

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta strojní

Ústav technologie obrábění, projektování a metrologie

Analýza systému měření

**Measurement system analysis
(MSA)**

Bakalářská práce

Studijní obor: Technologie, materiály a ekonomika strojírenství

Vedoucí práce: Ing. BcA. Jan Podaný, PhD.

David Strial

Praha 2016

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma „Analýza systému měření“ vypracoval samostatně pod vedením pana Ing. BcA. Jana Podaného, Ph.D. a použil jsem podklady uvedené v příloženém seznamu.

V Praze dne: 8. 8. 2016

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval panu Ing. BcA. Janu Podanému, Ph.D. za odborné vedení mé bakalářské práce. Jeho cenné rady a informace mně velmi napomohly při jejím zpracování.

Abstrakt

Tato bakalářská práce je věnována charakteristice analýzy systému měření MSA. Práce se skládá z části teoretické a části praktické. V teoretické části je vysvětlena hlavní problematika MSA a její účel. Následně jsou zde popsány postupy pro výpočet a vyhodnocení opakovatelnosti a reprodukovatelnosti měřicího systému metodami založenými na základě rozpětí, průměru a rozpětí a analýzou rozpětí. V praktické části jsou aplikovány v praxi nejpoužívanější metody a jejich numerická a grafická analýza.

Klíčová slova

Analýza systému měření, reprodukovatelnost, opakovatelnost, metoda rozpětí, metoda průměru a rozpětí, analýza rozptylu, počet rozlišitelných kategorií.

Abstract

This thesis is devoted to the characterization of Measurement System Analysis MSA. The work consists of a theoretical part and a practical part. The theoretical part explains the main issues of the MSA and its purpose. Consequently, there is how to calculate and evaluate the repeatability and reproducibility of the measurement system methods based on range, average and range and range analysis. In the practical part they are applied in the most commonly used methods and their numerical and graphical analysis.

Key words

Measurement system analysis, reproducibility, repeatability, range method, average and range method, analysis of variance, number of distinct categories.

Obsah

Úvod	9
Teoretická část	10
1. Charakteristika <i>MSA</i>	10
1.1. Kvalita naměřených dat.....	10
1.2. Variabilita procesu měření	11
1.2.1. Variabilita polohy rozdělení	11
1.2.2. Variabilita šíře.....	14
1.3. Variabilita systému měření	17
1.4. Metody pro zjištění ukazatelů <i>R&R</i>	18
1.4.1. Metoda rozpětí – Range method.....	18
1.4.2. Metoda průměru a rozpětí – Average and range method	19
1.4.3. Metoda ANOVA – ANOVA method.....	23
1.5. Vyhodnocení výsledků ukazatelů <i>R&R</i>	26
Praktická část	28
2. Návrh a realizace studie	28
2.1. Měřená součást	28
2.2. Měřidlo.....	30
2.3. Průběh analýzy	31
3. <i>GRR</i> – Rozpětí	33
3.1. Vyhodnocení analýzy	34
4. <i>GRR</i> – Průměr a rozpětí.....	35
4.1. Vyhodnocení analýzy	41
4.2. Grafická analýza	42
4.2.1. Diagram pro průměr	42
4.2.2. Diagram pro rozpětí.....	44
4.2.3. Diagram pro iterace	46
4.2.4. Bodový diagram.....	47
4.2.5. Intervalový diagram.....	48

Závěr	51
Zdroje	53
Seznam zkratk a symbolů	54
Seznam příloh	9

Úvod

Měřená data se v průmyslu využívají stále častěji a čím dál více způsoby k provádění různých rozhodnutí. Tato data a z nich získané statistiky se porovnávají se statistickými tolerancemi procesu, a v případě, že se data nachází v povolených mezích, není třeba do procesu zasahovat či ho nějak přizpůsobovat. Jiným účelem měření může být i určení spojitosti mezi dvěma různými proměnnými, například spojitost mezi teplotou a viskozitou.

Měření a hledání takovýchto spojitostí se nazývá analytická studie. Tato studie je jednou z nejdůležitějších k posouzení měřených údajů sloužící k lepšímu pochopení příčin ovlivňujících proces.

Aby data získaná měřením přinášela výhody, je nutné zajistit jejich odpovídající kvalitu. Pokud kvalita dat získaných měřením je nízká, tak bude nízká i výnosnost měření a naopak. Kvalita naměřených hodnot také ovlivňuje návratnost ceny za měření. Kvalita naměřených údajů je definována statistickými vlastnostmi několika měření získaných ze měřicího systému operujícím při stálých podmínkách. Takto získaná data jsou posuzována právě metodou *MSA*.

Teoretická část

1. Charakteristika *MSA*

Measurement system analysis (*MSA*) neboli analýza systému měření je analytickou metodou, původně pro posuzování vhodnosti systému měření, která se používala především u velkosériových výrob. Metoda *MSA* je původem metodou americké akční skupiny pro automobilový průmysl *AIAG*, kde se stala součástí normy *QS 9000*, a také důležitým prvkem systémů řízení kvality jako je Six Sigma či *TQM*. Tím se *MSA* stala univerzální metodou, díky čemuž se rozšířila i do dalších odvětví průmyslové výroby, pro zajištění bezpečnosti a efektivity výrobních procesů. [3]

Jak již bylo naznačeno, metoda *MSA* je využívána k zajišťování kvality výroby, kde se zaměřuje na systém měření, u kterých je výchozím údajem numerická hodnota, a jejíž zjištění neboli čtení je opakovatelné. Systém měření je posuzován podle toho, zdali je schopen produkovat nejlépe shodné údaje nezávisle na vlivu pracovníka provádějícího měření, postupu provedení a na použitém měřidlu. Dle toho se posuzuje vhodnost určitého systému měření pro daný úkol.

Metoda *GRR* (Gage Repeatability and Reproducibility) neboli metoda opakovatelnosti a reprodukovatelnosti měřidla, která bude použita v praktické části této bakalářské práce je zároveň nejpoužívanější metodou *MSA*. Tato metoda je používána pro posuzování samotného měřidla ale i systému měření jako celku včetně ostatních faktorů ovlivňujících proces měření. Cílem *MSA* je v tomto případě stanovení nepřesnosti systému měření a jejího zdroje, nikoli pouze nejistoty výsledků.

1.1. Kvalita naměřených dat

Kvalitu naměřených dat lze definovat jako vzdálenost naměřené hodnoty od hodnoty skutečné, přičemž čím menší tato vzdálenost je, tím kvalitnější data jsou. Vysoce kvalitní data jsou základem pro skutečný přínos analýzy systému měření. Nízká kvalita dat je důsledkem jejich velké variability, která může vznikat vlivem okolního prostředí na systém měření. Pokud je tento vliv vysoký, je nutné ho zohlednit při analýze systému měření.

1.2. Variabilita procesu měření

MSA posuzuje několik charakteristik měřicího systému, kterými jsou strannost, stabilita, linearita, opakovatelnost a reprodukovatelnost, citlivost, konzistence a uniformita. Tyto charakteristiky využívají metodu rozpětí, průměru a rozpětí nebo metodu *ANOVA*. Variabilita procesů měření je popisována jako normální rozdělení, a pokud tomu tak není, může analýza systému měření nadhodnocovat jeho nepřesnost. [1]

Variabilita procesu měření lze dělit na:

Variabilita polohy rozdělení

- Přesnost
- Stabilita
- Linearita

Variabilita šíře

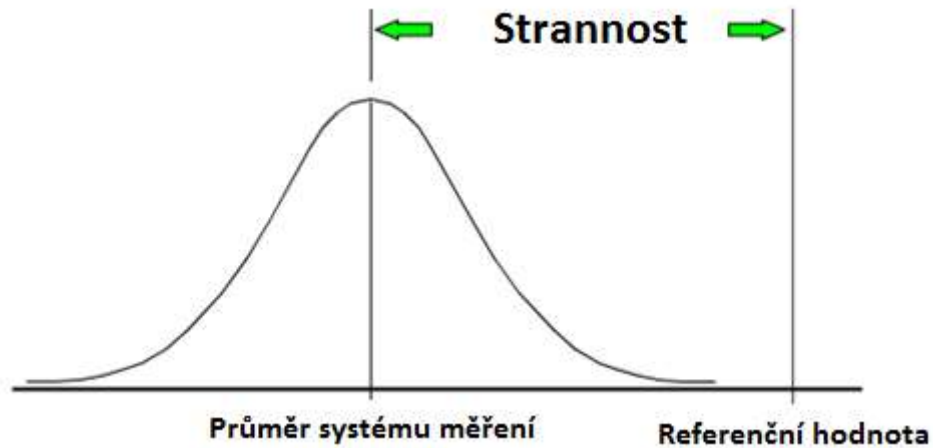
- Opakovatelnost
- Reprodukovatelnost
- GRR – opakovatelnost a reprodukovatelnost měřidla
- Citlivost
- Konzistence
- Uniformita [1]

1.2.1. Variabilita polohy rozdělení

Strannost – Bias

V minulosti označována jako přesnost, je definována jako míra celkové systematické chyby systému měření. Jedná se o vzdálenost mezi aritmetickým průměrem výsledků opakova-

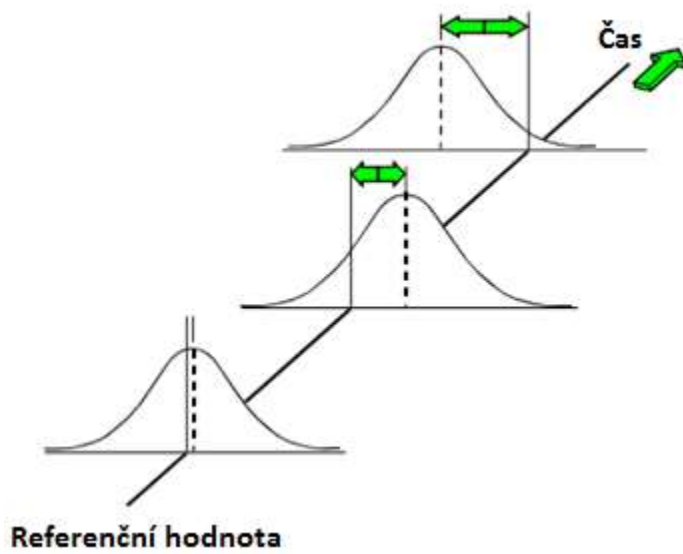
ného měření stejného znaku kvality a přijatou referenční hodnotou. Strannost může vzniknout hned z několika příčin, jako je například použití špatného měřidla, špatná kalibrace měřidla, poškozený hlavní etalon nebo také vliv okolního prostředí (teplota, vlhkost, vibrace). [1], [6]



Obrázek 1. Strannost [1]

Stabilita – Stability (Drift)

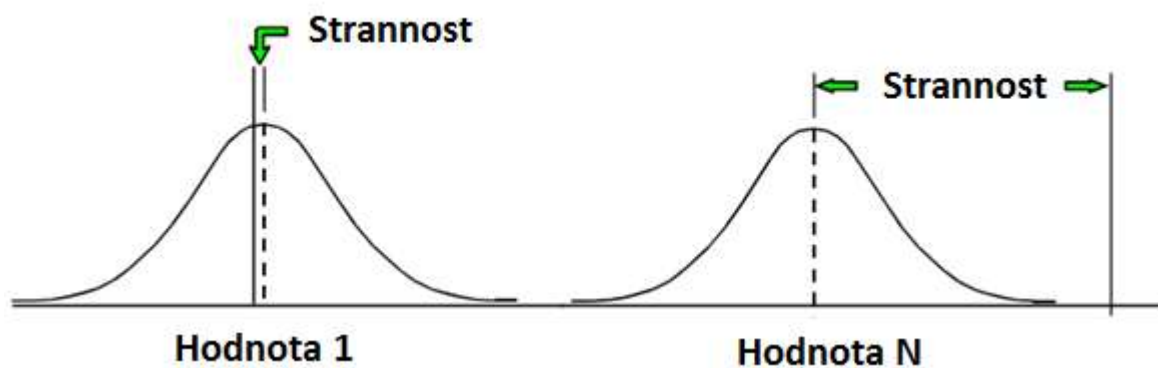
Je definována jako celková variabilita výsledků měření stejného znaku kvality prováděné stejnou osobou v dostatečně dlouhém časovém úseku. Jak je možno vidět z Obrázku 2., jedná se o změnu strannosti, způsobenou časem. V případě stabilního systému se tedy strannost v čase nemění. Pokud tomu tak není, příčinou může být například moc dlouhý časový interval kalibrací měřidla, poškození měřidla či opět okolní prostředí. [1], [4]



Obrázek 2. Stabilita [1]

Linearita – Linearity

Lze ji definovat jako změnu strannosti v provozním rozsahu měřidla, která se se zjišťuje rozdílem hodnot strannosti. Pracovní rozsah měřidla se snižuje se zvyšující se rozlišovací schopností měřidla (velikost minimální rozpoznatelné hodnoty). [1], [4]



Obrázek 3. Linearita [1]

