



**FAKULTA  
STROJNÍ  
ČVUT V PRAZE**

**Ústav procesní a zpracovatelské techniky**

**Tok heterogenních látek potrubím**

**Flow of heterogeneous substances in pipeline**

**Bakalářská práce**

**2018 ČVUT v Praze**

**Petr Pavlíček**

**Studijní program:** B2342 Teoretický základ strojního inženýrství

**Studijní obor:** 2301R000 Studijní program je bezoborový

**Vedoucí práce:** prof. Ing. Tomáš Jirout, Phd.

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Pavlíček** Jméno: **Petr** Osobní číslo: **355395**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávající katedra/ústav: **Ústav procesní a zpracovatelské techniky**  
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**  
Studijní obor: **bez oboru**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Tok heterogenních látek potrubím**

Název bakalářské práce anglicky:

**Flow of heterogeneous substances in pipeline**

Pokyny pro vypracování:

Seznamte se s popisem vlastností heterogenních látek, tj. disperzí kapalina-kapalina, kapalina-pevná látka, kapalina-plyn, plyn-pevná látka potřebných pro popis jejich toku potrubním systémem  
Na základě rešerše definujte limitní stavy pro proudění těchto látek potrubím a navrhnete metodiku návrhového výpočtu potrubní větve pro dopravu těchto látek.  
Zpracujte ukázkový návrhový výpočet resp. metodiku výpočtu potrubní větve pro dopravu zvoleného množství vybraného heterogenního materiálu, např. doprava kalů, suspenzí, hydraulická nebo pneumatická doprava partikulárních materiálů.

Seznam doporučené literatury:

Dle vlastní literární, průmyslové a patentové rešerše a doporučení vedoucího práce

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

**prof. Ing. Tomáš Jirout, Ph.D., ústav procesní a zpracovatelské techniky FS**


Jméno a pracoviště druhého(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:


Datum zadání bakalářské práce: **23.04.2018**

Termín odevzdání bakalářské práce: **08.06.2018**

Platnost zadání bakalářské práce:

  
prof. Ing. Tomáš Jirout, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) práce

  
prof. Ing. Tomáš Jirout, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) katedry

  
prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.  
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

  
23.4.2018  
Datum převzetí zadání

  
Podpis studenta

### Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci s názvem „Tok heterogenních látek potrubím“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne:

---

## Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu práce, panu prof. Tomáši Jiroutovi, za odborné vedení, cenné rady a ochotu při zpracování této práce. Dále bych chtěl také poděkovat svým blízkým, zejména rodičům, kteří mě během celého studia podporovali a byli jak duševní, tak materiální oporou.

## Anotační list

<b>Jméno autora:</b>	Petr Pavlíček
<b>Název BP:</b>	Tok heterogenních látek potrubím
<b>Anglický název:</b>	Flow of heterogeneous substances in pipeline
<b>Rok:</b>	2018
<b>Studijní program:</b>	B2342 Teoretický základ strojního inženýrství
<b>Studijní obor:</b>	2301R000 Studijní program je bezoborový
<b>Ústav:</b>	Ústav procesní a zpracovatelské techniky U12118
<b>Vedoucí práce:</b>	prof. Ing. Tomáš Jirout, Phd.
<b>Bibliografické údaje:</b>	počet stran 38 počet obrázků 8 počet tabulek 3 počet grafů 4
<b>Klíčová slova:</b>	heterogenní látky, proudění, kal, režimy proudění, kritická rychlost, viskozita, velikost částice
<b>Keywords:</b>	heterogeneous substances, flow, slurry, flow patterns, critical velocity, viscosity, particle size

### Abstrakt

Tato práce ve svém úvodu popisuje základní vlastnosti proudění heterogenních látek potrubím. Jedná se o disperze kapalina-pevná látka, kapalina-plyn, kapalina-kapalina a plyn-pevná látka. Následně se zaměřuje na proudění kalů (kapalina-pevná látka), u kterých řeší problém sedimentace částic pevné látky při proudění horizontálním potrubím. Definuje základní parametry, které ovlivňují dimenzování potrubní větve pro dopravu těchto látek. V závěrečné části pojednává o konkrétním případě návrhového výpočtu a porovnává různé přístupy k určení základních parametrů dimenzování potrubní větve.

### Abstract

At the beginning, this bachelor thesis deals with the fundamental properties of flow of heterogeneous substances in pipelines. These heterogeneous substances are dispersions liquid-solid, liquid-gass, liquid-liquid and gass-solid. The Following part of thesis focuses on the slurries where it solves the difficulties of sedimentation during the flow of slurries in horizontal pipelines and defines basic parametres for dimensioning of pipelines. At the end, it compares different aproaches to determination of these parametres.

## Obsah

1	Úvod .....	1
1.1	Cíl práce .....	1
1.2	Metodika práce.....	2
2	Základní charakteristika dvoufázového a vícefázového proudění .....	3
3	Klasifikace dvoufázového proudění .....	5
4	Dvoufázové proudění suspenzí.....	11
4.1	Režimy proudění kalu .....	11
4.1.1	Homogenní tok .....	12
4.1.2	Heterogenní tok .....	12
4.1.3	Tok s pohyblivou vrstvou.....	13
4.1.4	Tok s nepohyblivou vrstvou .....	13
4.2	Přechodné rychlosti a kritická rychlost.....	15
4.2.1	Stanovení kritické rychlosti z tlakové ztráty .....	21
4.2.2	Ztráty v potrubí u kapalin.....	24
4.3	Vliv hustoty a viskozity .....	26
4.3.1	Hustota.....	26
4.3.2	Viskozita suspenzí.....	26
5	Metodika návrhového výpočtu potrubní větve pro dopravu suspenzí.....	27
5.1	Aplikace navržené metodiky na praktických příkladech .....	31
6	Závěr.....	35
7	Seznam použitých zdrojů .....	36
8	Seznam obrázků, tabulek a grafů.....	37
9	Seznam zkratk a symbolů .....	38

# 1 Úvod

Analýza problematiky dvoufázového nebo vícefázového proudění a její výsledky, je pro širokou paletu inženýrských systémů stále důležitější, jelikož vede k optimalizaci konstrukcí těchto systémů a zajišťuje jejich bezpečný provoz. Není však v žádném případě omezena pouze na dnešní moderní průmyslové technologie. Vícefázové toky mohou být pozorovány v řadě biologických systémů a přírodních jevů, které vyžadují hlubší pochopení. Zejména se jedná o tyto systémy: energetické (např. voda v reaktorech), přenos tepla (např. tepelné výměníky), zpracovatelské (např. chemické reaktory), transportní (např. doprava kalů potrubím), biologické (např. kardiovaskulární systém) atd.

Lze říci, že všechny výše uvedené systémy a komponenty se řídí v podstatě stejnými fyzikálními zákony pro přepravu hmoty, hybnosti a energie. Ty jsou velice dobře exaktně formulovány pro jednofázové proudění, ale u vícefázových je takováto formulace velmi problematická a často se uchyluje k popisu pouze pomocí experimentálních metod a simulací. Jelikož ale, se velikost inženýrských systémů stále zvětšuje a provozní podmínky jsou tlačeny do nových mezí, přesné pochopení fyziky vícefázových tokových systémů je nezbytné. To znamená posun návrhových metod z těch, které jsou založeny výhradně na statických experimentálních korelacích, k matematickým modelům, které mohou předpovědět dynamické chování systémů.

## 1.1 Cíl práce

Je zřejmé, že předmět vícefázového toku má obrovský význam v různých strojírenských technologiích. Optimální návrh, předpověď provozních mezí a bezpečná kontrola velkého počtu důležitých systémů závisí na dostupnosti realistických a přesných modelů popisujících vlastnosti heterogenních látek při vícefázovém proudění. A právě těmito vlastnostem se tato práce bude věnovat.

V první části si tato práce klade za cíl popsat vlastnosti disperzí kapalina-kapalina, kapalina-pevná látka, kapalina-plyn a plyn-pevná látka, které jsou zapotřebí k popisu proudění těchto disperzí potrubním systémem. Dále se tato práce zaměřuje na proudění suspenzí, u kterých definuje metodiku pro výpočet potřebných parametrů pro dopravu těchto látek potrubním systémem. Závěrem této práce je aplikování této metodiky a

zpracování ukázkového návrhového výpočtu pro tyto dva příklady z praxe: doprava odpadních kalů, hydraulická doprava vytěžené železné rudy s hlušinou.

## **1.2 Metodika práce**

Při tvorbě této bakalářské práce jsem se nejprve zaměřil na prostudování více nezávislých zdrojů, které se týkají proudění heterogenních látek potrubím. Následně jsem z těchto zdrojů, kterými byly odborné publikace, odborné články atd., extrahoval nejdůležitější teoretické aspekty týkající se této problematiky. Takto získané informace jsem navzájem komparoval a zjišťoval specifické odlišnosti mezi nimi. Nakonec jsem vypracoval literární rešerši, ve které jsem se zaměřil na nejdůležitější teorie, které se zabývají problematikou proudění heterogenních látek potrubím.



## 2 Základní charakteristika dvoufázového a vícefázového proudění

Na první pohled se může zdát, že různé systémy dvoufázového nebo vícefázového proudění a jejich fyzikální zákonitosti mají jen málo společného. Vzhledem k tomu nebylo k těmto systémům a jejich popisu přistupováno obecně. Hlavní snaha byla zaměřena na řešení konkrétních systémů nebo procesů, což vedlo k vývoji modelů a jejich specifikací s nízkou mírou vzájemné korelace a tedy omezené použitelnosti. V důsledku se vývoj komplexnějšího porozumění dvoufázového proudění ubíral pomalým tempem, a proto schopnost předvídání chování dvoufázových systémů proudění nedosáhl možností, které dnes máme u jednofázových proudění.

V mechanice kontinua je konceptuální model jednofázového proudění definován pomocí rovnic pole, které popisují zákony zachování momentu, energie a hmoty. Tyto rovnice jsou dále doplněny vhodnými konstitutivními rovnicemi týkající se přenosu energie, termodynamického stavu, napětí, chemickým reakcím atd. Konstitutivní rovnice specifikují tyto vlastnosti pro daný konkrétní materiál. Vzhledem k tomu, bychom mohli očekávat, že konceptuální model pro vícefázové proudění bude také formulován pomocí rovnic pole a vhodných komplementárních konstitutivních rovnic. Bohužel však takový přístup je oproti modelu jednofázového proudění mnohonásobně složitější. Komplexní povaha vícefázového proudění vychází z existence významných nespojitostí ve vlastnostech pohybujícího se a deformovatelného prostředí a komplikací vznikajícím z povahy rovnic pole, když popisují chování blízko rozhraní jednotlivých fází. Přítomnost přenosu hybnosti, tepla a hmoty mezi fázemi prakticky znemožňuje vypočítat dynamické povrchové napětí, viskozitu a hustotu dvoufázové směsi. Proto se teorie dvoufázových proudění obvykle vyvíjejí z koncepcí pro jednofázové toky.<sup>1</sup>

Pokud se zaměříme na mezifázovou strukturu a přenos, zjistíme, že mnoho dvoufázových systémů má společnou geometrickou strukturu. Tento fakt je důležitý pro klasifikaci dvoufázového proudění. Oproti jednofázovému proudění, které se klasifikuje dle struktury průtoku na laminární, přechodný a turbulentní, můžeme dvoufázový průtok klasifikovat do několika hlavních skupin, které mohou být nazývány režimy proudění nebo

---

<sup>1</sup> MALHOTRA, Ajay. STUDY OF TWO AND THREE-PHASE FLOWS IN LARGE DIAMETER HORIZONTAL PIPELINES. Ohio, 1995. Diploma thesis. Ohio University.

vzory, jako je separovaný průtok, přechodný nebo smíšený tok a rozptýlený tok. Lze očekávat, že mnoho systémů dvofázových proudění by mělo vykazovat určitý stupeň fyzikálních podobností, pokud jsou režimy průtoku stejné. Nicméně, obecně platí, že u modelů závislých na režimu průtoku je takovéto dělení uvažováno na základě makroskopického přístupu a to vede k příslušnému omezení. Modely závislé na režimu toku mohou vést k analýze, která nevezme v potaz fyzikální jevy, které se vyskytují pod referenční rozlišovací schopností modelu. Takovýto přístup tedy vyžaduje určité doplnění. Podstata tkví v tom, vzít v úvahu fyzikální jevy na mikroskopické a mezoskopické úrovni.<sup>2</sup>

