

**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**

**FAKULTA STROJNÍ**

**ÚSTAV STROJÍRENSKÉ TECHNOLOGIE**



**FAKULTA  
STROJNÍ  
ČVUT V PRAZE**

**Způsoby stanovení modulu pružnosti v tahu**

*Bakalářská práce*

Petr Dvořák

**Vedoucí práce:      Ing. František Tatíček, Ph.D.**

**Praha 2018**

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Dvořák** Jméno: **Petr** Osobní číslo: **457674**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávající katedra/ústav: **Ústav strojírenské technologie**  
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**  
Studijní obor: **bez oboru**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Způsoby stanovení modulu pružnosti v tahu**

Název bakalářské práce anglicky:

**Methods of determination of the Young's modulus**

Pokyny pro vypracování:

- 1) Seznámení s problematikou
- 2) Metody měření modulu pružnosti v tahu
- 3) Stanovení modulu pružnosti v tahu vybranou metodou zkoušení
- 4) Závěrečné zhodnocení

Seznam doporučené literatury:

dle doporučení vedoucího DP

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:


**Ing. František Tatíček, Ph.D., ústav strojírenské technologie FS**

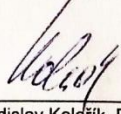
Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

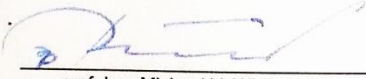
Datum zadání bakalářské práce: **24.04.2018**

Termín odevzdání bakalářské práce: **10.08.2018**

Platnost zadání bakalářské práce: **10.08.2018**

  
Ing. František Tatíček, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) práce

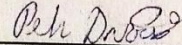
  
doc. Ing. Ladislav Kolářik, Ph.D.  
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

  
prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.  
podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

23.5.2018  
Datum převzetí zadání

  
Podpis studenta

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci vypracoval samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací s vedoucím práce Ing. Františkem Tatíčkem, Ph.D.. K vypracování jsem použil materiály, které uvádím v seznamu použité literatury.

V Praze dne 24. 5. 2018

.....  
Petr Dvořák

**Poděkování:**

Tímto bych rád poděkoval Ing. Františku Tatíčkoví Ph.D. za trpělivost, ochotu a přínosné rady vedoucí k vypracování této bakalářské práce. Dále bych rád vzdal velké díky svým rodičům za celoživotní podporu.

# Anotace

<b>Vysoká škola:</b>	ČVUT v Praze, Fakulta strojní
<b>Ústav:</b>	Ústav strojírenské technologie
<b>Název bakalářské práce:</b>	Způsoby stanovení modulu pružnosti v tahu
<b>Akademický rok:</b>	2017/2018
<b>Autor:</b>	Petr Dvořák
<b>Vedoucí práce:</b>	Ing. František Tatíček, Ph.D.

## Abstrakt:

Bakalářská práce pojednává o problematice způsobů a metod stanovení Youngova modulu pružnosti v tahu. Nejen ve strojírenství je potřeba znát deformační vlastnosti materiálů, a proto je důležité znát vhodné metody k jejich zjištění. V práci jsou přehledně popsány jednotlivé způsoby měření od nejběžněji používaných po úzce specializované. Metody jsou rozděleny do dvou kapitol podle toho, zda zjišťují statický nebo dynamický modul pružnosti. Rešeršní část poskytuje náhled do moderních technologií, které se zabývají studiem deformačních vlastností látek. V experimentální části práce je dvěma způsoby stanovena hodnota modulu pružnosti v tahu vzorků oceli odebraných z mostní konstrukce.

**Klíčová slova:** Youngův modul pružnosti v tahu, elastická deformace, zkouška tahem, ohyb nosníku, dynamický modul pružnosti

## Rozsah práce a příloh

<b>Počet stran:</b>	45
<b>Počet obrázků:</b>	19
<b>Počet tabulek:</b>	4

# Annotation

<b>University:</b>	CTU in Prague, Faculty of Mechanical Engineering
<b>Department:</b>	Department of Manufacturing Technology
<b>Title of work:</b>	Methods of determination of the Young's modulus
<b>Academic year:</b>	2017/2018
<b>Author:</b>	Petr Dvořák
<b>Supervisor:</b>	Ing. František Tatíček, Ph.D.

## Abstract:

This work is focused on methods of determination of the Young's modulus. It is necessary to know the deformation attributes of materials used in production industry. Therefore, the knowledge of measuring methods these properties is required. There are clearly described simple ways, how to determinate the Young's modulus. Methods are divided into two groups depending on which type of modulus is measured, static or dynamic. The research part gives some interesting information about modern technologies in measuring of mechanical properties. The value of Young's modulus of two steel samples is determined in experimental part.

**Key words:** Young's modulus of elasticity, elastic deformation, tensile test, bending of beam, dynamic modulus of elasticity

## Volume of work

<b>Number of pages:</b>	45
<b>Number of pictures:</b>	19
<b>Number of tables:</b>	4

# Obsah

1	Úvod.....	9
2	Rešeršní část .....	11
3	Modul pružnosti v tahu – $E$ .....	13
3.1	Definování poměrného prodloužení $\varepsilon$ [-].....	13
3.2	Definování Youngova modulu pružnosti v tahu .....	14
4	Způsoby stanovení statického modulu pružnosti.....	16
4.1	Zkouška tahem .....	16
4.1.1	Zkušební tělesa a princip zkoušky .....	16
4.1.2	Provedení a princip zkoušky tahem .....	16
4.1.3	Pracovní diagram.....	16
4.1.4	Smluvní vlastnosti získané ze zkoušky tahem .....	17
4.1.5	Vyhodnocení modulu pružnost v tahu ze zkoušky tahem .....	19
4.2	Zkouška ohybem nosníku .....	19
4.3.1	Ohyb nosníku.....	19
4.3.2	Princip zkoušky ohybem.....	20
4.3.3	Vyhodnocení modulu pružnosti ze zkoušky ohybem.....	21
4.3	Nanoindentace .....	22
4.3.1	Princip metody .....	22
4.3.2	Typy indentorů .....	23
4.3.3	Zjištění modulu pružnosti v tahu.....	24
4.4	Měření modulu pružnosti ve smyku.....	25
5	Způsoby stanovení dynamického modulu pružnosti.....	27
5.1	Stanovení modulu z příčných kmitů tyče .....	27
5.2	Stanovení dynamického modulu pružnosti.....	28
5.3	Ultrazvuková impulzová metoda.....	28
5.4	Rezonanční metoda.....	30
6	Experimentální část .....	34
6.1	Popis zkoumaných vzorků .....	34

6.2	Měření ohybem vetknutého nosníku .....	35
6.3	Měření na trhacím zařízení třibodým ohybem.....	37
7	Závěr .....	40



# 1 Úvod

Na počátku Bůh stvořil nebe a zemi [1]. První verš z nejčtenější knihy v historii lidstva pojednává o třech hlavních oblastech, které člověka obklopují. První dimenzí je čas, což vyjadřuje slovo počátek. Druhou částí je prostor, zde zmíněné nebe. Jako třetí oblast existence byla stvořena země – hmota. Hmota je to, na co si v reálném čase a prostoru můžeme sáhnout.

Působením vnější síly na hmotné objekty dochází k deformaci. Jak je materiál odolný při zatížení proti deformaci vyjadřuje modul pružnosti v tahu. Asi neexistuje výrobek, jenž by nikdy nebyl namáhán působením vnější síly. Je potřeba sledovat vzájemný vztah mezi velikostí zatěžující síly a deformací tělesa.

Oblast chování materiálu pod zatížením je možné rozdělit na dvě oblasti: elastickou a plastickou. Elastická oblast je důležitá například pro konstruktéry, kdy po odeznění zatížení se materiál vrátí do výchozího tvaru. Oblast plastické deformace je důležitá například pro procesy tváření, kdy je změna tvaru materiálu podstatná. Oblast plastické deformace však musíme vnímat tak, že elastická deformace je vždy přítomna spolu s plastickou deformací a po odeznění sil po tvářecím procesu nám tato elastická deformace může způsobovat dodatečné (nežádoucí) deformace, které nazýváme například odpružením.

Už roku 1676 anglický vědec Robert Hooke odvodil vztah, z něhož plyne, že napětí v tělese je přímo úměrné jeho relativnímu prodloužení. Tento vztah, dnes známý jako Hookeův zákon, platí v oblasti mezi nulovým napětím a mezí úměrnosti, kde veškeré deformace jsou elastické. Dokonce již v 15. století byla poprvé použita zkouška tahem ke zkoumání pevnostních vlastností konopných lan. Provedl ji italský genius Leonardo da Vinci a zkouška tahem zůstala dodnes jednou z nejpoužívanějších mechanických zkoušek sloužící ke zjištění mnoha vlastností materiálu včetně modulu pružnosti v tahu. [2]

Vedle Youngova modulu pružnosti v tahu existuje také modul pružnosti ve smyku (torzi)  $G$ . Za předpokladu, že zkoumaná látka je izotropní, homogenní a deformace je vůči vnější deformující síle lineární, pak jsou pružné vlastnosti látky těmito dvěma veličinami plně popsány. Tyto materiálové konstanty mají velký význam kromě strojírenství také při konstrukci nosníků (např. pilíře mostů, konstrukce domů) a dalších věcí každodenního použití, např. při výrobě lana u výtahu. V těchto případech lze linearizovat závislost pružných deformací na působící deformační síle.

Namáhané součástky se odlišují použitou materiálovou jakostí, tvarem i způsobem namáhání. Pro různá tělesa a materiály jsou vhodné odlišné způsoby, jak modul pružnosti v tahu stanovit.

Znalost hodnoty modulu pružnosti v tahu je nutná pro stanovení mechanických vlastností materiálu. Jde například o vyhodnocení meze kluzu nebo tažnosti.

Cílem mé bakalářské práce je vytvořit přehled těchto způsobů měření. Jednotlivé metody se velmi liší ve své přesnosti, náročnosti provedení a využitelnosti pro daný případ měření. Rešeršní část vždy nastíní obsah daného odborného online článku a závisí už na čtenářově rozhodnutí, zdali chce daný odborný text přečíst celý. V experimentální části se zabývám vybraným způsobem určení modulu pružnosti v tahu u dvou vybraných ocelových vzorků mostní konstrukce.

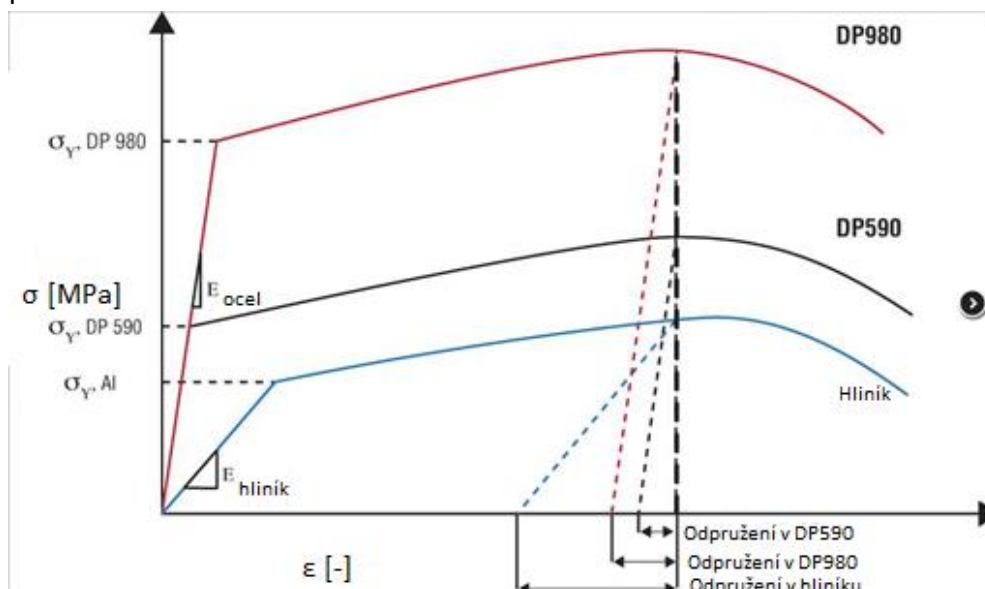
## 2 Rešeršní část

Odlíšnými metodami měření modulu pružnosti v tahu se zabývá řada odborných článků a prací.

Na FJFI ČVUT je dokonce měření modulu pružnosti v tahu a smyku součástí fyzikálního praktika. Provádí se tam měření zkouškou v tahu a pomocí ohybu nosníku. Ke zkoušce tahem využívají protažení ocelového drátu, na jehož konec postupně zavěšují závaží. Protažení drátu  $\Delta l$  měří na indikátorových hodinkách. Na ohyb namáhají ocelový hranol o daných rozměrech a doprostřed na něj větší závaží. Průhyb měří mikroskopem s okulárním mikrometrem.

Modul pružnosti ve smyku  $G$  zjišťují pomocí zkroucení ocelového drátu. Používají pro to statickou i dynamickou metodu. [18]

Mezi základní statické metody patří nepochybně zkouška tahem. Některé materiály, jako například AHSS (vysokopevnostní oceli) nebo slitiny hliníku, při tahové nevykazují v elastické oblasti deformace lineární závislost prodloužení a deformační síly. Modul pružnosti v tahu má také přímý vliv na velikost zpětného vypružení tělesa po jeho ohnutí. Proto různé materiály i po překročení meze kluzu mají odlišnou tendenci se částečně vracet do původního tvaru. Této problematice se věnuje článek [3]. Přesnost určení modulu pružnosti z tahové zkoušky je popsána v dalších kapitolách bakalářské práce.



