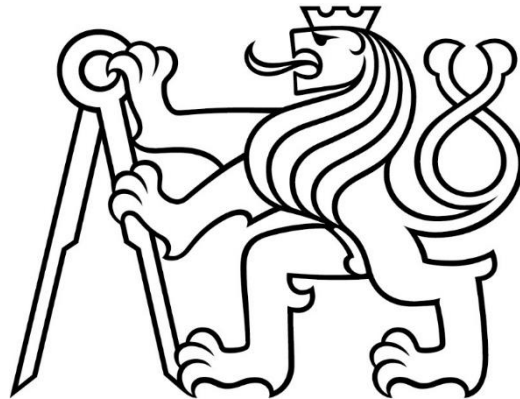


# ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební

Katedra mechaniky



## DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Dynamická analýza lávky pro pěší přes říčku Čistá  
u Hrnčířských Bud**

**Dynamic Analysis of the Footbridge across Čistá River  
near Hrnčířské Boudy**

**Bc. Karolína Berková**

**2019**

Vedoucí diplomové práce:

prof. Ing. Jiří Máca, CSc.

Studijní program:

Stavební inženýrství

Studijní obor:

Konstrukce a dopravní stavby



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební

Tháškurova 7, 166 29 Praha 6

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

### I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: Berková Jméno: Karolína Osobní číslo: 424424  
Zadávající katedra: Katedra mechaniky  
Studijní program: Stavební inženýrství  
Studijní obor: Konstrukce a dopravní stavby

### II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce: Dynamická analýza lávky pro pěší přes říčku Čistá u Hrnčířských Bud  
Název diplomové práce anglicky: Dynamic analysis of the footbridge across Čistá river near Hrnčířské Boudy

Pokyny pro vypracování:  
Výtvoření výpočetního modelu  
Výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitání  
Provedení experimentální analýzy  
Porovnání výsledků

Seznam doporučené literatury:  
ČSN 736209 Zatěžovací zkoušky mostů  
Footbridge vibration design - Caetano E., Cunna A., Dhoorpah W., Raoul J., CRC press/Balkema, 2009  
Theoretical and Experimental Modal Analysis - Maia M. a kolektiv, 1997

Jméno vedoucího diplomové práce: prof. Ing. Jiří Máca, CSc.

Datum zadání diplomové práce: 10.10.2018 Termín odevzdání diplomové práce: 6.1.2019  
*Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku*

Podpis vedoucího práce

Podpis vedoucího katedry /

### III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

*Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v diplomové práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.*

10.10.2018  
Datum převzetí zadání

Podpis studenta(ky)

## Poděkování

Ráda bych poděkovala především svému vedoucímu diplomové práce prof. Ing. Jiřímu Mácovi, CSc. za čas, který mi věnoval a trpělivost při konzultacích. Také bych chtěla poděkovat za výběr konstrukcí pro tuto diplomovou práci.

Mé poděkování patří také Ing. Tomáši Plachému, Ph.D. za asistenci při provádění experimentu na lávkách a také za čas, který mi věnoval a trpělivost při vyhodnocování výsledků z experimentu. Děkuji také za veškeré rady.

Ráda bych také poděkovala zaměstnancům firmy Dlubal Software s. r. o. z pražské pobočky, především Ing. Martinu Novákovi, CSc., který mi poskytl cenné a užitečné rady při tvorbě modelů v programu Dlubal RFEM.

Dále bych chtěla poděkovat doc. Ing. arch. Haně Seho z Fakulty architektury ČVUT za poskytnutí dokumentace k lávkám.

## Abstrakt

Tato práce se zabývá dynamickou analýzou lávky pro pěší přes říčku Čistá u Hrnčířských Bud. Úvodní kapitoly krátce popisují teoretickou a experimentální dynamiku stavebních konstrukcí. Práce obsahuje popis provedeného experimentu na lávce. Dále obsahuje numerickou analýzu vlastních frekvencí a vlastních tvarů. Teoretické a naměřené hodnoty vlastních tvarů a vlastních frekvencí jsou porovnány a vyhodnoceny. Dále práce obsahuje dynamickou analýzu lávky přes Medvědí potok u Medvědí boudy.

## Abstract

This thesis is concerned with the dynamic analysis of the footbridge across Čistá river near Hrnčířské Boudy. Opening chapters are focused to the theoretical and experimental structural dynamics. The thesis includes chapters about experimental test, numerical computation of natural frequencies and mode shapes and comparison between theoretical and experimental mode shapes and natural frequencies. Dynamic analysis of the footbridge across Medvědí potok near Medvědí bouda is also included.

## Klíčová slova

Lávka pro pěší, modální analýza, vlastní tvar kmitání, vlastní frekvence, dynamická analýza, experiment, experimentální modální analýza, montovaná konstrukce

## Key words

Footbridge, modal analysis, mode shape of vibration, natural frequency, dynamic analysis, experiment, experimental modal analysis, prefabricated construction

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci na téma Dynamická analýza lávky pro pěší přes říčku Čistá u Hrnčířských Bud vypracovala samostatně pod odborným vedením prof. Ing. Jiřího Máci, CSc. a všechny použité zdroje jsem uvedla v příloženém seznamu.

# Obsah

1	Úvod .....	8
2	Cíle práce .....	10
3	Základní úlohy dynamiky .....	11
3.1	Vlastní netlumené kmitání .....	12
3.2	Vynucené tlumené kmitání .....	14
3.3	Útlum .....	15
4	Dynamické zkoušky .....	17
4.1	Dynamická zkouška informativní.....	17
4.1.1	Experimentální modální analýza .....	17
4.1.1.1	Ambient Vibration Testing .....	18
4.1.1.2	Forced Vibration Testing .....	18
4.1.2	Vyhodnocení charakteristik vlastního kmitání.....	19
4.1.2.1	Porovnání vlastních tvarů.....	19
4.1.2.2	Porovnání vlastních frekvencí .....	20
4.2	Dynamická zkouška zatěžovací.....	20
4.2.1	Dynamická zatěžovací zkouška na lávkách pro pěší.....	21
5	Popis konstrukce .....	22
6	Experimentální modální analýza na lávce .....	25
6.1	Příprava a průběh zkoušky .....	25
6.2	Vyhodnocení vlastních tvarů a frekvencí.....	26
7	Numerická analýza .....	30
7.1	Tvorba výpočetního modelu.....	30
7.1.1	Použité materiály .....	30
7.1.2	Použité průřezy .....	31
7.1.3	Geometrie konstrukce .....	32
7.1.4	Hmoty.....	33
7.2	Vlastní tvary a frekvence .....	34
7.3	Upravený výpočetní model.....	38
8	Porovnání výsledků .....	43
9	Lávka přes Medvědí potok u Medvědí boudy .....	48

9.1	Popis konstrukce.....	48
9.2	Experimentální modální analýza .....	49
9.2.1	Příprava a průběh zkoušky .....	49
9.2.2	Vyhodnocení vlastních tvarů a frekvencí .....	51
9.3	Numerická analýza .....	54
9.3.1	Použité materiály .....	55
9.3.2	Použité průřezy .....	55
9.3.3	Geometrie konstrukce .....	55
9.3.4	Vlastní tvary a frekvence .....	57
9.3.5	Upravený výpočetní model .....	57
9.4	Porovnání výsledků.....	62
10	Závěr .....	67
11	Seznam použité literatury .....	70
12	Seznam obrázků .....	72
13	Seznam tabulek .....	74
14	Použitý software.....	75

# 1 Úvod

V posledních letech je trendem stavět působivé lávky a mosty, které dominují dané oblasti. Tento trend ale velmi často znamená, že jsou lávky subtilní. Je někdy opravdu těžké najít kompromis mezi spolehlivostí a estetičností.

Ideální návrh lávky je takový, aby žádná z vlastních frekvencí konstrukce nebyla blízko krokové frekvenci. V takovém případě by nemohl nastat stav rezonance a byla by zajištěna pohoda chodců. V ČSN EN 1990 – Zásady navrhování konstrukcí [1] jsou kritéria komfortu chodců vyjádřena maximálními přípustnými hodnotami okamžitého zrychlení konstrukce. Doporučená maximální hodnota pro svislé kmitání konstrukce je  $0,7 \text{ m/s}^2$  a pro kmitání vodorovné  $0,2 \text{ m/s}^2$ . Tyto udané hodnoty v [1] jsou pouze doporučeny, při jejich překročení ale dochází u chodců k pocitu nebezpečí a může dojít i k poškození samotné konstrukce, je proto vhodné, kritéria komfortu dodržovat. U většiny lávek s rozpětím větším než 25 m leží zpravidla alespoň nějaká vlastní frekvence v nežádoucím intervalu frekvencí. Běžná frekvence kroku se pohybuje okolo 2 Hz. Pokud je frekvence kmitání konstrukce blízká frekvenci kroku, má chodec tendenci svůj krok přizpůsobit právě frekvenci kmitání konstrukce a vyvozuje tím stav rezonance. Uvedená kritéria pro komfort chodců by se měla ověřit pro svislé vlastní tvary s hodnotou vlastní frekvence do 5 Hz a pro vodorovné a torzní vlastní tvary s hodnotou vlastní frekvence do 2,5 Hz.

Dynamické vlastnosti lávek mají velký vliv na životnost a spolehlivost konstrukce. Už velmi dávno se věnovala pozornost zejména svislému kmitání a bylo známo, že právě chodci mohou toto kmitání způsobit. Ale až v roce 2000 po slavnostním otevření lávky pro pěší Millenium Bridge v Londýně se začala mnohem větší pozornost věnovat i kmitání vodorovnému. Na této lávce se poprvé objevilo podvědomé chování chodců přizpůsobovat se vodorovnému kmitání konstrukce. Právě pohyb chodců po lávce vedl k tak velkým výchylkám a zrychlením, že lávka musela být po pouhých 2 dnech uzavřena. Po výzkumech byly na lávku nainstalovány pohlcovače kmitání a následně došlo k opětovnému uvedení do provozu.



Ne na každé lávce pro pěší byla prováděna experimentální dynamická zkouška. Často se dynamické vlastnosti posuzují jen na teoretických výpočetních modelech. Je ale důležité mít na paměti, že ne vždy je lávka postavena ideálně, a i malý detail může rozhodnout o tom, že reálná konstrukce bude mít odlišné dynamické vlastnosti než model teoretický. Toto riziko nastává především u lávek montovaných. V některých případech může být odlišnost skutečnosti od teorie fatální.

V této diplomové práci je provedena dynamická analýza 2 lávek pro pěší, v obou případech se jedná o lávky montované a v obou případech se výsledky z výpočetních modelů liší od výsledků z experimentu provedeného na lávce. Obě lávky byly smontovány studenty Fakulty architektury ČVUT. Jednalo se tedy o neodbornou montáž a je velmi pravděpodobné, že právě tato skutečnost výrazně ovlivnila odlišné výsledky. Lávky jsou nyní rozebrány a v budoucnu budou znovu smontovány v Krkonošském národním parku profesionální firmou.

## 2 Cíle práce

Úkolem této diplomové práce je provést dynamickou analýzu lávky pro pěší určené pro Krkonošský národní park podle návrhu studentů Fakulty architektury ČVUT v Praze.

Prvním cílem je připravit, realizovat a vyhodnotit experiment na stávající lávce. Experiment je zaměřen na stanovení charakteristik vlastního kmitání – vlastní tvary a vlastní frekvence.

Druhým cílem je na základě projektové dokumentace vytvořit výpočetní model a stanovit vlastní frekvence a vlastní tvary kmitání konstrukce ve svislém, vodorovném i torzním směru.

Následně budou výsledky experimentální a numerické analýzy lávky porovnány a podrobně diskutovány.

### 3 Základní úlohy dynamiky

Níže uvedeno v této kapitole je čerpáno ze zdrojů [2], [3], [4], [5].

Mechanika se dělí na statiku a dynamiku. Statika se zabývá rovnováhou vnitřních a vnějších sil působících na těleso v relativním klidu. Odezva závisí na tuhosti konstrukce a velikosti zatížení. Tato úloha lze popsat vztahem:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (3.1)$$

kde  $\mathbf{K}$  je matice tuhosti,  $\mathbf{u}$  je vektor posunutí a  $\mathbf{f}$  je vektor zatížení.

Dynamické úlohy jsou takové, při kterých vzniká nezanedbatelné zrychlení. Při těchto úlohách vznikají kromě sil vnitřních a vnějších také síly setrvačné a tlumivé. Dynamika na rozdíl od statiky nezávisí jen na tuhosti konstrukce a velikosti zatížení, ale také na hmotnosti konstrukce, útlumu konstrukce a časovém průběhu zatížení. Rovnováhu těchto sil popisuje pro soustavu s jedním stupněm volnosti pohybová rovnice sestavená např. pomocí D'Alembertův principu:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = f(t) \quad (3.2)$$

kde  $m$  je hmotnost,  $c$  je útlum,  $k$  je tuhost,  $u$  je výchylka a  $f$  je budicí síla.

Základ dynamiky tvoří tři Newtonovy pohybové zákony – zákon setrvačnosti, zákon síly a zákon akce a reakce. D'Alembertův princip ekvivalentně vyjadřuje druhý Newtonův zákon – součet všech sil včetně sil setrvačných ve směru kmitání je roven nule.

Složitost dynamického výpočtu je určena počtem stupňů volnosti řešené soustavy. Stupeň volnosti je složka vektoru posunutí, kterému je přiřazena nenulová hmota. Při tvorbě výpočetního modelu je možné vytvořit soustavu s libovolným počtem stupňů volnosti (1 až nekonečno). Reálné konstrukce mají hmotu spojitě rozloženou, vzniká tak soustava s nekonečným počtem stupňů volnosti. Soustředěním hmot do konkrétních bodů vznikají diskrétní soustavy – soustavy s konečným počtem stupňů volnosti. Počet vlastních frekvencí a vlastních tvarů odpovídá počtu stupňů volnosti.

V dynamice se řeší dva základní problémy – vlastní kmitání a vynucené kmitání. V praxi se málokdy setkáme se soustavou s jedním stupněm volnosti, budou proto uvedeny řešení pro soustavy s více stupni volnosti.

### 3.1 Vlastní netlumené kmitání

Při vlastním netlumeném kmitání nepůsobí na soustavu žádné budící síly a útlum se zanedbává. Cílem je zjištění dynamických charakteristik soustavy – vlastních frekvencí a příslušných vlastní tvarů kmitání. Soustavu pohybovou rovnicí lze vyjádřit:

$$\mathbf{K}\mathbf{u}(t) + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) = 0 \quad (3.3)$$

kde  $\mathbf{K}$  je matice tuhosti,  $\mathbf{M}$  matice hmotnosti a  $\mathbf{u}$  je vektor posunutí a  $\ddot{\mathbf{u}}$  je vektor zrychlení. Řešení této soustavy diferenciálních rovnic, tj. vektory posunutí a zrychlení, lze hledat jako kombinaci harmonických funkcí ve tvaru:

$$\mathbf{u}(t) = \Phi_n(A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t) \quad (3.4)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}(t) = -\omega_n^2 \mathbf{u}(t) \quad (3.5)$$

Při dosazení výrazů (3.4) a (3.5) do pohybové rovnice (3.3) získáváme rovnice vlastního kmitání ve tvaru:

$$(\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M})\Phi_n = 0 \quad (3.6)$$

V této rovnici se objevují dvě neznámé – vlastní kruhová frekvence  $\omega_n$  a vlastní tvar  $\Phi_n$ , kde  $n$  je počet stupňů volnosti. Pomocí spektrální matice  $\Omega^2$  (matice kvadrátů vlastních frekvencí) a modální matice  $\Phi$  (matice vlastních tvarů) lze rovnici (3.6) zapsat v kompaktním maticovém tvaru:

$$\mathbf{K}\Phi = \mathbf{M}\Phi\Omega^2 \quad (3.7)$$

Rovnici (3.6) představuje problém vlastních čísel. Nutnou podmínkou pro nalezení netriviálního řešení vektoru  $\Phi_n$  je vztah

$$\det(\mathbf{K} - \omega_n^2 \mathbf{M}) = 0 \quad (3.8)$$

Ze kterého je možné stanovit vlastní kruhové frekvence. Mnohem efektivnější je však stanovit vlastní frekvence a tvary pomocí některé z metod na řešení vlastních čísel. Vybrané metody jsou níže stručně popsány.

Základním principem Rayleighovy – Ritzovy metody je snížení počtu neznámých. Tím dochází k redukci původního problému vlastních čísel s  $N$  stupni volnosti na řešení problému vlastních čísel s  $J$  stupni volnosti, kdy  $J < N$ . Metoda zavádí tzv. Rayleighův kvocient  $\rho$ , pro který platí po úpravě vztahu (3.6):

$$\rho = \frac{\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}}{\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}} \quad (3.9)$$

Rayleighův kvocient  $\rho$  je ohraničen nejnižším a nejvyšším vlastním číslem. Je nutné najít minimum Rayleighova kvocientu Ritzovou metodou, kdy se substituuje Ritzovy vektory do Rayleighova kvocientu a následně se transformují matice  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{M}$  typu  $N \times N$  na matice typu  $J \times J$ . Následně získáme redukovaný problém vlastních čísel.

Další užívanou metodou vhodnou pro malé úlohy je Jacobiho metoda, tzv. metoda rotací. V této metodě se určují všechna vlastní čísla, proto se často užívá pro řešení Rayleighovy – Ritzovy metody. Jacobiho metoda je založena na principu transformace matic tuhosti  $\mathbf{K}$  a matic hmotnosti  $\mathbf{M}$  na matice diagonální pomocí transformačních matic  $\mathbf{T}$ . Iteračním postupem se vytváří posloupnost transformovaných matic  $\mathbf{K}$ , resp.  $\mathbf{M}$ .

Pro větší úlohy je vhodné zvolit metodu inverzních iterací, tzv. Stodolovu metodu postupných aproximací. Touto metodou je možné zjistit nejnižší vlastní frekvenci. Pro získání vyšších vlastních tvarů se využívá Grammova – Schmidtova ortogonalizace. Do algoritmu je zavedena podmínka ortogonality mezi hledaným vlastním tvarem  $n + 1$  a všemi předcházejícími vlastními tvary  $n$ . Je tedy nutné určit všechny tvary  $n$  předcházející hledanému tvaru  $n + 1$ .

Metoda iterace podprostoru je metodou vhodnou pro rozsáhlé úlohy, kdy je cílem určit několik nejnižších vlastních tvarů a jim příslušné vlastní frekvence. Jedná se o metodu, která spojuje metodu inverzních iterací a Rayleighovu – Ritzovu metodu, dále se při řešení využívá též Jacobiho metoda. Iterace se provádí s několika vektory současně. Počet hledaných vlastních tvarů obvykle bývá výrazně menší, než počet stupňů volnosti  $N$ . Dále je nutné provést Sturmovu kontrolu, která ověřuje, zda byla vypočtena všechna požadovaná vlastní čísla.

### 3.2 Vynucené tlumené kmitání

Vynucené tlumené kmitání slouží ke stanovení dynamické odezvy systému. Při vynuceném kmitání působí na soustavu budící síly, které jsou závislé na čase. Soustava pohybových rovnic má tvar:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (3.10)$$

Kde  $\mathbf{u}$  je vektor přemístění,  $\mathbf{C}$  je matice útlumu,  $\mathbf{M}$  matice hmotnosti a  $\mathbf{K}$  je matice tuhosti. Jednotlivé členy ve vztahu (3.10) představují síly setrvačné, síly tlumící (oboje se záporným znaménkem) a síly vnitřní, které jsou v rovnováze se silami budícími  $\mathbf{f}(t)$ . Řešením soustavy pohybových rovnic je časový průběh odezvy konstrukce na vnější zatížení.

Rovnice se dá řešit přímou integrací nebo rozkladem do vlastních tvarů (modální analýzou).

Metoda přímé integrace je založena na principu postupného řešení pohybové rovnice v jednotlivých okamžicích  $t_i, t_{i+1}$ . Tímto je časová osa rozdělena pomocí délky integračního kroku  $\Delta t$ . Délka kroku  $\Delta t$  je možné vyjádřit vztahem:

$$\Delta t = t_{i+1} - t_i \quad (3.11)$$

Derivace jsou nahrazeny diferencemi a je možné soustavu diferenciálních rovnic převést na soustavu rovnic algebraických. Řešení je možné dvěma způsoby. Prvním je řešení explicitní, kdy se pro stanovení neznámých veličin v čase  $t_{i+1}$  pohybová rovnice používá v čase  $t_i$  a lze vyjádřit:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_i + \mathbf{K}\mathbf{u}_i = \mathbf{f}_i \quad (3.12)$$

Tento postup je využit např. u metody centrálních diferencí. Metoda centrálních diferencí je metoda podmíněně stabilní a je tedy omezena délkou integračního kroku, v tomto případě nejkratší periodou  $T_M$ , která závisí na rozměru nejtužšího prvku.

Řešením druhým je řešení implicitní, kdy se pohybová rovnice používá v čase  $t_{i+1}$ . Tento postup je využit např. u Newmarkovy metody. Tato metoda je stabilní, je-li zaveden předpoklad konstantního zrychlení v rámci integračního kroku. Délka

integračního kroku je však omezena nejkratší periodou zatížení  $\mathbf{T}_M$ . Pohybová rovnice lze vyjádřit:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{i+1} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{i+1} + \mathbf{K}\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{f}_{i+1} \quad (3.13)$$

V obou případech jsou neznámými vektor zrychlení  $\ddot{\mathbf{u}}_i$ , resp.  $\ddot{\mathbf{u}}_{i+1}$ , vektor rychlosti  $\dot{\mathbf{u}}_i$ , resp.  $\dot{\mathbf{u}}_{i+1}$  a vektor posunutí  $\mathbf{u}_i$ , resp.  $\mathbf{u}_{i+1}$ .

Modální analýza je založena na principu rozkladu do vlastních tvarů – odezva je stanovena jako kombinace vlastních tvarů  $\boldsymbol{\phi}_i$  pomocí modálních souřadnic  $q_i(t)$ . Vektor posunutí je tedy možné vyjádřit:

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\phi}_i q_i(t) = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{q}(t) \quad (3.14)$$

Dosazením do pohybové rovnice ve tvaru (3.10) získáme:

$$\mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (3.15)$$

Po přenásobění vztahu (3.15) maticí  $\boldsymbol{\Phi}^T$  zleva a následnou úpravou pro normované tvary platí:

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}\dot{\mathbf{q}}(t) + \boldsymbol{\Omega}^2\mathbf{q}(t) = \boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{f}(t) \quad (3.16)$$

Kde  $\mathbf{I}$  je jednotková matice a  $\boldsymbol{\Omega}^2$  je spektrální matice. Výraz  $\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}$  je diagonální maticí pro klasický útlum, potom se soustava (3.16) rozpadá na nezávislé rovnice, což představuje podstatné zjednodušení řešení.

### 3.3 Útlum

Útlum je vlastnost materiálu nebo konstrukce přeměnit kinematickou energii na energii jinou. Tato schopnost se projevuje zmenšováním výchylek kmitající konstrukce. Zdrojem útlumu je materiálový (vnitřní) útlum (tření ve struktuře materiálu, kdy se kinetická energie přeměňuje na energii tepelnou), strukturální útlum (na rozhraní dvou materiálů, případně na hranicích trhlin), konstrukční útlum (ve spojích, v podporách), geometrický (v podloží při šíření kmitání do prostředí).

Výchytky lze efektivně snížit i pomocí pohlcovačů kmitání, což je u lávek pro pěší velmi obvyklé řešení. Běžně se používají pasivní tlumiče kmitání, které jsou založeny na principu rozkmitání hmoty bez externího zdroje. Jedná se o soustavu

„hmota – pružina – tlumič“, která je připojena k původní kmitající soustavě (konstrukci). Velkou výhodou pasivních pohlcovačů kmitání je cena, jednoduchost systému a spolehlivost. Nevýhodou je omezená frekvenční oblast využití. U aktivního pohlcovače kmitání je systém pasivního pohlcovače doplněn o silový prvek, který řídí pohyb pohlcovače. Výhodou tohoto systému je širší frekvenční oblast využití, velkou nevýhodou je naopak cena a také spolehlivost.



## 4 Dynamické zkoušky

V této kapitole je čerpáno ze zdrojů [1], [4], [6], [7], [8], [9].

Dynamická zkouška je souhrn experimentálních metod používaných pro sledování kmitání konstrukce. Dynamické zkoušky slouží ke zjištění charakteristik vlastního kmitání a ke zjištění dynamické odezvy konstrukce na vnější zatížení [6].

Problematikou dynamických zkoušek stavebních konstrukcí se zabývá norma ČSN EN 73 2044 [7]. Je zde popsáno, jakým způsobem a za jakých podmínek lze dynamické zkoušky provádět. Zatěžovací zkoušky mostů jsou popsány v ČSN EN 72 2009 [8].

Dle ČSN EN 73 2044 [7] se dynamické zkoušky dělí na dynamické zkoušky informativní, dynamické zkoušky zatěžovací, dynamické zkoušky zatěžovací dlouhodobé a dynamické zkoušky zatěžovací na únavu. První dvě zmíněné budou dále popsány.

