



**FAKULTA
ŠTOJNÍ
ČVUT V PRAZE**

Ústav letadlové techniky

Návrh vrtule pro letoun s elektrickým pohonem

Design of Propeller for Aircraft with Electric Propulsion

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2018

Radek JUNGMANN

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady (literaturu, projekty, SW atd.) uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne

.....

Podpis

Poděkování

Těmito řádky bych rád poděkoval panu Ing. Janu Klesovi, Ph.D. za ochotu a pomoc při tvorbě mé závěrečné práce, a hlavně své rodině za neustálou podporu v dosavadním životě.

Autor: Radek Jungmann

Název bakalářské práce: Návrh vrtule pro letoun s elektrickým pohonem

Rozsah práce: 63 stran, 26 obrázků, 4 tabulky

Rok vyhotovení: 2018

Universita: České vysoké učení technické v Praze - fakulta strojní

Ústav: Ústav letadlové techniky

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Jan Klesa, Ph.D.

Klíčová slova: návrh vrtule, minimální indukované ztráty, E. E. Larrabee

Anotace:

Cílem této bakalářské práce je navrhnout vrtuli pro letoun poháněný elektrickým motorem. Nejprve je uveden krátký přehled základních charakteristik vrtulí. V další části je popsána návrhová metoda minimálních indukovaných ztrát publikovaná E.E.Larrabee, která byla použita k návrhu.

Následně je návrh implementován do prostředí programu Matlab a proveden výpočet pro několik variant vstupních parametrů. Neoptimálnější varianta je pak zpracována do podoby modelu a výkresu.

Author: Radek Jungmann

Title of bachelor thesis: Design of Propeller for Aircraft with Electric Propulsion

Extent: 63 pages, 26 figures, 4 tables

Academic year: 2018

University: Czech Technical University in Prague - Faculty of Mechanical Engineering

Department: Department of Aerospace Engineering

Supervisor: Ing. Jan Klesa, Ph.D.

Key words: design of propeller, minimal induced loss, E.E. Larrabee

Annotation:

The task of this bachelor thesis is design of propeller for aircraft with electric propulsion. First is made short abstract of aircraft propeller characteristics. In next part is the design procedure of minimal induced loss described. This procedure was published by E. E. Larrabee and used for design of propeller.

Then the design procedure is implemented to mathematical software Matlab and the calculation is made for few configuration of input parameters. The most suitable design is used for model and drawing.

Obsah

| | |
|---|----|
| Obsah | 7 |
| Seznam obrázků | 9 |
| Seznam tabulek | 10 |
| Seznam příloh | 10 |
| Seznam použitých symbolů | 10 |
| Úvod | 14 |
| 1. Základní informace o vrtulích | 15 |
| 1.1. Funkce vrtule | 15 |
| 1.2. Základní charakteristiky vrtule | 20 |
| 1.3. Vrtulové profily | 24 |
| 1.4. Konstrukční typy vrtulí | 27 |
| 1.5. Provedení vrtulových listů | 28 |
| 2. Popis metody pro návrh vrtule podle E.E. Larrabee | 30 |
| 2.1. Metoda návrhu vrtule s minimální indukovanou ztrátou | 30 |
| 2.2. Základy vírové teorie vrtulí | 32 |
| 2.3. Návrh vrtule s minimální indukovanou ztrátou | 39 |
| 3. Implementace návrhové metody do programu Matlab | 44 |
| 3.1. Vstupní parametry | 44 |
| 3.1.1. Specifikace parametrů letadla | 44 |
| 3.1.2. Parametry profilu | 47 |
| 3.2. Výstupy výpočtu | 48 |

| | |
|--|----|
| 4. Optimalizace vstupních parametrů pro návrh vrtule | 49 |
| 5. Výběr optimální varianty | 51 |
| 6. Podklady pro výrobu vrtule | 55 |
| Závěr | 56 |
| Použité zdroje | 57 |
| Přílohy | 59 |
| Příloha č.1: Poláry profilu Clark Y [6] | 59 |
| Příloha č. 2: Skript výpočtového programu | 60 |

Seznam obrázků

| | |
|---|----|
| Obr. 1 Síly na profilu křídla letounu [7] | 15 |
| Obr. 2 Rychlostní trojúhelník řezu listu | 16 |
| Obr. 3 Změny rychlostního trojúhelníku | 18 |
| Obr. 4 Chování vrtule s pevnými listy v různých letových režimech [8] | 18 |
| Obr. 5 Chování stavitelné vrtule [9] | 20 |
| Obr. 6 B-25 Mitchell – vliv průměru vrtule na konstrukci letadla [10] | 21 |
| Obr. 7 Profily vrtulového listu | 25 |
| Obr. 8 Souřadnicový systém profilu [2] | 25 |
| Obr. 9 Stavitelná vrtule v poloze praporové [12] | 27 |
| Obr. 10 Příklad elektrické stavitelné vrtule [13] | 28 |
| Obr. 11 Charakteristické tvary listů a profilů vrtule [3] | 29 |
| Obr. 12 Vázaná a volná vířivost [6] | 32 |
| Obr. 13 Soustava vírů vrtulového listu [2] | 33 |
| Obr. 14 Soustava vrtulových vírů [6], [14] | 34 |
| Obr. 15 Betzova podmínka pro minimální indukované ztráty [1] | 35 |
| Obr. 16: Zatížení elementu listu a trojúhelník rychlostí [1] | 38 |
| Obr. 17 Schéma letounu „C-wing“ | 45 |
| Obr. 18 Závislost potřebného tahu na rychlosti letu | 46 |
| Obr. 19 Příklad závislosti účinnosti vrtule na rychlosti letu [2] | 47 |
| Obr. 20 Profil Clark Y [6] | 48 |
| Obr. 21 Cirkulace listu | 52 |
| Obr. 22 Integranty zatížení | 52 |
| Obr. 23 Šířka listu | 53 |
| Obr. 24 Úhel nastavení | 53 |
| Obr. 25 Zkroucení listu | 54 |
| Obr. 26 Model listu vrtule vytvořený v programu Autodesk Inventor | 55 |

Seznam tabulek

| | |
|---|----|
| Tab. 1 Požadovaný tah při rychlosti letu | 46 |
| Tab. 2 Parametry vrtule pro různé počty listů při průměru $D=1,6$ m | 49 |
| Tab. 3 Parametry vrtule pro různé počty listů při průměru $D=1,5$ m | 50 |
| Tab. 4 Parametry vrtule pro různé počty listů při průměru $D=1,4$ m | 50 |

Seznam příloh

Příloha č.1: Poláry prfilu Clark Y

Příloha č.2: Skript programu Matlab

Seznam použitých symbolů

| | | |
|-----------|---------|---------------------------------------|
| a | [m] | polovina rozpětí křídla |
| B | [–] | počet listů |
| b | [m] | rozpětí křídla |
| c | [m] | šířka listu |
| c_{max} | [m] | maximální šířka listu |
| c_d | [–] | součinitel odporu |
| c_l | [–] | součinitel vztlaku |
| D | [m] | průměr vrtule |
| F | [–] | Prandtlova ztrátová funkce |
| F_G | [N] | tíhová síla |
| F_O | [N] | odporová síla |
| F_V | [N] | vztlaková síla |
| f | [–] | součinitel Prandtlovy ztrátové funkce |

| | | |
|----------------------|-----------|---|
| G | $[-]$ | bezrozměrná cirkulace |
| I_1, I_2, J_1, J_2 | $[-]$ | integrály zatížení vrtulového listu |
| i_1, i_2, j_1, j_2 | $[-]$ | integrandy zatížení vrtulového listu |
| I_p | $[kgm^2]$ | moment setrvačnosti profilu |
| L | $[-]$ | plošná plnost vrtule |
| Ma | $[-]$ | Machovo číslo |
| P | $[W]$ | výkon motoru |
| P_c | $[-]$ | součinitel výkonu motoru |
| p_1 | $[Pa]$ | tlak před vrtulí |
| p_2 | $[Pa]$ | tlak za vrtulí |
| R | $[m]$ | poloměr špičky listu |
| r | $[m]$ | poloměr elementu |
| S | $[m^2]$ | plocha listu |
| \bar{S} | $[-]$ | součinitel rozvinutelné plochy |
| S_p | $[m^2]$ | plocha profilu |
| T | $[N]$ | tah |
| T_c | $[-]$ | součinitel tahu |
| t | $[m]$ | tloušťka profilu |
| t_{max} | $[m]$ | maximální tloušťka profilu |
| U | $[-]$ | rychlost otáčení |
| V | $[m/s]$ | rychlost letu |
| v' | $[m/s]$ | hybná rychlost vírového systému |
| W | $[-]$ | rychlost proudu vzduchu nabíhající na list vrtule |

| | | |
|----------------------|------------|--|
| x | $[-]$ | převrácená hodnota rychlostního poměru |
| α | $[^\circ]$ | úhel náběhu |
| α_i | $[^\circ]$ | indukovaný úhel náběhu |
| β | $[^\circ]$ | úhel nastavení |
| β_{75} | $[^\circ]$ | úhel nastavení v návrhovém |
| $\beta - \beta_{75}$ | $[^\circ]$ | zkrut listu |
| δ | $[-]$ | poměrná šířka listu |
| ε | $[-]$ | arcustangens poměru součinitele odporu a vztlaku |
| ζ | $[-]$ | poměr hybné |
| η | $[-]$ | účinnost vrtule |
| η_i | $[-]$ | indukovaná účinnost |
| η_p | $[-]$ | účinnost profilu |
| λ | $[-]$ | rychlostní poměr |
| μ | $[Ns/m^2]$ | viskozita vzduchu |
| ξ | $[-]$ | poměrný poloměr |
| ρ | $[kg/m^3]$ | hustota vzduchu |
| σ | $[-]$ | poměrná plošná plnost |
| τ | $[-]$ | poměrná tloušťka |
| ϕ | $[^\circ]$ | rychlostní úhel |
| Γ | $[m^2/s]$ | cirkulace |
| Φ | $[-]$ | součinitel plošného využití |
| Ω | $[1/s]$ | úhlová rychlost elementu |

Úvod

Cílem této bakalářské práce je návrh vrtule pro letoun s elektrickým pohonem. V první části práce se pojednává o základních pojmech vrtule počínaje její úlohou, přes popis základních charakteristik, které definují geometrii vrtulových listů, až po krátký přehled konstrukčních koncepcí vrtulí a tvarů vrtulových listů.

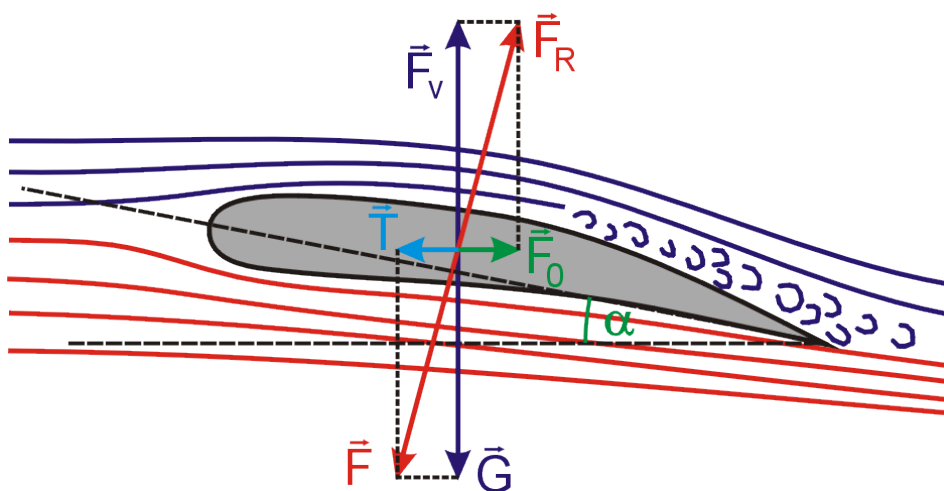
Následuje část popisující návrhovou metodu vrtule s minimální indukovanou ztrátou podle E. E. Larrabee, spolu s rovnicemi, které vedou k výpočtu geometrických, aerodynamických a výkonnostních parametrů vrtule. Součástí této pasáže je stručné shrnutí vírové teorie vrtulí, z které návrhová metoda vychází.

Rovnice popsané v návrhové metodě jsou následně implementovány do programu Matlab, který umožňuje rychlé provedení náročných výpočtů. Pro nalezení optimální varianty se provede několik návrhů s různými vstupními parametry a po získání výsledků a jejich vyhodnocení se provede optimalizace vstupních parametrů pro výběr co nejúčinnější vrtule. S využitím softwaru Autodesk Inventor je nejúčinnější varianta dále rozpracována do modelu a výkresu.

1. Základní informace o vrtulích

1.1. Funkce vrtule

Princip letu lze zjednodušeně popsat tak, že letoun musí překonat síly které jeho pohyb zpomalují, tj. odporová síla F_O a tíhová síla F_G , silami které umožňují jeho pohyb vpřed a stoupání tj. tah T a vztlaková síla F_V . Vztlaková síla F_V vzniká obtékáním profilu, jehož tvar způsobuje rychlejší proudění na horní hraně profilu a pomalejší na dolní straně profilu. Aby bylo proudění vzduchu okolo profilu dostatečně vyvinuté je třeba dodat letadlu dostatečně velkou rychlost. K vytvoření dostatečně rychlého pohybu je třeba hnací síla, kterou nazýváme tah T .



