

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STAVEBNÍ

STUDIJNÍ PROGRAM GEODÉZIE A KARTOGRAFIE

OBOR GEODÉZIE, KARTOGRAFIE A GEOINFORMATIKA



BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

STUDIE O VYROVNÁNÍ GEODETICKÝCH SÍTÍ SE
SPOLEČNÝMI BODY

Vedoucí práce: Dr. Ing. Zdeněk Skořepa

Katedra speciální geodézie



ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: BOUČEK Jméno: Tomáš Osobní číslo: 460381
Zadávající katedra: 11154 (speciální geodézie)
Studijní program: GEODÉZIE A KARTOGRAFIE
Studijní obor: Geodézie, kartografie a geoinformatika

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce: Studie o vyrovnání geodetických sítí se společnými body

Název bakalářské práce anglicky: Study about adjustment of geodetic networks with common points

Pokyny pro vypracování:

Zpracování celkem sedmi plošných sítí s měřeními vodorovnými směry a délkami z lokality Mariánská. Měření v jednotlivých sítích pocházejí z výuky geodézie v terénu (září 2017, registrovaná data z přesných totálních stanic zajistí vedoucí BP). Určení souřadnic a výšek bodů sítí pomocí GNSS za účelem redukce délek a umístění sítí do roviny Křovákova zobrazení. Vyrovnání předchází úprava měřených veličin před výpočty a rozborům přesnosti měření (směry, délky). Veškeré výpočty provádět v MATLABU. Způsob řešení: podle teorie vyrovnání volných geodetických sítí (polohové sítě). Výsledkem bude způsob řešení vyrovnání sítí, které mají některé body společné, dále všechna vyrovnaná měření ze všech sítí, opravy měření a jejich analýza (porovnání s normálním rozdělením).

Seznam doporučené literatury:

- /1/ SKOŘEPA, Z.: Geodézie 4. Dotisk 1. vydání. Praha: ČVUT, 2009. 162 s. ISBN 978-80-01-05481-9
- /2/ HAMPACHE R, M. - ŠTRONER, M. Zpracování a analýza měření v inženýrské geodézii. Praha: ČVUT, 2011. 312 s. ISBN 978-80-01-04900-6
- /3/ PROKŠ, Zbyněk. Studie o vyrovnání měření (2D volné sítě). Praha, 2008. Diplomová práce. ČVUT v Praze, Fakulta stavební.
- /4/ Teorie chyb a vyrovnávací počet [přednášky]. Praha: ČVUT v Praze

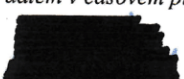
Jméno vedoucího bakalářské práce: Dr. Ing. Zdeněk Skořepa

Datum zadání bakalářské práce: 19. 2. 2018

Termín odevzdání bakalářské práce: 27. 5. 2018

Údaj uveďte v souladu s datem v časovém plánu příslušného ak. roku


Podpis vedoucího práce


Podpis vedoucího katedry

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v bakalářské práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.

1. 3. 2018

Datum převzetí zadání


Podpis studenta(ky)

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma „Studie o vyrovnání geodetických sítí se společnými body“ vypracoval samostatně za použití uvedené literatury a zdrojů.

Dále prohlašuji, že nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne

.....

Tomáš Bouček

Poděkování

Děkuji panu Dr. Ing. Zdeňku Skořepovi za jeho odborné vedení, časté konzultace a užitečné rady při zpracování této bakalářské práce.

Anotace

Tato bakalářská práce je zaměřena na vyrovnání měření a souřadnic ve volných geodetických sítích se společnými body a na následnou homogenizaci oprav. Výsledkem je porovnání homogenizovaných oprav s normálním rozdělením.

Klíčová slova

Volná síť, redukce délek, vyrovnání MNČ, normální rovnice, homogenizované opravy, histogram

Abstract

This Bachelor thesis is focused on adjustment of observations and coordinates in free geodetic networks with common points and following homogenization of residuals. The result is the comparison of homogenized residuals with normal distribution.

Key words

Free network, reduction of lengths, least squares adjustment, normal equations, homogenized residuals, histogram

Seznam zkratek

FSv	Fakulta stavební
ČVUT	České vysoké učení technické
GNSS	Global Navigation Satellite System, Globální navigační satelitní systém
RTK	Real time kinematic
CZEPOS	Síť permanentních stanic GNSS České Republiky
MATLAB	Matrix laboratory, „Maticová laboratoř“
JTSK	Jednotná trigonometrická síť katastrální
ppm	Parts per million, „díly na jeden milion“
MS	Microsoft
MNČ	Metoda nejmenších čtverců

Obsah

1.	Úvod	9
2.	Volná síť	9
2.1	Stabilizace bodů.....	11
3.	Měření.....	11
3.1	Vodorovné směry, zenitové úhly a šikmé délky	12
3.2	GNSS	13
4.	Totální stanice Leica TS06	13
5.	Zpracování měření.....	15
5.1	Zpracování vodorovných směrů	15
5.2	Zpracování zenitových úhlů	15
5.3	Redukce délek	16
5.3.1	Ukázka skriptu pro redukci délek.....	20
6.	Rozbory přesnosti	20
7.	Vyrovnaní MNČ	22
7.1	Tvorba matice plánu a vektoru redukovaných měření	25
7.2	Tvorba váhové matice	27
7.3	Řešení normálních rovnic.....	28
8.	Umístění sítě.....	31
9.	Analýza oprav.....	32
10.	Výsledky.....	36
10.1	Výsledky redukce délek	36
10.2	Výsledky vyrovnaní.....	36
10.3	Výsledky homogenizace oprav.....	44
10.3.1	Histogramy homogenizovaných oprav	47
11.	Závěr.....	50
	Seznam zdrojů	52

Seznam obrázků	53
Seznam tabulek.....	54
Seznam příloh.....	55

1. Úvod

Tato bakalářská práce se zabývá vyrovnáním volných polohových geodetických sítí se společnými body. Výsledkem jsou kromě vyrovnaných souřadnic a měřených veličin také homogenizované opravy ukazující případnou odlehlost měřených veličin a jejich následné zobrazení v histogramu a porovnání s normálním rozdělením.

Samotnému vyrovnání předchází úprava měřených veličin, a to konkrétně redukce délek do roviny Křovákova zobrazení. Dále je ukázáno řešení metody nejmenších čtverců pro singulární systém normálních rovnic, kdy danou matici nelze invertovat a je třeba ji řešit rozložením.

2. Volná síť

Volná síť je vyrovnávaná geodetická síť tvořena pouze určenými body. Tudíž při vyrovnání dojde ke změně všech souřadnic na rozdíl od sítí vázaných, kde se vyskytují pevné body, jejichž souřadnice se ve vyrovnání nemění. Umístění volné sítě do soustavy souřadnic je realizováno například metodou bod a směrník, kdy se jeden bod vezme jako pevný a k němu se určí pevný směrník na jeden ze zbývajících bodů sítě. Další možností je použití shodnostní transformace, kdy jsou vyrovnané souřadnice transformovány na konfiguraci přibližných bodů se zachováním tvaru a rozměru sítě.

V této bakalářské práci se řeší celkem sedm volných sítí, každá o čtyřech bodech (102, 104, 105 a 106). Tyto body se dále dělí na dvanáct konkrétních bodů (102.0 – 106.3), které byly náhodně přiřazeny jednotlivým sítím. Rozdělení bodů pro každou síť je znázorněno v tab. 1.

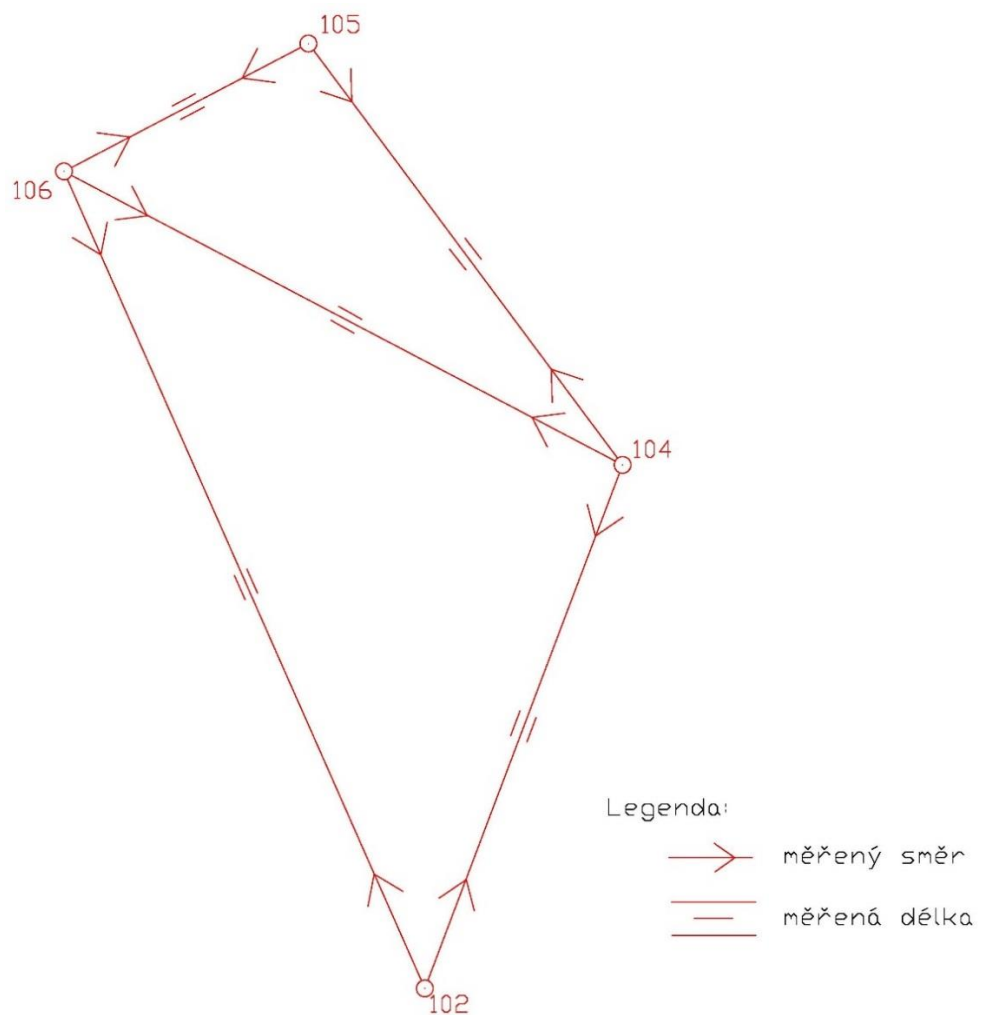
Poznámka

Sítí bylo původně osm. Z důvodu špatných dat byla ale síť č. 2 vyřazena a dále s ní nebylo pracováno. Zbýlé sítě následně nebyly přečíslovány a jejich označení zůstalo zachováno, tedy 1, 3, ..., 8.

Tab. 1 Body jednotlivých sítí

Sít'	Číslo bodu											
	102			104			105		106			
	102.0	102.1	102.2	104.1	104.2	104.3	105.1	105.2	106.0	106.1	106.2	106.3
1			■			■	■		■			
3	■			■			■				■	
4		■		■				■			■	
5	■					■		■				■
6	■				■			■	■			
7	■			■			■			■		
8			■	■			■				■	

Všechny body 102.0, 102.1, 102.2 leží blízko vedle sebe (platí i pro ostatní body), a proto mají všechny sítě relativně stejnou geometrii. Tvar daných geodetických sítí znázorňuje obr. 1.



Obr. 1 Schéma volné sítě

2.1 Stabilizace bodů

Body sítě byly vytvořeny a trvale stabilizovány katedrou speciální geodézie na FSv ČVUT v Praze pomocí ocelových hřebů zalitých do betonu a jsou využívány v rámci praktických výuk k různým geodetickým úlohám.

3. Měření

Měření probíhalo na horském travnatém terénu (viz obr. 2) v Krušných horách v osadě Mariánská nedaleko Jáchymova.

Měření provádělo celkem sedm měřických skupin, kde jsem byl součástí jedné z nich (sk. 5). Zbylé měření bylo pro účely této bakalářské práce převzato. Měření v rámci jedné sítě prováděli čtyři měřiči, každý na jednom stanovisku. Postupovalo se tak, že vždy na jednom stanovisku byla postavena totální stanice a na zbylých byly umístěny ve stativu odrazné hranoly. Po doměření na daném stanovisku se totální stanice vyměnila za odrazný hranol a měření pokračovalo z dalšího stanoviska. Postup se opakoval, dokud nebylo měřeno ze všech stanovisek.

Na každém bodu jednotlivé sítě byla změřena osnova vodorovných směrů a zenitových úhlů ve dvou skupinách na všechny ostatní viditelné body sítě (jediná spojnice bodů, která nemohla být zaměřena z důvodu vzájemné neviditelnosti, byla mezi body 105 a 102). Současně s nimi byly měřeny i šikmé délky. Přístroj a odrazné hranoly byly postaveny centricky na stativech, jejich výšky nad příslušnými body byly změřeny pomocí dvoumetru. Data byla registrována do paměti přístroje a následně exportována do počítače, kde bylo provedeno jejich zpracování.

K následnému vyrovnání volné sítě bylo zapotřebí znát i přibližné souřadnice jednotlivých bodů. Ty byly získány pomocí měření GNSS.



Obr. 2 Ortofoto

3.1 Vodorovné směry, zenitové úhly a šikmé délky

Vodorovné směry, zenitové úhly a šikmé délky byly měřeny na všech bodech sítě ve dvou skupinách s vhodně zvoleným počátkem mimo body sítě pomocí totální stanice Leica TS06. Měřilo se s opakovanou záměrou na počátek, jehož čtení bylo zvoleno blízké nule. Směry se nejprve změřily v první poloze dalekohledu

v kladném směru otáčení alhidády. Následně bylo provedeno měření ve druhé poloze dalekohledu. Schéma měření bylo $A^I B^I B^{II} A^{II}$.

Naměřené šikmé délky byly přímo v totální stanici automaticky opraveny o fyzikální redukce. Pro správnost fyzikálních redukcí bylo nutné do totální stanice zadat přesnou teplotu a tlak. (Pro fyzikální redukci s přesností 1 ppm je třeba změřit teplotu s přesností do 1 °C a atmosférický tlak s přesností do 3 mbar.)

3.2 GNSS

Pro měření GNSS byla využita metoda RTK v síti referenční stanic CZEPOS. Byla provedena dvě nezávislá měření s časovým odstupem (dopoledne, odpoledne, cca 7 hod), který zaručil rozdílnou konfiguraci družic na obloze. V obou etapách měření byla nastavena rozdílná výška antény. Doba měření na každém bodě byla minimálně šedesát vteřin. Výsledné přibližné souřadnice byly určeny jako průměr z prvního a druhého měření. Některé body byly změřeny více skupinami v různých dnech. Jejich výsledné souřadnice byly určeny jako průměr ze všech uskutečněných měření. Číselné hodnoty přibližných souřadnic jsou uvedeny v tab. 2.