### 4.1 Dynamická zkouška informativní

Dle [7] dynamická zkouška informativní slouží ke zjištění základních charakteristik vlastního kmitání – vlastních frekvencí a jim příslušných vlastních tvarů, a útlumu konstrukce. K vyvolání dostatečně velké odezvy konstrukce, z níž je možné určit výše zmíněné charakteristiky, lze použít libovolné budící zatížení. Samozřejmým požadavkem je, že toto zatížení nesmí zároveň ohrozit spolehlivost celé konstrukce nebo ji lokálně poškodit.

Dynamická zkouška informativní se používá pro verifikaci výpočetního modelu. Dále se také často provádí před dynamickou zkouškou zatěžovací pro určení charakteristik vlastního kmitání a následné určení vhodných zatěžovacích stavů. Dynamická zkouška zatěžovací je popsána v kapitole 4.2.

#### 4.1.1 Experimentální modální analýza

Experimentální modální analýza je definovaný pojem v [6]. Lze ji chápat dle názvosloví [7] jako dynamickou zkoušku informativní.

Cílem experimentální modální analýzy je zjistit vlastní frekvence, vlastní tvary a jim příslušný útlum – modální charakteristiky. Tyto charakteristiky zachycují skutečný stav, vlastnosti a prostorové chování konstrukce v okamžiku provádění experimentu. Pokud byl proveden teoretický výpočet, provádí se porovnání naměřených hodnot s hodnotami vypočtenými. Aby bylo možné konstatovat shodu naměřených a vypočtených modálních charakteristik, je nutné splnit podmínky uvedené v [7]. V [6] jsou popsány dva způsoby, jak lze experimentální modální analýzu provést – Ambient Vibration Testing (AVT) a Forced Vibration Testing (FVT).

#### 4.1.1.1 Ambient Vibration Testing

AVT je postup, kdy se zkoušená konstrukce rozkmitává neznámými budícími silami. Zdroje dynamického zatížení na konstrukci přirozeně působí a není možné sledovat jejich dynamické vlastnosti. Mezi tyto zdroje patří například vítr, seizmicita nebo dopravní proud.

Postup AVT je vhodné použít u konstrukcí s malou hodnotou útlumu (především ocelové konstrukce). Vzhledem k běžné subtilnosti lávek pro pěší je vhodné tuto metodu využít téměř vždy. Ve většině praktických případů je přesnost výsledků získaných metodou AVT menší než u výsledků získaných metodou FVT.

Naměřené hodnoty kmitání se normují k hodnotám naměřených referenčním snímačem, který je umístěn v referenčním bodě. Referenční bod je zvolen tak, aby v něm měly hledané vlastní tvary co možná největší pořadnici. Pokud je referenční bod zvolen nevhodně (např. uzlový bod), není možné zachytit hledané vlastní tvary. Z toho důvodu se u složitějších konstrukcí doporučuje nejprve provést numerickou modální analýzu, z které se určí nejvhodnější pozice pro referenční snímač.

#### 4.1.1.2 Forced Vibration Testing

FVT je postup, kdy se zkoušená konstrukce rozkmitává řízenou budící silou. Tato síla na konstrukci působí ve zvoleném bodě a dynamické vlastnosti síly jsou v průběhu měření zaznamenávány společně s vyvolanou dynamickou odezvou.

Poloha budícího bodu se určuje stejně jako u AVT poloha referenčního bodu. Je tedy nutné, aby v tomto bodě měly hledané vlastní tvary co možná největší výchylku.

Také je vhodné nejprve provést numerickou modální analýzu, která nám pomůže určit optimální polohu budícího bodu.

K buzení konstrukce se zpravidla používá jedno budící zařízení umístěné v jediném budícím bodě, jehož poloha se během vlastního měření nemění. [6] Pro větší přesnost měření lze použít postup, kdy je jedno budící zařízení postupně umísťováno do více měřících bodů, nebo více budících zařízení současně působí v různých budících bodech.

#### 4.1.2 Vyhodnocení charakteristik vlastního kmitání

Vyhodnocení a posouzení modálních charakteristik se řídí dle normy ČSN 73 2009, Změna Z1 – Zatěžovací zkoušky mostů [9]. Pokud nebyl proveden teoretický výpočet, nejsou kladeny požadavky, v takovém případě se na konstrukci posuzuje odezva dle příslušných norem. Je ověřována shoda pro základní soubor vlastních frekvencí. V tomto souboru musí být nejméně 5 nejnižších vlastních frekvencí v pořadí dle teoretického výpočtu, z toho dvě odpovídají svislým ohybovým tvarům a jedna tvaru kroutivého kmitání.

##### 4.1.2.1 Porovnání vlastních tvarů

Pro porovnání pořadnic vlastních tvarů je nutné nejdříve k sobě přiřadit odpovídající vlastní tvary. K vzájemnému porovnání vlastních tvarů se používá několik metod. Základní porovnání změřených a vypočtených vlastních tvarů se provádí pomocí koeficientu korelace modální analýzy MAC. Hodnotu koeficientu MAC lze vyjádřit jako:

$$MAC_{(j,k)} = \frac{|\{r_{(j)CAL}\}^T \{r_{(k)OBS}\}|^2}{(\{r_{(j)CAL}\}^T \{r_{(j)CAL}\})(\{r_{(k)OBS}\}^T \{r_{(k)OBS}\})} \quad (4.1)$$

kde  $r_{(j)CAL}$  je vypočítaný vlastní tvar a  $r_{(k)OBS}$  je naměřený vlastní tvar. Tento výpočet je založen na předpokladu, že dva různé vlastní tvary jsou navzájem ortogonální. Hodnota koeficientu MAC se pohybuje v intervalu  $\langle 0; 1 \rangle$ , kdy hodnota 0 znamená žádnou shodu (platí tedy podmínka ortogonality pro dva rozdílné vlastní tvary jsou tedy ortogonální), hodnota 1 znamená absolutní shodu.

Dle [9] lze dva vlastní tvary k sobě přiřadit při hodnotě koeficientu MAC alespoň 0,85 pro porovnávané tvary a s ostatními vlastními tvary má koeficient MAC hodnotu menší než 0,40.

#### 4.1.2.2 Porovnání vlastních frekvencí

Pro vyhodnocení vlastních frekvencí dle [9] se určuje mezní odchylka  $\Delta_{(j)}$ . Tato odchylka vyjadřuje rozdíl mezi hodnotami naměřenými od hodnot vypočtených teoretickým výpočtem. Mezní odchylka  $\Delta_{(j)}$  se vypočte dle:

$$\Delta_{(j)} = \frac{f_{(j)cal} - f_{(j)obs}}{f_{(j)cal}} \times 100 \quad (4.2)$$

kde  $f_{(j)cal}$  je vypočtená j-tá vlastní frekvence a  $f_{(j)obs}$  je naměřená j-tá vlastní frekvence. Hodnota mezní odchylky musí splňovat kritéria dle [9].

frekvence [Hz]	$f_{(min)cal}$	$f_{(j)cal}$
mezní odchylka $\Delta_{(j)}$ [%]	+10 až -15	$\pm \left( 14 + \frac{f_{(j)cal}}{f_{(min)cal}} \right) \leq \pm 25$

Tabulka 4.1 Kritéria mezní odchylky – převzato z [8]

Hodnota  $f_{(min)cal}$  je nejnižší vlastní frekvence globálního vlastního tvaru, který má dominantní pořadnice ve svislém směru.

## 4.2 Dynamická zkouška zatěžovací

Dle [7] slouží dynamická zkouška zatěžovací ke zjištění dynamické odezvy konstrukce na užité (provozní nebo extrémní) nebo na jiné dynamické zatížení. Pro zkoušku se musí použít zatížení, které je s dynamickými účinky užitého zatížení shodné nebo je jim co nejbližší. Použité zatížení by se mělo shodovat s užitným z hlediska budící frekvence, velikosti budící amplitudy, místa, směru a času působení. Pokud není možné vše dodržet, je vhodné použít zatížení co nejvíce blízké. [7]

Při dynamické zkoušce zatěžovací se vyhodnocují frekvence a tvary vynuceného kmitání a amplitudy vynuceného kmitání.

Dynamická zkouška zatěžovací se provádí při nutnosti porovnání dynamické odezvy konstrukce s výsledky z teoretického výpočtu nebo pokud zatěžovací zkouška

teoretický výpočet nahrazuje. [7] Pokud se konstrukce podrobuje statické i dynamické zatěžovací zkoušce, statická se provádí zpravidla jako první.

#### 4.2.1 Dynamická zatěžovací zkouška na lávkách pro pěší

Provádění dynamických zatěžovacích zkoušek na lávkách se řídí dle normy pro mostní konstrukce – ČSN EN 73 6209 – Zatěžovací zkoušky mostů. [8]

Před zahájením dynamické zatěžovací zkoušky se zpravidla provádí experimentální modální analýza. Na základě zjištěných hodnot při informativní zkoušce jsou dle [8] sestaveny zatěžovací stavy použité při zatěžovací zkoušce.

Při dynamické zkoušce lávek pro chodce nebo cyklisty se provoz na lávce může simulovat třemi způsoby. Prvním způsobem jsou náhodné přechody chodců po lávce v předpokládané hustotě běžného provozu. Druhým způsobem je situace, kdy se po lávce pohybují dvě osoby jdoucí krokovou frekvencí  $f_k$  shodnou s některou vlastní frekvencí svislého kmitání lávky  $f_j$ , která spadá do intervalu 1,6 Hz až 2,4 Hz. Pokud nejnižší vlastní frekvence svislého kmitání lávky leží mimo daný interval, ale je nižší než 5 Hz, volí se kroková frekvence tak, aby byla dosažená odezva byla co největší. Třetím způsobem je přejezd lehkého nákladního vozidla. Tato možnost přichází v úvahu pouze pokud je daná lávka na tuto situaci navržena.

Vodorovné kmitání není v normách uvedeno. Nejsou tedy v tomto směru na lávky kladeny žádné požadavky. Přesto je vhodné vodorovné kmitání lávek ověřovat. U návrhu zatěžovacího stavu pro vyvolání vodorovného kmitání lávky je nutné mít na paměti, že došlap pravé a levé nohy mají navzájem opačný směr působení. Je tedy nutné zvolit krokovou frekvenci  $f_k$  dvojnásobnou oproti vlastní frekvenci lávky  $f_j$ .

Jak již bylo zmíněno v úvodní kapitole, je doporučeno posuzovat u lávek pro pěší okamžité zrychlení na konstrukci. Dodržení doporučených hodnot zajišťuje určitou úroveň komfortu pro chodce. V ČSN EN 1990 – Zásady navrhování konstrukcí [1] jsou kritéria komfortu chodců vyjádřena maximálními přípustnými hodnotami okamžitého zrychlení konstrukce. Doporučená maximální hodnota pro svislé kmitání konstrukce je  $0,7 \text{ m/s}^2$  a pro kmitání vodorovné  $0,2 \text{ m/s}^2$ .

## 5 Popis konstrukce

Lávka pro pěší přeš říčku Čistá u Hrnčířských Bud byla v době provádění experimentu (květen 2018) dočasně postavena na prostranství před budovou Fakulty architektury ČVUT v Praze a následně rozmontována. Momentálně lávka není smontována a zatím tedy nestojí na původně předpokládaném místě u Hrnčířských Bud v Krkonošském národním parku. Hrnčířské Boudy se nacházejí jižním směrem poblíž Ski areálu Pec pod Sněžkou.

Vzhledem k terénu, kde by měla v budoucnu lávka stát, byl požadavek, aby byla konstrukce rozložitelná na díly, které je jednoduché přepravovat, a aby bylo možné lávku smontovat na místě určení bez složité techniky.

Lávka byla navržena studentem Fakulty architektury ČVUT Matoušem Štrbou pod vedením doc. Ing. arch. Hany Seho a MgA. Jana Světlíka. Lávka byla smontována studenty FA ČVUT.

Jedná se o symetrickou příhradovou konstrukci tvořenou dřevěnými a ocelovými prvky. Lávka je 9 m dlouhá a je složena ze 7 rovnoramenných trojúhelníků s poměrem délky základny ku délce ramen trojúhelníků 1:2 (obr. 5.1). Tyto prostorově výrazné prvky jsou umístěny pravidelně v podélném směru s osovou vzdáleností 1,5 m. Každý trojúhelník je tvořen jedním příčným nosníkem a dvěma šikmými nosníky.



Obrázek 5.1 Pohled na lávku

Všechny šikmé nosníky mají obdélníkový průřez a jsou z modřínového dřeva. Příčné krajní nosníky jsou tvořeny ocelovým svařencem profilu I. Ostatní příčné nosníky jsou dřevěné se stejným průřezem jako nosníky šikmé.

Konce šikmých nosníků jsou spojeny pomocí vrcholových ocelových hlavic (obr. 5.3). Spodní hlavice (obr. 5.2) spojují příčné nosníky s šikmými. Sousední hlavice jsou vždy spojeny ocelovými trubkami. Trubky jsou k hlavicím přimontovány pomocí tzv. rozet.



Obrázek 5.3 Pohled na vrcholové hlavice



Obrázek 5.2 Pohled na spodní hlavice

Základny trojúhelníků jsou v každém poli propojeny dvěma podélnými nosníky průřezu HEA s osovou vzdáleností 1,3 m. Mostovka je dále zpevněna ztužidly profilu L.

Na podélné nosníky jsou připevněny modřínové fošny jako pochozí plocha. V každém poli jsou k hlavicím pomocí čepů připevněna dvě šikmá táhla Macalloy 520. Spodní pohled na lávku je zobrazen na obr. 5.4.



Obrázek 5.4 Spodní pohled na lávku



Obrázek 5.5 Pohled na uložení konstrukce v době provádění experimentu

Konstrukce by měla být založena na 4 patkách, ke kterým by měla být připevněna pomocí ocelového svařence a patního plechu. V době provádění experimentu na lávce byly svařence i patní plech, ten ale nebyl připevněn k žádným základům. Konstrukce ležela na 4 patních plechách – 2 na jedné straně na vrchní části schodů před FA ČVUT a druhé 2 na dřevěných trámech a vyhotoveném gabionu (viz obr. 5.5), kterým byly podepřeny druhé 2 patní plechy.



## 6 Experimentální modální analýza na lávce

Na lávce nebyla nikdy provedena žádná dynamická zkouška a nebyly tedy známy skutečné modální charakteristiky konstrukce. Cílem experimentální modální analýzy bylo zjistit vlastní tvary a příslušné vlastní frekvence.

Kmitání lávky bylo měřeno absolutními snímači zrychlení Brüel&Kjaer 8344. Jedná se o nízkofrekvenční seismické piezometrické snímače s pracovním rozsahem 0,2 Hz – 3 kHz, citlivostí 25500 mV/g a s vlastní frekvencí 10 kHz. Pracovní teplota snímače se musí pohybovat mezi -50°C a 100°C.

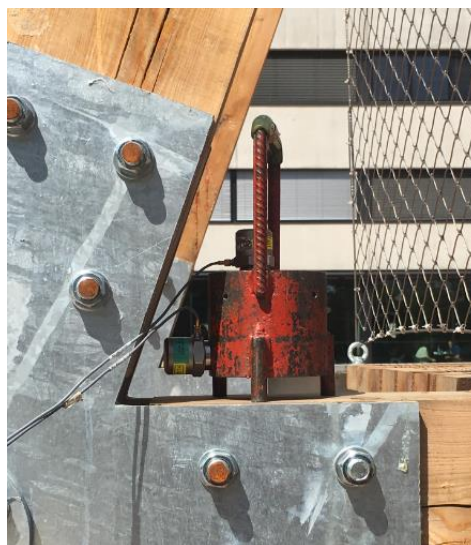
V průběhu experimentální modální analýzy byla data zaznamenávána softwarem PULSE. Následná analýza vlastního kmitání lávky proběhla v softwaru ME'scopeVES.

Dynamická zkouška proběhla 2.5.2018 a byla provedena pod odborným dohledem Ing. Tomáše Plachého, Ph.D.

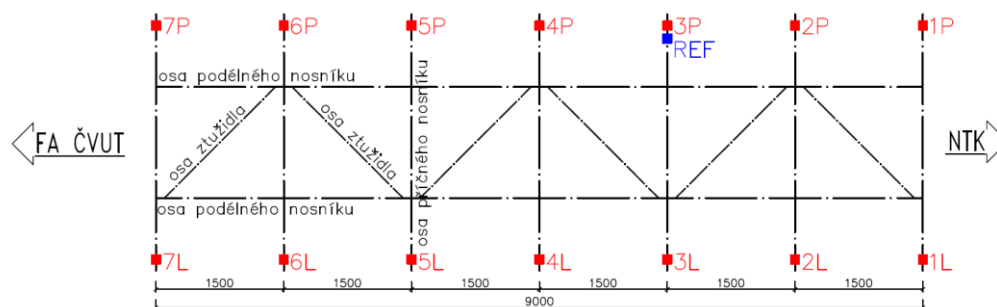
### 6.1 Příprava a průběh zkoušky

Vzhledem k rozměrům konstrukce a předpokladu nízkého útlumu konstrukce byla zvolena metoda Ambient Vibration Testing (AVT). Metoda Forced Vibration Testing (FVT) by v praktické reálné situaci nebyla ekonomická.

Na konstrukci bylo zvoleno celkem 7 příčných řezů, ve kterých probíhalo měření. V každém řezu byly měřeny 2 body. Snímače byly umístěny na koncích příčných nosníků (každý na jedné straně). Na pravé straně byl umístěn snímač svislého kmitání a na straně levé snímač svislého i vodorovného kmitání. Snímače byly v průběhu měření připevněny pomocí magnetu na ocelovém závaží (obr. 6.1). Měřené body jsou na schématu označeny číslem řezu a písmenem P nebo L pro označení měřené strany. Schématické znázornění řezů je na obr. 6.2.



Obrázek 6.1 Upevnění snímačů na ocelové závaží



Obrázek 6.2 Schématické znázornění polohy snímačů

Poloha referenčního snímače byla určena dle požadavků [4] – jeho poloha byla určena tak, aby v co nejvíce vlastních tvarech měl daný bod dostatečně velkou pořadnici, aby bylo možné vlastní tvary zachytit. Referenční snímač zachycoval pouze svislé hodnoty zrychlení. Referenční snímač byl také v průběhu měření připevněn pomocí magnetu na ocelovém závaží. Byl umístěn na pravé straně třetího příčného trámu. Schématické umístění referenčního snímače je znázorněno na obr. 6.2.

Meteorologické podmínky byly v době provádění experimentální modální analýzy na lávce příznivé. Bylo polojasno až jasno a teplota prostředí se pohybovala mezi 17°C a 19°C. Pracovní teplota snímačů nebyla překročena.

Konstrukce byla buzena převážně ve svislém směru, a to poskoky figuranta. Jako vhodné místo na buzení konstrukce byl zvolen pátý příčný řez blíže k pravé straně konstrukce. Měření probíhalo ve směru od řezu 1 směrem k řezu 7. Pro každý řez byl pořízen přibližně pětiminutový záznam, poté byly snímače přesunuty do následujícího řezu. Poloha referenčního snímače ani figuranta se během experimentální modální analýzy neměnila.

## 6.2 Vyhodnocení vlastních tvarů a frekvencí

K dispozici pro vyhodnocení byly jednotlivé záznamy z příčných řezů. Každý záznam obsahoval hodnoty zrychlení naměřené referenčním snímačem (svislý směr) a hodnoty zrychlení naměřené dalšími třemi snímači (dva ve svislém směru a jeden ve směru vodorovném).

Celý záznam byl zpracován v softwaru ME'scopeVES. Naměřené hodnoty byly převedeny z časové oblasti do oblasti frekvenční. Následně byly vyhodnoceny z frekvenčních přenosových funkcí vlastní frekvence konstrukce.

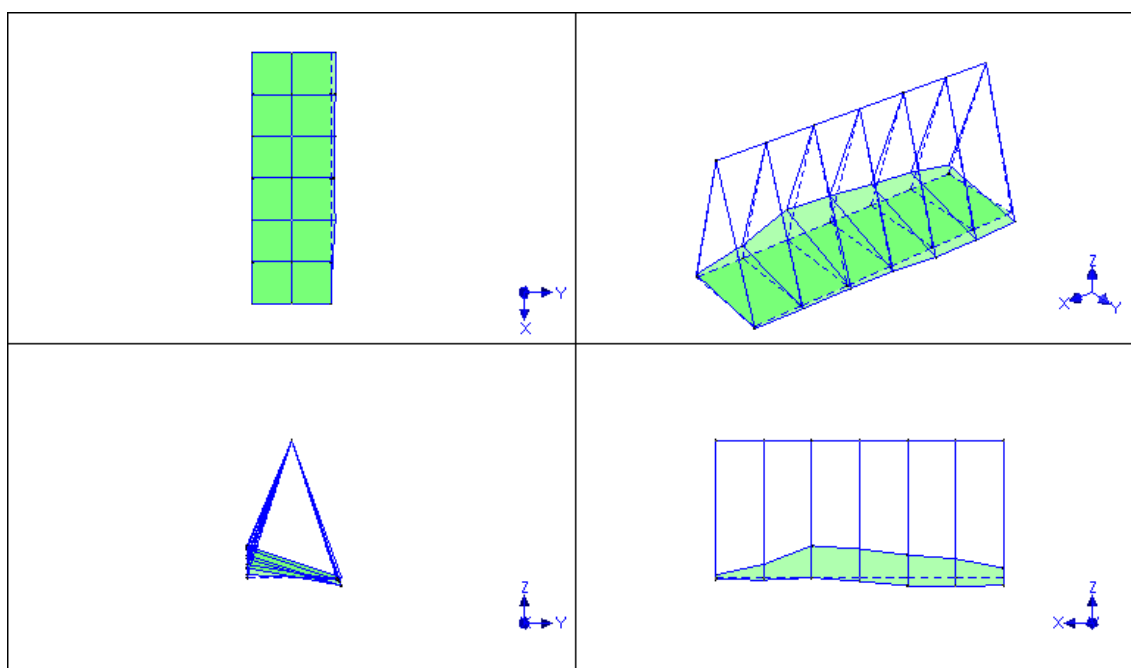
Vzhledem k tomu, že velikost silových impulzů způsobených poskoky figuranta nebyla stálá, vyhodnocení vlastních tvarů byla provedena pomocí funkce „transmissibility“ v software ME'scopeVES.

Vyhodnoceny byly první 4 vlastní tvary – 1 vlastní tvar kroutivého kmitání, 2 vlastní tvary svislého kmitání a 1 vlastní tvar vodorovného kmitání. Vyhodnocení vyšších vlastních tvarů vzhledem k počtu měřených řezů nebylo relevantní.

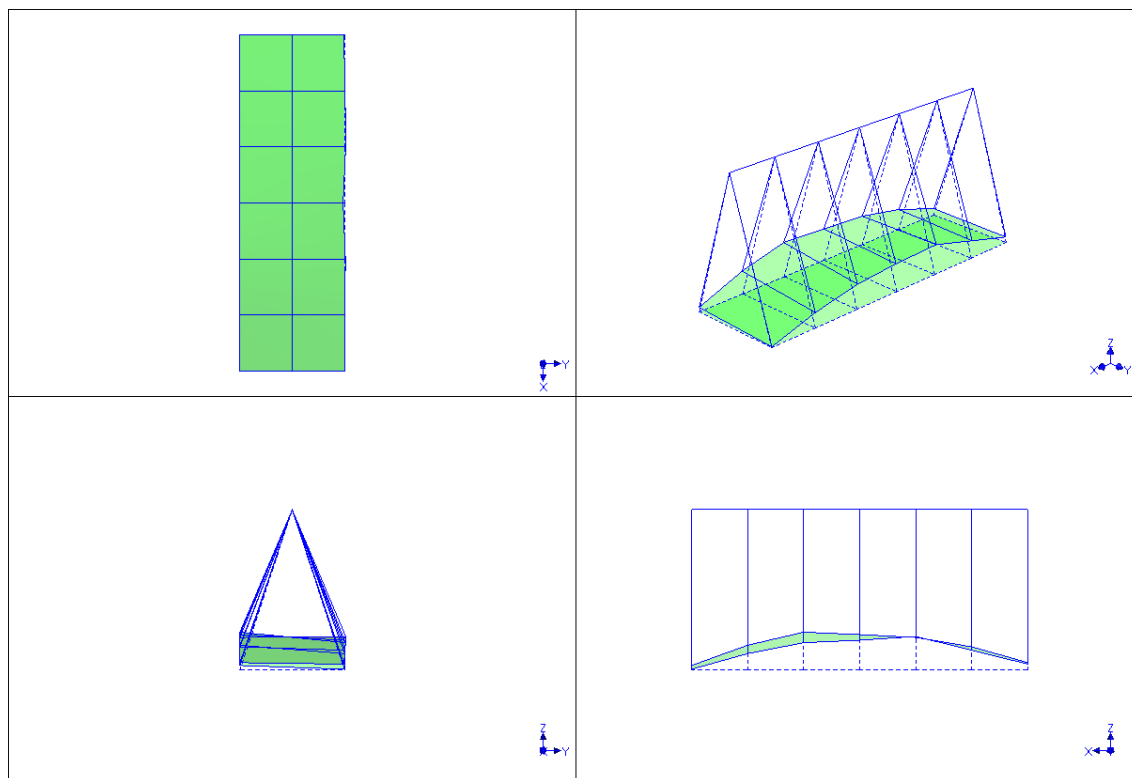
V tabulce 6.1 jsou hodnoty vlastních frekvencí vyhodnocených vlastních tvarů a charakter daného vlastního tvaru. Niže jsou pak na obrázcích 6.3 až 6.6 znázorněny jednotlivé vyhodnocené vlastní tvary. Obrázky jsou převzaty ze softwaru ME'scopeVES.