Obr. 1 Síly na profilu křídla letounu [7]

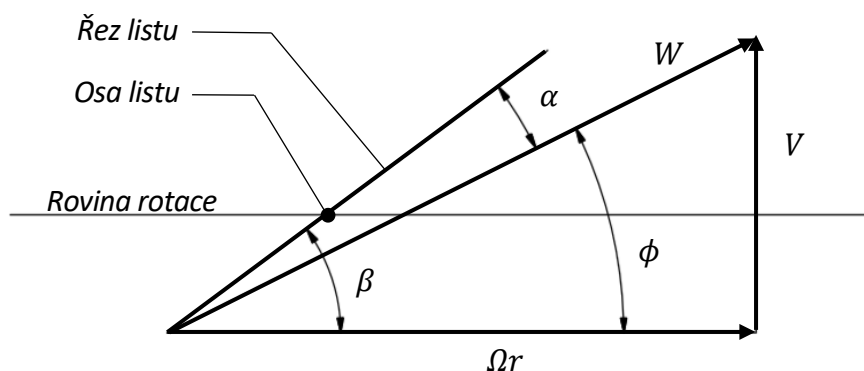
Letecká vrtule je součástí letounu, která slouží k tvorbě tahu T a tím pohonu vpřed. Hnací sílu lze vytvořit reakcí vzdušného proudu vyvíjeného právě vrtulí nebo reakcí spalin vytékajících vysokou rychlostí. Energie motoru letadla roztáčí vrtuli, která svým pohybem reaguje se vzduchem a vytváří hnací sílu kterou nazýváme tah T . Vyvíjením tahu pak vrtule mění energii motoru na práci potřebnou k posuvnému pohybu letadla vpřed. [3]

Vrtuli řadíme mezi lopatkové stroje, jejichž lopatky nazýváme vrtulové listy. Vrtule se sestává obvykle ze dvou až osmi vrtulových listů spojených pomocí náboje s hřídelí motoru, popřípadě reduktoru otáček. [3]

Tahem vrtule rozumíme sílu, kterou vytváří svou činností vrtule v zemské atmosféře. Principem vzniku tahu vrtule je urychlení vzduchu procházejícího pomyslným vrtulovým diskem, čímž rozumíme kruh vytyčený špičkami jednotlivých vrtulových listů. Urychlení proudu vzduchu můžeme rovněž vysvětlit rozdílem tlaků před diskem a za diskem vrtule nebo se lze dívat na tah vrtule jako součet aerodynamických sil ve směru osy vrtule působících na každý otáčející se list, jako na rotující křídlo. [3]

Vrtule produkuje tah při relativně malém přírůstku rychlosti vzduchu a relativně velkém množství vzduchu procházejícím diskem vrtule. Pohon pomocí vrtule v součinnosti s pístovým motorem je levný a ekonomický zejména pro letouny s malými rychlostmi letu, ale i pro větší letouny s turbínovými motory, neboť dosahuje vysoké účinnosti (cca 80%) až do rychlosti letu 800 km/h. [3]

Jak už bylo zmíněno výše, tah vrtule je výsledkem působení vrtulového listu na vzduch, podobně jako nosná plocha letounu. Nosná plocha letounu, tedy křídlo koná pohyb posuvný, ale vrtulový list koná pohyb složený z pohybu posuvného, a navíc ještě rotačního, což ve výsledku znamená, že vrtule se „zařezává“ do vzduchu jako šroub, a i trajektorie listu se dá přirovnat ke šroubovici. Pro zjednodušení předpokládejme, že vrtulový list má tvar obdélníku, jehož délka je mnohem delší než šířka. Rychlost rotace listu kolem osy vrtule můžeme na příslušném vzdálenosti od osy rotace vyjádřit jako Ωr . Rovina listu svírá s rovinou rotace úhel β . Současně koná vrtulový list i posuvný pohyb rychlostí V , která odpovídá rychlosti letu. Provedeme-li řez listem na určitém poloměru, můžeme vyšetřit rychlosti, které působí na element listu. [2]



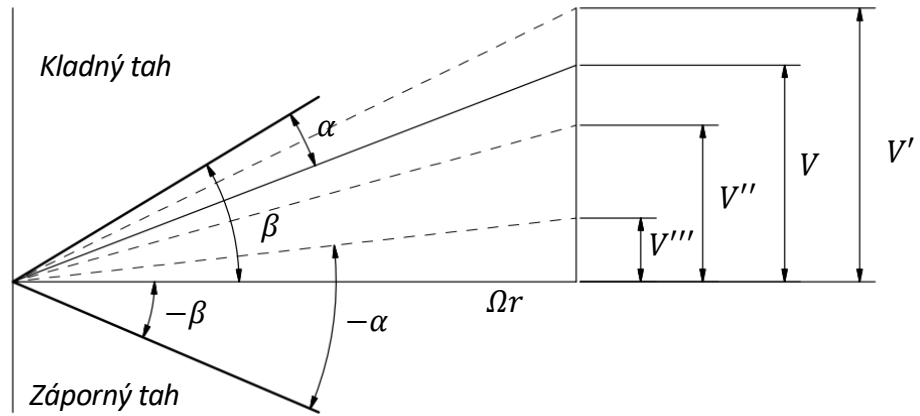
Obr. 2 Rychlostní trojúhelník řezu listu

Jak je vidět na obrázku rychlosti Ωr a V jsou na sebe kolmé jejich geometrický součet nazýváme W . Úhel mezi rovinou rotace a rychlostí W se nazývá náběžný úhel a značíme jej β . Pokud bychom stejný řez provedli ne jiném poloměru, úhel β by se změnil, poněvadž by se změnila obvodová složka rychlosti Ωr , jejíž závislost na poloměru r je lineární. [1]

$$\alpha = \beta - \phi \quad (1.1)$$

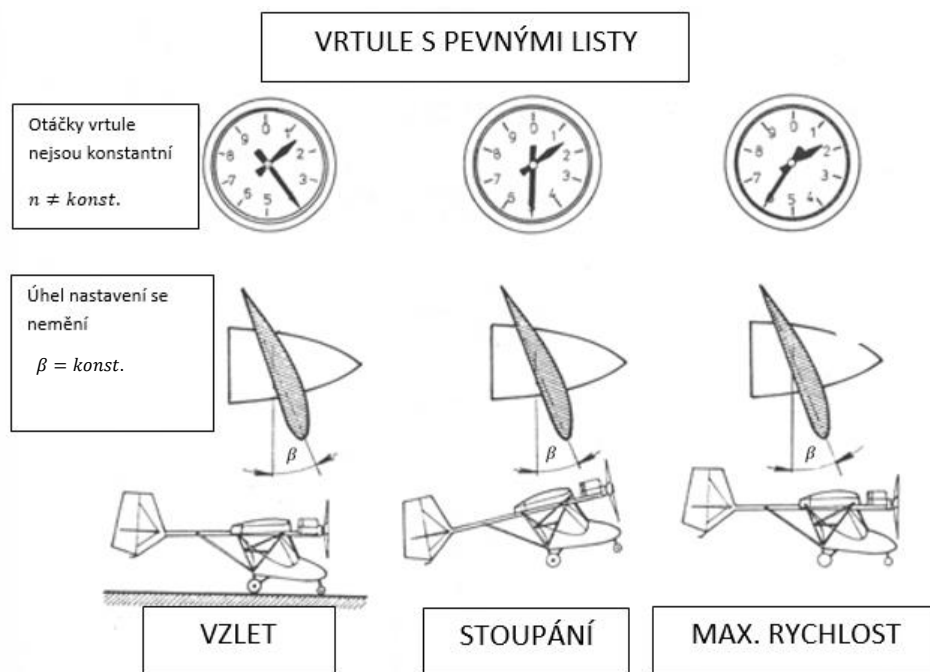
Se zmenšujícím se poloměrem r se zvětšuje úhel ϕ a úhel α se tím pádem zmenšuje, a může nabývat nuly, a i záporných hodnot, úhel β je v tomto případě konstantní. Na úhlu α závisí hodnota vztlaku, čím větší úhel α bude, tím větší vztlak bude plocha listu generovat, na druhou stranu s rostoucím úhlem α poroste i odporová síla listu, která roste se zvyšující se rychlostí. Nejvýhodnější hodnotu úhlu α můžeme určit poměrem $\frac{c_l}{c_d}$. K dosažení co nejvyššího tahu současně při minimálních ztrátách energie vlivem odporu je proto nutné, aby se měnil úhel β spolu s poloměrem r , čím menší poloměr, tím větší úhel β a naopak. Kontinuální změna úhlu β vede k tomu, že vrtulový list je zkroucen s měnícím se poloměrem r . [2]

Ze stejného řezu listem vrtule můžeme vyšetřit i změnu posuvné rychlosti V . Pokud bude mít list vrtule posuvnou rychlost V a rotační rychlost Ωr , předpokládejme že úhel náběhu α bude blízký optimálnímu. Zvýšíme-li rychlost V , na V' úhel alfa se zmenší, list vrtule bude klást menší odpor a tzv. se „odlehčí“. Jestliže bude výkon motoru stálý, a odpor listu se sníží, znamená to, že otáčky motoru se zvýší, až do takové hodnoty, při níž bude výkon spotřebovaný a dodávaný v rovnováze. Naopak když rychlost V snížíme na hodnotu V'' úhel náběhu se zvýší a nastane opačný efekt než v předchozí situaci, vzroste odpor listu a dojde k jeho většímu zatížení, což sebou nese i snížení otáček vrtule při konstantním dodávaném výkonu. [2]



Obr. 3 Změny rychlostního trojúhelníku

Pokud požadujeme, aby otáčky n vrtule byly za každého stavu konstantní musíme měnit se změnou posouvající rychlosti V i úhel nastavení β . V takovém případě mluvíme o stavitelných vrtulích. Bude-li posuvná rychlost V rovna nule, to znamená že letoun bude stát na místě, pak bude ideální hodnota úhlu nastavení β rovna úhlu náběhu α . [2]



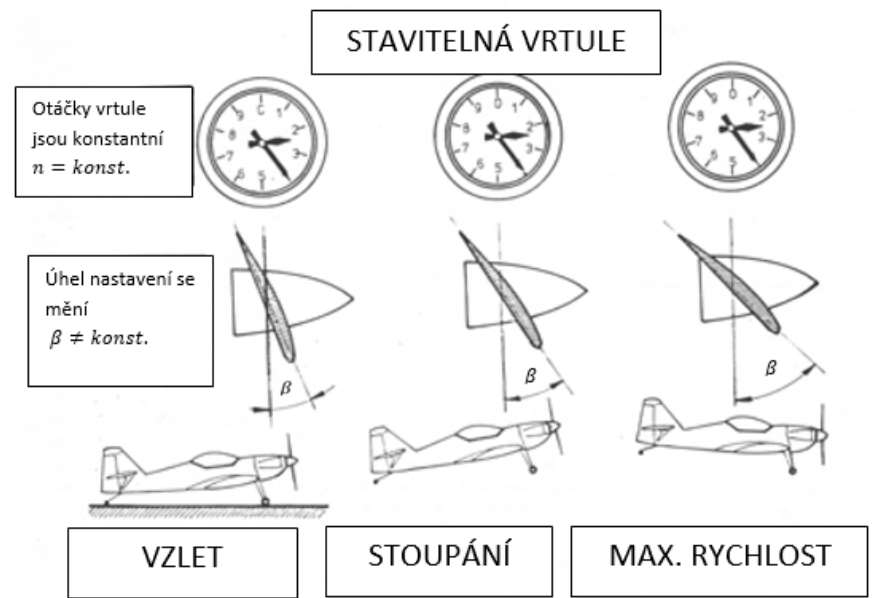
Obr. 4 Chování vrtule s pevnými listy v různých letových režimech [8]

Mějme situaci kdy letoun má posuvnou rychlost V nenulovou a úhlovou rychlost Ω taktěž nenulovou, a motor je vypnutý a nedodává vrtuli žádnou energii. Na počátku této situace bude úhel nastavení β ještě velký a tah vrtule bude také ještě kladný, pak listy vrtule budou brzděny svým odporem a otáčky budou klesat, což povede k zmenšování úhlu α až do záporných hodnot. [2]

Další situace nastane, když vrtuli zabrzdíme a zabráníme jí v otáčení. Listy vrtule se budou pohybovat pouze posuvnou rychlostí a budou klást menší odpor, než kdyby se otáčely. Čím větší bude úhel nastavení β , tím menší budou klást listy odpor, a to až do hodnoty 90° , kdy bude odpor minimální. Poloha vrtulových listů v této poloze se nazývá poloha praporová. [2]

Poslední možný režim vrtule se nazývá reverzní, a nastane v případě, že motor pracuje, posuvná rychlost V'' je nenulová a úhel nastavení β je takový, že úhel náběhu α je záporný, pak i tah bude záporným a vrtule bude brzdit, což se využívá například při přistání. [2]

Pokud budeme mluvit o vrtuli stavitelné mohou v praxi nastat všechny režimy chodu, které byly popsány výše. Při běžném provozu, kdy slouží vrtule k pohonu letadla vpřed koná hnací funkci, dále při klouzavém letu může působit jako větrný mlýn v případě vypnutí motoru nebo může být zabrzděna a její listy být nastaveny do polohy praporu anebo mohou být vrtulové listy nastaveny do záporného úhlu náběhu a využity ke zkrácení dojezdu při přistání. [2]



Obr. 5 Chování stavitelné vrtule [9]

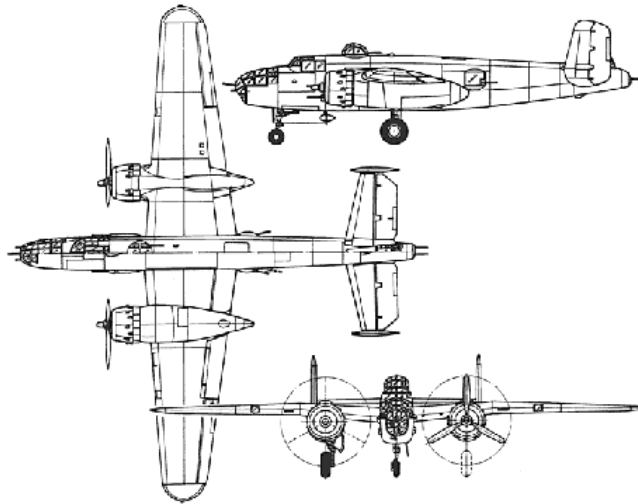
1.2. Základní charakteristiky vrtule

Charakteristikami vrtule rozumíme parametry, které ovlivňují vlastnosti a funkci vrtule, můžeme je rozdělit do 3 kategorií:

1. Geometrické charakteristiky
2. Aerodynamické charakteristiky
3. Dynamické charakteristiky

V této práci se budeme zabývat hlavně geometrickými charakteristikami, mezi které patří průměr vrtule, šířka listu, tloušťka listu, zkroucení listu, plošná plnost. Všechny tyto charakteristiky musí být jednoznačně dány výkresem vrtule. [2]

Průměr vrtule D je vymezen špičkami listů, které opíší kružnici během rotace. Průměr vrtule je velmi důležitou charakteristikou, protože určuje velikost vrtule, a ta má velký vliv na návrh letounu. U jednomotorových letounů je průměr vrtule limitován výškou podvozku a u vícemotorových letadel musí být motory umístěny dostatečně daleko od trupu, aby nedošlo ke kolizi vrtulového listu a draku, a také dostatečně daleko od sousedícího motoru, tak aby nedošlo k ovlivňování vzdušného proudu sousedící vrtule. Průměr vrtule se volí podle aerodynamických charakteristik a významně ovlivňuje její účinnost a tím i celkové letové vlastnosti letadla, proto je třeba věnovat průměru vrtule pozornost již při návrhu letadla. [2]



Obr. 6 B-25 Mitchell – vliv průměru vrtule na konstrukci letadla [10]

Šířkou listu c rozumíme délku tětiny na příslušném poloměru vrtule. Šířka listu může být konstantní na většině listu v případě obdélníkové vrtule, ale většiny typů vrtulí je šířka proměnná. Pro lepší práci ve výpočtech se zavádí poměrná šířka listu δ vztážená k poloměru vrtule R . [2]

$$\delta = \frac{c}{R} \quad (1.2)$$

Dále rozlišujeme maximální šířku c_{max} nebo absolutní poměrnou šířku δ_{max} , což bývá jeden ze základních parametrů vrtulového listu, který určuje tvar listu. Poměrná šířka se pro lepší názornost určuje v procentech poloměru. [2]

$$\delta = \frac{c}{R} \cdot 100 \quad (1.3)$$

Listy vrtulí můžeme rozdělit podle jejich poměrné šířky na úzké listy s 6 až 7 %, na středně široké listy s 8 % a široké listy, které mívají poměrnou šířku 9 až 10 % i více. [2]

