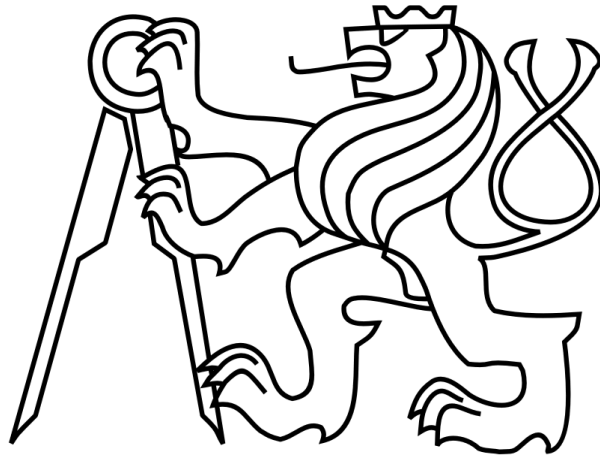


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

Ústav výrobních strojů a zařízení



Bakalářská práce

Modely tuhostí kuličkových šroubů

2018

Tomáš Maroušek

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Maroušek** Jméno: **Tomáš** Osobní číslo: **457570**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávací katedra/ústav: **Ústav výrobních strojů a zařízení**
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**
Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Modely tuhostí kuličkových šroubů

Název bakalářské práce anglicky:

Ball Screw Stiffness Models

Pokyny pro vypracování:

Popis tématu: Rešerše a porovnání modelů pro výpočet statické tahové, torzní a redukované tuhosti kuličkových šroubů; Osnova práce: Rešerše současných modelů pro určení tuhosti kuličkových šroubů, porovnání těchto metod a jejich odchylek od referenčního MKP modelu, vytvoření jednoduchého nástroje pro výpočet tuhostí šroubů; Rozsah textové části: 40-60 stran;

Seznam doporučené literatury:

SOUČEK, Pavel. Servomechanismy ve výrobních strojích. Praha: ČVUT v Praze, 2005;

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

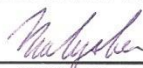
Ing. Vojtěch Matyska, Ph.D., ústav výrobních strojů a zařízení FS


Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **12.04.2018**

Termín odevzdání bakalářské práce: **13.07.2018**

Platnost zadání bakalářské práce: **30.09.2018**


Ing. Vojtěch Matyska, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

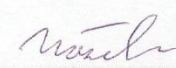

Ing. Petr Kolář, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

30.4.2018
Datum převzetí zadání


Podpis studenta

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl v příloženém seznamu veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací, vydaným ČVUT v Praze 1. 7. 2009.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 13.7.2018

.....

podpis

PODĚKOVÁNÍ

Chtěl bych poděkovat vedoucímu práce panu Ing. Vojtěchu Matyskovi, Ph.D. za svědomité vedení bakalářské práce a panu Ing. Aleši Šimůnkovi za odbornou pomoc při práci s programem Ansys 19.0. Dále bych chtěl poděkovat své rodině za podporu a za její trpělivost při studiu i tvorbě této bakalářské práce.

Anotace

Autor:	Tomáš Maroušek
Název BP:	Modely tuhostí kuličkových šroubů
Rozsah práce:	48. str., 15 obr., 11 tab.
Školní rok vyhotovení:	2017/2018
Škola:	ČVUT - Fakulta strojní
Ústav:	Ústav výrobních strojů a zařízení
Vedoucí bakalářské práce:	Ing. Vojtěch Matyska, Ph.D.
Konzultant:	-
Zadavatel:	ČVUT - FS, Ú12135
Využití:	Vhodná náhrada složitých numerických výpočtů tuhosti kuličkového šroubu jednoduchým analytickým modelem.
Klíčová slova:	kuličkový šroub, tuhost, model tuhosti, síla, krouticí moment
Anotace:	Bakalářská práce se zabývá modely tuhostí kuličkových šroubů. Po zjištění tuhostí zjednodušených kuličkových šroubů a MKP modelu, je stanoven nejlepší zjednodušený model.

Annotation

Author:	Tomáš Maroušek
Title of bachelor dissertation:	Ball Screw Stiffness Models
Extent:	48. p., 15 fig., 11 tab.
Academic year:	2017/2018
University:	CTU in Prague - Faculty of Mechanical Engineering
Department:	Department of Production Machines and Equipment
Supervisor:	Ing. Vojtěch Matyska, Ph.D.
Consultant:	-
Submitter of the Theme:	CTU in Prague - Faculty of Mechanical Engineering, D12135
Application:	Appropriate substitute of the complex numerical calculations of the ball screws stiffness with a simple analytical model.
Key words:	ball screw, stiffness, stiffness model, force, torque
Annotation:	The bachelor thesis deals with ball screw stiffness models. After the stiffness of the simplified ball screws and the MKP model is determined, the best simplified model is determined.

Obsah

PŘEHLED POUŽITÝCH VELIČIN A JEDNOTEK.....	9
1 ÚVOD	11
2 CÍLE PRÁCE.....	13
3 SOUČASNÝ STAV PROBLEMATIKY	14
3.1 Virtuální modely	14
3.2 Vztahy pro výpočet tuhosti	15
3.3 Model tuhosti č. 1 – vnější průměr D_{out}	16
3.4 Model tuhosti č. 2 – vnitřní průměr D_{in}	17
3.5 Model tuhosti č. 3 – efektivní průměr D_{ef}	17
3.6 Model tuhosti č. 4 – výpočet D_{es} pomocí plochy S průřezu šroubu.....	18
3.7 Model tuhosti č. 5 – výpočet D_{eJ} pomocí polárního momentu J_p průřezu šroubu	18
3.8 Model tuhosti č. 6 – plný s uvažováním závitu	19
3.9 Referenční model tuhosti – MKP výpočet	19
4 REFERENČNÍ MKP MODEL	20
4.1 Vytvoření CAD modelu	21
4.2 Popis MKP modelu a jeho tvorby	21
4.3 Minimalizace chyb vzniklé diskretizací MKP modelu	23
4.3.1 Řešení linearitu tuhostí modelů při změně délky úseku šroubu	23
4.3.2 Vliv umístění působivé zatížení	26
4.3.3 Vliv závitu na využití materiálu.....	27
4.3.4 Ověření výpočetní přesnosti „křížových“ tuhostí	29
4.4 Stručné shrnutí kapitoly.....	30
5 TVORBA NÁSTROJE PRO VÝPOČET TUHOSTI	33



5.1	Excelovská kalkulačka	33
5.2	Stručné shrnutí kapitoly.....	38
6	POROVNÁNÍ MODELŮ	39
6.1	Stanovení odchylek od referenčního modelu.....	39
6.2	Stručné shrnutí kapitoly.....	43
7	ZÁVĚR	44
8	SEZNAMY	46
8.1	Seznam obrázků.....	46
8.2	Seznam tabulek	46
8.3	Seznam použitého softwaru	47
8.4	Seznam použité literatury	47
8.5	Seznam příloh.....	48

Přehled použitých veličin a jednotek

D	[m]	obecný průměr kulaté tyče, nominální průměr šroubu
d_0	[m]	průměr oběžných kuliček
D_{ef}	[m]	efektivní průměr
D_{eJ}	[m]	průměr vypočtený pomocí polárního momentu v průřezu J_p šroubu
D_{eS}	[m]	průměr vypočtený pomocí plochy S průřezu šroubu
D_{in}	[m]	vnitřní průměr
D_{out}	[m]	vnější průměr
E	[Pa]	modul pružnosti v tahu
F	[N]	axiální síla
G	[Pa]	modul pružnosti ve smyku
h	[m·rad ⁻¹]	stoupání závitu
I	[kg·m ²]	moment setrvačnosti
J_p	[m ⁴]	polární moment v průřezu
k_K	[Nm·rad ⁻¹]	krutová (torzní) tuhost
k_k	[N·m ⁻¹ , N·μm ⁻¹]	redukovaná krutová tuhost
k_t	[N·m ⁻¹ , N·μm ⁻¹]	tahová tuhost
L	[mm]	délka úseku šroubu
m	[kg]	hmotnost



M_k	[N·m]	krouticí moment
r	[m]	poloměr šroubu
S	[m ²]	obsah plochy průřezu
s	[mm·ot ⁻¹]	stoupání závitu
V	[m ³]	objem úseku šroubu
y	[m]	aktivní délka úseku šroubu
α	[°]	úhel mezi stykovou normálou a kolmicí na osu rotace
β	[°]	úhel stoupání závitu
Δy	[m]	deformace aktivní délky úseku šroubu
$\Delta\varphi$	[rad]	nakroucení
ε	[-]	poměrné prodloužení
μ	[-]	Poissonova konstanta
ρ	[kg·m ⁻³]	hustota
σ	[Pa]	napětí

1 Úvod [1][2]

U pohybových šroubů, jež spadají do oblasti vložených převodů, lze sledovat jen malé množství nevýhod. Kuličkový šroub jakožto prvek použitý pro přenos pohybu je zpravidla dražší než jiná možná řešení. Další nevýhoda spočívá v zajištění velice intenzivního a precizního způsobu mazání a zakrytí od vnějších vlivů prostředí. A také se mezi nevýhody řadí omezení jeho maximální možné délky.

Největší výhodou převodu krouticího momentu na lineární pohyb za pomoci kuličkových šroubů je stupeň efektivity, kdy lze v určitých situacích docílit účinnosti 90% i větší, čehož nelze v žádných obdobných zařízeních dosáhnout. Další předností kuličkových šroubů je velká přesnost pohybu, které je dosaženo prostřednictvím předpětí matice kuličkového šroubu, které eliminuje vůle a díky samotné výrobě kuličkového šroubu, která je velmi přesná. Během provozu dochází k minimálnímu oteplování a k malému opotřebení. Také je potlačen vznik trhavých pohybů. Kuličkové šrouby mají díky těmto vlastnostem vysokou životnost.

Hlavním a nejběžnějším problémem, s kterým je potřeba se vypořádat k dosažení přesného pohybového systému v obráběcích strojích, je tuhost (poddajnost) pohybových šroubů. Především se jedná o osové deformace šroubů, tedy tahové (tlakové) a po přepočtu přes stoupání závitu i deformace krutové. Ohybovému namáhání pozornost věnována nebude, neboť neomezuje dynamické chování a přesnost.

V dnešní době, kdy je kladen velký důraz na kvalitní, rychlou a pokud možno levnou výrobu všech zařízení, je zapotřebí věnovat se ve větší míře samotné přípravě výrobních strojů ve virtuálním prostředí, než samotnému vývoji v hmotné podobě. Ideálním případem je tvorba virtuálního stroje a následné zkoušení těchto modelů ve virtuálním světě za pomoci analýzy v různých programech. To šetří náklady při výrobě různých prototypů. Tím je umožněno řešení mnoha problémů, které by mohly nastávat na skutečném stroji a může být odladěno co nejvíce detailů, než se stroj nechá vyrobít a testují se už jen věci, které nelze za pomoci virtuální reality vyřešit.

Při tvorbě virtuálních modelů nutně dochází ke zjednodušování, které vede k nepřesnostem těchto modelů. Pro spolehlivost výpočtů a simulací na virtuálních strojích vzhledem k reálnému chování skutečného stroje, je třeba, aby virtuální stroj byl dostatečně přesný. Toho lze dosáhnout jen použitím modelů částí stroje, u kterých je



tato nepřesnost minimální. Model kuličkového šroubu je jednou z těchto částí, která má velký vliv na výslednou přesnost celkového virtuálního modelu. Proto je potřeba sestavit co nejpřesnější model tuhosti kuličkového šroubu, nikoliv jen model „na straně bezpečnosti“ (jak je obvyklé např. při dimenzování). Navíc u výpočtů dynamického chování je obtížné stanovit, co je „na straně bezpečnosti“. Porovnáním jednotlivých modelů tuhosti kuličkových šroubů se zabývá tato bakalářská práce.