Pořadí (j)	Vlastní frekvence $f(j)$ [Hz]	Charakter vlastního tvaru
1	4,94	1. vlastní tvar kroutivého kmitání
2	8,66	1. vlastní tvar svislého kmitání
3	10,03	1. vlastní tvar vodorovného kmitání
4	15,19	2. vlastní tvar svislého kmitání

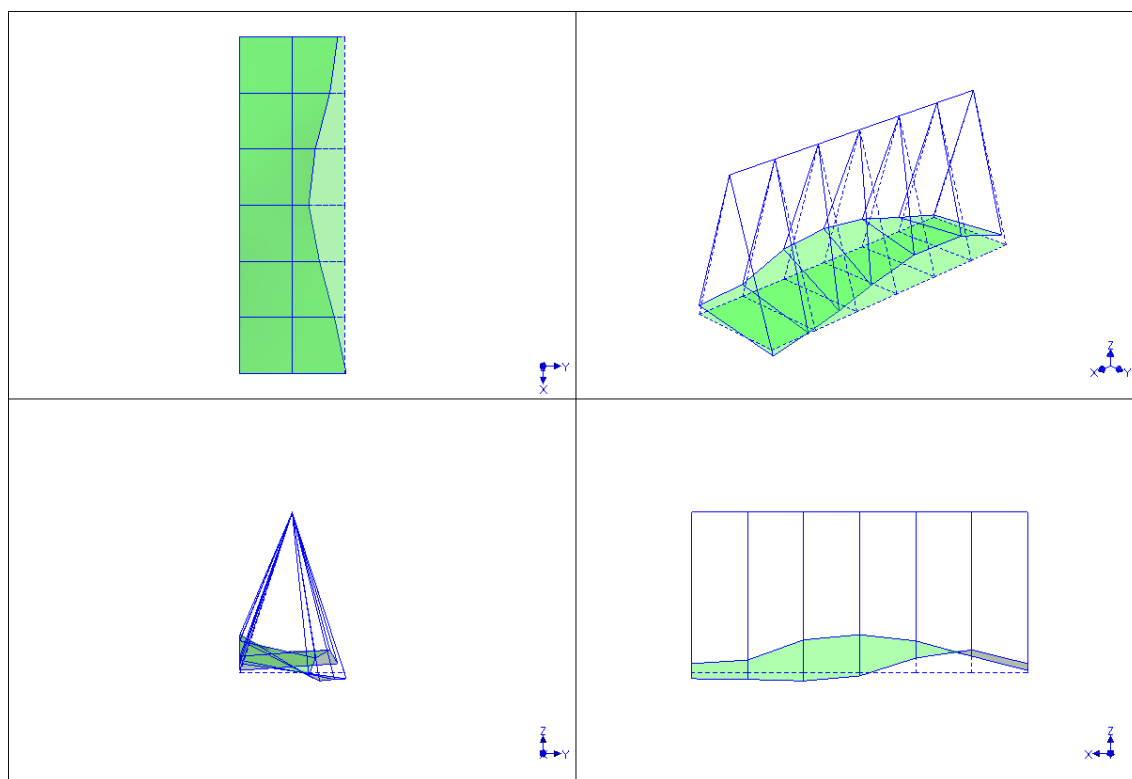
Tabulka 6.1 Vlastní frekvence a tvary – experimentální modální analýza



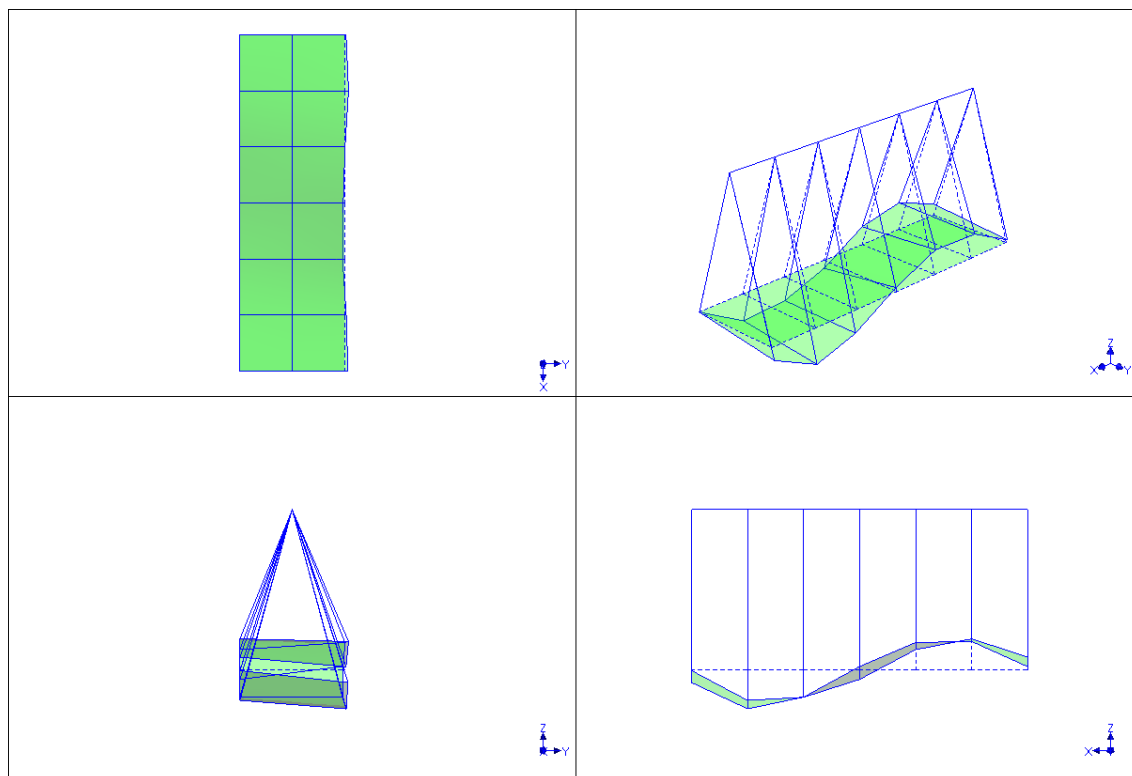
Obrázek 6.3 1. vlastní tvar kroutivého kmitání – 4,94 Hz



Obrázek 6.4 1. vlastní tvar svislého kmitání – 8,66 Hz



Obrázek 6.5 1. vlastní tvar vodorovného kmitání – 10,03 Hz



Obrázek 6.6 2. vlastní tvar svislého kmitání – 15,19 Hz

Frekvence běžné rychlosti chůze se pohybuje kolem 2 Hz. První vlastní tvar svislého kmitání má hodnotu 8,66 Hz, pro tento ani vyšší vlastní tvary svislého kmitání by nebylo opodstatněné provádět dynamickou zatěžovací zkoušku. První vlastní tvar kroutivého kmitání má hodnotu vlastní frekvence 4,94 Hz. V tomto případě by také nebylo opodstatněné provádět dynamickou zatěžovací zkoušku. Chodec by se musel pro vyvolání rezonance pohybovat s frekvencí náslapu o dvojnásobku naměřené vlastní frekvence. Dynamická zatěžovací zkouška nebyla z těchto důvodů na konstrukci provedena.

Vlastní tvary a vlastní frekvence jsou porovnány s výsledky numerické analýzy v kapitole 8.

## 7 Numerická analýza

Aby model vystihoval skutečnou konstrukci co nejvíce, bylo nutné vytvořit model prostorový. Na takovém modelu je možné zjistit kmitání svislé, vodorovné, kroutivé a případně jejich kombinace.

Všechny informace o lávce byly čerpány z podkladu [10] poskytnutého doc. Ing. arch. Hanou Seho. Dokument obsahuje studii, souhrnnou technickou zprávu, technickou dokumentaci a postup montáže. Jedná se o projekt studentů FA ČVUT, který nebyl nikde publikován.

Pro vytvoření modelu byl zvolen software Dlubal RFEM a Dlubal Shape Thin pro vytvoření atypických průřezů.

### 7.1 Tvorba výpočetního modelu

Všechny prvky byly modelovány jako prutové. Vzhledem k velikosti konstrukce byla snaha všechny prvky konstrukce vymodelovat co nejpřesněji. Pro atypické ocelové průřezy byl proto použit software Dlubal Shape Thin a do modelu byly také zahrnuty přídavné hmoty.

#### 7.1.1 Použité materiály

Vzhledem k neúplným informacím o použitých materiálech v poskytnutém dokumentu [9], musely být některé materiálové charakteristiky odhadnuty.

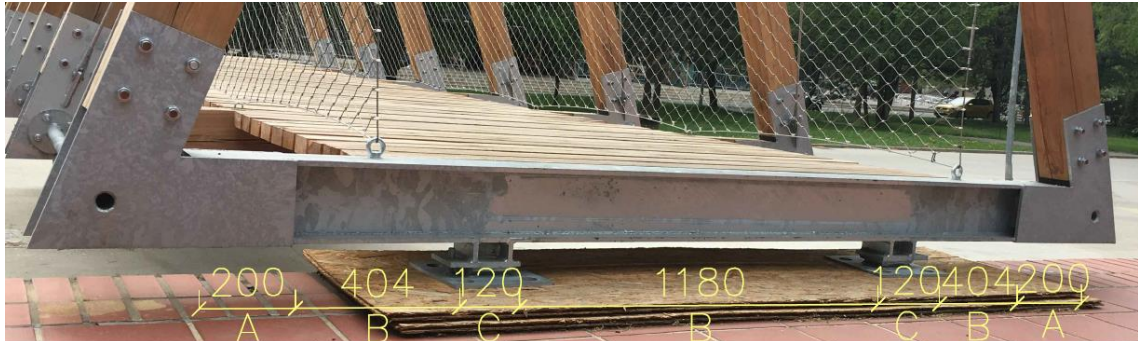
Modřínové dřevo bylo předpokládáno o pevnosti C18 s materiálovými charakteristikami – modul pružnosti  $E = 9 \text{ GPa}$ , objemová hmotnost  $\rho = 500 \text{ kg/m}^3$ . Ze dřeva jsou šikmé i příčné trámy a pochozí fošny.

Ocel byla předpokládána jako S 235 s materiálovými charakteristikami – modul pružnosti  $E = 210 \text{ GPa}$ , objemová hmotnost  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ . Z této oceli jsou krajní příčné nosníky, podélné nosníky, spodní i horní trubky a ztužidla.

Třetím použitým materiálem byla ocel na táhla. Táhla byla použita Macalloy 520 s materiálovými charakteristikami – modul pružnosti  $E = 205 \text{ GPa}$ , objemová hmotnost  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ .

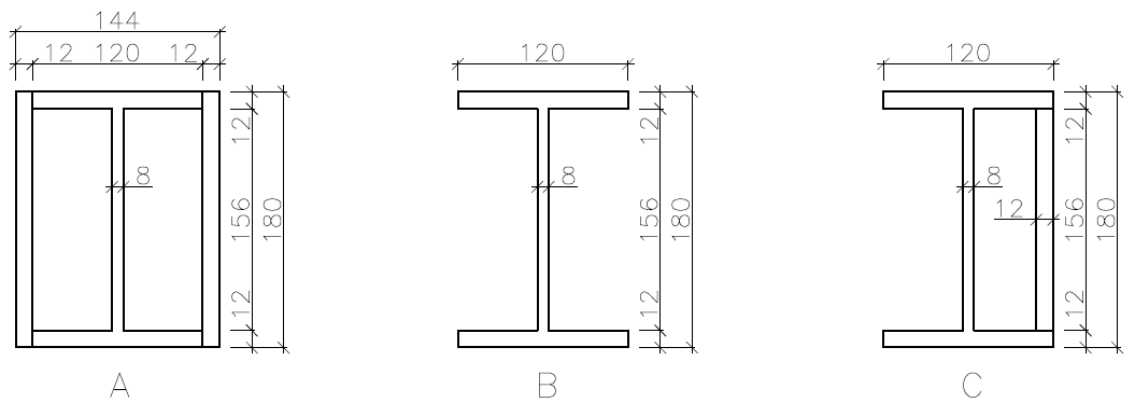
### 7.1.2 Použité průřezy

Krajní příčné ocelové trámy byly vytvořeny ze 3 různých průřezů – A, B, C. Rozložení těchto průřezů je schematicky znázorněno na obr. 7.1.



Obrázek 7.1 Schéma rozložení průřezů krajního příčného nosníku

Jedná se o průřezy svařovaného I bez výztuh (B), s výztuhou na vnitřní straně trámu (C) nebo s výztuhami po obou stranách (A). Průřezy jsou schematicky zobrazeny na obr. 7.2.



Obrázek 7.2 Schémata průřezů krajních trámů

Ostatní příčné trámy byly modelovány jako dřevěné o průřezu 120/180 mm. Se stejným průřezem byly modelovány i šikmé trámy. Na šikmé trámy byla umístěna táhla kruhového průřezu s průměrem 11 mm (odpovídá průměru táhel Macalloy M12 dle katalogu výrobce). Trubky spojující šikmé a příčné trámy (spodní trubky) byly použity o průměru 38 mm a tloušťkou 3,2 mm. Trubky spojující vrcholy šikmých trámů (horní trubky) pak o průměru 60,3 mm a tloušťkou 3,2 mm.

Podélné trámy byly modelovány jako ocelové nosníky o průřezu HEA 120. Mostovka konstrukce byla dále zpevněna ztužidly o průřezu L 50. Na podélné trámy byly umístěny fošny obdélníkového průřezu 120/50 mm.

### 7.1.3 Geometrie konstrukce

Všechny prvky v modelu byly modelovány jako prutové. Konstrukce byla modelována jako vodorovná bez podélného sklonu.

Nejprve byly vymodelovány příčné nosníky s danými průřezy dle kapitoly 7.1.2. Osy jednotlivých příčných nosníků byly od sebe umístěny se vzdáleností 1,5 m. Osa příčných nosníků byla modelována ve výšce 0.

Mezi jednotlivé příčné nosníky byly umístěny nosníky podélné s průřezem HEA. Osy podélných nosníků jsou od sebe vzdáleny 1,3 m, symetricky kolem podélné osy lávky. Vzhledem k připojení podélných nosníků na příčné (obr. 7.3), bylo napojení modelováno jako kloubové a podélné nosníky měly uvolněné pootočení kolem os  $y$  a  $z$  (kdy osa  $y$  je vodorovná příčná a osa  $z$  je svislá).



Obrázek 7.3 Připojení podélného nosníku na příčný dřevěný nosník

Na podélné nosníky byly následně připojena šikmá ztužidla s průřezem L. Připojení ztužidel

bylo také modelováno jako kloubové s možností pootočení kolem os  $y$  a  $z$  (kdy osa  $y$  je vodorovná příčná a osa  $z$  je svislá). Na oba konce příčných nosníků byly umístěny spodní trubky, které spojují vždy sousedící příčné nosníky. Připojeny na příčné nosníky byly také kloubově.

Jako další byly modelovány horní trubky. Horní trubky byly modelovány v podélné ose konstrukce ve výšce 4,09 m. Jednotlivé díly dlouhé 1,5 m byly na sebe napojeny kloubově. Následně byly umístěny šikmé dřevěné trámy – spojení horní trubky s konci příčných trámů. Mezi sousedními šikmými trámy byla kloubově napojena ocelová táhla.



Obrázek 7.4 Připojení ocelového táhla

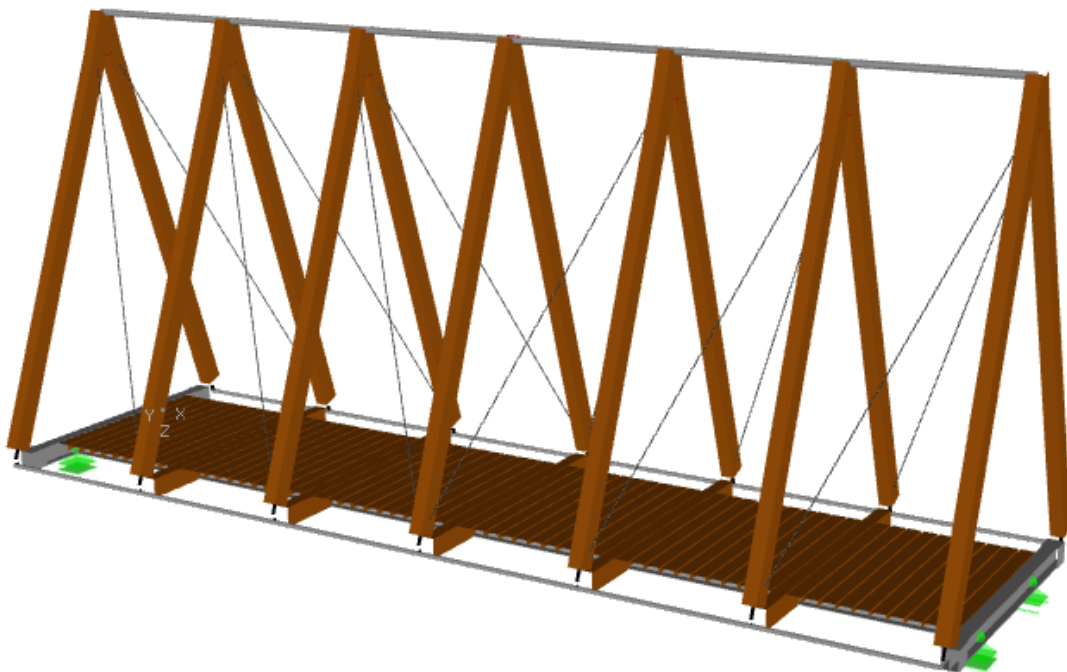
Jako poslední byly modelovány pochozí fošny. Byly připojeny na podélné trámy pomocí tuhých ramen, která vyjadřují svislou excentricitu od osy podélných trámů.



Fošny byly k tuhým ramenům připojeny kloubově s možností pootočení kolem osy z. Délka fošen je 1,9 m, fošny tedy přesahovaly 0,3 m na každé straně za podélné nosníky.

I přes zmíněné nedostatky o uložení konstrukce v kapitole 5, byla konstrukce podepřena 4 bodovými podporami. Podpory jsou připojeny na krajní příčné trámy a jsou od sebe vzdáleny 1,3 m v příčném směru. Na jedné straně byla konstrukce podepřena pevnou kloubovou podporou a všesměrně posuvnou podporou. Na straně druhé podélně posuvnou podporou a všesměrně posuvnou podporou.

Celý vytvořený model vytvořený v softwaru RFEM je znázorněn na obr. 7.5.



Obrázek 7.5 Pohled na konstrukci v softwaru RFEM

#### 7.1.4 Hmoty

Všechny prvky modelu jsou přiřazeny k materiálům s objemovou hmotností. Program hmotnosti jednotlivých prvků počítá sám z materiálových a průřezových charakteristik. Celková hmotnost konstrukce bez přídavných hmot byla programem spočítána jako 2003,27 kg.

Vzhledem k poměrně nízké celkové hmotnosti konstrukce bylo zřejmé, že ocelové hlavice značně ovlivní celkovou hmotnost konstrukce. Spodní ani vrcholové spojovací hlavice nebyly modelovány. Jejich hmotnost je v poměru k celkové hmotnosti

konstrukce významná, proto byla do modelu zanesena. Hmotnost zábradlí vyrobeného z nerezových sítí byla zanedbána.

Každá vrcholová hlavice má hmotnost přibližně 40 kg. V každém vrcholu trojúhelníku byla přidána tato přídavná hmota, celkem tedy 7 – krát. Každá spodní hlavice má hmotnost přibližně 25 kg. V každém spoji příčného a šikmého trámu byla přidána tato hmota, celkem tedy 14 – krát. Do modelu bylo vlivem vrcholových i spodních hlavic přidáno celkem 630 kg hmoty. Přidána byla tedy téměř třetina původní hmoty bez započítání hlavic. Celková hmotnost konstrukce po přidání hmot hlavic je 2633,27 kg.

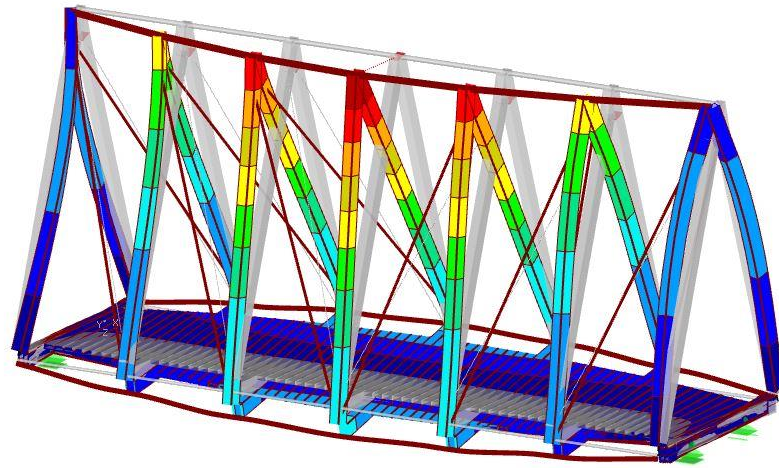
## 7.2 Vlastní tvary a frekvence

Vzhledem k vysokým naměřeným hodnotám vlastních frekvencí byly zjišťovány vlastní frekvence do hodnoty 16 Hz. Do této hodnoty bylo programem zjištěno 7 vlastních tvarů a jim příslušné vlastní frekvence.

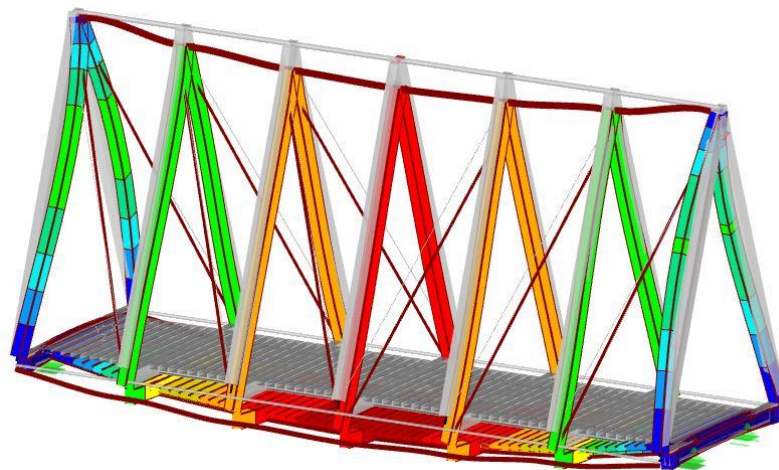
V tabulce 7.1 jsou hodnoty vlastních frekvencí vyhodnocených vlastních tvarů a charakter daného vlastního tvaru. Níže jsou pak na obrázcích 7.6 až 7.12 znázorněny jednotlivé vlastní tvary. Obrázky jsou převzaty ze softwaru RFEM. Šedou barvou je znázorněna nedeformovaná konstrukce, barevně konstrukce deformovaná.