Tloušťka listu t na příslušném poloměru vyjadřuje největší tloušťku vdaném průřezu. Tloušťka se mění se změnou poloměru a to tak, že u kořene listu je největší a na konci listu nejmenší. Poměrnou tloušťku na daném poloměru vztahujeme k šířce listu. [2]

$$\tau = \frac{t}{b} \quad (1.4)$$

Tloušťka má z aerodynamického hlediska veliký význam hlavně na koncích listů, a to díky tomu že zde rychlosti mohou dosahovat vysokých hodnot blížících se rychlosti zvuku. Protože je tloušťka na konci listu významnější, uvádí se kontrolní tloušťka na poměrném poloměru $\tau = 0,9$. Poměrná tloušťka na konci listů dřevěných vrtulí se rovná 7 až 8 %, u ocelových vrtulí je to o něco méně, 4 až 7 %. [2]

Důležitým parametrem vrtule je úhel nastavení β , který leží mezi rovinou rotace a tětvou profilu listu na příslušném poměru. Úhel ϕ se zmenšuje od kořene, kde nabývá nejvyšších hodnot směrem ke konci listu, tudíž má v každém místě jinou hodnotu. Aby se změny úhlu nastavení daly vyjádřit, volí se referenční úhel nastavení listu a to na poměrném poloměru $\xi = 0,75$. Z hlediska výroby je výhodnější používat absolutní hodnoty místo poměrných, tudíž se jako referenční poloměr volí 1000 mm nebo 1600 mm v závislosti na velikosti vrtule. Zkroucení listu je dáno rozdílem úhlu β na příslušném poloměru a úhlu $\beta_{0,75}$ na referenčním poloměru. Pro lepší znázornění zkroucení listu vynášíme průběh zkroucení listu v závislosti na poměrném poloměru. [2]

Dalšími vrtulovými charakteristikami jsou rozvinutá plocha listu a plošná plnost. Elementární plochu listu můžeme vyjádřit jako $c dr$ a rozvinutou lochu listu pak integrací této elementární plošky v mezích r_0 až R :

$$S = \int_{r_0}^R c dr \quad (1.5)$$

nebo v poměrných hodnotách:

$$S = \frac{D^2}{2} \int_{\bar{r}_0}^1 \delta d\xi \quad (1.6)$$

Za r_0 volíme hodnotu 0,25. Úpravou rovnice (1.6) získáme konstantu, kterou nazveme součinitelem rozvinutelné plochy:

$$\frac{S}{D^2} = \bar{S} = \frac{1}{2} \int_{\bar{r}_0}^1 \delta d\xi \quad (1.7)$$

Plošná plnost vrtule L je rozvinutá plocha S násobená počtem listů B vztažená k ploše mezikruží vymezené intervalem r_0 až R .

$$L = \frac{SB}{\pi(R^2 - r_0^2)} \quad (1.8)$$

U vrtulí s podobnou půdorysnou plochou se dá předpokládat platnost tohoto vzorce:

$$L = \frac{c_{max} B}{2\pi r_{cmax}} \quad (1.9)$$

Někdy je výhodné vyjádřit úměrnou plošnou plnost:

$$\sigma = \frac{c_{max} B}{2R} = \delta_{max} z \quad (1.10)$$

Plošná plnost charakterizuje šířku listů. Šířka listu má však různou účinnost, protože rychlosti profilů na příslušných poloměrech se z jeho změnou mění. Abychom mohli lépe zhodnotit šířku listu, zavedeme součinitel plošného využití:

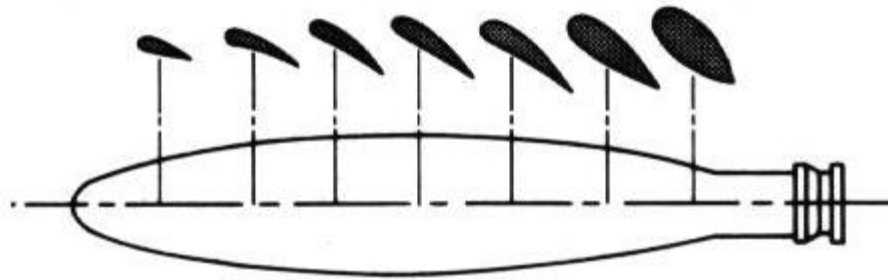
$$\Phi = 6250 \int_{\bar{r}_0}^1 \delta \xi^3 d\xi \quad (1.11)$$

Z poslední rovnice vyplývá, že čím širší je list, tím větší je jeho plošné využití. Podle hodnoty plošného využití můžeme rozdělit listy na štíhlé s hodnotami 60 až 70, na listy středně široké v rozmezí 70 až 90, a listy široké s hodnotami součinitele plošného využití 100 a vyššími. [2]

1.3. Vrtulové profily

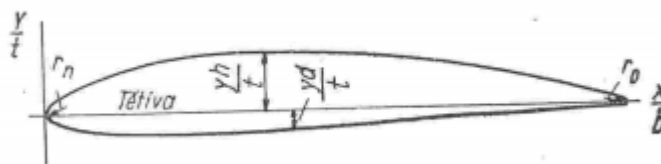
Provedeme-li řez vrtulovým listem, zjistíme že profily se příliš neliší od profilů nosných ploch. I přes velkou podobnost profilů vrtulových listů a nosných ploch, mají profily vrtule svá specifika. Rozmezí tloušťky profilů nosné plochy se pohybuje v rozmezí 16 % u trupu letadla po 9 až 10 % na jeho konci, zatímco tloušťka profilů vrtulových listů se pohybuje od 20 % u kořene listu po 4,5 až 6 % na konci listu. [2]

Poměry rychlostí a zatížení jsou na vrtulovém listu mnohem složitější než na nosných plochách. Konec vrtulového listu se otáčí velmi vysokou rychlostí blízkých i rychlostem zvuku, což upřednostňuje rychlostní profily s malými tloušťkami, které kladou co nejmenší odpor proti pohybu. Na druhou stranu profily blízké kořenu listu by měly být větší tloušťky s větším zakřivením, protože se lépe chovají při nižších rychlostech. Profil vrtulového listu musí splňovat protichůdné požadavky na různých poloměrech, proto se pro vrtulové listy používá různých profilů. [2]



Obr. 7 Profily vrtulového listu

K popisu tvaru profilu se využívá jeho zobrazení v souřadném systému, kdy jeho tětíva tvoří osu x a osa y je na tětívu kolmá a dotýká se tečně náběžné hrany v počátku, tak jako na obrázku. Tětíva rozděluje profil na dvě části – horní a dolní. [2]



Obr. 8 Souřadnicový systém profilu [2]

Horní část profilu je označena pořadnicemi y_h , dolní část je určena pořadnicemi y_d . Dolní pořadnice mohou mít kladné i záporné hodnoty, záleží na tvaru a poloze dolní části obrysu vůči tětívě. Souřadnice profilu se udávají většinou v poměrných hodnotách. Souřadnice osy x se vztahují k délce tětivy c a souřadnice osy y se vztahují k největší tloušťce t.

$$\bar{x} = \frac{x}{c} \quad (1.12)$$

$$\bar{y}_h = \frac{y_h}{t} \quad (1.13)$$

$$\bar{y}_d = \frac{y_d}{t} \quad (1.14)$$

Souřadnice \bar{x} se zapisují v procentech 0; 2,5; 5; 10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 95; 100. Pro výpočet těžiště profilu se udávají souřadnice v tomto tvaru

$$\bar{x}_t = k_1 c \quad (1.15)$$

$$\bar{y}_t = k_2 t \quad (1.16)$$

kde k_1 a k_2 jsou součinitelé těžiště charakterizující profil. Plocha profilu S_P vypadá takto

$$S_P = k_3 t c \quad (1.17)$$

kde k_3 je součinitel plochy charakteristický pro daný profil. Momenty setrvačnosti vztažené k osám procházející těžištěm jsou

$$I_{P_{max}} = a_1 c^3 t \quad (1.18)$$

$$I_{P_{min}} = a_2 c t^3 \quad (1.19)$$

Kde a_1 a a_2 jsou součinitelé momentu setrvačnosti charakterizující příslušný profil. Kromě geometrických a statických charakteristik jsou pro návrh a výpočet vrtule zásadní aerodynamické charakteristiky uvažovaného profilu. Aerodynamické charakteristiky vrtule je potřeba přepočítat na pomyslné nekonečně velké rozpětí. K hlavním aerodynamickým charakteristikám vrtule patří křivky závislosti součinitele vztlaku na úhlu náběhu α a tloušťce t a závislost poměrného součinitele vztlaku na úhlu náběhu α a tloušťce t . [2]

$$c_l = f(\alpha, t) \quad (1.20)$$

$$\frac{c_l}{c_d} = f(\alpha, t) \quad (1.21)$$

1.4. Konstrukční typy vrtulí

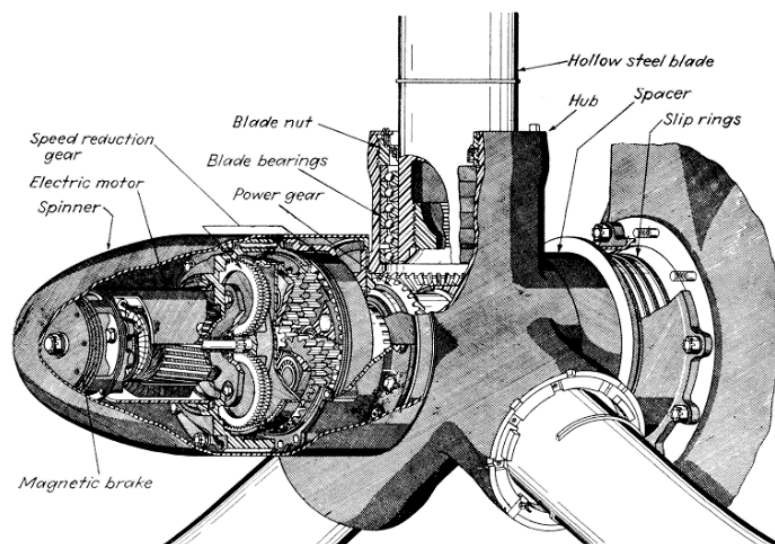
Vrtule rozdělujeme nejčastěji z hlediska uchycení v náboji na pevné a stavitelné. Pevné vrtule mají pevný úhel nastavení, který nelze změnit během letu, kdežto stavitelné mohou úhel nastavení změnit dle potřeby. [3]

Pevné vrtule můžeme ještě rozdělit na celistvé tzv. „monobloky“ a na přestavitelné. Monobloky bývají obvykle ze dřeva, čímž je jejich výroba značně zjednodušena, a proto bývají i lehčí a levnější. Přestavitelné vrtule mají jednotlivé listy zakončeny válcovými kořeny, které jsou vloženy do náboje, v němž jsou sevřeny šrouby nebo objímkami, díky čemuž může být na zemi upraven úhel nastavení listu. Nelze sice měnit nastavení vrtulí za letu, ale i změna nastavení na zemi je velkou výhodou, protože to například umožňuje nastavení vrtule pro jiné letadlo či motor. [3]



Obr. 9 Stavitelná vrtule v poloze praporové [12]

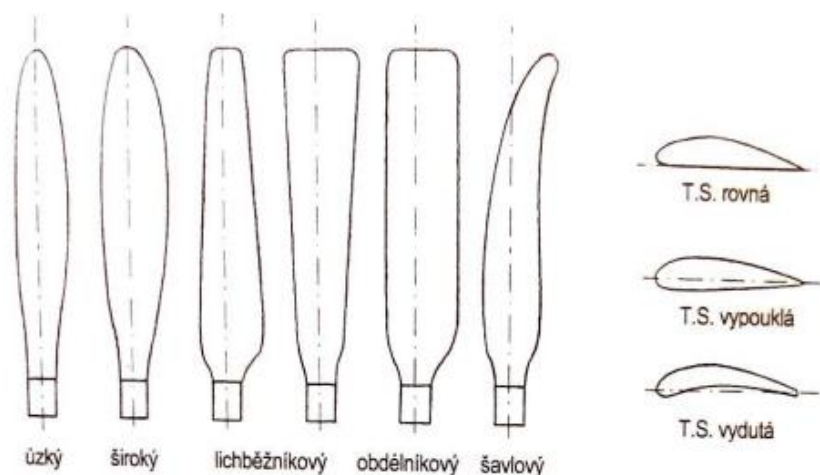
Stavitelné vrtule mají možnost otáčet se v určitém rozsahu úhlů kolem své osy a měnit tak úhel nastavení. Systém stavění může být dvupolohový, tedy nastavení do malého stoupání a velkého stoupání, nebo nastavitelný do jakékoliv polohy mezi zarážkami. Výhodou změny úhlu nastavení je nejen optimální účinnost, ale i možnost využití polohy praporové a reverzní. Ke stavění listů se používají hydraulické servomotory, elektrické servomotory nebo mechanická energie motoru letadla. Ovládání stavitelných vrtulí může být ruční nebo automatické. Například nejčastější typ automatického řízení je regulace stálých otáček tzv. „constant speed propeller“. [3]



Obr. 10 Příklad elektrické stavitelné vrtule [13]

1.5. Provedení vrtulových listů

Vrtulové listy jsou součástí poměrně komplikované a složité geometrie. Vrtulové listy musí samozřejmě co nejlépe plnit svou primární funkci pro kterou je vyrobena, totiž pohon letadla urychlováním proudu vzduchu s co nejvyšší účinností, ale je třeba pamatovat na to, vrtule mají i charakteristiky pevnostní a dynamické. Rozsah výkonů, otáček a rychlostí které mohou být na vrtuli aplikovány je dalo by se říci téměř nekonečný a proto je přirozené, že každá konkrétní aplikace může mít konkrétní požadavky na tvar listu, a díky tomu existuje celé spektrum tvarů vrtulových listů. [3]



Obr. 11 Charakteristické tvary listů a profilů vrtule [3]

U běžně zatížených vrtulí obvykle dobře vyhovuje tvar oválný nebo lichoběžníkový. Při velmi vysokém zatížení bývá nutné použít listy s velkou šířkou, a to i špičky. Specifický šavlovitý tvar se používá ke snížení relativní tloušťky řezu u špičky listu, podobně jako šípovitý tvar křídel u vysokorychlostních letounů. Na koncích listů se pak může docílit vyššího Machova čísla a udržet tím propulzní činnost na maximální účinnosti i při vysokých rychlostech. [3]

2. Popis metody pro návrh vrtule podle E.E. Larrabee

2.1. Metoda návrhu vrtule s minimální indukovanou ztrátou

Vrtule s minimální indukovanou ztrátou jsou rotujícím ekvivalentem elipticky zatíženého křídla, charakterizovaného minimální ztrátou kinetické energie specifického zatížení vrtulového disku, počtem vrtulových listů a rychlostí letu. Začátkem roku 1979 Eugene Larrabee navrhl touto metodou sérii vrtulí, ale i „větrných mlýnů“, s překvapivě vysokou účinností, od letounů poháněných lidskou silou až po větrné turbíny s výkonem 50 kW. [1]

