

Bakalářská práce



České
vysoké
učení technické
v Praze

F3

Fakulta elektrotechnická
Katedra elektromagnetického pole

Mikrovlnný planární filtr

Jan Filip

Vedoucí: prof. Ing. Zbyněk Škvor, CSc.

Obor: Komunikační technika

Studijní program: Komunikace, multimédia a elektronika

Květen 2018

Poděkování

Děkuji prof. Ing. Zbyňku Škvorovi, CSc. za pomoc při vedení bakalářské práce a Ing. Viktorovi Adlerovi za věnovaný čas a pomoc při realizaci a měření.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze, 15. května 2018

.....
Jan Filip

Abstrakt

Práce se zabývá návrhem úzkopásmového planárního mikrovlnného filtru se středním kmitočtem $f_0 = 2,45$ GHz. Obsahuje metody návrhu analogových kmitočtových filtrů. Zaměřuje se na izoextremální aproximace a jejich modifikace a uvádí tabelaci vybraných normovaných dolních propustí. Na jejich základě je realizován jednostupňový kaskádní kvadruplet. Měřením je ověřena dobrá shoda se simulacemi. Realizovaný filtr je snižen o 0,82%. Snižování citlivosti při použití ultrasférické aproximace se v případě hairpin filtru nepodařilo prokázat.

Klíčová slova: mikrovlnný filtr, Čebyšev, kvazieliptický, ultrasférický, mikropásek, kaskádní kvadruplet, hairpin, křížová vazba

Vedoucí: prof. Ing. Zbyněk Škvor, CSc.
Technická 2,
Praha 6,
B2-533

Abstract

This thesis explores the construction of a narrowband planar microwave filter with centre frequency $f_0 = 2,45$ GHz. It contains methods of analog filter design. It is focusing on isoextremal approximation and their modifications and provide design tables of selected low-pass prototypes. Single stage cascaded quadruplet is then implemented. The measurement of the filter and simulation of the filter were closely aligned. Centre frequency of the implemented filter is decreased by 0,82% compared to the simulated filter. Sensitivity reduction of ultraspherical approximation in case of hairpin filter was not demonstrated.

Keywords: microwave filter, Chebyshev, quasi-elliptical, ultraspherical, microstrip, cascaded quadruplet, hairpin, cross coupling

Title translation: Planar Microwave Filter

Obsah

Zadání práce	1
1 Úvod	3
2 Základy teorie kmitočtových filtrů	5
2.1 Úvod	5
2.1.1 Normování	7
2.2 Aproximace	8
2.2.1 Aproximace funkcí	9
2.2.2 Standardní aproximace	10
2.2.3 Izoextremální aproximace	13
2.2.4 Aproximace kombinovaných požadavků	16
2.2.5 Ultrasférické filtry	17
2.2.6 Syntéza přenosové funkce ultrasférického filtru	19
2.2.7 Porovnání vlastností ultrasférické aproximace s klasickými aproximacemi	20
2.3 Syntéza <i>LC</i> dvojpólů a dvojbranů	22
2.3.1 Cauerova metoda syntézy <i>LC</i> dvojpólů rozvojem imitanční funkce v řetězový zlomek	23
2.3.2 Zavedení nuly přenosu	25
3 Realizace na mikropáskovém vedení	27
3.1 Úvod	27
3.2 Nesymetrické mikropáskové vedení	27
3.3 Kaskádní kvadruplet	28
3.3.1 Návrhové křivky	29
3.3.2 Syntéza vazební matice	32
4 Návrh filtru a výsledky	37
4.1 Tabulace ultrasférické aproximace	37
4.1.1 Kaskádní kvadruplet	38
4.2 Návrh motivu a simulace	39
4.2.1 Hairpin s ultrasférickou aproximací	43
4.3 Měření	45
5 Závěr	49
A Bibliografie	51

Obrázky

<p>2.1 Ilustrace k definici 2.2 6</p> <p>2.2 Výkonová bilance provozně zatíženého bezeztrátového dvojbranu \mathcal{H} 6</p> <p>2.3 Přenosová funkce ideální dolní propusti 11</p> <p>2.4 Příklad Hilbertovy transformace konstantního modulu $H(\omega) = a$. . 12</p> <p>2.5 Toleranční schéma NDP 13</p> <p>2.6 Přenosová funkce $H(s)$ NDP (Čebyšev - 4. řád) 15</p> <p>2.7 Schéma různých kombinací X a $w(x)$ 19</p> <p>2.8 Polohy pólů funkce $H(s)H(-s)$ pro různé α ultrasférického filtru . . 20</p> <p>2.9 Srovnání $H(j\Omega)$ normovaných dolních propustí založených na ultrasférických polynomech 6. řádu pro různé α 21</p> <p>2.10 Srovnání $\tau(\Omega)$ normovaných dolních propustí založených na ultrasférických polynomech 6. řádu pro různé α 22</p> <p>2.11 Příčková struktura dvojpólu . . . 24</p> <p>2.12 Zapojení 2.12a I. a 2.12b II. Cauerova kanonického tvaru. 24</p> <p>3.1 Struktura nesymetrického mikropáskového vedení 27</p> <p>3.2 Základní vazební konfigurace CQ 29</p> <p>3.3 Varianty lícového motivu rezonátoru 29</p> <p>3.4 Lícový motiv čtyřpólového CQ filtru 30</p> <p>3.5 Buzení rezonátorů k určení vazebních koeficientů M_x 31</p> <p>3.6 Příklad průběhu přenosu slabě navázané struktury s elektrickou vazbou 32</p> <p>3.7 Buzení vstupního rezonátoru k určení koeficientu vnějšího navázání Q_e 32</p> <p>3.8 Příklad průběhu přenosu slabě vázané struktury vstupního resp. výstupního rezonátoru 33</p> <p>3.9 Vazební graf a parazitní vazby jednostupňového kvadrupletu 34</p>	<p>3.10 Fázové poměry jednostupňového CQ filtru 35</p> <p>4.1 Zapojení NDP 38</p> <p>4.2 Extrahovaná elektrická vazba M_e 40</p> <p>4.3 Extrahované vazby M 41</p> <p>4.4 Extrahovaný činitel vnějšího navázání Q_e 41</p> <p>4.5 Ideální odezva navržené pásmové propusti – NDP 42</p> <p>4.6 Citlivostní analýza S_{21} 42</p> <p>4.7 Srovnání odezvy filtru před optimalizací a po optimalizaci 43</p> <p>4.8 Srovnání velikostí proudové hustoty 43</p> <p>4.9 Layout <i>hairpin</i> varianty bez křížové vazby 44</p> <p>4.10 Simulované vlastnosti <i>hairpin</i> struktury – Čebyševova aproximace 45</p> <p>4.11 Simulované vlastnosti <i>hairpin</i> struktury – ultrasférická aproximace 45</p> <p>4.12 Filtr v držáku 46</p> <p>4.13 Detail nevhodně vyleptaného mikropásku – viditelný nežádoucí rastr na vodivých cestách 46</p> <p>4.14 Změřená odezva filtru 47</p> <p>4.15 Změřená odezva filtru – detail . 47</p> <p>4.16 Změřená odezva filtru – detail . 48</p>
---	--

Tabulky

4.1	Hodnoty stavebních prvků NDP ultrasférického filtru pro $\alpha = -0,7$	37
4.2	Hodnoty stavebních prvků NDP ultrasférického filtru pro $\alpha = 1$. . .	38
4.3	Srovnání tabelací	38
4.4	Hodnoty stavebních prvků čtyřpólové kvazieliptické aproximace s $L_R = -20$ dB	39
4.5	Hodnoty činitelů vazby M čtyřpólové kvazieliptické aproximace s $L_R = 20$ dB	40
4.6	CQ před optimalizací – všechny hodnoty jsou uvedeny v (mm)	41
4.7	CQ po optimalizaci – všechny hodnoty jsou uvedeny v (mm)	42
4.8	Parametry <i>hairpin</i> filtru s ultrasférickou aproximací	44
4.9	Skutečné rozměry – všechny hodnoty jsou uvedeny v (mm)	45

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Filip** Jméno: **Jan** Osobní číslo: **456963**
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**
Zadávající katedra/ústav: **Katedra elektromagnetického pole**
Studijní program: **Komunikace, multimédia a elektronika**
Studijní obor: **Komunikační technika**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Planární mikrovlnný filtr

Název bakalářské práce anglicky:

Planar Microwave Filter

Pokyny pro vypracování:

Seznamte se s návrhem mikrovlnných filtrů, zvláště pak pásmových propustí v mikropásmovém provedení. Navrhněte úzkopásmovou propust se středním kmitočtem 2,45 GHz v mikropásmovém provedení. Provedte její simulaci prostřednictvím vhodného programového vybavení. Navrženou strukturu realizujte. Porovnejte dosažené parametry reálné propusti s výsledky simulace.

Seznam doporučené literatury:

- [1] JIA-SHENG HONG a M.J. LANCASTER. Couplings of microstrip square open-loop resonators for cross-coupled planar microwave filters. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 44(11), 2099-2109
- [2] JIA-SHENG HONG a M.J. LANCASTER. Design of highly selective microstrip bandpass filters with a single pair of attenuation poles at finite frequencies. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 48(7), 1098-1107
- [3] MONGIA, Rajesh. RF and microwave coupled-line circuits. 2nd ed. Boston: Artech House, c2007. ISBN 978-1-59693-156-5.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

prof. Ing. Zbyněk Škvor, CSc., katedra elektromagnetického pole FEL

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **16.02.2018**

Termín odevzdání bakalářské práce: **25.05.2018**

Platnost zadání bakalářské práce: **30.09.2019**

prof. Ing. Zbyněk Škvor, CSc.
podpis vedoucí(ho) práce

podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Ing. Pavel Ripka, CSc.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Kapitola 1

Úvod

S rostoucími nároky na přenosové rychlosti komunikačních sítí se sdělovací technika přesouvá do oblasti metrových až milimetrových vln. Kratší vlnová délka umožňuje zmenšit rozměry komunikačních zařízení, dosahovat velmi úzkých šířek svazku antén a provoz většího počtu kanálů frekvenčního multiplexu. Hustější frekvenční multiplex moderních rádiových telekomunikačních systémů pak umožňuje hospodárné využití kmitočtového spektra, klade ale vysoké nároky na selektivitu vstupních a výstupních dílů rádiových zařízení.

Rozměry funkčních bloků zařízení pracujících v oblasti jednotek až desítek GHz jsou srovnatelné s vlnovou délkou zpracovávané elektromagnetické vlny. Takové obvody nazýváme obvody s rozprostřenými parametry. Jejich analýza i syntéza vyžaduje zvláštní postupy. Obsahem této práce je návrh a realizace právě takové mikrovlnné struktury. V textu je postupně proveden celý cyklus návrhu, simulace, realizace a měření úzkopásmového mikrovlnného filtru pracujícího na středním kmitočtu 2,45 GHz.

Práce je organizována následujícím způsobem. V první kapitole je systematicky vyložena teorie kmitočtových filtrů. Jsou zde uvedeny metody syntézy přenosových funkcí a syntézy příčkových reaktančních struktur. Zvláštní pozornost je věnována izoextremální aproximacím a jejich modifikacím. Protože kmitočtové filtry obecně vyžadují vysokou přesnost provedení, motivací práce bylo posoudit citlivost ultrasférické aproximace na změnu stavebních prvků filtru. Tato méně známá aproximace je zobecněním klasické Čebyševovy aproximace, která v sobě pro jistou hodnotu parametru zahrnuje jak Čebyševovy aproximace, tak i Legendrovy a Butterworthovy ploché aproximace jako speciální případy. Pokud je autorovi známo, nebyla dosud uvedena její tabulace v katalogu.

Druhá kapitola se věnuje realizaci filtru z nesymetrického mikropásmového vedení. Studuje se zde planární struktura kaskádního kvadrupletu. Tyto struktury vyvinuté v závěru devadesátých let umožňují pomocí křížové vazby dosáhnout vysoké strmosti přechodu z propustného pásma do nepropustného a zajistit tak vysokou míru izolace blízkých kanálů.

V závěrečné kapitole se uvedené postupy použijí k samotnému návrhu filtru. Jsou zde uvedeny numerické výstupy použitých algoritmů a vzájemně porovnány. Speciálně je zde navržen a odsimulován *hairpin* filtr s ultrasférickou aproximací. Filtr typu kaskádní kvadruplet je poté realizován a diskutují se dosažené výsledky.

Smyslem práce bylo vytvořit text, který zájemci v ucelené formě poskytne poměrně robustní výklad pokrývající syntézu přenosové funkce, její realizaci pomocí příčkové struktury a následnou transformaci na mikrovlnnou strukturu. S ohledem na cílený obsah práce není možné ani účelné obsáhnout tak široké disciplíny v jediném textu. Čtenář místo toho může využít citované tituly a látku samostatně prohlubovat. Prerekvizitou textu je základní znalost

látky signálů a soustav jako je Fourierova transformace, impulzní odezva (apod.). Zvládnutí látky komplexní analýzy je výhodou, není ovšem nezbytně nutné. Poznamenejme, že text práce používá relativně pokročilý matematický aparát. V řadě případů se ale často s danými předpoklady výrazně zjednodušuje na triviální aritmetiku nebo jednoduchou algebraickou manipulaci. Většina výpočtů vznikla s podporou programového prostředí MATLAB.

Je mi milou povinností poděkovat na tomto místě několika lidem: prof. L. Milič za poskytnutí původních článků, doktoru M. Caenepeelovi za možnost nahlédnout do zdrojových souborů některých obrázků z jeho dizertační práce a dále Mgr. Pavlovi Reumannovi za trpělivou a laskavou pomoc.

Práce byla vysázena pomocí typografického systému pdfL^AT_EX. Byla použita šablona Ing. Tomáše Hejdy Ph.D. s mikrotypografickými obměnami. Ilustrace a grafy byly vytvořeny pomocí softwarových nástrojů Inkscape, L^AT_EXových maker TikZ/PGF, programového prostředí MATLAB a *full-wave* simulačního prostředí HFSS 13.

Poznámka k užitému značení: proměnné, skaláry, některé konstanty a funkce budeme značit matematickou italikou – f , a , H . Speciálně pro funkce vyznačujeme proměnnou, například funkci času jako $g(t)$. Vektory a matice jsou označeny polotučným skloněným řezem – \mathbf{A} , \mathbf{E} , \mathbf{H} .

Matematické operátory a význačné funkce jsou sázené antikvou – např. $\max[\]$, $\sin(x)$, $df(x)/dx$, π nebo matematickou kaligrafií \mathcal{L} . Matematická kaligrafie je navíc použita k označení význačných *ntic*.

Reálná a imaginární část čísla je vyznačena frakturou \Re , \Im . Číselné množiny jsou značeny zdvojenou linkou – \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{R} , \mathbb{C} .

Kapitola 2

Základy teorie kmitočtových filtrů

V této kapitole zavedeme řadu základních pojmů a vztahů na kterých je moderní teorie analogových filtrů vybudovaná. Zavedené vztahy poté použijeme v kapitole 4 pro návrh vlastního filtru.

2.1 Úvod

V práci se omezíme na třídu selektivních soustav s jednou vstupní a jednou výstupní bránou, které souhrnně nazýváme dvojbrany.

Definice 2.1. Lineární, kmitočtově selektivní dvojbran \mathcal{H} , pro který jsou spojitě vstupní a výstupní signály $s_1(t)$ a $s_2(t)$ svázány konvolučním integrálem

$$s_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) s_1(\tau) d\tau, \quad (2.1)$$

kde $h(t)$ je impulzní odezva dvojbranu, nazveme *analogový kmitočtový filtr*, pokud modul Fourierova obrazu impulzní odezvy není konstantní v celém oboru ω , tj. $|\mathcal{F}\{h(t)\}(\omega)| \neq a$, $a \in \langle 0; 1 \rangle$, $\forall \omega$.

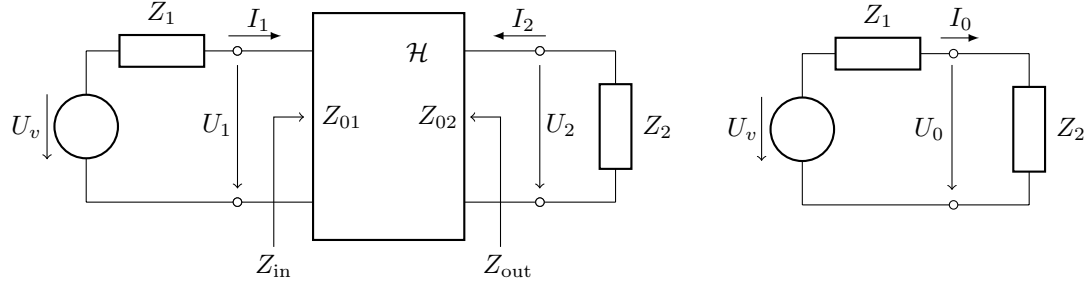
Definice 2.1 říká, že analogový kmitočtový filtr některé úseky spektra $S(\omega)$ signálu $s(t)$ více či méně potlačuje. Říkáme, že provádí kmitočtovou selekci. Je zřejmé, že takové definici vyhoví každý kmitočtově závislý reálný prvek. Zabývejme se proto systematickou konstrukcí takových soustav s impulzní odezvou $h(t)$, které definovaným způsobem realizují nebo se podílí na funkci daného systému (např. filtry v diplexerech, filtry superheterodynních přijímačů apod.).

V dalších částech budeme vycházet zejména z literatury [1] a [2]. Návrh filtru budeme provádět z provozního přenosu dvojbranu.

Definice 2.2. Provozně zatížený dvojbran pracuje mezi obecnými impedancemi zdroje Z_1 a zátěže Z_2 a *provozní přenos* H je určen vztahem

$$H = \sqrt{\frac{U_2(-I_2)}{U_0 I_0}} \quad (2.2)$$

kde U_2 a $-I_2$ jsou veličiny na zatěžovací impedanci Z_2 , která je připojená na zdroj přes daný dvojbran (viz obrázek 2.1a) a U_0 a I_0 jsou veličiny na zatěžovací impedanci Z_2 připojené přímo na zdroj (viz obrázek 2.1b).



(a) : Provozně zatížený dvojbran \mathcal{H}

(b) : Obvodové veličiny na zatěžovací impedanci Z_2

Obrázek 2.1: Ilustrace k definici 2.2

Provozní přenos H je tedy určen i zatěžovacími impedancemi na jeho vstupní a výstupní bráně. V obrázku 2.1a je $Z_{0i} = \sqrt{Z_{pi}Z_{ki}}$, $i = 1, 2$, obrazová impedance, definovaná jako geometrický průměr impedancí naprázdno a nakrátko.

Vztah (2.2) lze přepsat jako

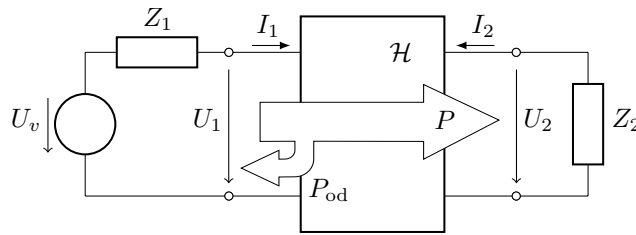
$$H = \sqrt{\frac{P}{P_{\max}}} \quad (2.3)$$

kde P_{\max} představuje výkon na zátěži, který je zdroj schopen dodat do zátěže a P je skutečný výkon, který zdroj přes uvažovaný dvojbran do zátěže dodá.

