

# ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební

Katedra silničních staveb



## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

**Analýza cementobetonových vozovek pomocí MKP**

Analysis of concrete pavements using FEM

**Jakub Veselý**

Studijní program:

Stavební inženýrství

Studijní obor:

Konstrukce a dopravní stavby

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Petr Pánek, PhD.

Praha 2019



## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

### I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Veselý	Jméno: Jakub	Osobní číslo: 460453
Zadávající katedra: Katedra silničních staveb		
Studijní program: (B3651) Stavební inženýrství		
Studijní obor: (3647R013) Konstrukce a dopravní stavby		

### II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce: Analýza cementobetonových vozovek pomocí MKP	
Název bakalářské práce anglicky: Analysis of Concrete Pavements using Finite Elements Method	
Pokyny pro vypracování: Vyhodnoťte základní faktory ovlivňující chování tuhé vozovky, vytvořte základní 3D model tuhé CB vozovky s využitím základních materiálových charakteristik, proveďte základní analýzu napjatosti, nastiňte příp. rozvoj 3D MKP modelu z hlediska reálného chování CB vozovky a vysvětlete využití 3D MKP modelů.	
Seznam doporučené literatury: Abaqus manual, TP 170,	
Jméno vedoucího bakalářské práce: Ing. Petr Pánek, PhD.	
Datum zadání bakalářské práce: 21.2.2019	Termín odevzdání bakalářské práce: 16.5.2019 <i>Údaj uveďte v souladu s datem v č.jrovém plá. u příslušného ak. roku</i>
Podpis vedoucího práce	Podpis vedoucího katedry

### III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

*Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v bakalářské práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.*

25-02-2019

Datum převzetí zadání

Podpis studenta(ky)

## Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma **Analýza CB vozovek pomocí MKP** zpracoval samostatně za použití uvedené literatury a pramenů.

Dále prohlašuji, že nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 20. 5. 2019

.....  
Jakub Veselý

## Poděkování

Děkuji Ing. Petru Pánkovi, PhD., za jeho odborné vedení a užitečné rady při zpracování této bakalářské práce. Dále děkuji Doc. Ing. Vítu Šmilauerovi, PhD., za rady při práci na rozvoji numerického modelování CB desek.

# OBSAH

Abstrakt.....	3
Abstract.....	3
Klíčová slova .....	4
Key words .....	4
1 Úvod .....	5
2 Vývoj Analýzy CB vozovek.....	7
2.1 Winkler (1867).....	7
2.2 Bussinesque (1885).....	7
2.3 Westergaardova teorie (1926).....	7
2.4 Burmisterova teorie (1943).....	8
2.5 Programy používané v ČR .....	8
2.6 Programy využívající Metodu konečných prvků (MKP).....	9
3 Volba programu .....	9
3.1 Abaqus .....	9
3.2 OOFEM.....	10
4 Faktory ovlivňující analýzu a chování vozovkového systému s CB krytem.....	11
4.1 Dopravní zatížení.....	11
4.2 Klimatické podmínky (teplota, vlhkost) .....	12
4.3 Materiálové vlastnosti CB.....	12
4.4 Vlastní tíha .....	13
4.5 Rozměry CB desky .....	13
4.6 Vyztužení CB desek, vyztužení spár.....	13
4.6.1 Typ A – nevyztužené desky.....	13
4.6.2 Typ B – desky s lehkou výztuží.....	14
4.6.3 Typ C – kontinuálně vyztužené desky .....	14
4.7 Charakteristiky podloží.....	14
4.8 Spolupůsobení vrstev .....	14
4.9 Reziduální napětí v CB desce .....	14
4.10 Technologie výstavby .....	14
4.11 Délka návrhového období, předpokládaná míra porušení vozovky .....	15
5 Definice modelu .....	15
5.1 Všeobecně .....	15
5.2 Popis modelu .....	15
5.3 Geometrie modelů .....	16

5.4	Síť modelu.....	16
5.5	Typ elementů .....	16
5.6	Materiál modelů.....	17
5.6.1	Materiálové vlastnosti CB desky.....	17
5.6.2	Materiálové vlastnosti podkladní vrstvy (MZK).....	17
5.6.3	Materiálové vlastnosti ochranné vrstvy (ŠD).....	17
5.6.4	Materiálové vlastnosti podložní vrstvy .....	17
5.7	Okrajové podmínky a definice interakčního chování .....	17
5.7.1	Statické okrajové podmínky.....	17
5.7.2	Spolupůsobení vrstev (interakční chování) .....	18
5.7.3	Okrajové podmínky pro teplotu .....	18
5.8	Statické zatížení.....	18
6	Porovnání výsledků .....	19
7	Rozvoj 3D modelování .....	34
7.1	Optimalizace modelu.....	34
7.2	Vedení tepla .....	36
7.2.1	Měření D1 .....	36
7.2.2	Využití měření pro termomechanickou analýzu .....	40
7.2.3	2D model vedení tepla .....	42
7.2.4	Studie vlivu počátku betonáže na teplotu betonu.....	43
7.3	Sdružená úloha – Mechanika a teplo .....	44
7.3.1	Mechanika.....	44
7.3.2	Teplo.....	44
7.3.3	Sdružená úloha .....	45
7.4	Rozvoj materiálového modelu.....	47
8	Závěr .....	48
	Literatura.....	49

## ABSTRAKT

Tato bakalářská práce je zaměřena na problematiku analýzy cementobetonových vozovek v ČR. Cílem této práce je pomocí numerického modelování přispět k optimalizaci návrhu a tím k prodloužení životnosti CB vozovek. V první části práce je popsán vývoj analýzy vozovek z hlediska mechaniky zemin a posléze i vozovek. Následně, je zde řešena volba správného programu využívajícího metodu konečných prvků k řešení různých problémů v tématické analýze tuhých CB vozovek a faktory, které chování CB vozovek ovlivňují. Hlavní částí práce je vytvoření numerického modelu, který řeší chování CB vozovky zatížené statickým kolovým zatížením ve čtyřech kritických polohách. Dále je v této práci ukázáno zatížení desky pomocí dvou teplotních gradientů a následná kombinace teplotních účinků s kolovým zatížením. Poslední část práce je věnována rozvoji numerického modelování, především možné optimalizace modelů a jevům, které ovlivňují beton v raných fázích tvrdnutí krátce po betonáži. Je vytvořen základní model, který řeší materiálové vlastnosti čerstvého betonu. Pro tento model je využito experimentální měření teplot a deformací na dálnici D1 v úseku mezi Lipníkem nad Bečvou a Přerovem. S pomocí těchto dat je vytvořen model pro vedení tepla, který je následně sdružen s mechanickým výpočtem, na základě výsledků zde jsou uvedeny některé možné příčiny nedostatečné životnosti současných CB vozovek. Je nezbytné tyto numerické modely dále rozvíjet a postihnout co největší množství jevů, které by mohly ovlivňovat chování CB vozovky.

## ABSTRACT

This bachelor thesis is focused on the analysis of concrete pavements in the Czech Republic. The aim of this work is to contribute to the optimization of the design and thus to the durability improvement of the concrete pavements by means of numerical modelling. The first part of the thesis describes the development of road analysis in terms of soil mechanics and later on roads mechanics. Subsequently, the choice of the right FEM program to solve various problems in the analysis of rigid concrete pavements is shown and the factors that influence the behaviour of concrete pavements are solved. The main part of the work is creation of numerical model that solves the behaviour of concrete pavement loaded with static wheel load in four critical positions. Furthermore, there is shown load by two temperature gradients and combination of temperature effects with wheel load. The last part of the work is devoted to the development of numerical modelling, especially the possible optimization of models and phenomena that affect concrete in the early stages of hardening, shortly after concreting. A basic model is created which solves the material properties of fresh concrete. For this model, it is used experimental measurement of temperatures and deformations on the D1 highway between Lipník nad Bečvou and Přerov. Using these data, a model for heat conduction is created, which is then associated with mechanical calculation, based on the results there are some possible causes of insufficient durability of current concrete pavements. It is necessary to further develop these numerical models and to capture as many phenomena as possible that could affect behaviour of concrete pavements.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

CB vozovky, Metoda konečných prvků, numerická analýza, hydratace cementu, statické kolové zatížení, gradient teploty

## **KEY WORDS**

Concrete rigid pavements, Finite Elements Method, numerical analysis, cement hydration, static wheel load, temperature gradient



# 1 ÚVOD

Cementobetonové vozovky se v České Republice běžně využívají při výstavbě dálniční sítě a pro průmyslové areály. U nás se běžně využívají nevyztužené desky o rozměrech obvykle 3,5 metru na 5 metrů. V zahraničí se používají i desky vyztužené, v našich podmínkách však nejsou ekonomicky výhodné. Cementobetonové kryty vozovek se v některých případech používají místo běžných živičných krytů, jsou výhodnější z hlediska delší životnosti, lepší odolnosti vůči zatížení nákladní dopravou a také jsou ekonomičtější v průběhu životního cyklu vozovky.

V rámci této práce je zpracován vývoj analýzy tuhých cementobetonových vozovek. Formování této problematiky začalo už v 18. století, kdy se objevily první práce zabývající se mechanikou zemin. Následně na ně navázaly i práce, které řešily samotné chování tuhých desek pod kruhovým a eliptickým zatížením, které se nejlépe podobá zatížení vyvolaným přejezdem automobilu. Následně byly tyto teorie s výhodou využity s nástupem numerického modelování pomocí metody konečných prvků, která se v současné době používá ke všem druhům mechanických výpočtů.

V dnešní době však cementobetonové vozovky nedosahují tak velké životnosti jako tomu bylo v minulosti, například na staré dálnici D1. Zde měla vozovka dostatečnou životnost, ale byl zde problém s tzv. schody, tedy vzájemným výškovým posunem sousedních desek. Tomu už dnešní technologie dokáže předcházet díky použití kluzných trnů, které zajišťují spolupůsobení sousedních desek.

Cílem této bakalářské práce je přispět k optimalizaci návrhu a tím k prodloužení životnosti cementobetonových vozovek jejich numerickou analýzou pomocí metody konečných prvků, tedy mechanickou analýzou problému. V rámci této práce byly vytvořeny dva modely, které řeší odezvu vozovkové konstrukce na statické zatížení kolovým zatížením nákladního automobilu. Zatížení je umístěno do čtyř poloh, které vyvozují největší deformaci a napětí ve vozovce. Tyto veličiny jsou výstupem výpočtu, při analýze cementobetonové vozovky je kritickou veličinou tahové napětí, protože beton má obecně výrazně menší pevnost v tahu než v tlaku a ve vozovce nepřenáší tahové napětí ocelová výztuž na rozdíl od běžných betonových konstrukcí.

Dalším důležitým faktorem, který ovlivňuje napjatost desky je zatížení od nerovnoměrného rozdělení teploty po výšce desky. Rozdíl teplot na povrchu desky a pod deskou může být přibližně 30 °C. Tento jev vyvodí v desce značné tahové napětí, pokud se navíc toto zatížení sdruží s kolovým zatížením, může tahové napětí dosáhnout kritických hodnot. V průběhu roku se navíc cementobetonová deska od teploty deformuje různě a tyto změny mohou značně ovlivnit životnost vozovky.

Numerické modelování je nutné nadále rozvíjet. V této práci je nastíněn možný další rozvoj. Byl vytvořen materiálový model, který řeší chování desky krátce po její betonáži. Je zde ukázáno několik možných vlivů, které ovlivňují životnost

vozovky. Jedním z nich je použití cementů, které mají rychlý nárůst pevnosti, který je ale spojen s velkým nárůstem teploty. Tuto teplotu lze ovlivnit výběrem použitého cementu, zde může být rozdíl oproti starším konstrukcím, kde byl cement hruběji mletý a hydratace tak probíhala pomaleji. Dalším vlivem, pomocí kterého je možné ovlivnit teplotu v desce krátce po betonáži, je čas kdy samotná betonáž začne. Obzvláště v letních měsících je vhodné zvolit tento čas tak, aby se největší teploty od hydratace a klimatické teploty neseťkaly ve stejný čas. Tento model byl vytvořen na základě měření teplot a deformací na dálnici D1.

Materiálový model může nadále posloužit k upravení vstupních dat do modelů, které řeší odezvu vozovky od statického zatížení, je ale nutné ho nadále vyvíjet tak, aby se co nejvíce blížil skutečnosti. Následně je vhodné vytvořit únavový model, který by byl zatížen cyklicky se opakujícím přejezdem vozidel, i zde by bylo vhodné použití dat z materiálového modelu. V budoucnu je nutné řešit optimalizaci modelů, tak aby byly dostatečně přesné, ale výpočty by netrvaly příliš dlouho.

## 2 VÝVOJ ANALÝZY CB VOZOVEK

Navrhování cementobetonových vozovek prošlo během let postupným vývojem. V následujícím odstavci bude zjednodušeně uvedeno několik důležitých teorií, z mnohých se v současnosti vychází, především z *Westergaardovy* a *Burmisterovy* teorie.

### 2.1 Winkler (1867)

Mezi prvními vědci, kteří se zabývali elasticitou a tuhostí zemin, čímž začalo formování oboru navrhování CB vozovek, byl už v 19. století *Winkler*. Tato teorie se dá považovat za jednu z nejstarších, ze kterých vychází mechanika zemin a nepřímo tedy i problematika vozovkové analýzy. Zeminu v podloží uvažuje jako pružnou látku. Její únosnost je definována modulem reakce podkladu „*K*“, který je vyjádřen jako poměr mezi napětím „*p*“ a způsobeným průhybem „*y*“. [10] [23]

$$K = \frac{P}{y} \quad (1)$$

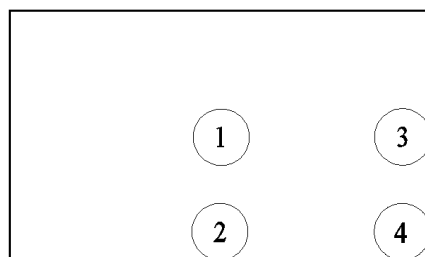
### 2.2 Bussinesque (1885)

Tato teorie vychází z předpokladu chování zeminy jako pružného poloprostoru, zavádí trojosý stav napjatosti. Základní úlohou je řešit stav napjatosti, když na povrchu poloprostoru působí svislá síla. Z hlediska mechaniky vozovek má velký praktický význam určování napětí a deformací při zatížení kruhovou plochou. Napětí v určitém bodu poloprostoru se určí integrací tzv. *Boussinesquových* rovnic. Velmi důležitý je závěr, že velikost a průběh svislého napětí v poloprostoru a průhyb povrchu závisí na velikosti a tvaru zatěžovací plochy. [10] [23]

### 2.3 Westergaardova teorie (1926)

V praxi se však pokaždé setkáme s nehomogenitou poloprostoru, vyjádřené změnou deformačních vlastností zemin s hloubkou. Pokud je například horní vrstva tužší, napětí se v ní koncentrují a jsou větší než ve stejné hloubce homogeního poloprostoru. Tento systém se nazývá jako dvouvrstvý. S vlastním řešením dvouvrstvého systému přišel v roce 1926 *Westergaard*. [9] [23]

Tato metoda patří ke klasickým metodám výpočtu tuhých vozovek. *Westergaardova* teorie byla první, která řešila problematiku vozovek, a ne pouze mechaniku podloží jako předchozí teorie. Identifikoval čtyři místa kritického namáhání (viz obr. 1): střed desky (1), podélnou (2) a příčnou hranu desky (3), a její roh (4), zjistil tedy, že chování tuhé vozovky záleží na pozici zatížení. [9] [10] [23]



Obr. 1: CB deska - charakteristická místa namáhání [11]

V rámci tématu analýzy tuhých vozovek a jejich následného návrhu bylo od počátku důležité určit tahové namáhání od ohybu pod kolovým zatížením. *Westergaard* definoval vozovku jako dvouvrstvý lineárně pružný systém (betonová deska a podkladní vrstva), hledal lineární pružné řešení napětí a deformace. Uvažoval betonovou desku jako *Kirchhoffovu* desku na podkladní vrstvě podle *Winklera*. [9] [10] [23]

*Westergaard* vytvořil vzorec pro výpočet napětí a deformace tří různých zatěžovacích stavů při použití metody postupné aproximace. Některé z jeho vzorců jsou i dnes používány při výzkumu a návrhu vozovkových systémů, například v návrhové metodě použité v TP170. Za účelem zjednodušit řešení rovnic definoval veličinu poloměr relativní tuhosti, který označil „I“. Poloměr relativní tuhosti je míra tuhosti betonové desky vzhledem k podkladu. [3] [9] [10] [23]

$$I = \sqrt[4]{\frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)k}} \quad (2)$$

Kde: E je modul pružnosti, [MPa]

$\mu$  je součinitel příčného přetvoření materiálu, [-]

h je tloušťka desky, [m]

$k = r/w$  je tzv. modul reakce podkladu, kde r je jeho odpor a w je průhyb.

*Westergaard* odvodil také rovnici pro přibližné maximální napětí pod jediným rovnoměrným kruhovým zatížením. *Westergaardem* bylo také uvedeno několik různých verzí řešení pro zatížení okraje desky. Řešení bylo zpočátku odvozené pro polokruhové rovnoměrné zatížení na okraji, později pak zatížení kruhové. [9] [10]

## 2.4 Burmisterova teorie (1943)

Tato metoda podobně jako *Westergaardova* teorie patří k nejpoužívanějším metodám analýzy vozovek. *Burmister* odvodil postup pro řešení vrstevnatého lineárně pružného poloprostoru, který je opět idealizací vozovkové skladby. Primární ideou tohoto řešení je výpočet napětí, deformací a posunutí založený na lineární pružnosti. Navíc je v řešení zahrnuto spolupůsobení jednotlivých vrstev. Pro každou vrstvu je nutné určit okrajové podmínky a také podmínky kompatibility. Tato teorie umožnila dobrou analýzu kolových zatížení. Má však několik omezení, nemůže být aplikována na okraj a roh desky, protože používá 2D symetrický poloprostor. Mohou být použita jen kruhová rovnoměrná zatížení, přestože kolové zatížení je spíše elipsa. Je založena na předpokladu lineární pružnosti, takže nelze vystihnout nelineární chování stmelených vrstev. Stále je však tato teorie používána pro analýzu vozovek a je obsažena i v některých programech pro navrhování vozovek. [10] [23]

## 2.5 Programy používané v ČR

V ČR je poměrně běžný program LAYMED (OPMEKO). Používané programy jsou dobře využitelné pro běžný návrh vozovek, což bylo ověřeno řadou reálných aplikací. Základním omezením je však zjednodušení vozovky jako 2D systému, což vede k zanedbání smykových napětí. Dalším zásadním problémem je ignorování spolupůsobení mezi deskou a podložím, které se uvažuje jako úplné.

## 2.6 Programy využívající Metodu konečných prvků (MKP)

Nejpoužívanější možností stanovení napětí v různých deskových a prutových konstrukcích je využití programů pracujících na základě Metody konečných prvků (MKP), anglicky označované jako Finite Element Method (FEM). Postupem času se využití takových programů stává zcela běžné. Může za to postupný vývoj počítačové techniky, jelikož MKP je velice náročná na výpočetní kapacitu, protože je třeba počítat statisíce rovnic. Rozvoj zaznamenaly samozřejmě i jednotlivé MKP programy, které už běžně umožňují grafické zadávání, není tedy nutná znalost programování. Navíc se do modelu snadno zahrnují libovolné další vlivy než jen kolové zatížení, jako je například teplota. Hlavní důvody pro řádnou analýzu vozovek jsou především optimalizace tloušťky vozovky a tím pádem nižší cena, především však snaha zabránit poruchám ve vozovce. Návrh betonové vozovky je nejvíce závislý na správném stanovení tahových napětí, které v krytu vyvolají vznik trhlin. Tahová napětí je nutno stanovit pro různé zatěžovací stavy, některé z nich budou ukázány níže. Pro výpočet byl vybrán program ABAQUS, nicméně je možné použít také programy jako je ANSYS nebo OOFEM.

