

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

ÚSTAV TECHNIKY PROSTŘEDÍ

---

**FIALŮV TERMOFYZIOLOGICKÝ MODEL TEPELNÉHO  
KOMFORTU**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Šišolák** Jméno: **Jan** Osobní číslo: **409043**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávací katedra/ústav: **Ústav techniky prostředí**  
Studijní program: **Strojní inženýrství**  
Studijní obor: **Technika životního prostředí**

## II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

**Fialův termofyziologický model tepelného komfortu**

Název diplomové práce anglicky:

**Fiala Thermophysiological Model of Thermal Comfort**

Pokyny pro vypracování:

Ve své práci se zabývejte modely tepelného komfortu, zhodnoťte jejich použití a popište základní rozdíly. Zaměřte se na Fialův fyziologický model tepelného komfortu. Popište a vysvětlete princip termofyziologického modelu vč. výpočetního postupu. Sestavte soustavu algebraických rovnic zjednodušeného modelu. Pro řešení použijte výpočetní software typu Matlab. Diskutujte dosažené výsledky a odlišnosti od předpokladu.

Seznam doporučené literatury:

- [1] FIALA, D. Dynamic simulation of human heat transfer and thermal comfort. 1998. Ph.D. Thesis. De Montfort University.
- [2] POKORNÝ, J., JÍCHA, M. Implementace Fialova termofyziologického modelu tepelného komfortu v Matlabu, In. Vytápění, větrání, instalace. č. 4, s. 188 - 192. 2015.
- [3] ČSN ISO 7730:2006. Ergonomie tepelného prostředí - Analytické stanovení a interpretace tepelného komfortu pomocí výpočtu ukazatelů PMV a PPD a kritéria místního tepelného komfortu.
- [4] PSIKUTA, A., FIALA, D., aj. Validation of the Fiala multi-node thermophysiological model for UTCI application. International Journal of Biometeorology. 2012, roč. 56, č. 3, s. 443-460.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

**doc. Ing. Vladimír Zmrhal, Ph.D., ústav techniky prostředí FS**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

\_\_\_\_\_

Datum zadání diplomové práce: **26.04.2018**

Termín odevzdání diplomové práce: **09.07.2018**

Platnost zadání diplomové práce: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
doc. Ing. Vladimír Zmrhal, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) práce

\_\_\_\_\_  
doc. Ing. Vladimír Zmrhal, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

\_\_\_\_\_  
prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

\_\_\_\_\_  
Datum převzetí zadání

\_\_\_\_\_  
Podpis studenta

**Anotace**

Předmětem diplomové práce je popis a implementace Fialova termofyziologického modelu tepelného komfortu ve zjednodušené verzi. Součástí práce je všeobecný popis modelů tepelného komfortu, popis pasivního a aktivního systému Fialova modelu, popis modelu tepelného pocitu Fialova modelu a postup implementace stacionární verze Fialova modelu.

**Summary**

This thesis deals with the description and implementation of Fiala's model of thermal comfort in its simplified version. The thesis comprises a general description of thermal comfort models, a description of the passive system and the active system of Fiala's model, a description of the thermal sensation model of Fiala's model, and implementation procedure of a stationary version of simplified Fiala's model.

**Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci „Fialův termofyziologický model tepelného komfortu“ vypracoval samostatně pod vedením doc. Ing. Vladimíra Zmrhala, Ph.D. a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu použité literatury.

V Praze dne .....

.....

podpis autora

**Poděkování**

Tímto děkuji vedoucímu mé diplomové práce doc. Ing. Vladimírovi Zmrhalovi, Ph.D. za odborné vedení diplomové práce a poskytnutí literatury k jejímu řešení. Dále děkuji všem, kteří mi pomáhali při řešení diplomové práce.

**Obsah**

SEZNAM POUŽITÉHO ZNAČENÍ .....	8
ÚVOD .....	13
1 TEPELNÝ KOMFORT .....	14
1.1 Úvod.....	14
1.2 Rozdělení modelů tepelného komfortu .....	15
1.3 Příklady modelů tepelného komfortu.....	17
1.3.1 Fangerův model .....	17
1.3.2 Wisslerův model .....	19
1.3.3 Stolwijkův model.....	19
1.3.4 Tanabeho model.....	20
1.3.5 Model dle Zhang .....	21
1.3.6 Fialův model .....	22
2 POPIS FIALOVA TERMOFYZIOLOGICKÉHO MODELU TEPELNÉHO KOMFORTU .....	23
2.1 Pasivní systém Fialova modelu.....	23
2.1.1 Přenos tepla v tkáních .....	24
2.1.2 Metabolická produkce tepelného výkonu .....	25
2.1.3 Krevní oběh.....	27
2.1.4 Sdílení tepla s okolím .....	30
2.2 Aktivní systém Fialova modelu .....	37
2.2.1 Svalový třes.....	38
2.2.2 Pocení.....	39
2.2.3 Vasodilatace a vasokonstrikce .....	40
2.3 Vyhodnocení tepelného pocitu.....	41
3 Implementace Fialova modelu.....	44
3.1 Stacionární model.....	50

3.2 Nestacionární model.....	69
ZÁVĚR .....	75
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....	76

**SEZNAM POUŽITÉHO ZNAČENÍ**

$a_D$	součinitel rozdělení tepelné ztráty dýcháním	[-]
$a_{m,F\check{C}}$	koeficient určující rozdělení celkového tepelného výkonu generovaného fyzickou činností mezi jednotlivé elementy	[-]
$a_{nuc}$	součinitel pro výpočet $h_{k,sm}$ (nucená kovekce)	[-]
$a_{PO,j}$	koeficient určující rozdělení produkce potu generovaného pocením mezi elementy	[-]
$a_{př}$	součinitel pro výpočet $h_{k,sm}$ (přirozená kovekce)	[-]
$a_{sm}$	součinitel pro výpočet $h_{k,sm}$ (smíšená kovekce)	[-]
$a_{ST,j}$	koeficient určující rozdělení produkce tepelného výkonu generovaného svalovým třesem mezi elementy	[-]
$a_{VD,j}$	koeficient rozdělení vasodilatace mezi elementy	[-]
$a_{VK,j}$	koeficient rozdělení vasokonstrikce mezi elementy	[-]
$akt$	aktuální hodnota aktivity	[met]
$akt_{baz}$	bazální hodnota aktivity	[met]
$A_n$	povrch neoblečeného těla	[m <sup>2</sup> ]
$A_o$	povrch oblečeného těla	[m <sup>2</sup> ]
$c$	měrná tepelná kapacita tkáně	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$c_{kv}$	měrná tepelná kapacita krve	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$c_r$	měrná tepelná kapacita tkáně v uzlu $r$	[W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$f_0$	plošný faktor oděvu	[-]
$f_k$	parametr pro výpočet tepelného pocitu	[-]
$Gr$	Grashofovo číslo	[-]
$h_{k,sm}$	součinitel smíšené konvekce	[W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$h_s$	součinitel sálání	[W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$\dot{H}$	tepelný výkon generovaný svalovou tkání	[W]
$i_o$	index propustnosti vodní páry	[-]
$I_o$	tepelný odpor vrstvy oděvu	[m <sup>2</sup> .K.W <sup>-1</sup> ]
$L$	délka elementu	[m]
$L_v$	Lewisova konstanta vzduchu	[-]
$m_{A_j}$	množství potu akumulované na povrchu elementu $j$	[kg]
$\dot{m}_{A_j}$	rychlost akumulace potu v elementu $j$	[kg.s <sup>-1</sup> ]
$\dot{m}_{p_j}$	produkce potu v elementu $j$	[kg.s <sup>-1</sup> ]



$\dot{n}$	fyzická činnost	[W.m <sup>-2</sup> ]
$N_V$	počet uzlů ve vrstvě $V$	[-]
$Nu$	Nusseltovo číslo	[-]
$PO$	termoregulační zásah (pocení)	[g.min <sup>-1</sup> ]
$p_{k_j}$	parciální tlak vodních par na povrchu kůže elementu $j$	[Pa]
$p_v$	parciální tlak vodních par ve vzduchu	[Pa]
$p^{“}_{o_j}$	parciální tlak sytých par ve svrchní vrstvě kůže	[Pa]
$p^{“}_v$	parciální tlak sytých vodních par ve vzduchu	[Pa]
$PMV$	předpokládaný střední tepelný pocit	[-]
$PPD$	předpokládaný podíl osob nespokojených s tepelným prostředím	[%]
$\dot{q}_k$	měrný tepelný tok sdílený konvekcí	[W.m <sup>-2</sup> ]
$q_m$	metabolická produkce tepelného výkonu	[W.m <sup>-3</sup> ]
$q_{m,i}$	metabolická produkce tepelného výkonu v uzlu $i$	[W.m <sup>-3</sup> ]
$\dot{q}_m$	metabolický tepelný tok	[W.m <sup>-2</sup> ]
$q_{m,i_{baz,0}}$	bazální metabolická produkce tepelného výkonu v uzlu $i$	[W.m <sup>-3</sup> ]
$q_{m,i_{F\check{C}}}$	produkce tepelného výkonu v uzlu $i$ v důsledku fyzické činnosti	[W.m <sup>-3</sup> ]
$q_{m,i_{ST}}$	produkce tepelného výkonu v uzlu $i$ v důsledku svalového třesu	[W.m <sup>-3</sup> ]
$\dot{q}_o$	měrný tepelný tok sdílený odpařováním	[W.m <sup>-2</sup> ]
$\dot{q}_p$	měrný tepelný tok	[W.m <sup>-2</sup> ]
$\dot{q}_s$	měrný tepelný tok sdílený sáláním	[W.m <sup>-2</sup> ]
$\dot{Q}_{baz,0}$	bazální metabolický tepelný výkon	[W]
$\dot{Q}_d$	tepelný výkon sdílený dýcháním	[W]
$\dot{Q}_k$	tepelný výkon sdílený konvekcí	[W]
$\dot{Q}_m$	celková metabolická produkce tepelného výkonu	[W]
$\dot{Q}_o$	tepelný výkon sdílený odpařováním	[W]
$\dot{Q}_{PP}$	tepelný výkon sdílený v soustavě tepna-žíla	[W]
$\dot{Q}_s$	tepelný výkon sdílený sáláním	[W]
$r$	vzdálenost od středu elementu	[m]
	poloměr	[m]

$r_v$	vzdálenost rozhraní mezi vrstvami $V-I$ , $V$ od středu	[m]
$R_L$	odpor kožní tkáně proti průchodu vodní páry	[m <sup>2</sup> .Pa.W <sup>-1</sup> ]
$Re$	Reynoldsovo číslo	[-]
$S_{k_j}$	plocha kůže elementu $j$	[m <sup>2</sup> ]
$ST$	termoregulační zásah (svalový třes)	[W]
$SV$	srdeční výdej	[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$t$	čas	[s]
$T$	teplota tkáně	[°C]
$T_{k0_j}$	teplota povrchu kůže elementu $j$ (setpoint)	[°C]
$T_i$	teplota tkáně v uzlu $i$	[°C]
$T_{i,0}$	setpoint teploty tkáně v uzlu $i$	[°C]
$T_{kvR}$	teplota krve v rezervoáru	[°C]
$T_{kvC_1}$	teplota krve v žilách před výměnou tepla	[°C]
$T_{kvC_2}$	teplota krve v žilách po výměně tepla	[°C]
$T_{k_j}$	teplota povrchu kůže elementu $j$	[°C]
$T_{kvT}$	teplota tepenné krve	[°C]
$T_{o_j}$	teplota v posledním uzlu elementu $j$	[°C]
$T_p$	teplota povrchu elementu	[°C]
$T_r$	teplota tkáně v uzlu $r$	[°C]
$T_{SR}$	střední radiační teplota	[°C]
$T_v$	teplota vzduchu	[°C]
$TP$	tepelný pocit	[-]
$u_0$	koeficient pro výpočet mechanické účinnosti	[-]
$u_1$	koeficient pro výpočet mechanické účinnosti	[-]
$U_{C_j}$	součinitel prostupu tepla pro citelné teplo v elementu $j$	[W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$U_{L_j}$	součinitel prostupu tepla pro latentní teplo v elementu $j$	[W.m <sup>-2</sup> .Pa <sup>-1</sup> ]
$U_{PP}$	součinitel prostupu tepla mezi tepnou a žilou při protiproudé výměně tepla	[W.K <sup>-1</sup> ]
$v_{v,ef}$	efektivní rychlost vzduchu	[m.s <sup>-1</sup> ]
$V_i$	objem tkáně příslušné uzlu $i$	[m <sup>3</sup> ]
$V_j$	objem elementu $j$	[m <sup>3</sup> ]
$V_{j,sv}$	objem svalové tkáně v elementu $j$	[m <sup>3</sup> ]
$V_K$	objem koule	[m <sup>3</sup> ]
$\dot{V}_{kv}$	průtok krve kůží	[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]

$V_P$	objem plicní tkáně	$[m^3]$
$V_{tk}$	objem vrstvy tkáně	$[m^3]$
$V_V$	objem válce	$[m^3]$
$VD$	termoregulační zásah (vasodilatace)	$[W.K^{-1}]$
$VK$	termoregulační zásah (vasokonstrikce)	$[-]$
$w_{kv}$	perfuze	$[m^3.s^{-1}.m^{-3}]$
$w_{kv_i}$	perfuze v uzlu $i$	$[m^3.s^{-1}.m^{-3}]$
$w_{kv_P}$	perfuze pro plicní tkáň	$[m^3.s^{-1}.m^{-3}]$
$z$	tepelná ztráta těla	$[W.m^{-2}]$

### řecká abeceda

$\alpha_s$	úhel sektoru $s$	$[^\circ]$
$\beta$	energetický ekvivalent perfuze	$[W.m^{-3}.K^{-1}]$
$\beta_r$	energetický ekvivalent perfuze v uzlu $r$	$[W.m^{-3}.K^{-1}]$
$\gamma_j$	energetický ekvivalent průtoku krve kůží (bazální)	$[W.K^{-1}]$
$\gamma'_j$	energetický ekvivalent průtoku krve kůží (aktuální)	$[W.K^{-1}]$
$\gamma_r$	pomocný parametr v numerické formulaci rovnic	$[-]$
$\delta_r$	pomocný parametr v numerické formulaci rovnic	$[m^3.K.W^{-1}]$
$\Delta\beta$	změna energetického ekvivalentu perfuze	$[W.m^{-3}.K^{-1}]$
$\Delta q_{m,i}$	produkce tepelného výkonu v uzlu $i$ v důsledku termoregulace a fyzické činnosti	$[W.m^{-3}]$
$\Delta q_{m,i_{baz}}$	změna bazální produkce tepelného výkonu v uzlu $i$ v důsledku odlišných teplotních podmínek	$[W.m^{-3}]$
$\Delta r$	meziuzlová vzdálenost	$[m]$
$\Delta t$	časový krok	$[s]$
$\Delta T_{hy}$	odchylka teploty hypothalamu od setpointu	$[K]$
$\Delta T_{k,m}$	odchylka střední teploty kůže od setpointu	$[K]$
$\varepsilon_\alpha$	vážený průměr emisivity povrchu (váha $\alpha$ )	$[-]$
$\varepsilon_p$	emisivita povrchu	$[-]$
$\varepsilon_s$	emisivita povrchu v sektoru $s$	$[-]$
$\eta$	mechanická účinnost	$[-]$
$\lambda$	součinitel tepelné vodivosti tkáně	$[W.m^{-1}.K^{-1}]$
$\lambda_r$	tepelná vodivost tkáně v uzlu $r$	$[W.m^{-1}.K^{-1}]$
$\xi_r$	pomocný parametr v numerické formulaci rovnic	$[s]$

$\rho$	hustota tkáně	$[\text{kg.m}^{-3}]$
$\rho_{kv}$	hustota krve	$[\text{kg.m}^{-3}]$
$\rho_r$	hustota tkáně v uzlu $r$	$[\text{kg.m}^{-3}]$
$\sigma$	Stefanova-Boltzmannova konstanta	$[\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}]$
$\varphi$	relativní vlhkost vzduchu	[-]
	poměr osálení	[-]
$\phi_k$	parametr pro výpočet tepelného pocitu	[-]
$\varphi_s$	poměr osálení sektoru $s$	[-]
$\varphi_\alpha$	vážený průměr poměru osálení (váha $\alpha$ )	[-]
$\omega$	součinitel určující geometrii elementu	[-]

## ÚVOD

Modelování tepelného komfortu nabývá v dnešní době značné důležitosti z různých důvodů. Hlavním důvodem je zajištění vhodných mikroklimatických podmínek pro osoby ve vnitřním prostředí, a to nejen v budovách, ale např. i v dopravních prostředcích. Vhodné mikroklima obecně vede k vyšší pracovní efektivitě. Správně sestavené standardy tepelného komfortu také mohou přispět ke snížení energetické náročnosti budov díky snížení energetické spotřeby zařízení prostředí.

Předmětem diplomové práce je detailní popis zjednodušené verze Fialova modelu tepelného komfortu. Zjednodušení spočívá především v zanedbání možnosti nesymetrie sálavých tepelných toků z okolí pro různé části těla a ve zjednodušeném řešení sdílení tepla prostřednictvím krevního oběhu.

V závěrečné části diplomové práce bude popsán proces implementace zjednodušeného Fialova modelu. Budou odvozeny rovnice numerické formulace Pennesovy rovnice pro stacionární i nestacionární úlohu o sdílení tepla v tkáních, zahrnující sdílení tepla vedením, konvekcí prostřednictvím krevního oběhu, metabolickou produkci tepelného výkonu a sdílení tepla do okolního prostředí. Stacionární verze modelu bude využita k výpočtu význačných hodnot teplot vyžadovaných nestacionární verzí modelu. Hodnoty vypočítaných sdílených tepelných toků do okolí budou porovnány s výsledky dle Fialy.

# 1 TEPELNÝ KOMFORT

## 1.1 Úvod

Dle ASHRAE (American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers) je tepelný komfort definován jako stav myslí, kdy je člověk spokojen s tepelným prostředím. Definice dle Hensena říká, že tepelný komfort je stav, kdy nedochází k tvorbě podnětů, které by vedly ke změně stavu prostředí vědomým zásahem osoby. [1]

Z hlediska definic je třeba rozlišovat mezi pojmy „tepelný pocit“ a „tepelný komfort“. Tepelný pocit je subjektivní veličina, která představuje hodnocení konkrétního tepelného prostředí konkrétní osobou (např. pocit zimy při teplotě vzduchu 10 °C, pocit horka při teplotě vzduchu 35 °C), zatímco tepelný komfort definuje pro daného člověka optimální parametry prostředí [2]. K hodnocení tepelného pocitu se používá sedmibodová stupnice dle ASHRAE, viz Tab. 1 [3].

**Tab. 1** Stupnice pro hodnocení tepelného pocitu dle ASHRAE [3]

hodnocení	příslušný tepelný pocit
-3	zima
-2	chladno
-1	mírně chladno
0	neutrální
1	mírně teplo
2	teplo
3	horko

Z hlediska objektivně měřitelných veličin jsou dle Fangerův nejdůležitějšími ukazateli pro hodnocení tepelného komfortu teplota vzduchu, střední radiální teplota, rychlost proudění vzduchu, vlhkost vzduchu, tepelný odpor oděvu a aktivita (intenzita fyzické činnosti) [3]. Tyto ukazatele jsou nejdůležitější především v budovách. V jiných prostředích mohou hrát nezanedbatelnou roli i jiné parametry. Příkladem mohou být dopravní prostředky, kde je velmi důležitá také intenzita sluneční radiace, protože osoba zde může být vystavena přímé sluneční radiaci. Roli mohou hrát i faktory jako věk, pohlaví, tělesná konstituce či úroveň aklimatizace. Obecně ve všech typech prostředí mohou být důležité i psychologické faktory, jako je očekávání nebo únava [2].

Cílem modelování tepelného komfortu je zajištění optimálních podmínek prostředí pro pobyt osob. Z čistě ekonomického hlediska vedou optimální mikroklimatické podmínky k vyšší efektivitě pracovníků [1]. Definice nových standardů tepelného komfortu může přispět ke snížení energetické spotřeby zařízení prostředí, čímž sníží celkovou spotřebu energie připadající na budovy. To je důležité, protože v současné době přibližně 40 % spotřeby energie celého lidstva tvoří budovy [4].

Tepelný komfort lze popisovat třemi různými přístupy, a sice psychologicky, fyziologicky a racionálně. Psychologický popis tepelného komfortu je založen na výše uvedené definici tepelného komfortu dle ASHRAE. Z hlediska simulací není tato varianta zajímavá, protože je založena na subjektivním názoru osob. Jako kritérium posuzování tepelného komfortu se bere spokojenost dostatečného podílu osob (např. 80 %) se stavem prostředí. Fyziologický popis je založen na komunikaci termoreceptorů (nervů vnímajících tepelný stav těla) s hypothalamem. Na základě signálů od termoreceptorů se zapojuje termoregulační systém, jehož úkolem je udržet tělesnou teplotu v určitém intervalu. Modely založené na fyziologickém přístupu mohou respektovat i vliv aklimatizace, tj. přizpůsobování termoreceptorů odlišným teplotním podmínkám, než na které byly do té doby adaptované. Racionální přístup je založen na tepelné bilanci a fyziologických hodnotách jistých veličin. Aby mohlo být dosaženo tepelného komfortu, musí tělo splňovat energetickou bilanci, tj. odváděný výkon se musí rovnat přiváděnému (ne nutně z okolního prostředí, nýbrž především produkovaný tepelný výkon v lidském těle). Zároveň teplota kůže musí být v určitém intervalu a produkce potu nesmí překročit jistou mez. [5]

## 1.2 Rozdělení modelů tepelného komfortu

Názvosloví modelů tepelného komfortu neodpovídá přesně názvosloví přístupů k popisu tepelného komfortu. Příkladem je rozdělení modelů tepelného komfortu na empirické a racionální. Empirické modely jsou založené na odvozování rovnic pro tepelný komfort na základě experimentů. Z podstaty věci nemohou být vysoce přesné mimo intervaly okolních podmínek, pro které byly prováděny experimenty. Racionální modely obvykle zahrnují pasivní (kontrolovaný) a aktivní (řídící) systém. Pasivní systém představuje model lidského těla, aktivní systém model termoregulačního systému. Zahrnují vliv sdílení tepla s okolím a krevního oběhu na přenos tepla v těle. Příkladem je právě Fialův model [6]. Jejich přesnost také vyplývá z experimentálních dat. Tyto modely ale mohou podávat věrohodné informace o tepelném komfortu pro

široký rozsah parametrů prostředí, stejně jako pro široký rozsah intenzity fyzické činnosti. Důležité je dostatečné množství experimentálních dat pro pokrytí požadovaných rozsahů okolních mikroklimatických podmínek a rozsahu intenzity fyzické činnosti [7].

Modely tepelného komfortu můžeme také dělit na jednosegmentové a vícesegmentové. Jednosegmentové uvažují lidské tělo jako celek, zatímco vícesegmentové dělí tělo na více částí [2]. V této práci budeme používat pojem „element“ namísto pojmu „segment“, protože v [7] je pojem segment použit v jiném smyslu a hrozí tedy možnost záměny významu. Přesto se budeme držet značení jednosegmentové a vícesegmentové.