Budeme-li uvažovat reaktanční bezztrátový dvojbran, můžeme sestavit výkonovou bilanci

$$P_{\max} = P + P_{\text{od}} \quad (2.4)$$

kde P_{\max} je výkon na vstupní bráně, který by vstoupil do dvojbranu při impedančním přizpůsobení. Protože uvažujeme obecně (provozně) zatížený dvojbran, uplatní se na vstupní bráně koeficient odrazu Γ a část výkonu se na vstupní bráně odrazí jako P_{od} a část P dospěje do zátěže (viz obrázek 2.2).



Obrázek 2.2: Výkonová bilance provozně zatíženého bezztrátového dvojbranu \mathcal{H}

Úpravou bilance (2.4)

$$\frac{P_{\max}}{P} = 1 + \frac{P_{\text{od}}}{P} \quad (2.5)$$

zavádíme novou funkci takto:

Definice 2.3. Podíl P_{od}/P přeznačíme

$$\frac{P_{\text{od}}}{P} = |\varphi(j\omega)|^2 \quad (2.6)$$

a funkci na pravé straně budeme nazývat *charakteristická funkce*.

Srovnáním s (2.3) je vidět, že bilanci (2.4) můžeme ještě upravit.

Definice 2.4 (charakteristická rovnice). Rovnici

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + |\varphi(j\omega)|^2} \quad (2.7)$$

(včetně jejího analytického pokračování v proměnné $p = \sigma + j\omega$) budeme nazývat *charakteristická rovnice* (též Causerova rovnice) LC dvojbranu.

Vedle modulu přenosu dvojbranu sledujeme i jeho fázové charakteristiky a posuzujeme jejich linearitu. Proto zavádíme další veličinu.

Definice 2.5. Vztahem

$$\tau(\omega) = -\frac{d \arg\{H(j\omega)\}}{d\omega} \quad (2.8)$$

definujeme tzv. *skupinové zpoždění* dvojbranu.

2.1.1 Normování

Protože rozsahy hodnot pasivních prvků studovaných LC dvojbranů jsou velmi velké, zavádíme impedanční a kmitočtové normování.

Imitanční funkce jsou určeny polohou nul p_0 a pólů p_∞ až na násobnou konstantu K – uvažujme například operátorový obraz impulzové odezvy $h(t)$ lineárního, časově invariantního systému vzhledem k Laplaceově transformaci $\mathcal{L}\{h(t)\}(p)$ ve tvaru součinu

$$H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = K \frac{\prod_{i=1}^M (p - p_{0i})}{\prod_{i=1}^N (p - p_{\infty i})}, \quad (2.9)$$

je proto přirozené zavést normování $z(p) = Z(p)/R_0$, kde R_0 je kladná, reálná konstanta s rozměrem $[\Omega]$.

Poznámka 2.6. Normované veličiny budeme dále značit malými písmeny. Uvažujme například sériový RLC obvod s impedancí $Z(p) = R + pL + 1/pC$. Po normování máme

$$z(p) = \frac{Z(p)}{R_0} = \frac{R}{R_0} + p \frac{L}{R_0} + \frac{1}{pCR_0} = r + pl + \frac{1}{pc},$$

kde $r = R/R_0$, $l = L/R_0$ a $c = CR_0$ jsou impedančně normované hodnoty prvků daného RLC obvodu.

Kmitočtové normování zavádí novou proměnnou $s = p/\omega_0$, ovšem je třeba brát zřetel na to, že se nesmí změnit impedance prvků. V případě našeho sériového RLC píšeme

$$z(s) = Z\left(\frac{p}{\omega_0}\right) = R + s\omega_0 L + \frac{1}{s\omega_0 C} = \tilde{r} + s\tilde{l} + \frac{1}{s\tilde{c}}$$

kde $\tilde{r} = R$, $\tilde{l} = \omega_0 L$ a $\tilde{c} = \omega_0 C$ jsou kmitočtově normované prvky. Značení převzato z [1].

Normováním se transformují úlohy syntézy zadaných soustav typu dolní, horní a pásmová propust resp. pásmová zádrž na normovanou dolní propust. Výsledky získané pro tuto

normovanou dolní propust se poté snadno transformují na požadovaný typ soustavy. Proto byly na základě normované dolní propusti sestaveny obsáhlé návrhové tabulky a katalogy (například [3] a [4]). Poznamenejme, že uvedený postup je možné aplikovat pouze na souměrné pásmové propusti.

Požadavky na pásmovou propust se kmitočtově transformují na normovanou dolní propust

$$s_{\text{PP}} = \frac{1}{\Delta\omega} \left(p + \frac{\omega_m^2}{p} \right) \rightarrow \Omega_{\text{PP}} = \left| \frac{1}{\Delta\omega} \left(\omega - \frac{\omega_m^2}{\omega} \right) \right|, \quad (2.10)$$

kde $\Delta\omega = \omega_p - \omega_{-p}$ je šířka propustného pásma a $\omega_m = \sqrt{\omega_p \omega_{-p}}$ je geometrický střed propustného pásma filtru. Reaktance indukčností normované dolní propusti (viz dále) se vztahem (2.10) transformují na impedance sériových rezonančních obvodů a susceptance kapacitorů normované dolní propusti se transformují na admitance paralelních rezonančních obvodů.

Úpravami provozního přenosu $H(p)$ lze najít vztah pro normovanou ($k R_1$) vstupní impedanci Z_{vst}

$$\frac{Z_{\text{vst}}}{R_1} = \frac{H^{-1}(p) \pm \varphi(p)}{H^{-1}(p) \mp \varphi(p)}. \quad (2.11)$$

Odvození těchto vztahů čtenář nalezne v [5]. Význam volby znamének bude vysvětlen v části 2.3.1.

2.2 Aproximace

Syntézou lineárních, časově invariantních (LTI) selektivních systémů budeme tedy rozumět návrh obvodové struktury, která v předepsaných mezích splňuje jistá kritéria ve vztahu vstupních a výstupních veličin. Tyto požadavky aproximujeme vhodnou racionální lomenou funkcí a tuto pak realizujeme vhodnou obvodovou strukturou.

Aproximovat lze obecně modulové charakteristiky, fázové charakteristiky nebo skupinové zpoždění. Podmínkou je, aby tato racionálně lomená funkce byla fyzikálně realizovatelná.

Definice 2.7. Řekneme, že LTI systém je *kauzální*, pokud je splněno Paley-Wienerovo kritérium kauzality

$$\int_{\mathbb{R}} \frac{|\ln |H(\omega)||}{1 + \omega^2} d\omega < \infty, \quad (2.12)$$

tj. integrál existuje a je konečný.

Podrobněji viz [6] a [7].

Definice 2.8. Systém nazveme *stabilní*, pokud omezený vstupní signál $x(t) \leq A < \infty$ vyvolá omezenou odezvu $y(t) \leq B < \infty$ (někdy též kritérium BIBO – *bounded input bounded output*).

O stabilitě systému lze rozhodnout na základě celé řady kritérií (například Routh-Hurwitzovo kritérium, Nyquistovo kritérium apod.), my se omezíme na konstatování zmíněného kritéria BIBO.

Definice 2.9. Pokud systém současně splňuje definice 2.7 a 2.8, říkáme, že je *realizovatelný*.

Pro kauzální soustavu je impulzní odezva $h(t) = 0$ pro $t < 0$ a pro stabilní soustavu je výstupní signál $s_2(t) < \infty$. Meze konvolučního integrálu z definice 2.1 přecházejí na

$$s_2(t) = \int_0^{\infty} h(t - \tau) s_1(\tau) d\tau. \quad (2.13)$$

Syntéza filtru spočívá v aproximaci modulové charakteristiky přenosové funkce tak, aby vyhovovala předepsaným tolerančním mezím selektivity daného filtru, popřípadě se konstruuje přenosová funkce vyhovující požadavkům na fázovou charakteristiku.

Charakteristická funkce $\varphi(p)$ zavedená v (2.6) má nuly a póly na ose ω . Tak se syntéza aproximační funkce převádí z roviny p na úlohu aproximace funkce jedné reálné proměnné.

Zásadní pro naši syntézu budou *maximálně ploché* aproximace (též Padého aproximace) a *stejnomoerné aproximace*.

2.2.1 Aproximace funkcí

Protože se dále budeme zabývat otázkou aproximace přenosové funkce, učiníme na tomto místě krátkou poznámku o hlavních výsledcích teorie aproximace funkcí. Podrobně je problematika diskutovaná v [8] a [9] popřípadě stručně v [10].

Úlohou aproximace je nalézt funkci $F(x)$ takovou, aby na intervalu $x \in \langle a; b \rangle$ (dále $x \in E$) „napodobovala“ funkci $f(x)$. Píšeme

$$f(x) \sim F(x, \mathbf{D}); \quad x \in E \quad (2.14)$$

kde $\mathbf{D} = (d_1, d_2, d_3, \dots, d_n)$ je vektor parametrů d_i aproximační funkce (například vektor reálných koeficientů). Intuitivní relaci $f(x) \sim F(x, \mathbf{D})$ je nutné precizovat.

Definice 2.10. Řekneme, že $F(x, \mathbf{D})$ aproximuje funkci $f(x)$, pokud pro zvolené reálné $\varepsilon > 0$ platí

$$w(x)|f(x) - F(x, \mathbf{D})| \leq \varepsilon, \quad x \in E, \quad (2.15)$$

kde $w(x)$ představuje *váhovou funkci*.

Vztahem

$$\delta_m = \max |f(x) - F(x, \mathbf{D})|, \quad x \in E, \quad (2.16)$$

definujeme *odchylku aproximace* (někdy nazývané jako Čebyševovo kritérium [8]).

Nerovnost (2.15) představuje stejnoměrné kritérium. Nestejnoměrná kritéria jsou pro $\delta > 0$ vyjádřena

$$\int_E p(x)|f(x) - F(x, \mathbf{D})|^\phi dx \leq \delta. \quad (2.17)$$

Pokud $\phi = 2$, hovoříme o *kritérium střední kvadratické odchylky*. Pro $\phi \approx 200$ se prakticky shoduje se stejnoměrnou odchylkou [11]. Navíc obecně platí, že pokud je splněna podmínka (2.15), je splněna i (2.17). Opačné tvrzení neplatí. [10]

Následující věta ukazuje, že za aproximační funkci lze volit polynomy.

Věta 2.11 (Stone-Weierstrass). *Je-li $f(x)$ definovaná a spojitá na $\langle a; b \rangle$, lze pro každé $\varepsilon > 0$ nalézt polynom $P_n(x)$ takový, že pro $x \in E$ platí*

$$|f(x) - P_n(x)| < \varepsilon.$$

Důkaz. Viz [8]. □

Poznámka 2.12. Takový polynom je například Bernsteinův polynom $B_n(x)$ stupně n [10].

Další věta ukazuje, že existuje právě jeden polynom nejvýše n tého stupně takový, že pro každý jiný polynom stejného stupně n je odchylka δ_m větší.

Věta 2.13 (Čebyšev). Necht $f(x)$ je spojitou funkcí na $\langle a; b \rangle$ a necht $n > 0$ je celé číslo. Potom $P_n(x)$ je polynomem nejlepší aproximace tehdy, existuje-li alespoň $n + 2$ bodů

$$x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n < x_{n+1} < x_{n+2} \quad x_i \in E, \quad i = 1, 2, \dots, (n + 2)$$

v nichž platí

$$\delta_m = |f(x_i) - P_n(x_i)|.$$

Přitom platí, že aproximační odchylky v bodech, které následují po sobě

$$f(x_i) - P_n(x_i)$$

a

$$f(x_{i+1}) - P_n(x_{i+1})$$

mají opačná znaménka. Funkce $F(x)$ je pak nejlepší aproximace funkce $f(x)$.

Důkaz. Viz [8] nebo jednoduchý důkaz v [10]. \square

Věta 2.13 platí i obráceně a i pro $F_w(x, \mathbf{D}) = w(x)F(x, \mathbf{D})$. Čebyšev ukázal, že řešení úlohy

$$\min[\max |f(x) - F_w(x, \mathbf{D})|] = \delta_m, \quad x \in E \quad (2.18)$$

existuje.

Omezíme se nyní na speciální třídu aproximací, která se váže ke studované látce.

Definice 2.14. Aproximace funkce $f(x)$ souborem n reálných funkcí $g_i(x)$ ortogonálních na E s váhou $w(x)$, tak, aby

$$f(x) \sim \sum_{i=1}^n a_i g_i(x) \quad (2.19)$$

znamená najít koeficienty a_i rovnosti

$$\int_E w(x) f(x) g_i(x) dx = a_i c_i. \quad (2.20)$$

V podstatě můžeme vytvořit neomezené množství souborů ortogonálních polynomů, nad kterými lze úlohu řešit. Některé soubory mají ovšem výhodnější vlastnosti – takovými jsou například soubory ortogonálních polynomů.

Pro ortogonální polynomy platí, že nulové body jsou vesměs jednoduché a leží v intervalu ortogonality. Navíc se nulové body dvou po sobě jdoucích polynomů $P_\nu(x)$ a $P_{\nu+1}(x)$ navzájem střídají [9]. Proto jim budeme věnovat větší pozornost.

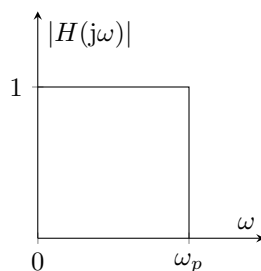
2.2.2 Standardní aproximace

Standardní aproximace modulové charakteristiky se vedou přes charakteristickou rovnici (viz vztah (2.7))

$$|H(j\omega)|^2 = H(j\omega)H(-j\omega) = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \varphi^2(\omega)} \quad (2.21)$$

kde $\varepsilon > 0$ je reálná konstanta.

Nestandardní aproximace se naopak budují některým iterativním algoritmem (Remezův), podrobnosti například v [9].



Obrázek 2.3: Přenosová funkce ideální dolní propusti

■ Aproximace normované dolní propusti

S ohledem na zavedené normování v sekci 2.1.1 se aproximační úloha řeší pro normovanou dolní propust (dále jen NDP).

Definice 2.15. Je-li ω_p mezní kmitočet propustného pásma, pak modulová charakteristika *ideální dolní propusti* (viz obrázek 2.3) je

$$|H(j\omega)| = \begin{cases} 1 & \text{pro } \omega \in \langle 0, \omega_p \rangle \\ 0 & \text{pro } \omega \in (\omega_p, \infty) . \end{cases} \quad (2.22)$$

Kmitočet přechází v $\omega_p \rightarrow 1$ (resp. $\omega_s \rightarrow \Omega_s$ jak bude vysvětleno dále). Taková soustava ale není kauzální, protože impulzní odezva $\mathcal{F}^{-1}\{|H(j\omega)|\} = h(t) \neq 0$ pro $t < 0$ (alternativně viz definici 2.7).

Nemůžeme klást požadavky na fázovou charakteristiku resp. skupinové zpoždění a modulovou charakteristiku libovolně. Přepíšeme provozní přenos

$$H(p) = e^{-\Lambda(p)} = 10^{-\frac{1}{20}\Lambda(p)} \quad (2.23)$$

Funkce $H(p)$ je meromorfní v p , tedy i funkce $\Lambda(p)$. Omezme se na $p = j\omega$, potom máme

$$\Lambda = a(j\omega) + jb(j\omega) \quad (2.24)$$

kde $a(j\omega)$ představuje útlumovou charakteristiku a $b(j\omega)$ fázovou charakteristiku. Dále můžeme psát

$$a(j\omega) = \ln |H(j\omega)|, \quad b(j\omega) = \arg H(j\omega). \quad (2.25)$$

Reálná a imaginární část holomorfní funkce jsou svázány dvojicí Hilbertových transformací (viz [12])

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b(\xi)}{\omega - \xi} d\xi, \quad b(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a(\xi)}{\omega - \xi} d\xi. \quad (2.26)$$

Definice 2.16. Pokud pro danou soustavu \mathcal{H} platí (2.26), říkáme, že \mathcal{H} je *soustava s minimální fází*.

Podrobný výklad lze nalézt například v [13].

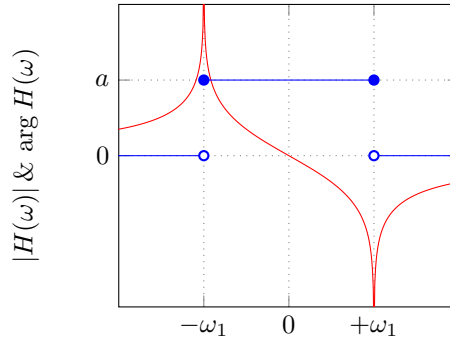
Poznámka 2.17. Uvedme bez odovzení pro lepší názornost výše uvedeného příklad (podrobně v [5]). Předpokládejme, že pro reálné $a > 0$ a nějaký kmitočet $0 < \omega_1 < \infty$ máme modulovou charakteristiku

$$|H(\omega)| \begin{cases} a, & \text{pro } \omega \in \langle -\omega_1; \omega_1 \rangle \\ 0, & \text{jinde.} \end{cases} \quad (2.27)$$

Podle (2.26) lze pro fázovou charakteristiku najít

$$\arg H(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\omega_1}^{\omega_1} \frac{a}{\omega - \xi} d\xi = -\frac{a}{\pi} \ln \frac{|\omega + \omega_1|}{|\omega - \omega_1|}. \quad (2.28)$$

Integrály (2.26) se počítají ve smyslu Cauchyovy hlavní hodnoty – celý výpočet lze podrobně najít v [5]. Je vidět (viz obrázek 2.4), že pro kmitočty $\pm\omega_1$, kde modul ideální dolní propusti přechází z a na 0, fáze roste nade všechny meze $\arg H(\omega) \rightarrow \mp\infty$.



Obrázek 2.4: Příklad Hilbertovy transformace konstantního modulu $|H(\omega)| = a$

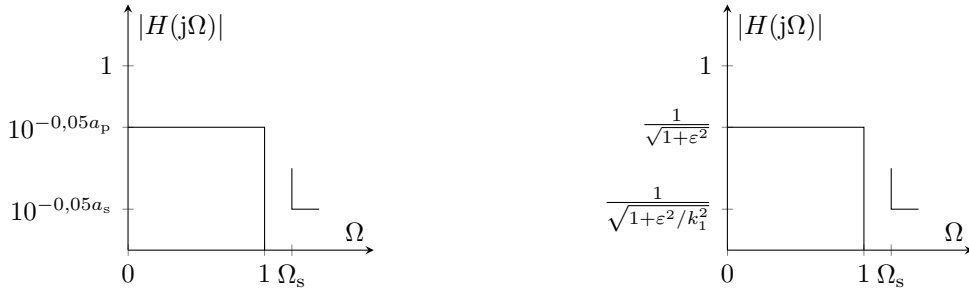
Jednotka v propustném pásmu je aproximována s jistou chybou a_p v [dB]. Přechod do nepropustného pásma musí být spojitý. Tím je určena selektivita filtru. Přechodové pásmo je určeno hraničním kmitočtem nepropustného pásma Ω_s a přípustnou chybou aproximace nuly v nepropustném pásmu danou minimálním útlumem a_s v [dB].