Obrázek 1: Vliv velikosti modul pružnosti v tahu na hodnotu zpětného odpružení tří různých materiálů při deformaci [3]

V článku [4] se lze dočíst o méně obvyklých metodách zjištění modulu pružnosti v tahu i ve smyku. Pro shodný vzorek se porovnávají metody přímé i nepřímé. Kromě běžné zkoušky tahem článek popisuje také měření napětí v materiálu pomocí tenzometrů a následné zjišťování modulu pružnosti ze získaných dat.

Metody měření modulu pružnosti v tahu se dají rozdělit na statické a dynamické. Hodnoty statických modulů vycházejí vždy nižší než u modulů dynamických. Při znalosti vzájemného poměru mezi hodnotami dynamických a statických modulů pružnosti by se v daleko větší míře mohlo využívat nedestruktivních dynamických metod. Například článek *Dynamické a statické moduly pružnosti betonu* [5] se zabývá metodikou zjišťování vzájemných poměrů mezi statickými a dynamickými moduly pružnosti u betonů. V článku jsou popsány podmínky mající vliv na velikost modulů, jako například přesné složení materiálu či doba zrání. Lze se zde také dočíst o porovnání dvou nejpoužívanějších dynamických metod měření, což jsou metoda rezonanční a ultrazvuková.

Na principu vtlačení hrotu do zkoušeného materiálu pracují metody nazývané indentace. Z této mechanické zkoušky lze také stanovit modul pružnosti v tahu. Konkrétně metodou nanoindentace se zabývá článek [6]. V řádu nanometrů se vtlačuje hrot (indentor) do zkoušeného tělesa. Existuje několik druhů indentorů lišících se zpravidla svou geometrií. V článku je kromě stanovení modulu pružnosti pomocí této metody popsáno měření tvrdosti nanoindentací.

Metoda nanoindentace se používá také pro měření modulu pružnosti velmi tenkých přírodních materiálů. Zkoušené vzorky se velikostně pohybují v řádech mikrometrů. Konkrétně zjišťováním modulu pružnosti u biologických materiálů, jako například kůstky ve středním uchu u hlodavců se zabývá článek [7].

Tuhost materiálu souvisí s vazbami mezi atomy. Tuhost popisuje, jak moc může být materiál stlačen, aby se po uvolnění zatěžující síly vrátil do původního tvaru. Metoda nanoindentace je velmi vhodná pro zjišťování anizotropie materiálu. Některé materiály totiž vykazují v různých směrech namáhání různé mechanické vlastnosti (tuhost, tvrdost). Nedávno byl dokonce vytvořen materiál složený z vrstev (transition - metal diborid), který má ve směru kolmém na vrstvy tvrdost podobnou diamantu (dokáže jej poškrábat), ale v druhém směru má tvrdost přibližně poloviční. Zásadní pro tento materiál jsou vazby bor-bor. Více o tomto materiálu je v odborném textu: [8]

Ve stavařském průmyslu je modul pružnosti v tahu zcela zásadní materiálová vlastnost. Některé materiály jsou namáhané vysokými teplotními rozdíly, což ovlivňuje i hodnotu modulu pružnosti a zároveň životnost a funkci materiálu. Vlivem vysokých teplot a následným zjišťováním modulu pružnosti pomocí rezonanční a ultrazvukové impulzové metody se zabývá článek: [9]

### 3 Modul pružnosti v tahu – $E$

Modul pružnosti obecně znázorňuje vnitřní odpor materiálu proti pružné deformaci. Čím je modul pružnosti větší, tím je větší napětí, které je potřebné k vytvoření stanovené deformace. Pro ilustraci jsou v tabulce 1 uvedeny hodnoty modulu pružnosti v tahu pro materiály, které jsou ve strojírenství využívány. [11]

Tabulka 1: Moduly pružnosti v tahu vybraných materiálů [12]

Materiál	$E$ [ $10^5$ MPa]
Tažená ocel	1,90 až 2,15
Ocel na odlitky	1,95 až 2,00
Žíhaná ocel	1,70 až 1,80
Šedá litina	0,80 až 1,25
Kalená ocel	1,80 až 1,86
Ocel do 5 % Ni	2,00 až 2,05
Ocel do 25 % Ni	1,80 až 1,86
Bronz	0,85 až 1,20
Mosaz	0,90 až 1,00
Hliník	0,60 až 0,75
Dřevo	0,09 až 0,20

Oceli jsou zajímavé z pohledu modulu pružnosti tím, že jejich modul pružnosti v tahu dosahuje v porovnání s ostatními materiály relativně vysokých hodnot, a to v průměru kolem 205 GPa. Hodnota modulu pružnosti je poměrně stálá u všech druhů ocelí, od nízkouhlíkových až po vysokouhlíkové a legované a pohybuje se v rozmezí  $\pm 15$  GPa od střední hodnoty 205 GPa.

V rámci uvedené tolerance hodnoty modulu pružnosti  $E$  u uhlíkových ocelí mírně klesají s rostoucím obsahem uhlíku. Hlavním důvodem je nižší hodnota modulu cementitu než feritu. Pokles je poměrně rovnoměrný a odpovídá asi 5 GPa na 1 % uhlíku. Ostatní příměsi v oceli mají vliv podřadný. Přísadami, jako jsou mangan, chrom či molybden se modul zvětšuje, naproti tomu křemík, hliník a nikl ho zmenšují.

Větší význam však mají přísady, které i svým obsahem v oceli dosahují vyšších hodnot. Např. u oceli s 20 % niklu klesne modul pružnosti v tahu přibližně na 178 GPa. Minima dosahuje při obsahu 40 %, kdy klesá až na 135 GPa. Při vyšším obsahu niklu se zase zvyšuje. U ocelí s 13 % Cr se hodnoty  $E$  zvyšují na cca 220 GPa. Hodnoty modulu pružnosti  $E$  všech austenitických chromniklových ocelí jsou konstantní a pohybují se kolem 200 GPa. [13]

#### 3.1 Definování poměrného prodloužení $\varepsilon$ [-]

Každé těleso, které je vystavené vnějšímu zatížení, se začne deformovat. Jeho tvar a charakter deformace závisí na charakteru působící síly a tedy na napětí v průřezu. Při

působení tahové síly vznikají tahová napětí, která mají za následek zvětšení rozměru tělesa ve směru působící síly. Naopak při působení tlakové síly dochází k tlakovým napětím a ke zmenšování tělesa ve směru působící síly.

Pokud se těleso po eliminaci působící síly vrátí do své původní podoby, jedná se o deformaci elastickou (pružnou). Schopnost materiálu po odlehčení nabýt původní tvar se nazývá pružnost. Pokud těleso po odlehčení zůstane v deformované podobě a nevrátí se mu jeho rozměry, jedná se o deformaci plastickou (trvalou). V případě trvalé deformace je vždy její součástí i deformace elastická.

Velikost deformace se vyjadřuje formou poměrného přetvoření. Poměrné přetvoření představuje poměr změny rozměru k původnímu rozměru. Podle charakteru zatížení to je buď poměrné zkrácení, nebo poměrné prodloužení, ale například také poměrné posunutí. Vypočítá se ze vzorce: [14]

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (1)$$

- $\varepsilon[-]$  – poměrné přetvoření
- $\Delta l$  [mm] – změna délky
- $l$  [mm] – původní délka

Velikost deformace je úměrná zatížení a napětí v průřezu materiálu. Čím bude napětí větší, tím bude větší i deformace. Závislost mezi napětím a deformací se pak znázorňuje v pracovních diagramech  $\sigma$ - $\varepsilon$ . Například na obrázku 1 je znázorněn pracovní diagram pro ocel a hliník včetně vyznačeného odpružení.

### 3.2 Definování Youngova modulu pružnosti v tahu

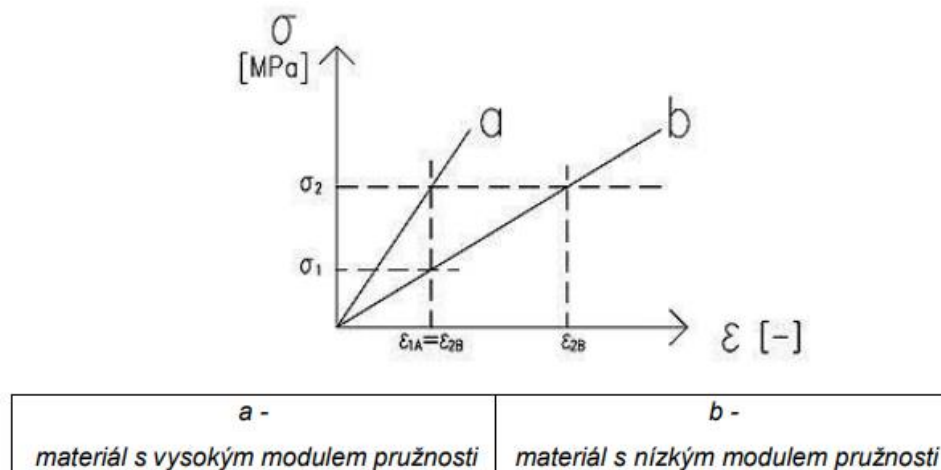
Modul pružnosti v tahu  $E$  je podíl změny napětí  $\Delta R$  a změny prodloužení v procentech měřeného průtahoměrem  $\Delta e$  v oblasti hodnocení násobený 100 %. [16]

$$E = \frac{\Delta R}{\Delta e} * 100 \% \quad (2)$$

Slovně lze Hookeův zákon snadno definovat, že deformace je přímo úměrná napětí v materiálu. Modul pružnosti je větší u materiálů, u nichž je třeba pro stejnou deformaci zapotřebí většího napětí, tedy u materiálů se strmějším průběhem  $\sigma$ - $\varepsilon$ . Se zvětšujícím se modulem pružnosti bude materiál vykazovat menší deformace. Na obrázku 1 jsou znázorněny dva materiály s rozdílnými moduly pružnosti. Materiál  $b$  má při stejném napětí mnohem větší deformace a tím pádem menší modul pružnosti než materiál  $a$ .

Dle způsobu měření existují dva typy modulu pružnosti v tahu. Prvním je statický modul pružnosti v tahu a například ve stavitelství se zase používá dynamický modul pružnosti. Zavedený a běžně používaný je statický modul pružnosti, ale například u betonu

zabudovaného v konstrukci se tento modul měří velmi složitě, a proto se stanovuje modul dynamický, který je následně přes zmenšovacího součinitele přepočítáván na statický. [5]



Obrázek 2 : Porovnání materiálu s vysokou a nízkou hodnotou modulu pružnosti v tahu [11]

# 4 Způsoby stanovení statického modulu pružnosti

## 4.1 Zkouška tahem

Jak už bylo zmíněno v úvodu, jedná se o jednu z nejstarších laboratorních zkoušek, jelikož první zmínky se datují už v 15. století. Zkouška tahem je jednou z nejdůležitějších a zároveň nejpoužívanějších mechanických zkoušek z důvodu její jednoduchosti a získání přímých výsledků mechanických vlastností.

### 4.1.1 Zkušební tělesa a princip zkoušky

Zkušební těleso je dáno tvarem a rozměry výrobku, ze kterého je odebíráno. Jeho tvar je předepsán normativním předpisem, norma připouští poměrně široké spektrum tvarů zkušebních vzorků. Průřez bývá obvykle kruhový, ale také čtvercový, obdélníkový nebo šestihranný. Z hlediska délky měřené části rozlišujeme vzorky poměrové či nepoměrové. Nejčastěji se pro zkoušku tahem používají poměrové zkušební tyče, pro něž je počáteční měřená délka  $L_0$  [mm] dána vztahem: [16]

$$L_0 = k\sqrt{S_0} \quad (3)$$

kde  $k$  je součinitel proporcionality a  $S_0$  [mm<sup>2</sup>] je počáteční plocha příčného průřezu. Mezinárodně jsou přijaté dvě hodnoty součinitele proporcionality  $k$ . Pro krátkou zkušební tyč je  $k = 5,65$ , pokud je nesplněna podmínka, že  $L_0 \geq 15$  mm, lze použít hodnotu  $k = 11,3$  (dlouhá tyč).