Názvosloví bohužel není zcela jednotné. Setkáváme se i s pojmem fyziologické modely. Tímto pojmem označují někteří autoři (např. [2]) obecně všechny modely, jejichž cílem je predikce tepelného stavu člověka. Nastává tu zřejmý rozpor v názvosloví modelů tepelného komfortu a výše popsaného názvosloví přístupu k popisu tepelného komfortu. V této práci budeme Fialův model považovat za racionální model tepelného komfortu, jak jej klasifikuje [6].

Samostatnou kategorií modelů tepelného komfortu tvoří adaptivní modely. Jedná se o modely tepelného komfortu založené na předpokladu, že se osoby dokáží do jisté míry adaptovat na různá tepelná prostředí. Metody adaptace se dělí na fyziologické, psychologické a behaviorální. Typickým příkladem behaviorální adaptace je otevření oken, ale také změna skladby oděvu. Pro vytváření těchto modelů jsou důležité především testy v reálném prostředí, nikoliv tzv. klimatické komory [4]. Při formulaci těchto modelů je důležité klimatické pásmo, ve kterém byly prováděny experimenty. Tyto modely totiž uvažují vliv klimatu na schopnost adaptace, a tedy i možnou různost intervalů teplot, ve kterých lidé pociťují tepelný komfort. Pro účely adaptivních modelů se klimatická pásma dělí dle tzv. Köppen-Geigerovy klasifikace. Na základě experimentů prováděných v reálném prostředí (field studies) lze usoudit, že neexistuje jedna optimální teplota pro všechny a navíc dochází k velkým rozdílům napříč klimatickými pásmy [8]. Tyto modely jsou důležité pro přirozeně větrané budovy, kde z podstaty věci nelze přesně nastavovat parametry mikroklimatu [9]. Fialův model zřejmě (viz Kap. 2) nepatří mezi adaptivní modely, protože nezahrnuje žádný algoritmus, který by umožnil uvažovat vliv adaptivních mechanismů na tepelný komfort. Prakticky jedinou možností je změna skladby oděvu (reprezentovaného



tepelným odporem a prostupností pro vodní páru) v průběhu simulace. Ostatní efekty ale Fialův model (přinejmenším v základní plné verzi) postihnout nedokáže [7].

Další kategorii tvoří tzv. PMV modely, jejichž nejvýznamějším zástupcem je Fangerův model. Tyto modely jsou založeny na výpočtu PMV (predicted mean vote) indexu, který udává předpokládaný střední tepelný pocit. Tento index byl zaveden právě Fangerem [9]. V literatuře (např. [9], [10]) je kritizována především neschopnost těchto modelů postihnout adaptaci osob na tepelné prostředí. To vede k pokusům o tvorbu modelů, které jsou založeny na výpočtu indexu PMV, ale umí částečně simulovat adaptaci osob (viz např. [10]).

### **1.3 Příklady modelů tepelného komfortu**

#### **1.3.1 Fangerův model**

Fangerův model byl vytvořen v sedmdesátých letech dvacátého století na základě experimentů s 1296 osobami [11].

Dle Fangera je nutnou (ale nikoliv postačující) podmínkou tepelného komfortu dosažení tepelné rovnováhy osoby s okolím. To znamená, že metabolická produkce tepelného výkonu v lidském těle (eventuálně ještě tepelný výkon přijímaný z okolí) je přesně v rovnováze s tepelnou ztrátou těla vůči okolí. Podmínka není postačující, protože lidské tělo může dosáhnout tepelné rovnováhy pro široké rozpětí parametrů vnějšího prostředí, ale nemusí to nutně znamenat, že je daná osoba spokojena s tepelným prostředím. Může docházet např. k vysokému odvodu tepla z těla prostřednictvím odpařování potu, což v běžných podmínkách nutně znamená mokré pocení, a tedy vznik tepelného diskomfortu. [1]

Fanger předpokládal, že veličiny, které mají vliv na tepelný komfort dané osoby jsou střední teplota kůže a míra pocení. Tyto veličiny jsou závislé na intenzitě fyzické činnosti. Fanger na základě experimentálních dat z klimatických komor odvodil lineární závislosti střední teploty kůže a míry pocení na produkovaném tepelném výkonu, které dosadil do rovnice tepelné rovnováhy, čímž získal rovnici tepelného komfortu. Tato rovnice umožňuje určit parametry prostředí, při kterých bude největší poměrné množství osob vykazovat neutrální tepelný pocit. [1]

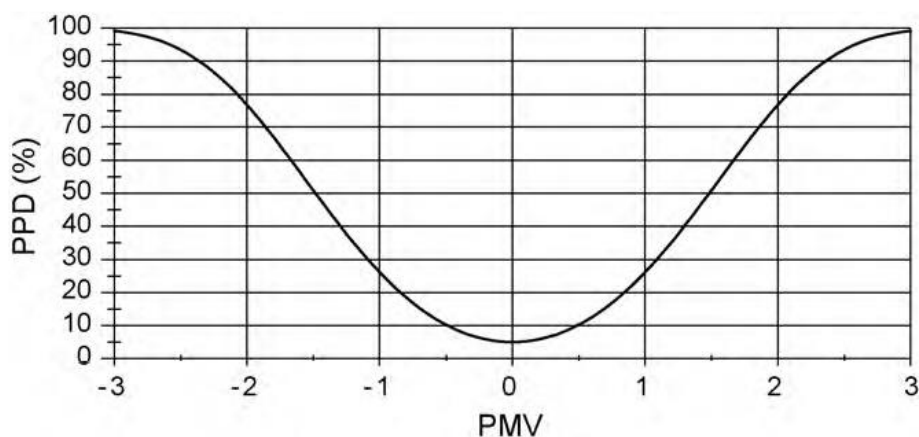
Model neuvažuje vliv pohlaví ani věku osoby na tepelný komfort. Uvažuje, že bazální metabolický tepelný tok průměrného člověka je roven  $58,15 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ . Je založen na výpočtu veličin PMV (definice viz výše) a předpokládaného podílu osob nespokojených

s tepelným prostředím PPD (predicted percentage of dissatisfied). PMV a PPD se počítají pomocí rovnic (1), resp. (2) [11]

$$PMV = [0,303 \exp(-0,036 \dot{Q}) + 0,028](\dot{q}_m - \dot{n} - \dot{z}) \quad , [-] \quad (1)$$

$$PPD = 100 - 95 \exp(-0,03353 PMV^4 - 0,2179 PMV^2) \quad , [%] \quad (2)$$

kde  $\dot{q}_m$  je metabolický tepelný tok [ $\text{W.m}^{-2}$ ],  $\dot{n}$  je fyzická činnost [ $\text{W.m}^{-2}$ ] a  $\dot{z}$  je tepelná ztráta těla [ $\text{W.m}^{-2}$ ]. PPD představuje procentuální podíl osob, které hodnotí svou spokojenost s tepelným prostředím na sedmibodové stupnici dle ASHRAE jinak, než v rozmezí od -1 do +1. Z rovnice (2) vyplývá, že i při  $PMV = 0$  bude minimálně 5 % osob nespokojených s tepelným prostředím [1]. Křivku, která reprezentuje závislost PPD na PMV lze vidět na Obr. 1.



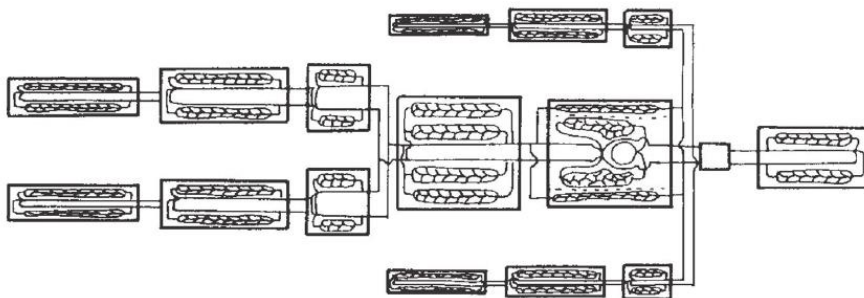
**Obr. 1** Závislost předpokládaného podílu nespokojených osob na předpokládaném středním tepelném pocitu [1]

Fangerův model lze modifikovat do podoby, která uvažuje vliv pohlaví a věku na tepelný komfort (viz např. [11]). Modifikace tohoto typu ale nejsou rozšířené. Standardem je Fangerův model, který vliv těchto parametrů neuvažuje. Závěrem práce [11] je tvrzení, že Fangerův model nejlépe popisuje muže ve věku 25-30 let s průměrnou hmotností. Dalším závěrem je, že ženy zpravidla preferují vyšší teplotu prostředí než muži. Požadavky na vyšší teplotu se také stupňují s věkem osoby. [11]

I přes výše uvedené nedostatky tvoří i v dnešní době Fangerův model základ dvou standardů tepelného komfortu, konkrétně ASHRAE 55-2013 a ISO 7730. Ačkoliv byl původně určen pouze pro hodnocení tepelného komfortu v budovách, uplatňuje se i v jiných prostředích. [12]

### 1.3.2 Wisslerův model

Ačkoliv základ Wisslerova modelu vznikl už v roce 1961, plná verze byla zveřejněna až v roce 1985. Pasivní systém Wisslerova modelu sestává z patnácti elementů (viz Obr. 2). Řadí se mezi racionální modely tepelného komfortu. [6]



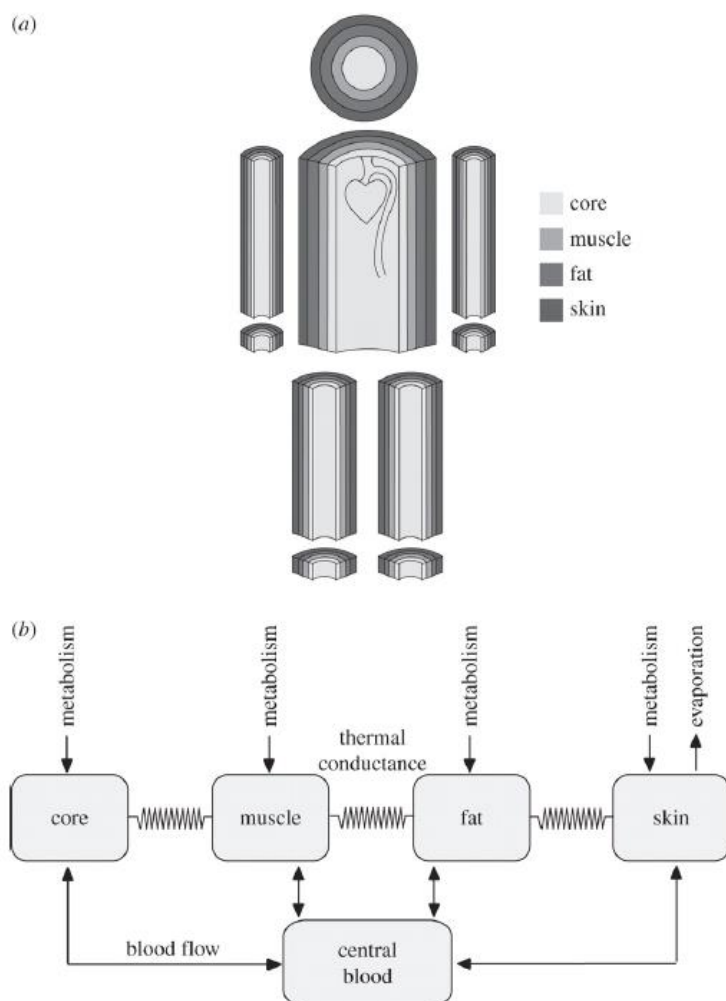
**Obr. 2** Pasivní systém Wisslerova modelu [6]

Jednotlivé elementy pasivního systému se dělí na vrstvy, které se dále dělí na uzly, ve kterých se počítá teplota. K formulaci úlohy je použita stejná parciální diferenciální rovnice jako u Fialova modelu, jejíž tvar bude uveden v Kap. 2. Výsledkem jsou „spojité“ teplotní profily od jádra po povrch elementů (vypočítané teploty v jednotlivých uzlech, které se proloží spojitou křivkou). Samozřejmostí je zahrnutí vlivu krevního oběhu na teplotní profily. Původní verze Wisslerova modelu nezahnovala aktivní systém [2]. Stejně jako později Fiala, i Wissler použil k řešení rovnic metodu konečných diferencí. Ve finální verzi sestával pasivní systém Wisslerova modelu z 225 uzlů a jeho výstupem nebyly pouze teplotní profily, nýbrž např. i koncentrace laktátu v krvi a produkce oxidu uhličitého. Tato finální verze ale nikdy nebyla široce používána. [6]

### 1.3.3 Stolwijkův model

Stolwijkův model vznikl v roce 1971. Jedná se o racionální model tepelného komfortu [6]. Tato finální verze sestává z pasivního a aktivního systému. Pasivní systém sestává z šesti elementů (hlava, trup, paže, ruce, nohy, chodidla), které dohromady zahrnují 25 uzlů. Jedná se o jeden z vůbec prvních modelů, které zahrnují aktivní systém. Výsledný teplotní profil není spojitý. Vrstvy totiž nejsou rozděleny na více uzlů, nýbrž každá vrstva je reprezentována právě jedním uzlem. [2]

Z šesti elementů tvořících pasivní systém vykazuje pět cylindrickou symetrii a jeden sférickou, viz Obr. 3. Každý element je rozdělen na právě čtyři vrstvy. Součin dává výslednou hodnotu 24 uzlů. Zbývající uzel reprezentuje centrální rezervoár krve. [6]

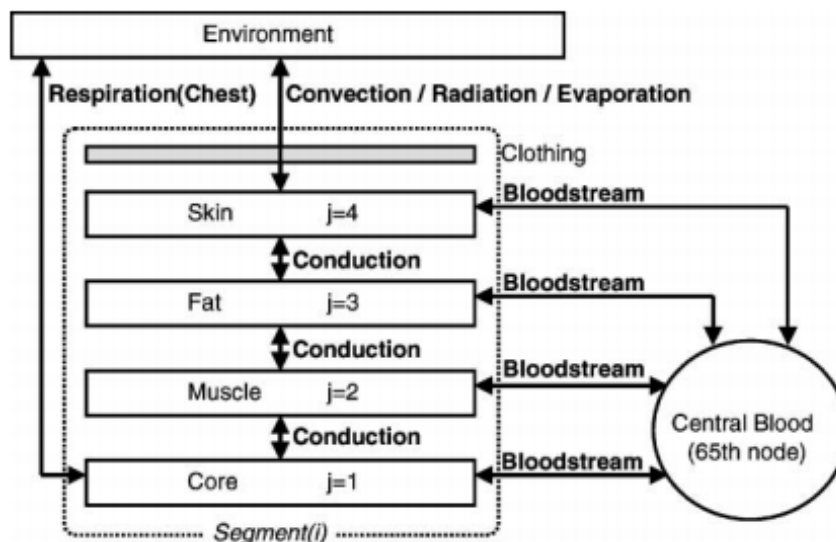


**Obr. 3** a) Pasivní systém Stolwijkova modelu, b) Schéma sdílení tepla mezi elementy pasivního systému a mezi pasivním systémem a okolím [6]

Dle [2] se právě Wisslerův a Stolwijkův model staly inspirací pro později vzniklé modely tepelného komfortu. Z Wisslerova modelu vychází Fialův model, ze Stolwijkova modelu vychází Tanabeho model.

### 1.3.4 Tanabeho model

Tanabeho model je také rozdělen na pasivní a aktivní systém. Vychází ze Stolwijkova modelu. Model umožňuje předpovědět vnitřní teploty, teploty povrchu kůže, sdílené tepelné toky z těla do okolního prostředí a vlhkost pokožky. [2]

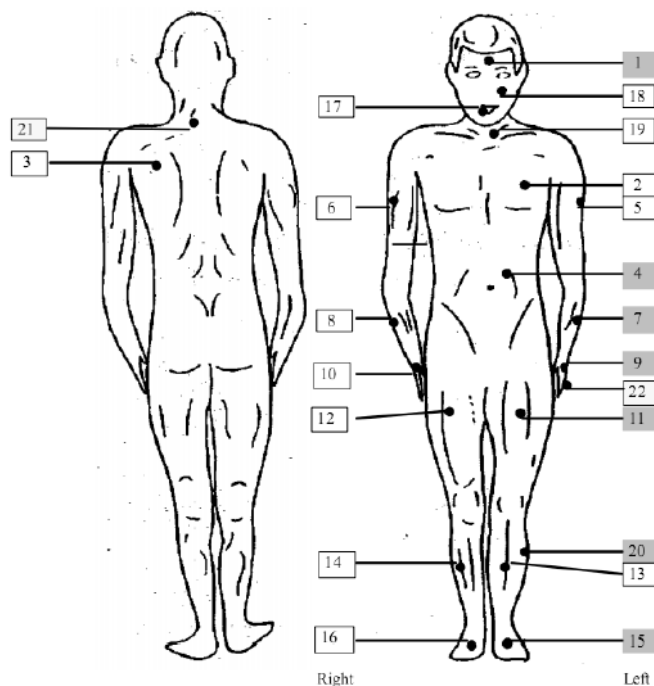


**Obr. 4** Element pasivního systému Tanabeho modelu [2]

Pasivní systém Tanabeho modelu je rozdělen na elementy, které reprezentují jisté části těla. Skladba elementů je vidět na Obr. 4. Pasivní systém celkem sestává z 65 uzlů, ve kterých se počítá teplota. V roce 2002 vznikla modifikace modelu, která umožňuje propojit Tanabeho model se CFD. [2]

### 1.3.5 Model dle Zhang

Na rozdíl od předcházejících příkladů (s výjimkou Fangerova modelu), model dle Zhang je empirický. Za účelem jeho vytvoření bylo provedeno 109 měření v klimatické komoře. Zhang rozdělila lidské tělo na 19 částí, viz. Obr. 5. Body 20-22 na Obr. 5 byly využity při měřeních, ale ne při sestavování modelu. Na označených místech byla měřena teplota kůže, a také byla měřena vnitřní teplota. Testované osoby také v krátkých časových intervalech hodnotily svůj tepelný pocit, a to jak celkový, tak na jednotlivých částech těla. K hodnocení tepelného pocitu byla použita rozšířená stupnice dle ASHRAE, obsahující devět možností hodnocení tepelného pocitu. Jako vstup pro model dle Zhang slouží teploty kůže ve zmíněných 19 bodech a vnitřní teplota. Je také potřeba zadat jejich závislost na čase. Výstupem modelu je předpověď celkového a lokálního tepelného pocitu [2].



**Obr. 5** Význačné body pro měření teploty na povrchu lidského těla, model dle Zhang [2]

Existuje mnoho dalších modelů tepelného komfortu. Podrobný přehled lze nalézt např. v [2] a [6].

### 1.3.6 Fialův model

Nebudeme zde podrobně popisovat Fialův model, protože jeho popis je obsahem následujících kapitol. Místo toho zde stručně popíšeme vývoj Fialova modelu od doby jeho zveřejnění, protože první verze vznikla už v roce 1998 [7].

Postupem času vzniklo několik komerčních verzí Fialova modelu. Patnáctisegmentový model (tj. model, jehož pasivní systém tvoří patnáct elementů) je součástí výpočetního softwaru Theseus-FE. Vznikl i dvacetisegmentový model, jehož implementace je součástí softwaru Rad-Therm. V komerčních verzích lze tedy sledovat především navýšení počtu elementů. Došlo ale i k propojení modelu s reálnou geometrií lidského těla a byl řešen přesnější výpočet sdílení tepla radiací s okolím. Do modelu byla přidána i možnost uvažování vlivu věku, podílu tuku na celkové hmotnosti, pohlaví atd. Je možné uvažovat i vliv aklimatizace na vykonávanou fyzickou činnosti (ovlivňuje dýchání). Byly provedeny i modifikace umožňující propojení Fialova modelu se CFD [2]. Fialův model se také stal základem tzv. UTCI (Universal Thermal Climate Index) [13].

## 2 POPIS FIALOVA TERMOFYZIOLOGICKÉHO MODELU TEPELNÉHO KOMFORTU

V této kapitole popíšeme Fialův termofyziologický model tepelného komfortu (dále jen Fialův model). Kapitola zahrnuje detailní popis pasivního systému, aktivního systému a modelu pro odvození tepelného pocitu. Odvození numerické formulace rovnic Fialova modelu bude provedeno v Kap. 3.

### 2.1 Pasivní systém Fialova modelu

Modelování pasivního systému Fialova modelu vychází z fyzikálních zákonů přenosu tepla v lidském těle a na jeho povrchu, kde dochází ke sdílení tepla s okolím (konvekci, radiací a odpařováním). Teplo produkované v lidském těle je rozváděno do jednotlivých částí těla vedením a konvekci. Sdílení tepla konvekci uvnitř těla zajišťuje krevní oběh. Část tepla je z těla odváděna vedením a dýcháním. Tepelný tok odváděný vedením Fialův model (včetně původní verze bez zjednodušujících předpokladů) zanedbává. Fialův model patří mezi vícesegmentové modely. Tyto modely uvažují skladbu a geometrii lidského těla. Nevyužívají tedy souhrnných dat pro celé tělo, nýbrž lokální hodnoty pro různé části těla. Souhrnných dat lze pro výpočet také využít, ale vede to ke snížení přesnosti výsledků. [7]

Pasivní systém Fialova modelu tvoří deset elementů. Model pasivního systému popisuje člověka o hmotnosti 73,5 kg (z toho 14 hm. % tvoří tuková tkáň) a povrchem pokožky přibližně 1,86 m<sup>2</sup>. Elementy tvořící pasivní systém jsou hlava, obličej, krk, hrudník, břicho, ramena, paže, ruce a nohy (části nad kotníky a části pod kotníky). Jediným sféricky symetrickým elementem je hlava, ostatní elementy vykazují cylindrickou symetrii. S párovými elementy se počítá jako s jedním, ale o dvojnásobné délce. [7]

Všechny elementy jsou tvořeny koncentrickými vrstvami tkání. Model celkem rozlišuje sedm druhů tkání (mozková, plicní, kostní, svalová, tuková, kožní a tkáň vnitřních orgánů). Tyto tkáně se liší svými fyzikálními vlastnostmi. Vrstva, která simuluje kůži se dále dělí na vnitřní a vnější. Tyto vrstvy kůže mají stejný součinitel tepelné vodivosti, hustotu i měrnou tepelnou kapacitu. Ve vnitřní vrstvě kůže dochází k produkci tepelného výkonu a k proudění krve, zatímco ve vnější vrstvě dochází k produkci potu. Tento fakt však není zahrnut v implementaci modelu. Ta uvažuje, že produkce tepelného výkonu a proudění krve probíhá rovnoměrně v celém objemu vrstvy tkáně. [7]

Každá vrstva tkáně je dále dělena na uzly, v nichž probíhá výpočet teploty. V původní verzi modelu je většina elementů dále dělena na sektory (např. tři), které mají tvar výsečí. Důvodem k tomuto dělení je fakt, že v různých částech elementu může docházet k nerovnoměrnému odvodu tepla, např. v důsledku nesymetrie radiační teploty [7]. Model zjednodušíme tím, že nesymetrii radiační teploty zanedbáváme (uvažujeme střední radiační teplotu, tj. jednu hodnotu) a poměry osálení a emisivity povrchu počítáme jako vážené průměry podle úhlů, které v původní verzi modelu určují velikost výsečí jednotlivých sektorů v daném elementu (podrobněji viz Kap. 3).