Výše uvedený rozbor poukazuje na vznik obtíží, s nimiž se setkáváme při rozvíjení širšího pochopení vícefázového toku a obecné metody analýzy takového toku. Proudění heterogenních látek potrubím je ve své podstatě více úroňový děj. Uveďme si příklad takového přístupu:

Máme zadánu problematiku studia základních rysů chování plyno-kapalinových soustav v chemicko-inženýrských systémech, jejichž typickým reprezentantem jsou probublávané kolony. Materiál tedy budeme strukturovat do tří různých úrovní rozlišení: mikro-, mezo- a makro-. Na úrovni malého měřítka budou studovány elementární jevy spojené se vznikem jednotlivých bublin na ponořených otvorech. Proces tvorby bublin je složitý hydrodynamický proces s výrazně nelineárním charakterem. Cílem bude porozumět základním režimům tvorby bublin jak na izolovaných otvorech perforovaných pater, tak i při jejich vzájemné interakci. Následně navrhne teorii pro detailní popis procesu tvorby bublin. Na úrovni středního měřítka se budeme zabývat hydrodynamickými interakcemi v omezených souborech bublin (vertikální stabilita klastrů, perzistentní oscilace, šíření poruch a vln po hydrodynamických transmisních médiích apod.). Na úrovni velkého měřítka budeme studovat klíčové jevy týkající se proudění plyno-kapalinových směsí v aparátech kolonového typu, které se často používají v aplikacích. Nakonec se budeme snažit vypracovat jejich modelový popis, pochopit mechanismy jejich přechodu, vybudovat teorii stability a to vše se zahrnutím znalostí získaných na jednotlivých úrovních.<sup>3</sup>

---

<sup>2</sup> ISHII, Mamoru a Takashi HIBIKI. *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*. Second Edition. New York: SPRINGER, 2011. ISBN 978-1-4419-7984-1.

<sup>3</sup> *Akademický bulletin: Oficiální časopis Akademie věd ČR* [online]. Praha: Ústav chemických procesů Akademie věd ČR, 2012 [cit. 2018-04-03]. Dostupné z: <http://abicko.avcr.cz/2016/10/index.html>

Nicméně takovýto přístup (koncept dvoufázových tokových režimů) má také značné omezení. Jelikož je takový model navržen na makroskopické úrovni, je velmi obtížně kvantifikovatelný v lokálním bodě. To může znamenat, že modelování změn v mezifázové oblasti přímo pomocí transportní rovnice je lepší přístup než konvenční metoda využívající kritéria přechodových režimů toku a konstitutivní vztahy pro koncentraci mezifázové oblasti závislé na režimu toku (platí pouze pro třírozměrné modely). V následující kapitole se pokusíme definovat obecné vzory proudění v závislosti na kombinaci jednotlivých fází a strukturách rozhraní.<sup>4</sup>

### 3 Klasifikace dvoufázového proudění

Existuje celá škála dvoufázových toků v závislosti na kombinacích dvou fází a na strukturách rozhraní. Je jednoduché roztrždit dvoufázové směsi podle kombinací dvou fází, protože ve standardních podmínkách máme pouze tři stavy hmoty (čtvrtý plazmatický stav hmoty v tomto textu nebudeme uvažovat), to jest tuhé, kapalné a plynné fáze.

- a) směs kapalina-plyn (pěna)
- b) směs plyn-pevná látka
- c) směs kapalina-pevná látka (suspenze)
- d) směs kapalina-kapalina (emulze)

Čtvrtý případ d) je trochu specifický, protože je na první pohled evidentní, že se nejedná o dvoufázový tok, nicméně se ukazuje, že ve všech praktických aplikacích s tímto stavem můžeme nakládat, jako kdyby se o dvoufázový tok jednalo.


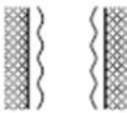
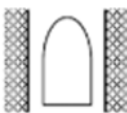
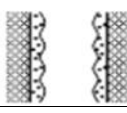
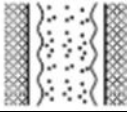
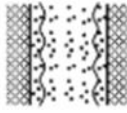
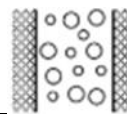
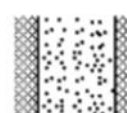
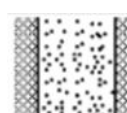
Klasifikace založená na strukturách rozhraní a topografické distribuci každé fáze je mnohem obtížnější, protože struktura rozhraní se může postupně (spojitě) měnit. Je nutné si uvědomit, že možností, jak tímto způsobem klasifikovat dvoufázové proudění je celá řada. V této práci použijeme klasifikaci sestavenou panem Ishii v roce 1975. Jak jsme se již zmínili, dvoufázový průtok může být rozdělen podle geometrie rozhraní do tří

---

<sup>4</sup> ISHII, Mamoru a Takashi HIBIKI. *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*. Second Edition. New York: SPRINGER, 2011. ISBN 978-1-4419-7984-1.

hlavních tříd, jmenovitě separovaného průtoku, přechodného nebo smíšeného toku a rozptýleného toku (disperze).

Tabulka č. 1: Klasifikace dvoufázového proudění

Třída	Typické vzory (režimy)	Geometrie	Konfigurace	Příklady v praxi
Oddělený průtok	Tok filmu		Film tekutiny v plynu Film plynu v tekutině	Kondenzace filmu Vypařování filmu
	Prstencový průtok		Tekuté jádro a film plynu Plynné jádro a film tekutiny	Vypařování filmu Kotle
Přechodný nebo smíšený tok	Zvířený tok		Plynná kapsa v tekutině	Sodík vroucí při nucené konvekci
	Bublinový prstencový průtok		Plynné bubliny ve filmu tekutiny s plynným jádrem	Výparníky
	Prstencový průtok kapiček		Plynné jádro s kapičkami a film tekutiny	Generátor páry
	Bublinový prstencový průtok kapiček		Plynné jádro s kapičkami a film tekutiny s bublinami plynu	Var kanálu jaderného reaktoru
Rozptýlený tok (disperze)	Bublinový tok		Plynné bubliny v tekutině	Chemické reaktory
	Proudění kapiček		Kapičky tekutiny v plynu	Chlazení postřikem
	Proudění částic		Pevné částice v plynu nebo kapalině	Doprava prášku

Zdroj: ISHII, Mamoru a Takashi HIBIKI. *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*.

V závislosti na typu rozhraní může být třída separovaného průtoku rozdělena na rovinný a kvazisymetrický průtok, tedy tok filmu a prstencový průtok.

Třída rozptýleného toku může být také rozdělena do několika typů. V závislosti na

geometrii rozhraní lze uvažovat o sférických, eliptických, granulovaných částicích atd. Nicméně je mnohem vhodnější rozdělit třídy rozptýlených toků tím, že uvážíme fázi disperze. Odpovídajícím způsobem můžeme rozlišovat tři režimy: bublinový tok, proudění kapiček nebo mlhu a tok pevných částic. V každém režimu může být geometrie disperze sférická, sféroidní, zkreslená atd.

Jak bylo poznamenáno výše, změna mezifázových struktur se děje postupně, a proto máme druhou třídu, která je charakterizována přítomností separovaného a dispergovaného toku. Přechod často nastává pro směsi kapalina-plyn a kapalina-kapalina. I zde je vhodnější rozdělit třídu smíšeného toku podle fázové disperze.

Na následujících obrázcích se podíváme na typické příklady režimů proudění směsi vzduch-voda, olej-voda. Příklady suspenzí v této kapitole uvádět nebudeme, jelikož tato práce se dále zaměří právě na proudění směsí kapalina - pevná látka, které v obecném rozdělení dle tab. č. 1 spadá do poslední kategorie Proudění částic.

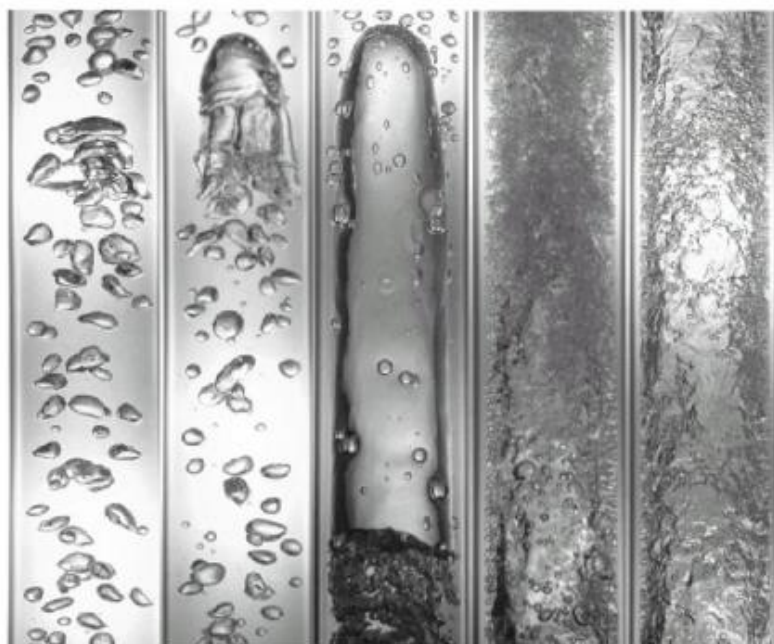
Vzduch - Voda – příklady jsou uvedené pro pozorování proudění ve vertikálním potrubí různých průměrů a při proudění obdélníkovým kanálem (při zachování stejných podmínek pozorování). Na obrázku č. 1 proudění probíhá v potrubí o průměru 25,4 mm. Na druhém obrázku se jedná o potrubí průměru 50,8 mm. Na třetím obrázku proudění probíhá Obdélníkovým kanálem o rozměrech 200 mm x 10 mm. Zleva doprava se jedná o tyto režimy proudění: <sup>5</sup>

- 1) Bublinový tok
- 2) Bublinový tok s „pokličkou“ (specifický případ bublinového toku)
- 3) Slimák (u průtoku obdélníkovým kanálem je tento režim vynechán)
- 4) Zvířený tok
- 5) Prstencový průtok

---

<sup>5</sup> ISHII, Mamoru a Takashi HIBIKI. *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*. Second Edition. New York: SPRINGER, 2011. ISBN 978-1-4419-7984-1.

Obrázek č. 1: Typické vzory proudění dvoufázové kapaliny vzduch-voda ve svislé trubce o průměru 25,4 mm



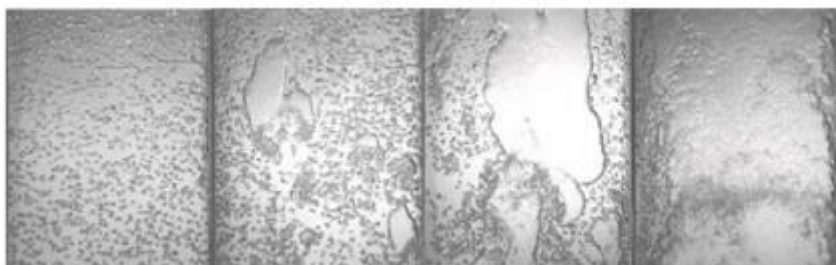
Zdroj: ISHII, Mamoru a Takashi HIBIKI. *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*.

Obrázek č. 2: Typické vzory proudění dvoufázové kapaliny vzduch-voda ve svislé trubce o průměru 50,8 mm



Zdroj: ISHII, Mamoru a Takashi HIBIKI. *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*.

Obrázek č. 3: Typické vzory proudění dvoufázové kapaliny vzduchu-voda v obdélníkovém kanálu 200 mm x 10 mm



Zdroj: ISHII, Mamoru a Takashi HIBIKI. *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*.