Tab. 2 Souřadnice přibližných bodů

Číslo bodu	Y [m]	X [m]	H [m]
102.0	845562,336	998311,153	827,357
102.1	845560,358	998311,683	827,713
102.2	845558,488	998312,347	828,068
104.1	845324,621	997688,954	897,104
104.2	845326,130	997687,740	897,183
104.3	845325,799	997685,742	897,448
105.1	845703,639	997183,646	905,530
105.2	845701,511	997182,323	905,950
106.0	845994,736	997339,700	873,245
106.1	845994,361	997338,263	873,475
106.2	845993,723	997336,566	873,726
106.3	845993,766	997335,066	873,944

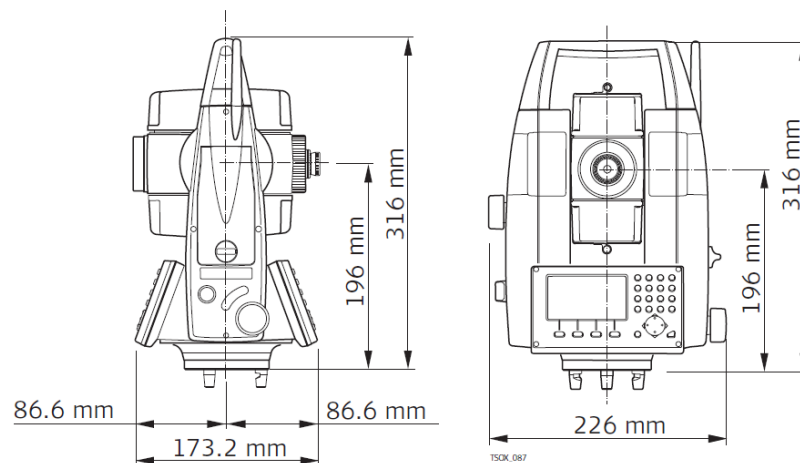
4. Totální stanice Leica TS06

K měření byla použita totální stanice Leica TS06 (obr. 3). Ta patří do přístrojové modelové řady FlexLine. Jedná se o profesionální totální stanici určenou pro přesná měření. Přesnosti měření udávané výrobcem jsou $\sigma_{\psi,V} = 0,6$ mgon a $\sigma_D = 1,5$ mm + 2 ppm, kde $\sigma_{\psi,V}$ je přesnost měřeného směru a zenitového úhlu a σ_D

je přesnost měřené šikmé délky na odrazný hranol. Výška totální stanice na stativu a výška odrazného hranolu rovněž umístěného na stativu je stejná a měří se k zářezu umístěnému na boční straně totální stanice (viz obr. 4). [1]



Obr. 3 Totální stanice Leica TS06



Obr. 4 Rozměry totální stanice

5. Zpracování měření

Zpracování vodorovných směrů a zenitových úhlů bylo provedeno v softwaru MS Excel. Redukce šikmých délek na vodorovné a do roviny Křovákova zobrazení bylo provedeno za pomoci výpočetního skriptu v programu MATLAB (příp. Octave).

5.1 Zpracování vodorovných směrů

Vodorovné směry měřené ve dvou polohách dalekohledu (tj. v jedné skupině) se počítají jako průměr z první a druhé polohy dalekohledu:

$$\psi = \frac{\psi_1 + \psi_2 \pm 200 \text{ gon}}{2}, \quad (1)$$

kde

ψ_1 je měřený vodorovný směr v I. poloze dalekohledu

ψ_2 je měřený vodorovný směr v II. poloze dalekohledu.

Pokud je měřeno ve více skupinách, je výsledný vodorovný směr průměrem ze všech skupin:

$$\bar{\psi} = \frac{\sum_{i=1}^n \psi_i}{n}, \quad (2)$$

kde

n je počet skupin.

5.2 Zpracování zenitových úhlů

Výsledný zenitový úhel se počítá podle vztahu

$$z = z_1 + i, \quad (3)$$

kde

z_1 je měřený zenitový úhel v I. poloze dalekohledu

i je indexová chyba.

Pro indexovou chybu platí vztah

$$i = \frac{400 \text{ gon} - (z_1 + z_2)}{2} . \quad (4)$$

5.3 Redukce délek

Pro vyrovnání je potřeba naměřené šikmé délky zredukovat na vodorovné, a ty pak do roviny Křovákova zobrazení. Vodorovná délka d_h v horizontu přístroje se vypočte podle vzorce

$$d_h = d_s \cdot \frac{\sin(z + \rho - \varphi)}{\cos \frac{\varphi}{2}} , \quad (5)$$

kde

d_s je měřená šikmá délka

z je měřený zenitový úhel

ρ je refrakční úhel

φ je sbíhavost tížnic.

Pro kratší délky, tj. do vzdálenosti dvou kilometrů je možné $\cos \frac{\varphi}{2}$ položit roven 1. Po úpravě a zahrnutí refrakčního úhlu určeného z obousměrně zaměřených zenitových úhlů dostaneme vztah

$$d_h = d_s \cdot \cos \frac{z_{1,2} - z_{2,1} - \varphi}{2} , \quad (6)$$

kde

$z_{1,2}$ je měřený zenitový úhel z počátečního bodu 1 na koncový bod 2

$z_{2,1}$ je měřený zenitový úhel z koncového bodu 2 na počáteční bod 1.

Vlivem zakřivení Země se do redukce musí uvažovat i sbíhavost tížnic. Ta se vypočte podle vzorce

$$\varphi[\text{gon}] = 0,00998 \cdot d_s[\text{km}] \cdot \sin z \quad . \quad (7)$$

Takto převedenou šikmou délkou na vodorovnou je dále nutné zredukovat do nulového horizontu d_0 .

$$d_0 = d_s \cdot \frac{R}{R + H} \quad , \quad (8)$$

kde

R je poloměr referenční koule 6381 km

H je nadmořská výška přístroje.

Jako nadmořské výšky byly převzaty hodnoty získané pomocí měření GNSS.

Posledním krokem je převedení vodorovné délky z nulového horizontu do roviny Křovákova zobrazení. Tato délka se vypočte ze vztahu

$$d_{S-JTSK} = m \cdot d_0 \quad , \quad (9)$$

kde

m je měřítko Křovákova zobrazení.

Výsledné měřítko zobrazení bylo určeno jako průměr z měřítek zobrazení na počátečním a koncovém bodě měřené délky. Jednotlivá měřítka byla zjištěna pomocí programu Groma.

$$m = \frac{m_1 + m_2}{2} \quad , \quad (10)$$

kde

m_1 je měřítko zobrazení v počátečním bodě

m_2 je měřítko zobrazení v koncovém bodě.

Pokud jsou známy přesné nadmořské výšky (z měření GNSS) obou koncových bodů měřené délky, lze naměřenou šikmou délku převést přímo do nulového horizontu. To se provede podle vzorce

$$d_0 = \sqrt{\frac{d_s^2 - (H_1 - H_2)^2}{\left(1 + \frac{H_1}{R}\right) \cdot \left(1 + \frac{H_2}{R}\right)}}, \quad (11)$$

kde

H_1 je nadmořská výška horizontu přístroje

H_2 je nadmořská výška odrazného hranolu.

Následné převedení do roviny Křovákova zobrazení je stejné jako ve vzorci (10). Výsledná délka v systému JTSK byla brána jako průměr z těchto dvou způsobů redukce délek. Spojnice některých délek se vyskytovaly ve více skupinách. Jejich porovnání je znázorněno v tab. 3.

Tab. 3 Porovnání společných délek

Spojnice bodů	Skupina	Redukce ze zenitových úhlů [m]	Redukce z nadmořských výšek [m]	Průměr [m]
106.2 – 105.1	3	327,932	327,934	327,933
	8	327,933	327,934	327,933
106.2 – 104.1	3	756,226	756,226	756,226
	4	756,225	756,226	756,226
	8	756,227	756,228	756,227
105.1 – 104.1	3	631,656	631,656	631,656
	7	631,659	631,659	631,659
	8	631,659	631,659	631,659
104.1 – 102.0	3	666,060	666,058	666,059
	7	666,060	666,061	666,060

Rozdíly mezi redukcí délek ze zenitových úhlů a redukcí z nadmořských výšek nejsou velké a až na pár výjimek se redukované délky shodují. Případné větší rozdíly jsou pravděpodobně způsobené nepřesným určením nadmořské výšky v koncových bodech měřené délky. Obrácenou úlohou vyrovnávacího počtu lze stanovit, s jakou přesností je třeba nadmořské výšky měřit, aby přesnost redukované délky nepřesáhla

určitou hodnotu. K řešení této úlohy se použije zásada stejného vlivu zákona hromadění středních chyb

$$f_{H_1}^2 \cdot \sigma_{H_1}^2 = f_{H_2}^2 \cdot \sigma_{H_2}^2 = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{d_0}^2 , \quad (12)$$

kde

f_{H_1} a f_{H_2} jsou parciální derivace rovnice (11) podle H_1 a H_2

σ_{H_1} a σ_{H_2} jsou směrodatné odchylky měřených nadmořských výšek koncových bodů

σ_{d_0} je směrodatná odchylka redukované délky.

Přesnost, s jakou je potřeba nadmořské výšky měřit, se pak určí ze vzorce

$$\sigma_{H_i} = \frac{\sigma_{d_0}}{\sqrt{2} \cdot f_{H_i}} . \quad (13)$$

Pro směrodatnou odchylku redukované délky byla zvolena hodnota 1 mm. Přesnosti, s jakými je třeba nadmořské výšky koncových bodů jednotlivých délek měřit, aby byla tato hodnota střední chyby dodržena, jsou ukázané v tab. 4. [2]

Tab. 4 Potřebné přesnosti měřených nadmořských výšek

Spojnice bodů	Směrodatné odchylky σ_H [mm]
106 – 105	7
106 – 104	23
106 – 102	16
105 – 104	53
104 – 102	7

Z tabulky je patrné, že na některých spojnicích je potřebná přesnost měřených nadmořských výšek poměrně přísná, z čehož pak mohou plynout rozdíly mezi oběma způsoby redukce měřených šikmých délek.

5.3.1 Ukázka skriptu pro redukci délek

```
function [d] = redukce_ze_zenitu(ds, z12, z21, H1, h1, m1, m2)

    z12 = z12*pi/200;
    z21 = z21*pi/200;
    R = 6381000;
    fi12 = 0.00998*(ds/1000)*sin(z12);
    fi12 = fi12*pi/200;
    d12 = ds*cos((z12-z21-fi12)/2);
    d0 = d12*R/(R+H1+h1);
    m = (m1+m2)/2;
    d = m*d0;

function [d] = redukce_z_nadmorskych_vysek(ds, H1, H2, h1, h2, m1, m2)

    R = 6381000;
    d0 = sqrt((ds^2-(H1+h1-H2-h2)^2)/((1+(H1+h1)/R)*(1+(H2+h2)/R)));
    m = (m1+m2)/2;
    d = m*d0;
```

6. Rozbory přesnosti

Pro pozdější tvorbu váhové matice potřebnou k vyrovnání je nutno znát přesnost, s jakou byly měřené veličiny změřeny. Přesnost vodorovných směrů byla určena pomocí uzávěrů v trojúhelnících jednotlivých sítí. Každá síť je tvořena dvěma trojúhelníky. Celkově je tedy čtrnáct uzávěrů, které jsou uvedeny v tab. 5. Uzávěr v trojúhelníku se vypočte jako

$$U = 200 \text{ gon} - (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) \quad , \quad (14)$$

kde

ω_i jsou jednotlivé úhly v trojúhelníku vypočtené z měřených směrů.

Tab. 5 Uzávěry v trojúhelnících

Sít'	Trojúhelník	Uzávěr [mgon]
1	106-105-104	+0,4
	106-104-102	-1,4
3	106-105-104	+1,5
	106-104-102	-0,5
4	106-105-104	+4,0
	106-104-102	-3,3
5	106-105-104	+0,6
	106-104-102	-0,2
6	106-105-104	-0,1
	106-104-102	-0,6
7	106-105-104	-2,1
	106-104-102	-0,9
8	106-105-104	-1,7
	106-104-102	+0,7

Takto vypočtené uzávěry bylo nutné porovnat s mezním uzávěrem U_M . Jeho hodnota se získá následovně:

$$U_M = u_p \cdot \sigma_U \quad , \quad (15)$$

kde

u_p je koeficient spolehlivosti (zde volen jako 2)

σ_U je směrodatná odchylka uzávěru.

Směrodatná odchylka uzávěru se určí odvozením ze vztahu (14). Dostaneme tak vztah

$$\sigma_U^2 = 3 \cdot \sigma_\omega^2 \quad , \quad (16)$$

kde

σ_ω je směrodatná odchylka úhlu v trojúhelníku.

Směrodatná odchylka úhlu se vypočte pomocí směrodatné odchylky měřeného směru σ_ψ :

$$\sigma_\omega^2 = \sigma_\psi^2 \cdot \sqrt{2} \quad . \quad (17)$$

Dosazením vzorců (16) a (17) do rovnice (15) dostaneme výsledný tvar pro určení mezního uzávěru:

$$U_M = 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sigma_\psi . \quad (18)$$

Vyčíslením tohoto vzorce dostaneme hodnotu **2,9 mgon**. Jako σ_ψ byla zvolena hodnota udávaná výrobcem, tj. 0,6 mgon. Porovnáním vypočtených uzávěrů v trojúhelnících s mezním uzávěrem zjistíme, že dva uzávěry překračují hodnotu mezního uzávěru. Pro další výpočet byly ale ponechány všechny uzávěry.

Přesnost, s jakou byly vodorovné směry změřeny, nemusí být shodná s přesností udávanou výrobcem. Tato hodnota se určí pomocí Ferrerova vzorce:

$$\sigma_{Hz} = \sqrt{\frac{\sum U^2}{6 \cdot t}} , \quad (19)$$

kde

t je počet trojúhelníků. [2]

Dosazením dostaneme hodnotu **0,7 mgon**, což v zásadě odpovídá přesnosti dané výrobcem. Tato hodnota byla pak později použita pro tvorbu váhové matice.

Rozdíly mezi protisměrně měřenými délkami jsou nepatrné. V průměru to je rozdíl 1 mm, a proto jako přesnost měřených šikmých délek byla ponechána hodnota $\sigma_d = 1,5 \text{ mm} + 2 \text{ ppm}$ daná výrobcem.

7. Vyrovnání MNČ

Je-li v geodetické síti uskutečněno více měření, než je počet měření nutných k jejímu vyřešení, lze ji řešit pomocí vyrovnání. Nejčastějším způsobem vyrovnání je metoda nejmenších čtverců, která vychází z podmínky

$$\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v} = \min , \quad (20)$$

kde

\boldsymbol{v} je vektor oprav měřených veličin

\boldsymbol{P} je váhová matice.

Matematicky lze vyrovnání volné sítě zapsat následujícím vztahem:

$$\bar{\boldsymbol{L}} - \boldsymbol{F}(\bar{\boldsymbol{X}}) = \mathbf{0} , \quad (21)$$

kde

$\bar{\boldsymbol{L}}$ je vektor bezchybných měření

\boldsymbol{F} je vektorová funkce

$\bar{\boldsymbol{X}}$ je vektor bezchybných souřadnic určovaných bodů.

Hodnoty bezchybných měření a souřadnic nejsou ale nikdy známy. Proto se rovnice (21) upraví na vztah

$$(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{v}) - \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}^0 + \boldsymbol{x}) = \mathbf{0} , \quad (22)$$

kde

\boldsymbol{L} je vektor měření

\boldsymbol{X}^0 je vektor přibližných souřadnic určovaných bodů

\boldsymbol{x} je vektor přírůstků přibližných souřadnic určovaných bodů.

Následnou linearizací vztahu (22) dostaneme vztah

$$(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{v}) - (\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}^0)) = \mathbf{0} , \quad (23)$$

kde

\boldsymbol{A} je matice plánu tvořená parciálními derivacemi funkce \boldsymbol{F} podle souřadnic jednotlivých bodů.

Z rovnice (23) dostaneme úpravou systém rovnic oprav:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - (\mathbf{L} - \mathbf{F}(\mathbf{X}^0)) , \quad (24)$$

případně

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{l} , \quad (25)$$

kde

\mathbf{l} je vektor redukovaných měření.