2 Cíle práce

Tato práce se bude zabírat modely tuhostí kuličkových šroubů, teda ne celou kinematickou dvojicí (matice – kuličkový šroub), ale pouze samostatným kuličkovým šroubem. V dílčích kapitolách bude postupně rozebrán postup při výběru vhodného tuhostního modelu. Při postupu této práce bude potřeba splnit následující body:

1. vyhledání náhradních modelů kuličkových šroubů
2. tvorba referenčního modelu
 - ověření správnosti referenčního modelu (minimalizace nepřesností modelu)
3. vytvoření výpočetního nástroje
 - nástroj sloužící k výpočtu tuhostí elementů kuličkového šroubu
4. srovnání hodnot získaných z referenčního MKP modelu s vypočtenými hodnotami ostatních náhradních modelů, výběr nejlepšího tuhostního modelu

Hlavním cílem této práce je stanovení nejlepšího modelu, jehož tuhost se bude nejvíce blížit k tuhosti referenčního MKP výpočtu, který je v této práci brán jako model blížící se nejvíce k reálnému chování kuličkového šroubu.

3 Současný stav problematiky

3.1 Virtuální modely [9][10][11]

V době Průmyslu 4.0 je kladen důraz na virtuální modely. Virtuální model stroje je běžně sestavován z MKP modelu nosné struktury stroje, z modelů mechanické stavby pohonů jednotlivých os stroje, z modelu řízení (regulace), a z modelu nebo jádra řídicího systému stroje (interpolátoru).

Mechanickou stavbu pohonů lze modelovat v prostředí MKP spolu s nosnou strukturou stroje včetně všech detailů. Ale tvorba takového modelu by byla až příliš náročná, výsledný MKP model by byl velmi složitý a jeho výpočet náročný na čas. Proto je snaha o zjednodušení modelu pohonů (např. modelování šroubů za pomoci „BEAM“ prvků). V tomto případě je kuličkový šroub zjednodušen na tyč kruhového průřezu. Zjednodušením se dopouštíme nepřesností, a proto je zapotřebí hledat co nejhodnější modely částí pohonů, v tomto případě kuličkového šroubu.

Náhradou mechanické stavby pohonu dojde k zjednodušení této části virtuálního modelu. Model mechanické části stroje ale nelze zjednodušit natolik, aby jej bylo možno popsat jednoduchými analytickými vztahy, používanými např. pro popis dvouhmotových modelů. Řetězec pohonu je tvořen několika částmi, jejichž vlastnosti je do modelu obecně potřeba zahrnout, ale ne všechny však musí v daném případě být dominantní. Mezi tyto části se řadí rotor motoru, spojka, kuličkový šroub a matice, uložení šroubu, pohyblivá část nosné struktury i případný vložený převod ozubeným řemenem. U kuličkového šroubu se musí uvažovat jeho podélná a torzní poddajnost. Ukazuje se, že tyto vlastnosti kuličkových šroubů jsou pro virtuální model klíčové.

Matematické modely, u nichž jsou zohledňovány vlastnosti jednotlivých částí, proto obvykle vycházejí vícehmotové, eventuálně obsahují kontinuální prvky (cca 10 souřadnic), což je v souladu s fyzikální představou. Vícehmotový model může být s výhodou využit k modální nebo citlivostní analýze, které mohou být velmi efektivními nástroji pro optimalizaci dynamických vlastností posuvové osy. Z důvodu optimalizačních a citlivostních výpočtů je mechanická stavba pohonu modelována zvlášť od nosné struktury stroje a připojuje se k ní až později. Změna vlastností pohonu

je totiž v MKP výpočtu složitější a časově náročnější než když je pohon modelován zvlášť.

Část prvků pohybové osy je modelována soustředěnými parametry (např. model motoru). Kuličkový šroub se chová jako kontinuum (plynule rozprostřené setrvačné a tuhostní vlastnosti) a při jeho diskretizaci je toto nutné respektovat. Proto je modelován pomocí několika elementů s vlastnostmi kontinua, které ovlivňují jeho podélné (axiální) a torzní kmitání (Obr. 3.1). Tyto elementy však reprezentují pouze tyč s konstantními průřezovými vlastnostmi zanedbávající šroubovici závitu (viz popis zjednodušení výše). Proto je tato práce zaměřena na nalezení vhodného tuhostního modelu kuličkového šroubu, u kterého bude mít toto zjednodušení nejmenší vliv na přesnost výpočtu tuhosti elementů.



Obr. 3.1 Výsledné prvky pro modelování axiálních (vlevo) a torzních (vpravo) kmitů [9]

3.2 Vztahy pro výpočet tuhosti [5][6][8]

V této práci jsou uvažovány pouze délkové a krutové deformace šroubu. Délkové deformace u tělesa matice jsou zanedbávány.

Pro tahovou (tlakovou) tuhost hladké tyče s průměrem D a aktivní délkou y platí Hookeův zákon:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad (1)$$

kde σ je tahové (tlakové) napětí a platí pro něj vztah:

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{\pi \cdot D^2 / 4} \quad (2)$$

a ε je poměrné délkové prodloužení a lze jej spočítat:

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{y} \quad (3)$$

Pro tahovou tuhost platí vztah:

$$k_t = \frac{F}{\Delta y} = \frac{E \cdot S}{y} \quad (4)$$

kde po dosazení za plochu S (pro tyč s kruhovým průřezem) získáváme vztah:

$$k_t = \frac{E \cdot \pi \cdot D^2}{4 \cdot y} \quad (5)$$

Nakroucení aktivní délky y lze vypočítat ze vztahu:

$$\Delta\varphi = \frac{32 \cdot y \cdot M_k}{\pi \cdot G \cdot D^4} \quad (6)$$

Z rovnice lze odvodit vztah pro krutovou tuhost:

$$k_K = \frac{\pi \cdot G \cdot D^4}{32 \cdot y} \quad (7)$$

Po přepočtu na axiální posuv vychází

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta y}{h} = \frac{32 \cdot F \cdot h \cdot y}{\pi \cdot G \cdot D^4} \quad (8)$$

Redukovaná krutová tuhost je

$$k_k = \frac{F}{\Delta y} = \frac{\pi \cdot G \cdot D^4}{32 \cdot h^2 \cdot y} \quad (9)$$

kde G je modul pružnosti ve smyku

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)} \quad (10)$$

Těchto vztahů bude využito v následujících tuhostních modelech.

3.3 Model tuhosti č. 1 – vnější průměr D_{out}

Jednou z možností při vytváření tuhostního modelu, zohledňující tahové a krutové deformace, je uvažování šroubu jako hladkou tyč s délkou L o průměru D_{out} (viz Obr. 3.2), kde D_{out} je nominální průměr šroubu D, který je výrobním značením

kuličkových šroubů. Tento tuhostní model byl vybrán na základě katalogu KSK [4], ve kterém se při výpočtech používá právě nominální průměr šroubu.

Tento nominální průměr šroubu D bude použit ve vztazích (5), (7) a (9) pro výpočet tuhostí úseků kuličkového šroubu.

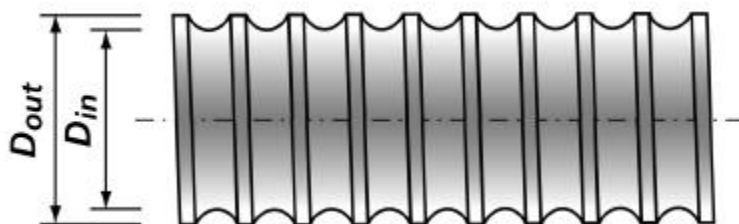
3.4 Model tuhosti č. 2 – vnitřní průměr D_{in}

Další možný tuhostní model, zohledňující tahové a krutové deformace, který byl vybrán na základě analogie s postupem dimenzování šroubů [7], je uvažování šroubu jako hladké tyče s délkou L o průměru D_{in} (viz Obr. 3.2), kde D_{in} představuje průměr jádra kuličkového šroubu. A vypočte se podle vztahu:

$$D_{in} = D - d_0 \quad (11)$$

kde D značí nominální průměr šroubu a d_0 průměr kuliček.

Tento vnitřní průměr šroubu D_{in} bude dosazován do vztahů (5), (7) a (9) za průměr D pro výpočet tuhostí úseků kuličkového šroubu.



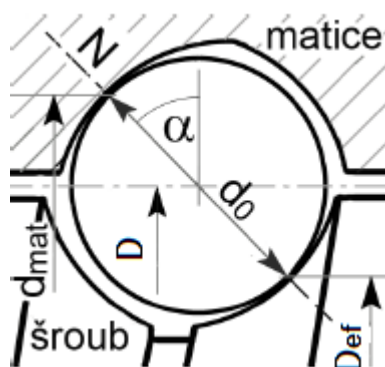
Obr. 3.2 Geometrická charakteristika kuličkového šroubu [8]

3.5 Model tuhosti č. 3 – efektivní průměr D_{ef}

U tohoto modelu budeme počítat s tzv. efektivním průměrem D_{ef} (není roven střednímu průměru závitu), který byl vybrán z literatury [5]. Pro kuličkový šroub je efektivní průměr přibližně

$$D_{ef} = D - d_0 \cdot \cos \alpha \quad (12)$$

kde D je průměr oběžné dráhy středů kuliček (tedy jmenovitý průměr), $\alpha = 45^\circ$ je úhel mezi stykovou normálou a kolmicí na osu rotace a d_0 průměr kuliček, které se dotýkají šroubu na průměru D_{ef} (viz Obr. 3.3).



Obr. 3.3 Dvoubodový styk kuličky v profilu závitu [12]

Efektivní průměr šroubu D_{ef} bude následně použit ve vztazích (5), (7) a (9) pro výpočet tuhostí úseků kuličkového šroubu.

3.6 Model tuhosti č. 4 – výpočet D_{es} pomocí plochy S průřezu šroubu

V tomto modelu jsou využívány přesné plochy S průřezu kuličkového šroubu, která se získá z vytvořeného modelu v CAD programu. Tento model byl vybrán na základě výpočtů tahové deformace [6], kdy se předpokládá stejná plocha průřezu jako u referenčního MKP modelu a z toho vycházející stejná tahová tuhost. Ze zjištěné plochy S se vypočítá za pomoci jednoduchého analytického vztahu pro výpočet obsahu hladké tyče potřebný průměr

$$D_{es} = \sqrt{\frac{4 \cdot S}{\pi}} \quad (13)$$

kde D_{es} je průměr hladké tyče, jejíž průřez S je stejný jako průřez šroubu se závitem.

Tento průměr šroubu D_{es} bude použit ve vztazích (5), (7) a (9) pro výpočet tuhostí úseků kuličkového šroubu.

3.7 Model tuhosti č. 5 – výpočet D_{eJ} pomocí polárního momentu v průřezu J_p šroubu

U tohoto modelu je využito polárního momentu v průřezu J_p kuličkového šroubu, který se získá na základě vytvořeného modelu v CAD programu. Tento model byl

vybrán na základě výpočtů krutové deformace [6], kdy je předpokládán stejný polární moment v průřezu J_p jako u referenčního MKP modelu a odpovídají tomu i stejné hodnoty torzní tuhosti. Ze zjištěného J_p se vypočítá za pomoci analytického vztahu pro výpočet polárního momentu v průřezu J_p hladké tyče potřebný průměr pro následný výpočet tuhosti

$$D_{eJ} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot J_p}{\pi}} \quad (14)$$

kde D_{eJ} je průměr hladké tyče, jejíž polární moment v průřezu J_p je stejný jako polární moment v průřezu šroubu se závitem.

Tento průměr šroubu D_{eJ} bude dosazován do vztahů (5), (7) a (9) za průměr D pro výpočet tuhostí úseků kuličkového šroubu.

