

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ

Ústav technické matematiky
Obor: Matematické modelování v technice



Modelování dvoufázového proudění v
palivovém kanálu jaderného reaktoru

Modelling of two-phase flow in fuel
channel of nuclear power reactor

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Vypracoval: Michal Roubalík
Vedoucí práce: Ing. Jan Halama, Ph.D.
Rok: 2018

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Roubalík** Jméno: **Michal** Osobní číslo: **408995**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav technické matematiky**
Studijní program: **Strojní inženýrství**
Studijní obor: **Matematické modelování v technice**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Modelování dvoufázového proudění v palivovém kanálu jaderného reaktoru

Název diplomové práce anglicky:

Modelling of two-phase flow in fuel channel of nuclear power reactor

Pokyny pro vypracování:

1. Sestavení vhodného modelu pro popis nestacionárního dvoufázového proudění vody a páry v palivovém kanálu se zahrnutím vlivu objemových a třecích sil, přenosu tepla konvekcí, varu vody a reálných vlastností vody a páry.
2. Formulace řešené úlohy. Volba oblastí a okrajových podmínek dle reálné technické aplikace.
3. Návrh vhodné numerické metody.
4. Simulace vybraných stacionárních a přechodových případů varu vody v palivovém kanálu. Rozbor a vhodná prezentace výsledků.

Seznam doporučené literatury:

1. M. Ishii: Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow. Paris Eyrolles, 1975.
2. Yohan Penel: An explicit stable numerical scheme for the 1D transport equation. DCDS-S, 2012, 5(3), pp.641-656.
3. Stéphane Dellacherie, Gloria Faccononi, Bérénice Grec, Yohan Penel: Study of a low Mach nuclear core model for two-phase flows with phase transition II: tabulated equation of state. MAP5 2016-03. 2015.
4. W. Wagner, A. Pruss: The IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use, J. Phys. Chem. Ref. Data, Vol. 31, No. 2, 2002.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

doc. Ing. Jan Halama, Ph.D., ústav technické matematiky FS


Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **16.04.2018**

Termín odevzdání diplomové práce: **19.08.2018**

Platnost zadání diplomové práce: _____


doc. Ing. Jan Halama, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce


prof. Ing. Jaroslav Foř, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

3. 5. 2018
Datum převzetí zadání

Roubalík
Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně, že jsem řádně citoval všechny použité prameny a literaturu, a že práce nebyla využita v rámci jiného vysokoškolského studia či k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze dne

.....

Michal Roubalík

Poděkování

Děkuji Ing. Janu Halamovi, Ph.D. za vedení mé diplomové práce a za podnětné návrhy, které ji obohatily.

Michal Roubalík

Název práce:

Modelování dvoufázového proudění v palivovém kanálu jaderného reaktoru

Autor: Michal Roubalík

Obor: Matematické modelování v technice

Druh práce: DIPLOMOVÁ PRÁCE

Vedoucí práce: Ing. Jan Halama, Ph.D.
Ústav technické matematiky, FS, ČVUT

Abstrakt: Náplní této diplomové práce je implementace modelu nestacionárního proudění dvoufázového chladiva v palivovém kanále jaderného reaktoru. Nejprve je představena role matematického modelování v jaderné bezpečnosti. Dále je popsána představa palivového kanálu v jaderném reaktoru. Následuje formulace úlohy a volba LMNC modelu dvoufázového proudění chladiva. LMNC model je doplněn konstitučními vztahy dvojího druhu: Stiffened gas modelem a tabelovanými vlastnosmi chladiva formulovanými IAPWS-IF97. Úloha je numericky řešena metodou charakteristik, numerické řešení je následně verifikováno na analytickém řešení získaném díky použití Stiffened gas modelu termodynamických vlastností chladiva. Nakonec je model validován na výpočtu přechodového procesu pomocí programu RELAP5/MOD3.

Klíčová slova: nestacionární dvoufázové proudění, palivový kanál, LMNC, Homogenní směs

Title:

Modelling of two-phase flow in fuel channel of nuclear power reactor

Author: Michal Roubalík

Abstract: The goal of this master's thesis is implementing model of transient two-phase flow of coolant in fuel channel in nuclear reactor. At first role of mathematical modelling in nuclear safety is introduced. Then the idea of fuel channel in nuclear reactor is further described. Then the specific task is formulated and choice of LMNC model is explained. The LMNC model is supplied by constitution relationships of two types: Stiffened gas model and tabulated properties of coolant based on IAPWS-IF97. The problem is numerically solved by method of characteristics, numerical solution is then verified by analytic solution based on Stiffened gas model of thermodynamic properties of coolant. At the end model is validated by computation of transient process by RELAP5/MOD3 software.

Key words: transient two-phase flow, fuel channel, LMNC, Homogeneous mixture

Obsah

Úvod	23
1 Role matematického modelování v jaderné bezpečnosti	25
1.1 Jaderná bezpečnost	26
1.2 Hodnocení bezpečnosti jaderné elektrárny	26
1.3 Nástroje pro bezpečnostní analýzu	27
2 Řešená úloha	31
2.1 Motivace	31
2.2 Palivový kanál v AZ jaderného reaktoru	32
2.2.1 Termodynamické vlastnosti chladiva	33
2.2.2 Rychlosti chladiva	34
2.2.3 Tepelný výkon	35
3 Modely proudění	37
3.1 Zákony zachování	37
3.2 LMNC model	39
3.3 Okrajové podmínky	40
3.4 Počáteční podmínky	41
4 Konstituční vztahy	43
4.1 Termodynamika dvoufázového proudění	43
4.1.1 Homogenní model	43

4.1.2	Stiffened Gas stavová rovnice	44
4.1.3	Tabelované vlastnosti vody a vodní páry	47
4.1.4	Srovnání modelů termodynamických vlastností chladiva	50
4.2	Hydrodynamika a přestup tepla	51
4.2.1	Režimy dvoufázového proudění	52
5	Numerické řešení	59
5.1	Výpočetní oblast	59
5.2	Myšlenka numerického řešení	60
5.3	Výpočet entalpie	60
5.4	Výpočet rychlosti	62
5.5	Výpočet tlaku	63
5.6	Vlastnosti numerického řešení	64
6	Verifikace a validace modelu	67
6.1	Analytické řešení	67
6.2	Verifikace numerického řešení	68
6.3	Validace numerického řešení	71
6.4	Diskuze	79
	Závěr	81
	Literatura	82
	Přílohy	85
A	Průběhy veličin při jednofázovém scénáři	85
A.1	Teploty chladiva a teploty na stěně	86
A.2	Entalpie chladiva	87
A.3	Rychlost chladiva	88
A.4	Hustota chladiva	89

A.5	Tlak v palivovém kanále	90
A.6	Plošná hustota tepelného toku	91
B	Průběhy veličin při dvoufázovém scénáři	93
B.1	Teploty chladiva a teploty na stěně	94
B.2	Entalpie chladiva	95
B.3	Rychlost chladiva	96
B.4	Hustota chladiva	97
B.5	Tlak v palivovém kanále	98
B.6	Objemový podíl páry	99

Seznam tabulek

2.1	Parametry chladiva v AZ reaktorů VVER-440 a VVER-1000	34
2.2	Rychlosti chladiva a rychlosti zvuku v chladivu při tlacích 12, 26 <i>MPa</i> a 15, 7 <i>MPa</i>	34
2.3	Parametry týkající se výkonu elektráren VVER-400 a VVER-1000 . . .	35
3.1	Složky celkové entalpie chladiva na vstupu, výstupu a sytá pára . . .	41
4.1	Parametry pro model Stiffened gas stavové rovnice	45
4.2	Řádová výpočetní náročnost termodynamických modelů	50
6.1	Parametry validační úlohy	68
6.2	Výsledky verifikace pro různé časové a prostorové kroky, chyby jsou uváděny v procentech $\epsilon_h/\epsilon_v/\epsilon_p$	69
6.3	Maximální odchylky LMNC od RELAPu vyjádřené v procentech . . .	79

Seznam obrázků

2.1	Trojúhelníková mříž v palivovém souboru v reaktoru VVER-440 . . .	33
4.1	Srovnání průběhů hustoty pro SG model a tabelované vlastnosti při tlaku $p_0 = 15,5MPa$	51
4.2	Srovnání průběhů teploty pro SG model a tabelované vlastnosti při tlaku $p_0 = 15,5MPa$	52
4.3	Srovnání průběhů bezrozměrného koeficientu stlačitelnosti pro SG model a tabelované vlastnosti při tlaku $p_0 = 15,5MPa$	53
4.4	Režimy dvoufázového proudění a průběhy teplot chladiva a na stěně [16]	57
5.1	Výpočetní oblast	59
5.2	Charakteristiky [2]	62
6.1	Průběh entalpie, analytické a dvě numerická řešení	69
6.2	Průběh rychlosti, analytické a dvě numerická řešení	70
6.3	Průběh tlaku, analytické a dvě numerická řešení	70
6.4	Průběh vstupní okrajové podmínky $v_{in}(t)$, jednofázový scénář	71
6.5	Průběh vstupní okrajové podmínky $h_{in}(t)$, jednofázový scénář	72
6.6	Průběh výstupní okrajové podmínky $p_{out}(t)$, jednofázový scénář	72
6.7	Průběhy entalpií na konci přechodového procesu, jednofázový scénář .	73
6.8	Průběhy teplot chladiva a na stěně na konci přechodového procesu, jednofázový scénář	73
6.9	Průběhy rychlostí chladiva na konci přechodového procesu, jednofázový scénář	74

6.10 Průběhy hustot chladiva na konci přechodového procesu, jednofázový scénář	74
6.11 Průběhy hustot chladiva na konci přechodového procesu, jednofázový scénář	75
6.12 Průběhy hustoty tepelného toku na konci přechodového procesu, jednofázový scénář	75
6.13 Průběhy entalpií na konci přechodového procesu, dvoufázový scénář .	76
6.14 Průběhy teplot chladiva a na stěně na konci přechodového procesu, dvoufázový scénář	76
6.15 Průběhy rychlostí chladiva na konci přechodového procesu, dvoufázový scénář	77
6.16 Průběhy hustot chladiva na konci přechodového procesu, dvoufázový scénář	77
6.17 Průběhy tlaků chladiva na konci přechodového procesu, dvoufázový scénář	78
6.18 Průběhy hustoty tepelného toku na konci přechodového procesu, dvoufázový scénář	78
A.1 Teploty v čase $t = 0s$	86
A.2 Teploty v čase $t = 5 s$	86
A.3 Teploty v čase $t = 10 s$	86
A.4 Teploty v čase $t = 20 s$	86
A.5 Teploty v čase $t = 30 s$	86
A.6 Teploty v čase $t = 40 s$	86
A.7 Entalpie v čase $t = 0s$	87
A.8 Entalpie v čase $t = 5 s$	87
A.9 Entalpie v čase $t = 10 s$	87
A.10 Entalpie v čase $t = 20 s$	87
A.11 Entalpie v čase $t = 30 s$	87
A.12 Entalpie v čase $t = 40 s$	87
A.13 Rychlost v čase $t = 0s$	88

A.14 Rychlost v čase $t = 5$ s	88
A.15 Rychlost v čase $t = 10$ s	88
A.16 Rychlost v čase $t = 20$ s	88
A.17 Rychlost v čase $t = 30$ s	88
A.18 Rychlost v čase $t = 40$ s	88
A.19 Hustota v čase $t = 0$ s	89
A.20 Hustota v čase $t = 5$ s	89
A.21 Hustota v čase $t = 10$ s	89
A.22 Hustota v čase $t = 20$ s	89
A.23 Hustota v čase $t = 30$ s	89
A.24 Hustota v čase $t = 40$ s	89
A.25 Tlak v čase $t = 0$ s	90
A.26 Tlak v čase $t = 5$ s	90
A.27 Tlak v čase $t = 10$ s	90
A.28 Tlak v čase $t = 20$ s	90
A.29 Tlak v čase $t = 30$ s	90
A.30 Tlak v čase $t = 40$ s	90
A.31 Tlak v čase $t = 0$ s	91
A.32 q'' v čase $t = 5$ s	91
A.33 q'' v čase $t = 10$ s	91
A.34 q'' v čase $t = 20$ s	91
A.35 q'' v čase $t = 30$ s	91
A.36 q'' v čase $t = 40$ s	91
B.1 Teploty v čase $t = 0$ s	94
B.2 Teploty v čase $t = 5$ s	94
B.3 Teploty v čase $t = 10$ s	94
B.4 Teploty v čase $t = 20$ s	94

B.5	Teploty v čase $t = 30$ s	94
B.6	Teploty v čase $t = 40$ s	94
B.7	Entalpie v čase $t = 0$ s	95
B.8	Entalpie v čase $t = 5$ s	95
B.9	Entalpie v čase $t = 10$ s	95
B.10	Entalpie v čase $t = 20$ s	95
B.11	Entalpie v čase $t = 30$ s	95
B.12	Entalpie v čase $t = 40$ s	95
B.13	Rychlost v čase $t = 0$ s	96
B.14	Rychlost v čase $t = 5$ s	96
B.15	Rychlost v čase $t = 10$ s	96
B.16	Rychlost v čase $t = 20$ s	96
B.17	Rychlost v čase $t = 30$ s	96
B.18	Rychlost v čase $t = 40$ s	96
B.19	Hustota v čase $t = 0$ s	97
B.20	Hustota v čase $t = 5$ s	97
B.21	Hustota v čase $t = 10$ s	97
B.22	Hustota v čase $t = 20$ s	97
B.23	Hustota v čase $t = 30$ s	97
B.24	Hustota v čase $t = 40$ s	97
B.25	Tlak v čase $t = 0$ s	98
B.26	Tlak v čase $t = 5$ s	98
B.27	Tlak v čase $t = 10$ s	98
B.28	Tlak v čase $t = 20$ s	98
B.29	Tlak v čase $t = 30$ s	98
B.30	Tlak v čase $t = 40$ s	98
B.31	Tlak v čase $t = 0$ s	99
B.32	q'' v čase $t = 5$ s	99

B.33 q'' v čase t = 10 s	99
B.34 q'' v čase t = 20 s	99
B.35 q'' v čase t = 30 s	99
B.36 q'' v čase t = 40 s	99

Seznam značení

Znaky latinské abecedy

a	$[J \cdot kg^{-1}]$	vazebná energie
A	$[m^2]$	průtočný průřez
c	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$	měrná tepelná kapacita
c	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$	měrná tepelná kapacita
D	$[m]$	průměr
e	$[J \cdot kg^{-1}]$	měrná vnitřní energie
E	$[J \cdot kg^{-1}]$	měrná celková energie
f	$[-]$	součinitel třecích ztrát
g	$[m \cdot s^{-2}]$	gravitační zrychlení
G	$[kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}]$	hmotnostní tok
h	$[J \cdot kg^{-1}]$	měrná entalpie
H	$[J \cdot kg^{-1}]$	měrná celková entalpie
k	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$	součinitel přestupu tepla
L	$[m]$	délka kanálu
p	$[Pa]$	tlak
q''	$[W \cdot m^{-2}]$	plošná hustota tepelného toku
t	$[s]$	čas
T	$[^{\circ}C]$	teplota
v	$[m \cdot s^{-1}]$	rychlost
x	$[-]$	suchost směsi
z	$[m]$	prostorová souřadnice ve směru proudění

Znaky řecké abecedy

α	[-]	objemový podíl páry ve směsi
β	[-]	bezrozměrný koeficient stlačitelnosti
γ	[-]	adiabatická konstanta
ϵ	[%]	chyba
η	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$	měrná entropie
θ	$[J \cdot kg^{-1}]$	pravá strana transportní rovnice
λ	$[W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$	koeficient tepelné vodivosti
μ	$[Pa \cdot s]$	dynamická viskozita
ξ	$[m]$	řada charakteristiky
π	$[Pa]$	referenční tlak
ρ	$[kg \cdot m^{-3}]$	hustota
τ	$[s]$	integrační proměnná v čase
Φ	$[W \cdot m^{-3}]$	objemová hustota výkonu
χ	$[m]$	charakteristika

Úvod

Navzdory dlouholetým zkušenostem s jadernou energií ve světě i v České republice je nezbytné k této technologii stále přistupovat s nejvyšší obezřetností a patřičnou pokorou. Každé jaderné zařízení musí být provozováno pouze v režimech, které jsou dostatečně otestovány a při kterých je dostatečně detailně známo jak se chová.

Typicky jaderná elektrárna je velké a složité technické dílo, které je třeba neustále podrobovat dalšímu zkoumání, které často přináší bezpečnostní i ekonomické výhody. Hlubší porozumění fyzikálním procesům, dynamice a zpětným vazbám v jaderném zařízení vede k odhalení slabin a potenciálních nebezpečí, kterým lze zabránit. Ale také může odhalit nové bezpečné rozsahy provozních parametrů, díky kterým je možné provozovat zařízení efektivněji.

Lepší porozumění lze získat jednak prováděním experimentů nebo prováděním výpočtů, které se porovnávají s provozními nebo experimentálními daty. K provádění výpočtů je možné využít již existující software nebo vyvinout vlastní. V současné době existuje velké množství komplexních i jednoduchých jednoúčelových programů, jejichž výsledky se navzájem validují. Toto obecně přispívá k jaderné bezpečnosti, jelikož každý nový popisný nástroj pomáhá porozumění rozmanitých jevů na jaderné elektrárně.

Cílem této práce je vyvinout jednoduchý rychlý model vyhřívaného palivového kanálu, ve kterém proudí voda, resp. parovodní směs, resp. vodní pára. Takovýto nástroj umožňuje provádět orientační výpočty, díky kterým lze rychleji získat lepší představu o chování elektrárny.

V první kapitole je rozebrána problematika jaderné bezpečnosti a přístupy k ní. Následuje krátký přehled dostupných nástrojů pro popis často velmi složitých dějů, které v jaderné elektrárně mohou nastat. Od chemických přeměn v atomové mříži paliva až po chování kontejnmentu v havarijních situacích.

Druhá kapitola detailně představuje analyzovanou úlohu a popisuje parametry a podmínky v aktivní zóně jaderného reaktoru.

Třetí kapitola představuje potenciálně vhodné modely proudění chladiva v AZ jader-

ného reaktoru a vysvětluje, proč pro řešení úlohy je vhodný LMNC model (z angl. „Low Mach Nuclear Core“), následně se formulují okrajové a počáteční podmínky.

Čtvrtá kapitola se zabývá konstitučními vztahy, především stavovou rovnicí a termodynamickým modelem chladiva obecně. Jsou představeny dva modely. První model je výrazně zjednodušený a nespolehlivý, avšak se dá použít pro verifikaci numerického řešení, jelikož díky němu lze najít analytické řešení úlohy. Druhý model je mnohem přesnější, používá totiž reálné vlastnosti vody a vodní páry.

Další kapitola popisuje zvolené numerické řešení úlohy a jeho vlastnosti. V poslední kapitole jsou prezentovány výsledky verifikace na analytickém řešení a validace na řešení získaném pomocí softwaru RELAP5/MOD3. V přílohách A a B jsou pak výsledky ve vybraných časových krocích.

Kapitola 1

Role matematického modelování v jaderné bezpečnosti

Od počátků jaderné energetiky byl kladen důraz na schopnost předpovědět příčinu průběh a dopady potenciálních havárií jaderné elektrárny. Vzhledem k tomu, že jaderná elektrárna je velmi složité komplexní technické dílo, bylo první úsilí soustředováno na určení maximálního ohrožení obyvatelstva v důsledku velké havárie reaktoru [8].

Jednalo se o prediktivní přístup hodnocení bezpečnosti jaderné elektrárny, s nabývajícím zkušenostmi s provozem se prediktivní přístup začal kombinovat s přístupem historickým, tedy hypotetické analyzované scénáře byly obohaceny o konkrétní skutečnosti z reálného provozu. Potenciální následky nejhorších havárií byly a jsou velmi závažné jak pro obyvatelstvo a životní prostředí, tak pro ekonomiku [8].

Určení ohrožení nespočívá pouze v určení průběhu a následků potenciálních havárií, ale také v určení pravděpodobnosti, že taková havárie vůbec nastane. Při vyhodnocování nebezpečí, že k havárii dojde, se používají dva hlavní přístupy: deterministický a pravděpodobnostní.

Deterministický přístup spočívá ve formulaci určitých hodnot, které nesmějí být při provozu překročeny, např. teplota v palivu, hodnota koeficientu násobení v aktivní zóně apod. Tyto hodnoty jsou nastaveny konzervativním způsobem tak, aby jich při provozu prakticky nebylo možné dosáhnout anebo aby jejich dosažení mělo extrémně malou pravděpodobnost. Pokud tyto limity, které jsou navrženy buď na základě provozních zkušeností, nebo teoretických úvah budou dodrženy, bude zajištěna bezpečnost jaderné elektrárny (s ohledem na všechny dostupné znalosti o problematice).

Pravděpodobnostní přístup spočívá v přiřazení pravděpodobnosti každé události, která v elektrárně může nastat, počínaje výpadkem napájecího čerpadla až po únik

radioaktivních látek do okolí. Zpravidla taková analýza spočívá v tvorbě pravděpodobnostního stromu událostí, které mohou vést až k následkům jako je již zmiňovaný únik radioaktivity do životního prostředí. Určení těchto pravděpodobností vyžaduje shromažďování a vyhodnocování velkého množství mj. provozních dat. Smyslem tohoto přístupu je získání komplexnějšího pohledu na všechny hypotetické možnosti poruch a jejich následků [8].

1.1 Jaderná bezpečnost

Jadernou bezpečnost definuje legislativa ČR jako „stav a schopnost jaderného zařízení a fyzických osob obsluhujících jaderné zařízení zabránit nekontrolovatelnému rozvoji štěpné řetězové reakce nebo úniku radioaktivních látek anebo ionizujícího záření do životního prostředí a omezit následky nehod“[23].

Z definice vyplývá, že zajištění jaderné bezpečnosti má několik aspektů. Jaderné zařízení musí mít jednak schopnost (správně navržené bezpečnostní systémy), a dále musí být ve stavu (zejména v technicky dobrém stavu) schopném realizovat svoji schopnost zabránit nekontrolovatelnému rozvoji štěpné řetězové reakce úniku radioaktivních látek anebo ionizujícího záření do životního prostředí a omezit následky nehod. Stejně tak to platí i pro fyzické osoby obsluhující jaderné zařízení, kromě schopnosti (získané patřičným vzděláním, školením atd.), musí být fyzické osoby také ve stavu, kdy svou schopnost budou moci realizovat.

Další aspekt spočívá v zabránění nekontrolovatelnému rozvoji štěpné řetězové reakce, pokud však k němu, navzdory všem opatřením, dojde, přichází na řadu další aspekt a to je omezení následků nehody.

1.2 Hodnocení bezpečnosti jaderné elektrárny

S rostoucími nároky na bezpečný a spolehlivý provoz jaderného zařízení roste význam všech prostředků, které ke zvýšení jaderné bezpečnosti přispívají.

Hodnocení bezpečnosti jaderné elektrárny spočívá v analýze odezvy elektrárny na stanovené poruchy nebo selhání jednotlivých zařízení na elektrárně. Tyto rozbory tvoří podklad pro stanovení omezujících podmínek provozu a také slouží k nastavení bezpečnostních systémů.

Již zmíněné omezující limity jsou stanoveny konzervativním způsobem s ohledem na aktuální nejlepší znalost problematiky. Kromě zvyšujících se bezpečnostních požadavků rostou také požadavky na vyšší účinnost provozu jaderného zařízení, což v

mnohých směrech znamená snahu o posunutí jistých bezpečnostních parametrů blíže ke skutečnému fyzikálnímu limitu. Zároveň však stále musejí být splněna všechna bezpečnostní kritéria. Proto je velký zájem o co nejdetailnější porozumění všem procesům v elektrárně, a o co nejpřesnější nástroje jejich popisu. S přesnější analýzou chování jaderné elektrárny je potom možnost nastavit méně konzervativní limity, které však stále zaručí požadovanou bezpečnost provozu.

Bezpečnostní analýzu provádějí tři nezávislé strany: provozovatel jaderného zařízení, národní dozorný orgán (v ČR je to Státní úřad pro jadernou bezpečnost) a nezávislá organizace zajišťující technickou podporu.

1.3 Nástroje pro bezpečnostní analýzu

Nejlevnějším nástrojem pro analýzu bezpečnosti provozu jaderné elektrárny je výpočetní technika a díky ní realizované výpočty matematických modelů jednotlivých součástí jaderné elektrárny, ale také elektrárny jako celku.

Výpočetní kódy v jaderné bezpečnosti se dělí do několika skupin: neutronické, strukturální, termo-hydraulické a kódy pro výpočet těžkých havárií [19]. Existuje mnoho výpočetních kódů v každé skupině. Výsledky těchto kódů se srovnávají navzájem i s měřeními získanými z experimentů nebo přímo z provozu jaderného zařízení, což pomáhá prohloubit porozumění procesům probíhající v elektrárně nejen za provozu.

Neutronické kódy se zaměřují na popis procesů v aktivní zóně, popisují interakce mezi ionizujícím zářením (kam patří i neutrony způsobující štěpení) a jaderným palivem a konstrukčními materiály v aktivní zóně [19]. Uživatel je pak schopen vyhodnotit parametry důležité z hlediska reaktorové fyziky, zejména koeficient násobení, hustotu neutronového toku nebo izotopické změny v palivu. Neutronické kódy se podle způsobu řešení liší na deterministické, nebo stochastické Monte Carlo metody. Používají se například pro určení homogenizovaných vícegrupových konstant pro deterministické simulace aktivní zóny, analýzu palivového cyklu, výpočty neutronové transportní rovnice v palivovém souboru nebo vzdělávání pracovníků v jaderném průmyslu. Příklady stochastických kódů jsou např. Serpent vyvíjený ve Finsku [15], nebo Monte Carlo N-Particle transport Code – MCNP vyvíjený v Los Alamos v USA [22]. Mezi deterministické kódy patří například kód MOBY-DICK vyvíjený v ČR podnikem Škoda JS a.s. [20] Dalším příkladem může být kód ANDREA vyvíjený v UJV Řež a.s [17].

Strukturální kódy předpovídají a popisují procesy, které nastávají v palivových souborech při ustáleném provozu, přechodových stavech nebo při haváriích. Jedná se především o tvorbu oxidů, změny rozložení teplot v palivových elementech, akumulaci tepla, praskliny v palivové peletě, porozitu a změny vnitřní struktury jader-

ného paliva [19]. Tyto změny mohou vést k nárůstu tlaku v palivových proutcích a potenciálně způsobit porušení pokrytí paliva a tudíž úniku radioaktivních látek přinejmenším do chladiwa primárního okruhu. Těchto kódů je poměrně velké množství, vzhledem k nutnosti detailního popisu je každý kód specializovaný na určitý typ reaktoru. Příkladem může být kód ENIGMA [13] vyvíjený ve Velké Británii pro tlakovodní a pokročilé plynem chlazené reaktory, FRAPCON/FRAPTAN [4] pro tlakovodní a varné reaktory, vyvíjený americkou NRC (Nuclear Regulatory Commission). Dalším příkladem může být TRANSURANUS [14] vyvinutý v Německém ITU (Institute for Transuranium Elements).

Termohydraulické kódy popisují jadernou elektrárnu zejména z hlediska mechaniky tekutin a přenosu tepla a hmoty. Popisují chování chladících okruhů a s nimi spjatých bezpečnostních systémů. Podle komplexnosti výpočtu probíhají výpočty na třech úrovních: výpočet chování celého systému (mluví se o systémových kódech), výpočet určité komponenty systému a CFD výpočet.