Definice 2.18. Čtveřice $\mathcal{A} = (a_p, a_s, 1, \Omega_s)$ představuje *primární* parametry, kterými se zadávají požadavky na toleranční schéma aproximační úlohy syntézy přenosové funkce NDP. Tyto parametry lze vyjádřit i trojicí $\mathcal{S} = (\varepsilon, k, k_1)$ *sekundárních* parametrů

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1a_p} - 1}, \quad k = \frac{1}{\Omega_s}, \quad k_1 = \sqrt{\frac{10^{0,1a_p} - 1}{10^{0,1a_s} - 1}}, \quad (2.29)$$

kde ε je reálná konstanta udávající přípustné *zvlnění* v propustném pásmu, k je *selektivní* koeficient, udávající poměr mezi propustného pásma a nepropustného pásma a konečně k_1 je *diskriminační* koeficient, který vyjadřuje odstup modulu přenosu v propustném a nepropustném pásmu. Vzájemný vztah $\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{S}$ je patrný z obrázku 2.5.

Parametry k a k_1 je často nutno během syntézy aproximační funkce přepočítávat. Buď se provádí korekce k_1 a zpřesňuje se útlum a_s na hranici nepropustného pásma Ω_s , nebo se zpřesňuje přímo poloha Ω_s korekcí parametru k . Tím se dosáhne celočíselného stupně aproximace n . Aproximující přenosová funkce $H(s)$ v rovině komplexního kmitočtu s totiž musí být racionálně lomenou funkcí. Korekcí $[n]$ se navíc zajistí určitá rezerva aproximace.



(a) : vyjádření \mathcal{A}

(b) : vyjádření \mathcal{S}

Obrázek 2.5: Toleranční schéma NDP

2.2.3 Izoextremální aproximace

Důležitou skupinu stejnoměrných aproximací tvoří *izoextremální aproximace* (též Čebyševovy aproximace). V této části uvedeme bez odvození (podrobně v [1]) nutné vztahy pro konstrukci přenosových funkcí založených na Čebyševových polynomech. Charakteristickou funkcí aproximované NDP tvoří klasické ortogonální Čebyševovy polynomy.

Definice 2.19. Polynomy definované vztahy

$$T_n(\Omega) = \cos(n \arccos \Omega), \quad |\Omega| \leq 1, \quad (2.30a)$$

$$T_n(\Omega) = \cosh(n \arg \cosh \Omega), \quad |\Omega| > 1, \quad (2.30b)$$

kde n představuje stupeň polynomů, jsou *Čebyševovy polynomy I. druhu*.

Koeficienty T_n lze určit i rekurentní formulí

$$T_{(0)}(\Omega) = 1, \quad (2.31a)$$

$$T_{(1)}(\Omega) = \Omega, \quad (2.31b)$$

$$T_{(n+1)}(\Omega) = 2\Omega T_{(n)}(\Omega) - T_{(n-1)}(\Omega). \quad (2.31c)$$

Volíme-li za charakteristickou funkci $\varphi(p) = \varepsilon T_n(p)$, dostáváme pro NDP omezením $s = j\Omega$ charakteristickou rovnici ve tvaru

$$H(j\Omega)H(-j\Omega) = |H(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega)}. \quad (2.32)$$

Stupeň Čebyševova polynomu pro požadovanou selektivitu filtru určíme jako

$$\frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\Omega)} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2/k_1^2} \quad (2.33)$$

z čehož

$$T_n(\Omega_s) = \sqrt{\frac{10^{0,1a_s} - 1}{10^{0,1a_p} - 1}} = \frac{1}{k_1}. \quad (2.34)$$

Pro stupeň aproximace potom z (2.30b) plyne

$$n \geq \left\lceil \frac{\arg \cosh \frac{1}{k_1}}{\arg \cosh \frac{1}{k}} \right\rceil = \left\lceil \frac{\ln \left(\frac{1}{k_1} + \sqrt{\frac{1}{k_1^2} - 1} \right)}{\ln \left(\frac{1}{k} + \sqrt{\frac{1}{k^2} - 1} \right)} \right\rceil, \quad (2.35)$$

kde $n \in \mathbb{Z}$. Korekci na celočíselné n můžeme provést přepočtem útlumu a_s

$$k_1 = \frac{1}{\cosh \left(n \arg \cosh \left(\frac{1}{k} \right) \right)}, \quad a_s = 10 \log \left(1 + \frac{\varepsilon^2}{k_1^2} \right), \quad (2.36)$$

kde k_1 a a_s jsou již korigované hodnoty a k a ε jsou původní parametry tolerančního schématu. Korekci můžeme provést i úpravou polohy Ω_s

$$k = \frac{1}{\cosh \left(\frac{1}{n} \arg \cosh \left(\frac{1}{k_1} \right) \right)}, \quad \Omega_s = \frac{1}{k}, \quad (2.37)$$

kde k a Ω_s jsou již korigované hodnoty a k_1 je původní diskriminační koeficient původního tolerančního schématu.

Póly přenosové funkce $H(s)H(-s)$ jsou v kmitočtové rovině rozloženy na elipse, pro jejíž poloosy platí

$$a = \frac{1}{2} \left[\left(\sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon^2}} \right)^{\frac{1}{n}} - \left(\sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon^2}} \right)^{\frac{1}{n}} \right], \quad (2.38a)$$

$$b = \frac{1}{2} \left[\left(\sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon^2}} \right)^{\frac{1}{n}} + \left(\sqrt{1 - \frac{1}{\varepsilon^2}} \right)^{\frac{1}{n}} \right]. \quad (2.38b)$$

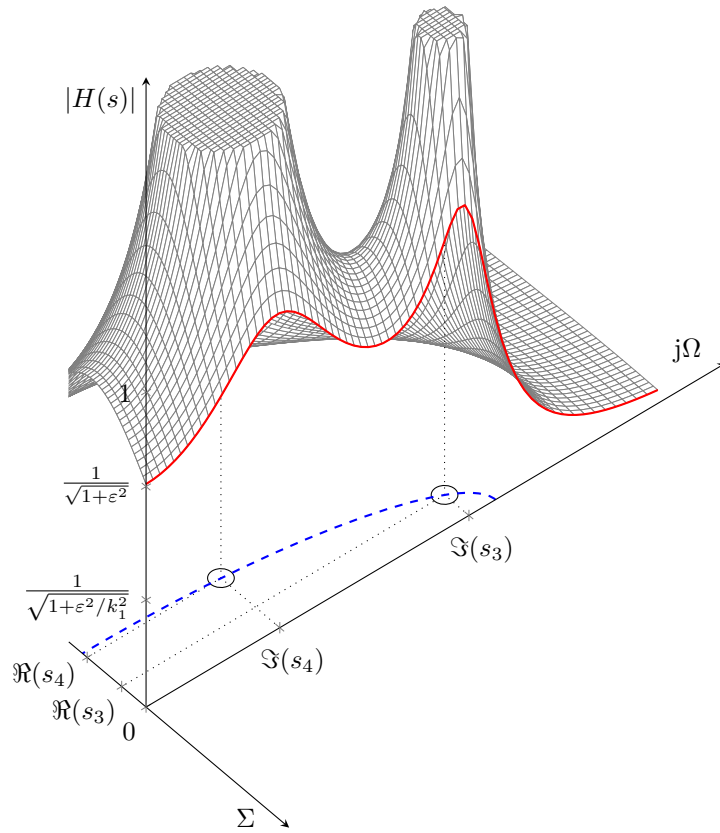
Systémovou funkci konstruujeme pouze z pólu, které leží v levé polovině komplexní roviny s (z důvodu stability musí být jmenovatel $H(s)$ Hurwitzův polynom). Pro polohy pólů lze najít vztah

$$s_\mu = \alpha_\mu + j\beta_\mu = -a \sin \pi \frac{2\mu - 1}{2n} + jb \cos \pi \frac{2\mu - 1}{2n}, \quad \mu = 1, 2, \dots, n. \quad (2.39)$$

Přehledně je situace zachycena na obrázku 2.6, kde je zobrazena část modulu $|H(s)|$ NDP s izoextremálním zvlněním v propustném pásmu. Modrá linka zobrazuje elipsu, na které leží póly, červeně je vyznačena situace $s = j\Omega$, která zobrazuje modul přenosové funkce $|H(j\Omega)|$ resp. Fourierův obraz impulzové odezvy dané NDP $\mathcal{F}\{h(t)\}$. Obrázek ilustruje stupeň aproximace 4.

Maxima v propustném pásmu určíme položením $T(\Omega) = 0$, z čehož

$$\Omega_{0\mu} = \cos \pi \frac{2\mu - 1}{2n}, \quad \mu = \begin{cases} 1, 2, 3, \dots, n/2 & \text{pro } n \text{ sudé,} \\ 1, 2, 3, \dots, (n-1)/2 & \text{pro } n \text{ liché.} \end{cases} \quad (2.40)$$



Obrázek 2.6: Přenosová funkce $|H(s)|$ NDP (Čebyšev - 4. řád)

Všimněme si, že pro n sudé je přenosová funkce $|H(0)|^2 \neq 1$, jinými slovy má v nule nenulový útlum. Rovněž si lze všimnout, že počet extrémů v propustném pásmu odpovídá stupni aproximace.

Pro n liché je přenosová funkce $H(s)$ ve tvaru

$$H(s) = \frac{H_0}{(s+a) \prod_{\mu=1}^m (s^2 - 2\alpha_{\mu}s + \alpha_{\mu}^2 + \beta_{\mu}^2)}, \quad m = \frac{n-1}{2}, \quad (2.41)$$

kde *normovací konstantu* H_0 určíme jako

$$H_0 = a \prod_{\mu=1}^m (\alpha_{\mu}^2 + \beta_{\mu}^2) = \frac{1}{\varepsilon 2^{2m}}. \quad (2.42)$$

Pro n sudé

$$H(s) = \frac{H_0}{\prod_{\mu=1}^m (\alpha_{\mu}^2 + \beta_{\mu}^2)}, \quad m = \frac{n}{2}, \quad (2.43)$$

kde normovací konstanta

$$H_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \prod_{\mu=1}^m (\alpha_\mu^2 + \beta_\mu^2) = \frac{1}{\varepsilon 2^{2m-1}}. \quad (2.44)$$

Pro charakteristické funkce navíc máme

$$\varphi(s) = T_n(s) = \begin{cases} \text{pro } n \text{ liché} & 2^{2m} s \prod_{\mu=1}^m (s^2 + \Omega_{0\mu}^2), \quad m = \frac{n-1}{2}, \\ \text{pro } n \text{ sudé} & 2^{2m-1} s \prod_{\mu=1}^m (s^2 + \Omega_{0\mu}^2), \quad m = \frac{n}{2}. \end{cases} \quad (2.45)$$

■ Poznámka k citlivosti Čebyševova filtru

Přenosovou funkci je potřeba realizovat skutečnými součástkami resp. danou technologií. Tyto realizace se od požadovaných (viz dále) nominálních hodnot liší o jistou toleranci, která zkresluje tvar výsledné přenosové funkce.

Analýzou vlivu tolerancí na funkci obvodu se zabývá citlivostní analýza. Širší diskuze by výrazně překračovala cílený obsah práce. Uvedme proto jen výsledky, které zásadně motivují další postup.

Definice 2.20. *Relativní citlivost* přenosové funkce $|H(s, x)|$ v závislosti na x definujeme jako

$$S_x^{|H(s,x)|} = \frac{\partial |H(s, x)|}{\partial x} \frac{x}{|H(s, x)|} \quad (2.46)$$

resp.

$$\frac{d|H(s, \mathbf{x})|}{|H(s, \mathbf{x})|} = \sum_{i=1}^n S_{x_i}^{|H(s,x)|} \frac{dx_i}{x_i}, \quad (2.47)$$

kde $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, n je počet uvažovaných prvků. Podrobněji v [14].

Příčková struktura filtru je v podstatě optimální a citlivost lze tedy snižovat jen vhodným výběrem aproximace. Obecně platí, že citlivost lze snižovat vyšším stupněm aproximace [14]. Taková redundance nemusí být vždy možná (např. náš případ návrhu kaskádního kvadrupletu) nebo výhodná. Druhou možností je konstruovat takové funkce, které mají omezené činitele jakosti pólů – takové postupy se uplatňují především v návrhu aktivních *RC* filtrů [11].

Zajímavou možnost představuje snižování amplitudové charakteristiky směrem k okraji propustného pásma [14]. Okraj propustného pásma Ω_c je totiž nejcitlivější [15]. Neiryneck a Milić odvodili algoritmus, kterým lze konstruovat tzv. *izoextremální tolerance* a zároveň ukázali, že pro jisté hodnoty parametru α je výhodné použít tzv. ultrasférické aproximace jako rozumného kompromisu polouzavřeného tvaru s nižší výpočetní náročností. V člancích [16] a [17] předvedli snížení citlivosti takové, že dovolené tolerance stavebních prvků byly víc než dvojnásobné.

■ 2.2.4 Aproximace kombinovaných požadavků

Doposud jsme brali v úvahu aproximaci modulové charakteristiky. Velmi častá je ale úloha vyhovět přenosovou funkcí požadavkům na skupinové zpoždění τ a současně modulu $|H(s)|$ popřípadě dosáhnout vysoké selektivity a plochého průběhu v propustném pásmu.

Takové úlohy vyžadují poměrně náročné metody syntézy. Vedle standardních a dobře zavedených aproximací typu Butterworth, Bessel, (inverzní) Čebyšev a Caer existují sofistikované konstrukce, které nejruznějším způsobem dosahují kompromisních požadavků.

V zásadě existují dva směry pracovních postupů. Heuristický přístup předpokládá výhodné vlastnosti některých přenosových funkcí a kompromis hledá jako přechod mezi nimi. Takové postupy vedou na tranzitivní Butterworthovy–Thompsonovy filtry (též tabelované v české literatuře [3]), které rozpracovali Peless a Murakami.

Druhou možností je teoreticky odůvodněná volba polynomů speciálního typu. Pozornost si zasluhuje zvláštní skupina aproximací s monotónním průběhem v propustném pásmu a s vyšší selektivitou než mají klasické maximálně ploché aproximace. Takové kvazipolynomiální aproximace jsou například Papoulisovy (Legendrové filtry nebo jen L -optimální filtry), které jsou speciálním případem obecných aproximací zkonstruovaných Halpernem a Rakovičem. Třída kvazipolynomiláních aproximací byla podrobně studovaná a vzájemné souvislosti lze systematicky popsat. Soustavný výklad čtenář najde v [7] nebo [9].

Jiným případem je užití ultrasférických polynomů či Besselových polynomů. V české literatuře [3] je tabelovaná například aproximace Feistel–Unbehauenova, která vykazuje izoextremální zvlnění v nepropustném pásmu a ploché skupinové zpoždění v propustném pásmu. Naopak chybí tabelace méně známého zobecnění, které rozpracoval Yoshida, který vedle plochého skupinového zpoždění zkonstruoval funkci, která vykazuje i plochou amplitudovou charakteristiku v propustném pásmu [9].

Naši motivací pro použití ultrasférických filtrů bude jednak demonstrace výpočtu a tabelace vybraných příčkových topologií NDP, která dosud v české literatuře chybí, jednak dosáhnout snížení citlivosti ve smyslu prací Neirynecka a Milić.

2.2.5 Ultrasférické filtry

Nejprve učiníme krátkou revizi souvislostí souborů klasických ortogonálních polynomů. Podrobný výklad lze nalézt v [18].

Definice 2.21. Funkci

$${}_2F_1 \left[\begin{matrix} a & b \\ c \end{matrix}; z \right] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(a)_n (b)_n z^n}{(c)_n n!} \quad (2.48)$$

resp.

$${}_pF_q \left[\begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_p \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_q \end{matrix}; z \right] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\prod_{i=1}^p (\alpha_i)_n}{\prod_{i=1}^q (\beta_i)_n} \frac{z^n}{n!} \quad (2.49)$$

říkáme *hypergeometrická funkce* resp. *zobecněná hypergeometrická funkce*, kde obecně symbolem $(a)_n$ značíme *Pochhammerův symbol* [19]

$$(a)_n = \frac{\Gamma(a+n)}{\Gamma(a)}. \quad (2.50)$$

Symbolem Γ zde označujeme *gamma funkci*.

Poznámka 2.22. Pokud $n \in \mathbb{Z}^+$ pak $(a)_n$ přechází na *faktoriální funkci* $(a)_n = a(a+1)\dots(a+n-1)$, takže pro $a = 1$ je $(a)_n = n!$.

Poznámka 2.23. Pokud ve vztahu (2.48) zvolíme $a = c$, $b = 1$, rozpadne se řada na pravé straně na známou geometrickou řadu $\sum_{n=0}^{\infty} z^n$.

Definice 2.24. Vztahem

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(z) = \frac{(1 + \alpha)_n}{n!} {}_2F_1 \left[\begin{matrix} -n & 1 + \alpha + \beta + n \\ & 1 + \alpha \end{matrix} ; \frac{1 - z}{2} \right] \quad (2.51)$$

definujeme tzv. *Jakobiho polynomy*.

Poznámka 2.25. Pro $\alpha = \beta = 0$ polynomy (2.51) degenerují na tzv. *Legendreovy polynomy*.

Definice 2.26. Speciální případy Jakobiho polynomů $P_n^{(\alpha, \alpha)}(z)$ se nazývají *ultrasférické polynomy*. Budeme je značit $F_n^\alpha(z)$.

Ultrasférické polynomy jsou ekvivalentní *Gegenbauerovým polynomům* $C_n^\alpha(z)$ a lze pro ně najít jednoduchý převodní vztah [20].

Předchozí vztahy jsou poněkud neprůhledné a mají pro nás spíše teoretický význam. Ukažme stručně druhou možnost jak dospět k ultrasférickým polynomům. Celou řadu souborů ortogonálních polynomů $P(x)$ lze získat *Rodriguezovou formulí*

$$P(x) = \frac{1}{w(x)K_n} \frac{d^n}{dx^n} [w(x)X^n], \quad (2.52)$$

kde $X = (x_2 - x)(x - x_1)$ je tzv. základní polynom, K_n je konstanta závislá na stupni n , $w(x)$ představuje váhovou funkci. Pro různé tvary X a $w(x)$ dostáváme různé klasické ortogonální polynomy [9]. Tyto jsou přehledně shrnuty ve schématu na obrázku 2.7.