3.8 Model tuhosti č. 6 – plný s uvažováním závitu

Pokud by existoval plný analytický model tuhosti, který by uvažoval šroubovici závitu se všemi jejími vlivy, byl by asi nejuvěrnějším popisem. V rámci této rešerše ale nebyla nalezena žádná analytická teorie, která by zohledňovala rotaci průřezu podél šroubovice závitu kuličkového šroubu. Tento model tak nebude použit.

3.9 Referenční model tuhosti – MKP výpočet

Všechny výše zmíněné tuhostní modely by bylo potřeba srovnat s reálnou (měřenou) tuhostí kuličkového šroubu, aby mohla být stanovena odchylka modelu od reality. Protože měření tuhostí kuličkových šroubů je svojí náročností (časovou a finanční) vysoko nad požadovaným rámcem této práce, jako referenční model bude využit MKP výpočet hmotového modelu (tzv. solid model) šroubu, vytvořený standardními postupy v MKP řešiči. Tento model bude popsán v kapitole 4. Všechny tuhostní modely budou postupně porovnány s tímto modelem kuličkového šroubu a bude stanovena odchylka tuhosti.

4 Referenční MKP model

Tato kapitola bude věnována vytvoření referenčních MKP modelů 17 vybraných kuličkových šroubů, kdy bylo vybráno 14 jednochodých a 3 dvouchodé kuličkové šrouby (viz Tab. 4.1) z katalogu KSK [3][4] s parametry: D – průměr šroubu, s – stoupání závitu, d_0 – průměr kuliček.

Úhel stoupání závitu β [7], který je také uveden v Tab. 4.1, je definován pomocí vztahu:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{s}{\pi \cdot d} \quad (15)$$

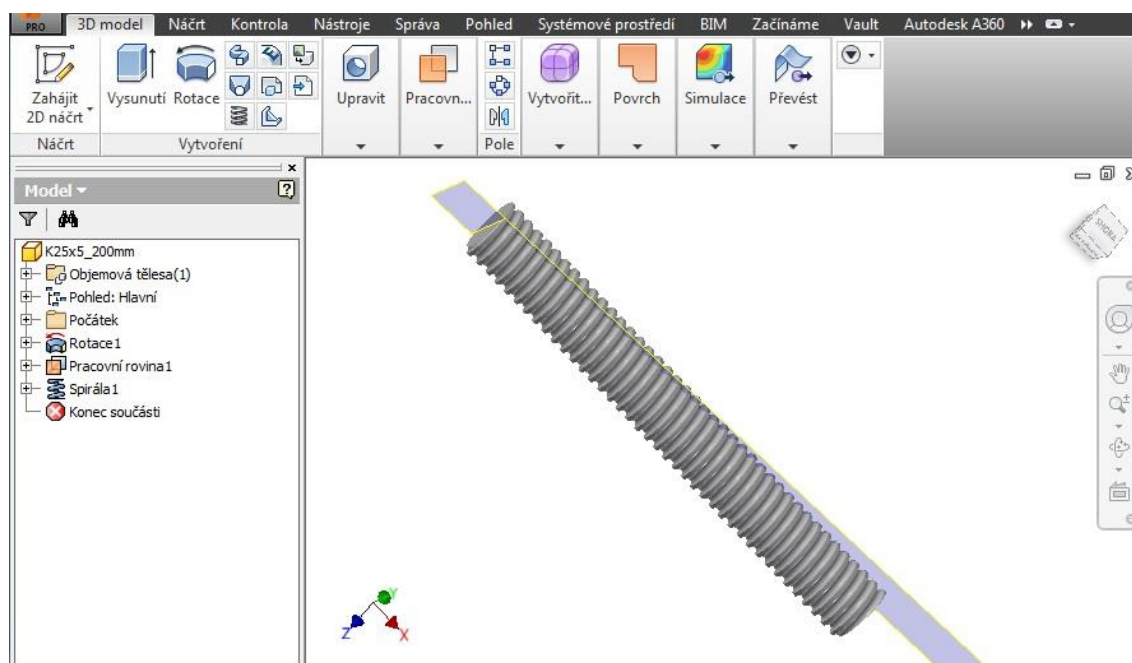
Tab. 4.1 Přehled kuličkových šroubů

kuličkový šroub	D [mm]	s [mm]	d_0 [mm]	β [°]
K25x5	25	5	3,5	3°38'34"
K32x5	32	5	3,5	2°50'50"
K32x10	32	10	6,35	5°40'50"
K50x5	50	5	3,5	1°49'23"
K50x10	50	10	6,35	3°38'34"
K50x15	50	15	7,938	5°27'17"
K50x20	50	20	7,938	7°15'22"
K63x10	63	10	6,35	2°53'33"
K80x10	80	10	7,144	2°16'43"
K100x10	100	10	7,144	1°49'23"
K100x20	100	20	12,7	3°38'34"
K32x32_1	32	32	3,969	17°39'24"
K32x32_2	32	32	3,969	17°39'24"
K50x50_1	50	50	7,144	17°39'24"
K50x50_2	50	50	7,144	17°39'24"
K80x40_1	80	40	10,319	9°02'35"
K80x40_2	80	40	10,319	9°02'35"

4.1 Vytvoření CAD modelu

CAD model byl vytvářen v programovém rozhraní Autodesk Inventor 2016, kde byla za pomoci 2D náčrtu s údaji o délce a průměru vytvořena tyč za pomoci rotace. Následně byla vytvořena pracovní rovina, která prochází osou Y tyče s vychýlením o úhel β (úhel stoupání závitu) oproti rovině XY.

V CAD modelu kuličkového šroubu byl vytvořen zjednodušený prvek závitu (výrobce kuličkových jednotek nedodává přesné rozměry gotického profilu, z tohoto důvodu byl modelován závit s jednoduchým kruhovým profilem závitu) ve vytvořené pracovní (normální) rovině. Za pomoci prvku „Spirála“ byl prvek závitu rotován kolem osy X šroubu a vznikl kruhový závit šroubu (viz Obr. 4.1). A s pomocí CAD modelu byl následně zjištěn obsah plochy v průřezu S a polární moment v průřezu J_p , pro modely z kapitol 3.6 a 3.7.

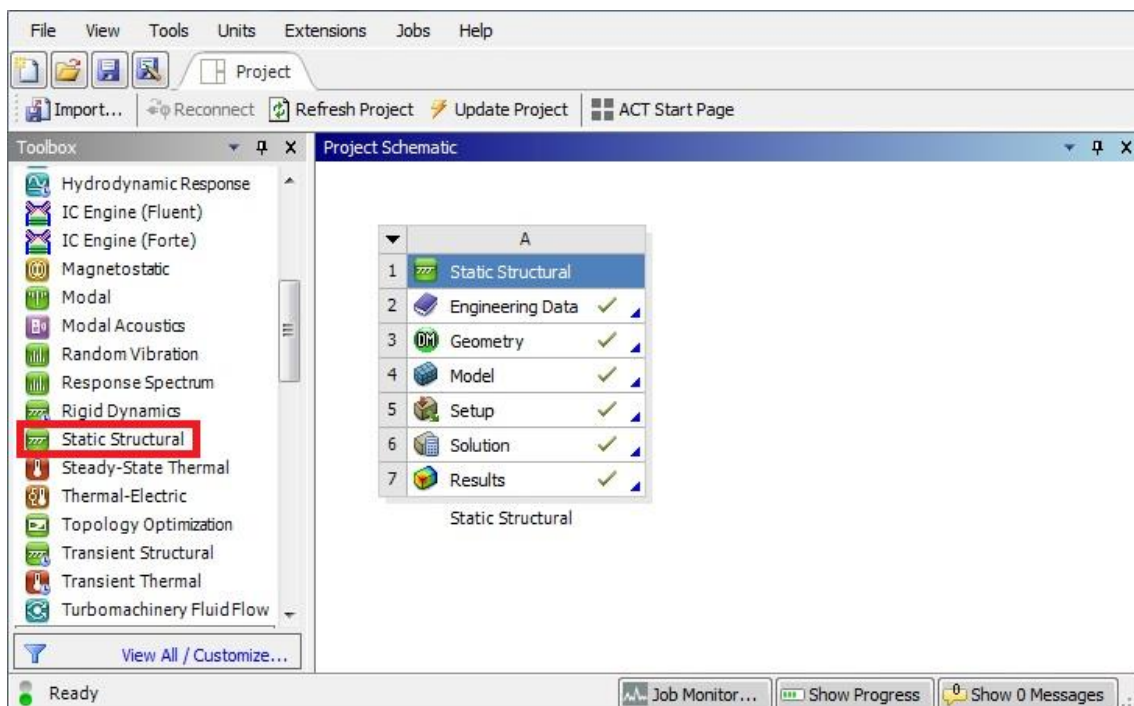


Obr. 4.1 Rozhraní vytváření CAD modelu kuličkového šroubu včetně zobrazené pomocné pracovní roviny sklopené o úhel β

4.2 Popis MKP modelu a jeho tvorby

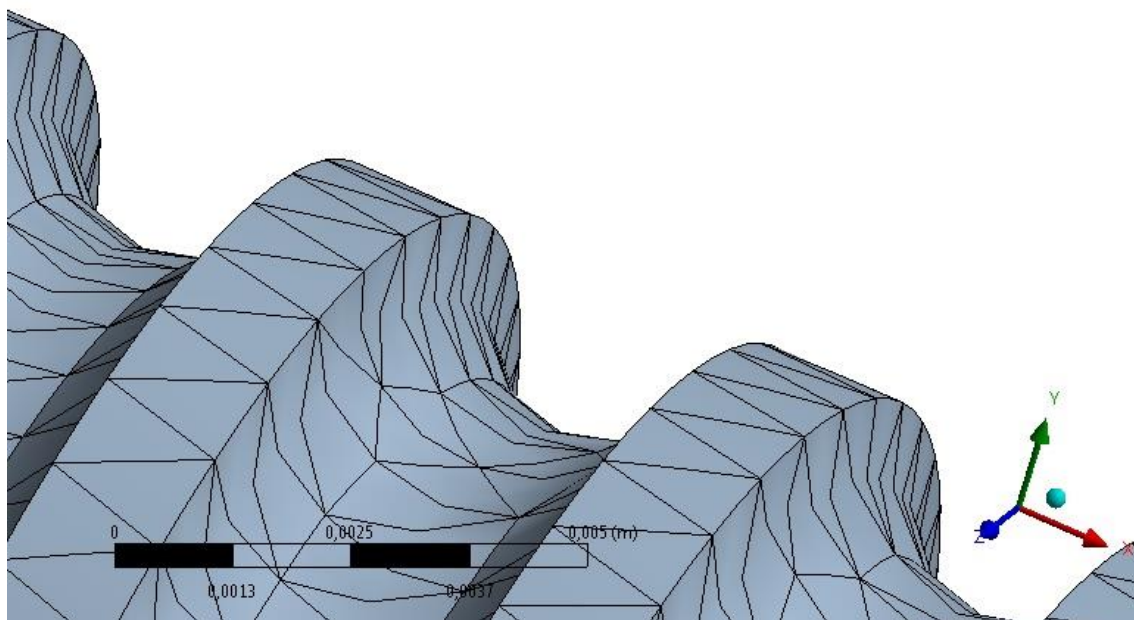
MKP model vznikl za pomoci programu ANSYS 19.0.

V rozhraní Workbench 19.0 bylo vytvořeno nové schéma projektu (viz Obr. 4.2), které dále sloužilo k dílčí práci a vytvoření modelu. Bylo potřeba nastavit fyzikální vlastností šroubu a následně importovat geometrii z CAD modelu.



Obr. 4.2 Schéma projektu MKP modelu

U všech MKP modelů bylo nutné nastavení stejného síťování, kvůli následnému porovnání, s ohledem na kvalitu elementů sítě. Byla zvolena kvadratická síť o velikosti elementů 1,5 mm, která byla tvořena čtyřstěny (viz Obr. 4.3).