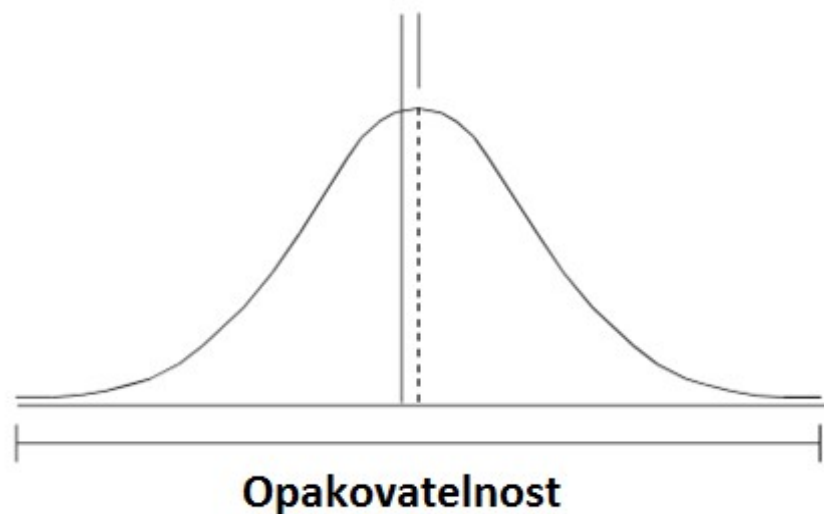
1.2.2. Variabilita šíře

Shodnost – Precision

Je definována jako variabilita výsledků opakovaného měření v daném rozsahu měření. Popisuje působení náhodných chyb měření. [1]

Opakovatelnost – Repeatability

Jedná se o variabilitu naměřených hodnot, které jsou získány jedním měřicím přístrojem. Přístroj je použit vícekrát jedním pracovníkem pro opakované měření stejného znaku kvality stejného výrobku v co nejkratším časovém rozmezí. Označuje se také jako variabilita měřicího přístroje (*EV* – equipment variation). [1], [4], [5]

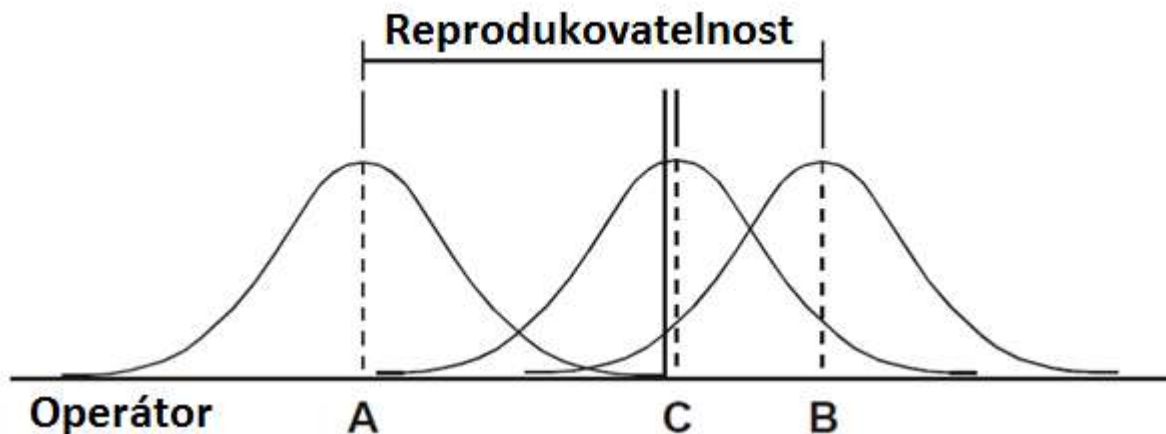


Obrázek 4. Opakovatelnost [1]

Opakovatelnost nelze zcela eliminovat, jelikož se jedná o variabilitu vyvolanou náhodnými příčinami variability působících v systému měření. Ale lze do jisté míry zlepšit zvýšením stability podmínek měření. Příčiny opakovatelnosti mohou vzniknout i metodou měření či technikou, kterou pracovník disponuje.

Reprodukovatelnost – Reproducibility

Reprodukovatelnost označovaná také jako variabilita operátora (*AV* – appraiser variation), je definována jako variabilita průměrů měření prováděných různými operátory, kteří používají stejné měřidlo pro měření stejného znaku kvality výrobku. [1], [4]



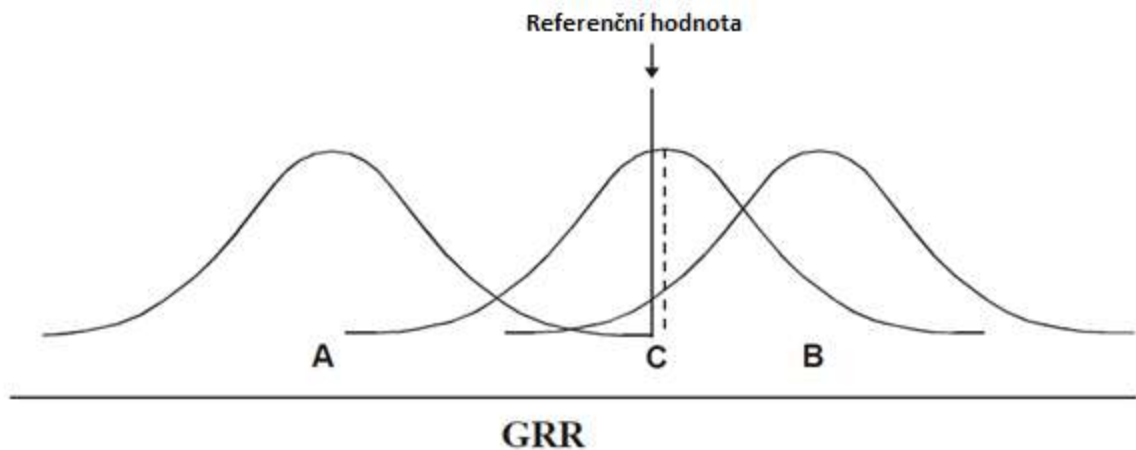
Obrázek 5. Reprodukovatelnost [1]

Při posuzování variability operátora, neboli reprodukovatelnosti způsobené vlivem operátora, je důležité dodržet stejné podmínky měření. Lze ale také posuzovat právě vliv různých podmínek měření namísto vlivu operátora. Reprodukovatelnost tedy může být způsobena operátory a jejich zkušenostmi, použitou metodou a okolními podmínkami.

Opakovatelnost a reprodukovatelnost měřidla – *GRR*

GRR (Gage Repeatability and Reproducibility) lze definovat jako kombinovaný odhad opakovatelnosti a reprodukovatelnosti systému měření. Je vyjadřován jako rozptyl rovný součtu rozptylů opakovatelnosti a reprodukovatelnosti. Pro analýzu *GRR* se používají metody rozpětí, průměru a rozpětí, analýza rozptylu. [1]

$$\sigma_{GRR}^2 = \sigma_{opakovatelnost}^2 + \sigma_{reprodukovatelnost}^2 [-].$$



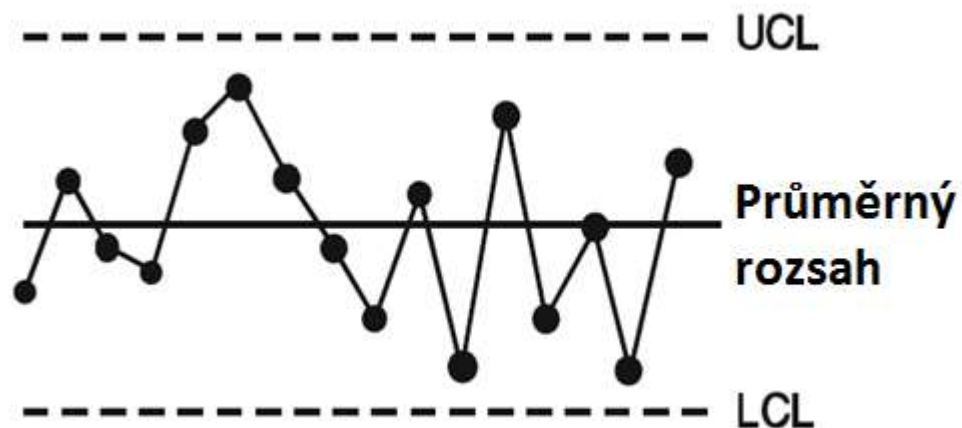
Obrázek 6. Opakovatelnost a reprodukovatelnost [1]

Citlivost - Sensitivity

Citlivost označuje nejmenší vstup do systému měření, který vyvolá zjistitelný výstupní signál. Je to odezva systému na variace měřeného znaku kvality výrobku. Citlivost je stanovena prahem citlivosti měřidla a jeho provozním stavem. [1]

Konzistence - Consistency

Konzistence je rozdíl proměnlivosti měření prováděných v daném čase. Může být definován jako opakovatelnost v čase. Konzistence je zejména ovlivňována teplotními podmínkami jak měřeného výrobku, tak přístroje použitého k danému měření. [1]



Obrázek 7. Konzistence [1]

Uniformita - Uniformity

Uniformita je popsána jako proměnlivost (variabilita) opakovatelnosti v běžném pracovním rozsahu měřidla. Také může být považována za homogenitu opakovatelnosti vzhledem k velikosti. [1]

Příčiny uniformity mohou být:

- špatná čitelnost hodnot z měřidla
- paralaxní čtení hodnot (čtení nesprávných hodnot zapříčiněné špatným úhlem)
- variace upnutí měřeného výrobku

1.3. Variabilita systému měření

Pro posuzování variability systému měření jsou využívány ukazatele jeho způsobilosti a výkonnosti.

Způsobilost - Capability

Způsobilost systému měření je ukazatel, který je definován jako odhad kombinované variace chyb měření na základě krátkodobého hodnocení. Jedná se zde o systematické a náhodné chyby. Způsobilost stanovuje odhad očekávaných chyb pro určité podmínky systému měření. [1] Způsobilost systému měření lze vyjádřit jako:

$$\sigma_{zp\u00fasobilost}^2 = \sigma_{strannost(linearita)}^2 + \sigma_{GRR}^2 [-].$$

V\u00fdkonnost - Performance

V\u00fdkonnost syst\u00e9mu m\u00e9ření je ukazatel popisuj\u00edc\u00ed vliv v\u0161ech v\u00fdznamn\u00fdch a stanoviteln\u00fdch zdroj\u016f variability v dan\u00e9m \u010das\u00e9. Obsahuje slo\u017eky dlouhodob\u00e9 chyby, kter\u00fdmi jsou zp\u00fasobilost, stabilita a konzistence. [1] Vyj\u00e1dren\u00e9 vztahem:

$$\sigma_{v\u00fdkonnost}^2 = \sigma_{zp\u00fasobilost}^2 + \sigma_{stabilita}^2 + \sigma_{konzistence}^2 [-].$$

1.4. Metody pro zji\u0161t\u00e9n\u00ed ukazatel\u016f R&R

Variaci Gage R&R je mo\u017cn\u00e9 zjistit pomoc\u00ed n\u00e9kolika r\u016fzn\u00fdch metod. Zde budou pops\u00e1ny t\u0159i vhodn\u00e9 a z\u00e1roveň nejpou\u017e\u00edvan\u00e9j\u0161\u00ed metody:

- Metoda rozp\u00e9t\u00ed
- Metoda pr\u016fm\u00e9ru a rozp\u00e9t\u00ed
- ANOVA (Analysis of variance) – Anal\u00fdza rozptylu [1], [7]

1.4.1. Metoda rozp\u00e9t\u00ed – Range method

Jak j\u00ed\u017e n\u00e1zev t\u00e9to metody napov\u00edd\u00e1, opakovatelnost a reprodukovatelnost m\u00e9ridla zde vych\u00e1z\u00ed z rozp\u00e9t\u00ed nam\u00e9ren\u00fdch hodnot. Metoda rozp\u00e9t\u00ed je modifikovan\u00e1 studie m\u00e9ridla, kter\u00e1 poskytuje rychlou aproximaci variability m\u00e9ření. Tato metoda umo\u017en\u00faje pouze celkov\u00fd p\u0159ehled o syst\u00e9mu m\u00e9ření, slou\u017c\u00edc\u00ed k rychl\u00e9mu posouzen\u00ed jeho zp\u00fasobilosti. [1]

B\u00e9\u017enou prax\u00ed pro pou\u017e\u00edt\u00ed t\u00e9to metody je vyu\u017eit\u00ed dvou oper\u00e1tor\u016f, kter\u00fd m\u00e9r\u00ed minim\u00e1ln\u00e9 p\u011bt vzork\u016f, p\u0159\u00edchem\u017e ka\u017ed\u00fd z nich pouze jednou za pomoci stejn\u00e9ho m\u00e9ridla. [2] Z nam\u00e9ren\u00fdch hodnot se vypo\u010cte rozp\u00e9t\u00ed R_i dle uveden\u00e9ho vztahu:

$$R_i = |\max(x_{ik}) - \min(x_{ik})|,$$

kde x_{ik} je hodnota nam\u00e9ren\u00e1 k -t\u00fdm oper\u00e1torem na i -t\u00e9m kusu.

Následně se určí průměrné rozpětí \bar{R} :

$$\bar{R} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g R_i,$$

kde g udává počet kusů.

Dále celková variabilita měření GRR :

$$GRR = \frac{\bar{R}}{d_2^*} [-],$$

kde d_2^* je numerická hodnota vycházející z tabulky pro m (počet operátorů) a g (počet dílů).