Vidíme tedy, že pro $\alpha = -0,5$ přecházejí ultrasférické polynomy v Čebyševovy polynomy I. druhu. Zároveň lze ukázat, že platí $F_n^\alpha(1) = 1$. Podobně jako v případě Čebyševových polynomů lze získat koeficienty ultrasférických polynomů rekurentními relacemi [20]

$$F_0^\alpha(x) = 1, \quad F_1^\alpha(x) = x, \quad (2.53)$$

$$(2\alpha + n)F_n^\alpha(x) = (2\alpha + 2n - 1)x F_{n-1}^\alpha(x) - (n - 1)F_{n-2}^\alpha(x), \quad n \geq 2. \quad (2.54)$$

Požadavek $\alpha > -1$ zajišťuje ortogonalitu

$$\int_{-1}^1 (1 - x^2)^\alpha F_n^\alpha(x) F_m^\alpha(x) dx = 0, \quad n \neq m, \quad (2.55)$$

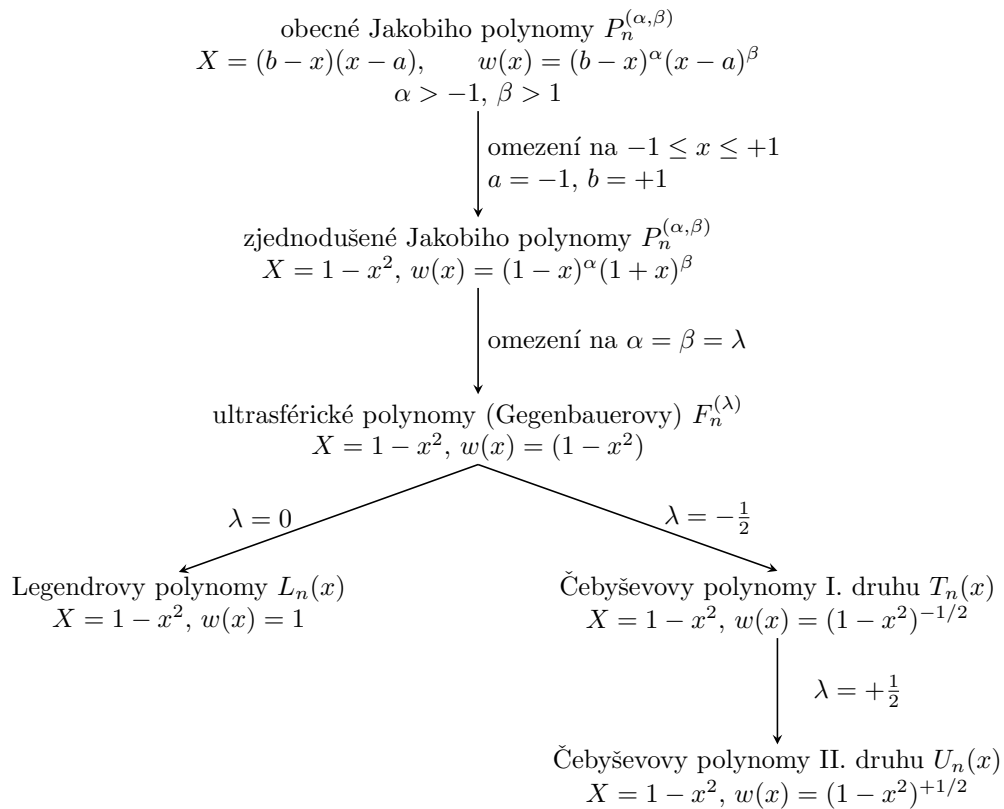
což omezuje polohu nul na interval $-1 < x < +1$.

Na stejném intervalu potom platí i dvojice identit

$$|F_n^\alpha| \leq 1, \quad \alpha > -\frac{1}{2}, \quad (2.56)$$

$$|F_n^\alpha(x)| \leq |F_n^\alpha(\xi)|, \quad -1 < \alpha < -\frac{1}{2}, \quad (2.57)$$

kde $\xi = 0$ pokud n je sudé a ξ je nejmenší kladná nula výrazu $(d/dx)F_n^\alpha(x)$ v případě lichého n .



Obrázek 2.7: Schéma různých kombinací X a $w(x)$

2.2.6 Syntéza přenosové funkce ultrasférického filtru

Analogicky jako v případě Čebyševova filtru budeme konstruovat funkci

$$H(j\Omega)H(-j\Omega) = |H(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 [F_n^\alpha(\Omega)]^2} \tag{2.58}$$

a hledáme hurwitzovské kořeny rovnice

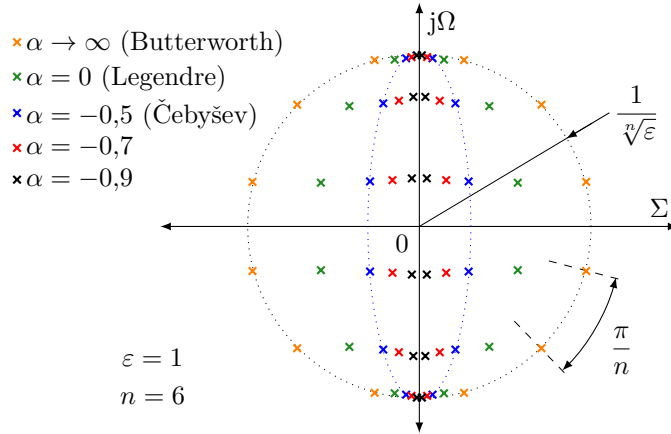
$$1 + \varepsilon^2 \left[F_n^\alpha \left(\frac{\Omega}{j} \right) \right]^2 = 0. \tag{2.59}$$

Následující metoda je zobecněním postupu uvedeného v [3]. Oproti Čebyševově přenosové funkci neexistuje analytický vztah pro jejich nalezení a proto lze využít numerického řešení v programovém prostředí MATLAB. V dalším se zaměříme na sudý stupeň. Z takto získaných kořenů s_ν sestavíme jmenovatele $H(s)$

$$H(s) = \frac{H_0}{\prod_{\nu} (s - s_\nu)}, \tag{2.60}$$

kde H_0 je normovací konstanta, kterou získáme vyčíslením vztahu

$$H_0 = \frac{\prod_{\nu} s_\nu}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 [F_n^\alpha(0)]^2}}. \tag{2.61}$$



Obrázek 2.8: Polohy pólů funkce $H(s)H(-s)$ pro různé α ultrasférického filtru

Charakteristickou funkcí $\varphi(s)$ konstruujeme z nezáporných kořenů s_c rovnice $F_n^\alpha(s) = 0$ jako

$$\varphi(s) = \frac{1}{\varepsilon H_0} \prod_{\zeta} (s^2 + s_{\zeta}^2). \quad (2.62)$$

2.2.7 Porovnání vlastností ultrasférické aproximace s klasickými aproximacemi

V následující části uvedme hlavní výsledky práce [20]. Lze ukázat, že absolutní minimum $|H(j\Omega)|$ pro ultrasférický filtr s $\alpha > -0,5$ nastává na $\Omega = 1$, takže

$$\min |H(\Omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} = |H(1)|. \quad (2.63)$$

Pro ultrasférický filtr s $-1 < \alpha < -0,5$ minimum nastává uvnitř propustného pásma. Odezva ultrasférického filtru pak monotónně klesá pro Ω větší než největší nula $F_n^\alpha(\Omega)$.

Definice 2.27. Maximální odchylku v propustném pásmu před tím, než odezva filtru začne monotónně klesat nazveme *šířka zvlnění*, označíme RW a definujeme

$$RW = 1 - |H(\xi)|. \quad (2.64)$$

Potom platí

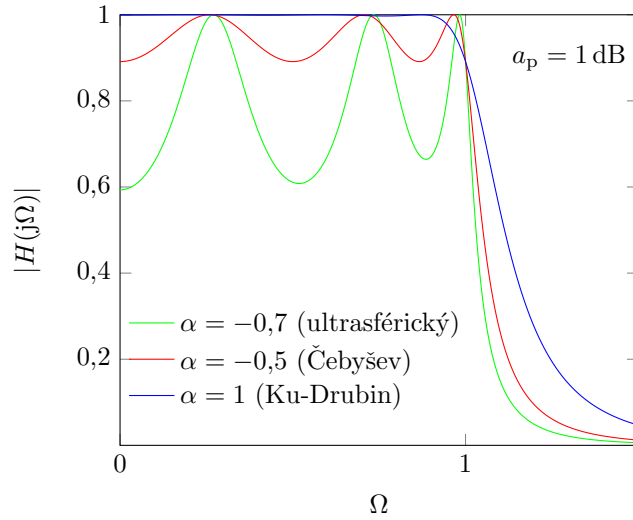
$$RW \underset{\geq}{\leq} 1 - \frac{1}{1 + \varepsilon^2}, \quad \alpha \underset{\leq}{\geq} -\frac{1}{2}. \quad (2.65)$$

Strmost ultrasférického filtru na okraji propustného pásma je daná vztahem

$$m(\alpha) = \left. \frac{d|H(j\Omega)|}{d\Omega} \right|_{\Omega=1} = -\frac{\varepsilon^2 n}{2(1 + \varepsilon^2)^{3/2}} \left[2 + \frac{n-1}{\alpha+1} \right], \quad n \geq 1, \quad (2.66)$$

z čehož plyne identita

$$|m(\alpha)| \underset{\geq}{\leq} \left| m\left(-\frac{1}{2}\right) \right|, \quad \alpha \underset{\leq}{\geq} -\frac{1}{2}. \quad (2.67)$$



Obrázek 2.9: Srovnání $H(j\Omega)$ normovaných dolních propustí založených na ultrasférických polynomech 6. řádu pro různé α

Hodnota $\alpha = 0,5$ tedy rozděluje ultrasférické filtry na dvě třídy. Ze vztahů (2.65) a (2.67) je vidět, že návrhář změnou α může upravovat zvlnění propustného pásma na úkor strmosti a naopak.

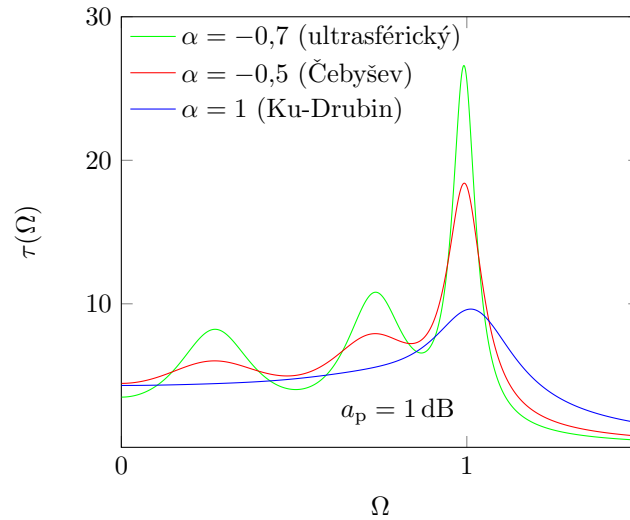
Poznámka 2.28. Připomeňme, že charakteristická funkce maximálně plochého filtru (Butterworth) je $\varphi(s) = \varepsilon s^n$. Blíže například [1].

Poznámka 2.29. V práci není prostor pro diskusi případu, který studovali Ku a Drubin obšírněji popsány v [20]. Autoři vyšetřovali tzv. *modifikované Legendrovy filtry* konstruované z Legendrových polynomů stupně $n + m$. Snadno lze ukázat, že Ku-Drubinův filtr je speciální případ ultrasférického filtru pokud $\alpha = m$, $m \in \mathbb{Z}^+$.

Dále platí

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} F_n^\alpha(x) = x^n, \quad \forall n \in \mathbb{N}_0, \quad (2.68)$$

takže pro $\alpha \rightarrow \infty$ a $\varepsilon = 1$ ultrasférický filtr degeneruje na maximálně plochý Butterworthův filtr. Srovnání modulů přenosových funkcí 6. řádu pro různé hodnoty parametru α ukazuje graf na obrázku 2.9. Skupinové zpoždění $\tau(\Omega)$ pro stejnou sadu filtrů lze porovnat v grafu na obrázku 2.10. Na obrázku 2.8 jsou znázorněny trajektorie pólu v s rovině funkce $H(s)H(-s)$ pro různé hodnoty α . Vidíme, že se excentricita elipsy, na které leží póly s rostoucím α zmenšuje až pro $\alpha \rightarrow \infty$ obě ohniska splynou a dostáváme Butterworthův filtr.



Obrázek 2.10: Srovnání $\tau(\Omega)$ normovaných dolních propustí založených na ultrasférických polynomech 6. řádu pro různé α

2.3 Syntéza LC dvojpólů a dvojbranů

V předchozích částech jsme se zabývali konstrukcí přenosové funkce. Nyní je potřeba najít obvodovou strukturu a hodnoty jejích stavebních prvků, které danou funkci realizují. Teorie syntézy takových obvodů je propracovaná do značné hloubky a existuje o ní obsáhlá literatura (viz [10] a [14]). Nastíníme zde motivačně jen nejzávažnější výsledky, o které se metody syntézy opírají. Nejprve zavedeme speciální třídu funkcí.

Definice 2.30. O funkci $Z(p)$ prohlásíme, že je *pozitivně reálnou funkcí* v $p \in \mathbb{C}$, pokud platí

- $Z(p)$ je racionální funkcí p ,
- $\Re[Z(p)] > 0$ pro $\Re(p) > 0$,
- $\Im[Z(p)] = 0$ pro $\Im(p) = 0$.

Podrobnou diskuzi vlastností pozitivně reálných funkcí čtenář najde v [10]. Imitanční funkce pasivního dvojpólu

$$\frac{U(p)}{I(p)} = Z(p) = Y^{-1}(p) \quad (2.69)$$

je podle *Bruneho věty* pozitivně reálnou funkcí a nulové body a póly leží v levé polorovině komplexní kmitočtové roviny p .

Věta 2.31 (Brune). *Reálná racionální funkce je imitanční funkce lineárního, pasivního, časově invariantního a reciprokého dvojpólu se soustředěnými prvky právě tehdy pokud je pozitivně reálnou funkcí.*

Důkaz. Viz [14]. □

O tom, zda je daná funkce $Z(p)$ pozitivně reálnou funkcí lze rozhodnout na základě sady ekvivalentních podmínek, které shrnuje následující věta.

Věta 2.32. Racionální funkce $Z(p)$ je pozitivně reálná funkce právě tehdy když jsou splněny podmínky

- a) $Z(p) \in \mathbb{R}$ pokud $p \in \mathbb{R}$,
- b) $Z(p)$ nemá póly v otevřené pravé polorovině (tj. pro $p = \sigma + j\omega$, $\sigma > 0$),
- c) pokud póly $Z(p)$ leží na ose $j\omega$, jsou jednoduché a jejich rezidua jsou reálná a kladná,
- d) $\Re[Z(j\omega)] \geq 0 \forall \omega$ (až na póly p_∞).

Důkaz. Viz [14]. □

Pokud póly imitanční funkce leží na imaginární ose roviny p , jsou tyto body jednoduché (tj. násobnosti rovné jedné). Lze ukázat, že

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \Im(Z(\omega)) > 0. \quad (2.70)$$

Definice 2.33. Funkci $\Im(Z(p)) = X(\omega)$ budeme nazývat *reaktanční funkcí*.

To je význačná vlastnost – viz dále. Podrobně v [10] a [12]. Předpokládejme $Z(p = j\omega)$ dvojpólu takovou, že $\Re(Z(p)) = 0$, tedy že impedance daného dvojpólu je reaktanční funkce.

Můžeme psát

$$\left. \frac{dX(\omega)}{d\omega} = \frac{dZ(p)}{dp} \right|_{p=j\omega} > 0 \quad (2.71)$$

Protože derivace reaktanční funkce je kladná, musejí se její póly a nulové body na ose ω střídát. Tyto poznatky vedou na metody syntézy příčkových pasivních reaktančních dvojbranů.

Následující algoritmus generuje tzv. *kanonická* zapojení, tj. zapojení, která realizují danou imitanční funkci minimálním počtem stavebních prvků. Podrobně v [1] a [10]. Vedle dále popisované metody existuje ještě Fosterova metoda syntézy LC dvojpólů rozkladem imitanční funkce na částečné zlomky. Pro ni bohužel v práci není prostor.

■ 2.3.1 Cauerova metoda syntézy LC dvojpólů rozvojem imitanční funkce v řetězový zlomek

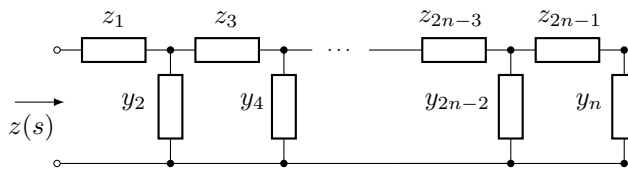
Kromě Fosterových kanonických tvarů lze zkonstruovat ještě jinou dvojici kanonických tvarů LC struktur užitím Cauerova algoritmu.

Tento algoritmus je založen na střídavém odštěpování pólů imitance v nekonečnu (I. Cauerův tvar) nebo v nule (II. Cauerův tvar). Střídavé odštěpování pólů imitanční funkce je vedeno přes rozvoj v řetězový zlomek. Postupuje se od nejvyšších resp. nejnižších mocnin, pokud se

odštěpují póly v nekonečnu resp. v nule.

$$z(s) = z_1 + \frac{1}{y_2 + \frac{1}{z_3 + \frac{1}{y_4 + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{z_{2n-3} + \frac{1}{y_{2n-2} + \frac{1}{z_{2n-1} + \frac{1}{y_{2n}}}}}}}} \quad (2.72)$$

Mezi členy řetězového zlomku (2.72) a prvky příčkové struktury na obrázku 2.11 existuje jednoznačná vazba[10].

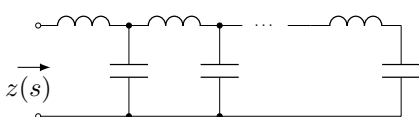


Obrázek 2.11: Příčková struktura dvojpólu

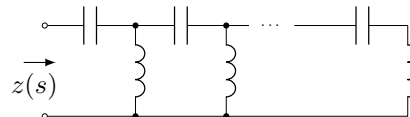
První Cauerův tvar vyžaduje, aby imitanční funkce měla pól v $s = \infty$. Tento pól lze pro $z(s)$ odštěpit sériovým induktorem. Zbytková impedance bude mít v nulový bod v nekonečnu, převrácená hodnota má v $s = \infty$ pól. Tento pól odštěpíme příčnou admitancí, zbytková admitance má v nekonečnu nulový bod, její převrácená hodnota má v $s = \infty$ pól. Tímto způsobem se vytváří příčková struktura na obrázku 2.12a.

Pokud $z(s)$ nemá pól v nekonečnu, vycházíme z převrácené hodnoty $y(s)$ a tento pól odštěpujeme kapacitorem. Pokud má $z(s)$ v $s = 0$ pól (jako struktura na obrázku 2.12a), struktura se zakončuje podélným induktorem bez příčného kapacitoru.

Druhý Cauerův kanonický tvar má následující vlastnosti. Impedance $z(s)$ nebo admitance $y(s)$ má pól v nule. Pól $s = 0$ impedance $z(s)$ odštěpíme příčným kapacitorem, zbytková impedance má v $s = 0$ nulu, převrácená hodnota resp. admitance zde má pól, který se odštěpuje příčným induktorem. Pokud by $z(s)$ měla v nule nulový bod, struktura začíná podélným příčným induktorem. Pokud je v $s = \infty$ pól, končí struktura příčným induktorem, jinak končí podélným kapacitorem. Volbou horních znamének ve vztahu (2.11) tedy vzniká příčková struktura T, volbou dolních znamének vzniká struktura II. Převzato z [1].



(a) : I. Cauerův tvar



(b) : II. Cauerův tvar

Obrázek 2.12: Zapojení 2.12a I. a 2.12b II. Cauerova kanonického tvaru.

2.3.2 Zavedení nuly přenosu

Protože navrhovaná mikrovlnná struktura jednostupňového kaskádního kvadrupletu (viz dále) zanáší do odezvy $|H(\Omega)|$ nulu přenosu Ω_a na konečném kmitočtu, je nutné *all pole* variantu ultrasférického filtru odpovídajícím způsobem upravit.