Systémové výpočty modelují chování elektrárny (případně primárního nebo sekundárního okruhu) jako celku s hlavními komponentami jako jsou reaktor, parogenerátor, kompenzátor objemu, čerpadla nebo bezpečnostní systémy napojené na chladící okruhy. Výsledkem výpočtu je odezva elektrárny jako celku na modelované scénáře provozních událostí. Výstupem jsou tlaky, teploty a další důležité parametry v jednotlivých součástech elektrárny. Tyto výsledky slouží k vyhodnocení bezpečnosti provozu elektrárny. Mezi systémové kódy patří například RELAP5 (Reactor Excursion and Leak Analysis Program) vyvíjený INL (Idaho National Laboratory) nebo německý ATHLET (Analysis of Thermal-hydraulics of LEaks and Transients) [6].

CFD kódy se zaměřují na detailnější analýzu jednotlivých klíčových součástí elektrárny, kde probíhají složitější procesy vyžadující přesnější popis a pochopení. Významnou roli hraje použití modelů turbulence k detailnímu popisu promíchávání chladiwa ve směšovací komoře před vstupem do aktivní zóny nebo promíchávání chladiwa v aktivní zóně v důsledku mísících lopatek na distančních mřížích. Příkladem CFD kódů jsou například francouzský NEPTUNE-CFD [7], ANSYS-Fluent nebo OPENFOAM šířitelný pod open-source licencí.

Kódy pro výpočet těžkých havárií se používají pro výpočet chování jaderné elektrárny během nadprojektových havárií zahrnující velké poškození aktivní zóny a možné úniky radioaktivních látek do životního prostředí nad povolenými limity. Modelování těžkých havárií zahrnuje tavení materiálů aktivní zóny (paliva, povlaku paliva a konstrukčních materiálů) a s tím související nebezpečí porušení fyzických bariér mezi jaderným palivem a životním prostředím (bariéry jsou čtyři: matrice paliva, povlak paliva, vnější hranice primárního okruhu a ochranná obálka (konainment) nebo barbotážní systém u starších projektů jaderných elektráren). Nové projekty jaderných elektráren obsahují bezpečnostní analýzu těžké havárie s tave-

ním paliva. Jedná se zejména o analýzu chování tekutin a aerosolů v kontejnmentu, chování štěpných produktů v chladícím okruhu, průběh tavení aktivní zóny, únik kória (roztavená směs paliva a konstrukčních materiálů aktivní zóny) z tlakové nádoby reaktoru, interakce kória a betonu v kontejnmentu a únik radioaktivních látek do životního prostředí. Mezi používané kódy se řadí například MELCOR [5] vyvinutý americkou SNL (Sandia National Laboratories) nebo COCOSYS zaměřený na výpočty kontejnmentu, případně kombinovaný s ATHLETem.

Nezbytnou součástí použití jakýchkoli výpočetních prostředků je jejich verifikace a validace, v případě kódů pro jadernou bezpečnost platí toto pravidlo víc než v jiných oborech. Verifikace spočívá v ověření, že numerické výpočty opravdu řeší rovnice vycházející z fyzikálních úvah o modelovaném problému, tj. že výsledek výpočtu je opravdu řešením nebo aproximací řešení fyzikálního modelu. Validace následně ověřuje platnost fyzikálního modelu porovnáním s experimentálními nebo provozními měřeními. Model je vždy pouze přibližný popis reality a validace je nezbytná pro určení neurčitostí a nepřesností výpočtu, které musí být brány v potaz při vyhodnocování výsledků výpočtu při bezpečnostní analýze.

Kapitola 2

Řešená úloha

2.1 Motivace

Jak bylo zmíněno v minulé kapitole, v rámci zajišťování jaderné bezpečnosti hraje roli každý nástroj sloužící k popisu chování jaderného reaktoru ať už při provozu, nebo při havarijních stavech. Obě české jaderné elektrárny (JE Dukovany a JE Temelín) provozují reaktory tlakovodního typu. Nezbytným nástrojem k popisu chování jaderného reaktoru je hydrodynamický model, který popisuje proudění chladiva v aktivní zóně, díky kterému je možné spočítat v první řadě odváděné teplo.

Hydrodynamika aktivní zóny má však vliv také na chování neutronů v aktivní zóně a tedy na dynamiku reaktoru. Chladivo v tlakovodním reaktoru je totiž zároveň moderátorem neutronů a hustota chladiva v reaktoru má přímý vliv především na reaktivitu, jejíž příliš vysoká hodnota znamená nekontrolovatelný rozvoj štěpné řetězové reakce, což je v rozporu se zásadami a definicí jaderné bezpečnosti.

Dalším významným jevem z hlediska jaderné bezpečnosti je krize varu. Krize varu prvního druhu je významným nežádoucím jevem právě u tlakovodních reaktorů. Problém lze ilustrovat na JE Temelín. Temelínský reaktor typu VVER-1000 je provozován při tlaku cca. 15,7 MPa v primárním okruhu, střední teplota chladiva na vstupu je cca 290 °C, na výstupu cca 324 °C, teplota sytosti vody při jmenovitém tlaku se pohybuje okolo 345 °C. Uvedené vstupní a výstupní teploty chladiva jsou střední, výkon je v každé části reaktoru jiný, nejvyšší je obecně uprostřed. Teploty ve středu reaktoru jsou proto vyšší.

Zavádí se pojem horký kanál, což je kanál, ve kterém jsou v důsledku nejvyššího výkonu nejvyšší teploty (v souladu s konzervativním přístupem) a potenciálně hrozí vznik parní fáze, který je nežádoucí jednak z hlediska zpětné vazby reaktivity reaktoru a potenciální nestability provozu, ale také protože hrozí krize varu prvního

druhu.

Ke krizi varu prvního druhu dochází při nízkých suchostech páry nebo při podchlazené kapalině, zvyšování výkonu vede ke vzniku parní fáze u povrchu stěny palivových proutků. Při růstu hustoty tepelného toku v určité chvíli dojde ke spojování bublinek, které působí jako překážka přestupu tepla do zbytku chladiva, důsledkem toho se téměř skokově významně zvýší teplota paliva i jeho pokrytí, což je z provozních i bezpečnostních hledisek nepřijatelné. Změny teploty způsobují namáhání konstrukčních materiálů, ale také ovlivňují zpětnovazební charakteristiku reaktoru, který se stává nestabilní a v nejlepším případě je odstaven [10].

Problematika krize varu druhého druhu se týká především varných reaktorů, kde parní fáze vzniká již v AZ reaktoru, na výstupu z reaktoru je však směs vody a vodní páry. Krize varu druhého druhu nastává v situaci, kdy v důsledku příliš vysoké hustoty tepelného toku dojde k vysušení páry. Suchá pára výrazně hůř odvádí teplo a v místě vysušení dochází ke skokovému nárůstu teploty paliva a jeho pokrytí. Jelikož ani stacionární provoz není statický, místo, kde by došlo k vysušení se stále mění, což vede ke kolísání teploty paliva a důsledkem toho k velkému mechanickému namáhání, které snižuje životnost paliva a především ohrožuje bezpečný provoz reaktoru [10].

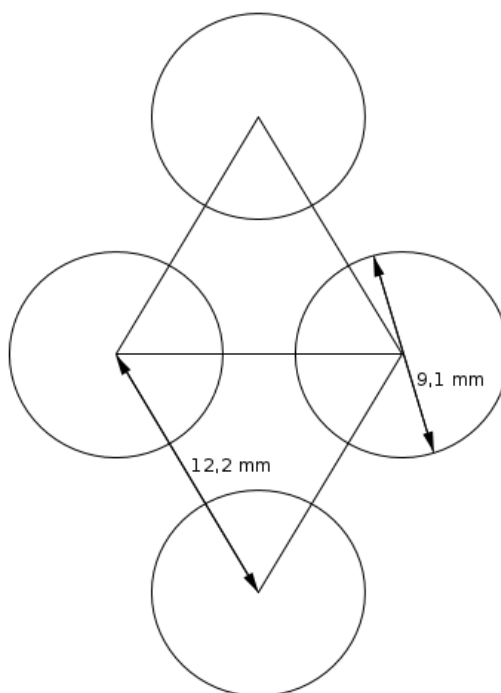
Přestože existují hydrodynamické modely AZ reaktoru zakomponované například v systémových kódech zmíněných v předchozí kapitole, je vhodné vyvíjet i modely jednotlivých částí jaderné elektrárny s různou úrovní přesnosti popisu. Detailní, ale výpočetně náročné modely slouží k co nejpřesnějšímu popisu určitých jevů v jaderné elektrárně a výsledky takových modelů pak slouží ke zlepšování širších, méně detailních modelů používaných například v systémových kódech. Svoji roli v inženýrské praxi mají ale také, jednoduché, výpočetně nenáročné modely založené na zjednodušených fyzikálních úvahách, které, při vhodném naladění na určitý typ úloh mohou dávat uspokojivě přesné výsledky ve velmi krátkém čase. Náplní této diplomové práce je právě implementace zjednodušeného hydrodynamického modelu.

2.2 Palivový kanál v AZ jaderného reaktoru

Proudění chladiva v AZ reaktoru je při provozu převážně jednorozměrné, příčné proudění v reaktoru nastává, dokonce je žádoucí a je podporováno konstrukčními prvky palivových souborů. Příčné proudění způsobuje rovnoměrnější rozložení teplot v AZ, také zvyšuje Reynoldsovo číslo proudění, a vyšší intenzita turbulence zlepšuje přenos tepla z paliva do chladiva, což je žádoucí proces.

Horkým kanálem je míněna vyhřívaná trubka s ekvivalentními hydrodynamickými i termomechanickými vlastnostmi jako kanál v reaktoru s nejvyšším tepelným výkonem a teplotami, jedná se o speciální případ palivového kanálu, který může mít

obecně vlastnosti kteréhokoli kanálu v AZ reaktoru. Palivové proutky jsou v jaderných reaktorech východní koncepce rozmístěny v trojúhelníkové mříži (trojúhelníky jsou rovnostranné), toto rozmístění je zobrazeno na obrázku 2.1. Horký kanál má tedy stejný průtočný průřez jako prostor vyznačený dvěma trojúhelníky zmenšený o odpovídající výšece vyobrazených palivových proutků o průměru $9,1 \text{ mm}$. Z obrázku je patrné, že do takového horkého kanálu přispívají dva proutky jednou šestinou svého výkonu a dva proutky dvěma šestinami svého výkonu. Za předpokladu, že tyto proutky mají stejný výkon (v jaderném reaktoru o průměru $3,5 - 4 \text{ m}$, je vzdálenost $12,2 \text{ mm}$ velmi malá a předpoklad, že sousední proutky mají stejný výkon je oprávněný), lze horký kanál uvažovat jako trubku, která protékajícím chladivu předává stejný výkon jako jeden palivový proutek.



Obrázek 2.1: Trojúhelníková mříž v palivovém souboru v reaktoru VVER-440

Náplní této práce je tvorba 1D hydrodynamického modelu proudění chladiva (jednofázového i dvoufázového) v palivovém kanále, jehož charakteristiky jsou popsány v této kapitole.

2.2.1 Termodynamické vlastnosti chladiva

Přehled termodynamických parametrů tlakovodních reaktorů typu VVER-440 provozovaných v JE Dukovany a VVER-1000 provozovaných v JE Temelín jsou v tabulce 2.1 [9]. V tabulce jsou uvedeny také některé parametry chladiva na mezi sytosti při jmenovitém tlaku daného typu reaktoru.

Tabulka 2.1: Parametry chladiva v AZ reaktorů VVER-440 a VVER-1000

Parametr	VVER-440	VVER-1000
Jmenovitý tlak [MPa]	12,26	15,7
Teplota chladiva na vstupu [°C]	269	289
Teplota chladiva na výstupu [°C]	300	324
Teplota sytosti [°C]	326	345
Hustota chladiva na vstupu [kg/m ³]	777	747
Hustota chladiva na výstupu [kg/m ³]	720	669
Hustota suché páry [kg/m ³]	73	102

2.2.2 Rychlosti chladiva

Rychlost chladiva v AZ se pohybuje řádově v jednotkách m/s , pokud by došlo k úplnému vyvaření chladiva a proudila by sytá pára, rychlost by se pohybovala řádově v desítkách m/s . Tabulka 2.2 ukazuje střední rychlosti chladiva v AZ při ustáleném provozu. Pro představu jsou také pomocí jednorozměrné stacionární rovnice kontinuity spočteny rychlosti suché páry při stejném hmotnostním průtoku chladiva kanálem. Tabulka 2.2 dále obsahuje rychlosti zvuku v chladivu za daných parametrů. Na tomto místě je nutno podotknout, že situace, kdy dojde k úplnému přechodu chladiva do parní fáze je v tlakovodním reaktoru velmi extrémní, nastává potenciálně při těžkých haváriích, které jsou z fyzikálního hlediska velmi komplexní a jejich popis není náplní této práce. Uvažované rychlosti chladiva proto budou nižší než rychlosti syté páry uvedené v tabulce 2.2 [9].

Tabulka 2.2: Rychlosti chladiva a rychlosti zvuku v chladivu při tlacích 12,26 MPa a 15,7 MPa

Parametr	VVER-440	VVER-1000
Rychlost chladiva na vstupu [m/s]	3,8	4,1
Rychlost chladiva na výstupu [m/s]	4,1	5,7
Rychlost syté páry při provozním hm. průtoku [m/s]	41	36.6
Rychlost zvuku na vstupu [m/s]	1103	1026
Rychlost zvuku na výstupu [m/s]	942	816
Rychlost zvuku v syté kapalině [m/s]	755	610
Rychlost zvuku v syté páře [m/s]	458	432

2.2.3 Tepelný výkon

Jaderné reaktory typu VVER-440 mají standardně výkon $440 MW_e$ (dukovanské bloky však zvýšily výkon na $510 MW_e$), výkon jaderných reaktorů typu VVER-1000 se pohybuje standardně okolo $1000 MW_e$ (temelínské bloky jsou provozovány na výkonu $1055 MW_e$). S ohledem na počet palivových souborů a počtu palivových proutků v jednotlivých souborech lze určit výkon jednoho proutku, tedy výkon předávaný jednomu palivovému kanálu. Díky znalosti plochy vnějšího pláště pokrytí palivového proutku lze určit také plošnou hustotu tepelného toku z paliva do chladiva. Tyto údaje jsou shrnuty v tabulce 2.3 [9].

Tabulka 2.3: Parametry týkající se výkonu elektráren VVER-400 a VVER-1000

Parametr	VVER-440	VVER-1000
Tepelný výkon reaktoru [MW_t]	3000	1444
Střední výkon palivového proutku [kW]	155	191
Hustota tepelného toku [kW/m^2]	458	616

Kapitola 3

Modely proudění

Při řešení úlohy je uvažován vyhřívaný jednorozměrný kanál o konstantním průřezu A a délce L , kterým proudí voda kapalném stavu suchá pára nebo parovodní směs. Parametry úlohy jsou definovány tak, aby model odpovídal popisovanému palivovému (příp. horkému) kanálu v předchozí kapitole, tzn. že průtočný průřez kanálu A je roven ploše mezi palivovými proutky na obrázku 2.1. Délka kanálu L je rovna výšce aktivní zóny.

Modelovaná úloha má tyto důležité fyzikálních vlastnosti, které ovlivňují volbu matematického modelu: [3]

- nízké rychlosti průtoku v porovnání s rychlostmi zvuku v chladivu
- zanedbatelný vliv rozsahu tlaku v kanále na termodynamické vlastnosti chladiva
- vysoké hustoty tepelného toku z paliva do chladiva mají významný vliv na hustotu chladiva v kanále

3.1 Zákony zachování

Musí platit zákony zachování hmoty, hybnosti a energie. Nejdříve se vyjde z popisu pomocí soustavy parciálních diferenciálních rovnic (3.1), kde ρ je hustota, v rychlost, p tlak, g gravitační zrychlení, E celková energie, e je vnitřní energie vody, vodní páry nebo parovodní směsi, z je prostorová proměnná ve směru proudění. Časové derivace na levé straně soustavy vyjadřují akumulaci neznámých, prostorové derivace vyjadřují toky hmoty, hybnosti resp. energie. První rovnice je rovnice kontinuity. Druhá rovnice vyjadřuje zákon zachování hybnosti, třetí rovnice vyjadřuje zákon zachování energie.

První člen na pravé straně této rovnice vyjadřuje tlakové ztráty způsobené třením, druhý člen popisuje působení vnějšího silového pole (gravitaci). U třetí rovnice se vzhledem k úloze zanedbává práce tlakových sil a také difuze tepla ve směru proudění. Člen q'' vyjadřuje zdrojový člen a odpovídá teplu, které v kanále vstupuje do chladiva z povrchu palivových proutků.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial z} &= 0 \\
\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v^2 + p)}{\partial z} &= - \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{FR} - \rho g \\
\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial v (\rho E + p)}{\partial z} &= q'' \\
E &= e + \frac{1}{2} v^2 + gz \\
\left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{FR} &= f(e, \rho, v) \\
p &= p(e, \rho)
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Celková energie E je součtem vnitřní, kinetické a potenciální energie chladiva. Člen popisující tlakové ztráty způsobené třením je popsán dále pomocí korelací relevantních pro chladivo v aktivní zóně jaderného reaktoru. Soustava je uzavřena stavovou rovnicí popisující termodynamické vlastnosti chladiva.

Z hlediska praktické realizace, která je popsána dále, je vhodné energetickou rovnici formulovat za použití entalpií. Entalpii lze vyjádřit jako $h = u + p/\rho$. Energetickou rovnici v soustavě (3.1) lze potom vyjádřit rovnicí (3.2), kde H je celková entalpie.

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial \rho v H}{\partial z} = \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) + q'' \tag{3.2}$$

Stavová rovnice je pak používána pro entalpii, stejně tak člen vyjadřující tlakové ztráty. Celá soustava (3.3) pak má tvar

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial z} &= 0 \\
\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v^2 + p)}{\partial z} &= - \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{FR} - \rho g \\
\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \frac{\partial \rho v H}{\partial z} &= \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) + q'' \\
H &= h + \frac{1}{2} v^2 + gz \\
\left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{FR} &= f(h, \rho, v) \\
p &= p(h, \rho)
\end{aligned} \tag{3.3}$$

3.2 LMNC model

Výše popsaná soustava rovnic popisuje z fyzikálního hlediska úlohu dobře, avšak její numerické řešení je problematické. Výše uvedená soustava rovnic má dvě časová měřítka, akustické a materiálové, to ovlivňuje volbu časového kroku, která při explicitním řešení musí být velmi malá. Použití implicitní metody je výpočetně náročné, navíc volba většího kroku vede rychle ke ztrátě přesnosti [3].

Použití nestlačitelného modelu je také nevyhovující. Ikdž jsou rychlosti malé a stlačitelnost tekutiny se v důsledku vysokých rychlostí vůbec neprojeví, vysoké hustoty tepelných toků způsobují dilataci tekutiny, která tak nemůže být považována za nestlačitelnou, její hustota je silně závislá na entalpii především při změně fáze z kapalné na plynnou.

LMNC tedy Low Mach Nuclear Core model [1] je model, který z řešení odfiltruje akustické efekty odpovídající akustickému časovému měřítku typické pro stlačitelný model proudění a modeluje jevy v materiálovém časovém měřítku. *LMNC* přitom popisuje objemovou roztažnost tekutiny v důsledku velkých změn entalpie v důsledku vysokých tepelných toků z paliva do chladiva. Řeší se soustava (3.4a) - (3.4e).

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\beta(h, p_0)}{p_0} \Phi(t, z) \quad (3.4a)$$

$$\rho \left(\frac{\partial h}{\partial t} + v \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \Phi(t, z) \quad (3.4b)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v^2 + \bar{p})}{\partial z} = - \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{FR} - \rho g \quad (3.4c)$$

$$\beta(h, p_0) = - \frac{p_0}{\rho^2(h, p_0)} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial h}(h, p_0) \quad (3.4d)$$

$$\rho = \rho(h, p_0) \quad (3.4e)$$

Soustava je charakterizována dvěma tlakovými poli:

p_0 je termodynamický tlak, který je po celé délce kanálu konstantní a je roven nominálnímu tlaku v AZ reaktoru.

\bar{p} je dynamický tlak, podobný tlakovému poli při řešení nestlačitelného proudění. Počítá se z pohybové rovnice.

Tlak v AZ zóně je pak popsán rovnicí $p(t, z) = p_0 + \bar{p}(t, z)$ [1].

V soustavě (3.4a) - (3.4e) člen $\Phi(t, z)$ je zdrojový člen vyjadřující zdroj tepla, které vstupuje do chladiva, je funkcí času a prostoru a je součástí zadání úlohy, jak bude patrné dále. Člen $\beta(h, p_0)$ je bezrozměrný koeficient stlačitelnosti. Funkce $\rho = \rho(h, p_0)$ je stavovou rovnicí této soustavy.

V této soustavě se nepočítá s celkovou entalpií, ale přímo s entalpií termodynamickou. Toto zjednodušení je možné provést, jelikož při vysokých tlacích a teplotách, jaké jsou v jaderném reaktoru má kinetická a potenciální složka zanedbatelný vliv (viz. tabulka 3.1). Pro reaktory typu VVER-440 a VVER-1000 jsou uvedeny hodnoty entalpie na vstupu a výstupu z AZ a dále entalpie syté páry při provozním hmotnostním průtoku AZ.

3.3 Okrajové podmínky

Soustava je doplněna okrajovými podmínkami, chladivo vstupuje do AZ spodem o zadané entalpii a hmotnostním toku, na výstupu z AZ se předepisuje dynamický tlak.

Tabulka 3.1: Složky celkové entalpie chladiva na vstupu, výstupu a sytá pára

Teplota [°C]	Tlak [MPa]	Rychlost [m/s]	Entalpie h	$e_{kin} + e_{pot}$
VVER-440	-	-	-	-
269	12,26	3,8	$1,18 \cdot 10^6$	7,22
300	12,26	4,1	$1,34 \cdot 10^6$	33,4
326	12,26	41	$2,68 \cdot 10^6$	866
VVER-1000	-	-	-	-
289	15,7	4,1	$1,28 \cdot 10^6$	7,22
324	15,7	5,7	$1,48 \cdot 10^6$	33,4
345	15,7	37	$2,6 \cdot 10^6$	33,4

$$\begin{aligned}
 h(t, 0) &= h_{in}(t) \\
 (\rho v)(t, 0) &= G_{in}(t) \\
 \bar{p}(t, L) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

3.4 Počáteční podmínky

Jako počáteční podmínka se uvažuje stacionární řešení soustavy (3.4a) - (3.4e).

$$\begin{aligned}
 v(0, z) &= v_{init}(z) \\
 h(0, z) &= h_{init}(z) \\
 \bar{p}(0, z) &= \bar{p}_{init}(z) \\
 \rho(0, z) &= \rho_{init}(h_{init}(z), p_0)
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

Kapitola 4

Konstituční vztahy

4.1 Termodynamika dvoufázového proudění

Termodynamické vlastnosti chladiva jsou modelovány stavovou rovnicí, která sestává z algebraického nebo diferenciálního vztahu mezi termodynamickými proměnnými. Pro potřeby zde uváděného modelu je třeba mít stavovou rovnici, která popisuje kapalnou a plynnou fázi, ale také i přechod mezi nimi. Chladivo je uvažováno jako kontinuum ať už se jedná o kapalnou fázi, parní fázi, nebo parovodní směs.

4.1.1 Homogenní model

V obecném případě je každá fáze modelována vlastní soustavou tří rovnic zachování. Jednotlivé fáze mohou mít obecně různé teploty či rychlosti. Na pravých stranách tak figurují členy, které popisují mimo jiné interakce mezi jednotlivými fázemi, např. přestup tepla mezi fázemi, tření na rozhraní fází s různými rychlostmi atp.

V této práci je uvažován homogenní model parovodní směsi. Směs je uvažována v termodynamické i kinematické rovnováze. Jednotlivé fáze ve směsi mají stejnou rychlost. Nedochozí k přehřátí parní fáze nebo podchlazení kapalně fáze. Parovodní směs sestává tedy z kapaliny a páry na mezi sytosti. Vypařování, kondenzace a přestup tepla jsou považovány za okamžité procesy [3].

V souvislosti s popisem dvoufázového proudění je třeba zavést několik parametrů, prvním je suchost směsi, definovaná vztahem (4.1) [21], kde h_l^s resp. h_g^s je entalpie vody resp. vodní páry na mezi sytosti, h je entalpie parovodní směsi. Druhým je objemový podíl páry ve směsi, definovaný vztahem (4.2) [21].

$$x = \begin{cases} 0 & \text{když } h < h_i^s \\ \frac{h-h_i^s}{h_g^s-h_i^s} & \text{když } h_i^s \leq h \text{ a zároveň } h \leq h_g^s \\ 1 & \text{když } h \geq h_g^s \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\alpha = \begin{cases} 0 & \text{když } h < h_i^s \\ \frac{1}{1+\frac{1-x}{x}\frac{\rho_g^s}{\rho_i^s}} & \text{když } h_i^s \leq h \text{ a zároveň } h \leq h_g^s \\ 1 & \text{když } h \geq h_g^s \end{cases} \quad (4.2)$$

4.1.2 Stiffened Gas stavová rovnice

K popisu termodynamiky dvoufázových směsí lze použít různé nástroje, jedním z nejjednodušších je analytické vyjádření popsané rovnicí pro entropii (4.3) [1].

$$\eta(\rho, e) = c_v [ln(e - q - \pi/\rho) - (\gamma - 1) ln\rho] + m \quad (4.3)$$

Parametr $c_v > 0$ je měrná tepelná kapacita při konstantním objemu, $\gamma > 1$ je adiabatický koeficient, π referenční tlak (není shodný s termodynamickým tlakem p_0 , jedná se o parametr analytického vyjádření stavové rovnice), a je vazebná energie, m je referenční entropie. V případě modelu ideálního plynu jsou parametry π a q rovny nule. Uvedené parametry však nelze volit libovolně pokud je požadováno fyzikální chování.

Ze vztahů klasické termodynamiky lze určit parametry chladiwa, viz rovnice (4.4). Aby výraz pro entropii (4.3) měl smysl, je nezbytné, aby $e - a - \pi/\rho > 0$ a $\rho > 0$. Podmínka $c_v > 0$ v kombinaci s druhým vztahem v (4.4) zajistí, že $T > 0$. Jelikož $\gamma > 0$, z rovnice pro entalpii v (4.4) plyne, že $h - a > 0$. Navíc musí platit $\rho > 0$, jelikož $\gamma > 0$ a $h - a > 0$, musí platit $p + \pi > 0$. Tento požadavek je konzistentní s úvahou, že Stiffened Gas model tekutiny vznikne posunutím nulového bodu v rovnici pro tlak oproti modelu ideálního plynu [1].

$$\begin{aligned} p(\rho, e) &= -T\rho^2 \left(\frac{\partial \eta}{\partial \rho} \right)_e = (\gamma - 1)(e - a)\rho - \gamma\pi \\ T(\rho, e) &= \left(\frac{\partial \eta}{\partial e} \right)^{-1} = \frac{e - a - \pi/\rho}{c_v} \\ h(\rho, e) &= e + p/\rho = a + (e - q - \pi/\rho)\gamma \\ g(\rho, e) &= e - T\eta + p/\rho \end{aligned} \quad (4.4)$$

Člen $(\gamma - 1)(e - a)\rho > 0$ modeluje efekty odpudivých sil mezi molekulami v každé fázi. Člen $\gamma\pi$ modeluje efekty přitažlivých sil, které mezi molekulami působí (tyto

vlastnosti se v anglické literatuře označují jako „stiffened“ odtud název „Stiffened gas“. Vysoké hodnoty π znamenají, že se model chová jako téměř nestlačitelná tekutina.