Procentový podíl směrodatné odchylky procesu σ připadající na variabilitu měření %GRR se vypočte dle vztahu:

$$\%GRR = 100 \left(\frac{GRR}{\sigma} \right) [\%].$$

Směrodatná odchylka procesu:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2},$$

Kde

- N počet hodnot,
- x_i jednotlivé naměřené hodnoty,
- \bar{x} aritmetický průměr naměřených hodnot. [zdroj]

1.4.2. Metoda průměru a rozpětí – Average and range method

Metoda průměru a rozpětí je založena na průměru a rozpětí. Stejně jako metoda rozpětí slouží pro odhad opakovatelnosti a reprodukovatelnosti, a to s tím rozdílem, že umožňuje rozložit variabilitu systému měření na dvě samostatné složky. Těmito složkami jsou opakovatelnost a reprodukovatelnost, jejichž samostatná analýza poskytuje mnohem více informací o systému měření, avšak nevýhodou je, že tato analýza postrádá informace o interakci těchto složek. [1]

Tato metoda je nejčastější metodou pro studii $R\&R$ systému měření. Prvním krokem metody je zjištění rozpětí R_{ik} naměřených hodnot:

$$R_{ik} = |\max(x_{ijk}) - \min(x_{ijk})|,$$

kde x_{ijk} je hodnota naměřená na i -tém vzorku při j -tém měření k -tým operátorem.

Následuje výpočet průměrného rozpětí \bar{R}_k :

$$\bar{R}_k = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g R_{ik}.$$

kde g je počet naměřených kusů.

Součtem všech průměrných rozpětí a následným vydělením počtem operátorů n získáme průměr všech rozpětí $\bar{\bar{R}}_k$:

$$\bar{\bar{R}}_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{R}_k.$$

Dále lze přímo stanovit UCL_R (horní regulační mez) a LCL_R (dolní regulační mez) pro regulační diagram rozpětí:

$$UCL_R = \bar{\bar{R}}_k D_4,$$

$$LCL_R = \bar{\bar{R}}_k D_3,$$

kde D_3 a D_4 jsou konstanty uvedené v tabulce závislosti na počtu opakování m .

Tabulka 1. Konstanta D_4 [7]

Počet operátorů	D_4 [-]
2	3,27
3	2,58

Dalším krokem je výpočet aritmetického průměru \bar{x}_{ik} pro každé opakování m , vzorek i a operátora k :

$$\bar{x}_{ik} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_{ijk}.$$

Aritmetický průměr \bar{x}_k kde g je počet vzorků:

$$\bar{x}_k = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g x_{ik}.$$

Aritmetický průměr \bar{x}_l každého dílu i , kde m je počtem opakování měření a n je počtem operátorů:

$$\bar{x}_l = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n x_{ijk}.$$

Z předchozích hodnot vypočteme celkový aritmetický průměr $\bar{\bar{x}}$:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{x}_k = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g \bar{x}_l.$$

Rozpětí mezi operátory R_k vypočtený rozdílem maxima a minima z \bar{x}_k :

$$R_k = \max(x_k) - \min(x_k).$$

Rozpětí R_i – rozdíl maxima a minima z \bar{x}_l :

$$R_i = \max(x_i) - \min(x_i).$$

Opakovatelnost EV , neboli variabilita zařízení:

$$EV = K_1 \bar{\bar{R}} [-],$$

kde K_1 je převrácenou hodnotou d_2^* , kterou je nutno odečíst z tabulky pro závislost na počtu opakování [7].

Tabulka 2. Konstanta K1 [7]

Počet měření	2	3
K ₁ [-]	0,8862	0,5908

Reprodukovatelnost, nebo také variabilita operátora AV :

$$AV = \sqrt{(R_k K_2)^2 - \frac{(EV)^2}{gm}} [-],$$

kde K_2 je převrácenou hodnotou d_2^* , kterou je nutno odečíst z tabulky pro závislost na počtu opakování [7].

m – počet opakování

g – počet kusů

Tabulka 3. Konstanta K2 [7]

Počet měření	2	3
K ₂ [-]	0,7071	0,5231

Opakovatelnost a reprodukovatelnost GRR :

$$GRR = \sqrt{(EV)^2 + (AV)^2} [-]$$

Variabilita dílů, jenž je násobkem rozpětí mezi vzorky R_i a konstantou K_3 . Kde konstanta K_3 je závislá na počtu kusů g .

$$PV = R_i K_3 [-].$$

Tabulka 4. Konstanta K3 [7]

g	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

K_3 [-]	0,7071	0,5231	0,4467	0,4030	0,3742	0,3534	0,3375	0,3249	0,3146
-----------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Z výše vypočtených ukazatelů variability lze vypočítat celkovou variabilitu TV , jako druhá odmocnina součtu druhých mocnin EV , AV a PV .

$$TV = \sqrt{(EV)^2 + (AV)^2 + (PV)^2} [-].$$

Následný podíl jednotlivých variabilit je možné vyjádřit procentuálně právě pomocí celkové variability TV .

$$\%EV = 100 \left(\frac{EV}{TV} \right) [\%],$$

$$\%AV = 100 \left(\frac{AV}{TV} \right) [\%],$$

$$\%PV = 100 \left(\frac{PV}{TV} \right) [\%],$$

$$\%GRR = 100 \left(\frac{GRR}{TV} \right) [\%].$$

1.4.3. Metoda ANOVA – ANOVA method

Tato metoda také zvaná analýza rozptylu, je statistická metoda založená na směrodatných odchylkách. Umožňuje dosažení přesnějších odhadů rozptylu než metoda průměru a rozptylu, a to ze stejného množství dat. [1] Metoda *ANOVA* využívá rozptylu:

- Vzorků
- Operátorů
- Interakce mezi vzorky a operátory
- Chyby replikace způsobené měřidlem

Metoda využívá různé stupně volnosti DF , součet čtverců SS , kvadratické průměry MS a poměr F , stanovené tabulkou analýzy rozptylu.

Tabulka 5. Tabulka analýzy rozptylu [1]

Zdroj variability	Stupeň volnosti (DF)	Součet čtverců (SS)	Kvadratický průměr (MS)	Poměr (F)
Operátor	$n - 1$	SS_O	$MS_O = \frac{SS_O}{n-1}$	$F_O = \frac{MS_O}{MS_E}$
Díly	$g - 1$	SS_N	$MS_N = \frac{SS_N}{g-1}$	$F_N = \frac{MS_N}{MS_E}$
Operátor x díl	$(g - 1)(n - 1)$	SS_{NO}	$MS_{NO} = \frac{SS_{NO}}{(g-1)(n-1)}$	$F_{NO} = \frac{MS_{NO}}{MS_E}$
Zařízení	$gn(m - 1)$	SS_E	$MS_{NO} = \frac{SS_E}{gn(m-1)}$	
Celkem	$gnm - 1$	SS_T		

Kde n je počet operátorů

g počet vzorků

m počet opakování.

Údaj SS (součet čtverců) udává interakce a faktory popisující variabilitu systému, nadále údaj SS_E popisující variabilitu uvnitř systému vzniklou náhodnými vlivy. Celkový součet čtverců udává celkovou variabilitu. Výpočty těchto údajů jsou následující:

$$SS_O = nm \sum_{k=1}^n (\bar{x}_k - \bar{x})^2,$$

$$SS_N = mn \sum_{i=1}^g (\bar{x}_i - \bar{x})^2,$$

$$SS_{NO} = m \sum_{i=1}^g \sum_{k=1}^n (\bar{x}_{ik} - \bar{x}_i - \bar{x}_k - \bar{x})^2,$$

$$SS_T = m \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x})^2,$$

$$SS_E = S_E - (SS_O + SS_N + SS_{NO}),$$

Kde celkový aritmetický průměr \bar{x} je dán:

$$\bar{x} = \frac{1}{gmn} \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n x_{ijk}.$$

Aritmetický průměr jednotlivých vzorků \bar{x}_i :

$$\bar{x}_i = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n x_{ijk}.$$

Aritmetický průměr hodnot naměřených jednotlivými operátory \bar{x}_k :

$$\bar{x}_k = \frac{1}{gm} \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^m x_{ijk}.$$

Aritmetický průměr vzorků operátora \bar{x}_{ik} :

$$\bar{x}_{ik} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_{ijk}.$$

Dle následující tabulky se vypočítají všechny potřebné charakteristiky pro posuzování systému měření. Těmito charakteristikami jsou podobně jako u metody průměru a rozpětí opakovatelnost EV , reprodukovatelnost AV , variabilita dílů PV , opakovatelnost a reprodukovatelnost GRR , celková variabilita TV a navíc interakce mezi vzorkem a operátorem I_{AP} .

Tabulka 6. Vzorce pro vyhodnocení metodou ANOVA [1]

Odhad rozptylu	6σ
$\tau^2 = MS_E$	$EV = 6\sqrt{MS_E}$
$\omega^2 = \frac{MS_O - MS_{NO}}{nr}$	$AV = 6\sqrt{\frac{MS_O - MS_{NO}}{nr}}$
$\sigma^2 = \frac{MS_N - MS_{NO}}{kr}$	$PV = 6\sqrt{\frac{MS_N - MS_{NO}}{or}}$
$\gamma^2 = \frac{MS_{NO} - MS_E}{r}$	$I_{AP} = 6\sqrt{\frac{MS_{NO} - MS_E}{r}}$
$GRR = \tau^2 + \omega^2 + \sigma^2$	$GRR = \sqrt{EV^2 + AV^2 + I_{NO}^2}$
Celková variabilita	$TV = \sqrt{GRR^2 + PV^2}$

Hlavní výhodou této metody oproti metodám GRR – průměr a rozpětí je vyjádření interakce mezi opakovatelností EV a reprodukovatelností AV. Tato metoda vyžaduje vysoké nároky na interpretaci výsledků. Vzhledem k její složitosti nebude v praktické části této bakalářské práce metoda ANOVA aplikována.

1.5. Vyhodnocení výsledků ukazatelů R&R

Variabilitu systému měření můžeme v případě Gage R&R hodnotit kritérii, která jsou v případě jejich použití samostatně jako jediného kritéria nepřijatelnou metodou. Tato kritéria jsou:

- Ukazatel celkové variability procesu TV , nebo přesněji jeho procentuálními podíly opakovatelnosti $\%EV$, reprodukovatelnosti $\%AV$, variability dílů $\%PV$ a opakova-

telnosti a reprodukovatelnosti $\%GRR$. Z nichž kritérium $\%GRR$ je z procentuálních podílů TV nejdůležitější.

- Kritérium ndc (number of distinct categories – počet rozlišitelných kategorií)

Vyhodnocení pomocí kritéria $\%GRR$

Vhodnost systému měření pomocí kritéria $\%GRR$ je posuzována dle následujících podmínek:

- $\%GRR < 10\%$ - měřidlo je způsobilé, systém měření je vyhovující,
- $10\% \leq \%GRR \leq 30\%$ - měřidlo je podmíněčně způsobilé, systém měření může být vyhovující, ale záleží na konkrétní aplikaci (měření méně důležitých znaků kvality),
- $\%GRR > 30\%$ - měřidlo je nezpůsobilé, systém měření je nevyhovující a nesmí se používat. [7]

Vyhodnocení pomocí kritéria ndc

Kritérium ndc , tedy kritérium počtu rozlišitelných kategorií slouží k detekování počtu rozlišitelných kategorií, tedy schopnosti systému měření kategorizovat proces měření. [1]

Kritérium se vypočte dle následujícího vztahu:

$$ndc = 1,41 \times \frac{PV}{GRR} [-].$$

Výsledná hodnota se zaokrouhluje směrem dolů, přičemž **musí být větší než 5**. Pokud tomu tak není, systém měření nemá dostatečnou citlivost detekovat jednotlivé kategorie měření, a je tedy nevyhovující. [1], [7]

Praktická část

2. Návrh a realizace studie

Praktická část této bakalářské práce bude věnována, jak již bylo zmíněno, analýze měřicího systému metodou GRR. Tato metoda bude aplikována technikami GRR – rozpětí a GRR – průměr a rozpětí. Těmito metodami bude provedena numerická analýza opakovatelnosti a reprodukovatelnosti, která bude prezentována i graficky.

2.1. Měřená součást

Pro realizaci praktické části této bakalářské práce byl vybrán napínák řemenového pohonu příslušenství spalovacích motorů pro osobní automobily. Z mnoha druhů těchto napínacích systémů byl vybrán typ s označením OM651, který je montován například do vozů Volvo.

Takový napínák (napínací kladka) funguje na principu udržování dostatečného pnutí v řemeni pomocí síly vyvinuté vinutou pružinou. Tato síla je přenášena přes kladku. Dostatečné pnutí v řemeni je

nezbytně nutné k zamezení prokluzu řemene na ostatních kladkách, jako jsou kladka alternátoru, kladka klimatizace a kladka klikového hřídele. Zamezením prokluzu řemene je nutné



Obrázek 8. Napínák řemenového pohonu

k zajištění k požadovaným přenosům sil, tedy pohonu klimatizace (kompresoru) a alternátoru. Jelikož spalovací motor nemůže mít naprosto plynulý chod, vznikají na řemenici klikového hřídele úhlové vibrace. Tyto vibrace vznikají vlastní konstitucí motoru, tedy závisí na počtu válců, nebo také na výkonu motoru. Jedná se o jednotlivé záběry pístů a jejich přenosu sil na klikovou hřídel. Bývá pravidlem, že čím více válců, tím je chod motoru hladší, plynulejší.