### 2.1.1 Přenos tepla v tkáních

Přenos tepla v tkáních je popsán rovnicí dle Pennese [7]

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\omega}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q_m + \rho_{kv} w_{kv} c_{kv} (T_{kvT} - T) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (3)$$

Význam symbolů v rovnici (3):

$\lambda$	[W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	součinitel tepelné vodivosti příslušné tkáně
$T$	[°C]	teplota tkáně
$r$	[m]	vzdálenost od středu elementu
$\omega$	[-]	součinitel určující geometrii daného elementu $\omega = 1$ pro cylindrickou symetrii, $\omega = 2$ pro sférickou symetrii
$q_m$	[W.m <sup>-3</sup> ]	metabolická produkce tepelného výkonu
$\rho_{kv}$	[kg.m <sup>-3</sup> ]	hustota krve
$w_{kv}$	[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> .m <sup>-3</sup> ]	rychlost perfuze (průtok krve do tkání prostřednictvím vlásečnic)
$c_{kv}$	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	měrná tepelná kapacita krve
$T_{kvT}$	[°C]	teplota tepenné krve
$\rho$	[kg.m <sup>-3</sup> ]	hustota tkáně
$c$	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]	měrná tepelná kapacita tkáně
$t$	[s]	čas

První člen (zleva) rovnice (3) popisuje vedení tepla z teplejších částí příslušné tkáně do chladnějších částí. Druhý člen představuje metabolickou produkci tepelného výkonu



a třetí člen přenos tepelného výkonu perfuzí. Součet těchto tří členů je roven akumulaci tepla v tkáni. Rovnici lze také interpretovat následovně: „*Tepelný tok odváděný z tkáně je pokryt metabolickou produkcí tepelného výkonu a teplem přivedeným do tkáně nebo odvedeným z tkáně krví. Rozdíl mezi odvodem a přívodem je akumulován v tkáni, čímž dochází ke změně teploty tkáně v čase.*“ Řešením rovnice (3) je teplota tkáně v závislosti na vzdálenosti od středu elementu a na čase. Je-li člen popisující akumulaci v rovnici (3) roven nule, nastává stacionární stav, kdy teplotní profil závisí pouze na vzdálenosti od středu, ale ne na čase. Rovnice je v této modifikaci použita k výpočtu tzv. setpointů, tj. význačných hodnot teplot v jednotlivých uzlech. Těchto hodnot teplot by uzly pasivního systému dosáhly po teoreticky nekonečně dlouhé době při vystavení pasivního systému daným vnějším podmínkám (něměnným). Rozdíl skutečné hodnoty teploty v daném elementu (které konkrétně bude specifikováno v Kap. 3) a setpointu bude ovlivňovat míru zásahu aktivního systému (termoregulace). [7]

Fialův model uvažuje vedení tepla v elementech výhradně v radiálním směru. Zcela tedy zanedbává sdílení tepla vedením mezi elementy, stejně jako změnu teploty po délce elementu. Model také zanedbává změny hustoty a měrné tepelné kapacity krve s teplotou [7]. To je možné, protože teplota krve u člověka kolísá pouze v úzkém intervalu hodnot. Teplota krve se však obvykle neměří přímo. Uplatňují se jiné metody měření. V roce 1868 definoval Wunderlich rozsah 36,2 °C až 37,5 °C jako normální hodnotu tělesné teploty. Poněkud novější výzkumy [14] sice nasvědčují tomu, že tělesná teplota (jak střední, tak i mezní hodnoty) je ovlivněna věkem, pohlavím, body mass indexem a dalšími faktory, ale ani tak nedochází k dostatečně velkým změnám, aby významně ovlivnily hustotu a měrnou tepelnou kapacitu krve. [14]

### **2.1.2 Metabolická produkce tepelného výkonu**

Samotná numerická formulace úlohy bude provedena až v Kap. 3. Přestože tedy budeme pracovat s pojmem „uzel“ především při sestavování rovnic, musíme i veličiny, které pasivní systém popisují počítat v daných uzlech. V případě produkci tepelného výkonu však máme na mysli celý objem tkáně, který danému uzlu přísluší, nejen samotný uzel (viz Kap. 3).

Metabolickou produkcí tepelného výkonu v tkáni příslušné uzlu  $i$  v libovolném elementu popisuje rovnice [7]

$$q_{m,i} = q_{m,i_{baz,0}} + \Delta q_{m,i} \quad , [W.m^{-3}] \quad (4)$$

kde  $q_{m,i_{baz,0}} [W.m^{-3}]$  je bazální produkce tepelného výkonu a  $\Delta q_{m,i} [W.m^{-3}]$  je produkce tepelného výkonu v důsledku termoregulace a fyzické činnosti. V uzlu  $i$  libovolného typu tkáně platí [7]:

$$\Delta q_{m,i} = \Delta q_{m,i_{baz}} + q_{m,i_{ST}} + q_{m,i_{F\check{c}}} \quad , [W.m^{-3}] \quad (5)$$

kde  $\Delta q_{m,i_{baz}} [W.m^{-3}]$  je změna bazální produkce tepelného výkonu (rozdíl mezi skutečnou hodnotou bazální produkce a hodnotou odpovídající neutrálním tepelným podmínkám),  $q_{m,i_{ST}} [W.m^{-3}]$  je metabolická produkce tepelného výkonu v důsledku svalového třesu a  $q_{m,i_{F\check{c}}} [W.m^{-3}]$  je metabolická produkce tepelného výkonu v důsledku fyzické činnosti. Dosazením rovnice (5) do rovnice (4) dostaneme

$$q_{m,i} = q_{m,i_{baz,0}} + \Delta q_{m,i_{baz}} + q_{m,i_{ST}} + q_{m,i_{F\check{c}}} \quad . [W.m^{-3}] \quad (6)$$

Člen  $\Delta q_{m,i_{baz}}$  může být různý od nuly v libovolném typu tkáně, pokud je v této tkáni  $q_{m,i_{baz,0}} \neq 0$  a aktuální teplota tkáně  $T_i$  je různá od setpointu  $T_{i,0}$ . Pro  $\Delta q_{m,i_{baz}}$  pak platí:

$$\Delta q_{m,i_{baz}} = q_{m,i_{baz,0}} \left( 2^{\frac{T_i - T_{i,0}}{10}} - 1 \right) \quad . [W.m^{-3}] \quad (7)$$

Hodnota členu  $q_{m,i_{ST}}$  v rovnici (6) závisí na míře termoregulačního zásahu popisujícího svalový třes, tj. na formulaci aktivního systému a jeho tvar je uveden v Kap 2.2. Pro člen  $q_{m,i_{F\check{c}}}$  z rovnice (6) platí [13]

$$q_{m,i_{F\check{c}}} = \frac{a_{m,F\check{c}} \dot{H}}{V_{j_{sv}}} \quad , [W.m^{-3}] \quad (8)$$

kde  $V_{j_{sv}} [m^3]$  je objem svalové tkáně příslušný elementu  $j$ ,  $a_{m,F\check{c}} [-]$  je koeficient určující rozdělení celkového tepelného výkonu generovaného fyzickou činností mezi jednotlivé elementy (viz Kap. 3) a  $\dot{H} [W]$  je výkon generovaný svalovou tkání, který se nepřemění v mechanický výkon. Jedná se tedy o tepelný výkon, pro který platí [7]

$$\dot{H} = \dot{Q}_{baz,0} \left[ \frac{akt}{akt_{baz}} (1 - \eta) - 1 \right] \quad , [W] \quad (9)$$

kde  $\dot{Q}_{baz,0}$  [W] je bazální metabolický tepelný výkon,  $akt$  [met] je aktuální hodnota aktivity,  $akt_{baz} = 0,8$  met je bazální hodnota aktivity  $\eta$  [-] je mechanická účinnost. Model využívá k výpočtu mechanické účinnosti vztah [7]

$$\eta = 0,2 \operatorname{tgh}(u_1 akt + u_0) \quad , [W] \quad (10)$$

kde  $u_1 = 0,39 \pm 0,13 \operatorname{met}^{-1}$  a  $u_0 = -0,60 \pm 0,28$ . Rovnice (10) platí jen pro aktivitu v rozsahu 1,6 až 5 met. Při nižších hodnotách aktivity klesá mechanická účinnost téměř k nule. Pro nižší hodnoty aktivity, než 1,6 met, ji tedy model uvažuje nulovou. Naopak, pro vyšší hodnoty než 5 met je uvažováno s účinností 0,2 (teoretické maximum). [7]

Dosazením z (7) a (8) do (6) dostaneme

$$q_{m,i} = q_{m,ibaz,0} + q_{m,ibaz,0} \left( 2^{\frac{T_i - T_{i,0}}{10}} - 1 \right) + q_{m,iST} + \frac{a_{m,F\check{C}} \dot{H}}{V_{j_{sv}}} \quad , [W] \quad (11)$$

úpravou a dosazením (9) a (10) dostáváme rovnici, která je obecně platná pro libovolný uzel libovolného typu tkáně

$$q_{m,i} = 2^{\frac{T_i - T_{i,0}}{10}} q_{m,ibaz,0} + q_{m,iST} + \frac{a_{m,F\check{C}}}{V_{j_{sv}}} \dot{Q}_{baz,0} \left[ \frac{akt}{akt_{baz}} [1 - 0,2 \operatorname{tgh}(u_1 akt + u_0)] - 1 \right] \cdot [W] \quad (12)$$

Rovnice (12) stále obsahuje neznámý člen  $q_{m,iST}$ . Konečný tvar rovnice (12) je uveden v Kap. 2.2.

### 2.1.3 Krevní oběh

Krevní oběh je významným mechanismem sloužícím mimo jiné k přenosu tepla v těle. Možnost zásobování krví předpokládáme u všech tkání, které mají hodnotu perfuze krve  $w_{kv} \neq 0 \operatorname{m}^3 \cdot \operatorname{s}^{-1} \operatorname{m}^{-3}$ .

Skutečný krevní oběh je zjednodušen do podoby centrálního rezervoáru krve a sítě, kterou tvoří tepny, žíly a vlasečnice. Jednotlivé elementy jsou zásobovány krví z centrálního rezervoáru. Předtím, než dojde k perfuzi (proudění krve z tepen do tkání prostřednictvím vlasečnic), je krev ochlazena zpětným proudem krve v cévách. Z hlediska sdílení tepla je tedy soustava tepen a žil protiproudý výměník tepla. Ve vlasečnicích dochází ke sdílení tepla dle rovnice (3). Krev, která proudí v žilách zpět do

centrálního rezervoáru je při proudění ohřívána tepennou krví. Mísením krve proudící ze všech elementů dochází ke změně teploty centrálního rezervoáru. Účelem tohoto modelování krevního oběhu je určení různých hodnot teploty tepenné krve  $T_{kvT}$  [°C] pro jednotlivé elementy a tím zvýšení přesnosti výpočtů oproti předpokladu jednotné teploty tepenné krve pro všechny elementy. Výpočet teploty tepenné krve v určitém elementu vychází z rovnosti výkonů (tepelný výkon předaný tepennou krví v daném elementu je roven tepelnému výkonu, který přijala žilní krev v daném elementu) [7]:

$$\begin{aligned} \rho_{kv} c_{kv} (T_{kvR} - T_{kvT}) \int_{V_{element}} w_{kv} d\tilde{V} &= \\ &= \rho_{kv} c_{kv} (T_{kvC_2} - T_{kvC_1}) \int_{V_{element}} w_{kv} d\tilde{V} \end{aligned} \quad , [W] \quad (13)$$

kde  $T_{kvR}$  [°C] je teplota krve v rezervoáru,  $T_{kvT}$  [°C] je teplota tepenné krve v daném elementu (po protiproudé výměně tepla s žilní krví),  $T_{kvC_1}$  [°C] je teplota krve v žilách před výměnou tepla a  $T_{kvC_2}$  [°C] je teplota krve v žilách po výměně tepla. Rovnici (13) převedeme do podoby, ve které vystupují objemy tkání v jednotlivých uzlech daného elementu. Tím přejdou integrály v sumy, kde horní mez sum představuje počet uzlů v daném elementu. Dostaneme tak rovnici

$$\begin{aligned} \rho_{kv} c_{kv} (T_{kvR} - T_{kvT}) \sum_{i=1}^n (w_{kv_i} V_i) &= \\ &= \rho_{kv} c_{kv} (T_{kvC_2} - T_{kvC_1}) \sum_{i=1}^n (w_{kv_i} V_i) \end{aligned} \quad , [W] \quad (14)$$

z jejíž podoby budeme vycházet při odvozování dalších rovnic pro krevní oběh.

Sdílení tepla v soustavě tepna-žíla je dáno Gordonovou rovnicí [7]

$$\dot{Q}_{PP} = U_{PP} (T_{kvT} - T_{kvC_1}) \quad , [W] \quad (15)$$

kde  $U_{PP}$  [W.K<sup>-1</sup>] je součinitel prostupu tepla mezi tepnou a žilou při protiproudé výměně tepla. Porovnáním levé strany rovnice (14) a pravé strany rovnice (15) vyjádříme teplotu  $T_{kvT}$

$$T_{kvT} = \frac{\rho_{kv} c_{kv} T_{kvR} \sum_{i=1}^n (w_{kvi} V_i) + U_{PP} T_{kvC_1}}{\rho_{kv} c_{kv} \sum_{i=1}^n (w_{kvi} V_i) + U_{PP}} \cdot [^{\circ}\text{C}] \quad (16)$$

Pro výpočet teploty žilní krve před výměnou tepla s tepennou krví platí rovnice [7]

$$T_{kvC_1} = \frac{\sum_{i=1}^n (w_{kvi} V_i T_i)}{\sum_{i=1}^n (w_{kvi} V_i)}, [^{\circ}\text{C}] \quad (17)$$

jejíž tvar vychází z předpokladu, že krev vystupující z vlásečnic do žil má stejnou teplotu jako příslušná část tkáně, ve které se krev nacházela.

Rychlost perfuze  $w_{kv}$  je ve stavu neutrálních tepelných podmínek bez vykonávání fyzické činnosti (aktivita je rovna 0,8 met) rovna bazálním hodnotám uvedeným v Tab. 6. Při jiných tepelných podmínkách nebo při fyzické činnosti závisí na lokálních hodnotách metabolické produkce tepelného výkonu  $q_m$ . Místo hodnoty  $w_{kv}$  je ve výpočtech dále používána veličina  $\beta$  (tzv. energetický ekvivalent perfuze) definovaná vztahem [7]

$$\beta = \rho_{kv} c_{kv} w_{kv}, [\text{W} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}] \quad (18)$$

rovnice (14), resp. (16), resp. (17) pak přejdou do tvaru

$$(T_{kvR} - T_{kvT}) \sum_{i=1}^n (\beta_i V_i) = (T_{kvC_2} - T_{kvC_1}) \sum_{i=1}^n (\beta_i V_i) \quad , [\text{W}] \quad (19)$$

$$T_{kvT} = \frac{T_{kvR} \sum_{i=1}^n (\beta_i V_i) + U_{PP} T_{kvC_1}}{\sum_{i=1}^n (\beta_i V_i) + U_{PP}} \quad , [^{\circ}\text{C}] \quad (20)$$

$$T_{kvC_1} = \frac{\sum_{i=1}^n (\beta_i V_i T_i)}{\sum_{i=1}^n (\beta_i V_i)} \quad . [^{\circ}\text{C}] \quad (21)$$

Dosazením rovnice (21) do (20) dostaneme rovnici pro výpočet teploty tepenné krve

$$T_{kvT} = \frac{T_{kvR} \sum_{i=1}^n (\beta_i V_i) + U_{PP} \frac{\sum_{i=1}^n (\beta_i V_i T_i)}{\sum_{i=1}^n (\beta_i V_i)}}{\sum_{i=1}^n (\beta_i V_i) + U_{PP}} \quad . [^{\circ}\text{C}] \quad (22)$$

Pro výpočet teploty rezervoáru je potřeba znát teploty ve všech uzlech všech elementů pasivního systému. Počítá se pomocí rovnice [7]

$$T_{kvR} = \frac{\sum_{j=1}^{10} \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (\beta_{j,i} V_{j,i})}{U_{PP} + \sum_{i=1}^n (\beta_{j,i} V_{j,i})} \sum_{i=1}^n (\beta_{j,i} V_{j,i} T_{j,i}) \right]}{\sum_{j=1}^{10} \left[ \frac{(\sum_{i=1}^n (\beta_{j,i} V_{j,i}))^2}{U_{PP} + \sum_{i=1}^n (\beta_{j,i} V_{j,i})} \right]} \cdot [^{\circ}\text{C}] \quad (23)$$

kde index  $j$  značí element, index  $i$  uzel a  $n$  je počet uzlů elementu  $j$ , tj.  $n$  se v každém kroku sumace podle  $j$  mění.

Za předpokladu neutrálních tepelných podmínek dochází k produkci bazální hodnoty tepelného výkonu a perfuze je rovna bazálním hodnotám. Pokud ale dojde k odchýlení od neutrálních podmínek, mění se hodnota  $\beta$  lineárně v závislosti na produkovaném tepelném výkonu. To vyjadřuje rovnice [7]

$$\Delta\beta = 0,932 \Delta q_m, [\text{W} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}] \quad (24)$$

kde  $\Delta$  značí změnu příslušné veličiny. Rovnici (24) je potřeba aplikovat na všechny uzly pasivního systému tím, že se vypočítaný přírůstek  $\Delta\beta$  přičte k základní hodnotě určené bazální hodnotou perfuze. Tento postup je třeba aplikovat při implementaci aktivního systému Fialova modelu. Navíc je zde komplikace s tím, že termoregulační zásahy nemusejí působit na různé tkáně rovnoměrně. Např. svalový třes způsobuje zvýšení spotřeby kyslíku, což znamená vyšší průtok krve, ale jen svalovou tkání, nikoliv ostatními tkáněmi (viz Kap. 2.2).

#### 2.1.4 Sdílení tepla s okolím

Ke sdílení tepla s okolím dochází konvekcí, sáláním, odpařováním a dýcháním. Sdílení tepla vedením je zanedbáno. Tepelný tok z povrchu kůže do okolí je ovlivněn tepelným odporem oděvu, který může být v původní verzi modelu různý pro každý sektor každého elementu. V našem zjednodušeném modelu uvažujeme tepelný odpor oblečení nulový ve všech elementech (neoblečený člověk). Pro každý element lze vyjádřit bilanci měrných tepelných toků ve tvaru [7]

$$\dot{q}_p = \dot{q}_k + \dot{q}_s + \dot{q}_o, [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (25)$$

kde  $\dot{q}_p$  [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ] je měrný tepelný tok procházející povrchem daného elementu,  $\dot{q}_k$  [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ] je měrný tepelný tok sdílený konvekcí,  $\dot{q}_s$  [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ] je měrný tepelný tok sdílený sáláním a  $\dot{q}_o$  [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ ] je je měrný tepelný tok sdílený odpařováním.

## Sdílení tepla konvekcí

Měrný tepelný tok sdílený konvekcí je dán rovnicí [7]

$$\dot{q}_k = h_{k,sm}(T_p - T_v) , [\text{W}\cdot\text{m}^{-2}] \quad (26)$$

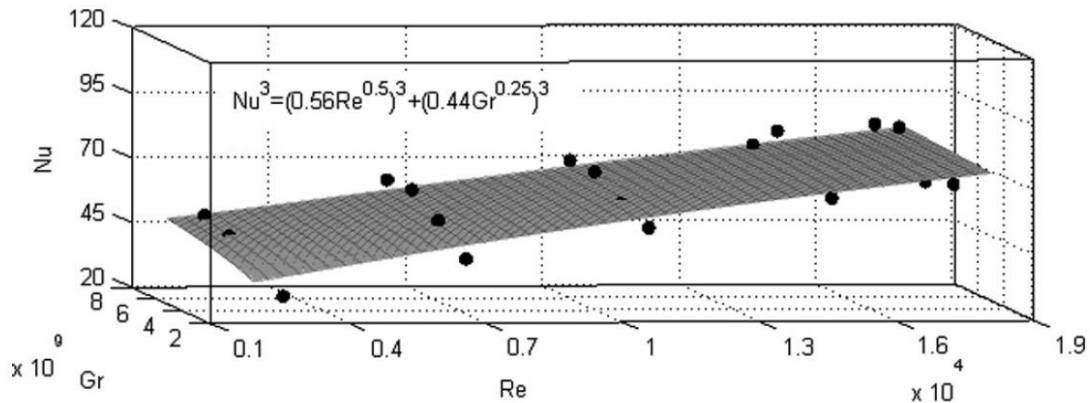
kde  $h_{k,sm}$  [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ ] je součinitel smíšené konvekce (zahrnuje vliv přirozené i nucené konvekce),  $T_p$  [ $^{\circ}\text{C}$ ] je teplota povrchu daného elementu, tj. buď teplota povrchu kůže nebo teplota povrchu oděvu a  $T_v$  [ $^{\circ}\text{C}$ ] je teplota vzduchu. Pro součinitel smíšené konvekce platí [7]:

$$h_{k,sm} = \sqrt{a_{př}\sqrt{T_p - T_v} + a_{nuc}v_{v,ef} + a_{sm}} \cdot [\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}] \quad (27)$$

Koeficienty  $a_{př}$  [-],  $a_{nuc}$  [-] a  $a_{sm}$  [-] v rovnici (27) nabývají rozdílných hodnot pro různé elementy. Z toho vyplývá, že v různých elementech je různá i hodnota součinitele  $h_{k,sm}$ . Symbolem  $v_{v,ef}$  značíme tzv. efektivní rychlost vzduchu, která závisí na rychlosti a směru pohybu osoby, a také na rychlosti proudění vzduchu v prostoru. Pro přirozenou konvekci je  $v_{v,ef} < 0,05 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . V případě osoby, která se nepohybuje, je efektivní rychlost vzduchu rovna rychlosti proudění vzduchu. Je doporučeno (viz [7]) koeficient  $h_{k,sm}$  raději vhodně zvolit na základě experimentálních dat, protože experimenty prokázaly, že vyšší úroveň fyzické činnosti (a v některých případech tedy i rychlosti) může hodnotu  $h_{k,sm}$  dokonce snižovat [7]. V tomto ohledu však nepadá shoda napříč závěry různých experimentů. Závěrem analýzy sdílení tepla konvekcí založené na výpočtech [15] je, že součinitel smíšené konvekce s rychlostí vždy roste. Při výpočtech v [15] se vycházelo z kritériálních rovnic ve tvaru

$$Nu^3 = (a \cdot Re^{0,5})^3 + (b \cdot Gr^{0,25})^3 \cdot [-] \quad (28)$$

kde  $Nu$  [-] je Nusseltovo číslo,  $Re$  [-] Reynoldsovo číslo a  $Gr$  [-] Grashofovo číslo. Koeficienty u Reynoldsova a Grashofova čísla jsou reálná kladná čísla (řádově setiny až desetiny), obecně různé pro každou část těla. Na Obr. 6 lze vidět ukázkou výsledků z [15]. Jedná se o průběh  $Nu = f(Re, Gr)$  pro obličej. Obdobné průběhy jako na Obr. 6 se v [15] objevují pro všechny části těla.