Vlastní zkouška spočívá v deformování výše popsaného zkušební tělesa tahovým zařízením předepsanými parametry, obvykle až do lomu. [16]

### 4.1.2 Provedení a princip zkoušky tahem

Zkoučku tahem se realizuje za teploty okolí (mezi teplotami 10 a 35 °C), či za nízké či zvýšené teploty na univerzálních zkušebních strojích, které nám umožňují různé způsoby zatěžování. [16] V současnosti jsou moderní zkušební stroje ovládány počítači a deformace se měří kontaktně nebo bezkontaktně extenzometrem (průtahoměrem). Kontaktní extenzometry se upínají přímo na tyč a ukazují okamžitou deformaci, která vzniká při zatěžování vzorku, bezkontaktní využívají obvykle principy optického pozorování (laserový, videoextenzometr apod). [17]

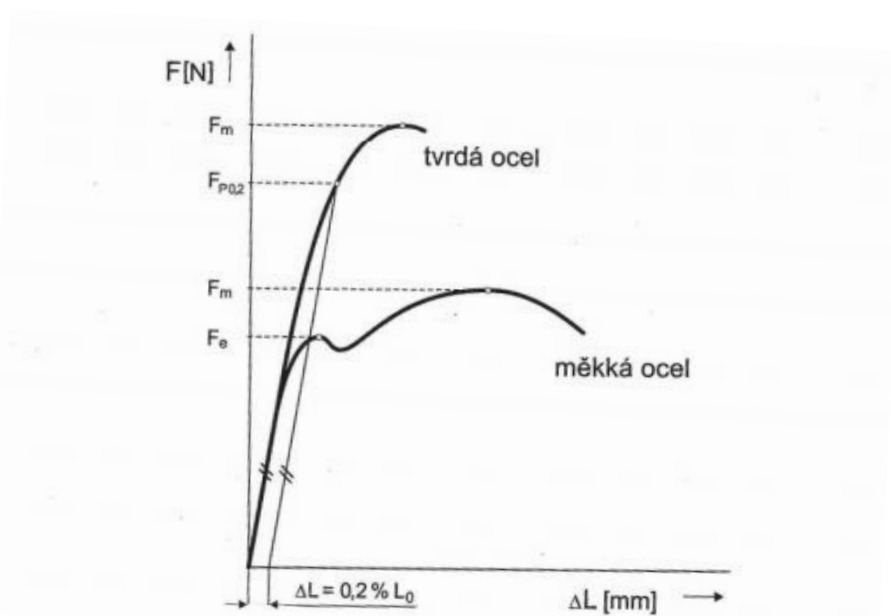
### 4.1.3 Pracovní diagram

Během zkoušky samotné se zaznamenává pracovní diagram  $F=f(\Delta L)$ , kde  $F$  je zatěžující síla a  $\Delta L$  absolutní prodloužení zkušební tyče. Napětí, vyvolané vnějšími silami vede



k deformaci tělesa. Nás pro určení modulu pružnosti v tahu  $E$  zajímá především první část diagramu. Zde vykazuje diagram lineární závislost a jsme v oblasti elastické (pružné) deformace. Jakmile přestane platit lineární závislost, materiál se začíná deformovat plasticky (trvale). [17]

Pracovní tahové diagramy pro měkkou a tvrdou ocel jsou na obrázku 3. Za měkké oceli se považují například nízkouhlíkové oceli ve stavu po normalizačním žíhání, naopak jako tvrdé oceli lze označit mimo jiné legované oceli v zušlechťeném stavu. V grafu jsou vyznačené síly, které jsou významné pro výpočty pevnostních charakteristik. Jako  $F_m$  je značena maximální dosažená síla při zkoušce. V grafu pro měkkou ocel lze zpozorovat tzv. výraznou mez kluzu, přičemž síla na mezi kluzu se značí  $F_e$ . U tvrdé oceli tento jev nenastává, takže je potřeba vyhodnotit tzv. smluvní mez kluzu. Na obrázku je znázorněn způsob odečtení síly, která odpovídá předem stanovené velikosti deformace  $0,2\% \cdot L_0$  ( $F_{p0,2}$ ). [15]



Obrázek 3 : Pracovní tahový diagram pro měkkou a tvrdou ocel [15]

#### 4.1.4 Smluvní vlastnosti získané ze zkoušky tahem

**Mez kluzu –  $R_e$  [MPa]** = hodnota napětí, při níž prvně dochází k prvním znatelným plastickým deformacím. Dochází k nárůstu plastické deformace, aniž by lineárně vzrůstalo napětí ve zkušebním vzorku. Lze se setkat s rozdělením mezí kluzu na horní  $R_{eH}$  a dolní  $R_{eL}$ . Když materiál výraznou mez kluzu nevykazuje, určí se smluvní mez kluzu. Při určování modulu pružnosti v tahu je zásadní část diagramu před nástupem plastické deformace, neboli do meze kluzu.

$$R_e = \frac{F_e}{S_0} \quad (4)$$

- $F_e$  [N] = síla na mezi kluzu
- $S_0$  [mm<sup>2</sup>] = počáteční plocha příčného průřezu zkušební tyče

**Smluvní mez kluzu -  $R_{p0,2}$  [MPa]** = velikost napětí, kdy je dosažena smluvní hodnota prodloužení. Ve většině případů to bývá 0,2 % plastické deformace, proto označení  $R_{p0,2}$ .

$$R_{p0,2} = \frac{F_{p0,2}}{S_0} \quad (5)$$

- $F_{p0,2}$  [N] = síla na (smluvní) mezi kluzu

**Mez pevnosti v tahu -  $R_m$  [MPa]** = největší zatížení před tím, než dojde k přetržení zkušební tyče.

$$R_m = \frac{F_m}{S_0} \quad (6)$$

- $F_m$  [N] = maximální síla před přetržením zkušební tyče

**Tažnost –  $A$  [%]** = v procentech vyjádřené trvalé prodloužení měřené délky zkušební vzorku po přetržení.

$$A = \frac{(L_u - L_0)}{L_0} * 100 \quad (7)$$

- $L_u$  [mm] = konečná měřená délka zkušební tyče po přetržení
- $L_0$  [mm] = délka vzorku na počátku

**Kontrakce –  $Z$  [%]** = největší zjištěná změna plochy příčného průřezu [mm<sup>2</sup>], která se naměří po přetržení. Vyjadřuje se v procentech počáteční plochy příčného průřezu.

$$Z = \frac{(S_0 - S_u)}{S_0} * 100 \quad (8)$$

- $S_0$  [mm<sup>2</sup>] = počáteční plocha příčného průřezu zkušební tyče
- $S_u$  [mm<sup>2</sup>] = nejmenší plocha příčného průřezu po přetržení zkušební vzorku

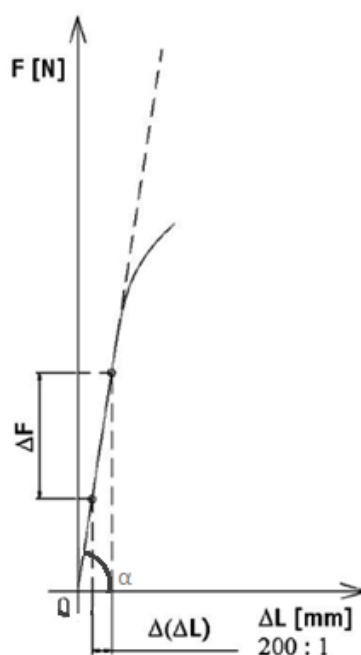
U nelegovaných jakostních ocelí lze vyčíst hodnoty meze kluzu z jejich číselného značení. Takže například ocel S235J0 má minimální mez kluzu 235 MPa. Zpravidla se výsledky po zkoušce tahem zaokrouhlují. Hodnoty pevností obvykle na nejbližší celá čísla, tažnost na nejbližší 0,5 a kontrakce opět na nejbližší celé číslo. [16]

#### 4.1.5 Vyhodnocení modulu pružnosti v tahu ze zkoušky tahem

Modul pružnosti v tahu geometricky odpovídá směrnici přímkové části diagramu. Zde, jak už bylo řečeno, platí Hookeův zákon pro elastickou (pružnou) deformaci, takže poměrné prodloužení  $\varepsilon$  roste přímo úměrně se vzrůstajícím napětím. [18]

Na pracovním diagramu se určí v elastické lineární oblasti 2 body (obr. 4). Určí se tangens vzniklé úsečky, a tím se získá modul pružnosti v tahu. Vypočítá se pomocí následujícího vztahu: [18]

$$E = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon} = \frac{\frac{\Delta F}{S_0}}{\frac{\Delta(\Delta L)}{L_0}} \quad (9)$$



Obrázek 4 : Lineární část pracovního diagramu (oblast elastické deformace) [15]

## 4.2 Zkouška ohybem nosníku

Předchozí metoda měření modulu pružnosti v tahu spočívala v deformaci zkušebního tělesa tahem. U této metody se bude těleso deformovat ohybem. Deformující síla působí kolmo na podélnou osu zkušebního vzorku. Horní vrstvy tělesa jsou namáhány na tlak, zatímco dolní vrstvy se deformují tahem. Střední vrstva (tzv. neutrální vrstva) by měla zachovat svou délku. [18]

### 4.2.1 Ohyb nosníku

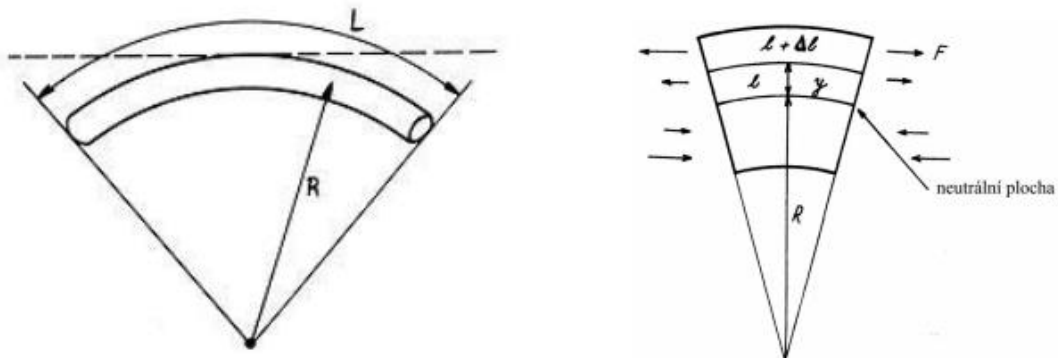
Typickým příkladem deformace ohybem je ohyb nosníku. Na obrázku 5 vlevo je znázorněn nosník o délce  $L$ , který se ohnul kvůli působení vnější síly.  $R$  značí poloměr křivosti takového nosníku. Vpravo na obrázku 5 je krátký úsek nosníku délky  $l$  s vyznačenou neutrální plochou. Stlačení materiálu roste přímo úměrně se vzdáleností

od neutrální plochy. Stejně tak je přímo úměrné protažení materiálu nad neutrální plochou a vzdálenost od neutrální plochy. Dle obrázku 5 tedy lze tvrdit, že prodloužení  $\Delta l$  roste přímo úměrně se zvětšující se vzdáleností od neutrální plochy  $y$ .

Pro výpočet velikosti průhybu  $z$  [mm] způsobeného vnější silou  $F$  [N] se opět vychází z Hookeova zákona (2). Ocelový ohýbaný nosník má tvar hranolu. Výsledný vztah pro výpočet průhybu:

$$z = \frac{F * L^3}{4 * E * a^3 * b} \quad (10)$$

- $z$  [mm] = průhyb ocelového nosníku
- $F$  [N] = vnější deformační síla
- $L$  [mm] = délka nosníku
- $E$  [MPa] = Youngův modul pružnosti v tahu
- $a$  [mm] = výška nosníku
- $b$  [mm] = šířka nosníku



Obrázek 5 : Nalevo ohnutý nosník délky  $L$  s poloměrem křivosti  $R$ . Napravo úsek nosníku délky  $l$ , na který působí vnější síla  $F$  [18]

#### 4.2.2 Princip zkoušky ohybem

Ke zkoušce v ohybu se použije ocelový hranol (nosník) výšky  $a$  a šířky  $b$ , který se podepře dvěma vodorovnými břity od sebe vzdálenými o délku  $L$ . Po umístění příslušného závaží o hmotnosti  $m$  na střed nosníku lze analyzovat průhyb ocelového nosníku. Je možné také použít vetknutý nosník a měřit průhyb na jeho volném konci. [19]

Nejdříve se naměří geometrické charakteristiky nosníku. Na přesnost výsledku mají vliv hlavně vzdálenost mezi břity  $L$  a výška ocelového nosníku, protože jsou ve vzorci (10) umocněné na třetí. Následně se na háček uprostřed nosníku umístí závaží o hmotnosti  $m_1$ . Závaží působí na nosník tíhovou silou  $F_1$ . [18] [19]

$$F_1 = m_1 * g \quad (11)$$

Síla  $F_1$  způsobí prohnutí vzorku o vzdálenost  $z_1$ . Nadále se přidávají závaží a vždy se zaznamená celková momentální hmotnost zavěšených závaží  $m_i$  a celkový průhyb nosníku  $z_i$ . Pro ověření hystereze se po přidání posledního závaží všechny zátěže postupně odebírají a opět se zaznamenávají hodnoty průhybu pro jednotlivé hmotnosti. [18]

### 4.2.3 Vyhodnocení modulu pružnosti ze zkoušky ohybem

Pro výpočet Youngova modulu pružnosti v tahu  $E$  je potřeba zjistit směrnicí  $A$  lineární závislosti průhybu  $z$  na působící síle  $F$ :

$$F = A * z \quad (12)$$

Nejprve se přepočítají dvojice naměřených dat  $(m_i, z_i)$  dle vzorce (11) na dvojice tíhové síly působící na nosník a průhybu  $(F_i, z_i)$

$$(m_i, z_i) \rightarrow (F_i, z_i) \quad (13)$$

Pro získání směrnice  $A$  se může použít např. program MS Excel. Sestrojí se graf, kde se na osu  $y$  vynese hodnota tíhové síly  $F$  a na osu  $x$  velikost průhybu  $z$ . Jednotlivé body grafu by měly sledovat přímku. Použitím funkce Linest, která prokládá zvolené dvojice dat lineární funkcí ve tvaru:

$$f(x) = A * x + B \quad (14)$$

se získá hodnota směrnice přímky  $A$ . Ta se ještě přímo nerovná hodnotě modulu pružnosti v tahu  $E$ . Z rovnice (10) vznikne po vyjádření působící síly následující vztah:

$$F = \frac{4 * E * a^3 * b}{L^3} * z \quad (15)$$

Ze vzorců (10) a (12) je tedy zřejmé, že směrnicí  $A$  lze vyjádřit takto:

$$A = \frac{4 * E * a^3 * b}{L^3} \quad (16)$$

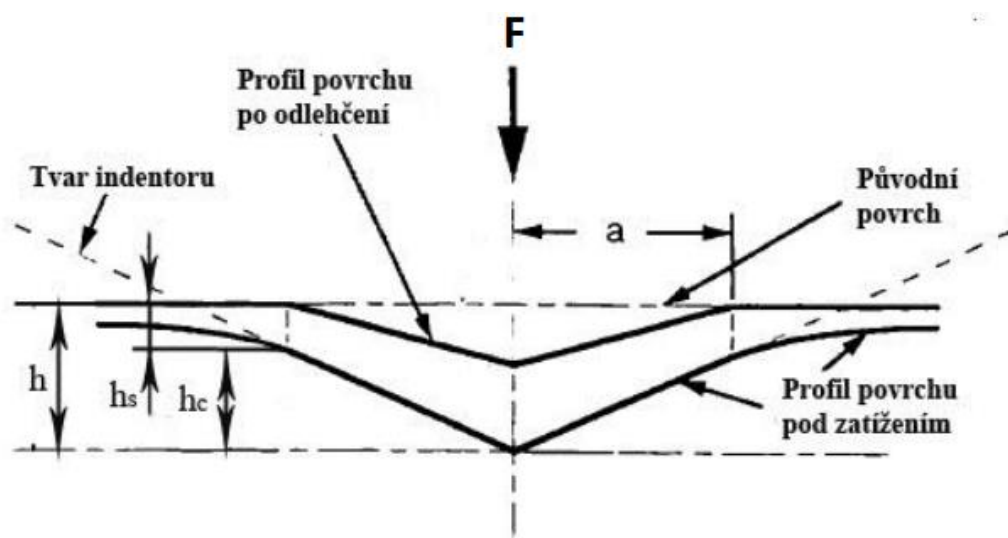
Jednoduchou úpravou tohoto vzorce dostaneme vztah pro Youngův modul pružnosti v tahu:

$$E = \frac{A * L^3}{4 * a^3 * b} \quad (17)$$

## 4.3 Nanoindentace

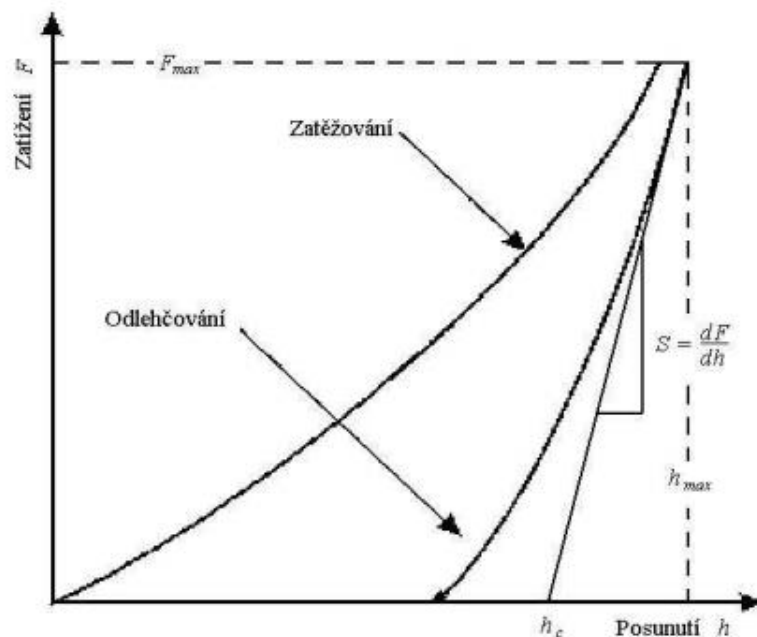
### 4.3.1 Princip metody

Nanoindentace je experimentální metoda používaná pro vyhodnocení mechanických vlastností velmi malých objektů nebo tenkých vrstev a povlaků. Spočívá v zatlačení velmi malého hrotu (nanoindentoru) definované geometrie do materiálu a vytvoření otisku (obr. 5). Hrot je zatížen přesně danou silou  $F$ , která se zpravidla může pohybovat v řádech  $\mu\text{N}$ . Dochází k posunutí indentoru do hloubky  $h$ . Kromě zjištění modulu pružnosti v tahu se ze zkoušky dají získat údaje jako například tvrdost, mez kluzu nebo viskózní parametry. [12, 15]



Obrázek 6 : Schematické znázornění nanoindentace:  $h$  [mm] – indentační hloubka,  $h_c$  [mm] – kontaktní hloubka,  $h_s$  [mm] – posunutí obvodu kontaktu oproti původnímu povrchu,  $a$  [mm] – kontaktní poloměr,  $F$  [N] – zatěžující síla [21]

Celý proces analyzován a vyhodnocován. První cyklus spočívá v zatěžování indentoru a vnikání do zkoušeného materiálu. Ve druhé fázi se hrot řízeně odlehčuje až na nulové zatížení. Materiál reaguje částečně elasticky, takže se materiál nejprve začíná vracet do původního stavu. Grafické znázornění ukazující závislost naměřených hodnot polohy špičky nanoindentoru na zatěžující síle se označuje jako indentační křivka. Její charakteristický tvar je na obrázku 7. Z indentační křivky se poté zjistí modul pružnosti v tahu a další charakteristické vlastnosti. [14]



Obrázek 7 : Příklad nanoindentační křivky. Závislost zátěž – posunutí hrotu [23]

#### 4.3.2 Typy indentorů

Existuje mnoho druhů vnikajících těles (indentorů) podle materiálu vzorku či požadovaných měřených vlastností. Liší se především v geometrii. Nanoindentační zkoušky se zpravidla provádí sférickým nebo pyramidálním typem indentoru. Obvykle používané tvary indentorů jsou na obrázku 8.

V praxi nelze při použití pyramidálních indentorů dosáhnout ideální pyramidy. Špička se aproximuje koulí, která má poloměr přibližně 50-100 nm u nového indentoru. U opotřebovaného indentoru vzrůstá velikost poloměru až na 200 nm. Mezi pyramidální indentory patří například Vickersův indentor. Je to čtyřboká pyramida a využívá se spíše pro metodu mikroindentace. Princip této metody je stejný, jen se pohybuje ve větším měřítku než nanoindentace. [27]

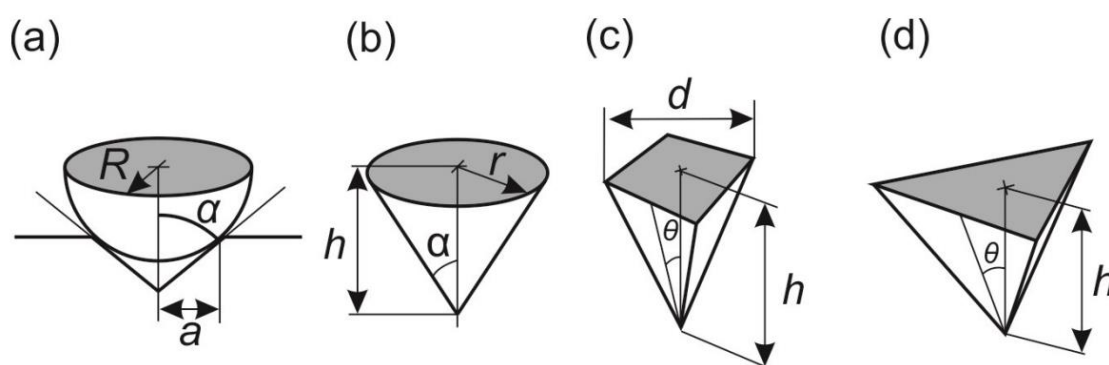
Při nanoindentaci se pracuje často s Berkovichovo indentorem, který má tvar tříboké pyramidy. Vrcholový úhel theta mezi stěnou pyramidy a její výškou je  $65,27^\circ$ . Tento úhel poskytuje stejný poměr promítnuté plochy ku hloubce jako Vickersův indentor. Původně se používal úhel  $65,03^\circ$ , který vytvářel shodný poměr mezi aktuální plochou povrchu k hloubce vtisku jako u Vickerse. [27]

Knoopův čtyřstěnný pyramidální indentor se vyznačuje dvěma odlišnými úhly ploch. Měřením rozdílných délek úhlopříček vtisku je užitečné ke zjištění anizotropie zkoumaného vzorku. Původně Knoopův indentor nacházel uplatnění ve zkouškách velmi tvrdých materiálů, protože byla delší uhlopříčka snadno měřitelná při malé hloubce vtisku. [27]

Kuželové indentory jsou výhodné díky osové symetrii. Analýza nanoindentačních testovaných dat pořízených pyramidálním indentorem se provádí pomocí osově symetrického kuželového indentoru. Průmět kontaktní plochy pyramidálního a kuželového indentoru získáme z rovnice: [27]

$$A = \pi * h_p^2 * \tan^2 \alpha \quad (18)$$

Kde  $h_p$  je hloubka vtisku měřená od hrany kontaktní plochy a  $\alpha$  vrcholový úhel indentoru. Pro Vickersův a Berkovichův indentor vychází plocha indentoru  $A = 24,5 h_p^2$ . Tomu odpovídá vrcholový úhel pro ekvivalentní kuželový indentor roven  $70,3^\circ$ . [26]



Obrázek 8 : Indentory s vyznačeným tvarem průmětu kontaktní plochy. a) sférický, b) kuželový, c) Vickersův, d) Berkovichův. [11]

Pro měření měkkých materiálů se používají především sférické indentory. Zajišťují hladký přechod z elastického na elasticko-plastický kontakt. Pro snadnější výrobu je vytvořen sféricko-kuželový indentor. Do povrchu vzorku vniká pouze samotná sférická špička. Obvykle se dělají diamantové sférické indentory. [20]

#### 4.3.3 Zjištění modulu pružnosti v tahu

Sběr dat z měření a následný výpočet modulu pružnosti v tahu je řízen počítačem. Software vychází z dat získaných při odlehčování a zatěžování, takže je schopný vytvořit indentační křivku, jako například na obrázku 7. Nezávislá proměnná je působící síla  $F$  a závislá proměnná bude hloubka  $h$  – průnik nanoindentoru do materiálu vzhledem k počátečnímu nedeformovanému povrchu. Pro výpočet je potřeba nejprve zjistit velikost kontaktní poddajnosti vzorku  $C_s$ , která je definovaná jako převrácená hodnota měřené odlehčovací tuhosti  $S$  vztahem: [28]

$$\frac{1}{C_s} = S = \frac{dF}{dh} \quad (19)$$

Důležitý je také vztah mezi plochou vtisku  $A_c$  a kontaktní hloubkou  $h_c$ :

$$A_c = C_0 * h_c^2 + C_1 * h_c^1 + C_2 * h_c^{\frac{1}{2}} + \dots + C_8 * h_c^{\frac{1}{8}} \quad (20)$$



Kde konstanty  $C_0$  až  $C_8$  musí být stanoveny experimentálně. Youngův redukovaný modul pružnosti  $E_r$  se pak vypočítá dle rovnice:

$$E_r = \frac{\sqrt{\pi}}{2 * A_c * C_s} \quad (21)$$

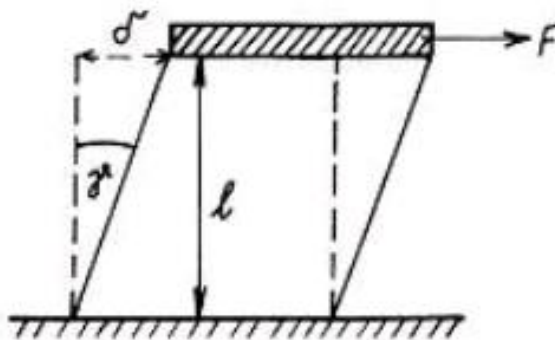
Redukovaný modul pružnosti zahrnuje skutečnost, že k elastickým deformacím dochází jednak ve vzorku ale také v indentoru. [28]

#### 4.4 Měření modulu pružnosti ve smyku

Pokud zatěžující síla  $F$  působí tečně k rovině horní podstavy zkušebního tělesa, pak je vzorek deformován smykem, nikoliv tahem (obr. 9). Spodní podstava tělesa musí být připevněna k podložce. Vlivem síly se původně pravý úhel mezi stěnou tělesa a podložkou změní o úhel  $\gamma$ . Mezi smykovým napětím a smykovou deformací platí vztah: [22] [28]

$$\frac{F}{S} = G * \frac{\delta l}{l} \cong G * tg(\gamma) \quad (22)$$

kde  $\delta l$  je posunutí horní podstavy tělesa ve směru působící síly  $F$  a délka vzorku je  $l$ .



Obrázek 9: Schéma k modulu pružnosti ve smyku [18]

Mezi modulem pružnosti v tahu a ve smyku existuje vzájemný vztah. Vyskytuje se v něm tzv. Poissonův poměr  $\mu$ , a platí, že:

$$G = \frac{E}{2 * (1 + \mu)} \quad (23)$$

Poissonův poměr se pohybuje od 0 do 0,4. Z toho vyplývá, že modul pružnosti ve smyku se zpravidla pohybuje mezi hodnotami  $0,3 \cdot E$  až  $0,5 \cdot E$ . Porovnání dvou typů modulů pružnosti je v tabulce 2. Modul pružnosti ve smyku se většinou měří torzí (zkroucením) zkušebního tělesa. [19]

Tabulka 2: Moduly pružnosti v tahu  $E$ , ve smyku  $G$  a Poissonova čísla  $\mu$  u vybraných materiálů [12]

Materiál	$E [10^5 \text{ MPa}]$	$G [10^4 \text{ MPa}]$	$\mu [-]$
Tažená ocel	1,90 až 2,15	8 až 8,5	0,3
Šedá litina	0,80 až 1,25	3,0 až 3,5	0,25
Kalená ocel	1,80 až 1,86	7,0 až 8,5	0,3
Mosaz	0,90 až 1,00	3,0 až 4,5	0,3 až 0,4
Hliník	0,60 až 0,75	2,3 až 2,7	0,34

Válec, který je zkroucený podél své osy symetrie, se snaží narovnat do původní polohy. Každý z elementárních hranolů, z nichž je válec složen, je deformován smykem. Válec je namáhán momentem  $M_K [N \cdot m]$  a jeho vlivem se zkroučí o úhel  $\gamma$ . Pokud se označí poloměr válce  $R$  a délka  $L$ , pak platí pro výpočet modulu pružnosti ve smyku: [18]

$$G = \frac{2 \cdot M_K \cdot L}{\pi \cdot R^4 \cdot \gamma} \quad (24)$$

## 5 Způsoby stanovení dynamického modulu pružnosti

Kromě statických zkoušek, kde se zatěžuje vzorek silou (tahovou, tlakovou, ohybovou, smykovou) působící deformaci, existují zkoušky dynamické. Dynamické metody se hojně využívají ve stavebnictví při hledání modulu pružnosti betonů. Využívá se charakteristiky šíření vlnění v materiálu, které jsou vázány na mechanické vlastnosti materiálu. Výhodou je, že dynamické metody jsou na rozdíl od statických nedestruktivní. Zkoušený materiál není vystaven reálnému zatížení a nevznikají tedy žádná napětí, díky nimž by vznikaly deformace.