Obr. 4.3 Detail závitu MKP modelu se síťováním

Dále bylo potřeba šroub ukotvit a zatížit. Ukotvení bylo vytvořeno fixováním jedné čelní strany šroubu, kde bylo využito celé geometrie čela. Šroub se zatěžoval přes vzdálený bod (tzv. Remote Point), který byl rovnoměrně připojen k druhé čelní straně. Axiální síla (1000N) nebo krouticí moment (1Nm) tak působily rovnoměrným zatížením.

Dále bylo zapotřebí nastavení výpočtu rotace kolem vlastní osy šroubu, čehož bylo docíleno pomocí příkazu $Nrotx=rotx(nzatez)$. Následně proběhl numerický výpočet a při působení axiální síly byla získána hlavní deformace ve směru osy X a z ní následně dopočtena tahová tuhost. Bylo očekáváno, že tahová síla způsobí i nakroucení kolem osy rotace X, které vzniká díky závitům. Vypočtená tuhost z nakroucení, způsobeného axiální silou, bude v této práci nazývána „axiální křížovou“ tuhostí. Analogicky při působení krouticího momentu bylo hlavní deformací nakroucení kolem vlastní osy rotace a z něj vypočtena torzní tuhost. Bylo předpokládáno, že krouticí moment způsobí i deformace ve směru osy rotace X a tato tuhost bude nazývána jako „torzní křížová“.

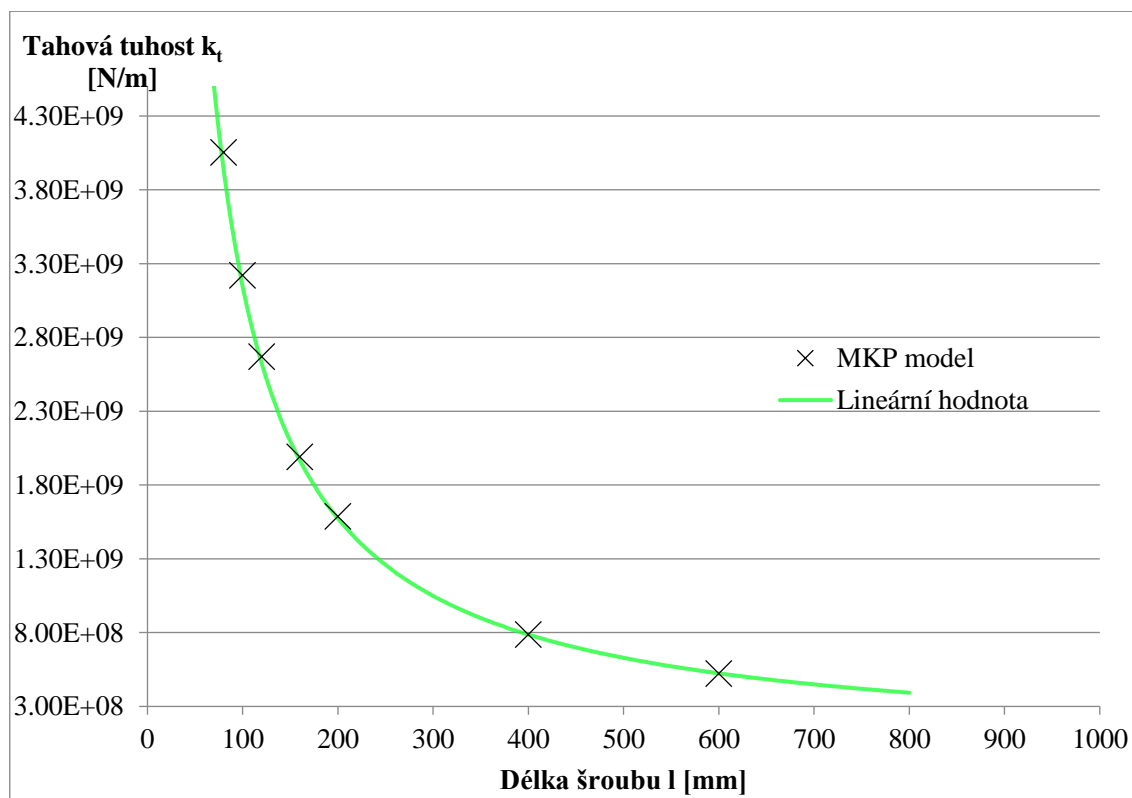
4.3 Minimalizace chyb vzniklé diskretizací MKP modelu

Během tvorby MKP modelů bylo třeba ověřit, zda nejsou jejich výsledky zatíženy chybami v důsledku nevhodné diskretizace MKP modelu. Některé chyby byly předpokládány, např. chyba linearit mezi délkou úseku šroubu a jeho tuhostí způsobená vyztužením okrajovými podmínkami, některé byly zjištěny až během tvorby modelu, např. snížení tuhosti kuličkového šroubu oproti hladké tyči se stejnou plochou průřezu – model tuhosti č. 4.

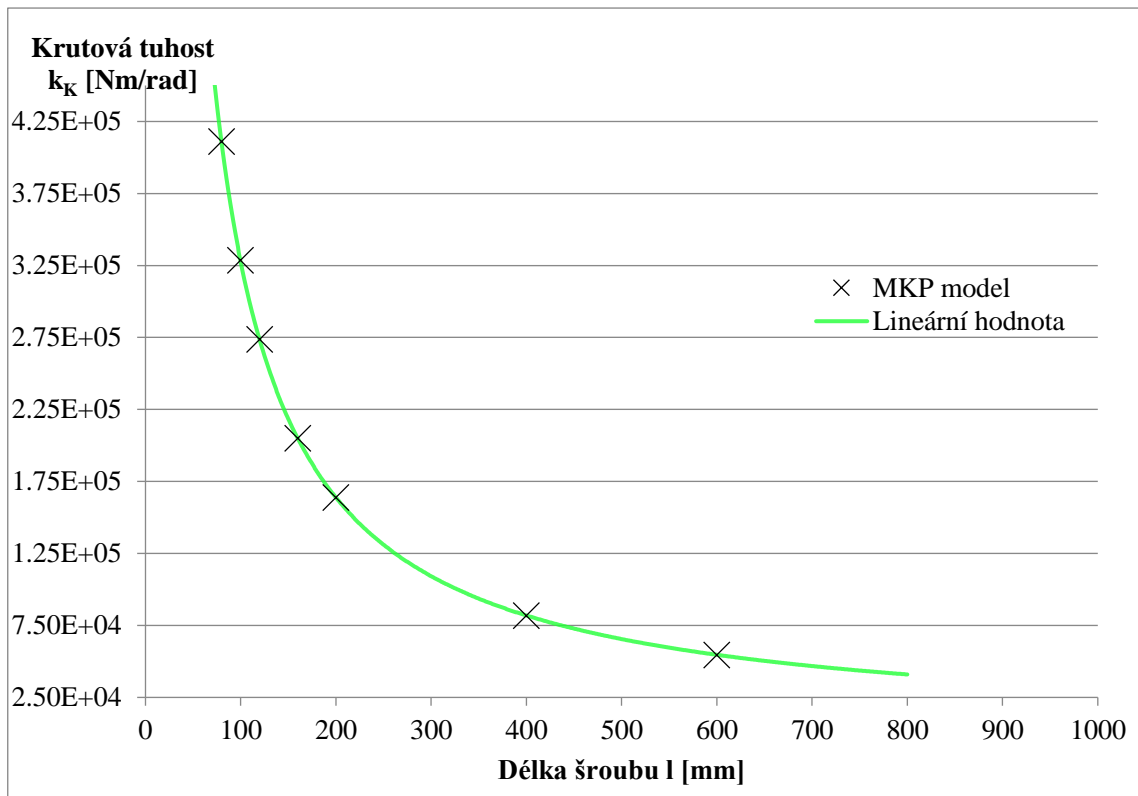
4.3.1 Řešení linearit tuhosti modelů při změně délky úseku šroubu

Bylo potřeba vyřešit nelinearititu mezi délkou a tuhostí kuličkového šroubu, kdy byla tuhost šroubu narušena okrajovými podmínkami (vyztužení fixované a zátěžné plochy šroubu). Z důvodu náročnosti výpočtu (omezení počtu elementů) nebylo možné udělat MKP model šroubu o délce 1m, musel být vytvořen úsek kratší délky a následně jeho deformace redukována poměrem délek. Ale zároveň bylo ke stanovení tuhosti vztažené na 1 m délky šroubu potřeba vytvoření MKP modelu o takové délce, kdy bude vliv vyztužení fixované podpory a vyztužení zatěžované plochy minimální.

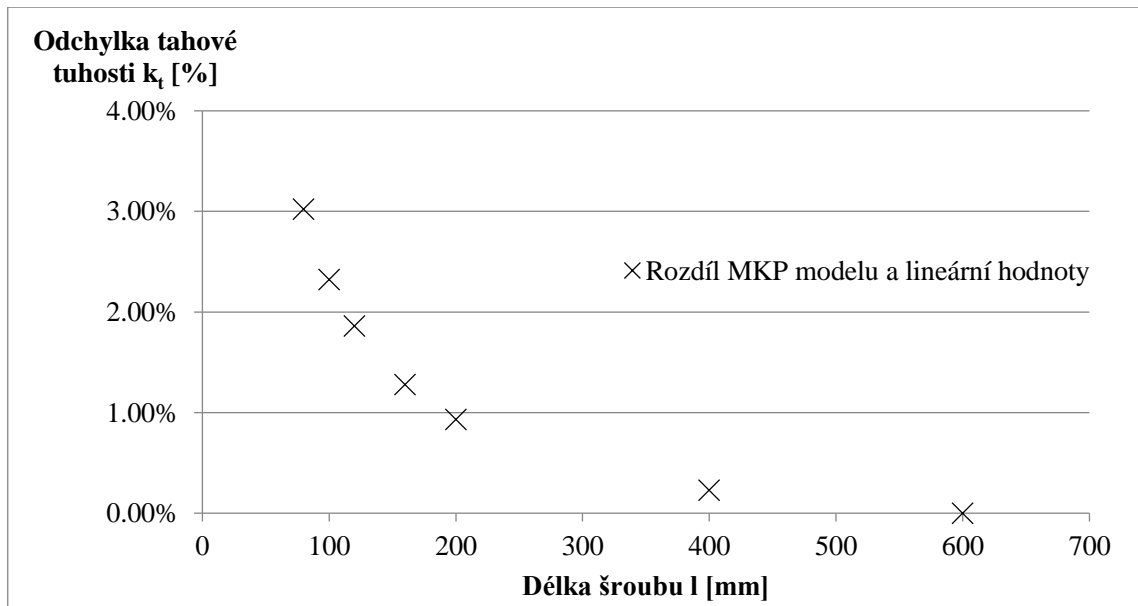
Byly vytvořeny úseky šroubů o délce 80, 100, 120, 160, 200, 400, 600 mm. Na základě vzájemných poměrů deformací a následně vypočtených tuhostí s úseky šroubů 200 mm, 400 mm a 600 mm, byla délka 600 mm úseku šroubu stanovena jako dostatečná pro zajištění linearitu mezi délkou a tuhostí šroubu. Následně bylo k ověření provedeno porovnání lineární hodnoty tuhosti s tuhostí MKP modelu (Obr. 4.4, Obr. 4.5), lze vidět, že tahová a krutová tuhost kuličkových šroubů se velmi blíží lineární hodnotě tuhosti. Na Obr. 4.6 a Obr. 4.7 je vidět procentuální odchylka tuhosti MKP modelu od lineární hodnoty tuhosti, kdy maximální odchylka u tahové tuhosti, pro úsek šroubu dlouhý 80 mm, nabývala hodnoty menší než 4% a pro krutovou tuhost dokonce pod 0,5%.