**Obr. 6** Výsledek výpočtu kritériální rovnice pro obličej [15]

Výzkumy založené na experimentálních datech (viz např. [16], [17], [18] a [19]) také vykazují vždy rostoucí trend součinitele smíšené kovekce v závislosti na rychlosti. Budeme tedy počítat součinitel smíšené konvekce podle rovnice (27). Stejně jako výpočet rovnic krevního oběhu, i tento výpočet vede nevyhnutelně k iterování, podrobněji viz Kap. 3. Zanedbání iteračního řešení s tím, že bychom pro výpočet součinitele smíšené konvekce zvolili jednu neměnnou teplotu povrchu (např. 34 °C) by nevyhnutelně vedlo k chybám při výpočtech teploty kůže, především v simulacích, ve kterých by mezi skutečnou hodnotou a odhadem byl velký rozdíl (např. při vystavení neoblečené osoby chladnému prostředí).

### Vliv oděvu na sdílení tepla

Předně je vhodné poznamenat, že v případě oděvu budeme při výpočtech uvažovat souhrnné hodnoty veličin s oděvem souvisejících. Definici plošného faktoru oděvu budeme tedy vztahovat na celé tělo, nikoliv na každý element zvlášť.

Nyní popíšeme veličiny, které budou vystupovat v rovnicích Fialova modelu. Plošný faktor oděvu je definován jako [20]

$$f_o = \frac{A_o}{A_n}, [-] \quad (29)$$

kde  $A_o$  [ $m^2$ ] je povrch oblečeného těla a  $A_n$  [ $m^2$ ] je povrch neoblečeného těla. Je zřejmé, že hodnota  $f_o$  je vždy  $\geq 1$  a rovnost nastává pouze v případě, kdy osoba není oblečená.

Tepelný odpor vrstvy oděvu  $I_o$  [ $m^2 \cdot K \cdot W^{-1}$ ] je dle [20] definován jako odpor proti úbytku suchého tepla mezi dvěma povrchy dané vrstvy. Norma [20] uvažuje poněkud složitější výpočet celkového tepelného odporu, který zahrnuje i vzduchové mezery mezi



povrchem kůže a oděvem a navíc mezi jednotlivými vrstvami oděvu. Tyto hodnoty jsou zde vypočítány pro různé oděvní komplety.

Index propustnosti vodní páry  $i_o$  [-] je parametr sloužící k výpočtu odporu oděvu proti odpařování. V [20] jsou jeho hodnoty uvedeny pro stejné oděvní komplety jako tepelný odpor oděvu.

Součinitel prostupu tepla pro citelné teplo v daném elementu dle [7]

$$U_{C_j} = \frac{1}{I_o + \frac{1}{f_o(h_{k,sm_j} + h_{s_j})}}, [\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}] \quad (30)$$

kde vystupují lokální hodnoty (pro daný element  $j$ ) součinitele smíšené konvekce a součinitele sálání. Součinitel  $U_{C_j}$  zahrnuje vliv vedení tepla přes oblečení, konvekce na povrchu oblečení a sálání.

Součinitel prostupu tepla pro latentní teplo v daném elementu dle [7]

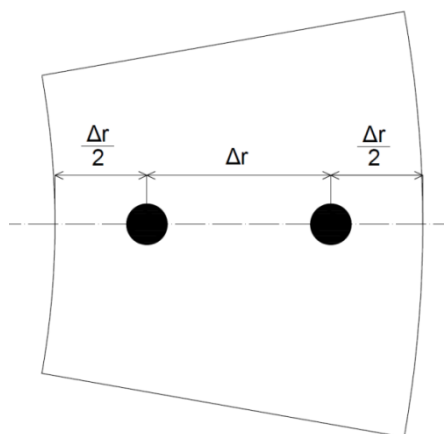
$$U_{L_j} = \frac{L_v}{\frac{I_o}{i_o} + \frac{1}{f_o h_{k,sm_j}}}, [\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{Pa}^{-1}] \quad (31)$$

kde  $L_v = 0,0165 \text{ K}\cdot\text{Pa}^{-1}$  [20] je Lewisova konstanta vzduchu.

Model zahrnuje vliv vlastností jednotlivých částí oblečení na sdílení tepla. Pro přesné výpočty je ale potřeba znát přesné lokální hodnoty  $I_o$ ,  $i_o$  a  $f_o$ , a sice pro všechny části oděvu na každém elementu. V našich simulacích budeme však uvažovat pouze neoblečeného člověka.

### **Sdílení tepla odpařováním**

Vzhledem k tomu, že používáme jiné rozdělení vrstvy kůže na uzly než Fiala (viz Kap. 3), je potřeba formulaci výpočtu tepelné ztráty odpařováním oproti [7] upravit. Metoda dle Fialy je založena na výpočtu parciálního tlaku sytých par ve svrchní vrstvě kůže. Uvažuje, že kůže je vždy rozdělena na dvě vrstvy, kde každou vrstvu reprezentuje právě jeden uzel, viz Obr. 7.



**Obr. 7** Umístění uzlů ve vrstvě kůže dle Fialy

K výpočtu parciálního tlaku sytých par ve svrchní vrstvě kůže je pak směrodatná teplota v posledním uzlu. Spočítá se dle vzorce [7]

$$p''_{o_j} = 100 \exp\left(18,965 - \frac{4030}{T_{o_j} + 235}\right), [\text{Pa}] \quad (32)$$

kde  $T_{o_j}$  [°C] je teplota v posledním uzlu a  $j$  značí příslušný element. My používáme odlišné rozložení uzlů v kůži, a proto je třeba i metodu výpočtu upravit. V Kap. 3 uvidíme, že poslední uzel je umístěn na rozhraní kůže s okolím a rozložení uzlů je odlišné. Vezmeme proto teplotu z místa, které je nejbližší umístění nejvyššího uzlu dle Fialy. Při větším počtu uzlů se budeme ke správnému umístění přibližovat. Teplotu, která reprezentuje právě popsaný bod označíme  $T_{o_j}$  [°C]. Tuto teplotu dosadíme do rovnice (32) a vyjádříme parciální tlak sytých par ve svrchní vrstvě kůže. Uvažujeme (viz [7]), že skutečný parciální tlak vodních par ve svrchní vrstvě kůže je roven tlaku sytých par, který odpovídá dané teplotě.

K výpočtu parciálního tlaku sytých par okolního vzduchu použijeme rovnici dle Tetense [21]

$$p''_v = 610,78 \exp\left(17,27 \frac{T_v}{T_v + 237,3}\right), [\text{Pa}] \quad (33)$$

kde  $T_v$  [°C] je teplota vzduchu. Následně pomocí všeobecně známého vztahu

$$p_v = \varphi p''_v, [\text{Pa}] \quad (34)$$

spočítáme ze zadané relativní vlhkosti vzduchu a vypočítaného parciálního tlaku sytých vodních par parciální tlak vodních par ve vzduchu. Hodnotu měrného tepelného toku sdíleného odpařováním pak spočítáme z rovnice [7]

$$\dot{q}_{o_j} = U_{L_j} (p_{k_j} - p_v) \cdot [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (35)$$

Tento výpočet ale ještě provést nepůjde, protože neznáme hodnotu  $p_{k_j}$ , tj. hodnotu parciálního tlaku vodních par na povrchu kůže. Je tedy třeba využít rovnosti [7]

$$U_{L_j} (p_{k_j} - p_v) = \frac{l}{S_{k_j}} \dot{m}_{p_j} + \frac{p''_{o_j} - p_{k_j}}{R_L}, [\text{W} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (36)$$

kde  $l = 2257 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  [22] je měrné skupenské teplo varu vody,  $\dot{m}_{p_j} [\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}]$  je produkce potu v elementu  $j$  (při neutrálních tepelných podmínkách je rovna nule),  $S_{k_j} [\text{m}^2]$  je plocha elementu  $j$  a  $R_L = \frac{1}{0,003} \text{ m}^2 \cdot \text{Pa} \cdot \text{W}^{-1}$  [7] je odpor kožní tkáně proti průchodu vodní páry. Úpravou rovnice (36) dostaneme

$$p_{k_j} = \left( \frac{l}{S_{k_j}} \dot{m}_{p_j} + \frac{p''_{o_j}}{R_L} + U_{L_j} p_v \right) \frac{1}{U_{L_j} + \frac{1}{R_L}} \cdot [\text{Pa}] \quad (37)$$

Fialův model navíc uvažuje možnost akumulace vody na povrchu kůže, která nastává v případě, že se všechny pot neodpaří. Rychlost akumulace potu závisí na produkci potu a rychlosti jeho odpařování [7]

$$\dot{m}_{A_j} = \dot{m}_{p_j} - U_{L_j} S_{k_j} \frac{p''_{o_j} - p_v}{l}, [\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (38)$$

hodnota podílu  $\dot{m}_{A_j} [\text{kg}]$  ku  $S_{k_j}$  je omezena maximem  $35 \text{ g} \cdot \text{m}^{-2}$ . Na jednom metru čtverečním kůže se tedy může akumulovat maximálně 35 gramů potu. Vyjde-li vyšší hodnota, je omezena na  $35 \text{ g} \cdot \text{m}^{-2}$ . [7]

### Sdílení tepla sáláním

Fialův model v původní podobě rozlišuje mezi dvěma zdroji sálavého tepelného toku. Jedním z nich je krátkovlnné sálání, které je charakteristické pro vysokoteplotní zdroje (např. ohniště). Tento typ sálání pro vysokou složitost modelování neuvažujeme. Z fyzikální podstaty působí asymetricky, tj. sálavý tepelný tok např. od krbu nebo od

slunečního záření nepůsobí na tělo rovnoměrně. Uvažujeme pouze krátkovlnné sálání, tj. v našem případě především sálání od předmětů, které mají povrchovou teplotu blízkou teplotě povrchu kůže. [7]

Dalším zjednodušením oproti původní verzi modelu je uvažování střední radiační teploty, tj. jednotné hodnoty namísto alespoň dvou různých hodnot teploty okolních povrchů. Nemožnost postihnout tuto nesymetrii vyplývá z faktu, že neuvažujeme dělení elementů na sektory, jak bylo zmíněno výše. V případě, že bychom dělení uvažovali, bylo by možné počítat pro jisté sektory (označené např. jako „zadní“) s jinou střední teplotou povrchů než pro „přední“ sektory, což by byla jedna z příčin vedoucích k nesymetrii teplotních profilů ve všech elementech.

Tepelný tok sdílený sáláním mezi povrchem elementu  $j$  a okolními povrchy je určen rovnicí [7]

$$\dot{q}_k = h_s(T_p - T_{SR}) \text{ , [W.m}^{-2}\text{]} \quad (39)$$

kde  $h_s$  [W.m<sup>2</sup>K<sup>-1</sup>] je součinitel sálání,  $T_p$  [°C] je teplota povrchu a  $T_{SR}$  [°C] je střední radiační teplota. Součinitel sálání spočítáme z rovnice [7]

$$h_s = \sigma \epsilon_p \varphi \frac{(T_p^4 - T_{SR}^4)}{(T_p - T_{SR})} \text{ , [W.m}^{-2}\text{]} \quad (40)$$

kde  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  W.m<sup>2</sup>.K<sup>-4</sup> je Stefanova-Boltzmannova konstanta,  $\epsilon_p$  [-] je emisivita povrchu a  $\varphi$  [-] je poměr osálání. Stejně jako v případě součinitele konvekce, i zde dostaneme deset hodnot (pro každý element)

### **Sdílení tepla dýcháním**

Tepelná ztráta dýcháním je rozdělena na latentní a citelnou tepelnou ztrátu dýcháním. Latentní tepelná ztráta dýcháním se spočítá z rovnice [7]

$$\dot{Q}_{DL} = 4,373 \dot{Q}_m (0,028 - 6,5 \cdot 10^{-5} T_v - 4,91 \cdot 10^{-6} p_v) \text{ , [W]} \quad (41)$$

kde  $\dot{Q}_m$  [W] je celková metabolická produkce tepelného výkonu,  $T_v$  [°C] je teplota vzduchu a  $p_v$  [Pa] je parciální tlak vodních par ve vzduchu.

Citelnou tepelnou ztrátu dýcháním lze spočítat dle rovnice [7]

$$\dot{Q}_{Dc} = 0,001948 \dot{Q}_m (32,6 - 0,066 T_v - 1,96 \cdot 10^{-4} p_v) \cdot [\text{W}] \quad (42)$$

Celková tepelná ztráta dýcháním, tj. součet (41) a (42) se mezi tkáň rozdělí v následujícím poměru:

- 30 % plicní tkáň
- 25 % svalová tkáň na krku
- 25 % vnější obličejové svaly
- 20 % vnitřní obličejové svaly

Tyto podíly z celkové tepelné ztráty dýcháním se dle [7] promítnou do výpočtu tepelné bilance jednotlivých uzlů daných tkání tím, že ovlivní hodnotu členu metabolické produkce tepelného výkonu, a sice následujícím způsobem, tj. členem navíc v rovnici (4), který snižuje hodnotu produkovaného tepelného výkonu

$$q_{m,i} = q_{m,ibaz,0} + \Delta q_{m,i} - \frac{a_D (\dot{Q}_{Dl} + \dot{Q}_{Dc})}{V_{tk}} \cdot [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (43)$$

kde  $a_D$  [-] je koeficient udávající rozdělení tepelné ztráty dýcháním, který je určen výše uvedenými procentuálními podíly a  $V_{tk}$  [ $\text{m}^3$ ] je objem příslušné vrstvy tkáň (např. celá vrstva vnějších obličejových svalů nebo celý objem plic). Indexem  $i$  v rovnici (43) je myšleno, že člen zahrnující tepelnou ztrátu dýcháním se odečte od hodnoty produkce tepelného výkonu ve všech uzlech dané tkáň.

## 2.2 Aktivní systém Fialova modelu

K udržení téměř konstantní hodnoty tělesné teploty slouží čtyři mechanismy. Jedná se o vasodilataci (zvětšování průřezu cév), vasokonstrikci (zmenšování průřezu cév), svalový třes a pocení. Ve studeném prostředí dochází k vasokonstrikci, která významně sníží průtok krve v končetinách. Navíc je doprovázena svalovým třesem, který může způsobit až pětinasobné zvýšení produkovaného tepelného výkonu oproti hodnotě bazálního metabolismu. V teplém prostředí dochází k vasodilataci, která může zvýšit průtok krve tkáněmi až na jedenáctinásobek bazální hodnoty. K intenzivnímu ochlazování těla dochází při odpařování produkovaného potu. Maximální odváděný tepelný výkon prostřednictvím odpařování potu dosahuje přibližně sedminásobku bazálního metabolického tepelného výkonu. [7]

Jednotlivé termoregulační zásahy jsou popsány lineárními rovnicemi, které byly odvozeny (viz [7]) na základě konfrontace modelu s experimentálně získanými daty. Souhrn experimentů použitých k odvození rovnic pro všechny termoregulační zásahy je uveden v [7]. Míra všech reakcí aktivního systému je určena veličinami  $\Delta T_{k,m}$  [K] a  $\Delta T_{hy}$  [K], tj. odchylkami střední teploty kůže od setpointu a odchylkou teploty hypothalamu (teplota v jádru elementu, který simuluje hlavu osoby) od setpointu. Pro výpočet střední teploty kůže a setpointů viz Kap. 3.  $\Delta T_{k,m}$  a  $\Delta T_{hy}$  jsou kladné, pokud je teplota daného místa vyšší než setpoint. Navíc pro reakce vyvolávající svalový třes a vasokonstrikci byla zjištěna závislost na  $\frac{dT_{k,m}}{dt}$  [K.s<sup>-1</sup>], tj. na rychlosti změny střední teploty kůže. Níže uvedené rovnice popisují všechny možné reakce aktivního systému jako funkce uvedených veličin. Ve formulaci aktivního systému provedeme také zjednodušení. Zanedbáme členy, které jsou funkcí časové derivace střední teploty kůže. Tím budou všechny reakce termoregulačního systému záviset pouze na odchylkách  $\Delta T_{k,m}$  a  $\Delta T_{hy}$  od příslušného setpointu.

### 2.2.1 Svalový třes

Pro tepelný výkon produkovaný svalovým třesem byla odvozena rovnice ([7], zanedbána časová derivace střední teploty kůže)

$$ST = 10 [tgh(0,51 \Delta T_{k,m} + 4,19) - 1] \Delta T_{k,m} - 27,5 \Delta T_{hy} - 28,2, \text{ [W]} \quad (44)$$

Fialův model omezuje maximální produkci tepelného výkonu svalovým třesem na 350 W. Vychází-li vyšší hodnota, je snížena právě na 350 W. Tepelný výkon produkovaný svalovým třesem vystupuje v rovnici (12) pro metabolickou produkci tepelného výkonu v libovolném uzlu  $i$  pasivního systému. Vypočítá se pomocí rovnice [7]

$$q_{m,iST} = a_{ST,j} \frac{ST}{V_j}, \text{ [W.m}^{-3}\text{]} \quad (45)$$

kde  $a_{ST,j}$  [-] je koeficient určující rozdělení celkové produkce tepelného výkonu svalovým třesem mezi jednotlivé elementy a  $V_j$  [m<sup>3</sup>] je objem příslušného elementu. Výkon se tedy rozděluje rovnoměrně do celého objemu daného elementu. Výslednou rovnici popisující metabolickou produkci tepelného výkonu v uzlu  $i$  libovolné tkáně dostaneme dosazením (45) do (12)

$$q_{m,i} = 2^{\frac{T_i - T_{i,0}}{10}} q_{m,i_{baz,0}} + a_{ST,j} \frac{ST}{V_j} + \frac{a_{m,F\check{c}}}{V_{j_{sv}}} \dot{Q}_{baz,0} \left[ \frac{akt}{akt_{baz}} [1 - 0,2 \operatorname{tgh}(u_1 akt + u_0)] - 1 \right] \cdot [\text{W m}^{-3}] \quad (46)$$

Vlivem svalového třesu dochází k intenzivnějšímu dýchání, které se projeví zvýšeným průtokem krve svalovou tkání. Změna průtoku krve objemem svalové tkání příslušné uzlu  $i$  se popisuje pomocí změny energetického ekvivalentu perfuze  $\beta$  dle rovnice [7]

$$\Delta\beta_i = 0,932 q_{m,i_{ST}} \cdot [\text{W} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}] \quad (47)$$

Výsledek výpočtu rovnice (47) se dosadí do diskretizované formy rovnice (3), kde se přičte k bazální hodnotě  $\beta$ , která je určena bazální hodnotou perfuze (viz Kap. 3).

Hodnota proměnné  $ST$  počítané dle rovnice (44) je rovna nule vždy, když je na základě vysoké intenzity fyzické činnosti předvídáno pocení. Ve skutečnosti totiž není kombinace pocení a svalového třesu nikdy pozorována [7].

### 2.2.2 Pocení

Pocení je ovlivněno vnějšími vlivy (teplé prostředí), které způsobují zvýšení střední teploty kůže oproti setpointu. Druhým mechanismem, který vyvolává pocení, je zvýšení teploty hypothalamu v důsledku fyzické činnosti. Pro produkci potu byla odvozena rovnice [7]

$$PO = [0,65 \operatorname{tgh}(0,82 \Delta T_{k,m} - 0,47) + 1,15] \Delta T_{k,m} + [5,6 \operatorname{tgh}(3,14 \Delta T_{hy} - 1,83) + 6,4] \Delta T_{hy} \cdot [\text{g} \cdot \text{min}^{-1}] \quad (48)$$

Model připouští maximální produkci potu  $30 \text{ g} \cdot \text{min}^{-1}$ . Rovnici (48) lze použít k výpočtu lokální produkce potu na povrchu kůže elementu  $j$  [7]

$$\dot{m}_{p,j} = 2^{\left(\frac{T_{k,j} - T_{k0,j}}{10}\right)} a_{PO,j} PO \cdot [\text{g} \cdot \text{min}^{-1}] \quad (49)$$

kde  $a_{PO,j}$  [-] je koeficient určující rozdělení celkového množství produkovaného potu mezi jednotlivé elementy,  $T_{k,j}$  [°C] je teplota povrchu kůže elementu  $j$  a  $T_{k0,j}$  [°C] je příslušný setpoint. K odpaření celého množství potu produkovaného dle rovnice (49) nemusí nutně dojít. Část z celkového množství se může akumulovat na povrchu kůže

nebo stékat po povrchu kůže a stéct z těla, aniž by došlo k odpaření. Tento jev je nežádoucí, protože ochlazovací účinek nastává právě odpařováním potu. Fialův model omezuje maximální tepelný výkon odváděný pocením na 350 W. Důvodem je fakt, že lidské tělo dokáže pocením odvádět maximálně 300 – 380 W [7].

### 2.2.3 Vasodilatace a vasokonstrikce

Podobně jako pocení je vasodilatace ovlivněna v horkém prostředí zejména střední teplotou kůže, zatímco při vysoké intenzitě fyzické činnosti zejména teplotou hypothalamu. Na rozdíl od pocení, vasodilatace se nikdy neuplatňuje, pokud je rozdíl  $\Delta T_{k,m}$  záporný. V takovém případě se uplatňuje vasokonstrikce, tj, opačný jev k vasodilataci. [7]

Vasodilatace je určena rovnicí [7]

$$VD = 16 [tgh(1,92 \Delta T_{k,m} - 2,53) + 1] \Delta T_{k,m} + 30 [tgh(3,51 \Delta T_{hy} - 1,48) + 1] \Delta T_{hy}, \text{ [W.K}^{-1}\text{]} \quad (50)$$

Rovnice (50) umožňuje teoreticky neomezený nárůst průtoku krve kůží. Při zvyšující se intenzitě fyzické činnosti ale dochází k vyššímu průtoku krve svalovou tkání, aby byl zajištěn dostatečný přísun kyslíku pracujícím svalům. Omezuje se tedy množství krve, které je k dispozici pro odvod tepla prostřednictvím vasodilatace, protože celkový průtok krve je limitován srdečním výdejem, který se sice při vyšší intenzitě fyzické činnosti zvyšuje, ale zvýšený průtok krve míří především do pracujících svalů. Maximální hodnota aktivity je ve Fialově modelu omezena hodnotou 12 met, při které je srdeční výdej roven  $20 \text{ l.min}^{-1}$ . [7]

Pro vasokonstrikci platí rovnice [7]

$$VK = 35 [tgh(0,29 \Delta T_{k,m} + 1,11) - 1] \Delta T_{k,m} - 7,7 \Delta T_{hy} \cdot [-] \quad (51)$$

Vasokonstrikce se neuplatňuje, pokud je rozdíl  $\Delta T_{k,m}$  kladný. Vliv vasodilatace a vasokonstrikce můžeme popsat souhrnně rovnicí, která popisuje změnu průtoku krve kůží v elementu  $j$  v důsledku těchto termoregulačních zásahů [7]

$$\gamma'_j = 2^{\left(\frac{T_{k_j} - T_{k0j}}{10}\right)} \frac{\gamma_j + a_{VDj} VD}{1 + e^{\frac{-VD}{50}} a_{VKj} VK}, \text{ [W.K}^{-1}\text{]} \quad (52)$$



kde  $T_{k_j}$  [ $^{\circ}\text{C}$ ] je teplota povrchu kůže elementu  $j$ ,  $T_{k0_j}$  [ $^{\circ}\text{C}$ ] je příslušný setpoint,  $\gamma_j = \rho_{kv}c_{kv}\dot{V}_{kv,baz}$  [ $\text{W}\cdot\text{K}^{-1}$ ] je bazální hodnota energetického ekvivalentu průtok krve kůží,  $av_{D_j}$  [-] a  $av_{K_j}$  [-] jsou koeficienty popisující rozdělení příspěvků od vasodilatace a vasokonstrikce mezi jednotlivé elementy pasivního systému. Hodnotu vypočítanou pomocí rovnice (52) je potřeba vydělit objemem kožní tkáně v elementu  $j$  a výslednou hodnotu dosadit do rovnice (3) pro uzly kožní tkáně (za veličinu označenou jako  $\beta$ ). Je vhodné poznamenat, že v tomto případě se nepřičítá k bazální hodnotě v rovnici (3), ale pouze dosazuje, protože rovnice (52) již tuto bazální hodnotu zahrnuje prostřednictvím  $\gamma_j$ . To je rozdíl oproti rovnicím svalového třesu, kde je třeba vypočítanou hodnotu sečíst s bazální. Není třeba nijak řešit interakci těchto jevů, protože v případě svalového třesu jsou ovlivněny pouze rovnice svalové tkáně, zatímco v případě vasodilatace a vasokonstrikce pouze rovnice kožní tkáně.