Takto zavedené veličiny by bylo možné použít v případě řešení úlohy (3.1) pro jednofázové chladivo, výpočet pro dvoufázovou směs je závislý na volbě modelu dvoufázové směsi. Pro řešení úlohy (3.4a) - (3.4e) je třeba přejít od dvojice proměnných (ρ, e) ke dvojici (h, p) . Parametry γ, a, π, c_v jsou pro každou fázi jiné. Hodnoty použité v této práci jsou převzaty z [1] a odpovídají aproximaci pro střední tlak $p_0 = 15,5 \text{ MPa}$. Uvedeny jsou v tabulce 4.1

Tabulka 4.1: Parametry pro model Stiffened gas stavové rovnice

Fáze	$c_v [J \cdot K^{-1}]$	$\gamma [-]$	$\pi [Pa]$	$a [J \cdot kg^{-1}]$
Kapalná	1816,20	2,35	10^9	$-1167,056 \cdot 10^3$
Plynná	1040,14	1,43	0	$2030,255 \cdot 10^3$

Vlastnosti chladiva na mezi sytosti

Entalpie a hustota chladiva na mezi sytosti jsou závislé pouze na tlaku a fázi chladiva, popsány jsou pomocí vztahů (4.5) a (4.6) [1]. Index κ indikuje fázi, která je kapalná ($\kappa = l$, z angl. „liquid“), nebo plynná ($\kappa = g$, z angl. „gas“).

$$h_{\kappa}^s(p) = a_{\kappa} + \gamma_{\kappa} c_{v\kappa} T^s(p) \quad (4.5)$$

$$\rho_{\kappa}^s(p) = \frac{p + \pi_{\kappa}}{(\gamma_{\kappa} - 1) c_{v\kappa} T^s(p)} \quad (4.6)$$

Teplota sytosti je stejná pro obě fáze i pro parovodní směs v termodynamické rovnováze, kterou lze vyjádřit jako rovnost Gibbsových volných potenciálů $g_l(p, T^s) = g_g(p, T^s)$. Tato rovnice je nelineární rovnicí, kterou lze zapsat jako $f(T^s) = 0$, jejím řešením je teplota na mezi sytosti T^s pro daný tlak p .

Vlastnosti jednofázového chladiva

Hustota ρ_{κ} , teplota T_{κ} a koeficient stlačitelnosti β_{κ} jednotlivých fází chladiva jsou popsány pomocí vztahů (4.7), (4.8) a (4.9) [1].

$$\rho_{\kappa}(h, p) = \frac{\gamma_{\kappa}}{\gamma_{\kappa} - 1} \frac{p + \pi_{\kappa}}{h - a_{\kappa}} \quad (4.7)$$

$$T_{\kappa}(h, p) = \frac{h - a_{\kappa}}{\gamma_{\kappa} c_{v\kappa}} \quad (4.8)$$

$$\beta_{\kappa}(h, p) = \frac{\gamma_{\kappa} - 1}{\gamma_{\kappa}} \frac{p}{p + \pi_{\kappa}} \quad (4.9)$$

Vlastnosti dvoufázové směsi

Parovodní směs je v této práci popisována homogenním modelem, jehož charakteristiky jsou uvedeny na začátku této sekce. Vlastnosti parovodní směsi jsou dány vztahy (4.10) a (4.11) [1], index m značí směs (z angl. „mixture“).

$$\beta_m(h, p) = p \cdot \frac{\frac{1}{\rho_g^s} - \frac{1}{\rho_l^s}}{h_g^s - h_l^s}(p) \quad (4.10)$$

$$a_m(h, p) = \left[\frac{\rho_g^s h_g^s - \rho_l^s h_l^s}{\rho_g^s - \rho_l^s} \right](p) \quad (4.11)$$

Sjednocená stavová rovnice

Na základě dosud uvedených dílčích výsledků lze zformulovat sjednocenou stavovou rovnici figurující v úloze (3.4a) - (3.4e), tato rovnice je formulována vztahem (4.12) [1]. Parametry rovnice β a a jsou voleny podle toho, jestli je chladivo v kapalně, nebo plynné fázi, nebo je směsí obou fází v termodynamické rovnováze (v souladu s předpoklady homogenního modelu).

$$\rho(h, p) = \frac{p/\beta(h, p)}{h - a(h, p)} \quad (4.12)$$

Jelikož je v úloze uvažován termodynamický tlak p_0 . Fáze, ve které se chladivo nachází se určí pomocí vztahu (4.5), pokud je entalpie chladiva nižší než h_l^s , chladivo je v kapalně fázi, pokud je entalpie chladiva vyšší než h_g^s , chladivo je v plynné fázi, jinak je chladivo ve formě parovodní směsi.

Pomocí rovnice (4.12) lze také přepsat entalpickou rovnici v úloze (3.4a) - (3.4e) popisující LMNC model. Entalpická rovnice pak má tvar (4.13).

$$\frac{\partial h}{\partial t} + v \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\beta(h, p_0)}{p_0} (h - a(h, p_0)) \Phi(t, z) \quad (4.13)$$

Závěrem této části je namístě stručně popsat postup implementace takto formulovaných vlastností chladiva do řešeného modelu. Nejprve je se zvolí střední termodynamický tlak p_0 , na základě toho se určí konstantní parametry, jejichž přehled pro $p_0 = 15,5 \text{ MPa}$ je uveden v tabulce 4.1. Následně je řešením nelineární rovnice sestavené z rovnosti Gibbsových potenciálů pro vodu i vodní páru na mezi sytosti určena teplota sytosti při daném tlaku. Následně hustoty a entalpie na mezi sytosti (viz. vztahy (4.5) a (4.6)). Hustota ρ_κ , teplota T_κ a koeficient stlačitelnosti β_κ jednotlivých fází chladiva jsou popsány pomocí vztahů (4.7), (4.8) a (4.9). Pro určení vlastností parovodní směsi v termodynamické rovnováze jsou klíčové parametry β a a dané vztahy (4.10) a (4.11). Na toto navazuje sjednocená stavová rovnice dána vztahem (4.12), která se přímo používá k výpočtu hustoty chladiva.

4.1.3 Tabelované vlastnosti vody a vodní páry

Použití Stiffened gas stavové rovnice je první aproximací termodynamických vlastností vody, vodní páry a jejich směsi. Problém je však, že není příliš přesná a reálné nelineární vlastnosti modeluje jen velmi přibližně. Navíc například měrná tepelná kapacita při konstantním objemu c_v u reálné kapaliny není konstantou. Stiffened gas stavová rovnice má však velký význam z toho důvodu, že model LMNC formulovaný vztahy (3.4a) - (3.4e) má analytické řešení, které je významné pro verifikaci numerické metody použité pro modelování jevů pomocí LMNC modelu.

Další možnost jak získat model termodynamických vlastností chladiva je formulace termodynamických vlastností vody a vodní páry IAPWS IF-97 [12]. Postup je principiálně stejný jako při použití Stiffened gas stavové rovnice, ale všechny aproximace lineárními vztahy jsou nahrazeny výpočtem reálných termodynamických vlastností podle formulace IAPWS IF-97. Opět platí, že termodynamický tlak p_0 je zvolen podle počítané úlohy, termodynamické vlastnosti závislé na dvojici (h, p) jsou tak při výpočtu pouze funkcemi entalpie a konstantního tlaku.

Konkrétní postup jak počítat vlastnosti chladiva v této práci popisovány nejsou, detailní popis je uveden v [12]. Model je implementován v prostředí MATLAB a proto bylo možné využít knihovnu XSteam [11], která formulaci IAPWS IF-97 implementuje a poskytuje funkce potřebné k výpočtu termodynamických vlastností chladiva.

Vlastnosti na **mezi sytosti** jsou hodnoty $h_l^s(p_0)$, $h_g^s(p_0)$, $\rho_l^s(p_0)$, $\rho_g^s(p_0)$ nebo $T^s(p_0)$, které lze získat pomocí funkcí v balíku XSteam [11].

Teplota chladiva se počítá způsobem uvedeným vztahem (4.14). Teploty jednotlivých fází jsou funkcemi entalpie a tlaku. Tlak je zvolen předem, a teplotu fáze lze proto určit pouze na základě entalpie, která je v různých bodech výpočetní oblasti

během výpočtu různá. Teplota směsi je rovna teplotě na mezi sytosti v souladu s předpoklady homogenního modelu [2].

$$T(h, p) = \begin{cases} T_l(h, p) & \text{když } h < h_l^s \\ T^s(p) & \text{když } h_l^s \leq h \text{ a zároveň } h \leq h_g^s \\ T_g(h, p) & \text{když } h \geq h_g^s \end{cases} \quad (4.14)$$

Hustota chladiva se počítá obdobně jako teplota. Hustoty jednotlivých fází jsou funkcemi zadaného tlaku p_0 a entalpie h . Hustota je dána vztahem (4.15) [2].

$$\rho(h, p) = \begin{cases} \rho_l(h, p) & \text{když } h < h_l^s \\ \rho_m = \frac{[\rho_g^s \rho_l^s (h_g^s - h_l^s)](p)}{[\rho_g^s h_g^s - \rho_l^s h_l^s](p) - h \cdot [\rho_g^s - \rho_l^s](p)} & \text{když } h_l^s \leq h \text{ a zároveň } h \leq h_g^s \\ \rho_g(h, p) & \text{když } h \geq h_g^s \end{cases} \quad (4.15)$$

Koeficient stlačitelnosti je definován vztahem (3.4d). Pro výpočet $\beta(h, p)$ dvoufázové směsi se použije stejný vztah jako při Stiffened gas stavové rovnici. Pro úplnost je princip určení hodnoty koeficientu stlačitelnosti naznačen ve vztahu (4.16) [2].

$$\beta(h, p) = \begin{cases} \beta_l(h, p) & \text{když } h < h_l^s \\ \beta_m = p \cdot \frac{\frac{1}{\rho_g^s} - \frac{1}{\rho_l^s}}{h_g^s - h_l^s}(p) & \text{když } h_l^s \leq h \text{ a zároveň } h \leq h_g^s \\ \beta_g(h, p) & \text{když } h \geq h_g^s \end{cases} \quad (4.16)$$

Teplotná vodivost a **dynamická viskozita** jsou určeny vztahy (4.17) a (4.18) [2], kde α je objemový podíl páry ve směsi definovaný vztahem (4.2).

$$\lambda(h, p) = \begin{cases} \lambda_l(h, p) & \text{když } h < h_l^s \\ \lambda_m = \alpha(h, p) \lambda_g^s(p) + (1 - \alpha(h, p)) \lambda_l^s(p) & \text{když } h_l^s \leq h \text{ a zároveň } h \leq h_g^s \\ \lambda_g(h, p) & \text{když } h \geq h_g^s \end{cases} \quad (4.17)$$

$$\mu(h, p) = \begin{cases} \mu_l(h, p) & \text{když } h < h_l^s \\ \mu_m = \alpha(h, p) \mu_g^s(p) + (1 - \alpha(h, p)) \mu_l^s(p) & \text{když } h_l^s \leq h \text{ a zároveň } h \leq h_g^s \\ \mu_g(h, p) & \text{když } h \geq h_g^s \end{cases} \quad (4.18)$$

Měrné tepelné kapacity při konstantním objemu a tlaku mají smysl pouze při popisu vlastností jednotlivých fází. U dvoufázové směsi nelze definovat měrnou tepelnou kapacitu. Způsob výpočtu je naznačen vztahem (4.19), index $k \in \{p, v\}$ značí měrnou tepelnou kapacitu při konstantním tlaku resp. objemu.

$$c_k(h, p) = \begin{cases} c_{k,l}(h, p) & \text{když } h < h_l^s \\ c_{k,g}(h, p) & \text{když } h \geq h_g^s \end{cases} \quad (4.19)$$

Interpolace termodynamických vlastností chladiva

Výše uvedenými postupy jak počítat termodynamické vlastnosti chladiva ve dvoufázové směsi jsou explicitně dány parametry chladiva na mezi sytosti. Zbývá určit vlastnosti jednotlivých fází. K tomu se opět využije balík funkcí XSteam implementovaný v prostředí MATLAB. Všechny potřebné vlastnosti jednotlivých fází lze pomocí balíku XSteam spočítat jako funkci dvojice proměnných (h, p) , jelikož tlak je předem zvolený $p = p_0$, tak jsou všechny výše uvedené vlastnosti během výpočtu jen funkcí entalpie. Díky tomu lze využít funkce balíku XSteam a vytvořit interpolační tabulky.

Pro každou počítanou termodynamickou vlastnost jsou tyto tabulky dvě. První pro kapalnou fázi, začínající na minimální entalpii h_{min} odpovídající minimální teplotě rozsahu platnosti výpočtu T_{min} a končící entalpií kapaliny na mezi sytosti h_l^s . Druhá tabulka začíná na entalpii plynné fáze na mezi sytosti h_g^s a končí na maximální entalpii h_{max} odpovídající maximální teplotě rozsahu platnosti výpočtu T_{max} .

Volbu rozsahu entalpií v interpolačních tabulkách je vhodné řídit rozsahem teplot, které při modelování lze očekávat. Je vhodné volit rozsah teplot s dostatečnou rezervou. Typicky volit teplotu T_{min} několik desítek stupňů pod nejnižší odhadovanou teplotou chladiva a T_{max} několik desítek nad maximální odhadovanou teplotou chladiva. Pokud se odhad ukáže nedostatečný a teploty při výpočtu dosahují nebo překračují rozsah platnosti, je třeba úlohu přepočítat s novým rozsahem platnosti teplot.

Zvláštní úlohu při výpočtu vlastností chladiva v jednotlivých fázích má bezrozměrný koeficient stlačitelnosti β . Ve formulaci IAPWS-IF97 se nevyskytuje a je třeba proto výpočet této vlastnosti zvlášť implementovat. Při implementaci výpočtu bezrozměrného koeficientu stlačitelnosti se vychází z definice (3.4d), derivace je nahrazena centrální diferencí a pomocí vztahu (4.20) jsou napočítány hodnoty pro interpolační tabulku, ve které se během počítání úlohy (3.4a) - (3.4e) interpolací určují hodnoty $\beta(h, p_0)$.

$$(\beta_\kappa)_i \approx \beta_\kappa(h_i, p_0) = -\frac{p_0 \rho_{i+1} - \rho_{i-1}}{\rho_i^2 h_{i+1} - h_{i-1}} \quad (4.20)$$

4.1.4 Srovnání modelů termodynamických vlastností chladiva

V této práci jsou použity dva modely termodynamických vlastností chladiva. Stiffened gas stavová rovnice popsaná jednoduchými algebraickými vztahy, díky čemuž lze tento model použít pro získání analytického řešení úlohy (3.4a) - (3.4e). Jedná se však pouze o zjednodušenou aproximaci silně nelineárních vlastností vody a vodní páry obzvláště v okolí křivek sytosti a dvoufázové oblasti. Pro přesnější výsledky je třeba použít model, který nejlépe popisuje termodynamické vlastnosti chladiva, použita je průmyslová formulace termodynamických vlastností IAPWS-IF97 a její hodnoty jsou tabelovány v požadovaném rozsahu platnosti a při výpočtu jsou vlastnosti chladiva interpolovány.

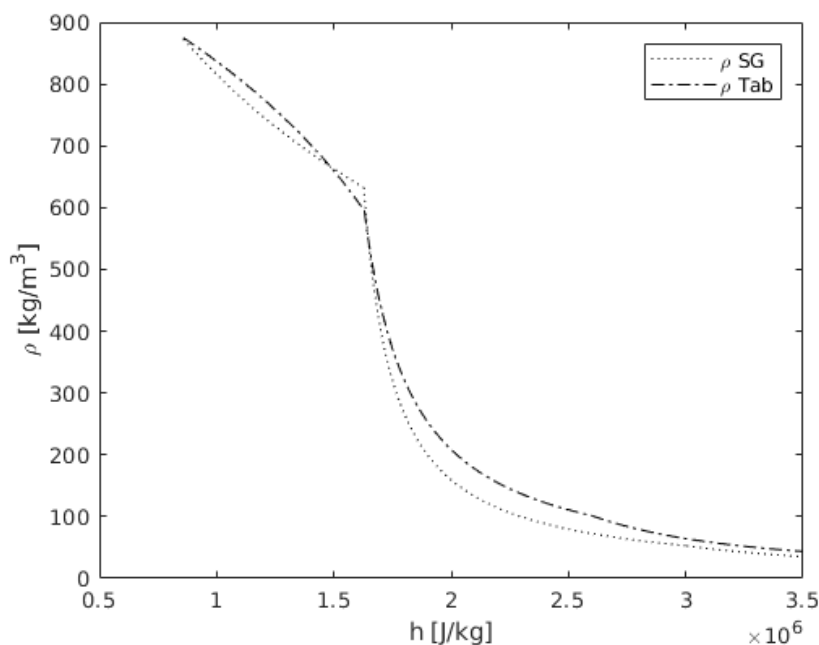
Z hlediska výpočetní náročnosti je třeba hodnotit dva aspekty, prvním je inicializace parametrů termodynamického modelu. Určení vlastností na mezi sytosti. V případě tabelovaných vlastností také příprava interpolačních tabulek. Druhým je samotný výpočet vlastností chladiva během řešení úlohy, tj. výpočet vlastností chladiva pomocí algebraických vztahů uvedených v této kapitole, nebo pomocí interpolačních tabulek vytvořených na základě IAPWS-IF97. Tabulka 4.2 srovnává časovou náročnost inicializace parametrů obou modelů. Také srovnává náročnost výpočtu termodynamických vlastností během řešení úlohy (3.4a) - (3.4e). Jako test je spočítána teplota, hustota a bezrozměrný koeficient roztažnosti chladiva v 1000 bodech v rozsahu platnosti inicializovaného modelu.

Tabulka 4.2: Řádová výpočetní náročnost termodynamických modelů

Model TD vlastností	Stiffened gas	Tabelované vlastnosti
Inicializace parametrů	$10^{-3}s$	1s
Výpočet v 1000 bodech	$10^{-2}s$	1s

Z tabulky je patrné, že Stiffened gas model je výpočetně řádově rychlejší, případě inicializace dat až o tři řády. Avšak inicializace dat probíhá pouze jednou a to na začátku výpočtu, takže i 1s je naprosto přijatelná. Z hlediska časové náročnosti výpočtu je hlavní výpočet vlastností chladiva pomocí stavové rovnice. Přesnější výpočet je časově sice o dva řády náročnější, pokud se však výpočetní oblast pokryje například 100 uzly, tak výpočet termodynamických vlastností chladiva v jednom časovém kroku trvá řádově 0, 1s, jak se ukáže v následující kapitole, tato rychlost je dostatečná.

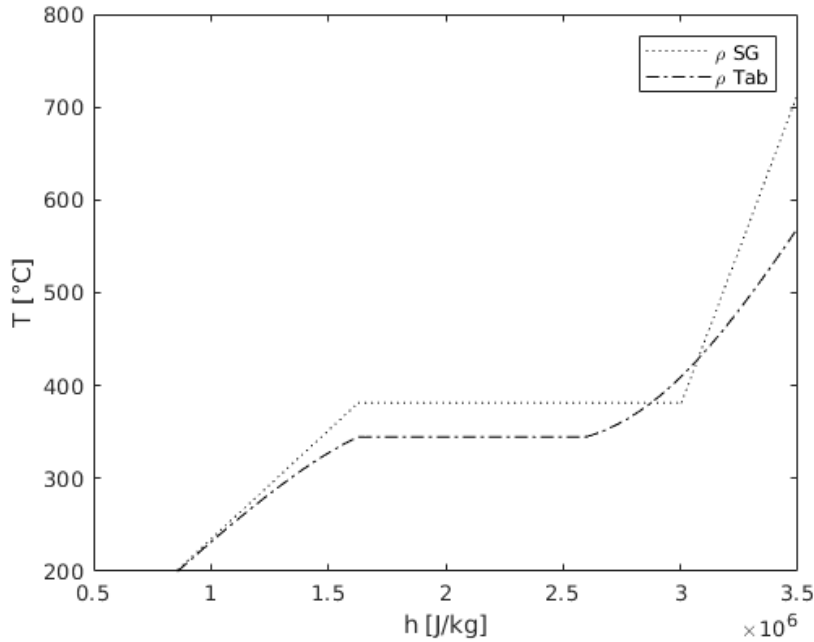
Pro ilustraci jsou na obrázcích 4.1, 4.2 a 4.3 vykresleny průběhy hustoty, teploty, bezrozměrného koeficientu stlačitelnosti, tepelné vodivosti a měrné tepelné kapacity při konstantním objemu. Z obrázků je patrné, že hodnoty se výrazně liší, teploty sytosti například až o desítky stupňů Celsia, navíc hodnoty entalpie na mezi sytosti se také liší. To je problém, protože na základě entalpie se určuje, kdy dochází k varu.



Obrázek 4.1: Srovnání průběhů hustoty pro SG model a tabelované vlastnosti při tlaku $p_0 = 15,5 \text{ MPa}$

4.2 Hydrodynamika a přestup tepla

Při řešení transportních rovnic LMNC modelu (3.4a) - (3.4e) kromě stavové rovnice je třeba znát také člen tlakových ztrát $(\partial p / \partial z)_{FR}$ způsobených třením, tento člen je kombinací analytických úvah založených na teorii podobnosti a empirických korelací. Tlakové ztráty třením jsou obecně závislé na režimu proudění. U jednofázového proudění se jedná zejména o rozdělení na laminární a turbulentní proudění. Dvoufázové proudění v AZ reaktoru bývá zpravidla turbulentní, jednotlivé fáze mohou spolu různě interagovat a vznikají tak různé režimy. Tyto režimy mají také vliv na přestup tepla ze stěny do chladiva.



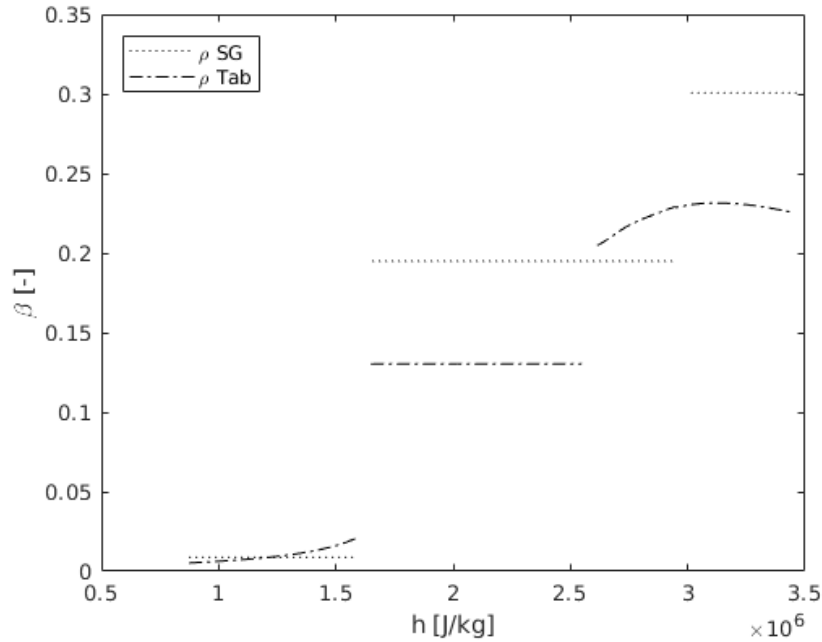
Obrázek 4.2: Srovnání průběhů teploty pro SG model a tabelované vlastnosti při tlaku $p_0 = 15,5 \text{ MPa}$

4.2.1 Režimy dvoufázového proudění

Pro popis vývoje dvoufázového proudění a režimů, které mohou nastat je výhodné uvažovat vertikální vyhřívanou trubku, do které vtéká podchlazená kapalina. Graficky je znázorněna na obrázku 4.4 [16]. Obrázek je převzat z anglické literatury, český srovnatelně názorný obrázek se nepodařilo nalézt, v následujících odstavcích je obrázek podrobně popsán a důležité pojmy budou uvedeny v češtině.

Jednofázové proudění na vstupu je turbulentní (Reynoldsova čísla jsou řádově $Re \sim 10^5$), dochází k jednofázové nucené konvekci (oblast A). Teplota chladiva (na obrázku označena jako T_{liquid}) po délce kanálu díky vyhřívání roste, chladivo má rychlostní a teplotní profil. V určité chvíli chladivo u povrchu trubky dosáhne teploty sytosti T_{sat} a začnou vznikat bublinky, které v centrální (chladnější) části proudu kondenzují, tento jev se nazývá podchlazený var (angl. Subcooled boiling), střední teplota chladiva je pod teplotou sytosti (oblast B).

Teplota chladiva dále roste, jakmile chladivo po celém průřezu dosáhne teploty sytosti, bublinky nekondenzují, podíl parní fáze dále roste. Jedná se o oblast varu na mezi sytosti, který obecně může být bublinkový (angl. Bubbly flow, oblast C) nebo tzv. (zpravidla později) pístový (angl. Slug flow, oblast D). S rostoucím podílem parní fáze přechází proudění do prstencového režimu (angl. Annular flow, oblast E), kdy kapalná fáze se především podél stěny, při vyšších rychlostech a suchostech páry je tato vrstva strhávána parním jádrem proudu (oblast F). V určitém bodě je



Obrázek 4.3: Srovnání průběhů bezrozměrného koeficientu stlačitelnosti pro SG model a tabelované vlastnosti při tlaku $p_0 = 15,5 \text{ MPa}$

stěna trubky vysušena (v angličtině se tento bod nazývá Dry-out point) a proudící kapalina sestává z parní fáze obsahující malé kapičky kapaliny (angl. Drop flow nebo Mist flow, oblast G) . Dalším ohřevem se kapičky vysušují až do bodu, kdy chladivo je jednofázová pára (oblast H).

Jednotlivé režimy dvoufázového proudění jsou geometricky velmi rozmanité, jak je patrné z obrázku 4.4. Homogenní model uvažující rovnoměrné rozložení kapalné a plynné fáze v prostoru je pouze zjednodušením, které má nejbližší bublinkovému varu nebo potom mlžnému varu. Stejně tak úvaha o termodynamické rovnováze je pouhou aproximací skutečné směsi, vliv této aproximace na výsledky výpočtu bude patrný v kapitole 5.

Stojí za povšimnutí chování teplot chladiva. V první části, kdy je chladivo kapalné, teplota po délce trubky s dodávanou energií roste. Teplotní profil způsobuje, že chladivo blíž ke stěně má vyšší teplotu a dříve dosáhne teploty sytosti, kdy začínají vznikat parní bublinky (oblast podchlazeného varu). Střední teplota dál roste, jelikož se chladivo postupně ohřívá po celém průřezu. Jakmile střední teplota chladiva dosáhne teploty sytosti, mluví se o varu na mezi sytosti. Teplota chladiva dále neroste, veškerá dodaná energie se spotřebuje na přeměnu fáze chladiva z kapalné na parní. Podíl parní fáze tedy roste dokud se všechna kapalina nepřemění na páru. Chladivo je pak v čistě plynné fázi a dalším dodanou energií jeho teplota roste.

Stěna trubky se chová poněkud jinak. U jednofázového proudění teplota stěny po-

stupně roste s teplotou chladiva. V bodě, kdy chladivo u stěny dosáhne teploty sytosti, přestává teplota stěny růst (střední teplota chladiva je zatím pod mezí sytosti a roste dál) a drží se přibližně na stejné hodnotě. Různé režimy proudění různě efektivně odvádějí teplo ze stěny, proto může teplota stěny mírně kolísat v závislosti na lokálním režimu proudění. Jakmile se stěna vysuší, její teplota okamžitě narůstá, jelikož plynná fáze odvádí teplo hůř než kapalná. Teplota chladiva je v tomto bodě stále na mezi sytosti, jelikož chladivo obsahuje kapičky kapalné fáze. Jakmile se kapalná fáze vysuší a teplota chladiva začíná růst, roste také teplota stěny.