Teorie pohonného disku je popis principu činnosti kruhových rotujících zařízení, která urychlují ustálený proud tekutiny jednotného množství v dobře definovaný proud. Urychlený proud tekutiny je oddělen od okolí povrchem diskontinuity nazývaným „vírový plášť“, který je tvořen nekonečným počtem vírů způsobených konečným poloměrem vrtulových listů. Rychlost urychleného proudu je považována za ustálenou, což omezuje tuto teorii podmínkou „lehkého zatížení“ disku. Touto podmínkou rozumíme, že axiální rychlost aV se mění a všechny složky radiální rychlosti musí být malé v porovnání s rychlostí nabíhajícího proudu. [1]

Uvažujme, že p_1 je tlak před vrtulovým diskem a p_2 tlak za vrtulovým diskem. Aplikací Bernoulliho rovnice na proud vzduchu před diskem dostaneme výraz:

$$\frac{\rho}{2}V^2(1 + a^2) + p_1 = \frac{\rho}{2}V^2 \quad (2.1)$$

A podobně pro proud vzduchu za diskem:

$$\frac{\rho}{2}V^2(1 + a^2) + p_2 = \frac{\rho}{2}V^2(1 + b^2) \quad (2.2)$$

Tah vznikající na disku vrtule je způsoben změnou hybnosti urychleného proudu:

$$T = \pi R^2(p_2 - p_1) = \rho V(1 + a)bV\pi R^2 \quad (2.3)$$

Z posledních tří uvedených rovnic vyplývá:

$$a = \frac{b}{2} \quad (2.4)$$

A koeficient tahu pak vypadá takto:

$$T_c = \frac{2T}{\rho V^2 \pi R^2} = 4a(1 + a) \quad (2.5)$$

Výkon přiváděný do disku je rovný využitelnému výkonu TV plus kinetická energie urychleného proudu vzduchu. Koeficient výkonu pak vypadá takto:

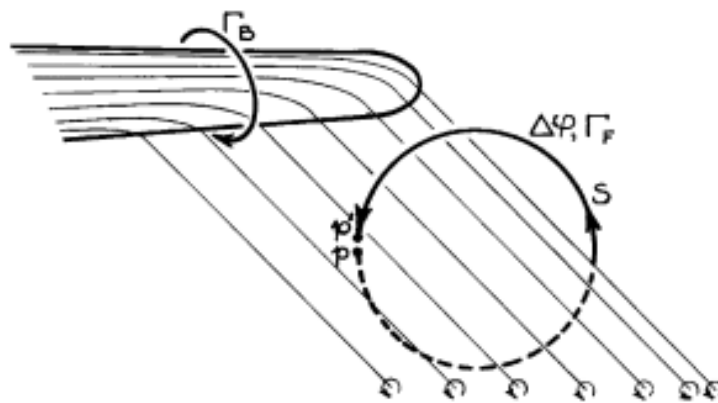
$$P_c = \frac{2P}{\rho V^3 \pi R^2} = 4a(1 + a)^2 \quad (2.6)$$

Účinnost pohonného disku je tudíž: [1]

$$\eta = \frac{TV}{P} = \frac{T_c}{P_c} = \frac{1}{1 + a} \quad (2.7)$$

2.2. Základy vírové teorie vrtulí

Teorii pohonného disku představili William John Macquorn Rankine a William Froude v šedesátých letech 19. století, aby pomohli lépe porozumět práci lodních šroubů parních lodí, avšak nedokázali navrhnout geometrii lopatek optimální k jejich zatížení a provozním podmínkám. Řešení tohoto problému objasnili až nezávisle na sobě pracující Wilhelm Kutta a Nikolaj Jegorovič Žukovskij krátce před první světovou válkou, kteří dokázali, že vztlak je přímo úměrný vázaným vírům na profilu rozloženým podél rozpětí křídla, které se musí rovnat volným vírům na koncích křídel. [1]



Obr. 12 Vázaná a volná vířivost [6]

Během první světové války rozšířil Ludwig Prandtl se svými kolegy teorii Kuttý a Žukovského, a popsal vztlak křídla konečného rozpětí v třídímenzionálním proudění. Představil myšlenku pohybujícího se vírového listu tvořeného koncem pohybujícího se křídla nebo rotujícího listu vrtule, splňující Stokesův zákon pro eliptické rozložení vztlaku, a vázané víry objevené Maxem Michalem Munkem, odpovídající minimální kinetické energii proudového pole. Efektem vírového listu je indukce rychlosti na křídle, které lze nahradit zmíněným vázaným vírem. Vázaný vír lze spočítat pomocí analogie Biot-Savartova zákona, jestliže budeme považovat vírová vlákna za elektrické vodiče pak jejich indukované magnetické pole v daném bodě odpovídá požadované rychlosti. Pro zvláštní případ eliptický

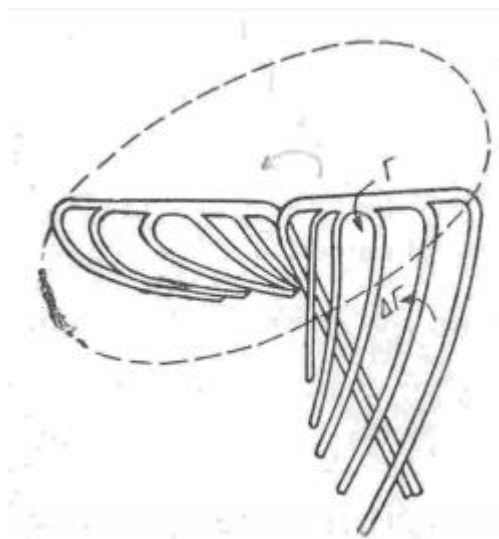
zatíženého křídla, jehož rozpětí je mnohem větší v porovnání s délkou tětiny, je indukovaný úhel náběhu konstantní podél rozpětí a vypadá takto:

$$\alpha_i = \frac{C_L}{\pi \frac{b^2}{S}} \quad (2.8)$$

, kde

$$C_L = \frac{Lift}{\frac{\rho}{2} V^2 S} \quad (2.9)$$

, kde b je rozpětí a S plocha křídla. Vírový list se při odtržení od odtokové hrany křídla pohybuje rychlostí směřující směrem, kterým byl odkloněn proud vlivem tvaru profilu, což odpovídá minimální kinetické energii pro proudové pole. [1]



Obr. 13 Soustava vírů vrtulového listu [2]

V případě že je vírový list nebude nestabilní, povede to k proudění směrem dolů, jenž udělí proudu tvar profilu, rychlostí která poroste určitým tempem spolu s rostoucí vzdáleností proudu. Místo toho začne vírový list okamžitě rychle rolovat po vnějších hranách,

vytvoří se dva koncové víry, které mají potenciálně sílu odpovídající síle vázaného víru v centru, a které jsou odděleny hodnotou rozpětí křídla násobenou $\frac{\pi}{4}$. Kinetická energie proudového pole není ovlivněna procesem rolování vírového listu. Indukovaný odpor lze snadno spočítat rotací vztaku přes indukovaný úhel, proudová složka pak vypadá takto:

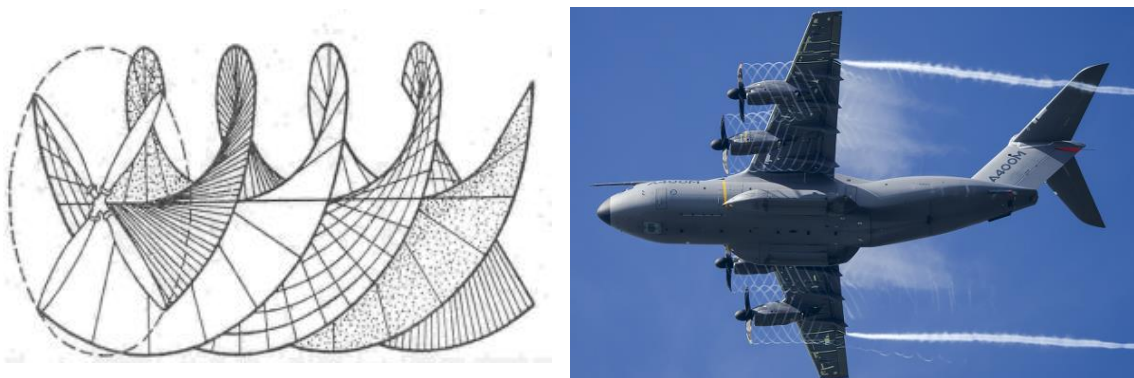
$$C_{Di} = \alpha_i C_L = \frac{C_L^2}{\pi \frac{b^2}{S}} \quad (2.10)$$

případně takto:

$$D_i = \frac{\rho}{2} V^2 S C_{Di} \quad (2.11)$$

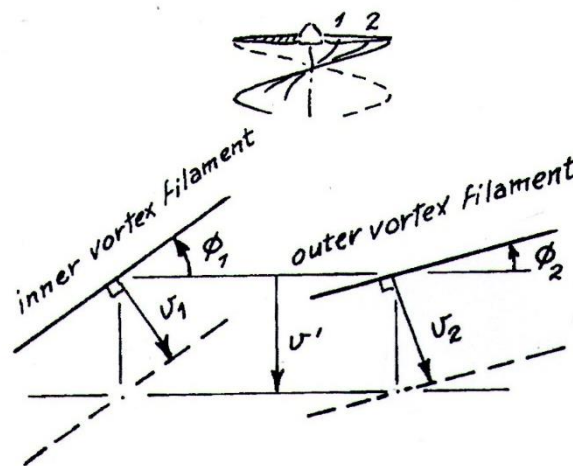
Kinetická energie proudového pole je dána výsledkem indukovaného odporu a rychlosti letu. Všechny tyto výsledky závisí na tom, že volný vírový list je plochý a ve stavu ustáleného proudu kolmý sám na sebe. Rychlost volného vírového listu bude dvojnásobná, což je dáno rovnicí (2.8) velmi daleko za tlakovým polem listu. [1]

Odtud už je jen malý krok k vírové teorii vrtule. V roce 1919 Albert Betz publikoval podobnostní pravidlo pro pohyb vírového listu tvořeného rotující vrtulí. Toto pravidlo nazval „tuhý impuls“. Každý spirálovitý vírový list je unášen rychlostí $v' \cos \phi$, která je v každém místě kolmá na spirálu víru. [1]



Obr. 14 Soustava vrtulových vírů [6], [14]

Rychlost v' je radiální konstantní zdánlivá osová hybná rychlost spirálovitého víru jako celku, a úhel ϕ je lokálním úhlem šroubovice. Spirálový vírový list tvořený každým listem vrtule se jeví tak, že se pohybuje axiálně jako tuhé těleso rychlostí v' , ale jsou to částice tekutiny, které mají axiální složku rychlosti $v' \cos^2 \phi$ a vířivou složku $v' \cos \phi \sin \phi$, což je neslučitelné s myšlenkou pohybu jako vírů jako tuhého tělesa. Pokud v' je hybná rychlost rozvinutého impulsu, pak indukované rychlosti vázaných vírů jsou rovny přesně polovině rychlosti v' , tak jak je to u teorie pohonného disku a vírové teorie křídla. Každý vírový list je nestabilní, tak jako vírový list křídla, a valí se po vnější hraně, aby nakonec vytvořil volný vír na konci listu rovný maximální hodnotě vázaného víru listu. Všechny vírové listy se valí společně do středu a tvoří vír ve středu vrtule, jehož hodnota je rovna součtu koncových volných vírů. Kinetická energie rychlostního pole vrtule není ovlivněna valivým pohybem vírů. Fyzicky se urychlený proud vzduchu skládá z těchto pohybů, valení, šroubovitý pohyb vírových listů a unášivým pohybem tekutiny mezi zmíněnými pohyby. [1]



Obr. 15 Betzova podmínka pro minimální indukované ztráty [1]

Prandtl byl první kdo přibližně počítal rozdělení vázané vířivosti každého listu lehce zatížených vrtulí s minimálními indukovanými ztrátami. V dodatku k Betzově publikaci Prandtl zjistil, že urychlený proud vzduchu mezi konečným počtem vírových listů se bude pohybovat zlomkem rychlosti vírového listu, a to že cirkulace kolem uzavřené křivky uvnitř

urychleného proudu vzduchu se středem v ose vrtule bude rovna vázané vířivosti Γ na stejném poloměru všech B listů podle Stokesova zákona:

$$B\Gamma = 2\pi r F v' \cos\phi \sin\phi \quad (2.12)$$

Hodnotu F Prandtl aproximoval analytickým výsledkem dvoudimenzionálního proudění kolem hran nekonečného pole polo-nekonečných rovin pohybujících se kolmo na sebe. Průměrná rychlost unášených částic ve směru pohybu roviny já následující:

$$F = \frac{2}{\pi} \arccos(\exp(-f)) \quad (2.13)$$

kde f je parametr mezi vzdálenostmi hran a roztečí desek. V geometrii vrtulového listu je rozteč listů vztažena k vnější hraně, tudíž f vypadá takto:

$$f = \left(\frac{B}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{\lambda^2 + 1}}{\lambda}\right) \left(1 - \frac{r}{R}\right) \quad (2.14)$$

Kde R je poloměr vrtulového listu, a $\lambda = \frac{v}{\Omega R}$ je rychlostní poměr rychlosti letu a obvodové rychlosti konce vrtule. Pokud uvažujeme lehké zatížení vrtule můžeme psát:

$$\cos\phi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \quad (2.15)$$

$$\sin\phi = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \quad (2.16)$$

kde x odpovídá výrazu:

$$x = \frac{\Omega r}{V} \quad (2.17)$$

poté můžeme zapsat normalizovanou vázanou vířivost takto:

$$\frac{B\Omega\Gamma}{2\pi V v'} = \frac{F x^2}{x^2 + 1} \quad (2.18)$$

Výraz na pravé straně rovnice (2.18) je také poměr mezi průměrnou axiální rychlostí ku hybné rychlosti. Jestliže bude $\lambda = 0,1$, pak i dvoulistá vrtule přibližuje pohonný disk ideálu rychlosti radiálního ustáleného urychleného proudu vzduchu. [1]