Světovým trendem výrobců motorů je ale snižování objemů spalovacích motorů, tedy i snižování počtu válců. To vše probíhá současně se zachováním nebo i zvýšením výsledných výkonů. Ve výsledku to znamená, že se stále častěji v osobních vozech objevují motory se třemi válci a to se stejným nebo vyšším výkonem než jeho čtyřválcový předchůdce. Takové motory produkují větší úhlové vibrace, které je nutné eliminovat příslušnými napínacími systémy nebo také příslušnými řemenicemi s vlastním tlumícím systémem. Tímto vznikají na napínací systém požadavky, kterými jsou:

- Zajištění dostatečné napínací síly (pnutí v řemeni) při všech jízdních režimech
- Dostatečně rychlá reakce na změny pnutí v řemeni
- Odolnost proti rozkmitání (rezonance) napínací kladky.

System napínání řemene se skládá z několika základních částí, kterými jsou kladka, rameno, domeček, pružina, tlumící člen a mazivo. Kladka slouží, jak již bylo řečeno k přenosu síly vyvinuté pružinou na napínaný řemen. Tato kladka je připevněna šroubem k rameni, které tvoří potřebnou páku a umožňuje pohyb kladky, tedy její přizpůsobení se pohybům řemene. V domečku, přes který je celý systém připevněn k motoru, je umístěna pružina a tlumící element. Jak již bylo zmíněno, vinutá pružina slouží k vytvoření potřebné tangenciální síly. Jelikož spalovací motory generují mnoho vibrací a řemen kmitá v různorodých frekvencích, je nutné zamezit rezonanci pružiny, na kterou jsou pružiny dosti náchylné. Rezonanci lze eliminovat

pomocí tlumícího elementu, který je umístěn mezi styčné plochy domečku (pevně přichycená část na motoru) a ramene (pohyblivá část). Zde dochází k tření za pomoci síly stlačující rameno směrem k domečku, která je opět vytvořena již zmíněnou vinutou pružinou. K především prodloužení životnosti je tento tlumící člen lubrikovaný stanoveným množstvím maziva. Nesprávné množství maziva nebo jeho absence ovlivňuje také velikost tlumení. Příliš vysoké tlumení naopak může zhoršit reakce klady na kmitání řemene a následně může dojít i k přerušení kontaktu mezi kladkou a řemenem. Tím systém napínání ztrácí svůj účel.

Celkový systém napínání řemene má několik základních znaků kvality, které jsou důkladně kontrolovány. Jedná se hysterezi (sílu napínáku v jeho pracovním rozsahu měřenou v místě kontaktu s řemenem), výšku napínáku a náklon řemenice. Síla v napínáku měřená na hysterezní stanici slouží, jak již bylo zmíněno k zajištění dostatečného pnutí v řemeni. Výška napínáku je důležitá pro správnou polohu kladky vůči řemeni a může ovlivňovat i hodnoty náklonu kladky. Náklon kladky je velice důležitý k zamezení spadnutí řemene.

Napínák se umístí do přípravku na pracovní desku, kde se nachází i výškoměr. Samotná výška se měří na ploše, kde dosedá ložisko kladky na rameno napínáku. Relativní nula výškoměru je nastavena na přípravku, ve kterém je napínák upnut.

2.2. Měřidlo

V této bakalářské práci bude měřena výška výše zmíněného napínacího systému. Tento znak kvality je měřen digitálním výškoměrem. Jedná se o digitální výškoměr Mitutoyo Digimatic s dvojitým sloupem a 2D snímačem (dotekem). Měřicí rozsah přístroje je 300 milimetrů

s přesností $\pm 0,02$ mm. Výškoměr se skládá ze stojánku, ve kterém je umístěný dvojité sloup. Po sloupu se posouvá digitální měřicí zařízení s LCD displejem. Posuv je zajištěn manuálním kolečkem, při jehož točení se měřidlo posouvá nahoru či dolů. Samotný měřicí přístroj je opatřen držákem pro měřicí jehlu nebo dotykový snímač. V našem případě je v držáku umístěn dotykový 2D snímač, který je propojen s měřicím přístrojem pomocí kabelu. Přístroj je napájen baterií.

Digitální výškoměr je pro zajištění stejné referenční roviny s přípravkem umístěn na měřicí desce. Jde o žulovou měřicí desku o rozměrech 630 x 400 x 70 mm také od společnosti Mitutoyo. Tato měřicí deska má toleranční pole rovinnosti 3 μm . Při poslední kontrole byla maximální naměřená odchylka 1,79 μm .



2.3. Průběh analýzy

Pro měření jsou vybráni tři operátoři, kteří měří stanovený znak kvality výrobku, tedy výšku napínacího systému. Měřeno bude 10 vybraných výrobků reprezentující výrobní dávku. Toto měření se bude třikrát opakovat. Měření bude prováděno bez dozoru, jelikož operátoři toto měření provádějí rutinně.

Proces měření bude probíhat v klimatizované laboratoři, kde je udržována stála teplota 21°C. Měřené díly jsou minimálně dvě hodiny před provedením měření ponechány při výše zmíněné teplotě v laboratoři. Tím je zajištěno vytemperování všech dílů, tedy je zamezen vliv výkyvu teplot na měření. Následně se díly určené k měření náhodně očíslojí a proces měření může začít.

K procesu měření bude použit digitální výškoměr, žulová měřicí deska a přípravek pro upnutí měřeného výrobku. Prvním krokem operátora je upnutí napínáku do příslušného přípravku pomocí šroubů, kterými je napínák v praxi připevněn k motoru. Následně je přípravek s upnutým napínákem umístěn na měřicí desku. Na desce je také umístěn digitální výškoměr, který se po desce přisune k přípravku. Stanoví se relativní nula měření kontaktem doteku výškoměru a nulové plochy na přípravku. Následně může být měřena samotná výška výrobku kontaktem doteku výškoměru a měřené plochy. Operátor odečítá naměřené hodnoty z LCD displeje. Správný kontakt doteku výškoměru a měřené plochy je zvukově signalizován pípnutím výškoměru.

Operátor provádí samotné měření a zapisuje naměřené hodnoty do sběrného listu. Operátor A provede měření všech dílů jedenkrát, následně jsou díly předány k provedení prvního cyklu operátorovi B a pak operátorovi C. Potom se zamění pořadí (číslování) dílů a provede se další cyklus měření. Následně se opět změní pořadí dílů a ty jsou měřeny potřetí. Měřidlo se před měřením nekalibruje, jelikož je pravidelně kalibrováno odpovědnými laboranty.

Operátoři mezi cykly měření odevzdávají výsledné hodnoty kontrolorovi (autorovi práce) k přepsání do příslušných tabulek odpovídajících metodě vyhodnocení.

3. GRR – Rozpětí

Pro metodu GRR – rozpětí budou použity naměřené hodnoty operátorem A a B z jejich prvního cyklu měření.

Tabulka 7. Naměřené hodnoty GRR - rozpětí

Naměřené hodnoty [mm]					
Číslo dílu	1	2	3	4	5
Operátor					
A	41,85	41,82	41,83	41,86	41,73
B	41,85	41,83	41,83	41,85	41,71

Tyto hodnoty jsou použity pro výpočet rozpětí:

$$R_1 = |\max(x_{iA}) - \min(x_{iB})| = 41,85 - 41,85 = 0 \text{ mm}$$

$$R_2 = |\max(x_{iA}) - \min(x_{iB})| = |41,82 - 41,83| = 0,01 \text{ mm}$$

$$R_3 = |\max(x_{iA}) - \min(x_{iB})| = |41,83 - 41,83| = 0 \text{ mm}$$

$$R_4 = |\max(x_{iA}) - \min(x_{iB})| = |41,86 - 41,85| = 0,01 \text{ mm}$$

$$R_5 = |\max(x_{iA}) - \min(x_{iB})| = |41,73 - 41,71| = 0,02 \text{ mm}$$

Následně se určí průměrné rozpětí \bar{R} :

$$\bar{R} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g R_i = \frac{0 + 0,01 + 0 + 0,01 + 0,02}{5} = 0,008 \text{ mm}$$

Dále celková variabilita měření GRR :

$$GRR = \frac{\bar{R}}{d_2^*} = \frac{0,008}{1,19} = 0,00672 [-]$$

Celková variabilita měření pro způsob vyhodnocení na základě pole specifikace:

$$GRR(\text{specifikace}) = \frac{5,15 \times \bar{R}}{d_2^*} = \frac{5,15 \times 0,008}{1,19} = 0,0346 [-]$$

Procentový podíl směrodatné odchylky procesu σ připadající na variabilitu měření %GRR se vypočte dle vztahu:

$$\%GRR = 100 \left(\frac{GRR}{\sigma} \right) = 100 \left(\frac{0,00672}{0,00784} \right) = 85,7 \%$$

Směrodatná odchylka procesu:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{(0-0,008)^2 + (0,01-0,008)^2 + (0-0,008)^2 + (0,01-0,008)^2 + (0,02-0,008)^2}{5}} = 0,00784$$

Vyhodnocení analýzy je také možné provést na základě tolerance měřeného znaku kvality, neboli poli specifikace:

$$\%GRR(\text{specifikace}) = 100 \left(\frac{5,15 \times GRR}{T} \right) = 100 \left(\frac{5,15 \times 0,00672}{2,4} \right) = 7,4 \%$$

kde pole specifikace T je dáno dle vzorce:

$$T = ULS - LSL = 43,35 - 40,95 = 2,4 \text{ mm.}$$

3.1. Vyhodnocení analýzy

Analýza systému měření metodou GRR – rozpětí může být tedy vyhodnocena na základě poměru celkové variability měření GRR na směrodatné odchylce měření nebo poli specifikace.

V prvním případě, tedy podíl GRR ku směrodatné odchylce vykazuje výslednou hodnotu 85,7 %. Tato výsledná hodnota výrazně převyšuje limitní hodnotu 30 % a systém měření je dle této analýzy nevhodný a nesmí se používat.

V případě druhém, kde se jedná o podíl GRR a pole specifikace, jenž porovnává rozpětí měřicího systému vůči velikosti tolerančního pole (pole specifikace). Dle této analýzy vykazuje systém měření naopak velmi dobrou hodnotu cca 7,4 %. To znamená, že měřidlo je způsobilé a systém měření je vyhovující.

4. GRR – Průměr a rozpětí

Na rozdíl od metody GRR – rozpětí je zde využito naměřených hodnot od všech operátorů dle tabulky naměřených hodnot viz Příloha A. Opět se začne s výpočtem rozpětí pro každý díl příslušného operátora, jako například:

$$R_{1A} = |\max(x_{12A}) - \min(x_{11})| = |41,87 - 41,85| = 0,02 \text{ mm}$$

Následuje výpočet průměrného rozpětí \bar{R}_k pro jednotlivé operátory. Příklad výpočtu pro operátora A:

$$\bar{R}_A = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g R_{iA} = \frac{(0,02+0,02+0,02+0,01+0,01+0,02+0,04+0,03+0,03+0,03)}{10} = 0,023 \text{ mm}$$

Součtem všech průměrných rozpětí a následným vydělením počtem operátorů n získáme průměr všech rozpětí $\overline{\bar{R}_k}$:

$$\overline{\bar{R}_k} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{R}_k = \frac{\bar{R}_A + \bar{R}_B + \bar{R}_C}{3} = \frac{0,023 + 0,038 + 0,068}{3} = 0,043 \text{ mm}$$

Dále lze přímo stanovit UCL_R (horní regulační mez) a LCL_R (dolní regulační mez) pro regulační diagram rozpětí:

$$UCL_R = \bar{R}_k D_4 = 0,043 \times 2,58 = 0,111$$

$$LCL_R = \bar{R}_k D_3 = 0,043 \times 0 = 0,$$

kde D_3 a D_4 jsou konstanty uvedené v tabulce závislosti na počtu opakování m . V tomto případě LCL_R je rovno nule, jelikož počet opakování měření je menší než 7, kdy se konstanta D_3 rovná nule.

Dalším krokem je výpočet aritmetického průměru \bar{x}_{ik} pro každý díl měřený jednotlivým operátorem. Pro příklad je uveden výpočet pro díl 1 měřený operátorem A:

$$\bar{x}_{1A} = \frac{1}{j} \sum_{j=1}^m x_{1jA} = \frac{41,85 + 41,87 + 41,86}{3} = 41,86 \text{ mm}$$

Aritmetický průměr operátora dle následujícího vztahu. Pro příklad je uveden výpočet průměru operátora A:

$$\bar{x}_A = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g x_{iA}$$

$$= \frac{41,86 + 41,83 + 41,84 + 41,86 + 41,73 + 41,87 + 41,82 + 41,80 + 41,81 + 41,81}{10}$$

$$= 41,823 \text{ mm}$$

Aritmetický průměr \bar{x}_i každého dílu i , kde m je počtem opakování měření a n je počtem operátorů. Zde uveden pro příklad průměr pro první díl:

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n x_{1jk}$$

$$= \frac{41,85 + 41,87 + 41,86 + 41,85 + 41,85 + 41,82 + 41,74 + 41,82 + 41,82}{3 \times 3}$$

$$= 41,831 \text{ mm}$$

Z předchozích hodnot vypočteme celkový aritmetický průměr $\bar{\bar{x}}$:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{x}_k = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g \bar{x}_i = \frac{41,823 + 41,807 + 41,761}{3} = 41,7972 \text{ mm}$$

Rozpětí mezi operátory R_k ($\overline{x_{DIFF}}$) vypočtený rozdílem maxima a minima z \bar{x}_k :

$$R_k = \max(x_k) - \min(x_k) = 41,823 - 41,761 = 0,062 \text{ mm}$$

Rozpětí mezi díly R_i – rozdíl maxima a minima z \bar{x}_i :

$$R_i = \max(x_i) - \min(x_i) = 41,837 - 41,692 = 0,145 \text{ mm}$$

Opakovatelnost EV , nebo-li variabilita zařízení:

$$EV = K_1 \bar{\bar{R}} = 0,5908 \times 0,043 = 0,0254 [-],$$

kde K_1 je převrácenou hodnotou d_2^* , kterou je nutno odečíst z tabulky pro závislost na počtu opakování.