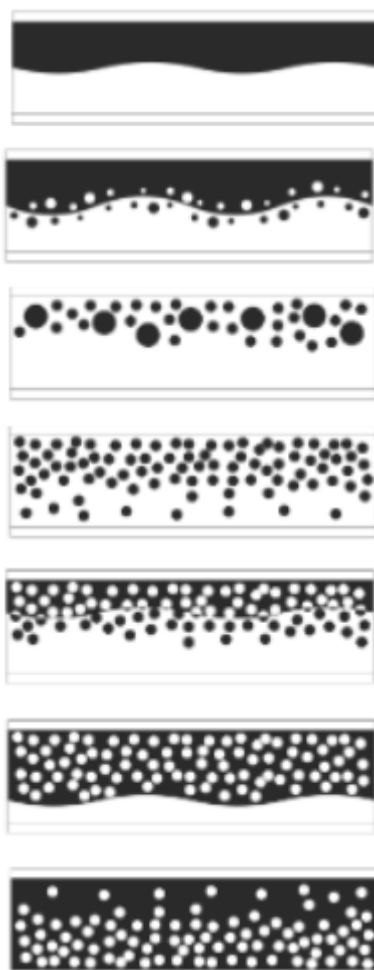
Olej - Voda – typické příklady proudění emulzí, které zde uvedeme, pozoroval Nädler a Mewes v roce 1995 při proudění v horizontálním potrubí o průměru 59 mm. Od shora dolů se jedná o tyto režimy proudění: <sup>6</sup>

- 1) Stratifikovaný průtok separovaných fází
- 2) Stratifikovaný průtok s promíchanými fázemi na úrovni rozhraní
- 3) Proudění vrstvy disperze olej-voda nad vrstvou vody
- 4) Nestabilní emulze olej - voda
- 5) Vrstvy voda – olej, olej – voda nad vrstvou vody
- 6) Vrstva voda – olej nad vrstvou vody
- 7) Nestabilní emulze voda – olej

---

<sup>6</sup> IBARRA, Roberto, Omar MATAR a Christos MARKIDES. *A Revision of Liquid-Liquid Flow Patterns in Horizontal and Slightly Inclined Pipes*. London SW7 2AZ, UK, 2014. Paper. Imperial College London.

Obrázek č. 4: Typické vzory proudění dvoufázové kapaliny olej - voda  
v horizontálním potrubí o průměru 59 mm



Zdroj: IBARRA, Roberto, Omar MATAR a Christos MARKIDES. *A Revision of Liquid-Liquid Flow Patterns in Horizontal and Slightly Inclined Pipes*.

Z obrázků je patrné, jak moc záleží na tom, jakým profilem dvoufázová kapalina protéká. Samozřejmě je jasné, že výslednou podobu obrázků dále ovlivní mnoho dalších parametrů jako rychlost proudění jednotlivých fází, teplota atp. Dále se již budeme zabývat dvoufázovým prouděním suspenzí.<sup>7</sup>

---

<sup>7</sup> ISHII, Mamoru a Takashi HIBIKI. *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*. Second Edition. New York: SPRINGER, 2011. ISBN 978-1-4419-7984-1.



## 4 Dvoufázové proudění suspenzí

Přeprava tuhých částic v nosné kapalině je široce rozšířená a používána v několika průmyslových odvětvích, jako je těžba, farmaceutický průmysl, zpracování potravin, ropný a chemický průmysl. Tok pevných částic, udržovaných v suspenzi v nosné kapalině, se obvykle označuje jako doprava kalů. V průmyslu se při přepravě vícefázových toků obvykle používají vyšší rychlosti a toto se neliší při přepravě kalů, protože nízké rychlosti vedou k tomu, že pevné částice se vyčleňují ze suspenze, což může vést k zablokování potrubí, změně průtokových podmínek, zpomalování výroby a/nebo ovlivnit požadavky na energii v potrubní dopravě (dochází k sedimentaci). To lze přičítat různým režimům toku, které se mohou vyskytnout v toku kalu, který vyžaduje, aby rychlost proudění byla větší než kritická rychlost ukládání a viskózní přechodová rychlost (kdy viskozita brání přechodu v režimu proudění), na rozdíl od jednofázového průtoku, který je homogenní a nezávislý na rychlosti proudění. Nicméně je třeba poznamenat, že příliš vysoká rychlost může způsobit, že částice narážejí na stěny potrubí, což může vést k vyššímu stupni oděru, který může vést k erozi za zvláštních podmínek.<sup>8</sup>

### 4.1 Režimy proudění kalu

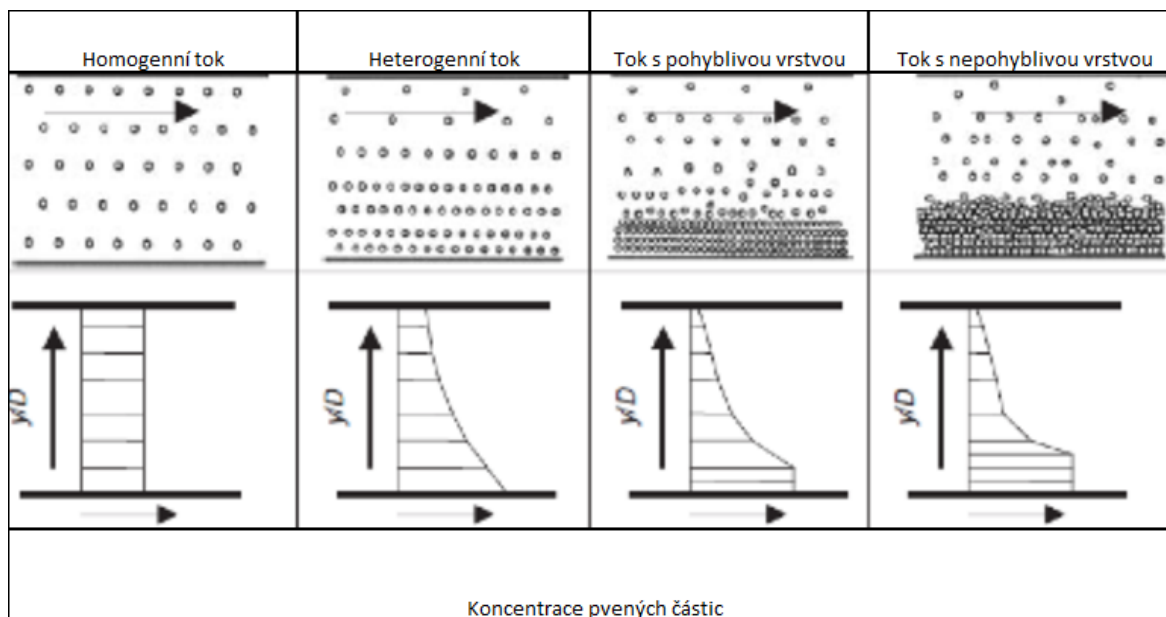
Obecné rozdělení režimů toku jsme provedli v kapitole 4. K těmto režimům teď přidružíme subdělení, které se bude dotýkat už specifických látek, v tomto případě toku kalu a toto obecné dělení dále prohloubí. Průtok kalu v potrubí je složitý jev, jelikož je ovlivněn mnoha proměnnými, zejména vlastnostmi pevných částic interagujících s kapalinou. Kvůli této složitosti a nejistotám spojeným s teoriemi a modely toku kalu byly provedeny významné zkoušky průtoku kalu s různými režimy průtoku. Mnoho badatelů poznamenalo, že suspenze různých koncentrací a složení vykazují různé vlastnosti toku a tím vytvářejí různé vzory toku. Nicméně je široce přijímaný tok kalu, který lze rozdělit do čtyř hlavních toků, jak je znázorněno na následujícím obrázku.<sup>9</sup>

---

<sup>8</sup> POLANSKY, Jiri. *Experimental investigation of Slurry flow* [online]. University of Leeds, 2014 [cit. 2018-04-27]. Paper. University of Leeds.

<sup>9</sup> MULAR, Andrew, Doug HALBE a Derek BARRATT. *Mineral Processing Plant Desing, Practise and Control: PROCEEDINGS*. Volume 2. Colorado: SME, 2002. ISBN 0-87335-223-8.

Obrázek č. 5: Typické vzory toku kalu v potrubí



Zdroj: MULAR, Andrew, Doug HALBE a Derek BARRATT. *Mineral Processing Plant Design, Practise and Control: PROCEEDINGS*

#### 4.1.1 Homogenní tok

Většina proudění suspenze je považována za homogenní, jestliže mají velikost částic menší než 40 mm až 70 mm, nicméně to také závisí na hustotách pevných a kapalných složek. Aby homogenní tok přetrvával, měla by střední rychlost toku být dostatečně vysoká, aby udržovala jemné a lehké (s nízkou hustotou) pevné částice v uniformním rozložení. Toho lze docílit dokonce i při vysokých koncentracích částic až do 60% hmotnosti suspenze. Je-li koncentrace pevných částic větší než 40% celkové hmotnosti, směs se stává více viskózní a vykazuje jiné vlastnosti než newtontonské, ale stále může být ještě popsána pomocí jednofázových modelů. Typické suspenze, které vykazují homogenní tok, jsou vrtné bahno a jíly.

#### 4.1.2 Heterogenní tok

Při poklesu průtoku nebo při poklesu rychlosti kalu, hrubší a hustší pevné částice se začnou oddělovat od kapaliny a vytvářet gradient koncentrace ve vertikální rovině, tj. nerovnoměrnost pevných látek v horizontální rovině. Avšak žádné částice nesedimentují na dně potrubí a většina částic stále zůstává v suspenzi. Jak se zvyšuje koncentrace pevných látek, očekává se, že gradient koncentrace pevných látek bude přetrvávat s

hustšími částicemi na spodní straně. Nicméně je třeba poznamenat, že heterogenní tok má typicky nízkou koncentraci pevných látek v suspenzi, která nepřesahuje 35% hmotnosti suspenze.

#### 4.1.3 Tok s pohyblivou vrstvou

Když je rychlost proudění heterogenního toku snížena pod kritickou rychlost (hraniční rychlost ukládání), hustší, hrubší částice se ukládají na spodní straně potrubí. Koncentrační gradient stále existuje tam, kde jemnější méně husté částice jsou stále v suspenzi s nosnou kapalinou a od suspenze se oddělují hustší a hrubší částice, a protože se vytváří koncentrační gradient kvůli hustějším částicím, koncentrační gradient se zvyšuje v blízkosti dna trubky. Pod minimální rychlostí se pevné částice dostávají ze suspenze a jsou uloženy na dně potrubí ve formě vrstvy (někdy se tomuto jevu říká lůžko). Avšak smykové síly působící v tekutině jsou stále schopné přepravovat tuto vrstvu, proto tok s pohyblivou vrstvou. Toto pohyblivé lůžko zvyšuje opotřebení potrubí.

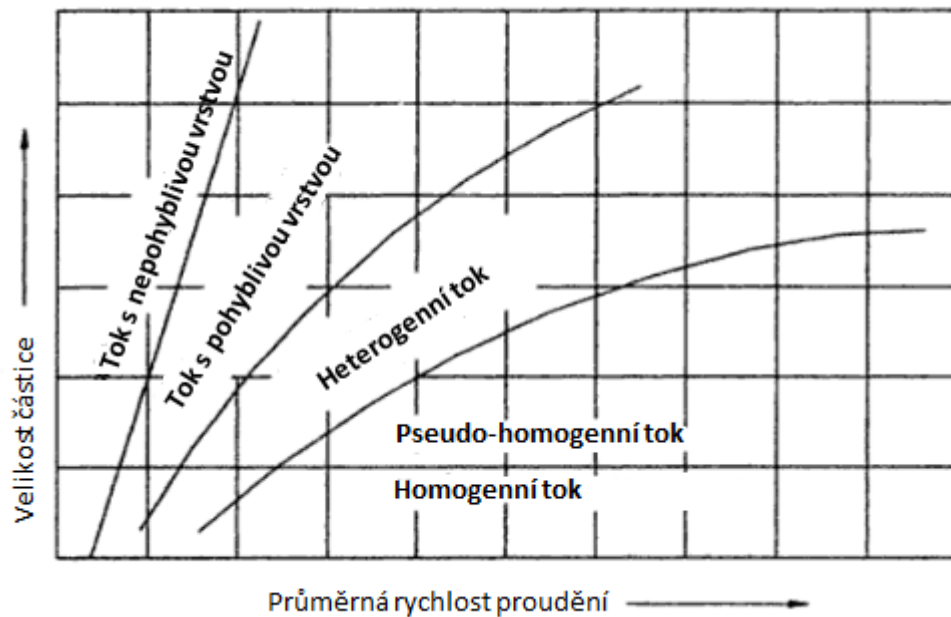
#### 4.1.4 Tok s nepohyblivou vrstvou

Když se průtok dále snižuje pod kritickou rychlost, hrubší pevné částice se přestávají pohybovat a výška vrstvy se zvětšuje díky částicím s nejnižšími rychlostmi, které se usazují nad stacionární vrstvou ve vyšší části trubky. Pohyb částic v horní části trubky je pohyb tuhých částic, kdy se jedna pevná částice pohybuje po druhé (saltační tok). Tento jev vzniká, protože se tekutina snaží rozpohybovat pevné částice ležící na povrchu vrstvy. Říkáme, že suspenze se pohybuje jako asymetrická suspenze. Průtok se stacionární vrstvou může vést k blokování potrubí, protože síly odolávající pohybu jsou větší než ty, které způsobují, že se částice pohybují, tj. tlak, který je potřebný k pokračování průtoku, nabývá vysokých hodnot. Je důležité, aby operátoři identifikovali režimy proudění v potrubí, protože mohou ovlivnit pokles tlaku, další průtokové charakteristiky a vliv suspenze na erozi potrubí.