Pořadí (i)	Vlastní frekvence $f(i)$ [Hz]	Charakter vlastního tvaru
1	5,78	1. vlastní tvar krouživého kmitání
2	8,64	1. vlastní tvar svislého kmitání
3	10,74	1. vlastní tvar podélného kmitání horní části konstrukce
4	11,19	2. vlastní tvar krouživého kmitání
5	15,43	2. vlastní tvar svislého kmitání
6	15,67	1. vlastní tvar vodorovného kmitání
7	15,95	3. vlastní tvar krouživého kmitání

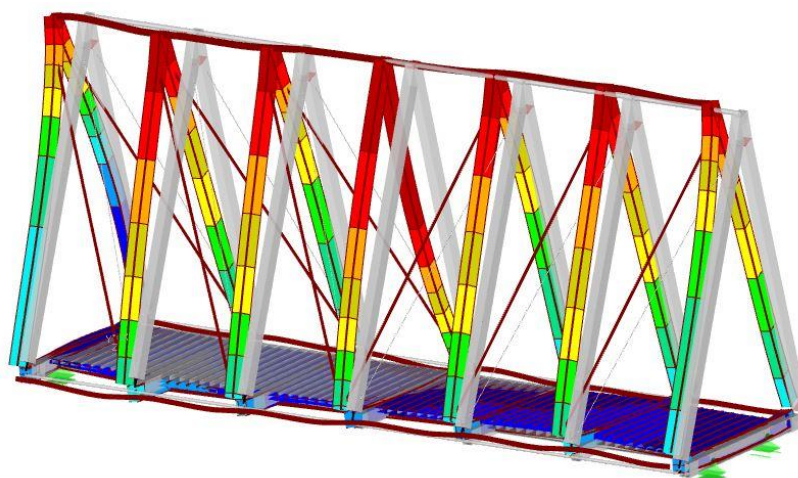
Tabulka 7.1 Vlastní frekvence a tvary – výpočetní model



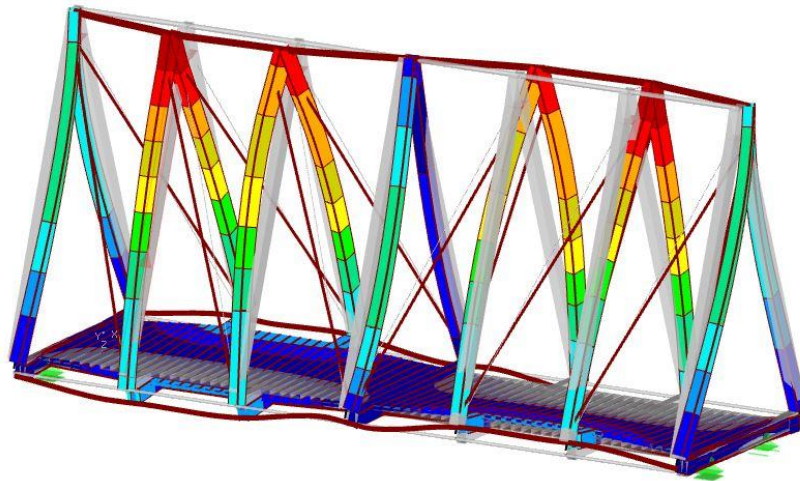
Obrázek 7.6 1. vlastní tvar - 5,78 Hz



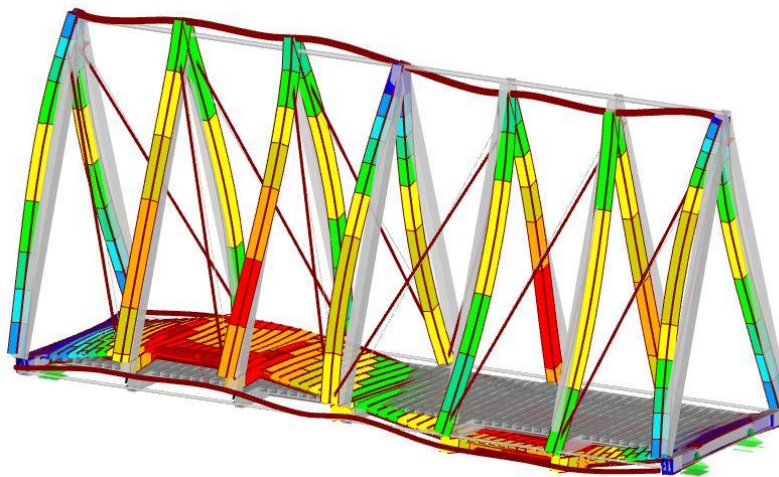
Obrázek 7.7 2. vlastní tvar - 8,64 Hz



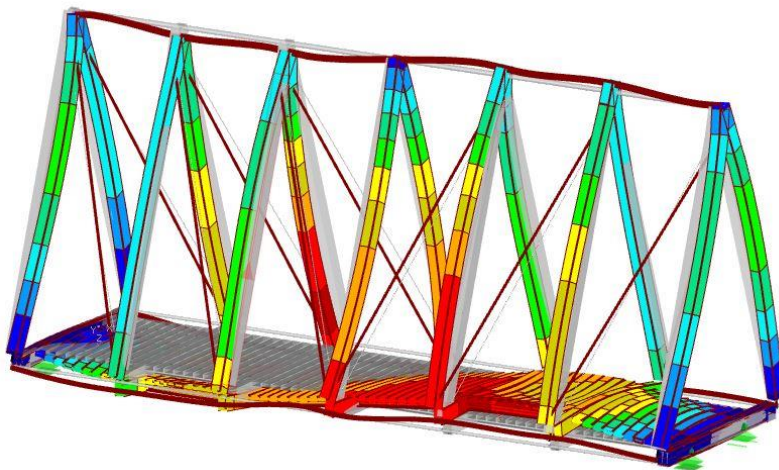
Obrázek 7.8 3. vlastní tvar - 10,74 Hz



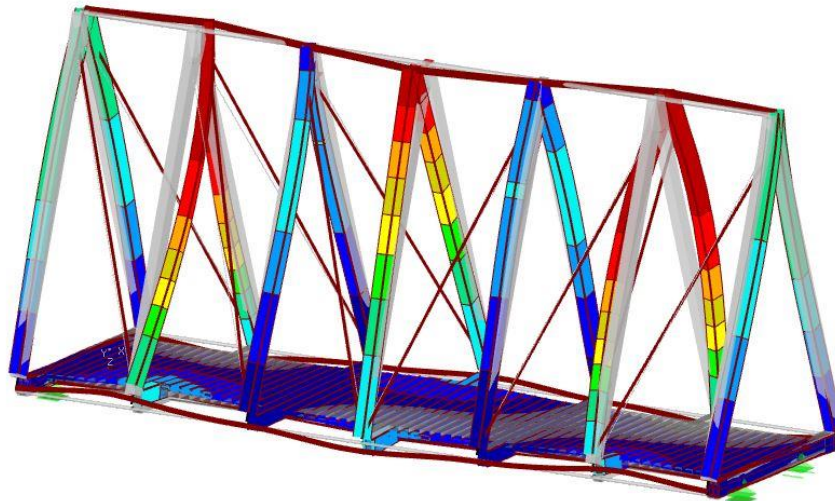
Obrázek 7.9 4. vlastní tvar - 11,19 Hz



Obrázek 7.10 5. vlastní tvar - 15,43 Hz



Obrázek 7.11 6. vlastní tvar - 15,67 Hz



Obrázek 7.12 7. vlastní tvar - 15,95 Hz

Z hodnot vlastních frekvencí lávky je zřejmé, že žádná z nich se nepohybuje kolem hodnoty frekvence kroku. Není tedy nutné lávku posuzovat na zatížení chodci.

Porovnání výsledků numerické analýzy s provedeným experimentem je uvedeno v tabulce 7.2. Ve sloupcích označených *cal* jsou uvedeny výsledky numerické analýzy, ve sloupcích označených *obs* jsou výsledky zjištěné pomocí experimentů. Je zřejmé, že vlastní frekvence svislého kmitání jsou svými hodnotami velmi blízké. Hodnota 1. vlastního tvaru vodorovného kmitání má ale velmi výraznou odchylku od hodnoty naměřené při experimentální modální analýze.

Pořadí (i) <i>cal</i>	Pořadí (j) <i>obs</i>	Vlastní frekvence $f(i)$ [Hz] <i>cal</i>	Vlastní frekvence $f(j)$ [Hz] <i>obs</i>	Charakter vlastního tvaru
1	1	5,78	4,94	1. vlastní tvar krouživého kmitání
2	2	8,64	8,66	1. vlastní tvar svislého kmitání
3	-	10,74	-	1. vlastní tvar podélného kmitání horní části konstrukce
4	-	11,19	-	2. vlastní tvar krouživého kmitání
5	4	15,43	15,19	2. vlastní tvar svislého kmitání
6	3	15,67	10,03	1. vlastní tvar vodorovného kmitání
7	-	15,95	-	3. vlastní tvar krouživého kmitání

Tabulka 7.2 Předběžné porovnání vlastních frekvencí výpočetního modelu s experimentem

Již při provádění experimentu vznikla obava, že lávka není smontovaná zcela bezchybným způsobem. Vzhledem k tomu, že lávka byla montována studenty, a ne

profesionální firmou, bylo velké riziko vzniku chyb při montáži. Pochyby byly především u připoje šikmých ztužidel mezi podélnými nosníky.

Ztužidla jsou k podélným nosníkům připevněna pouze jedním šroubem na každé straně. Vzhledem k pochybám o správném připojení ztužidel a velmi odlišné hodnotě 1. vlastního tvaru vodorovného kmitání ve výpočetním modelu oproti naměřené hodnotě na reálné konstrukci, byl vytvořen model upravený, ve kterém byly upraveny okrajové podmínky pro ztužidla.



Obrázek 7.13 Připojení ztužidla

Vliv na hodnoty vlastních frekvencí má také uložení lávky. Ve výpočetním modelu je konstrukce uložena na 4 bodových podporách (popsáno v kapitole 7.1.3). Reálná konstrukce byla ale jen postavena bez jakéhokoli upevnění (popsáno v kapitole 5). Podpory se tedy ve skutečnosti chovají jako nelineární – pohyb směrem dolů není umožněn a při pohybu směrem nahoru není v daném bodě konstrukce nijak držena. Tato nepřesnost nebyla v upraveném modelu zohledněna.

### 7.3 Upravený výpočetní model

Pro upravení modelu byl použit ideální model konstrukce popsáný v kapitole 7.1. Jak již bylo zmíněno, bylo předpokládáno, že ztužidla mezi podélnými nosníky nebyla správně přimontována.

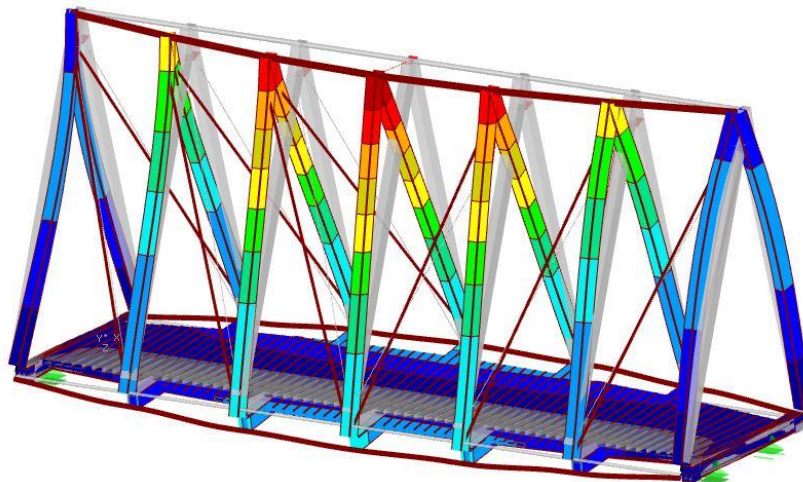
V ideálním modelu byla ztužidla připojena k podélným nosníkům kloubově na excentricitě. V tomto modelu byly upraveny okrajové podmínky pro ztužidla. Ztužidlům byl umožněn podélný posun s tuhostí. Tím se oslabila funkce ztužidel a bylo předpokládáno, že hodnota vlastních tvarů svislého kmitání bude téměř zachována a hodnota vlastního tvaru vodorovného kmitání bude výrazně nižší. Okrajové podmínky byly upraveny a podélný posun byl umožněn s tuhostí 30 000 kN/m.

Původní normálová tuhost ztužidel byla 56 062 kN/m. Po umožnění podélného posunu se hodnota snížila na 26 062 kN/m. Normálová tuhost ztužidla se zmenšila o 54 %, tedy více jak o polovinu původní normálové tuhosti.

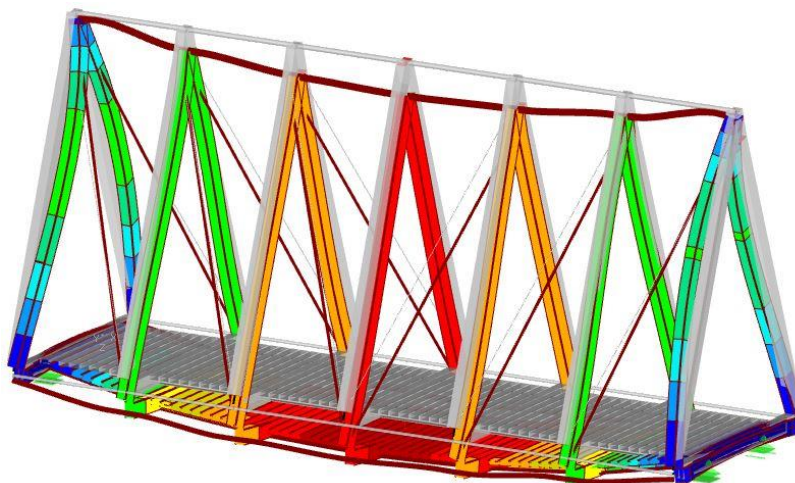
V tabulce 7.3 jsou hodnoty vlastních frekvencí vyhodnocených vlastních tvarů a charakter daného vlastního tvaru z upraveného výpočetního modelu. Níže jsou pak na obrázcích 7.14 až 7.20 znázorněny jednotlivé vlastní tvary. Obrázky jsou převzaty ze softwaru RFEM. Šedou barvou je znázorněna nedeformovaná konstrukce, barevně konstrukce deformovaná.

Pořadí (ii)	Vlastní frekvence $f(ii)$ [Hz]	Charakter vlastního tvaru
1	5,78	1. vlastní tvar kroutivého kmitání
2	8,64	1. vlastní tvar svislého kmitání
3	10,09	1. vlastní tvar vodorovného kmitání
4	10,71	1. vlastní tvar podélného kmitání horní části konstrukce
5	11,17	2. vlastní tvar kroutivého kmitání
6	15,49	2. vlastní tvar svislého kmitání
7	15,94	3. vlastní tvar kroutivého kmitání

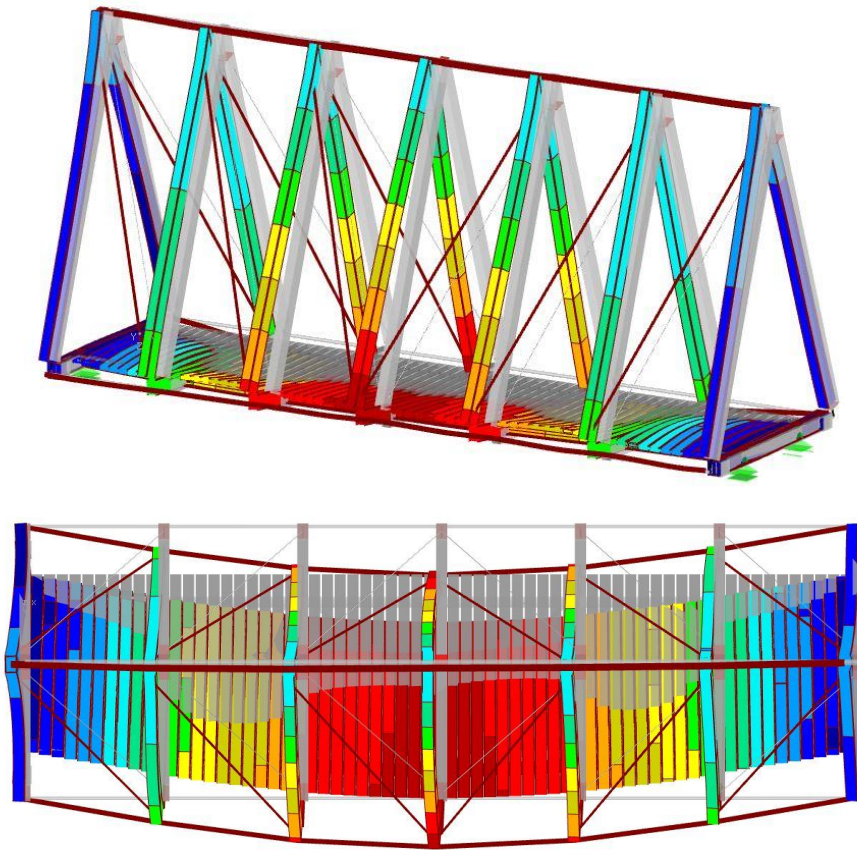
Tabulka 7.3 Vlastní frekvence a tvary – upravený výpočetní model



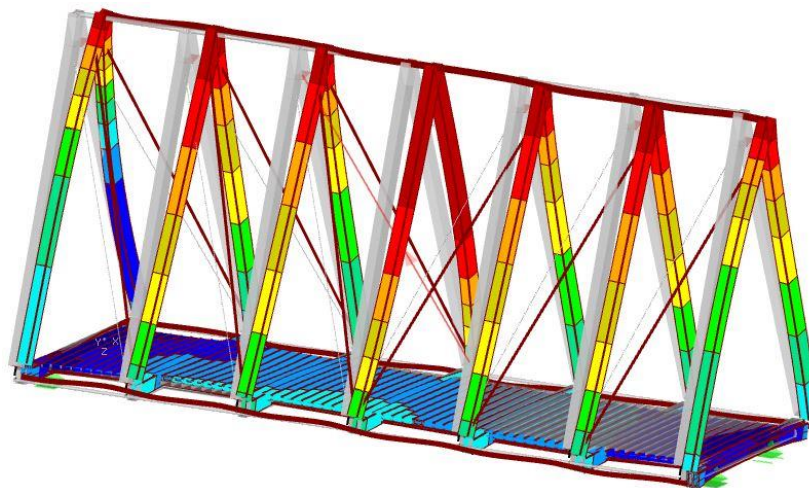
Obrázek 7.14 1. vlastní tvar - 5,78 Hz



Obrázek 7.15 2. vlastní tvar - 8,64 Hz

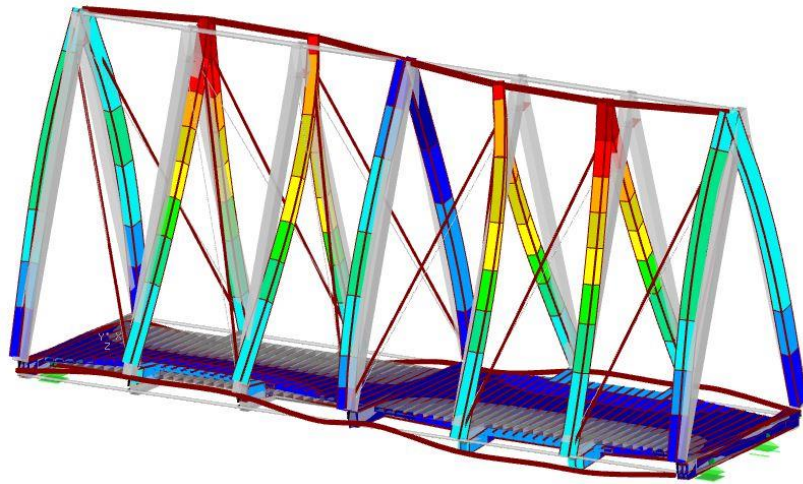


Obrázek 7.16 3. vlastní tvar - 10,09 Hz

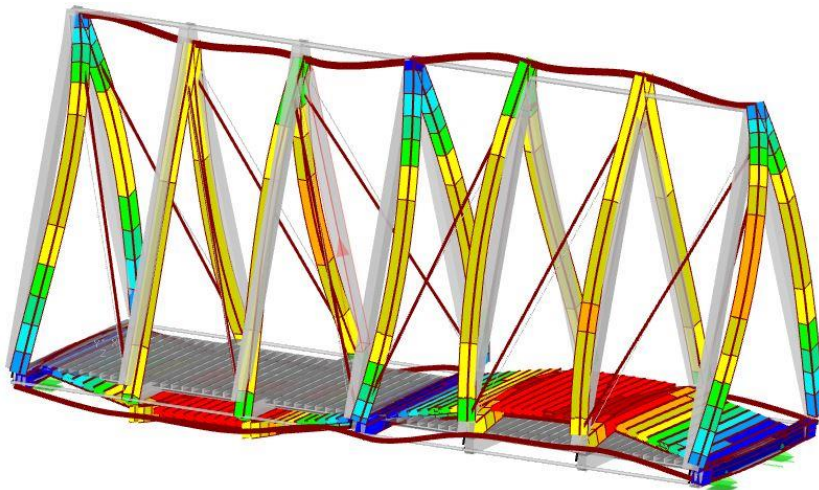


Obrázek 7.17 4. vlastní tvar - 10,71 Hz

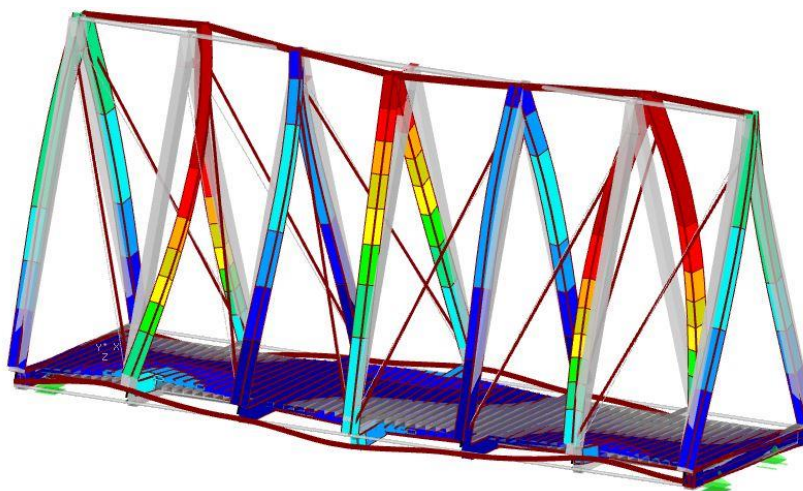




Obrázek 7.18 5. vlastní tvar - 11,17 Hz



Obrázek 7.19 6. vlastní tvar - 15,49 Hz



Obrázek 7.20 7. vlastní tvar - 15,94 Hz

Vlastní tvary a jejich příslušné vlastní frekvence z výpočetního modelu ideálního (i) a z výpočetního modelu upraveného (ii) jsou porovnány v tabulce 7.4.

Pořadí (ii)	Pořadí (i)	Vlastní frekvence $f(ii)$ [Hz]	Vlastní frekvence $f(i)$ [Hz]	Charakter vlastního tvaru
1	1	5,78	5,78	1. vlastní tvar krouživého kmitání
2	2	8,64	8,64	1. vlastní tvar svislého kmitání
3	6	10,09	15,67	1. vlastní tvar vodorovného kmitání
4	3	10,71	10,74	1. vlastní tvar podélného kmitání horní části konstrukce
5	4	11,17	11,19	2. vlastní tvar krouživého kmitání
6	5	15,49	15,43	2. vlastní tvar svislého kmitání
7	7	15,94	15,95	3. vlastní tvar krouživého kmitání

Tabulka 7.4 Porovnání vlastních frekvencí výpočetního modelu ideálního (i) a upraveného (ii)

Výsledky upraveného výpočetního modelu obsahují stejné vlastní tvary, ale s jinými hodnotami vlastních frekvencí. Dle předpokladu se nejvíce změnila hodnota vlastní frekvence 1. vlastního tvaru vodorovného kmitání. Ostatní hodnoty vlastních frekvencí zůstaly s minimálními odchylkami zachovány.

Stejně jako u ideálního výpočetního modelu se žádná z vlastních frekvencí nepohybuje kolem hodnoty frekvence kroku. Není tedy nutné lávku posuzovat na zatížení chodci.

Výsledky z upraveného výpočetního modelu jsou porovnány s výsledky z experimentální modální analýzy v kapitole 8.

## 8 Porovnání výsledků

V této kapitole budou porovnávány výsledky numerické analýzy získané z upraveného výpočetního modelu (kapitola 7.3) s výsledky z experimentální modální analýzy provedené na lávce (kapitola 6).

Aby bylo možné porovnat vlastní frekvence, bylo nejprve nutné k sobě přiřadit odpovídající vlastní tvary. Toto přiřazení a míra shody byla určena pomocí koeficientu MAC. Vypočtené hodnoty koeficientů pro kombinace dvojic jsou uvedené v tabulce 8.1. Výpočet byl proveden v softwaru ME'scopeVES. Popis výpočtu koeficientu MAC je popsán v kapitole 4.1.2.1.