## 3 VOLBA PROGRAMU

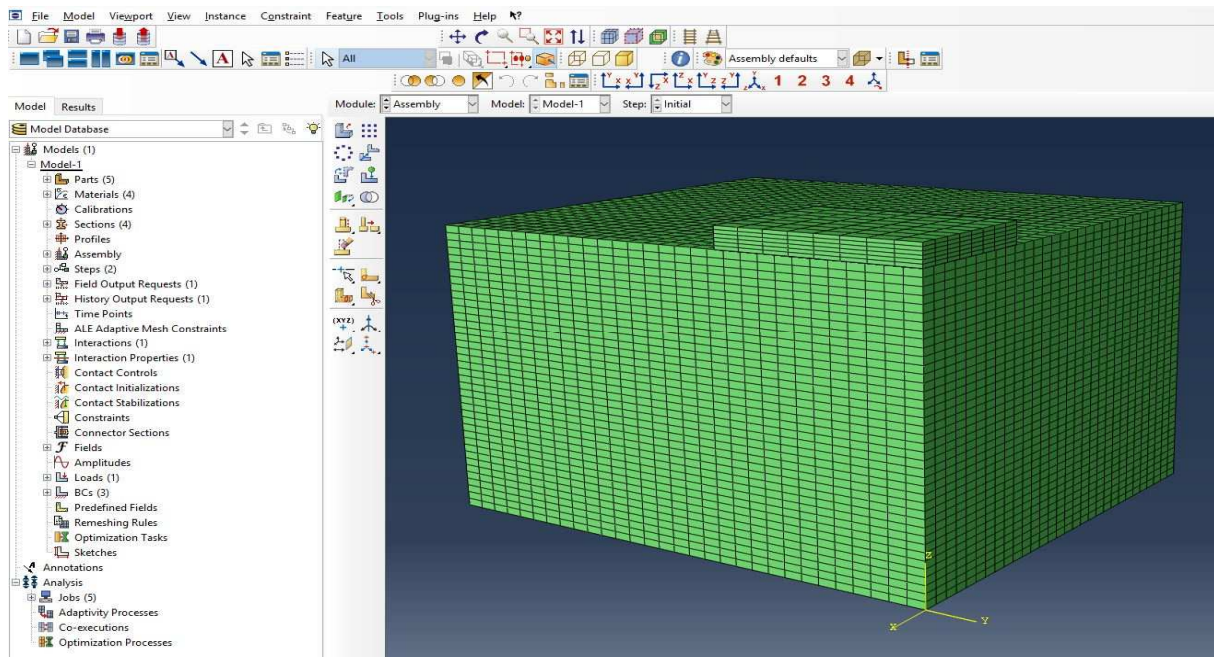
Pro správný výpočet pomocí MKP je nutné zvolit odpovídající software. Nejobvyklejší je využití komerčních programů jako je Abaqus nebo Ansys, které disponují grafickými editory a masivní výpočetní kapacitou. Ale mají i svoje velké nedostatky, jako například nemožnost kombinovat 2D a 3D úlohu v rámci jednoho výpočtu. Použití jiné než pravoúhlé sítě je velice nevýhodné, protože s největší pravděpodobností vznikne nepravidelná a zkroucená síť prvků. Je velice náročné snížit počet prvků a zkrátit tak výpočetní čas. Na druhou stranu je využití těchto programů uživatelsky výrazně přívětivější a rychlejší.

Oproti tomu je využití nekomerčních softwarů uživatelsky méně přívětivé, ale dají se zde vytvořit daleko složitější a přesnější modely. Samotný vstup pro výpočet se vytváří v jakémkoliv textovém editoru. Výpočet je nutné optimalizovat, ale pokud se to udělá dobře a rozumně, uživatel ušetří velké množství času a také dat.

### 3.1 Abaqus

Abaqus je komerční program, který mimo jiné umožňuje termomechanické simulace. Je vyvíjen od roku 1978 a od roku 2005 je součástí portfolia firmy Dassault Systèmes.

Tento program lze s výhodou využít pro statické kolové zatížení nebo cyklické zatížení, případně v kombinaci s definovaným teplotním gradientem. Pokud by se, ale teplotní gradient měnil v průběhu času, bude výpočet značně zdouhavý. U modelů vytvořených v tomto softwaru je možné použít podrobnější síť prvků, ale výpočet zabere poměrně hodně výpočetového času, optimalizace je velice náročná, navíc výsledky zaberou značné množství místa na disku. Největší výhodou je integrovaný grafický editor, který umožňuje snadné a rychlé zadávání dat.



Obr. 2: Zadávání dat Abaqus

### 3.2 OOFEM

OOFEM je volně šiřitelný program pro řešení multifyzikálních problémů metodou konečných prvků s objektově orientovanou architekturou pro řešení úloh mechaniky pevné fáze, transportních jevů a mechaniky tekutin. Vývoj programu OOFEM začal v roce 1997 jako součást doktorské disertační práce Bořka Patzáka, která se zabývala modelováním betonových konstrukcí. Od té doby je program aktivně vyvíjen zejména v rámci vědecké činnosti na katedře mechaniky Stavební fakulty ČVUT. [16]

Při využití tohoto výpočetního programu se s výhodou využije několik dalších softwarů. Např. Salome [19] pro vytvoření sítě prvků (Mesh) v grafickém editoru, Paraview [20] pro Postprocessing výsledků a mnohé další. Při běžném využití programů je nutné využít příkazový řádek Windows pro spuštění výpočtu programu OOFEM a Python pro spuštění unv2oofem.py, příkazu který spojí vytvořenou geometrii ze Salome do požadovaného formátu programu OOFEM. [14]

Autor několikrát během své práce narazil na situaci, kdy jeho specifická potřeba nebyla v OOFEMu implementována. Například nebyly vytvořeny kvadratické 2D plošné trojúhelníkové prvky, které byly použity v mechanice, nebyl ale žádný problém dané prvky doplnit, to by u komerčního softwaru nešlo. Moje zkušenost s volně dostupným a neplaceným softwarem je velice dobrá, programy jsou více specializované, ale pro danou problematiku mohou být výrazně vhodnější než jeden velký program, který zvládne vše.

```

1 voz3Dsm.out
2 5x3.5 m concrete slab on WP subsoil with contact elements
3 #nonlinearstatic nsteps 2 deltaT 1. rtolv 1.e-5 MaxIter 500 controlmode 1 rtolf 1e-4 stiffmode 1 nmodules 2
4 StaticStructural nsteps 1 deltaT 1. rtolv 1.e-3 MaxIter 500 manrmsteps 5 minIter 5 stiffMode 0 renumber 1 lstype 4 smtype 8 nmodules 3
5 vtkxml tstep_step 1 domain_all primvars 1 1 vars 2 1 4 stype 1 regionsets 1 1
6 vtkxml tstep_step 1 domain_all primvars 1 1 vars 2 1 4 stype 1 regionsets 2 2 3
7 vtkxml tstep_step 1 domain_all primvars 1 1 vars 2 1 4 stype 1 regionsets 1 4
8 domain 3dshellmode
9 OutputManager tstep_all dofman_all element_all
10 ncrosssect 4 nmat 4 nbc 4 nic 0 nltf 2 nset 7
11 SimpleCS 1 material 1 set 1
12 SimpleCS 2 material 2 set 2
13 SimpleCS 3 material 3 set 3
14 InterfaceCS 4 material 4 set 4
15 winklerpasternak 1 d 2500. c1 34.6 c2 50.0
16 #winklerpasternak 1 d 2500. c1 52.469e-3 c2 56.125e-3
17 IsoLE 2 d 1. E 37500. n 0.20 tAlpha 0.000010
18 #Tensile strength 3.0 MPa
19 #idm1 2 d 1. E 37500. n 0.20 e0 80.0e-6 gf 100.e-6 equivstraintype 0 tAlpha 0.000010 damlaw 1
20 IsoLE 3 d 1. E 37500. n 0.20 tAlpha 0.000010
21 #CohInt 4 kn 2.e+4 ks 0.1 stiffcoeffkn 1.e-6 transitionOpening 1.e-6
22 #CohInt 4 kn 2.e+3 ks 0.1 stiffcoeffkn 1.e-2 transitionOpening 1.e-6 tohle!!
23 #simpleintermat 4 kn 1000. fc 0.1 stiffcoeff 0.01
24 #intmatcoulombcontact 4 kn 2.e+4 stiffcoeff 0.0001
25 IntMatElastic 4 k 2.e+4
26 BoundaryCondition 1 loadTimeFunction 1 dofs 1 1 values 1 0. set 5
27 BoundaryCondition 2 loadTimeFunction 1 dofs 1 2 values 1 0. set 6
28 #2 tires with 50 kN
29 #NodalLoad 3 loadTimeFunction 3 dofs 1 3 components 1 -0.016666 set 7
30 DeadWeight 3 loadTimeFunction 2 Components 3 0. 0. -0.023 set 2
31 DeadWeight 4 loadTimeFunction 2 Components 3 0. 0. -0.024 set 3
32 ConstantFunction 1 f(t) 1.0
33 #PeakFunction 2 t 2.0 f(t) 1.0
34 #PeakFunction 3 t 3.0 f(t) 1.0
35 #UsrDefLTF 2 f(t) hl(t-0.95)*(1-hl(t-1.05))
36 #UsrDefLTF 3 f(t) hl(t-1.95)*(1-hl(t-2.05))
37 UsrDefLTF 2 f(t) hl(t-0.95)
38 #UsrDefLTF 3 f(t) hl(t-1.95)

```

Obr. 3: Příklad zadávání dat do programu OOFEM [13] [14] [15]

## 4 FAKTORY OVLIVŇUJÍCÍ ANALÝZU A CHOVÁNÍ VOZOVKOVÉHO SYSTÉMU S CB KRYTEM

Analýzu CB vozovky ovlivňuje velké množství faktorů, které je třeba vhodně zohlednit ve výpočtu. Zanedbání některých z nich může silně zkreslit výsledek, pokud se však nějaký vliv zavede nevhodně, může to situaci ještě zhoršit. Zde je uvedeno několik vlivů, které mohou značně ovlivnit chování vozovky.

### 4.1 Dopravní zatížení

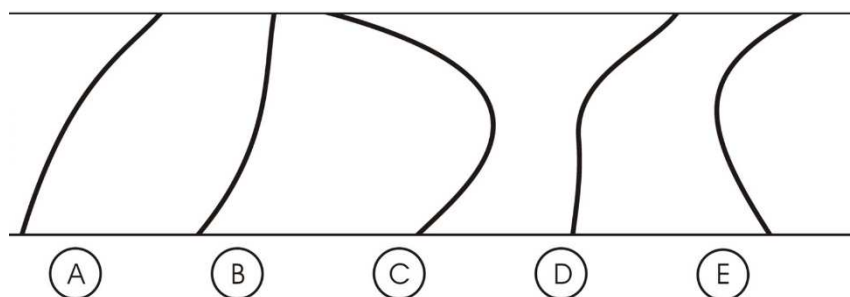
Dopravním zatížením rozumíme zatížení konstrukce vozovky statickými a dynamickými účinky pohybujících se vozidel. Vyjadřuje se počtem nákladních vozidel, která projedou určitým profilem vozovky za určitý čas. Dopravní zatížení je tedy definováno parametry nápravy (počtem kol a geometrickým uspořádáním), intenzitou, nahuštěním pneumatik, skladbou dopravního proudu, vytížením vozidel, režimem pohybu vozidel. Současná návrhová metoda neumožňuje definici zatížení na atypických místech, jako jsou např. letištní plochy a průmyslové areály. Zatížení na takových konstrukcích má jinou velikost a způsob namáhání, než je obvyklé na běžné pozemní komunikaci. Návrhová metoda TP 170 uvažuje zatížení vozovky pomocí těchto parametrů:

- zatížení návrhové nápravy  $2F = 100 \text{ kN}$ ,
- zatížení na zdvojené kolo  $F = 50 \text{ kN}$ ,
- průměrný dotykový tlak na vozovku  $q = 0,55 \text{ MPa}$ ,
- kruhové dotykové zatěžovací plochy o poloměru  $a = 0,1203 \text{ m}$ ,
- vzdálenost středů dotykových zatěžovacích ploch  $d = 0,344 \text{ m}$ .

Tento způsob zatížení už v současné době příliš neodpovídá reálnému zatížení vozovky (vysoké zastoupení návěsových souprav atd.), proto je třeba nově definovat dopravní zatížení v problematice navrhování vozovek. Poloha zatížení je v této práci převzata z *Westergaardovy* teorie (podélná a příčná hrana, střed a roh desky). [3] [5]

## 4.2 Klimatické podmínky (teplota, vlhkost)

U tuhých vozovek je nutné stanovit účinky zatížení teplotou, protože vliv teplotních podmínek na výsledná napětí může být značný, jak je ukázáno níže. Průběh účinků teplotního namáhání se v současné době zjednodušeně uvažuje jako lineární po tloušťce desky, tomu ale neodpovídají reálná měření v ČR i zahraničí. Mezi klimatické podmínky ovlivňující vozovkový systém, lze také zařadit také vlhkost, kde se průběh také uvažuje lineární. Do budoucna by bylo vhodné zavést nelineární průběhy teplotního a vlhkostního gradientu, což výrazně zvýší přesnost výpočtů a více se přiblíží realitě.

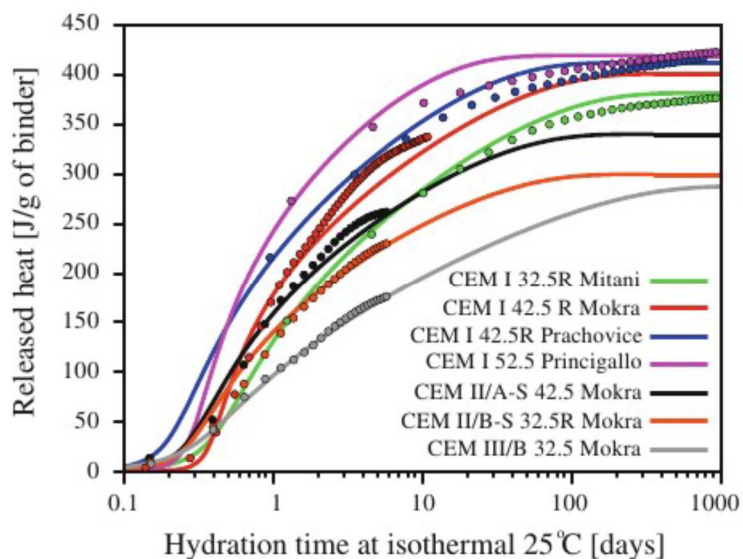


Obr. 4: Možné průběhy teploty v CB desce ve fázi tuhnutí CB směsi [1]

## 4.3 Materiálové vlastnosti CB

Materiálové charakteristiky jsou v návrhové metodě TP 170 definovány pouze pomocí Youngova modulu pružnosti  $E$  a Poissonova čísla. Únavové chování není zaváděno přímo do materiálových charakteristik, ale je zohledněno až v rámci posouzení. Jak se v současné době ukazuje, je také důležitá rychlost nárůstu pevnosti CB. Tato vlastnost může být ovlivněna volbou použitého cementu. Bohužel není v současné době možná volba horšího cementu než je CEM I 42,5R. Ten má sice velkou pevnost ale při rychlém nárůstu pevnosti vzniknou trhliny už ve fázi provádění konstrukce a tím je naprosto zásadně snížena životnost. Jak ukazuje porovnání kinetiky cementů použitých při provádění původní dálnice D1 (tato stavba měla odpovídající životnost) a těch současných. Ze studií vyplývá, že tehdy používanému materiálu nejlépe odpovídá současný CEM II 32,5R. Je možné také použití směsného cementu s popínkem. Tyto skutečnosti budou postupně podrobeny experimentům. [13] [6]





Obr. 5: Průběh hydratace cementové směsi při teplotě 25°C [2]

#### 4.4 Vlastní tíha

Zatížení vlastní tíhou konstrukce se v současnosti uvažuje pouze v upřesněných výpočtových modelech. Vlastní tíha však výsledky výrazně ovlivňuje, především v kombinaci se zatížením teplotou je její vliv nezanedbatelný. [5]

#### 4.5 Rozměry CB desky

Rozměry desek cementobetonových krytů nemají být větší než 25násobek tloušťky desky. Největší rozměr desky cementobetonového krytu pozemních komunikací je zároveň maximálně 6 m, letištních drah a ploch 7,5 m. Délka nevyztužené desky nesmí překročit 1,5 násobek šířky desky. Rozměry tuhé desky výrazně ovlivňují výsledný průběh napětí. [3]

#### 4.6 Vyztužení CB desek, vyztužení spár

CB vozovky je možné realizovat jako jeden ze tří možných konstrukčních typů, typ A jsou nevyztužené desky, typ B desky s lehkou výztuží a typ C kontinuálně vyztužené desky. V ČR se běžně využívá pouze typ A, tedy nevyztužené desky.

##### 4.6.1 Typ A – nevyztužené desky

Jediný běžně využívaný typ vozovek v našich podmínkách, běžně se používá šířka desek 3,5 až 3,75 m a délka do 6 m. Typické poruchy tohoto typu desek jsou vznik schodů (vzájemný výškový rozdíl dvou vedlejších desek ve směru pojezdu), pumpování nestmelených nebo rozmělněných materiálů podkladní vrstvy spárami, pokles nebo zvednutí povrchu krajnice u spáry, porušení povrchu podkladní vrstvy v prostoru příčných spár, ztráta kontaktu desky a podkladní vrstvy v prostoru příčných spár. Většina poruch konstrukce vzniká dynamickým účinkem při opakovaném přejezdu příčných spár za aktivní účasti vody.

Příčné spáry jsou v dnešní době na novostavbách osazeny kluznými trny, které zabraňují svislému pohybu desek vůči sobě. Z hlediska výpočtu napětí ve vozovce je důležité určit přenos napětí mezi deskami, které trny způsobují. Tento jev je nezanedbatelný. [3] [8] [23]

#### **4.6.2 Typ B – desky s lehkou výztuží**

Lehce až středně vyztužené desky dlouhé 6 až 30 m. Výztuž tvoří jednotlivé pruty nebo mříže v množství 1 až 5 kg/m<sup>2</sup>. Příčné spáry jsou vyztužené pomocí kluzných trnů. Typické poruchy jsou vznik a rozevírání příčných trhlin, olámaní hran spár, zvednutí desek a ztráta kontaktu desky s podkladním systémem. [23]

#### **4.6.3 Typ C – kontinuálně vyztužené desky**

Silně vyztužené desky dlouhé 50 až 150 m. Výztuž tvoří jednotlivé pruty nebo mříže v množství 7 až 12 kg/m<sup>2</sup>. Optimální teoretická šířka je 4 až 8 m. Příčné spáry je nutné řešit pomocí speciálních dilatačních uzávěrů. Typické poruchy jsou vznik trhlin nad příčnou výztuží, příliš husté trhliny a nebezpečí koroze výztuže u rozevřených trhlin. [23]

### **4.7 Charakteristiky podloží**

Vlastnosti podloží mají významný vliv na chování vozovky. Zemina v podloží ve velké míře ovlivňuje životnost celé konstrukce. Nejdůležitějšími parametry zeminy je velikost zrn, vlhkost, zhutnitelnost a namrzavost. Dalším ovlivňujícím faktorem je vodní režim. Většina současných metod chování zeminy ve velké míře zjednodušuje tím, že vícevrstvý systém vozovky nahrazuje ekvivalentním modulem pružnosti, což plně nereflektuje různé chování jednotlivých vrstev, což je v rámci této práce výpočetně demonstrováno. [3] [5]

### **4.8 Spolupůsobení vrstev**

Spolupůsobení hraje významnou roli v přenosu napětí mezi jednotlivými vrstvami, což současné výpočetní metody ve velké míře zanedbávají nebo alespoň zjednodušují. Spolupůsobení vrstev značně ovlivňuje polohu tzv. neutrálné osy a tím i velikost tahových napětí. [5]

### **4.9 Reziduální napětí v CB desce**

Reziduální napětí v CB deskách vozovek snižují schopnost vozovky přenášet zatížení. Tato napětí vznikají v CB vozovkách díky materiálovým a objemovým změnám, teplotním a vlhkostním gradientům. Reziduální napětí vznikají ve velké míře v materiálu už během fáze výstavby, způsobují vznik trhlin a tím snižují životnost konstrukce. [5]

### **4.10 Technologie výstavby**

Musí být dodržena technologie výstavby, při špatném provedení vozovky vznikají velká reziduální napětí, která snižují životnost konstrukce. CB vozovky se běžně provádějí pomocí dvouvrstvé betonáže, kdy pokládku betonu provedou těsně za sebou dva finišery. [23]

## 4.11 Délka návrhového období, předpokládaná míra porušení vozovky

V ČR se běžně vozovky navrhují na životnost 25 let, přičemž na konci tohoto období je povolena určitá míra porušení vozovky. Čím vyšší životnost od vozovky vyžadujeme, tím větší důraz na kvalitní návrh a zpracování musíme klást. [3]

# 5 DEFINICE MODELU

## 5.1 Všeobecně

Pro modelování a analýzu byl vybrán jeden z běžných MKP programů *Abaqus*. Používá koncept knihoven ke snadnému vytváření různých modelů, kombinaci různých analýz, využívá několik druhů elementů a materiálových modelů. Hlavními klady programu *Abaqus* při analýze vozovek jsou [11]:

- Lineární a nelineárně pružný, viskoelastický, a pružnoplastický materiál. Dodatečně může být implementovaný uživatelsky definovaný materiál díky uživatelskému materiálovému podprogramu (UMAT)
- Je umožněn dvojrozměrný a trojrozměrný výpočet
- Může být simulováno zatížení statické, dynamické – harmonické i proměnlivé
- Modelování šíření trhlin
- Je možno provést teplotní analýzu pomocí teplotního gradientu
- Mohou se používat různé typy elementů vzhledem k povaze zatížení a okrajovým podmínkám

## 5.2 Popis modelu

V této práci jsou vytvořeny celkem dva modely vozovkových systémů, oba jsou relativně jednoduché – jedna CB deska a jednovrstvý podkladní systém s ekvivalentním modulem pružnosti podloží a druhý s jednou CB deskou a s třívrstevným podkladním systémem. Tato práce se snaží porovnat výsledky těchto modelů mezi sebou a dalšími staršími metodami – výpočet podle vzorců použitých v TP170, výpočet podle Westergaarda, výpočet programem Laymed. Je použito pouze statické zatížení a zatížení teplotou (nelineární teplotní gradient). Dynamické zatížení, spolupůsobení více desek a různé jevy týkající se betonu (vysychání, dotvarování,...) a vliv vlhkosti budou modelovány až v budoucnu.