Tvorba matice plánu a vektoru redukovaných měření je ukázána později. Aplikací podmínky (20) metody nejmenších čtverců dostaneme soustavu normálních rovnic

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} . \quad (26)$$

Řešení MNČ je pak dáno rovnicí

$$(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A}) \cdot \mathbf{x} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{l} , \quad (27)$$

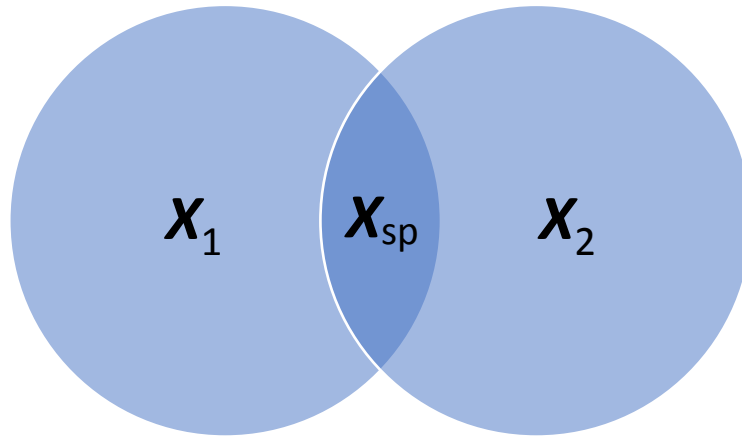
pokud napíšeme, že $\mathbf{c} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{l}$, lze rovnici (27) zapsat jako

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{c} . \quad (28)$$

U volných sítí platí, že mají singulární systém normálních rovnic, a tudíž platí, že $\det(\mathbf{N}) = 0$. Jinak řečeno, matice \mathbf{N} má lineárně závislé sloupce, a její hodnota je menší než celkový počet sloupců. Takovou matici nelze invertovat a nelze tedy řešit soustavu rovnic (28) násobením maticí \mathbf{N}^{-1} zleva. Postup, jakým se takový systém rovnic řeší, je ukázán dále.

7.1 Tvorba matice plánu a vektoru redukováných měření

V této bakalářské práci se řeší případ, kdy je měřeno více sítí, ve kterých se vyskytují vzájemně společné body (viz obr. 5). Množina bodů X_1 znázorňuje body jedné sítě, X_2 body sítě druhé a X_{sp} body, které jsou pro obě sítě společné.



Obr. 5 Diagram pro body sítí

Pro každou síť existuje vektor bezchybných měření \bar{L} . Výchozí vztahy lze napsat následovně:

$$\begin{aligned}\bar{L}_1 &= F_1(\bar{X}_{sp}, \bar{X}_1) \\ \bar{L}_2 &= F_2(\bar{X}_{sp}, \bar{X}_2) \quad ,\end{aligned}\tag{29}$$

kde

\bar{X}_{sp} je vektor bezchybných souřadnic společných bodů

\bar{X}_1 a \bar{X}_2 jsou vektory bezchybných souřadnic bodů v první, resp. druhé síti.

Pro dva systémy bezchybných měření dostaneme i dva systémy oprav [3]

$$\begin{aligned}v_1 &= A_1 \cdot x_{sp} + B_1 \cdot x_1 - (L_1 - F_1(X_{sp}^0, X_1^0)) \\ v_2 &= A_2 \cdot x_{sp} + B_2 \cdot x_2 - (L_2 - F_2(X_{sp}^0, X_2^0)) \quad ,\end{aligned}\tag{30}$$

kde

A_1 a A_2 jsou matice plánu pro společné body

B_1 a B_2 jsou matice plánu pro body jednotlivých sítí

x_{sp} , x_1 a x_2 jsou vektory přírůstků přibližných souřadnic bodů

L_1 a L_2 jsou vektory měření v jednotlivých sítích

X_{sp}^0 , X_1^0 a X_2^0 jsou vektory přibližných souřadnic vyrovnávaných bodů.

Případně lze vztahy (30) zapsat jako

$$\begin{aligned} v_1 &= A_1 \cdot x_{sp} + B_1 \cdot x_1 - l_1 \\ v_2 &= A_2 \cdot x_{sp} + B_2 \cdot x_2 - l_2 \end{aligned} \quad (31)$$

kde

l_1 a l_2 jsou vektory redukováných měření.

Maticově lze vztah (31) napsat

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \cdot x_{sp} + \begin{bmatrix} B_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & B_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} . \quad (32)$$

Tuto rovnici lze ještě upravit na tvar

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & \mathbf{0} \\ A_2 & \mathbf{0} & B_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{sp} \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} . \quad (33)$$

Měřenými veličinami jsou směry a délky. Pro redukováná měření platí, že se jedná o rozdíl mezi veličinami naměřenými a veličinami spočtenými z přibližných souřadnic. Směry se snadno vypočtou z přibližných souřadnic pomocí vztahu

$$\psi_{12} = \arctg \frac{Y_2^0 - Y_1^0}{X_2^0 - X_1^0} - o_1^0 \quad , \quad (34)$$

kde

X_1^0, \dots, Y_2^0 jsou přibližné souřadnice počátečního a koncového bodu

o_1^0 je přibližný orientační posun na počátečním bodě (jako přibližná hodnota se dosadí 0).

Pro délky platí jednoduchý vztah

$$d_{12} = \sqrt{(X_2^0 - X_1^0)^2 + (Y_2^0 - Y_1^0)^2} . \quad (35)$$

Pro tvorbu matice plánu je nezbytná znalost vztahů (34) a (35). Její prvky jsou parciálními derivacemi těchto vztahů podle přibližných hodnot souřadnic a orientačních posunů.

Řádky matice plánu reprezentují jednotlivá měření a její sloupce pak jednotlivé neznámé (souřadnice a orientační posuny). V tab. 6 jsou uvedeny parciální derivace měřených veličin podle neznámých.

Tab. 6 Prvky matice plánu

Měřená veličina	Stanovisko		Cíl		Orientační posun
	$\frac{\partial F}{\partial X_1^0}$	$\frac{\partial F}{\partial Y_1^0}$	$\frac{\partial F}{\partial X_2^0}$	$\frac{\partial F}{\partial Y_2^0}$	$\frac{\partial F}{\partial o_1^0}$
Směr	$\frac{Y_2^0 - Y_1^0}{d_{12}^2}$	$-\frac{X_2^0 - X_1^0}{d_{12}^2}$	$-\frac{Y_2^0 - Y_1^0}{d_{12}^2}$	$\frac{X_2^0 - X_1^0}{d_{12}^2}$	-1
Délka	$-\frac{X_2^0 - X_1^0}{d_{12}}$	$-\frac{Y_2^0 - Y_1^0}{d_{12}}$	$\frac{X_2^0 - X_1^0}{d_{12}}$	$\frac{Y_2^0 - Y_1^0}{d_{12}}$	0

Nechť m je počet všech měření a n počet všech neznámých. Potom velikost matice plánu A je $m \times n$. Řazení jednotlivých směrů a délek musí být stejné, jako je tomu ve vektoru redukovaných měření.

7.2 Tvorba váhové matice

Váhová matice je čtvercová matice o rozměrech $m \times m$ obsahující váhy měřených veličin. Pokud jsou měření na sobě nekorelovaná, pak je váhová matice

diagonální. Váhy jednotlivých měření je potřeba řadit v pořadí, v jakém jsou seřazeny ve vektoru \mathbf{l} . Váhy měření se určí následujícím způsobem

$$p_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2}, \quad (36)$$

kde

σ_0 je apriorní směrodatná odchylka (zvolena jako 1)

σ_i je směrodatná odchylka měřené veličiny.

Při řešení dvou sítí dohromady se vytvoří váhové matice pro obě sítě. Výsledná matice vah vznikne spojením jednotlivých matic vah dohromady:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_2 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

7.3 Řešení normálních rovnic

Jak již bylo dříve řečeno, nelze rovnici (28) řešit invertováním, jelikož soustava je singulární ($\det(\mathbf{N}) = 0$). V tomto případě lze systém řešit rozkladem matice \mathbf{N}

$$\mathbf{N} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{U}^T, \quad (38)$$

kde

\mathbf{U} je ortogonální matice ($\mathbf{U}^T \cdot \mathbf{U} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{U}^T = \mathbf{E}$), jejíž sloupce jsou vlastní vektory matice \mathbf{N}

\mathbf{S} je diagonální matice, jejíž prvky jsou vlastní čísla matice \mathbf{N} .

Poznámka:

Pro takovýto rozklad musí platit, že je matice \mathbf{N} symetrická, pak jsou vlastní čísla reálná. V opačném případě mohou být vlastní čísla i komplexní. Při řešení v programu MATLAB (Octave) nemusí být tato podmínka numericky splněna. Proto se matice \mathbf{N} nejprve upraví jako

$$\mathbf{N} = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{N} + \mathbf{N}^T) , \quad (39)$$

čímž že docílí její symetričnosti. Následný rozklad se pak provede pomocí příkazu $[\mathbf{U}, \mathbf{S}] = \text{eig}(\mathbf{N})$.

Dosažením rozkladu (38) do rovnice (28) dostaneme vztah

$$\mathbf{U} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{x} = \mathbf{c} . \quad (40)$$

Násobením rovnice (40) maticí \mathbf{U}^T zleva se vztah upraví na tvar

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{x} = \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{c} . \quad (41)$$

Následným zavedením substitucí $\mathbf{z} = \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{x}$ a $\mathbf{d} = \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{c}$ dostaneme vztah

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{z} = \mathbf{d} . \quad (42)$$

Matice \mathbf{S} má tolik nulových prvků, jaký je defekt matice \mathbf{N} (dále $\text{def}(\mathbf{N})$). Defektem matice se rozumí rozdíl mezi počtem jejích sloupců a její hodnotí. Pro samostatnou kombinovanou síť je roven 3. Pro nulové prvky s_{ii} se veličiny z_i položí rovny 0 (touto volbou dostaneme vektor \mathbf{z} s minimální euklidovskou normou). Pro všechny nenulové prvky s_{ii} platí vztah

$$z_i = \frac{d_i}{s_{ii}} . \quad (43)$$

Při známosti vektoru \mathbf{z} se vektor vyrovnaných přírůstků \mathbf{x} vyjádří ze vztahu

$$\mathbf{x} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{z} . \quad (44)$$

Toto řešení se nazývá partikulární a splňuje podmínku $\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{x} = \min$. Celkové řešení se pak skládá z partikulárního řešení a z nekonečně mnoha homogenních řešení (umístění sítě). Všechna tato řešení ale splňují rovnice oprav a opravy měřených směrů a délek zůstávají stejné. [4]

Pro vyrovnané souřadnice platí

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}^0 + \mathbf{x} . \quad (45)$$

Opravy měření se určí ze vztahu (25). Z nich lze pak získat vyrovnaná měření

$$\hat{\mathbf{L}} = \mathbf{L} + \mathbf{v} . \quad (46)$$

Nezbytnou kontrolou správnosti vyrovnaní je druhý výpočet oprav

$$\mathbf{v}^{\text{II}} = \mathbf{F}(\hat{\mathbf{X}}) - \mathbf{L} , \quad (47)$$

Pokud platí, že $\mathbf{v} = \mathbf{v}^{\text{II}}$, lze říci, že vyrovnaní proběhlo v pořádku. Z vypočtených oprav se vypočte empirická hodnota směrodatné odchylky charakterizující výslednou přesnost

$$\sigma'_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^{\text{T}} \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}}{n'}} , \quad (48)$$

kde

n' je počet nadbytečných měření určený jako

$$n' = r - r(\mathbf{A}) , \quad (49)$$

kde

r je celkový počet měření

$r(\mathbf{A})$ je hodnota matice \mathbf{A} (v Matlabu $\text{rank}(\mathbf{A})$).

Na závěr se určí interval spolehlivosti, do kterého by měl padnout podíl aposteriorní a apriorní směrodatné odchylky. Pokud tomu tak není, tak předpokládaná přesnost neodpovídá skutečné přesnosti, s jakou byly veličiny naměřeny. Interval spolehlivosti na hladině významnosti $\alpha = 0,05$ je

$$\sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2}^2(n')}{n'}} \leq \frac{\sigma'_0}{\sigma_0} \leq \sqrt{\frac{\chi_{\alpha/2}^2(n')}{n'}} , \quad (50)$$

kde

$\chi_{1-\alpha/2}^2(n')$ a $\chi_{\alpha/2}^2(n')$ jsou kritické hodnoty chí-kvadrát rozdělení pro n' stupňů volnosti.

8. Umístění sítě

Volná síť nemá dostatek informací pro umístění do roviny, a je potřeba dodat podmínku, která síť do roviny umístí. Protože byly vyrovnávány vždy alespoň dvě sítě dohromady, není vhodné použít pro umístění sítě metodu pevného bodu a směrníku na jiný bod sítě. Místo toho byla použita shodnostní transformace, která vyrovnané souřadnice umístí na konfiguraci přibližných bodů se zachováním rozměrů a tvaru sítě. Měřítko má hodnotu $q = 1$. [5]

Pro úhel stočení ω platí vztah

$$tg\omega = \frac{\sum(\hat{X}_r \cdot Y_r^0 - \hat{Y}_r \cdot X_r^0)}{\sum(\hat{X}_r \cdot X_r^0 + \hat{Y}_r \cdot Y_r^0)} , \quad (51)$$

kde

\hat{X}_r a \hat{Y}_r jsou vyrovnané souřadnice bodů sítě redukované k těžišti
 X_r^0 a Y_r^0 jsou přibližné souřadnice bodů sítě redukované k těžišti.

Transformační rovnice pak mají tvar

$$\begin{aligned} X &= X_T^0 + \hat{X}_r \cdot \cos\omega - \hat{Y}_r \cdot \sin\omega \\ Y &= Y_T^0 + \hat{Y}_r \cdot \cos\omega + \hat{X}_r \cdot \sin\omega , \end{aligned} \quad (52)$$

kde

X_T^0 a Y_T^0 jsou souřadnice těžiště zjištěné z přibližných souřadnic bodů.

9. Analýza oprav

Pomocí analýzy oprav lze identifikovat odlehlá měření. Konkrétně je lze identifikovat pomocí homogenizovaných oprav měření. K jejich určení je potřeba nejprve upravit vztah (44)

$$\mathbf{x} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{z} = [\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix}, \quad (53)$$

kde

\mathbf{z}_1 je nulový vektor o délce $def(N)$

\mathbf{z}_2 je část vektoru \mathbf{z} obsahující nenulové prvky

$\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2$ jsou matice odpovídající vektorům \mathbf{z}_1 a \mathbf{z}_2 .

Obdobně lze upravit i vztah (42) na výraz

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \end{bmatrix}, \quad (54)$$

kde

\mathbf{S}_1 je nulová čtvercová matice o rozměrech $def(N)$

\mathbf{S}_2 je diagonální matice s nenulovými prvky na diagonále

\mathbf{d}_1 a \mathbf{d}_2 jsou vektory rozměrově shodné s vektory \mathbf{z}_1 a \mathbf{z}_2 .

Pro vektor \mathbf{z}_2 tedy platí

$$\mathbf{z}_2 = \mathbf{S}_2^{-1} \cdot \mathbf{d}_2. \quad (55)$$

Rovnice (53) lze pak přepsat do tvaru

$$\mathbf{x} = \mathbf{U}_2 \cdot \mathbf{z}_2 = \mathbf{U}_2 \cdot \mathbf{S}_2^{-1} \cdot \mathbf{d}_2. \quad (56)$$

Dále bylo potřeba vytvořit matici \mathbf{J} tvořenou nulovou a jednotkovou maticí.

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (57)$$

kde nulová část matice má rozměr $(rank(N)) \times def(N)$ a jednotková matice rozměr $(rank(N)) \times (rank(N))$. Pomocí matice J lze vektor d_2 zapsat

$$d_2 = J \cdot d = J \cdot U^T \cdot c = J \cdot U^T \cdot A^T \cdot P \cdot l. \quad (58)$$

Dosazením rovnice (58) do rovnice (56) dostaneme vztah

$$x = U_2 \cdot S_2^{-1} \cdot J \cdot U^T \cdot A^T \cdot P \cdot l. \quad (59)$$

Pro kovarianční matici neznámých Σ_x platí rovnice

$$\Sigma_x = U_2 \cdot S_2^{-1} \cdot J \cdot U^T \cdot A^T \cdot P \cdot (\sigma_0^2 \cdot P^{-1}) \cdot P \cdot A \cdot U \cdot J^T \cdot S_2^{-1} \cdot U_2^T. \quad (60)$$

Postupnými úpravami lze tento vztah zjednodušit až do tvaru

$$\Sigma_x = \sigma_0^2 \cdot U_2 \cdot S_2^{-1} \cdot U_2^T. \quad (61)$$

Dále je potřeba znát kovarianční matici oprav měření. Tu dostaneme ze vztahu

$$\Sigma_v = \Sigma_L - \Sigma_{\hat{L}}, \quad (62)$$

kde

Σ_L je kovarianční matice měření

$\Sigma_{\hat{L}}$ je kovarianční matice vyrovnaného měření.