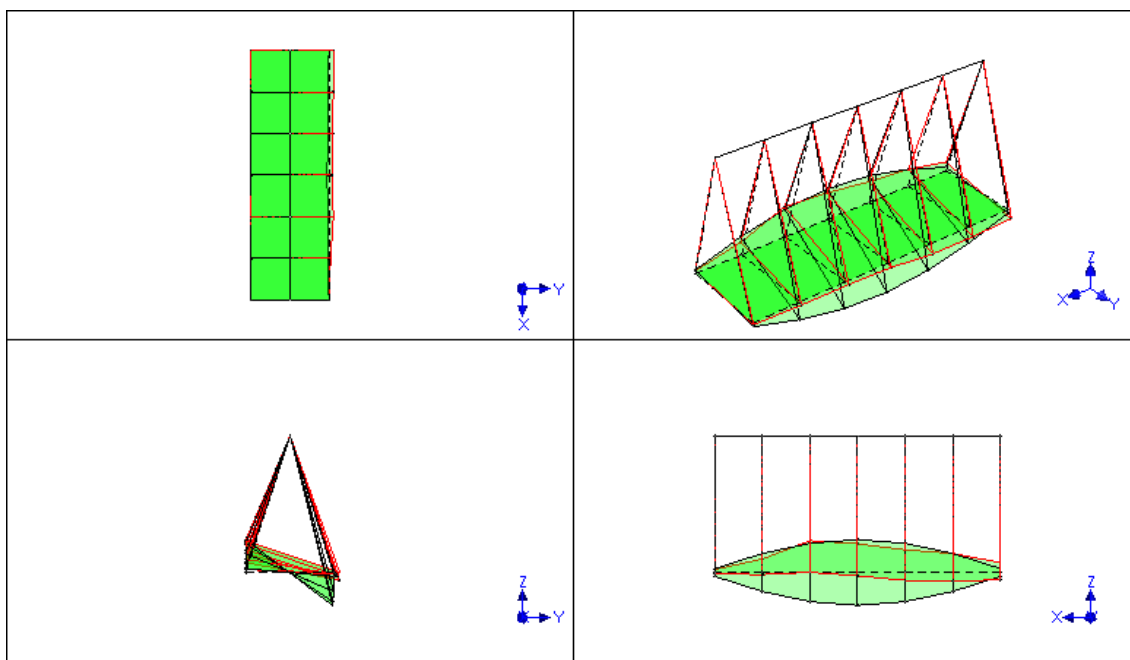
MAC		Upravený výpočetní model						
		5,78 Hz	8,64 Hz	10,09 Hz	10,71 Hz	11,17 Hz	15,49 Hz	15,94 Hz
Experiment	4,94 Hz	0,581	0,286	0,018	0,025	0,008	0,014	0,006
	8,66 Hz	0,010	0,972	0,002	0,015	0,010	0,001	0,001
	10,03 Hz	0,182	0,317	0,457	0,433	0,100	0,046	0,006
	15,19 Hz	0,003	0,008	0,003	0,154	0,007	0,922	0,075

Tabulka 8.1 Koeficienty MAC

Z tabulky 8.1 vyplývá, že dle [9] by bylo možné k sobě přiřadit pouze 2 vlastní tvary svislého kmitání. Dva vlastní tvary z výpočetního modelu se při experimentu nepodařilo zachytit. Žlutě zvýrazněné shody by dle [9] nebylo možné k sobě přiřadit. Tyto žlutě označené shody vlastních tvarů budou níže okomentovány.

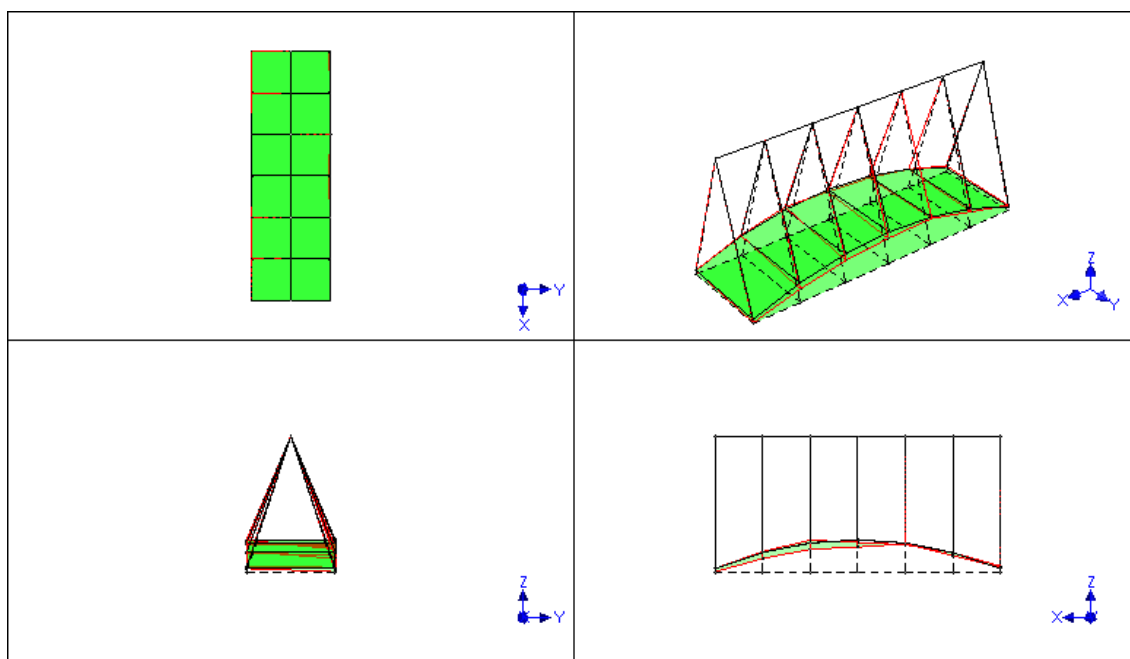
U 1. vlastního tvaru kroutivého kmitání byla dosažena shoda 58 %. Dle [9] je shoda nedostatečná a vlastní tvary by se k sobě nedaly přiřadit. Pro tuto diplomovou práci bude předpokládáno, že se tvary k sobě přiřadit dají. Prvním z důvodů tohoto předpokladu je, že lávka při experimentu nebyla připevněna k podkladu. Tím se podpory začaly chovat nelineárně a v místě předpokládaného uložení je umožněn pohyb lávky směrem nahoru. Dalším předpokladem je, že lávka nebyla při provádění experimentální modální analýzy správně smontována a v upraveném modelu se podařilo zachytit nedokonalost v montáži ztužidel a další nedokonalosti v montáži byly zanedbány. Ostatní nedokonalosti v montáži nebylo možné určit, nebyly při provádění experimentu viditelné. Na obrázku 8.1 je znázorněna tvarová shoda 1. vlastního tvaru kroutivého kmitání. Červeně je znázorněna deformace naměřená při experimentu a černě

deformace z upraveného výpočetního modelu, čárkovaně pak konstrukce nedeformovaná.



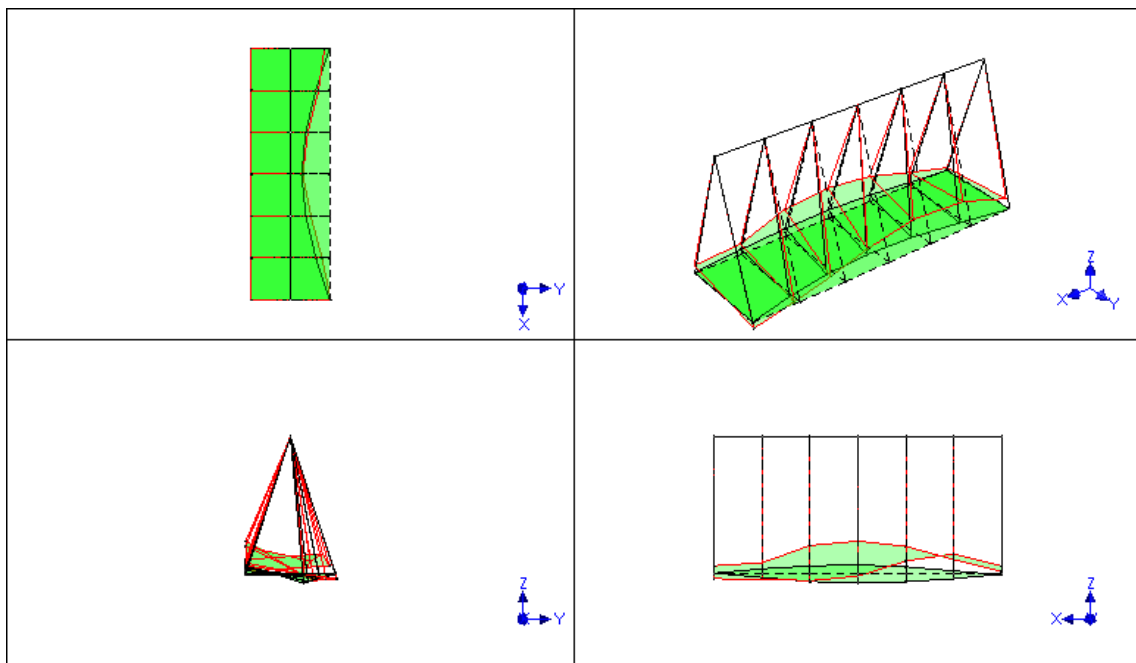
Obrázek 8.1 1. vlastní tvar krouživého kmitání – porovnání

1. vlastní tvar svislého kmitání dosáhl velmi dobré shody – 97 %. Míra shody vyhovuje požadavkům [9] a vlastní tvary se tedy dají k sobě přiřadit. Na obrázku 8.2 je shoda tohoto vlastního tvaru.



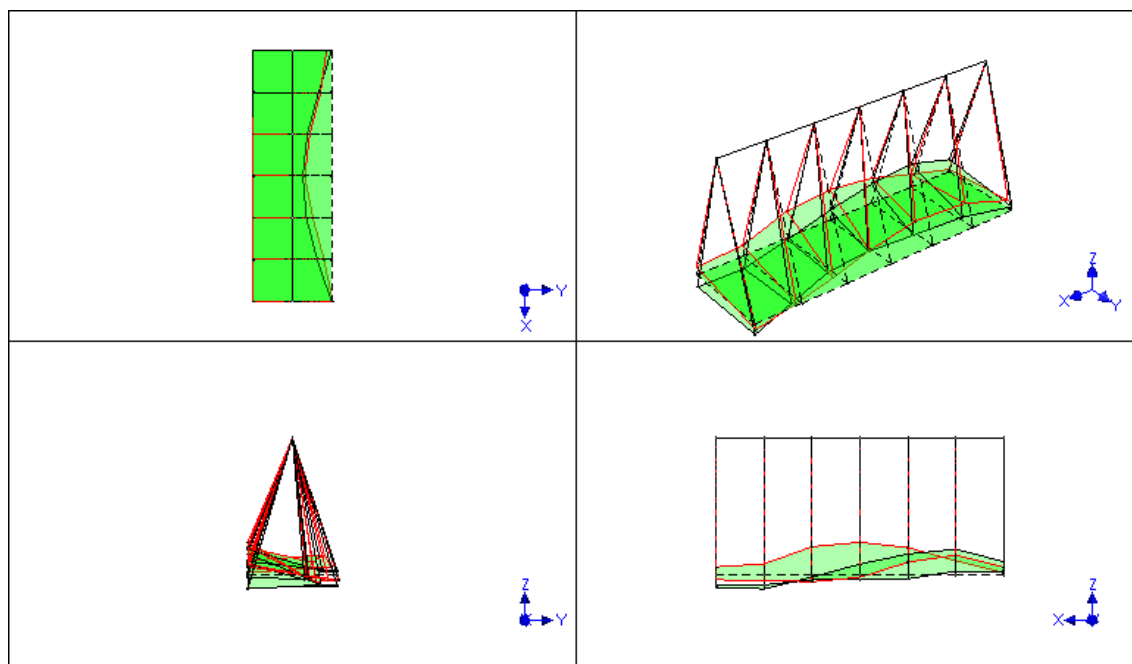
Obrázek 8.2 1. vlastní tvar svislého kmitání – porovnání

U 1. vlastního tvaru vodorovného kmitání naměřeného při experimentální modální analýze se nepodařilo určit jasnou shodu s žádným z vlastních tvarů vypočtených. Z tabulky 8.1 vyplývá, že tento naměřený vlastní tvar má shodu 46 % s 3. vlastním tvarem vypočteným (1. vlastní tvar vodorovného kmitání – 10,09 Hz) a 43 % se 4. vlastním tvarem vypočteným (1. vlastní tvar podélného kmitání horní části konstrukce – 10,74 Hz). Hodnoty vlastních frekvencí obou vypočtených vlastních tvarů si jsou velmi podobné. Lze tedy předpokládat, že při měření na lávce a následném vyhodnocení nebylo možné tyto dva vlastní tvary od sebe oddělit. V softwaru ME'scopeVES bylo tedy provedeno tvarové porovnání 1. vodorovného tvaru naměřeného s výše zmíněnými tvary vypočtenými. Toto porovnání je znázorněno na obrázcích 8.3 a 8.4.



Obrázek 8.3 1. vodorovný vlastní tvar – porovnání a

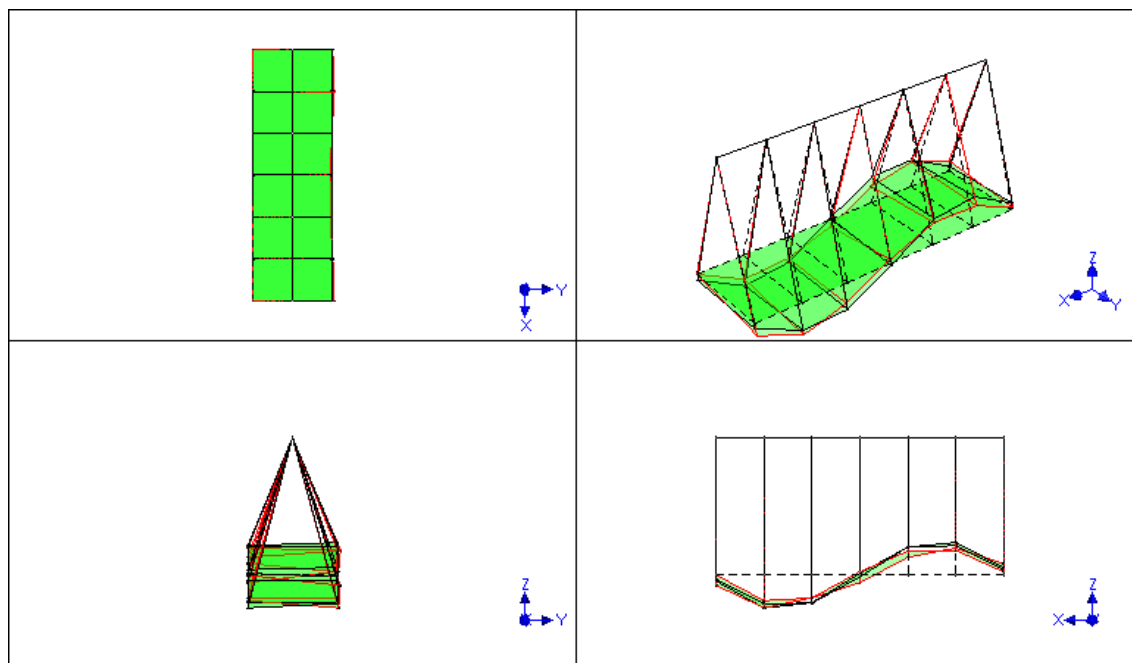
Na obrázku 8.3 je porovnán 1. vlastní tvar vodorovného kmitání naměřený (červeně) s 1. vlastním tvarem vodorovného kmitání vypočteným (černě). Z obrázku je patrné, že vlastní tvary ve vodorovném směru kmitají téměř shodně a ve směru svislém jsou vidět výrazné rozdíly. Na pohledu proti ose y je také vidět, že na pravém konci lávky je na reálné konstrukci umožněn pohyb nahoru v místě předpokládaných podpor.



Obrázek 8.4 1. vlastní tvar vodorovného kmitání – porovnání b

Na obrázku 8.4 je porovnán 1. vlastní tvar vodorovného kmitání naměřený (červeně) a 1. vlastní tvar podélného kmitání horní části konstrukce (černě). Opět je patrné, že shoda obou vlastních tvarů ve vodorovném směru je velmi dobrá a ve směru svislém jsou mezi oběma vlastními tvary viditelné velké rozdíly.

U 2. vlastního tvaru svislého kmitání bylo dosaženo velmi dobré shody – 92 %. Míra shody vyhovuje požadavkům [9] a vlastní tvary se tedy dají k sobě přiřadit. Na obrázku 8.5 je shoda tohoto vlastního tvaru.



Obrázek 8.5 2. vlastní tvar svislého kmitání – porovnání

Dle požadavků [9] k sobě byly přiřazeny 2 vlastní tvary svislého kmitání. Pro praxi srovnání výpočetního modelu se skutečnou konstrukcí je tato shoda nedostatečná.

Vzhledem k nedostatečné tvarové shodě by v praxi bylo navrženo konstrukci zkontrolovat a případně opravit. Jednalo by se zejména o kontrolu správnosti smontování, a to především o kontrolu montovaných přípoju ztužidel. Dále zcela jistě výsledky z měření na lávce ovlivnilo uložení lávky. Až bude lávka stát na předpokládaném místě, bude připevněna k základovým patkám bez možnosti pohybu směrem. Výsledky experimentu také byly ovlivněny tím, že se jednalo o orientační měření a konstrukce byla buzena převážně ve svislém směru.

Ve výpočetních modelech jsou všechny spoje uvažovány jako kloubové nebo tuhé. Ve skutečnosti žádný spoj není dokonale tuhý a kloubové spoje mají také určitou tuhost v natočení. Pokud byly montované spoje nedokonalé a šrouby nebyly dotaženy, mohly se v těchto spojích jednotlivé díly s určitou tuhostí nejen natáčet, ale i posouvat. Celá konstrukce je montovaná a každá nedokonalost v montáži tak výrazně ovlivní dynamické chování konstrukce.

## 9 Lávka přes Medvědí potok u Medvědí boudy

Při měření byla také provedena experimentální modální analýza na druhé lávce, která byla postavena na prostranství před Fakultou architektury ČVUT v Praze. Lávka byla stejně jako lávka předchozí navržena a smontována studenty. V budoucnu by lávka měla vést před Medvědí potok u Medvědí boudy v Krkonošském národním parku. Na lávku byly, vzhledem k plánovanému místu umístění, kladeny nároky na snadnou přepravu a montáž.

Experimentální a následně i numerická analýza druhé lávky byla provedena nad rámec zadání této diplomové práce. Důvodem je skutečnost, že v případě první lávky byly prokázány velké rozdíly mezi experimentem a výpočtem, což bylo způsobeno neodborným smontováním lávky a nedodržením předpokladů projektu. Proto bylo rozhodnuto ověřit stav montáže i na této druhé lávce.

### 9.1 Popis konstrukce

Lávka byla navržena studentem Fakulty architektury ČVUT Ondřejem Novákem pod vedením doc. Ing. arch. Petrem Kordovským a Ing. arch. Ladislavem Vrbatou.

Jedná se o příhradovou konstrukci tvořenou dřevěnými a ocelovými prvky. Lávka je dlouhá 10 m. Lávka je nesymetrická a velmi prostorově výrazná (obr. 9.1).



Obrázek 9.1 Pohled na lávku



Lávka je tvořena dvěma částmi příhradové konstrukce na každé straně. Každá část je tvořena spodním a horním podélným trámem čtvercového průřezu. Tyto trámy jsou spojeny trámy šikmými (obdélníkového průřezu) z vnější i vnitřní strany. Horní podélný nosník je umístěn ve výšce 2,6 m. V příčném směru jsou od sebe horní i spodní nosníky osově vzdáleny 1,83 m.

Spodní podélné trámy jsou propojeny trámy příčnými. Ty jsou umístěny v ocelových kapsách pod hlavními podélnými nosníky s osovou vzdáleností 2,5 m a mají čtvercový průřez. Na příčných nosnících jsou připevněny vnitřní podélné trámy obdélníkového průřezu. Na nich jsou připevněny fošny dlouhé 1,4 m jako pochozí plocha. Všechny tyto prvky jsou dřevěné.



Obrázek 9.2 Přední pohled na lávku

Horní podélné trámy jsou propojeny ocelovými příčnými trámy uzavřeného čtvercového průřezu. Tuhost ve vodorovném směru je zajištěna šikmými táhly. Každé dva sousední horní příčné trámy jsou propojeny dvěma šikmými táhly.

Tato konstrukce je stejně jako předchozí postavena na jedné straně na vyhotoveném gabionu (obr. 9.2) a na straně druhé na horní ploše schodů vedoucích k FA ČVUT. Konstrukce není nijak připevněna proti posunu, je pouze položena.

## 9.2 Experimentální modální analýza

Kmitání lávky bylo měřeno absolutními snímači zrychlení Brüel&Kjaer 8344. Jedná se o nízkofrekvenční seismické piezometrické snímače s pracovním rozsahem 0,2 Hz – 3 kHz, citlivostí 25500 mV/g a s vlastní frekvencí 10 kHz. Pracovní teplota snímače se musí pohybovat mezi -50°C a 100°C.

### 9.2.1 Příprava a průběh zkoušky

Experimentální modální analýza byla provedena metodou Ambient Vibration Testing (AVT). V průběhu experimentální modální analýzy byla data zaznamenávána

softwaru PULSE. Následná analýza vlastního kmitání lávky proběhla v softwaru ME'scopeVES.

Dynamická zkouška proběhla 2.5.2018 a byla provedena za odborného dohledu Ing. Tomáše Plachého, Ph.D. Meteorologické podmínky byly v době provádění experimentální modální analýzy příznivé. Bylo polojasno až jasno a teplota prostředí se pohybovala mezi 13°C a 17°C. Pracovní teplota snímačů nebyla překročena.

Na konstrukci bylo zvoleno celkem 10 příčných řezů, ve kterých probíhalo měření. V každém řezu byly měřeny 2 body. V dolní části proběhlo měření v 5 příčných řezech, kdy byly snímače umístěny na krajních podélných nosnících v místě připojení šikmých trámů. V horní části byly snímače umístěny na ocelových příčných nosnících u připojení na podélné nosníky z vnitřní strany. Na pravé straně byl umístěn snímač svislého kmitání a na straně levé snímač svislého i vodorovného kmitání.



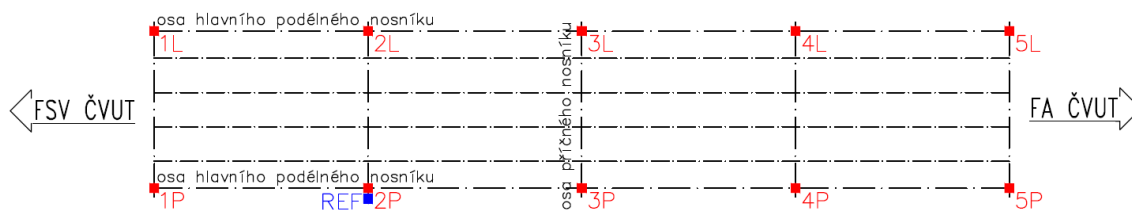
Obrázek 9.3 Připevnění snímačů na ocelové závaží

Snímače byly v průběhu měření na spodní části konstrukce připevněny pomocí magnetu na ocelovém závaží (obr. 9.3) a při měření na horní části konstrukce na ocelových prvcích – na spodní straně příčného trámu při měření zrychlení ve svislém směru a na plechu pro připojení k podélným nosníkům při měření vodorovného zrychlení (obr. 9.4).



Obrázek 9.4 Připevnění snímačů na konstrukci

Měřené body jsou na schématu označeny číslem řezu a písmenem P nebo L pro označení měřené strany. Schématické znázornění řezů v dolní části konstrukce a umístění referenčního snímače je na obr. 9.5. V horní části konstrukce probíhalo měření vždy v ose příčného trámu.



Obrázek 9.5 Schématické znázornění polohy snímačů

Poloha referenčního snímače byla určena dle požadavků [4]. Referenční snímač zachycoval pouze svislé hodnoty zrychlení. Referenční snímač byl také v průběhu měření připevněn pomocí magnetu na ocelovém závaží. Byl umístěn na pravé straně druhého příčného řezu na spodním podélném nosníku. Schématické umístění referenčního snímače je znázorněno na obr. 9.5.

Konstrukce byla buzena převážně ve svislém směru, a to poskoky figuranta. Jako vhodné místo na buzení konstrukce byl zvolen střed mezi 3. a 4. příčným řezem na spodní části konstrukce (pozice pod 3. horním příčným nosníkem – 3. řez v horní části konstrukce) blíže k pravé straně konstrukce. Měření probíhalo ve směru od řezu 1 směrem k řezu 5 a následně měření ve stejném směru na horní části konstrukce. Pro každý řez byl pořízen přibližně pětiminutový záznam, poté byly snímače přesunuty do následujícího řezu. Poloha referenčního snímače ani figuranta se během experimentální modální analýzy neměnila.