**Model 1** = jedna CB deska + jedna podkl. vrstva s náhradním modulem pružnosti E

**Model 2** = jedna CB deska + tři podkl. vrstvy s jednotlivými moduly pružnosti E

Pro model 1 byla použita zjednodušená varianta podkladního systému:

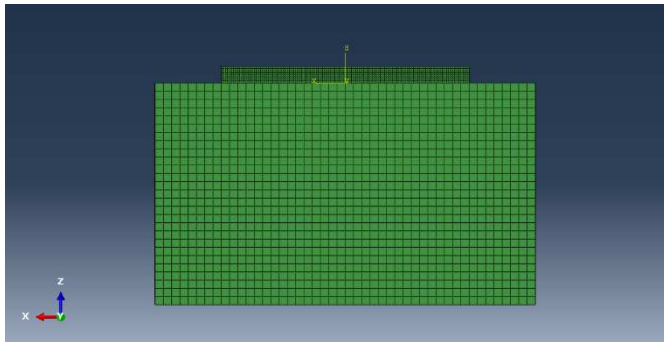
- CB deska 250mm
- Podkladní systém byl nahrazen jedinou vrstvou o mocnosti 3350mm

Pro model 2 byla vybrána typická skladba konstrukce CB vozovky z TP 170 Navrhování vozovek pozemních komunikací – Část A - Katalog vozovek [3]:

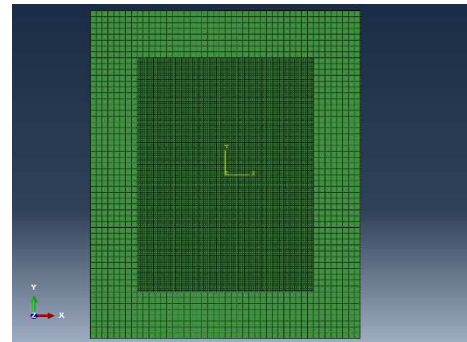
- CB deska 250mm
- MZK 200mm
- ŠD 150mm
- Podloží bylo nahrazeno jedinou vrstvou o mocnosti 3000mm

### 5.3 Geometrie modelů

Geometrie modelů byla zvolena tak, aby korespondovala se skutečně používanými rozměry, ale zároveň byl model vytvořen s ohledem na výpočetní čas. U všech modelů je navržena shodná velikost desky **3750x5000x250 mm**. Oba modely mají také stejnou hloubku podkladu **3350 mm**, aby byl ukázán rozdíl ve výsledcích mezi těmito modely. Půdorysné rozměry podkladu vždy přesahují CB desku o 1000 mm (**5750x7000 mm**), aby výsledky nebyly příliš ovlivněny statickými okrajovými podmínkami, což by bylo silně nežádoucí a výsledky z takového modelu by byly zkreslené. [3] [5]



Obr. 6: Pohled na model



Obr. 7: Půdorys modelu

### 5.4 Síť modelu

Síť modelu je velice pečlivě volena s ohledem na optimalizaci výpočetního času, ale zároveň s ohledem na výsledky. Nejjemnější síť je použita na CB desce a hrubší pak na podkladním systému. Velikost elementů se pohybuje v rozmezí 0,03125m u CB desky až 0,125m u podkladní vrstvy. Jemnost sítě zajišťuje správné modelování zatížení koly na povrchu desky a zároveň modelování teplotního gradientu. V případě modelování 3D kontinuální trojrozměrné látky se používají krychelné elementy s poměrem stran 1,0x1,0x1,0, rohový úhel 90°.

### 5.5 Typ elementů

Elementy pro betonovou desku a podkladní zeminu jsou kontinuální elementy s osmi integračními body pro každý prvek. V této práci jsou použity prvky **C3D8T (Coupled temperature-displacement)**, které umožňují modelování statického a teplotního zatížení, bohužel jsou výpočetně náročnější než prvky **C3D8R (3D stress)** pro statickou analýzu. [11]

## 5.6 Materiál modelů

Po bližším určení rozměrů modelu, určení typu elementů a vytvoření sítě prvků (Mesh) je dále nezbytné přiřadit prvkům materiálové charakteristiky. Pro tuhý vozovkový systém existují různé materiály s různými mechanickými vlastnostmi. Pro správné modelování, a pro získání rozumných výsledků musí být definovány následující materiálové vlastnosti pro všechny vrstvy: [3] [11]

### 5.6.1 Materiálové vlastnosti CB desky

Pro zjednodušení modelu jsou použity elastické materiálové vlastnosti, v budoucnu je však možné zahrnout viskoelastické chování materiálu, avšak na úkor výpočetního času. Jsou použity následující elastické vlastnosti: Youngův modul pružnosti **37 500 MPa** a Poissonovo číslo **0,20**. Objemová hmotnost prostého betonu byla předpokládána **2500 kg/m<sup>3</sup>**. Při výpočtu napětí od teploty se pak mohou vyskytnout vlastnosti jako součinitel teplotní roztažnosti (1/K), součinitel teplotní vodivosti (W/mK) a specifická tepelná kapacita C (KJ/kgK).

### 5.6.2 Materiálové vlastnosti podkladní vrstvy (MZK)

Vzhledem k vysokým nárokům na výpočetní náročnost je i tato podkladní vrstva modelována jako elastická s modulem pružnosti **600 MPa**, Poissonovým číslem **0,25** a objemovou hmotností **2000 kg/m<sup>3</sup>**.

### 5.6.3 Materiálové vlastnosti ochranné vrstvy (ŠD)

Materiálové vlastnosti ochranné vrstvy jsou následující: modul pružnosti **400 MPa** a Poissonovo číslo **0,3**. Objemová hmotnost šterkodrti byla předpokládána **1800 kg/m<sup>3</sup>**.

### 5.6.4 Materiálové vlastnosti podložní vrstvy

Pro **model 1** (model s ekvivalentním modulem pružnosti) byl uvažován modul pružnosti **400,0 MPa**, Poissonovo číslo **0,30** a objemová hmotnost **1700 kg/m<sup>3</sup>**. Pokud by byla zemina uvažována stejně jako v **modelu 2** s modulem pružnosti pouze **80,0 MPa** došlo by k výraznému zkreslení výsledků, z důvodu velkého rozdílu tuhostí obou vrstev.

Pro **model 2** byl uvažován modul pružnosti **80,0 MPa**, Poissonovo číslo **0,30** a objemová hmotnost **1700 kg/m<sup>3</sup>**.

## 5.7 Okrajové podmínky a definice interakčního chování

Dalším nezbytným krokem v definici 3D modelu je nastavení okrajových podmínek volným okrajům a definování vzájemného působení mezi jednotlivými vrstvami. Zároveň je nutné vložit okrajové podmínky pro zatížení teplotou.

### 5.7.1 Statické okrajové podmínky

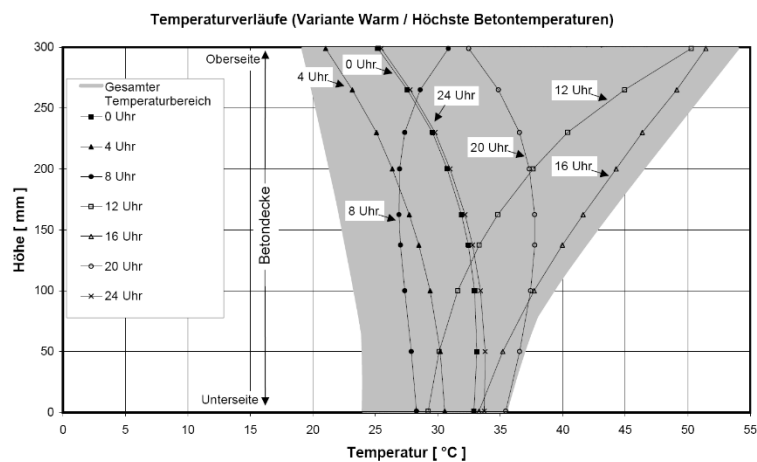
Celému systému je umožněn svislý posun s výjimkou spodní plochy podložní vrstvy, kde je okrajová podmínka nezbytná z důvodu stability systému, lze tedy říci, že se zde nachází skalní podloží, které je nestlačitelné. CB deska je položena na podkladní systém, působí zde tření, zde není potřeba vodorovných okrajových podmínek, ty by zde pouze způsobil zkreslení výsledků. Vodorovným posunům je zabráněno po celé výšce podkladu, lze předpokládat, že zde bude navazovat další zemina...

### 5.7.2 Spolupůsobení vrstev (interakční chování)

Podmínky spolupůsobení mezi vrstvami vozovky mohou silně ovlivnit chování vozovkového systému. Nejdůležitější vzájemné působení je mezi CB deskou a MZK u modelu 2 a mezi CB deskou a podkladní vrstvou u modelu 1. Z hlediska výpočtů je důležitá především existence spolupůsobení, ale jeho parametry nejsou pro výpočet příliš důležité. Spolupůsobení mezi jednotlivými vrstvami je definováno jako kontaktní tření.

### 5.7.3 Okrajové podmínky pro teplotu

Teplotní zatížení je do modelu vloženo pomocí okrajových podmínek, kdy je do uzlů modelu po výšce CB desky vložena teplota. Referenční teplota je 10°C (teplota, při které byla konstrukce realizována). Byly použity 2 teplotní gradienty: **teplota 1** lineární průběh, na povrchu vozovky je uvažována teplota 50°C a na spodním povrchu desky je 29,5°C, **teplota 2** je opět lineární s hodnotami -15°C na horním povrchu desky a +0,5 na spodním povrch desky. Tyto okrajové podmínky vyvodí poměrně velké napětí, jak je ilustrováno ve srovnání výsledků (tab. 1).



Obr. 8: Skutečné průběhy teplot po tloušťce desky (den) [8]

### 5.8 Statické zatížení

Zatížení použité v modelu by mělo co nejvíce odpovídat skutečnosti, tedy návrhové metodě v TP170. V této práci je použito pouze statické zatížení, i když program umožňuje využití dynamických vlivů (ty budou zahrnuty do dalších modelů). Je třeba správně definovat polohu a velikost zatížení. V každém modelu jsou uvažovány 4 kritické polohy zatížení, které definoval *Westergaard*, tedy roh, střed, podélná a příčná hrana desky. [9]

Velikost a tvar zatížení byl stanoven tak, aby co nejlépe odpovídal zatížení použitému v TP170. Zde je počítáno s kontaktním tlakem  $p=0.55\text{MPa}$ , dotykovou plochou ve tvaru dvou kružnic ( $A=2 \times \text{kruh}$ ) s poloměrem  $r = 0.1203\text{m}$  a rozestupem středů kružnic =  $0.344\text{m}$ . Celková zatěžovací plocha pak tedy činí  $0.09093\text{m}^2$ . V modelech je pak aplikováno zatížení se stejným kontaktním tlakem  $p=0.55\text{MPa}$ , dotykovou plochou rovnající se dvěma obdélníkům se stranami  $a \times b = 0.25 \times 0.1875$ , s rozestupem středů obdélníků  $0.3125\text{m}$ . Celková plocha je pak tedy  $0.09375\text{m}^2$ . Tento nepatrný rozdíl je dostatečně malý na to, aby neovlivnil výsledky. [3] [5]

## 6 POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

Výsledky 3D modelů udávají elastické napětí po zatížení pomocí dopravního zatížení nebo teploty. V modelech byly všechny vrstvy uvažovány jako elastické. Definovány byly tyto parametry: modul pružnosti, Poissonovo číslo, objemová hmotnost a součinitel teplotní roztažnosti. Jako referenční teplota (teplota, při které byla deska vybetonována) byla uvažována teplota  $10^\circ\text{C}$ . Návrh CB desek je nejvíce ovlivněn průběhem tahového napětí v desce, porovnání v následující tab. 1. V grafické příloze je také vykreslen jejich průběh (obr. 9 – obr. 28).

Zároveň je v tabulce uvedeno porovnání s dalšími použitelnými způsoby navrhování CB desek. Jak je patrné, výsledky ze 3D modelu jsou univerzálnější a lze zjistit napětí v libovolné pozici zatížení. Navíc jiné metody neumožňují modelování teploty, *Abaqus* umožňuje kombinace různých druhů zatížení (tab. 2).

Tabulka 1 – Porovnání max. tahových napětí

Poloha zatížení	Max. tahové napětí	Obr.
<b>Model 1</b>		
Podélná hrana	1,110 MPa	9
Příčná hrana	0,973 MPa	10
Roh	0,608 MPa	11
Střed	0,735 MPa	12
Teplota 1	1,676 MPa	13
Teplota 2	2,722 MPa	14
<b>Model 2</b>		
Podélná hrana	1,456 MPa	15
Příčná hrana	1,334 MPa	16
Roh	0,786 MPa	17
Střed	0,994 MPa	18
Teplota 1	1,685 MPa	19
<b>Laymed</b>		
Podélná hrana	x	x
Příčná hrana	x	x
Roh	x	x
Střed	0,840 MPa	x
Teplota	x	x
<b>Westergaard</b>		
Podélná hrana	2,180 MPa	x
Příčná hrana	x	x
Roh	1,000 MPa	x
Střed	1,210 MPa	x
Teplota	x	x
<b>TP 170</b>		
Podélná hrana	1,970 MPa	x
Příčná hrana	1,780 MPa	x
Roh	x	x
Střed	x	x
Teplota	x	x

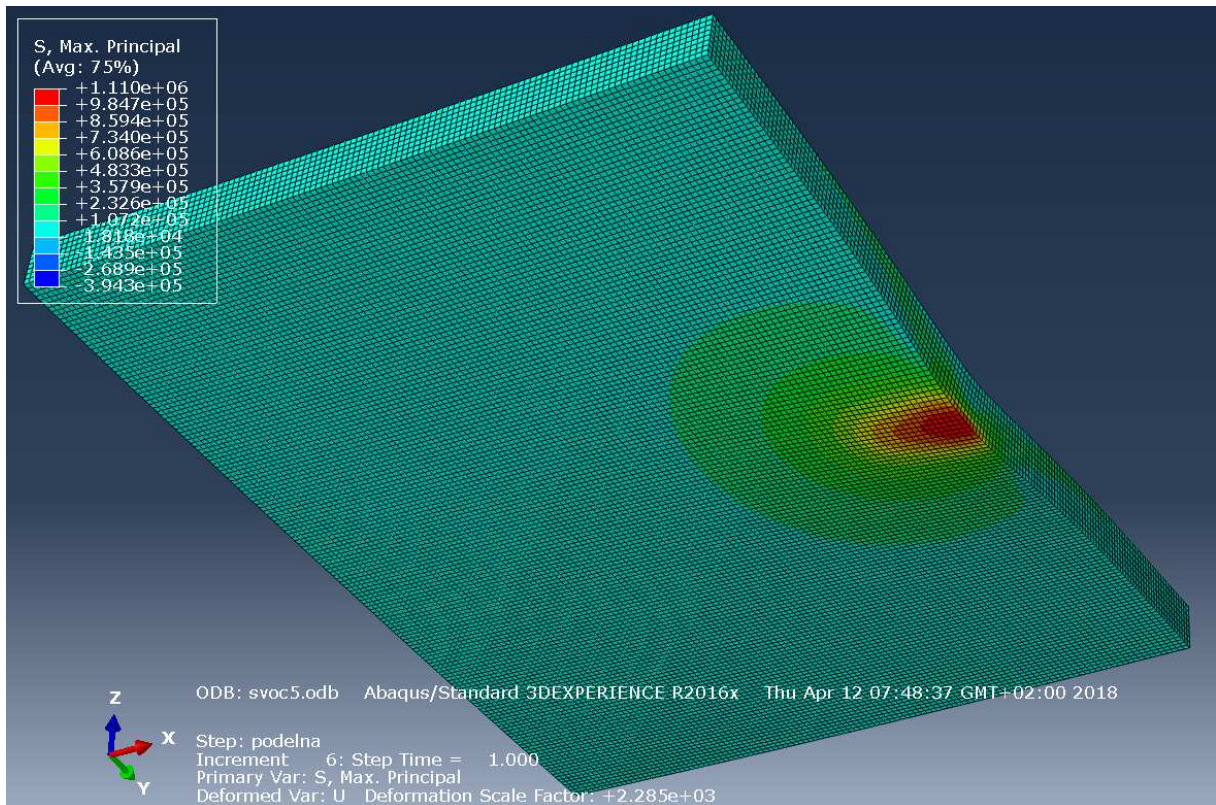
Z výsledků výše je patrné, že výsledky od zatížení pouze kolem jsou silně ovlivněny použitím jednovrstvého nebo n-vrstvého podloží, u teploty žádný rozdíl nenajdeme, tuhost podloží zde nemá vliv.

Dále jsou spočteny kombinace namáhání od teploty a statického zatížení, neplatí zde princip superpozice. Zajímavé je, že od kladného teplotního gradientu je kritická poloha statického zatížení podélná hrana, naopak zatížení na rohu desky skoro výsledek neovlivní. Situace je však naprosto opačná u záporného teplotního gradientu, kde hraje největší roli zatížení v rohu. To je dáno deformovaným tvarem desky od teplotních okrajových podmínek, kladná teplota „zvedá střed desky“, naopak záporná teplota „zvedá rohy desky“.

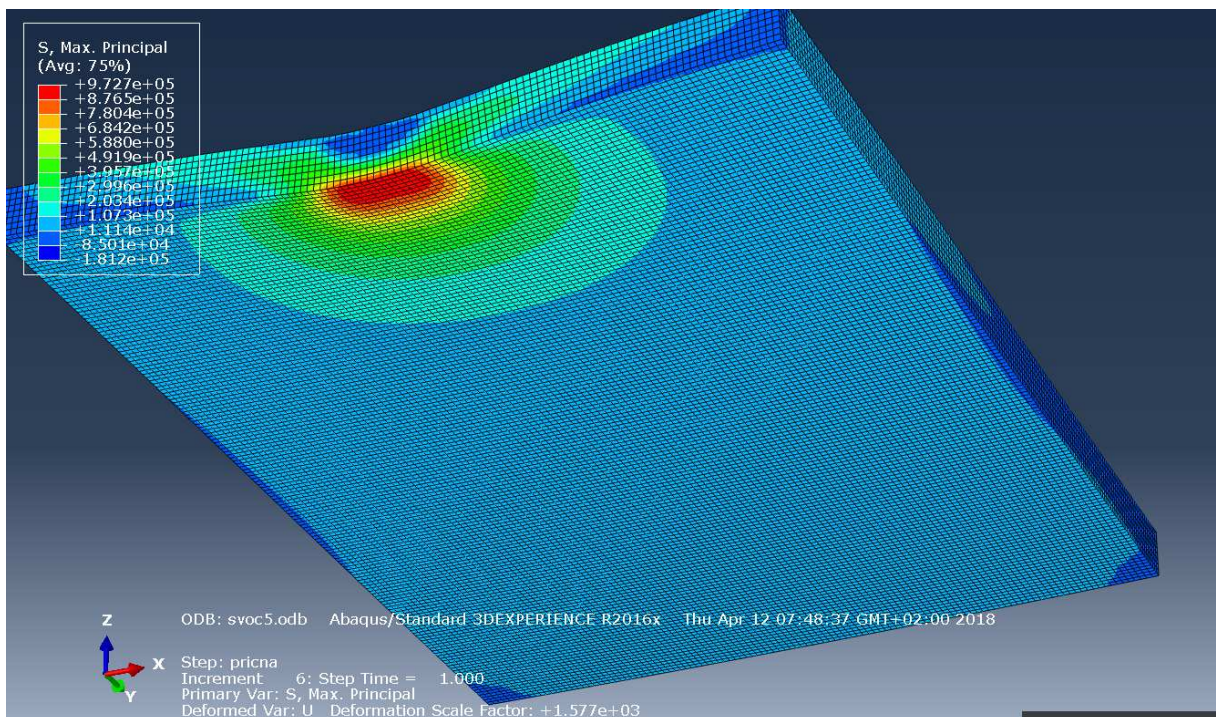


Tabulka 2 – Porovnání max. tahových napětí kombinací teplota + kolo

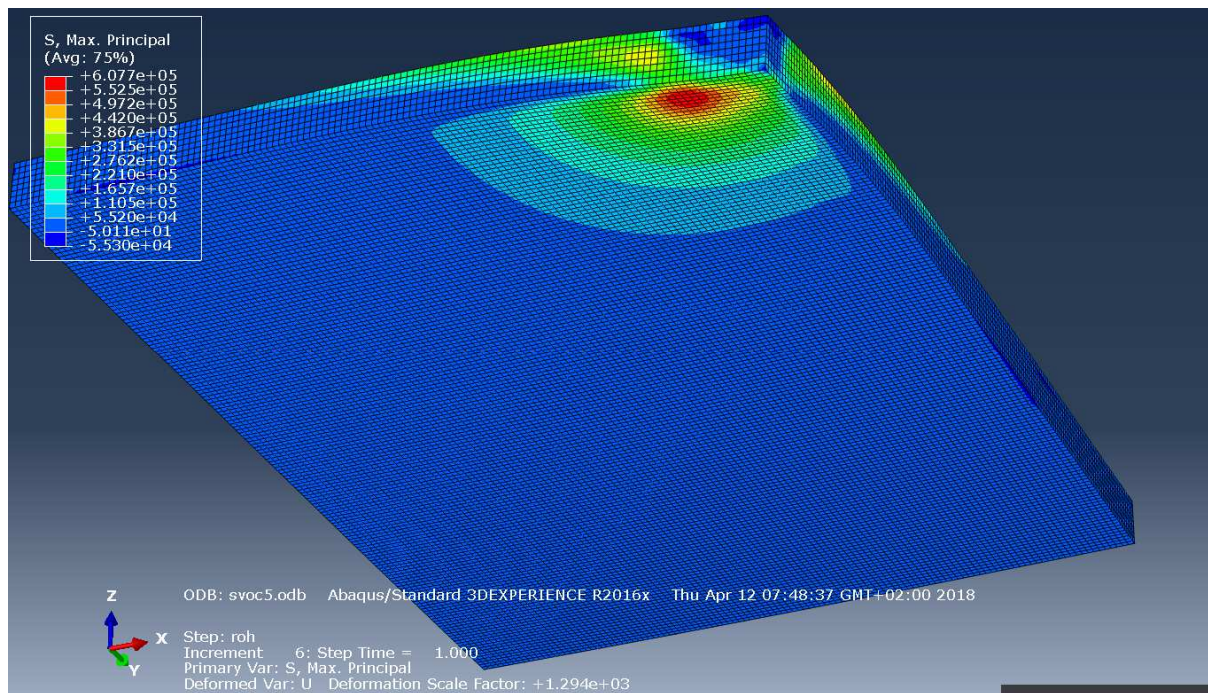
Model 1				
	Teplota 1		Teplota 2	
Poloha	Max. tahové napětí	Obr.	Max. tahové napětí	Obr.
Podélná hrana	4,617 MPa	20	2,791 MPa	24
Příčná hrana	3,684 MPa	21	3,331 MPa	25
Roh	1,693 MPa	22	3,511 MPa	26
Střed	3,238 MPa	23	2,461 MPa	27
Model 2				
	Teplota 1			
Poloha	Max. tahové napětí	Obr.		
Podélná hrana	4,292 MPa	28		
Příčná hrana	3,322 MPa	29		
Roh	1,708 MPa	30		
Střed	3,243MPa	31		