Pro kovarianční matici měření platí

$$\Sigma_L = \sigma_0^2 \cdot P^{-1}, \quad (63)$$

a pro kovarianční matici vyrovnaných měření platí vztah

$$\Sigma_{\hat{L}} = A \cdot \Sigma_x \cdot A^T = \sigma_0^2 \cdot A \cdot U_2 \cdot S_2^{-1} \cdot U_2^T \cdot A^T . \quad (64)$$

Dosazením těchto vztahu do rovnice (62) dostaneme vztah

$$\Sigma_v = \sigma_0^2 \cdot (P^{-1} - A \cdot U_2 \cdot S_2^{-1} \cdot U_2^T \cdot A^T) , \quad (65)$$

který se dále upraví na

$$\Sigma_v = \sigma_0^2 \cdot (E - A \cdot U_2 \cdot S_2^{-1} \cdot U_2^T \cdot A^T \cdot P) \cdot P^{-1} . \quad (66)$$

kde

E je jednotková matice.

Výraz v závorce se označí jako R , a nazývá se redundantní maticí. Kovarianční matici oprav měření lze tedy napsat jako

$$\Sigma_v = R \cdot \Sigma_L . \quad (67)$$

Kovarianční matice Σ_v je singulární, a je třeba ji rozložit stejným způsobem jako matici N v rovnici (38) na tvar

$$\Sigma_v = V \cdot D \cdot V^T , \quad (68)$$

kde

D je diagonální matice obsahující vlastní čísla, kde část z nich tvoří nuly. Počet nenulových prvků je roven $def(\Sigma_v)$. Počet nulových prvků je tedy roven hodnotě matice Σ_v . Matice V je ortogonální, jejíž sloupce jsou vlastní vektory matice Σ_v .

Posledním krokem je vytvoření odmocninové matice a její inverze

$$\Sigma_v^{1/2} = V \cdot D^{1/2} \cdot V^T , \quad (69)$$

$$\Sigma_v^{-1/2} = V \cdot D^{-1/2} \cdot V^T , \quad (70)$$

kde

$\mathbf{D}^{-1/2}$ je diagonální matice, která má počet nulových prvků roven $r(\boldsymbol{\Sigma}_v)$. Zbylým prvkům se přiřadí hodnota $\frac{1}{\sqrt{d_{ii}}}$.

Homogenizované opravy pak dostaneme ze vztahu

$$\tilde{\mathbf{v}} = \boldsymbol{\Sigma}_v^{-1/2} \cdot \mathbf{v} . \quad (71)$$

Tyto opravy jsou nekorelované a mají rozptyl roven 1, předpokládá se normální rozdělení $N(0,1)$. Kritická hodnota na hladině významnosti $\alpha = 0,05$ pro normální rozdělení je $t_{\alpha/2} = 1,96$. Opravy, které leží mimo interval spolehlivosti $-t_{\alpha/2} \leq \tilde{v}_i \leq t_{\alpha/2}$, jsou považovány za odlehlé a měření je pravděpodobně zatíženo chybami. [4]

10. Výsledky

10.1 Výsledky redukce délek

Tab. 7 Redukované délky

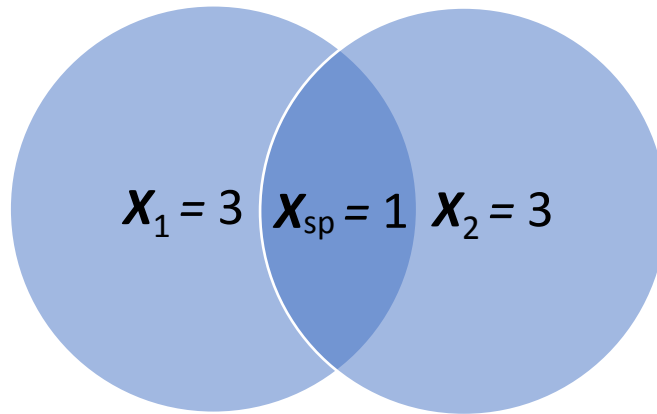
Sít'	Spojnice	Šikmé délky [m]	Redukce ze zenitových úhlů [m]	Redukce z nadmořské h výšek [m]	Průměr [m]
1	<i>106.0 – 105.1</i>	331,964	330,305	330,306	330,306
	<i>106.0 – 104.3</i>	753,720	753,156	753,156	753,156
	<i>106.0 – 102.2</i>	1067,243	1066,041	1066,040	1066,041
	<i>105.1 – 104.3</i>	628,588	628,383	628,383	628,383
	<i>104.3 – 102.2</i>	672,165	668,437	668,435	668,436
3	<i>106.2 – 105.1</i>	329,546	327,932	327,934	327,933
	<i>106.2 – 104.1</i>	756,771	756,226	756,226	756,226
	<i>106.2 – 102.0</i>	1067,044	1065,793	1065,792	1065,793
	<i>105.1 – 104.1</i>	631,862	631,656	631,656	631,656
	<i>104.1 – 102.0</i>	669,859	666,060	666,058	666,059
4	<i>106.2 – 105.2</i>	332,087	330,443	330,446	330,444
	<i>106.2 – 104.1</i>	756,771	756,225	756,226	756,226
	<i>106.2 – 102.1</i>	1068,308	1067,068	1067,068	1067,068
	<i>105.2 – 104.1</i>	631,646	631,434	631,435	631,434
	<i>104.1 – 102.1</i>	669,626	665,850	665,852	665,851
5	<i>106.3 – 105.2</i>	331,430	329,783	329,788	329,785
	<i>106.3 – 104.3</i>	754,976	754,430	754,430	754,430
	<i>106.3 – 102.0</i>	1068,449	1067,184	1067,184	1067,184
	<i>105.2 – 104.3</i>	628,372	628,162	628,163	628,163
	<i>104.3 – 102.0</i>	672,466	668,642	668,643	668,642
6	<i>106.0 – 105.2</i>	334,496	332,817	332,819	332,818
	<i>106.0 – 104.2</i>	754,342	753,779	753,780	753,779
	<i>106.0 – 102.0</i>	1064,590	1063,352	1063,352	1063,352
	<i>105.2 – 104.2</i>	629,765	629,555	629,555	629,555
	<i>104.2 – 102.0</i>	670,480	666,662	666,666	666,664
7	<i>106.1 – 105.1</i>	330,912	329,280	329,282	329,281
	<i>106.1 – 104.1</i>	756,562	756,011	756,012	756,011
	<i>106.1 – 102.0</i>	1065,767	1064,520	1064,519	1064,520
	<i>105.1 – 104.1</i>	631,866	631,659	631,659	631,659
	<i>104.1 – 102.0</i>	669,867	666,060	666,061	666,060
8	<i>106.2 – 105.1</i>	329,543	327,933	327,934	327,933
	<i>106.2 – 104.1</i>	756,767	756,227	756,228	756,227
	<i>106.2 – 102.2</i>	1069,708	1068,477	1068,476	1068,476
	<i>105.1 – 104.1</i>	631,867	631,659	631,659	631,659
	<i>104.1 – 102.2</i>	669,584	665,845	665,843	665,844

10.2 Výsledky vyrovnání

Vyrovnáváno bylo celkem pět kombinací více sítí dohromady. Konkrétně sítě 1 a 5, 3 a 4, 7 a 8, dále pak čtveřice sítí 1, 3, 4, 5 a trojice sítí 6, 7, 8. Při vyrovnání

čtyř sítí dohromady byly sítě 1 a 5 a sítě 3 a 4 vzaty jako dvě dvojice větších sítí. Stejně tomu bylo i u vyrovnání tří sítí, kde sítě 7 a 8 byly považovány za jednu větší síť.

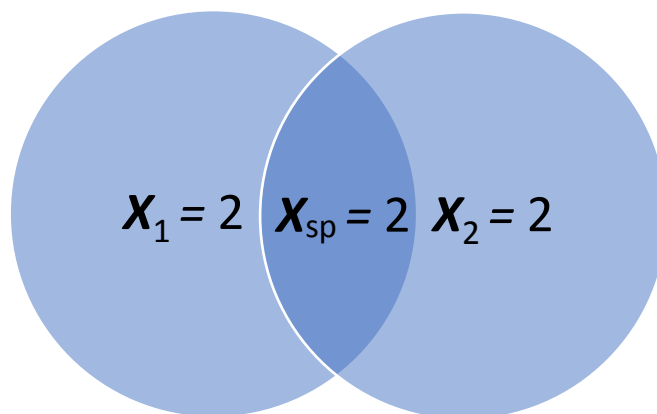
Pro dvojici sítí 1, 5 platí následující diagram (obr. 6).



Obr. 6 Diagram dvojic sítí 1, 5

Tyto dvojice sítí mají jeden společný bod. Počet neznámých bodů je 7, celkový počet měření je 30.

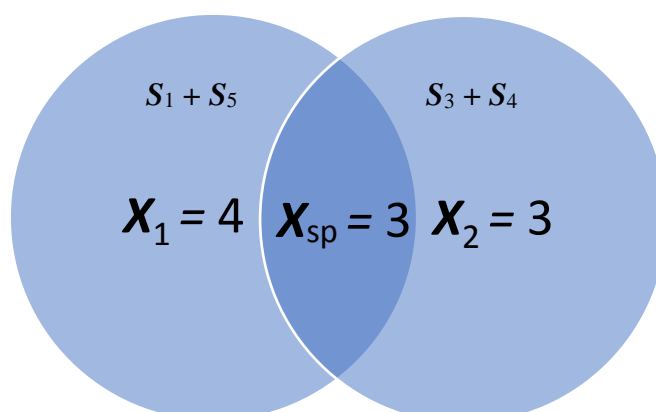
Pro dvojice sítí 3, 4 a 7, 8 vypadá diagram následovně (obr. 7).



Obr. 7 Diagram dvojice sítí 3, 4 a 7, 8

Počet společných bodů je 2 a počet neznámých bodů tak klesnul na 6. Celkový počet měření zůstává 30.

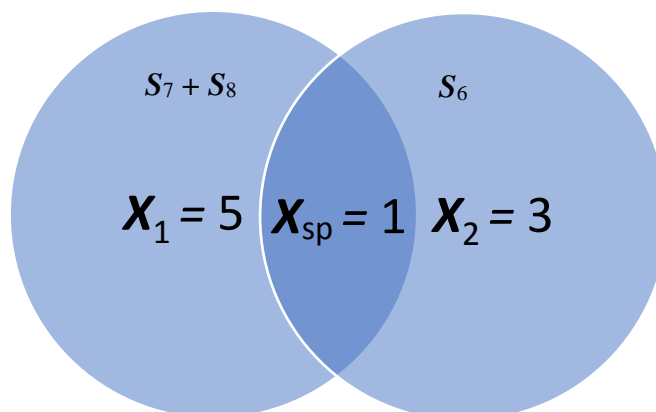
Diagram čtveřice sítí 1, 3, 4, 5 (obr. 8) má následující podobu.



Obr. 8 Diagram čtveřice sítí 1, 3, 4, 5

Jako společné body zde byly považovány body, nacházející se ve dvojici sítí 1, 5 a zároveň ve dvojici 3, 4. Počet těchto bodů je 3. Celkový počet neznámých bodů je 10, protože i mezi jednotlivými dvojicemi sítí se vyskytují společné body. Počet měřených veličin je 60.

Poslední kombinací byla trojice sítí 6, 7 a 8. Sítě byly rozděleny na dvojici 7, 8 a na samostatnou síť 6. Diagram této kombinace vypadá následovně (obr. 9).



Obr. 9 Diagram trojice sítí 6, 7, 8

Určení společných bodů bylo provedeno stejně jako v předchozím případě. Takto rozdělené sítě mají pouze jeden společný bod. Celkový počet neznámých bodů je 9. Celkový počet měření je 45.

Výsledky vyrovnání z těchto kombinací jsou uvedeny v tab. 8 – tab. 17. Zvýrazněné body označují společné body vyrovnávaných sítí.

Tab. 8 Vyrovnané souřadnice sítí 1 a 5

Bod	Přibližné souřadnice		Vyrovnané souřadnice	
	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]
104.3	845325,799	997685,742	845325,803	997685,743
106.3	845993,766	997335,066	845993,778	997335,068
105.2	845701,511	997182,323	845701,502	997182,317
102.0	845562,336	998311,153	845562,331	998311,151
106.0	845994,736	997339,700	845994,748	997339,690
105.1	845703,639	997183,646	845703,631	997183,634
102.2	845558,488	998312,347	845558,482	998312,375

Tab. 9 Opravy měřených veličin sítí 1 a 5 (směry a délky, [mgon]/[mm])

Sít' 5		Sít' 1	
Měřené veličiny	Opravy	Měřené veličiny	Opravy
$\psi_{106.3-105.2}$	-0,39	$\psi_{106.0-105.1}$	+0,43
$\psi_{106.3-104.3}$	+0,54	$\psi_{106.0-104.3}$	+0,15
$\psi_{106.3-102.0}$	-0,15	$\psi_{106.0-102.2}$	-0,58
$\psi_{105.2-104.3}$	+0,01	$\psi_{105.1-104.3}$	-0,14
$\psi_{105.2-106.3}$	-0,01	$\psi_{105.1-106.0}$	+0,14
$\psi_{104.3-102.0}$	+0,34	$\psi_{104.3-102.2}$	+0,28
$\psi_{104.3-106.3}$	-0,02	$\psi_{104.3-106.0}$	-0,34
$\psi_{104.3-105.2}$	-0,32	$\psi_{104.3-105.1}$	+0,06
$\psi_{102.0-106.3}$	-0,43	$\psi_{102.2-106.0}$	+0,02
$\psi_{102.0-104.3}$	+0,43	$\psi_{102.2-104.3}$	-0,02
$d_{106.3-105.2}$	+0,18	$d_{106.0-105.1}$	+0,25
$d_{106.3-104.3}$	-0,43	$d_{106.0-104.3}$	-2,34
$d_{106.3-102.0}$	+1,88	$d_{106.0-102.2}$	+0,03
$d_{105.2-104.3}$	-1,14	$d_{105.1-104.3}$	+1,74
$d_{104.3-102.0}$	-0,41	$d_{104.3-102.2}$	+0,37
Interval spolehlivosti	(0,61; 1,39)		
σ'_0	0,66		

Tab. 10 Vyrovnané souřadnice sítí 3 a 4

Bod	Přibližné souřadnice		Vyrovnané souřadnice	
	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]
106.2	845993,723	997336,566	845993,732	997336,572
104.1	845324,621	997688,954	845324,623	997688,953
105.1	845703,639	997183,646	845703,640	997183,647
102.0	845562,336	998311,153	845562,329	998311,152
105.2	845701,511	997182,323	845701,498	997182,324
102.1	845560,358	998311,683	845560,366	998311,676

Tab. 11 Opravy měřených veličin sítí 3 a 4 (směry a délky, [mgon]/[mm])