Reprodukovatelnost, nebo také variabilita operátora AV :

$$AV = \sqrt{(R_k K_2)^2 - \frac{(EV)^2}{gm}} = \sqrt{(0,062 \times 0,5231)^2 - \frac{(0,0254)^2}{3 \times 10}} = 0,0323 [-],$$

kde K_2 je převrácenou hodnotou d_2^* , kterou je nutno odečíst z tabulky pro závislost na počtu opakování.

m – počet opakování

g – počet kusů

Opakovatelnost a reprodukovatelnost GRR :

$$GRR = \sqrt{(EV)^2 + (AV)^2} = \sqrt{(0,0254)^2 + (0,0323)^2} = 0,0411 [-]$$

Variabilita dílů, jenž je násobkem rozpětí mezi vzorky R_i a konstantou K_3 . Kde konstanta K_3 je závislá na počtu kusů g .

$$PV = R_i K_3 = 0,145 \times 0,3146 = 0,0454 [-].$$

Z výše vypočtených ukazatelů variability lze vypočíst celkovou variabilitu TV , jako druhá odmocnina součtu druhých mocnin EV , AV a PV .

$$\begin{aligned} TV &= \sqrt{(EV)^2 + (AV)^2 + (PV)^2} = \sqrt{(0,0254)^2 + (0,0323)^2 + (0,0454)^2} \\ &= 0,0613 [-]. \end{aligned}$$

Celková variabilita lze také vyjádřit s ohledem na pole specifikace dle vztahu:

$$TV = \frac{\text{pole specifikace}}{6} = \frac{2,4}{6} = 0,4 \text{ mm}$$

Následný podíl jednotlivých variabilit je vyjádřen procentuálně vzhledem k celkové variabilitě TV .

$$\%EV = 100 \left(\frac{EV}{TV} \right) = 100 \left(\frac{0,0254}{0,0613} \right) = 41,47 [\%],$$

$$\%AV = 100 \left(\frac{AV}{TV} \right) = 100 \left(\frac{0,0323}{0,0613} \right) = 52,69 [\%],$$

$$\%PV = 100 \left(\frac{PV}{TV} \right) = 100 \left(\frac{0,0454}{0,0613} \right) = 74,19 [\%],$$

$$\%GRR = 100 \left(\frac{GRR}{TV} \right) = 100 \left(\frac{0,0411}{0,0613} \right) = 67,05 [\%].$$

Podíl jednotlivých variabilit lze také vyjádřit procentuálně pomocí celkové variability

TV založené na poli specifikace:

$$\%EV = 100 \left(\frac{EV}{TV} \right) = 100 \left(\frac{0,0254}{0,4} \right) = 6,35 [\%],$$

$$\%AV = 100 \left(\frac{AV}{TV} \right) = 100 \left(\frac{0,0323}{0,4} \right) = 8,08 [\%],$$

$$\%PV = 100 \left(\frac{PV}{TV} \right) = 100 \left(\frac{0,0454}{0,4} \right) = 11,35 [\%],$$

$$\%GRR = 100 \left(\frac{GRR}{TV} \right) = 100 \left(\frac{0,0411}{0,4} \right) = 10,27 [\%].$$

Tabulka 8. Protokol opakovatelnosti a reprodukovatelnosti měřidla

Analýza systému měření - Metoda GRR													
Nominál:	42,150	Units:	mm	Tolerance:	2,400	mm	USL:	43,350	LSL:	40,950			
Název dílu:	OM 651			Měřidlo:	Digitální výškoměr			Rozměr:	Výška				
Popis dílu:				Číslo měřidla:				Vykonal:	David Strial				
Operátor A:	A			Operátor B:	B			Operátor C:	C				
POČET CYKLŮ:	3			POČET DÍLŮ:	10			Počet operátorů:	3				
Datum:													
Trial No	PART										Průměr		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
A	1	41,850	41,820	41,830	41,860	41,730	41,860	41,800	41,790	41,810	41,800	41,815	
	2	41,870	41,830	41,830	41,860	41,720	41,870	41,820	41,800	41,800	41,800	41,820	
	3	41,860	41,840	41,850	41,870	41,730	41,880	41,840	41,820	41,830	41,830	41,835	
	Průměr	41,860	41,830	41,837	41,863	41,727	41,870	41,820	41,803	41,813	41,810	X'a= 41,823	
Rozpětí	0,020	0,020	0,020	0,010	0,010	0,020	0,040	0,030	0,030	0,030	R'a= 0,023		
B	1	41,850	41,830	41,830	41,850	41,710	41,860	41,820	41,790	41,810	41,820	41,817	
	2	41,850	41,840	41,830	41,840	41,710	41,860	41,820	41,820	41,820	41,820	41,821	
	3	41,820	41,800	41,800	41,820	41,670	41,820	41,790	41,750	41,780	41,790	41,784	
	Průměr	41,840	41,823	41,820	41,837	41,697	41,847	41,810	41,787	41,803	41,810	X'b= 41,807	
Rozpětí	0,030	0,040	0,030	0,030	0,040	0,040	0,030	0,070	0,040	0,030	R'b= 0,038		
C	1	41,740	41,760	41,710	41,750	41,610	41,720	41,740	41,730	41,750	41,730	41,724	
	2	41,820	41,800	41,800	41,820	41,690	41,840	41,790	41,790	41,780	41,790	41,792	
	3	41,820	41,780	41,780	41,770	41,660	41,820	41,780	41,760	41,760	41,740	41,767	
	Průměr	41,793	41,780	41,763	41,780	41,653	41,793	41,770	41,760	41,763	41,753	X'c= 41,761	
Rozpětí	0,080	0,040	0,090	0,070	0,080	0,120	0,050	0,060	0,030	0,060	R'c= 0,068		
Průměr dílu	41,831	41,811	41,807	41,827	41,692	41,837	41,800	41,783	41,793	41,791	R _p = 0,1444		
Average of R'a, R'b, R'c:				R''=	0,0430		Max X' - Min X':	X _{DIFF} =		0,0623		X''=	41,7972
UCL _R = R'' · D ₄ = 0,111				D ₄ = 3,267 pro 2 cykly 2,574 pro 3 cykly (Viz QS-9000 SPC, 3/1999, p.140)									
Measurement Unit Analysis						Tolerance							
Opakovatelnost - (EV)						% z Opakovatelnosti (%EV)							
$EV = R'' \times K_1 =$ 0,0254						Trials		K ₁		$\%EV = 100.(EV/T) =$ 41,474%			
						2		0,8862					
						3		0,5908					
Reprodukovatelnost - (AV)						% of Reprodukovatelnosti (%AV)							
$AV = \sqrt{\left(\frac{X'_{DIFF} \cdot K_2}{n \cdot r}\right)^2} =$ 0,0323						Trials		K ₂		$\%AV = 100.(AV/T) =$ 52,690%			
						2		0,7071					
						3		0,5231					
n = parts r = trials													
Opakovatelnost a reprodukovatelnost (R&R)						% z R & R (%R&R)							
$R \& R = \sqrt{EV^2 + AV^2} =$ 0,0411						$\%R\&R = 100.(GRR/T) =$ 67,055%							
Variabilita dílů (PV)						%PV = 100.(PV/T) = 74,187%							
$PV = R_p \times K_3 =$ 0,0454						Parts		K ₃					
						2		0,7071					
						3		0,5231					
						4		0,4467					
						5		0,4030					
Tolerance (T)						6		0,3742					
T = 2,4000						7		0,3534		ndc = 1.41*(PV/R&R) 1,56			
						8		0,3375					
TV = 0,0613						9		0,3249		Systém měření je NOK			
						10		0,3146					
Datum: _____						Podpis vykonavatele: _____ David Strial							

4.1. Vyhodnocení analýzy

Stěžejním údajem pro vyhodnocení analýzy GRR – průměr a rozpětí je údaj %GRR. V tomto případě %GRR je rovno 67,05%, tedy hodnota přesahující podíl opakovatelnosti a reprodukovatelnosti na celkové variabilitě 30%. Z toho vyplývá, že systém měření je nevhodný a nesmí se používat.

Tento ukazatel není ale jediný, dle kterého se lze systém měření posuzovat. Důležitým údajem je také podíl opakovatelnosti a reprodukovatelnosti na celkové variabilitě založené na poli specifikace, tedy tolerance měřeného znaku kvality. V tomto případě je výsledný podíl %GRR roven hodnotě 10,27%, jenž je hodnota nacházející se v rozmezí 10 – 30%. S ohledem na podmínky vyhodnocení kritéria %GRR uvedené v teoretické části této práce lze konstatovat, že měřidlo je podmíněčně způsobilé, systém měření může být vyhovující, ale záleží na konkrétní aplikaci (měření méně důležitých znaků kvality).

Dalším kritériem, které je nutné vyhodnotit je ndc :

$$ndc = 1,41 \times \frac{PV}{GRR} = 1,41 \times \frac{0,0454}{0,0411} = 1,56 [-],$$

Již zaokrouhlená výsledná hodnota kritéria ndc je 1. Nesplňuje tedy podmínku $ndc > 5$ a dle tohoto kritéria je systém měření nevhovující.

4.2.Grafická analýza

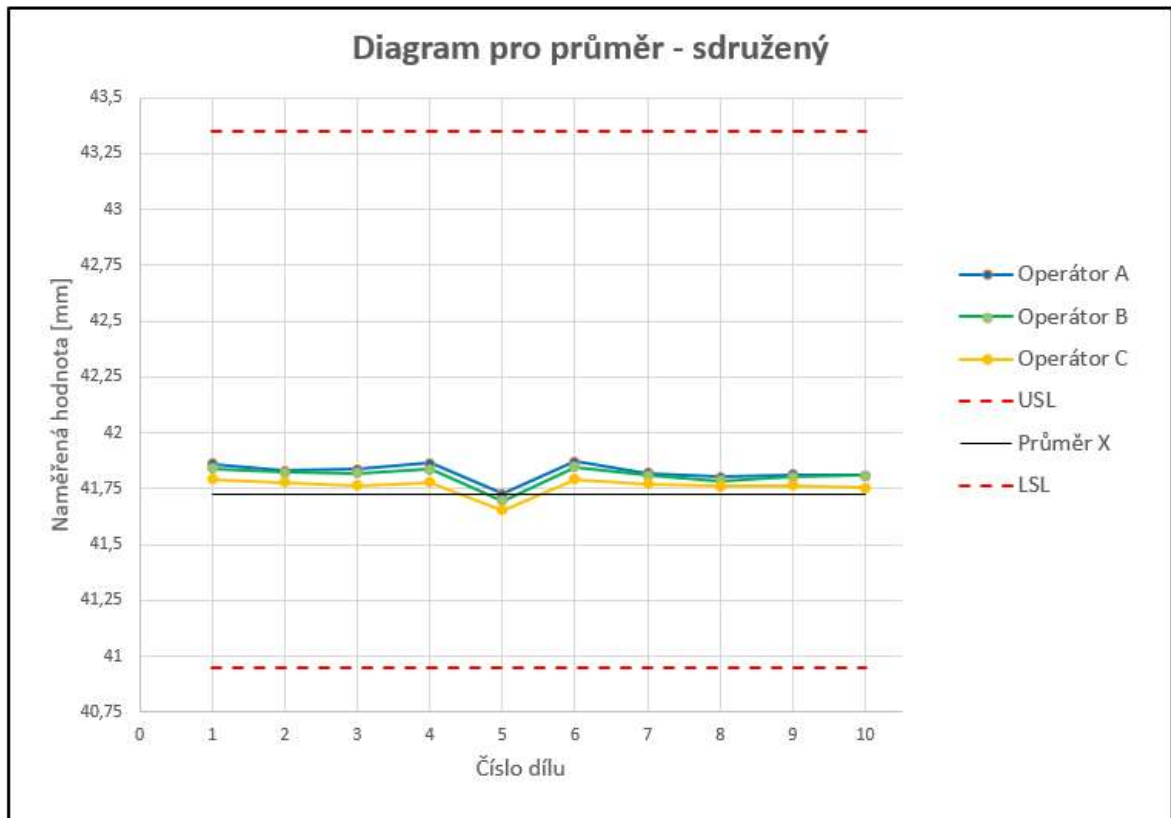
Data získaná měřením lze vyhodnotit či prezentovat i graficky pomocí následných diagramů:

- Diagram pro průměr
- Diagram pro rozpětí
- Diagram pro iterace
- Bodový diagram
- Intervalový diagram