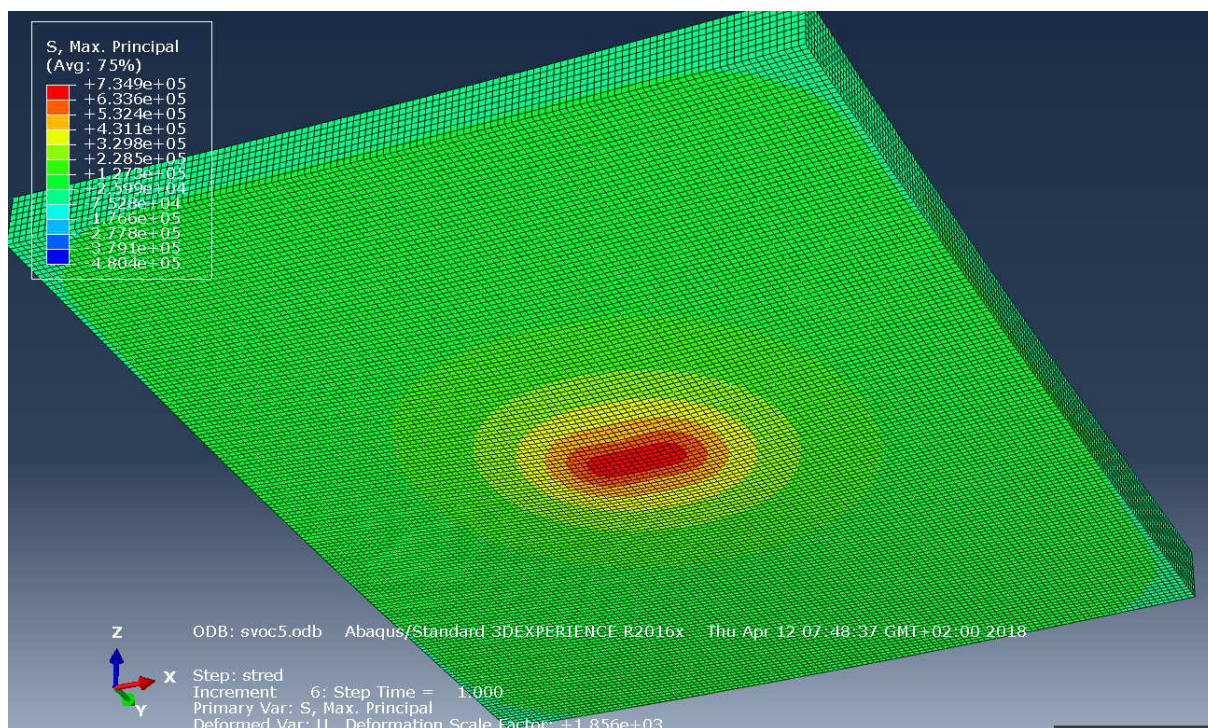
Obr. 9: Model 1 – Podélná hrana (Pohled ze spodu bez podloží)



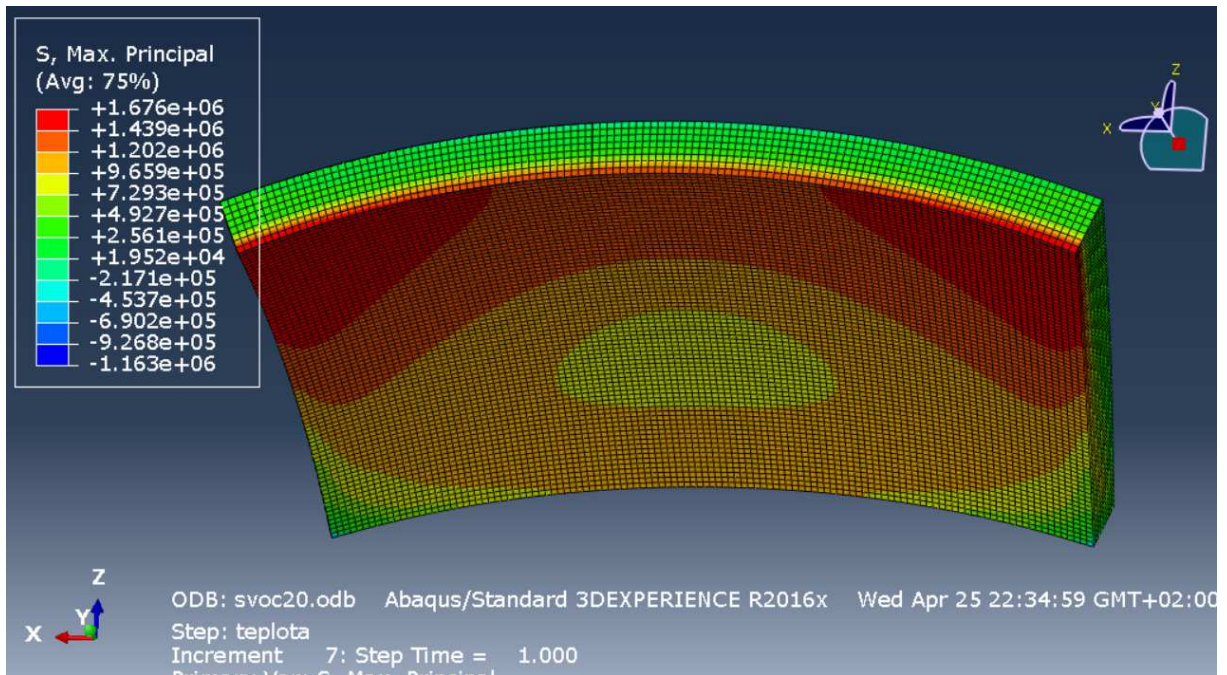
Obr. 10: Model 1 – Příkladná hrana (Pohled ze spodu bez podloží)



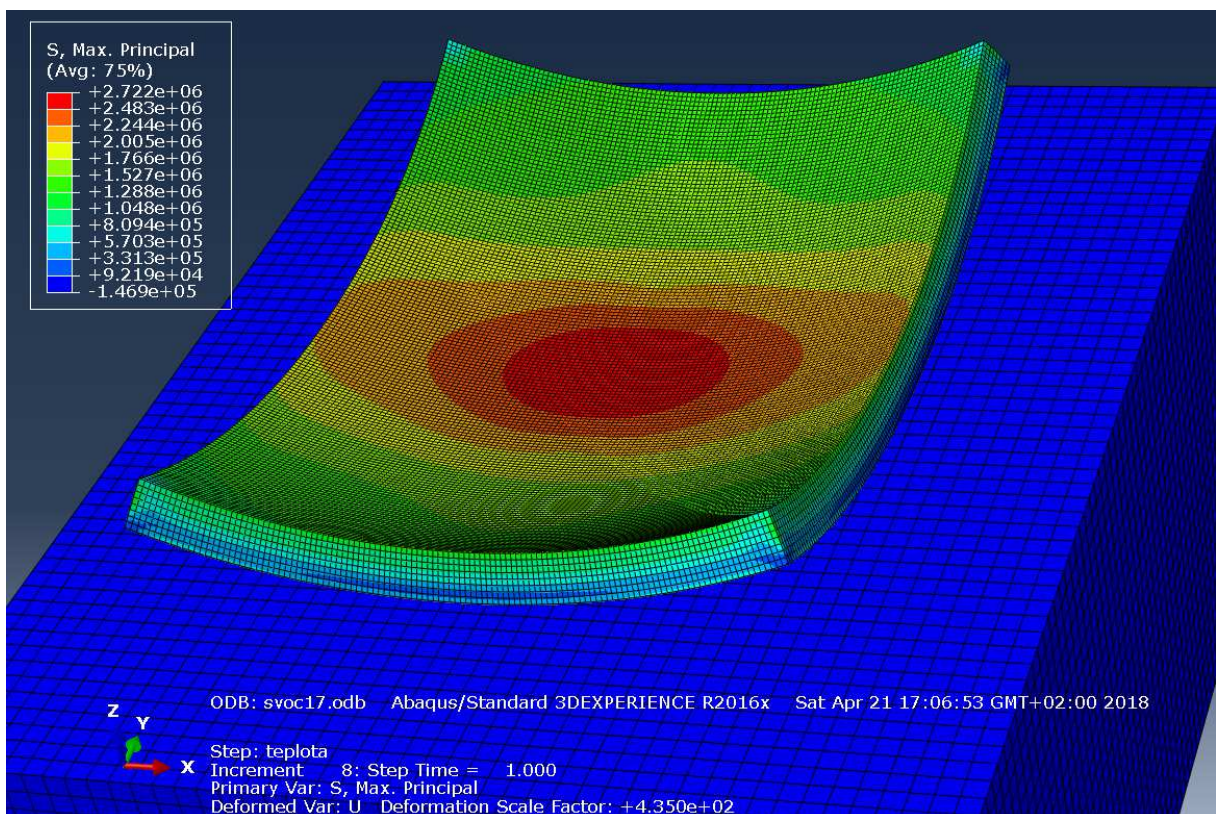
Obr. 11: Model 1 – Roh (Pohled ze spodu bez podloží)



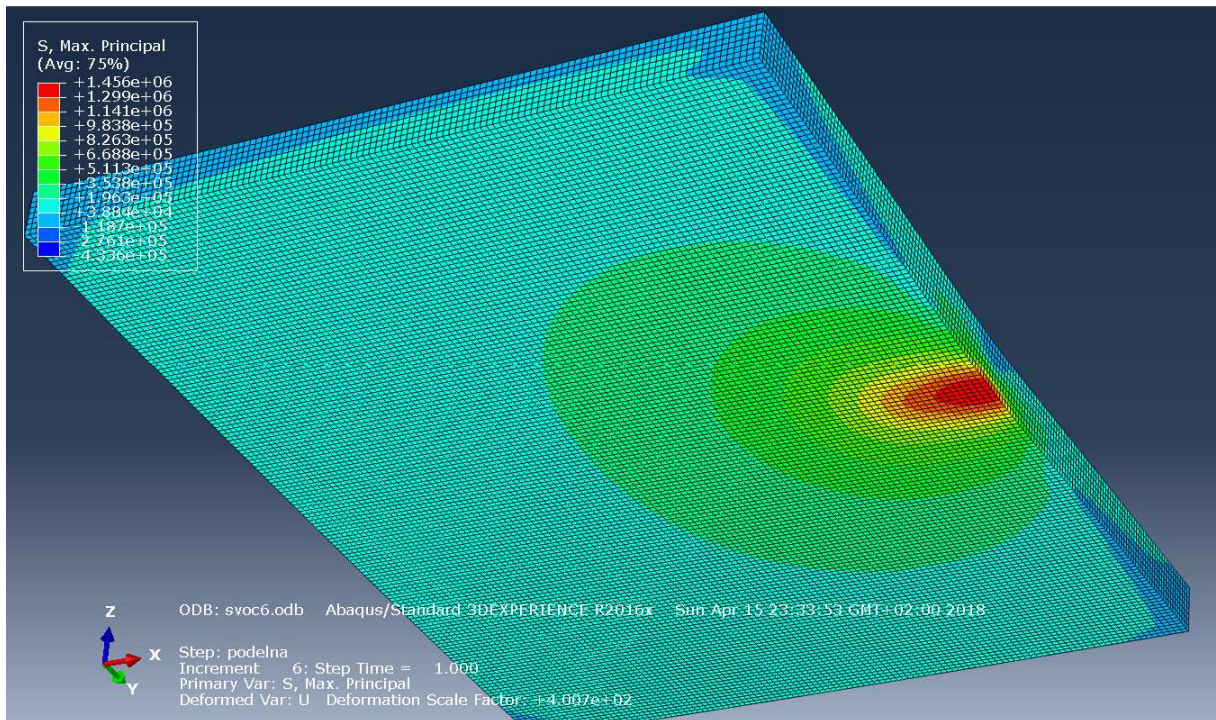
Obr. 12: Model 1 – Střed (Pohled ze spodu bez podloží)



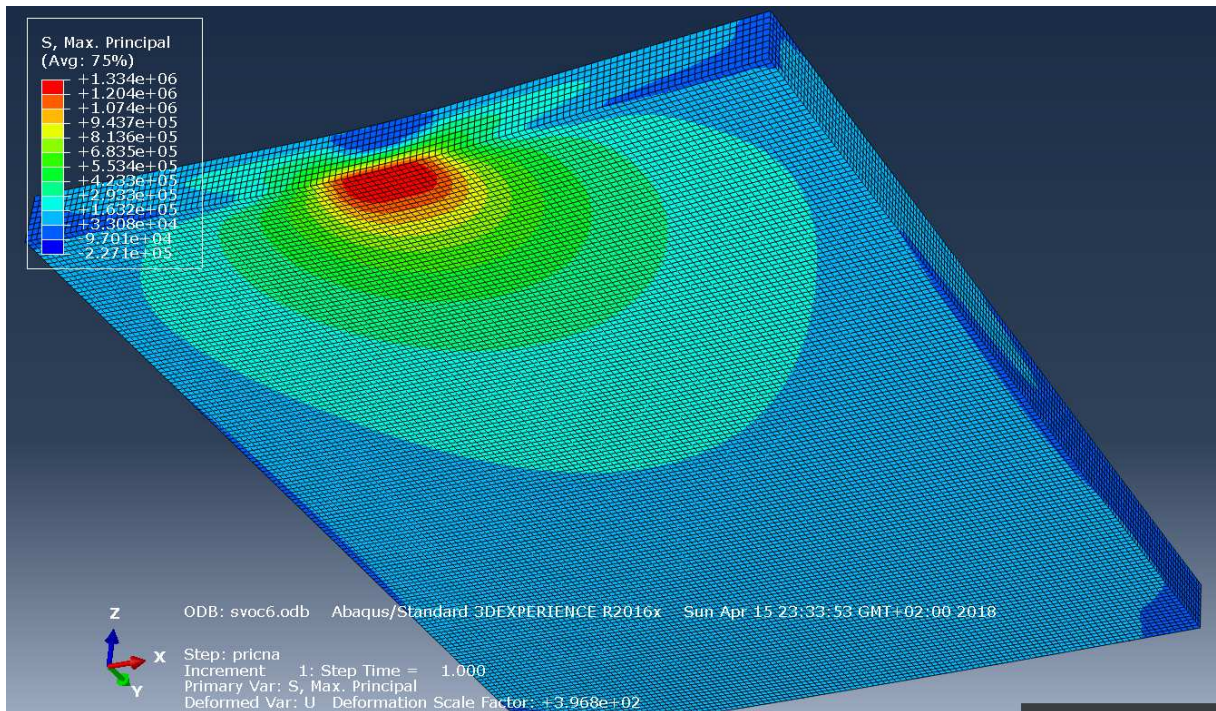
Obr. 13: Model 1 – Teplota 1 (Příčný řez deskou bez podloží)



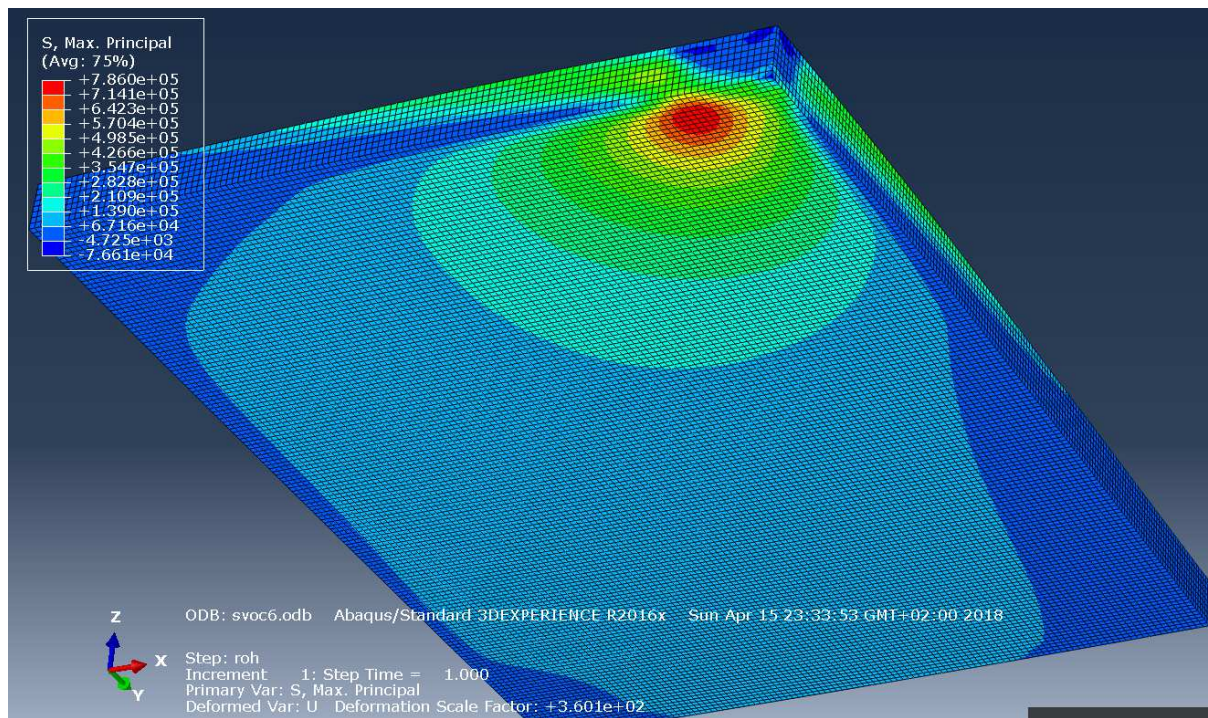
Obr. 14: Model 1 – Teplota 2 (Pohled shora s podložím)



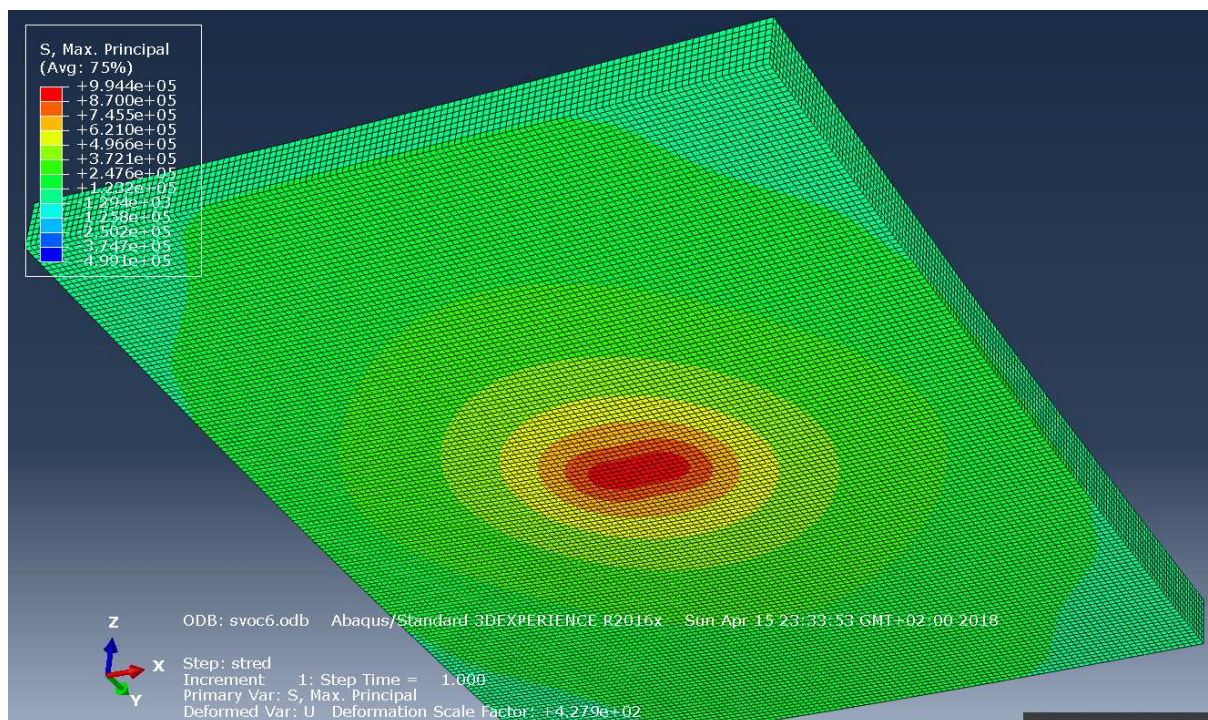
Obr. 15: Model 2 – Podélná hrana (Pohled ze spodu bez podloží)