Funkcím, které vykazují izoextremální zvlnění v propustném pásmu a nuly přenosu v nepropustném pásmu se často říká *kvazieliptické* [21] (speciálně budujeme variantu symetrickou vůči 0). Tyto funkce jsou tvaru

$$K_n(\omega) = \frac{F_1(\omega)}{P_1(\omega)} = \cosh \left[\sum_{k=1}^n \cosh^{-1}(x_k(\omega)) \right], \quad (2.73)$$

kde x_k je funkcí ω definovaná předpisem

$$x_k = \frac{\omega - \frac{1}{\omega_k}}{1 - \frac{\omega}{\omega_k}}. \quad (2.74)$$

Symbol ω_k označuje *ktou* nulu přenosu – obecně na konečném kmitočtu nebo $\omega_k \rightarrow \pm\infty$. Pokud

$$K_n(\omega)|_{\omega_k \rightarrow \pm\infty} = \cosh \left[n \cosh^{-1}(\omega) \right], \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (2.75)$$

kvazieliptická aproximace (2.73) degeneruje na *all pole* Čebyševovu aproximaci. Vlastnostmi kvazieliptické aproximace se blíže nebudeme zabývat. Případný zájemce najde podrobný výklad v [22] a [23].

Vlastnosti takových přenosových funkcí v případě, že charakteristickou funkcí φ je ultrasférický polynom F_n^α studuje práce [24]. Pokud bychom konstruovali takovou funkci, syntéza dvojbranu by se musela vést přes kaskádní matici, střídavým odštěpováním elementárních degenerovaných dvojbranů. Tak se vytváří příčková zapojení aproximací inverzní Čebyšev a Caerova eliptická aproximace [1]. V případě Čebyševovy přenosové funkce ovšem byly vyvinuty nejrůznější techniky jak dané stavební prvky modifikovat k zavedení nuly na konečném kmitočtu. Lancaster a Hong dokonce popsali a tabelovali metodu založenou na *curve-fitting* postupech [21]. Druhou metodu popsal Levy a odvodil aproximativní přepočtení stavebních prvků *all pole* varianty a exaktní metodu [25]. Protože mikrovlnný filtr bude realizován mikropáskovou technologií, využijeme v naší práci Levyho jednoduchý aproximativní přepočtení, protože lze očekávat, že danou strukturu bude nutné optimalizovat.

Zavedeme stručně ještě dva pojmy.

Definice 2.34. Pokud jsou vstupní veličiny U_1, I_1 a $U_2, -I_2$ dle obrázku 2.1a svázány rovností

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} \quad (2.76)$$

nazveme příslušnou matici *kaskádní matice* C .

Definice 2.35. Pokud je *k* ité bráně dvojbranu \mathcal{J} připojena admitance Y_2 a na bráně *j* ($i \neq j$) se jeví jako admitance Y_1 daná rovností

$$Y_1 = \frac{J^2}{Y_2}, \quad (2.77)$$

řekneme, že dvojbran \mathcal{J} je *admitanční invertor* a J je *charakteristická admitance* invertoru \mathcal{J} .

Lze ukázat, že kaskádní matice \mathbf{C} ideálního admitančního invertoru \mathcal{J} má tvar

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \pm \frac{1}{jJ} \\ \mp \frac{1}{jJ} & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.78)$$

Admitanční invertor má fázový posuv $\pm 90^\circ$. Soustavný výklad lze nalézt v [26] a [27]. Označme

$$S = (\sqrt{1 + \varepsilon^2} + \varepsilon)^2 \quad (2.79)$$

napěťový činitel stojatého vlnění v propustném pásmu. Levy v případě Čebyševovy aproximace zavádí invertory takto

$$J_m = \frac{1}{\sqrt{S}} \quad (2.80)$$

$$J_{m-1} = 0 \quad (2.81)$$

kde $m = n/2$. Dvojici nul přenosu $\Omega = \pm \Omega_a$ lze potom získat úpravou

$$J'_m = \frac{J_m}{1 + J_m J_{m-1}} \quad (2.82)$$

$$J_{m-1} = \frac{-J'_m}{(\Omega_a g_m)^2 - J_m'^2}. \quad (2.83)$$

Dvojici rovnic (2.82) a (2.83) je vhodné řešit nějakým iterativním algoritmem – k tomu lze s výhodou využít prostředí MATLAB nebo Maple. Žádné jiné hodnoty stavebních prvků se nemění.

Kapitola 3

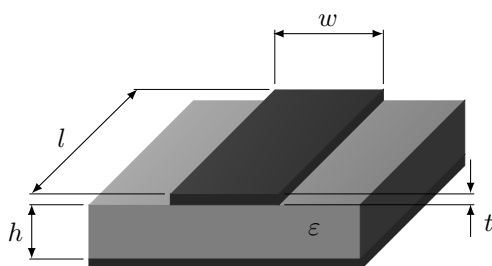
Realizace na mikropáskovém vedení

3.1 Úvod

V předchozí části byly studovány metody syntézy přenosových funkcí selektivních soustav. Protože požadovaný střední kmitočet f_0 propustného pásma naší pásmové propusti leží na 2,45 GHz, bude nutné soustředěné kapacity C a indukčnosti L realizovat úseky planárního vedení.

3.2 Nesymetrické mikropáskové vedení

Páskové vedení na dielektrickém, zpravidla nízkoztrátovém substrátu podle obrázku 3.1 nazýváme nesymetrické mikropáskové vedení. Příčný řez je nehomogenní, tj. permitivita substrátu $\epsilon_0\epsilon_r$ je jiná než permitivita vzduchu ϵ_0 . Analýzou okrajových podmínek (viz [28]) takového vedení lze dospět k závěru, že se na vedení nešíří ani TEM vlna, ani vidy TE, TM. Okrajovým podmínkám vyhovuje pouze superpozice vln TE a TM, s nenulovou podélnou složkou intenzit E i H – takové vlně říkáme *hybridní vlna* (HEM).



Obrázek 3.1: Struktura nesymetrického mikropáskového vedení

Komplikovaná analýza této struktury se často aproximuje videm *kvazi-TEM*, která zanedbává podélné složky vlny HEM. Vlna kvazi-TEM zanedbává disperzní jevy. Aproximace je tím lepší čím vyšší je relativní permitivita substrátu ϵ_r , která tím lépe soustředí elektromagnetickou energii do objemu substrátu. Byla odvozena celá řada aproximativních vztahů. Uvedme jen základní Schneiderovy vztahy [28].

Pro vlnovou impedanci Z_0 máme

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_{\text{ef}}}} \ln \left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h} \right) \quad \text{pro } \frac{w}{h} \leq 1, \quad (3.1a)$$

$$Z_0 = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{\text{ef}} \left[\frac{w}{h} + 2,42 - 0,44 \frac{h}{w} + \left(1 - \frac{h}{w}\right)^6 \right]}} \quad \text{pro } \frac{w}{h} \geq 1, \quad (3.1b)$$

kde

$$\varepsilon_{\text{ef}} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 10 \frac{h}{w}}} \quad (3.2)$$

je *efektivní permitivita*, která kvantifikuje příčnou nehomogenost mikropáskové struktury. Vztahy (3.1) se od exaktních metod odchyľují maximálně o 0,25% pro $0 < w/h < 10$ resp. o 1% pro $w/h > 10$. Poznamenejme, že v uvedených vztazích se uvažuje pokovení $t = 0$ mm. Rovněž je patrné, že Z_0 dle (3.1) jsou frekvenčně nezávislé. Proto se v řadě případů ještě provádí korekce na nenulovou tloušťku t a korekce na disperzní jevy. Příslušné vztahy čtenář najde v bohaté literatuře, například [26] a [29].

Tyto aproximativní vztahy se snadno implementují v programovém prostředí MATLAB nebo je možné využít některý z volně dostupných softwarových nástrojů (vynikající shody jsme dosahovali s nástrojem AppCAD od Avago Technologies nebo s TXLine od AWR). Na závěr připomeňme vztah pro vlnovou délku na nesymetrickém mikropáskovém vedení:

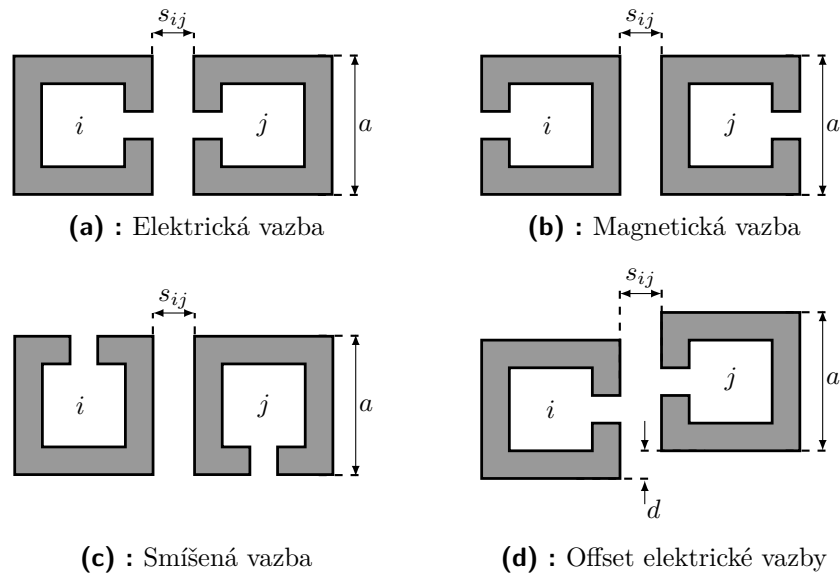
$$\lambda_g = \frac{c}{f \sqrt{\varepsilon_{\text{ef}}}}, \quad (3.3)$$

kde c je rychlost světla ve vakuu.

3.3 Kaskádní kvadruplet

V úvodu práce jsme již naznačili, že moderní rádiové telekomunikační systémy vyžadují vysokou selektivitu vstupních dílů přijímačů. Současně se vyžaduje pokud možno ploché skupinové zpoždění $\tau(\omega)$ a minimální vložný útlum v propustném pásmu filtru. Typicky přísná specifikace platí pro frekvenční diplexery základnových stanic systémů mobilní telefonie. Propustná pásma dvojice filtru na sebe těsně doléhají a je nutné zaručit vysokou míru izolace pásem (tj. vysokou selektivitu), ploché skupinové zpoždění a malý útlum v propustném pásmu. Takový filtr lze realizovat pomocí křížových vazeb vázaných rezonátorů.

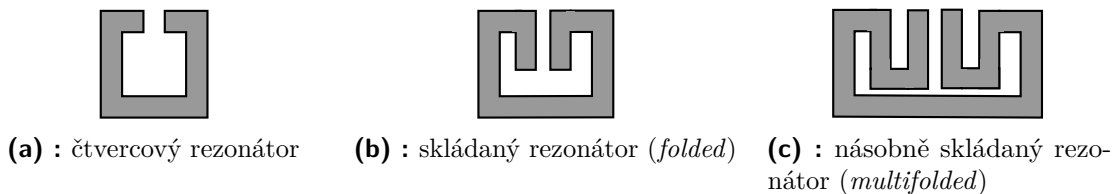
Jakostní mikrovlnné selektivní struktury se zpravidla realizují vlnovody s induktivní clonou resp. kapacitním kolíkem nebo pomocí vázaných koaxiálních dutinových filtrů. Obě technologie jsou drahé a ne vždy je možné jejich nasazení kvůli rozměrům a hmotnosti. Proto byly vyvinuty jejich planární ekvivalenty, tzv. *kaskádní kvadruplety* (CQ) (viz obrázek 3.4), které odstraňují tyto nedostatky. Z druhé strany je nutno počítat s horšími vlastnostmi mikropáskového vedení – vyšší útlum, ztráty vyzařováním a nižší jakost rezonátorů. Syntéza filtru s vázanými rezonátory je založena na konstrukci vazební matice, jejíž prvky jsou vazební koeficienty daných rezonátorů. Zabývejme se proto nejprve technikami, které umožňují koeficienty vazby získat. Následující metody vycházejí především z původních článků [30], [21] a monografie [31].



Obrázek 3.2: Základní vazební konfigurace CQ

3.3.1 Návrhové křivky

Základní půlvlnný rezonátor navrhovaného čtyřpólového filtru bude čtvercový (viz obrázek 3.3a). Použít lze samozřejmě i jiné tvary (viz obrázek 3.3) s různě výhodnými tvary, které umožňují zmenšit rozměry celé mikrovlnné struktury [32]. Naznačené motivy tvoří lícovou stranu. Druhá strana substrátu zůstává celá pokovená ve smyslu 3.2.



Obrázek 3.3: Varianty lícového motivu rezonátoru

V případě jednoduchého čtyřpólového kaskádního kvadrupletu (CQ) nastávají v zásadě tři resp. čtyři konfigurace dvojic půlvlnných čtvercových rezonátorů znázorněných na obrázku 3.2.

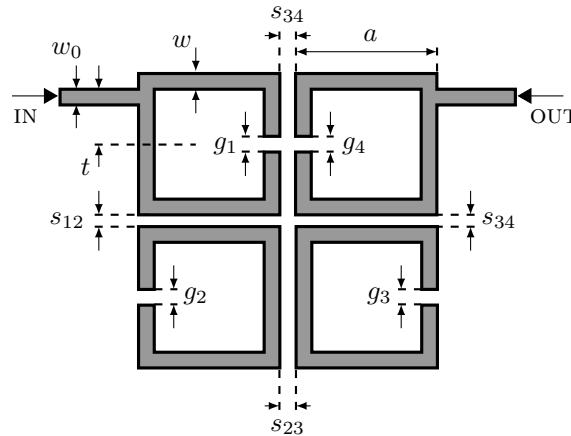
Různou vzájemnou orientací čtvercových rezonátorů se dosahuje různě silná vazba M zprostředkovaná rozptylovým polem okolo mikropásku.

Definice 3.1. Necht i tý resp. j tý rezonátor je v rezonanci popsán vektory intenzity E_i a H_i

resp. \mathbf{E}_j a \mathbf{H}_j , potom definujeme vazební koeficient M_{ij} jako

$$M_{ij} = \frac{\iiint_V \varepsilon \mathbf{E}_i \cdot \mathbf{E}_j \, dv}{\sqrt{\iiint_V \varepsilon |\mathbf{E}_i|^2 \, dv \times \iiint_V \varepsilon |\mathbf{E}_j|^2 \, dv}} + \frac{\iiint_V \varepsilon \mathbf{H}_i \cdot \mathbf{H}_j \, dv}{\sqrt{\iiint_V \varepsilon |\mathbf{H}_i|^2 \, dv \times \iiint_V \varepsilon |\mathbf{H}_j|^2 \, dv}}. \quad (3.4)$$

Poznámka 3.2. Ve vztahu (3.4) se integruje přes celý objem V s danou permitivitou ε a permeabilitou μ . První člen na pravé straně představuje *elektrickou vazbu*, druhý člen představuje *magnetickou vazbu*. Skalární součin umožňuje nabývat M_{ij} kladných i záporných hodnot. Kladné znaménko interpretujeme tak, že vazba M_{ij} energii v itém resp. jtém rezonátoru navyšuje oproti množství energie v případě bez vazby a naopak [27].



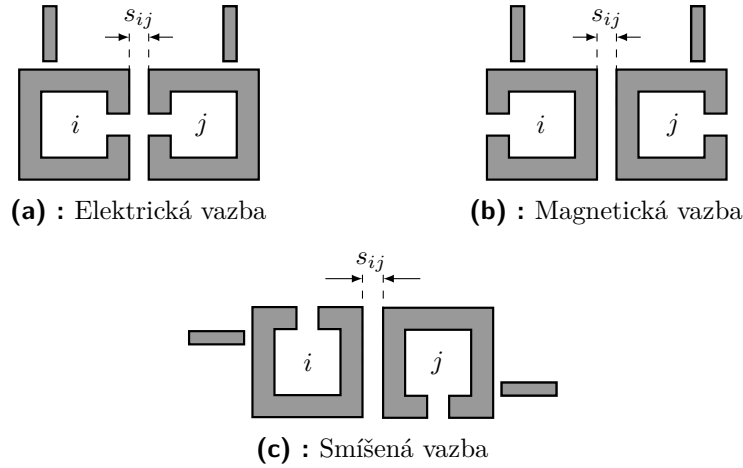
Obrázek 3.4: Lícový motiv čtyřpólového CQ filtru

Lze ukázat [30], že v rezonanci nastává maximum elektrické intenzity \mathbf{E} na otevřené straně rezonátoru, kde je štěrba g a maximum magnetické intenzity \mathbf{H} nastává na opačné straně. Intenzita rozptylových polí klesá se vzdáleností, je proto přirozené, že konfigurací na obrázku 3.2a dosahujeme dominantně *elektrické vazby* M_e , zatímco vzájemnou polohou podle obrázku 3.2b je dosaženo převážně *magnetické vazby* M_m . Vazbu realizovanou uspořádáním dle obrázku 3.2c nazveme *smíšená vazba* M_b , protože se v ní uplatňují obě složky \mathbf{E} a \mathbf{H} rozptylového pole.

Polohu rezonátorů lze kromě vzdálenosti s_{ij} měnit i vysazením d (*offset*) jako je znázorněno pro případ elektrické vazby na obrázku 3.2d. Elektrická vazba je na vysazení d nejcitlivější.

Při nadkritické vazbě, kdy odpovídající vazební koeficient M je větší než $1/Q$, kde Q je činitel jakosti příslušného rezonátoru, vzniknou dvě rezonanční špičky.

Jestliže známe tyto dva rezonanční kmitočty vázaných rezonátorů Ω_1 , Ω_2 , vazební koeficient



Obrázek 3.5: Buzení rezonátorů k určení vazebních koeficientů M_x

M_x můžeme určit ze vztahu

$$M_x = \pm \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega_{02}}{\Omega_{01}} + \frac{\Omega_{01}}{\Omega_{02}} \right) \sqrt{\left(\frac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{\Omega_2^2 + \Omega_1^2} \right)^2 - \left(\frac{\Omega_{02}^2 - \Omega_{01}^2}{\Omega_{02}^2 + \Omega_{01}^2} \right)^2} \quad (3.5)$$

kde Ω_{01} , Ω_{02} jsou vlastní rezonanční kmitočty příslušných rezonátorů. Pokud $\Omega_{01} \neq \Omega_{02}$, hovoříme o *asynchronně laděném filtru*. Pokud se tyto tyto kmitočty rovnají, mluvíme o *synchronně laděném filtru* a vztah (3.5) se zjednoduší na

$$M_x = \pm \frac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{\Omega_2^2 + \Omega_1^2} = \pm \frac{f_{p2}^2 - f_{p1}^2}{f_{p2}^2 + f_{p1}^2} \quad (3.6)$$

kde $f_{p1} = 2\pi\Omega_1$, $f_{p2} = 2\pi\Omega_2$ jsou frekvence odpovídající polohám rezonančních špiček.

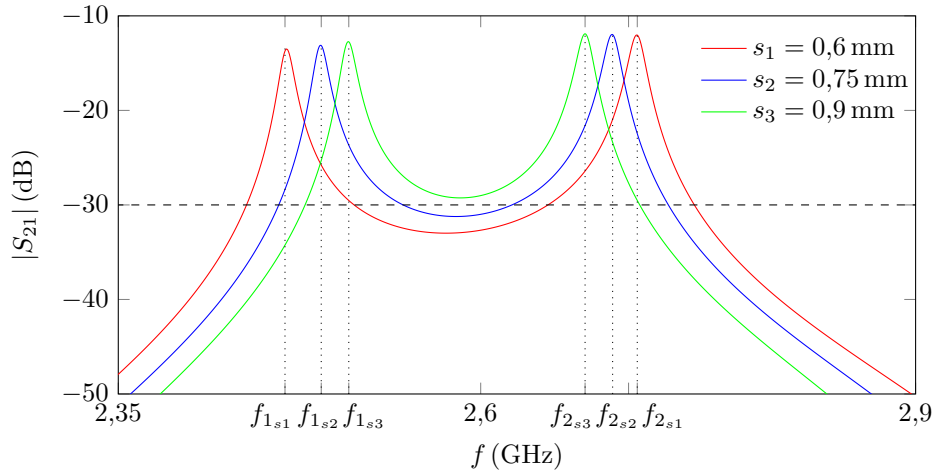
Znaménka ve vztazích (3.5) a (3.6) vyjadřují, zda se energie v rezonátoru navyšuje (+) nebo snižuje (-). Znaménko lze určit z průběhu $\arg(S_{21})$: pokud pro $\Omega < \Omega_1, \Omega_2$ fáze S_{21} roste a klesá pro $\Omega > \Omega_1, \Omega_2$, má vazba kladné znaménko, v opačném případě záporné. Podrobně odvozeno v [27] a [30].