Sít' 3		Sít' 4	
Měřené veličiny	Opravy	Měřené veličiny	Opravy
$\psi_{106.2-105.1}$	-0,02	$\psi_{106.2-105.2}$	-0,56
$\psi_{106.2-104.1}$	+0,37	$\psi_{106.2-104.1}$	+1,69
$\psi_{106.2-102.0}$	-0,35	$\psi_{106.2-102.1}$	-1,03
$\psi_{105.1-104.1}$	+0,17	$\psi_{105.2-104.1}$	-0,35
$\psi_{105.1-106.2}$	-0,17	$\psi_{105.2-106.2}$	+0,35
$\psi_{104.1-102.0}$	-0,12	$\psi_{104.1-102.1}$	+0,27
$\psi_{104.1-106.2}$	-0,67	$\psi_{104.1-106.2}$	-0,71
$\psi_{104.1-105.1}$	+0,78	$\psi_{104.1-105.2}$	+0,44
$\psi_{102.0-106.2}$	-0,38	$\psi_{102.1-106.2}$	-0,15
$\psi_{102.0-104.1}$	+0,38	$\psi_{102.1-104.1}$	+0,15
$d_{106.2-105.1}$	-0,98	$d_{106.2-105.2}$	-0,14
$d_{106.2-104.1}$	+0,70	$d_{106.2-104.1}$	+0,70
$d_{106.2-102.0}$	-0,22	$d_{106.2-102.1}$	-0,37
$d_{105.1-104.1}$	-0,81	$d_{105.2-104.1}$	-0,63
$d_{104.1-102.0}$	+0,60	$d_{104.1-102.1}$	+0,97
Interval spolehlivosti	(0,62; 1,38)		
σ'_0	1,04		

Tab. 12 Vyrovnané souřadnice sítí 7 a 8

Bod	Přibližné souřadnice		Vyrovnané souřadnice	
	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]
105.1	845703,639	997183,646	845703,636	997183,641
104.1	845324,621	997688,954	845324,621	997688,952
106.1	845994,361	997338,263	845994,366	997338,243
102.0	845562,336	998311,153	845562,330	998311,150
106.2	845993,723	997336,566	845993,728	997336,569
102.2	845558,488	998312,347	845558,482	998312,376

Tab. 13 Opravy měřených veličin sítí 7 a 8 (směry a délky, [mgon]/[mm])

Sít' 7		Sít' 8	
Měřené veličiny	Opravy	Měřené veličiny	Opravy
$\psi_{106.1-105.1}$	+0,14	$\psi_{106.2-105.1}$	+0,43
$\psi_{106.1-104.1}$	-0,07	$\psi_{106.2-104.1}$	-0,31
$\psi_{106.1-102.0}$	-0,07	$\psi_{106.2-102.2}$	-0,12
$\psi_{105.1-104.1}$	+0,78	$\psi_{105.1-104.1}$	+0,19
$\psi_{105.1-106.1}$	-0,78	$\psi_{105.1-106.2}$	-0,19
$\psi_{104.1-102.0}$	+0,28	$\psi_{104.1-102.2}$	-0,17
$\psi_{104.1-106.1}$	+0,03	$\psi_{104.1-106.2}$	+0,38
$\psi_{104.1-105.1}$	-0,31	$\psi_{104.1-105.1}$	-0,21
$\psi_{102.0-106.1}$	+0,32	$\psi_{102.2-106.2}$	-0,02
$\psi_{102.0-104.1}$	-0,32	$\psi_{102.2-104.1}$	+0,02
$d_{106.1-105.1}$	-0,63	$d_{106.2-105.1}$	+0,09
$d_{106.1-104.1}$	+2,61	$d_{106.2-104.1}$	-0,42
$d_{106.1-102.0}$	+0,28	$d_{106.2-102.2}$	-0,86
$d_{105.1-104.1}$	-0,66	$d_{105.1-104.1}$	-0,66
$d_{104.1-102.0}$	-0,29	$d_{104.1-102.2}$	+0,44
Interval spolehlivosti	(0,62; 1,38)		
σ'_0	0,65		

Tab. 14 Vyrovnané souřadnice z vyrovnání čtveřice sítí 1, 3, 4, 5

Bod	Přibližné souřadnice		Vyrovnané souřadnice	
	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]
105.1	845703,639	997183,646	845703,636	997183,641
105.2	845701,511	997182,323	845701,494	997182,316
102.0	845562,336	998311,153	845562,334	998311,149
106.3	845993,766	997335,066	845993,772	997335,064
106.0	845994,736	997339,700	845994,750	997339,701
104.3	845325,799	997685,742	845325,799	997685,744
102.2	845558,488	998312,347	845558,469	998312,379
106.2	845993,723	997336,566	845993,729	997336,564
104.1	845324,621	997688,954	845324,623	997688,951
102.1	845560,358	998311,683	845560,372	998311,672

Tab. 15 Opravy měřených veličin čtveřice sítí 1, 3, 4, 5 (směry a délky, [mgon]/[mm])

Sít' 5		Sít' 1	
Měřené veličiny	Opravy	Měřené veličiny	Opravy
$\psi_{106.3-105.2}$	-0,21	$\psi_{106.0-105.1}$	+0,41
$\psi_{106.3-104.3}$	+0,44	$\psi_{106.0-104.3}$	+0,16
$\psi_{106.3-102.0}$	-0,23	$\psi_{106.0-102.2}$	-0,57
$\psi_{105.2-104.3}$	-0,16	$\psi_{105.1-104.3}$	-0,13
$\psi_{105.2-106.3}$	+0,16	$\psi_{105.1-106.0}$	+0,13
$\psi_{104.3-102.0}$	+0,49	$\psi_{104.3-102.2}$	+0,29
$\psi_{104.3-106.3}$	-0,06	$\psi_{104.3-106.0}$	-0,34
$\psi_{104.3-105.2}$	-0,42	$\psi_{104.3-105.1}$	+0,05
$\psi_{102.0-106.3}$	-0,51	$\psi_{102.2-106.0}$	+0,02
$\psi_{102.0-104.3}$	+0,51	$\psi_{102.2-104.3}$	-0,02
$d_{106.3-105.2}$	-0,11	$d_{106.0-105.1}$	+0,23
$d_{106.3-104.3}$	-0,21	$d_{106.0-104.3}$	-2,26
$d_{106.3-102.0}$	-0,05	$d_{106.0-102.2}$	+0,06
$d_{105.2-104.3}$	-2,33	$d_{105.1-104.3}$	+1,95
$d_{104.3-102.0}$	-1,49	$d_{104.3-102.2}$	+0,35
Sít' 3		Sít' 4	
Měřené veličiny	Opravy	Měřené veličiny	Opravy
$\psi_{106.2-105.1}$	-0,00	$\psi_{106.2-105.2}$	-0,74
$\psi_{106.2-104.1}$	+0,37	$\psi_{106.2-104.1}$	+1,68
$\psi_{106.2-102.0}$	-0,37	$\psi_{106.2-102.1}$	-0,94
$\psi_{105.1-104.1}$	+0,16	$\psi_{105.2-104.1}$	-0,19
$\psi_{105.1-106.2}$	-0,16	$\psi_{105.2-106.2}$	+0,19
$\psi_{104.1-102.0}$	-0,23	$\psi_{104.1-102.1}$	+0,24
$\psi_{104.1-106.2}$	-0,61	$\psi_{104.1-106.2}$	-0,73
$\psi_{104.1-105.1}$	+0,84	$\psi_{104.1-105.2}$	+0,49
$\psi_{102.0-106.2}$	-0,31	$\psi_{102.1-106.2}$	-0,14
$\psi_{102.0-104.1}$	+0,31	$\psi_{102.1-104.1}$	+0,14
$d_{106.2-105.1}$	-1,02	$d_{106.2-105.2}$	+0,21
$d_{106.2-104.1}$	+0,54	$d_{106.2-104.1}$	+0,54
$d_{106.2-102.0}$	+1,68	$d_{106.2-102.1}$	-0,37
$d_{105.1-104.1}$	-1,03	$d_{105.2-104.1}$	+0,58
$d_{104.1-102.0}$	+1,74	$d_{104.1-102.1}$	+0,91
Interval spolehlivosti	(0,73; 1,26)		
σ'_0	0,89		

Tab. 16 Vyrovnané souřadnice trojice sítí 6, 7, 8

Bod	Přibližné souřadnice		Vyrovnané souřadnice	
	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]
102.0	845562,336	998311,153	845562,331	998311,151
106.1	845994,361	997338,263	845994,390	997338,254
106.2	845993,723	997336,566	845993,751	997336,581
105.1	845703,639	997183,646	845703,663	997183,646
104.1	845324,621	997688,954	845324,636	997688,949
102.2	845558,488	998312,347	845558,482	998312,378
106.0	845994,736	997339,700	845994,721	997339,680
105.2	845701,511	997182,323	845701,459	997182,312
104.2	845326,130	997687,740	845326,114	997687,740

Tab. 17 Opravy měřených veličin trojice sítí 6, 7, 8 (směry a délky, [mgon]/[mm])

Sít' 7		Sít' 8	
Měřené veličiny	Opravy	Měřené veličiny	Opravy
$\psi_{106.1-105.1}$	+0,14	$\psi_{106.2-105.1}$	+0,43
$\psi_{106.1-104.1}$	-0,07	$\psi_{106.2-104.1}$	-0,31
$\psi_{106.1-102.0}$	-0,07	$\psi_{106.2-102.2}$	-0,12
$\psi_{105.1-104.1}$	+0,78	$\psi_{105.1-104.1}$	+0,19
$\psi_{105.1-106.1}$	-0,78	$\psi_{105.1-106.2}$	-0,19
$\psi_{104.1-102.0}$	+0,28	$\psi_{104.1-102.2}$	-0,17
$\psi_{104.1-106.1}$	-0,03	$\psi_{104.1-106.2}$	+0,38
$\psi_{104.1-105.1}$	-0,31	$\psi_{104.1-105.1}$	-0,21
$\psi_{102.0-106.1}$	+0,32	$\psi_{102.2-106.2}$	+0,02
$\psi_{102.0-104.1}$	-0,32	$\psi_{102.2-104.1}$	-0,02
$d_{106.1-105.1}$	-0,63	$d_{106.2-105.1}$	-0,09
$d_{106.1-104.1}$	+2,61	$d_{106.2-104.1}$	-0,42
$d_{106.1-102.0}$	+0,28	$d_{106.2-102.2}$	-0,86
$d_{105.1-104.1}$	-0,66	$d_{105.1-104.1}$	-0,66
$d_{104.1-102.0}$	-0,29	$d_{104.1-102.2}$	+0,44
Sít' 6			
Měřené veličiny	Opravy		
$\psi_{106.0-105.2}$	+0,28		
$\psi_{106.0-104.2}$	-0,16		
$\psi_{106.0-102.0}$	-0,12		
$\psi_{105.2-104.2}$	-0,00		
$\psi_{105.2-106.0}$	+0,00		
$\psi_{104.2-102.0}$	+0,15		
$\psi_{104.2-106.0}$	-0,03		
$\psi_{104.2-105.2}$	-0,12		
$\psi_{102.0-106.0}$	+0,23		
$\psi_{102.0-104.2}$	-0,23		
$d_{106.0-105.2}$	+0,19		
$d_{106.0-104.2}$	-0,88		
$d_{106.0-102.0}$	-0,12		
$d_{105.2-104.2}$	+0,86		
$d_{104.2-102.0}$	-0,02		
Interval spolehlivosti	$\langle 0,68; 1,32 \rangle$		
σ'_0	0,59		

V posledním případě nepadla empirická hodnota směrodatné odchylky do intervalu spolehlivosti, konkrétně má menší hodnotu než krajní hodnota intervalu. To znamená, že přesnost měření byla vyšší než hodnota předpokládaná.

10.3 Výsledky homogenizace oprav

Výsledky homogenizovaných oprav pro jednotlivá vyrovnání jsou uvedeny v tab. 18 – tab. 22.

Tab. 18 Homogenizované opravy sítí 1 a 5

Sít' 5		Sít' 1	
Měřené veličiny	Homogenizované opravy	Měřené veličiny	Homogenizované opravy
$\psi_{106.3-105.2}$	-0,15	$\psi_{106.0-105.1}$	+0,03
$\psi_{106.3-104.3}$	+0,16	$\psi_{106.0-104.3}$	+0,32
$\psi_{106.3-102.0}$	-0,01	$\psi_{106.0-102.2}$	-0,35
$\psi_{105.2-104.3}$	-0,14	$\psi_{105.1-104.3}$	+0,01
$\psi_{105.2-106.3}$	+0,14	$\psi_{105.1-106.0}$	-0,01
$\psi_{104.3-102.0}$	-0,01	$\psi_{104.3-102.2}$	+0,34
$\psi_{104.3-106.3}$	-0,13	$\psi_{104.3-106.0}$	-0,32
$\psi_{104.3-105.2}$	+0,13	$\psi_{104.3-105.1}$	-0,01
$\psi_{102.0-106.3}$	-0,01	$\psi_{102.2-106.0}$	+0,34
$\psi_{102.0-104.3}$	+0,01	$\psi_{102.2-104.3}$	-0,34
$d_{106.3-105.2}$	+0,32	$d_{106.0-105.1}$	-0,22
$d_{106.3-104.3}$	-0,49	$d_{106.0-104.3}$	-1,07
$d_{106.3-102.0}$	+0,90	$d_{106.0-102.2}$	+0,07
$d_{105.2-104.3}$	-1,09	$d_{105.1-104.3}$	+0,74
$d_{104.3-102.0}$	+0,42	$d_{104.3-102.2}$	+0,46

Tab. 19 Homogenizované opravy sítí 3 a 4

Sít' 3		Sít' 4	
Měřené veličiny	Homogenizované opravy	Měřené veličiny	Homogenizované opravy
$\psi_{106.2-105.1}$	-0,35	$\psi_{106.2-105.2}$	-0,78
$\psi_{106.2-104.1}$	+0,36	$\psi_{106.2-104.1}$	+1,33
$\psi_{106.2-102.0}$	-0,00	$\psi_{106.2-102.1}$	-0,55
$\psi_{105.1-104.1}$	-0,35	$\psi_{105.2-104.1}$	-0,77
$\psi_{105.1-106.2}$	+0,35	$\psi_{105.2-106.2}$	+0,77
$\psi_{104.1-102.0}$	-0,00	$\psi_{104.1-102.1}$	+0,52
$\psi_{104.1-106.2}$	-0,38	$\psi_{104.1-106.2}$	-1,29
$\psi_{104.1-105.1}$	+0,38	$\psi_{104.1-105.2}$	+0,77
$\psi_{102.0-106.2}$	-0,01	$\psi_{102.1-106.2}$	+0,51
$\psi_{102.0-104.1}$	+0,01	$\psi_{102.1-104.1}$	-0,51
$d_{106.2-105.1}$	-1,55	$d_{106.2-105.2}$	-0,01
$d_{106.2-104.1}$	-0,04	$d_{106.2-104.1}$	-0,04
$d_{106.2-102.0}$	+0,07	$d_{106.2-102.1}$	+0,14
$d_{105.1-104.1}$	-0,54	$d_{105.2-104.1}$	-0,76
$d_{104.1-102.0}$	+0,81	$d_{104.1-102.1}$	+1,58

Tab. 20 Homogenizované opravy sítí 7 a 8

Sít' 7		Sít' 8	
Měřené veličiny	Homogenizované opravy	Měřené veličiny	Homogenizované opravy
$\psi_{106.1-105.1}$	+0,64	$\psi_{106.2-105.1}$	+0,39
$\psi_{106.1-104.1}$	-0,22	$\psi_{106.2-104.1}$	-0,43
$\psi_{106.1-102.0}$	-0,42	$\psi_{106.2-102.2}$	+0,03
$\psi_{105.1-104.1}$	+0,64	$\psi_{105.1-104.1}$	+0,39
$\psi_{105.1-106.1}$	-0,64	$\psi_{105.1-106.2}$	-0,39
$\psi_{104.1-102.0}$	+0,43	$\psi_{104.1-102.2}$	-0,04
$\psi_{104.1-106.1}$	+0,21	$\psi_{104.1-106.2}$	+0,43
$\psi_{104.1-105.1}$	-0,64	$\psi_{104.1-105.1}$	-0,39
$\psi_{102.0-106.1}$	+0,43	$\psi_{102.2-106.2}$	-0,04
$\psi_{102.0-104.1}$	-0,43	$\psi_{102.2-104.1}$	+0,04
$d_{106.1-105.1}$	-0,41	$d_{106.2-105.1}$	+0,02
$d_{106.1-104.1}$	+1,19	$d_{106.2-104.1}$	-0,25
$d_{106.1-102.0}$	+0,26	$d_{106.2-102.2}$	-0,44
$d_{105.1-104.1}$	-0,25	$d_{105.1-104.1}$	-0,25
$d_{104.1-102.0}$	-0,16	$d_{104.1-102.2}$	+0,22

