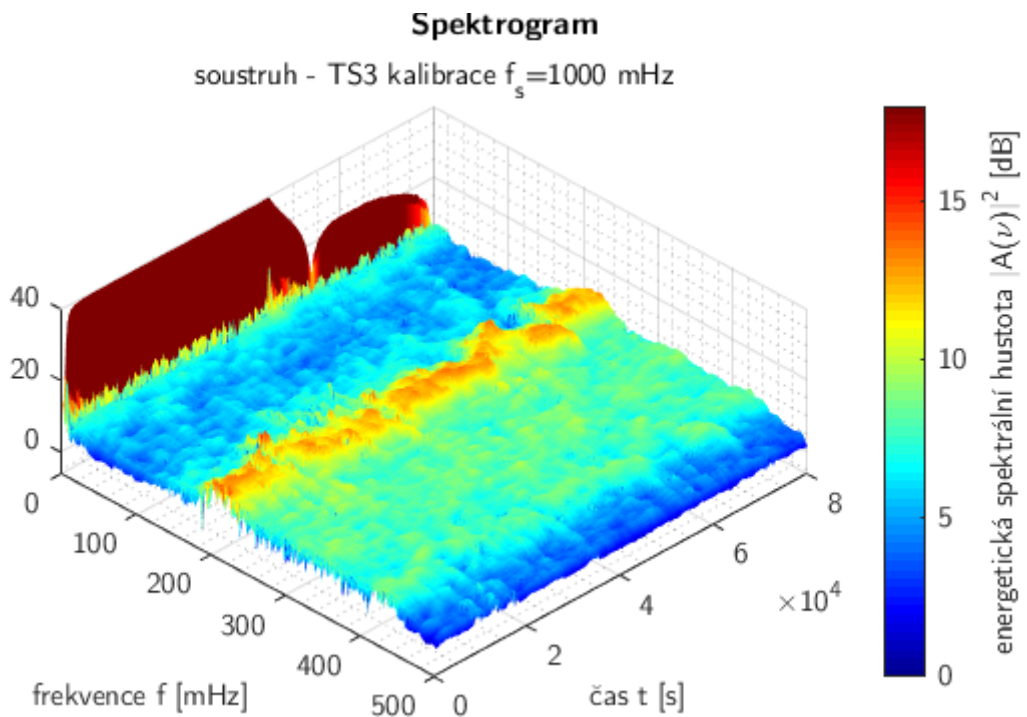
Obr. 6.14: Bodeho graf modelu soustruhu

Podle vyznačeného intervalu spolehlivosti je sice proces opět velmi nestacionární, ovšem v okolí $\frac{f_s}{2}$ je vždy signál zesilován. To je způsobeno spektrální čarou zrovna v okolí této frekvence (obr. 6.16) podobně jako na obr. 4.5. Některé takové čáry v čase připomínají frekvenčně modulovaný signál, v němž jsou obsaženy. Jiné jsou stacionární. Vznikají nejspíše aliasingem.



Obr. 6.15: Verifikace modelu soustruhu

Jak je ze spektrogramu (obr. 6.16) vidno, obsahuje signál teploty široké pásmo zesílených frekvencí a spektrální čáru s centrem energie při 220 mHz.



Obr. 6.16: Spektrogram použitého signálu teploty na soustruhu

7 Závěr

Minimalizace teplotních deformací je perspektivním odvětvím vývoje obráběcích strojů (OS). Rešerše metod v kapitole 3 ukazuje na důležitou roli softwarové kompenzace pomocí matematických modelů. Mezi nimi vynikají přenosové funkce (PF), které dosahují nejlepších výsledků a nevykazují přílišnou složitost. Jedná se vlastně o diferenciální rovnice. Dosud jsou používány jako black box modely, tj. nezaložené na fyzikálních zákonech.