### 9.2.2 Vyhodnocení vlastních tvarů a frekvencí

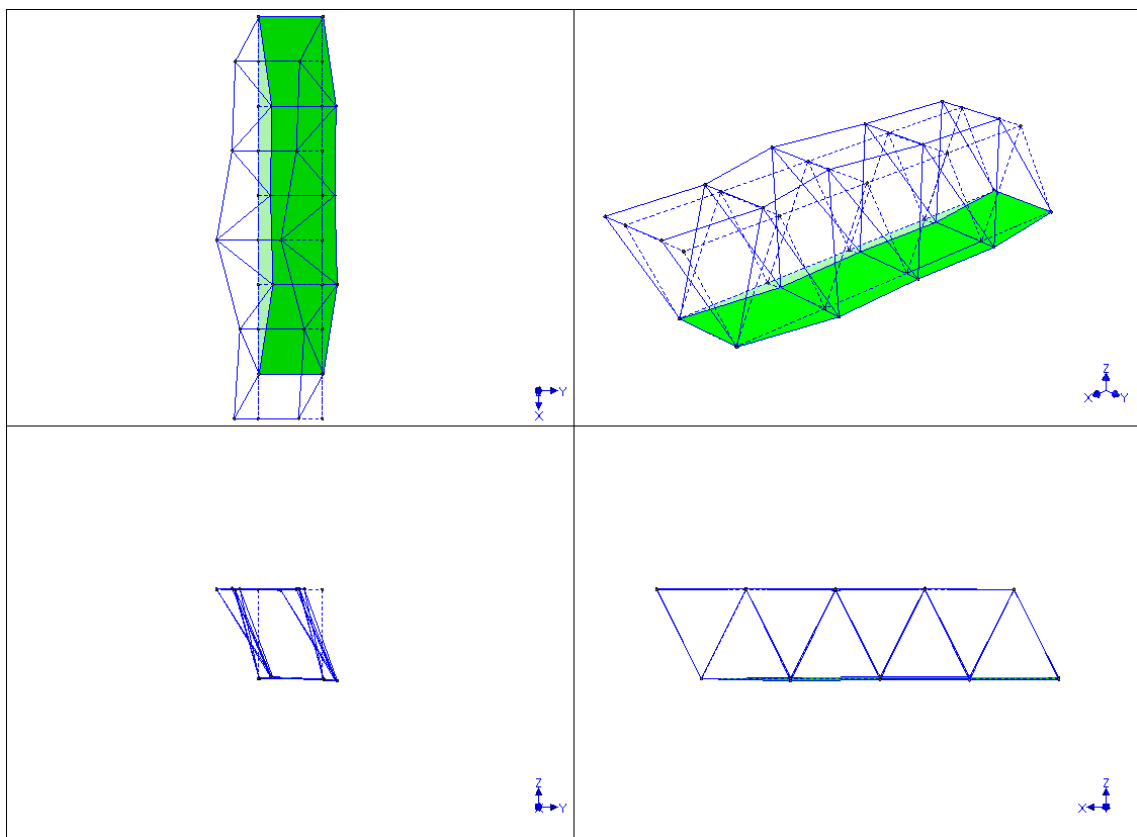
K dispozici pro vyhodnocení byly jednotlivé záznamy z příčných řezů. Celý záznam byl zpracován v softwaru ME'scopeVES. Naměřené hodnoty byly převedeny z časové oblasti do oblasti frekvenční. Následně byly vyhodnoceny z frekvenčních přenosových funkcí vlastní frekvence konstrukce.

Vyhodnoceny byly 4 vlastní tvary konstrukce – 1 vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce, 1 vlastní tvar vodorovného kmitání a 1 vlastní tvar svislého kmitání. 4. naměřený vlastní tvar není jasně zařaditelný – jedná se o kombinaci 3. vlastního tvaru vodorovného kmitání a 2. vlastního tvaru svislého kmitání.

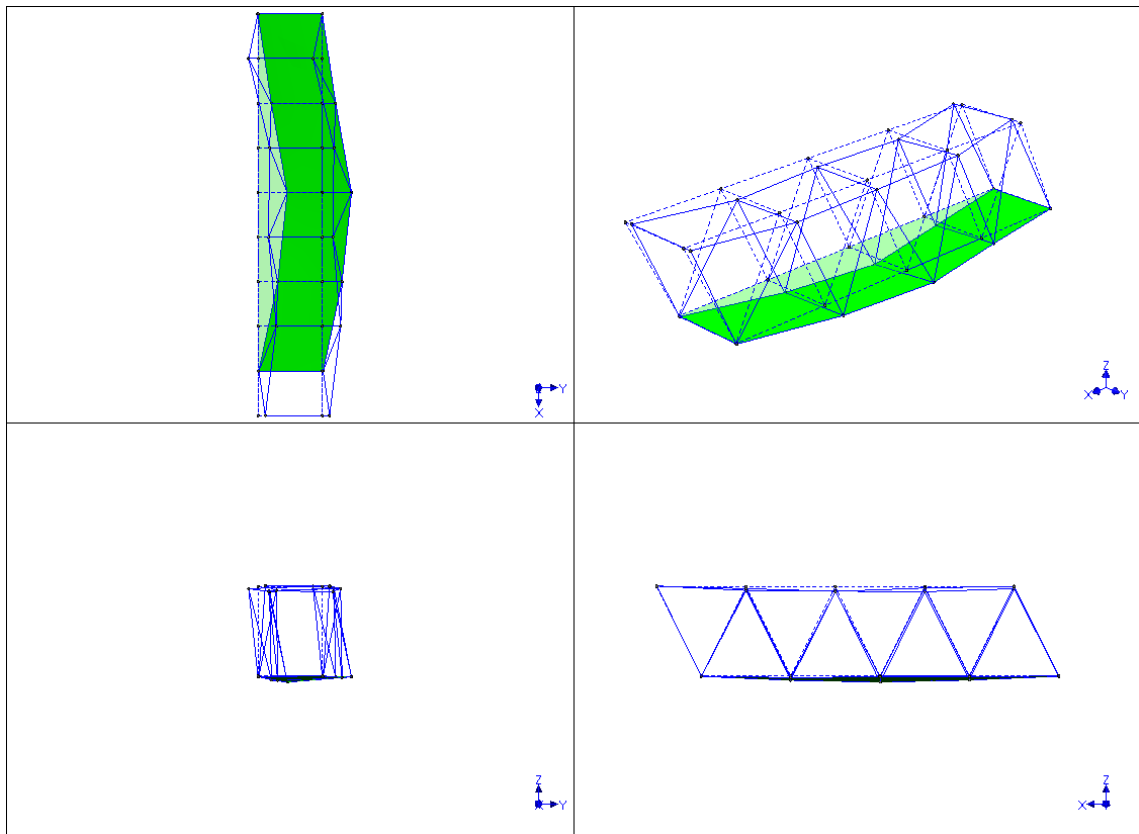
V tabulce 9.1 jsou hodnoty vlastních frekvencí vyhodnocených vlastních tvarů a charakter daného vlastního tvaru. Níže jsou pak na obrázcích 9.6 až 9.9 znázorněny jednotlivé vyhodnocené vlastní tvary. Obrázky jsou převzaty ze softwaru ME'scopeVES.

Pořadí (j)	Vlastní frekvence $f(j)$ [Hz]	Charakter vlastního tvaru
1	2,09	1. vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce
2	3,66	1. vlastní tvar vodorovného kmitání
3	8,56	1. vlastní tvar svislého kmitání
4	17,69	3. vl. tvar vodorovného kmitání + 2. vl. tvar svislého kmitání

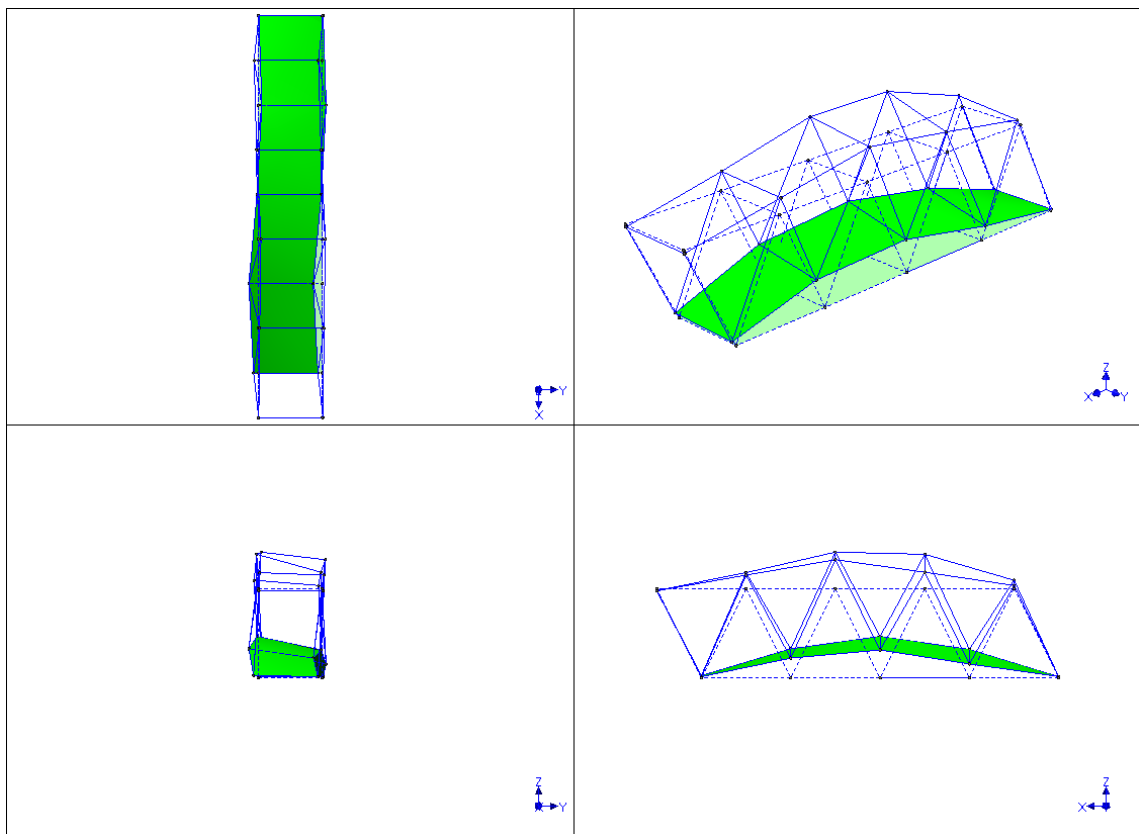
Tabulka 9.1 Vlastní frekvence a tvary – experimentální modální analýza



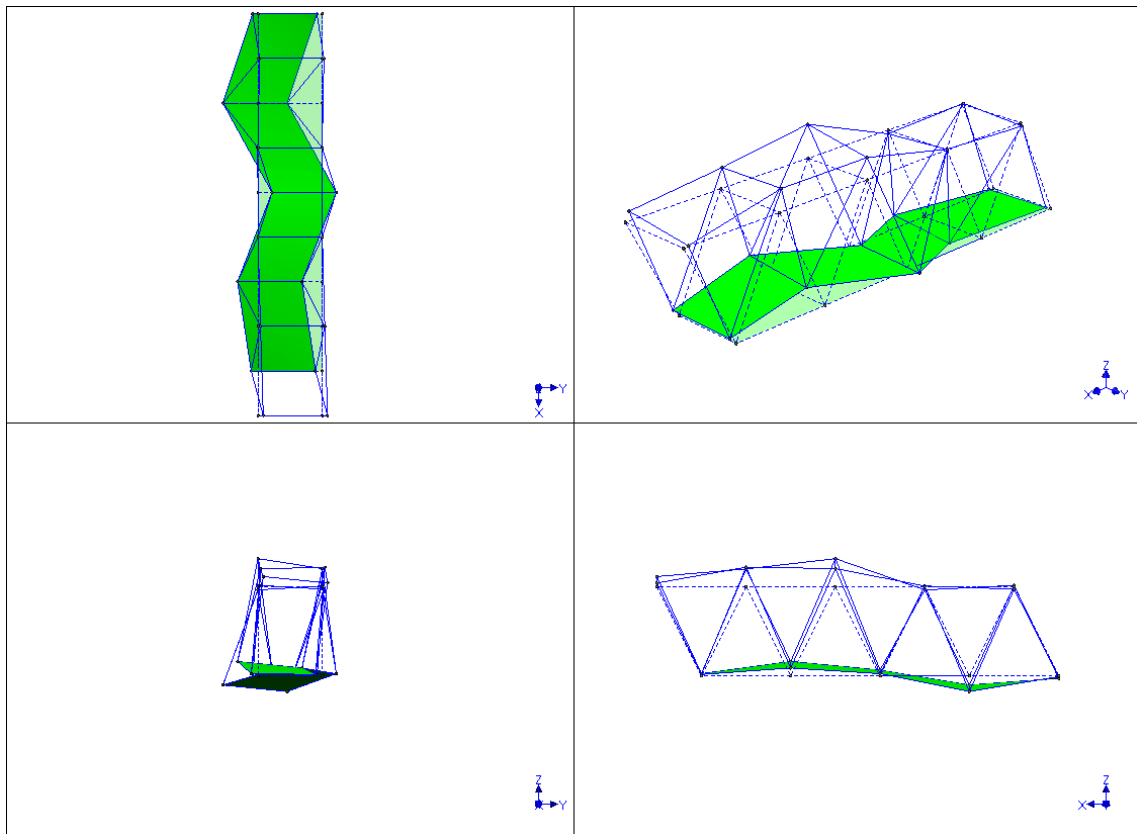
Obrázek 9.6 1. vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce - 2,09 Hz



Obrázek 9.7 1. vlastní tvar vodorovného kmitání - 3,66 Hz



Obrázek 9.8 1. vlastní tvar svislého kmitání - 8,56 Hz



Obrázek 9.9 3. vlastní tvar vodorovného kmitání + 2. vlastní tvar svislého kmitání - 17,69 Hz

Dle požadavků [1] a hodnotě 1. vlastní frekvence 2,09 Hz, by měl tento vodorovný vlastní tvar být posouzen na zatížení chodci. Dvojice chodců by se po konstrukci pohybovala krokem o frekvenci 4,18 Hz. Jedná se tedy již o rychlý běh. Následně by bylo vyhodnoceno okamžité zrychlení a bylo by posouzeno, zda vyhovuje požadavkům pro komfort chodců. Na lávce nebyla provedena dynamická zatěžovací zkouška.

### 9.3 Numerická analýza

Všechny informace o lávce byly čerpány z podkladu [11] poskytnutého doc. Ing. arch. Hanou Seho. Dokument obsahuje studii, souhrnnou technickou zprávu, technickou dokumentaci a manuál sestavení. Jedná se o projekt studentů FA ČVUT, který nebyl nikde publikován.

Pro vytvoření modelu byl zvolen software Dlubal RFEM, kde byl vytvořen prostorový prutový model konstrukce.

### 9.3.1 Použité materiály

Vzhledem k neúplným informacím o použitých materiálech v poskytnutém dokumentu [11], musely být některé materiálové charakteristiky odhadnuty.

Modřínové dřevo bylo předpokládáno o pevnosti C18 s materiálovými charakteristikami – modul pružnosti  $E = 9 \text{ GPa}$ , objemová hmotnost  $\rho = 500 \text{ kg/m}^3$ . Ze dřeva jsou šikmé i podélné trámy, příčné spodní trámy a pochozí fošny.

Ocel byla předpokládána jako S 235 s materiálovými charakteristikami – modul pružnosti  $E = 210 \text{ GPa}$ , objemová hmotnost  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ . Z této oceli jsou horní příčné nosníky a táhla.

### 9.3.2 Použité průřezy

Vzhledem k jednoduchosti jednotlivých průřezů, jsou tyto průřezy pouze vypsány v tabulce 9.2.

Průřez	Prvky
Čtverec 180/180 mm	krajní podélné nosníky
Čtverec 140/140 mm	spodní příčné nosníky
Obdélník 100/140 mm	šikmé trámy, vnitřní podélné nosníky
Uzavřený čtverec 100/100 mm tl. 3 mm	horní příčné nosníky
Kruh $\varnothing = 8 \text{ mm}$	táhla
Obdélník 140/50 mm	fošny

Tabulka 9.2 Použité průřezy

### 9.3.3 Geometrie konstrukce

Veškeré prvky v modelu byly modelovány jako prutové. Táhla byla uvažována jako typ prutu „příhradový prut“, ostatní prvky jako typ prutu „nosník“. Konstrukce byla modelována jako vodorovná bez podélného sklonu.



Obrázek 9.10 Připojení příčného trámu k podélným

Nejprve byly vymodelovány 2 spodní podélné nosníky s osovou vzdáleností 1,83 m. Osa podélných nosníků byla modelována ve výšce 0. Následně byly modelovány

vnitřní podélné nosníky s osovou vzdáleností 0,4 m mezi sebou a 0,315 osově vzdálené od krajních nosníků. Dále byly k podélným trámům kloubově připojeny spodní příčné trámy na tuhých ramenech o délce 80 mm vyjadřujících jejich skutečnou pozici pod trámy podélnými. Příčné trámy mají osovou vzdálenost 2,5 m.

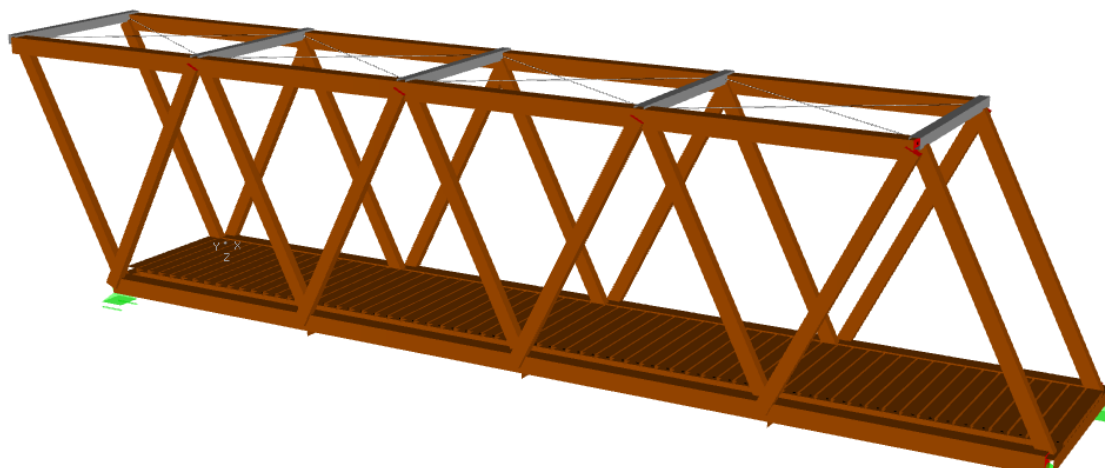
Následně byly umístěny horní podélné trámy o délce 10 m ve výšce 2,5 m. Poté byly k podélným nosníkům horním i spodním kloubově připojeny šikmé trámy. K horním podélným nosníkům byly na tuhých ramenech připojeny horní příčné trámy s osovou vzdáleností 2,5 m. Ty jsou oproti spodním příčným trámům posunuté o 1,25 m v podélném směru konstrukce. Mezi dva sousední horní příčné trámy byla vždy umístěna dvojice táhel.



Obrázek 9.11 Připojení šikmého trámu k podélnému nosníku

Jako poslední byly modelovány pochozí fošny. Byly připojeny na podélné trámy pomocí tuhých ramen, která vyjadřují svislou excentricitu od osy podélných trámů. Fošny byly k tuhým ramenům připojeny kloubově. Délka fošen je 1,4 m.

Reálná konstrukce nebyla nijak uložena. Byla položena na dřevěných deskách a na straně druhé na gabionu. Ve výpočetním modelu byly uvažovány 4 bodové podpory. Podpory jsou připojeny na krajní příčné trámy a jsou od sebe vzdáleny 1,83 m v příčném směru, jsou tedy uvažovány v ose krajních podélných nosníků. Na jedné straně byla konstrukce podepřena pevnou kloubovou podporou a příčně posuvnou podporou. Na straně druhé podélně posuvnou podporou a všesměrně posuvnou podporou.



Obrázek 9.12 Pohled na konstrukci v softwaru RFEM



### 9.3.4 Vlastní tvary a frekvence

Dle hodnot naměřených by mohly být z výpočetního modelu zjišťovány vlastní frekvence do hodnoty 10 Hz. Do hodnoty 10 Hz se neobjevil 1. vlastní tvar svislého kmitání. Byly proto zjišťovány vlastní frekvence do hodnoty 20 Hz. Do této hodnoty bylo zjištěno 7 vlastních tvarů a jim příslušné vlastní frekvence.

V tabulce 9.3 jsou hodnoty vlastních frekvencí vyhodnocených vlastních tvarů a charakter daného vlastního tvaru.

Pořadí (i)	Vlastní frekvence $f(i)$ [Hz]	Charakter vlastního tvaru
1	1,86	1. vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce
2	3,70	1. vlastní tvar vodorovného kmitání
3	7,28	2. vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce
4	9,62	2. vlastní tvar vodorovného kmitání
5	13,98	1. vlastní tvar svislého kmitání
6	17,23	3. vlastní tvar vodorovného kmitání
7	17,42	1.vlastní tvar krouživého kmitání

*Tabulka 9.3 Vlastní frekvence a tvary – výpočetní model*

Vzhledem k hodnotě vlastní frekvence 1. vlastního tvaru svislého kmitání, byl opět vytvořen upravený model.

### 9.3.5 Upravený výpočetní model

Již při provádění experimentu bylo zřejmé, že konstrukce není smontována tak, jak by měla být. Jednalo se především o připojení vnějších šikmých trámů v horní části konstrukce (viz obr. 9.13). Na první pohled bylo vidět, že matka nebyla přitažena dostatečně a podložka se mohla volně pohybovat mezi matkou a ocelovým plechem sloužícím k připojení horních příčných trámů k šikmým a k podélnému nosníku. V průběhu experimentu se matka vlivem kmitání konstrukce povolovala stále více. Dalo by se tedy předpokládat, že po dostatečně dlouhém časovém intervalu by matka naprosto ztratila svou funkci. Na obr. 9.13 je patrná i mezera mezi šikmým trámem a plechem. Tato mezera není způsobena chybnou montáží, ale návrhem nebo výrobou. Tato mezera dovoluje pohyb jednotlivých prvků v daném spoji, což mohlo zapříčinit prvotní povolení matky.

Pro upravení modelu byl použit ideální model konstrukce popsany v kapitole 9.3. V ideálním modelu byly k podélnému nosníky připojeny horní příčné trámy kloubově na tuhých ramenech. Stejným způsobem byly k podélnému trámu připojeny i šikmé trámy. V upraveném modelu byla snaha zachytit výše zmíněné nedostatky.

Vzhledem k povolení matky, byla snaha zachytit možné posuny příčného trámu i šikmých trámů v jednotlivých spojích. Bohužel se nepodařilo naladit model tak, aby odpovídal experimentu, když byly umožňovány posuny šikmých i příčných trámů.

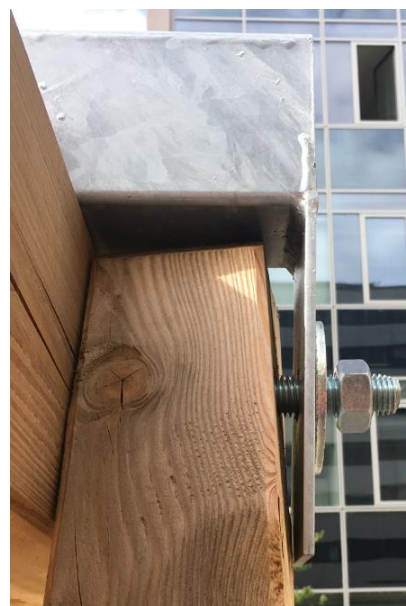
Bylo proto přistoupeno k jednoduššímu řešení. Největší rozdíl vlastních frekvencí naměřených a vypočtených v ideálním výpočetním modelu byl zachycen u 1. vlastního tvaru svislého kmitání. Byly proto zohledněny pouze posuny šikmých trámů.

V tomto modelu byly upraveny okrajové podmínky šikmých trámů. V upraveném výpočetním modelu byly umožněny podélné posuny šikmých trámů s tuhostí. Tím se oslabila jejich funkce a bylo předpokládáno, že hodnota vlastní frekvence 1. vlastního tvaru svislého kmitání se výrazně změní – klesne.

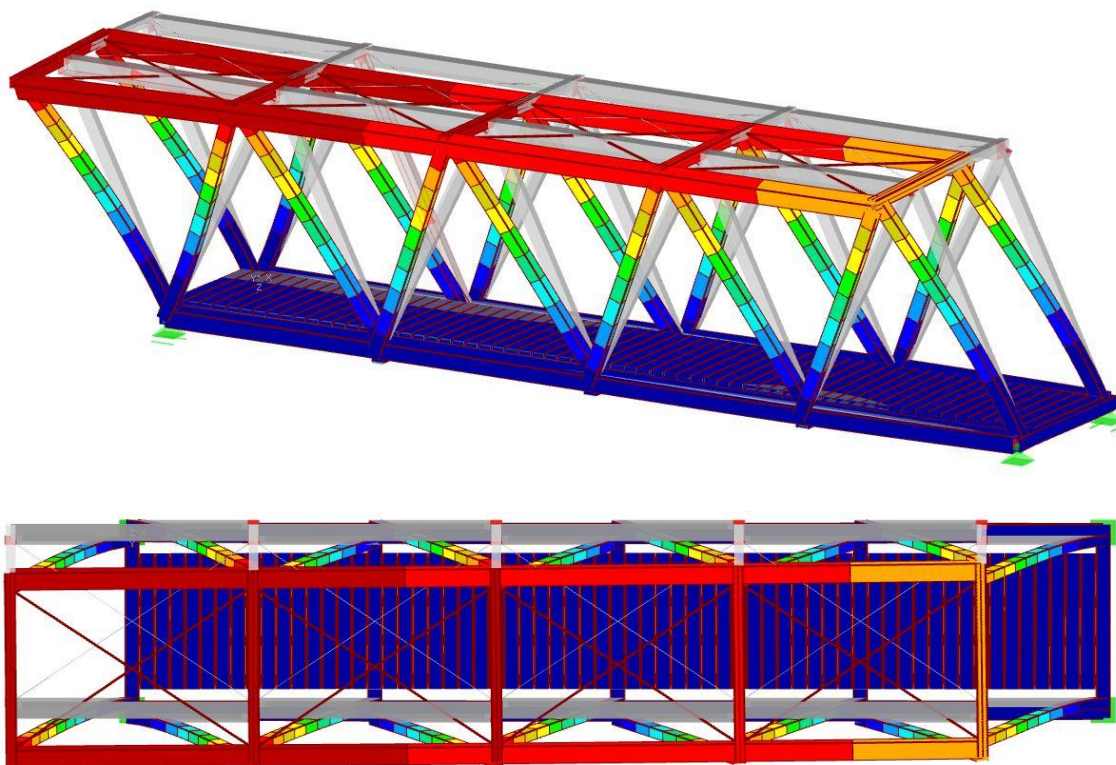
V tabulce 9.4 jsou hodnoty vlastních frekvencí vyhodnocených vlastních tvarů a charakter daného vlastního tvaru z upraveného výpočetního modelu. Níže jsou pak na obrázcích 9.14 až 9.21 znázorněny jednotlivé vlastní tvary (převzato ze softwaru RFEM).