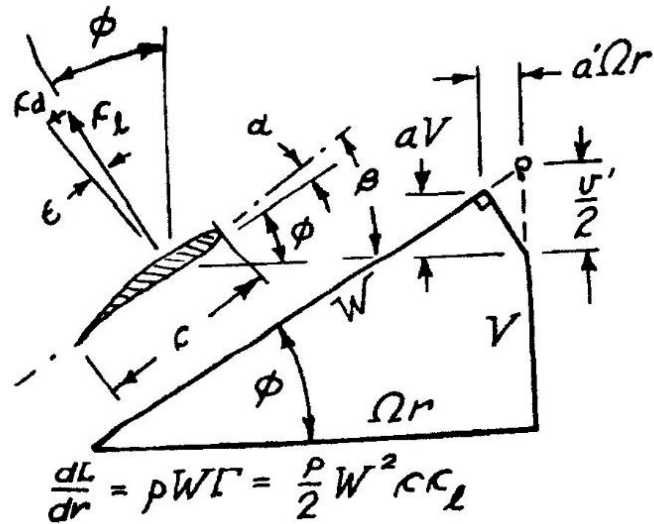
Tak jako křídla mají vrtulové listy odpor daný profilem, který je způsoben působením vazkých sil na mezní vrstvu listu, a které působí největší nárůst ztráty profilu. Výkon elementu listu vypadá takto:

$$\frac{d(TV)}{dr} = \frac{dF}{dr} \cos(\phi + \varepsilon) V \quad (2.19)$$

$$\varepsilon = \arctan\left(\frac{c_d}{c_l}\right) \quad (2.20)$$

Příčemž příkon elementu je:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{dF}{dr} \sin(\phi + \varepsilon) r \Omega \quad (2.21)$$



Obr. 16: Zatížení elementu listu a trojúhelník rychlostí [1]

Zde je aV axiální a $a'\Omega r$ kroučící složka indukované rychlosti na elementu listu. Účinnost elementu pak můžeme napsat takto:

$$\eta_{\text{elementu}} = \frac{d(TV)}{dP} = \frac{\tan\phi}{\tan(\phi + \varepsilon)} \cdot \frac{1 - a'}{1 + a} \quad (2.22)$$

$$\eta_{\text{elementu}} = \eta_{\text{profilu}} \cdot \eta_{\text{indukovaná}}$$

V případě vrtule s minimální indukovanou ztrátou a je-li vrtule lehce zatížena platí:

$$aV = \left(\frac{v'}{2}\right) \cos^2\phi \quad (2.23)$$

$$a'\Omega r = \left(\frac{v'}{2}\right) \cos\phi \sin\phi \quad (2.24)$$

$$\eta_i = \frac{1 - a'}{1 + a} \cong \frac{1}{1 + a + a'} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{v'}{V} \right)} \quad (2.25)$$

Rovnice výše ukazují, že Betzova podmínka vede na stejnou indukovanou účinnost pro všechny vrtulové listy. Účinnost profilu

$$\eta_p = \frac{\tan\phi}{\tan(\phi + \varepsilon)} \quad (2.26)$$

je stejná jako účinnost klasického mechanického šroubu s koeficientem tření $\tan\varepsilon$ a úhlem stoupání ϕ . Ztráty profilu listu budou minimální, jestliže úhel ϕ bude všeobecně malý. Vrtule nejvyšších účinností musí proto vyřešit kompromis mezi indukovanými ztrátami na jedné straně a ztrátami profilu na druhé straně. Výpočet profilových ztrát zahrnuje určení tětv profilů a výsledných rychlostí, tudíž mohou být spočítána Reynoldsova čísla na kterých závisí hodnoty ε viz (2.20). [1]

2.3. Návrh vrtule s minimální indukovanou ztrátou

Vrtule nejvyšších účinností patří do skupiny vrtulí s minimální indukovanou ztrátou s rozdílným relativním množstvím indukovaných a profilových ztrát, závisících na návrhových parametrech jako jsou počet listů, průměr vrtule, otáčky hřídele, příkon atd. Výše popsaná metoda vede k předběžnému odhadu návrhového bodu účinnosti vrtule a její geometrie, což může být dobrý základ k iteračnímu procesu návrhu. [1]

Pro počáteční specifikace návrhu musí být určen počet listů, průměr, využitelný výkon motoru, rychlost otáčení hřídele, rychlost letu a hustota vzduchu. Návrhová metoda závisí na předpokladu nízkého zatížení, ale vrtule s nejvyšší účinností musí mít hodnoty P_C a T_C nižší než 0,5. Pakliže známe počet listů B , rychlost otáčení hřídele Ω , a rychlost letu V , známe geometrii impulsu a můžeme vypočítat normalizovanou cirkulaci pro minimální indukované ztráty:

$$G = \frac{B\Omega\Gamma}{2\pi V v'} \quad (2.27)$$

Součinitele tahu T_C a součinitele výkonu P_C můžeme vyjádřit jako kvadratickou funkci poměru hybné rychlosti a čtyř integrálů:

$$\zeta = \frac{v'}{V} \quad (2.28)$$

$$T_C = \frac{2T}{\rho V^2 \pi R^2} = I_1 \zeta - I_2 \zeta^2 \quad (2.29)$$

$$P_C = \frac{2P}{\rho V^3 \pi R^2} = J_1 \zeta + J_2 \zeta^2 \quad (2.30)$$

$$I_1 = 4 \int_0^1 G \left(1 - \frac{D}{x} \right) \xi d\xi \quad (2.31)$$

$$I_2 = 2 \int_0^1 G \left(1 - \frac{D}{x} \right) \left(\frac{1}{x^2 + 1} \right) \xi d\xi \quad (2.32)$$

$$J_1 = 4 \int_0^1 G \left(1 - \frac{D}{L} x \right) \xi d\xi \quad (2.33)$$

$$J_2 = 2 \int_0^1 G \left(1 - \frac{D}{L} x \right) \left(\frac{x^2}{x^2 + 1} \right) \xi d\xi \quad (2.34)$$

$$\xi = \frac{r}{R} \quad (2.35)$$

Kde ξ je poměrný poloměr. Integrály závisejí na platnosti Žukovského zákona pro vztlak elementu listu vyřešených ve složkách,

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_l = \rho\Omega r(1 - a')B\Gamma \quad (2.36)$$

$$\left(\frac{l}{r} \frac{dQ}{dr}\right)_l = \rho V(1 + a)B\Gamma \quad (2.37)$$

přibližném vyjádření lehkého zatížení rovnicemi (2.15) a (2.16), a výrazech složek pro indukovanou rychlost na elementu listu. [1]

$$a = \left(\frac{\zeta}{2}\right) \frac{x^2}{x^2 + 1} \quad (2.38)$$

$$a' = \left(\frac{\zeta}{2}\right) \frac{1}{x^2 + 1} \quad (2.39)$$

Vyčíslení integrálů I_1, I_2, J_1 a J_2 také vyžaduje počáteční odhad pro radiální rozložení poměru $\frac{c_d}{c_l}$. Pokud zvolíme radiální konstantu v hodnotě $\frac{1}{50} = \frac{0,01}{0,5}$, odpovídající návrhu $c_l = 0,5$ budeme blízko skutečnosti. Jestliže známe příkon, můžeme nyní vypočítat hybnou rychlost ζ řešením rovnice (2.30):

$$\zeta = \frac{J_1}{2J_2} \left(\sqrt{1 + \frac{4P_c J_2}{J_1^2}} - 1 \right) \quad (2.40)$$

Potom co získáme poměr hybné rychlosti víru ku rychlosti letu ζ , můžeme dosadit do rovnice (2.29), abychom získali koeficient tahu a následně do rovnice (2.7), abychom dostali účinnost vrtule. Jestliže je účinnost dostačující, můžeme vypočítat geometrické parametry vrtule, které jsou dány následujícími vztahy:

$$\phi = \arctan \left(\left(\frac{\lambda}{\xi} \right) \left(1 + \frac{\zeta}{2} \right) \right) \quad (2.41)$$

$$\frac{W}{V} = \sqrt{x^2 + 1 - \left(\frac{\zeta \cos \phi}{2} \right)^2} \quad (2.42)$$

$$\frac{c}{R} = \frac{4\pi\lambda}{B} \cdot \frac{G}{W} \cdot \frac{\zeta}{c_{lD}} \quad (2.43)$$

$$\beta = \phi + \alpha_D \quad (2.44)$$

kde c_{lD} je návrhový součinitel vztlaku a α_D je návrhový úhel náběhu ve dvoudimenzionálním proudění v kontrolním poloměru. Pro přesnější hodnotu poměru $\frac{c_d}{c_l}$, která byla použita pro výpočet integrálů zatížení, je nezbytné vypočítat Reynoldsovo číslo tětiny elementu listu. Machovo číslo udává poměr rychlosti vírového listu na konci listu ku rychlosti zvuku. Aby nedošlo k ohrožení pevnosti vrtule, razantnímu zvýšení hluku a dalším komplikacím, Machovo číslo by nemělo překročit hodnotu 0,8. [1]

$$Re = \frac{\rho W c}{\mu} = \frac{\rho V R}{\mu} \cdot \frac{W}{V} \cdot \frac{c}{R} \quad (2.45)$$

$$Ma = \frac{W}{\text{rychlost zvuku}} = \frac{V}{\text{rychlost zvuku}} \cdot \frac{W}{V} \quad (2.46)$$

Pokud budeme znát Reynoldovo číslo po první „iteraci“ výpočtu, můžeme se podívat na poláry zvoleného profilu, které se liší pro různá Reynoldsova čísla. V závislosti $c_l = f(\alpha)$ můžeme odečíst úhel α odpovídající hodnotě c_l , kterou jsme zvolili. V charakteristice $\frac{c_l}{c_d} = f(\alpha)$ naopak odečteme poměrnou hodnotu součinitele vztlaku dle úhlu α . Obě hodnoty odečítáme z poláry, která odpovídá vypočítanému Reynoldsovu číslu. Převrácená hodnota poměru $\frac{c_l}{c_d}$ odpovídá hodnotě $\frac{c_d}{c_l}$, kterou potřebujeme k přesnějšímu výpočtu vrtulových charakteristik.

Takto popsanou návrhovou metodu lze použít při znalosti požadovaného tahu T nebo výkonu P . Výpočet je prakticky identický pro obě varianty až do rovnic (2.29) a (2.30). V tomto místě návrhového výpočtu je nutno vypočítat poměr rychlosti víru ku rychlosti letu ζ , a to za předpokladu znalosti tahu T pro rovnici (2.29) nebo znalosti výkonu P pro rovnici (2.30). Po získání hodnoty ζ , je už návrhový výpočet opět totožný pro obě varianty. Praktičtěji se jeví varianta výpočtu vycházející ze znalosti optimálního výkonu motoru P . Pro letadlo byl vybrán určitý motor, u kterého známe jeho optimální výkon s příslušnými otáčkami, při němž by měl být ideálně provozován, abychom dosáhli využití motoru s co nejvyšší účinností, a tím zužitkovali vlastnosti motoru na maximum.

Pro úplný geometrický popis vrtulového listu chybí jediný parametr a to tloušťka. Tloušťka vrtule musí vyhovět pevnostním výpočtům, které však nejsou součástí návrhové metody vrtule, ani v rozsahu této bakalářské práce. Aby bylo možné vypracovat model a výkres, můžeme předpokládat tloušťku u kořene 20 %, v návrhovém poloměru 10 % a na konci listu 8 %, což jsou typické hodnoty tloušťky listu.

3. Implementace návrhové metody do programu Matlab

Rovnice a výpočty uvedené v návrhové metodě jsem zpracoval do výpočtového softwaru Matlab. Celý skript programu je uveden v příloze.

V první části jsem definoval proměnné vstupních parametrů. Následuje zavedení vektoru r jehož prvky jsou v rozsahu $0,01R$ až po hodnotu konečného poloměru $R = \frac{D}{2}$ s krokem $dr = 0,01R$. První prvek vektoru r jsem zvolil záměrně nenulový, abych předešel dělení nulovou hodnotou r , které nastane v pozdějším výpočtu. Hodnota prvního prvku vektoru r je dostatečně blízká nule, a proto lze tuto aproximaci použít. Dále je proveden výpočet poměrných veličin ξ , λ a x .

V další části programu je proveden výpočet bezrozměrné cirkulace G a její grafické znázornění v závislosti na poměru ξ .

Následně jsem vyjádřil funkce integrantů i_1, i_2, j_1, j_2 integrálů zatížení I_1, I_2, J_1, J_2 v závislosti na poměru ξ .

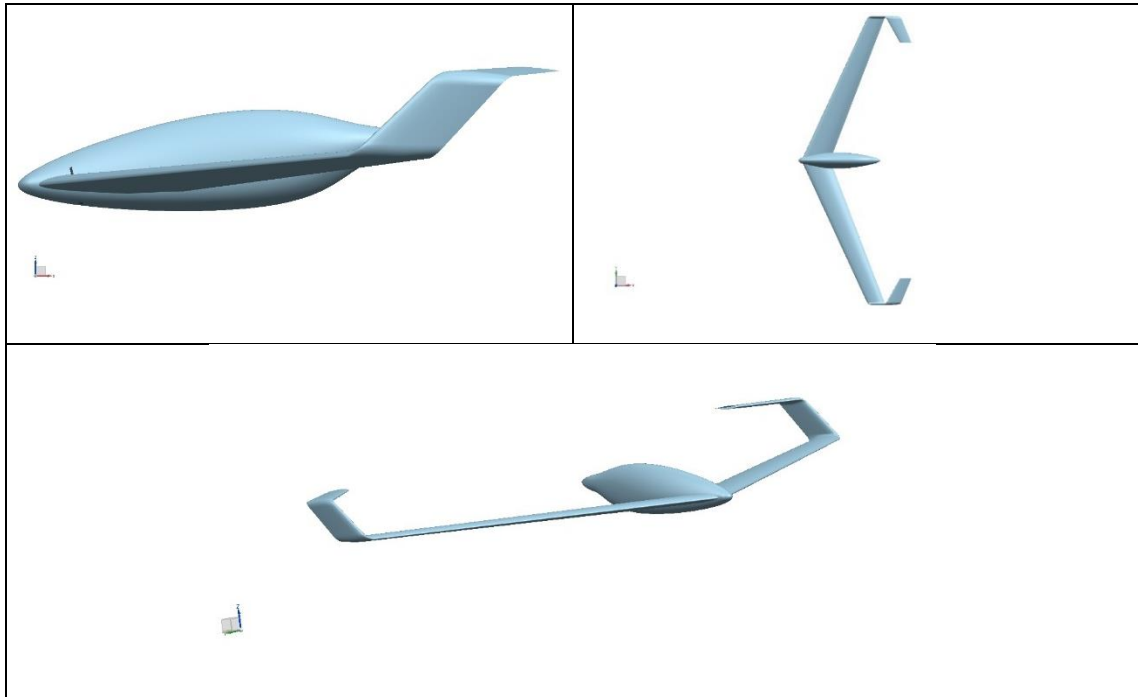
Dále je provedena numerická integrace integrantů i_1, i_2, j_1, j_2 pomocí for-cyklu a obdélníkové metody.

V další části je proveden výpočet součinitele výkonu P_c , a se znalostí P_c výpočet poměru ζ . Po získání hodnoty ζ je vypočten tah T_a a součinitel tahu T_c a se znalostí T_c je vypočtena účinnost vrtule. Dále je dosazeno do rovnic (2.41) až (2.44), jejichž výsledkem jsou vektory udávající geometrické parametry, Reynoldsovo číslo a Machovo číslo na příslušném poměrném poloměru ξ . Dále jsou vykresleny grafy pro závislosti šířky listu c , úhlu nastavení β a zkrutu listu $\beta - \beta_{75}$ na poměrném poloměru ξ .