Tlakové ztráty při dvoufázovém proudění

Pro výpočet tlakových ztrát třením lze obecně použít vztah (4.21) [21], kde f je součinitel třecích ztrát, ρ hustota, v rychlost chladiva. $D_h = 4A/o$ je hydraulický průměr kanálu, ke A je průřez kanálu a o je smočený obvod.

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{FR} = f \frac{\rho v^2}{2D_h} \quad (4.21)$$

Součinitel třecích ztrát je závislý na režimu proudění. V případě jednofázového proudění, které je turbulentní má součinitel třecích ztrát tvar (4.22) [21], kde $Re = v\rho D_h/\mu$ je Reynoldsovo číslo.

$$f_{1\Phi} = \frac{0,184}{Re^{0.2}} \quad (4.22)$$

Pro součinitel třecích ztrát dvoufázového proudění je použit vztah (4.23), kde x je suchost směsi definovaná vztahem (4.1) [21].

$$f_{2\Phi} = f_{1\Phi} \left(1 + \left(\frac{\rho_l^s}{\rho_g^s} - 1\right) x\right) \quad (4.23)$$

Koeficient přestupu tepla ze stěny do chladiva

V případě jednofázového turbulentního proudění se koeficient přestupu tepla určí z Nusseltova čísla $Nu = kD_h/\lambda$ (podobnostní číslo vyjadřující poměr mezi konvektivním a konduktivním přestupem tepla), kde $k [W/m^2K]$ je součinitel přestupu tepla, a $\lambda [W/mK]$ je součinitel tepelné vodivosti. Nusseltovo číslo se určí vztahem (4.24), kde f je definován vztahem (4.25) [16].

$$Nu = \frac{\left(\frac{f_{Nu}}{8}\right) (Re - 1000) Pr}{1 + 12,8 (Pr^{0,68} - 1) \sqrt{\frac{f_{Nu}}{8}}} \quad (4.24)$$

$$f_{Nu} = \frac{1}{[1, 82 \log_{10}(Re) - 1, 64]^2} \quad (4.25)$$

Teplota chladiva je známa pomocí termodynamického modelu chladiva $T_c(h, p)$, teplotu stěny trubky T_w lze potom získat z Newtonova zákona (4.26).

$$q'' = k(T_w - T_c) \quad (4.26)$$

Jak bylo uvedeno v předcházející části kapitoly, ve vyhříváném kanále s přechodem z jednofázového do dvoufázového proudění je úsek, kde dochází k podchlazenému varu, střední teplota chladiva je menší než teplota varu. Vznikající bublinky u stěny však zvyšují turbulenci proudění, zlepšuje se přestup tepla a teplota stěny dále neroste. Tento režim je popsán rovnicí (4.27)[16], kde h_{lg} je měrné výparné teplo chladiva. Z této rovnice lze získat teplotu na stěně. Takto se získají dva odhady teploty na stěně. Jeden pomocí vztahu (4.24) pro jednofázovou nucenou konvekci a druhý odhad pomocí vztahu (4.27) [16] pro podchlazený var. V každém bodě se zvolí teplota, která je menší.

$$q'' = [1058k(\rho v h_{lg})^{-0.7}(T_w - T^s)]^{1/0,3} \quad (4.27)$$

Jakmile střední teplota chladiva dosáhne teploty sytosti, chladivo je považováno za dvoufázové i z hlediska homogenního modelu a přestup tepla se určí následujícím způsobem. Nejprve se určí koeficient přestupu tepla k_{lo} („lo“ je z angl. liquid only), určí se stejně jako koeficient přestupu tepla pro nucenou konvekci, parametry chladiva jsou stejné jako parametry kapalně fáze chladiva na mezi sytosti.

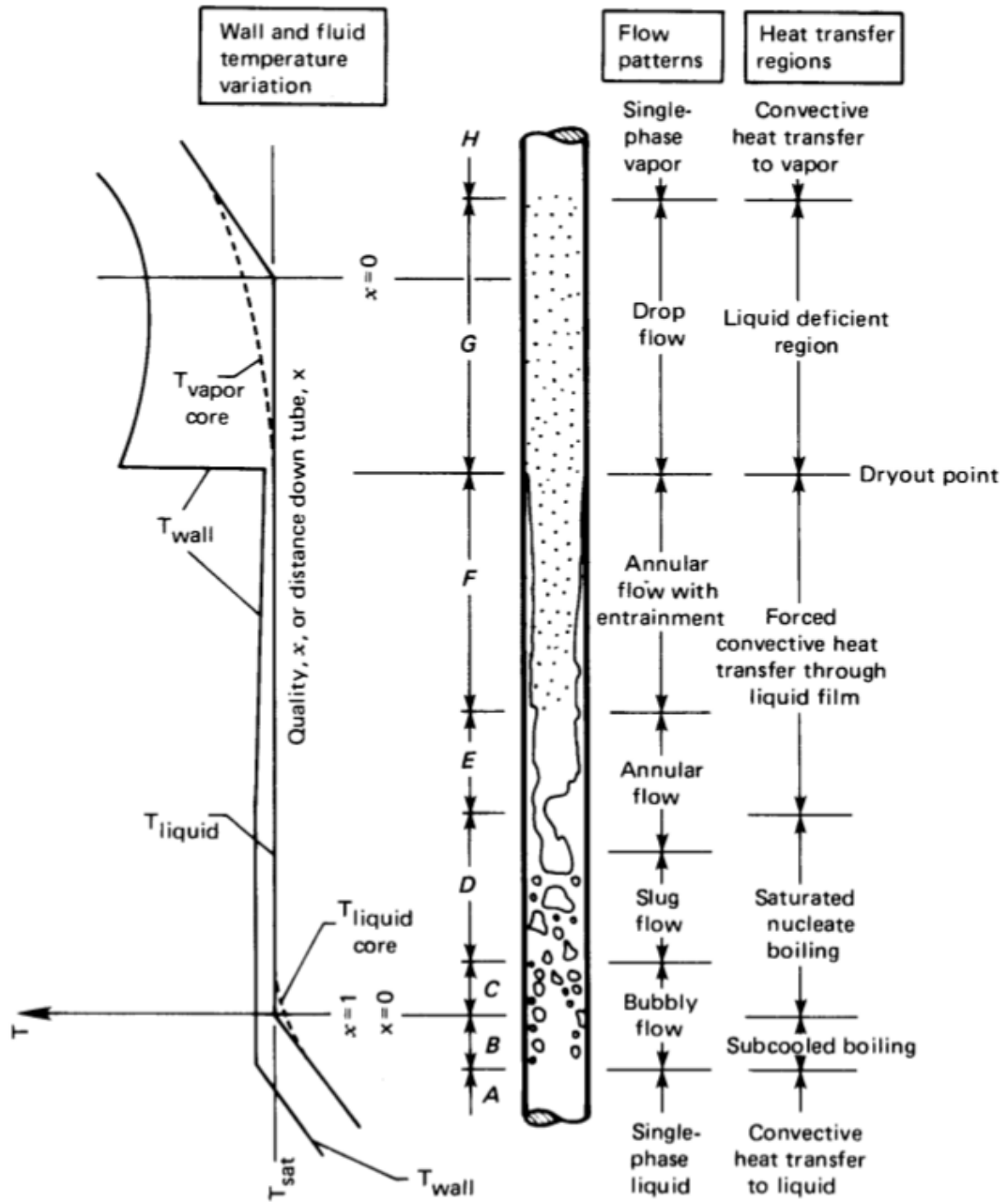
Přestup tepla při varu může mít dva charaktery, může převládat tzv. "nucleate boiling" nebo "convective boiling". Z provedené rešerše není jasné, jaký je korektní překlad, proto jsou v této práci ponechány v angličtině. Koeficienty přestupu tepla se pro tyto dva charaktery spočtou pomocí vztahů (4.28) a (4.29) [16], kde Co resp. Bo jsou konvektivní číslo (z angl. Convective number) a varné číslo (z angl. Boiling number) definované vztahy (4.30) resp. (4.31) [16]. Volí se menší z vypočtených součinitelů přestupu tepla, teplota na stěně se určí opět vztahem (4.26).

$$k_{NBD} = (1 - x)^{0,8} [0, 6883Co^{-0,2} + 1058Bo^{0,7}] k_{lo} \quad (4.28)$$

$$k_{CBD} = (1 - x)^{0,8} [1, 136Co^{-0,9} + 667, 2Bo^{0,7}] k_{lo} \quad (4.29)$$

$$Co = \left(\frac{1-x}{x} \right)^{0,8} \left(\frac{\rho_g^s}{\rho_l^s} \right)^{0,5} \quad (4.30)$$

$$Bo = \frac{q''}{\rho v h_{lg}} \quad (4.31)$$



Obrázek 4.4: Režimy dvoufázového proudění a průběhy teplot chladiva a na stěně [16]

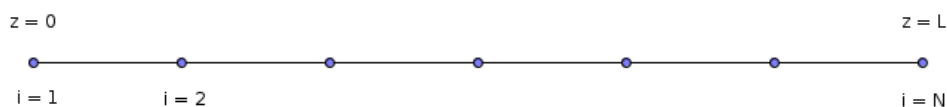
Kapitola 5

Numerické řešení

Řeší se úloha předepsaná rovnicemi (3.4a) - (3.4e), kde entalpickou rovnicí (3.4b) pro případ Stiffened gas stavové rovnice nahradí vztah (4.13). V této kapitole je popsáno numerické řešení úlohy, předtím je definována výpočetní oblast a popsán obecný princip numerického řešení. Závěrem kapitoly jsou zdokumentovány vlastnosti zvolené numerické metody.

5.1 Výpočetní oblast

Výpočetní oblastí je rozuměn vertikální palivový kanál v AZ reaktoru, který je pokryt rovnoměrnou sítí N uzlů, ve kterých je vyčíslováno numerické řešení, viz. obrázek 5.1. Velikost prostorového kroku je potom $\Delta z = L / (N - 1)$. V prvním bodě jsou udány vstupní okrajové podmínky rychlost a entalpie, a v N -tém uzlu výstupní tlaková okrajová podmínka.



Obrázek 5.1: Výpočetní oblast

Časová osa je diskretizována se zvoleným časovým krokem Δt . Libovolnou veličinu n -tém časovém a i -tém prostorovém kroku lze potom zapsat jako $\varphi(t_n, z_i) = \varphi_i^n$. Platí $z_i = i \cdot \Delta z$, kde $i \in \{1, \dots, N\}$, $t_n = n \cdot \Delta t$, $n \geq 0$ a zároveň $n \in \mathbb{N}$.

5.2 Myšlenka numerického řešení

Pro řešení úlohy (3.4a) - (3.4e) je v této práci implementována explicitní metoda, jejíž obecný princip je následující [1].

1. Jsou známy všechny veličiny v aktuální časové vrstvě n .
2. Řešení entalpické (3.4b) rovnice metodou charakteristik. Výsledkem je entalpie v nové časové vrstvě h^{n+1} .
3. Výpočet termodynamických vlastností chladiva v nové časové vrstvě jako funkce parametrů (p_0, h^{n+1}) .
4. Výpočet rychlosti v nové časové vrstvě v^{n+1} řešením obyčejné diferenciální rovnice pro rychlost (3.4a) .
5. Výpočet tlaku v nové časové vrstvě \bar{p}^{n+1} řešením tlakové rovnice (3.4c) , která je v tomto bodě také obyčejnou diferenciální rovnicí, jelikož časová derivace $\partial(\rho v)/\partial t$ je z předchozích kroků známa.

Z uvedeného postupu je patrné, že soustava se neřeší najednou, ale řeší se každá rovnice v každém časovém kroku zvlášť. Tato aproximace je přípustná mj. právě díky odstranění akustického časového měřítká (viz. kapitola 3).

5.3 Výpočet entalpie

Rovnice pro entalpii v úloze (3.4a) - (3.4e) je skalární transportní rovnicí s pravou stranou, kterou obecně lze zapsat vztahem (5.1) [18].

$$\begin{aligned} \frac{\partial h(t, z)}{\partial t} + v(t, z) \frac{\partial h(t, z)}{\partial z} &= \theta(t, z) \\ h(0, z) &= h_{init}(z) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Metoda charakteristik poskytuje implicitní řešení, vyžaduje řešení úlohy dané vztahem (5.2).

$$\begin{aligned} \frac{d\chi}{d\tau} &= v(\tau, \chi(\tau)) \\ \chi(s) &= x_0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Řešení rovnice (5.1) je pak dáno vztahem (5.3).

$$h(t, x) = h_{init}(\chi(0; t, x)) + \int_0^t \theta(t, \chi(\tau, t, x)) d\tau \quad (5.3)$$

Z hlediska mechaniky tekutin lze na charakteristiku nahlížet následujícím způsobem. Hodnota $\chi(t, s, x_0)$ označuje pozici, na které se v čase t vyskytovala částice, která byla v čase s na pozici x_0 .

Z hlediska numerického výpočtu není výhodné se pro výpočet v n -té časové vrstvě integrovat řešení po charakteristice až k počáteční podmínce, výhodné bude použít vztah (5.4), který se v literatuře označuje jako semigrupová vlastnost (semi-group property) [18].

$$\chi(t_1; t_2, \chi(t_2; t_3, x_0)) = \chi(t_1; t_3, x_0) \quad (5.4)$$

Rovnici (5.3) lze potom definovat mezi dvěma po sobě jdoucími časovými kroky následujícím způsobem [18]

$$h(t + \Delta t, x) = h(t, \chi(t; t + \Delta t, x)) + \int_t^{t+\Delta t} \theta(\tau, \chi(\tau; t + \Delta t, x)) d\tau. \quad (5.5)$$

Řešení entalpické rovnice sestává ze dvou kroků, prvním je určení paty charakteristiky $\chi(t; t + \Delta t, x)$ řešením rovnice (5.1) [1].

$$\xi_i^n = z_i - \Delta t \cdot v_i^n \quad (5.6)$$

Pata charakteristik ξ_i^n obecně neleží na pozicích uzlových bodů. Hodnota prvního členu na pravé straně rovnice (5.5) se získá interpolací řešení h^n pro hodnoty charakteristik ξ_i^n . Interpolované hodnoty jsou dále označeny $\hat{h}_i^{n+1, n} = h(t, \chi(t; t + \Delta t, x))$.

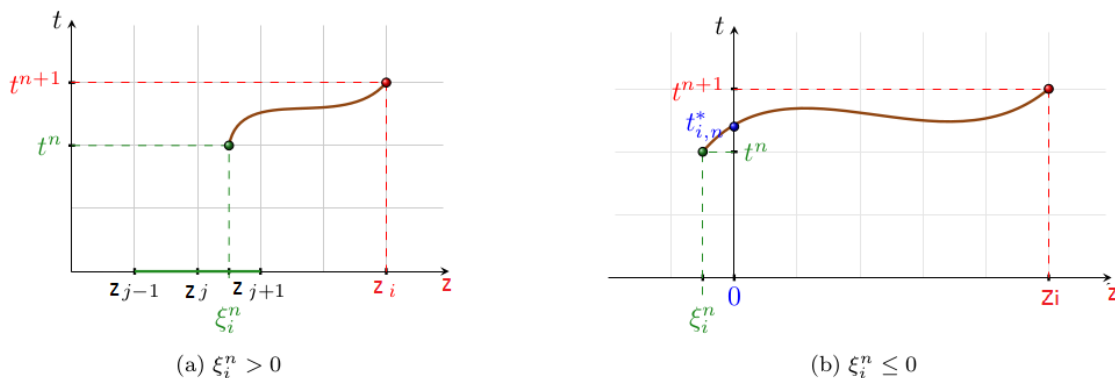
Hodnota entalpie v nové časové vrstvě h^{n+1} se spočítá integrací druhého členu na pravé straně rovnice. V případě řešení rovnice (4.13) má řešení tvar (5.7) [1]. V případě tabelovaných vlastností má řešení tvar (5.8) [2].

$$h_i^{n+1} = \hat{h}_i^{n+1, n} + \Delta t \frac{\beta(\hat{h}_i^{n+1, n}) \Phi(t^n, \xi_i^n)}{p_0} \left(\hat{h}_i^{n+1, n} - a(\hat{h}_i^{n+1, n}) \right) \quad (5.7)$$

$$h_i^{n+1} = \hat{h}_i^{n+1, n} + \Delta t \frac{\Phi(t^n, \xi_i^n)}{\rho(\hat{h}_i^{n+1, n})} \quad (5.8)$$

Pata charakteristiky může být uvnitř výpočetní oblasti, nebo může ležet mimo výpočetní oblast (viz. obrázek 5.2 a). V případě, že charakteristika leží v oblasti, entalpie

h_i^{n+1} se spočítá pomocí vztahů (5.7) nebo (5.8).



Obrázek 5.2: Charakteristiky [2]

V případě, že pata charakteristiky leží mimo výpočtovou oblast (viz obrázek 5.2 b). Entalpie v novém časovém kroku se dopočítá vztahem (5.9) [1] nebo (5.10) [2].

$$h_i^{n+1} = h_{in}(t_i^*) + (t^{n+1} - t_i^*) \frac{\beta(h_{in}(t_i^*)) \Phi(t_i^*, 0)}{p_0} [h_{in}(t_i^*) - a(h_{in}(t_i^*))] \quad (5.9)$$

$$h_i^{n+1} = h_{in}(t_i^*) + (t^{n+1} - t_i^*) \frac{\Phi(t_i^*, 0)}{\rho(h_{in}(t_i^*))} \quad (5.10)$$

5.4 Výpočet rychlosti

Rychlost v nové časové vrstvě se získá řešením obyčejné diferenciální rovnice v úloze (3.4a) - (3.4e). Rychlost v_i^{n+1} se spočte vztahem (5.11) [1].

$$v_i^{n+1} = v_{i-1}^{n+1} + \frac{1}{p_0} \int_{z_{i-1}}^{z_i} \beta(h(t^{n+1}, z)) \Phi(t^{n+1}, z) dz \quad (5.11)$$

Numerickou integrací druhého členu se získá vztah (5.12).

$$v_i^{n+1} = v_{i-1}^{n+1} + \frac{\Delta z}{p_0} \beta(h_{i-1}^{n+1}) \Phi(t^{n+1}, z_{i-1}) \quad (5.12)$$

Bezrozměrný koeficient β je nespojitý na mezních křivkách. Jestliže ve výpočetní oblasti dochází k přechodu z jednofázové kapalně oblasti do dvoufázové, resp. z dvoufázové do jednofázové plynné, je třeba integrál rozdělit do dvou intervalů. Bod z^* , kde je entalpie chladiva rovna zpravidla neleží v uzlovém bodě sítě, proto je třeba určit interval $z^* \in \langle z_{i-1}, z_i \rangle$. Integrál v rovnici (5.9) se spočte vztahem (5.13) [1].

$$\int_{z_{i-1}}^{z_i} \beta(h(t^{n+1}, z)) \Phi(t^{n+1}, z) dz = (z^* - z_{i-1}) \beta(h_{i-1}^{n+1}) \Phi(t^{n+1}, z_{i-1}) + (z_i - z^*) \beta(h_i^{n+1}) \Phi(t^{n+1}, z_i) \quad (5.13)$$

5.5 Výpočet tlaku

Jelikož hustota i rychlost jsou v novém časovém kroku známy, časová derivace v tlakové rovnici v úloze (3.4a) - (3.4e) je známá (za předpokladu použití dopředné difference k její diskretizaci). Tlaková rovnice je tak obyčejnou diferenciální rovnicí. Z důvodu kompaktnosti zápisu budou v následujících dvou rovnicích časové, resp. prostorové derivace označeny jako ∂_t , resp. ∂_z . Prostorovou derivaci tlaku lze z tlakové rovnice v úloze (3.4a) - (3.4e) vyjádřit za předpokladu hladkosti řešení.

$$\begin{aligned} -\partial_z \bar{p} &= \partial_t (\rho(h)v) + \partial_z (\rho(h)v^2) - \partial_z (\mu \partial_z v) + \rho(h)g \\ &= \rho(h)v \partial_t v + \rho(h)v \partial_z v - \partial_z (\mu \partial_z v) + \rho(h)g \end{aligned} \quad (5.14)$$

Použije li se dále rychlostní rovnice z úlohy (3.4a) - (3.4e), lze rovnici (5.14) upravit a získat tvar (5.15).

$$-\partial_z \bar{p} = \rho(h)v \partial_t v + \rho(h)v \frac{\beta(h)\Phi}{p_0} - \partial_z \left(\mu \frac{\beta(h)\Phi}{p_0} \right) + \rho(h)g \quad (5.15)$$

Označí li se, $\rho_i^{n+1} = \rho(h_i^{n+1})$, $\beta_i^{n+1} = \beta(h_i^{n+1})$ a $\Phi_i^{n+1} = \Phi(t^{n+1}, z_i)$, rovnici (5.15) lze diskretizovat vztahem (5.16) [1]. Tento způsob výpočtu je použit při verifikaci numerického řešení v další kapitole.

$$\begin{aligned} \bar{p}_{i-1}^{n+1} &= \bar{p}_i^{n+1} + \frac{\Delta z}{2} \left[(\rho_i^{i+1} + \rho_{i-1}^{i+1})g + \rho_i^{i+1} \frac{v_i^{n+1} - v_i^{n+1}}{\Delta t} + \rho_{i-1}^{i+1} \frac{v_{i-1}^{n+1} - v_{i-1}^{n+1}}{\Delta t} \right] \\ &\quad + \frac{\Delta z}{2} \left[+\rho_i^{n+1} v_i^{n+1} \frac{\beta_i^{n+1}}{p_0} \Phi_i^{n+1} + \rho_{i-1}^{n+1} v_{i-1}^{n+1} \frac{\beta_{i-1}^{n+1}}{p_0} \Phi_{i-1}^{n+1} \right] \\ &\quad - \mu \left[\frac{\beta_i^{n+1}}{p_0} \Phi_i^{n+1} - \frac{\beta_{i-1}^{n+1}}{p_0} \Phi_{i-1}^{n+1} \right] \end{aligned} \quad (5.16)$$

Při snaze o výsledky, které budou co nejlíže skutečnému chování je vhodné počítat člen vyjadřující tlakové ztráty třením jiným způsobem, v této práci jsou použity vztahy (4.21) až (4.21). Diskretizovaná tlaková rovnice pak má tvar (5.17).

$$\begin{aligned}
\bar{p}_{i-1}^{n+1} = \bar{p}_i^{n+1} + \frac{\Delta z}{2} & \left[(\rho_i^{i+1} + \rho_{i-1}^{i+1}) g + \rho_i^{i+1} \frac{v_i^{n+1} - v_i^{n+1}}{\Delta t} + \rho_{i-1}^{i+1} \frac{v_{i-1}^{n+1} - v_{i-1}^{n+1}}{\Delta t} \right] \\
& + \frac{\Delta z}{2} \left[+\rho_i^{n+1} v_i^{n+1} \frac{\beta_i^{n+1}}{p_0} \Phi_i^{n+1} + \rho_{i-1}^{n+1} v_{i-1}^{n+1} \frac{\beta_{i-1}^{n+1}}{p_0} \Phi_{i-1}^{n+1} \right] \\
& - \left[\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right)_{FRi}^{n+1} - \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \right)_{FRi-1}^{n+1} \right]
\end{aligned} \tag{5.17}$$

5.6 Vlastnosti numerického řešení

Numerická metoda pro řešení entalpické rovnice podle literatury [PENEL] nepodmíněně stabilní dokonce i při modelování transportu rázové vlny, důkaz je proveden v [18]. Nicméně při modelování dvoufázového proudění je zdrojový člen na pravé straně z důvodu nespojitosti bezrozměrného koeficientu stlačitelnosti nespojitý. Při volbě příliš velkého časového kroku tak vznikají oscilace mezi více řešeními především když chladivo přechází z dvoufázové směsi do parní fáze.

Navzdory tomu bylo možné volit velikost časového kroku řádově setiny sekundy a řešení bylo stabilní, což je řádově více než v případě řešení soustavy rovnic (3.3) pro stlačitelné proudění. Tato možnost souvisí především s volbou modelu LMNC tak jak byl představen v kapitole 3.

Přesnost numerické metody je dána především přesností výpočtu transportní rovnice pro entalpii, jelikož zbylé dvě rovnice při řešení vycházejí z entalpie v nové časové vrstvě. Implementované řešení entalpie je prvního řádu přesnosti v prostoru i čase ze dvou důvodů, výpočet paty charakteristiky pomocí obyčejné diferenciální rovnice (5.6) byl proveden metodou prvního řádu, následná interpolace entalpie na patě charakteristiky je také prvního řádu. Integrace členu pravé strany byla také prvního řádu přesnosti. Implementace druhého řádu přesnosti je podrobně dokumentována v literatuře [1] a [18]. Z časových důvodů metoda druhého řádu není v této práci implementována. Zbylé rovnice rovnice jsou také řešeny metodou prvního řádu přesnosti.

Z hlediska časové náročnosti má implementovaný model dobré vlastnosti, při volbě prostorového kroku řádově $10^{-2}m$ je odpozorovaná hranice stability řešení okolo $10^{-1}s$. Při této volbě časového a prostorového kroku časová náročnost výpočtu po-

hybuje řádově okolo $10^{-3}s$ u modelu se Stiffened gas stavovou rovnicí a $10^{-2}s$ u modelu s tabelovanými termodynamickými vlastnostmi chladiva. Tyto časové údaje zahrnují i výpočet termodynamických vlastností chladiva v novém časovém kroce.

Kapitola 6

Verifikace a validace modelu

6.1 Analytické řešení

Při použití Stiffened gas termodynamického modelu chladiva popsaného v kapitole 4 je možné nalézt analytické řešení úlohy (3.4a) - (3.4e). Znalost analytického řešení úlohy je užitečná při verifikaci numerického řešení, tedy u prokázání, že zvolená numerická metoda opravdu řeší matematickou úlohu. Analytické řešení je odvozeno v [1]. V této práci je ukázáno stacionární řešení pro úlohu s konstantním výkonem po délce kanálu.

Analytické řešení entalpické rovnice je vyjádřeno vztahem (6.1) [1], kde $G_{in} = \rho_{in}v_{in}$ je hmotnostní tok kanálem s jednotkou $[kg \cdot s^{-1} \cdot m^{-2}]$, veličiny označené „in“ jsou brány z okrajových podmínek na vstupu, Φ_0 je objemová hustota tepelného výkonu s jednotkou $[W \cdot m^{-3}]$ [1].

$$h(z) = h_{in} + \frac{\Phi_0}{G_{in}}z \quad (6.1)$$

Analytické řešení rovnice pro rychlost je vyjádřeno vztahem (6.2) [1], kde $\hat{\Phi}_\kappa = \beta_\kappa \Phi_0 / p_0$, z_κ^s jsou pozice v kanále, začíná chladivo začíná vřít ($\kappa = l$), resp, kdy chladivo přejde do plynné fáze ($\kappa = g$).

$$v(z) = \begin{cases} v_{in} + \hat{\Phi}_l z & \text{pro } z \leq z_l^s \\ v_{in} + \hat{\Phi}_l z_l^s + \hat{\Phi}_m (z - z_l^s) & \text{pro } z_l^s \leq z \leq z_g^s \\ v_{in} + \hat{\Phi}_l z_l^s + \hat{\Phi}_m (z_g^s - z_l^s) + \hat{\Phi}_g (z - z_g^s) & \text{pro } z \geq z_g^s \end{cases} \quad (6.2)$$

Hustota chladiva je určena pomocí stavové rovnice (4.12). Tlaková rovnice má analytické řešení ve tvaru (6.4) [1]. Toto řešení je platné v případě, kdy člen reprezentující

tlakové ztráty je definován vztahem (6.3).