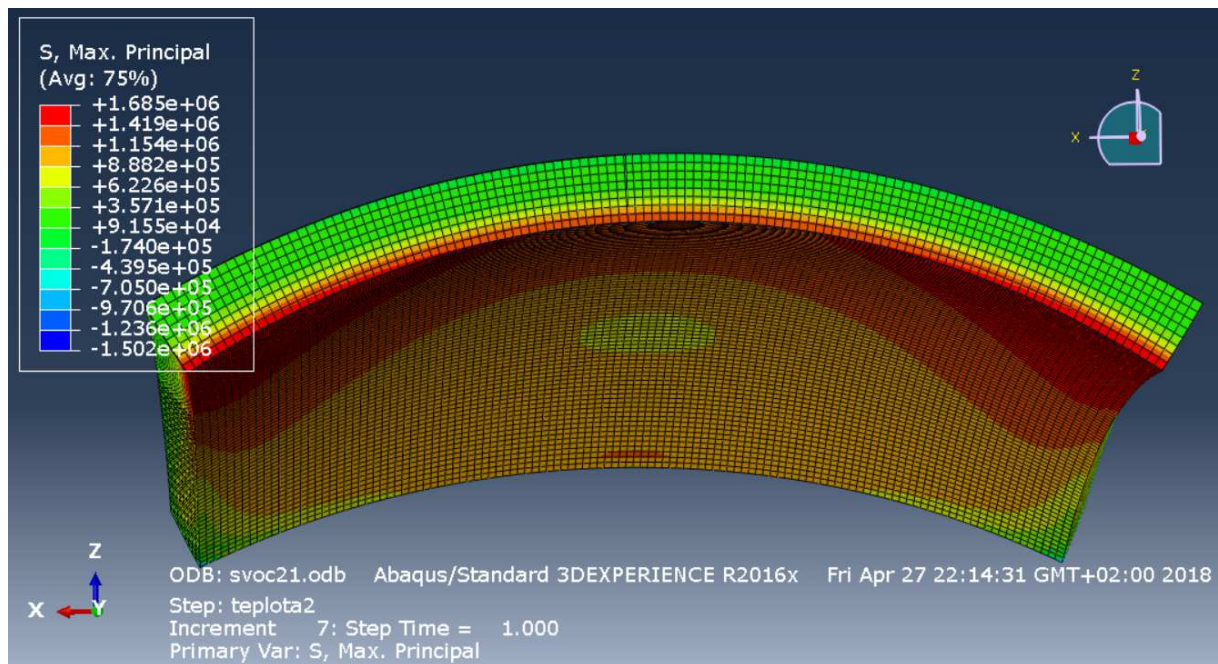
Obr. 16: Model 2 – Příčná hrana (Pohled ze spodu bez podloží)



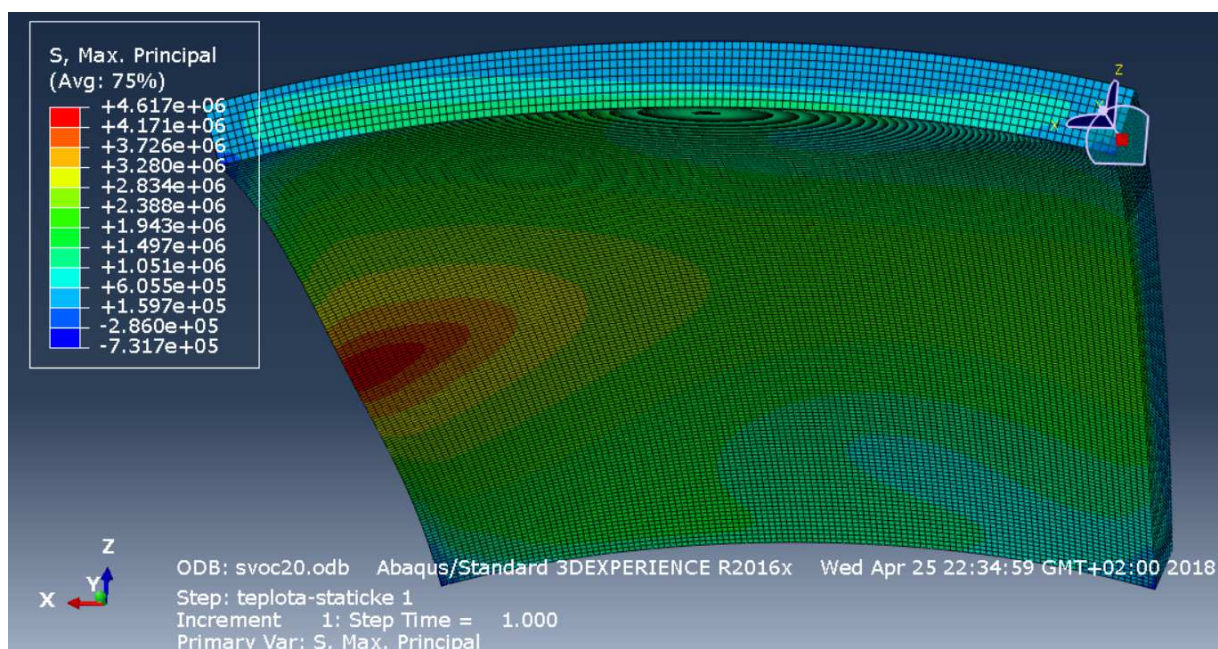
Obr. 17: Model 2 – Roh (Pohled ze spodu bez podloží)



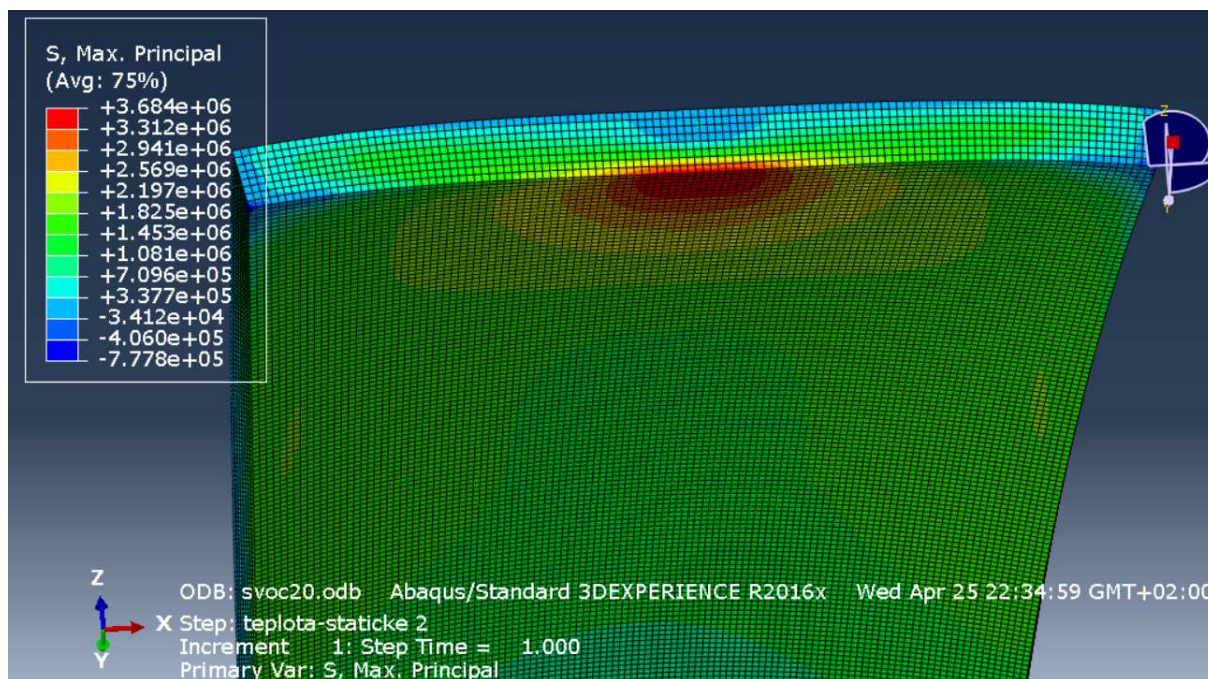
Obr. 18: Model 2 – Střed (Pohled ze spodu bez podloží)



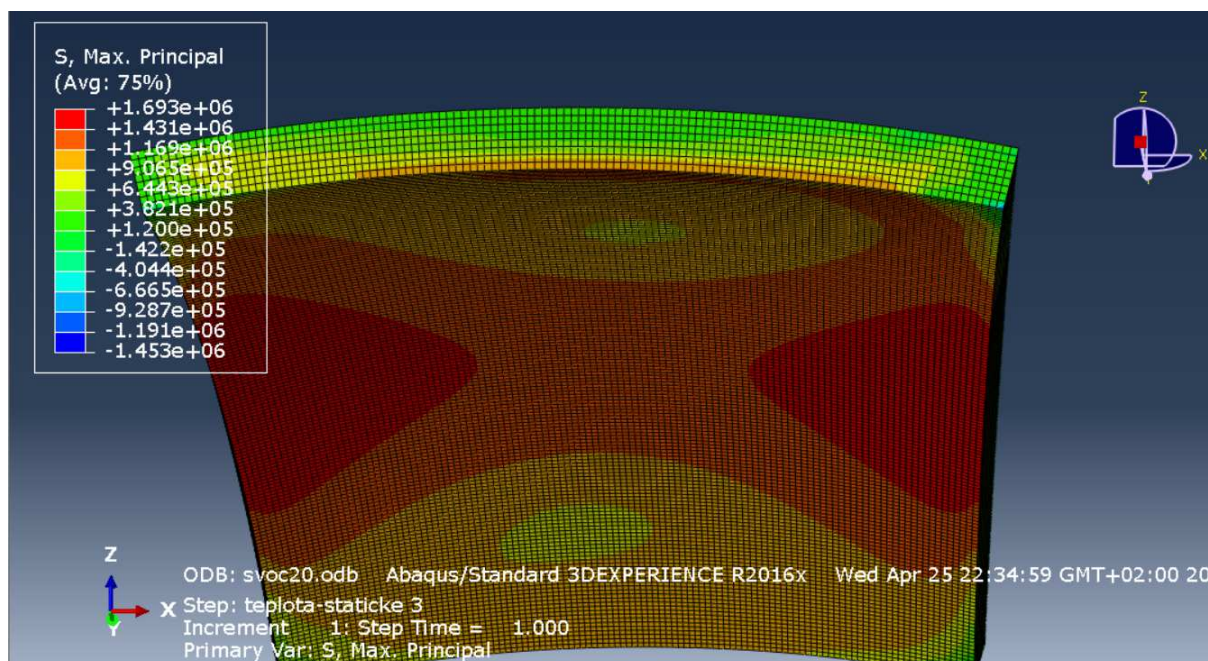
Obr. 19: Model 2 – Teplota 1 (Příčný řez bez podloží)



Obr. 20: Model 1 – Kombinace Teplota 1 + Podélná hrana (Pohled ze spodu bez podloží)

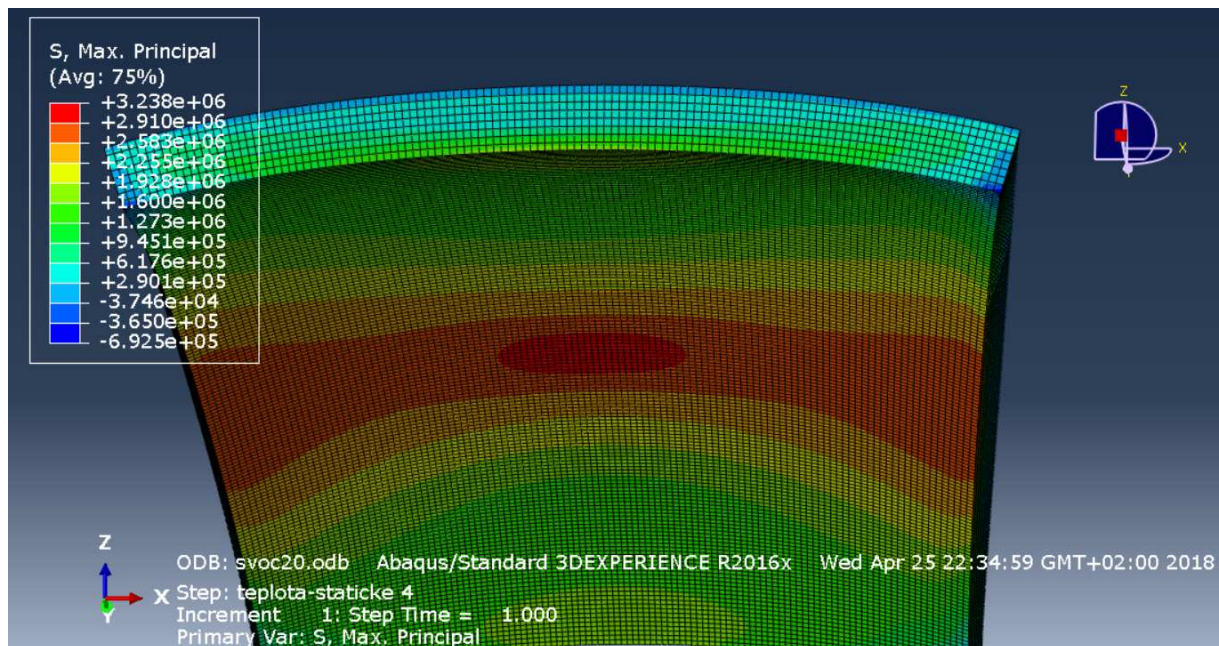


Obr. 21: Model 1 – Kombinace Teplota 1 + Příčná hrana (Pohled ze spodu bez podloží)

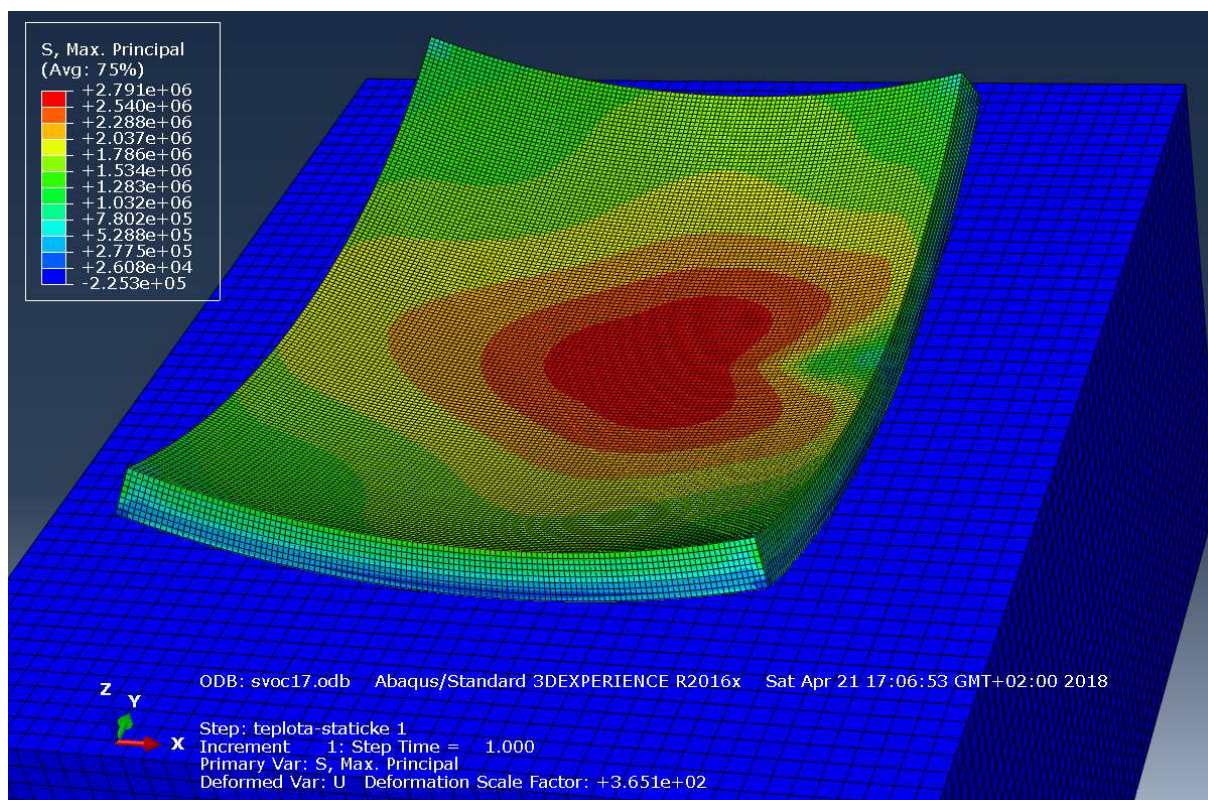


Obr. 22: Model 1 – Kombinace Teplota 1 + Roh (Pohled ze spodu bez podloží)

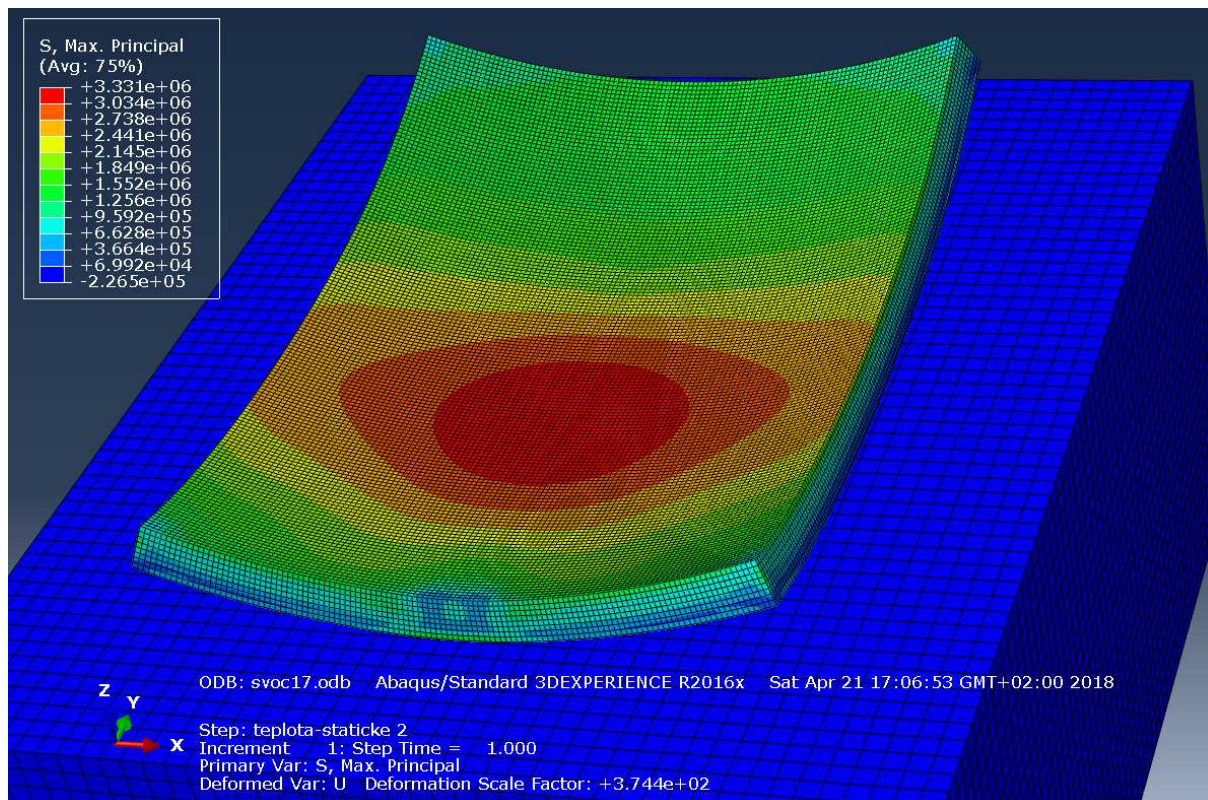




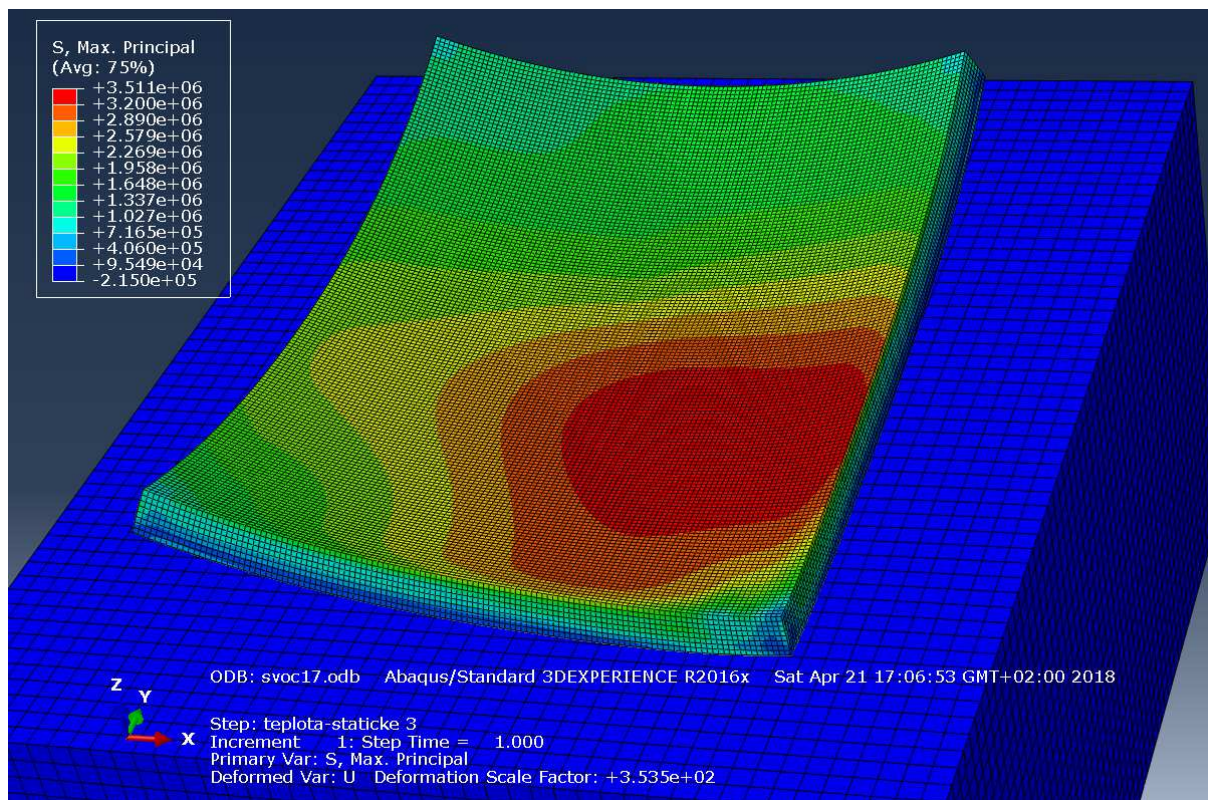
Obr. 23: Model 1 – Kombinace Teplota 1 + Střed (Pohled ze spodu bez podloží)