### 2.3 Vyhodnocení tepelného pocitu

Jednou z nevýhod Fangerova modelu je to, že neuvažuje efekt termoregulačních mechanismů na tepelný komfort. Navíc není vhodný pro nestacionární mikroklimatické podmínky a dobré výsledky nelze očekávat ani při vyšších hodnotách fyzické činnosti (dle [23] může docházet už při hodnotě fyzické činnosti 1,8 met k poměrně velké nepřesnosti v předpovědi tepelného pocitu).

Pro tepelný pocit člověka je důležitý tepelný stav těla, který závisí na termoreceptorech umístěných především v kůži a hypothalamu. Jejich funkce byla zmíněna v Kap. 1. Tyto receptory jsou ovlivněny aktuální hodnotou okolní teploty, ale i aktivitou termoregulačních mechanismů. Důsledkem je, že osoba, která byla vystavena vysoké okolní teplotě, případně vykazovala vysokou úroveň fyzické činnosti, bude stav prostředí hodnotit jinak než osoba, která ani jednomu ze jmenovaných jevů vystavena nebyla. Tento efekt nemůže Fangerův model nijak uvážit (je zcela nevhodný pro nestacionární podmínky, nebere v úvahu předcházející stavy). [7]

Fialův model nepopisuje lokální diskomfort. Jedná se o stav, kdy je jistá část těla vystavena odlišným teplotním podmínkám než ostatní části (např. sálání vůči studenému oknu, případně vystavení jisté části těla přímé sluneční radiaci), což se projeví lokálním pocitem chladu, případně tepla. Původní verze modelu sice zahrnuje možnost uvažovat různé sálavé tepelné toky pro různé části těla, ale nijak neuvažuje

jejich vliv na lokální diskomfort. Pouze je umožňuje zahrnout do střední teploty kůže, čímž se ovlivní termoregulační zásahy. [7]

K popisu tepelného pocitu používá Fialův model sedmibodovou stupnici dle ASHRAE. Stejně jako v případě odvozování modelu aktivního systému vychází modelování tepelného pocitu z experimentálních dat. Podstatou bylo vytvořit takový model, který bude vykazovat dobrou shodu s experimentálně získanými daty pro široký rozsah mikroklimatických podmínek, stejně tak pro široký rozsah intenzity fyzické činnosti. K vytvoření modelu tepelného pocitu byly i u Fialova modelu (stejně jako u Fangerova) použity výsledky experimentů z klimatických komor. Důvodem bylo omezení nepřesností vyplývajících z nemožnosti přesné kontroly mikroklimatických podmínek v reálných podmínkách. [7]

Vzhledem k tomu, že při formulaci aktivního systému jsme zanedbali členy, které jsou funkcí časové derivace střední teploty kůže, je třeba provést zjednodušení oproti původní verzi Fialova modelu i v případě vyhodnocení tepelného pocitu. To spočívá v zanedbání členu popisujícího změnu tepelného pocitu v závislosti na výše uvedené derivaci. Tím je model zbaven schopnosti předvídat např. vznik tepelného diskomfortu (konkrétně náhlého pocitu chladu) při poryvu chladného vzduchu na tělo osoby, která byla do té doby vystavena vysokým teplotám. Kvůli tomuto zjednodušení odstraníme z názvu tepelného pocitu slovo „dynamický“, protože dynamičnost spočívá právě v zanedbaném členu.

Fialův model popisuje tepelný pocit rovnicí ([7], po zjednodušení)

$$TP = 3 \cdot tgh(f_k + \phi) , [-] \quad (53)$$

kde pro člen  $f_k$  [-] platí dvě rovnice podle hodnoty střední teploty kůže (vyšší nebo nižší než setpoint) [7]

$$f_k = 1,026 \cdot \Delta T_{k,m}; \Delta T_{k,m} > 0 , [-] \quad (54)$$

$$f_k = 0,298 \cdot \Delta T_{k,m}; \Delta T_{k,m} < 0 , [-] \quad (55)$$

Člen  $\phi$  v rovnici (53) popisuje vliv teploty jádra na tepelný pocit a platí pro něj rovnice [7]

$$\phi = 6,662 \cdot \exp\left(\frac{-0,565}{\Delta T_{hy}}\right) \exp\left(\frac{-7,634}{5 - \Delta T_{k,m}}\right) \cdot [-] \quad (56)$$

Člen  $\phi$  nabývá nulové hodnoty, platí-li  $\Delta T_{k,m} \geq 5$  K nebo  $\Delta T_{hy} \leq 0$  K.

Pro výpočet předpokládaného podílu osob nespokojených s tepelným prostředím využívá Fialův model modifikaci Fangerovy formulace, která spočívá v nahrazení PMV za tepelný pocit TP vypočítaný z rovnice (53) [7]

$$PPD = 100 - 95 \exp(-0,03353 TP^4 - 0,2179 TP^2) \cdot [\%] \quad (57)$$

I dle Fialova modelu tedy platí, že v případě mikroklimatických podmínek, které jsou zdánlivě optimální, bude stále alespoň 5 % osob nespokojených se stavem prostředí.

### 3 Implementace Fialova modelu

Pro naši implementaci jsme zvolili software MATLAB. Jak již bylo uvedeno v předchozích kapitolách, byla provedena implementace zjednodušené verze Fialova modelu (dále jen model). Předně byla zanedbána sektorizace jednotlivých elementů. V původní verzi modelu bylo osm elementů (z celkového počtu deseti) rozděleno na více sektorů, viz Tab. 2.

**Tab. 2** Přehled rozdělení elementů pasivního systému na sektory, úhly určující velikost daných sektorů vzhledem k velikosti celých elementů, poměry osálení sektorů a emisivity povrchu pro jednotlivé sektory [7]

element	sektor	úhel sektoru	poměr osálení $\omega$		Emisivita povrchu $\varepsilon$
			v sedě	ve stoje	
[-]	[-]	[°]	[-]	[-]	[-]
hlava	čelo	10	1,00	1,00	0,99
	hlava	170	0,90	0,90	0,80
obličej	-	210	0,90	0,90	0,99
krk	přední	180	0,70	0,70	0,99
	zadní	180	0,75	0,75	0,99
ramena	-	130	0,90	0,90	0,99
hrudník	přední	150	0,80	0,90	0,99
	zadní	150	0,95	0,95	0,99
	vzájemný	60	0,05	0,10	0,99
břicho	přední	150	0,80	0,90	0,99
	zadní	150	0,95	0,95	0,99
	vzájemný	60	0,20	0,30	0,99
paže	přední	135	0,75	0,85	0,99
	zadní	135	0,80	0,90	0,99
	vzájemný	90	0,10	0,20	0,99
ruce	hřbet	180	0,80	0,80	0,99
	dlaň	180	0,10	0,20	0,99
nohy (nad kotníky)	přední	150	0,85	0,90	0,99
	zadní	150	0,95	0,90	0,99
	vzájemný	60	0,10	0,65	0,99
nohy (od kotníků dolů)	nárt	180	0,90	0,90	0,99
	chodidlo	180	1,00	1,00	0,99

Namísto individuálních hodnot poměrů osálení  $\varphi$  byly ve výpočtech použity jejich vážené průměry dle úhlů sektorů. Totéž platí pro emisivitu, kde ale výpočet váženého průměru proběhl jen pro hlavu, protože ve všech ostatních elementech uvažuje původní verze modelu emisivitu povrchu 0,99 pro všechny sektory (vážený průměr je tedy vždy roven 0,99). K výpočtu byly použity obecně známé rovnice pro vážený průměr

$$\varphi_{\alpha} = \frac{\sum_{s=1}^n (\varphi_s \alpha_s)}{\sum_{s=1}^n (\alpha_s)} \quad , [-] \quad (58)$$

$$\epsilon_{\alpha} = \frac{\sum_{s=1}^n (\epsilon_s \alpha_s)}{\sum_{s=1}^n (\alpha_s)} \quad , [-] \quad (59)$$

kde  $\alpha_s$  [°] je úhel sektoru  $s$ ,  $\varphi_s$  [-] je poměr osálení sektoru  $s$ ,  $\epsilon_s$  [-] je emisivita povrchu v sektoru  $s$  a  $n$  [-] je počet sektorů v příslušném elementu. Indexem  $\alpha$  značíme, že příslušnou váhou je úhel. Tab. 3 uvádí vypočítané hodnoty vážených průměrů poměru osálení a emisivity povrchu všech elementů dle úhlů. Ve zmíněné tabulce je použito značení elementů římskými číslicemi v pořadí, které odpovídá pořadí v Tab. 2. Stejně značení použijeme i v dalších částech této kapitoly.

**Tab. 3** Vážené průměry poměrů osálení a emisivit dle úhlů pro všechny elementy

element	poměr osálení $\varphi_{\alpha}$		emisivita povrchu $\epsilon_{\alpha}$
	v sedě	ve stoje	
[-]	[-]	[-]	[-]
<b>I</b>	0,906	0,906	0,81
<b>II</b>	0,900	0,900	0,99
<b>III</b>	0,725	0,725	0,99
<b>IV</b>	0,900	0,900	0,99
<b>V</b>	0,738	0,788	0,99
<b>VI</b>	0,763	0,821	0,99
<b>VII</b>	0,606	0,706	0,99
<b>VIII</b>	0,450	0,500	0,99
<b>IX</b>	0,767	0,858	0,99
<b>X</b>	0,950	0,950	0,99

Pro implementaci modelu je dále potřeba znát geometrické a fyzikální parametry všech elementů. Z hlediska geometrie je třeba znát rozměry všech elementů a tloušťky všech vrstev tkání ve všech elementech (jsou obecně různé). Tloušťky vrstev budou vypočítány ze známých vzdáleností rozhraní mezi vrstvami od středu. Fyzikální parametry zahrnují součinitel tepelné vodivosti, hustotu a měrnou tepelnou kapacitu všech typů tkání. Pro implementaci jsou dále důležité bazální hodnoty perfuze krve a metabolické produkce tepelného výkonu. Geometrické parametry a materiály vrstev jsou uvedeny v Tab. 4, fyzikální parametry jsou uvedeny v Tab. 5 a bazální hodnoty perfuze a metabolické produkce tepelného výkonu uvádí Tab. 6.

**Tab. 4** Geometrické parametry a materiály vrstev (M – mozková tkáň, K – kostní tkáň, T – tuková tkáň, KŽ – kožní tkáň, S – svalová tkáň, P – plicní tkáň, VO – tkáň vnitřních orgánů) [7]

element [-]	délka elementu [cm]	vzdálenosti rozhraní mezi vrstvami od středu elementu [cm]				
		r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	r <sub>3</sub>	r <sub>4</sub>	r <sub>5</sub>
I	-	8,60 (M)	10,05 (K)	10,20 (T)	10,40 (KŽ)	-
II	9,84	2,68 (S)	5,42 (K)	6,80 (S)	7,60 (T)	7,80 (KŽ)
III	8,42	1,90 (K)	5,46 (S)	5,56 (T)	5,67 (KŽ)	-
IV	32,00	3,70 (K)	3,90 (S)	4,40 (T)	4,60 (KŽ)	-
V	30,60	7,73 (P)	8,91 (K)	12,34 (S)	12,68 (T)	12,90 (KŽ)
VI	55,20	7,85 (VO)	8,34 (K)	10,90 (S)	12,44 (T)	12,60 (KŽ)
VII	127,40	1,53 (K)	3,43 (S)	4,01 (T)	4,18 (KŽ)	-
VIII	62,00	0,70 (K)	1,74 (S)	2,04 (T)	2,26 (KŽ)	-
IX	139,00	2,20 (K)	4,80 (S)	5,33 (T)	5,53 (KŽ)	-
X	48,00	2,00 (K)	2,50 (S)	3,26 (T)	3,50 (KŽ)	-

Z Tab. 4 lze vidět, že tři elementy se skládají z pěti vrstev tkání, zatímco zbylých sedm ze čtyřech vrstev. Element I nemá definovanou délku, protože se jedná o kouli, nikoliv o váleček.

**Tab. 5** Fyzikální parametry vrstev tkání [7]

Typ tkáně	součinitel tepelné vodivosti $\lambda$	hustota $\rho$	měrná tepelná kapacita $c$
	$[W.m^{-1}.K^{-1}]$	$[kg.m^{-3}]$	$[J.kg^{-1}.K^{-1}]$
<b>mozková</b>	0,49	1080	3850
<b>kostní</b>	0,75	1357	1700
<b>tuková</b>	0,16	850	2300
<b>kožní</b>	0,47	1085	3680
<b>svalová</b>	0,42	1085	3768
<b>plicní</b>	0,28	550	3718
<b>vnitřní orgány</b>	0,53	1000	3697

Výjimky z hodnot daných v Tab. 5 se týkají pouze kostní tkáně v elementech I a II, kde součinitel tepelné vodivosti je roven  $1,16 W.m^{-1}.K^{-1}$ , hustota je rovna  $1500 kg.m^{-3}$  a měrná tepelná kapacita je rovna  $1591 J.kg^{-1}.K^{-1}$ .

**Tab. 6** Bazální hodnoty perfuze a metabolické produkce tepelného výkonu [7]

Typ tkáně	bazální produkce tepelného výkonu $q_{m,baz0}$	bazální hodnota perfuze
	$[W.m^{-3}]$	$[l.s^{-1}.m^{-3}]$
<b>mozková</b>	13400	10,1320
<b>kostní</b>	0	0
<b>tuková</b>	58	0,0036
<b>kožní</b>	368	-
<b>svalová</b>	684	0,5380
<b>plicní</b>	600	-
<b>vnitřní orgány</b>	4100	4,3100

V Tab. 6 neuvádíme bazální hodnotu perfuze pro plicní tkáň, protože vychází z hodnoty srdečního výdeje, který je třeba vypočítat z celkového požadavku na průtok krve. Fiala v [7] neuvádí rovnici pro tento výpočet, ale lze k ní snadno dospět úvahou založenou na

rozměrové analýze. Perfuzi  $w$  [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$ ] (metr krychlový krve za sekundu na metr krychlový tkáně) je zřejmě třeba násobit objemem tkáně příslušným danému uzlu (jeho výpočet viz níže), abychom dostali průtok krve v  $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . Musí tedy platit, že srdeční výdej je roven

$$SV = \sum_{j=1}^{10} \sum_{i=1}^{n_j} (w_{kv_i} V_i) \quad , [\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}] \quad (60)$$

kde první suma značí součet přes všechny elementy, druhá přes všechny uzly elementu  $j$ . Metodu výpočtu objemů sice uvádíme až níže, přesto zde uvedeme, že výsledek výpočtu rovnice (60) pro bazální hodnoty perfuze je  $4,899 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$ , což přesně odpovídá výsledku uvedenému v [7] ( $4,9 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$ ). Pro výpočet hodnoty perfuze pro plicní tkáň musíme opět postupovat rozměrovou analýzou. Potíž představuje fakt, že v [7] je uvedeno pouze, že hodnota perfuze v plicní tkáni je úměrná srdečnímu výdeji, ale už ne konkrétní hodnoty ke kontrole správnosti výpočtu. Vyjdeme opět z rozměru perfuze  $w$  [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$ ] a objemového průtoku [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]. Zřejmě je potřeba vydělit hodnotu objemového průtoku krve objemem příslušné tkáně, abychom dostali hodnotu perfuze. Zároveň musíme uvažovat, že plicní tkáni prochází dle modelu veškerá krev, a tedy za objemový průtok dosadit právě srdeční výdej. Na základě této úvahy dostaneme rovnici

$$w_{kv_p} = \frac{SV}{V_p} \quad , [\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}] \quad (61)$$

kde  $V_p$  [ $\text{m}^3$ ] značí objem plicní tkáně. Výpočtem pro hodnotu  $SV = 4,899 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$  a  $V_p = 5,744 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  (metoda výpočtu viz níže) dostaneme hodnotu perfuze plicní tkáně  $14,2163 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$ , což je nejvyšší hodnota ze všech tkání (viz Tab. 6, resp. Tab. 7).

Bazální hodnota perfuze pro kožní tkáň také není uvedena v Tab. 6, protože její hodnota se v různých elementech liší. Proto ji uvádíme samostatně v Tab. 7.



**Tab. 7** Bazální hodnoty perfuze pro kožní tkáň ve všech elementech [7]

element [-]	bazální hodnota perfuze
	$[l.s^{-1}.m^{-3}]$
<b>I</b>	5,4800
<b>II</b>	11,1700
<b>III</b>	6,8000
<b>IV</b>	1,0100
<b>V</b>	1,5800
<b>VI</b>	1,4400
<b>VII</b>	1,1000
<b>VIII</b>	4,5400
<b>IX</b>	1,0500
<b>X</b>	1,5000

Zde je vhodné zmínit, že používáme jinou diskretizaci než [7]. To ale není na překážku, protože počet uzlů v žádné vrstvě nesnižujeme, ba právě naopak. Vzhledem k uvažovaným zjednodušením modelu ale nelze uvažovat, že bychom mohli dosáhnout lepší přesnosti výpočtu než [7]. Zmíněnou diskretizaci budeme používat pro stacionární formulaci (viz dále) úlohy. Uvádíme ji v Tab. 8.

**Tab. 8** Použitá diskretizace (rozdělení vrstev tkání na příslušný počet uzlů) pro stacionární formulaci úlohy

element [-]	počet uzlů n [-]				
	<b>n<sub>1</sub></b>	<b>n<sub>2</sub></b>	<b>n<sub>3</sub></b>	<b>n<sub>4</sub></b>	<b>n<sub>5</sub></b>
<b>I</b>	3	2	3	5	-
<b>II</b>	3	2	3	3	5
<b>III</b>	2	3	3	5	-
<b>IV</b>	2	3	3	5	-
<b>V</b>	3	2	3	2	5
<b>VI</b>	3	2	3	2	5
<b>VII</b>	2	3	3	5	-
<b>VIII</b>	2	3	3	5	-
<b>IX</b>	2	3	3	5	-
<b>X</b>	2	3	3	5	-

### 3.1 Stacionární model

V této podkapitole popíšeme stacionární verzi modelu, ale také metodiku výpočtu meziuzlových vzdáleností a objemů tkání příslušných všem uzlům.

Stacionární verze modelu vychází z rovnice (3), kdy hodnota parciální derivace teploty podle času na pravé straně rovnice je nulová

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\omega}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q_m + \rho_{kv} W_{kv} c_{kv} (T_{kvT} - T) = 0 \quad [\text{W.m}^{-3}] \quad (62)$$

Rovnici (62) je nyní potřeba diskretizovat, aby bylo možné ji řešit numericky. K tomu použijeme náhrady parciálních derivací konečnými diferencemi. Pro parciální derivaci prvního řádu použijeme centrální diferencí ve tvaru [24]

$$\frac{\partial T}{\partial r} \approx \frac{T_{r+1} - T_{r-1}}{2\Delta r} \quad [\text{K.m}^{-1}] \quad (63)$$

Pro aproximaci druhé derivace použijeme také centrální diferencí, a sice ve tvaru [24]

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \approx \frac{T_{r+1} - 2T_r + T_{r-1}}{(\Delta r)^2} \quad [\text{K.m}^{-2}] \quad (64)$$

Indexy v rovnicích (63) a (64) značí pořadové číslo uzlu v daném elementu. Index  $r$  značí uzel, pro který se daná diference počítá.  $\Delta r$  [m] značí meziuzlovou vzdálenost. Diference se nazývají centrální, protože ve vzorcích pro jejich výpočet vystupuje jak předcházející, tak následující uzel. Výhodou aproximace pomocí centrálních diferencí (ve srovnání s dopřednými nebo zpětnými diferencemi) je menší chyba numerického řešení, která je řádově rovna  $(\Delta r)^2$ . Jak dopředná, tak zpětná diference vykazují při řešení chyby prvního řádu, tj  $(\Delta r)^1$ . [24]

Dosazením centrálních diferencí (63) a (64) do rovnice (62) dostaneme

$$\lambda_r \left( \frac{T_{r+1} - 2T_r + T_{r-1}}{(\Delta r)^2} + \frac{\omega}{r} \frac{T_{r+1} - T_{r-1}}{2\Delta r} \right) + q_{m,r} + \beta_r (T_{kvT} - T_r) = 0 \quad (65)$$

Provedeme nyní několik úprav rovnice (65). Začneme vydělením rovnice součinitelem tepelné vodivosti  $\lambda_r$  a vynásobením druhou mocninou meziuzlové vzdálenosti  $(\Delta r)^2$

$$T_{r+1} - 2T_r + T_{r-1} + \frac{\omega\Delta r}{2r}(T_{r+1} - T_{r-1}) + \frac{(\Delta r)^2}{\lambda_r}q_{m,r} + \frac{(\Delta r)^2\beta_r}{\lambda_r}(T_{kvT} - T_r) = 0 .$$

V dalším kroku zavedeme tyto parametry

$$\delta_r = \frac{(\Delta r)^2}{\lambda_r}, \gamma_r = \frac{\Delta r \omega}{r 2} ,$$

které dosadíme do upravované rovnice

$$T_{r+1} - 2T_r + T_{r-1} + \gamma_r(T_{r+1} - T_{r-1}) + \delta_r q_{m,r} + \delta_r \beta_r (T_{kvT} - T_r) = 0 ,$$

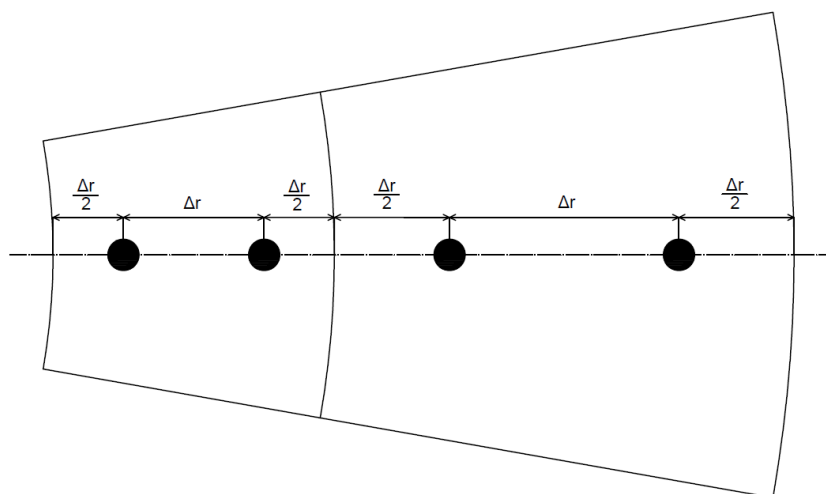
$$T_{r+1} - 2T_r + T_{r-1} + \gamma_r T_{r+1} - \gamma_r T_{r-1} + \delta_r q_{m,r} + \delta_r \beta_r T_{kvT} - \delta_r \beta_r T_r = 0 ,$$

$$(1 - \gamma_r)T_{r-1} - (2 + \delta_r \beta_r)T_r + (1 + \gamma_r)T_{r+1} + \delta_r \beta_r T_{kvT} = -\delta_r q_{m,r} ,$$

na závěr vynásobíme minus jedničkou a přesuneme člen, ve kterém vystupuje teplota tepenné krve na pravou stranu. Tím dostaneme konečný tvar rovnice pro všechny uzly, s výjimkou uzlu umístěného ve středu elementu a uzlu na povrchu elementu

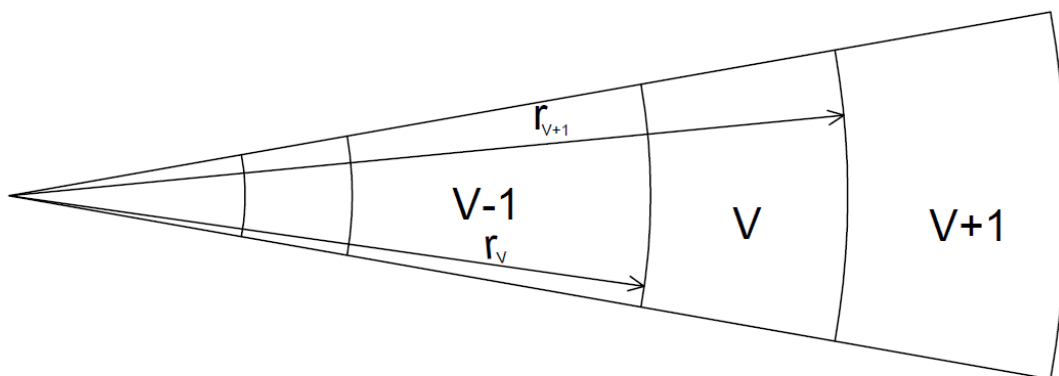
$$(\gamma_r - 1)T_{r-1} + (2 + \delta_r \beta_r)T_r - (1 + \gamma_r)T_{r+1} = \delta_r q_{m,r} + \delta_r \beta_r T_{kvT} .[\text{K}] \quad (66)$$

Nyní je na místě popsat metodu výpočtu meziuzlové vzdálenosti, protože vystupuje ve výše uvedených rovnicích. Výpočet zatím provedeme jen pro uzly, které se nacházejí ve vrstvách mezi první (v centru) a poslední (kůže), kde je potřeba provést výpočet jiným způsobem. Rozložení uzlů ve zmíněných vrstvách lze vidět na Obr. 8.