Pořadí (ii)	Vlastní frekvence $f(ii)$ [Hz]	Charakter vlastního tvaru
1	1,86	1. vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce
2	3,70	1. vlastní tvar vodorovného kmitání
3	5,74	2. vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce
4	9,15	1. vlastní tvar svislého kmitání
5	9,62	2. vlastní tvar vodorovného kmitání
6	11,30	1.vlastní tvar krouživého kmitání
7	17,25	3. vlastní tvar vodorovného kmitání
8	17,38	2. vlastní tvar svislého kmitání

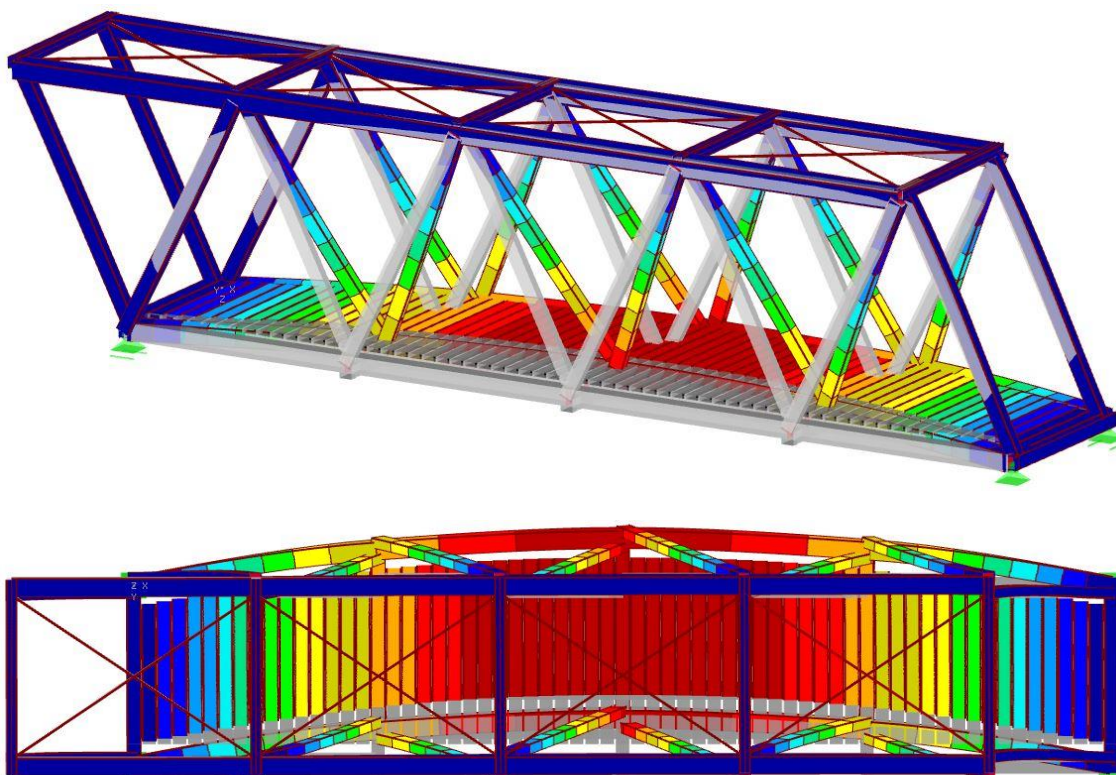
Tabulka 9.4 Vlastní frekvence a tvary – upravený výpočetní model



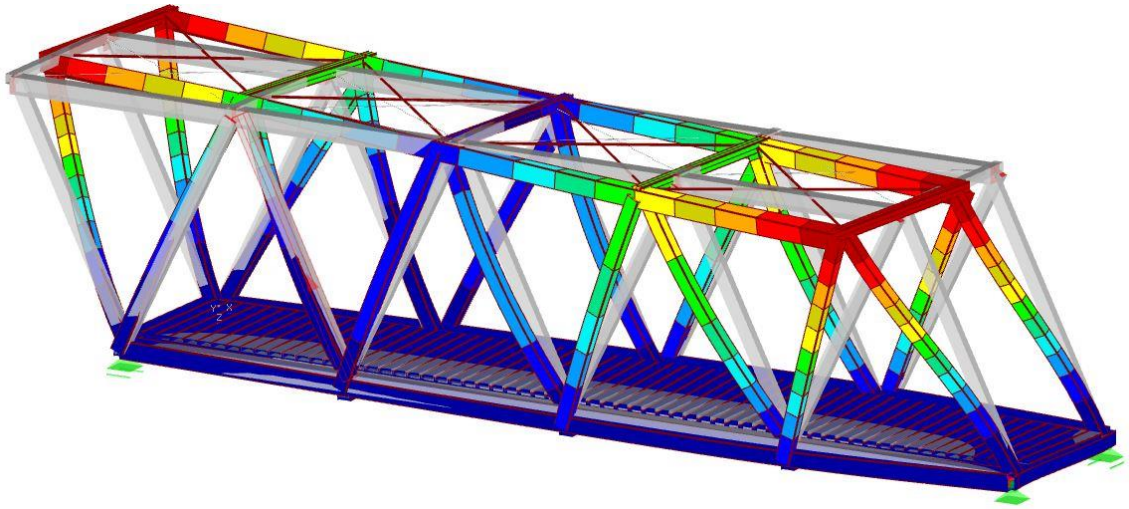
Obrázek 9.13 Připojení šikmého trámu v horní části konstrukce



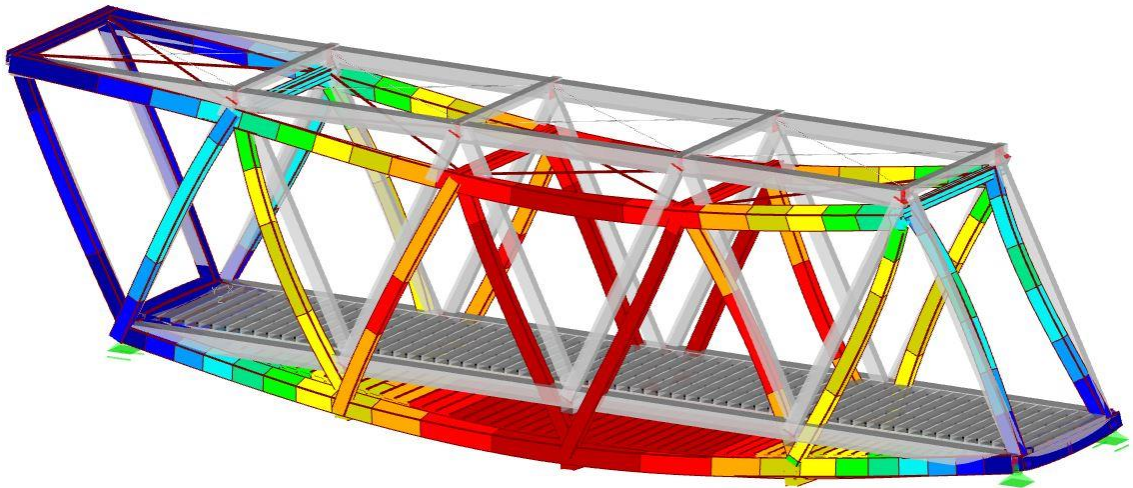
Obrázek 9.14 1. vlastní tvar - 1,85 Hz



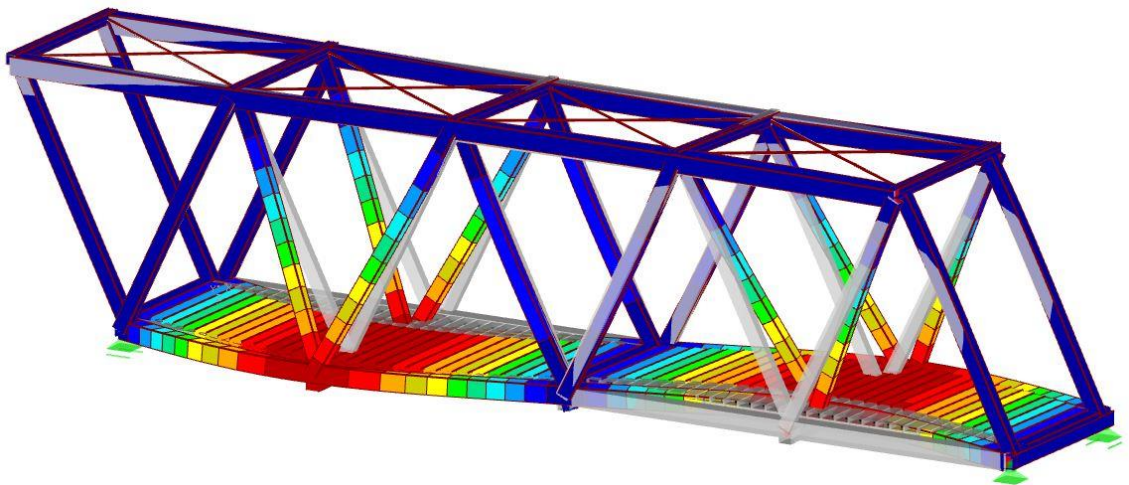
Obrázek 9.15 2.vlastní tvar - 3,70 Hz



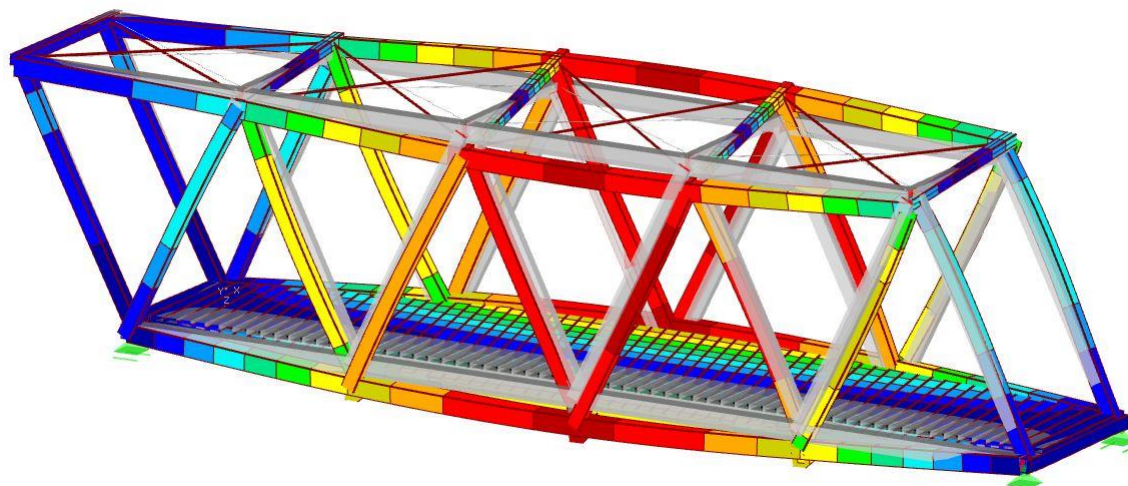
Obrázek 9.16 3. vlastní tvar - 5,74 Hz



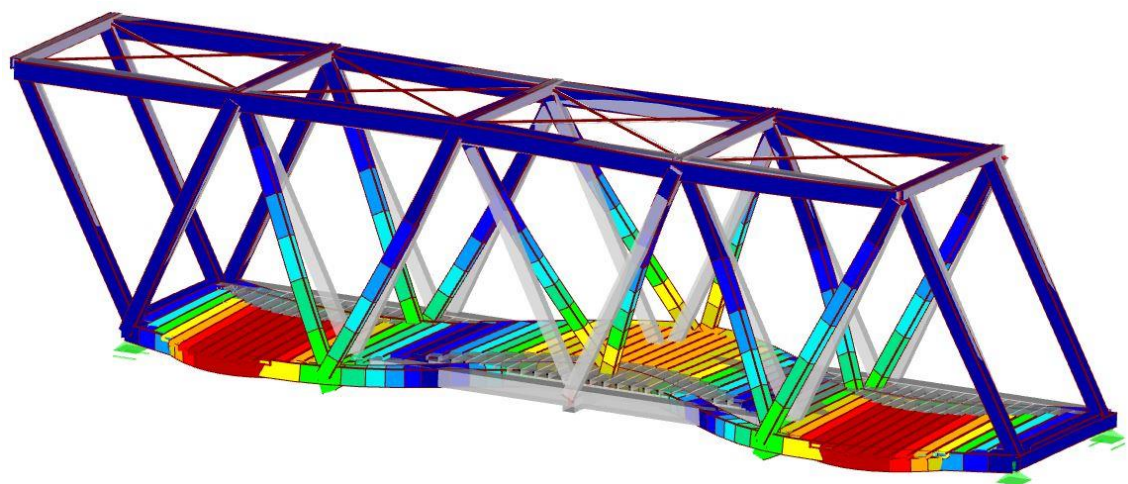
Obrázek 9.17 4. vlastní tvar - 9,15 Hz



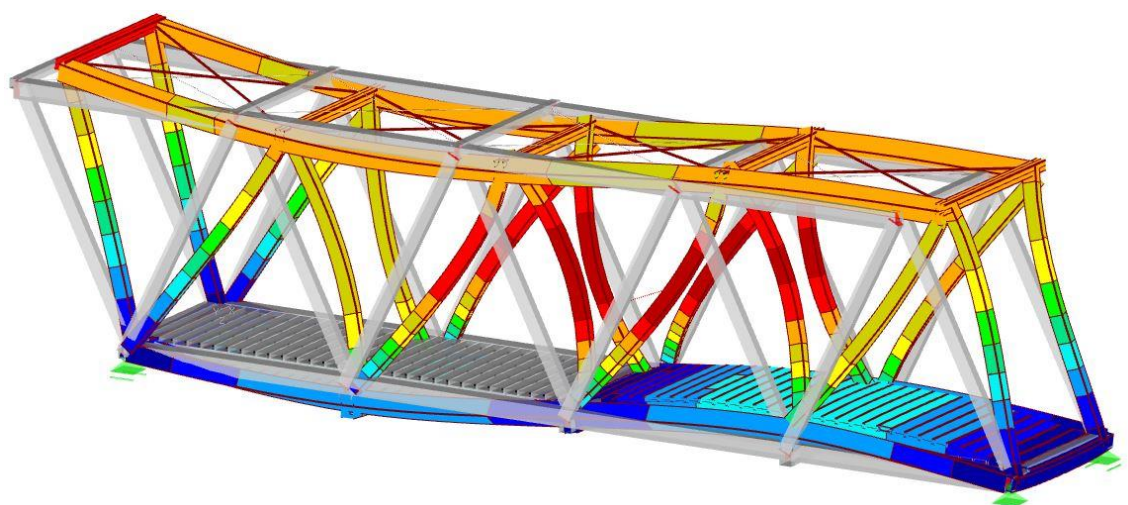
Obrázek 9.18 5. vlastní tvar - 9,62 Hz



Obrázek 9.19 6. vlastní tvar - 11,30 Hz



Obrázek 9.20 7. vlastní tvar - 17,25 Hz



Obrázek 9.21 8. vlastní tvar - 17,38 Hz

Vlastní tvary a jejich příslušné vlastní frekvence z výpočetního modelu ideálního a z výpočetního modelu upraveného jsou porovnány v tabulce 9.5. Pro toto porovnání byla zjištěna hodnota 2. vlastního tvaru svislého kmitání z ideálního modelu.

Pořadí (ii)	Pořadí (i)	Vlastní frekvence f(ii) [Hz]	Vlastní frekvence f(i) [Hz]	Charakter vlastního tvaru
1	1	1,86	1,86	1. vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce
2	2	3,70	3,70	1. vlastní tvar vodorovného kmitání
3	3	5,74	7,28	2. vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce
4	5	9,15	13,98	1. vlastní tvar svislého kmitání
5	4	9,62	9,62	2. vlastní tvar vodorovného kmitání
6	7	11,30	17,42	1.vlastní tvar kroutivého kmitání
7	6	17,25	17,23	3. vlastní tvar vodorovného kmitání
8	9	17,38	23,34	2. vlastní tvar svislého kmitání

Tabulka 9.5 Porovnání vlastních frekvencí výpočetního modelu ideálního (i) a upraveného (ii)

V upraveném výpočetním modelu se do hodnoty 20 Hz vlastních frekvencí objevil i 2. vlastní tvar svislého kmitání. V ideálním modelu měl tento vlastní tvar hodnotu vlastní frekvence 23,34 Hz a v modelu upraveném hodnotu 17,38 Hz. Z tabulky 9.5 je patrné, že se výrazně změnila hodnoty vlastních frekvencí obou vlastních tvarů svislého kmitání.

## 9.4 Porovnání výsledků

V této kapitole budou porovnávány výsledky numerické analýzy získané z upraveného výpočetního modelu s výsledky z experimentální modální analýzy provedené na lávce. Obrázky zobrazující shodu jednotlivých dvojic vlastních tvarů jsou převzaty ze softwaru ME'scopeVES.

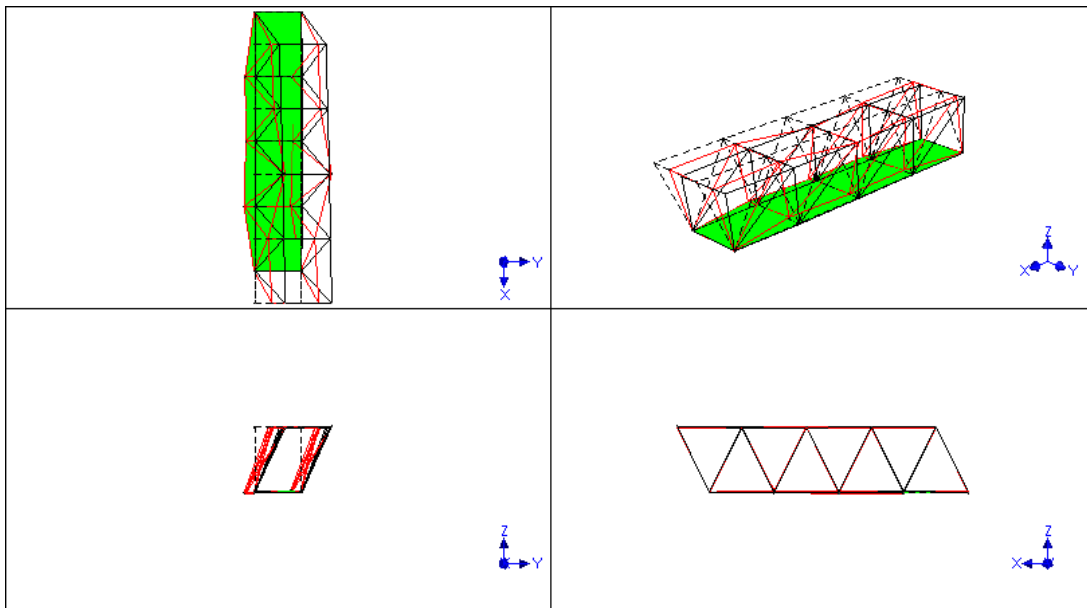
Přiřazení a míra shody jednotlivých dvojic vlastních tvarů byla určena pomocí koeficientu MAC (tab. 9.6). Výpočet byl proveden v softwaru ME'scopeVES.

MAC		Upravený výpočetní model							
		1,86	3,70	5,74	9,15	9,62	11,30	17,25	17,38
Experiment	2,09	0,762	0,117	0,003	0,005	0,003	0,003	0,010	0,000
	3,66	0,186	0,407	0,068	0,092	0,007	0,004	0,099	0,003
	8,56	0,000	0,012	0,007	0,860	0,019	0,041	0,001	0,025
	17,69	0,019	0,106	0,009	0,044	0,035	0,001	0,282	0,064

Tabulka 9.6 Koeficienty MAC

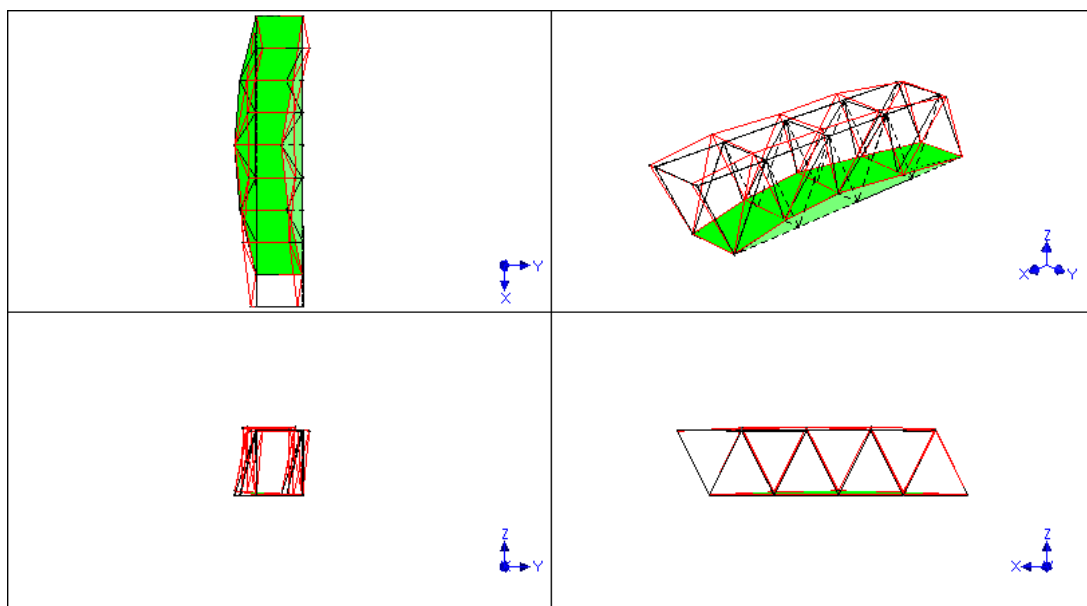
Z tabulky 9.6 vyplývá, že dle požadavků [9] by bylo možné k sobě přiřadit pouze 1 vlastní tvar – 1. vlastní tvar svislého kmitání. Čtyři vlastní tvary z výpočetního modelu se při experimentu nepodařilo zachytit. Žlutě zvýrazněné shody by dle požadavků [9] nebylo možné k sobě přiřadit. Tyto žlutě označené shody vlastních tvarů budou níže okomentovány.

U 1. vlastního tvaru vodorovného kmitání horní části konstrukce byla dosažena shoda 76 %. Dle požadavků normy [9] by se k sobě vlastní tvary nedaly přiřadit, ale hodnota koeficientu MAC je vcelku uspokojivá. V této práci bude předpokládáno, že se k sobě vlastní tvary přiřadit dají. Jedním z důvodů tohoto předpokladu je již zmíněný nedostatek v montáži horní části konstrukce (spoj horních příčných trámů, šikmých trámů a horního podélného trámů). V upraveném výpočetním modelu se částečně podařilo zachytit tento nedostatek. Již v kapitole 9.2 na obr. 9.6 (1. vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce – experiment) bylo patrné, že se horní část konstrukce nechová podle předpokladu. Horní podélné trámy jsou spojitě po celé délce konstrukce a nemělo by tedy docházet k výrazným změnám směru průhybu v místech připojení příčných trámů. Tato skutečnost poukazuje na správnou úvahu špatné montáže přípojů v horní části konstrukce. Dále je z obr. 9.22 patrné, že ve výpočetním modelu kmitá pouze horní část konstrukce, ale na skutečné konstrukci dochází ke kmitání ve vodorovném směru i u mostovky, která byla buzena poskoky figuranta. Oba tyto viditelné rozdíly v chování teoretické a skutečné konstrukce zapříčinily pokles shody na 76 %. Na obr. 9.22 je znázorněna tvarová shoda 1. vlastního tvaru vodorovného kmitání horní části konstrukce. Červeně je znázorněna deformace naměřená při experimentu a černě deformace z upraveného výpočetního modelu, čárkovaně pak konstrukce nedeformovaná.