Existují dva přístupy konstrukce návrhových křivek. První metodou se najdou rezonanční špičky f_1 , f_2 modulu přenosu $|S_{21}|$, druhou možností je užití *eigenmode solveru*, který nalezne rezonanční módy struktury automaticky.

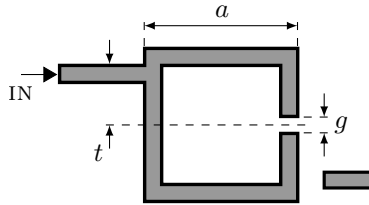
Slabě navázané buzení naznačené na obrázku 3.5 vede na charakteristický průběh $|S_{21}|$ zachycený v grafu na obrázku 3.6. V tomto konkrétním případě je buzena konfigurace 3.2a s rezonátory o straně $a = 7$ mm na substrátu RT/duroid 6010 s relativní permitivitou $\epsilon_r = 10,2$ a tloušťkou substrátu $h = 1,27$ mm. Analogicky pro ostatní konfigurace. Důležité je, aby lokální minimum $|S_{21}(f)|$ na $f \in (f_1, f_2)$ bylo přibližně -30 dB resp. -40 dB. Nalezené frekvence f_{1i} , f_{2i} potom dosadíme do (3.6) a těchto i vazebních koeficientů M tvoří návrhovou křivku $M(s_{ij})$.

Zbývá určit *koeficienty vnějšího navázání* Q_e . V závislosti na parametru t na obrázku 3.7 jej určujeme z třídecibellové šířky pásma B_{3dB} podle známého vztahu

$$Q_e = \frac{f_0}{B_{3dB}}, \quad (3.7)$$



Obrázek 3.6: Příklad průběhu přenosu slabě navázané struktury s elektrickou vazbou



Obrázek 3.7: Buzení vstupního rezonátoru k určení koeficientu vnějšího navázání Q_e

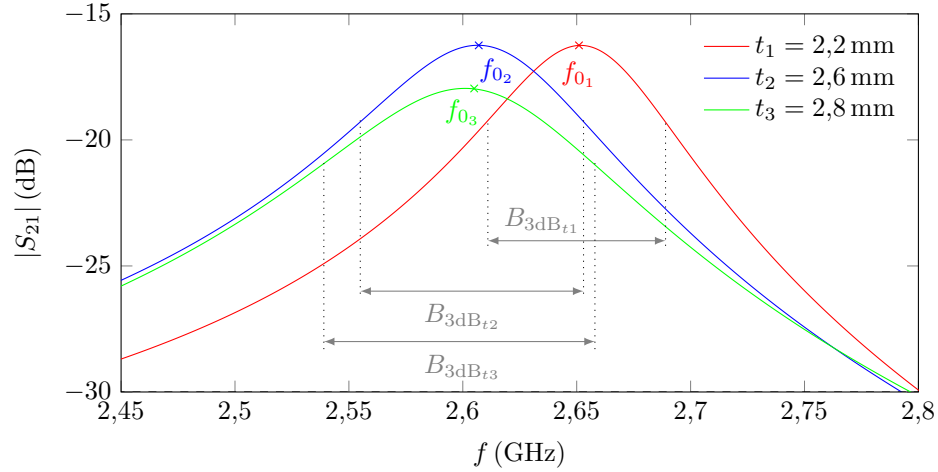
kde f_0 je rezonanční kmitočet daného rezonátoru. Několik křivek $|S_{21}|$ v závislosti na parametru t (dle naznačené konfigurace na obrázku 3.7) pro stejnou situaci jako v případě elektrické vazby (viz graf na obrázku 3.6) je vyneseno v grafu na obrázku 3.8.

Z nalezených šířek B_{3dB_i} a rezonančních špiček f_{0i} potom pro několik poloh t_i vstupního vedení dostáváme dosazením do (3.7) hledanou návrhovou křivku $Q_e(t)$. Stejně jako při hledání vazeb M_x dbáme na to, aby výstupní, slabě vázané vedení nezatěžovalo daný rezonátor. Jinou možnost konstrukce popisuje [23].

Poznámka 3.3. Při sestavování křivek se ukázalo, že prudké změny vazebního koeficientu u substrátů s nižší permitivitou (typicky $\epsilon_r \approx 2,2$ až 4) zanáší do průběhu M_x značné chyby. Tyto nestandardní průběhy v tomto případě produkuje i přesnější *eigenmode solver*. Získané křivky je proto vhodné proložit metodou nejmenších čtverců (apod.) a méně přehledné úseky křivky nahradit extrapolovanou funkcí.

3.3.2 Syntéza vazební matice

Teorie vazebních matic předpokládá, že na kmitočtu Ω_0 se mikrovlnná struktura filtru s rozproštěnými parametry chová jako *LC* filtr se soustředěnými parametry [22]. Je proto evidentní, že metoda vazebních matic je vhodná pouze pro úzkopásmové filtry. Ekvivalentní příčkový *LC* filtr lze potom reprezentovat vazební maticí, jejíž prvky lze fyzikálně interpretovat a jednoznačně identifikovat v dané topologii filtru. To výrazně usnadňuje diagnostiku a optimalizaci filtru.



Obrázek 3.8: Příklad průběhu přenosu slabě vázané struktury vstupního resp. výstupního rezonátoru

Vazební matici lze konstruovat dvěma způsoby:

- ze stavebních prvků NDP,
- přímou syntézou z přenosové funkce bez obvodové realizace.

V naší práci provedeme syntézu ze stavebních prvků NDP získaných metodami v první části práce. Zabývejme se nejprve bez odvození obecným tvarem a interpretací zobecněné matice. Podrobnosti a odvození jsou podrobně diskutovány v [22] a [23].

Definice 3.4. Uvažujme n vázaných rezonátorů a mezi i tým a j tým rezonátorem vazbu $M_{ij} = M_{ji}$. Pro $ktý$ rezonátor uvažujme činitel vnějšího navázání Q_{ek} .

Normované vazební koeficienty m_{ij} resp. normované koeficienty vnějšího navázání q_{ek} nazveme veličiny získané jako

$$q_{ek} = Q_{ek}FBW \quad (3.8)$$

resp.

$$m_{ij} = \frac{M_{ij}}{FBW}. \quad (3.9)$$

Definice 3.5. Reciprokovou matici \mathbf{m} typu $n \times n$ definovanou vztahem

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \mathbf{q} + p\mathbf{U} - j\mathbf{m} \\ &= \begin{pmatrix} p + q_{11} - jm_{11} & -jm_{1,2} & \cdots & -jm_{1,n} \\ -jm_{2,1} & p & \cdots & -jm_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -jm_{n,1} & -jm_{n,2} & \cdots & p + q_{n,n} - jm_{nn} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

kde \mathbf{U} představuje jednotkovou matici $n \times n$, \mathbf{q} je nulová matice $n \times n$ až na $q_{11} = 1/q_{e1}$ a $q_{nn} = 1/q_{en}$, a $p \in \mathbb{C}$ je proměnná dle (2.10), nazveme *obecná vazební matice*.

Poznámka 3.6. V případě asynchronně laděných filtrů může nastat $m_{ij} \neq 0$ i pro $i = j$, tj. diagonála \mathbf{m} nemusí být nutně nulová.

Konečně můžeme precizně formulovat pojem křížové vazby.

Definice 3.7. Necht $m_{i,i+1}$, ($i = 1, \dots, n - 1$) je prvek vazební matice \mathbf{m} typu $n \times n$. Vazbu $m_{i,i+1}$ nazveme *sousední vazba* a vazbu m_{ij} kde $i \neq j = i + 1$ nazveme *křížová vazba*.

Lze dokázat, že pro rozptylové parametry platí

$$S_{11} = \pm \left(1 - \frac{2}{q_{e1}} \mathbf{A}_{11}^{-1} \right) \quad (3.11)$$

a

$$S_{21} = 2 \frac{1}{\sqrt{q_{e1} q_{en}}} \mathbf{A}_{n1}^{-1}. \quad (3.12)$$

Vazební matici \mathbf{m} je možné znázornit i ve formě grafu. Na obrázku 3.9 je graf pro jednostupňový CQ filtr. Vrcholy grafu G a L reprezentují generátor a zatěžovací obvod, vrcholy 1 až 4 potom jednotlivé rezonátory. Hrany grafu znázorňují příslušné vazby. Tečkované hrany naznačují parazitní vazbu.

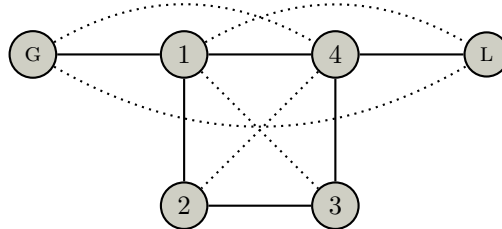
Princip filtrů s křížovou vazbou můžeme fyzikálně interpretovat pomocí obdobných grafů (viz obrázek 3.10). Předpokládá se, že $\arg S_{21} = \phi_{21}$ magnetické vazby je $\phi_{m21} \approx -90^\circ$, elektrické vazby naopak $\phi_{e21} \approx +90^\circ$. Rezonátory modelujeme paralelním rezonančním obvodem s rezonančním kmitočtem ω_r pro který lze najít

$$\phi_{21}(\omega) \approx \begin{cases} +90 & \text{pro } \omega < \omega_r, \\ -90 & \text{pro } \omega > \omega_r. \end{cases}$$

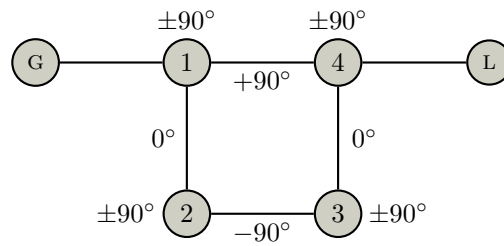
Z vazebního grafu 3.9 našeho jednostupňového kaskádního kvadrupletu vidíme, že signál může z generátoru G dospět do zátěže L dvěma cestami: 1–4 a 1–2–3–4.

Vysčítáním fázových posunů obou cest a jejich srovnáním pro oba případy, tj. pro $\omega \leq \omega_r$ zjistíme, že signály dospějí do rezonátoru 4 v protifázi. Říkáme, že dvě vlny se potkají destruktivně. Tím se fyzikálně realizuje nula přenosové funkce. Struktura kaskádního kvadrupletu je obzvlášť výhodná, protože tyto nuly přenosu vznikají symetricky okolo rezonance ω_r . Vhodnou konfigurací a vhodným výběrem vazeb lze realizovat asymetrické přenosové funkce, které jsou obzvlášť strmé pro některou stranu pásmové propusti. To je typický požadavek pro diplexery. Soustavnější výklad křížové vazby v koaxiálních dutinových filtrech čtenář nalezne v [33].

Pokud je alespoň jeden prvek vazební matice \mathbf{m} (různý od nenulových prvků ideální vazební matice) nenulový, znamená to přítomnost parazitní křížové vazby (viz obrázek 3.9), která způsobuje asymetrickou pozici nul přenosu vůči ω_0 . Dvojice nul přenosu ale zůstává zachována [23].



Obrázek 3.9: Vazební graf a parazitní vazby jednostupňového kvadrupletu



Obrázek 3.10: Fázové poměry jednostupňového CQ filtru

Prvky vazební matice \mathbf{m} našeho CQ filtru určíme z NDP prvků pomocí vztahů

$$Q_{\text{eIN}} = \frac{g_0 g_1}{FBW}, \quad (3.13a)$$

$$M_{12} = M_{34} = \frac{FBW}{g_1 g_2}, \quad (3.13b)$$

$$M_{14} = FBW \frac{J_1}{g_1}, \quad (3.13c)$$

$$M_{23} = FBW \frac{J_2}{g_2}. \quad (3.13d)$$

Užitím vztahů (3.13) na hodnoty z tabulky 4.4 dostáváme pro nenormované vazby M tabulku 4.5.

Kapitola 4

Návrh filtru a výsledky

V této kapitole završíme výklad zhodnocením teoretických výsledků předchozích částí a provedeme celý cyklus návrhu, simulace a optimalizace filtru. Výsledky této části ověříme měřením.

4.1 Tabelace ultrasférické aproximace

Postupy uvedené v části 2.2.6, 2.3.1 a 2.3.2 byly implementovány v programovém prostředí MATLAB. Předmětem práce je filtr čtvrtého řádu, proto uvedme katalogové údaje pouze pro tyto hodnoty (vztaženo k topologii dle schématu na obrázku 4.1).

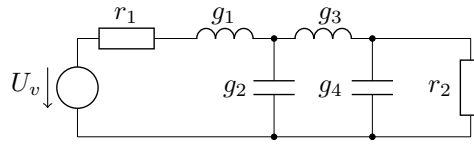
Poznámka 4.1. Výpočty v plovoucí desetinné čárce vynucují vhodnou volbu zaokrouhlování některých mezivýpočtů. Obecně potom platí, že prvky NDP nastavujeme nejpresněji na čtyři platná desetinná místa, ale celý výpočet vyžaduje mnohem větší přesnost. Poměr mezi počtem platných desetinných míst a nejvyšším potřebným počtem platných desetinných míst k dosažení dané přesnosti výsledku nazveme *numerická účinnost* η_N . Ta je obecně velmi nízká a lze ji odhadnout modifikovaným empirickým *Rumpeltovým vzorcem* [9]

$$\eta_N \geq \frac{N}{\lceil \frac{n}{2} \rceil + N},$$

kde N je počet platných desetinných míst prvků NDP (typicky $N = 3$ až 4) a n je stupeň přenosové funkce.

a_p (dB)	r_1	g_1	g_2	g_3	g_4	r_2
0,1	1,0000	1,4370	1,1959	2,1336	0,8055	0,5605
0,5	1,0000	2,3842	0,9200	3,2392	0,6772	0,2840
1	1,0000	3,1671	0,7426	4,1982	0,5602	0,1769
2	1,0000	4,4643	0,5505	5,8546	0,4228	0,0931
3	1,0000	5,6812	0,4424	7,3715	0,3409	0,0600

Tabulka 4.1: Hodnoty stavebních prvků NDP ultrasférického filtru pro $\alpha = -0,7$



Obrázek 4.1: Zapojení NDP

a_p (dB)	r_1	g_1	g_2	g_3	g_4	r_2
0,1	1,0000	0,6809	1,3021	1,3527	0,6554	0,9626
0,5	1,0000	0,9091	1,4631	1,9404	0,4314	0,5860
1	1,0000	1,0204	1,5354	1,7514	0,9520	0,9106
2	1,0000	1,1919	1,6016	1,9421	0,9834	0,8240
3	1,0000	1,3333	1,6137	2,0711	1,0319	0,7772

Tabulka 4.2: Hodnoty stavebních prvků NDP ultrasférického filtru pro $\alpha = 1$

Protože pro $\alpha = -0,5$ umíme určit prvky NDP s vysokou přesností analytickou cestou, můžeme porovnat výsledky získané naším algoritmem pro ultrasférický filtr a výsledky získané algoritmem napsaným podle jednoduchých vztahů z části 2.2.3, které budeme považovat za referenční. Výsledky pro několik útlumů v propustném pásmu a_p shrnuje tabulka 4.3. Barevně jsou vyznačeny prvky numericky získaných hodnot, které se liší od výsledků získaných analytickými postupy. Absolutní chyby Δ se pohybují v hodnotách $\approx \pm 10^{-4}$. Nejvyšší relativní odchylka je $\delta = 0,07\%$.

Čebyševův filtr	a_p (dB)	r_1	g_1	g_2	g_3	g_4	r_2
analytický	0,1	1,0000	1,1088	1,3062	1,7704	0,8181	0,7378
	0,5	1,0000	1,6703	1,1926	2,3661	0,8419	0,5040
	1	1,0000	2,0991	1,0644	2,8311	0,7892	0,3760
numerický	0,1	1,0000	1,1088	1,3061	1,7705	0,8182	0,7378
	0,5	1,0000	1,6703	1,1924	2,3657	0,8425	0,5042
	1	1,0000	2,0990	1,0644	2,8311	0,7892	0,3760

Tabulka 4.3: Srovnání tabelací

4.1.1 Kaskádní kvadruplet

Pro návrh kaskádního kvadrupletu jsme využili syntézu kvazieliptické funkce, kterou uvedli Lancaster a Hong [21]. Pro čtyřpólovou variantu filtru s požadavkem na přizpůsobení $L_R = 20$ dB v propustném pásmu a polohu nul přenosu $\Omega_a \in \langle 1,8; 2,4 \rangle$ našli jednoduché vztahy (4.1) pro imitance NDP jako funkce Ω_a . Pro úplnost tento konkrétní tvar uvedeme (konzistentně se

zavedeným značením), zbytek čtenář nalezne v původním článku [21].

$$g_1(\Omega_a) = 1,22147 - 0,35543\Omega_a + 0,18337\Omega_a^2 - 0,0447\Omega_a^3 + 0,00425\Omega_a^4 \quad (4.1a)$$

$$g_2(\Omega_a) = 7,22106 - 9,48678\Omega_a + 5,89032\Omega_a^2 - 1,65776\Omega_a^3 + 0,17723\Omega_a^4 \quad (4.1b)$$

$$J_1(\Omega_a) = -4,30192 + 6,26745\Omega_a - 3,67345\Omega_a^2 + 0,9936\Omega_a^3 - 0,10317\Omega_a^4 \quad (4.1c)$$

$$J_2(\Omega_a) = 8,17573 - 11,36315\Omega_a + 6,96223\Omega_a^2 - 1,94244\Omega_a^3 + 0,20636\Omega_a^4 \quad (4.1d)$$

Ω_a	g_1	g_2	J_1	J_2
1,80	0,95974	1,42193	-0,21085	1,11766
1,85	0,95827	1,40981	-0,19690	1,10053
1,90	0,95691	1,39934	-0,18434	1,08550
1,95	0,95565	1,39027	-0,17300	1,07228
2,00	0,95449	1,38238	-0,16274	1,06059
2,05	0,95341	1,37548	-0,15342	1,05021
2,10	0,95242	1,36940	-0,14492	1,04092
2,15	0,95149	1,36401	-0,13714	1,03257
2,20	0,95063	1,35918	-0,12999	1,02500
2,25	0,94983	1,35484	-0,12341	1,01811
2,30	0,94908	1,35091	-0,11732	1,01181
2,35	0,94838	1,34738	-0,11170	1,00607
2,40	0,94772	1,34422	-0,10652	1,00085

Tabulka 4.4: Hodnoty stavebních prvků čtyřpólové kvazieliptické aproximace s $L_R = -20$ dB

Odezvu filtru lze potom získat ze vztahů (viz [21])

$$S_{21}(\Omega) = \frac{Y_o(\Omega) - Y_e(\Omega)}{(1 + Y_e(\Omega))(1 + Y_o(\Omega))}, \quad (4.2)$$

$$S_{11}(\Omega) = \frac{1 - Y_e(\Omega)Y_o(\Omega)}{(1 + Y_e(\Omega))(1 + Y_o(\Omega))}, \quad (4.3)$$

kde Y_o resp. Y_e jsou liché resp. sudé vidy vstupní admitance filtru, které lze jednoduše vyjádřit pomocí NDP stavebních prvků z tabulky 4.4. Pro čtyřpólovou variantu tedy

$$Y_e(\Omega) = j(\Omega C_1 + J_1) + \frac{1}{j(\Omega C_2 + J_2)}, \quad (4.4)$$

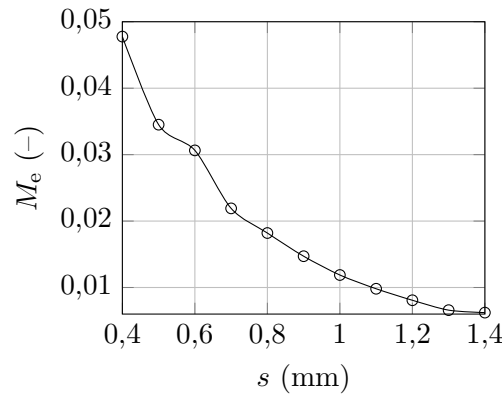
$$Y_o(\Omega) = j(\Omega C_1 - J_1) + \frac{1}{j(\Omega C_2 - J_2)}. \quad (4.5)$$

4.2 Návrh motivu a simulace

Navržená mikrovlnná struktura se bude realizovat na nízkoztrátovém, křížově tkaném teflonovém sklolaminátu CuClad® 233 od výrobce Arlon. Daný substrát je plátovaný Cu s tloušťkou pokovení $t = 30 \mu\text{m}$, tloušťka substrátu je $h = 0,508$ mm, relativní permitivita $\varepsilon_r = 2,33$.