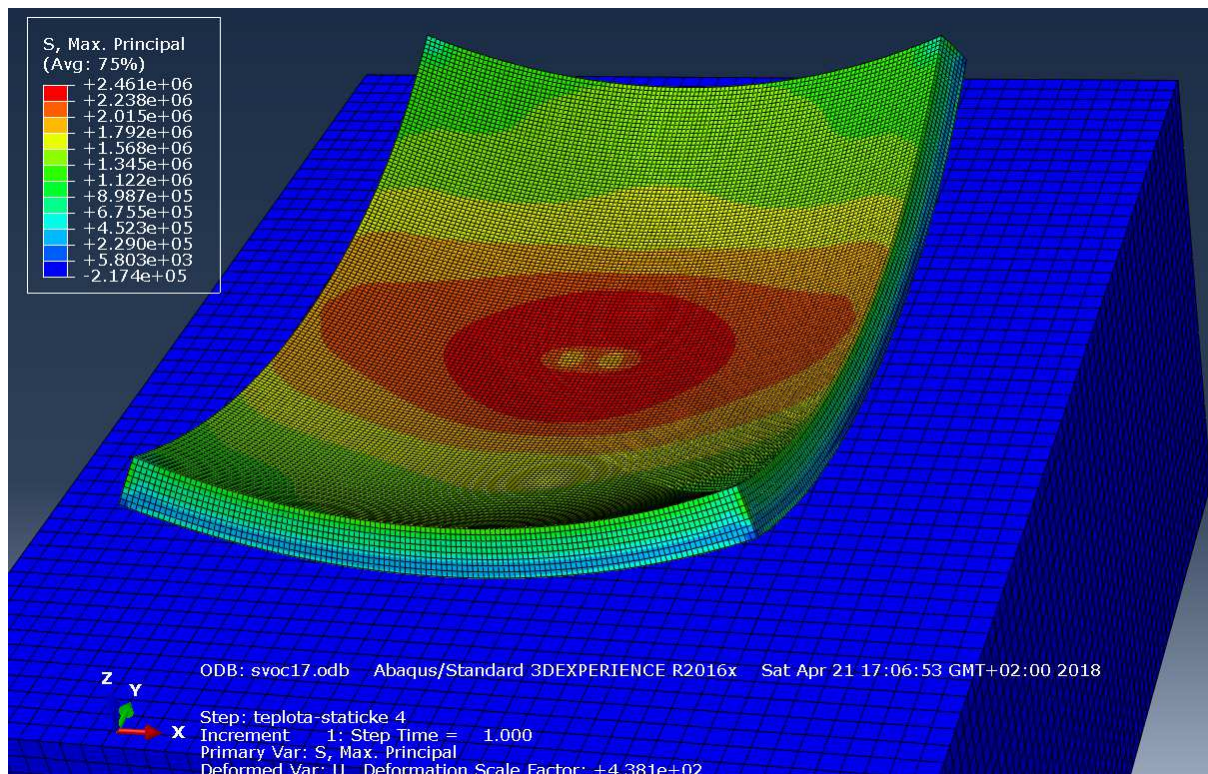
Obr. 24 – Model 1 – Kombinace Teplota 2 + Podélná hrana (Pohled ze spodu bez podloží)



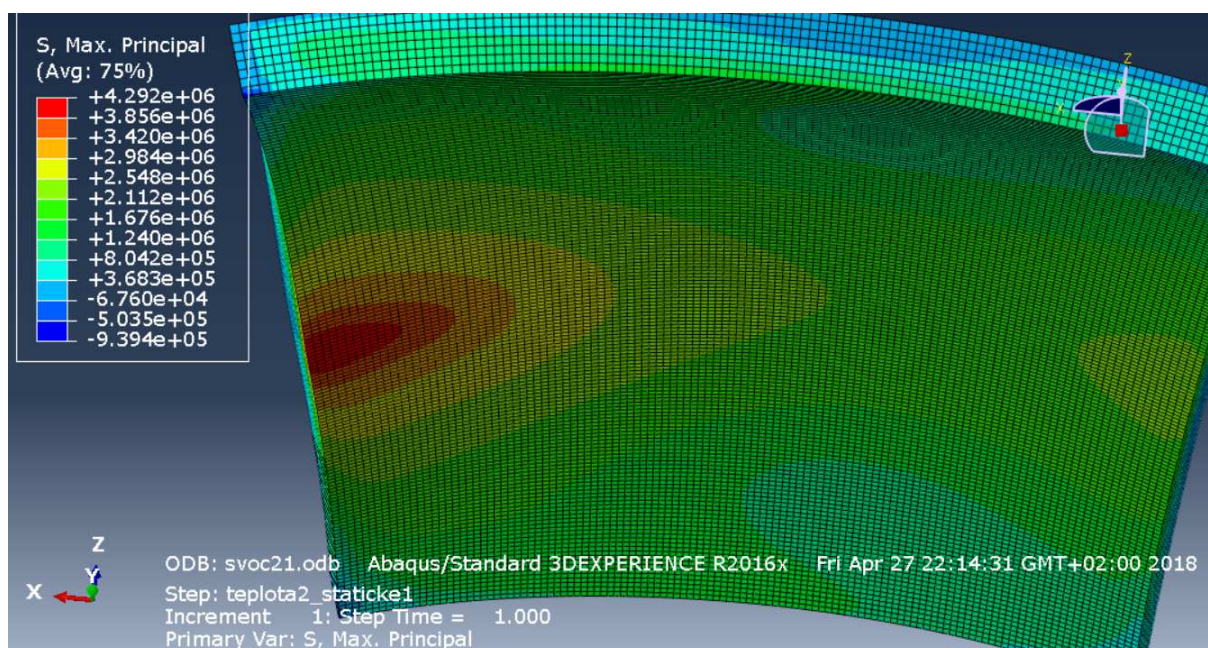
Obr. 25: Model 1 – Kombinace Teplota 2 + Příkladná hrana (Pohled ze spodu bez podloží)



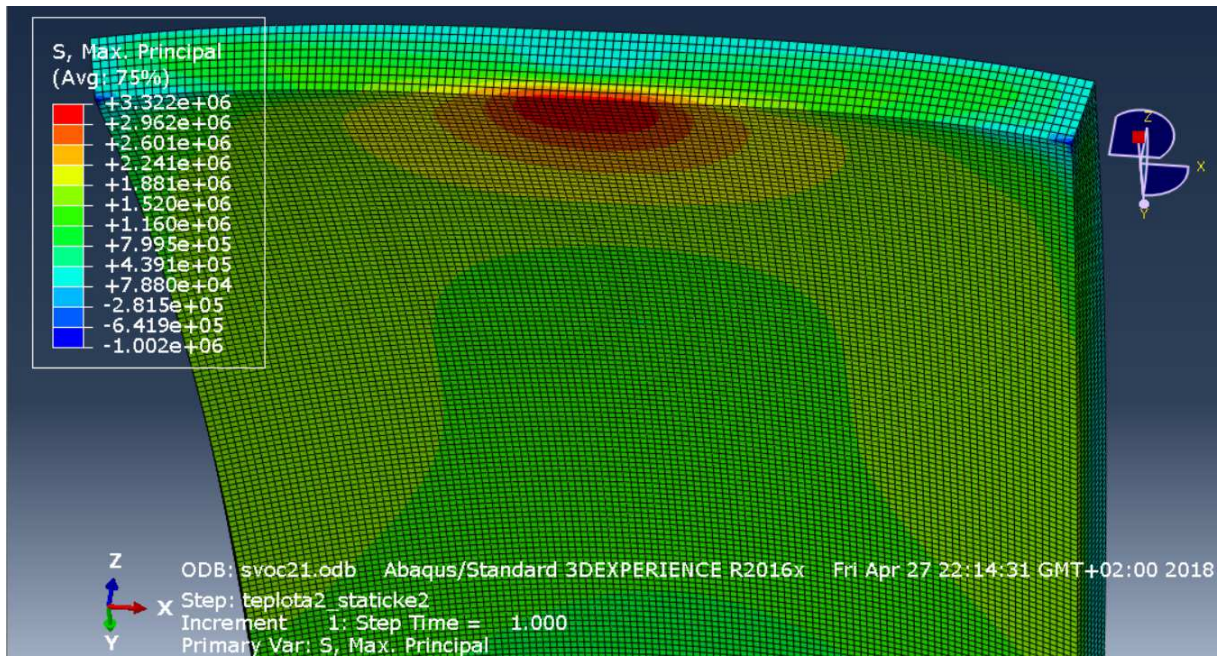
Obr. 26: Model 1 – Kombinace Teplota 2 + Roh (Pohled ze spodu bez podloží)



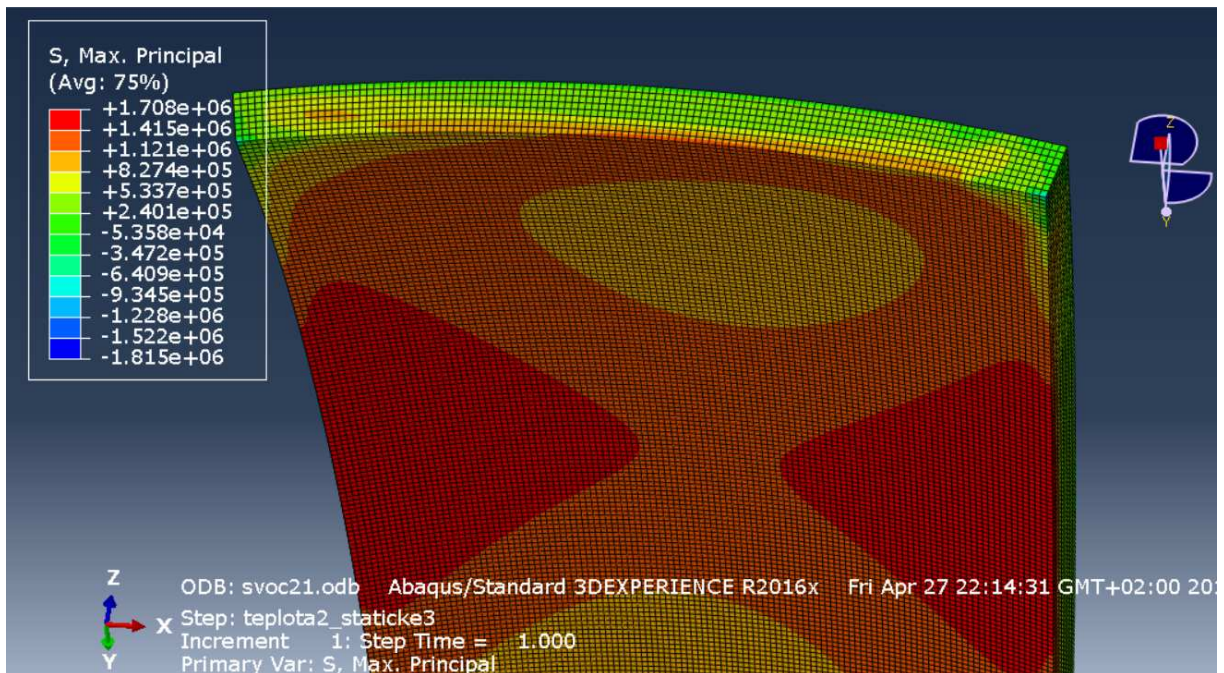
Obr. 27: Model 1 – Kombinace Teplota 2 + Střed (Pohled ze spodu bez podloží)



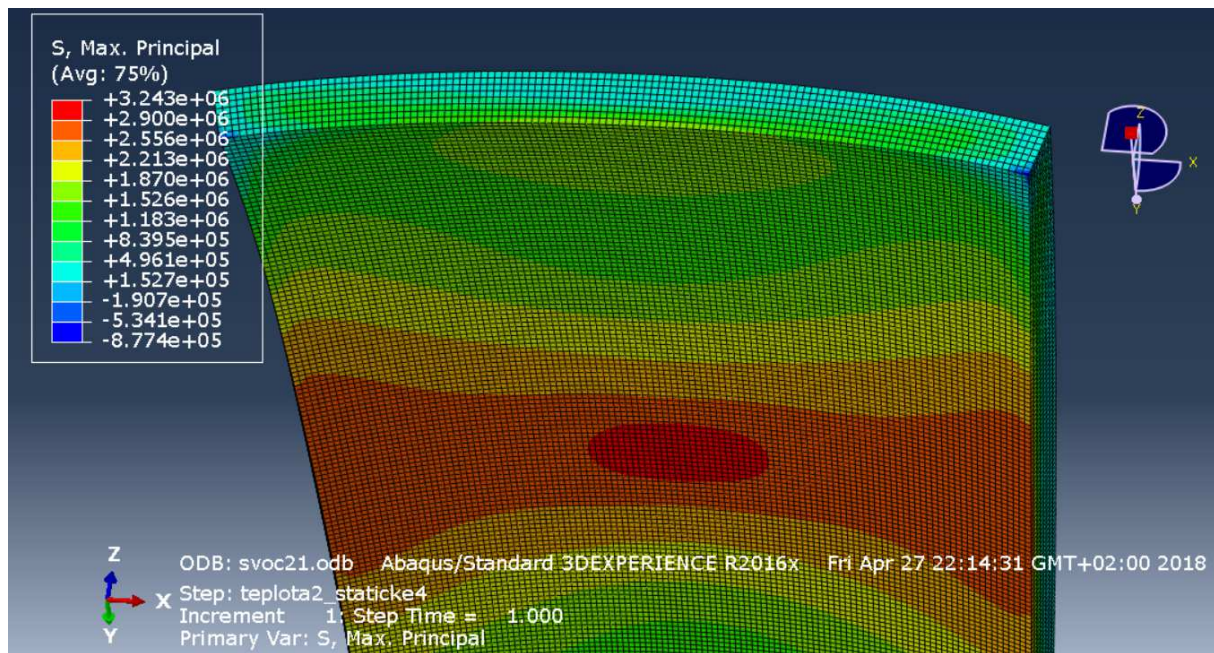
Obr. 28: Model 2 – Kombinace Teplota 1 + Podélná hrana (Pohled ze spodu bez podloží)



Obr. 29: Model 2 – Kombinace Teplota 1 + Příčná hrana (Pohled ze spodu bez podloží)



Obr. 30: Model 2 – Kombinace Teplota 1 + Roh (Pohled ze spodu bez podloží)



Obr. 31: Model 2 – Kombinace Teplota 1 + Střed (Pohled ze spodu bez podloží)

## 7 ROZVOJ 3D MODELOVÁNÍ

Do výše uvedeného modelu je nutné postupně zahrnout další faktory, které ovlivňují chování CB vozovky. Je nezbytné vytvořit materiálový model, který by dokázal popsat chování vozovky v době krátce po realizaci. Tento model by měl popisovat jevy jako je dotvarování, smrštění, deformace od teploty, která vzniká vlivem hydratace cementu. Tento model by měl následně posloužit jako vstup do statické nebo únavové analýzy například pomocí redukce Youngova modulu pružnosti.

Je nezbytné se také věnovat lepší optimalizaci výpočtů, kvůli redukci výpočtového času a také dat, která složité modely produkují. Je zde popsána optimalizace modelu, který popisuje materiálové chování CB desky. Dále je zde popsán model pro vedení tepla, který vychází z dat naměřených na zkušebním úseku D1 mezi Lipníkem nad Bečvou a Přerovem.

### 7.1 Optimalizace modelu

V rámci této práce byl vytvořen 3D mechanický model pomocí programu OOFEM. Kvůli úspoře výpočtového času a počtu prvků bylo použito Winkler-Pasternakovo podloží – podloží modelováno jako 2D plocha podepřená pomocí pružin, ne jako 3D kontinuum jako je obvyklé. Tuhost podloží je definována pomocí koeficientů  $c_1$  a  $c_2$ . Je nutné tyto parametry definovat tak, aby co nejlépe odpovídaly dané skladbě vozovkového systému. Tento problém je nutné vyřešit iteračně. [13] [14]

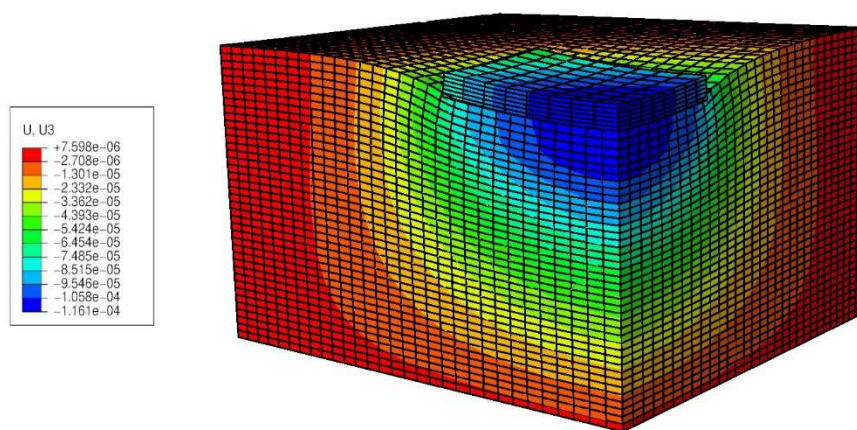
Skladba [3]:

MZK tl.200mm,  $E=600\text{MPa}$ ,  $\nu=0,25$

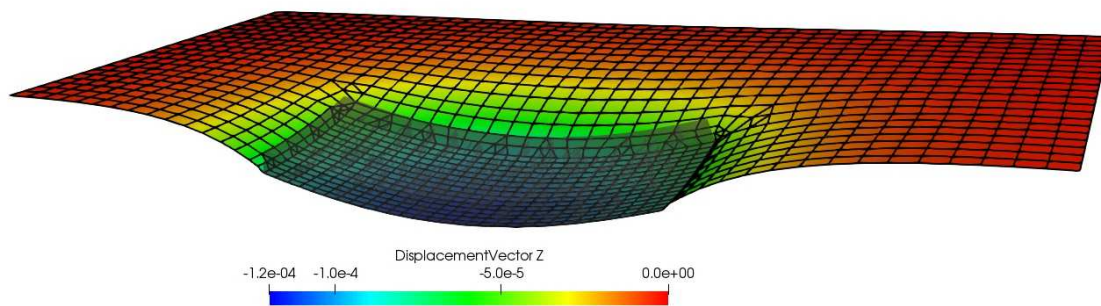
ŠD<sub>A</sub> tl.200mm,  $E=400\text{MPa}$ ,  $\nu=0,3$

P<sub>I</sub> tl.3600mm,  $E=120\text{MPa}$ ,  $\nu=0,325$

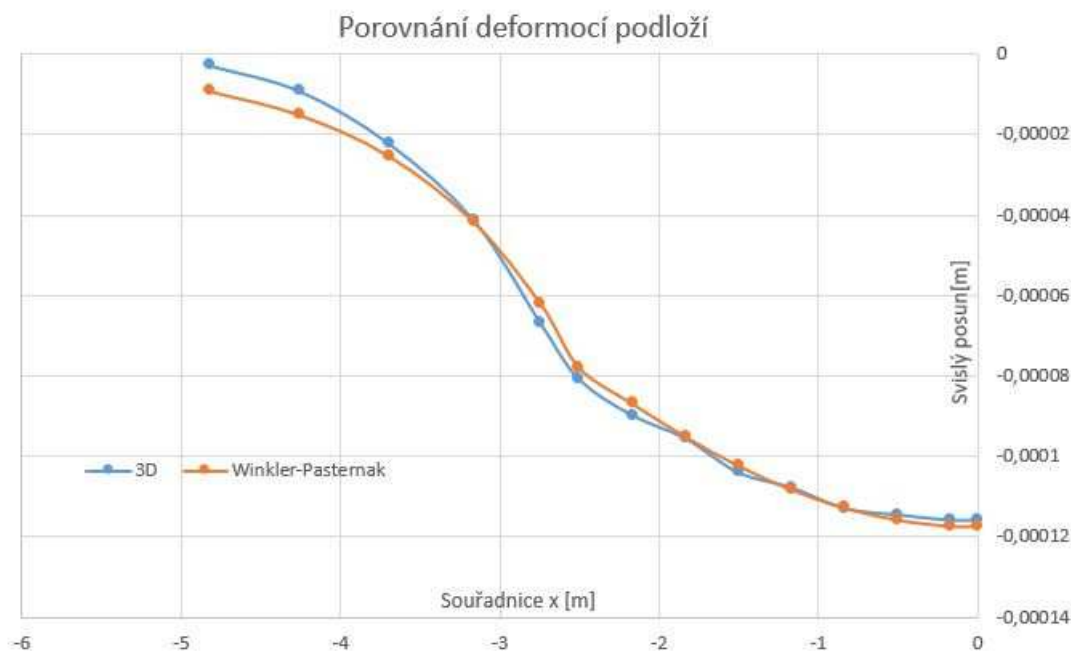
Řešením bylo vytvoření této úlohy v programu Abaqus, s využitím modelování podloží jako 3D kontinua. Jako zatížení byla využita pouze vlastní tíha CB desky. Následně bylo nutné exportovat data v zajímavých bodech, tedy v integračních bodech použitých v síti prvků programu OOFEM z obou úloh. Deformovaný tvar se postupně porovnává a postupně se pomocí iterace upraví parametry  $c_1$  a  $c_2$  tak, aby se deformovaný tvar podloží obou modelů co nejvíce podobal. Konečné hodnoty parametrů použitých v modelu jsou  $c_1=34,6$  a  $c_2=50,0$ , tvar deformovaného podloží se velice dobře blíží.