### 5.1 Stanovení modulu z příčných kmitů tyče

Používá se tyč o délce  $l$ , která je na jednom konci vetknuta. Pro tyč tvaru čtyřbokého hranolu je potřeba ještě znát šířku  $b$  a výšku  $c$ . Na volný konec se působí zatěžující síla  $F$ , která způsobí prohnutí  $y$ . Z teorie pružnosti vyplývá pro sílu  $F$ :

$$F = m_1 * a = \frac{3 * E * J_p}{l^3 * y} \quad (25)$$

kde  $J_p$  [ $m^3$ ] je plošný moment setrvačnosti průřezu tyče. Po vychýlení tyče touto silou a jejím okamžitým odstranění začne tyč konat kmitavý pohyb. Hmotnost tyče, která koná kmitavý pohyb je označena  $m_1$ . Pokud se srovná vztah (25) s pohybovou rovnicí harmonického pohybu, získáme vztah:

$$E = \frac{4 * \pi^2 * l^3 * m_1}{3 * J_p * T^2} \quad (26)$$

Doba kmitu tyče  $T$  se získá pomocí měřiče kmitů. Zařízení měří optoelektronicky dobu trvání jednoho kyvu (kyv je polovina kmitu). Pro zkušební vzorek tvaru hranolu platí:

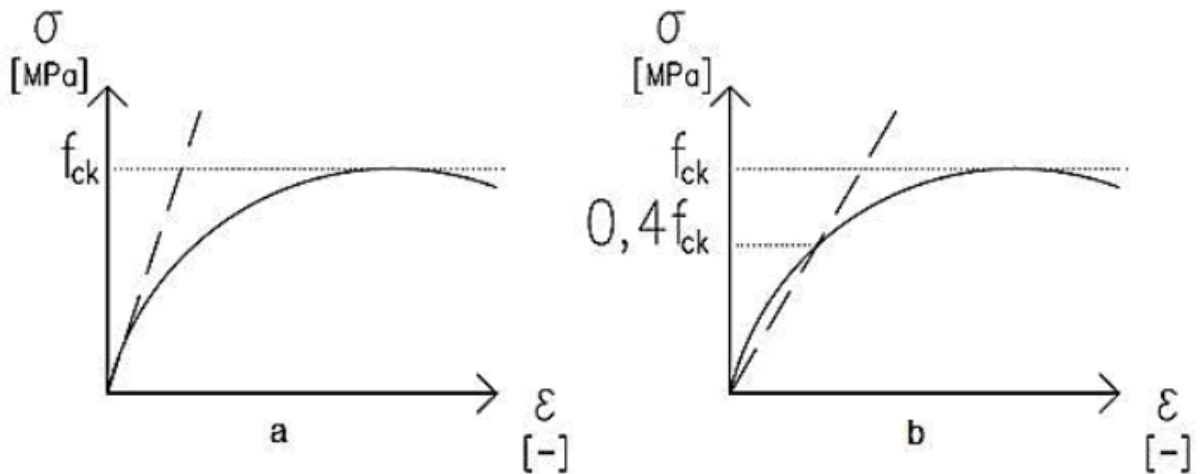
$$J_p = \frac{1}{12} * b^3 * c \quad (27)$$

Po dosazení tohoto vztahu do rovnice (26) vychází konečný vztah pro Youngův modul pružnosti v tahu: [30]

$$E = \frac{16 * \pi^2 * l^3 * m_1}{b^3 * c * T^2} \quad (28)$$

## 5.2 Stanovení dynamického modulu pružnosti

Pro nelineárně pružné materiály, jako jsou například betony či dřevo, rozlišujeme ještě modul pružnosti sečnový a tečnový. Rozdíl je patrný na obrázku 10. Jako nedestruktivní zkouška se často využívá měření ultrazvukovou nebo rezonanční metodou. Dynamický modul pak zhruba odpovídá počátečnímu tečnovému modulu pružnosti při statickém stanovení. Odtud vyplývá, že jeho hodnota bude vyšší než ze statického vyhodnocení. [29]



Obrázek 10: tečnový (vlevo) a sečnový modul pružnosti v tahu pro nelineárně pružné materiály. [29]

Velkou výhodou dynamických zkoušek je jejich jednoduchost a rychlost. Nevýhodou těchto metod je malá přesnost. Nedestruktivně zjišťované dynamické moduly bývají o 20 – 30 % vyšší než statické. Tuto rozdílnost nelze jednoznačně zobecnit pro různé materiály. [29]

## 5.3 Ultrazvuková impulzová metoda

Podstatou měření ultrazvukovou impulzovou metodou je rychlost šíření ultrazvukového vlnění ve zkoušeném materiálu. Ze zjištěné rychlosti vlnění se pak stanoví fyzikálně mechanické vlastnosti včetně modulu pružnosti v tahu.

Ultrazvukové vlnění prochází i skrz silné vrstvy materiálu, přes které by slyšitelné vlnění neprošlo. To je hlavní výhoda této metody. Při měření se opakovaně vysílají ultrazvukové signály a stanovuje se rychlost šíření vlny  $v_L$  ve vzorku podle vztahu:

$$v_L = \frac{L}{T} \quad (29)$$

kde  $L$  [mm] je délka měřicí základny a  $T$  je doba průchodu jednoho impulsu [s].

Obvykle se používají hodnoty kmitočtů v rozmezí od 20 kHz do 150 kHz. Samotný zkušební přístroj se skládá ze dvou sond. Jedna vlnění vysílá (budič) a druhá toto vlnění přijímá (snímač). Kmitočet budiče se volí dle měřeného materiálu. [33]

Zkušební přístroje se dělí na dvě hlavní skupiny. Prvním typem jsou přístroje s automatickým měřením času šíření ultrazvukových vln, které mají digitální výstup hodnot. Do druhé skupiny patří měřiče obrazovkové, u nichž se prošlé vlnění zobrazí na displeji osciloskopu. Součástí přístrojů jsou kalibrační prvky, které ověřují přesnost měření doby průchodu. Ultrazvukovou metodou lze měřit modul pružnosti dynamický a následně jej přepočítat na statický modul pružnosti v tahu. [34]

### Postup měření ultrazvukovou impulzovou metodou dle ČSN 73 1371 [31]

Samotné měření probíhá ultrazvukovou impulzovou metodou na předem vyznačených bodech na vzorku nebo konstrukci. Centrovane se přitlačují sondy na tyto značky, všechny přibližně stejně velkou silou pomocí vazebního prostředku. Při všech měřeních musí být použit stejný vazební prostředek. Nejvíce používanými vazebními prostředky jsou plastelíny nebo sklenářské tmely v co nejtenčí vrstvě. Bez použití těchto prostředků by vznikla mezi sondou a vzorkem vzduchová mezera, která by měla za důsledek značný odraz ultrazvukových vln, a vzorkem by prošlo velmi málo impulsů. Citlivost snímačů by pak nestačila k zachycení těchto impulsů. Při znečištění prachem a pískem je třeba vazební prostředek vyměnit za nový, neboť přestává plnit svou funkci.

Měření se provádí na jednom zkušebním místě 2x a před vlastním měřením je potřeba provést kalibraci přístroje pomocí kalibračního prvku. Pokud se naměřené hodnoty od sebe neliší o více než 1%, vypočítá se aritmetický průměr těchto dvou hodnot. Jestliže je rozdíl v měření na jednom zkušebním místě větší než 1%, je třeba provést nové měření. Dále je třeba vzít v úvahu vlhkost materiálu, protože každé zvýšení vlhkosti má za následek výrazné zvýšení rychlosti průchodu ultrazvukového impulsu. Nejlépe je měřit vzorky uložené ve stejných vlhkostních podmínkách a měření je třeba provádět pomocí stejného přístroje, pokud možno se stejnými sondami.

Z měření pomocí ultrazvukové impulzové metody se stanovuje:

- a) rychlost šíření ultrazvukového impulsu
- b) dynamický model pružnosti v tahu  $E_{cu}$  [MPa], který se vypočítá ze vztahu:

$$E_{cu} = \rho * V_L^2 * \frac{1}{k^2} \quad (30)$$

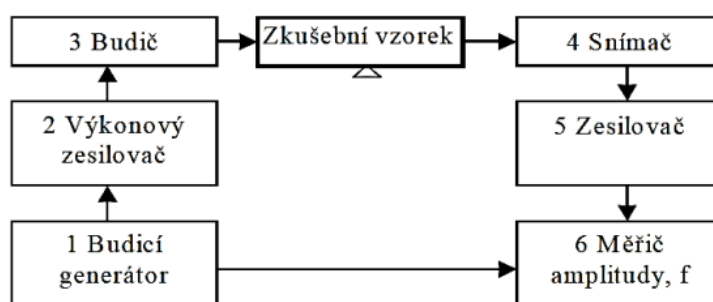
Kde  $\rho$  je hustota materiálu [ $\text{kg/m}^3$ ],  $V_L$  značí rychlost šíření podélného ultrazvukového impulsu [ $\text{km/s}$ ] a  $k$  je součinitel rozměrnosti prostředí. [31]

## 5.4 Rezonanční metoda

Tato metoda spočívá v měření některé z vlastních frekvencí zkoušeného materiálu, ze které se pak dají stanovit fyzikálně mechanické vlastnosti látky. Existují totiž odvozené vztahy vyjadřující závislost mezi kmitočtem vlastního kmitání a elasticitou materiálu. Kromě modulu pružnosti je kmitočet materiálu závislý ještě na velikosti, tvaru či hustotě vzorku.

Rezonanční metoda se používá pro zkoušení nezabudovaných prvků, které jsou pokud možno co nejvíce homogenní. Čím má vzorek méně vnitřních vad a trhlin, tím jsou výsledky zkoušky přesnější. Kromě dynamického modulu pružnosti v tahu či tlaku lze touto metodou stanovit modul pružnosti ve smyku.

Samotné měření probíhá pomocí rezonančního přístroje, který je opatřen budičem a snímačem mechanického kmitání. Do materiálu se vysílá kmitání o frekvencích mezi 30 Hz a 30 kHz. Přístroj pak pomocí snímače měří odezvu vzorku na vysílaný kmitočet a zobrazuje amplitudu kmitání. Stejně jako při ultrazvukové impulzové metodě je nutné sondy měřicího přístroje připevňovat pomocí vazebního prostředku pro zajištění akustického kontaktu. Hmotnost vazebního prostředku musí být tak malá, aby neovlivňovala kmitání zkušební tělesa o více než  $\pm 1\%$ . Schéma měření rezonanční metodou je na obrázku 11.



Obrázek 11: Schéma měření rezonanční metodou [35]

Jako zkušební tělesa se používají hranoly nebo válce mající svou délku minimálně dvojnásobnou oproti rozměru delší strany jejich základny (u válců průměr). Po přiložení sond na těleso se plynulou změnou frekvence budiče dostane vzorek na požadované vlastní kmitání. Snímač sleduje na indikačním zařízení amplitudu kmitání. Vyhodnocuje se hodnota amplitudy vlastní frekvence kmitajícího vzorku. Maximální hodnota nastává, pokud dojde k rovnosti budící a snímané vlastní frekvence. Když je frekvence vzorku rovna frekvenci budiče, dochází k rezonanci. [25]

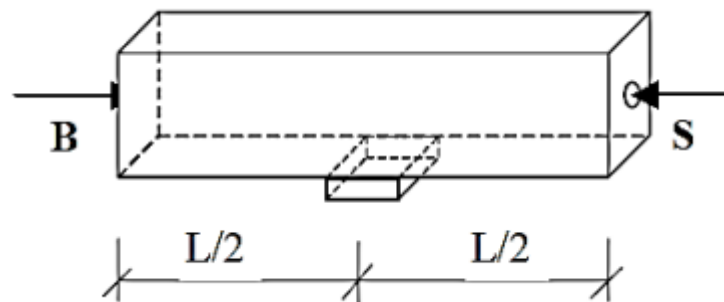
## Postup rezonanční metody dle ČSN 73 1372 [32]

Nejprve se změří příčné rozměry zkušební tělesa  $a$ ,  $b$  s přesností na 0,1 mm a jeho délka  $L$  s přesností na 1 mm. Vzorek se pak uloží na upravený podklad, který ho nesmí omezovat při kmitání. Vlastní frekvence podkladu musí být mimo rozsah vlastních kmitočtů zkoušeného vzorku. Zkušební podklad je tedy vyroben z gumy nebo jiného pružného materiálu, který netlumí kmitání vzorku. Případně je možno vzorek podepřít v místech, kde se předpokládá výskyt uzlů kmitání. Tyto uzly se totiž při kmitání nepohybují. Pokud se zkouší malá zkušební tělesa, mohou se uložit do závěsu z tenkých vláken nebo na pórovitou podložku.