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{FR} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (6.3)$$

$$p(z) = \begin{cases} p_{out} + \frac{g\rho_{in}v_{in}}{\hat{\Phi}_g} \ln \left(\frac{1 + \frac{\hat{\Phi}_g L}{v_{in}}}{1 + \frac{\hat{\Phi}_g z}{v_{in}}} \right) + \hat{\Phi}_g \rho_{in} v_{in} (L - z) & \text{pro } z \geq z_l^s \\ p_g + \frac{g\rho_{in}v_{in}}{\hat{\Phi}_m} \ln \left(\frac{1 + \frac{\hat{\Phi}_m (L - z_g^s)}{v_{in}}}{1 + \frac{\hat{\Phi}_m (z - z_l^s)}{v_{in}}} \right) + \hat{\Phi}_m \rho_{in} v_{in} (z_g^s - z) & \text{pro } z_l^s \leq z \leq z_g^s \\ p_l + \frac{g\rho_{in}v_{in}}{\hat{\Phi}_l} \ln \left(\frac{1 + \frac{\hat{\Phi}_l (L - z_l^s)}{v_{in}}}{1 + \frac{\hat{\Phi}_l (z - z_l^s)}{v_{in}}} \right) + \hat{\Phi}_l \rho_{in} v_{in} (z_l^s - z) & \text{pro } z \leq z_l^s \end{cases} \quad (6.4)$$

6.2 Verifikace numerického řešení

Parametry počítané stacionární úlohy jsou uvedeny v tabulce 6.1. V tabulce 6.2 jsou pro různé volby časového a prostorového kroku (prostorovému kroku odpovídá volba počtu uzlů N) uvedeny maximální odchylky $\epsilon_h, \epsilon_v, \epsilon_p$ numerického řešení od analytického, údaje jsou v procentech vztažených k analytickému řešení.

Tabulka 6.1: Parametry validační úlohy

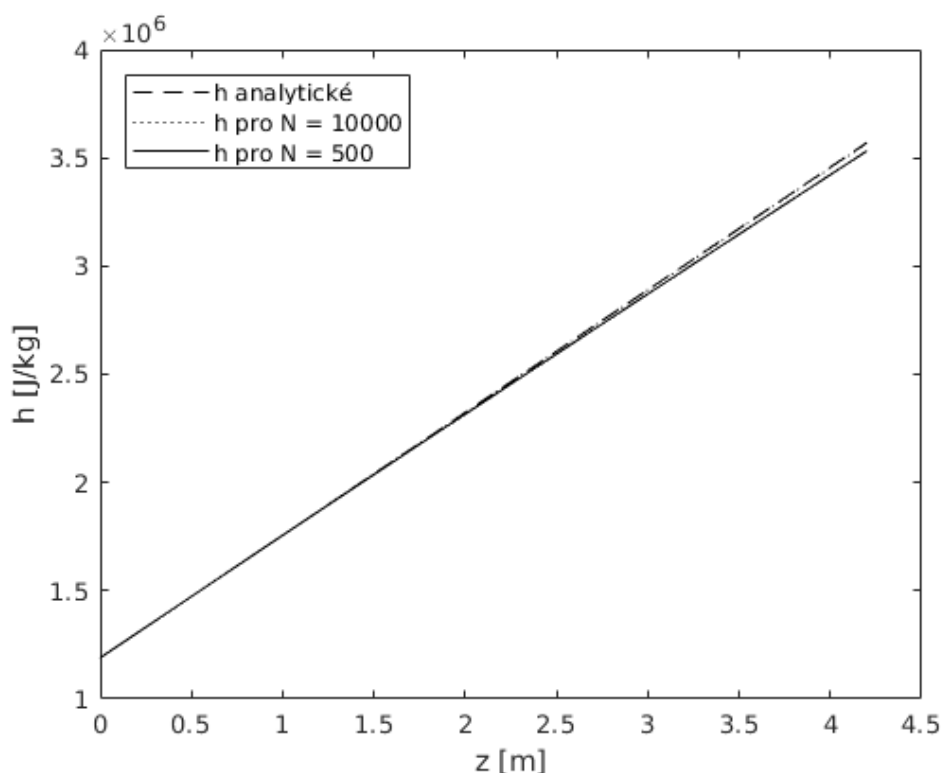
Parametr	Hodnota
$p_0 [MPa]$	15,5
$v_{in} [m \cdot s^{-1}]$	2
$h_{in} [J \cdot kg^{-1}]$	$1,19 \cdot 10^6$
$\rho_{in} [kg \cdot m^{-3}]$	750
$\Phi_0 [W \cdot m^{-3}]$	$1,7 \cdot 10^8$
$\beta_l [-]$	0,009
$\beta_m [-]$	0,195
$\beta_g [-]$	0.301

Z tabulky je patrné, že se zmenšujícím se časovým a prostorovým krokem se numerické řešení přibližuje tomu analytickému. Pro ilustraci jsou na obrázcích 6.1, 6.2 a 6.3 průběhy entalpie, rychlosti a tlaku. K analytickému řešení jsou vykreslena také

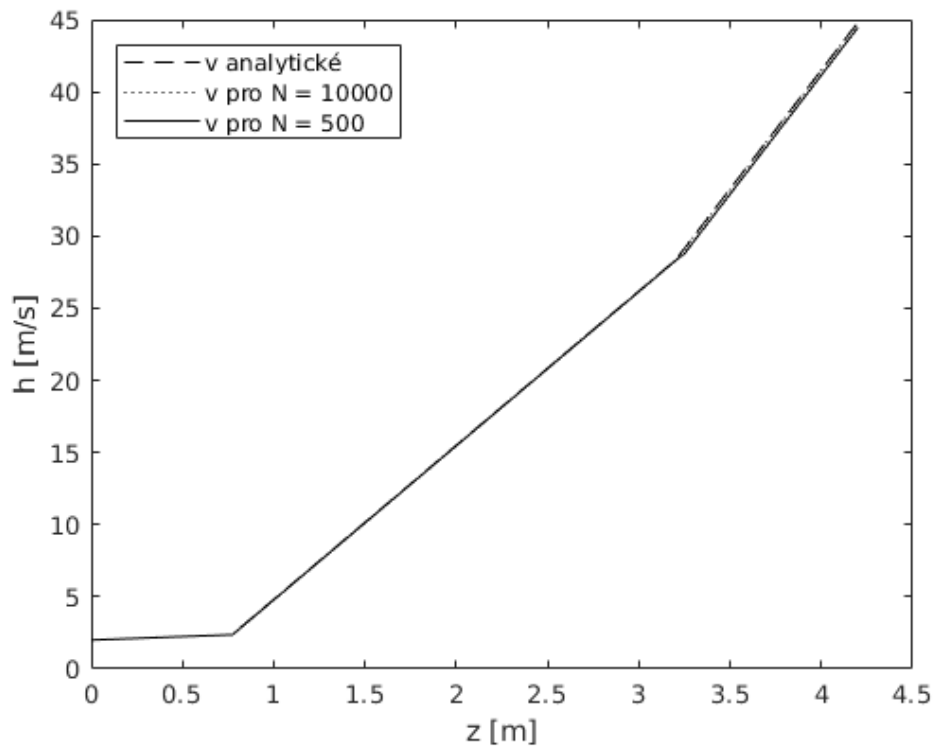
Tabulka 6.2: Výsledky verifikace pro různé časové a prostorové kroky, chyby jsou uváděny v procentech $\epsilon_h/\epsilon_v/\epsilon_p$

$N \setminus \Delta t$	0.01s	0.001s	0.0001s
100	9, 1/13, 2/0, 02	8, 3/13, 1/0, 05	10, 5/13, 1/0, 05
200	13, 5/11, 0/0, 04	0, 8/4, 3/0, 08	2, 7/1, 5/0, 01
500	13, 3/11, 3/0, 4	1, 1/1, 5/0, 01	0, 7/1, 5/0, 008
1000	14, 1/11, 7/0, 04	1, 3/1, 3/0, 04	0, 4/1, 1/0, 01
10000	14, 5/11, 9/0, 05	1, 7/1, 3/0, 02	0, 01/0, 18/0, 01

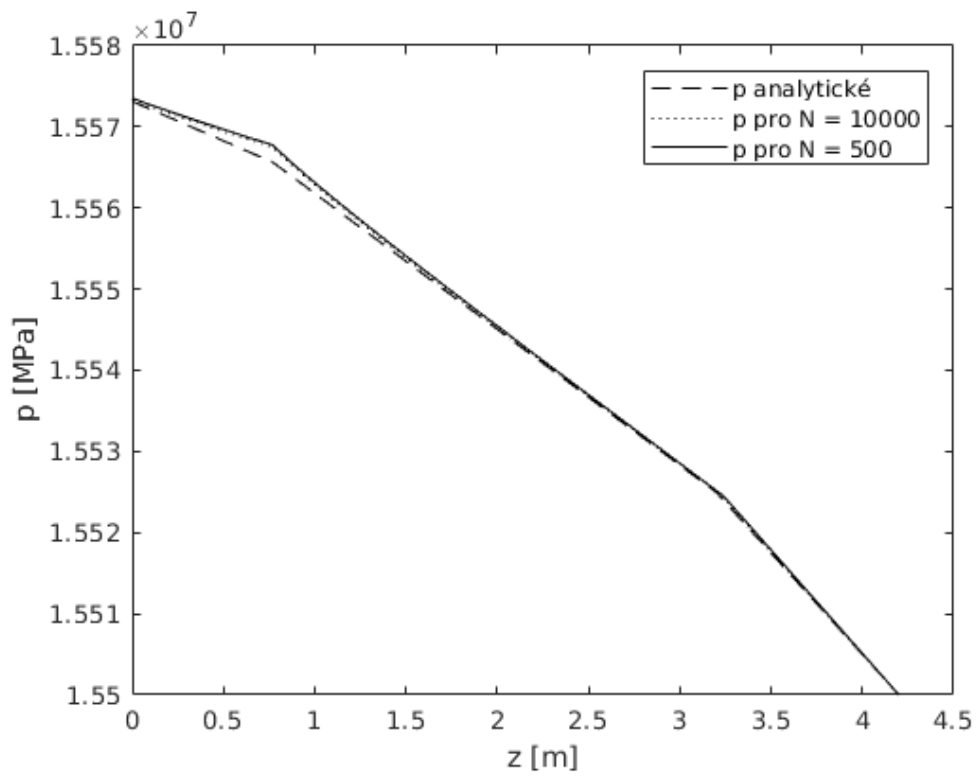
řešení pro $N = 500$ s časovým krokem $\Delta t = 0.001s$ a $N = 10000$ s časovým krokem $\Delta t = 0.0001s$. Z obrázků je patrné, že řešení s nejjemnější diskretizací prakticky splývá s analytickým řešením u entalpie a rychlosti. Avšak průběh tlaku vykazuje pozorovatelné odchylky. Důvodem je fakt, že i malé rozdíly v rychlosti způsobují velké změny v tlaku. Relativní chyba v tabulce 6.2 je sice nejmenší ze všech, avšak průběh tlaku není vyobrazen od nuly, ale od nejnižší hodnoty tlaku v kanále. Tlakové ztráty jsou v porovnání s celkovou hodnotou tlaku zanedbatelné a proto i velmi malé chyby v určení tlaku jsou na tlakovém profilu pozorovatelné.



Obrázek 6.1: Průběh entalpie, analytické a dvě numerická řešení



Obrázek 6.2: Průběh rychlosti, analytické a dvě numerická řešení

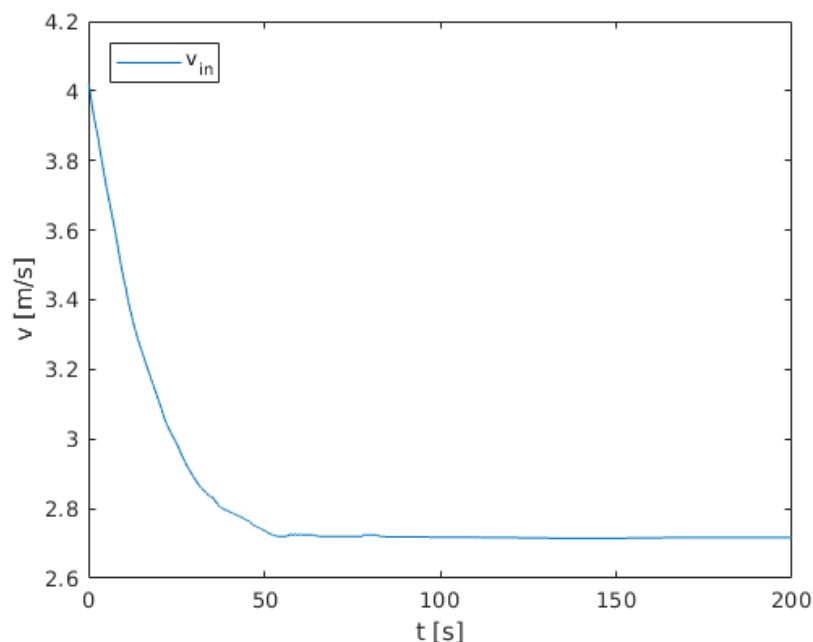


Obrázek 6.3: Průběh tlaku, analytické a dvě numerická řešení

6.3 Validace numerického řešení

Model implementovaný v této práci je validován na havarijním scénáři výpadku hlavního napájecího čerpadla v primárním okruhu jaderné elektrárny Dukovany provozující reaktor typu VVER-440. Jako validační výpočet je použit výpočet pomocí programu RELAP5/MOD3, který byl krátce představen v kapitole 1. Jedná se o 1D systémový kód, který simuluje chování celé elektrárny nebo jejích technologických celků.

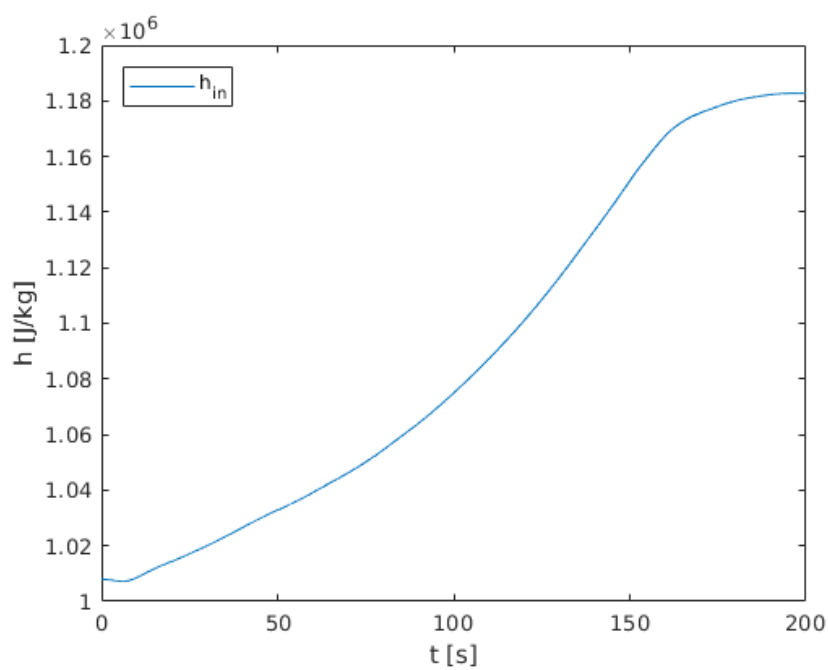
Modelovaný scénář má délku 200s. Na začátku je reaktor v provozním ustáleném režimu, dochází k výpadku dvou hlavních napájecích čerpadel. Základní parametry V důsledku toho klesá hmotnostní průtok chladiva v AZ reaktoru. AZ je součástí primárního okruhu, zpětné vazby a celkové chování elektrárny se v modelované úloze promítne do okrajových podmínek, jejichž průběhy jsou na obrázcích 6.4, 6.5 a 6.6.



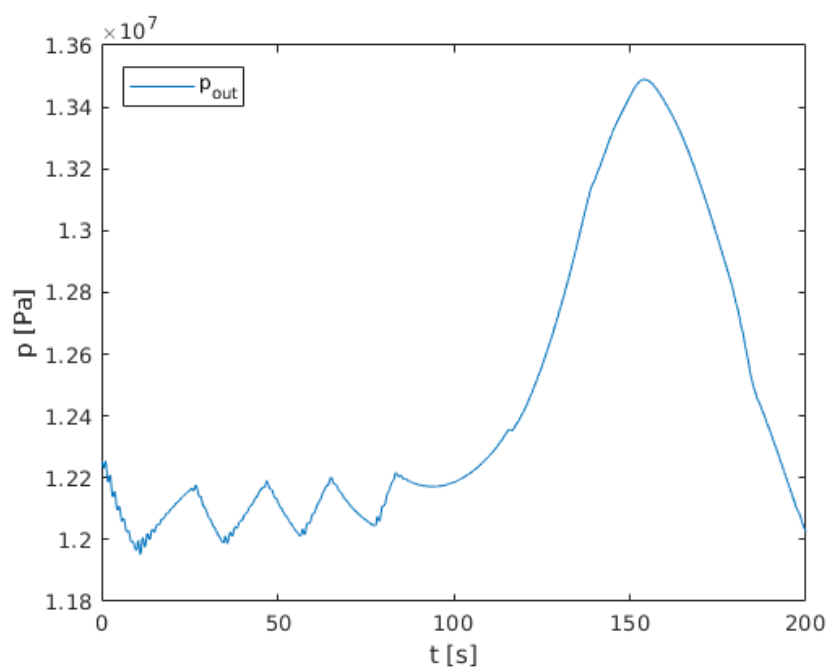
Obrázek 6.4: Průběh vstupní okrajové podmínky $v_{in}(t)$, jednofázový scénář

Modelovány jsou dva případy, v prvním případě je modelován palivový kanál s menším tepelným výkonem, chladivo po celou dobu zůstává kapalné. Druhý případ modeluje horký kanál, kdy dochází ke změně fáze chladiva.

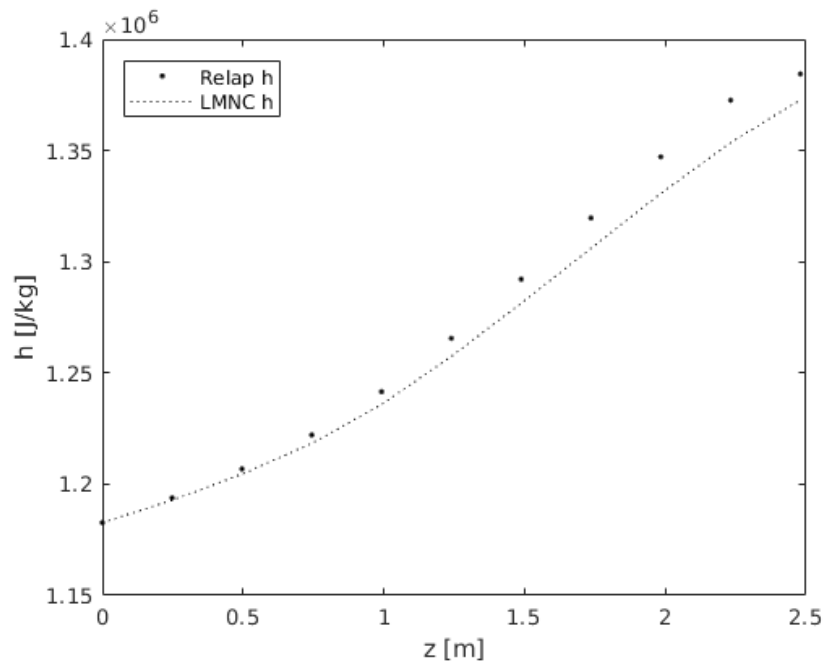
Na obrázcích 6.7 až 6.12 jsou průběhy vybraných parametrů jednofázového případu napočítané RELAPem i LMNC modelem implementovaným v této práci, jedná se o ustálený stav na konci modelovaného děje. Průběhy ve vybraných časových krocích jsou v příloze A.



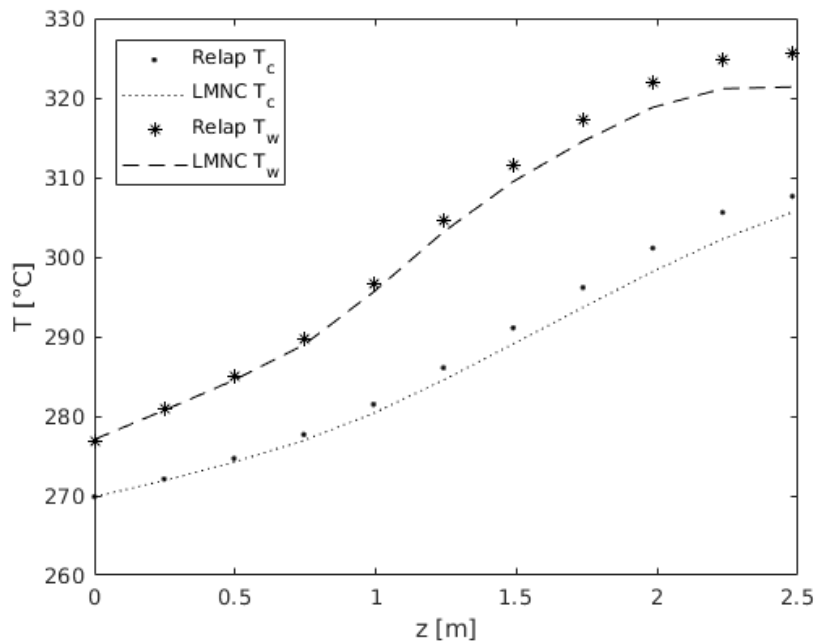
Obrázek 6.5: Průběh vstupní okrajové podmínky $h_{in}(t)$, jednofázový scénář



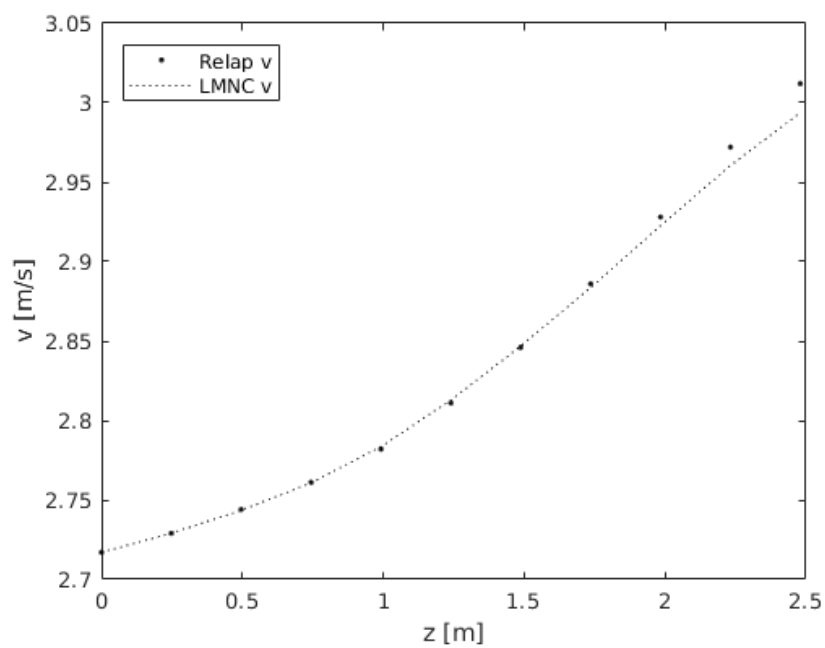
Obrázek 6.6: Průběh výstupní okrajové podmínky $p_{out}(t)$, jednofázový scénář



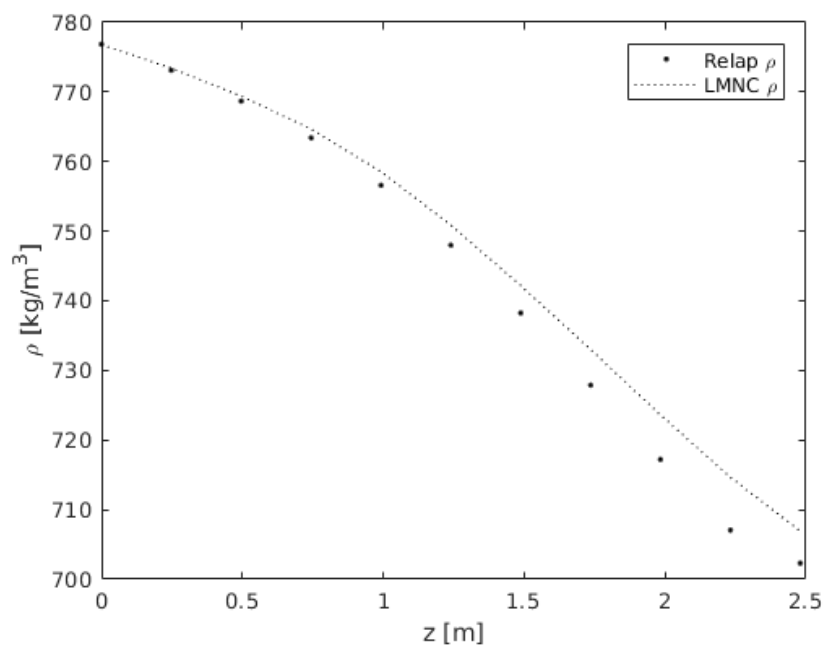
Obrázek 6.7: Průběhy entalpií na konci přechodového procesu, jednofázový scénář



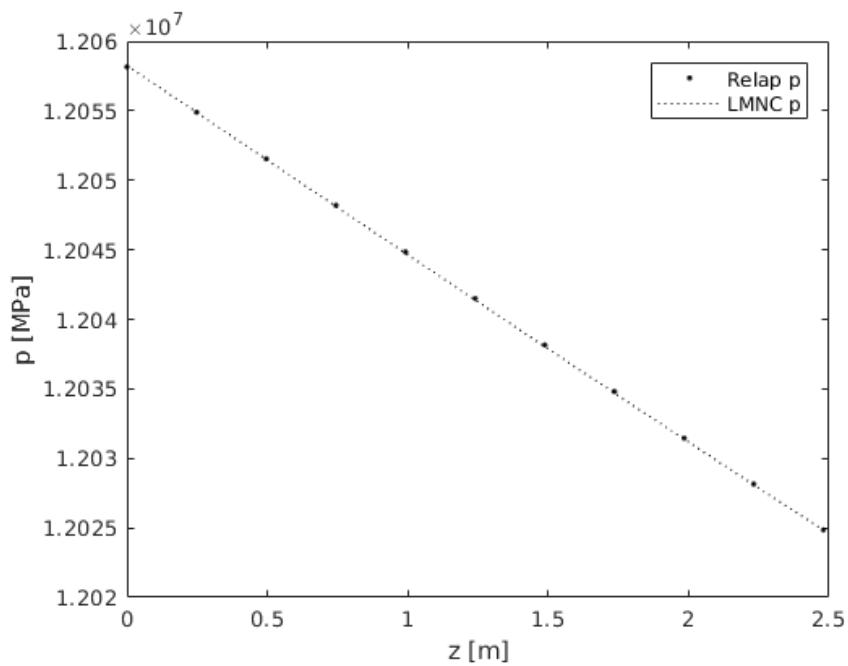
Obrázek 6.8: Průběhy teplot chladiva a na stěně na konci přechodového procesu, jednofázový scénář