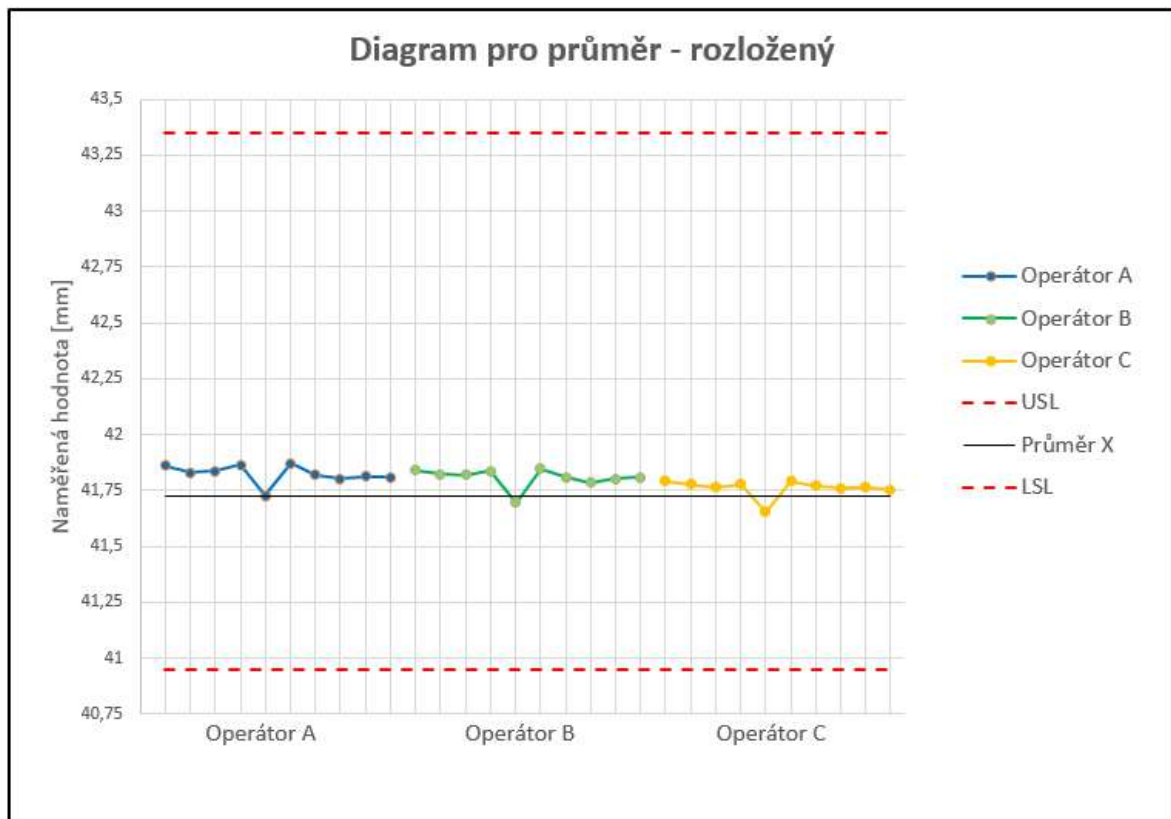
4.2.1.Diagram pro průměr

V tomto diagramu jsou vyznačeny hodnoty průměru naměřených hodnot zkoumaného znaku kvality. Jedná se o průměrné hodnoty získané každým operátorem z každého dílu. Dále je v diagramu vyznačena horní a dolní mez specifikace měřeného znaku kvality. Diagram slouží k posouzení použitelnosti systému měření. Diagram je prezentován jako sdružený a rozložený. Diagram sdružený zobrazuje průměrné hodnoty všech operátorů v jediném diagramu. Diagram rozložený je rozdělen na tři části, kde v každé jsou zobrazeny hodnoty určitého operátora.

Ze zobrazených hodnot lze pozorovat přiměřenou variabilitu, což je vhodné k prezentaci výrobního procesu. Dále se dá konstatovat, že měřicí systém dostatečně reaguje na změny, tedy má dostatečnou citlivost. Porovnáním průměrů jednotlivých operátorů je zřejmé, že se žádný nijak významně neliší od ostatních.



Obrázek 10. Diagram pro průměr - sružený

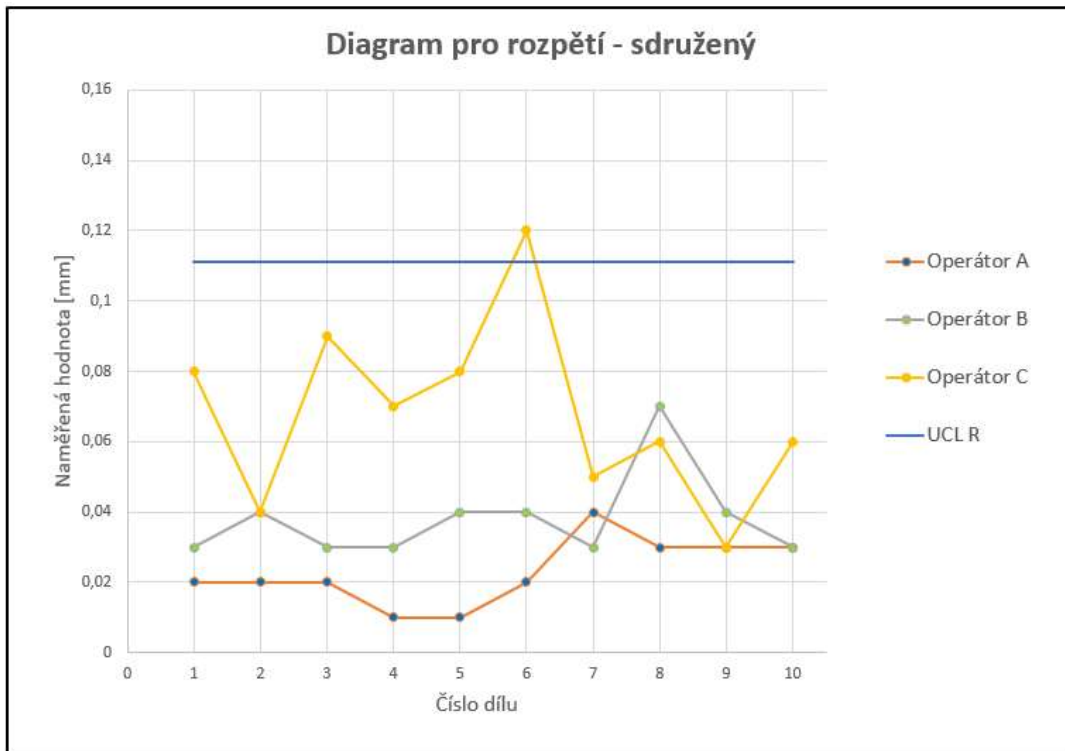


Obrázek 11. Diagram pro průměr - rozložený

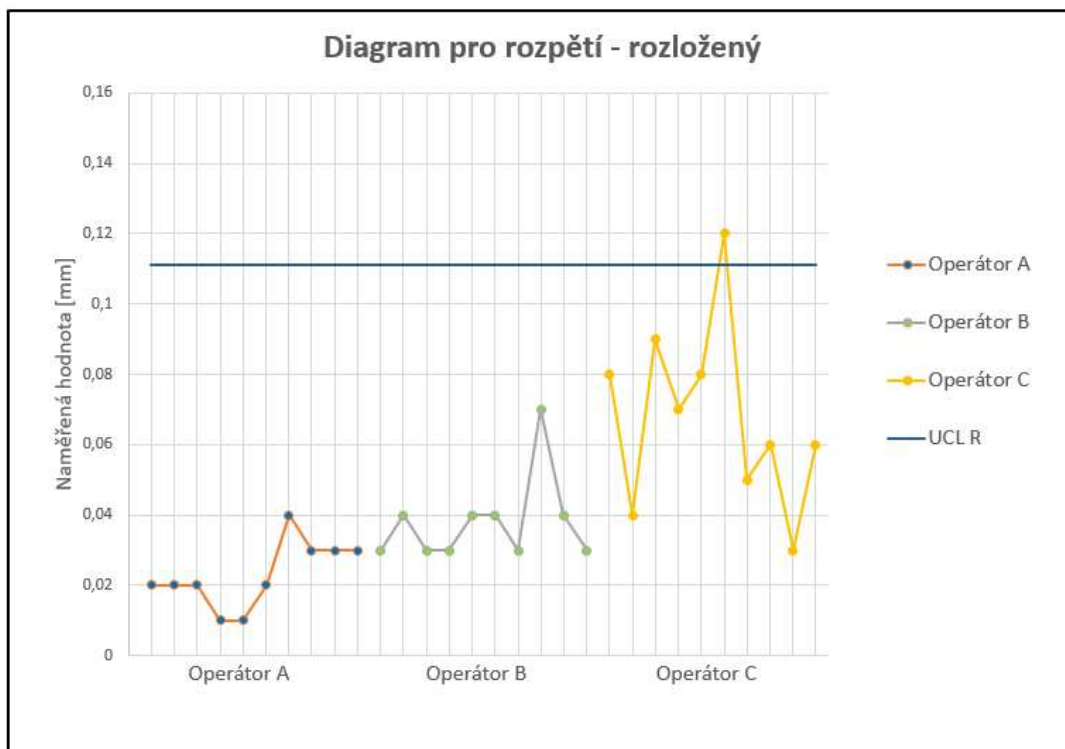
4.2.2. Diagram pro rozpětí

V případě diagramu pro rozpětí jsou zobrazovány hodnoty rozpětí. Tedy hodnoty rozdílu maximálního a minimálního čtení. Na rozdíl od diagramu pro průměr je zde vyznačena pouze horní regulační mez UCL_R , vypočtená dle numerické části analýzy. Použit je diagram sdružený, tedy obsahující křivky rozpětí čtení jednotlivých operátorů v jednom grafu. Dále je použit také diagram rozložený na tři části, přičemž každá tato část je věnována jednomu operátorovi. Účelem těchto diagramů je určení, zdali je systém měření ve statisticky zvládnutém stavu.

Z následujících diagramů je patrné, že největšího rozpětí dosahuje operátor C, který v jednom případě dokonce překračuje horní regulační mez. Vzhledem k opakovatelnosti není stav měřicího systému ve statisticky zvládnutém stavu, a to hlavně u operátora C.



Obrázek 13. Diagram pro rozpětí - sdružený

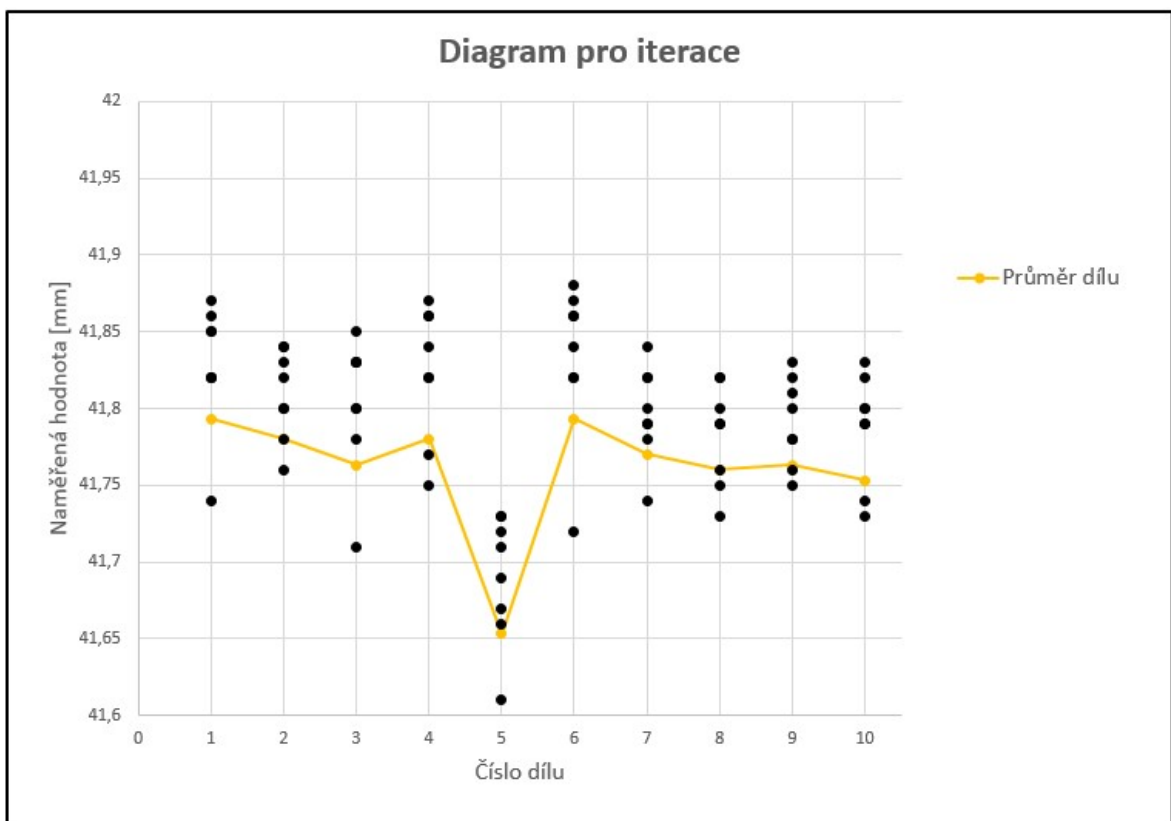


Obrázek 12. Diagram pro rozpětí - rozložený

4.2.3. Diagram pro iterace

Diagram pro iterace zobrazuje všechny naměřené hodnoty přiřazené k jednotlivým dílům. Diagram slouží pro zjištění vlivu variability jednotlivých dílů. Tedy čím větší je rozdíl mezi největší a nejmenší hodnotou, tím větší je variabilita.