Ω_a	M_{14}	M_{23}	M_{12}	M_{34}
1,80	-0,01538	0,05502	0,05129	0,05129
1,85	-0,01438	0,05464	0,05181	0,05181
1,90	-0,01348	0,05430	0,05228	0,05228
1,95	-0,01267	0,05399	0,05269	0,05269
2,00	-0,01193	0,05371	0,05305	0,05305
2,05	-0,01126	0,05345	0,05338	0,05338
2,10	-0,01065	0,05321	0,05367	0,05367
2,15	-0,01009	0,05299	0,05394	0,05394
2,20	-0,00957	0,05279	0,05418	0,05418
2,25	-0,00909	0,05260	0,05440	0,05440
2,30	-0,00865	0,05243	0,05460	0,05460
2,35	-0,00824	0,05227	0,05478	0,05478
2,40	-0,00787	0,05212	0,05495	0,05495

Tabulka 4.5: Hodnoty činitelů vazby M čtyřpólové kvazieliptické aproximace s $L_R = 20$ dB



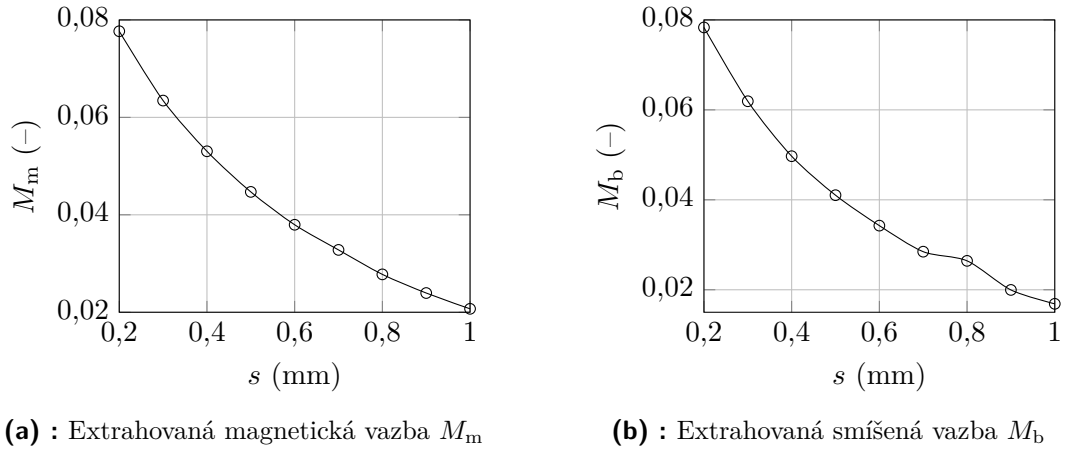
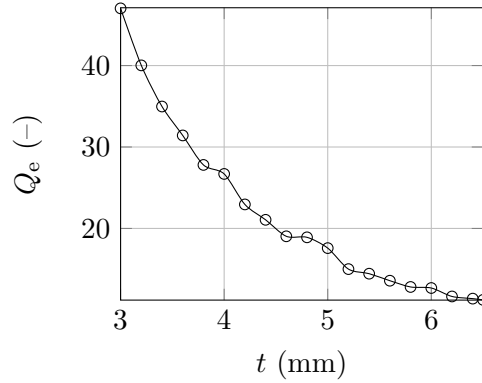
Obrázek 4.2: Extrahovaná elektrická vazba M_e

Šířka 50-ohmového vedení w_0 ani šířka vedení realizujícího půlvlnné rezonátory kaskádního kvadrupletu w by neměla být příliš velká kvůli ztrátám ve vodiči.

V našem případě volíme $w_0 = w = 1,5$ mm. Lze ukázat, že úzké mikropáskové vedení dosahuje silnější vazby M_x , což je způsobeno tím, že mnohem víc vyzařuje.

Vlnová délka na vedení λ_g pro $f_0 = 2,45$ GHz je $\lambda_g = 87,3$ mm. Pro půlvlnný rezonátor poloempiricky volíme s přihlédnutím k w rezonátoru $a = 13$ mm. Šířku štěrbin g , kde nastává maximum E volíme standardně $g = 1$ mm.

Zvolme nyní dle tabulky 4.5 dvojici přenosových nul $\pm\Omega_a = 2,00$. Potom z grafů 4.2, 4.3a a 4.3b odečteme příslušné vzdálenosti (s přesností na 0,1 mm) odpovídající nalezeným vazbám M_x . Polohu vstupního resp. výstupního vedení t vůči ose souměrnosti rezonátoru získáme z grafu 4.4 a činitele vnějšího navázání Q_e získaného z (3.13), tj. $Q_e \doteq 17,4$. Všechny rozměry jsou shrnuty v tabulce 4.6. Celou strukturu navrhujeme na destičku substrátu 50 mm \times 50 mm. Vazební matice $\mathbf{M} = FBW \cdot \mathbf{m}$ našeho návrhu vypadá takto

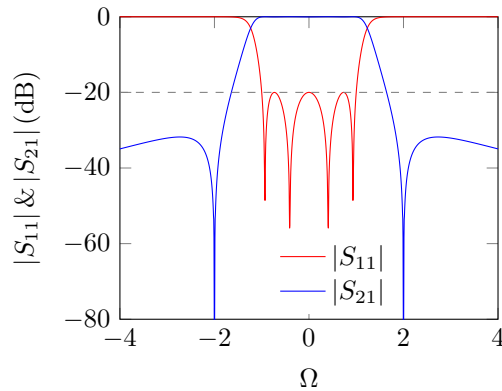
Obrázek 4.3: Extrahované vazby M Obrázek 4.4: Extrahovaný činitel vnějšího navázání Q_e

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0,05305 & 0 & -0,01193 \\ 0,05305 & 0 & 0,05371 & 0 \\ 0 & 0,05371 & 0 & 0,05305 \\ -0,01193 & 0 & 0,05305 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.6)$$

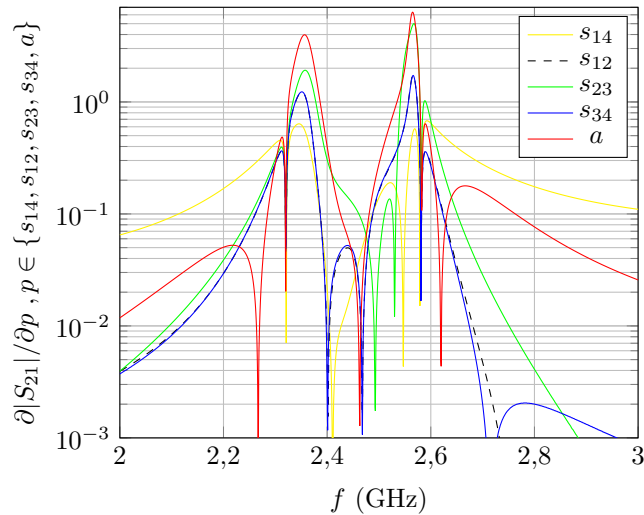
w_0	w	t	$g_1 = g_4 = g_2 = g_3$	a	s_{14}	s_{12}	s_{23}	s_{34}
1,5	1,5	5	1	13	1	0,4	0,4	0,4

Tabulka 4.6: CQ před optimalizací – všechny hodnoty jsou uvedeny v (mm)

Ideální odezva přenosové funkce je zobrazena v grafu na obrázku 4.5. Struktura byla namodelována v simulačním prostředí HFSS 13. Odezva filtru včetně uvážení ztrát vyzařováním, ve vodiči a dielektriku je zobrazeno v grafu na obrázku 4.7a. Je vidět, že navržená struktura opravdu vykazuje vysokou selektivitu. Průběh S_{21} nicméně nevyhovuje žádanému přizpůsobení $L_R = 20$ dB a nevyhovuje ani pro ještě přijatelných $L_R = 10$ dB. Filtr je navíc vůči $f_0 = 2,45$ GHz nesymetrický. Strukturu bude nutné optimalizovat – zásadní bude přizpůsobení filtru, poté šířka a poloha propustného pásma. Pro tuto strukturu byla rovněž provedena citlivostní



Obrázek 4.5: Ideální odezva navržené pásmové propusti – NDP

Obrázek 4.6: Citlivostní analýza $|S_{21}|$

analýza $|S_{21}|$. Pro vybrané parametry p jsou výsledky zachyceny v grafu na obrázku 4.6. Vidíme, že s_{12} a s_{23} mají prakticky stejný efekt. Zdaleka nejvyšší citlivost $|S_{21}|$ nastává pro velikost strany a rezonátoru. Změnou parametrů z tabulky 4.6 na hodnoty uvedené v tabulce 4.7

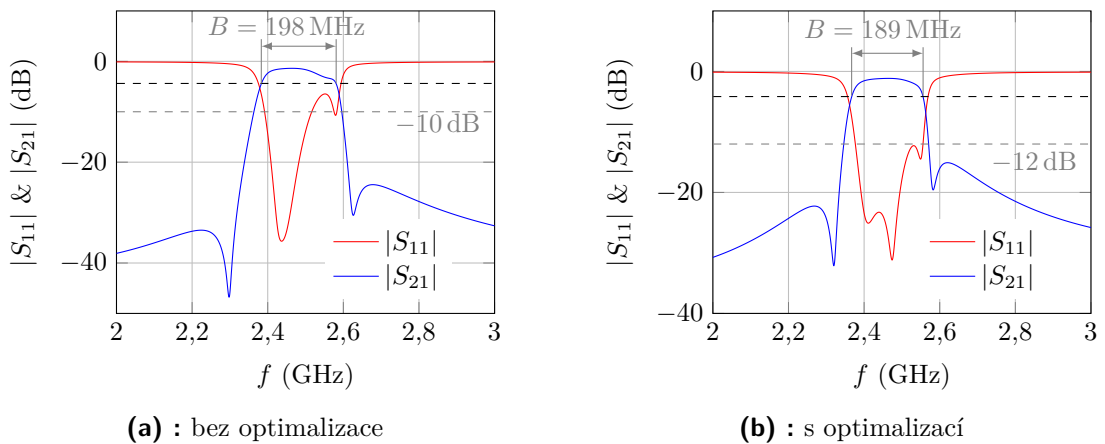
w_0	w	t	$g_1 = g_4$	$g_2 = g_3$	a	s_{14}	s_{12}	s_{23}	s_{34}
1,5	1,5	5	1,3	1	13,1	0,7	0,4	0,4	0,4

Tabulka 4.7: CQ po optimalizaci – všechny hodnoty jsou uvedeny v (mm)

Bylo dosaženo příznivých hodnot L_R v celém propustném pásmu (srovnej s 4.7). Simulovaná odezva filtru je zachycena na obrázku 4.7b. Vidíme, že vylepšení ztrát odrazem je hrazeno nižším útlumem přenosu v horní části. Propustné pásmo se zúžilo. Vložný útlum ve středu propustného pásma činí $IL \doteq 1.15$ dB, černá přerušovaná čára v grafech na obrázku 4.7 potom naznačuje pokles o 3 dB. Šedé přerušované čáry naznačují význačné polohy L_R (dle kontextu).

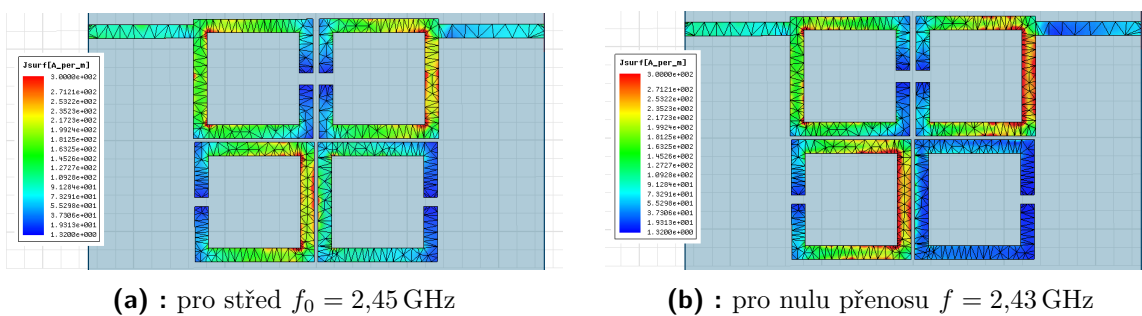
Další změnou parametru nebylo dosaženo lepších výsledků a tuto odezvu budeme považovat za optimální.

Porovnejme dosaženou selektivitu s izoextremální Čebyševovou aproximací. Pokud budeme uvažovat simulovanou odezvu s vloženým útlumem v propustném pásmu $a_p = 1,15$ dB, danými okraji propustného pásma $f_{-p} = 2,368$ GHz a $f_p = 2,556$ GHz a nejnižším přípustným útlumem v nepropustném pásmu $a_s = 15$ dB dosahovaného symetricky okolo středu, tj. pro horní začátek nepropustného pásma na $f_s = 2,574$ GHz, zjistíme, že bychom v případě Čebyševovy aproximace potřebovali stupeň $n = 6$. Křížová vazba i v tomto případě ušetří dva póly přenosové funkce. Pokud bychom uvažovali spodní hranici nepropustného pásma s daným útlumem, roste řád filtru na $n = 7$.



Obrázek 4.7: Srovnání odezvy filtru před optimalizací a po optimalizaci

Na obrázku 4.8 je možné porovnat velikosti proudové hustoty povrchového proudu pro různé kmitočty. Vpravo (4.8b) je vidět, že na výstupním mikropásku je mnohem nižší hodnota proudové hustoty než na vstupním. Je to proto, že frekvence $f = 2,43$ GHz odpovídá právě nule přenosu. Na vstupním mikropásku vzniká stojaté vlnění.

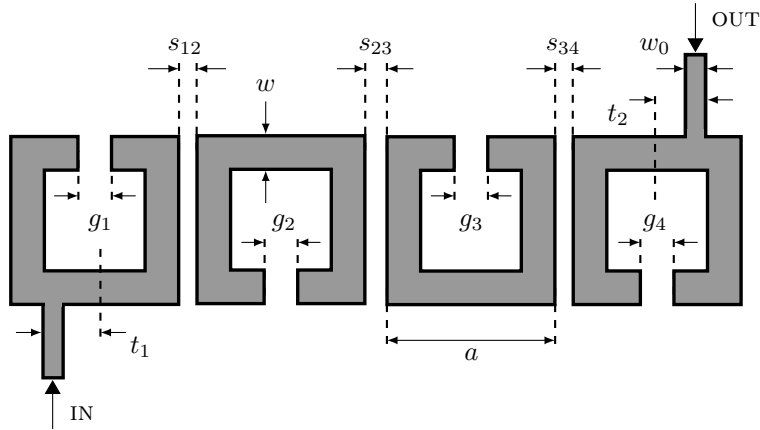


Obrázek 4.8: Srovnání velikostí proudové hustoty

4.2.1 Hairpin s ultrasférickou aproximací

Věnujme se nyní citlivosti přenosové funkce struktury typu *hairpin*. Bohužel se ukázalo, že Levyho metoda aproximativního přepočtu pro prvky NDP ultrasférické aproximace je nepřesná a nestabilní. Pro návrh ultrasférické aproximace s nulou přenosu na konečném

kmitočtu ji nebylo možno použít. Na vině může být i kumulace numerické chyby. Abychom mohli posoudit citlivost ultrasférického filtru pro $\alpha = -0,7$, zvolili jsme *hairpin* konfiguraci rezonátorů podle obrázku 4.9, která realizuje *all pole* přenosové funkce. Smíšené vazby $M_{i,i+1}$ jsou realizovány naznačenými mezerami $s_{i,i+1}$.



Obrázek 4.9: Layout *hairpin* varianty bez křížové vazby

K návrhu využijeme vztahy (3.13b) a (3.13c), kde za g_0 uvažujeme r_1 z tabulky 4.1 pro $a_p = 1$ dB. Obecně tedy

$$M_{i,i+1} = \frac{FBW}{\sqrt{g_i g_{i+1}}} \quad i = 1, 2, 3.$$

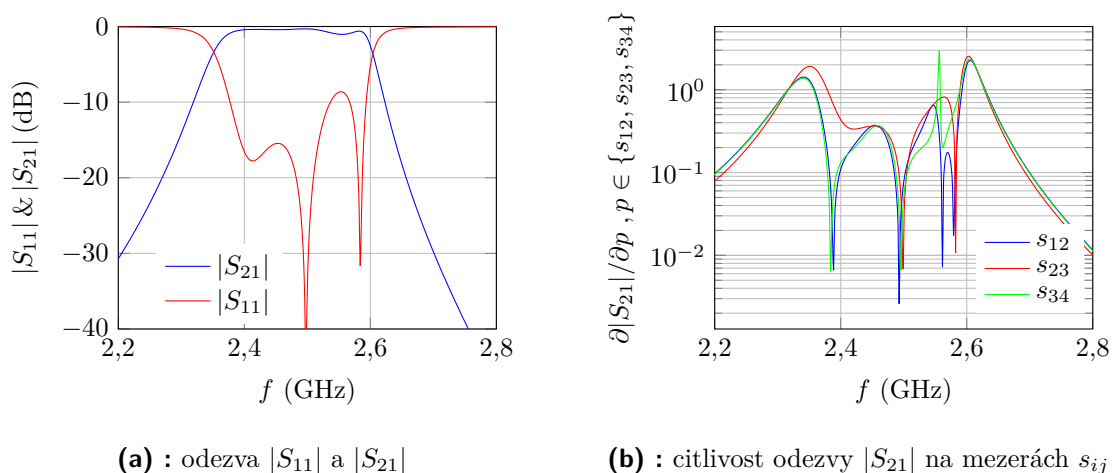
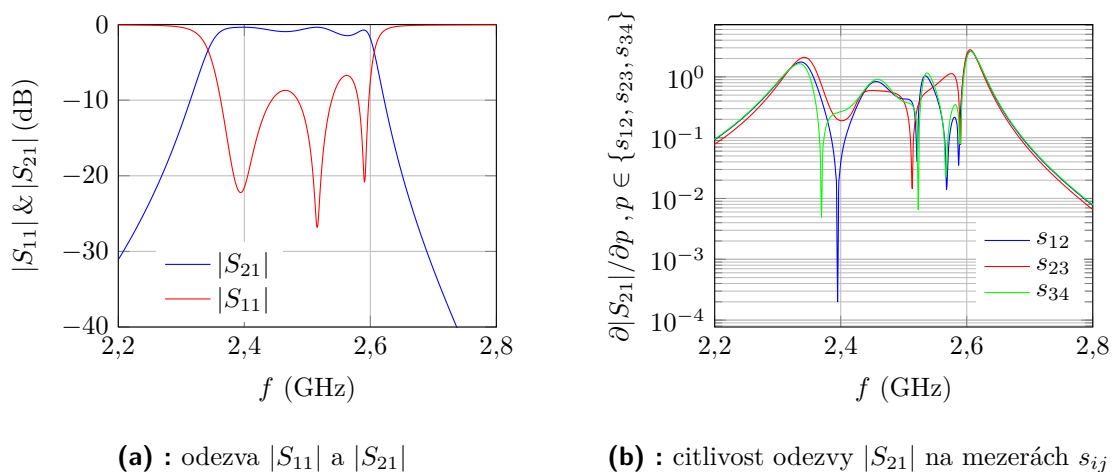
Po vyčíslení pro $FBW = 0,1$ dostáváme hodnoty v tabulce 4.8. V tabulce rovněž uvádíme příslušné mezery získané z extrahovaných vazeb na stejném substrátu jako v případě kaskádního kvadrupletu.