V kapitole 4 byl shrnut komplexní matematický aparát, na jehož základě PF fungují, a který byl používán pro analýzu vlivu vzorkovací frekvence na přesnost jejich simulace. Dále byl z běžně užívaných modelů PF vybrán ARMAX, který předpokládá závislost chyby na modelovaném procesu, ale nepovažuje ji pouze za bílý šum.

Pátá kapitola seznamuje čtenáře s metodikou a úspěchy vývoje kompenzačních metod na půdě RCMT. Dosavadní přístup je neslučitelný s vyšetřováním vlivu vzorkovací frekvence, která je předmětem kapitoly 6.

Pro praktickou část – analýzu vlivu vzorkovací frekvence na přesnost aproximace softwarové kompenzace teplotních chyb se základem v přenosových funkcích, byl nalezen nový přístup k identifikaci a analýze PF pomocí jejich frekvenčních vlastností. Na ně jsou také navázané uvedené podmínky pro volbu vzorkovací frekvence (kapitola 4.3.2). Analýza probíhá v programu v jazyce matlab, který byl v rámci této práce vytvořen.

Za účelem demonstrace metody a ukázky poznatků nabytých při zpracování byly na souboru dat ze tří komerčních OS a jednoho modelu zkoumány možné příčiny změny sledovaných parametrů kvality modelu PF v závislosti na vzorkovací frekvenci (kapitola 6.4). Vzhledem ke komplexnosti problematiky byly možné příčiny pouze naznačeny, ale nebyl ověřen jejich skutečný vliv.

Směrodatným závěrem analýzy je, že vzorkovací frekvence je úzce spjata s kvalitou simulace konkrétních modelů přenosových funkcí. Práce naplnila všechny cíle vytyčené v kapitole 2.

Dalšími závěry, které jsou z výstupů analýzy vyvozeny jsou:

- Frekvenční vlastnosti OS jsou různé.
- Předpoklad druhého řádu teplotně-deformačního chování byl mylný. Jak ukazují naměřená data, je v souladu s matematicko-fyzikálním rozbohem (kapitola 4.1) druhý řád rovnice vedení tepla integrací jejího lineárního funkcionálu s funkcí teplotní roztažnosti snížen na první řád.
- Při měření je třeba dodržovat hygienu vzorkování – používat antialiasingový filtr. Aliasing je zdrojem velmi nepříznivého nevratného zkreslení naměřených signálů.
- Při identifikaci modelů je třeba dbát frekvenčních vlastností použitých signálů, zejména výskytu spektrálních čar.
- Proces na němž probíhá identifikace je silně nestacionární, což může velmi postihovat kvalitu a spolehlivost identifikace. Pro relativně ustálený stav bez buzení silnými zdroji tepla (ETVE) může být výhodné identifikovat jiný systém.
- Diskrétní PF fungují správně pouze pro data se stejnou vzorkovací frekvencí jako identifikační data.
- Vliv vzorkovací frekvence na přesnost simulace lze omezit dodržením podmínek uvedených v kapitole 4.3.2.
- Na výstupu z PF může vznikat aliasing.
- BIBO stabilita není postačujícím kritériem pro bezpečnost aplikace PF v OS.