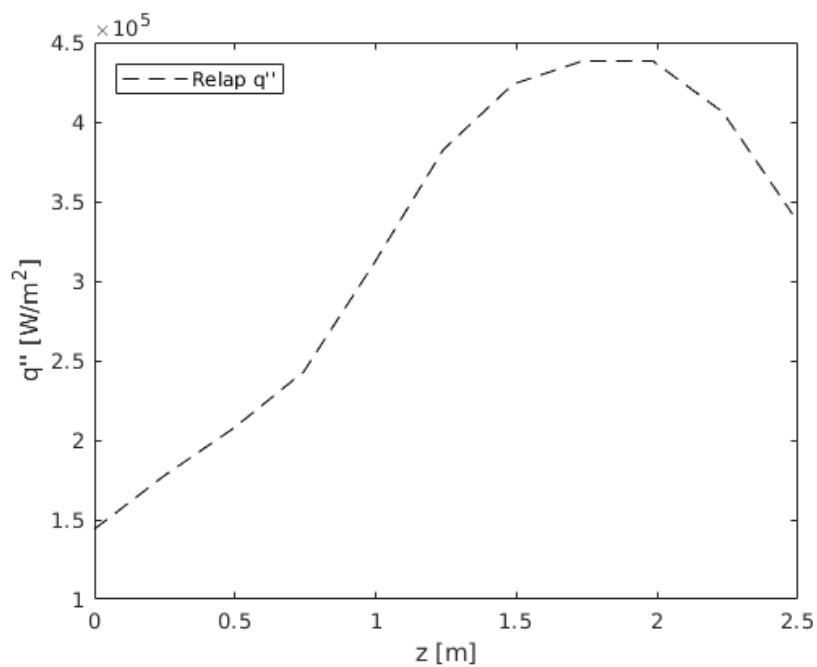
Obrázek 6.9: Průběhy rychlostí chladiva na konci přechodového procesu, jednofázový scénář



Obrázek 6.10: Průběhy hustot chladiva na konci přechodového procesu, jednofázový scénář

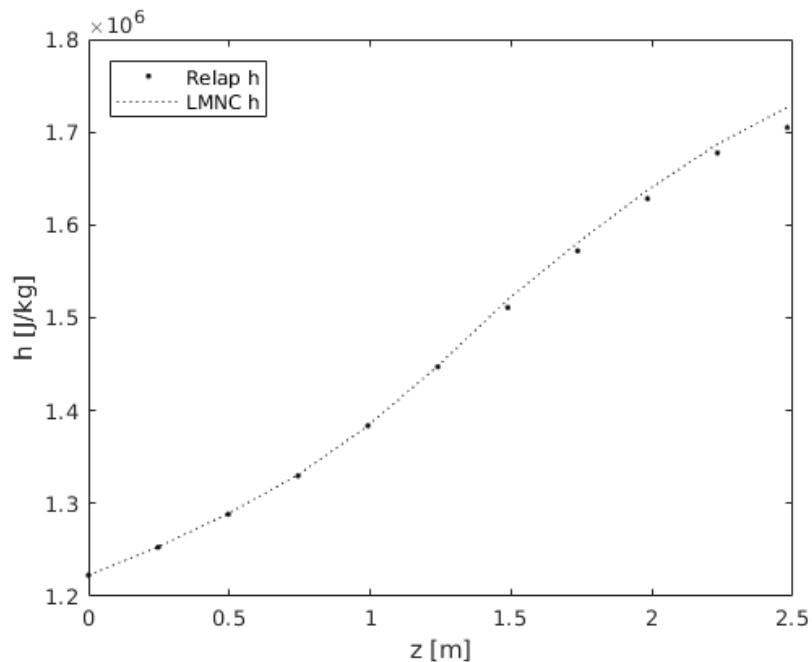


Obrázek 6.11: Průběhy hustot chladiva na konci přechodového procesu, jednofázový scénář

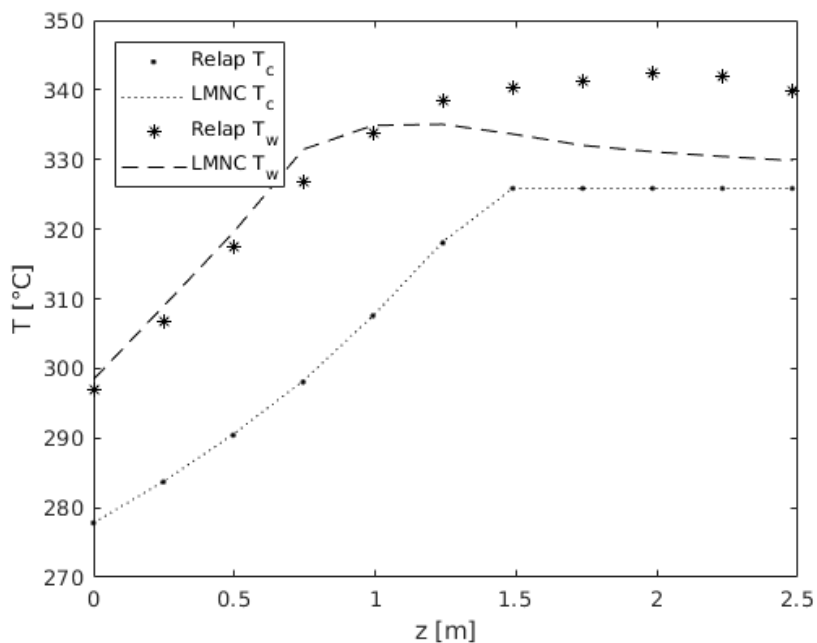


Obrázek 6.12: Průběhy hustoty tepelného toku na konci přechodového procesu, jednofázový scénář

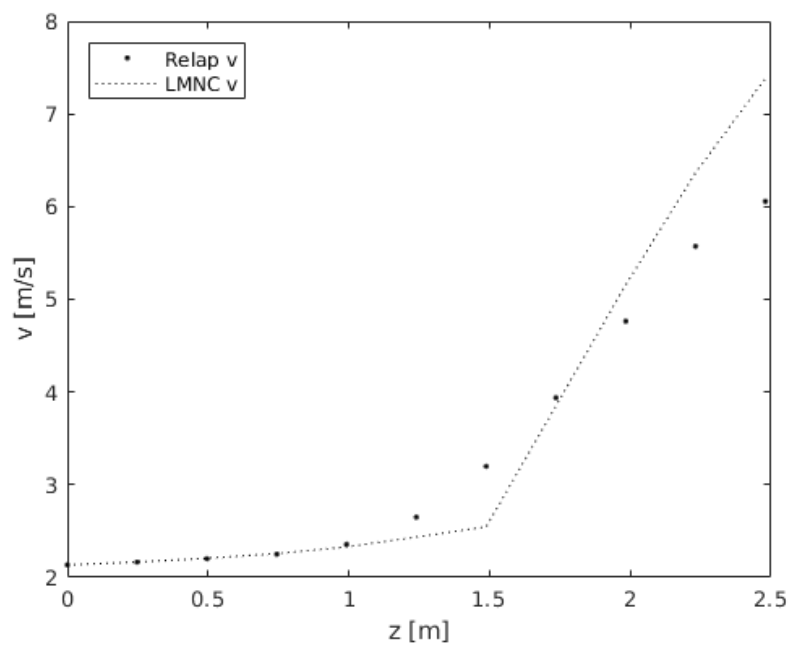
Na obrázcích 6.13 až 6.18 jsou průběhy vybraných parametrů jednofázového případu napočítané RELAPem i LMNC modelem implementovaným v této práci, jedná se o ustálený stav na konci modelovaného děje. Průběhy ve vybraných časových krocích jsou v příloze B.



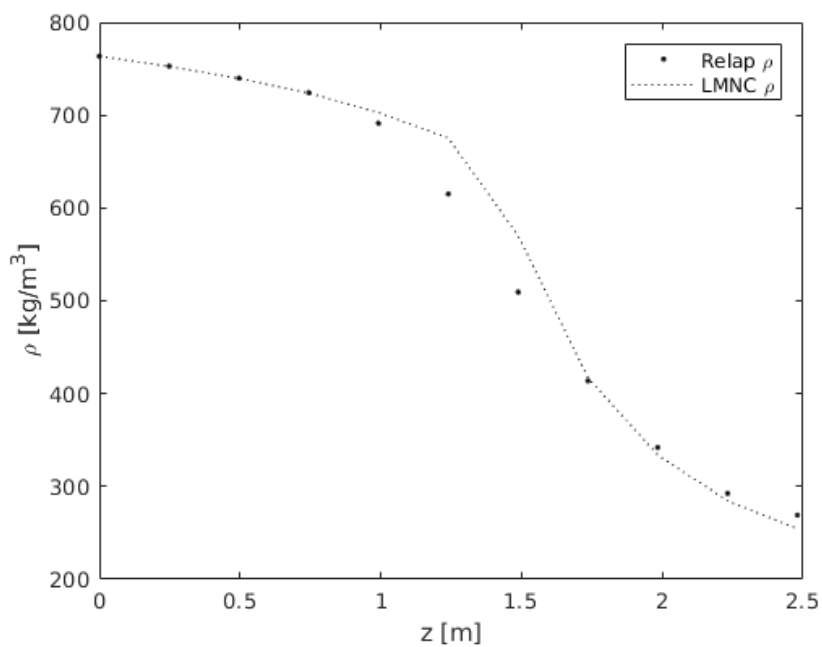
Obrázek 6.13: Průběhy entalpií na konci přechodového procesu, dvoufázový scénář



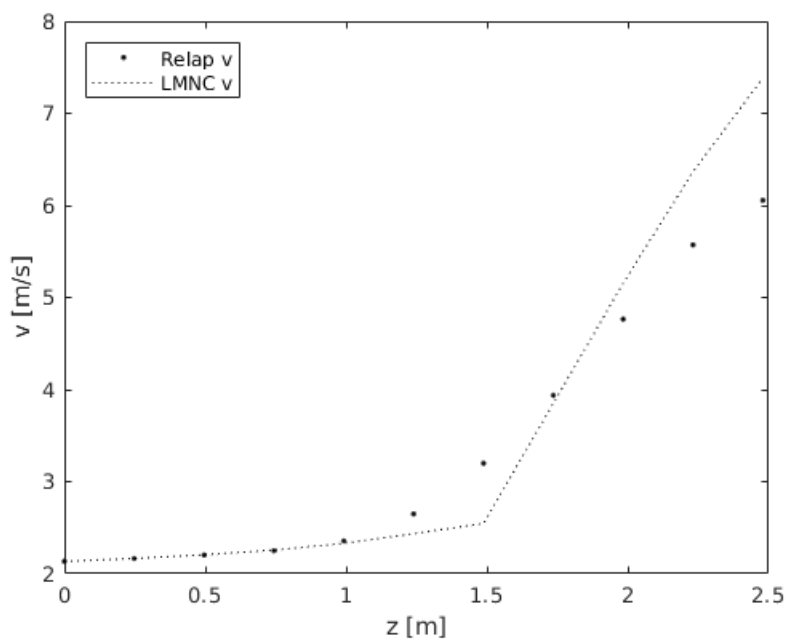
Obrázek 6.14: Průběhy teplot chladiva a na stěně na konci přechodového procesu, dvoufázový scénář



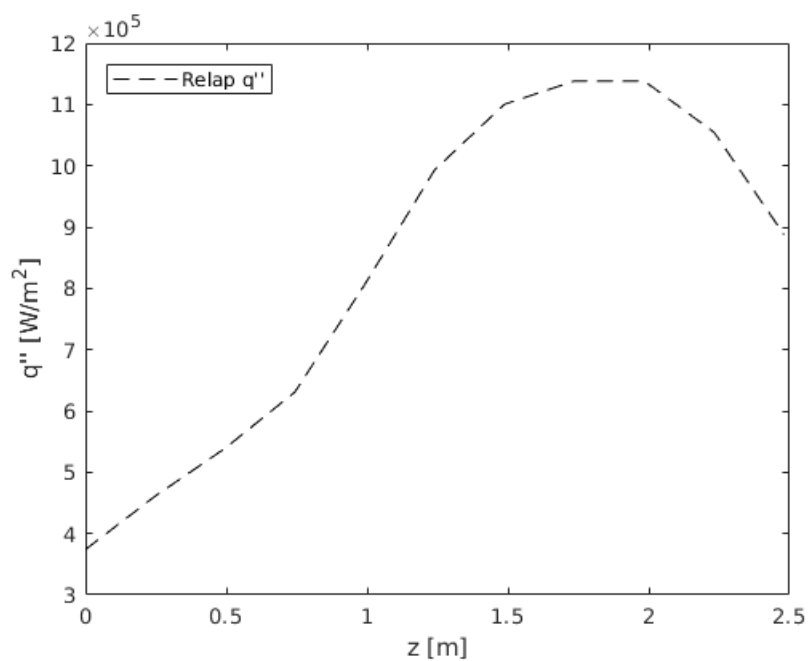
Obrázek 6.15: Průběhy rychlostí chladiva na konci přechodového procesu, dvoufázový scénář



Obrázek 6.16: Průběhy hustot chladiva na konci přechodového procesu, dvoufázový scénář



Obrázek 6.17: Průběhy tlaků chladiva na konci přechodového procesu, dvoufázový scénář



Obrázek 6.18: Průběhy hustoty tepelného toku na konci přechodového procesu, dvoufázový scénář

V tabulce 6.3 jsou uvedeny maximální odchylky řešení LMNC od řešení RELAPu, chyby jsou uváděny v procentech hodnot napočítaných RELAPem.

Tabulka 6.3: Maximální odchylky LMNC od RELAPu vyjádřené v procentech

Veličina	ϵ_{max}^{1F}	ϵ_{max}^{2F}
Entalpie	1,76%	6%
Rychlost	1,4%	40%
Tlak	0,017%	0.082%
Hustota	1,2%	25%
Teplota chladiva	1,4%	3,6%
Teplota stěny	1,6%	1,3%

6.4 Diskuze

Numerické řešení se Stiffened gas stavovou rovnicí se při zjemňování časového a prostorového kroku blíží analytickému řešení soustavy (3.4a) - (3.4e). V této práci se prověřilo stacionární řešení, v literatuře [1] lze dohledat verifikaci pro další scénáře, u kterých je možné nalézt analytické řešení.

Při porovnání výsledků implementovaného modelu LMNC a výsledků výpočtu pomocí programu RELAP5/MOD3 je patrné, že implementovaný model LMNC zásadě fenomenologicky popisuje úlohu podobně jako program RELAP5/MOD3. V případě jednofázového proudění jsou výsledky velmi podobné, největší odchylka je okolo 1,7% (viz. tabulka 6.3). Vzhledem k tomu, že metoda je prvního řádu přesnosti a výpočetní oblast dlouhá 2,4m je pokryta $N = 11$ uzly, výsledek je to z hlediska aplikace dostatečný.

Případ dvoufázového proudění má výsledky horší. Po přechodu do dvoufázové oblasti začíná chyba růst. Hlavním zdrojem této chyby je nespojitost bezrozměrného koeficientu stlačitelnosti β . Míra vlivu této nespojitosti na přesnost řešení je také dána velikostí prostorového kroku. Jestliže je výpočetní síť jemnější, nespojitost má na řešení významně menší vliv než v případě validační úlohy s počtem uzlů $N = 11$. Narůstající chyba v průběhu rychlosti pak ovlivňuje průběh entalpie a to dokonce posouvá bod varu po výšce kanálu apod.

Dalším aspektem nutným k zamyšlení je vhodnost volby homogenního modelu dvoufázové směsi chladiva. Při porovnání výsledků LMNC a RELAPu je patrné, že LMNC je dobrým přibližným hydrodynamickým modelem chladiva v AZ jaderného

reaktoru, trendy odezvy chladiva na chování zdrojového členu a okrajových podmínek jsou přinejmenším podobné. Relativní chyby oproti výsledkům RELAPu jsou v případě teplot sice malé, ale je to především proto, že v jednofázové oblasti se LMNC chová dobře a ve dvoufázové oblasti je směs na mezi sytosti. I tak je ale patrné, že korelace (4.24) až (4.31) použité při výpočtu teploty stěny při dvoufázovém přestupu tepla nejsou zcela přesné (zejména v porovnání s výpočtem teploty stěny u jednofázového přestupu tepla). Z časových důvodů této korelaci nebylo věnováno dostatečné množství pozornosti a korelace nebyla dostatečně otestována pro různé režimy proudění a přestupu tepla.

Největších odchylek dosahují rychlosti a hustoty, tyto chyby dosahují až desítek procent. Z hlediska detailní analýzy chování chladiva jsou tyto výsledky nepoužitelné. Avšak je nutné uvědomit si, jak tato chyba vzniká. Jelikož homogenní model neuvažuje termodynamickou nerovnováhu v chladivu, nepřipouští, že chladivo v režimu podchlazeného varu získává důsledkem poklesu hustoty vyšší rychlost. Střední entalpie směsi je v tu chvíli stejná pro homogenní i nehomogenní model. Avšak rozdílnost profilů rychlosti a hustoty chladiva zanáší do modelu další nepřesnosti. Na konci kanálu v modelovaném scénáři probíhá saturovaný var a parovodní směs je mnohem blíže rovnovážnému stavu, který uvažuje homogenní model. Zpožděný nárůst rychlosti v důsledku ignorování podchlazeného varu však způsobí chybu v určení rychlosti i hustoty a odchylka od detailnějšího popisu je velká (chyba řádově desítky procent), ikdyž entalpický profil je velmi podobný (chyba řádově procenta).

Zatímco chybu numerické metody lze redukovat volbou jemnější sítě, či použitím metody vyššího řádu přesnosti. Problém nepřesnosti fyzikálního procesu je složitější. Nabízí se volba určitého fyzikálně-empirického přístupu, který bude kombinovat jednoduché fyzikální úvahy a dostupné korelace pro požadovaný rozsah aplikací, výsledkem by mohla být pomocná soustava funkcí, kterými by bylo možné chování chladiva při podchlazeném varu modelovat přesněji. Takový nástroj by měl velké využití v jaderné bezpečnosti a provozní reaktorové fyzice, jelikož by pro určitý přesně definovaný rozsah platnosti mohl dodávat přesný popis chování chladiva v blízkosti bodu varu v AZ reaktoru.

Závěr

Cílem této práce bylo implementovat vhodný model pro popis nestacionárního dvoufázového proudění vody a vodní páry v palivovém kanálu. Problematika palivového kanálu a veškeré relevantní informace jako jsou fenomenologické vlastnosti, rozsahy termodynamických parametrů v aktivní zóně jaderného reaktoru jsou detailně zdokumentovány v kapitole 2.

Na základě fyzikálních úvah o hydrodynamických a termodynamických vlastnostech byl zvolen model proudění nazývaný LMNC model. Tento model ignoruje akustická časová měřítká, která jsou z hlediska fenomenologie provozních a přechodových procesů v aktivní zóně jaderného reaktoru zanedbatelná. Naopak model dobře popisuje chladivo, jehož hustota je ovlivňována vysokými tepelnými toky z paliva do chladiva.

Součástí modelu jsou zvolené empirické vztahy popisující tlakové ztráty třením a koeficient přestupu tepla z paliva do chladiva. Volba vhodných empirických vztahů může být obecně komplikovaná úloha, jelikož existuje velké množství empirických vztahů pro různé aplikace a pro různé rozsahy platných parametrů. V této práci jsou implementovány korelace, které řádově popisují modelované jevy, avšak vykazují znatelné odchylky. Z časových důvodů se nepodařilo otestovat a najít vhodnější vztahy.

Jako součást LMNC modelu byly implementovány dva typy formulací termodynamických vlastností, Stiffened gas stavová rovnice a tabelované vlastnosti chladiva na základě IAPWS-IF97. Stiffened gas stavová rovnice je pouze přibližným modelem, který nepopisuje vlastnosti chladiva příliš přesně, nadruhou stranu její jednoduché definiční vztahy nabízejí možnost nalézt analytické řešení úlohy a na základě toho verifikovat implementovanou numerickou metodu. Jak ukazuje kapitola 6, implementované numerické řešení úlohu opravdu řeší. Tabelované vlastnosti chladiva založené na formulaci IAPWS-IF97 jsou rychlým a přesným nástrojem výpočtu termodynamických vlastností chladiva.

Zvolená numerická metoda řeší každou rovnici LMNC modelu zvlášť, nejdříve řeší parciální diferenciální rovnici pro entalpii, pomocí které se získají termodynamické vlastnosti chladiva v novém časovém kroce. To zjednodušuje výpočet dalších veličin,

odpovídající rovnice jsou obyčejné diferenciální rovnice. Implementovaná metoda je prvního řádu v čase i prostoru.

Model LMNC byl validován pomocí výpočtu programem RELAP5/MOD3 na scénáři výpadku hlavních napajecích čerpadel v jaderné elektrárně Dukovany. Počítány byly dva případy. Výsledky LMNC modelu se s programem RELAP5/MOD3 shodují, odchylují se nejvýše o necelá 2%, což je s přihlédnutím na hrubou prostorovou diskretizaci a poměrně velký časový krok dobrý výsledek. V případě dvoufázového výpočtu se LMNC model výrazně odchyloje od výsledků programu RELAP5/MOD3. Chyby, které toto odchýlení způsobují jsou dvojího charakteru. Z hlediska numerického řešení je problematický nespojitý průběh bezrozměrného koeficientu stlačitelnosti β , při přechodu přes nespojitost v řešení začíná významně narůstat chyba. Z hlediska fyzikálních úvah je diskutabilní volba homogenního modelu dvoufázové směsi, z výsledků programu RELAP5/MOD3 je patrné, že termodynamická rovnováha se v chladivu nenachází a homogenní model je jen přibližnou aproximací skutečných dějů v chladivu.

Navzdory výše uvedeným nedostatkům, model aproximuje dynamiku aktivní zóny a tato práce ukazuje, kde jsou jeho nedostatky. Zásadního zlepšení chování modelu lze dosáhnout pečlivou volbou korelačních vztahů pro tlakové ztráty a přestupy tepla. Dále by bylo možné nespojitost parametru β přemostit spojitým přechodem, který by nevyvolával chybu v numerickém řešení. Navzdory tomu, že homogenní model nevystihuje dvoufázovou termodynamiku chladiva příliš přesně, je velmi pravděpodobné, že vhodnou fyzikální úvahou by bylo možné vytvořit jednoduchý pomocný korelační systém, kterým by bylo možné bod, kdy dochází k podchlazenému varu i dynamiku podchlazeného varu, tím by se řešení významně přiblížilo skutečnému chování chladiva v reaktoru.

Závěrem je třeba říci, že model LMNC zatím není hotov, výše uvedené nedostatky budou odstraněny a model bude validován na širším spektru úloh. Práce na programu bude dále pokračovat na Oddělení bezpečnostních analýz ve společnosti ÚJV Řež, a. s.

Literatura

- [1] BBERNARD, S., DELLACHERIE, S., FACCANONI, G., GREC, B., PENEL, Y. *Study of a low Mach nuclear core model for two-phase flows with phase transition I: stiffened gas law*. ESAIM: M2AN 48:1639-1679 . 2014
- [2] BBERNARD, S., DELLACHERIE, S., FACCANONI, G., GREC, B., PENEL, Y. *Study of a low Mach nuclear core model for two-phase flows with phase transition II: tabulated values*. MAP5 2016-03. 2015. <hal-01111730v1>
- [3] DELLACHERIE, S. *On a Low Mach Nuclear Core model*. ESAIM: Proceedings. 35:79-106. 2012
- [4] GEELHOOD, K. J., LUSCHER, W. G., BEYER, C.E. *FRAPCON-3.4: A Computer Code for the Calculation of Steady-State, Thermal-Mechanical Behavior of Oxide Fuel Rods for High Burnup*. NUREG/CR-7022, Vol. 1. 2011
- [5] GAUNTT et al. *MELCOR Code Manuals – Version 1.8.5* Sandia National Laboratories. 2000
- [6] Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit (GRS) gGmbH. *ATHLET Mod 3.1 Cycle A Program Overview* [Online]. Poslední aktualizace 18. července. Dostupné z: <https://www.grs.de/sites/default/files/fue/overview31a.pdf>
- [7] GUELFY, A., BESTION, D., BOUCKER, M. “*NEPTUNE: a new software platform for advanced nuclear thermal hydraulics*,” Nuclear Science and Engineering. 156:281–324 2007
- [8] HEŘMANSKÝ, B. *Bezpečnost jaderných elektráren II*. Skriptum. KJR, FJFI, ČVUT v Praze. listopad 2013
- [9] HEŘMANSKÝ, B. *Jaderné reaktory I*. Skriptum. KJR, FJFI, ČVUT v Praze. únor 2017
- [10] HEŘMANSKÝ, B. *Termomechanika jaderných reaktorů*. Academia Praha. 1986

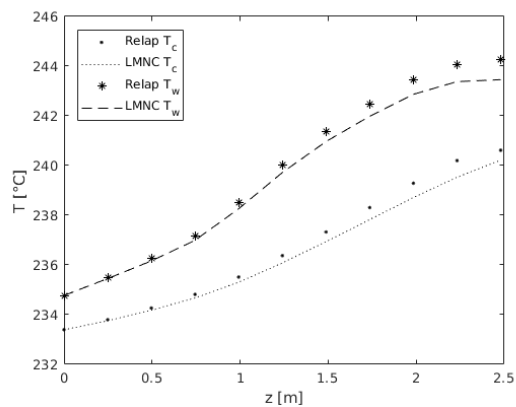
- [11] HOLMGREN, M. [Online] Poslední aktualizace 18. července 2018. *X Steam, Thermodynamic properties of water and steam*. Balík funkcí implementovaný v prostředí MATLAB. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange>
- [12] IAPWS R7-97. *Revised Release on the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam*. The International Association for the Properties of Water and Steam. 2012
- [13] KILGOUR, W. J. et al. *Capabilities and Validation of the ENIGMA Fuel Performance Code*. Proceedings of ANS/ENS Int. Topical Meeting on LWR Fuel Performance, Avignon. France. 1991
- [14] LASSMANN, K., WALKER, C. T., VAN DE LAAR, L. *Extension of the Transuranus burnup model to heavy water reactor conditions*. J. Nucl. Mater. 255:222-23. 1998
- [15] LEPPANEN, J., et al. *The Serpent Monte Carlo code: Status, development and applications in 2013*. Ann. Nucl. Energy, 82:142-150. 2015
- [16] IENHARD, J. H. IV, LIENHARD, J. H. V. *A Heat transfer textbook*. Phlogiston press, Cambridge Massachusetts. 2012
- [17] Oddělení reaktorové fyziky a podpory palivového cyklu. *Makrokód ANDREA*. [Online]. Poslední aktualizace 18. července 2018. ÚJV Řež, a. s. Dostupné z: <http://orf.ujv.cz/cs/produkty/andrea>
- [18] PENEL, Y. *An explicit stable numerical scheme for the 1D transport equation*. Discrete Continuous Dynamical Systems - S. 5(3):641-656. 2012
- [19] SKRZYPEK E., SKRZYPEK M. *Computer codes in the safety analysis for nuclear power plants. Computational capabilities of thermal-hydraulic tools, using the example of the RELAP5 code*. Journal of Power Technologies. 94:41-50. 2014
- [20] ŠAJDLER, M. *Optimalizace vsázek jaderného paliva na elektrárnách s reaktory VVER*. Diplomová práce. FEKT, VUT v Brně. 2014
- [21] TODREAS, M. E., KAZIMI, M. S. *Nuclear Systems Volume I: Thermal Hydraulic Fundamentals* 2nd Edition. CRC Press Boca Raton. 2011
- [22] X-5 Monte Carlo Team. *CNP — A General Monte Carlo N-Particle Transport Code, Version 5 Volume I: Overview and Theory*. Los Alamos National Laboratory. 2003
- [23] Zákon č. 263/2016 Sb. Atomový zákon, ze dne 14. července 2016

Příloha A

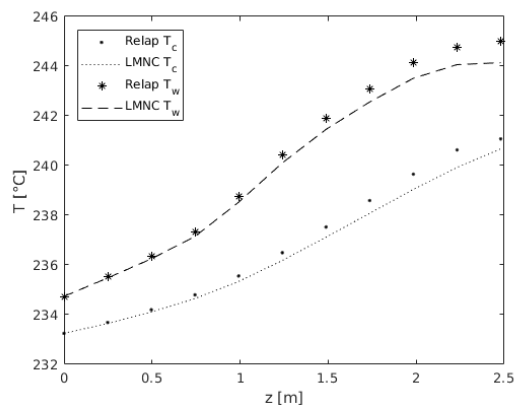
Průběhy veličin při jednofázovém scénáři

Tato příloha obsahuje srovnání průběhů vybraných veličin v jednotlivých časových krocích scénáře popsaného v části 6.3, v tomto scénáři nedochází ke změně fáze chladiva. Srovnávají se výsledky kódu RELAP5/MOD3 a implementovaného modelu LMNC.