Všechny tyto druhy proudění jsou typicky newtonského charakteru. Existují samozřejmě směsi, jejichž proudění vykazuje neneutonský charakter. Typicky se jedná o případy, kdy má pevná látka velmi jemnou strukturu (zlato-měď spojená s jíly, bauxit).

Tyto čtyři režimy můžeme vynést do grafu, kde na ose x bude průměrná rychlost proudění a na ose y velikost pevné částice tuhé fáze.<sup>10</sup>

Obrázek č. 6: Režimy newtonských toků pro směsi suspenzí v horizontálním potrubí



Zdroj: MULAR, Andrew, Doug HALBE a Derek BARRATT. *Mineral Processing Plant Desing, Practise and Control: PROCEEDINGS*

Distribuce axiální rychlosti není pro dvoufázový tok jednoznačně definovaná, jelikož může být reprezentována z hlediska rychlosti tekutiny, rychlosti částic nebo poměru rychlosti hmoty ku směsi. Na rozdíl od jednofázového průtoku, je axiální rozložení rychlosti směsi pevných látek a kapalin asymetrické vzhledem k ose potrubí a maximální hodnota je posunuta směrem k horní stěně. Toto chování bylo interpretováno jako důsledek skutečnosti, že kvůli vlivu gravitace je hustota kalu v dolní části potrubí vyšší než hustota suspenze v horní části. Výsledkem je, že tekutina vynakládá více energie na to, aby částice

<sup>10</sup> MULAR, Andrew, Doug HALBE a Derek BARRATT. *Mineral Processing Plant Desing, Practise and Control: PROCEEDINGS*. Volume 2. Colorado: SME, 2002. ISBN 0-87335-223-8.

v dolní části poháněla, což v této oblasti způsobí nižší rychlost suspenze. Asymetrie profilu rychlosti je pro pseudo-homogenní toky téměř nedetekovatelná.<sup>11</sup>

## 4.2 Přechodné rychlosti a kritická rychlost

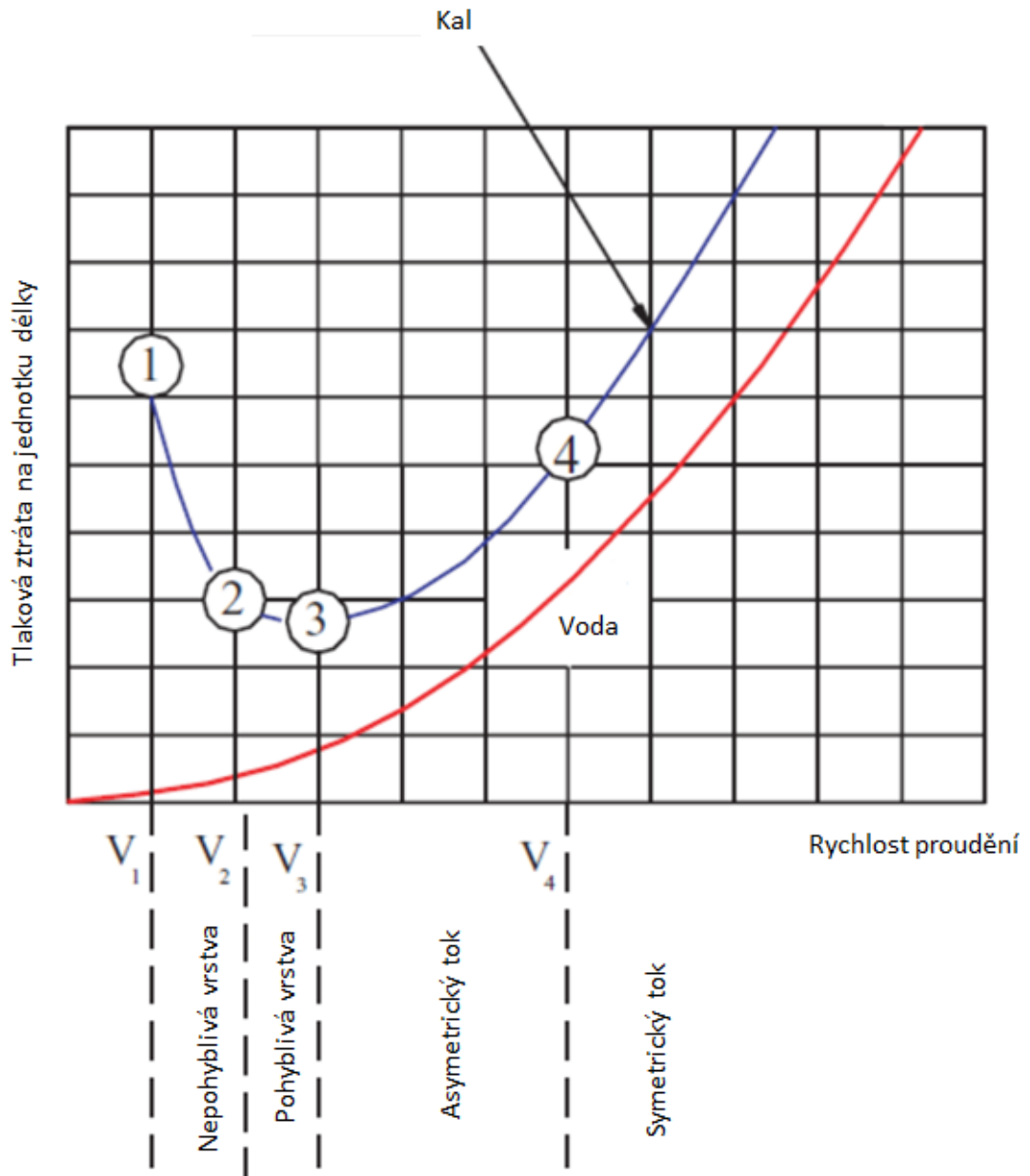
Různé režimy průtoku ovlivňují střední průtokovou rychlost, která následně ovlivňuje pokles tlaku. Přechodné rychlosti jsou rychlosti, které určují změnu z jednoho režimu toku na jiný. Režimy popsané v předchozích částech mohou být reprezentovány grafem tlakového gradientu vyneseno v souvislosti s průměrnou rychlostí směsi, jak je vidět na grafu č. 1. Přechodové rychlosti jsou definovány jako: V1 - to je rychlost při které převládá stacionární tok ve spodní polovině trubky. V2 - je rychlost na nebo nad místem, kde směs proudí jako asymetrická směs s hrubšími částicemi tvořícími pohyblivou vrstvu, V3 - je rychlostní oblast, kde se částice pohybují jako asymetrická suspenze a také se začínají usazovat a vytváří pohyblivou vrstvu, V4 - je rychlost, kdy se tuhé látky pohybují jako symetrická suspenze. Tato rychlost může být také definována jako oblast, kde převládá homogenní nebo pseudo-homogenní tok.<sup>12</sup>

---

<sup>11</sup> Gianandrea Vittorio Messa, Michael Malin, Stefano Malavasi. *Numerical prediction of fully-suspended slurry flow in horizontal pipes* [online]. Milano, 2014 [cit. 2018-04-27]. Paper. Politecnico di Milano.

<sup>12</sup> POLANSKY, Jiri. *Experimental investigation of Slurry flow* [online]. University of Leeds, 2014 [cit. 2018-04-27]. Paper. University of Leeds.

Graf č. 1: Závislost tlakového gradientu na rychlosti proudění



Zdroj: POLANSKY, Jiri. *Experimental investigation of Slurry flow* [online]. University of Leeds, 2014 [cit. 2018-04-27]. Paper. University of Leeds.

Kritická rychlost  $V_c$  je definována jako "průměrná střední průtoková rychlost potřebná k zabránění hromadění vrstvy stacionárních nebo kluzných částic na dně kulaté vodorovné trubky". Tato definice může být také rozšířena na přechodovou rychlost mezi stacionárním průtokem a průtokem s pohyblivou vrstvou jako kritická rychlost ukládání  $V_d$  nebo  $V_3$ , jak je znázorněno na grafu č. 1. Byla provedena řada experimentů s cílem určit a

předvídat kritickou rychlost, jejichž výsledky jsou založeny na empirických korelacích. Bylo však použito několik přístupů od různých badatelů, což vedlo k nesouladu mezi těmito korelacemi. Přesto kritická rychlost je důležitým parametrem, neboť představuje minimální hodnotu průtoku kalu, aniž by došlo k zablokování potrubí. Kritická rychlost také odpovídá nejnižšímu poklesu tlaku, jak je vidět na grafu 2.

Jak bylo uvedeno výše, několik badatelů navrhlo různé rovnice pro stanovení kritické rychlosti při různých režimech toku. Nicméně, základem jejich rovnic kritických rychlostí jsou modifikované verze rovnic navrhovaných Durandem a Condoliosem (1952) nebo Newittem (1955). Durand and Condolios provedli experiment pro stanovení kritické rychlosti pro dopravu směsi písku a vody, s koncentrací pevných látek ( $C_v$ ) až 15%, protékající potrubím o různých průměrech, a to v rozmezí od průměru 38,1 mm do 508 mm. Na základě výsledků navrhli následující rovnici:

$$V_d = V_3 = F_L * \sqrt{2 * g * D_i * \left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L}\right)}, \text{ kde}$$

$F_L$  – Durandův faktor (vychází z velikosti pevné částice a obj. koncentrace) [–]

$V_d$  – kritická přechodná rychlost (dále pouze jako "kritická rychlost") [m/s]

$g$  – gravitační zrychlení [m/s<sup>2</sup>]

$D_i$  – vnitřní průměr potrubí [m]

$\rho_s$  – hustota pevné fáze [kg/m<sup>3</sup>]

$\rho_L$  – hustota kapalné fáze [kg/m<sup>3</sup>]

Durandův faktor je typicky zastoupen v grafu pro jednotlivé nebo úzce tříděné částice, který byl sestaven samotným Durandem (1953). Avšak jelikož většina suspenzí jsou směsi s částicemi různých velikostí, považuje se tento přístup za příliš konzervativní. Jak jsme již řekli, v průběhu let byl tento vztah mnohokrát upravován. Touto úpravou byla myšlena zejména úprava výpočtu Durandova faktoru. Schiller (1991) navrhl pro výpočet Durandova faktoru tento vztah:

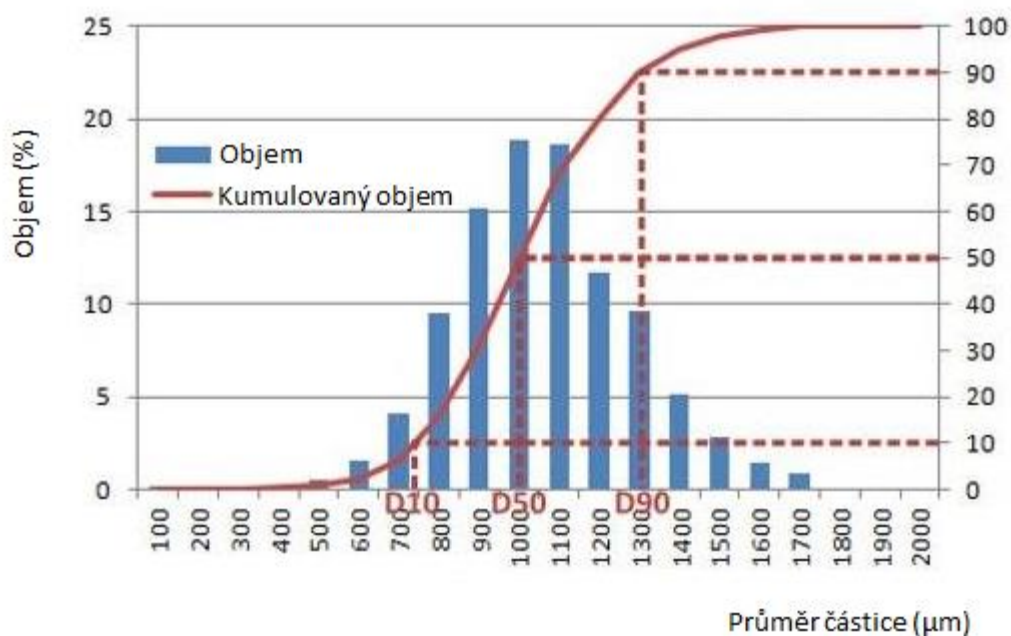
$$F_L = (1,3 * C_v^{0,125}) * (1 - \exp(-6,9 * d_{50})), \text{ kde}$$

$C_v$  – koncentrace pevných látek [obj. %]

$d_{50}$  – průměr pevné částice dle DR [mm]

Průměr  $d_{50}$  odpovídá distribučnímu rozdělení (DR), kdy je 50 % všech částic menších než tato hodnota. Následující graf ukazuje typické distribuční rozdělení (cca Gaussovo rozdělení).