Seznam použité literatury

1. MAYR, Josef et al. Thermal issues in machine tools. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*. 2012, roč. 61, s. 771–791.
2. BRYAN, J. International Status of Thermal Error Research (1990). *CIRP Annals - Manufacturing Technology*. 1990, roč. 39, č. 2, s. 645–656.
3. ISO 230-3. *Zásady zkoušek obráběcích strojů - Část 3: Určení tepelných vlivů*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2010.
4. RAMESH, R. et al. Error compensation in machine tools - a review: Part II: thermal errors. *International journal of machine tools & manufacture*. 2000, roč. 40, s. 1257–1284.
5. MAREŠ, Martin. *Modelování teplotně mechanických systémů přenosovými funkcemi*. Praha, 2014. Disertační práce. FS ČVUT.
6. ČSN IEC 60050-351+A1. *Mezinárodní elektrotechnický slovník - Část 351: Technologie řízení* [online]. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2016 [cit. 2019-06-20]. Dostupné z: <https://www.nlfnorm.cz/terminologicky-slovník/113992>.
7. HOREJŠ, Otakar et al. A General approach to thermal error modelling of machine tools. In: *Assises MUGV 2014*. Clermont Ferrand, 2014.
8. HOFREITER, Milan. *Identifikace systémů I*. Praha: nakladatelství ČVUT, 2009. ISBN 978-80-01-04228-1.
9. 3BLUE1BROWN. But what is a Neural Network? | Deep learning, chapter 1. In: *Youtube* [online]. 2017 [cit. 2019-05-15]. Dostupné z: <https://youtu.be/aircAruvnKk>.
10. BÁRTA, Pavel. *Frekvenční přenosové funkce v termomechanice*. Praha, 2008. Disertační práce. FS ČVUT.
11. KÜNZEL, Gustav. *Matematické modely sdílení tepla v konstrukcích elektroniky*. Praha: Academia, 1990. ISBN 80-200-0165-4.

12. WITTEWER, Jannine. *An Introduction to Partial Differential Equations: Lecture 5: The Diffusion Equation and Fourier Series* [online]. 2003 [cit. 2019-07-13]. Dostupné z: <https://www.math.hmc.edu/~ajb/PCMI/lecture5.pdf>.
13. 3BLUE1BROWN. But what is a Fourier series? From heat flow to circle drawings | DE4. In: *Youtube* [online]. 2019 [cit. 2019-06-30]. Dostupné z: <https://youtu.be/r6sGWTCMz2k>.
14. PERZIVAIL. *Fourier: Darth Vader Sticker GIF* [online]. 2018 [cit. 2019-07-16]. Dostupné z: <https://giphy.com/tepidsoftantarcticgiantpetrel>.
15. DINIZ, Paulo S. R. et al. *Digital Signal Processing: System Analysis and Design* [online]. New York: Cambridge University Press, 2002 [cit. 2019-04-20]. ISBN 978-0-511-07618-3. Dostupné z: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/cvut/reader.action?docID=221131>.
16. HOFREITER, Milan. *Základy automatického řízení*. Praha: nakladatelství ČVUT, 2012. ISBN 978-80-01-05007-1.
17. ROBERTS, Stephen. *Lecture 7 - The Discrete Fourier Transform* [online] [cit. 2019-07-17]. Dostupné z: <http://www.robots.ox.ac.uk/~sjrob/Teaching/SP/17.pdf>.
18. NATIONAL INSTRUMENTS. *Understanding FFTs and Windowing* [online]. 2019 [cit. 2019-07-17]. Dostupné z: <http://download.ni.com/evaluation/pxi/Understanding%20FFTs%20and%20Windowing.pdf>.
19. ZÍTEK, Pavel. *Automatické řízení pro bakaláře*. Praha: nakladatelství ČVUT, 2009. ISBN 978-80-01-04377-6.
20. ANDY AKA. Anti-Aliasing filter design. In: *Stackexchange: Electrical Engineering* [online]. 2016 [cit. 2019-07-17]. Dostupné z: <https://electronics.stackexchange.com/questions/274696/anti-aliasing-filter-design>.
21. MAXIM INTEGRATED. *Filter Basics: Anti-Aliasing*. 2002. Dostupné také z: <https://www.maximintegrated.com/en/app-notes/index.mvp/id/928>.
22. TRNKA, Pavel. *Subspace Identification Methods* [online]. 2005 [cit. 2019-07-18]. Dostupné z: <http://www.trnka.name/download/subspace/ThesisProposal.pdf>. FEL ČVUT.