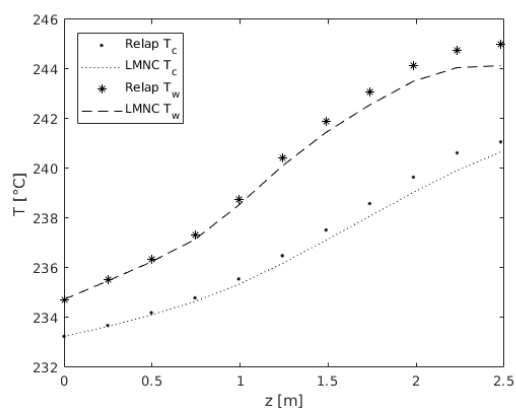
A.1 Teploty chladiva a teploty na stěně



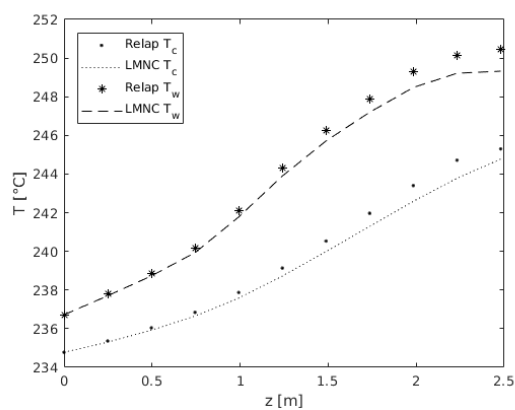
Obrázek A.1: Teploty v čase $t = 0$ s



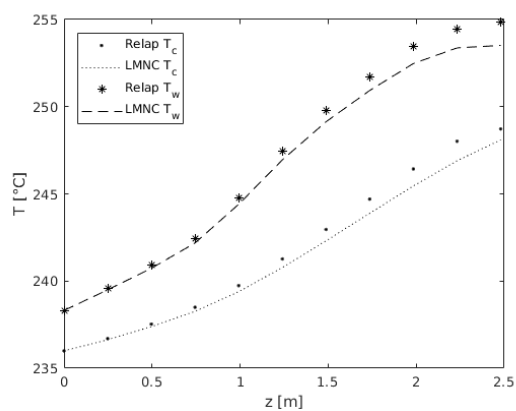
Obrázek A.2: Teploty v čase $t = 5$ s



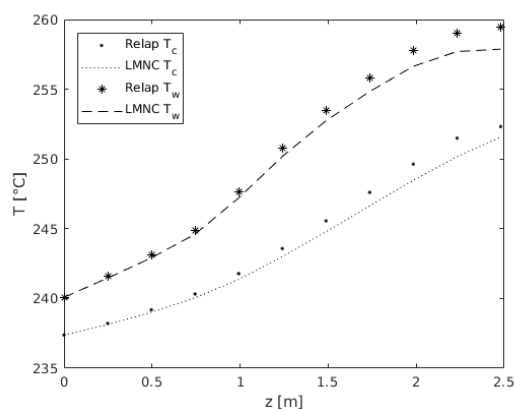
Obrázek A.3: Teploty v čase $t = 10$ s



Obrázek A.4: Teploty v čase $t = 20$ s

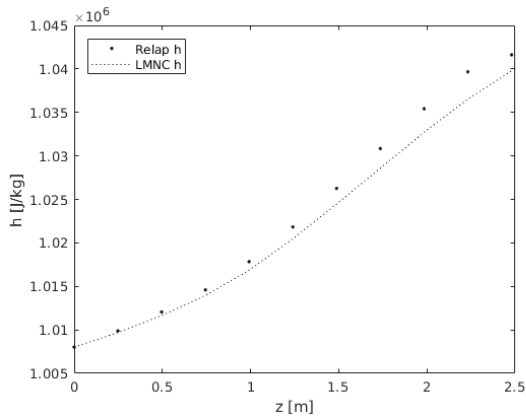


Obrázek A.5: Teploty v čase $t = 30$ s

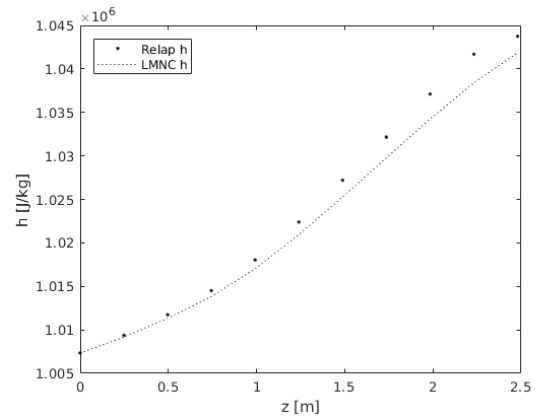


Obrázek A.6: Teploty v čase $t = 40$ s

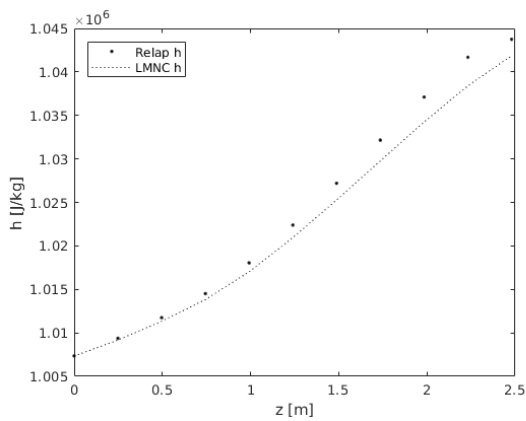
A.2 Entalpie chladiva



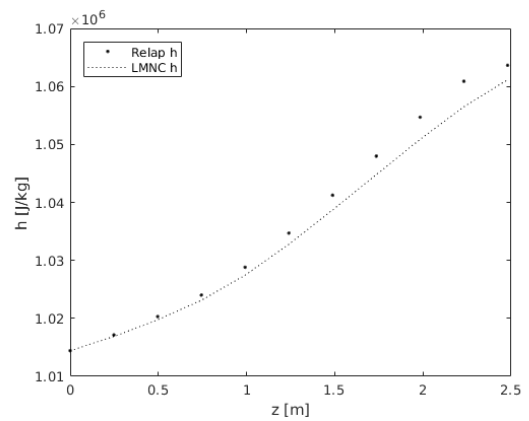
Obrázek A.7: Entalpie v čase $t = 0$ s



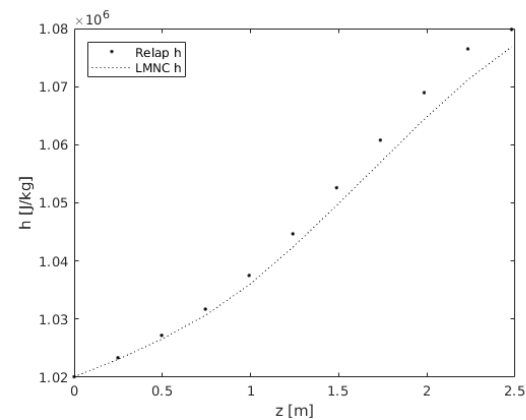
Obrázek A.8: Entalpie v čase $t = 5$ s



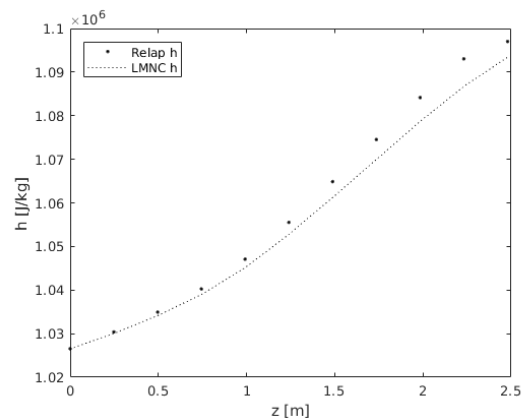
Obrázek A.9: Entalpie v čase $t = 10$ s



Obrázek A.10: Entalpie v čase $t = 20$ s

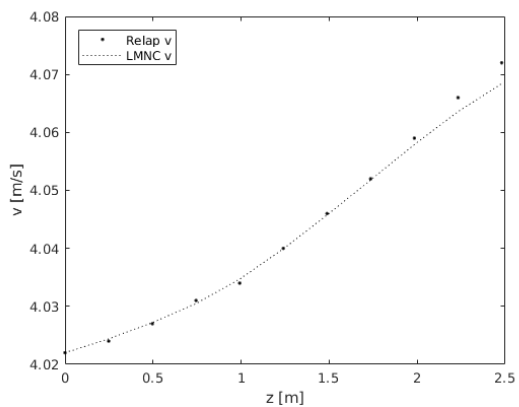


Obrázek A.11: Entalpie v čase $t = 30$ s

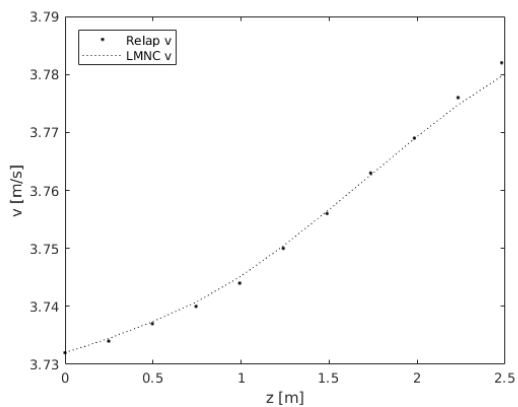


Obrázek A.12: Entalpie v čase $t = 40$ s

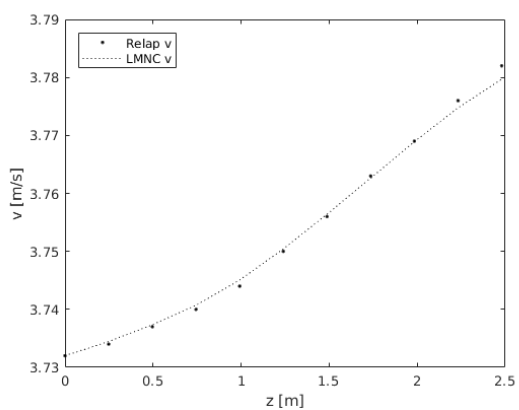
A.3 Rychlost chladiva



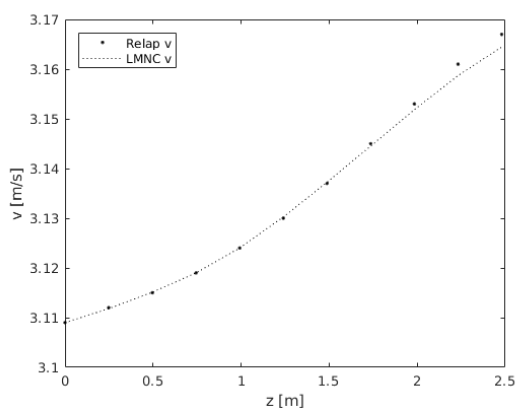
Obrázek A.13: Rychlost v čase $t = 0$ s



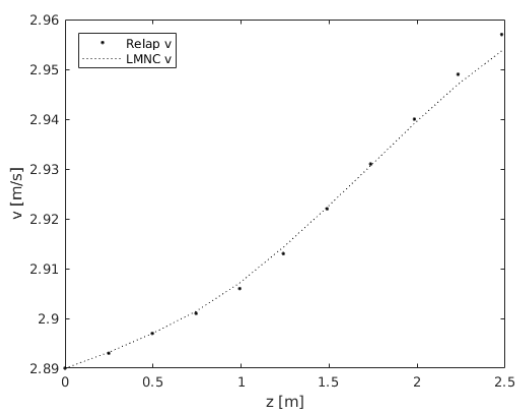
Obrázek A.14: Rychlost v čase $t = 5$ s



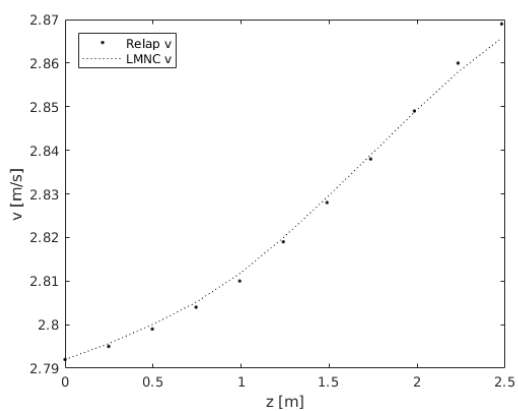
Obrázek A.15: Rychlost v čase $t = 10$ s



Obrázek A.16: Rychlost v čase $t = 20$ s

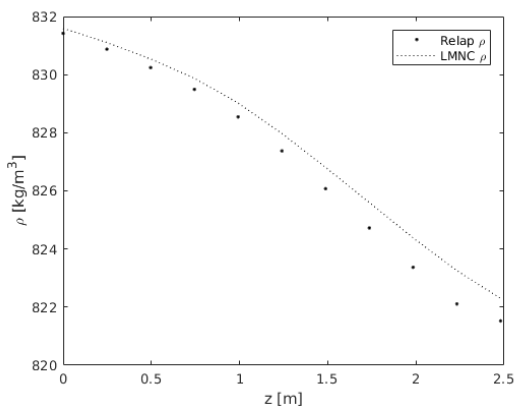


Obrázek A.17: Rychlost v čase $t = 30$ s

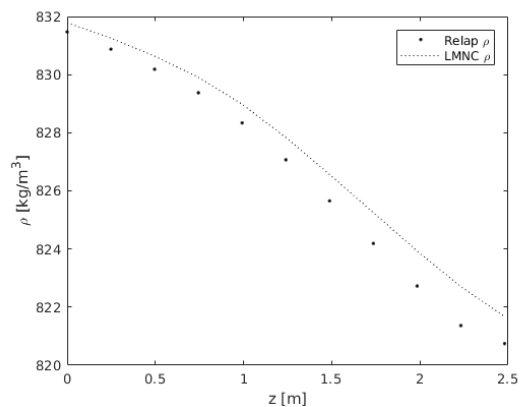


Obrázek A.18: Rychlost v čase $t = 40$ s

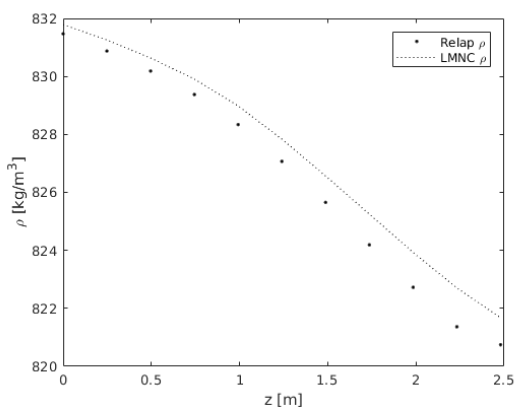
A.4 Hustota chladiva



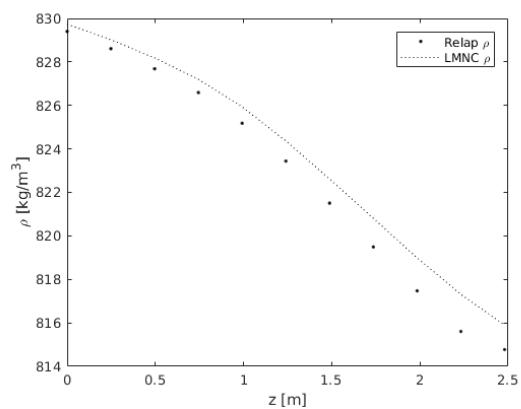
Obrázek A.19: Hustota v čase $t = 0$ s



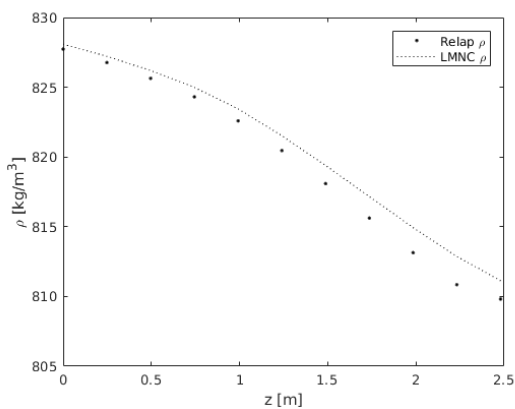
Obrázek A.20: Hustota v čase $t = 5$ s



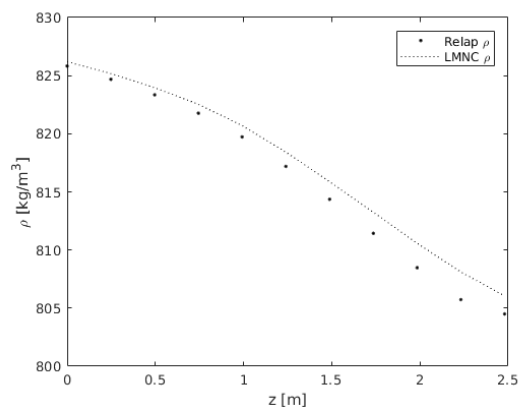
Obrázek A.21: Hustota v čase $t = 10$ s



Obrázek A.22: Hustota v čase $t = 20$ s

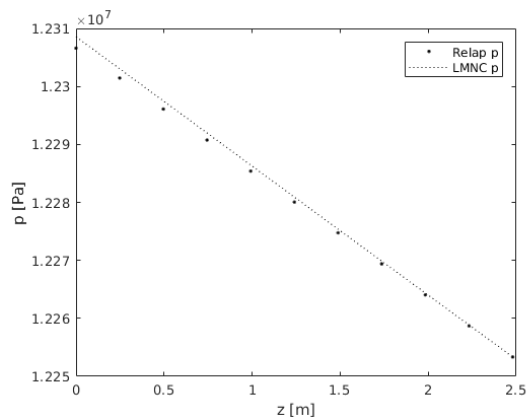


Obrázek A.23: Hustota v čase $t = 30$ s

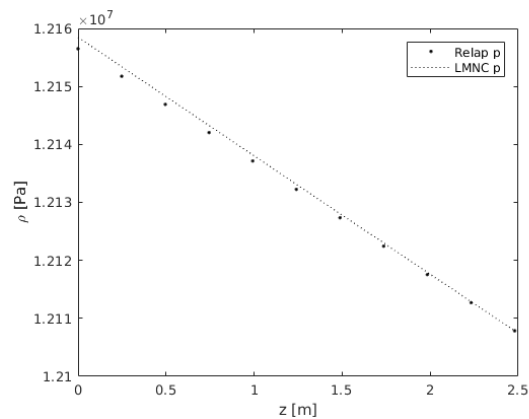


Obrázek A.24: Hustota v čase $t = 40$ s

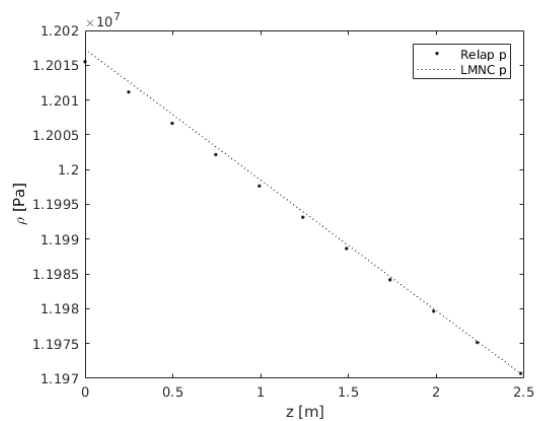
A.5 Tlak v palivovém kanále



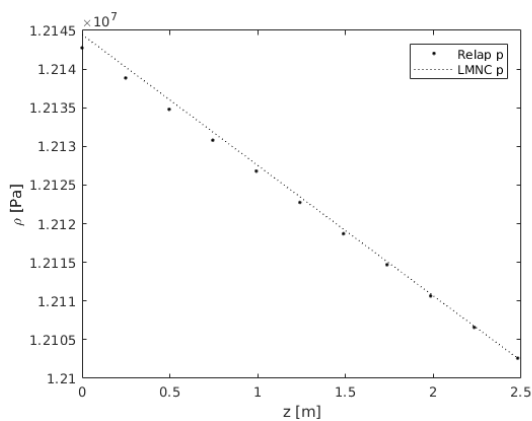
Obrázek A.25: Tlak v čase $t = 0$ s



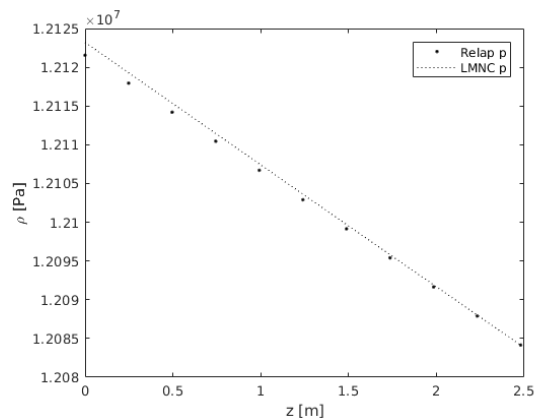
Obrázek A.26: Tlak v čase $t = 5$ s



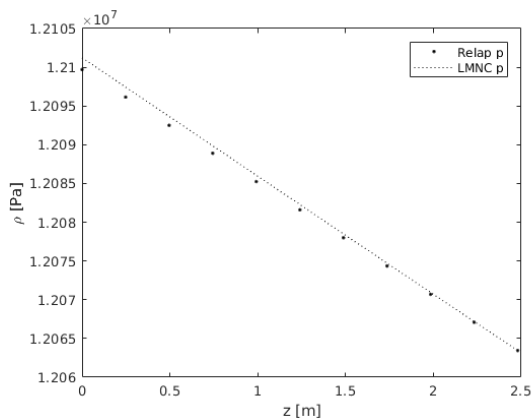
Obrázek A.27: Tlak v čase $t = 10$ s



Obrázek A.28: Tlak v čase $t = 20$ s

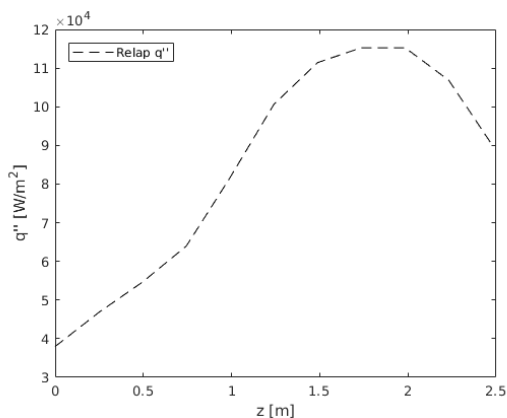


Obrázek A.29: Tlak v čase $t = 30$ s

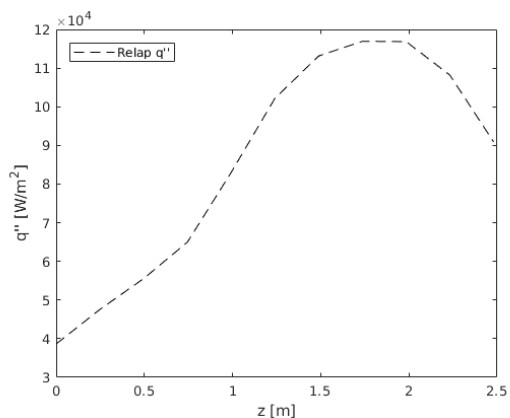


Obrázek A.30: Tlak v čase $t = 40$ s

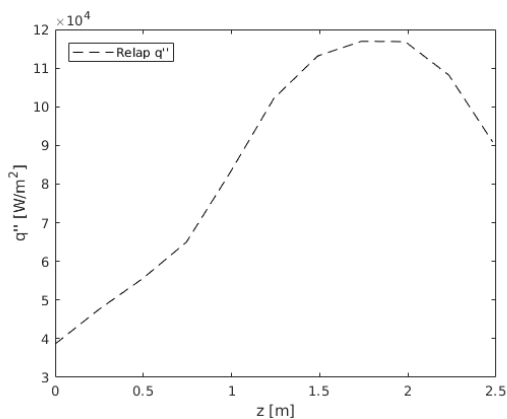
A.6 Plošná hustota tepelného toku



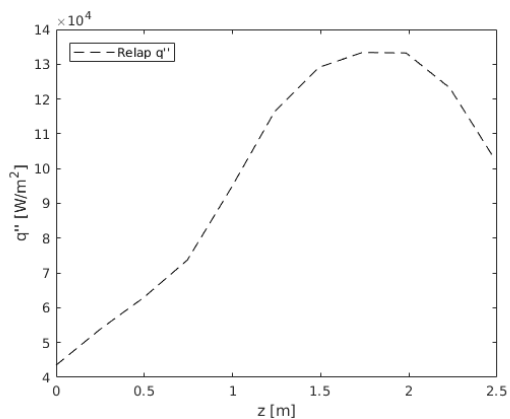
Obrázek A.31: Tlak v čase $t = 0$ s



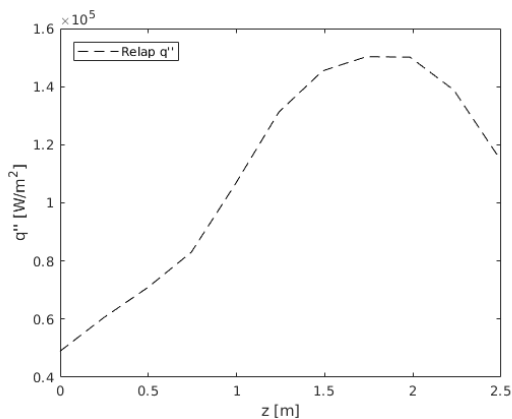
Obrázek A.32: q'' v čase $t = 5$ s



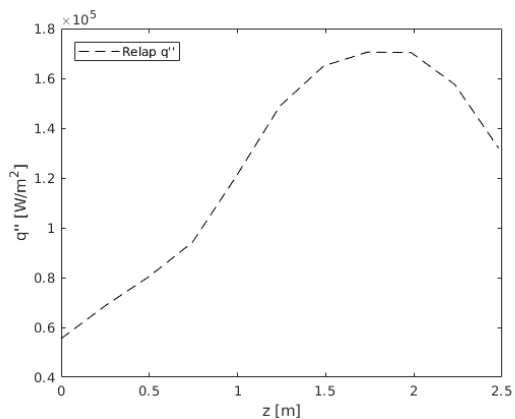
Obrázek A.33: q'' v čase $t = 10$ s



Obrázek A.34: q'' v čase $t = 20$ s



Obrázek A.35: q'' v čase $t = 30$ s



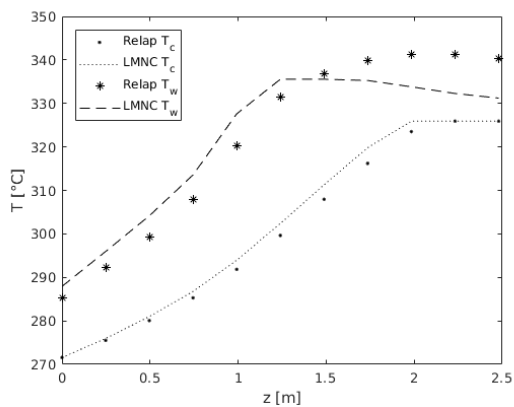
Obrázek A.36: q'' v čase $t = 40$ s

Příloha B

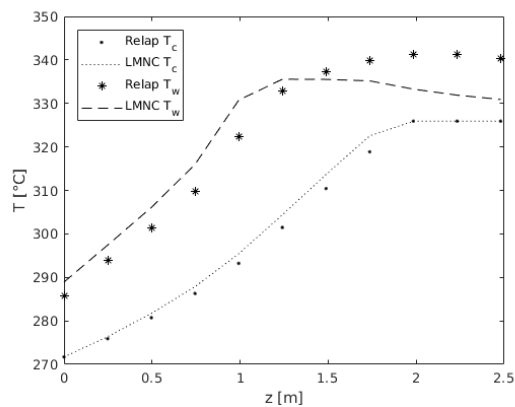
Průběhy veličin při dvoufázovém scénáři

Tato příloha obsahuje srovnání průběhů vybraných veličin v jednotlivých časových krocích scénáře popsaného v části 6.3, v tomto scénáři dochází ke změně fáze chladiwa. Srovnávají se výsledky kódu RELAP5/MOD3 a implementovaného modelu LMNC.