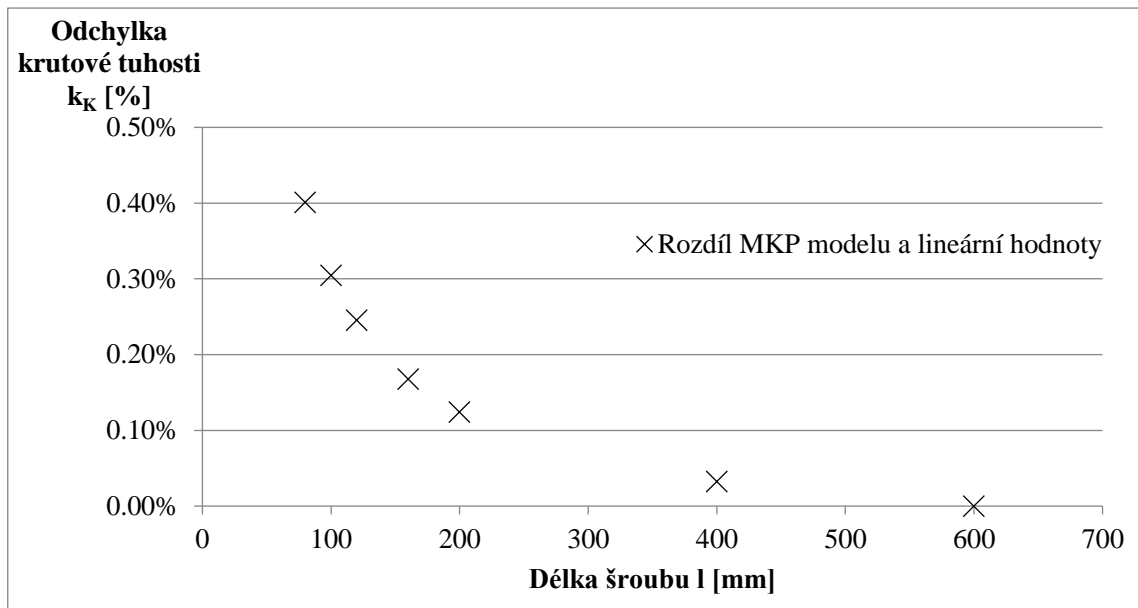
Obr. 4.4 Graf tahové tuhosti MKP modelu a lineární hodnoty tuhosti



Obr. 4.5 Graf krutové tuhosti MKP modelu a lineární hodnoty tuhosti



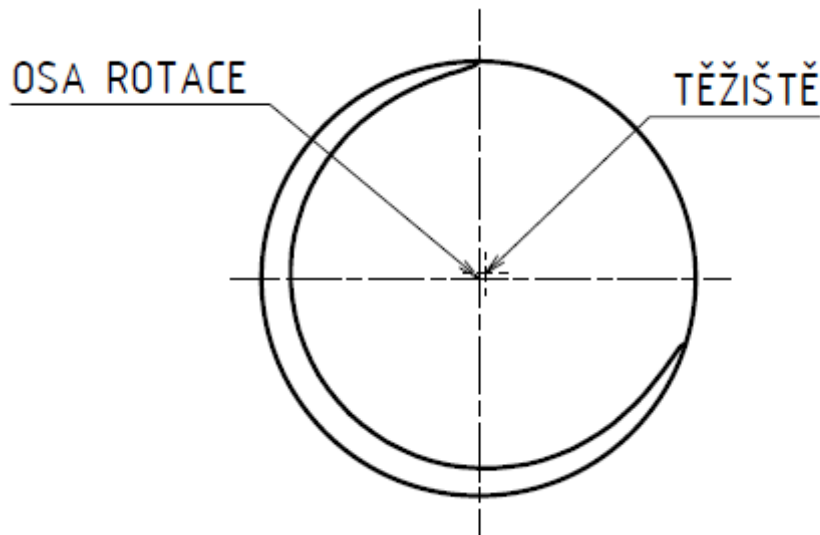
Obr. 4.6 Procentuální odchylka tahové tuhosti MKP modelu a lineární hodnoty



Obr. 4.7 Procentuální odchylka krutové tuhosti MKP modelu a lineární hodnoty

4.3.2 Vliv umístění působiště zatížení

Zátěžná axiální síla nebo krouticí moment může být umístěn buďto na osu rotace šroubu nebo k těžišti zátěžné plochy (viz Obr. 4.8).



Obr. 4.8 Čelní pohled na kuličkový šroub s osou rotace a těžištěm průřezové plochy

Bylo předpokládáno, že se výsledná tahová tuhost při umístění působiště axiální síly do těžiště zátěžné plochy oproti zatížení v místě osy rotace změní. Tento předpoklad byl naplněn (viz Tab. 4.2), ale rozdíl byl minimální a mohl být zanedbán.

Tab. 4.2 Tahová tuhost s rozdílným místem působení axiální síly

	K50x20	K50x20_těžiště
x=600mm - delta_x [m]	1,91E-06	1,96E-06
tuhost_k600 [N/m]	5,24E+08	5,10E+08
tuhost_kF_x [m*N/m]	3,15E+08	3,06E+08

Podobně jako u tahové tuhosti bylo předpokládáno, že výsledná krutová tuhost bude ovlivněna působením zátěžného krouticího momentu, kdy působí zatížení v těžišti čelní plochy namísto v ose rotace X. Předpoklad byl mylný a krouticí moment se rozložil na plochu stejně při působení v těžišti i ose šroubu (viz Tab. 4.3).

Tab. 4.3 Krutová tuhost s rozdílným místem působení krouticího momentu

	K50x20	K50x20_těžiště
x=600mm - delta_fi [rad]	1,83E-05	1,83E-05
tuhost_k600 [Nm/rad]	5,46E+04	5,46E+04
tuhost_kMK_fi [m*Nm/rad]	3,28E+04	3,28E+04

4.3.3 Vliv závitů na využití materiálu

Předpokladem zjednodušeného analytického modelu tuhosti č. 4 byla stejná plocha průřezu S jako u kuličkového šroubu a z toho plynoucí stejná výsledná tahová tuhost. Analogicky stejně pro krutovou tuhost a model tuhosti č. 5. Na kulatých tyčích o průměru D_{eS} , resp. D_{eJ} , vypočteného z plochy průřezu S šroubu nebo z polárního momentu v průřezu J_p šroubu, byla porovnána tuhost s MKP modelem šroubu.

Tab. 4.4 Porovnání tahových tuhostí kruhové tyče a šroubu o stejné ploše průřezu S

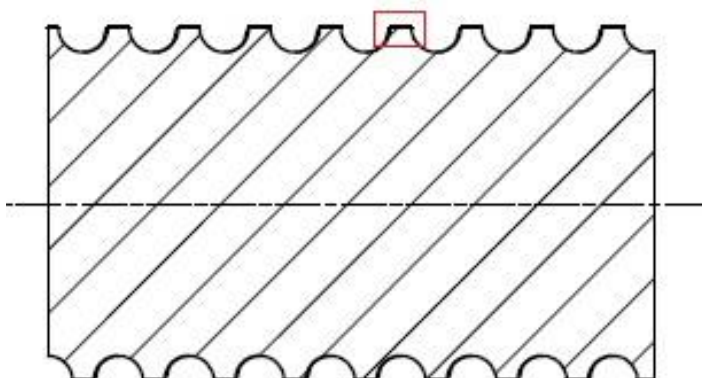
	K25x5	K32x5	K32x10	K50x5	K50x10	K50x50_1	K50x50_2
tuhost k_{F_x} [m*N/m] tyče	8,41E+07	1,43E+08	1,32E+08	3,65E+08	3,47E+08	3,82E+08	3,70E+08
tuhost k [N/m] šroubu	7,70E+07	1,34E+08	1,14E+08	3,50E+08	3,17E+08	3,59E+08	3,34E+08
poměr využití materiálu	0,92	0,94	0,86	0,96	0,91	0,94	0,91

Tab. 4.5 Porovnání krutových tuhostí kruhové tyče a šroubu o stejném polárním momentu v průřezu J_p

	K25x5	K32x5	K32x10	K50x5	K50x10	K50x50_1	K50x50_2
tuhost $k_{Mk_{fi}}$ [m*Nm/rad] tyče	2,19E+03	6,26E+03	5,48E+03	4,06E+04	3,70E+04	4,46E+04	4,19E+04
tuhost k [Nm/rad] šroubu	1,86E+03	5,55E+03	4,18E+03	3,77E+04	3,17E+04	4,17E+04	3,74E+04
poměr využití materiálu	0,85	0,89	0,76	0,93	0,86	0,94	0,89

Z výsledků v Tab. 4.4 a Tab. 4.5 lze vidět, že výsledná tuhost zjednodušených modelů tuhosti neodpovídá MKP modelu šroubu a je vidět, že hypotéza není zcela správná a přesnost těchto modelů je tak snížena. Tuhost byla ovlivněna velikostí stoupání závitu, rozměrem oběžných kuliček a počtem chodů kuličkového šroubu. S menším stoupáním, větším rozměrem kuliček a vyšším počtem chodů se tuhost kuličkového šroubu vůči tuhosti tyče o stejném průměru D_{es} (D_{ef}) snižuje. S vyšším stoupáním kuličkového šroubu se nepřesnost analytických zjednodušených modelů tuhosti č. 4 a č. 5 zmenšuje a hodnota tuhosti modelu kuličkového šroubu se blíží hodnotě tuhosti náhradního modelu. Z toho lze usoudit, že pokud je závit na šroubu rozprostřen „hustě“ (např. jako na Obr. 4.9), materiál mezi závity není využit k přenosu

napjatosti a plocha průřezu tak není využita naplno. U šroubů s vysokým stoupáním a jedním chodem je tento efekt menší, plocha průřezu je využita efektivněji.



Obr. 4.9 Řez kuličkového šroubu s označením nevyužitého materiálu mezi závitů

4.3.4 Ověření výpočetní přesnosti „křížových“ tuhostí

Z MKP výpočtu byly určeny deformace, které jsou způsobeny „křížovými“ tuhostmi šroubů. Při působení axiální síly, která způsobuje deformace ve směru osy rotace X, vzniklo díky závitů i nakroucení kolem osy rotace X. Analogicky při působení krouticího momentu, který způsobuje nakroucení kolem vlastní osy rotace, vzniká i axiální deformace ve směru osy rotace X. Tahová tuhost při zatěžování krouticím momentem je shodná s krutovou tuhostí při zatěžování axiální silou u všech testovaných případů. To platí nezávisle na rozměrech šroubu, i materiálových vlastnostech (vyzkoušeno pro hodnoty Poissonovy konstanty: 0,2; 0,3; 0,4 a pro hodnoty modulu pružnosti v tahu E: 2E11; 1,8462E11; 2,1538E11 Pa). Bylo vyzkoušeno i na modelu vinuté pružiny, kde jsou deformace výraznější, ale hodnoty „křížových“ tuhostí zůstaly navzájem stejné. Z důvodu reakce těchto tuhostních hodnot na změnu vstupních parametrů, je nepravděpodobné, že jde o výpočetní chybu MKP modelu, ačkoliv se nepodařilo zjistit důvod, proč jsou si křížové tuhosti rovny. A protože jsou tyto křížové tuhosti zanedbatelné vzhledem k standardním tahovým a krutovým tuhostem (největší podíl křížových tuhostí na celkové deformaci je řádově 1 %, běžně však dosahuje pouze 0,1% a méně), je možné je při náhradě kuličkových šroubů neuvažovat.