Tab. 21 Homogenizované opravy čtveřice sítí 1, 3, 4, 5

Sít' 5		Sít' 1	
Měřené veličiny	Homogenizované opravy	Měřené veličiny	Homogenizované opravy
$\psi_{106.3-105.2}$	-0,13	$\psi_{106.0-105.1}$	+0,03
$\psi_{106.3-104.3}$	+0,15	$\psi_{106.0-104.3}$	+0,32
$\psi_{106.3-102.0}$	-0,02	$\psi_{106.0-102.2}$	-0,35
$\psi_{105.2-104.3}$	-0,13	$\psi_{105.1-104.3}$	+0,02
$\psi_{105.2-106.3}$	+0,13	$\psi_{105.1-106.0}$	-0,02
$\psi_{104.3-102.0}$	-0,01	$\psi_{104.3-102.2}$	+0,36
$\psi_{104.3-106.3}$	-0,15	$\psi_{104.3-106.0}$	-0,34
$\psi_{104.3-105.2}$	+0,16	$\psi_{104.3-105.1}$	-0,01
$\psi_{102.0-106.3}$	-0,01	$\psi_{102.2-106.0}$	+0,31
$\psi_{102.0-104.3}$	+0,01	$\psi_{102.2-104.3}$	-0,31
$d_{106.3-105.2}$	+0,14	$d_{106.0-105.1}$	-0,28
$d_{106.3-104.3}$	-0,59	$d_{106.0-104.3}$	-1,19
$d_{106.3-102.0}$	+0,20	$d_{106.0-102.2}$	-0,03
$d_{105.2-104.3}$	-1,48	$d_{105.1-104.3}$	+0,61
$d_{104.3-102.0}$	-0,20	$d_{104.3-102.2}$	+0,40

Sít' 3		Sít' 4	
Měřené veličiny	Homogenizované opravy	Měřené veličiny	Homogenizované opravy
$\psi_{106.2-105.1}$	-0,37	$\psi_{106.2-105.2}$	-0,77
$\psi_{106.2-104.1}$	+0,33	$\psi_{106.2-104.1}$	+1,33
$\psi_{106.2-102.0}$	+0,03	$\psi_{106.2-102.1}$	-0,56
$\psi_{105.1-104.1}$	-0,36	$\psi_{105.2-104.1}$	-0,77
$\psi_{105.1-106.2}$	+0,36	$\psi_{105.2-106.2}$	+0,77
$\psi_{104.1-102.0}$	-0,02	$\psi_{104.1-102.1}$	+0,55
$\psi_{104.1-106.2}$	-0,36	$\psi_{104.1-106.2}$	-1,32
$\psi_{104.1-105.1}$	+0,37	$\psi_{104.1-105.2}$	+0,77
$\psi_{102.0-106.2}$	+0,04	$\psi_{102.1-106.2}$	+0,48
$\psi_{102.0-104.1}$	-0,04	$\psi_{102.1-104.1}$	-0,48
$d_{106.2-105.1}$	-1,53	$d_{106.2-105.2}$	+0,22
$d_{106.2-104.1}$	+0,09	$d_{106.2-104.1}$	-0,09
$d_{106.2-102.0}$	+0,80	$d_{106.2-102.1}$	+0,25
$d_{105.1-104.1}$	-0,40	$d_{105.2-104.1}$	-0,35
$d_{104.1-102.0}$	+1,48	$d_{104.1-102.1}$	+1,63

Tab. 22 Homogenizované opravy trojice sítí 6, 7, 8

Sít' 7		Sít' 8	
Měřené veličiny	Homogenizované opravy	Měřené veličiny	Homogenizované opravy
$\psi_{106.1-105.1}$	+0,64	$\psi_{106.2-105.1}$	+0,39
$\psi_{106.1-104.1}$	-0,23	$\psi_{106.2-104.1}$	-0,39
$\psi_{106.1-102.0}$	-0,42	$\psi_{106.2-102.2}$	+0,01
$\psi_{105.1-104.1}$	+0,65	$\psi_{105.1-104.1}$	+0,39
$\psi_{105.1-106.1}$	-0,65	$\psi_{105.1-106.2}$	-0,39
$\psi_{104.1-102.0}$	+0,44	$\psi_{104.1-102.2}$	-0,05
$\psi_{104.1-106.1}$	+0,19	$\psi_{104.1-106.2}$	+0,46
$\psi_{104.1-105.1}$	-0,63	$\psi_{104.1-105.1}$	-0,41
$\psi_{102.0-106.1}$	+0,43	$\psi_{102.2-106.2}$	-0,05
$\psi_{102.0-104.1}$	-0,43	$\psi_{102.2-104.1}$	+0,05
$d_{106.1-105.1}$	-0,43	$d_{106.2-105.1}$	-0,01
$d_{106.1-104.1}$	+1,16	$d_{106.2-104.1}$	-0,28
$d_{106.1-102.0}$	+0,23	$d_{106.2-102.2}$	-0,47
$d_{105.1-104.1}$	-0,28	$d_{105.1-104.1}$	-0,28
$d_{104.1-102.0}$	-0,19	$d_{104.1-102.2}$	+0,18
Sít' 6			
Měřené veličiny	Homogenizované opravy		
$\psi_{106.0-105.2}$	+0,00		
$\psi_{106.0-104.2}$	+0,11		
$\psi_{106.0-102.0}$	-0,12		
$\psi_{105.2-104.2}$	+0,00		
$\psi_{105.2-106.0}$	+0,00		
$\psi_{104.2-102.0}$	+0,18		
$\psi_{104.2-106.0}$	-0,17		
$\psi_{104.2-105.2}$	-0,01		
$\psi_{102.0-106.0}$	+0,13		
$\psi_{102.0-104.2}$	-0,14		
$d_{106.0-105.2}$	+0,20		
$d_{106.0-104.2}$	-0,40		
$d_{106.0-102.0}$	-0,21		
$d_{105.2-104.2}$	+0,53		
$d_{104.2-102.0}$	-0,30		

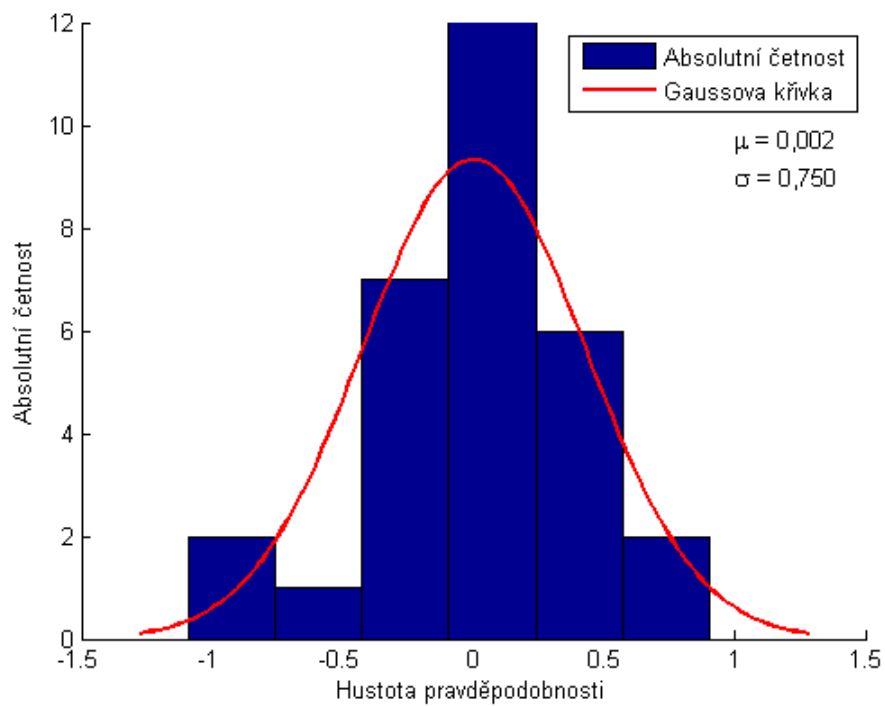
10.3.1 Histogramy homogenizovaných oprav

Pro určení, zda homogenizované opravy odpovídají normálnímu rozdělení, byly v programu Matlab vytvořeny jejich histogramy spolu s křivkou normálního rozdělení (obr. 10 – obr. 14). Optimální počet tříd se udává empirickou hodnotou

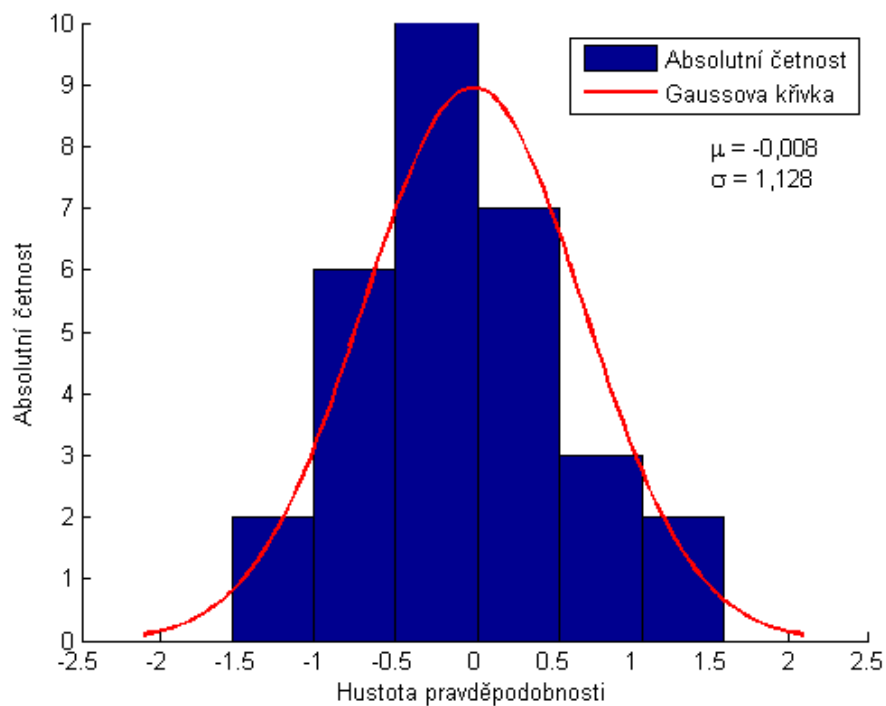
$$k = 2 \cdot \sqrt[3]{m} \quad , \quad (72)$$

kde

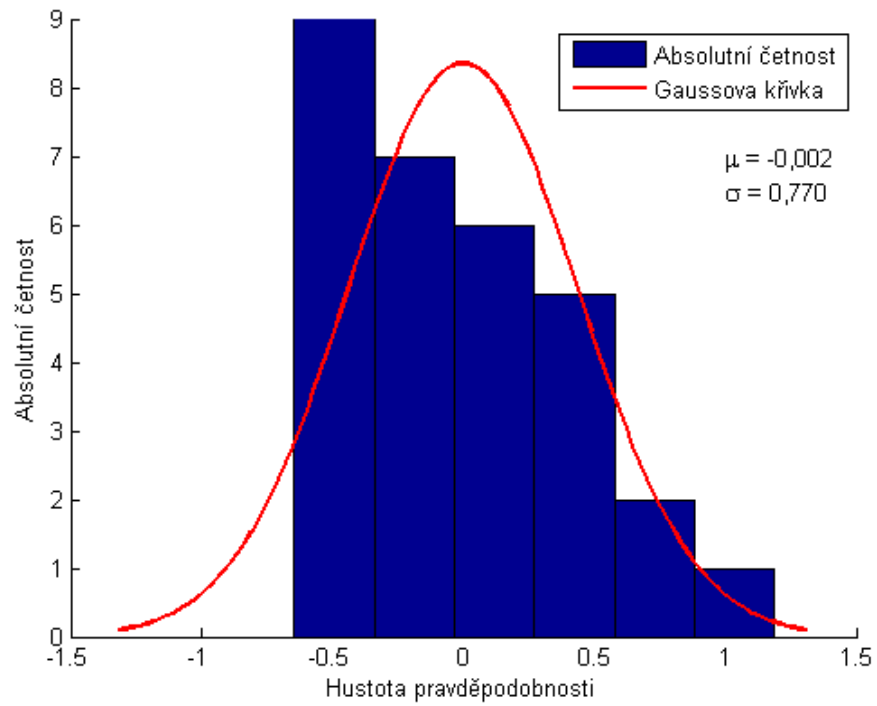
m je celkový počet měření. [2]



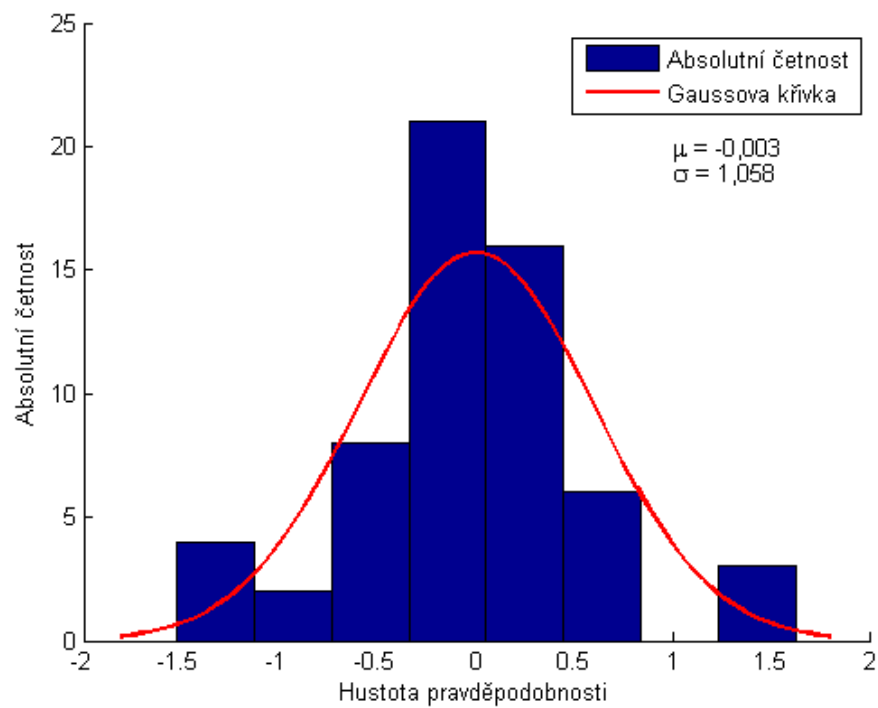
Obr. 10 Histogram sítí 1 a 5



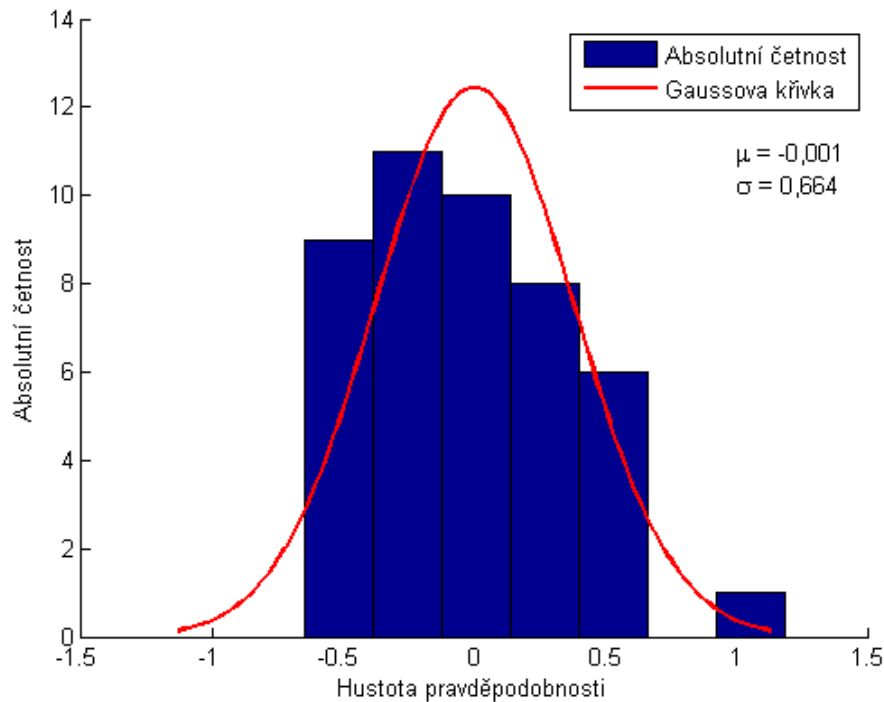
Obr. 11 Histogram sítí 3 a 4



Obr. 12 Histogram sítí 7 a 8



Obr. 13 Histogram čtveřice sítí 1, 3, 4, 5



Obr. 14 Histogram trojice sítí 6, 7, 8

11. Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo pomocí vyrovnání metodou nejmenších čtverců získat vyrovnané souřadnice, a především opravy měření ve volných sítích se společnými body. Vyrovnání předcházela redukce měřených délek do roviny Křovákova zobrazení, a to dvojnásobným způsobem: redukcí z protisměrně měřených zenitových úhlů a redukcí z nadmořských výšek. Výsledná délka je pak průměrem z těchto dvou redukcí. Maximální rozdíl mezi oběma způsoby redukce byl pro jednu délku 5 mm. Tato záměra je mezi body 106, 105, která v některých místech prochází nízko nad terénem a je více ovlivněná refrakcí.