Graf č. 2: Typické distribuční rozdělení dle průměru částice

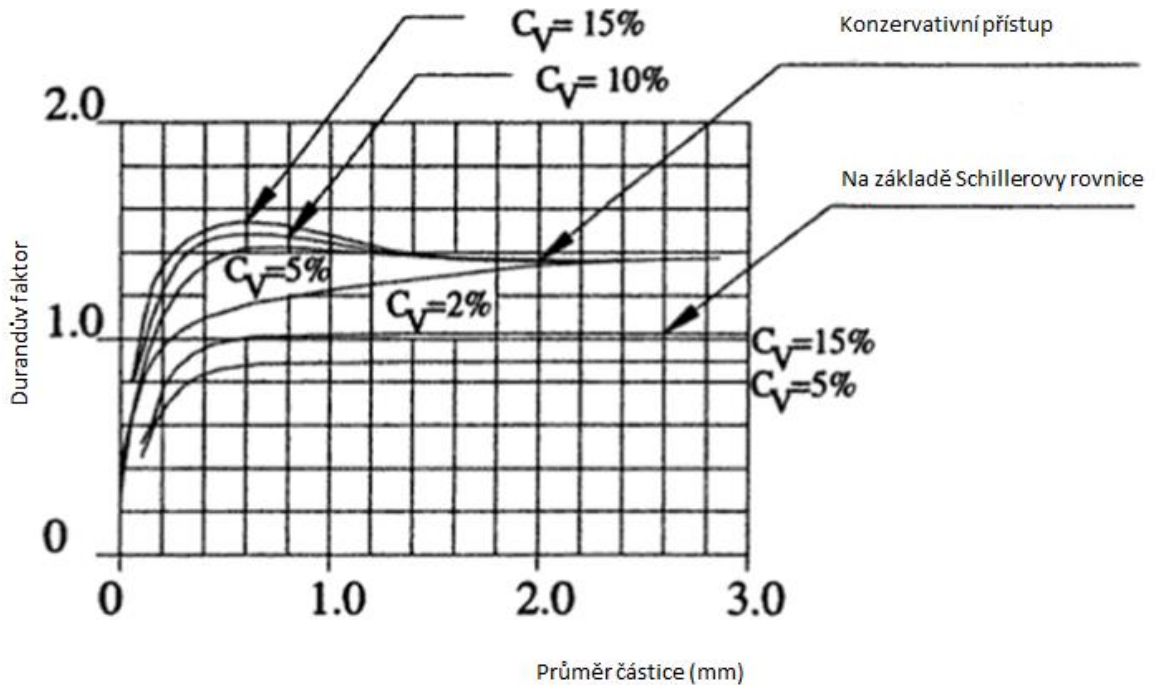


Zdroj: MULAR, Andrew, Doug HALBE a Derek BARRATT. *Mineral Processing Plant Desing, Practise and Control: PROCEEDINGS*

Na následujícím grafu se můžeme podívat na rozdíl v určení Durandova faktoru konzervativním přístupem a přístupem Schillera.



Graf č. 3: Porovnání konzervativního Durandova faktoru a Schillerova přístupu



Zdroj: MULAR, Andrew, Doug HALBE a Derek BARRATT. *Mineral Processing Plant Design, Practise and Control: PROCEEDINGS*

Schillerova rovnice má platnost zejména pro nižší řády viskozity (v řádu centipoise). Samozřejmě existuje mnoho úprav Durandovi-Condoliosovi rovnice, které platí pro vyšší řády viskozity. Jedna z možností je využít poznatek, že Durandův faktor souvisí s Froudeho podobnostním číslem  $F_R$ , a to následujícím způsobem:

$$F_R = \sqrt{2} * F_L.$$

Tohoto přístupu využil Gilles (1999) a definoval Froudeho číslo v závislosti na Archimedově podobnostním čísle  $Ar$  takto:

$$F_R = a * Ar^b,$$

$$Ar = \frac{4 * d_p^3 * \rho_L * (\rho_S - \rho_L) * g}{3 * \mu_{SL}^2}, \text{ kde}$$

$d_p$  – průměr pevné částice [m]

$\mu_{SL}$  – dynamická viskozita směsi [Pa \* s]

Parametry  $a$  a  $b$  pak získáme z následující tabulky.

Tabulka č. 2: Definice parametrů dle Archimedova čísla

Ar	> 540	160-540	80-160
a	1,78	1,19	0,197
b	-0,019	0,045	0,4

Zdroj: MULAR, Andrew, Doug HALBE a Derek BARRATT. *Mineral Processing Plant Desing, Practise and Control: PROCEEDINGS*

Pro  $Ar < 80$  neplatí lineární závislost Froudeho čísla na Durandově faktoru a je nutné přistoupit k aproximacím zahrnujícím polynomy vyššího stupně. Toto zde rozebírat nebudeme.

Jelikož je kritická rychlost zásadní parametr, o který nám jde, probereme další možnost, jak ji stanovit. Zde uvedené přístupy budou v závěru práce porovnány na konkrétním příkladu z praxe. Pro tento způsob stanovení kritické rychlosti však nejprve musíme definovat veličinu tlaková ztráta.

Jen dodejme, že to co nás zajímá, je že z vypočtené kritické rychlosti lze stanovit průměr potrubí na základě průtoku. Na základě tohoto faktu pak můžeme stanovit určité doporučené hodnoty průměru potrubí na základě hodnoty průtoku.

Správný výběr průměru samozřejmě musí zohlednit další parametry. Kromě hodnoty průtoku bychom měli zahrnout působení těchto parametrů. Za prvé je to již zmíněná a uvažovaná velikost pevných částic, dále hustota suspenze, viskozita a ztráty způsobené třením.<sup>13</sup>

---

<sup>13</sup> MULAR, Andrew, Doug HALBE a Derek BARRATT. *Mineral Processing Plant Desing, Practise and Control: PROCEEDINGS*. Volume 2. Colorado: SME, 2002. ISBN 0-87335-223-8.

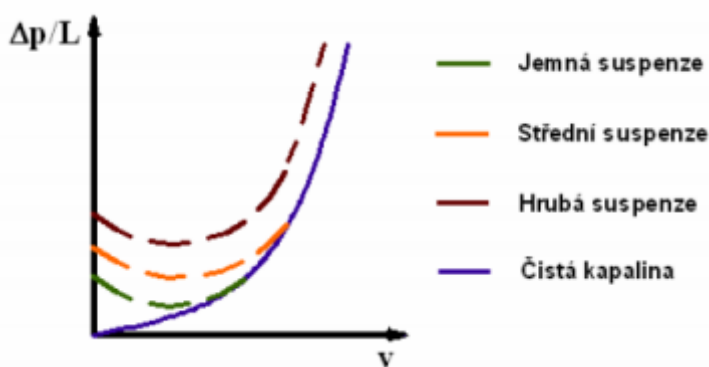
#### 4.2.1 Stanovení kritické rychlosti z tlakové ztráty

Tlaková ztráta je jedním z nejdůležitějších parametrů, o které se operátoři zajímají, protože může poskytnout informace o podmínkách toku v potrubí. Navíc tlaková ztráta může také poskytnout určité informace o profilu koncentrace pevných látek a rychlosti suspenze, bez ohledu na to, zda se schyluje k zablokování potrubí (kvůli nahromadění vrstvy). Pro provozovatele a konstruktéry může tlaková ztráta také poskytnout informace o vhodném výběru nebo návrhu čerpadel, které mohou překonat předpokládané ztráty na tření a určovat spotřebu energie.

Vzhledem ke složitosti dvoufázového průtoku pevných látek a kapalin několik badatelů navrhlo široký rozsah různých empirických rovnic pro stanovení poklesu tlaku za různých provozních podmínek. Pokles tlaku ovlivňuje několik faktorů a ve vodorovném potrubí jsou korelace tlaku mnohem složitější než u vertikálních průtoků kalových potrubí. Některé z těchto faktorů zahrnují účinek gravitace působící kolmo na částice ve vodorovných potrubích, koncentraci částic, velikost a průměr částic, součinitel odporu tuhých částic, hustota kapaliny a pevných částic a rychlost částic/průtoku.<sup>14</sup>

Heterogenní směsi (jemné, střední, hrubé suspenze) jsou charakterizovány rozdílným tlakovým spádem v závislosti na velikosti jednotlivých částic. Tato skutečnost se dá vyjádřit experimentálním srovnáním závislosti jednotkového tlakového spádu čisté kapaliny (vody) a heterogenních směsí.

Obrázek č. 7: Závislost tlakového spádu na velikosti částic



Zdroj: FADRŇÝ, Tomáš. *ČERPÁNÍ KALU V TECHNOLOGII ČOV*. Brno, 2011. Diplomová práce. VUT v Brně.

<sup>14</sup> Gianandrea Vittorio Messa, Michael Malin, Stefano Malavasi. *Numerical prediction of fully-suspended slurry flow in horizontal pipes* [online]. Milano, 2014 [cit. 2018-04-27]. Paper. Politecnico di Milano.

Křivka pro čistou kapalinu vychází vždy z počátku a její průběh má typický tvar kvadratické paraboly. U jemnozrnné suspenze má křivka odlišný počátek oproti vodě a po dosažení určité rychlosti se průběh ztotožní. U středních suspenzí nastává shoda průběhu s čistou kapalinou pro podstatně vyšší rychlosti než u předešlé skupiny. U hrubých suspenzí ke ztotožnění závislostí vůbec nedojde ani při vysokých rychlostech.<sup>15</sup>

Tato část proto přezkoumá základy poklesu tlaku a hydraulického tření založené na nejdůležitějších modelech a/nebo korelacích používaných při určování poklesu tlaku v toku kalu. Tlaková ztráta je způsobena zejména interakcí pevných částic se stěnou potrubí a srážkami mezi částicemi působícími na stěnu trubky, tedy "Tlaková ztráta způsobená odporovými/třecími silami je způsobena strukturou toku". Jak kal proudí v potrubí, můžeme v celém potrubí pozorovat hydraulický třecí gradient ( $i_m$ ), při kterém působí tření. Hydraulický třecí gradient představuje hlavní tlakovou ztrátu na jednotku délky v důsledku tření. Jelikož byly ztráty tření určeny vzhledem k nárůstu objemové koncentrace pevných látek, předpokládá se, že ztráty třením jsou přímo úměrné nárůstu koncentrace pevných látek. Navíc je gradient hydraulického tření pro kal ( $i_m$ ) větší než gradient hydraulického tření ekvivalentního objemu nosné kapaliny ( $i_l$ ). Durand a Condolions (1952) navrhli následující výraz pro určení nárůstu třecí tlakové ztráty v důsledku zvýšení objemové koncentrace pevných látek:

$$\phi = \frac{i_m - i_l}{C_V \cdot i_l}, \text{ kde}$$

$\phi$  – bezrozměrná tlaková ztráta [–]

$i_m$  – třecí ztráta v důsledku proudění kalu [Pa]

$i_l$  – třecí ztráta v důsledku proudění ekvivalentního objemu nosné kapaliny [Pa]

$C_V$  – objemová koncentrace pevných látek [obj. %]

Tento vztah názorně ukazuje, jak se mění tlaková ztráta s nárůstem koncentrace pevných částic.<sup>16</sup>

---

<sup>15</sup> FADRŇ, Tomáš. *ČERPÁNÍ KALU V TECHNOLOGII ČOV*. Brno, 2011. Diplomová práce. VUT v Brně.