4.4 Stručné shrnutí kapitoly

Tato kapitola popisuje vytvoření referenčního MKP modelu, kdy se nejdříve vytvořil CAD model, který byl importován do programu Ansys 19.0. a zde byl převeden do MKP modelu. Byl zjištěn vliv vyztužení krajních ploch prvku šroubu a bylo nutno stanovit takovou délku modelu, kdy nebude ovlivněna linearita mezi délkou a tuhostí úseku šroubu. Jako optimální byla stanovena délka úseku 600 mm, kdy už byl vliv vyztužení zanedbatelný. Byly určeny hodnoty deformace ve směru osy X a nakroucení kolem vlastní osy rotace, způsobené axiální silou resp. kroučícím momentem. Následně byla pomocí matematických výpočtů za pomoci vztahů (4), (8) z deformace kuličkového šroubu vypočtena tuhost úseku šroubu dlouhého 600 mm. Tato tuhost byla díky linearitě mezi délkou a tuhostí přepočtena na tuhost úseku dlouhého 1 m. Tyto tuhosti jsou uvedeny v Tab. 4.6 (tahová) a Tab. 4.7 (torzní).

Tab. 4.6 Vypočtené hodnoty tahové tuhosti šroubu

kuličkový šroub	x=600mm - delta_x [m]	tuhost_k600 [N/m]	tuhost_kF_x [m*N/m]
K25x5	7,79E-06	1,28E+08	7,70E+07
K32x5	4,49E-06	2,23E+08	1,34E+08
K32x10	5,28E-06	1,89E+08	1,14E+08
K50x5	1,71E-06	5,84E+08	3,50E+08
K50x10	1,89E-06	5,29E+08	3,17E+08
K50x15	1,97E-06	5,07E+08	3,04E+08
K50x20	1,91E-06	5,24E+08	3,15E+08
K63x10	1,14E-06	8,81E+08	5,28E+08
K80x10	6,93E-07	1,44E+09	8,66E+08
K100x10	4,29E-07	2,33E+09	1,40E+09
K100x20	4,71E-07	2,12E+09	1,27E+09
K32x32_1	3,99E-06	2,51E+08	1,50E+08
K32x32_2	4,22E-06	2,37E+08	1,42E+08
K50x50_1	1,67E-06	5,99E+08	3,59E+08
K50x50_2	1,79E-06	5,57E+08	3,34E+08
K80x40_1	6,80E-07	1,47E+09	8,83E+08
K80x40_2	7,29E-07	1,37E+09	8,24E+08

Tab. 4.7 Vypočtené hodnoty tahové tuhosti šroubu

kuličkový šroub	x=600mm - delta_fi [rad]	tuhost_k600 [Nm/rad]	tuhost_kMk_fi [m*Nm/rad]
K25x5	3,23E-04	3,10E+03	1,86E+03
K32x5	1,08E-04	9,24E+03	5,55E+03
K32x10	1,44E-04	6,96E+03	4,18E+03
K50x5	1,59E-05	6,29E+04	3,77E+04
K50x10	1,89E-05	5,28E+04	3,17E+04
K50x15	2,00E-05	5,01E+04	3,00E+04
K50x20	1,83E-05	5,46E+04	3,28E+04
K63x10	6,90E-06	1,45E+05	8,70E+04
K80x10	2,60E-06	3,85E+05	2,31E+05
K100x10	1,00E-06	9,97E+05	5,98E+05
K100x20	1,18E-06	8,44E+05	5,07E+05
K32x32_1	8,31E-05	1,20E+04	7,22E+03
K32x32_2	9,06E-05	1,10E+04	6,62E+03
K50x50_1	1,44E-05	6,95E+04	4,17E+04
K50x50_2	1,61E-05	6,23E+04	3,74E+04
K80x40_1	2,38E-06	4,21E+05	2,53E+05
K80x40_2	2,76E-06	3,63E+05	2,18E+05

Tyto tuhosti z Tab. 4.6 a Tab. 4.7 budou použity v kapitole 6 jako referenční hodnoty k porovnání s výpočty tuhostí u analytických modelů.

Dále bylo zjištěno, že umístění působivé axiální síly (přesunuto z osy rotace do těžiště čelní plochy šroubu) ovlivňuje velikost deformace (a tedy i tuhost) úsek šroubu, avšak zanedbatelně, což bylo předpokládáno. Při umístění působivé krouticího momentu z osy rotace šroubu do těžiště šroubu ke změně tuhosti nedošlo. V obou případech zatížení není tedy nutné polohu působivé zohledňovat.

Dále byla odhalena, závislost ovlivnění tuhosti šroubu závitem. Tyč o kruhovém průřezu a stejné ploše průřezu S měla větší axiální tuhost než úsek kuličkového šroubu a totéž platilo pro tyč o stejném polárním momentu J_p v průřezu. Byla tak zjištěna principiální nepřesnost modelů tuhosti č. 4 a č. 5.

Při výpočtech bylo také zjištěno, že vypočtené křížové tuhosti se pro každý testovaný případ navzájem rovnají. Rovnost nastává nezávisle na geometrii kuličkového šroubu i na použitých materiálových vlastnostech. Přestože se nepodařilo najít důvod, proč tato rovnost nastává, je nepravděpodobné, že by se jednalo o chybu v jejím výpočtu. A protože jsou tyto křížové tuhosti zanedbatelné vzhledem k standardním tahovým a krutovým tuhostem, byly při náhradě kuličkových šroubů zanedbány.

5 Tvorba nástroje pro výpočet tuhosti

K jednoduchému výpočtu tuhostí 5 zjednodušených modelů byl vytvořen nástroj (excelovská kalkulačka), který bude sloužit k výpočtu tahové tuhosti a krutové tuhosti a dále k výpočtu redukované krutové tuhosti při tvorbě virtuálních modelů. Těchto 5 modelů, popsaných v kapitole 3, jsou jádrem tohoto nástroje. Na požadavek a nad rámec zadání byl do nástroje přidán i výpočet hmotnosti a momentu setrvačnosti úseku šroubu. V této kapitole je popsána struktura a návod k použití tohoto nástroje.

5.1 Excelovská kalkulačka

V excelovské kalkulačce je doporučeno zapisovat jen do žlutých buněk a ostatní buňky je vhodné nepřepisovat, aby bylo možno zaručit správné fungování tohoto výpočetního nástroje.

Kalkulačka se skládá ze tří listů, kdy do prvního listu se zadají vstupní parametry, a druhý a třetí list zobrazí již jen vypočtené hodnoty.

List „Zadání“

Prvním listem excelovské kalkulačky je list „Zadání“ (viz Obr. 5.1). Na tomto listu byly vytvořeny buňky pro vložení základních údajů o kuličkovém šroubu (aktivní délka úseku kuličkového šroubu L (ve vztazích (3), (4), (5), (6), (7), (8), (9) značena jako y), jmenovitý průměr šroubu D , průměr kuličky d_0 a stoupání závitu P). Dále jsou zde buňky doplňujících hodnot k zadání (plocha průřezu šroubu S , polární moment v průřezu J_p , modul pružnosti v tahu E , Poissonova konstanta μ a hustota ρ). Tyto buňky jsou žlutě podbarveny a slouží pro zadání vstupních parametrů výpočtu. Všechny tyto hodnoty jsou převedeny do základních jednotek SI. Dále se zde nachází výpočet modulu pružnosti ve smyku G , který se počítá dle vztahu (10) a je využit v dalších výpočtech.

Vstupní hodnoty se vkládají do políček



Ostatní políčka je vhodné nepřepisovat

Výpočet tuhostí modelů kuličkových šroubů

Zadání:

aktivní délka kuličkového šroubu $L(y)$	1000	mm	1 m
jmenovitý průměr šroubu D	50	mm	0,05 m
průměr kuličky d_0	7,938	mm	0,007938 m
stoupání závitu P	20	mm·ot ⁻¹	0,0031831 m·rad ⁻¹

Doplňující hodnoty k zadání:

plocha průřezu šroubu S	1780,967	mm ²	0,001781 m ²
polární moment v průřezu J_p	512735,669	mm ⁴	5,127E-07 m ⁴
modul pružnosti v tahu E	200000	N·mm ⁻²	2E+11 N·m ⁻²
Poissonova konstanta μ	0,3		
hustota ρ	7850	kg·m ⁻³	
modul pružnosti ve smyku G		76923,0769 N·mm ⁻²	7,692E+10 N·m ⁻²

Obr. 5.1 List „Zadání“ s vyplněným př. kuličkový šroub K50x20

List „Výpočetní průměry“

Na druhém listě „Výpočetní průměry“ (viz Obr. 5.2) je výpočet stanovených výpočetních průměrů (vnější průměr D_{out} , vnitřní průměr D_{in} , efektivní průměr D_{ef} , průměr D_{eS} z plochy S průřezu šroubu a průměr D_{eJ} z polárního momentu v průřezu J_p šroubu). Výpočetní průměry jsou počítány v základních jednotkách SI - [m] a jedná se o informativní údaje.

Vnější průměr D_{out} je roven jmenovitému průměru šroubu D .

Vnitřní průměr šroubu D_{in} se vypočte pomocí vztahu (11).

Efektivní průměr D_{ef} je počítán podle vztahu (12).

Průměr D_{eS} určený plochou S průřezu šroubu se vypočte ze vztahu (13).

A průměr D_{eJ} určený polárním momentem v průřezu J_p šroubu je počítán podle vztahu (14).

V tomto listu není třeba doplňovat žádné další údaje.

Stanovení výpočetního průměru D :

1. tuhostní model - vnější průměr D_{out}

$$D=D_{out} \quad 0,0500 \text{ m}$$

2. tuhostní model - vnitřní průměr D_{in}

$$D=D_{in} \quad 0,0421 \text{ m}$$

3. tuhostní model - efektivní průměr D_{ef}

$$D=D_{ef} \quad 0,0444 \text{ m}$$

4. tuhostní model - výpočet D_{eS} pomocí plochy S průřezu šroubu

$$D=D_{eS} \quad 0,0476 \text{ m}$$

5. tuhostní model - výpočet D_{eJ} pomocí polárního momentu v průřezu J_p šroubu

$$D=D_{eJ} \quad 0,0478 \text{ m}$$

Obr. 5.2 List „výpočetní průměry“ s vyplněným př. kuličkový šroub K50x20

List „Výpočet tuhostí“

Posledním listem excelovské tabulky je list „Výpočet tuhostí“ (viz Obr. 5.3), kde je proveden výpočet výsledků (tahová tuhost, krutová tuhost, redukovaná krutová tuhost, hmotnost a moment setrvačnosti úseku šroubu) na základě výpočetního průměru podle příslušného modelu tuhosti.

Tahová tuhost k_t se počítá podle vztahu (5).

Krutová tuhost k_K je vypočtena ze vztahu (7).

Redukovaná krutová tuhost k_k vychází ze vztahu (9).

Hmotnost se počítá podle vztahu:

$$m = \rho \cdot V \quad (16)$$



A moment setrvačnosti vychází ze vztahu:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \quad (17)$$

Tuhosti, hmotnost a moment setrvačnosti jsou počítány v jednotkách SI, tahová tuhost a redukovaná krutová tuhost je navíc přepočtena do používaných jednotek [$\text{N} \cdot \mu\text{m}^{-1}$].

Ani v tomto listě není třeba doplňovat žádné další údaje, slouží pouze pro zobrazení výsledů, které mohou být použity při tvorbě náhrady podrobného modelu kuličkového šroubu.