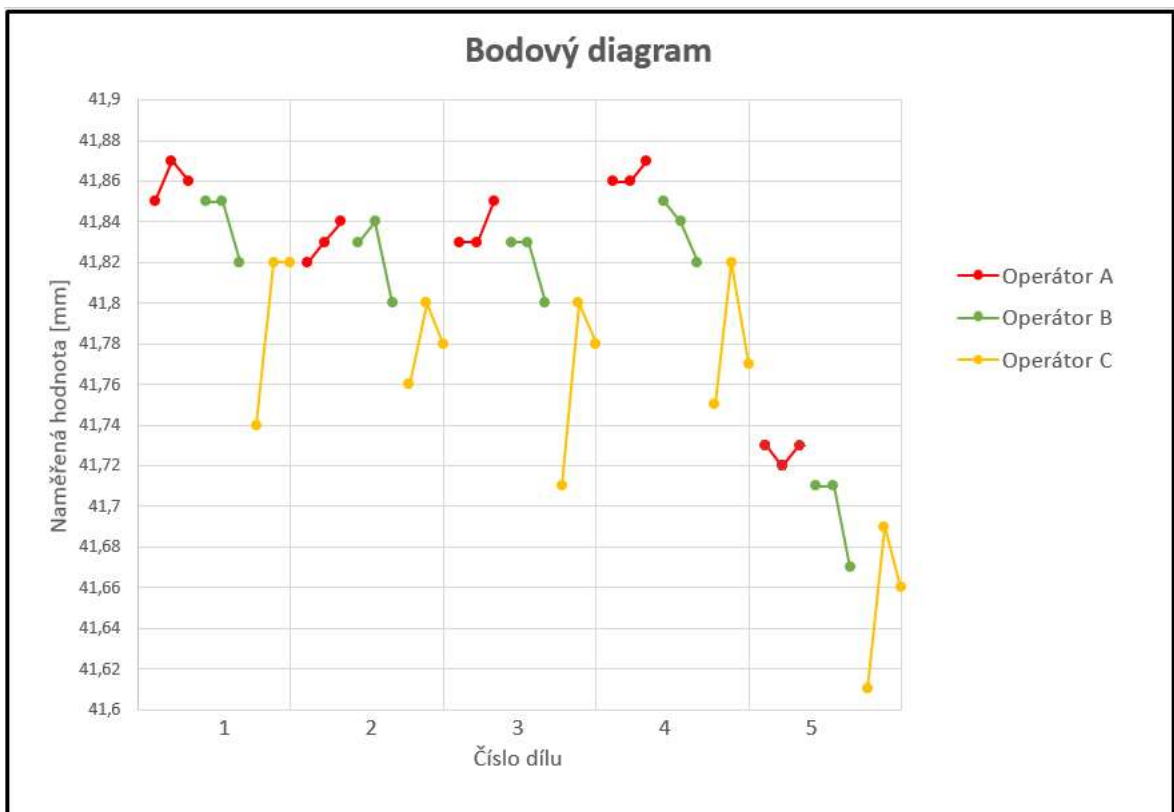
V tomto případě je možné pozorovat vždy jednu odlehlou hodnotu od průměru dílů, kterou lze přiřadit ke zvýšené variabilitě měření operátora C, jak je zřejmé z předchozích i následných diagramů. Dále lze pozorovat nižší konzistenci hodnot u dílu číslo 6.



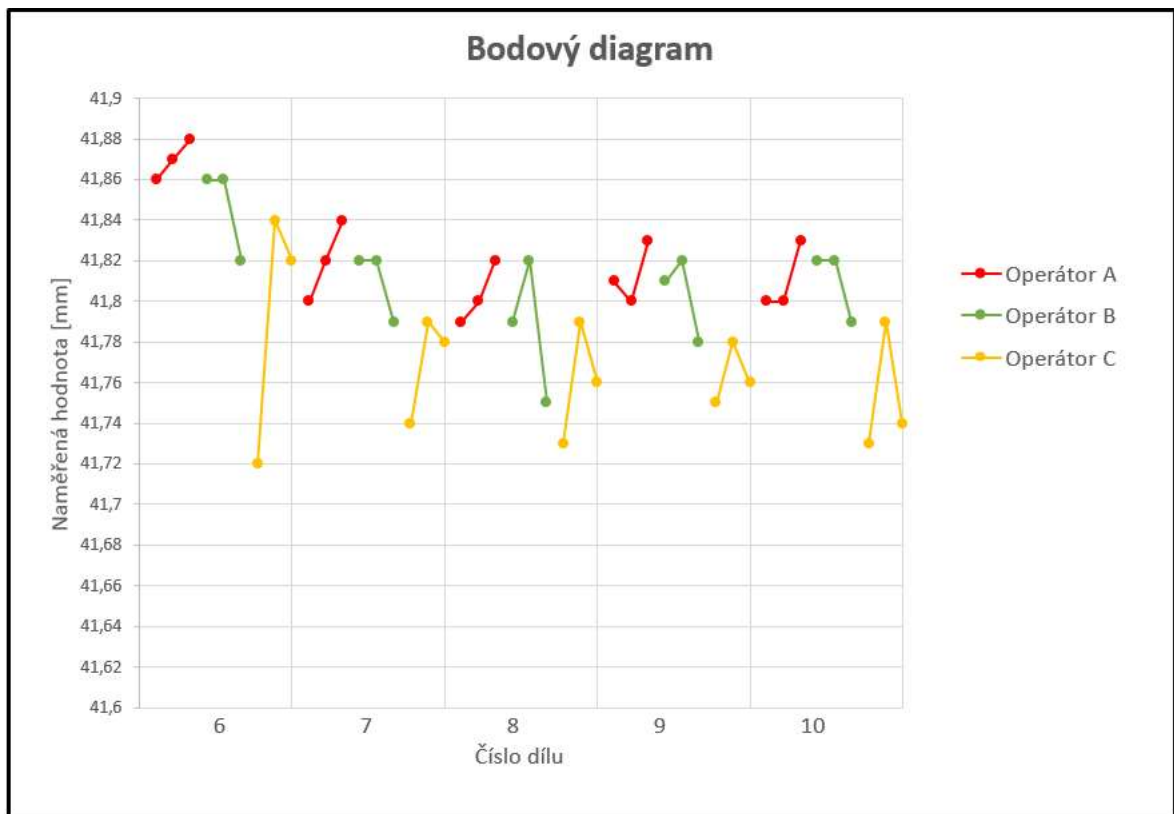
Obrázek 14. Diagram pro iterace

4.2.4. Bodový diagram

Zde jsou opět zobrazeny všechny hodnoty naměřené operátory pro jednotlivé díly. Diagram slouží k přehlednému porovnání čtení operátorů na jednotlivých dílech. Zde zobrazený diagram (Obrázek 14.) je rozdělen na dvě části. V tomto konkrétním případě je možné pozorovat, že operátor A vykazuje ve většině případů odlišné hodnoty v porovnání s ostatními operátory.



Obrázek 15. Bodový diagram, první část

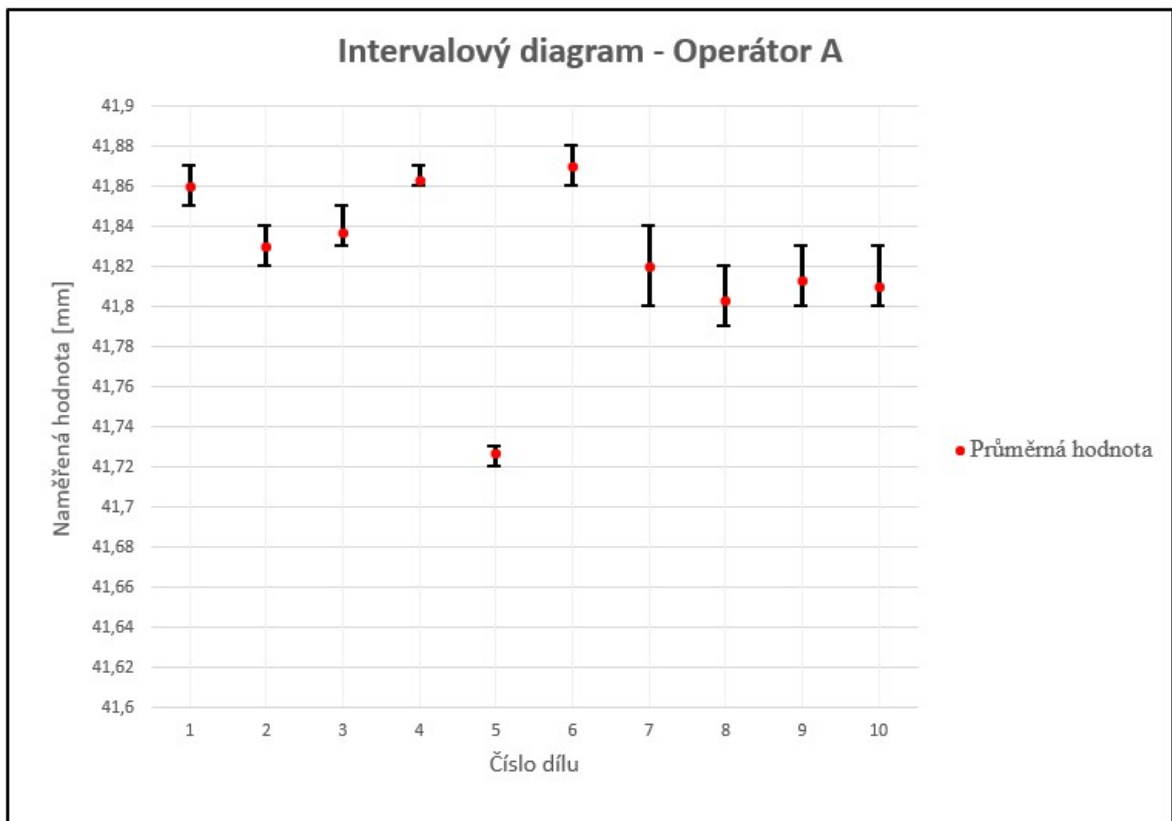


Obrázek 16. Bodový diagram, druhá část

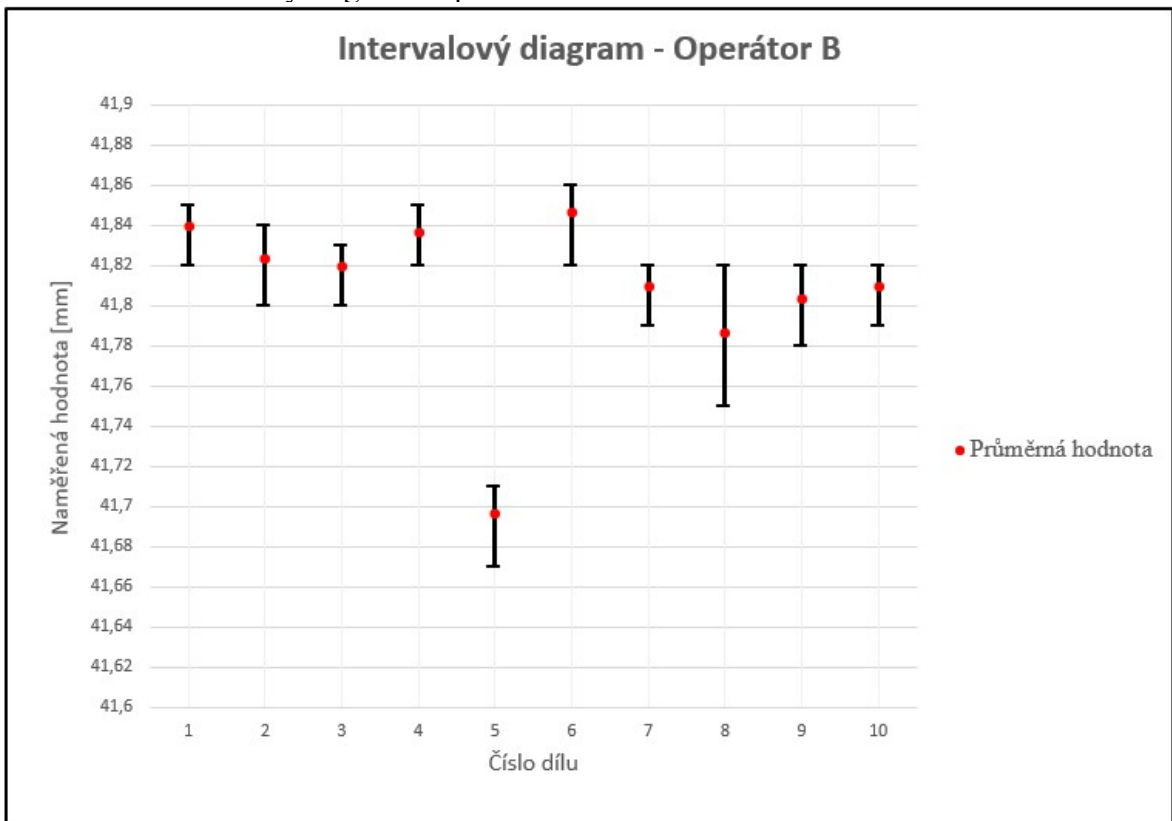
4.2.5. Intervalový diagram

Intervalový diagram slouží ke snadné identifikaci odlehlých hodnot vzhledem k jejich průměru. Je zde zobrazen interval naměřených hodnot příslušným operátorem pro jednotlivé díly a také jejich příslušná průměrná hodnota. Na základě takto prezentovaných hodnot lze určit případné odlehlé hodnoty.