<sup>16</sup> POLANSKY, Jiri. *Experimental investigation of Slurry flow* [online]. University of Leeds, 2014 [cit. 2018-04-27]. Paper. University of Leeds.

Podle dosavadních poznatků, lze rozdělit přístupy k odvození tlakové ztráty v horizontálním potrubí v závislosti na druhu suspenze do těchto čtyř skupin: přístup založený na difuzní teorii, přístup podle gravitační teorie, teorie kompilační a teorie analogie drsnosti. Vzhledem k řešené problematice, si uvedeme vztah, který je odvozen dle gravitační teorie (jak jsme již uvedli, vliv gravitace je při proudění kalu významný). Nebudeme zde uvádět odvození tohoto vztahu (to je v literatuře bohatě popsáno), pouze zde uvedme, že výsledný vztah pro tlakovou ztrátu poprvé odvodil zakladatel gravitační teorie Velikanov z diferenciální rovnice gravitační teorie. Tlaková ztráta je definována dle gravitační teorie následovně:

$$\Delta p = \frac{\lambda \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot D_i} + \left( \frac{(\rho_{SL} - \rho_L) \cdot (1 - C_v) \cdot w}{\rho_{SL} \cdot v} \right), \text{ kde}$$

$\lambda$  – součinitel tření [–]

$v$  – rychlost proudění [m/s]

$\rho_{SL}$  – hustota směsi ( $\rho_{SL} = \frac{m_{SL}}{V_{SL}}$ ) [kg/m<sup>3</sup>]

$w$  – sedimentační rychlost částice  $w = \sqrt{\frac{4 \cdot d_p \cdot (\rho_S - \rho_L) \cdot g}{3 \cdot 0,44 \cdot \rho_L}}$  [m/s]

Funkce, popisující tlakovou ztrátu, principiálně odpovídá závislosti vyobrazené v grafu číslo 2 pro kal. Pokud tedy chceme z této rovnice určit kritickou rychlost proudění, musíme ji derivovat dle rychlosti proudění a položit rovno nule, tedy

$$\frac{dp}{dv} = 0,$$

$$v_d = \sqrt[3]{\frac{(\rho_S - \rho_L) \cdot (1 - C_v) \cdot w}{\rho_{SL} \cdot \lambda} \cdot g \cdot D_i}$$

I když je to jeden z možných způsobů určení tlakových ztrát v potrubí, posloužil nám zejména k odvození kritické rychlosti proudění. V praxi se často používá způsob, který vychází z určení tlakových ztrát u jednofázového proudění kapalin.<sup>17</sup>

---

<sup>17</sup> HOLUB, Přemysl. *HYDRODYNAMICKÉ MÍCHÁNÍ SMĚSI VODY A POPÍLKU V NÁDRŽI*. Brno, 2010. Diplomová práce. VUT v Brně.

## 4.2.2 Ztráty v potrubí u kapalin

Téměř u každého vedeného potrubí určeného k dopravě suspenzí se nelze vyhnout změnám, např. průměru, směru, umístění armatur, a měřicích zařízení atd. V těchto částech dochází ke změně velikosti a směru profilu rychlosti proudění, které vyvolává víření, případně odtržení proudu kapaliny od stěny. Pro ustálené proudění se většinou předpokládá minimální délka rovného úseku potrubí v délce  $L = 10 \cdot D$ , kde  $D$  je průměr potrubí. Hydraulické odpory dělíme na odpory třecí a místní. Tlaková ztráta je rozdíl tlaků na délce potrubí (u třecího odporu), nebo rozdíl před místním odporem a za ním. Fyzikálně představuje tlaková ztráta rozptýlenou energii objemové jednotky proudící tekutiny.

### 4.2.2.1 Tlaková ztráta místní odpory

Zdrojem místních odporů jsou např. armatury vřazené do potrubí (ventily, šoupátka, klapky, kolena, oblouky), nebo místní změny směru a velikosti toku. Hodnota součinitele místního odporu  $\zeta$  se stanovuje experimentálně a závisí na geometrii uvažovaného místa. Výrobci uvádějí pro bezpečnost vyšší hodnoty součinitelů místních odporů.

Tlaková ztráta při průtoku místním odporem:

$$\frac{e_z}{\rho} = \zeta * \frac{v_s^2}{2}, kde$$

$v_s$  – střední průřezová rychlost [m/s]

Místní odpory mohou být také vyjádřeny pomocí tzv. ekvivalentní délky potrubí  $l_e$ , kde je místní ztráta vyjádřena jako ztráta třením přímého úseku o stejném průřezu a drsnosti.

$$l_e = \frac{\zeta}{\lambda} * D_i$$

### 4.2.2.2 Tlaková ztráta třením

Je závislá na velikosti ztrátového součinitele. Ztrátový součinitel závisí na Reynoldsově čísle  $Re$  a relativní drsnosti  $k^*$ . Relativní drsnost je v literatuře udávána na základě experimentálních výsledků. Přesnost výpočtu ztrátové výšky je ovlivněna správným určením absolutní drsnosti potrubí.

Charakter toku určíme pomocí Reynoldsova kritéria:

$$Re = \frac{v_s * D_i * \rho_L}{\eta_L}, kde$$

$\mu_L$  – viskozita čisté kapaliny [Pa \* s]

Pro součinitel tření platí (pro případ kruhového průřezu):

Pro  $Re < 2320$  je charakter toku laminární:

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

Pro analytické vyjádření součinitele tření v turbulentní oblasti se doporučuje použít Churchillův vztah ( $Re > 2320$ ):

$$\lambda = \left( \frac{1}{-2 * \log \left( \left( \frac{6,81}{Re} \right)^{0,9} + \frac{k^*}{3,7} \right)} \right)^2$$

Při turbulentním průtoku tekutiny lze použít Darcy-Weisbachovu rovnici:

$$p_z = \lambda * \frac{L}{D_i} * \frac{v_s^2}{2} * \rho_L$$

Při turbulentním proudění je větší intenzita přenosu hybnosti, tepla a hmoty, ale větší ztráta třením.

Moodyho diagram se používá pro řešení výpočtu tlakových ztrát a představuje grafické zpracování závislosti  $\lambda = f(Re, k^*)$  v logaritmických souřadnicích. Moody jako první zavedl skutečnou drsnost průmyslových potrubí na základě experimentů. Nalezené hodnoty drsnosti potrubí zavedl pomocí poměru  $k^* = \frac{k_{stř}}{D_i}$ .<sup>18</sup>

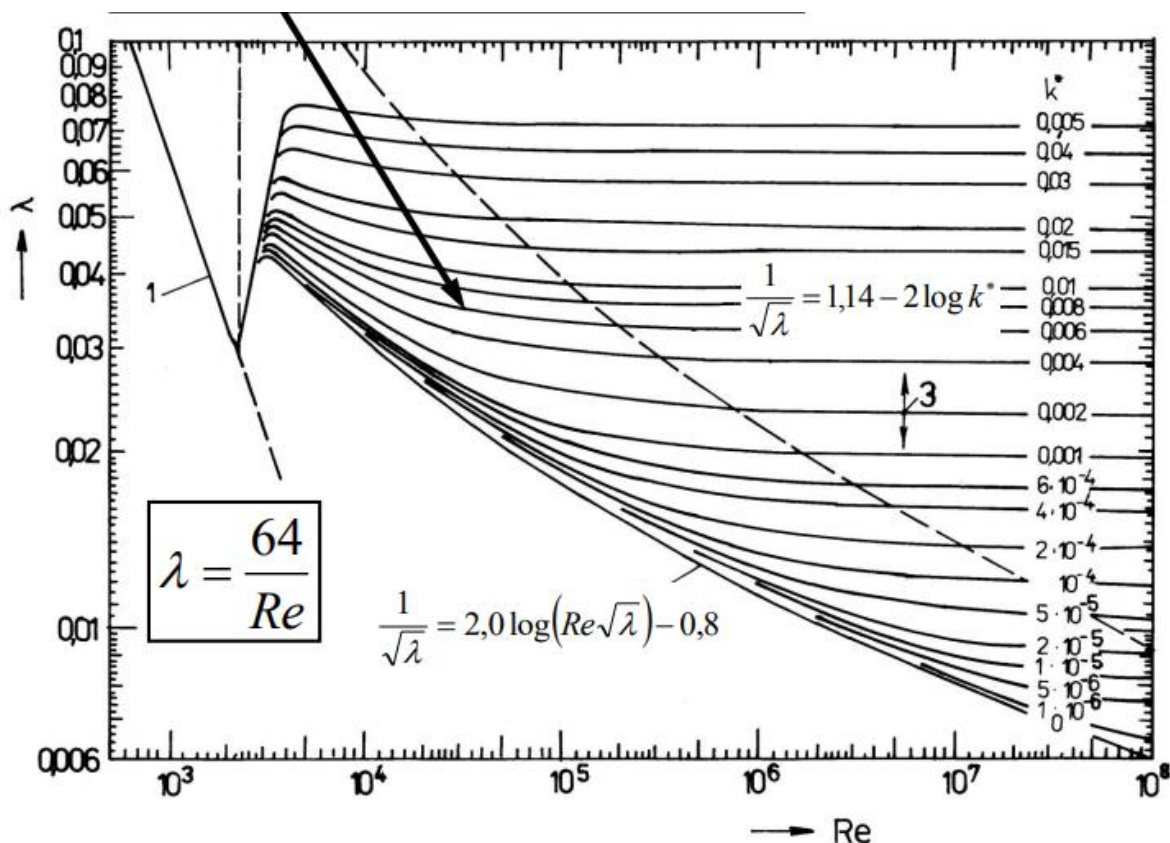
Tabulka č. 3: Střední absolutní drsnost  $k_{stř}$  potrubí různých materiálů

Druh, event. materiál trubek	$k_{stř}$ [mm]
sklo, mosaz, měď hladce tažené	0,0015 ÷ 0,0025
bezešvé ocelové trubky válcované nebo tažené, nekorodované	0,03 ÷ 0,06
ocelové trubky svařované podélným švem, nekorodované	0,04 ÷ 0,1
ocelové trubky mírně korodované	0,15 ÷ 0,4
ocelové trubky silně korodované (kondenzát)	0,5 ÷ 1,5
ocelové trubky uvnitř pozinkované	0,1 ÷ 0,15
litina nová	0,2 ÷ 0,6
litina korodovaná	1 ÷ 1,5
litina asfaltovaná	0,1 ÷ 0,15
PVC	0,002
beton hladký (s cementovou povrchovou vrstvou)	0,3 ÷ 0,8
beton drsný	1 ÷ 3
osinkocementované trubky	0,03 ÷ 0,1

Zdroj: Rieger, F., Novák, V., Jirout, T. *Hydromechanické procesy I.*

<sup>18</sup> FADRŇÝ, Tomáš. *ČERPÁNÍ KALU V TECHNOLOGII ČOV*. Brno, 2011. Diplomová práce. VUT v Brně.

Graf č. 4: Moodyho diagram vyjadřující závislost  $\lambda = f(Re, k^*)$



Zdroj: Rieger, F., Novák, V., Jirout, T. *Hydromechanické procesy I*.

### 4.3 Vliv hustoty a viskozity

#### 4.3.1 Hustota

Hustota kalů závisí především na typu kalu, původu kalu a také na složení odpadních vod. Ovlivňuje příkon čerpadla, který je úměrný hmotnostnímu průtoku kapaliny a tedy i hustotě.