Výpočet tuhostí na základě výpočetního průměru D

Tahová tuhost	Krutová tuhost	Redukovaná krutová tuhost	Hmotnost	Moment setrvačnosti
$k_t = \frac{E \cdot \pi \cdot D^2}{4 \cdot y}$	$k_k = \frac{\pi \cdot G \cdot D^4}{32 \cdot y}$	$k_{k1} = \frac{\pi \cdot G \cdot D^4}{32 \cdot k^2 \cdot y}$	$m = \rho \cdot V$	$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$
1. tuhostní model - vnější průměr D_{out}				
k_{t1} 3,93E+08 N·m ⁻¹	k_{k1} 4,72E+04 Nm·rad ⁻¹	k_{k1} 4,66E+09 N·m ⁻¹	m_1 15,4134 kg	I_1 0,004817 kg·m ²
2. tuhostní model - vnitřní průměr D_n				
k_{t2} 2,78E+08 N·m ⁻¹	k_{k2} 2,36E+04 Nm·rad ⁻¹	k_{k2} 2,33E+09 N·m ⁻¹	m_2 10,9079 kg	I_2 0,002412 kg·m ²
3. tuhostní model - efektivní průměr D_{ef}				
k_{t3} 3,09E+08 N·m ⁻¹	k_{k3} 2,93E+04 Nm·rad ⁻¹	k_{k3} 2,89E+09 N·m ⁻¹	m_3 12,1471 kg	I_3 0,002992 kg·m ²
4. tuhostní model - výpočet D_{s1} pomocí plochy S průřezu šroubu				
k_{t4} 3,56E+08 N·m ⁻¹	k_{k4} 3,88E+04 Nm·rad ⁻¹	k_{k4} 3,83E+09 N·m ⁻¹	m_4 13,9806 kg	I_4 0,003963 kg·m ²
5. tuhostní model - výpočet D_{s2} pomocí polárního momentu v průřezu J_p šroubu				
k_{t5} 3,59E+08 N·m ⁻¹	k_{k5} 3,94E+04 Nm·rad ⁻¹	k_{k5} 3,89E+09 N·m ⁻¹	m_5 14,0898 kg	I_5 0,004025 kg·m ²

Obr. 5.3 List „výpočet tuhostí“ s vyplněným př. kulíčkový šroub K50x20

5.2 Stručné shrnutí kapitoly

V této kapitole byl popsán jednoduchý matematický nástroj pro výpočet tuhostí úseku kuličkového šroubu (kalkulačka v programu Excel) a návod na jeho použití. S kalkulačkou lze vypočítat tuhost úseku za pomoci 5 zjednodušených modelů. Dále je možné ji použít k výpočtu redukované krutové tuhosti, hmotnosti a momentu setrvačnosti úseku. Kalkulačka bude sloužit při tvorbě jednoduchých modelů kuličkových šroubů při pracích na virtuálních modelech strojů.

6 Porovnání modelů

6.1 Stanovení odchylek od referenčního modelu

V této kapitole je výpočetní nástroj popsany výše použit pro výpočet tuhostí kuličkových šroubů, které byly modelovány jako referenční (viz kapitola 4). Tyto hodnoty, které reprezentují výsledky 5 zjednodušených modelů kuličkového šroubu, budou srovnány s tuhostí referenčních MKP modelů. Tímto porovnáním tak bude ověřena přesnost jednotlivých modelů, a na jeho základě pak může být zvolen nejvhodnější model pro náhradu kuličkového šroubu.

V tabulkách Tab. 6.1 a Tab. 6.2 jsou zobrazené tahové a krutové tuhosti určené z referenčních MKP modelů a vypočtené na základě 5 zjednodušených modelů.

Tab. 6.1 Tabulka výsledků tahových tuhostí obsahující tuhosti 5 zjednodušených modelů a referenčního MKP modelu

tuhost_k_{F_x} [m*N/m]	MKP	D_{out}	D_{in}	D_{ef}	D_{es}	D_{eJ}
K25x5	7,70E+07	9,82E+07	7,26E+07	7,97E+07	8,39E+07	8,46E+07
K32x5	1,34E+08	1,61E+08	1,28E+08	1,37E+08	1,42E+08	1,43E+08
K32x10	1,14E+08	1,61E+08	1,03E+08	1,19E+08	1,32E+08	1,34E+08
K50x5	3,50E+08	3,93E+08	3,40E+08	3,55E+08	3,63E+08	3,64E+08
K50x10	3,17E+08	3,93E+08	2,99E+08	3,25E+08	3,46E+08	3,48E+08
K50x15	3,04E+08	3,93E+08	2,78E+08	3,09E+08	3,44E+08	3,48E+08
K50x20	3,15E+08	3,93E+08	2,78E+08	3,09E+08	3,56E+08	3,59E+08
K63x10	5,28E+08	6,23E+08	5,04E+08	5,38E+08	5,63E+08	5,65E+08
K80x10	8,66E+08	1,01E+09	8,34E+08	8,82E+08	9,08E+08	9,11E+08
K100x10	1,40E+09	1,57E+09	1,35E+09	1,42E+09	1,45E+09	1,45E+09
K100x20	1,27E+09	1,57E+09	1,20E+09	1,30E+09	1,38E+09	1,39E+09
K32x32_1	1,50E+08	1,61E+08	1,23E+08	1,34E+08	1,57E+08	1,57E+08
K32x32_2	1,42E+08	1,61E+08	1,23E+08	1,34E+08	1,53E+08	1,54E+08
K50x50_1	3,59E+08	3,93E+08	2,88E+08	3,17E+08	3,80E+08	3,82E+08
K50x50_2	3,34E+08	3,93E+08	2,88E+08	3,17E+08	3,68E+08	3,70E+08
K80x40_1	8,83E+08	1,01E+09	7,63E+08	8,30E+08	9,55E+08	9,60E+08
K80x40_2	8,24E+08	1,01E+09	7,63E+08	8,30E+08	9,05E+08	9,11E+08

Tab. 6.2 Tabulka výsledků krutových tuhostí obsahující tuhosti 5 zjednodušených modelů a referenčního MKP modelu

tuhost_ k_{Mk_fi} [m*Nm/rad]	MKP	D_{out}	D_{in}	D_{ef}	D_{es}	D_{ej}
K25x5	1,86E+03	2,95E+03	1,61E+03	1,94E+03	2,16E+03	2,19E+03
K32x5	5,55E+03	7,92E+03	4,98E+03	5,74E+03	6,21E+03	6,26E+03
K32x10	4,18E+03	7,92E+03	3,27E+03	4,33E+03	5,30E+03	5,48E+03
K50x5	3,77E+04	4,72E+04	3,53E+04	3,85E+04	4,04E+04	4,06E+04
K50x10	3,17E+04	4,72E+04	2,74E+04	3,24E+04	3,65E+04	3,70E+04
K50x15	3,00E+04	4,72E+04	2,36E+04	2,93E+04	3,63E+04	3,70E+04
K50x20	3,28E+04	4,72E+04	2,36E+04	2,93E+04	3,88E+04	3,94E+04
K63x10	8,70E+04	1,19E+05	7,78E+04	8,85E+04	9,71E+04	9,78E+04
K80x10	2,31E+05	3,09E+05	2,13E+05	2,38E+05	2,52E+05	2,54E+05
K100x10	5,98E+05	7,55E+05	5,61E+05	6,14E+05	6,42E+05	6,45E+05
K100x20	5,07E+05	7,55E+05	4,39E+05	5,18E+05	5,85E+05	5,92E+05
K32x32_1	7,22E+03	7,92E+03	4,66E+03	5,49E+03	7,54E+03	7,58E+03
K32x32_2	6,62E+03	7,92E+03	4,66E+03	5,49E+03	7,18E+03	7,24E+03
K50x50_1	4,17E+04	4,72E+04	2,55E+04	3,08E+04	4,43E+04	4,46E+04
K50x50_2	3,74E+04	4,72E+04	2,55E+04	3,08E+04	4,14E+04	4,19E+04
K80x40_1	2,53E+05	3,09E+05	1,78E+05	2,11E+05	2,79E+05	2,82E+05
K80x40_2	2,18E+05	3,09E+05	1,78E+05	2,11E+05	2,51E+05	2,54E+05

Z hodnot v tabulkách Tab. 6.1 a Tab. 6.2 byly vytvořeny tabulky procentuálních odchylek tuhosti zjednodušených analytických modelů od MKP modelu tuhosti Tab. 6.3 a Tab. 6.4. Odchyly jsou v tabulkách barevně zvýrazněny plynulým přechodem od zelené po červenou (zeleně malé odchylky, indikující přesnější modely, červeně velké odchylky).

Tab. 6.3 Procentuální odchylka tahových tuhostí 5 zjednodušených modelů od referenčního MKP modelu

odchylka tuhosti k_{F_x} [%]	D_{out}	D_{in}	D_{ef}	D_{eS}	D_{eJ}
K25x5	27,53%	-5,71%	3,51%	8,96%	9,87%
K32x5	20,15%	-4,48%	2,24%	5,97%	6,72%
K32x10	41,23%	-9,65%	4,39%	15,79%	17,54%
K50x5	12,29%	-2,86%	1,43%	3,71%	4,00%
K50x10	23,97%	-5,68%	2,52%	9,15%	9,78%
K50x15	29,28%	-8,55%	1,64%	13,16%	14,47%
K50x20	24,76%	-11,75%	-1,90%	13,02%	13,97%
K63x10	17,99%	-4,55%	1,89%	6,63%	7,01%
K80x10	16,63%	-3,70%	1,85%	4,85%	5,20%
K100x10	12,14%	-3,57%	1,43%	3,57%	3,57%
K100x20	23,62%	-5,51%	2,36%	8,66%	9,45%
K32x32_1	7,33%	-18,00%	-10,67%	4,67%	4,67%
K32x32_2	13,38%	-13,38%	-5,63%	7,75%	8,45%
K50x50_1	9,47%	-19,78%	-11,70%	5,85%	6,41%
K50x50_2	17,66%	-13,77%	-5,09%	10,18%	10,78%
K80x40_1	14,38%	-13,59%	-6,00%	8,15%	8,72%
K80x40_2	22,57%	-7,40%	0,73%	9,83%	10,56%

Tab. 6.4 Procentuální odchylka krutových tuhostí 5 zjednodušených modelů od referenčního MKP modelu

odchylka tuhosti_k_{Mk_fi} [%]	D_{out}	D_{in}	D_{ef}	D_{eS}	D_{eJ}
K25x5	58,60%	-13,44%	4,30%	16,13%	17,74%
K32x5	42,70%	-10,27%	3,42%	11,89%	12,79%
K32x10	89,47%	-21,77%	3,59%	26,79%	31,10%
K50x5	25,20%	-6,37%	2,12%	7,16%	7,69%
K50x10	48,90%	-13,56%	2,21%	15,14%	16,72%
K50x15	57,33%	-21,33%	-2,33%	21,00%	23,33%
K50x20	43,90%	-28,05%	-10,67%	18,29%	20,12%
K63x10	36,78%	-10,57%	1,72%	11,61%	12,41%
K80x10	33,77%	-7,79%	3,03%	9,09%	9,96%
K100x10	26,25%	-6,19%	2,68%	7,36%	7,86%
K100x20	48,92%	-13,41%	2,17%	15,38%	16,77%
K32x32_1	9,70%	-35,46%	-23,96%	4,43%	4,99%
K32x32_2	19,64%	-29,61%	-17,07%	8,46%	9,37%
K50x50_1	13,19%	-38,85%	-26,14%	6,24%	6,95%
K50x50_2	26,20%	-31,82%	-17,65%	10,70%	12,03%
K80x40_1	22,13%	-29,64%	-16,60%	10,28%	11,46%
K80x40_2	41,74%	-18,35%	-3,21%	15,14%	16,51%

6.2 Stručné shrnutí kapitoly

V této kapitole bylo porovnáno 5 zjednodušených tuhostních modelů s referenčním MKP modelem.

Při použití kuličkových šroubů s nižším stoupáním (5-20mm) se tuhost modelu č. 3, jak krutová tak i tahová, pohybovala především v rozmezí do 5% referenční tuhosti (výjimečně až 11% – u šroubu K50x20).