Pro volné sítě platí, že jejich soustava normálních rovnic je singulární, a proto byl pro řešení těchto rovnic použit rozklad. Z tohoto řešení byly pak vypočteny opravy měření a jejich následná homogenizace. Kontrolou správnosti vyrovnání byl výpočet druhých oprav.

Vypočtené homogenizované opravy jsou nekorelované a předpokládá se u nich normální rozdělení $N(0,1)$. Žádná z těchto oprav nepřekročila hodnotu $\pm 1,96$ a lze tedy říct, že ani jedno měření nebylo zatíženo hrubými chybami. Pro zjištění, jestli

vypočtené homogenizované opravy opravdu odpovídají normálnímu rozdělení, byly vytvořeny jejich histogramy a proloženy Gaussovou křivkou. Z nich lze usoudit, že měření opravdu odpovídá normálnímu rozdělení.

Seznam zdrojů

- [1] „opti-cal surveyequipment.com,“ [Online]. Dostupné z:
http://surveyequipment.com/PDFs/Leica_FlexLine_UserManual.pdf.
- [2] BÖHM, J. - RADOUCH, V. - HAMPACHER, M.: Teorie chyb a vyrovnávací počet, Praha: GKP Praha, s. p., 1990.
- [3] MERVART, L.: „Sekvenční vyrovnání, kolokace, Kalmanův filtr,“ *Geodetický a kartografický obzor*, Srpen 1994.
- [4] PYŠEK, J.: Porovnání automatického a manuálního cílení ve zkušební síti dvojicí přístrojů (Trimble S3), Praha: ČVUT v Praze, Fakulta Stavební, 2016, Diplomová práce.
- [5] SKOŘEPA, Z.: Geodézie 4, Praha: ČVUT, 2014.

Seznam obrázků

Obr. 1 Schéma volné sítě	10
Obr. 2 Ortofoto	12
Obr. 3 Totální stanice Leica TS06	14
Obr. 4 Rozměry totální stanice	14
Obr. 5 Diagram pro body sítí	25
Obr. 6 Diagram dvojic sítí 1, 5	37
Obr. 7 Diagram dvojice sítí 3, 4 a 7, 8.....	37
Obr. 8 Diagram čtveřice sítí 1, 3, 4, 5.....	38
Obr. 9 Diagram trojice sítí 6, 7, 8	38
Obr. 10 Histogram sítí 1 a 5.....	48
Obr. 11 Histogram sítí 3 a 4.....	48
Obr. 12 Histogram sítí 7 a 8.....	49
Obr. 13 Histogram čtveřice sítí 1, 3, 4, 5.....	49
Obr. 14 Histogram trojice sítí 6, 7, 8	50

Seznam tabulek

Tab. 1 Body jednotlivých sítí.....	10
Tab. 2 Souřadnice přibližných bodů	13
Tab. 3 Porovnání společných délek	18
Tab. 4 Potřebné přesnosti měřených nadmořských výšek	19
Tab. 5 Uzávěry v trojúhelnících	21
Tab. 6 Prvky matice plánu	27
Tab. 7 Redukované délky	36
Tab. 8 Vyrovnané souřadnice sítí 1 a 5	39
Tab. 9 Opravy měřených veličin sítí 1 a 5 (směry a délky, [mgon]/[mm])	39
Tab. 10 Vyrovnané souřadnice sítí 3 a 4	39
Tab. 11 Opravy měřených veličin sítí 3 a 4 (směry a délky, [mgon]/[mm])	40
Tab. 12 Vyrovnané souřadnice sítí 7 a 8	40
Tab. 13 Opravy měřených veličin sítí 7 a 8 (směry a délky, [mgon]/[mm])	41
Tab. 14 Vyrovnané souřadnice z vyrovnání čtveřice sítí 1, 3, 4, 5.....	41
Tab. 15 Opravy měřených veličin čtveřice sítí 1,3,4,5 (směry a délky, [mgon]/[mm]) ..	42
Tab. 16 Vyrovnané souřadnice trojice sítí 6, 7, 8	42
Tab. 17 Opravy měřených veličin trojice sítí 6, 7, 8 (směry a délky, [mgon]/[mm])....	43
Tab. 18 Homogenizované opravy sítí 1 a 5	44
Tab. 19 Homogenizované opravy sítí 3 a 4	44
Tab. 20 Homogenizované opravy sítí 7 a 8	45
Tab. 21 Homogenizované opravy čtveřice sítí 1, 3, 4, 5	46
Tab. 22 Homogenizované opravy trojice sítí 6, 7, 8.....	47

Seznam příloh

Příloha 1: Výpočetní skript vyrovnání volné sítě v programu Matlab (Octave)

Příloha 2: Protokol o měření GNSS

Příloha 3: Zápisníky měření (vodorovné směry, zenitové úhly)

Příloha 4: Úprava měřených veličin (zpracování délek) (v elektronické podobě)

Příloha 1 - Výpočetní skript vyrovnání volné sítě v programu Matlab (Octave)

Jako ukázka je zde uveden skript z vyrovnání dvojice sítí 1 a 5. Skripty ze zbylých vyrovnání jsou dodány v elektronické podobě.

```
clc
clear all
format long g

% priblizne souradnice a posuny sk5
X65 = 997335.066;
Y65 = 845993.766;
X55 = 997182.323;
Y55 = 845701.511;
X25 = 998311.153;
Y25 = 845562.336;
o65 = 0;
o55 = 0;
o45 = 0;
o25 = 0;

X05 = [X65;Y65;X55;Y55;X25;Y25;o65;o55;o45;o25];

% priblizne souradnice a posuny sk1
X61 = 997339.700;
Y61 = 845994.736;
X51 = 997183.646;
Y51 = 845703.639;
X21 = 998312.347;
Y21 = 845558.488;
o61 = 0;
o51 = 0;
o41 = 0;
o21 = 0;

X01 = [X61;Y61;X51;Y51;X21;Y21;o61;o51;o41;o21];

% Spolecne priblizne souradnice
X4 = 997685.742;
Y4 = 845325.799;

X0 = [X4;Y4];

%vektor mereni sk5
% fi65; fi64; fi62; fi54; fi56; fi42; fi46; fi45; fi26; fi24; d65; d64; d62; d54;
d42
L_mer5 = [309.2428; 370.6767; 13.4052; 382.0658; 92.2222; 28.7291; 136.4874;
164.8965; 244.7143; 294.2277; 329.785; 754.430; 1067.184; 628.163; 668.642];
L_mer5(1:10) = L_mer5(1:10)*pi/200;

%vektor mereni sk1
% fi65; fi64; fi62; fi54; fi56; fi42; fi46; fi45; fi26; fi24; d65; d64; d62; d54;
d42
L_mer1 = [308.7538; 370.4729; 13.2402; 381.9372; 91.6780; 28.3444; 136.1030;
164.6427; 377.0635; 26.5390; 330.306; 753.156; 1066.041; 628.383; 668.436];
L_mer1(1:10) = L_mer1(1:10)*pi/200;

L_mer = [L_mer5;L_mer1];

%vypocet smerniku a delek z pribliznych souradnice sk5
fi24_5 = atan2(Y4-Y25,X4-X25)+2*pi;
fi42_5 = atan2(Y25-Y4,X25-X4);
fi26_5 = atan2(Y65-Y25,X65-X25);
fi62_5 = atan2(Y25-Y65,X25-X65)+2*pi;
fi45_5 = atan2(Y55-Y4,X55-X4);
fi54_5 = atan2(Y4-Y55,X4-X55)+2*pi;
fi46_5 = atan2(Y65-Y4,X65-X4);
fi64_5 = atan2(Y4-Y65,X4-X65)+2*pi;
fi56_5 = atan2(Y65-Y55,X65-X55);
fi65_5 = atan2(Y55-Y65,X55-X65)+2*pi;
```



```

fi52_5 = atan2(Y25-Y55,X25-X55)+2*pi;
d65_5 = sqrt((X55-X65)^2+(Y55-Y65)^2);
d64_5 = sqrt((X4-X65)^2+(Y4-Y65)^2);
d62_5 = sqrt((X25-X65)^2+(Y25-Y65)^2);
d54_5 = sqrt((X4-X55)^2+(Y4-Y55)^2);
d42_5 = sqrt((X25-X4)^2+(Y25-Y4)^2);

L_vyp5 = [fi65_5; fi64_5; fi62_5; fi54_5; fi56_5; fi42_5; fi46_5; fi45_5; fi26_5;
fi24_5; d65_5; d64_5; d62_5; d54_5; d42_5];

%vypocet smerniku a delek z pribliznych souradnice skl
fi24_1 = atan2(Y4-Y21,X4-X21)+2*pi;
fi42_1 = atan2(Y21-Y4,X21-X4);
fi26_1 = atan2(Y61-Y21,X61-X21);
fi62_1 = atan2(Y21-Y61,X21-X61)+2*pi;
fi45_1 = atan2(Y51-Y4,X51-X4);
fi54_1 = atan2(Y4-Y51,X4-X51)+2*pi;
fi46_1 = atan2(Y61-Y4,X61-X4);
fi64_1 = atan2(Y4-Y61,X4-X61)+2*pi;
fi56_1 = atan2(Y61-Y51,X61-X51);
fi65_1 = atan2(Y51-Y61,X51-X61)+2*pi;
fi52_1 = atan2(Y21-Y51,X21-X51)+2*pi;
d65_1 = sqrt((X51-X61)^2+(Y51-Y61)^2);
d64_1 = sqrt((X4-X61)^2+(Y4-Y61)^2);
d62_1 = sqrt((X21-X61)^2+(Y21-Y61)^2);
d54_1 = sqrt((X4-X51)^2+(Y4-Y51)^2);
d42_1 = sqrt((X21-X4)^2+(Y21-Y4)^2);

L_vyp1 = [fi65_1; fi64_1; fi62_1; fi54_1; fi56_1; fi42_1; fi46_1; fi45_1; fi26_1;
fi24_1; d65_1; d64_1; d62_1; d54_1; d42_1];

L_vyp = [L_vyp5;L_vyp1];

% Matice planu
A5 = [
0 0;
ds_cx(Y4,Y65,d64_5) ds_cy(X4,X65,d64_5);
0 0;
ds_cx(Y4,Y55,d54_5) ds_cy(X4,X55,d54_5);
0 0;
ds_sx(Y4,Y25,d42_5) ds_sy(X4,X25,d42_5);
ds_sx(Y4,Y65,d64_5) ds_sy(X4,X65,d64_5);
ds_sx(Y4,Y55,d54_5) ds_sy(X4,X55,d54_5);
0 0;
ds_cx(Y4,Y25,d42_5) ds_cy(X4,X25,d42_5);
0 0;
dd_cx(X4,X65,d64_5) dd_cy(Y4,Y65,d64_5);
0 0;
dd_cx(X4,X55,d54_5) dd_cy(Y4,Y55,d54_5);
dd_sx(X4,X25,d42_5) dd_sy(Y4,Y25,d42_5);
];

A1 = [
0 0;
ds_cx(Y4,Y61,d64_1) ds_cy(X4,X61,d64_1);
0 0;
ds_cx(Y4,Y51,d54_1) ds_cy(X4,X51,d54_1);
0 0;
ds_sx(Y4,Y21,d42_1) ds_sy(X4,X21,d42_1);
ds_sx(Y4,Y61,d64_1) ds_sy(X4,X61,d64_1);
ds_sx(Y4,Y51,d54_1) ds_sy(X4,X51,d54_1);
0 0;
ds_cx(Y4,Y21,d42_1) ds_cy(X4,X21,d42_1);
0 0;
dd_cx(X4,X61,d64_1) dd_cy(Y4,Y61,d64_1);
0 0;
dd_cx(X4,X51,d54_1) dd_cy(Y4,Y51,d54_1);
dd_sx(X4,X21,d42_1) dd_sy(Y4,Y21,d42_1);
];

B5 = [
ds_sx(Y65,Y55,d65_5) ds_sy(X65,X55,d65_5) ds_cx(Y55,Y65,d65_5) ds_cy(X55,X65,d65_5)
0 0 -1 0 0 0;
ds_sx(Y65,Y4,d64_5) ds_sy(X65,X4,d64_5) 0 0 0 0 -1 0 0 0;
ds_sx(Y65,Y25,d62_5) ds_sy(X65,X25,d62_5) 0 0 ds_cx(Y25,Y65,d62_5)
ds_cy(X25,X65,d62_5) -1 0 0 0;
0 0 ds_sx(Y55,Y4,d54_5) ds_sy(X55,X4,d54_5) 0 0 0 -1 0 0;
];

```

```

ds_cx(Y65,Y55,d65_5) ds_cy(X65,X55,d65_5) ds_sx(Y55,Y65,d65_5) ds_sy(X55,X65,d65_5)
0 0 0 -1 0 0;
0 0 0 0 ds_cx(Y25,Y4,d42_5) ds_cy(X25,X4,d42_5) 0 0 -1 0;
ds_cx(Y65,Y4,d64_5) ds_cy(X65,X4,d64_5) 0 0 0 0 0 0 -1 0;
0 0 ds_cx(Y55,Y4,d54_5) ds_cy(X55,X4,d54_5) 0 0 0 0 -1 0;
ds_cx(Y65,Y25,d62_5) ds_cy(X65,X25,d62_5) 0 0 ds_sx(Y25,Y65,d62_5)
ds_sy(X25,X65,d62_5) 0 0 0 -1;
0 0 0 0 ds_sx(Y25,Y4,d42_5) ds_sy(X25,X4,d42_5) 0 0 0 -1;
dd_sx(X65,X55,d65_5) dd_sy(Y65,Y55,d65_5) dd_cx(X55,X65,d65_5) dd_cy(Y55,Y65,d65_5)
0 0 0 0 0 0;
dd_sx(X65,X4,d64_5) dd_sy(Y65,Y4,d64_5) 0 0 0 0 0 0 0 0;
dd_sx(X65,X25,d62_5) dd_sy(Y65,Y25,d62_5) 0 0 dd_cx(X25,X65,d62_5)
dd_cy(Y25,Y65,d62_5) 0 0 0 0;
0 0 dd_sx(X55,X4,d54_5) dd_sy(Y55,Y4,d54_5) 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 dd_cx(X25,X4,d42_5) dd_cy(Y25,Y4,d42_5) 0 0 0 0;
];