#### 4.3.2 Viskozita suspenzí

Viskozita většiny suspenzí bude větší než viskozita čisté kapaliny. Fyzikálně tato skutečnost souvisí s disipací energie. Viskozita suspenzí je závislá na velikosti částice, tvaru částice, koncentraci suspenze a viskozitě čisté kapaliny. Výpočet viskozity suspenze uvádí mnoho různých autorů, ale první vztah odvodil Einstein:

$$\mu_{SL} = \mu_L * (1 + k * C_V)$$



Einsteinův vztah platí v případech, kdy se částice vzájemně neovlivňují, tzn. pro suspenze s malou koncentrací. Konstanta  $k$  je závislá na tvaru částice. Pro kulovou částici je  $k$  rovno 2,5, pro částici obecného tvaru je  $k$  větší než 2,5. Platnost Einsteinovy rovnice byla pro malé koncentrace suspenzí experimentálně ověřena.

#### 4.3.2.1 Závislost viskozity na teplotě a tlaku

Viskozita je silně závislá na teplotě, tuto závislost popisuje následující vztah:

$$\mu = A * e^{\frac{E}{RT}}, kde$$

$A, E, R$  – konstanty charakterizující kapalinu

$T$  – teplota [K]

Jak je vidět, při zahřátí kapaliny její viskozita klesá a průběh závislosti je exponenciální. S klesající viskozitou klesá disipace energie, a tím pádem bude při proudění docházet k nižším tlakovým ztrátám (kapalina klade menší odpor proti proudění).

U některých kapalin je viskozita závislá nejen na teplotě, ale i na tlaku, kdy s rostoucím tlakem viskozita kapaliny narůstá. Tento nárůst se však zřetelně projeví až při velmi vysokých hodnotách tlaku, které se většinou dají zanedbat.<sup>19</sup>

## 5 Metodika návrhového výpočtu potrubní větve pro dopravu suspenzí

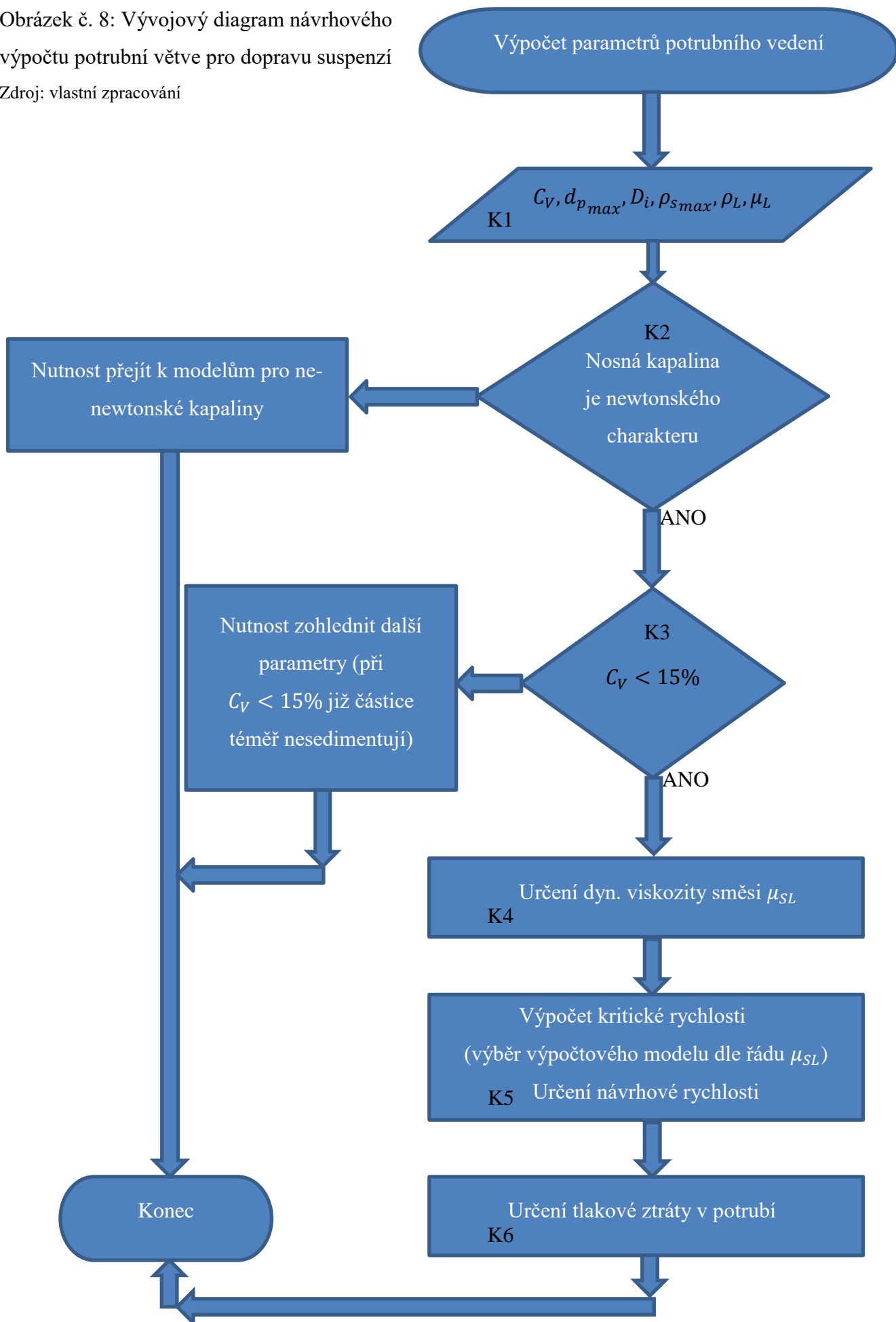
V této kapitole je navržen základní algoritmus pro výpočet parametrů nutných k určení klíčových vlastností pro dopravu suspenzí a dále je aplikován na dvou ukázkových příkladech z praxe. Obecně jsou jednotlivé kroky algoritmu zobrazeny v následujícím vývojovém diagramu.

---

<sup>19</sup> HOLUB, Přemysl. *HYDRODYNAMICKÉ MÍCHÁNÍ SMĚSI VODY A POPÍLKU V NÁDRŽI*. Brno, 2010. Diplomová práce. VUT v Brně.

Obrázek č. 8: Vývojový diagram návrhového výpočtu potrubní větve pro dopravu suspenzí

Zdroj: vlastní zpracování



K1:

Seznam parametrů vstupujících do modelu jako definovaných je vybrán na základě běžné praxe. Velikost částice pevné látky mohou být různého charakteru, mají tedy nejenom různou velikost, ale i různou hustotu. Potrubí je nutné dimenzovat na maximální hodnoty těchto parametrů.

K2:

Tato bakalářská práce se zaměřuje na dimenzování potrubí pro proudění suspenzí, jejichž nosná kapalina vykazuje newtonský charakter. U ne-newtonských nosných kapalin je nutné přejít k modelům, které bývají podstatně složitější a jsou založeny zejména na numerických simulacích pomocí počítačových programů.

K3:

U koncentrací vyšších jak 15 % (pro některé suspenze je to 10 %) již dochází k významnému ovlivňování jednotlivých fází mezi sebou a to přináší celou řadu problémů, které je potřeba řešit. Kritická rychlost v námi uvažovaném smyslu, zde již nemá téměř žádný význam, protože částice pevných látek při těchto koncentracích již téměř nesedimentují.

K4:

K určení dynamické viskozity směsi existuje celá řada přístupů, viz výše. Dle řádu viskozity vybereme vhodný výpočtový model pro stanovení kritické rychlosti.

K5:

Vypočet kritické rychlosti viz výše. Jelikož se jedná o kritickou rychlost, tedy o hraniční parametr, je nutné tuto rychlost o něco navýšit. Obecně platí, že čím je vyšší kritická rychlost, tím se rychlost navyšuje méně. Za prvé to souvisí s objemovým průtokem, který je u vyšších rychlostí dostatečný, a dále je nutné si uvědomit, že s rostoucí rychlostí roste opotřebení potrubí. Tato problematika je však nad rámec této práce. Ještě se o ni zmíníme v závěru této práce.

K6:

Určení tlakové ztráty viz výše. Standardním přístupem je využití Darcy-Weisbachovy rovnice a Moodyho diagramu.

A nyní tedy aplikujeme tuto metodiku na dva běžné příklady z praxe. Úkoly jsou zadány následujícím způsobem:

- 1) Zpracujte návrhový výpočet pro proudění suspenze odpadních kalů. Hmotnostní koncentrace pevných částic ve vodě je  $C_m = 5 \%$ , největší částice mají průměr  $d_{p_{max}} = 0,05 \text{ mm}$ , potrubí bude mít průměr  $D_i = 150 \text{ mm}$  a hustota pevné látky je  $\rho_s = 1400 \text{ kg/m}^3$ .
  
- 2) Zpracujte návrhový výpočet pro hydraulickou dopravu vytěženého železného rudy s hlušinou. Hmotnostní koncentrace pevných částic ve vodě je  $C_m = 5 \%$ , částice mají průměr  $d_p = 1 - 2 \text{ mm}$ , potrubí bude mít průměr  $D_i = 400 \text{ mm}$  a hustota pevné látky je  $\rho_s = 2600 - 7000 \text{ kg/m}^3$ .

K návrhovým výpočtům byl využit tabulkový kalkulátor (počítané parametry jsou podbarveny žlutě). Jak již bylo řečeno, u těchto příkladů bude kritická rychlost stanovena více způsoby, které jsme popsali v předchozích kapitolách.

## 5.1 Aplikace navržené metodiky na praktických příkladech

Příklad 1.:

### K2 a K3: ověření vstupních parametrů

$C_m$	$d_p$	$D_i$	$\rho_s$	$\rho_{LH_2O}$
[%]	[mm]	[mm]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kg/m <sup>3</sup> ]
5	0,05	150	1400	997

Jak můžeme vidět, obě vstupní podmínky jsou splněny. Nosná kapalina, voda, je newtonského charakteru. V našem výpočtovém diagramu uvažujeme s objemovou koncentrací, zde máme zadanou hmotností. Pro přesnost zde uveďme, že hmotnostní koncentrace udává přesnější koeficient, jelikož u hmotnosti nezáleží, jakou velikost jednotlivé částice mají. Tento rozdíl je však v tomto případě nepatrný, a proto ho zanedbáme.

### K4: výpočet viskozity směsi

$\mu_L$	$k$	$\mu_{sL}$
[Pa.s]	[-]	[Pa.s]
0,0009	2,5	0,001013

Jelikož se jedná o případ s nízkou koncentrací pevných částic, pro výpočet dynamické viskozity směsi byl využit Einsteinův vztah. Viskozita vody byla uvažována při běžné provozní teplotě 25° C. Jak vidíme, výsledná viskozita se téměř nezměnila a zůstává v řádů centiPoise. Nemusíme proto uvažovat s modely pro vyšší hodnoty dynamické viskozity.

### K5: určení kritické rychlosti

Zde porovnáme tři metody výpočtu kritické rychlosti, které jsme probrali v předchozích kapitolách.

#### Durandova rovnice

$F_L$	$g$	$v_d$
[-]	[m/s <sup>2</sup> ]	[m/s]
0,52	9,8137	0,567264

Durandův faktor byl určen standardním přístupem dle velikosti částice a objemové koncentrace pevných částic.

### Schillerova úprava Durandova faktoru

$F_L$	$g$	$v_d$
[-]	[m/s <sup>2</sup> ]	[m/s]
0,260837	9,8137	0,28454539

### Z gravitační rovnice

$w$	$\rho_{sL}$	$\lambda$	$v_d$
[m/s]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[-]	[m/s]
0,024516	1016,2	0,032	0,75178

Sedimentační rychlost byla stanovena v turbulentním režimu proudění. Koeficient tření byl určen z Moodyho diagramu pro standardní typy oceli.

Jak můžeme vidět, kritická rychlost se dle různých přístupů liší. Jak bylo řečeno v předchozích kapitolách, Schillerova úprava výpočtu Durandova faktoru se snaží eliminovat příliš konzervativní přístup v původní Durandově rovnici, což má význam hlavně u vyšších hodnot kritické rychlosti. Gravitační rovnice dává nejhorší výsledek. To plyne z faktu, že je odvozena z obecného přístupu a nezohledňuje experimentální pokusy. Durandova rovnice, respektive Durandův faktor, totiž u jemnozrnných suspenzí uvažuje daleko menší gravitační vliv.