3.1. Vstupní parametry

3.1.1. Specifikace parametrů letadla

Navrhovaná vrtule je určena pro letadlo poháněné elektrickým motorem, které navrhl pan Ing. Karel Barák.



Obr. 17 Schéma letounu „C-wing“

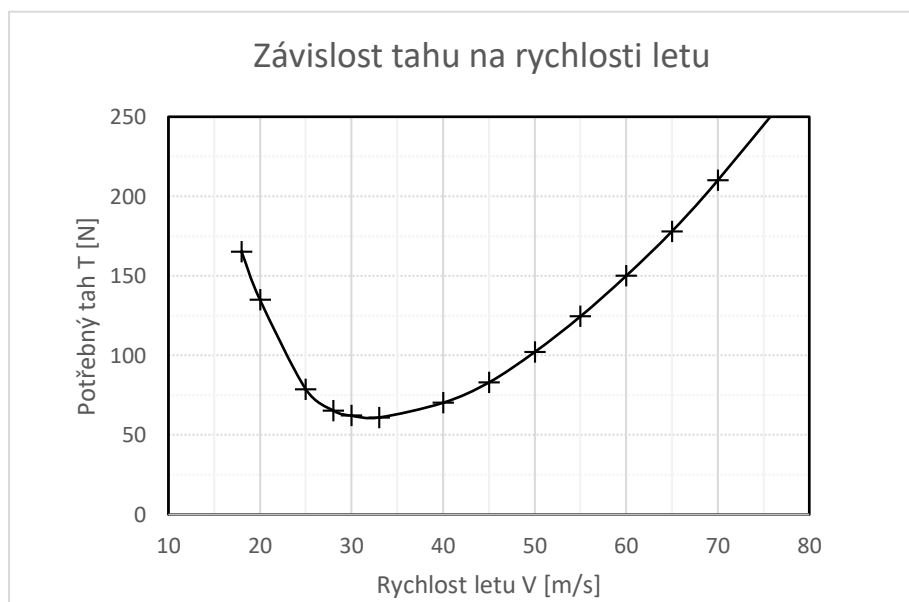
Pro použití návrhové metody, kterou jsem popsal výše, je potřeba vyjít z požadovaných a limitujících parametrů letounu, pro který má být vrtule určena. Průměr vrtule je omezen výškou podvozku na 1,4 až 1,6 m, větší průměr vrtule by značně komplikoval konstrukci podvozku.

Pro pohon letounu byl vybrán motor 120100 od firmy Alien Power System. Krycí kužel motoru dosahuje průměru 238 mm v rovině rotace vrtulového disku. Výkon motoru dosahuje maximální hodnoty 20 kW. Otáčky bez zatížení motoru jsou 3350 ot/min, ale při předpokládaném zatížení motoru 15 kW jsou předpokládané otáčky 2300 ot/min.

Velmi důležitými parametry jsou rychlost letu a potřebný tah v cestovním režimu. Rychlost letu V v cestovním režimu činí 33 m/s s potřebným tahem 70 N. V tomto režimu by měla mít vrtule vysokou účinnost, neboť je to stav, ve kterém bude letoun setrvávat většinu času během letu. Pro vzlet letounu z dráhy do 300 m je potřeba tah 450 N, v průměru od rozjezdu do rychlosti „letu“ V 25 m/s. Pro maximální možnou rychlost, která činí 55 m/s je požadován tah 145 N, eventuálně pro rychlost 50 m/s tah 115 N.

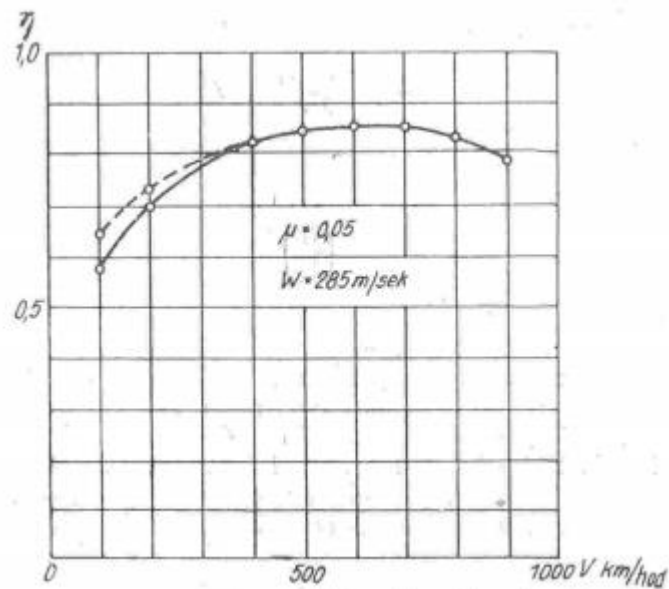
| V | V | Tah |
|--------|-------|-------|
| [km/h] | [m/s] | [N] |
| 64.8 | 18 | 165 |
| 72 | 20 | 135 |
| 90 | 25 | 78.8 |
| 100.8 | 28 | 65.36 |
| 108 | 30 | 62.13 |
| 118.8 | 33 | 61 |
| 144 | 40 | 70.24 |
| 162 | 45 | 83 |
| 180 | 50 | 102.1 |
| 198 | 55 | 124.5 |
| 216 | 60 | 150 |
| 234 | 65 | 178 |
| 252 | 70 | 210 |
| 324 | 90 | 350 |

Tab. 1 Požadovaný tah při rychlosti letu



Obr. 18 Závislost potřebného tahu na rychlosti letu

Jelikož navrhují vrtuli s pevnými listy a nikoliv se stavitelnými, nebude účinnost v různých režimech letu vždy nejvyšší. Jak jsem zmínil výše, vysoká účinnost je požadována v cestovním režimu, protože v něm bude letoun setrvávat nejčastěji. Abychom zajistili, že vrtule bude dobře fungovat a dosahovat dostatečné účinnosti i v maximální rychlosti, použijeme pro návrhový výpočet právě maximální rychlost.



Obr. 19 Příklad závislosti účinnosti vrtule na rychlosti letu [2]

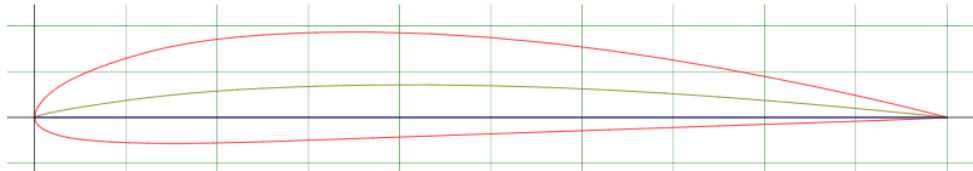
Známe-li výkon motoru, otáčky motoru, rychlost letu, tah, hustotu a viskozitu vzduchu, pak zbývá určit průměr vrtule, počet listů, a odečíst aerodynamické charakteristiky zvoleného profilu na referenčním poloměru. Tyto parametry nejsou přesně specifikovány a dávají nám prostor k tomu, abychom našli co nejúčinnější řešení.

3.1.2. Parametry profilu

Pro vrtulový list je nutné vybrat správný profil, avšak pro konkrétní letadlo s danými parametry neexistuje pouze jedno správné řešení. V současné době je na výběr z nepřeberné škály různých druhů profilů, od dlouho známých a používaných, až po nové progresivní tvary, které čekaly na nové technologické možnosti.

Navrhnul jsem profil Clark Y, který byl navržen už v roce 1922, a byl často používaným a zkoumaným profilem, což prověřilo jeho kvalitní vlastnosti. Profil má tloušťku 11,7 % ve 30 % délky tětivy od náběžné hrany. Spodní hrana profilu je rovná, což je výhodné pro kontrolu a jednoduchost při výrobě, nikoliv však z aerodynamického hlediska.

K návrhu je třeba určit $\frac{c_d}{c_l} = \frac{1}{\frac{c_l}{c_d}}$ v závislosti na úhlu náběhu α a součinitel c_l v závislosti na úhlu náběhu α a úhel α samotný. Tyto parametry charakterizují chování profilu. Pro první „iteraci“ výpočtu je nutné zvolit součinitele c_l a $\frac{c_d}{c_l}$. Pro první odhad je dobré se držet hodnoty $c_l = 0,5$ a hodnoty $\frac{c_d}{c_l} = 0,02$. Úhel α odečteme z charakteristiky $c_l = f(\alpha)$ zvoleného profilu. Charakteristiky profilu jsou uvedené v příloze.



Obr. 20 Profil Clark Y [6]

3.2. Výstupy výpočtu

Jak už bylo zmíněno, parametry vrtule které lze zvolit jsou počet listů B a průměr D . Pro výběr nejlepší varianty provedu výpočet pro několik určitých hodnot těchto parametrů. Výpočet bude proveden pro vrtuli se dvěma, třemi a čtyřmi listy, přičemž každá z těchto možností bude vypočtena pro průměr 1,4; 1,5; a 1,6 m, celkem tedy budu porovnávat devět konfigurací.

Výstupy, které budu vyhodnocovat budou: účinnost η , šířka listu c , úhel nastavení β a Reynoldsovo číslo. Uvedené výstupní hodnoty kromě účinnosti, se mění spolu s přírůstkem poloměru r a v každém místě daného poloměru mají jinou hodnotu. Jako kontrolní hodnotu proměnných veličin vezmeme hodnotu, která odpovídá poměrnému poloměru $\xi = 0,75$.

4. Optimalizace vstupních parametrů pro návrh vrtule

Pro každou variantu jsem nejprve zvolil hodnotu $\frac{c_d}{c_l} = 0,02$. Po provedení výpočtu jsem získal hodnotu Reynoldsova čísla, a díky tomu mohl odečíst přesnější hodnotu $\frac{c_l}{c_d}$ na příslušné poláře, jejíž převrácená hodnota odpovídá parametru $\frac{c_d}{c_l}$. Druhá iterace s novou hodnotu $\frac{c_d}{c_l}$ odpovídá přesněji poměrům na vrtulovém listu. Aby byl zaručen dostatečný vztlak při různých úhlech náběhu α parametr $c_l = 0,5$ ponecháme konstantní, neboť tato hodnota má dostatečnou rezervu proti odtržení proudu i při různých pracovních režimech vrtule. Jelikož nebudeme měnit c_l zůstane konstantní i úhel α .

| A | | | B | | | C | | |
|----------------|--------|--------|----------------|--------|--------|----------------|--------|--------|
| D [m] | 1,6 | | D [m] | 1,6 | | D [m] | 1,6 | |
| B [-] | 2 | | B [-] | 3 | | B [-] | 4 | |
| iterace | 1. | 2. | iterace | 1. | 2. | iterace | 1. | 2. |
| c_d/c_l [-] | 0,02 | 0,0125 | c_d/c_l [-] | 0,02 | 0,015 | c_d/c_l [-] | 0,02 | 0,018 |
| c_l [-] | 0,5 | 0,5 | c_l [-] | 0,5 | 0,5 | c_l [-] | 0,5 | 0,5 |
| α_D [°] | 1 | 1 | α_D [°] | 1 | 1 | α_D [°] | 1 | 1 |
| η [-] | 0,9172 | 0,9357 | η [-] | 0,9197 | 0,9317 | η [-] | 0,9334 | 0,9259 |
| c [mm] | 41,6 | 42,3 | c [mm] | 28,3 | 28,6 | c [mm] | 21,6 | 21,5 |
| β [°] | 22,44 | 22,45 | β [°] | 22,38 | 22,38 | β [°] | 22,35 | 22,35 |
| Re [-] | 495760 | 503860 | Re [-] | 336850 | 340560 | Re [-] | 257830 | 256120 |

Tab. 2 Parametry vrtule pro různé počty listů při průměru $D=1,6$ m

| D | | | E | | | F | | |
|----------------|--------|--------|----------------|--------|--------|----------------|--------|--------|
| D [m] | 1,5 | | D [m] | 1,5 | | D [m] | 1,5 | |
| B [-] | 2 | | B [-] | 3 | | B [-] | 4 | |
| iterace | 1. | 2. | iterace | 1. | 2. | iterace | 1. | 2. |
| c_d/c_l [-] | 0,02 | 0,0125 | c_d/c_l [-] | 0,02 | 0,014 | c_d/c_l [-] | 0,02 | 0,017 |
| c_l [-] | 0,5 | 0,5 | c_l [-] | 0,5 | 0,5 | c_l [-] | 0,5 | 0,5 |
| α_D [°] | 1 | 1 | α_D [°] | 1 | 1 | α_D [°] | 1 | 1 |
| η [-] | 0,9137 | 0,9313 | η [-] | 0,9169 | 0,9312 | η [-] | 0,9185 | 0,9257 |
| c [mm] | 50,3 | 51,1 | c [mm] | 34,2 | 34,6 | c [mm] | 25,9 | 26,1 |
| β [°] | 23,84 | 23,85 | β [°] | 237,76 | 23,77 | β [°] | 23,72 | 23,73 |
| Re [-] | 567110 | 575810 | Re [-] | 385410 | 390200 | Re [-] | 291970 | 293800 |

Tab. 3 Parametry vrtule pro různé počty listů při průměru $D = 1,5$ m

| G | | | H | | | I | | |
|----------------|--------|--------|----------------|--------|--------|----------------|--------|--------|
| D [m] | 1,4 | | D [m] | 1,4 | | D [m] | 1,4 | |
| B [-] | 2 | | B [-] | 3 | | B [-] | 4 | |
| iterace | 1. | 2. | iterace | 1. | 2. | iterace | 1. | 2. |
| c_d/c_l [-] | 0,02 | 0,012 | c_d/c_l [-] | 0,02 | 0,013 | c_d/c_l [-] | 0,02 | 0,017 |
| c_l [-] | 0,5 | 0,5 | c_l [-] | 0,5 | 0,5 | c_l [-] | 0,5 | 0,5 |
| α_D [°] | 1 | 1 | α_D [°] | 1 | 1 | α_D [°] | 1 | 1 |
| η [-] | 0,9085 | 0,9265 | η [-] | 0,9127 | 0,9286 | η [-] | 0,9148 | 0,9216 |
| c [mm] | 61,6 | 62,6 | c [mm] | 41,9 | 42,4 | c [mm] | 31,7 | 31,9 |
| β [°] | 25,45 | 25,47 | β [°] | 25,35 | 25,36 | β [°] | 25,29 | 25,3 |
| Re [-] | 654485 | 664490 | Re [-] | 444860 | 450890 | Re [-] | 337240 | 339210 |

Tab. 4 Parametry vrtule pro různé počty listů při průměru $D = 1,4$ m

5. Výběr optimální varianty

Po zhodnocení dosažených výsledků je nyní možné vybrat optimální variantu. Nejdůležitějším kritériem je účinnost vrtule, která bude požadována přirozeně co nejvyšší. Další důležitá měřítka jsou průměr a počet listů. Průměr by měl být ideálně co nejmenší, což umožní nižší konstrukci a zatížení podvozku. Průměr i počet listů také ovlivní množství potřebného materiálu. Větší množství materiálu zvyšuje zatížení listů, ale i náklady.