**Obr. 8** Rozložení uzlů ve vrstvách tkání (kromě centrální a svrchní vrstvy)

Z Obr. 8 lze vidět, že meziuzlové vzdálenosti se v různých vrstvách liší. Z toho vyplývá, že uzly v sousedních vrstvách se nenacházejí ve stejné vzdálenosti od rozhraní. Označme vzdálenost rozhraní mezi vrstvami  $V-1$  a  $V$  od středu elementu jako  $r_V$  a vzdálenost rozhraní mezi vrstvami  $V$  a  $V+1$  jako  $r_{V+1}$  (viz Obr. 9).



**Obr. 9** Značení vrstev pro výpočet meziuzlové vzdálenosti ve vrtvě  $V$

Dále potřebujeme znát počet uzlů ve vrtvě  $V$ , který označíme  $N_V$ . Výpočet meziuzlové vzdálenosti pak provedeme dle rovnice

$$\Delta r = \frac{r_{V+1} - r_V}{N_V} \cdot [\text{m}] \quad (67)$$

Pro uzel v centru elementu je třeba odvodit rovnici samostatně, jelikož zde je vzdálenost od středu rovna nule, a tedy zřejmý problém při pohledu na rovnici (62). Je třeba počítat limitu pro vzdálenost  $r \rightarrow 0$  z druhého členu rovnice (62). Pro výpočet této limity lze použít [25] L'Hospitalovo pravidlo

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)}{\frac{\partial}{\partial r} (r)} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \cdot [\text{K} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (68)$$

Výsledek výpočtu limity (68) dosadíme do rovnice (62), čímž dostaneme rovnici pro první uzel, kterou je třeba diskretizovat obdobně jako rovnici (62)

$$\lambda(1 + \omega) \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + q_m + \beta(T_{kvT} - T) = 0 \cdot [\text{W} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (69)$$

Druhou derivaci opět nahradíme centrální diferencí

$$\lambda_r(1 + \omega) \frac{T_{r+1} - 2T_r + T_{r-1}}{(\Delta r)^2} + q_{m,r} + \beta_r(T_{kvT} - T_r) = 0 \quad [\text{W.m}^{-3}] \quad (70)$$

Vzhledem k tomu, že cílem je odvodit rovnici pro první uzel, dosadíme do rovnice (70) za  $r$  jedničku a dostaneme

$$\lambda_1(1 + \omega) \frac{T_2 - 2T_1 + T_0}{(\Delta r)^2} + q_{m,1} + \beta_1(T_{kvT} - T_1) = 0 \quad [\text{W.m}^{-3}] \quad (71)$$

Tímto zavádíme imaginární nultý uzel, který je umístěn ve stejné vzdálenosti a opačném směru od prvního, tj. středového uzlu jako druhý uzel. Vzhledem k tomu, že uvažujeme symetrický odvod tepla z každého elementu, lze očekávat, že teplotní profil bude symetrický vůči středu, a tedy platí rovnost  $T_0 = T_2$ . Dosazením této rovnosti do rovnice (71) dostaneme

$$\lambda_1(1 + \omega) \frac{2T_2 - 2T_1}{(\Delta r)^2} + q_{m,1} + \beta_1(T_{kvT} - T_1) = 0 \quad . \quad (72)$$

Provedeme několik úprav rovnice (72)

$$(1 + \omega)(2T_2 - 2T_1) + \frac{(\Delta r)^2}{\lambda_r} q_{m,1} + \frac{(\Delta r)^2}{\lambda_r} \beta_1(T_{kvT} - T_1) = 0 \quad ,$$

$$(1 + \omega)(2T_2 - 2T_1) + \delta_1 q_{m,1} + \delta_1 \beta_1(T_{kvT} - T_1) = 0 \quad ,$$

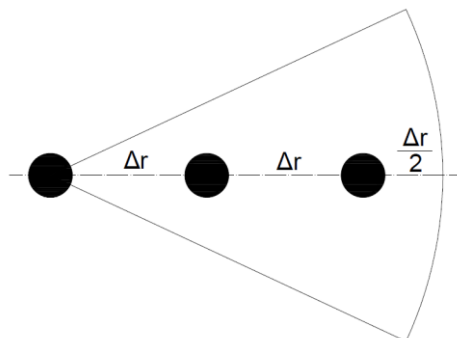
$$-[2(1 + \omega) + \beta_1 \delta_1]T_1 + 2(1 + \omega)T_2 + \delta_1 q_{m,1} + \delta_1 \beta_1 T_{kvT} = 0 \quad .$$

Konečný tvar rovnice pro první uzel

$$(2 + 2\omega + \beta_1 \delta_1)T_1 - 2(1 + \omega)T_2 = \delta_1 q_{m,1} + \delta_1 \beta_1 T_{kvT} \quad .[\text{K}] \quad (73)$$

Všimněme si, že v rovnici (73) vystupuje parametr  $\omega$ , který určuje typ geometrie (válec, koule). V rovnici (66) explicitně nevystupuje, je zahrnut v parametru  $\gamma_r$ .

S rovnicí pro první uzel a stejně tak se všemi uzly v první vrstvě souvisí výpočet meziuzlové vzdálenosti v první vrstvě. Liší se od výpočtu dle rovnice (67), protože jeden uzel je umístěn v nulové vzdálenosti od středu (viz Obr. 10).



**Obr. 10** Rozložení uzlů v první (centrální) vrstvě

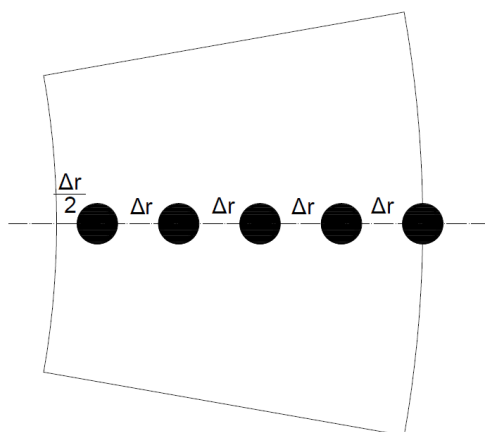
Označíme vzálenost prvního rozhraní mezi tkáněmi od středu jako  $r_1$  a počet uzlů v první vrstvě jako  $N_1$ . Z Obr. 10 vyplývá rovnost

$$r_1 = (N_1 - 1)\Delta r + \frac{\Delta r}{2} \quad . \text{ [m]} \quad (74)$$

Z rovnice (74) lze vajídit meziuzlovou vzdálenost

$$\Delta r = \frac{r_1}{N_1 - 0,5} \quad . \text{ [m]} \quad (75)$$

Na závěr zbývá odvodit numerickou formulaci rovnice pro poslední uzel (na rozhraní povrchu elementu a okolí) pro každý element. Za účelem zjednodušení okrajových podmínek na povrchu elementů bylo oproti [7] změněno rozložení uzlů ve vrstvě, která je v kontaktu s okolím. Rozložení uzlů v poslední vrstvě lze vidět na Obr. 11. První uzel poslední vrstvy je vzdálen polovinu meziuzlové vzdálenosti  $\Delta r$  od rozhraní s předcházející vrstvou tkáně, všechny ostatní uzly jsou pak vždy vzdáleny o meziuzlovou vzdálenost  $\Delta r$  od sebe.



**Obr. 11** Ukázka rozložení uzlů v nejvyšší vrstvě každého elementu

Postup výpočtu je podobný výpočtu meziuzlové vzdálenosti v první vrstvě. Označíme vzdálenost rozhraní mezi kůží a okolím od středu jako  $r_K$  a vzdálenost posledního rozhraní mezi vrstvami tkání (z Tab. 4 lze vidět, že jde vždy o rozhraní mezi tukovou a kožní tkání) jako  $r_{K-1}$ . Dále označíme počet uzlů ve vrstvě kožní tkáně jako  $N_K$ . Vyjdeme z rovnosti, která je zřejmá z Obr. 11

$$r_K - r_{K-1} = (N_K - 1)\Delta r + \frac{\Delta r}{2}, [\text{m}] \quad (76)$$

meziuzlová vzdálenost je pak určena rovnicí, kterou dostaneme úpravou rovnice (76)

$$\Delta r = \frac{r_K - r_{K-1}}{N_K - 0,5} \cdot [\text{m}] \quad (77)$$

Na Obr. 12 lze vidět ukázkou zdrojového kódu ze softwaru MATLAB. Shrnuje všechny vzorce pro výpočet meziuzlových vzdáleností. Ty lze aplikovat univerzálně na všechny elementy, včetně hlavy, jelikož při výpočtu meziuzlových vzdáleností nehraje typ symetrie (sférická, cylindrická) roli.

```
function [dr] = d_r(n, r)
    dr = zeros(1, numel(n));
    % první vrstva
    dr(1) = r(1) / (n(1) - 0.5);
    % prostřední vrstvy
    for i = 2 : (numel(n) - 1)
        dr(i) = (r(i) - r(i - 1)) / n(i);
    end
    % poslední vrstva
    i = numel(n);
    dr(i) = (r(i) - r(i - 1)) / (n(i) - 0.5);
end
```

**Obr. 12** Ukázka zdrojového kódu – výpočet meziuzlových vzdáleností ve všech vrstvách všech elementů;  $n$  značí počet uzlů,  $r$  značí vzdálenosti rozhraní od středu

Odvození rovnice pro poslední uzel je poněkud složitější, protože je potřeba uvažovat sdílení tepla s okolním prostředím. Sdílení tepla konvekcí i sáláním je možné formulovat jako součiny příslušného součinitele a rozdílu teplot (viz Kap. 2). Sdílení tepla odpařováním je nutno uvažovat jako součin příslušného součinitele a rozdílu parciálních tlaků (viz Kap. 2). Formulace okrajové podmínky přináší komplikaci, protože je třeba ji provést tak, aby zahrnovala všechny výše popsané jevy (konvekce, sálání, odpařování). Vyjdeme z předpokladu, že příspěvky (tepelné toky) od všech

zmíněných mechanismů sdílení tepla lze počítat. Okrajová podmínka pak nabývá tvaru ([26], upraveno)

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = h_k(T_v - T) + h_s(T_{SR} - T) + U_L(p_v - p) \quad , \text{ [W.m}^{-2}\text{]} \quad (78)$$

kde  $\lambda$  [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>] je součinitel tepelné vodivosti tkáně (konkrétně kožní),  $h_k$  [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>] je součinitel konvekce,  $T_v$  [°C] je teplota vzduchu,  $h_s$  [W.m<sup>-2</sup>.K<sup>-1</sup>] je součinitel sálání,  $T_{SR}$  [°C] je střední radiační teplota,  $U_L$  [W.m<sup>-2</sup>.Pa<sup>-1</sup>] je součinitel prostupu tepla pro latentní teplo a  $p_v$  [Pa] je parciální tlak vodních par ve vzduchu. Tuto rovnici je potřeba diskretizovat. Pro tento účel zavedeme imaginární uzel  $N+1$ , který je vzdálen o jednu meziuzlovou vzdálenost od rozhraní kůže s okolním prostředím. Na rovnici (78) aplikujeme centrální diferencii (63) kolem uzlu  $N$ , který se nachází na zmíněném rozhraní

$$\lambda_N \frac{T_{N+1} - T_{N-1}}{2\Delta r} = h_k(T_v - T_N) + h_s(T_{SR} - T_N) + U_L(p_v - p_N) \quad . \text{ [W.m}^{-2}\text{]} \quad (79)$$

Okrajovou podmínkou (79) doplníme rovnici (66), kterou vyjádříme pro uzel  $N$

$$(\gamma_N - 1)T_{N-1} + (2 + \delta_N\beta_N)T_N - (1 + \gamma_N)T_{N+1} = \delta_N q_{m,N} + \delta_N\beta_N T_{kvT} \quad . \text{ [K]} \quad (80)$$

Postup spočívá ve vyjádření hodnoty  $T_{N+1}$  z rovnice (79) a jejím dosazením do (80). Úpravou (79) dostaneme

$$T_{N+1} = T_{N-1} + \frac{2\Delta r}{\lambda_N} [h_k(T_v - T_N) + h_s(T_{SR} - T_N) + U_L(p_v - p_N)] \quad . \text{ [K]} \quad (81)$$

Dosadíme (81) do (80) a dostaneme výsledný tvar rovnice pro poslední uzel

$$\begin{aligned} -2T_{N-1} + \left[ 2 + \delta_N\beta_N + (1 + \gamma_N)(h_k + h_s) \frac{2\Delta r}{\lambda_N} \right] T_N = \\ = \delta_N q_{m,N} + \delta_N\beta_N T_{kvT} + (1 + \gamma_N) \frac{2\Delta r}{\lambda_N} (h_k T_v + h_s T_{SR}) + \\ + (1 + \gamma_N) \frac{2\Delta r}{\lambda} U_L(p_v - p_N) \quad . \text{ [K]} \quad (82) \end{aligned}$$

Tímto máme kompletní sadu rovnic pro sestavení matice soustavy všech elementů. Před samotným sestavováním matic dílčích elementů ještě popíšeme metodiku výpočtu



objemu tkáně příslušné každému uzlu a výpočet celkové hodnoty metabolické produkce tepelného výkonu. Při výpočtu objemů tkání příslušných daným uzlům je důležité především uvažovat rozdílnost sférické a cylindrické geometrie (jiné rovnice pro hlavu a pro ostatní elementy), ale také zahrnout fakt, že ne všechny elementy jsou celé válce či celá koule. V některých případech se jedná pouze o výseče (viz Tab. 2). Zanedbání tohoto faktu by vedlo k nepřesnostem jak při výpočtu objemů, tak následně při výpočtu hodnoty metabolické produkce tepelného výkonu. Pro výpočet objemů vyjdeme ze všeobecně známých rovnic pro objem koule a válce

$$V_K = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad , [m^3] \quad (83)$$

$$V_V = L \pi r^2 \quad , [m^3] \quad (84)$$

kde L [m] značí délku daného elementu (viz Tab. 4). Při výpočtu je nutno uvažovat, že každému uzlu (s výjimkou toho, který je umístěn na rozhraní kůže s okolím) přísluší část tkáně, která je omezena oblastí  $(-0,5\Delta r; 0,5\Delta r)$  vzhledem k danému uzlu uprostřed intervalu. Pro uzel na rozhraní kůže s okolím je třeba počítat pouze s poloviční oblastí, protože mu přísluší pouze tkáň, která je omezena hranicí ve vzdálenosti  $0,5\Delta r$  pod rozhráním. Na Obr. 13 lze vidět ukázkou zdrojového kódu pro výpočet objemů.

```

index = 1;
i = 1;
for j = 1 : n(i)
    if j == 1
        V(index) = (pi * L) * (dr(i)/2)^2 * uhel / 360;
        index = index + 1;
    else
        V(index) = (pi * L) * (((j-1)*dr(i)+dr(i)/2)^2-...
            ((j-2)*dr(i)+dr(i)/2)^2) * uhel / 360;
        index = index + 1;
    end
end

index = n(1) + 1;
for i = 2 : (numel(n) - 1)
    for j = 1 : n(i)
        V(index) = (pi * L) * ((r(i - 1) + j * dr(i))^2-...
            (r(i - 1) + (j - 1) * dr(i))^2) * uhel / 360;
        index = index + 1;
    end
end
i = numel(n);

```

```

index = sum(n) - n(end) + 1;
for j = 1 : (n(end) - 1)
    V(index) = (pi * L) * ((r(i - 1) + j * dr(i))^2 - ...
    (r(i - 1) + (j - 1) * dr(i))^2) * uhel / 360;
    index = index + 1;
end
V(index) = (pi * L) * ((r(i))^2 - (r(i) - dr(i)/2)^2) * ...
uhel / 360;

```

**Obr. 13** Ukázka zdrojového kódu – výpočet objemů příslušných všem uzlům ve válcových elementech; lze vidět uvažování faktu, že elementy nemusejí být tvořeny celým válcem (koulí) tím, že výsledné objemy jsou násobeny podílem jejich skutečného rozsahu daného úhlem (např. 210°, získaný součtem úhlů pro všechny sektory daného elementu z Tab. 2) a děleny 360°;

Výpočet ploch elementů probíhá také pomocí všeobecně známých rovnic pro povrch koule a válce. Opět je potřeba uvažovat, že některé elementy nejsou tvořeny celou koulí či celým válcem.

Výpočet celkové hodnoty metabolické produkce tepelného výkonu vychází ze znalosti objemů, které přísluší všem uzlům. Pro výpočet tedy vždy násobíme příslušný objem hodnotou metabolické produkce tepelného výkonu dané tkáně (viz Tab. 6). Na Obr. 14 lze vidět ukázku zdrojového kódu funkce pro výpočet bazálního metabolismu, která ale může být využita i pro jiné hodnoty produkovaného tepelného výkonu.

```

function [Q] = bazalniMetabolismus(q_m0, V, n)
    Q_uzel = zeros(sum(n), 1);

    index = 1;
    for i = 1 : numel(n)
        for j = 1 : n(i)
            Q_uzel(index) = V(index) * q_m0(i);
            index = index + 1;
        end
    end

    Q = sum(Q_uzel);
end

```

**Obr. 14** Ukázka zdrojového kódu – výpočet bazální metabolické produkce tepelného výkonu

Pro výpočet součinitele konvekce je třeba znát koeficienty  $a_{pr}$  [-],  $a_{nuc}$  [-] a  $a_{sm}$  [-]. Také je třeba znát součinitel prostupu tepla mezi tepnou a žílou při protiproudé výměně tepla  $U_{PP}$  [ $W.K^{-1}$ ]. Hodnoty těchto parametrů udává Tab. 9.

**Tab. 9** Hodnoty koeficientů  $a_{př}$ ,  $a_{nuc}$ ,  $a_{sm}$  a  $U_{PP}$  [7]

<b>element</b> [-]	<b><math>U_{PP}</math></b> [W.K <sup>-1</sup> ]	<b><math>a_{př}</math></b> [-]	<b><math>a_{nuc}</math></b> [-]	<b><math>a_{sm}</math></b> [-]
<b>I</b>	0,00	3,0	113,0	-5,7
<b>II</b>	0,00	3,0	113,0	-5,7
<b>III</b>	0,00	1,6	130,0	-6,5
<b>IV</b>	0,80	5,9	216,0	-10,8
<b>V</b>	0,00	0,5	180,0	-7,4
<b>VI</b>	0,00	1,2	180,0	-9,0
<b>VII</b>	4,13	8,3	216,0	-10,8
<b>VIII</b>	0,57	8,3	216,0	-10,8
<b>IX</b>	6,90	5,3	220,0	-11,0
<b>X</b>	3,40	6,8	210,0	-10,5

Tab. 10 uvádí vypočítané hodnoty objemů a bazální metabolické produkce tepelného výkonu. Jsou zde uvedeny hodnoty pro celé elementy a součet všech elementů.

**Tab. 10** Hodnoty objemů a metabolické produkce tepelného výkonu pro celé elementy

<b>element</b> [-]	<b>objem [l]</b>	<b>metabolická produkce tepelného výkonu [W]</b>
<b>I</b>	2,35	17,90
<b>II</b>	1,10	0,33
<b>III</b>	0,85	0,49
<b>IV</b>	0,77	0,07
<b>V</b>	15,99	8,48
<b>VI</b>	27,53	50,27
<b>VII</b>	6,99	2,88
<b>VIII</b>	0,99	0,42
<b>IX</b>	13,35	5,92
<b>X</b>	1,84	0,36
<b>suma</b>	<b>71,76</b>	<b>87,12</b>

Při uvažování vyšší přesnosti (více desetinných míst) než v Tab. 10 vychází celkový objem pasivního systému 71,78991 litru. Kontrolu správnosti výpočtu objemů lze provést tak, že se objemy příslušné všem uzlům v daném elementu sečtou a následně

porovnají s hodnotou objemu celého válce (koule), eventuálně sníženou o objem výseče dané rozdílem  $360^\circ$  a skutečného úhlu daného elementu. Bazální metabolická produkce tepelného výkonu vychází přibližně 87 W, tedy stejně jako v [7]. Ukázkou vypočítaných hodnot pro element I lze vidět v Tab. 11.