Při návrhu střední průtokové rychlosti vyjdeme z klasické Durandovy rovnice, tedy z hodnoty kritické rychlosti 0,57 m/s. Pro nižší hodnoty kritické rychlosti se koeficient pro získání návrhové rychlosti pohybuje většinou okolo hodnoty 1,5-2. My použijeme hodnotu koeficientu 2.

$v_s$
[m/s]
1,134528

### K6: určení tlakových ztrát

$p_z$
[Pa/m]
136,8846

Tlakové ztráty na jeden metr jsme určili z Darcy-Weisbachovy rovnice.

Příklad 2.:

### K2 a K3: ověření vstupních parametrů

$C_m$	$d_p$	$D_i$	$\rho_s$	$\rho_{LH_2O}$
[%]	[mm]	[mm]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kg/m <sup>3</sup> ]
5	1-2	400	2600-7000	997

Opět můžeme vidět, že obě vstupní podmínky jsou splněny. Nosná kapalina, voda, je newtonského charakteru. V našem výpočtovém diagramu uvažujeme s objemovou koncentrací, zde máme zadanou hmotností. I když je velikost částic oproti předchozímu příkladu řádově vyšší, nejedná se ještě o velikosti, které by měly na rozdíl mezi objemovou a hmotnostní koncentrací značný vliv, proto jej také zanedbáme. Velikosti parametrů, které jsou zadány v určitém rozpětí, uvažujeme vždy tak, aby bylo počítáno s nejhorším možným scénářem. Tedy velikost a hustotu pevných částic uvažujeme maximální.

### K4: výpočet viskozity směsi

$\mu_L$	$k$	$\mu_{sL}$
[Pa.s]	[-]	[Pa.s]
0,0009	2,5	0,001013

Jelikož se jedná o případ s nízkou koncentrací pevných částic, pro výpočet dynamické viskozity směsi byl využit Einsteinův vztah. Viskozita vody byla uvažována při běžné provozní teplotě 25° C. Jak vidíme, výsledná viskozita se téměř nezměnila a zůstává v řádů centiPoise. Opět tedy nemusíme uvažovat s modely pro vyšší hodnoty dynamické viskozity.

### K5: určení kritické rychlosti

Zde porovnáme tři metody výpočtu kritické rychlosti, které jsme probrali v předchozích kapitolách.

#### Durandova rovnice

$F_L$	$g$	$v_d$
[-]	[m/s <sup>2</sup> ]	[m/s]
1,2	9,8137	8,2504801

Durandův faktor byl určen standardním přístupem dle velikosti částice a objemové koncentrace pevných částic.

### Schillerova úprava Durandova faktoru

$F_L$	$g$	$v_d$
[-]	[m/s <sup>2</sup> ]	[m/s]
0,893952	9,8137	6,14627711

### Z gravitační rovnice

$w$	$\rho_{sL}$	$\lambda$	$v_d$
[m/s]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[-]	[m/s]
0,598427	1282	0,025	7,476917

Sedimentační rychlost byla stanovena v turbulentním režimu proudění. Koeficient tření byl určen z Moodyho diagramu pro standardní typy oceli.

Jak bylo řečeno v předchozích kapitolách, Schillerova úprava výpočtu Durandova faktoru se snaží eliminovat příliš konzervativní přístup v původní Durandově rovnici, což má význam hlavně u vyšších hodnot kritické rychlosti, tedy v tomto případě. Gravitační rovnice již nedává nejhorsí výsledek, jelikož velikost částic je v oproti předchozímu příkladu řádově vyšší.

Při návrhu střední průtokové rychlosti vyjdeme z upravené Durandovy rovnice, tedy z hodnoty kritické rychlosti 6,15 m/s. Jelikož se již pohybujeme ve vyšších kritických rychlostech, koeficient pro získání návrhové rychlosti se pohybuje většinou okolo hodnoty 1,1-1,2. My použijeme hodnotu koeficientu 1,2.

$v_s$
[m/s]
7,375533

### K6: určení tlakových ztrát

$p_z$
[Pa/m]
1694,853

Tlakové ztráty na jeden metr jsme určili z Darcy-Weisbachovy rovnice.



## 6 Závěr

Proudění heterogenních látek potrubím je velice komplexní a složitý fyzikální jev. Popsat tento jev na obecné matematické, širokospektrální úrovni, dalekosáhle přesahuje rámec této práce a vyžadovalo by zohlednění dalších oborů fyziky, zejména statistické fyziky a s tím související Boltzmannovy transportní rovnice. Proto tato práce volí konzervativnější přístup k popisu jednotlivých typů disperzí skrze tzv. režimy proudění.

Z této analýzy vyplývá, že jednotlivé disperze mají určité vlastnosti, které je navzájem odlišují a je tedy a nutné, zaměřit se na jednotlivé disperze zvlášť. Tato práce se zaměřuje na proudění newtonských suspenzí s koncentrací pevných částic menší jak 15% (hraniční hodnota, kdy ještě dochází k sedimentaci pevných látek), kde řeší jednotlivé parametry důležité pro návrh potrubní větve, zejména tzv. kritickou střední rychlost proudění.

Po prostudování a definování všech důležitých parametrů, je navržena metodika pro návrh potrubního vedení pro dopravu těchto suspenzí. Tato metodika vychází z běžné praxe, kdy se z vhodně zvoleného průměru potrubí a znalosti fyzikálních parametrů jednotlivých fází suspenze, určují stěžejní parametry kritická rychlost a tlaková ztráta. Vlastnosti, které by měl vhodný výběr průměru potrubí zohlednit, jsou zde popsány, a je nadmíru jasné, že tato volba vychází zejména z praktických zkušeností. Nicméně dodejme, že zde by se zajisté hodilo do metodiky návrhového výpočtu doplnit kontrolu volby průměru potrubí, a je to směr, kterým by se mohl ubírat další rozvoj této práce. Totiž s narůstající kritickou rychlostí, roste opotřebením potrubí, ale zase s rostoucím průměrem tlakové ztráty narůstají pomaleji. Na druhou stranu větší průměr potrubí, více materiálu. Je jasné, že se jedná o křivky, které povedou k ekonomické analýze a hledání tzv. optima spotřebitele s ohledem na přepravní výkon. Jednotlivé veličiny by bylo nutné monetizovat (například náklady na překonání nárůstu/poklesu tlakové ztráty skrze cenu za W/h).

V závěru této práce je navržena metodika aplikována na dva příklady z praxe, u kterých porovnává více navržených způsobů výpočtu kritických rychlostí. Navržené postupy se ukazují jako efektivní a odlišnosti mezi nimi odpovídají teoretickým předpokladům jednotlivých postupů. Vypočtená návrhová rychlost a tlaková ztráta v potrubí korespondují s běžnou praxí.

## 7 Seznam použitých zdrojů

- ISHII, Mamoru a Takashi HIBIKI. *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*. Second Edition. New York: SPRINGER, 2011. ISBN 978-1-4419-7984-1.
- IBARRA, Roberto, Omar MATAR a Christos MARKIDES. *A Revision of Liquid-Liquid Flow Patterns in Horizontal and Slightly Inclined Pipes*. London SW7 2AZ, UK, 2014. Paper. Imperial College London.
- MULAR, Andrew, Doug HALBE a Derek BARRATT. *Mineral Processing Plant Design, Practise and Control: PROCEEDINGS*. Volume 2. Colorado: SME, 2002. ISBN 0-87335-223-8.
- POLANSKY, Jiri. *Experimental investigation of Slurry flow* [online]. University of Leeds, 2014 [cit. 2018-04-27]. Paper. University of Leeds.
- Gianandrea Vittorio Messa, Michael Malin, Stefano Malavasi. *Numerical prediction of fully-suspended slurry flow in horizontal pipes* [online]. Milano, 2014 [cit. 2018-04-27]. Paper. Politecnico di Milano.
- FADRŇÝ, Tomáš. *ČERPÁNÍ KALU V TECHNOLOGII ČOV*. Brno, 2011. Diplomová práce. VUT v Brně.
- MALHOTRA, Ajay. *STUDY OF TWO AND THREE-PHASE FLOWS IN LARGE DIAMETER HORIZONTAL PIPELINES*. Ohio, 1995. Diploma thesis. Ohio University.
- HOLUB, Přemysl. *HYDRODYNAMICKÉ MÍCHÁNÍ SMĚSI VODY A POPÍLKU V NÁDRŽI*. Brno, 2010. Diplomová práce. VUT v Brně.
- Rieger, F., Novák, V., Jirout, T. *Hydromechanické procesy I. 1. vyd.* Praha: Vydavatelství ČVUT, 2005 (dotisk 2007). 209 s. ISBN 80-01-03283-8.

Internetové zdroje:

*Akademický bulletin: Oficiální časopis Akademie věd ČR* [online]. Praha: Ústav chemických procesů Akademie věd ČR, 2012 [cit. 2018-04-03]. Dostupné z: <http://abicko.avcr.cz/2016/10/index.html>

## 8 Seznam obrázků, tabulek a grafů

Obrázek č. 1: Typické vzory proudění dvoufázové kapaliny vzduch-voda ve svislé trubce o průměru 25,4 mm

Obrázek č. 2: Typické vzory proudění dvoufázové kapaliny vzduch-voda ve svislé trubce o průměru 50,8 mm

Obrázek č. 3: Typické vzory proudění dvoufázové kapaliny vzduchu-voda v obdélníkovém kanálu 200 mm x 10 mm

Obrázek č. 4: Typické vzory proudění dvoufázové kapaliny olej - voda v horizontálním potrubí o průměru 59 mm

Obrázek č. 5: Typické vzory toku kalu v potrubí

Obrázek č. 6: Režimy newtonských toků pro směsi suspenzí v horizontálním potrubí

Obrázek č. 7: Závislost tlakového spádu na velikosti částic

Obrázek č. 8: Vývojový diagram návrhového výpočtu potrubní větve pro dopravu suspenzí

Tabulka č. 1: Klasifikace dvoufázového proudění

Tabulka č. 2: Definice parametrů dle Archimedova čísla

Tabulka č. 3: Střední absolutní drsnost  $k_{stř}$  potrubí různých materiálů

Graf č. 1: Závislost tlakového gradientu na rychlosti proudění

Graf č. 2: Typické distribuční rozdělení dle průměru částice

Graf č. 3: Porovnání konzervativního Durandova faktoru a Schillerova přístupu

Graf č. 4: Moodyho diagram vyjadřující závislost  $\lambda = f(Re, k^*)$

## 9 Seznam zkratek a symbolů

$F_L$  – Durandův faktor [–]

$V_d$  – kritická přechodná rychlost [m/s]

$g$  – gravitační zrychlení [m/s<sup>2</sup>]

$D_i$  – vnitřní průměr potrubí [m]

$\rho_s$  – hustota pevné fáze [kg/m<sup>3</sup>]

$\rho_L$  – hustota kapalné fáze [kg/m<sup>3</sup>]

$\rho_{SL}$  – hustota směsi [kg/m<sup>3</sup>]

$C_V$  – koncentrace pevných látek [obj. %]

$d_{50}$  – průměr pevné částice dle DR [mm]

$F_R$  – Froudeho číslo [–]

$Ar$  – Archimedovo číslo [–]

$Re$  – Reynoldsovo číslo [–]

$d_p$  – průměr pevné částice [m]

$\mu_L$  – viskozita čisté kapaliny [Pa \* s]

$\mu_{SL}$  – dynamická viskozita směsi [Pa \* s]

$\Phi$  – bezrozměrná tlaková ztráta [–]

$im$  – třecí ztráta v důsledku proudění kalu [Pa]

$il$  – třecí ztráta v důsledku proudění ekvivalentního objemu nosné kapaliny [Pa]

$\lambda$  – součinitel tření [–]

$v$  – rychlost proudění [m/s]

$w$  – sedimentační rychlost částice [m/s]

$v_s$  – střední průřezová rychlost [m/s]

$\zeta$  – součinitel místního odporu [–]

$l_e$  – ekvivalentní délka potrubí [m]

$k^*$  – relativní drsnost [–]

$k_{stř}$  – střední absolutní drsnost [m]

$e_z$  – tlaková ztráta místním odporem [Pa]

$p_z$  – tlaková ztráta třením

$T$  – teplota [K]