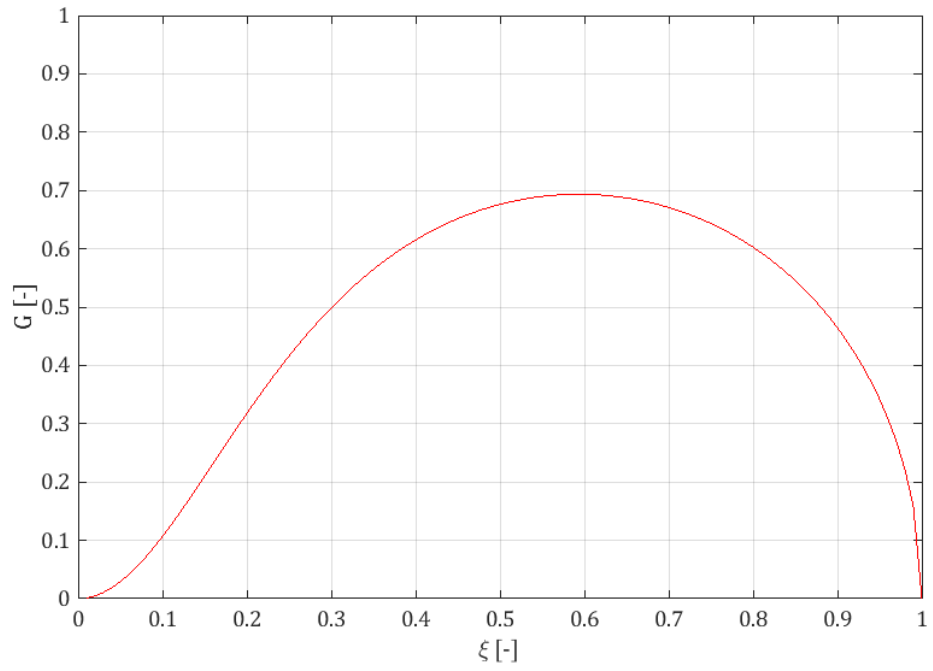
Pokud zvážíme uvedené požadavky, dojdeme k zjištění, že nejvyšší účinnosti dosahují varianty A, B, D, E, které dosahují účinnosti 93 %. Nejnižší počet listů mají varianty A, D, G a nejmenší průměr zabírají varianty G, H, I. Nejvyšší prioritu má samozřejmě kritérium účinnosti, proto budeme hledat další průniky s ostatními kritérii hlavně u variant s nejvyšší účinností, což splňují pouze varianty A, D. Vzhledem k tomu, že varianta A je o 0,5 % účinnější a nepřekračuje maximální dovolený průměr, volím druhou iteraci varianty A jako nejoptimálnější.

Parametry vrtule pro variantu A:

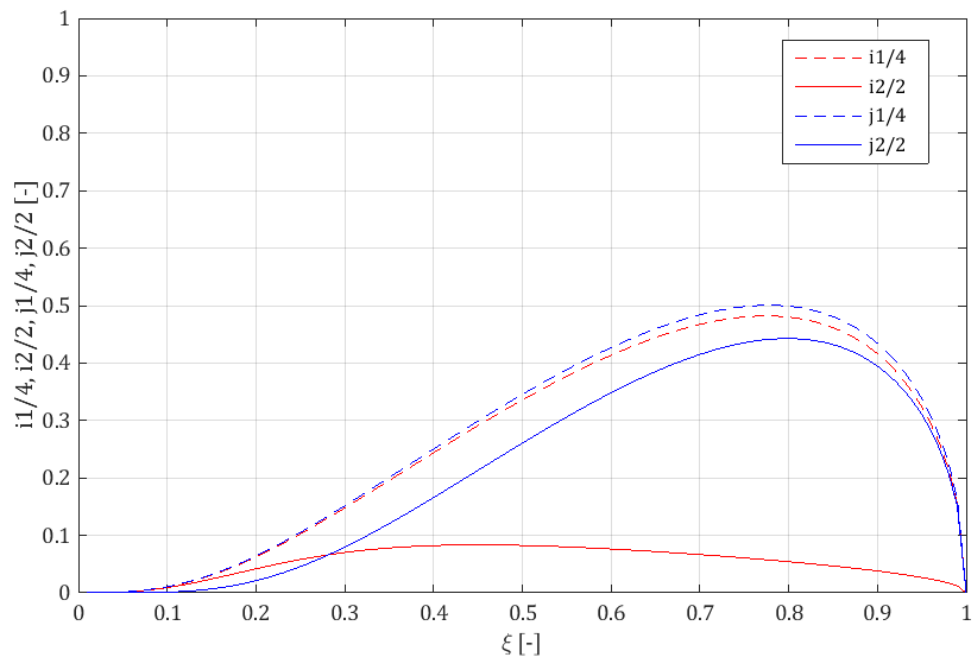
| A | | | | | | | | | |
|-------|-------|---------|---------------|-----------|----------------|------------|--------|-------------|--------|
| D [m] | B [-] | iterace | c_d/c_l [-] | c_l [-] | α_D [°] | η [-] | c [mm] | β [°] | Re [-] |
| 1,6 | 2 | 2 | 0,0125 | 0,5 | 1 | 0,9357 | 42,3 | 22,5 | 503860 |

Tab. 5 Parametry optimální varianty vrtulového listu v návrhovém poloměru

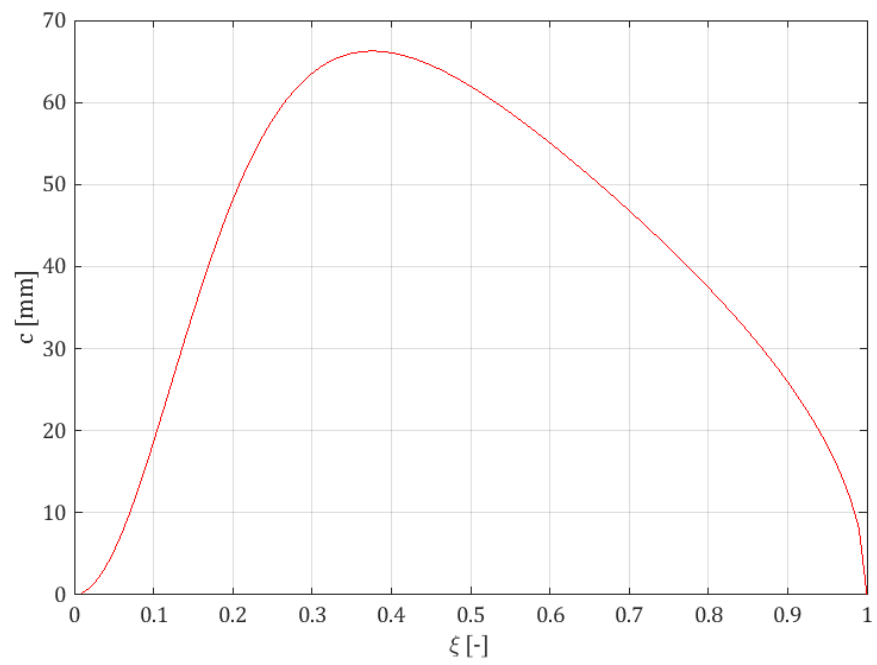
Grafické znázornění výsledků výpočtů. Rozložení cirkulace, funkce integrantů zatížení, šířka listu, úhel natavení, zkroucení listu.



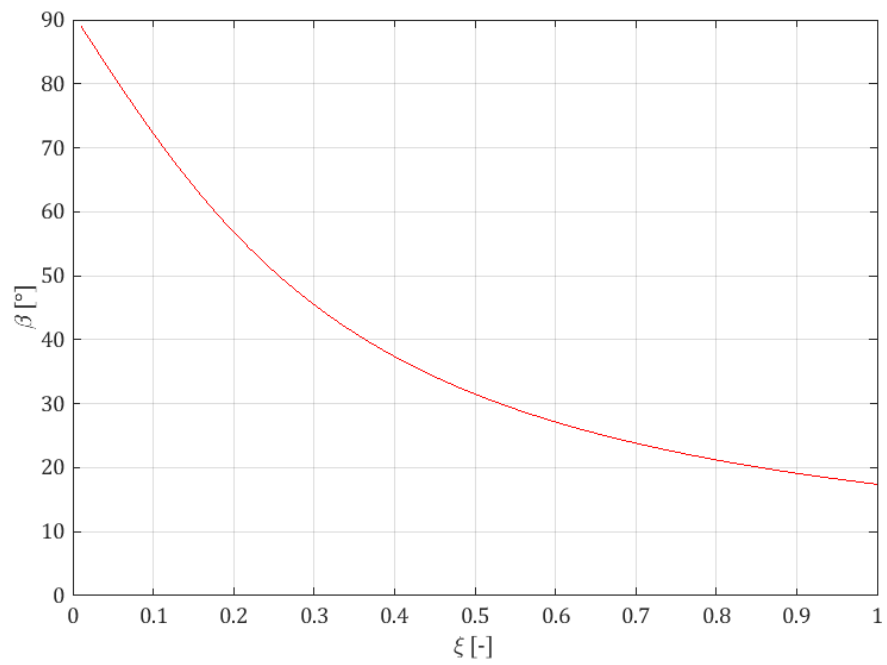
Obr. 21 Cirkulace listu



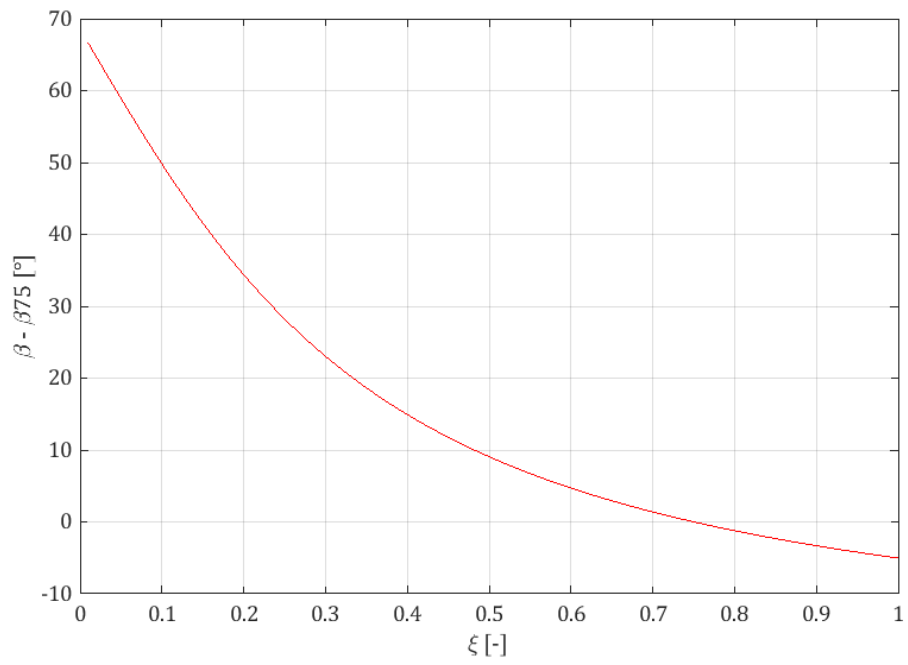
Obr. 22 Integranty zatížení



Obr. 23 Šířka listu



Obr. 24 Úhel nastavení



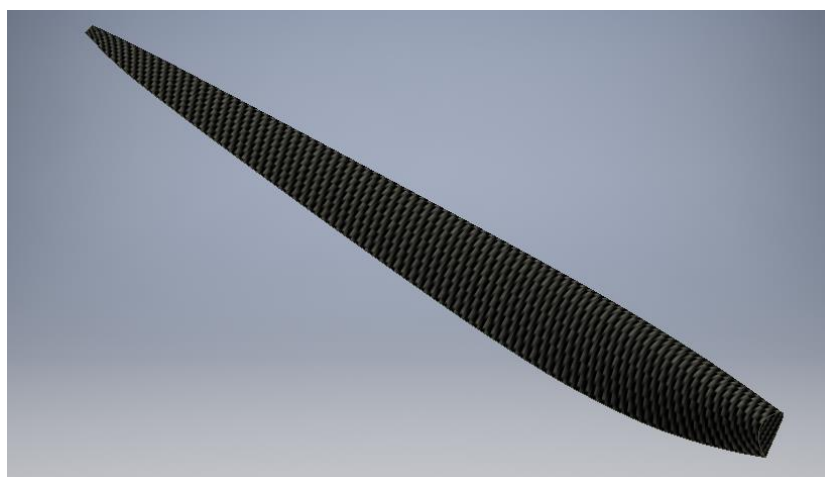
Obr. 25 Zkroucení listu

6. Podklady pro výrobu vrtule

Podklady pro výrobu vrtule jsou zpracovány v programu Autodesk Inventor. Nejprve se vytvoří model listu, a následně výkres. Pro tvorbu je třeba několik řezů listu na příslušném poloměru s jeho geometrickými charakteristikami. S geometrií vrtule se mění i profil, a proto se za pomoci nástroje dostupného online z webu airfoiltools.com sestrojí profily na poloměru od $\xi = 0,15$ do $\xi = 0,99$. Všechny profily protínají těživou osu rotace listu v bodě vzdáleném $0,25c$ od náběžné hrany.

| PARAMETRY LISTU | | | | | |
|-----------------|--------|-------------|--------|----------|--------------|
| PROFIL: CLARK Y | | | | | |
| ξ [%] | r [mm] | β [°] | c [mm] | c/4 [mm] | δ [%] |
| 15 | 120 | 64,0 | 34,4 | 8,6 | 60,0 |
| 25 | 200 | 50,7 | 57,9 | 14,5 | 40,0 |
| 35 | 280 | 41,1 | 66,0 | 16,5 | 24,5 |
| 45 | 360 | 34,2 | 64,5 | 16,1 | 13,8 |
| 55 | 440 | 29,2 | 58,7 | 14,7 | 10,9 |
| 65 | 520 | 25,4 | 51,1 | 12,8 | 9,7 |
| 75 | 600 | 22,5 | 42,3 | 10,6 | 9,0 |
| 85 | 680 | 20,1 | 32,1 | 8,0 | 8,5 |
| 95 | 760 | 18,2 | 18,2 | 4,6 | 8,2 |
| 99 | 792 | 17,6 | 8,1 | 2,0 | 8,0 |

Tab. 6 Parametry profilů na příslušných poloměrech



Obr. 26 Model listu vrtule vytvořený v programu Autodesk Inventor

Závěr

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem vrtule pro letoun poháněný elektrickým motorem. Po shrnutí základních vrtulových charakteristik je popsána návrhová metoda využitá v této práci. Návrhový výpočet vychází z metody minimálních indukovaných ztrát popsané E. E. Larrabee, která je vhodná pro letouny s lehkým zatížením vrtulových listů a nízkých výkonů motoru.