Při použití šroubů s vyšším stoupáním (32-50mm), které byly uvažovány jako jednochodé a dvouchodé, je vyhodnocení výsledků složitější. U tahové tuhosti nejlépe vycházel model tuhosti č. 3 – efektivní průměr D_{ef} , kdy ve 4 případech (K32x32_2, K50x50_2, K80x40_1, K80x40_2) vyšla tuhost nejbližší referenční tuhosti a to s maximální odchylkou 6% (u zbylých dvou případů K32x32_1, K50x50_1 do 12%). Ve zbylých 2 případech (K32x32_1, K50x50_1) vycházel model č. 3 s odchylkou do 12% a byl tak překonán modelem tuhosti č. 4 - výpočet D_{es} pomocí plochy S průřezu šroubu, který dosahoval odchylky pouze do 6% (u ostatních šroubů do 11%). U krutové tuhosti byl u většiny šroubů nejlepší model tuhosti č. 4, odchylka do 11% (pouze u šroubu K80x40_2 byla odchylka 15%). U šroubu K80x40_2 byl nejlepší model tuhosti č. 3 s odchylkou 3% (pro ostatní šrouby vychází odchylka až 27%). Model tuhosti č. 5 – výpočet D_{ef} pomocí polárního momentu v průřezu J_p šroubu se přesností blíží modelu č. 4 a bylo by možné jej také použít. S rostoucím stoupáním šroubu je vidět nárůst přesnosti modelu tuhosti č. 4 - výpočet D_{es} pomocí plochy S průřezu šroubu, který je vysvětlitelný lepším využitím materiálu mezi závity, popsanému v kapitole 4.3.3 .

Při nahrazování MKP modelů kuličkových šroubů zjednodušenými analytickými modely je nejvhodnější tuhostní model č. 3 – efektivní průměr D_{ef} . Ve většině případů se jedná o nejpřesnější z uvažovaných náhrad, zvláště pak u šroubů s nižším stoupáním (cca do 20 mm/ot), kdy chyba většinou nepřekračuje 5%. Pouze v ojedinělých případech (hlavně u šroubů s vysokým stoupáním a jedním chodem závitu) je z hlediska přesnosti lepší využít model tuhosti č. 4 - výpočet D_{es} pomocí plochy S průřezu šroubu. Ten je ale mnohem složitější na výpočet (je zapotřebí vytvářet CAD model za účelem získání plochy průřezu S šroubu). Naopak jako velmi nepřesné a naprosto nevhodné se ukazují modely využívající vnější a vnitřní průměr závitu šroubu.

7 Závěr

Tato práce byla věnována modelům tuhosti kuličkových šroubů. Při tvorbě virtuálních modelů je vhodné kuličkové šrouby modelovat zjednodušeně, což sebou přináší nepřesnosti výpočtů. V této práci je porovnáno 5 jednoduchých analytických modelů, nahrazujících kuličkový šroub BEAM prvky, s podrobným MKP modelem úseku šroubu. Toto porovnání sloužilo k zhodnocení přesnosti náhrady.

V rešeršní části této práce bylo vyhledáno 5 jednoduchých modelů, kterými lze nahradit podrobný výpočetní model kuličkového šroubu. Všechny modely nahrazují závitovou tyč šroubu hladkou kulatou tyčí, liší se však v použitém průměru. Jednotlivé modely používají vnější průměr D_{out} , vnitřní průměr D_{in} , efektivní průměr D_{ef} , průměr D_{eS} z plochy S průřezu šroubu a průměr D_{eJ} z polárního momentu v průřezu J_p šroubu. Bod 1 v postupu k naplnění cíle práce byl tedy splněn.

V práci následuje popis tvorby a ladění referenčního MKP modelu kuličkového šroubu. Tento model byl vytvořen v programu Ansys 19.0. Byla vyřešena linearita mezi tuhostí a délkou modelu úseku kuličkového šroubu, kdy byla stanovena délka úseku šroubu 600 mm, kdy už byl vliv vyztužení čelních ploch šroubu na celkovou tuhost modelu zanedbatelný. Dále byl řešen vliv umístění působíště zatížení na vypočtené tuhosti. Ukázalo se, že je zanedbatelný. Také byl zkoumán vliv závitů na využití materiálu v celé ploše průřezu šroubu k vedení napjatosti. Využití celé plochy předpokládají některé zjednodušené modely, bylo však ukázáno, že tento předpoklad je mylný a přesnost dotčených modelů je tak snížena. V neposlední řadě byl podroben zkoumání fakt, že tahová křížová tuhost při zatěžování krouticím momentem je shodná s krutovou křížovou tuhostí při zatěžování axiální silou. To platí nezávisle na rozměrech šroubu i materiálových vlastnostech. Protože hodnoty těchto tuhostí reagují na změnu vstupních parametrů, je nepravděpodobné, že jde o výpočetní chybu MKP modelu. A protože jsou tyto křížové tuhosti zanedbatelné vzhledem k standardním tahovým a krutovým tuhostem, je možné je při náhradě kuličkových šroubů neuvažovat. Bod 2, definovaný v kapitole 2, byl tedy splněn.

Dále práce popisuje podobu a fungování jednoduchého výpočetního nástroje, který bude sloužit k výpočtu tuhostí elementů kuličkových šroubů. Tento nástroj byl

vytvořen v programu Excel a byl tím splněn bod 3, definovaný v cílech práce v kapitole 2.

Poslední část práce popisuje porovnání výsledků tuhosti zjednodušených analytických modelů s referenční tuhostí MKP modelu. Z odečtených hodnot deformací a následně dopočtených hodnot tuhostí, byly určeny procentuální odchylky tuhostí modelů od referenčního modelu. Na základě těchto odchylek byl nejvhodnějším modelem stanoven model tuhosti č. 3, pouze u šroubů s vysokým stoupáním a jedním chodem závitu je výhodnější model tuhosti č. 4, který je ale výpočetně náročnější. Byl tak splněn bod 4, který byl definován v cílech práce.

Hlavním cílem této práce bylo stanovení nejlepšího tuhostního modelu, jehož tuhost se bude nejvíce blížit k tuhosti referenčního MKP výpočtu. Tento cíl byl splněn v bodě 4, kde nejlepším zjednodušeným analytickým modelem byl vybrán model tuhosti č. 3 – efektivní průměr D_{ef} . Model tuhosti č. 3 byl vybrán na základě vyhodnocení přesnosti výpočtu hodnot tuhostí a jeho náročnosti na použití.

8 Seznamy

8.1 Seznam obrázků

Obr. 3.1 Výsledné prvky pro modelování axiálních (vlevo) a torzních (vpravo) kmitů.....	15
Obr. 3.2 Geometrická charakteristika kuličkového šroubu.....	17
Obr. 3.3 Dvoubodový styk kuličky v profilu závitu	18
Obr. 4.1 Rozhraní vytváření CAD modelu kuličkového šroubu včetně zobrazené pomocné pracovní roviny sklopené o úhel β	21
Obr. 4.2 Schéma projektu MKP modelu.....	22
Obr. 4.3 Detail závitu MKP modelu se síťováním.....	22
Obr. 4.4 Graf tahové tuhosti MKP modelu a lineární hodnoty tuhosti	24
Obr. 4.5 Graf krutové tuhosti MKP modelu a lineární hodnoty tuhosti	25
Obr. 4.6 Procentuální odchylka tahové tuhosti MKP modelu a lineární hodnoty	25
Obr. 4.7 Procentuální odchylka krutové tuhosti MKP modelu a lineární hodnoty	26
Obr. 4.8 Čelní pohled na kuličkový šroub s osou rotace a těžištěm průřezové plochy.....	26
Obr. 4.9 Řez kuličkového šroubu s označením nevyužitého materiálu mezi závity.....	29
Obr. 5.1 List „Zadání“ s vyplněným př. kuličkový šroub K50x20	34
Obr. 5.2 List „výpočetní průměry“ s vyplněným př. kuličkový šroub K50x20.....	35
Obr. 5.3 List „výpočet tuhostí“ s vyplněným př. kuličkový šroub K50x20.....	37

8.2 Seznam tabulek

Tab. 4.1 Přehled kuličkových šroubů.....	20
Tab. 4.2 Tahová tuhost s rozdílným místem působení axiální síly.....	27
Tab. 4.3 Krutová tuhost s rozdílným místem působení krouticího momentu	27
Tab. 4.4 Porovnání tahových tuhostí kruhové tyče a šroubu o stejné ploše průřezu S	28
Tab. 4.5 Porovnání krutových tuhostí kruhové tyče a šroubu o stejném polárním momentu v průřezu J_p	28

Tab. 4.6 Vypočtené hodnoty tahové tuhosti šroubu.....	30
Tab. 4.7 Vypočtené hodnoty tahové tuhosti šroubu.....	31
Tab. 6.1 Tabulka výsledků tahových tuhostí obsahující tuhosti 5 zjednodušených modelů a referenčního MKP modelu.....	39
Tab. 6.2 Tabulka výsledků krutových tuhostí obsahující tuhosti 5 zjednodušených modelů a referenčního MKP modelu.....	40
Tab. 6.3 Procentuální odchylka tahových tuhostí 5 zjednodušených modelů od referenčního MKP modelu.....	41
Tab. 6.4 Procentuální odchylka krutových tuhostí 5 zjednodušených modelů od referenčního MKP modelu.....	42

8.3 Seznam použitého softwaru

- Autodesk Inventor 2016
- Ansys 19.0
- Microsoft Office Excel 2007
- Microsoft Office Word 2007

8.4 Seznam použité literatury

[1] MAREK, Jiří. Kuličkové šrouby a matice ve stavbě CNC obráběcích strojů, část 1. *MM* [online]. 2015, 11.3.2015 [cit. 2018-06-10]. Dostupné z: <https://www.mmspektrum.com/clanek/kulickove-srouby-a-matice-ve-stavbe-cnc-obrabecich-stroju-cast-1.html>

[2] Co jsou a jak fungují kuličkové šrouby. In: *Technické zajímavosti* [online]. 2014 [cit. 2018-06-10]. Dostupné z: <https://technicke-zajimavosti.blogspot.com/2014/08/co-jsou-jak-funguji-kulickove-srouby.html>

[3] *Produktový katalog KSK* [online]. Kuřim: KSK PreciseMotion, 2012 [cit. 2018-03-10]

[4] *Produktový katalog KSK* [online]. Kuřim: KSK PreciseMotion, 2017 [cit. 2018-06-10]. Dostupné z: <http://www.ksk-pm.cz/ke-stazeni/>

- [5] SOUČEK, Pavel. *Servomechanismy ve výrobních strojích*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2005. ISBN 80-01-02902-6.
- [6] MICHALEC, KULIŠ, VALENTA, SOCHOR, ŘEZNÍČEK a ŠUBRT. *Pružnost a pevnost I*. Praha: ČVUT, 2010. ISBN 978-80-01-04224-3
- [7] BOLEK, Alfred a Josef KOCHMAN. *Části strojů*. Vyd. 5., přeprac. (v SNTL 1. vyd.). Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1989. Technický průvodce. ISBN 80-0300046-7
- [8] SULITKA, HORNYCH, KOLÁŘ, STRAKOŠ, VESELÝ, SMOLÍK a LINKEOVÁ. *Závěrečná zpráva projektu 1.4.3*. Praha, 2008. Výzkumná práce. ČVUT.
- [9] BUBÁK, Antonín. *Zvyšování dynamiky a přesnosti posuvových os obráběcích strojů*. Praha, 2004. Disertace. ČVUT. Vedoucí práce Doc. Ing. Pavel Souček, DrSc.
- [10] VESELÝ, Jan. *Komplexní modelování dynamiky a řízení NC strojů*. Praha, 2009. Disertace. ČVUT. Vedoucí práce Doc. Ing. Pavel Souček, DrSc.
- [11] VESELÝ, Jan. *Matematický model posuvové osy obráběcího stroje s kuličkovým šroubem*. Praha, 2004. Diplomová práce. ČVUT. Vedoucí práce Doc. Ing. Pavel Souček, DrSc.
- [12] SOUČEK, Pavel. *Pohony s kuličkovými šrouby*. Praha, 2016.

8.5 Seznam příloh

- Výpočetní nástroj: Matematická kalkulačka - tuhostní modely kuličkových šroubů
- CAD model: K50x20_600mm
- MKP model:
 - K50x20_600mm
 - K50x20_600mm_moment
- Elektronická verze BP: BP 0232 – Maroušek