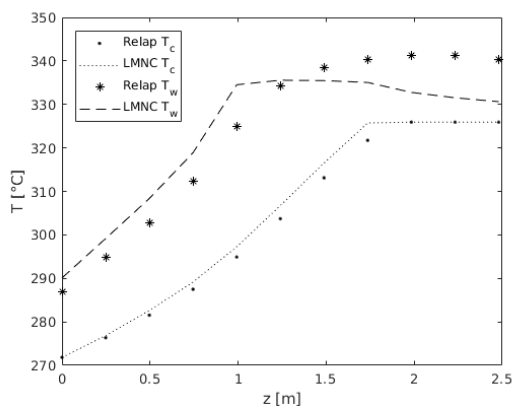
B.1 Teploty chladiva a teploty na stěně



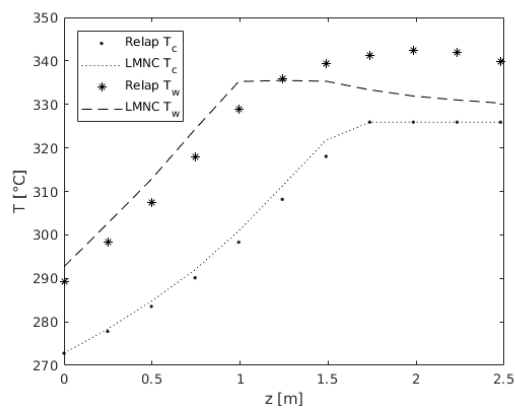
Obrázek B.1: Teploty v čase $t = 0$ s



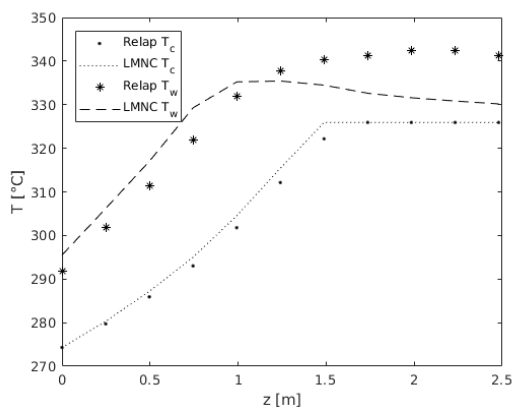
Obrázek B.2: Teploty v čase $t = 5$ s



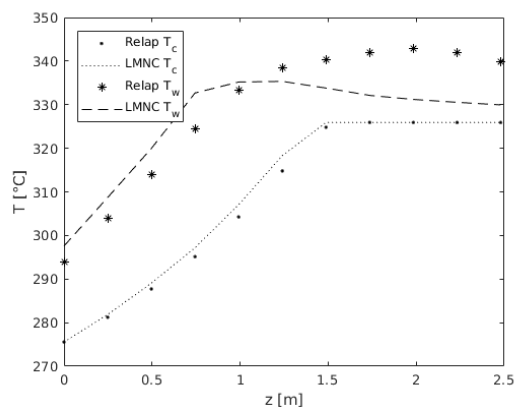
Obrázek B.3: Teploty v čase $t = 10$ s



Obrázek B.4: Teploty v čase $t = 20$ s

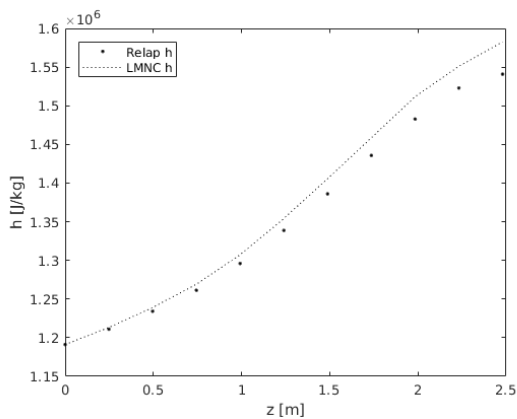


Obrázek B.5: Teploty v čase $t = 30$ s

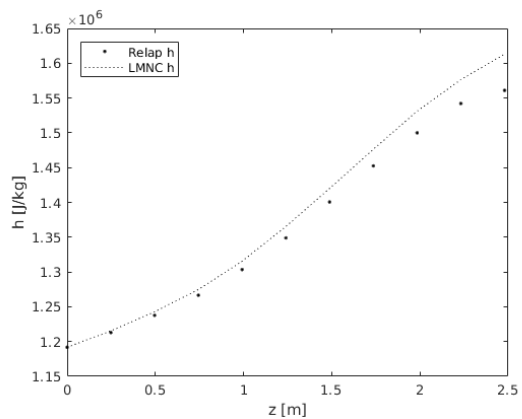


Obrázek B.6: Teploty v čase $t = 40$ s

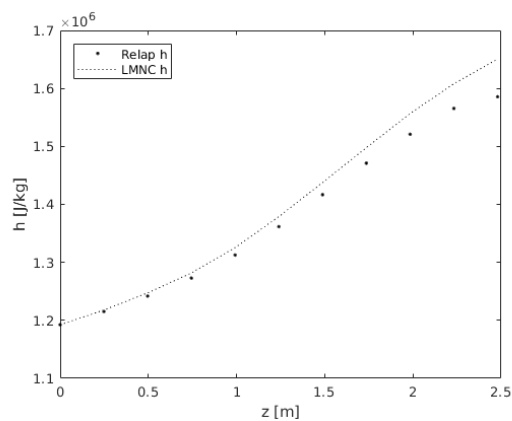
B.2 Entalpie chladiva



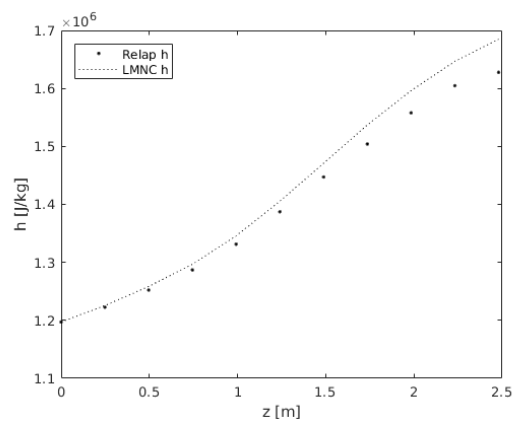
Obrázek B.7: Entalpie v čase $t = 0$ s



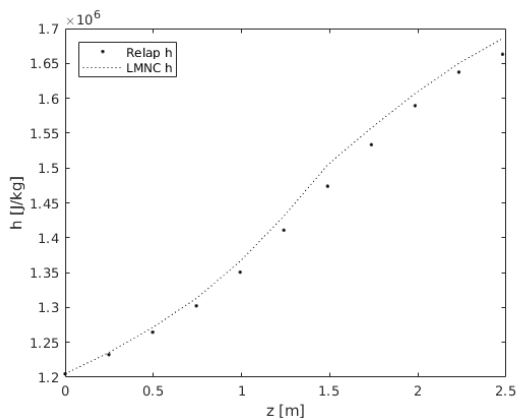
Obrázek B.8: Entalpie v čase $t = 5$ s



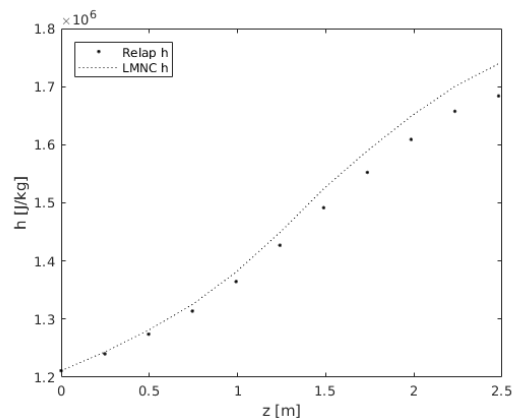
Obrázek B.9: Entalpie v čase $t = 10$ s



Obrázek B.10: Entalpie v čase $t = 20$ s

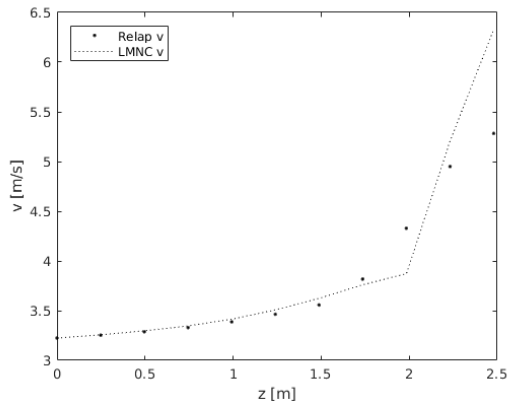


Obrázek B.11: Entalpie v čase $t = 30$ s

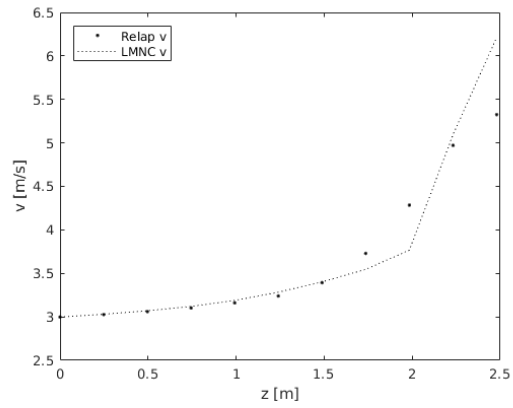


Obrázek B.12: Entalpie v čase $t = 40$ s

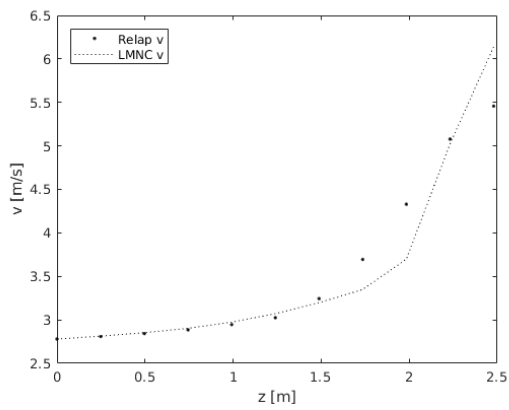
B.3 Rychlost chladiva



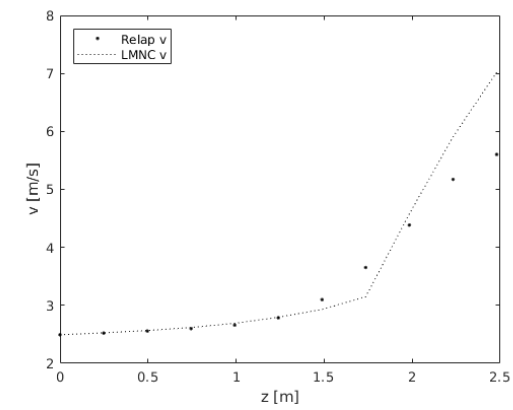
Obrázek B.13: Rychlost v čase $t = 0$ s



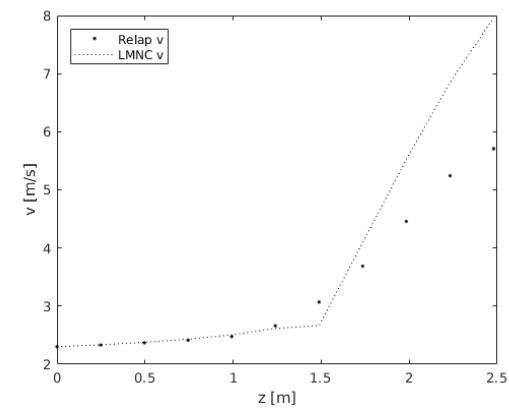
Obrázek B.14: Rychlost v čase $t = 5$ s



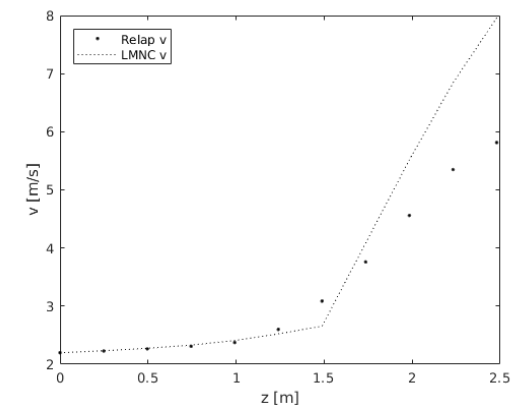
Obrázek B.15: Rychlost v čase $t = 10$ s



Obrázek B.16: Rychlost v čase $t = 20$ s

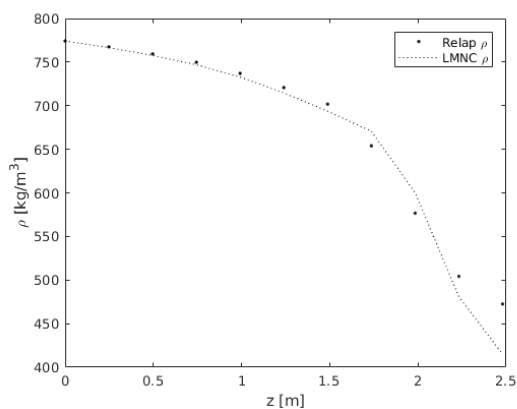


Obrázek B.17: Rychlost v čase $t = 30$ s

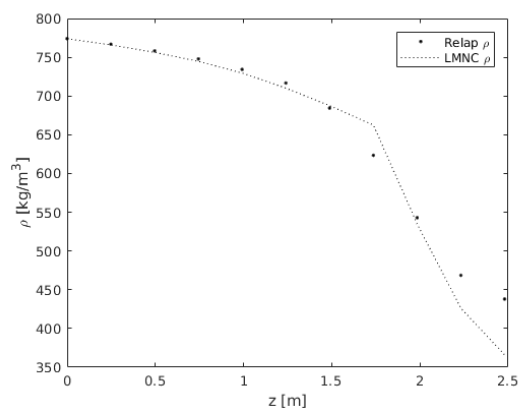


Obrázek B.18: Rychlost v čase $t = 40$ s

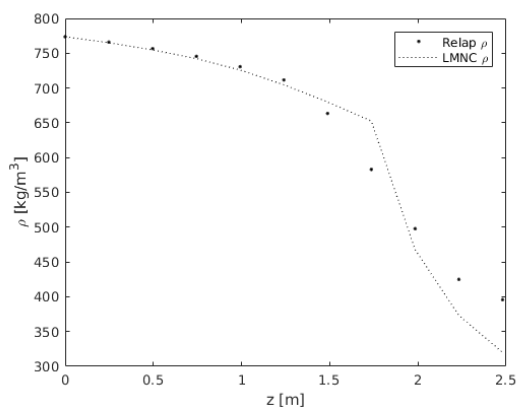
B.4 Hustota chladiva



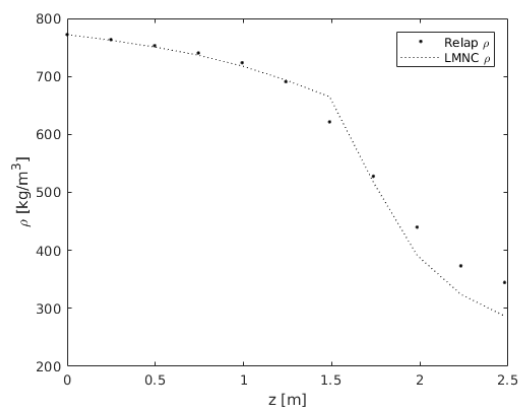
Obrázek B.19: Hustota v čase $t = 0$ s



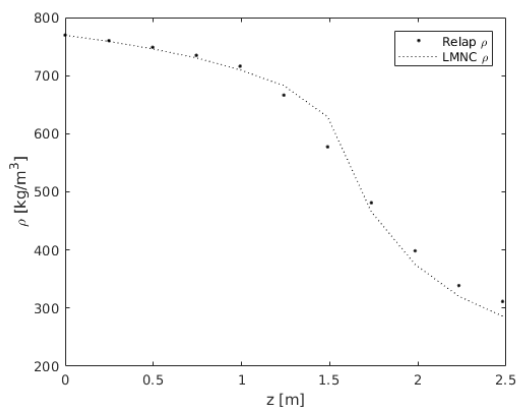
Obrázek B.20: Hustota v čase $t = 5$ s



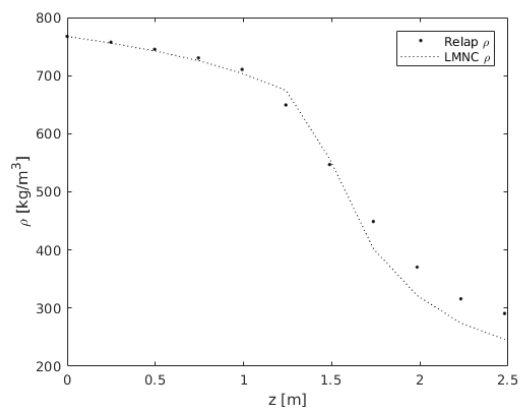
Obrázek B.21: Hustota v čase $t = 10$ s



Obrázek B.22: Hustota v čase $t = 20$ s

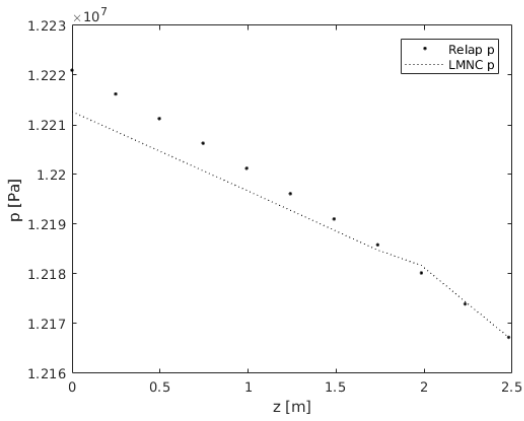


Obrázek B.23: Hustota v čase $t = 30$ s

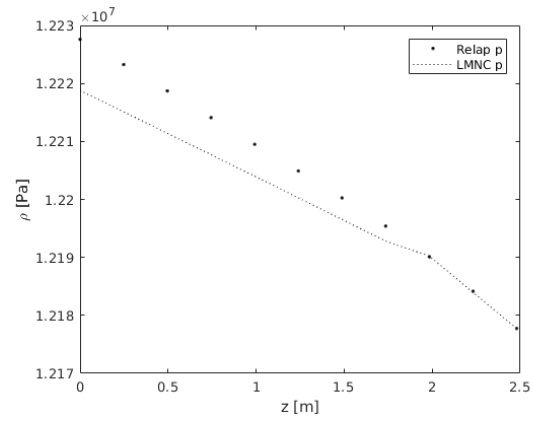


Obrázek B.24: Hustota v čase $t = 40$ s

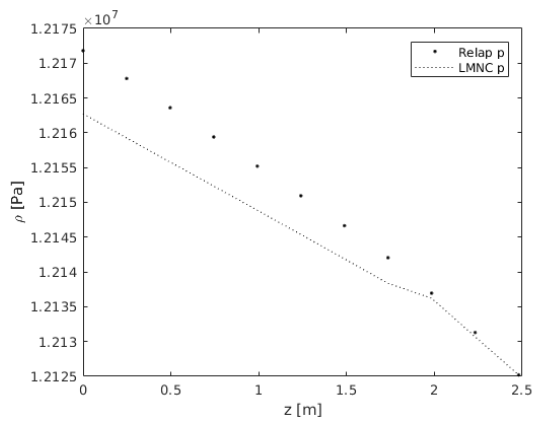
B.5 Tlak v palivovém kanále



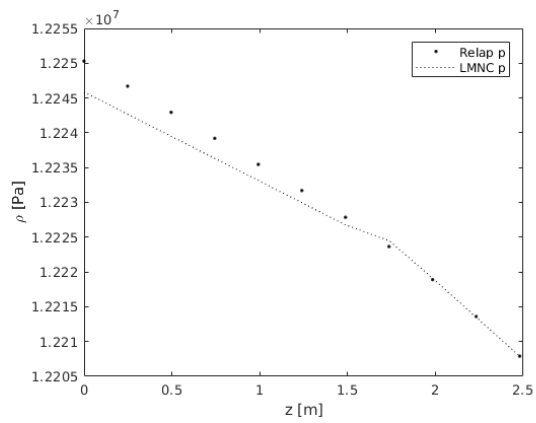
Obrázek B.25: Tlak v čase $t = 0$ s



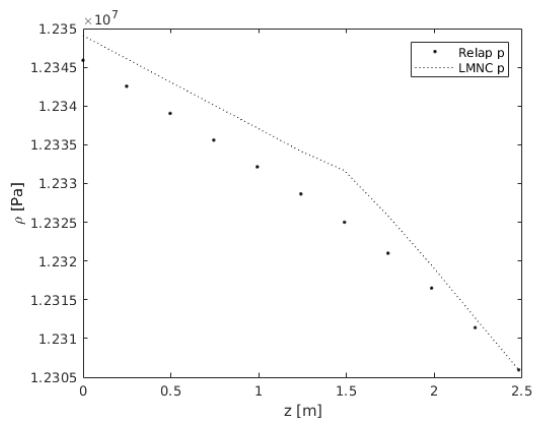
Obrázek B.26: Tlak v čase $t = 5$ s



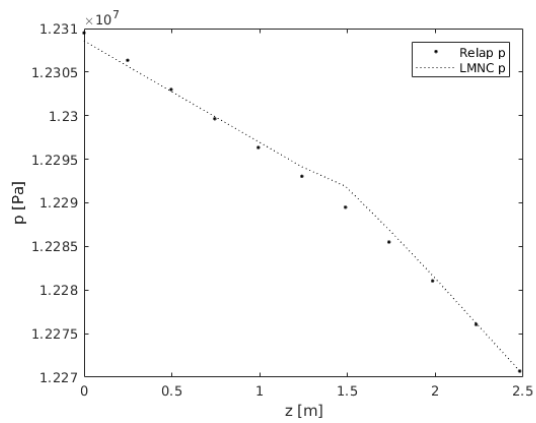
Obrázek B.27: Tlak v čase $t = 10$ s



Obrázek B.28: Tlak v čase $t = 20$ s

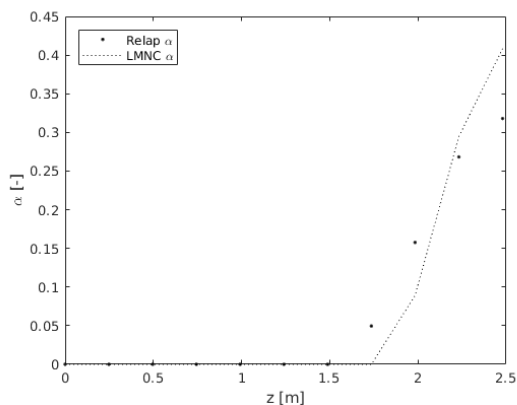


Obrázek B.29: Tlak v čase $t = 30$ s

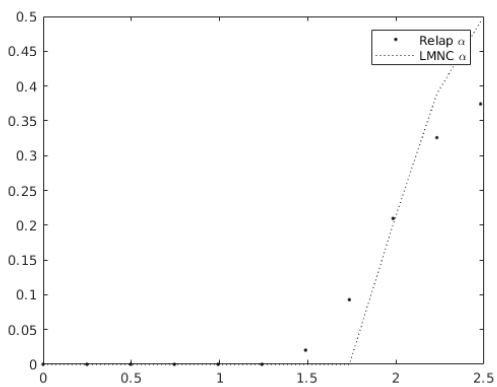


Obrázek B.30: Tlak v čase $t = 40$ s

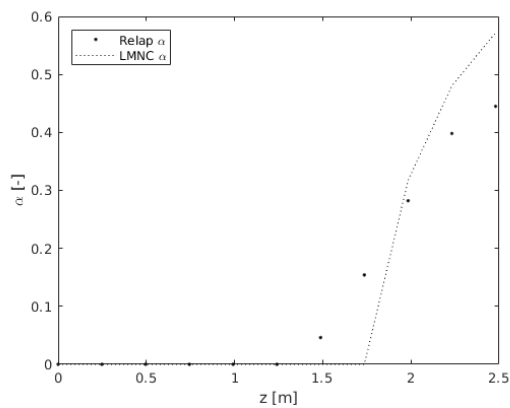
B.6 Objemový podíl páry



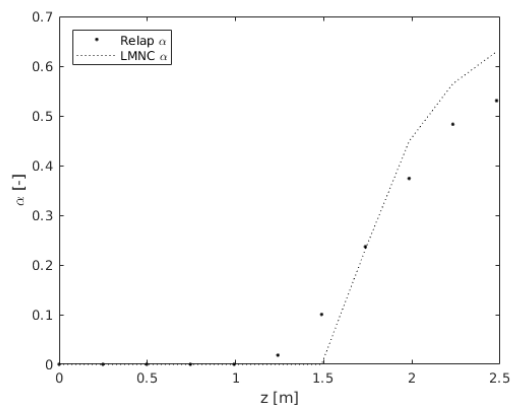
Obrázek B.31: Tlak v čase $t = 0$ s



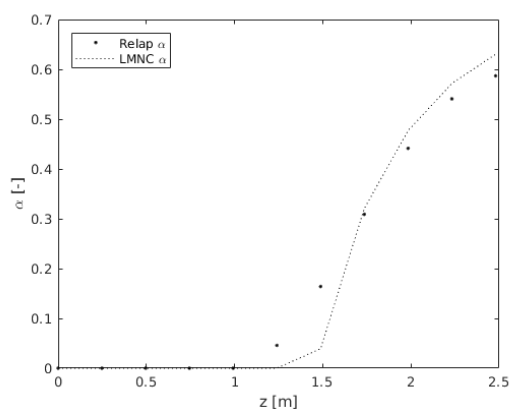
Obrázek B.32: q'' v čase $t = 5$ s



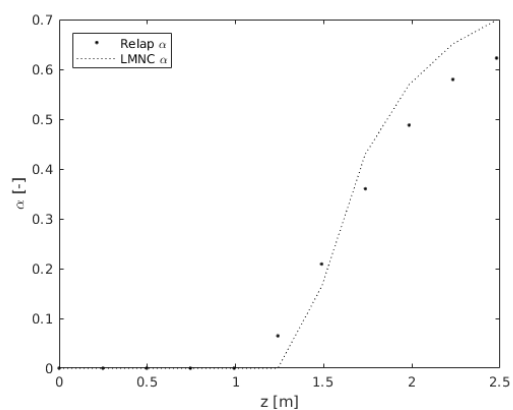
Obrázek B.33: q'' v čase $t = 10$ s



Obrázek B.34: q'' v čase $t = 20$ s



Obrázek B.35: q'' v čase $t = 30$ s



Obrázek B.36: q'' v čase $t = 40$ s