23. BILLINGS, Stephen A. *Nonlinear System Identification* [online]. Chichester: Wiley & Sons, 2013 [cit. 2019-05-28]. ISBN 978-1-119-94359-4. Dostupné z: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/cvut/reader.action?docID=1315442#>.
24. MARTIN MAREŠ, Otakar Horejš. Modelling of cutting process impact on machine tool thermal behaviour based on experimental data. *ScienceDirect*. 2017, s. 152–157.
25. MAREŠ, Martin et al. *Thermal error minimisation issue on turning centre*. Praha, 2017. RCMT.

Seznam použitého softwaru

- **MATLAB R2018b** (*System Identification Toolbox, Digital Signal Processing Toolbox*) - zpracování dat a grafické výstupy
- **Tex Maker 5.0.2** (*latex, tikz, biblatex, iso690, biber, acronym, pdfpages, siunitx, hyperref, xltabular*) - sazba textu
- **JabRef 4.2** - citační manažer
- **Gimp 2.8** - úpravy obrázků
- **Word for Office 365** - sazba nečíslovaných stran

Seznam obrázků

1.1	Vznik teplotních deformací na frézce (převzato a upraveno z [4])	13
3.1	Blokové schéma řízení polohování nástroje s kompenzačním členem	16
4.1	Element pro odvození Fourierovy diferenciální rovnice vedení tepla [11]	21
4.2	Příklad řešení rovnice vedení tepla mezi body o známé teplotě metodou sítí	22
4.3	Komplexní harmonická funkce (a) a možnosti Fourierových řad [14] (b)	23
4.4	Příklad amplitudového spektra signálu	26
4.5	Příklad spektrogramu signálu	26
4.6	Vzorkování signálu (a,c,e) v časové a (b,d,f) frekvenční doméně (převzato a upraveno z [15])	28
4.7	Vznik aliasingu (převzato a upraveno z [15])	29
4.8	Důsledek aliasingu (převzato a upraveno z [20])	29
4.9	Antialiasingový filtr (převzato a upraveno z [21])	30
4.10	Porovnání Laplaceovy a Fourierovy transformace na přenosové funkci S	32
4.11	Určení vzorkovací frekvence podle maximální přípustné chyby [8]	34
4.12	Určení vzorkovací frekvence podle doby dosažení ustálené hodnoty [8]	34
4.13	Struktura ARMAX modelu	37
5.1	Průběh měření dat pro modelování [25]	38
5.2	Fotodokumentace konfigurace senzorů při měření na horizontální frézce	39
6.1	Diagram navrženého postupu pro identifikaci s ohledem na frekvenční vlastnosti signálu	41
6.2	Závislost kvality simulace na vzorkovací frekvenci C-rámu	44
6.3	Verifikace modelu C-rámu	45
6.4	Spektrogram přenosu C-rámu	45
6.5	Závislost kvality simulace na vzorkovací frekvenci frézky	46
6.6	Verifikace modelu frézky při kalibraci nízkými otáčkami	47

6.7	Spektrogramy přenosu frézky při kalibračním a verifikačním měření při různých frekvencích	48
6.8	ARMAX modely frézky při různých frekvencích	49
6.9	Bodeho graf ARMAX modelů frézky při různých frekvencích	49
6.10	Přechodová charakteristika ARMAX modelů frézky při různých frekvencích	51
6.11	Naměřená vstupní a výstupní data frézky II	53
6.12	Závislost kvality simulace na vzorkovací frekvenci frézky II	54
6.13	Závislost kvality simulace na vzorkovací frekvenci soustruhu	54
6.14	Bodeho graf modelu soustruhu	55
6.15	Verifikace modelu soustruhu	56
6.16	Spektrogram použitého signálu teploty na soustruhu	56

Seznam tabulek

6.1	Závislost velikosti vzorkovací chyby na vzorkovací frekvenci	52
-----	--	----

Seznam příloh

1. Program pro analýzu frekvenčních vlastností teplotně-deformačního chování v jazyce matlab s ukázkovým souborem dat (*přiložen na CD*)
2. Stručný úvod k přiloženému programu