	$Q_{eIN} = Q_{eOUT}$	M_{12}	M_{23}	M_{34}
ultrasférický $\alpha = -0,7$	31,7	0,065	0,057	0,065
Čebyšev	21	0,067	0,057	0,067
rozměry (mm)	$t = 3,6$	$s_{12} = 0,3$	$s_{12} = 0,4$	$s_{34} = 0,3$

Tabulka 4.8: Parametry *hairpin* filtru s ultrasférickou aproximací

Poznamenejme, že odečítáme s přesností na 0,1 mm a přihlížíme i ke strmosti křivky.

V tabulce 4.8 jsou uvedeny i napočítané vazby pro případ Čebyševovy aproximace se stejným vložitelným útlumem v propustném pásmu. Vidíme, že pro stupeň aproximace $n = 4$ se v podstatě vazby nemění a ke snížení citlivosti nedochází. Přenosové vlastnosti navržené struktury navíc vyžadují optimalizaci (viz obrázek 4.10 a 4.11).

Obrázek 4.10: Simulované vlastnosti *hairpin* struktury – Čebyševova aproximaceObrázek 4.11: Simulované vlastnosti *hairpin* struktury – ultrasférická aproximace

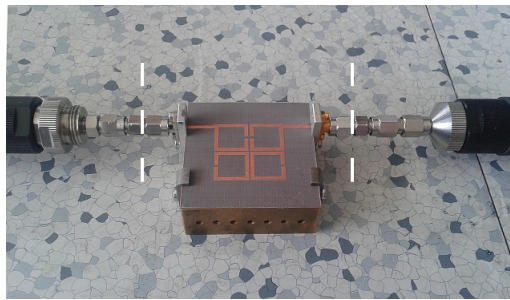
4.3 Měření

Mikrovlnná struktura byla vyhotovena fotocestou. Hrubý rastr masky se vyleptal do vodivých cest motivu (viz 4.13). Skutečné rozměry motivu se vinou podleptání změnil (viz tabulka 4.9).

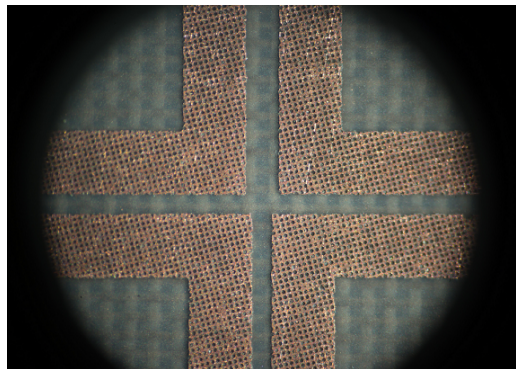
w_0	w	$g_1 = g_4$	$g_2 = g_3$	s_{14}	s_{12}	s_{23}	s_{34}
1,43	1,46	1,33	1,07	0,74	0,28	0,28	0,43

Tabulka 4.9: Skutečné rozměry – všechny hodnoty jsou uvedeny v (mm)

Filtr byl poté měřen na vektorovém analyzátoru Keysight (Agilent) E8364A (45 MHz – 50 GHz). Ke kalibraci byla použita kalibrační sada Agilent 85052C a kalibrační metoda



Obrázek 4.12: Filtr v držáku

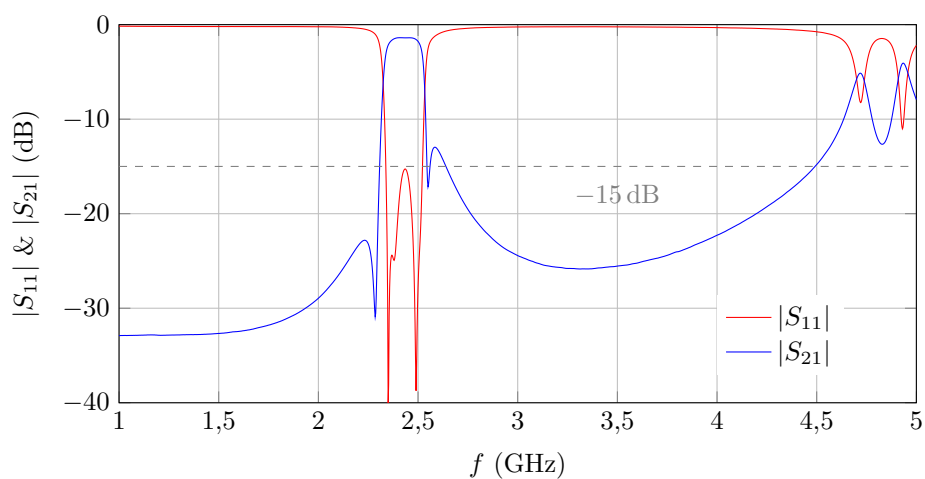


Obrázek 4.13: Detail nevhodně vyleptaného mikropásku – viditelný nežádoucí rastr na vodivých cestách

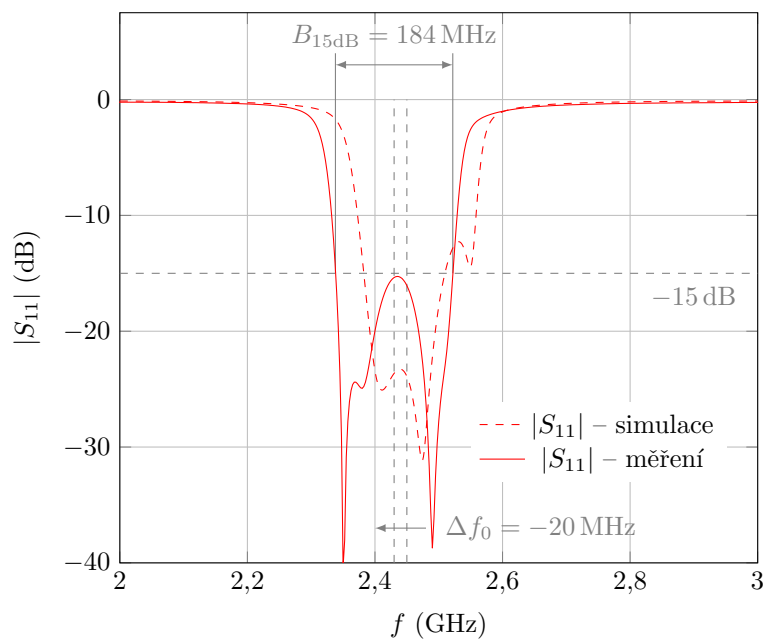
UOSM (Unknown – Open – Short – Match). K měření byly využity fázově stabilní kabely. Na obrázku 4.12 je zachycen měřený filtr (DUT – *Device Under Test*) v držáku.

V obrázku jsou rovněž naznačeny polohy referenčních rovin. Koaxiální konektory s nenulovým útlumem přidávají útlum k měřenému průběhu. Vložný útlum filtru je tedy pravděpodobně příznivější než naznačují změřené průběhy. Z grafů na obrázcích 4.14 až 4.16 je vidět, že i přes technologické nedostatky vodivých cest bylo dosaženo dobré shody se simulacemi. Pórovitá struktura mikropásku má tedy zanedbatelný vliv.

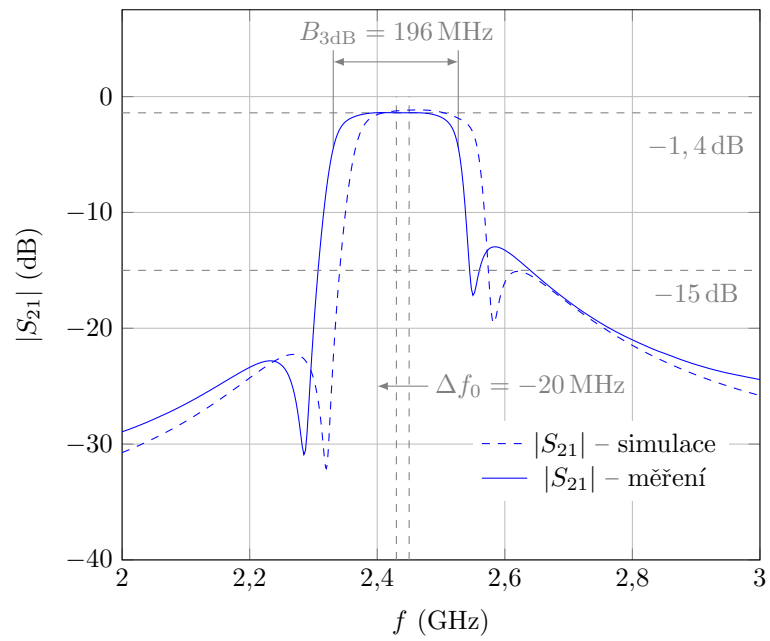
Skutečné rozměry byly změřeny a poté použity k namodelování reálné struktury. K posunutí středu f_0 nedošlo a jen se nepatrně změnil průběh. Posunutí středu pásmové propusti $\Delta = -20$ MHz (tj. snížení středního kmitočtu o $\delta = -0,82\%$) lze potom vysvětlit prodloužením elektrické délky vinou rastrování vodivé cesty nebo nižší permitivitou substrátu než se kterou probíhaly výpočty. Skutečná permitivita nebyla při měření zjišťována.



Obrázek 4.14: Změřená odezva filtru



Obrázek 4.15: Změřená odezva filtru – detail



Obrázek 4.16: Změřená odezva filtru – detail

Kapitola 5

Závěr

V práci byly studovány pokročilé mikrovlnné planární filtry ve struktuře mikropáskového vedení. Výstupy práce lze shrnout následovně:

- byly prostudovány izoextremální aproximace typu Čebyšev a jejich zobecnění, tj. kvazieliptická aproximace a ultrasférická aproximace,
- v programovém prostředí MATLAB byly sestaveny skripty, které umožňují určit hodnoty prvků vybraných normovaných dolních propustí a bylo ukázáno, že proti analytickým postupům ve vybraných případech se výsledky získané tímto algoritmem odchyľují nejvýše o 0,07%,
- v práci jsou uvedeny vybrané tabelace pro ultrasférickou aproximaci, které nejsou obsahem žádných autorovi známých katalogů,
- pomocí programového vybavení HFSS 13 byl na základě kvazieliptické aproximace proveden vzorový návrh mikrovlnného filtru čtvrtého řádu typu kaskádní kvadruplet s křížovou vazbou a filtr typu hairpin s ultrasférickou aproximací,
- filtr typu kaskádní kvadruplet byl realizován a změřená odezva dosáhla dobré shody se simulací, střední kmitočet byl rozladěn o $-0,82\%$,
- filtr typu hairpin byl sestaven na základě ultrasférické aproximace s $\alpha = -0,7$ a Čebyševovy aproximace a výsledky porovnány, snížení citlivosti v případě ultrasférické aproximace se nepodařilo prokázat.

Zanedbatelný vliv ultrasférické aproximace na citlivost přenosu filtru může být způsoben nízkým řádem filtru. Práce může být v budoucnu rozšířena o softwarový optimalizační nástroj, který by na základě známých vlastností atypických aproximací jednoduchou manipulací polohou pólu a nul umožnil najít optimální řešení vyhovující kombinovaným požadavkům.

Příloha A

Bibliografie

1. DAVÍDEK, V.; LAIPERT, V.; VLČEK, M. *Analogové a číslicové filtry*. 2. vyd. Praha: ČVUT, 2004. ISBN 80-01-03026-1.
2. BIČÁK, J.; LAIPERT, M.; VLČEK, M. *Lineární obvody a systémy*. Praha: ČVUT, 2007. ISBN 978-80-01-03649-5.
3. HAJOŠ, Z. *Filtre v televíznej technike*. Bratislava: Alfa, 1988.
4. MATTHAEI, G. L.; YOUNG, L.; JONES, E.M.T. *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1964.
5. GAJDOŠÍK, L. *Návrh analogových filtrů*. Praha: BEN – technická literatura, 2013. ISBN 978-80-7300-468-2.
6. HRDINA, Z.; VEJRAŽKA, F. *Signály a soustavy*. Praha: ČVUT, 1998.
7. PAARMANN, L.D. *Design and analysis of analog filters: a signal processing perspective*. New York: Kluwer Academic, 2001. ISBN 0306480123.
8. MEINARDUS, G. *Aproximace funkcí: Teorie a numerické metody*. Praha: SNTL, 1968.
9. NOVÁK, M.; VLČEK, M. *Syntéza přenosových funkcí selektivních soustav*. Praha: Academia, 1981.
10. KVASIL, J.; ČAJKA, J. *Úvod do syntézy lineárních obvodů*. Praha: SNTL/Alfa, 1981.
11. KOMÍNEK, Z. *Aproximace frekvenčních charakteristik při omezení polohy pólů přenosové funkce: (dizertační práce)*. Praha: Ústav radiotechniky a elektroniky AV ČR, 1971.
12. KVASIL, J.; ČAJKA, J. *Teorie lineárních obvodů*. Praha: SNTL/Alfa, 1979.
13. BRAUN, J.; ČÍŽEK, V.; KVASIL, J.; NOVÁK, M. *Analýza lineárních obvodů a soustav*. Praha: SNTL, 1973.
14. CHEN, Wai-Kai. *Passive, active, and digital filters*. 3. vyd. Boca Raton: CRC Press, 2009. ISBN 1420058851.
15. WANHAMMAR, L. *Analog Filters using MATLAB*. Boston: Springer-Verlag US, 2009. ISBN 9780387927671.
16. NEIRYNCK, J.; MILIĆ, L. Equal ripple tolerance characteristics. *International Journal of Circuit Theory and Applications* [online]. 1976, roč. 4, č. 1 [cit. 2018-04-05]. Dostupné z: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/cta.4490040110>.

17. NEIRYNCK, J.; MILIĆ, L. Tolerances and Effect of Losses in the Case of Ultraspherical Polynomial Low-Pass LC Filters. *Proceedings of The Third International Symposium on Network Theory*. Split, 1975.
18. RAINVILLE, E. D. *Special Functions*. Bronx, N.Y.: Chelsea Pub. Co, 1960. ISBN 0828402582.
19. *Generalized Hypergeometric Function* [online]. 2016a [cit. 2018-04-05]. Dostupné z: <http://mathworks.com/help/symbolic/hypergeom.html>. Symbolic Toolbox Documentation, The Mathworks, Natick, MA, USA.
20. JOHNSON, D.; JOHNSON, J. Low-Pass Filters Using Ultraspherical Polynomials. *IEEE Transactions on Circuit Theory* [online]. 1966, roč. 13, č. 4 [cit. 2018-04-05]. ISSN 0018-9324. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1082637/>.
21. HONG, Jia-Sheng; LANCASTER, M. J. Design of highly selective microstrip bandpass filters with a single pair of attenuation poles at finite frequencies. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* [online]. 2000, roč. 48, č. 7 [cit. 2018-04-05]. ISSN 00189480. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/848492/>.
22. CAMERON, R. J. General Coupling Matrix Synthesis Methods for Chebyshev Filtering Functions. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* [online]. 1999, roč. 47, č. 4 [cit. 2018-04-05]. ISSN 00189480. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/754877/>.
23. CAENEPEEL, M. *Modeling technique for the efficient design of microwave bandpass filters: (dizertační práce)*. Vrije Universiteit Brussels: INRIA Sophia Antipolis - Méditerranée, 2016.
24. BALAKRISHNAN, P.; RAJAPPAN, K. P. Sharp cut-off Modified Ultraspherical Polynomial Filters. *NTZ*. 1974, roč. 27, č. 11. ISSN 0948-728X.
25. LEVY, R. Filters with Single Transmission Zeros at Real or Imaginary Frequencies. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* [online]. 1976, roč. 24, č. 4 [cit. 2018-04-05]. ISSN 0018-9480. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1128811/>.
26. POZAR, D. M. *Microwave Engineering*. 3. vyd. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2005. ISBN 0-471-44878-8.
27. HONG, Jia-Sheng; LANCASTER, M.J. *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2001. ISBN 9780471221616.
28. TYSL, V.; RŮŽIČKA, V. *Teoretické základy mikrovlnné techniky*. Praha: SNTL, 1989.
29. HOFFMANN, K. *Planární mikrovlnné obvody*. Praha: ČVUT, 2010.
30. HONG, Jia-Sheng; LANCASTER, M. J. Couplings of microstrip square open-loop resonators for cross-coupled planar microwave filters. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* [online]. 1996, roč. 44, č. 11 [cit. 2018-04-05]. ISSN 00189480. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/543968/>.
31. MONGIA, R.K.; BAHL, I.J.; BHARTIA, P.; HONG, J. *RF and Microwave Coupled-Line Circuits*. 2. vyd. London: Artech House, Inc., 2007. ISBN 1-59693-156-6.

32. SHIVHARE, J.; JAIN, J.B. A Compact Fourth-Order Multi-Fold Hairpin Line Microstrip Bandpass Filter at 1650 MHz for RF/Wireless Communications. *International Journal of Research in Engineering and Technology* [online]. 2014, roč. 3, č. 5 [cit. 2018-05-03]. ISSN 2321-7308. Dostupné z: http://www.researchgate.net/publication/273301269_A_COMPACT_FOURTH-ORDER_MULTI-FOLD_HAIRPIN_LINE_MICROSTRIP_BANDPASS_FILTER_AT_1650_MHZ_FOR_RF_WIRELESS_COMMUNICATIONS.
33. THOMAS, J.B. Cross-coupling in coaxial cavity filters-a tutorial overview. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* [online]. 2003, roč. 51, č. 4 [cit. 2018-04-05]. ISSN 0018-9480. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1193154/>.