Podle cíle zkoušky se dělí kmitání na:

- Podélné kmitání  $f_L$

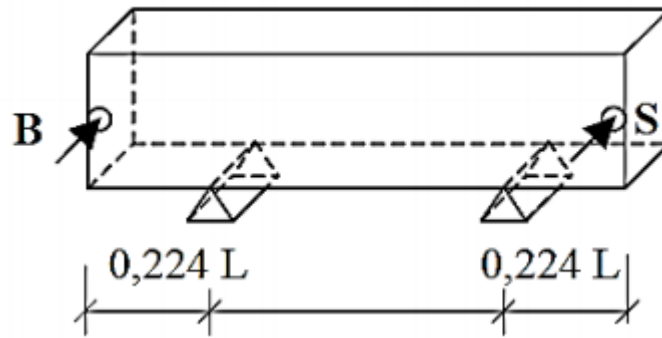
Jak je vidět na obrázku 12, zkušební vzorek se uloží na podložku v polovině své délky. Budič a snímač jsou umístěny v podélné ose zkušební tělesa. Zjistí se vlastní kmitočet podélného kmitání a stanoví se dynamický modul pružnosti pro podélné kmitání  $E_{crL}$ .



Obrázek 12: Přikládání sond při podélném kmitání [35]

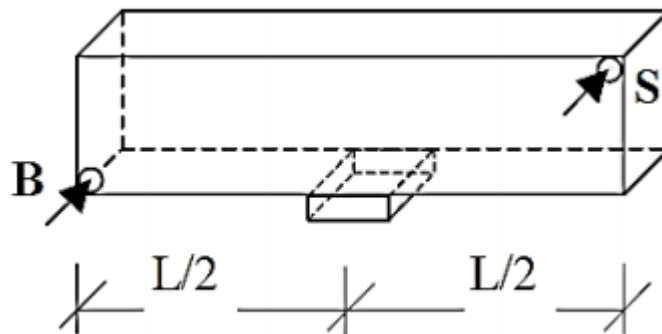
- Příčné kmitání  $f_f$

Při tomto způsobu měření leží těleso na dvou podložkách, které jsou umístěny v uzlech kmitání. Uzly leží přesně ve vzdálenosti  $0,224 L$  od základů vzorku (obrázek 13). Sondy se umístí k tělesu na okrajích, kolmo na osu vzorku. Po zjištění prvního vlastního kmitočtu se stanoví dynamický modul pružnosti pro příčné kmitání  $E_{crf}$ .



Obrázek 13: Přikládání sond u příčného kmitání [35]

- Kroutové kmitání  $f_t$   
 Vzorek je uložen stejně jako v případě podélného kmitání v polovině své délky. Budicí a snímací sondy se přiloží na okraj vzorku kolmo k jeho ose. Umístění musí být mimoběžné (obrázek 14), aby se zjistila první vlastní frekvence kroutového kmitání. Tato metoda slouží ke stanovení dynamického modulu pružnosti ve smyku  $G_{cr}$ .



Obrázek 14: Schéma umístění sond při kroutovém kmitání [35]

#### Vyhodnocení dynamických modulů pružnosti rezonanční metodou pro klasická zkušební tělesa dle ČSN 73 1372

Hodnota dynamického modulu pružnosti v tahu  $E_{crL}$  [MPa] z hodnoty vlastního podélného kmitání se určí ze vztahu:

$$E_{crL} = 4 * L^2 * f_L^2 * \rho \quad (31)$$

Příčmež  $L$  je délka zkušební tělesa [m],  $f_L$  [kHz] značí první vlastní frekvenci zkoušeného vzorku a  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] je hustota materiálu.

Dynamický modul pružnosti v tahu  $E_{crf}$  [MPa] ze zjištěného prvního vlastního kmitočtu příčného kmitání se vypočítá pomocí vztahu:

$$E_{crf} = 0,0789 * c_1 * L^4 * f_f^2 * \rho * \frac{1}{i^2} \quad (32)$$



kde  $c_1$  označuje korekční součinitel, který zahrnuje vliv smyku a setrvačných momentů při kmitání zkušební vzorku. Velikost korekčního součinitele je tabulková hodnota. Písmeno  $f_f$  se značí zjištěná vlastní frekvence příčného kmitání zkušební tělesa,  $L$  je opět jeho délka a  $i$  je poloměr setrvačnosti [m]. Pro hranoly je jeho hodnota:

$$i = \frac{a}{\sqrt{12}} \quad (33)$$

Hodnota poloměru setrvačnosti pro válcová tělesa:

$$i = \frac{d}{4} \quad (34)$$

kde  $a$  [m] je délka strany základny hranolu a  $d$  [m] průměr válce. [32]

## 6 Experimentální část

Jak již bylo řečeno, hodnota je modulu pružnosti v tahu důležitá pro stanovení řady parametrů získaných zkouškou tahem. Její nesprávně určená hodnota může výrazným způsobem ovlivnit některé další vlastnosti materiálu. Proto byly z rešerší získaných možností vybrány metody, které jsou snadno dostupné a použitelné na pracovišti Ústavu strojírenské technologie.

Měření modulu pružnosti v tahu v praktické části bylo provedeno dvěma způsoby. Obě metody spočívají v měření průhybu nosníku. Ohybové zkoušky jsou přesnější než tahové, protože při ohybu vznikají větší deformace. Jako první se měřilo na mechanickém zkušebním zařízení, které svým tlakem na vzorek položený na svých koncích na podpěrách vytvářelo třibodý ohyb. Průhyb vzorku byl určován posuvem příčnicku. Druhé měření spočívalo v ohybu vetknutého nosníku. Úchylkoměrem se sledoval průhyb na konci nosníku při zatěžování jednotlivými závažími. Pro obě měření bylo využito ocelového hranolu o definovaných rozměrech.

### 6.1 Popis zkoumaných vzorků

Pro měření byly použity dva identické vzorky. První hranol nese značení 62, druhý 81. Jednalo se o vzorky, které byly odebrány na ocelové mostní konstrukci, u kterých není možné určit jejich stáří (lze předpokládat i více než 100 let). I s ohledem na stáří a požadavek určení mechanických vlastností (včetně modulu pružnosti v tahu) se tyto vzorky jeví jako velice zajímavé.

U vzorku s označením 62 bylo zjištěno přesné chemické složení (tabulka 3). Hranol 81 chemickému rozboru podroben nebyl z důvodu nedostatečného množství materiálu pro analýzy (jednalo se o vzorky odebrané z mostní konstrukce, která je stále v provozu. Proto byl požadavek na co nejmenší odebrané množství s cílem co nejširšího množství provedených analýz).

Tabulka 3: chemické složení vzorku 62:

Prvek	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni	Cu	Al
hm. %	0,056	0.023	0.359	0.051	<0.15	<0.005	<0.01	0.019	0.112	0.0055
Prvek	As	B	Bi	Ce	Co	Mg	N	Nb	Pb	Sb
hm. %	0.035	<0.001	<0.01	0.0052	0.0082	<0.005	0.022	<0.001	0.014	<0.01

Prvek	Sn	Ta	La	Ti	V	W	Zn	Zr	Se	Fe
hm. %	<0.005	<0.03	<0.002	<0.001	<0.005	<0.01	<0.0021	<0.002	<0.005	99.08

Vzorky byly podrobeny zkoušce tahem pro zjištění mechanických vlastností materiálu. Zkouška byla provedena v souladu s ČSN EN ISO 6892-1.

Z daného materiálu byla vytvořena kruhová zkušební tělesa krátká, poměrová, s průměrem těla 6 mm. Průměr v upínací části byl 10 mm, přechodový rádius mezi upínací částí a měřenou oblastí byl R8. Pro měření byl použit mechanický zkušební stroj LabTest 5SP100, pro měření deformace byl použit extenzometr LE-05.

Vzorky pro zkoušku tahem byly připraveny ve shodě s normou v předepsané toleranci. Přesto nepřesnosti ve tvaru měřené oblasti zkušební vzorku způsobovaly vznik lomu mimo střední část měřené oblasti, v některých případech i na hranici měření oblasti. To může mít v některých případech vliv na hodnotu celkové tažnosti. Vlastnosti materiálů pro oba vzorky, které byly zjištěny zkouškou tahem, jsou uvedeny v tabulce 4 (jedná se o průměrné hodnoty ze třech měření).

Tabulka 4: Mechanické vlastnosti měřených vzorků

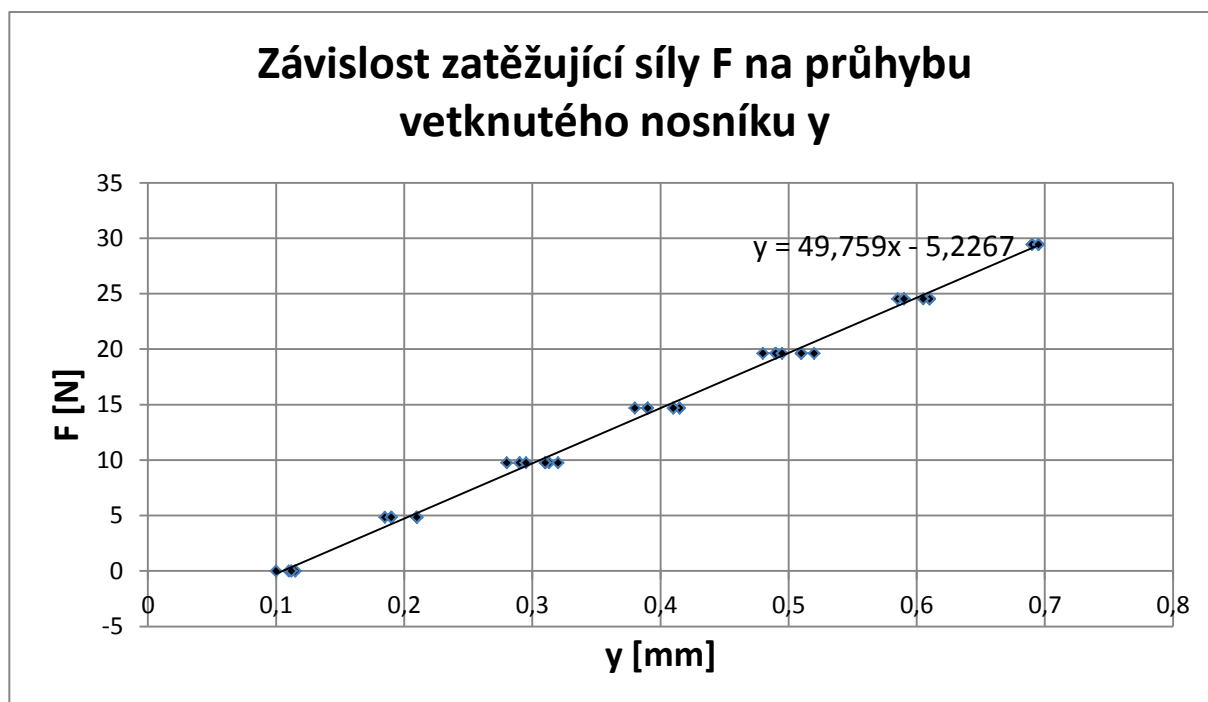
Č. vzorku	$R_{eH}$ [N·mm <sup>-2</sup> ]	$R_{eL}$ [N·mm <sup>-2</sup> ]	$R_m$ [N·mm <sup>-2</sup> ]	$A_g$ [%]	$A$ [%]
62	318	297	383	18,0	33,6
81	280	271	388	11,3	12,6

Vzorky pro ověření hodnoty modulu pružnosti v tahu měly tvar hranolu se čtvercovou podstavou o délce hrany  $a = 5$  mm. Celková délka není pro samotné stanovení modulu pružnosti v tahu podstatná, vzhledem k jejímu vlivu je snahou, aby byla tato hodnota co největší. V případě měření tříbodého ohybu je potřebná vzdálenost podpor hranolu a při ohybu vetknutého nosníku vzdálenost bodu zatěžování od místa vetknutí vzorku.