**Tab. 11** Hodnoty objemů a metabolické produkce tepelného výkonu pro element I

uzel [-]	objem [ $l \cdot 10^4$ ]	metabolická produkce tepelného výkonu [ $W \cdot 10^2$ ]
<b>1</b>	0,11	14,28
<b>2</b>	2,77	371,30
<b>3</b>	10,44	1399,51
<b>4</b>	3,66	0,00
<b>5</b>	4,28	0,00
<b>6</b>	0,32	0,18
<b>7</b>	0,32	0,19
<b>8</b>	0,33	0,19
<b>9</b>	0,29	1,07
<b>10</b>	0,29	1,08
<b>11</b>	0,30	1,09
<b>12</b>	0,30	1,10
<b>13</b>	0,15	0,55
<b>suma</b>	<b>23,56</b>	<b>1790,55</b>

Z Tab. 11 lze vidět, že na element I připadá bazální metabolická produkce tepelného výkonu 17,90 W. Zároveň jsou na první pohled patrné velké rozdíly mezi typy tkání. Především první tři uzly, které přísluší mozkové tkáni, produkují mnohem více tepelného výkonu než další vrstvy.

Nyní přejdeme k sestavování soustav rovnic všech elementů v maticovém formalismu. Vzhledem k tomu, že jsme zvolili odlišnou metodu než Fiala v [7], nebudeme sestavovat jednu souhrnnou matici pro řešení celého pasivního systému najednou, nýbrž deset dílčích matic. Odlišnost spočívá v přístupu k počítání krevního oběhu (viz [7]). Výchozím vstupním údajem pro určení řádu matice (pojmeme řád myslíme u čtvercové matice rozměr) je počet uzlů v daném elementu. Např. pro element I máme (viz Tab. 8) celkem třináct uzlů (3-2-3-5). Matice elementu I tedy bude řádu třináct. Její první řádek



vznikne spojením dílčích vektorů pravých stran. Výpočetně se jedná zřejmě o náročnější možnost, protože souhrnná matice obsahuje mnoho nulových prvků, se kterými se ale počítá při úpravách matice. Varianta s deseti oddělenými maticemi je tedy méně náročná na výpočetní čas.

Komplikací je nutnost iteračního výpočtu. Na počátku neznáme hodnoty teploty tepenné krve pro všechny uzly. Pro poslední uzly navíc potřebujeme znát hodnoty  $h_k$ ,  $h_s$ ,  $U_L$  a  $p_N$ . Všechny tyto veličiny je potřeba odhadnout a následně zpřesňovat. Tento postup se podařil pro součinitel konvekce, součinitel sálání a pro tepelnou ztrátu odpařováním (tedy pro  $U_L$  a  $p_N$ ). Bohužel už ne pro teplotu tepenné krve. Při pokusech o iterační výpočet teplot tepenné krve v jednotlivých elementech vycházely nesprávné výsledky. Teploty s každou další iterací stoupaly až do bodu, kdy se ustálily na zřejmě nesprávných hodnotách (např. 51,8 °C). Z ohledem na tento fakt byla zvolena teplota tepenné krve 37 °C pro všechny elementy, stejná v každé iteraci. Vycházíme z předpokladu, že při neutrálních tepelných podmínkách a při produkci tepelného výkonu rovné bazálnímu metabolismu bude teplota krve přibližně 37 °C. To ale jistě nebude přesně platit pro vyšší intenzitu fyzické činnosti nebo pro pobyt v chladném či horkém prostředí. Proto tento krok zřejmě vnese do řešení další nepřesnost.

V rámci řešení byly vypočítány součinitele konvekce a sálání, stejně jako tepelný výkon sdílený do okolí konvekcí, sáláním, odpařováním a dýcháním. Jedná se o hodnoty pro neobleceného člověka při aktivitě 0,8 met (bazální hodnota) vystaveného následujícím podmínkám:

- teplota vzduchu 30 °C,
- střední radiační teplota 30 °C,
- relativní vlhkost vzduchu 40 %,
- efektivní rychlost vzduchu 0,05 m.s<sup>-1</sup>.

Tyto podmínky nebyly zvoleny náhodně, nýbrž dle [7], aby bylo možné porovnat naše hodnoty s výsledky z [7]. Hodnoty součinitelů uvádíme v Tab. 12 a provnáváme je s hodnotami dle Fialy [7]. Jedná se vážené průměry součinitelů podle ploch jednotlivých elementů. Na Obr. 15 lze vidět zdrojový kód pro jejich výpočet a pro výpočet tepelných toků sdílených konvekcí a sáláním. V Tab. 13 porovnááme vypočítané tepelné výkony s hodnotami dle Fialy [7].

```

function [ h_k_m, h_r_m ] = Hstredni(T_p, T_v, MRT, T_k_m,
h_k, h_r, S)
    q_k = zeros(10, 1);
    q_r = zeros(10, 1);
    for i = 1 : 10
        % T_p - teplota povrchu, T_v - teplota vzduchu,
MRT - střední radiační teplota
        q_k(i) = h_k(i) * (T_p(i) - T_v);
        q_r(i) = h_r(i) * (T_p(i) - MRT);
    end

    sumaK = 0;
    sumaR = 0;
    for i = 1 : 10
        % S(i) - plocha elementu i
        sumaK = sumaK + q_k(i) * S(i);
        sumaR = sumaR + q_r(i) * S(i);
    end
    h_k_m = sumaK / sum(S) / (T_k_m - T_v);
    h_r_m = sumaR / sum(S) / (T_k_m - MRT);
end

```

**Obr. 15** Ukázka zdrojového kódu – výpočet součinitelů sdílení tepla a tepelných toků konvekcí a sáláním

**Tab. 12** Porovnání vypočítaných součinitelů konvekce a sálání s hodnotami dle Fialy pro výše uvedené parametry prostředí [7]

	$h_k [W.m^{-2}.K^{-1}]$	$h_s [W.m^{-2}.K^{-1}]$
Výpočet	3,1	4,7
Dle Fialy	2,7	5,0

**Tab. 13** Porovnání vypočítaných tepelných výkonů s hodnotami dle Fialy pro výše uvedené parametry prostředí [7]; k – konvekce, s – sálání, d – dýchání, o – odpařování

	$Q_k [W]$	$Q_s [W]$	$Q_d [W]$	$Q_o [W]$
Výpočet	39,6	59,5	11,9	23,4
Dle Fialy	21,5	38,9	8,5	18,1

Zatímco hodnoty součinitelů v Tab. 12 vykazují poměrně dobrou shodu s [7], hodnoty vypočítaných tepelných výkonů sdílených do okolí (zejména konvekcí a radiací) nikoliv. Přitom nezáleží na tom, zda zvolíme postupný výpočet pro jednotlivé elementy dle rovnic

$$\dot{Q}_{k_j} = h_{k_j} S_j (T_{p_j} - T_v) \quad ,[\text{W}] \quad (87)$$

$$\dot{Q}_{s_j} = h_{s_j} S_j (T_{p_j} - T_{SR}) \quad ,[\text{W}] \quad (88)$$

nebo výpočet vycházející z vážených průměrů dle ploch

$$\dot{Q}_k = h_{k_m} S (T_{p_m} - T_v) \quad ,[\text{W}] \quad (89)$$

$$\dot{Q}_s = h_{s_m} S (T_{p_m} - T_{SR}) \quad ,[\text{W}] \quad (90)$$

Indexem  $m$  v rovnicích (89) a (90) jsou myšleny vážené průměry dle ploch elementů. Příčinou rozdílnosti výsledků je fakt, že střední teplota kůže (počítaná jako vážený průměr teplot na povrchu kůže dle ploch elementů) vychází jinak než v [7], a to konkrétně **36,81 °C**, oproti 34,4 °C v [7]. Tepelný výkon sdílený dýcháním byl spočítán jako součet výsledků rovnic (41) a (42) a v následných výpočtech o něj byla snížena metabolická produkce tepelného výkonu v určitých tkáních dle rovnice (43). Tepelný výkon sdílený odpařováním byl spočítán jako součet příspěvků od jednotlivých elementů vypočítaných dle rovnice

$$\dot{Q}_{o_j} = S_j U_{L_j} (p_{k_j} - p_v) \quad , [\text{W}] \quad (91)$$

význam symbolů viz Kap. 2.

Jak již bylo uvedeno v Kap. 2, pro aktivní systém (potažmo pro nestacionární model) je potřeba znát hodnoty  $T_{hy}$  a  $T_{k,m}$ . Jedná se o teplotu hypothalamu, což je teplota v prvním uzlu hlavy a o střední teplotu kůže. Tyto hodnoty uvádíme v Tab. 14. V Tab. 15 uvádíme příklad teplotního profilu pro hlavu a břicho pro výše uvedené podmínky.

**Tab. 14** Střední teplota kůže a teplota hypothalamu a jejich porovnání s hodnotami dle Fialy [7]

	$T_{k,m} [^{\circ}\text{C}]$	$T_{hy} [^{\circ}\text{C}]$
Výpočet	36,81	37,34
Dle Fialy	34,4	37,00

Rozdílnost hodnot v Tab. 14 je zřejmě způsobena především zanedbáním proměnné teploty tepenné krve.

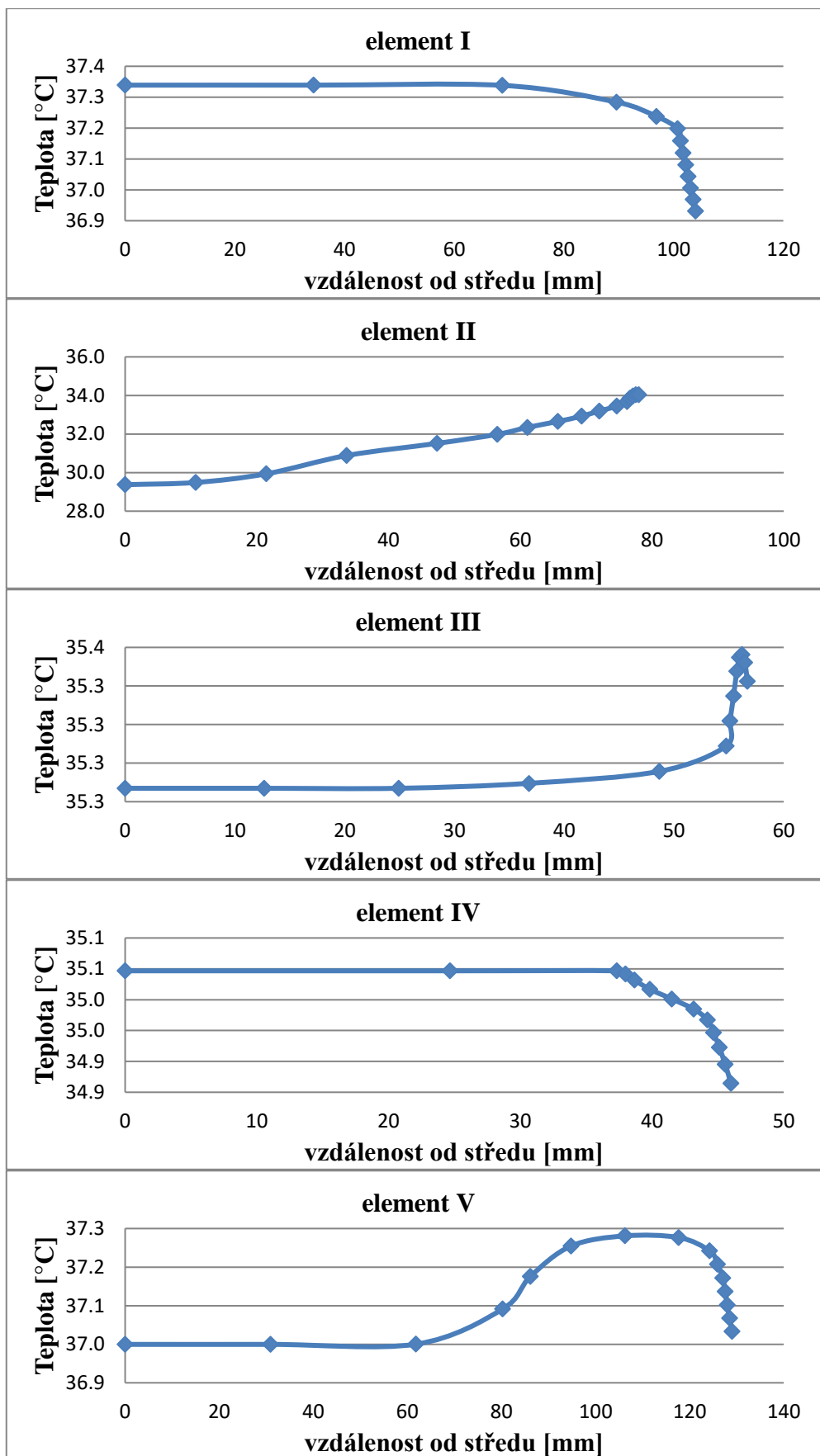


**Tab. 15** Teplotní profil pro hlavu a břicho

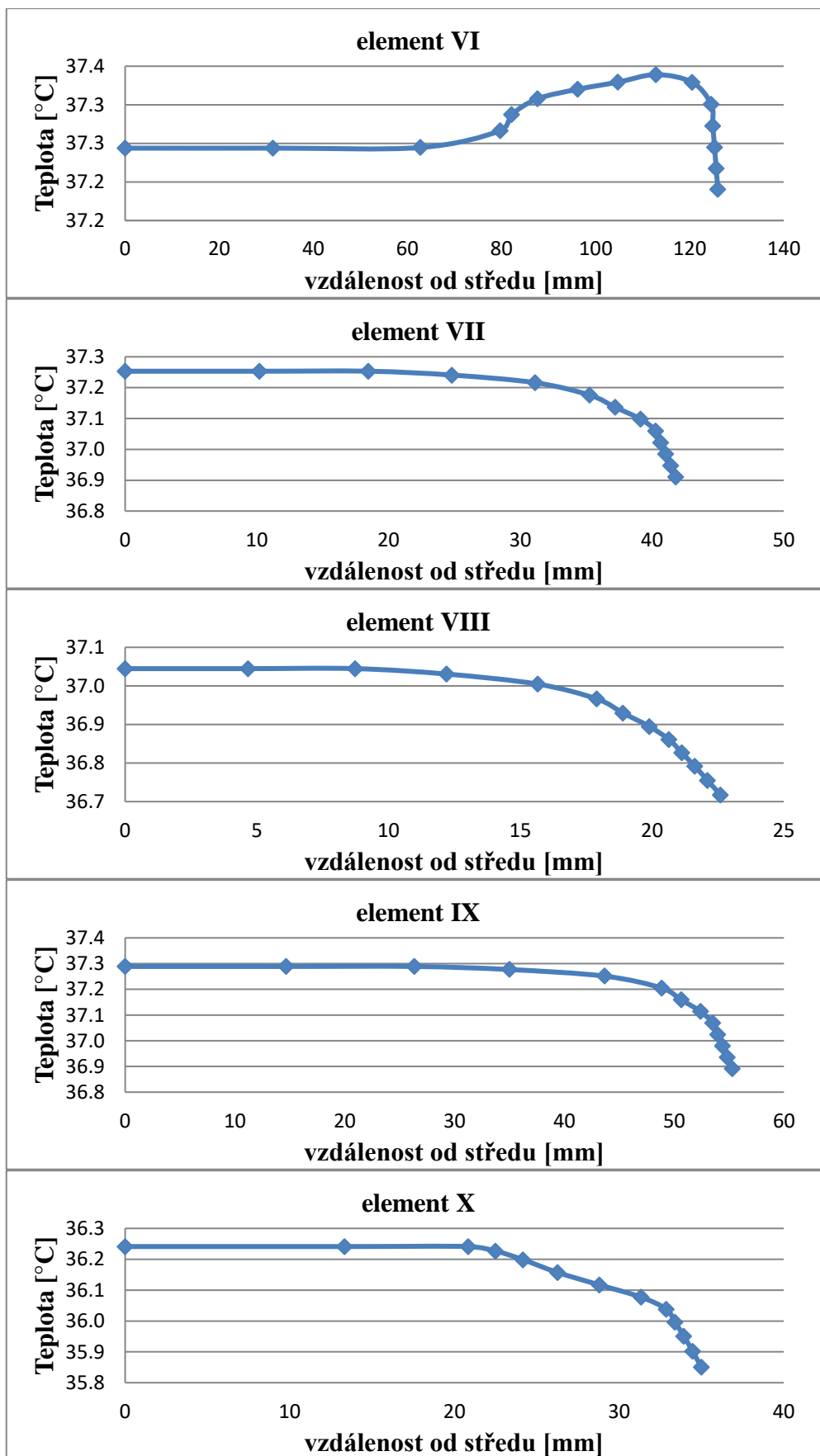
<b>vzdálenost</b> [-]	<b>teplota</b> <b>(hlava)</b> [°C]	<b>vzdálenost</b> [-]	<b>teplota</b> <b>(břicho)</b> [°C]
0,00000	37,33895	0,00000	37,24380
0,03440	37,33890	0,03140	37,24381
0,06880	37,33591	0,06280	37,24412
0,08963	37,12742	0,07973	37,25260
0,09688	36,95013	0,08218	37,26081
0,10075	36,79753	0,08767	37,26879
0,10125	36,64634	0,09620	37,25623
0,10175	36,49654	0,10473	37,22048
0,10222	36,34811	0,11285	37,15069
0,10267	36,19497	0,12055	37,06547
0,10311	36,03580	0,12458	36,96503
0,10356	35,86921	0,12493	36,86473
0,10400	35,69377	0,12529	36,76441
		0,12564	36,66392
		0,12600	36,56310

Jako podmínku pro ukončení iterování jsme zvolili, že nově vypočítaná hodnota střední teploty kůže se může od předcházející iterace lišit na pátém desetinném místě. I při doplnění dalších podmínek (např. střední hodnota součinitele konvekce odlišná až na pátém desetinném místě) pro výpočet stačily pouze jednotky iterací.

Na Obr. 16, resp. Obr. 17 lze vidět teplotní profily pro všechny elementy. V některých případech vykazují teplotní profily neočekávaný (rostoucí) trend. Lze vyzorovat, že v případě vysoké hodnoty perfuze ve svrchních vrstvách tkání a zároveň nízké hodnoty perfuze ve vnitřních vrstvách (elementy II, III) dochází k postupnému zvyšování teploty s malým poklesem u povrchu. Při opačném uspořádání (elementy V, VI) se objevuje vzestup a opětovný pokles teploty. To ale neplatí univerzálně. Při nastavení stejných hodnot perfuzí a produkcí tepelného výkonu v elementu X jako v elementu III vykazoval element X klesající trend teplot. Teplotní profil tedy zřejmě závisí i na jiných faktorech, např. na tepelném výkonu sdíleném do okolí.



Obr. 16 Teplotní profily, elementy I až V



Obr. 17 Teplotní profily, elementy VI až X

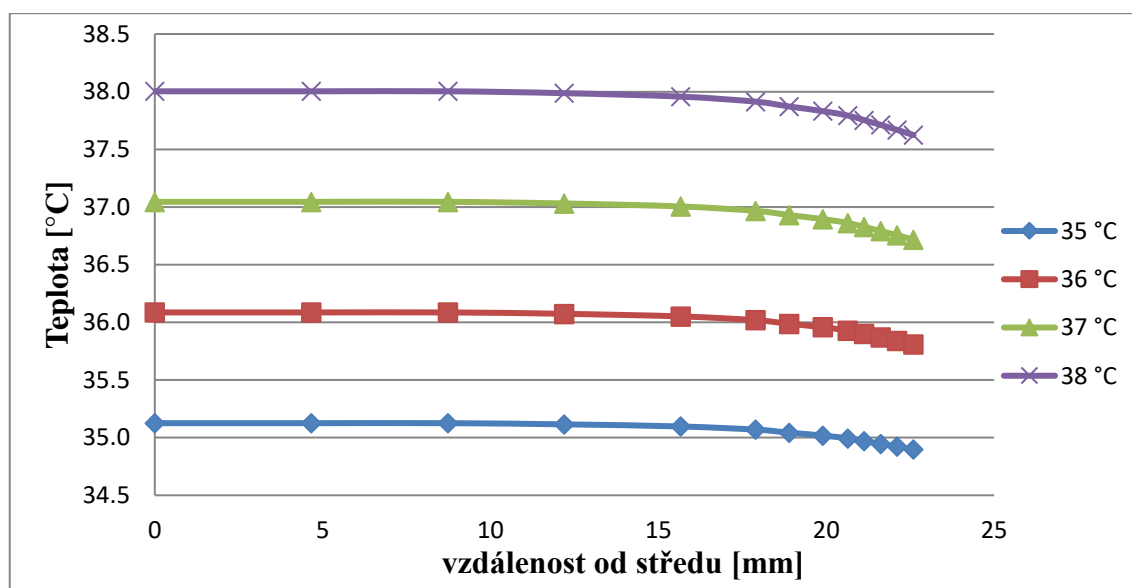
Všechny dosud uvedené výsledky byly počítány pro poměry osálení odpovídající člověku v sedě. Vzhledem k tomu, že poměry osálení v sedě jsou menší (viz Tab. 3), lze předpokládat, že při výpočtech pro stojící osobu vyjde vyšší součinitel sálení, a tedy vyšší sálavý tepelný tok sdílený do okolí. V Tab. 16 porovnááme střední teplotu kůže, teplotu hypothalamu, součinitel konvekce a sálení a tepelný výkon sdílený konvekcí a sálením do okolí.

**Tab. 16** Porovnání střední teploty kůže, teploty hypothalamu, součinitele sálení a tepelného výkonu sdíleného sálením pro sedící a stojící osobu

	sedící osoba	stojící osoba
$T_{k,m} [^{\circ}C]$	36,81	36,79
$T_{hy} [^{\circ}C]$	37,34	37,34
$h_s [W.m^{-2}.K^{-1}]$	4,7	5,1
$Q_s [W]$	59,5	64,7

Z Tab. 16 lze vidět, že skutečně došlo ke zvýšení součinitele sálení, což vedlo ke zvýšení sálavého tepelného toku o přibližně 5 W. Změny ostatních mechanismů sdílení tepla jsou marginální, např snížení tepelného výkonu sdíleného konvekcí řádově o desetiny W. V další fázi přejdeme zpět k poměrům osálení pro sedící osobu.

Jak již bylo uvedeno, model jsme zjednodušili zanedbáním změn teploty tepenné krve. Na Obr. 18 vidíme porovnání teplotního profilu pro element VIII (náhodně zvolený) pro teploty tepenné krve 35 °C, 36 °C, 37 °C a 38 °C.