Obrázek 9.22 1. vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce – porovnání

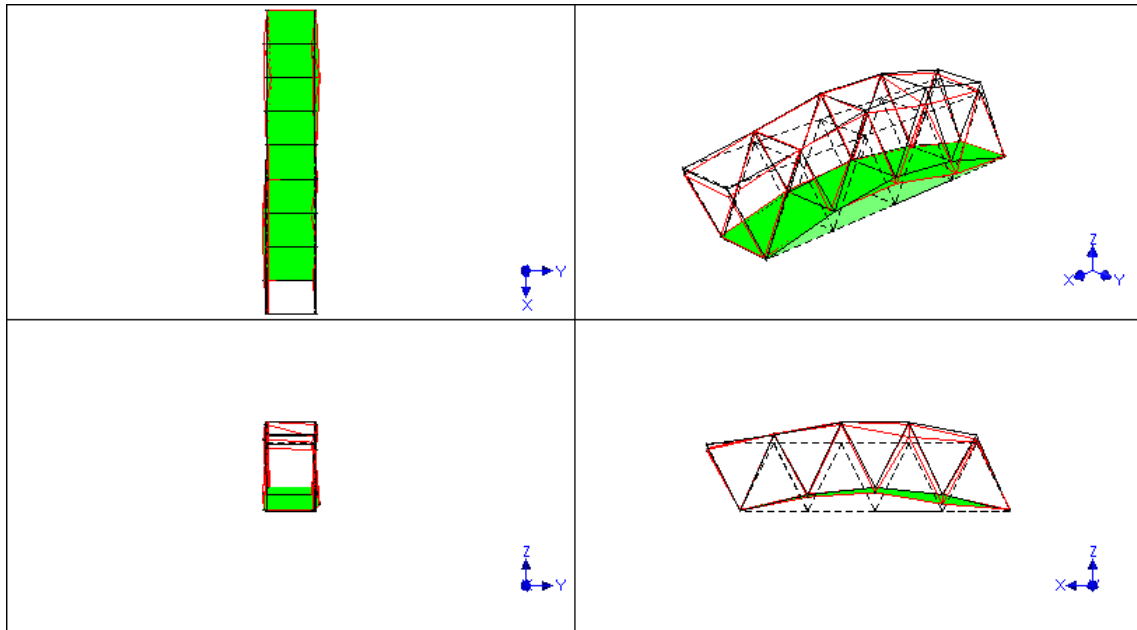
U 1. vlastního tvaru vodorovného kmitání se podařilo dosáhnout shody pouze 41 %. Tato shoda není dostatečná pro vzájemné přiřazení porovnávaných vlastních tvarů. Na obr. 9.23 je znázorněna tvarová shoda 1. vlastního tvaru vodorovného kmitání. Je na něm patrné, že ve výpočetním modelu kmitá pouze spodní část konstrukce, ale na skutečné lávce došlo ke kmitání i u horní části. Tento fakt opět poukazuje na nižší tuhost spojů v horní části konstrukce. Kmitání horní části skutečné konstrukce výrazně snižuje míru shody obou porovnávaných vlastních tvarů. Na obr. 9.23 je také vidět téměř dokonalá shoda deformace mostovky konstrukce.



Obrázek 9.23 1. vlastní tvar vodorovného kmitání – porovnání



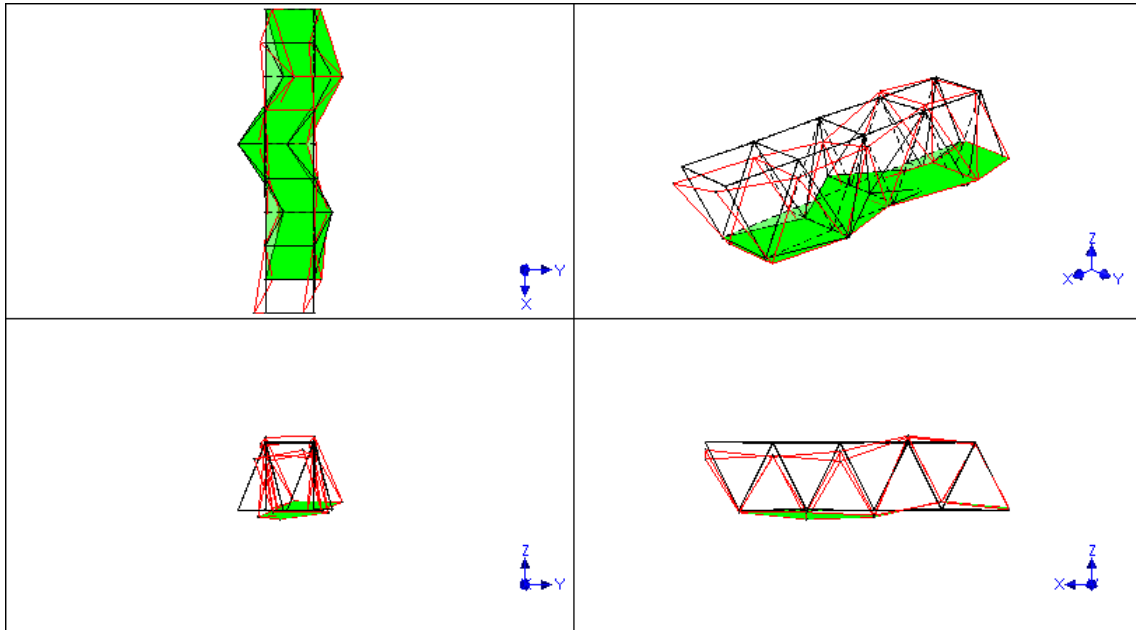
1. vlastní tvar svislého kmitání dosáhl dobré shody – 86 %. Míra shody vyhovuje požadavkům [9] a vlastní tvary se tedy dají k sobě přiřadit. Na obr. 9.24 je shoda tohoto vlastního tvaru. Opět je z obrázku patrné, že rozdíl obou porovnávaných vlastních tvarů je především v kmitání horní části konstrukce.



Obrázek 9.24 1. vlastní tvar svislého kmitání – porovnání

Jak již bylo uvedeno v kapitole 9.2.2, nebylo s jistotou možné určit charakter 4. naměřeného vlastního tvaru. Bylo tedy na základě obrázku 9.9 (3. vlastní tvar vodorovného kmitání + 2. vlastní tvar svislého kmitání – experiment) předpokládáno, že se jedná o kombinaci 3. vlastního tvaru vodorovného kmitání a 2. vlastního tvaru svislého kmitání. Po předběžném porovnání frekvencí z experimentu a z upraveného výpočetního modelu se zdálo, že tento odhad byl správný – hodnota vlastních frekvencí se pohybovala kolem 17,50 Hz. Dle výsledných hodnot koeficientů MAC však tento předpoklad byl chybný. Naměřený vlastní tvar má shodu s vypočteným 3. vlastním tvarem vodorovného kmitání 28 % a s vypočteným 2. vlastním tvarem svislého kmitání pouze 6 %. Obě dvě tyto hodnoty jsou nedostačující a je patrný výrazný rozdíl ve vlastních tvarech vypočítaných oproti vlastnímu tvaru naměřenému. Vzhledem k velmi nízké shodě 4. vlastního tvaru naměřeného s 2. vlastním tvarem svislého kmitání z upraveného výpočetního modelu, nebude prezentován obrázek. Na obr. 9.25 je znázorněna shoda 4. naměřeného vlastního tvaru s 3. vlastním tvarem vodorovného

kmitání z upraveného výpočetního modelu. Shoda těchto dvou tvarů dosahuje hodnoty 28 %, nevyhovuje tedy požadavkům [9] a nelze tyto dva vlastní tvary k sobě přiřadit.



Obrázek 9.25 4. naměřený vlastní tvar + vypočtený 3. vlastní tvar vodorovného kmitání – porovnání

Z obrázku porovnání vypočteného 3. vlastního tvaru vodorovného kmitání a 4. naměřeného vlastního tvaru je vidět, že největší rozdíl v kmitání výpočetního modelu a skutečné konstrukce je právě v pohybech reálné lávky svislým směrem. Konstrukce byla při provádění experimentální modální analýzy buzena převážně ve svislém směru. I přes velmi nízkou shodu podobnosti dle koeficientu MAC, je zřejmá jistá podobnost naměřeného vlastního tvaru s 2. vlastním tvarem svislého kmitání. Z hodnot vypočtených vlastních frekvencí 3. vlastního tvaru vodorovného kmitání a 2. vlastního tvaru svislého kmitání, které jsou si hodnotami velmi blízké, by se dalo uvažovat, že se opravdu při experimentu nepodařilo tyto dva vlastní tvary oddělit. Skutečná konstrukce může být u vyšších vlastních tvarů ovlivněna nedokonalou montáží natolik, že se podobnost s vlastními tvary vypočtenými nepodařilo prokázat.

## 10 Závěr

Hlavními cíli práce bylo provést a vyhodnotit experiment zaměřený na stanovení charakteristik vlastního kmitání na stávající lávce, vytvořit prostorový výpočetní model a stanovit charakteristiky vlastního kmitání konstrukce. Dále výsledky z experimentální modální analýzy a z výpočetního modelu porovnat.

Již při provádění experimentu na lávkách byly viditelné nedostatky v montáži. U lávky, která bude v budoucnu stát u Hrnčířských Bud, byl hlavní nedostatek u montáže ztužidel. Tato ztužidla ovlivnila především výsledky u vlastních tvarů vodorovného kmitání. Dále bylo patrné, že výsledky prováděného experimentu výrazně ovlivnilo uložení lávky, které nezabraňovalo lávce pohyb především směrem nahoru. Experimentální modální analýza byla vyhodnocena – byly určeny 4 vlastní tvary kmitání (2 vlastní tvary svislého kmitání, 1 vlastní tvar vodorovného kmitání a 1 vlastní tvar kroutivého kmitání) a jim příslušné vlastní frekvence. Žádná z vlastních frekvencí nebyla blízká frekvenci kroku, nebyla tedy provedena dynamická zatěžovací zkouška.

Následně byl vytvořen prostorový prutový výpočetní model dle poskytnuté dokumentace [10], některé vlastnosti použitých materiálů bylo však nutné odhadnout. Z hodnot vlastních frekvencí z ideálního výpočetního modelu bylo patrné, že předpoklad špatné montáže ztužidel byl správný, byl tedy vytvořen upravený výpočetní model. Do upraveného výpočetního modelu byla zohledněna špatná montáž ztužidel, další nedostatky se nepodařilo do výpočetního modelu zohlednit.

Bylo provedeno porovnání vlastních tvarů naměřených a vypočtených v upraveném prostorovém modelu pomocí koeficientu korelace MAC. Oba vlastní tvary svislého kmitání dosáhly velmi dobré shody – 97 % pro 1. vlastní tvar svislého kmitání a 92 % pro 2. vlastní tvar svislého kmitání. Pro ostatní vlastní tvary nebyla shoda dostatečná, aby dle požadavků [9] bylo možné k sobě vlastní tvary přiřadit. U 1. vlastního tvaru kroutivého kmitání byla dosažena shoda 58 %. Tento vlastní tvar byl při měření na lávce výrazně ovlivněn nedokonalým uložením konstrukce, které neodpovídalo projektové dokumentaci. Naměřený vlastní tvar kmitání lávky ve vodorovném směru byl také výrazně ovlivněn uložením lávky. U tohoto naměřeného tvaru se nepodařilo určit

jasnou shodu s žádným vlastním tvarem vypočteným. Míry shody byly pro tento naměřený vlastní tvar 46 % při porovnání s vypočteným 1. vlastním tvarem vodorovného kmitání a 43 % s vypočteným 1. vlastním tvarem podélného kmitání horní části konstrukce. Oba tyto vypočtené vlastní tvary mají hodnoty vlastních frekvencí velmi blízké. Je tedy pravděpodobné, že se při vyhodnocení experimentu nepodařilo tyto dva vlastní tvary oddělit.

Nad rámec zadání diplomové práce byla obdobným způsobem provedena experimentální a numerická analýza lávky přes Medvědí potok.

Při provádění experimentu byly viditelné výrazné nedostatky v montáži spojů v horní části konstrukce. Experimentální modální analýzou byly určeny 4 vlastní tvary kmitání (1 vlastní tvar svislého kmitání, 1 vlastní tvar vodorovného kmitání, 1 vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce a 1 jeden vlastní tvar nebylo možné přesně určit) a jim příslušné vlastní frekvence. Po vyhodnocení vlastních tvarů bylo předpokládáno, že 4. naměřený vlastní tvar je kombinací 2. vlastního tvaru svislého kmitání a 3. vlastního tvaru vodorovného kmitání.

Dále byl vytvořen prostorový prutový model. Vzhledem ke špatné montáži v horní části konstrukce, byl vytvořen upravený výpočetní model. Byla snaha vytvořit výpočetní model, kde byl ve spoji umožněn posun jak příčných, tak šikmých trámů. Tento model se bohužel nepodařilo naladit tak, aby odpovídal výsledkům z experimentu. Byl proto vytvořen upravený výpočetní model, který zohledňoval pouze posuny šikmých trámů.

Bylo provedeno porovnání vlastních tvarů naměřených a vypočtených v upraveném prostorovém modelu pomocí koeficientu korelace MAC. U 1. vlastního tvaru svislého kmitání bylo dosaženo velmi dobré shody – 86 %. Pro ostatní vlastní tvary nebyla shoda dostatečná, aby dle požadavků [9] bylo možné k sobě vlastní tvary přiřadit. U 1. vlastního tvaru vodorovného kmitání horní části konstrukce se vzhledem k chybě v montáži podařilo dosáhnout vcelku uspokojivé shody – 76 %. Zásadní rozdíl byl v chování horní části konstrukce, kde je viditelné ovlivnění deformací povolením spojů na skutečné konstrukci. U 1. vlastního tvaru vodorovného kmitání bylo dosaženo shody pouze 41 %. U tohoto vlastního tvaru dochází na reálné konstrukci ke kmitání jak v horní,

tak v dolní části, ve výpočetním modelu kmitala pouze spodní část konstrukce. Tento rozdíl může být opět způsoben již zmiňovanými spoji. U posledního naměřeného vlastního tvaru nebylo možné prokázat shodu s žádným vypočteným vlastním tvarem. Skutečná konstrukce může být u vyšších vlastních tvarů ovlivněna nedokonalou montáží natolik, že se podobnost s vlastními tvary vypočtenými nepodařilo prokázat.

V obou případech se projeví nedostatky v montáži, které výrazně ovlivnily dynamické chování konstrukcí. U lávky přes říčku Čistá je také velmi výrazné ovlivnění chování lávky uložením skutečné konstrukce, především u 1. vlastního tvaru kroutivého kmitání. Výsledky ukazují, že správná a přesná montáž je i u takto malých lávek velmi zásadní. Chování skutečné konstrukce, především hodnoty vlastních frekvencí, se výrazně liší od výpočetního modelu sestaveného podle projektové dokumentace. V těchto případech byly hodnoty vlastních frekvencí mimo frekvenci kroku, není ale vyloučeno, že s dalším uvolněním ve stycích by se některá nedostala do nežádoucího intervalu. Pokud by některá z vlastních frekvencí konstrukce odpovídala frekvenci běžného kroku, mohla by tato skutečnost mít fatální následky.

U obou lávek bych doporučila pravidelné kontroly všech přípojů, především u 2. lávky, která bude v budoucnu stát u Medvědí boudy. Právě na druhé konstrukci bylo zřejmé, že při drobném povolání matek v horních spojích, jsou pohyby konstrukce tyto spoje povolovány stále více.

Ráda bych také poukázala na to, že je velice důležité u montovaných konstrukcí dbát na precizní montáž, aby konstrukce odpovídala předpokladům uvedeným v projektové dokumentaci. I přesto není možné, nejen u montovaných konstrukcí, se ve všech případech omezit pouze na provedení numerické analýzy a experiment zde hraje významnou roli. Bylo by proto velmi zajímavé zopakovat experimenty po definitivním smontování lávek v uvažovaných lokalitách a provést porovnání všech výsledků.

## 11 Seznam použité literatury

- [1] ČSN EN 1990 ed. 2, Eurokód. *Zásady navrhování konstrukcí*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011
- [2] MÁČA, Jiří. přednášky *Dynamika stavebních konstrukcí 1*. Praha: ČVUT, 2017 [online]. Dostupné z: <https://mech.fsv.cvut.cz/student/>
- [3] MÁČA, Jiří. přednášky *Dynamika stavebních konstrukcí 2*. Praha: ČVUT, 2018 [online]. Dostupné z: <https://mech.fsv.cvut.cz/student/>
- [4] PIRNER, Miroš a FISCHER, Ondřej. *Dynamika ve stavební praxi*. Praha: ČKAIT, 2010. 312 s. ISBN: 978-80-87438-18-3.
- [5] MAIA, Nuno Manuel Mendes a kolektiv. *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Baldock: Research Studies Press LTD, 1997. 488 s. ISBN: 0 86380 208 7.
- [6] TP 215. *Využití modální analýzy pro návrh, posouzení, opravy, kontrolu a monitorování mostů pozemních komunikací*. Praha: Ministerstvo dopravy, Odbor silniční infrastruktury, 2009 [online]. Dostupné z: [www.pjpk.cz/viewFile.asp?file=1673](http://www.pjpk.cz/viewFile.asp?file=1673)
- [7] ČSN 73 2044. *Dynamické zkoušky stavebních konstrukcí*. Praha: Úřad pro normalizaci a měření, 1983
- [8] ČSN 73 2009. *Zatěžovací zkoušky mostů*. Praha: Český normalizační institut, 1996
- [9] ČSN 73 2009 Změna Z1. *Zatěžovací zkoušky mostů*. Praha: Český normalizační institut, 2005
- [10] ŠTRBA, Matouš, BREDOVÁ, Anna, JŮZOVÁ, Monika, SIGL, Vojtěch a TYLŠ, Štěpán. *Lávka přes říčku Čistá u Hrnčířských Bud v KRNAP*. Nevydáno – poskytnuto vyučující daného předmětu na FA ČVUT (doc. Ing. arch Hanou Seho)
- [11] NOVÁK, Ondřej, ŠEFLOVÁ, Adéla, TRÍSKOVÁ, Nina, ZMEŠKALOVÁ, Irena, KOSÍKOVÁ, Tereza a BILAN, Jakub. *Lávka přes Medvědí potok u Medvědí boudy*

v *KRNAP*. Nevydáno – poskytnuto vyučující daného předmětu na FA ČVUT (doc. Ing. arch Hanou Seho)

- [12] BERKOVÁ, Karolína. *Dynamická analýza lávky pro pěší v Dobřichovicích*. Praha: ČVUT, Fakulta stavební, 2017.
- [13] Dlubal Software s. r. o. *Manuál pro software RFEM 5*. Praha: 2012 [online]. Dostupné z:  
<https://www.dlubal.com/-/media/40621BBE737344C1AD800822BCB17F29.ashx>

## 12 Seznam obrázků

Obrázek 5.1 Pohled na lávku.....	22
Obrázek 5.2 Pohled na spodní hlavice .....	23
Obrázek 5.3 Pohled na vrcholové hlavice .....	23
Obrázek 5.4 Spodní pohled na lávku.....	24
Obrázek 5.5 Pohled na uložení konstrukce v době provádění experimentu .....	24
Obrázek 6.1 Upevnění snímačů na ocelové závaží .....	25
Obrázek 6.2 Schématické znázornění polohy snímačů .....	26
Obrázek 6.3 1. vlastní tvar kroutivého kmitání – 4,94 Hz .....	27
Obrázek 6.4 1. vlastní tvar svislého kmitání – 8,66 Hz.....	28
Obrázek 6.5 1. vlastní tvar vodorovného kmitání – 10,03 Hz .....	28
Obrázek 6.6 2. vlastní tvar svislého kmitání – 15,19 Hz.....	29
Obrázek 7.1 Schéma rozložení průřezů krajního příčného nosníku.....	31
Obrázek 7.2 Schémata průřezů krajních trámů .....	31
Obrázek 7.3 Připojení podélného nosníku na příčný dřevěný nosník.....	32
Obrázek 7.4 Připojení ocelového táhla .....	32
Obrázek 7.5 Pohled na konstrukci v softwaru RFEM .....	33
Obrázek 7.6 1. vlastní tvar - 5,78 Hz .....	35
Obrázek 7.7 2. vlastní tvar - 8,64 Hz .....	35
Obrázek 7.8 3. vlastní tvar - 10,74 Hz .....	35
Obrázek 7.9 4. vlastní tvar - 11,19 Hz .....	36
Obrázek 7.10 5. vlastní tvar - 15,43 Hz .....	36
Obrázek 7.11 6. vlastní tvar - 15,67 Hz .....	36
Obrázek 7.12 7. vlastní tvar - 15,95 Hz .....	37
Obrázek 7.13 Připojení ztužidla .....	38
Obrázek 7.14 1. vlastní tvar - 5,78 Hz .....	39
Obrázek 7.15 2. vlastní tvar - 8,64 Hz .....	39
Obrázek 7.16 3. vlastní tvar - 10,09 Hz .....	40
Obrázek 7.17 4. vlastní tvar - 10,71 Hz .....	40
Obrázek 7.18 5. vlastní tvar - 11,17 Hz .....	41
Obrázek 7.19 6. vlastní tvar - 15,49 Hz .....	41
Obrázek 7.20 7. vlastní tvar - 15,94 Hz .....	41
Obrázek 8.1 1. vlastní tvar kroutivého kmitání – porovnání.....	44



---

Obrázek 8.2 1. vlastní tvar svislého kmitání – porovnání .....	44
Obrázek 8.3 1. vodorovný vlastní tvar – porovnání a .....	45
Obrázek 8.4 1. vlastní tvar vodorovného kmitání – porovnání b.....	46
Obrázek 8.5 2. vlastní tvar svislého kmitání – porovnání .....	46
Obrázek 9.1 Pohled na lávku.....	48
Obrázek 9.2 Přední pohled na lávku .....	49
Obrázek 9.3 Připevnění snímačů na ocelové závaží.....	50
Obrázek 9.4 Připevnění snímačů na konstrukci .....	50
Obrázek 9.5 Schématické znázornění polohy snímačů .....	51
Obrázek 9.6 1. vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce - 2,09 Hz .....	52
Obrázek 9.7 1. vlastní tvar vodorovného kmitání - 3,66 Hz .....	53
Obrázek 9.8 1. vlastní tvar svislého kmitání - 8,56 Hz.....	53
Obrázek 9.9 3. vlastní tvar vodorovného kmitání + 2. vlastní tvar svislého kmitání - 17,69 Hz .	54
Obrázek 9.10 Připojení příčného trámu k podélným .....	55
Obrázek 9.11 Připojení šikmého trámu k podélnému nosníku.....	56
Obrázek 9.12 Pohled na konstrukci v softwaru RFEM .....	56
Obrázek 9.13 Připojení šikmého trámu v horní části konstrukce .....	58
Obrázek 9.14 1. vlastní tvar - 1,85 Hz .....	59
Obrázek 9.15 2.vlastní tvar - 3,70 Hz .....	59
Obrázek 9.16 3. vlastní tvar - 5,74 Hz .....	60
Obrázek 9.17 4. vlastní tvar - 9,15 Hz .....	60
Obrázek 9.18 5. vlastní tvar - 9,62 Hz .....	60
Obrázek 9.19 6. vlastní tvar - 11,30 Hz .....	61
Obrázek 9.20 7. vlastní tvar - 17,25 Hz .....	61
Obrázek 9.21 8. vlastní tvar - 17,38 Hz .....	61
Obrázek 9.22 1. vlastní tvar vodorovného kmitání horní části konstrukce – porovnání .....	64
Obrázek 9.23 1. vlastní tvar vodorovného kmitání – porovnání.....	64
Obrázek 9.24 1. vlastní tvar svislého kmitání – porovnání .....	65
Obrázek 9.25 4. naměřený vlastní tvar + vypočtený 3. vlastní tvar vodorovného kmitání – porovnání .....	66

## 13 Seznam tabulek

Tabulka 4.1 Kritéria mezní odchylky – převzato z [8] .....	20
Tabulka 6.1 Vlastní frekvence a tvary – experimentální modální analýza.....	27
Tabulka 7.1 Vlastní frekvence a tvary – výpočetní model .....	34
Tabulka 7.2 Předběžné porovnání vlastních frekvencí výpočetního modelu s experimentem ..	37
Tabulka 7.3 Vlastní frekvence a tvary – upravený výpočetní model .....	39
Tabulka 7.4 Porovnání vlastních frekvencí výpočetního modelu ideálního (i) a upraveného (ii)	42
Tabulka 8.1 Koeficienty MAC .....	43
Tabulka 9.1 Vlastní frekvence a tvary – experimentální modální analýza.....	52
Tabulka 9.2 Použité průřezy.....	55
Tabulka 9.3 Vlastní frekvence a tvary – výpočetní model .....	57
Tabulka 9.4 Vlastní frekvence a tvary – upravený výpočetní model .....	58
Tabulka 9.5 Porovnání vlastních frekvencí výpočetního modelu ideálního (i) a upraveného (ii)	62
Tabulka 9.6 Koeficienty MAC .....	62

## 14 Použitý software

Microsoft:	MS Office 365 – Word MS Office 365 – Excel
Autodesk:	AutoCAD 2016
Brüel&Kjaer:	PULSE
Vibrant Technology:	ME'scopeVES
Dlubal Software:	RFEM 5 Shape Thin 8