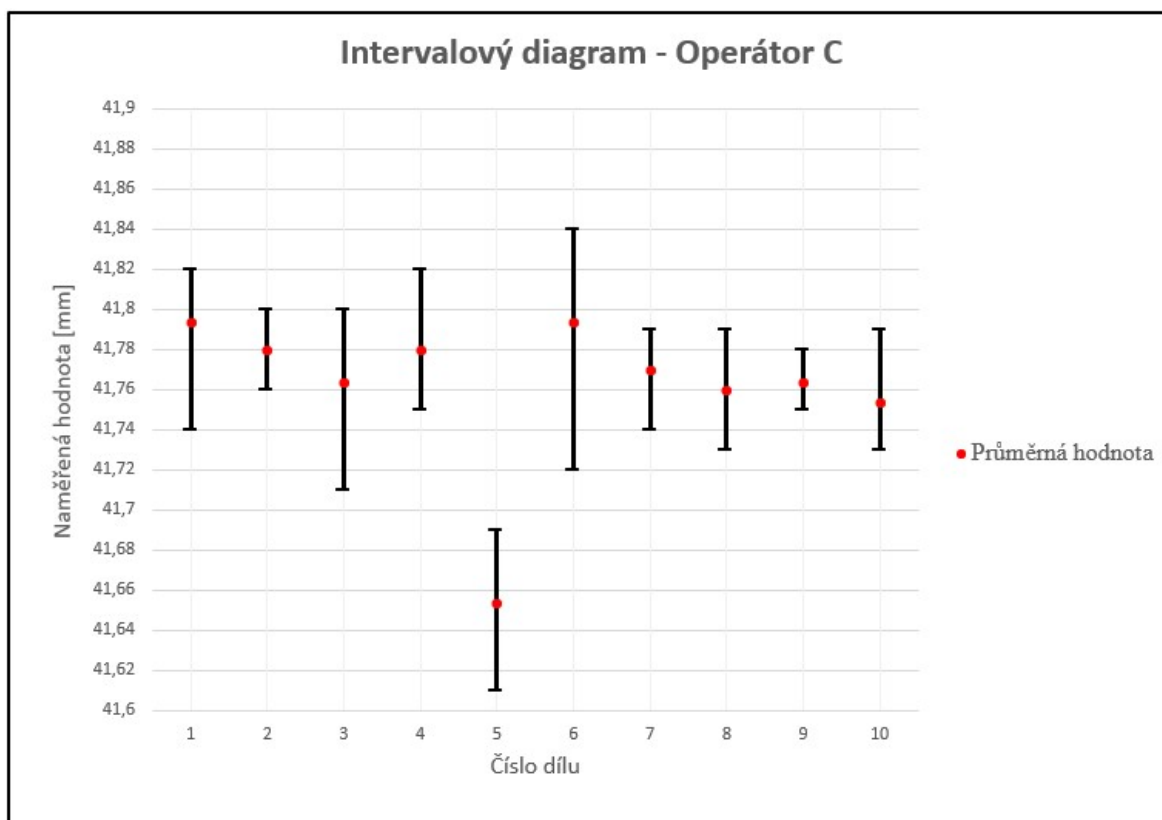
Z následujících intervalových diagramů je zřejmé, že u žádného z operátorů nelze vypořadovat výraznou odlehlou hodnotu. Dále je možné všimnout si vyšší variability u operátora C, s porovnáním s operátory A a B.



Obrázek 17. Intervalový diagram - Operátor A



Obrázek 18. Intervalový diagram - Operátor B



Obrázek 19. Intervalový diagram - Operátor C

Závěr

Tato bakalářská práce je věnována analýze systému měření MSA, které je součástí systému řízení kvality. Jedná se o statistickou metodu posuzování systému měření, k určení jeho vhodnosti či nevhodnosti.

V teoretické části je charakterizována analýza systému měření a její základní pojmy jako jsou například strannost, opakovatelnost a reprodukovatelnost. Dále jsou zde definovány tři hlavní metody pro výpočet opakovatelnosti a reprodukovatelnosti systému měření. Těmito metodami jsou opakovatelnost a reprodukovatelnost měřidla založené na rozpětí, opakovatelnost a reprodukovatelnost měřidla založené na průměru a rozpětí a analýza rozptylu známá pod zkratkou ANOVA.

Praktická část práce je uvedena představením existujícího systému měření a měřené součásti. Zvolený systém měření je založen na měření jednoho z nejdůležitějších znaků kvality daného výrobku. Výrobkem byl zvolen napínák řemenového pohonu příslušenství pro osobní automobily, na kterém byla měřena výška dosedací plochy pro ložisko příslušné řemenice. Pro měření tohoto rozměru slouží digitální výškoměr za pomoci žulové měřicí desky. K samotnému procesu měření byli vybráni tři operátoři. Jimi naměřené hodnoty byly posléze využity k numerickým výpočtům, které jsou uvedeny v teoretické části práce. Výsledky byly analyzovány dle příslušných postupů a dále byly prezentovány v grafické podobě.

Cílem práce je tedy analyzovat daný systém měření a porovnat výsledky použitých metod. Aplikovány byly metody GRR – rozpětí a GRR – průměr a rozpětí. Metoda ANOVA nebyla aplikována v praktické části této bakalářské práce na základě její složitosti a rozsáhlosti. V případě metody GRR – rozpětí výsledný poměr %GRR na směrodatné odchylce dosáhl hodnoty 85,4%. Vypočtením této hodnoty bylo zjištěno, že daný systém analyzovaný touto meto-

dou je silně nevyhovující, jelikož výsledná hodnota přesáhla 30%. Ale je nutné také systém měření posoudit vzhledem k poli specifikace. Při tomto posouzení výsledná hodnota %GRR byla 7,4%, a tedy systém měření je v tomto případě vyhovující. Použitím metody GRR – průměr a rozpětí bylo výsledných hodnot více pro specifičtější posouzení měřícího systému. Avšak nejdůležitějšími z těchto hodnot je procentuální podíl %GRR na celkové variabilitě nebo na poli specifikace a kritérium ndc. Výsledná hodnota podílu GRR na celkové variabilitě systému je 67%, což potvrzuje nevhodnost systému již z předchozí metody. Opět ale posouzení GRR vůči poli specifikace dosáhlo daleko přijatelnější hodnot, tedy 10%, čímž lze systém měření považovat za vyhovující. Nutné je však podotknout, že nejvyšších podílů na variabilitě systému měření dosahuje variabilita dílů. Následné posouzení dle kritéria ndc nabylo negativního výsledku, tedy nebyla hodnota 1,5 splněna podmínka >5 a systém měření je dle tohoto kritéria nevyhovující. Vzhledem k běžné poměrně vysoké variabilitě dílů a výsledných hodnot poměru GRR vůči poli specifikace není nezbytné systém měření upravovat.

Zdroje

- [1] DAIMLERCHRYSLER CORPORATION .. *Measurement systems analysis: reference manual*. 4th ed. [Detroit, Mich: DaimlerChrysler, 2010. ISBN 9781605342115.
- [2] Measurement system analysis. Moresteam.com [online]. [cit. 2016-5-20]. Dostupné z: <https://www.moresteam.com/toolbox/measurement-system-analysis.cfm>
- [3] MSA (Measurement system analysis). ManagementMania.com [online]. 2015 [cit. 2016-5-20]. Dostupné z: <https://managementmania.com/cs/measurement-system-analysis>
- [4] BEDNÁŘ, Josef. MSA-Analýza systému měření. In: Česká statistická společnost: REQUEST 2006 [online]. 2006 [cit. 2016-5-20]. Dostupné z: <http://www.statspol.cz/request/request2006/prezentace/bednar.pdf>
- [5] MSA – Measurement system analysis. In: PQM Ostrava: Česká švýcarská společnost [online]. [cit. 2016-5-20]. Dostupné z: http://www.pqm.cz/NVCSS/met_PDF/MSA_webcss.pdf
- [6] Palán, Jaromír. Analýza systému měření MSA. *Palstat* [online]. 2005 [cit. 2016-5-20]. Dostupné z: http://gps.fme.vutbr.cz/STAH_INFO/2604_PALAN_1.pdf
- [7] Analýza systémů měření (MSA): příručka. 3. vyd. Praha: Česká společnost pro jakost, 2003. ISBN 80-02-01562-2.

Seznam zkratek a symbolů

MSA	[-]	Analýza systému měření
QS 9000	[-]	Oborová norma amerického automobilového průmyslu
AIAG	[-]	Akční skupina pro automobilový průmysl
TQM	[-]	Komplexní řízení kvality
GRR, σ_M	[mm]	Opakovatelnost a reprodukovatelnost měřidla
EV, σ_E	[mm]	Variabilita zařízení, opakovatelnost
AV, σ_E	[mm]	Variabilita operátora, reprodukovatelnost
PV, σ_P	[mm]	Variabilita dílů
TV, σ_T	[mm]	Celková variabilita
UCL, UCL _R	[mm]	Horní regulační mez
LCL, LCL _R	[mm]	Dolní regulační mez
USL	[mm]	Horní mez specifikace
LSL	[mm]	Dolní mez specifikace
R	[mm]	Rozpětí
$\bar{R}, \bar{\bar{R}}$	[mm]	Průměrné rozpětí
d_2^*	[-]	Koeficient závislý na počtu operátorů a dílů
s, σ	[mm]	Směrodatná odchylka
$\bar{x}, \bar{\bar{x}}$	[mm]	Aritmetický průměr
g	[-]	Počet dílů
m	[-]	Počet měření
n	[-]	Počet operátorů
Ndc	[-]	Počet rozlišitelných kategorií
K ₁ , K ₂ , K ₃	[-]	Tabulkové hodnoty pro výpočet opakovatelnosti a reprodukovatelnosti měřidla
D ₃ , D ₄	[-]	Koeficienty pro výpočet regulačních mezí

SS	[-]	Součet čtverců
MS	[-]	Kvadratický průměr
F	[-]	Poměr kvadratického průměru interakce a kvadr. chyby
i, j, k	[-]	Výpočtové sčítací indexy
T	[mm]	Tolerance

Seznam příloh

Příloha A – Tabulka naměřených hodnot pro analýzu MSA – GRR – průměr a rozpětí



Příloha B – Vyhodnocení analýzy GRR – průměr a rozpětí

Příloha A – Tabulka naměřených hodnot pro analýzu MSA – GRR – průměr a rozpětí



Naměřená data pro analýzu MSA - GRR - průměr a rozpětí													
Název dílu:		OM 651			Měřidlo:			Digitální výškoměr					
Díl č.	Operátor	Měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Průměr
A	1	41,85	41,82	41,83	41,86	41,86	41,73	41,86	41,8	41,79	41,81	41,8	41,815
	2	41,87	41,83	41,83	41,86	41,86	41,72	41,87	41,82	41,8	41,8	41,8	41,82
	3	41,86	41,84	41,85	41,87	41,87	41,73	41,88	41,84	41,82	41,83	41,83	41,835
Průměr		41,86	41,83	41,83667	41,86333	41,72667	41,87	41,82	41,80333	41,81333	41,81	41,82333	
Rozpětí		0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,02	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03	0,023
B	1	41,85	41,83	41,83	41,85	41,85	41,71	41,86	41,82	41,79	41,81	41,82	41,817
	2	41,85	41,84	41,83	41,84	41,84	41,71	41,86	41,82	41,82	41,82	41,82	41,821
	3	41,82	41,8	41,8	41,82	41,82	41,67	41,82	41,79	41,75	41,78	41,79	41,784
Průměr		41,84	41,82333	41,82	41,83667	41,69667	41,84667	41,81	41,78667	41,80333	41,81	41,80733	
Rozpětí		0,03	0,04	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04	0,03	0,07	0,04	0,03	0,038
C	1	41,74	41,76	41,71	41,75	41,61	41,72	41,73	41,74	41,73	41,75	41,73	41,724
	2	41,82	41,8	41,8	41,82	41,69	41,84	41,79	41,79	41,79	41,78	41,79	41,792
	3	41,82	41,78	41,78	41,77	41,66	41,82	41,76	41,78	41,76	41,76	41,74	41,767
Průměr		41,79333	41,78	41,76333	41,78	41,65333	41,79333	41,77	41,76	41,76333	41,75333	41,761	
Rozpětí		0,08	0,04	0,09	0,07	0,08	0,12	0,05	0,06	0,03	0,03	0,06	0,068

Příloha B – Vyhodnocení analýzy GRR – průměr a rozpětí

Vzhledem k celkové variabilitě

Výsledné hodnoty	Opakovatelnost	EV	0,0254	%EV	41,47%		Nelze použít
	Reprodukovatelnost	AV	0,0323	%AV	52,69%		
	Variabilita systému měření	GRR	0,0411	%GRR	67,05%		
	Variabilita dílu	PV	0,0454	%PV	74,19%		
	Celková variabilita	TV	0,0613				Nevyhovuje
	Počet rozlišitelných kategorií	ndc	1,56				

Vzhledem k poli specifikace

Výsledné hodnoty	Opakovatelnost	EV	0,0254	%EV	6,35%		Lze použít
	Reprodukovatelnost	AV	0,0323	%AV	8,08%		
	Variabilita systému měření	GRR	0,0411	%GRR	10,27%		
	Variabilita dílu	PV	0,0454	%PV	11,35%		
	Celková variabilita	TV	0,0613				Nevyhovuje
	Počet rozlišitelných kategorií	ndc	1,56				