Návrh vychází z výkonnostních parametrů zvolené pohonné jednotky a předepsaných hodnot tahu v příslušné rychlosti letu. Dalším omezením je to, že koncept letounu neumožňuje použití vrtule příliš velkého průměru, protože větší rozměr vrtule by značně komplikoval podvozek.

Rovnice a výpočty návrhu byly implementovány do softwaru Matlab. Vstupní parametry potřebné k výpočtu jsou počet listů, průměr, výkon motoru, otáčky motoru a parametry zvoleného profilu listu. Výstupy výpočtu potřebné k realizaci návrhu jsou šířka listu a úhel nastavení, které se zvoleným průměrem a počtem listů tvoří geometrii vrtule. Pro vrtulové listy byl vybrán profil Clark Y, který je mnoha lety prověřený a zaručí spolehlivou funkci. Z aerodynamických charakteristik profilu bylo možné určit návrhový součinitel vztlaku, návrhový úhel náběhu a poměr součinitele odporu ku součiniteli vztlaku. Po první iteraci bylo vypočteno Reynoldsovo číslo a odečten nový poměr součinitele odporu ku součiniteli vztlaku na poláře odpovídající vypočtenému Reynoldsovu číslu. Takto byl proveden výpočet pro 9 variant s různým průměrem a počtem listů vrtule. Vyhodnocení variant podle hledisek účinnosti, průměru a počtu listů určilo jako nejlepší variantu vrtuli se dvěma listy, průměrem 1,6 m, úhlem nastavení 22,45° a šířkou listu 42,3 mm v návrhovém poloměru 0,75.

Tloušťka listu se navrhuje až spolu s konstrukcí listu, protože musí vyhovovat z hlediska pevnostních a dynamických výpočtů, které však nebyly součástí této bakalářské práce. Aby bylo možné vypracovat model a výkres, zvolil jsem tloušťku listu dle typického průběhu. Návrh byl nakonec dokončen do podoby modelu a výkresu v softwaru Autodesk Inventor.

Pro kompletní návrh vrtule by bylo třeba navrhnout konstrukci vrtulových listů a tu pak podrobit pevnostním a dynamickým výpočtům.

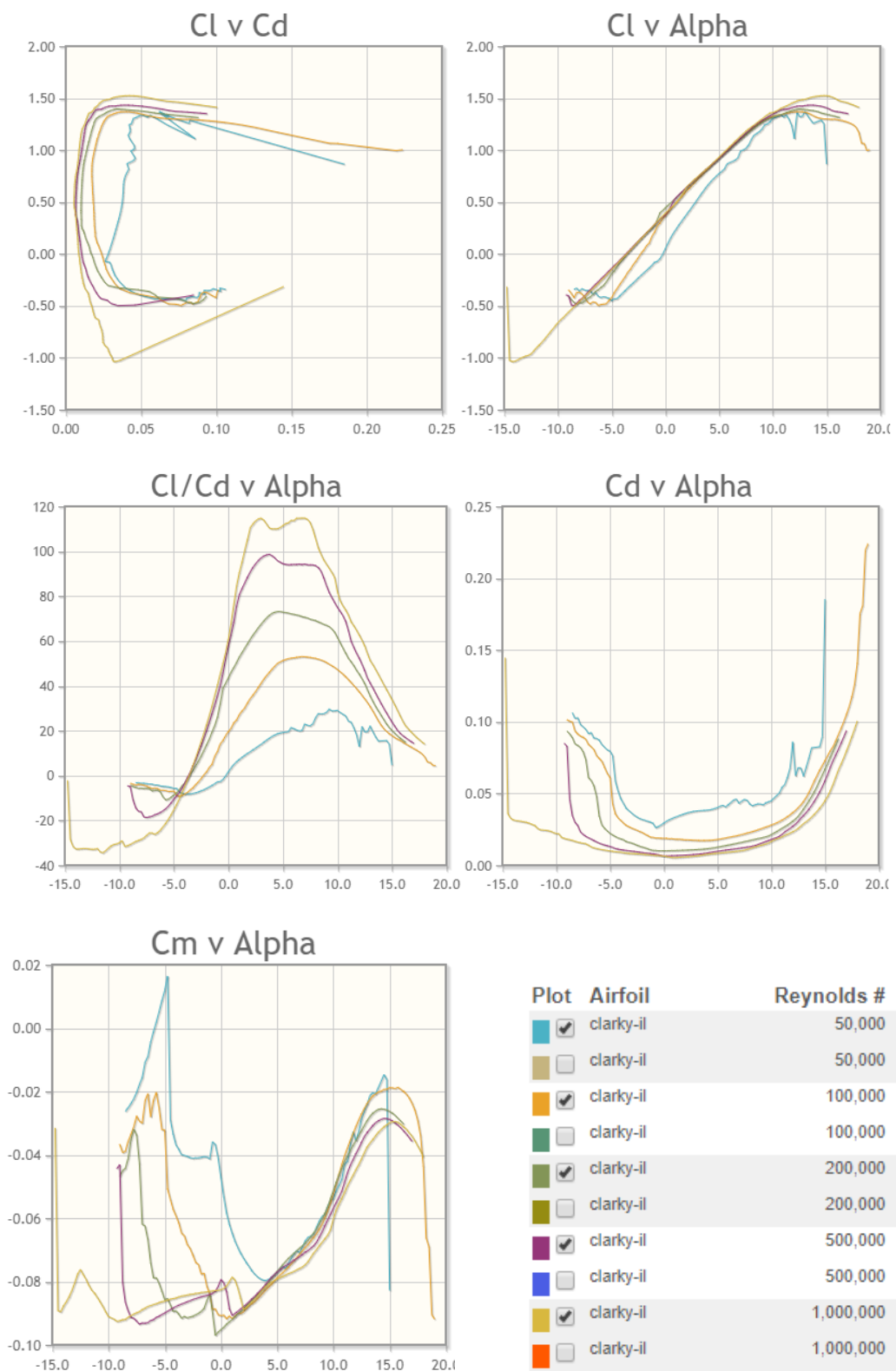
Použité zdroje

- [1] LARRABEE, Eugene, *Five years experience with Minimum Induced Loss Propellers - Part I: Theory*. 1985, 1.1130-1.1137, Society of Automotive Engineers, Inc.
- [2] ALEKSANDROV, Vladimír Leont'jevič. *Letecké vrtule*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1954. Řada energetické strojírenské literatury.
- [3] HUJEČEK, Zdeněk. *Vrtule: studijní modul 17*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. Učební texty dle předpisu JAR-66. ISBN 80-7204-363-3.
- [4] LNĚNIČKA, Jaroslav. *Co by se mohlo, ale spíše mělo, vědět o vrtulích*. Akademie letectví [online]. 2012, 6. 3. [cit. 2018-08-18]. Dostupné z: https://www.airspace.cz/akademie_letectvi/2012/03/co-by-se-mohlo-ale-spise-melo-vedet-o-vrtulich/
- [5] WALD, Quentin R. *Aerodynamics of Propellers. Progres in Aerospace Sciences* [online]. 2006, , 86-122 [cit. 2018-08-20]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0376042106000455>
- [6] Profil CLARK Y. In: *Airfoil Tools* [online]. [cit. 2018-08-20]. Dostupné z: <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=clarky-il>
- [7] Vztlak křídla. In: *Physics.mff.cuni* [online]. [cit. 2018-08-20]. Dostupné z: https://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/kontinuum/4_6
- [8] Chování vrtule s pevnými listy v různých letových režimech. In: *Jan Dytrych – WWW pages* [online]. [cit. 2018-08-20]. Dostupné z: <http://home.tiscali.cz/cz281908/>
- [9] Chování vrtule se stavitelnými listy v různých letových režimech. In: *Jan Dytrych – WWW pages* [online]. [cit. 2018-08-20]. Dostupné z: <http://home.tiscali.cz/cz281908/>
- [10] B25 – Mitchell. In: *No633sqn.estranky* [online]. [cit. 2018-08-20]. Dostupné z: <http://www.no633sqn.estranky.cz/fotoalbum/letadla/b-25-mitchell-/6.-b25-vykres.html>
- [11] Profily vrtulového listu. In: *AvStop: Flight Training Handbook* [online]. [cit. 2018-08-20]. Dostupné z: <http://avstop.com/ac/flighthtraininghandbook/basicpropellerprinciples.html>
- [12] Vrtule letounu AC-130. In: *Intelligent-Aerospace* [online]. [cit. 2018-08-20]. Dostupné z: <https://www.intelligent-aerospace.com/articles/2015/08/c130-propeller-control.html>

- [13] WARDEN, Harold H. Řez elektrickou tří-listou vrtulí Curtiss. In: *Legends In Their Own Time* [online]. [cit. 2018-08-20]. Dostupné z:
http://legendsintheirowntime.com/LiTOT/Content/1942/Av_4204_propellers.html
- [14] JORDI, Ramon. Víry vytvořené vrtulemi letadla Airbus A400M. In: *Engineering 360* [online]. [cit. 2018-08-20]. Dostupné z:
<https://insights.globalspec.com/article/5043/how-aircraft-propellers-work>

Přílohy

Příloha č.1: Poláry profilu Clark Y [6]



Příloha č. 2: Skript výpočtového programu

```
close all;
clear all;
clc;
%-----
%VSTUPNÍ PARAMETRY

B = 2; % [-] počet listů
R = 1.6/2; % [m] poloměr listu
ro = 1.225; % [kg/m3] hustota vzduchu
mi = 1.59e-5; % [] viskozita vzduchu
V = 55; % [m/s] max. rychlost letu
Vz = 331.4; % [m/s] rychlost zvuku
omega = 2300*pi/30; % [rad/s] uhlova rychlost;
P = 15000; % [W] výkon

c1D = 0.5; % [-] návrhový součinitel
vztlaku
alfaD = 1; % [°] návrhový úhel náběhu
k = 0.0125; % k=cd/cl [-] poměr odporu ku
vztlaku ;
%-----
%VÝPOČET POMĚRNÝCH VELIČIN

r = 0.008:0.008:R; % [m] poloměr elementu;
xi = r/R; % [-] poměrný poloměr;
x = (omega.*r)./V; % [-] převrácená hodnota
rychlostního poměru
lambda = V/(omega*R); % [-] rychlostní poměr
%-----
%VÝPOČET CIRKULACE

f = (B/2).*((lambda^2+1)^0.5)./lambda.*(1.-xi);
% [-] součinitel Prandtlovy ztrátové funkce
F = (2/pi).*acos(exp(-f)); % [-] Prandtlova ztrátová
funkce
G = (F.*x.^2)./((x.^2)+1); % [-] bezrozměrná cirkulace

figure
% graf cirkulace funkcí poměrného poloměru
plot(xi,G,'k')
grid on
xlabel('\xi [-]')
ylabel('G [-]')
axis ([0 1 0 1])
```

```
%-----  
%VÝPOČET INTEGRANTŮ ZATÍŽENÍ
```

```
i1 = 4.*G.*xi.*(1.-k./x);  
% integrant integrálu zatížení  
  
i2 = 2.*G.*(1.-k./x).*(1./(x.^2.+1)).*xi;  
% integrant integrálu zatížení  
  
j1 = 4.*G.*xi.*(1+k.*x);  
% integrant integrálu zatížení  
  
j2 = 2.*G.*(1+k.*x).*(x.^2./(x.^2.+1)).*xi;  
% integrant integrálu zatížení
```

Figure

```
%graf fce integrantů v závislosti na poměrném poloměru  
plot(xi,i1/4,'r--', xi,i2/2,'r',xi,j1/4,'b--',xi,j2/2,'b')  
grid on  
xlabel('\xi [-]')  
ylabel('i1/4, i2/2, j1/4, j2/2 [-]')  
legend('i1/4', 'i2/2', 'j1/4', 'j2/2')  
axis ([0 1 0 1])
```

```
%-----  
%INTEGRACE OBDELNÍKOVOU METODOU POMOCÍ FOR-CYKLU
```

```
N=length(xi); % velikost vektoru xi  
  
I1 = 0; % příprava  
for i=1:N-1  
    I1 = I1 + (xi(i+1)-xi(i))*i1(i);  
    % přidání 1 obdelníku  
end  
I1;  
  
I2 = 0; % příprava  
for i=1:N-1  
    I2 = I2 + (xi(i+1)-xi(i))*i2(i);  
    % přidání 1 obdelníku  
end  
I2;  
  
J1 = 0; % příprava  
for i=1:N-1  
    J1 = J1 + (xi(i+1)-xi(i))*j1(i);  
    % přidání 1 obdelníku
```

```

end
J1;

J2 = 0;           % příprava
for i=1:N-1
    J2 = J2 + (xi(i+1)-xi(i))*j2(i);
                % přidání 1 obdelníku
end
J2;
%-----
%VÝPOČET PŘES MAX. VÝKON MOTORU

Pc = 2*P/(ro*V^3*pi*R^2);           % [-] koeficient výkonu

zeta = (J1./(2.*J2)).*((1.+(4.*Pc.*J2./J1.^2)).^0.5)-1);
% [-] poměr hybné rychlosti ku rychlosti letu

Tc = I1.*zeta - I2.*zeta.^2;       % [-] koeficient tahu
Pc = J1.*zeta + J2.*zeta.^2;       % [-] koeficient výkonu

T = Tc*ro*pi*V^2*R^2/2;           % [N] tah

eta = Tc./Pc;                     % [-] účinnost

fi = atan((lambda./xi).*(1.+zeta./2))*180/pi;
% [°] rychlostní nastavení
beta = fi + alfaD;                % [°] úhel nastavení
zkrouceni = beta-beta(75);        % [°] zkroucení listu

WkuV = (x.^2.+1.-(zeta.*cos(fi.*pi./180)./2).^2).^0.5;
% [-] poměr výsledné rychlosti a rychlosti letu
W = WkuV.*V;                      % [m/s] výsledná
rychlost vrtulového listu

ckuR = (4.*pi.*lambda./B).*(G./WkuV).*(zeta./clD);
% [-] poměrná šířka listu
c = ckuR.*R;                      % [m] šířka listu

Re = W.*c.*ro./mi;                % [-] Reynoldsovo číslo
Ma = (W./Vz);                     % [-] Machovo číslo

Figure
% graf šířky listu v závislosti na poměrném poloměru
plot(xi,c.*1000,'k')
grid on
xlabel('\xi [-]')
ylabel('c [mm]')

```

```
figure
% graf zkroucení listu v závislosti na poměrném poloměru
plot(xi,zkrouceni,'k')
grid on
xlabel('\xi [-]')
ylabel('\beta - \beta75 [°]')
```

```
figure
% graf úhlu nastavení v závislosti na poměrném poloměru
plot(xi,beta,'k')
grid on
xlabel('\xi [-]')
ylabel('\beta [°]')
axis([0 1 0 90])
```

```
%-----
```

```
%VYSLEDKY
```

```
D=2*R
```

```
B
```

```
eta
```

```
c
```

```
beta
```

```
W
```

```
Re
```

```
Ma
```