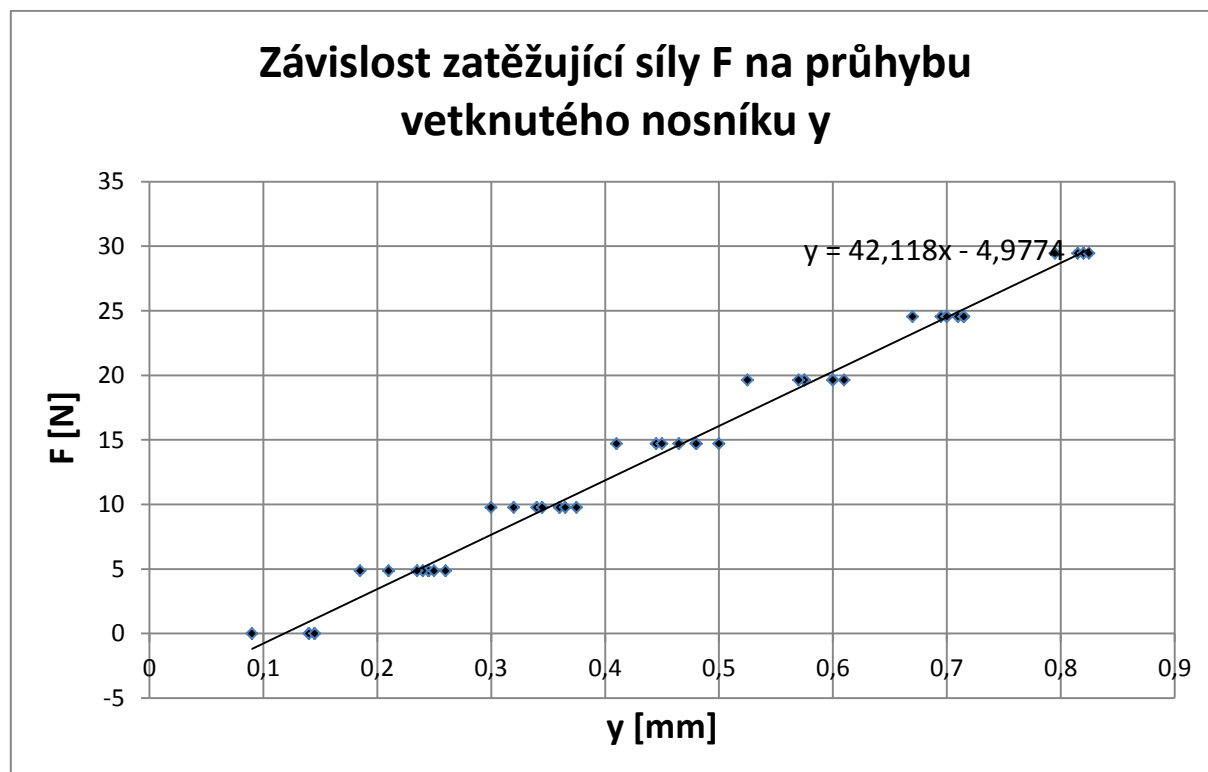
## 6.2 Měření ohybem vetknutého nosníku

Stanovení modulu pružnosti v tahu metodou ohybu vetknutého nosníku se provedlo pomocí jednoduššího a značně levnějšího vybavení, než zkouška tříbodým ohybem na mechanickém zkušebním zařízení. Oba vzorky se postupně vetknuly do mechanické svěrky. Na konci hranolu je postupně zavěšovala závaží o přesně zjištěných hmotnostech. Závaží působila jako zatěžující síla a vytvářela ohyb nosníku. Čtyřikrát se

nosník zatížil a následně odlehčil postupným přidáváním a odebráním šesti závaží. Použitím vzorce pro průhyb vetknutého nosníku se dopočítal modul pružnosti v tahu obou vzorků.



Obrázek 15: Graf  $F = f(y)$  pro vzorek 62



Obrázek 16: Graf  $F = f(y)$  pro vzorek 81

V grafech pro oba vzorky (obrázky 15, 16) lze pozorovat hysterezi. Hodnoty pod křivkou trendu jsou pro zatěžování vzorku a body nad křivkou odpovídají následnému odlehčení nosníku. Dle následujícího vztahu se stanoví modul pružnosti v tahu: [36]

$$E = \frac{F * L^3}{3 * y * J} = \frac{4 * F * L^3}{a^4 * y} \quad (35)$$

V grafech na obrázcích 18 a 19 jsou naměřené hodnoty proloženy lineární spojnicí trendu, která má směrnici A. Tato směrnice odpovídá:

$$A = \frac{F}{y} \quad (36)$$

Po dosazení do vzorce (35) vyjde rovnice:

$$E = \frac{4 * A * L^3}{a^4} \quad (37)$$

- Výpočet modulu pružnosti pro vzorek 62:

Vzdálenost vetknutí od působíště zatěžující síly:  $L = 84,3 \text{ mm}$

$$E = \frac{4 * A * L^3}{a^4} = \frac{4 * 49,759 * 84,3^3}{5^4} = \mathbf{1,91 * 10^5 \text{ MPa}}$$

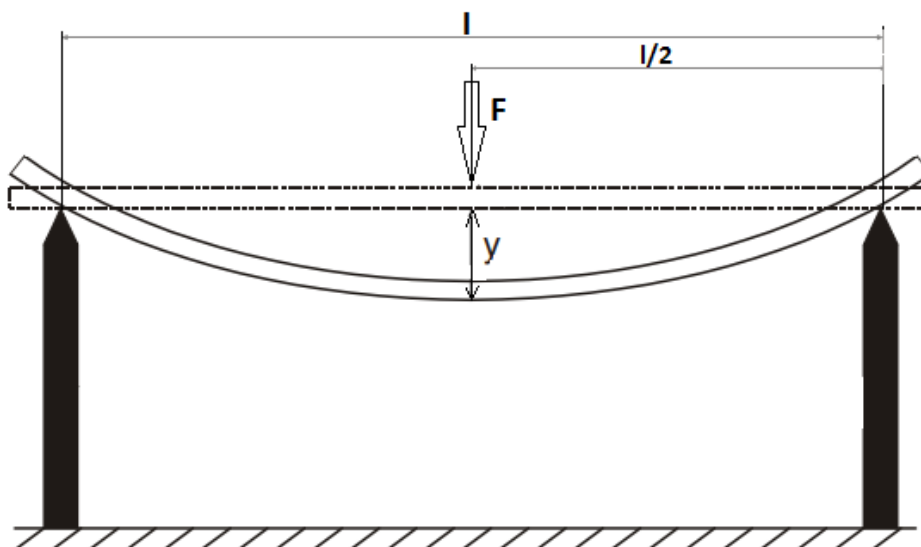
- Výpočet modulu pružnosti pro vzorek 81:

Vzdálenost vetknutí od působíště zatěžující síly:  $L = 87,6 \text{ mm}$

$$E = \frac{4 * A * L^3}{a^4} = \frac{4 * 42,118 * 87,6^3}{5^4} = \mathbf{1,81 * 10^5 \text{ MPa}}$$

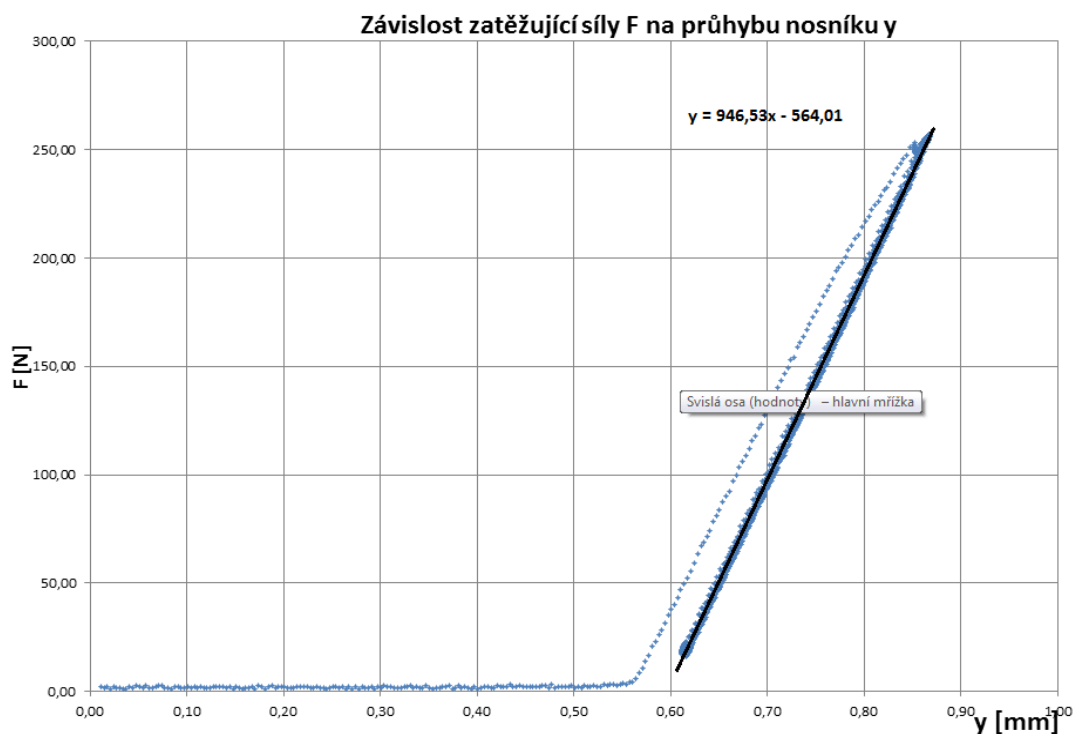
### 6.3 Měření na trhacím zařízení tříbodým ohybem

Zkoumaný vzorek byl umístěn na dvou podstavcích, mezi nimiž byla naměřena vzdálenost  $l$  [mm]. Trhací zařízení LabTest 5SP100 zatěžovalo hranol přesně uprostřed silou o velikosti  $F$ . Zátěžná síla způsobila prohnutí trámku o vzdálenost  $y$  [mm]. Pro stanovení průhybu  $y$  bylo použito měření polohy příčnicku. Schématické znázornění ohybu nosníku je na obrázku 17.

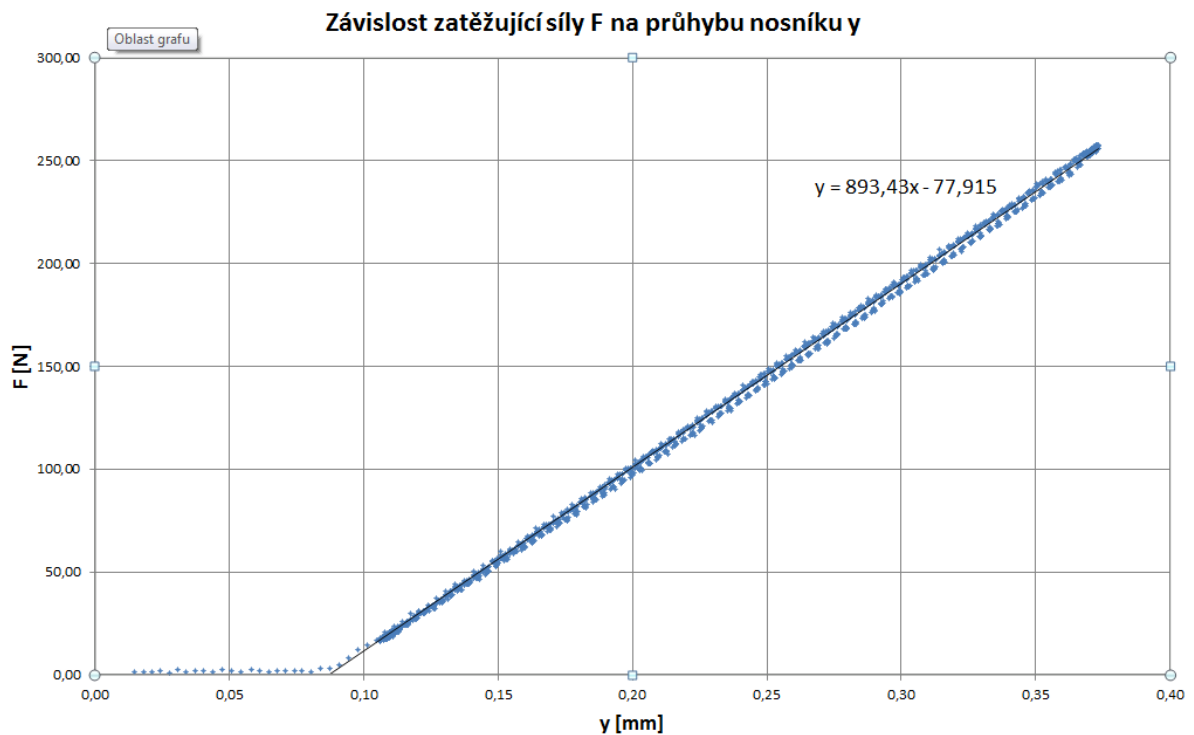


Obrázek 17: Schéma aparatury při měření tříbodým ohybem [18]

Pro stanovení modulu pružnosti v tahu jsme se museli pohybovat v oblasti elastické deformace. Pro sledování hystereze se zatížení a odlehčení vzorku silou o velikosti až kolem 250 N opakovalo celkem desetkrát. V grafu (obrázek 18, 19) znázorňujícím závislost zatěžující síly na průhybu vzorku lze pozorovat takřka dokonalou lineární závislost. V grafu je mimo jiné pozorovatelná oblast zatěžování (body nad proloženou lineární křivkou) a odlehčování (body pod křivkou). Pomocí programu Excel se výsledné body proložily křivkou, jejíž směrnice se označila A. Dle vzorce (10) se pak již snadno dopočetl modul pružnosti v tahu.



Obrázek 18: graf:  $F = f(y)$  pro vzorek 62



Obrázek 19: graf:  $F = f(y)$  pro vzorek 81

Výpočet modulu pružnosti pro vzorek 62:

$$E = \frac{A * L^3}{4 * a^4} = \frac{946,53 * 80^3}{4 * 5^4} = 1,94 * 10^5 \text{ MPa}$$

Výpočet modulu pružnosti pro vzorek 81:

$$E = \frac{A * L^3}{4 * a^4} = \frac{893,43 * 80^3}{4 * 5^4} = 1,83 * 10^5 \text{ MPa}$$

## 7 Závěr

V bakalářské práci se nejprve zabývám otázkou metodiky měření modulu pružnosti a popisuji důvody, proč je důležité znát jeho hodnotu. Hned po úvodu následuje řešeršní část, v níž je mnoho odkazů na odborné články zabývající se touto problematikou. Vždy je nastíněn obsah daného odborného textu a je už na svobodném rozhodnutí čtenáře, zda chce o konkrétní problematice získat více informací přečtením celého článku.

Ve třetí kapitole je definován pojem modulu pružnosti v tahu a s ním související veličiny. Je zde charakterizována elastická oblast deformace pomocí Hookeova zákona. Pro ilustraci jsem uvedl hodnoty modulů pružnosti v tahu pro některé „strojařsky“ zajímavé materiály.

Jádrem práce je přehled způsobů stanovení modulu pružnosti v tahu, který je rozdělen do dvou kapitol, na měření statického a dynamického modulu. Jednou z nejstarších a nejpoužívanějších mechanických zkoušek je zkouška tahem. Přesnější výsledky měření by měla vykazovat ohybová zkouška, jelikož při deformaci ohybem jsou větší a snadněji měřitelné deformace než při namáhání stejnou zatěžující silou v tahu. Pro měření modulu tenkých vrstev či malých objektů se používají indentační metody. Pro popis deformačních vlastností materiálu je zaveden také modul pružnosti ve smyku. Stanovuje se například při torzi (zkroucení) zkoušeného tělesa.