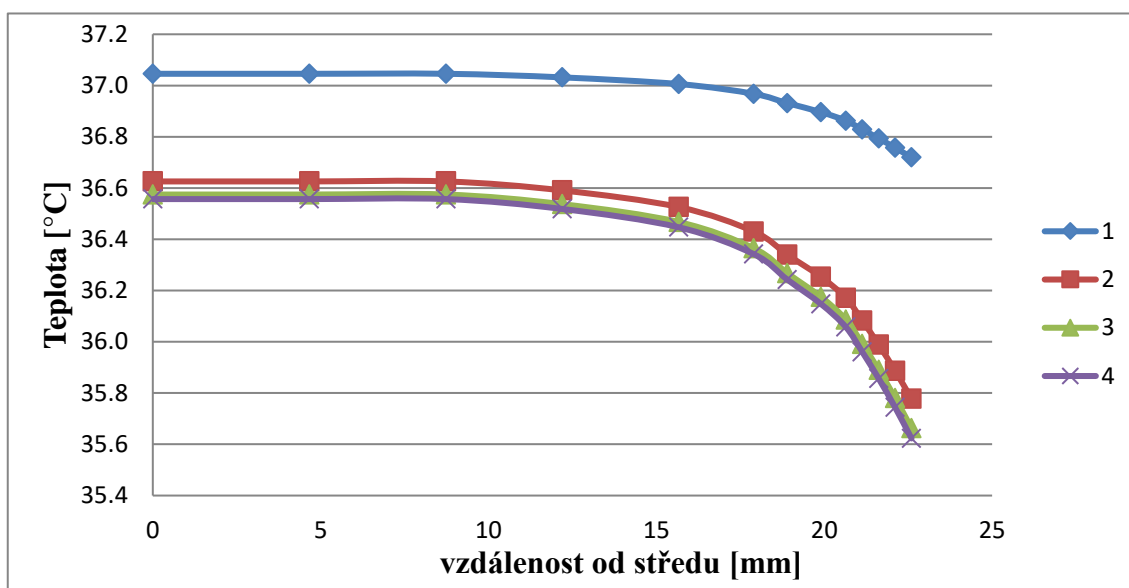
**Obr. 18** Teplotní profily pro element VIII, různé teploty tepenné krve

Na Obr. 18 vidíme zásadní problém. Predikované teploty jsou silně závislé na hodnotě teploty tepenné krve. To značí, že výše uvedená metoda zjednodušení může přesnost řešení do značné míry degradovat.

Pokud budeme uvažovat teplotu tepenné krve 37 °C a vystavíme pasivní systém odlišným mikroklimatickým podmínkám, dostaneme odlišné výsledky. Na Obr. 19 porovnáváme teplotní profily pro element VIII pro podmínky uvedené v Tab. 17.

**Tab. 17** Různé mikroklimatické podmínky působící na pasivní systém

	$T_v$ [°C]	$T_{SR}$ [°C]	$\phi$ [%]	$v_{v,ef}$ [ $m \cdot s^{-1}$ ]
<b>profil 1</b>	30	30	0,4	0,05
<b>profil 2</b>	30	30	0,4	1,5
<b>profil 3</b>	20	20	0,4	0,05
<b>profil 4</b>	20	20	0,9	0,05



**Obr. 19** Teplotní profily pro různé mikroklimatické podmínky, element VIII

Na Obr. 19 lze pozorovat především podstatný vliv efektivní rychlosti proudění na teplotní profil. Totéž platí pro vliv okolních teplot. Naopak pozorujeme jen minimální vliv relativní vlhkosti. Podobného efektu relativní vlhkosti na teplotní profil bylo dosaženo i při teplotách rovných 30 °C.

### 3.2 Nestacionární model

Nestacionární verze modelu nebyla předmětem implementace. Přesto zde odvodíme rovnice, z nichž implementace vychází. Pro odvození rovnic nestacionárního modelu

využijeme Crank-Nicolsovu metodu. budeme vycházet z rovnice (3), kterou zde uvedeme znovu

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\omega}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q_m + \rho_{kv} w_{kv} c_{kv} (T_{kvT} - T) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad [\text{W.m}^{-3}] \quad (92)$$

Crank-Nicolsova metoda (viz např. [24] pro rovnici vedení tepla, obecněji v [26]) je založena na aproximaci pravé strany rovnice (92) zpětnou [24] nebo dopřednou [7] diferencí. Vzhledem k tomu, že Fiala v [7] používá dopřednou diferencí, použijeme ji také

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T_r^{t+1} - T_r^t}{\Delta t} \quad , [\text{K.s}^{-1}] \quad (93)$$

kde index  $r$  značí uzel, index  $t$  značí čas a rozdíl  $\Delta t$  [s] je časový krok. Crank-Nicolsova metoda je bezpodmínečně stabilní [24], řešení tedy nebude divergovat ani při větších časových krocích. Pro úplnost, tvar zpětné difference by byl [24]

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T_r^t - T_r^{t-1}}{\Delta t} \quad . [\text{K.s}^{-1}] \quad (94)$$

Dále je potřeba aproximovat levou stranu rovnice (92). Ta se v rámci Crank-Nicolsovy metody aproximuje aritmetickým průměrem centrálních diferencí v časech  $t$  a  $t+1$  [24]. Vycházíme z tvarů centrální difference (63) a (64), ale v příslušných časových okamžicích

$$\frac{\partial T}{\partial r} \approx \frac{T_{r+1}^t - T_{r-1}^t}{2\Delta r} \quad , [\text{K.m}^{-1}] \quad (95)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} \approx \frac{T_{r+1}^{t+1} - T_{r-1}^{t+1}}{2\Delta r} \quad , [\text{K.m}^{-1}] \quad (96)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \approx \frac{T_{r+1}^t - 2T_r^t + T_{r-1}^t}{(\Delta r)^2} \quad , [\text{K.m}^{-2}] \quad (97)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \approx \frac{T_{r+1}^{t+1} - 2T_r^{t+1} + T_{r-1}^{t+1}}{(\Delta r)^2} \quad . [\text{K.m}^{-2}] \quad (98)$$

Budeme postupovat tak, že nejprve dosadíme (95) a (97) do levé strany (92) a následně (96) a (98) tamtéž, čímž dostaneme vyjádření levé strany (92) v časech  $t$  a  $t+1$

$$LS_t = \lambda_r \left( \frac{T_{r+1}^t - 2T_r^t + T_{r-1}^t}{(\Delta r)^2} + \frac{\omega}{r} \frac{T_{r+1}^t - T_{r-1}^t}{2\Delta r} \right) + q_{m,r}^t + \beta_r^t (T_{kvT}^t - T_r^t) \quad , [\text{W.m}^{-3}] \quad (99)$$

$$LS_{t+1} = \lambda_r \left( \frac{T_{r+1}^{t+1} - 2T_r^{t+1} + T_{r-1}^{t+1}}{(\Delta r)^2} + \frac{\omega}{r} \frac{T_{r+1}^{t+1} - T_{r-1}^{t+1}}{2\Delta r} \right) + q_{m,r}^{t+1} + \beta_r^{t+1} (T_{kvT}^{t+1} - T_r^{t+1}) \quad . [\text{W.m}^{-3}] \quad (100)$$

Nyní vyjádříme (92) pomocí Crank-Nicolsovy metody

$$\frac{LS_t + LS_{t+1}}{2} = \rho_r c_r \frac{T_r^{t+1} - T_r^t}{\Delta t} \quad . [\text{W.m}^{-3}] \quad (101)$$

Do rovnice (101) nyní stačí dosadit z (99) a (100), zavést parametry

$$\delta_r = \frac{(\Delta r)^2}{\lambda_r}, \gamma_r = \frac{\Delta r}{r} \frac{\omega}{2}, \xi_r = 2(\Delta r)^2 \frac{\rho_r c_r}{\lambda_r} \quad ,$$

a po několika úpravách dojdít k vyjádření

$$\begin{aligned} (\gamma_r - 1)T_{r-1}^{t+1} + \left( \frac{\xi_r}{\Delta t} + 2 + \delta_r \beta_r^{t+1} \right) T_r^{t+1} - (1 + \gamma_r)T_{r+1}^{t+1} = \\ = (1 - \gamma_r)T_{r-1}^t + \left( \frac{\xi_r}{\Delta t} - 2 - \delta_r \beta_r^t \right) T_r^t + \\ + (1 + \gamma_r)T_{r+1}^t + \delta_r (\beta_r^{t+1} T_{kvT}^{t+1} + \beta_r^t T_{kvT}^t) + \delta_r (q_{m,r}^{t+1} + q_{m,r}^t) \end{aligned} \quad . [\text{K}] \quad (102)$$

Rovnice (102) se v případě konstantní hodnoty teploty tepenné krve zjednoduší do tvaru

$$\begin{aligned} (\gamma_r - 1)T_{r-1}^{t+1} + \left( \frac{\xi_r}{\Delta t} + 2 + \delta_r \beta_r^{t+1} \right) T_r^{t+1} - (1 + \gamma_r)T_{r+1}^{t+1} = \\ = (1 - \gamma_r)T_{r-1}^t + \left( \frac{\xi_r}{\Delta t} - 2 - \delta_r \beta_r^t \right) T_r^t + \\ + (1 + \gamma_r)T_{r+1}^t + \delta_r T_{kvT} (\beta_r^{t+1} + \beta_r^t) + \delta_r (q_{m,r}^{t+1} + q_{m,r}^t) \end{aligned} \quad , [\text{K}] \quad (103)$$

což však nic nemění na tom, že na pravé straně (103) zůstávají některé členy s prvky vyjádřenými v čase  $t+1$ . Ty bude potřeba odvodit na základě znalosti termoregulačních zásahů. Pro výpočet teplot v uzlech v čase  $t+1$  je totiž nutnost znát pravou stranu (103). Pravá strana představuje výpočet provedený v předcházejícím kroku (čas  $t$ ), zatímco  $t+1$  symbolizuje aktuální čas.

Dále je třeba odvodit rovnice pro první a poslední uzel elementů. Postup bude obdobný jako u stacionárního modelu, ale bude třeba aplikovat Crank-Nicolsovu metodu i na tyto rovnice. Začneme s prvním uzlem. Opět je třeba vypočítat limitu a vyjádřit rovnici (92) ve tvaru

$$\lambda(1 + \omega) \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + q_m + \beta(T_{kvT} - T) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad [\text{W.m}^{-3}] \quad (104)$$

Rovnici (105) je nyní potřeba diskretizovat. Budeme postupovat stejně jako při odvozování rovnice (103) a dostaneme

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\xi_1}{\Delta t} + 2(1 + \omega) + \delta_1 \beta_1^{t+1} \right] T_1^{t+1} - 2(1 + \omega) T_2^{t+1} = \\ = \left[ \frac{\xi_1}{\Delta t} - 2(1 + \omega) - \delta_1 \beta_1^t \right] T_1^t + 2(1 + \omega) T_2^t + \\ + \delta_1 T_{kvT} (\beta_1^{t+1} + \beta_1^t) + \delta_1 (q_{m,1}^{t+1} + q_{m,1}^t) \end{aligned} \quad , [\text{K}] \quad (105)$$

Potřebujeme ještě rovnici pro poslední uzel. Opět budeme postupovat obdobně jako u stacionárního modelu s tím, že aplikujeme Crank-Nicolsovu metodu. Začneme tvarem okrajové podmínky v uzlu  $N$  pro čas  $t$  a  $t+1$

$$\lambda_N \frac{T_{N+1}^t - T_{N-1}^t}{2\Delta r} = h_k^t (T_v^t - T_N^t) + h_s (T_{SR}^t - T_N^t) + U_L (p_v^t - p_N^t) \quad , [\text{W.m}^{-2}] \quad (106)$$

$$\begin{aligned} \lambda_N \frac{T_{N+1}^{t+1} - T_{N-1}^{t+1}}{2\Delta r} = h_k^{t+1} (T_v^{t+1} - T_N^{t+1}) + \\ + h_s (T_{SR}^{t+1} - T_N^{t+1}) + U_L (p_v^{t+1} - p_N^{t+1}) \end{aligned} \quad . [\text{W.m}^{-2}] \quad (107)$$

Vyjádření okrajových podmínek je složitější, protože uvažujeme možnost změn teploty vzduchu, střední radiační teploty i parciálního tlaku vodních par ve vzduchu v průběhu simulací. Rovnici (103) nyní vyjádříme v uzlu  $N$



$$\begin{aligned}
(\gamma_N - 1)T_{N-1}^{t+1} + \left(\frac{\xi_N}{\Delta t} + 2 + \delta_N \beta_N^{t+1}\right) T_N^{t+1} - (1 + \gamma_N)T_{N+1}^{t+1} = \\
= (1 - \gamma_N)T_{N-1}^t + \left(\frac{\xi_N}{\Delta t} - 2 - \delta_N \beta_N^t\right) T_N^t + \quad . [K] \quad (108) \\
+(1 + \gamma_N)T_{N+1}^t + \delta_r T_{kvT}(\beta_N^{t+1} + \beta_N^t) + \delta_N(q_{m,N}^{t+1} + q_{m,N}^t)
\end{aligned}$$

Z rovnic (106) a (107) vyjádříme  $T_{N+1}$  v příslušných časech a dosadíme do (108)

$$\begin{aligned}
-2T_{N-1}^{t+1} + \left[\frac{\xi_N}{\Delta t} + 2 + \delta_N \beta_N^{t+1} + (1 + \gamma_N) \frac{2\Delta r}{\lambda_N} (h_k^{t+1} + h_s^{t+1})\right] T_N^{t+1} = \\
= 2T_{N-1}^t + \left[\frac{\xi_N}{\Delta t} - 2 - \delta_N \beta_N^t - (1 + \gamma_N) \frac{2\Delta r}{\lambda_N} (h_k^t + h_s^t)\right] T_N^t + \\
+\delta_r T_{kvT}(\beta_N^{t+1} + \beta_N^t) + \delta_N(q_{m,N}^{t+1} + q_{m,N}^t) + \quad . [K] \quad (109) \\
+(1 + \gamma_N) \frac{2\Delta r}{\lambda_N} [h_k^{t+1} T_v^{t+1} + h_s^{t+1} T_{SR}^{t+1} + U_L^{t+1}(p_v^{t+1} - p_N^{t+1})] + \\
+(1 + \gamma_N) \frac{2\Delta r}{\lambda_N} [h_k^t T_v^t + h_s^t T_{SR}^t + U_L^t(p_v^t - p_N^t)]
\end{aligned}$$

Tímto máme odvozeny všechny rovnice potřebné pro implementaci nestacionární verze modelu, konkrétně (103), (105) a (109). Metodika sestavování matic je obdobná jako v případě nestacionárního modelu. Označíme jako  $A$  matici, která je tvořena koeficienty u teplot v uzlech v čase  $t+1$  a  $B$  matici tvořenou koeficienty u teplot v uzlech v čase  $t$ . Dále označíme  $b$  vektor, který vznikne ze členů v rovnicích (103), (105) a (109), ve kterých nevystupují teploty v uzlech. Pak platí rovnost

$$A \cdot T^{t+1} = B \cdot T^t + b \quad . [K] \quad (110)$$

Z rovnosti (110) vyplývá, že teplota v následujícím čase je funkcí předcházejícího stavu.

K výpočtu zásahů aktivního systému je třeba znát příslušné distribuční koeficienty zmiňované v Kap. 2. Uvádíme je v Tab. 18.

**Tab. 18** Koeficienty pro výpočet zásahů aktivního systému [7]

<b>element</b> [-]	<b>ast</b> [-]	<b>avd</b> [-]	<b>avk</b> [-]	<b>apo</b> [-]
<b>I</b>	0,0000	0,0550	0,0300	0,0950
<b>II</b>	0,0020	0,0460	0,0330	0,0540
<b>III</b>	0,0020	0,0310	0,0250	0,0420
<b>IV</b>	0,0002	0,0200	0,0100	0,0370
<b>V</b>	0,6305	0,1410	0,0005	0,1010
<b>VI</b>	0,2400	0,1610	0,0205	0,1810
<b>VII</b>	0,0400	0,0950	0,1945	0,1330
<b>VIII</b>	0,0020	0,1210	0,1100	0,0490
<b>IX</b>	0,0813	0,2300	0,2000	0,2610
<b>X</b>	0,0020	0,1000	0,3765	0,0470

## ZÁVĚR

Cílem práce bylo popsat modely tepelného komfortu se zaměřením na Fialův model, jehož zjednodušená verze měla být implementována ve stacionární podobě. Cílů bylo dosaženo částečně.

V první kapitole byla popsána klasifikace modelů tepelného komfortu. Fialův model byl klasifikován jako racionální model tepelného komfortu. Dále zde byly stručně popsány modely, ze kterých tvůrci vycházeli při vývoji modernějších modelů tepelného komfortu (např. Fialova), a to především Stolwijkův a Wisslerův model.

V druhé kapitole byl popsán pasivní systém, aktivní systém a model tepelného pocitu zjednodušeného Fialova modelu. Kapitola byla uvedena Pennesovou rovnicí, z níž vychází numerická formulace stacionární i nestacionární úlohy. Byly zde popsány mechanismy sdílení tepla do okolí a postup výpočtu krevního oběhu, jehož vliv na teplotní profily je, jak se ukázalo při řešení, zcela zásadní.

V závěrečné kapitole byla odvozena numerická formulace stacionární i nestacionární verze zjednodušeného Fialova modelu pro neoblečenou osobu. Před dalším vývojem modelu je důležité dořešit otázku krevního oběhu, spočívající v zahrnutí vlivu proměnné teploty tepenné krve na teplotní profily. Jak se ukázalo, vliv teploty tepenné krve může být veliký a degradovat tak predikce teplotních profilů, potažmo všech ostatních veličin.

Při vystavení pasivního systému Fialova modelu neutrálním tepelným podmínkám se podařilo dospět k téměř správným hodnotám vážených průměrů součinitelů konvekce a sálání dle ploch elementů pasivního systému. Sdílené tepelné toky do okolního prostředí se od Fialova řešení lišily více. Důvodem je zřejmě odlišná hodnota střední teploty kůže, která se od Fialova řešení liší o více než 2 K. Také se ukázalo, že vliv relativní vlhkosti na teplotní profily je ve srovnání s teplotou vzduchu, střední radiační teplotou a efektivní rychlostí vzduchu velmi malý.

Další vývoj modelu je závislý na vyřešení sdílení tepla prostřednictvím krevního oběhu. Následně bude možné řešit nestacionární úlohu, ve které lze zahrnout i vliv termoregulačních mechanismů a na základě výsledků nestacionární úlohy spočítat tepelný pocit.

**SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY**

- [1] DJONGYANG, N., TCHINDA, R., NJOMO, D. Thermal comfort: A review paper. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2010, č. 14, s. 2626-2640, ISSN 1364-0321.
- [2] POKORNÝ, J. Svázání fyziologického modelu s modelem tepelného komfortu. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Energetický ústav, Odbor termomechaniky a techniky prostředí, 2012. Disertační práce.
- [3] TALEGHANI, M., TANPIERIK, M., KURVERS, S., VAN DEN DOBBELSTEEN, A. A review into thermal comfort in buildings. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2013, č. 26, s. 201-215, ISSN 1364-0321.
- [4] MISHRA, A.-K., LOOMANS, M.-G.-L.-C., HENSEN, J.-M.-L. Thermal comfort of heterogeneous and dynamic indoor conditions – An overview. *Building and Environment*, 2016, č. 109, s. 82-100, ISSN 0360-1323.
- [5] ENESCU, D. A review of thermal comfort models and indicators for indoor environments. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2017, č. 79, s. 1353-1379, ISSN 1364-0321.
- [6] GUEDES, J. Mathematical Modelling of Human Thermoregulation in Hot Environments. University of Porto, Faculty of Engineering, 2016, Ph.D. Thesis.
- [7] FIALA, D. Dynamic Simulation of Human Heat Transfer and Thermal Comfort. De Montfort University, Institute of Energy and Sustainable Development, 1998, Ph.D. Thesis.
- [8] MISHRA, A.-K., RAMGOPAL, M. Field studies on human thermal comfort – An overview. *Building and Environment*, 2013, č. 64, s. 94-106, ISSN 0360-1323.
- [9] OROSA, J.-A., OLIVIEIRA, A.-C. A new thermal comfort approach comparing adaptive and PMV models. *Renewable Energy*, 2011, č. 36, s. 951-956, ISSN 0960-1481.
- [10] KIM, J.-T., LIN, J.-H., CHO, S.-H., YUN, G.-Y. Development of the adaptive PMV model for improving prediction performances. *Energy and Buildings*, 2015, č. 98, s. 100-105, ISSN 0378-7788.

- [11] SCHAUDIENST, F., VOGDT, F. Fanger's model of thermal comfort: a model suitable just for men? *Energy Procedia*, 2017, č. 132, s. 129-134, ISSN 1876-6102.
- [12] CROITORU, C., NASTASE, I., BODE, F., MESLEM, A., DOGEANU, A. Thermal comfort models for indoor spaces and vehicles – Current capabilities and future perspectives. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2015, č. 44, s. 304-318, ISSN 1364-0321.
- [13] FIALA, D...et al. UTCI-Fiala multi-node model of human heat transfer and temperature regulation. *International Journal of Biometeorology*, 2011, Special issue pp. 1-13, ISSN 0020-7128.
- [14] SUND-LEVANDER, M. Measurement and Evaluation of Body Temperature: Implications for Clinical Practice. Linköping University, Faculty of Health Sciences, Department of Medicine and Care, Division of Clinical Physiology, 2004, Ph.D. Thesis.
- [15] LUO, N., WENG, W.-G., Fu, M. Theoretical analysis of the effects of human movement on the combined free-forced convection. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, č. 91, s. 37-44, ISSN 0017-9310.
- [16] LUO, N., WENG, W.-G., Fu, M., YANG, J., HAN, Z.-Y. Experimental study of the effects of human movement on the convective heat transfer coefficient. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2014, č. 57, s. 40-56, ISSN 0894-1777.
- [17] LI, C., ITO, K. Numerical and experimental estimation of convective heat transfer coefficient of human body under strong forced convective flow. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2014, č. 126, s. 107-117, ISSN 0167-6105.
- [18] ONO, T., MURAKAMI, S., OOKA, R., OMORI, T. Numerical and experimental study on convective heat transfer of the human body in the outdoor environment. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2008, č. 96, s. 1719-1732, ISSN 0167-6105.
- [19] OLIVEIRA, M., VIRGÍLIO, A., GASPAR, A.-R., FRANCISCO, S.-C., QUINTELA, D.-A. Analysis of natural and forced convection heat losses from a thermal manikin Comparative assessment of the static and dynamic postures. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2014, č. 132, s. 66-76, ISSN 0167-6105.

[20] ČSN EN ISO 9920 *Ergonomie tepelného prostředí - Stanovení tepelné izolace a odporu odpařování oděvu*. ICS 13.180.61.020. Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, prosinec 2009.

[21] STULL, R. *Practical Meteorology: An Algebra-based Survey of Atmospheric Science*. University of British Columbia, 2015. 940 s., ISBN 978-0-88865-283-6.

[22] HORÁKOVÁ, Z. Voda. Liberec, 2010. Bakalářská práce (Bc.). Technická univerzita v Liberci, Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická, Katedra fyziky, květen 2010.

[23] HOLOPAINEN, R., TUOMAALA, P., HERNANDEZ, P., HÄKKINEN, T., PIIRA, K., PIIPPO, J. Comfort assessment in the context of sustainable buildings: Comparison of simplified and detailed human thermal sensation methods. *Building and Environment*, 2014, č. 71, s. 60-70, ISSN 0360-1323.

[24] RECKTENWALD, G.-W. *Finite-Difference Approximations to the Heat Equation*. Portland State University, Mechanical Engineering Department, 2011.

[25] Özişik, M.-N. *Finite Difference Methods in Heat Transfer*. CRC Press, North Carolina State University, Mechanical and Aerospace Engineering Department, 1994. ISBN 0-8493-2491-2.

[26] *Numerical solution of partial differential equations with finite difference methods* [online]. Norwegian University of Science and Technology (NTNU Trondheim) [vid. 5.7.2018]. Dostupné z:  
<https://wiki.math.ntnu.no/media/tma4212/2017v/master.pdf>