Obr. 32: Posun uzlů ve směru osy z v Abaqusu [12]



Obr. 33: Posun uzlů ve směru osy z v OOFEMu (zobrazeno v Paraview) [20]



Obr. 34: Porovnání deformovaného tvaru podloží (symetrická polovina)

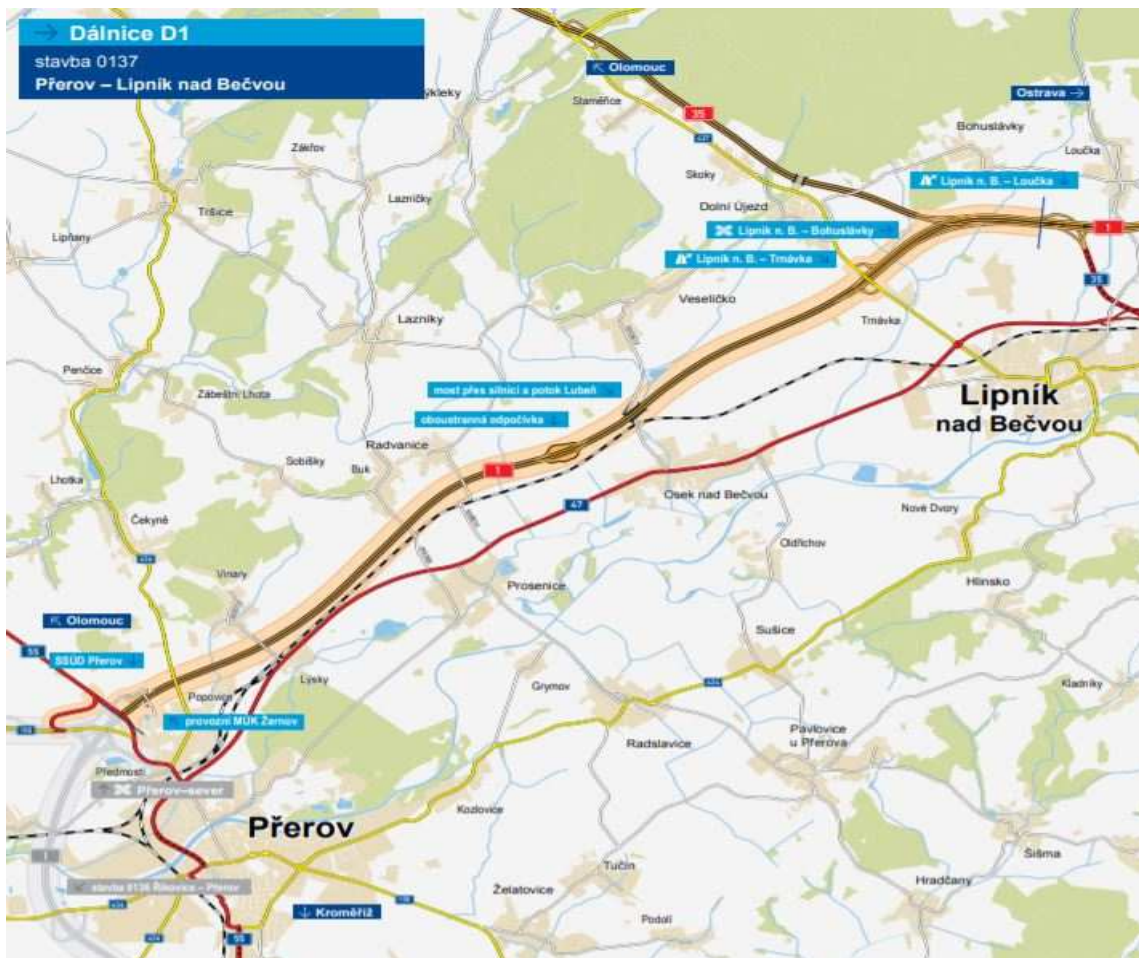
## 7.2 Vedení tepla

### 7.2.1 Měření D1

V létě 2018 proběhlo osazování čidel a následné měření teplot a deformací CB desky na zkušebním úseku D1. Měření probíhalo ve spolupráci ČVUT FSv, VUT, Skanskou a ŘSD pod vedením doc. Šmilauera z FSv ČVUT.

Měření probíhá na nově realizovaném úseku dálnice D1, úsek mezi Přerovem a Lipníkem nad Bečvou. Tento úsek je zkušební, testuje se zde použití směsného cementu (CEM I 75% a 25% struska), namísto v ČR pro CB vozovky výhradně používaného portlandského cementu (CEM I 100%). Konstrukce vozovky je kontinuálně nevyztužená deska, prováděná pomocí 2 vrstvé betonáže. Do příčných spar jsou vkládány kluzné trny a do podélných spar jsou umísťovány kotvy, oboje slouží k zamezení vzájemného posunu desek. Spáry se prořežou v určité době po betonáži, čidla tedy musela být umístěna do bezpečné vzdálenosti od spar. Tloušťka dolní vrstvy betonu je 240mm a tloušťka horní vrstvy betonu je 50mm, přičemž dolní vrstvu položí 1. finisher, následně se vtlačí trny a kotvy a poté 2. finisher položí 2. vrstvu betonu. Beton do obou vrstev se liší velikostí zrna kameniva, do horní vrstvy se používá menší frakce kameniva, které je vhodnější pro úpravu povrchu tzv. vymetáním.





Obr. 35: Mapa úseku Lipník – Přerov na D1 [17]

V rámci měření bylo osazeno celkem 18 čidel na 6 místech, viz Obr. 7, na každém místě byly osazeny nad sebou 3 čidla ve výšce -50 mm, -140 mm a -240 mm vůči niveletě. Zároveň byly osazeny čidla pro měření oslnění a teploty vzduchu. Přibližně 14 dní před tímto měřením bylo provedeno zkušební krátkodobé měření, na kterém se zkoušela konstrukce ochranného hrnce a proveditelnost měření v daném rozsahu. Po tomto měření byla upravena konstrukce, aby lépe odolávala přejezdu finisherů.





Obr. 38: Rozmístění čidel před pojezdem finišeru (foto S. Šulc)



Obr. 39: Umístění čidel do správné polohy po přejezde 1. finišeru po odstranění ochranných „hrnců“ (foto S. Šulc)



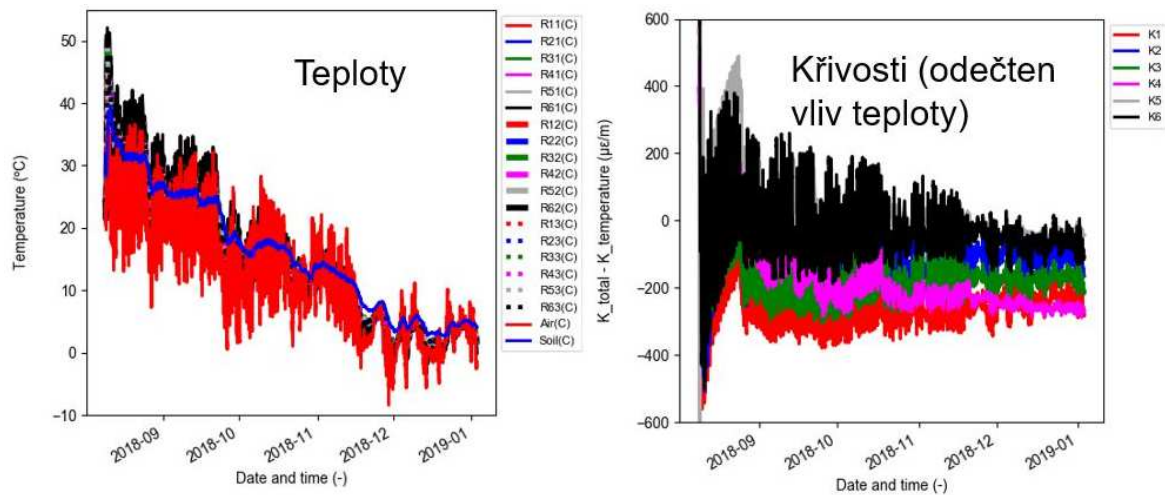
Obr. 40: Umístění čidel pro měření teploty vzduchu a oslunění (foto S. Šulc)

### 7.2.2 Využití měření pro termomechanickou analýzu

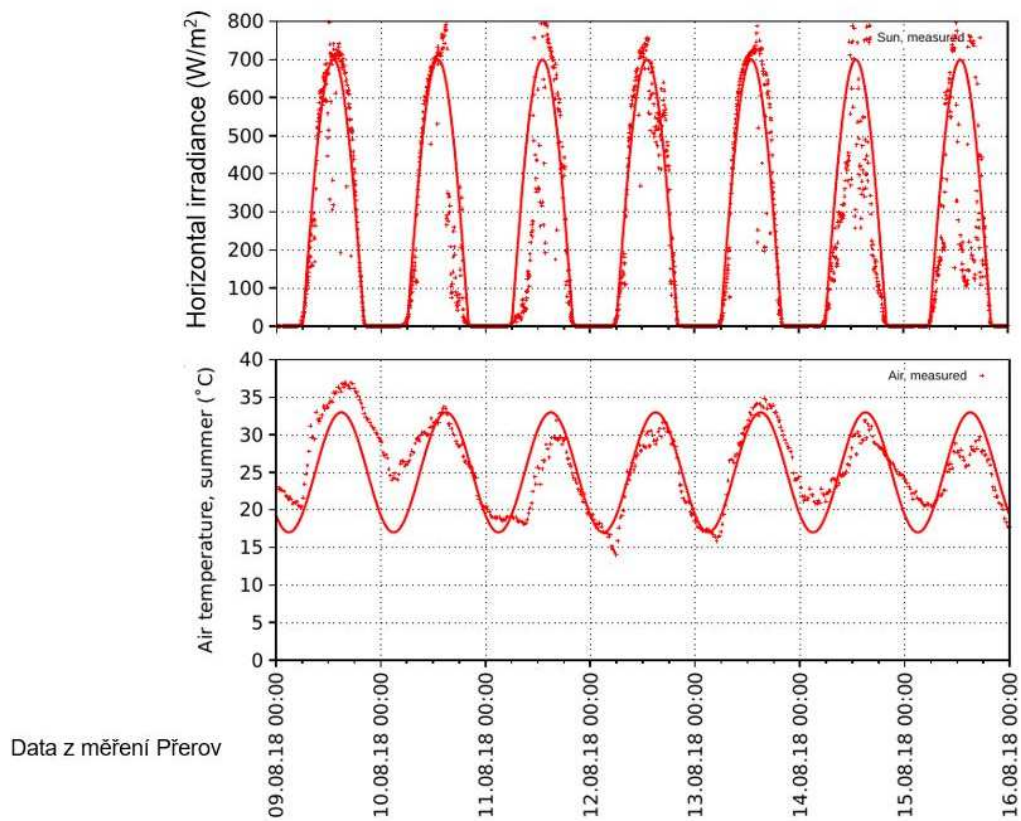
Po provedení experimentálního měření je nutné zpracovat velké množství dat a vytvořit matematický popis funkcí, které by dané jevy co nejlépe popsaly. Takto byly postupně vytvořeny 2 funkce, které popisují klimatické podmínky během týdne po betonáži, tyto dny lze brát jako reprezentativní letní dny. Nejprve funkce (1), která popisuje průběh teploty vzduchu, tento jev je v dlouhodobém měřítku nepopsatelný jednou jednoduchou funkcí, pro numerickou analýzu stačí pouze vystihnout rozsah, který je třeba simulovat, v tomto případě 4 dny. Následně byla vytvořena složitější funkce (2), která popisuje oslunění během 4 dnů po betonáži. Pro případné jiné situace je možné tyto funkce přepsat a upravit pro dané klimatické podmínky, pouhou úpravou konstant.

$$f(t) = 8 \sin\left(\frac{2\pi}{86400}(t-93600)\right) + 25 \quad (3)$$

$$f(t) = 700 \sin\left(0.85 \frac{2\pi}{86400} \cdot (\text{int}(t-6 \cdot 3600) \% 86400)\right) \cdot H\left(\sin\left(0.85 \frac{2\pi}{86400} \cdot (\text{int}(t-6 \cdot 3600) \% 86400)\right)\right) \quad (4)$$



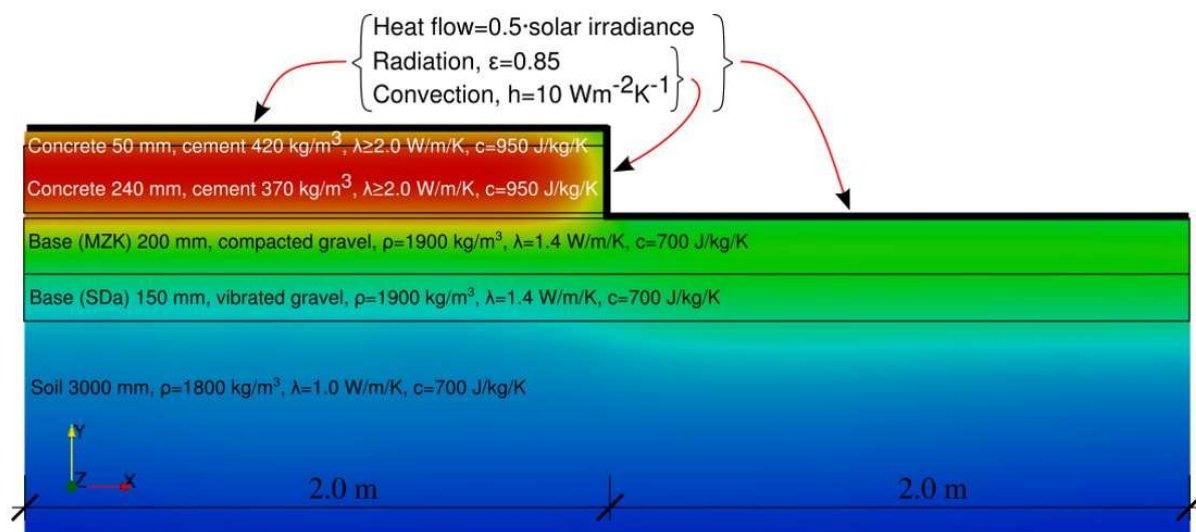
Obr. 41: Průběh teploty a křivosti v řádu několika měsíců



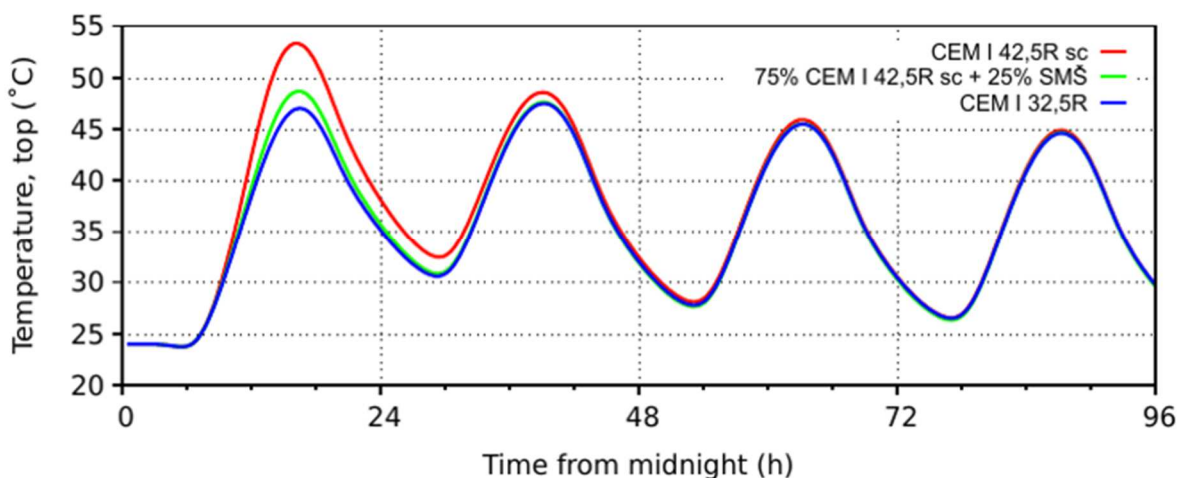
Obr. 42: Porovnání funkcí (3) a (4) s experimentálně naměřenými daty

### 7.2.3 2D model vedení tepla

Na základě těchto dat byl vytvořen 2D model, který obsahuje dříve ukázané funkce (1) a (2), dále hydratační model (HydratingConcreteMat), který na základě materiálových parametrů (potenciální hydratační teplo, obsah cementu, aktivační energie a další) pracuje s hydratací cementu v čase. [21] [22] Model je řezem CB deskou, na které jsou čidla umístěna v podélném směru, je použita a počítána pouze polovina desky na základě symetrie. Tento model velice dobře popisuje průběh teploty a její vedení CB deskou. Tyto jevy mají přímý důsledek na snížení životnosti vozovky, protože vyšší teplota urychluje hydrataci cementu a zvyšuje smrštění. Smrštění nelze odstranit, ale lze ho značně snížit. Existuje několik variant řešení tohoto problému, jako například použití jiných druhů cementů, čímž by se značně zpomalila kinetika cementu a omezil by se vývoj hydratačního tepla (Obr. 44) a omezil vznik trhlin. Vliv různých cementů na výslednou teplotu je značný, viz Obr. 44. Materiálové parametry jsou převzaty z literatury, viz Obr. 43. [13] [14] [15] [18]



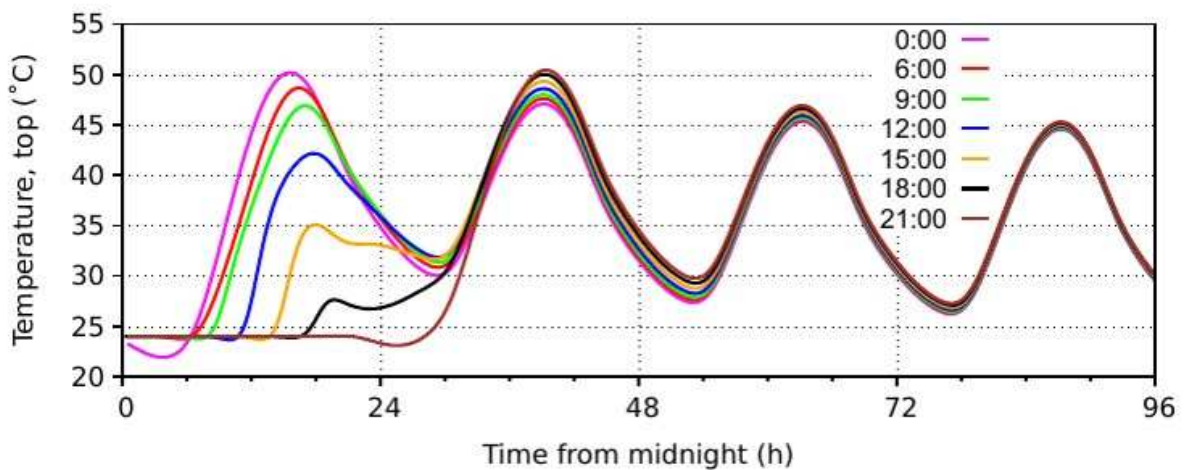
Obr. 43: Schéma 2D modelu Vedení tepla s materiálovými parametry



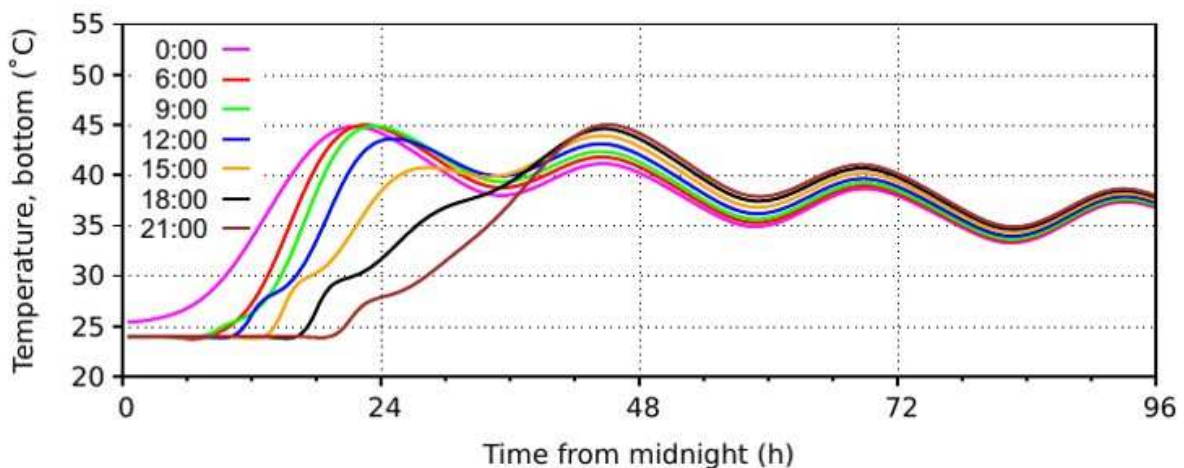
Obr. 44: Vliv druhu cementu na celkový vývoj teploty v desce

#### 7.2.4 Studie vlivu počátku betonáže na teplotu betonu

S 2D modelem pro vedení tepla byla následně provedena studie, jaký vliv na teplotu v desce má čas, kdy se začne betonovat. Výsledky jsou velice zajímavé a v rozporu se současnou praxí, kdy se v letních měsících obvykle začíná betonovat brzy ráno. Problém je, že teplota, která se uvolní hydratací cementu, postupně roste a tak největší hodnota teploty od hydratace a nejvyšší teplota vzduchu nastane najednou. S ohledem na životnost konstrukce se zdá být výhodnější v létě začít betonovat odpoledne, jak je vidět z následujících obrázků. Dle výsledků studie by bylo možné doporučit odpolední betonáže (Obr. 45 a Obr. 46).