Pátá kapitola se zabývá dynamickým modulem pružnosti a jeho měřením. Využívá se zde nedestruktivních metod hojně používaných ve stavitelství. Ultrazvukovou impulzní metodou či rezonanční metodou se často proměřuje například pružnost betonů.

V experimentální části jsem zvolil dva způsoby stanovení modulu pružnosti v tahu, které jsou snadno dostupné bez použití zvláštního experimentálního zařízení, pro dva ocelové vzorky odebrané z mostní konstrukce. Použil jsem ohybové metody. Nejprve se vetknutý vzorek tvaru hranolu se čtvercovým průřezem namáhal na volném konci zatěžující silou. Na úchytkoměru jsem pozoroval průhyb vzorku. Dále jsem provedl zkoušku tříbodým ohybem na mechanickém zkušebním zařízení LabTest 5SP100. Výsledky z obou měření jsou pro obě měřící metody velice podobné, rozdíl výsledků je menší, než 2 %. Hodnota modulu pružnosti v tahu je pro vzorek 62 o velikosti 191 GPa, resp. 194 GPa, pro vzorek 81 je hodnota modulu pružnosti v tahu o velikosti 181 GPa, resp. 183 GPa. Naměřená hodnota modulu pružnosti v tahu byla nižší, než tabulková střední hodnota pro ocel. Je nutné dodat, že vzorky byly získány z mostní konstrukce, jejíž stáří se blížilo sto rokům, takže tehdejší metody výroby oceli jistě nedosahovaly dnešních kvalit. To bude nejspíše důvodem nižší hodnoty modulu pružnosti v tahu.



# Seznam použitých zdrojů

[1] *Bible: český studijní překlad*. Přeložil Michal KRCHŇÁK. Praha: KMS, 2009. ISBN 978-80-86449-61-6.

[2] HAŠKOVEC, Vít, Ondřej MÜLLER a Irena TATÍČKOVÁ. *Galerie géniů, aneb, Kdo byl kdo*. 3., opr. vyd. Praha: Albatros, 2005. ISBN 80-00-01600-1.

[3] *R&D Update: Predicting springback when bending AHSS and aluminum alloys, Part 1 - The Fabricator*. The Fabricator - Metal Fabricating News, Products, Articles, and More [online]. Copyright © 2018 FMA Communications, Inc. All rights reserved. [cit. 19.05.2018]. Dostupné z: <https://www.thefabricator.com/article/stamping/predicting-springback-when-bending-ahss-and-aluminum-alloys-part-1>

[4] FICKER, T. *Young's modulus of elasticity in student laboratories*. Physics education. [online]. 1999, 34(6), 376 [cit. 2018-05-19]. Dostupné z: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/0031-9120/34/6/407/meta>

[5] CIKRLE, Petr. *Dynamické a statické moduly pružnosti betonu* [online]. 2014 [cit. 2018-05-19]. Dostupné z: <https://stavba.tzb-info.cz/beton-malty-omitky/10746-dynamicke-a-staticke-moduly-pruznosti-betonu>

[6] ANISIMOV E.; PUCHNIN M. *Reduction of Elastic Modulus of Titanium Alloy Ti-6Al-4V by Quenching*. Key Engineering Materials, Vol. 586, pp. 15-18, 2014 [cit. 2018-05-19]. Dostupné z: <https://www.scientific.net/KEM.586.15>

[7] SOONS, J. A. M., I. DE BAERE a J. J. J. DIRCKX. *New Double Indentation Technique for Measurement of the Elasticity Modulus of Thin Objects*. Experimental mechanics [online]. 2010, 51(1) [cit. 2018-05-19]. Dostupné z: <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11340-010-9340-8#citeas>

[8] MONROE, D. *Physics - Focus: What Makes It So Hard?*. Physics - spotlighting exceptional research [online]. Copyright ©2009 by the American Physical Society. All rights reserved. [cit. 19.05.2018]. Dostupné z: <https://physics.aps.org/story/v24/st9>

[9] BROZOVSKY, J. *Ultrasonic pulse and resonance method—evaluation of the degree of damage to the internal structure of repair mortars caused by exposure to high temperatures*. Russian Journal of Nondestructive Testing [online]. 2017, 52(10), 744-753 [cit. 2018-05-19]. Dostupné z: <https://link.springer.com/article/10.1134%2FS1061830917100047#citeas>

[11] VELES, Pavol. *Mechanické vlastnosti a skúšanie kovov*. Vyd. 2. Bratislava : ALFA, 1989. 408 s.

[12] LEINVEBER, Jiří a Pavel VÁVRA. *Strojnické tabulky: učebnice pro školy technického zaměření*. Šesté vydání. Úvaly: Albra, 2017. ISBN 978-80-7361-111-8.

- [13] BARTOŇ, Stanislav; KŘIVÁNEK, Ivo; SEVERA, Libor. *Fyzika: Laboratorní cvičení*. Vyd. 1. Brno: MZLU, 2005. 100 s. ISBN 80-7157-843-6.
- [14] ANTON, O. a kolektiv. *Základy zkušebnictví. Návody do cvičení*. Brno CERM, 2002, 63 str. ISBN 80-214-2079-0.
- [15] ČIŽMÁROVÁ, Elena a Jana SOBOTOVÁ. *Nauka o materiálu I. a II.: cvičení*. V Praze: České vysoké učení technické, 2014. ISBN 978-80-01-05550-2.
- [16] ČSN EN ISO 6892-1. *Kovové materiály – Zkoušení tahem: Část 1: Zkušební metoda za pokojové teploty*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci a státní zkušebnictví, 2017.
- [17] MACEK, Karel a Petr ZUNA. *Strojírenské materiály*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2003. ISBN 80-01-02798-8.
- [18] *Fyzikální praktikum KF FJFI ČVUT v Praze* [online]. Copyright © [cit. 01.05.2018]. Dostupné z: [https://praktikum.fjfi.cvut.cz/pluginfile.php/98/mod\\_resource/content/12](https://praktikum.fjfi.cvut.cz/pluginfile.php/98/mod_resource/content/12)
- [19] BATYSTA, František. *Fyzikální praktikum KF FJFI ČVUT v Praze. Úloha 2: Měření modulu pružnosti v tahu a modulu pružnosti ve smyku* [online]. Copyright © [cit. 01.05.2018]. Dostupné z: <http://kmlinux.fjfi.cvut.cz/~batysfra/Praktika/pr1/p02.pdf>
- [20] ANTHONY C. FISCHER-CRIPPS. *Nanoindentation*. 3rd ed. New York: Springer, 2011. ISBN 9781441998729.
- [21] VÁCLAVEK, Lukáš. *Vliv efektů pile-up a sink-in na vyhodnocení indentačních zkoušek*. Olomouc, 2016. Bakalářská práce. Společná laboratoř optiky UP a FZÚ AV ČR v Olomouci.
- [22] SKÁLOVÁ, J.; KOVAŘÍK R.; BENEDIKT V. *Základní zkoušky kovových materiálů*. 4. vydání, Plzeň: TYPOS, 2005.
- [23] Oddělení povrchového inženýrství. *Zkoušky tvrdost*. [online]. Ateam. [Citace 11.05.2018]. Dostupné z: [http://www.ateam.zcu.cz/Zkousky\\_tvrlosti.pdf](http://www.ateam.zcu.cz/Zkousky_tvrlosti.pdf)
- [24] ŠTĚPÁNEK, I.; BLÁHOVÁ, O.; KOLEGA, M. *Tenké vrstvy – vytváření, vlastnosti*. Plzeň: 1994.
- [25] STRANYÁNEK, Martin, et al. *Nanomechanické vlastnosti uhlíkových vrstev měřené přístrojem NT600*. In *Jemná mechanika a optika*. [online]: Nakladatelství Fyzikálního ústavu Akademie věd České republiky, 2005. s. 214-217. Dostupný z <http://docplayer.cz/9172105-Jemna-mechanika-a-optika.html>
- [26] CHEMAGAZÍN - *Časopis pro chemicko-technologickou a laboratorní praxi - CHEMAGAZÍN s.r.o.* [online]. Copyright ©D [cit. 12.05.2018]. Dostupné z: [http://www.chemagazin.cz/userdata/chemagazin\\_2010/file/chxix\\_4\\_cl1.pdf](http://www.chemagazin.cz/userdata/chemagazin_2010/file/chxix_4_cl1.pdf)

- [27] SAKHAROVA, N. A., FERNANDES, J.V., ANTUNES, J. M., OLIVEIRA, M. C. *Comparison between Berkovich, Vickers and conical indentation tests: A three-dimensional numerical simulation study*. International Journal of Solids and Structures [online]. 2009, 46(5), 1095-1134 [cit. 2018-05-19]. Dostupné z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768308004320>.
- [28] OLIVER, W.C. a G.M. PHARR. *An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments*. Journal of materials research. 1992, roč. 7, č. 6, s. 1564-1583. ISSN 0884-2914.
- [29] SALMAN M., AL-AMAWEE A. *The Ratio between static and dynamic modulus of elasticity in normal and high strength concrete [online]*, Journal of engineering and development. [online].2006, 10(2), . Poslední úpravy 27.5.2014, [cit. 30.4.2014] ISSN 1813-7822. Dostupné z: <http://www.iasj.net/iasj?func=fulltextald=10079>.
- [30] MARTINČEK G. *Nedeštruktívne dynamické metódy skúšania stavebných materiálov*, VEDA –vydavateľstvo slovenskej akadémie vied, Bratislava 1962, 244 str.
- [31] ČSN 73 1371 Nedeštruktivní zkoušení betonu – Ultrazvuková impulzová metoda zkoušení betonu.
- [32] ČSN 73 1372 Nedeštruktivní zkoušení betonu – Rezonanční metoda zkoušení betonu.
- [33] BROŽOVSKÝ, Jiří. *Využití ultrazvukové impulsové metody pro zjišťování pevnosti v tlaku různých druhů cihel*. [online]. VUT FAST v Brně, Ústav technologie stavebních hmot a dílců, AdMaS, 2018, [cit. 11.05.2018]. Dostupné z: <https://stavba.tzb-info.cz/cihly-bloky-tvarnice/17190-vyuziti-ultrazvukove-impulsove-metody-pro-zjistovani-pevnosti-v-tlaku-ruznych-druhu-cihel>
- [34] CIKRLÉ, P.; KOCÁB, D.; POSPÍCHAL, O. *Zkoušení betonu ultrazvukovou impulsovou metodou*. Beton TKS. 2013. 13(3). 74–79. ISSN 1213-3116
- [35] ANTON, Ondřej. *Studijní opora pro kombinované studium - Modul B102. Zkušebnictví a technologie*. Brno, 2005.
- [36] ŘEZNÍČEK, Jan a Jitka ŘEZNÍČKOVÁ. *Pružnost a pevnost v technické praxi: příklady III*. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2008. ISBN isbn978-80-01-03947-2.

# Seznam obrázků

Obrázek 2: Vliv velikosti modul pružnosti v tahu na hodnotu zpětného odpružení tří různých materiálů při deformaci .....	11
Obrázek 2: Porovnání materiálu s vysokou a nízkou hodnotou modulu pružnosti v tahu .....	15
Obrázek 3: Pracovní tahový diagram pro měkkou a tvrdou ocel .....	17
Obrázek 4: Lineární část pracovního diagramu (oblast elastické deformace). .....	19
Obrázek 5: Nalevo ohnutý nosník délky $L$ s poloměrem křivosti $R$ . Napravo úsek nosníku délky $l$ , na který působí vnější síla $F$ . .....	20
Obrázek 6: Schematické znázornění nanoindentace: $h$ [mm] – indentační hloubka, $h_c$ [mm] – kontaktní hloubka, $h_s$ [mm] – posunutí obvodu kontaktu oproti původnímu povrchu, $a$ [mm] – kontaktní poloměr, $F$ [N] – zatěžující síla .....	22
Obrázek 7: Příklad nanoindentační křivky. Závislost zátěž – posunutí hrotu .....	23
Obrázek 8: Indentory s vyznačeným tvarem průmětu kontaktní plochy. a) sférický, b) kuželový, c) Vickersův, d) Berkovichův. ....	24
Obrázek 9: Schéma k modulu pružnosti ve smyku .....	25
Obrázek 10: tečnový (vlevo) a sečnový modul pružnosti v tahu pro nelineárně pružné materiály. ....	28
Obrázek 11: Schéma měření rezonanční metodou .....	30
Obrázek 12: Příkladání sond při podélném kmitání .....	31
Obrázek 13: Příkladání sond u příčného kmitání .....	32
Obrázek 14: Schéma umístění sond při kroutivém kmitání .....	32
Obrázek 15: Graf $F = f(y)$ pro vzorek 62_01 .....	36
Obrázek 16: Graf $F = f(y)$ pro vzorek 61_02 .....	36
Obrázek 17: Schéma aparatury při měření třibodým ohybem [18] .....	38
Obrázek 18: graf: $F = f(y)$ pro vzorek 62_01 .....	39
Obrázek 19: graf: $F = f(y)$ pro vzorek 81_02 .....	39

# Seznam tabulek

Tabulka 1: Moduly pružnosti v tahu vybraných materiálů .....	13
Tabulka 2: Moduly pružnosti v tahu E, ve smyku G a Poissonova čísla $\mu$ u vybraných materiálů .....	26
Tabulka 3: chemické složení vzorku 62_01 .....	34
Tabulka 4: Mechanické vlastnosti měřených vzorků .....	35