```

```

B1 = [
ds_sx(Y61,Y51,d65_1) ds_sy(X61,X51,d65_1) ds_cx(Y51,Y61,d65_1) ds_cy(X51,X61,d65_1)
0 0 -1 0 0 0;
ds_sx(Y61,Y4,d64_1) ds_sy(X61,X4,d64_1) 0 0 0 0 -1 0 0 0;
ds_sx(Y61,Y21,d62_1) ds_sy(X61,X21,d62_1) 0 0 ds_cx(Y21,Y61,d62_1)
ds_cy(X21,X61,d62_1) -1 0 0 0;
0 0 ds_sx(Y51,Y4,d54_1) ds_sy(X51,X4,d54_1) 0 0 0 -1 0 0;
ds_cx(Y61,Y51,d65_1) ds_cy(X61,X51,d65_1) ds_sx(Y51,Y61,d65_1) ds_sy(X51,X61,d65_1)
0 0 0 -1 0 0;
0 0 0 0 ds_cx(Y21,Y4,d42_1) ds_cy(X21,X4,d42_1) 0 0 -1 0;
ds_cx(Y61,Y4,d64_1) ds_cy(X61,X4,d64_1) 0 0 0 0 0 0 -1 0;
0 0 ds_cx(Y51,Y4,d54_1) ds_cy(X51,X4,d54_1) 0 0 0 0 -1 0;
ds_cx(Y61,Y21,d62_1) ds_cy(X61,X21,d62_1) 0 0 ds_sx(Y21,Y61,d62_1)
ds_sy(X21,X61,d62_1) 0 0 0 -1;
0 0 0 0 ds_sx(Y21,Y4,d42_1) ds_sy(X21,X4,d42_1) 0 0 0 -1;
dd_sx(X61,X51,d65_1) dd_sy(Y61,Y51,d65_1) dd_cx(X51,X61,d65_1) dd_cy(Y51,Y61,d65_1)
0 0 0 0 0 0;
dd_sx(X61,X4,d64_1) dd_sy(Y61,Y4,d64_1) 0 0 0 0 0 0 0 0;
dd_sx(X61,X21,d62_1) dd_sy(Y61,Y21,d62_1) 0 0 dd_cx(X21,X61,d62_1)
dd_cy(Y21,Y61,d62_1) 0 0 0 0;
0 0 dd_sx(X51,X4,d54_1) dd_sy(Y51,Y4,d54_1) 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 dd_cx(X21,X4,d42_1) dd_cy(Y21,Y4,d42_1) 0 0 0 0;
];

```

```

A = [
A5 B5 zeros(15,10);
A1 zeros(15,10) B1
];

```

```
%vektor redukovaných mereni
```

```

l5 = L_mer5 - L_vyp5;
for i = 1:10
if l5(i) > 0
l5(i) = l5(i)-2*pi;
end
end

```

```

l1 = L_mer1 - L_vyp1;
for i = 1:10
if l1(i) > 0
l1(i) = l1(i)-2*pi;
end
end

```

```
l = [l5;l1];
```

```
%Vahova matice
```

```

sig0 = 1;
sig_smer = 0.0007 * pi/200;
for i = 1:5;
sig_d(i) = 0.0015 + 0.002*L_mer5(i+10)/1000;
end
p5 = [1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_smer^2
1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_d(1)^2 1/sig_d(2)^2
1/sig_d(3)^2 1/sig_d(4)^2 1/sig_d(5)^2];
P5 = diag(p5);

```

```

for i = 1:5;
sig_d(i) = 0.0015 + 0.002*L_mer1(i+10)/1000;
end

```

```

p1 = [1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_smer^2
1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_smer^2 1/sig_d(1)^2 1/sig_d(2)^2
1/sig_d(3)^2 1/sig_d(4)^2 1/sig_d(5)^2];
P1 = diag(p1);

P = [diag(P5);diag(P1)];
P = diag(P);

% Opravy + vyrovnani
n = [
A5'*P5*15 + A1'*P1*11;
B5'*P5*15;
B1'*P1*11];

N = [
A5'*P5*A5+A1'*P1*A1 A5'*P5*B5 A1'*P1*B1;
B5'*P5*A5 B5'*P5*B5 zeros(10,10);
B1'*P1*A1 zeros(10,10) B1'*P1*B1];

N = (N+N')/2;

x = N\n;
x_sour = x;
x_sour(9:12) = [];
x_sour(15:18) = [];

x_sp = x(1:2); % spolecny bod(y)
x5 = x(3:12);
x1 = x(13:22);

v5 = A5*x_sp + B5*x5 - 15;
v1 = A1*x_sp + B1*x1 - 11;

V1 = [v5;v1];

%Vyrovnane souradnice
X5 = X05 + x5;
X1 = X01 + x1;
X_sp = X0 + x_sp;
X = [X_sp;X5;X1];
X_sour = X;
X_sour(9:12) = [];
X_sour(15:18) = [];

% Vyrovnana mereni
L_vyr5 = L_mer5 + v5;
L_vyr5(1:10) = L_vyr5(1:10)*200/pi;
L_vyr1 = L_mer1 + v1;
L_vyr1(1:10) = L_vyr1(1:10)*200/pi;

% Druhy vypocet oprav
% X05 = [X65;Y65;X55;Y55;X25;Y25;o65;o55;o45;o25];
Fi65_5 = atan2(X5(4)-X5(2),X5(3)-X5(1))+2*pi-X5(7)+2*pi;
Fi64_5 = atan2(X_sp(2)-X5(2),X_sp(1)-X5(1))+2*pi-X5(7)+2*pi;
Fi62_5 = atan2(X5(6)-X5(2),X5(5)-X5(1))+2*pi-X5(7);
Fi54_5 = atan2(X_sp(2)-X5(4),X_sp(1)-X5(3))+2*pi-X5(8)+2*pi;
Fi56_5 = atan2(X5(2)-X5(4),X5(1)-X5(3))-X5(8)+2*pi;
Fi42_5 = atan2(X5(6)-X_sp(2),X5(5)-X_sp(1))-X5(9)+2*pi;
Fi46_5 = atan2(X5(2)-X_sp(2),X5(1)-X_sp(1))-X5(9)+2*pi;
Fi45_5 = atan2(X5(4)-X_sp(2),X5(3)-X_sp(1))-X5(9)+2*pi;
Fi26_5 = atan2(X5(2)-X5(6),X5(1)-X5(5))-X5(10)+2*pi;
Fi24_5 = atan2(X_sp(2)-X5(6),X_sp(1)-X5(5))+2*pi-X5(10)+2*pi;
D65_5 = sqrt((X5(3)-X5(1))^2+(X5(4)-X5(2))^2);
D64_5 = sqrt((X_sp(1)-X5(1))^2+(X_sp(2)-X5(2))^2);
D62_5 = sqrt((X5(5)-X5(1))^2+(X5(6)-X5(2))^2);
D54_5 = sqrt((X_sp(1)-X5(3))^2+(X_sp(2)-X5(4))^2);
D42_5 = sqrt((X5(5)-X_sp(1))^2+(X5(6)-X_sp(2))^2);

F5 = [Fi65_5; Fi64_5; Fi62_5; Fi54_5; Fi56_5; Fi42_5; Fi46_5; Fi45_5; Fi26_5; Fi24_5;
D65_5; D64_5; D62_5; D54_5; D42_5];
vI15 = F5 - L_mer5;

Fi65_1 = atan2(X1(4)-X1(2),X1(3)-X1(1))+2*pi-X1(7)+2*pi;
Fi64_1 = atan2(X_sp(2)-X1(2),X_sp(1)-X1(1))+2*pi-X1(7)+2*pi;
Fi62_1 = atan2(X1(6)-X1(2),X1(5)-X1(1))+2*pi-X1(7);
Fi54_1 = atan2(X_sp(2)-X1(4),X_sp(1)-X1(3))+2*pi-X1(8)+2*pi;
Fi56_1 = atan2(X1(2)-X1(4),X1(1)-X1(3))-X1(8)+2*pi;

```

```

Fi42_1 = atan2(X1(6)-X_sp(2),X1(5)-X_sp(1))-X1(9)+2*pi;
Fi46_1 = atan2(X1(2)-X_sp(2),X1(1)-X_sp(1))-X1(9)+2*pi;
Fi45_1 = atan2(X1(4)-X_sp(2),X1(3)-X_sp(1))-X1(9)+2*pi;
Fi26_1 = atan2(X1(2)-X1(6),X1(1)-X1(5))-X1(10)+2*pi;
Fi24_1 = atan2(X_sp(2)-X1(6),X_sp(1)-X1(5))+2*pi-X1(10);
D65_1 = sqrt((X1(3)-X1(1))^2+(X1(4)-X1(2))^2);
D64_1 = sqrt((X_sp(1)-X1(1))^2+(X_sp(2)-X1(2))^2);
D62_1 = sqrt((X1(5)-X1(1))^2+(X1(6)-X1(2))^2);
D54_1 = sqrt((X_sp(1)-X1(3))^2+(X_sp(2)-X1(4))^2);
D42_1 = sqrt((X1(5)-X_sp(1))^2+(X1(6)-X_sp(2))^2);

F1 = [Fi65_1; Fi64_1; Fi62_1; Fi54_1; Fi56_1; Fi42_1; Fi46_1; Fi45_1; Fi26_1; Fi24_1;
D65_1; D64_1; D62_1; D54_1; D42_1];
vII1 = F1 - L_mer1;
vII = [vII5;vII1];

% Aposteriorni smerodatna odchylka
s0_ap = sqrt((v5'*P5*v5 + v1'*P1*v1)/((length(L_mer5)+length(L_mer1))-rank(A)));

% interval spolehlivosti
alfa = 0.05;
chi1 = chi2inv(alfa/2,((length(L_mer5)+length(L_mer1))-rank(A)));
chi2 = chi2inv(1-alfa/2,((length(L_mer5)+length(L_mer1))-rank(A)));
p1 = sqrt(chi1/((length(L_mer5)+length(L_mer1))-rank(A)))
p2 = sqrt(chi2/((length(L_mer5)+length(L_mer1))-rank(A)))
pomer = s0_ap/sig0

% Transformace
X0_sour = [X0;X05(1:6);X01(1:6)];
for i = 1:2:length(X_sour);
    xx((i+1)/2) = X_sour(i);
    XX((i+1)/2) = X0_sour(i);
end

for i = 2:2:length(X_sour);
    yy(i/2) = X_sour(i);
    YY(i/2) = X0_sour(i);
end
xx = xx';
yy = yy';
XX = XX';
YY = YY';

xt = mean(xx);
yt = mean(yy);
Xt = mean(XX);
Yt = mean(YY);

xr = xx - xt;
yr = yy - yt;
Xr = XX - Xt;
Yr = YY - Yt;

for i = 1:length(xr);
    sumal(i) = xr(i)*Yr(i) - yr(i)*Xr(i);
    suma2(i) = xr(i)*Xr(i) + yr(i)*Yr(i);
end

omega = atan2(sum(sumal),sum(suma2));
q = 1;

Xtr = Xt + xr*cos(omega) - yr*sin(omega);
Ytr = Yt + yr*cos(omega) + xr*sin(omega);

% Homogenizovane opravy
[U,S] = eig(N);
z = U'*x;
d = U'*n;
for i = 1:4;
    S(i,i) = 0;
end

for i = 1:length(S);
    if S(i,i) ~= 0;
        z(i) = d(i)/S(i,i);
    else
        z(i) = 0;
    end
end

```

```

end
end

x0h = U*z;
vh = A*x0h - l;

U1 = U(:,1:4);
U2 = U(:,5:end);
z1 = z(1:4);
z2 = z(5:length(z));
S2 = S(5:end,5:end);

J = [zeros(18,4) eye(18)];
d2 = J*d;
z2n = (S2^-1)*d2;

X0h = U2*S2^-1*J*U'*A'*P*1;
Sig_X0h = sig0^2*U2*S2^-1*U2';

Sig_L = sig0^2*P^-1;
Sig_Lv = sig0^2*A*U2*S2^-1*U2'*A';
Sig_U = Sig_L - Sig_Lv;

R = eye(30) - A*U2*S2^-1*U2'*A'*P;
Sig_V = R*Sig_L;
Sig_V = 1/2*(Sig_V+Sig_V');

[V,D] = eig(Sig_V);

for i = 1:rank(Sig_V);
    D(i,i) = 0;
end

for j = 1+rank(Sig_V):length(diag(D));
    D(j,j) = 1/sqrt(D(j,j));
end

Vh = V*D*V'*V1;

figure(1);
hold on;
histfit(Vh,round(2*length(L_mer)^(1/3)));
legend('Absolutní četnost','Gaussova křivka')
text(1,9.75,'\mu = 0,002')
text(1,9,'\sigma = 0,750')
xlabel('Hustota pravděpodobnosti')
ylabel('Absolutní četnost')
hold off

```

Příloha 2 – protokol o měření GNSS

Zde uveden pouze protokol z měření skupiny 5. Zbylé protokoly jsou dodané v elektronické podobě.

----- PROTOKOL GNSS (RTK) MĚŘENÍ -----

Firma: GEOTRONICS Praha, s.r.o.
Pikovicka 206/11
147 00 Praha 4

Zakazka: zuzicka
Meril:
Datum: 10.09.2017

Přístroj: Trimble GeoXR vyr. c.: 5135407185
Trimble General Survey SW: 2.11
Verze protokolu: 4.92
Body vypsaný od (RRRRMMDD): 2011
Souradnicovy system: Pouzit transformacni modul zpsrenene globalni transformace Trimble 2013 verze 1.0 schvaleny CUZK pro mereni od 1.7.2012.
Zona: Krovak_2013
Soubor rovinne dotransformace: KG2013

Vertikalni transformace -----

Model kvazigeoidu: CR2005

POUZITE A MĚŘENE BODY -----

Císlo bodu Kod bodu	Y	X	Z	Presnost		PDOP	Sit	Pocet sat.	Antena vyska; od#	Datum	Zacatek mereni	Doba mereni[s]
				XY	Z							
106.3	845993.765	997335.060	873.920	0.012	0.021	2.37	5	11	1.80 SZ	10.09	08:55	62
105.2	845701.510	997182.320	905.896	0.011	0.019	2.89	5	9	1.80 SZ	10.09	09:05	62
104.3	845325.806	997685.743	897.439	0.011	0.019	3.01	5	11	1.80 SZ	10.09	09:17	76
102.0	845562.324	998311.151	827.365	0.010	0.019	1.75	5	11	1.80 SZ	10.09	09:31	62
102.0a	845562.330	998311.150	827.353	0.012	0.016	1.45	5	14	2.00 SZ	10.09	16:21	60
104.3a#	845325.797	997685.746	897.453	0.012	0.017	1.54	5	13	2.00 SZ	10.09	16:40	61
105.2a	845701.503	997182.316	905.978	0.029	0.039	3.02	5	12	2.00 SZ	10.09	17:00	60
106.3a#	845993.767	997335.071	873.967	0.030	0.035	2.30	5	13	2.00 SZ	10.09	17:06	74
106.3b	845993.742	997335.098	874.013	0.014	0.017	1.76	5	14	2.00 SZ	10.09	17:08	104

Vyska anteny merena od: FC = fazoveho centra; SZ = spodku zavitu; SN = stredu narazniku
Bod meren na: 1 = Trimble VRS NOW CZ; 2 = TOPNET; 3 = CZEPOS RTK
4 = CzePos PRS/FKP; 5 = CZEPOS RTK3/MAX3; 6 = Neznama sit
Hodnoty PDOP oznacene * jsou mimo nastavenou toleranci: 7.00 Hodnoty PDOP oznacene * jsou mimo nastavenou toleranci:
7.00
Hodnoty s RMS oznacene # jsou mimo nastavenou toleranci: 40.00
Body oznacene ! NoFix ! pred cislem bodu, nebyly pri mereni Fixovany!