Obr. 45: Graf průběhu teploty na povrchu desky během 4 dnů po začátku betonáže v závislosti na tom, kdy začala betonáž



Obr. 46: Graf průběhu teploty pod deskou během 4 dnů po začátku betonáže v závislosti na tom, kdy začala betonáž

## 7.3 Sdružená úloha – Mechanika a teplo

Když se podařilo postupně vytvořit a vyladit modely pro 3D mechaniku a 2D model vedení tepla, dalším postupným krokem je tyto modely spojit dohromady. Předpoklad je takový, že v každém jednotlivém kroku (step) výpočtu se nejdříve pomocí modelu vedení tepla spočte teplota a ta se následně exportuje a využije v mechanickém modelu. To vyžaduje vytvoření 3D modelu vedení tepla a přiřazení odpovídajících parametrů CB desce. V modelu je použit směsný cement, začátek betonáže je uvažován v 6:00. Čas modelu však běží už od půlnoci, deska se tedy objevuje až po 6 hodinách, do té doby je model zatížen pouze vlastní tíhou v té době vlastně fiktivní desky.

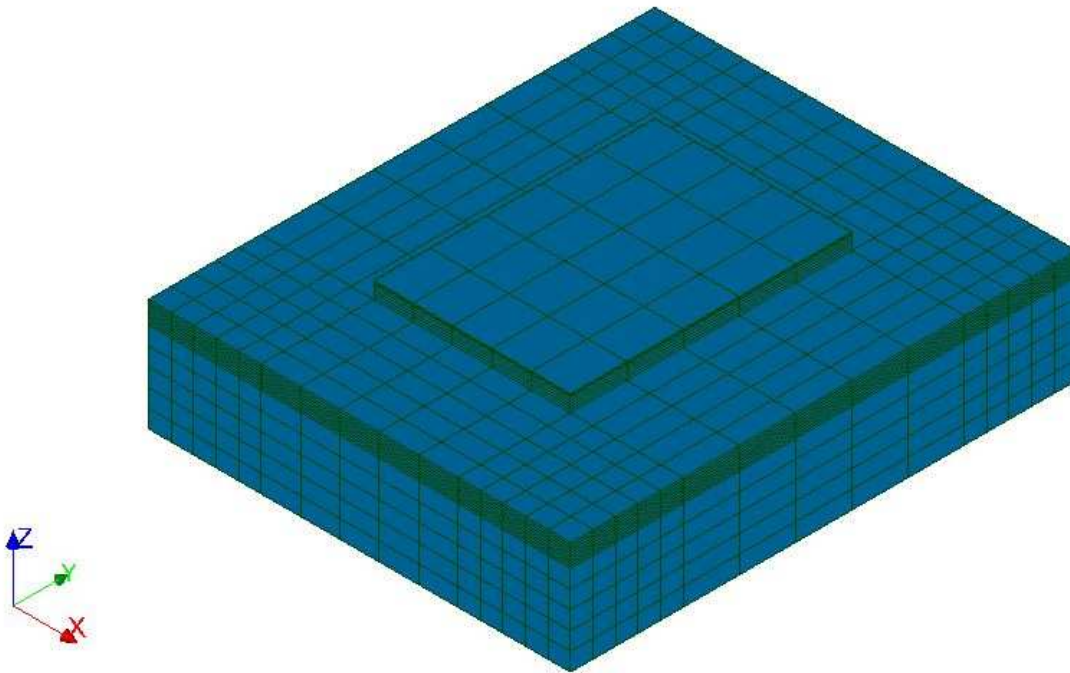
### 7.3.1 Mechanika

Model pro mechaniku se ve sdružené úloze použije takřka totožný jako v samostatné mechanice, tedy 3D deska s Winkler – Pasternakovým podložím. Jen je nutné jednotlivým materiálům přiřadit parametry, tykající se tepelné kapacity, tepelné vodivosti a teplotní roztažnosti. Materiál je zatím považován jako elastický, zde je určitě prostor pro rozvoj, ve fázi tvrdnutí se značně mění tuhost průřezu a pro přesnější popis je nutné použít viskoelastický materiál se stárnutím. Kontakt mezi MZK a CB deskou je zpočátku modelován jen pomocí elastických prvků, které mají stejné vlastnosti v tahu i tlaku, v budoucnu budou nahrazeny složitějšími prvky, které se použili v modelu, který řeší pouze mechaniku. V současnosti to vede k mírným nepřesnostem, ale model je výrazně stabilnější při samotném výpočtu, než při využití složitějšího kontaktu. Je možné aplikovat statické kolové zatížení a zkoumat jaký vliv má na výsledky, to je možné uvažovat v budoucnosti. [13] [14] [15]

### 7.3.2 Teplo

Je nutné vytvořit 3D model vedení tepla, který se velice podobá 2D modelu, jen se vytvoří 3D geometrie a vše se následně náležitě upraví ve vstupním souboru. Rozdíl v geometrii mezi modelem pro mechaniku a vedení tepla, je ten že nelze využít Winkler-Pasternakovo podloží pro model vedení tepla, ale je nutné modelovat podloží jako 3D kontinuum. W-P podloží by zanedbalo teplotní kapacitu podloží, která značně ovlivní teplotu v CB desce. Je nutné dodržet rozměry desky a natočení desky ve směru osy x i y a správnou polohu na ose z, aby sdružený model správně fungoval. Materiálové parametry zůstávají stejné jako pro 2D model, včetně počátečních a okrajových podmínek. [13] [14] [15] [18]





Obr. 47: Geometrie pro 3D model vedení tepla, vytvořeno v Salome

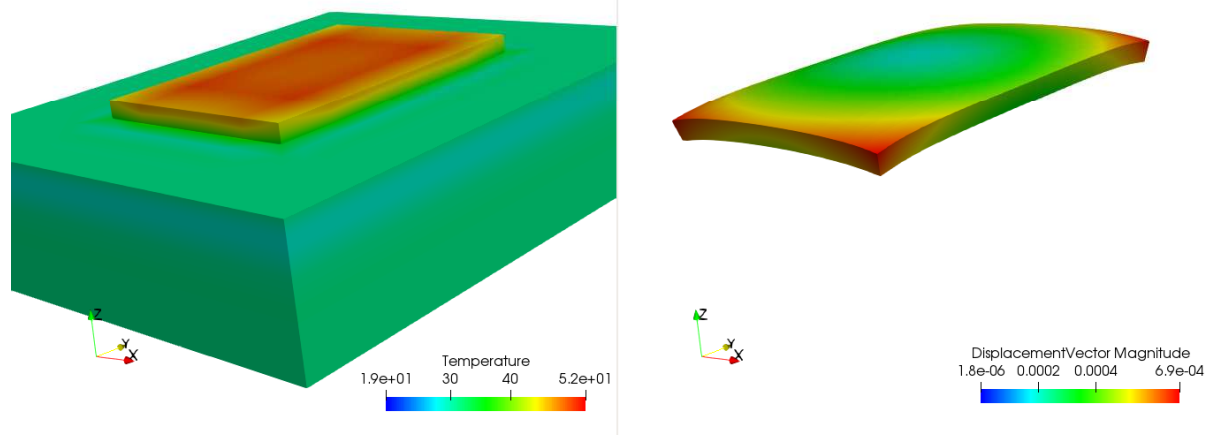
### 7.3.3 Sdružená úloha

Samotné sdružení modelů 3D tepla a mechaniky je velice jednoduché, pokud je správně vytvořena geometrie, stačí napsat krátký soubor (input file), ve kterém se stanoví několik faktorů. Je uvažováno, že primární úloha je ta pro vedení tepla (podle této úlohy běží čas) a sekundární úloha je ta pro mechaniku. Čas běží od půlnoci, přičemž zatížení vlastní tíhy desky je aplikováno okamžitě.

```
1 voz3Dtmsm.out
2 tests on concrete road with temperature
3 StaggeredProblem nsteps 1 timedefinedbyprob 1 prob1 "voz3Dtm.in" prob2 "voz3Dsm.in"
4
```

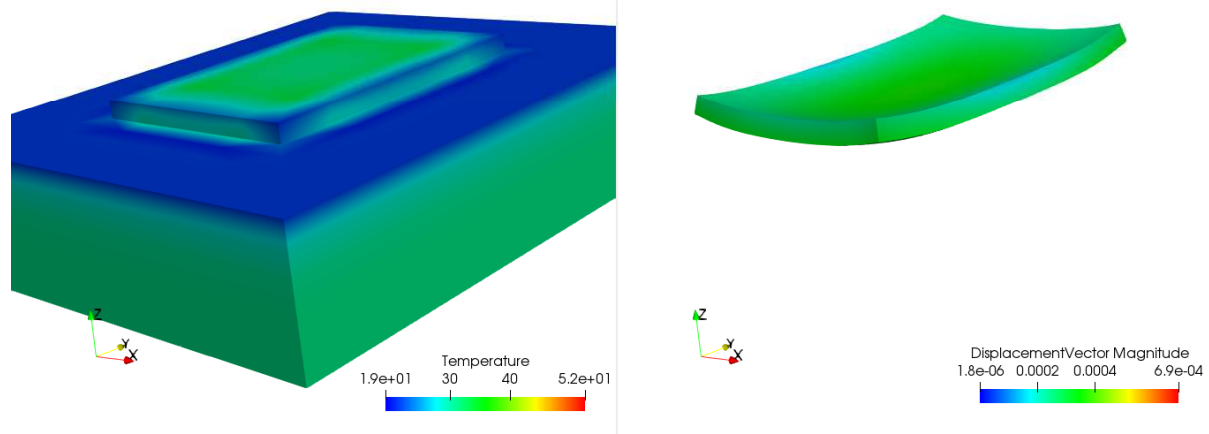
Obr. 48: Vstupní soubor pro sdruženou úlohu do programu OOFEM

Time: 17.500000 h



Obr. 49: Teplota a posun v čase 17,5 hodiny po půlnoci, tj. 11,5 hodin po začátku betonáže

Time: 30.000000 h



Obr. 50: Teplota a posun v čase 30 hodin po půlnoci, tj. 24 hodin po začátku betonáže

## 7.4 Rozvoj materiálového modelu

Model vedení tepla se velice dobře blíží reálnému prostředí, které se objevuje ve vozovkovém souvrství. Model pro mechaniku je třeba dále rozvíjet, aby nedošlo k zanedbání některých důležitých dějů v CB desce. Dále je popsáno několik jevů, které je možné aplikovat do modelu v budoucnu. Model pro sdruženou úlohu se zabývá především materiálovým vlastnostem cementobetonového krytu, bude se tedy vyvíjet především tímto směrem. V současnosti je možné celkem snadno uvažovat libovolné statické zatížení, u vozovky tedy zatížení kolové, jak je uvedeno v TP170. [3] [4] [5]

- Nahrazení elastického materiálu viskoelastickým se stárnutím
- Použití složitějších a přesnějších kontaktních prvků na styku CB deska – MZK, které přestanou působit při překročení určitého tahového namáhání
- Modelování vlhkosti
- Smršťování
- Model poškození

## 8 ZÁVĚR

V rámci této práce je shrnuta problematika analýzy cementobetonových vozovek. V rešeršní části je shrnut vývoj tohoto tématu od počátků mechaniky zemin až po numerické 3D modelování. Je zde vyřešena otázka volby programu využívajícího Metodu konečných prvků, pro běžné výpočty je vhodné využít uživatelsky přívětivý software, který umožňuje grafickou editaci dat jako je zde použitý program Abaqus. Při zahrnutí různých složitějších vlivů je výhodnější použít vědecké softwary, které mají řadu výhod oproti běžným grafickým MKP softwarům, jako je například úspora výpočetního času a dat, kombinace 2D a 3D výpočtu, atd.

Byl vytvořen základní model, který řeší odezvu cementobetonové desky na statické kolové zatížení, které je převzato z TP170. Tento model úspěšně stanovuje průběh napětí a deformací od tohoto zatížení. Pomocí těchto znalostí lze v budoucnu zlepšit navrhování CB vozovek a tím zvýšit jejich životnost. Do základního modelu je přidáno zatížení pomocí teplotního gradientu, tento vliv může mít značný vliv na napětí, obzvláště v kombinaci s kolovým zatížením, jak je v práci ukázáno.

Numerická analýza CB vozovek je téma, které je nadále nutné rozvíjet. V práci jsou shrnuty faktory, které ovlivňují chování vozovkového systému. Tyto faktory je nutné správně zanést do numerického modelu. V budoucnu se předpokládá místo statické analýzy, analýza únavová, kdy bude model zatížen cyklickým kolovým zatížením a bude zaveden model poškození.

Pro životnost CB vozovek je také zásadní, jak se cementobetonová deska chová krátce po betonáži. Toto chování je velice složité popsat, důležitá je teplota, která vzniká vlivem hydratace cementu. Proto byl vytvořen model, který tuto problematiku řeší. Model vychází z experimentálního měření teplot a deformací na zkušebním úseku dálnice D1. Díky naměřeným datům se povedlo napsat funkce, které popisují průběh teploty a oslunění v reprezentativním letním týdnu. Tento model velice dobře popisuje vývoj teploty v čase a po jeho sdružení s úlohou mechanickou ukazuje i závislost teploty a deformace. V rámci rozvoje numerického modelování je zde popsán problém optimalizace modelu. To je nezbytné pro vytvoření složitějších modelů, kvůli úspoře výpočetového času a dat. Optimalizace byla ilustrována na příkladu, kdy se podkladní systém vozovky modeloval jako Winkler – Pasternakovo podloží, namísto běžně využívaného modelování jako 3D kontinua. Parametry, pomocí kterých se upravují vlastnosti Winkler – Pasternakova podloží vycházejí z porovnání deformovaného tvaru podkladního systému s úlohou, kde je podkladní systém modelován jako 3D kontinuum.

Numerické modelování vozovek je vědní obor, který přispívá ke zvýšení jejich životnosti a je nutné ho dále rozvíjet. Pro aplikaci analýzy do návrhu vozovek je třeba provést velké množství pokusů pro ověření funkčnosti a pravdivosti použitých modelů. Následně se však může stát spolehlivou pomůckou pro návrh CB vozovek, který umožní levnější návrh konstrukce s lepší životností. Zároveň je nutné podotknout, že jakkoliv správný návrh může naprosto fatálně ovlivnit špatná technologická kázeň při výstavbě.

# LITERATURA

- [1] Forster M., *Temperaturbedingte Beanspruch von Betonfahr*. Hannover, 2006.
- [2] da Silva, W. R. L., Šmilauer, V., Štemberk, P., *Upscaling semi-adiabatic measurements for simulating temperature evolution of mass concrete structures*. Vědecký článek. RILEM, 7/2013, dostupné z:  
[http://ksm.fsv.cvut.cz/~smilauer/pdf/Upscaling%20semi-adiabatic%20measurements\\_Silva.pdf](http://ksm.fsv.cvut.cz/~smilauer/pdf/Upscaling%20semi-adiabatic%20measurements_Silva.pdf)
- [3] Luxemburk F., Vébr L., Kudrna J., Varaus M., Racek I., Fiedler J. *TP 170 Navrhování vozovek pozemních komunikací* [online]. Technický předpis. Ministerstvo dopravy České republiky, 2006. Dostupné z:  
[http://www.pjpk.cz/data/USR\\_001\\_2\\_8\\_TP/TP\\_170\\_upraveny\\_dotisk.pdf](http://www.pjpk.cz/data/USR_001_2_8_TP/TP_170_upraveny_dotisk.pdf)
- [4] Vébr, L., Pánek P., *Implementace vybraných faktorů do 3D modelu CB vozovky – společný účinek*. Dílčí výzkumná zpráva. CIDEAS, 2009
- [5] Vébr, L., Pánek P., Novotný B., Slánský B., Šrůtka J., Vladík T., Stehlík D., *Zpřesnění technického návrhu CB vozovek, včetně předpovědi degradace vozovky v závislosti na vnějších a vnitřních parametrech*. Dílčí výzkumná zpráva. CESTI, 2013
- [6] ČSN EN 13877-1, *Cementobetonové kryty – Část 1: Materiály*, Český normalizační institut, 2006.
- [7] Eisenmann, J., Leykauf G., *Betonkalender 2007*, 2007,
- [8] ČSN EN 13877-3, *Cementobetonové kryty - Část 3: Specifikace pro kluzné trny*, Český normalizační institut, 2006.
- [9] Westergaard, H. M., *Stresses in concrete pavements computed by theoretical analysis*. Public roads, 1926.
- [10] Yoder, E. J., Witczak, M. W., *Principles of pavement design*. John Wiley & Sons., 1975,
- [11] *Abaqus 6.13 Online Documentation*, Dassault Systèmes [online, přístupné dne 2. 4. 2013] Webová stránka. Dostupné z:  
<http://dsk.ippt.pan.pl/docs/abaqus/v6.13/books/usb/default.htm>
- [12] Patzák, B. *OOFEM - an object-oriented simulation tool for advanced modeling of materials and structures* [software]. Acta Polytechnica, 52(6):59–66, 2012. Dostupné z: <http://oofem.org/cz/download>
- [13] Patzák, B. *OOFEM: Input Data Format Specification* [online]. Elektronická kniha. ČVUT FSv, 2018. Dostupné z:  
<http://www.oofem.org/resources/doc/oofemInput/html/oofemInput.html>
- [14] Patzák, B. *Element Library Manual* [online]. Elektronická kniha. ČVUT FSv, 2018. Dostupné z:  
<http://www.oofem.org/resources/doc/elementlibmanual/html/elementlibmanual.html>
- [15] Patzák, B. *Material Model Library Manual* [online]. Elektronická kniha. ČVUT FSv, 2019. Dostupné z:  
<http://www.oofem.org/resources/doc/matlibmanual/html/matlibmanual.html>

- [16] *OOFEM project home page.*, Patzák, B. [online, přístupné dne 1. 1. 2000] Webová stránka. Dostupné z: <http://www.oofem.org>
- [17] *D1 Lipník - Přerov.* ŘSD. [ONLINE, přístupné dne 1. 8. 2018]. Webová stránka. Dostupné z: [https://mapapp.rsd.cz/Upload/Stavby/6/infoletak\\_d1-prerov-lipnik.pdf](https://mapapp.rsd.cz/Upload/Stavby/6/infoletak_d1-prerov-lipnik.pdf)
- [18] Šmilauer, V. *Termo – mechanické analýzy nezeslabených a zeslabených cementobetonových desek dálničních krytů.* Výzkumná zpráva. ČVUT FSv, 2017.
- [19] Open Cascade. *Salome 9.2* [software]. 2019. Dostupné z: <https://www.salome-platform.org/>
- [20] Kitware. *Paraview* [software]. 2013. Dostupné z: <https://www.paraview.org/>
- [21] Cervera, M., Oliver J., Prato T. *Thermo-chemo-mechanical model for concrete. I: Hydration and aging.* Journal of Engineering Mechanics ASCE, 1999.
- [22] Gawin, D., Pesavento F., Schreer, B. A. *Hygro-Thermo-chemomechanical modelling of concrete at early ages and beyond. Part I: Hydration and hygro-thermal phenomena.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2006
- [23] Šlachta, E., *Vozovky z cementového betonu.* Kniha. SNTL, 1981.