



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta biomedicínského inženýrství

Bakalářská práce

Na téma:

Modelování krevního zásobení horní končetiny při zavedení A-V dialyzačního zkratu

Vypracovala: Petr Kolář

Obor: Biomedicínský technik

Kladno 2016/2017

Katedra biomedicínské techniky

Akademický rok: 2015/2016

Z a d á n í b a k a l á ř s k é p r á c e

Student: **Petr Kolář**
Obor: Biomedicínský technik
Téma: **Modelování krevního zásobení horní končetiny při zavedení AV
dialyzačního zkratu**
Téma anglicky: Modeling of the upper limb blood supply after AV fistula surgery

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Vypracujte podrobnou analýzu současného stavu s hlavním zaměřením na chirurgické přístupy při zavádění AV zkratů, jejich ovlivnění krevního průtoku v horní končetině a metody modelování průtoků cévního systému. Navrhněte grafické uživatelské prostředí určené k modelování krevních průtoků v horní končetině pomocí metod konečných prvků. Porovnáním simulovaných průtoků s naměřenými pomocí ultrazvuku ověřte funkčnost navrženého modelu.

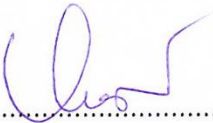
Seznam odborné literatury:

- [1] OSHIMA, Marie, Ryo TORII, Toshio KOBAYASHI, Nobuyuki TANIGUCHI a Kiyoshi TAKAGI, Finite element simulation of blood flow in the cerebral artery., Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, ročník 191, číslo 6-7, 2001, 661-671 s., DOI: 10.1016/S0045-7825(01)00307-3
[2] TAYLOR, Charles A., Thomas J.R. HUGHES a Christopher K. ZARINS., Finite element modeling of blood flow in arteries, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, ročník 158, číslo 1-2, 1998, 155-196 s., DOI: 10.1016/S0045-7825(98)80008-X

Zadání platné do: 30.09.2017

Vedoucí: Ing. Vladimír Socha

Konzultant: Ing. Jakub Schlenker, MUDr. Slavomír Rokošný


.....
vedoucí katedry / pracoviště


.....
děkan

V Kladně dne 20.02.2017

Abstrakt

Tato práce se zabývá analýzou současného stavu v oblasti modelování cévního systému horní končetiny metodami konečných prvků s ohledem na možnosti aplikace v chirurgickém vytváření arteriovenózního (A-V) shuntu a změny průtoků v horní končetině po jeho vytvoření. Tento model byl vytvořen v programátorském prostředí Matlab.

Abstract

This paper analyzes the current state of modeling of the vascular system of the upper limb with use of finite element method, with respect to possible applications in the surgical creation of arteriovenous (A-V) shunt flow and changes in upper limb after its creation. This model was developed in Matlab program.

Poděkování

Rád bych tento prostor věnoval poděkování všem, co se na tomto projektu podíleli a podílejí se i nadále, jmenovitě svému vedoucímu panu Ing. Bc. Vladimírovi Sochovi, Ph.D. a konzultantům panu Ing. Jakubovi Schlenkerovi a panu MUDr. Slavomírovi Rokošnému, za jejich rady a jejich odborný dozor. Bez nich by tato práce nemohla nikdy vzniknout.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem **Modelování krevního zásobení horní končetiny při zavedení AV dialyzačního zkratu** vypracoval samostatně a použil k tomu úplný výčet citací použitých pramenů, které uvádím v seznamu přiloženém k práci.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Kladně dne.....

.....

podpis

Obsah

Seznam obrázků a tabulek.....	ii
Seznam zkratk a pojmů.....	iv
Úvod	1
1. Anatomie končetinových cév.....	3
1.1. Arteriální systém	3
1.2. Venózní systém.....	5
2. Přístupy k zhotovení A-V shuntu (zkratu).....	7
2.1. Typ A-V zkratu	7
2.2. Péče o cévní přístup a rekonvalescence.....	11
3. Metodika	12
3.1. Hydrodynamika	12
3.2. Rovnice kontinuity.....	13
3.3. Bernoulliho rovnice	13
3.4. Poissonova rovnice.....	15
3.5. Vliv arteriovenózního zkratu na hemodynamiku	15
3.6. Metoda konečných prvků.....	16
3.7. Dirichletovy hraniční podmínky.....	18
3.8. Neumannovy a smíšené hraniční podmínky	22
3.9. Modelování průtoků pomocí metody konečných prvků v prostředí Matlab	22
4. Popis návrhu graphic user interface modelu.....	27
5. Výsledky	30
5.1. Zpracování dat.....	30
5.2. První pacient.....	32
5.3. Druhý pacient	36
5.4. Třetí pacient	37
6. Diskuze.....	40
7. Závěr	43
Reference.....	44

Seznam obrázků a tabulek

Obrázek 1: Arteriální systém horní končetiny.	4
Obrázek 2: Vény horní končetiny.	5
Obrázek 3: Na obrázku je vyobrazená alternativa A-V zkratu ve formě Graftu...	7
Obrázek 4: Schéma napojení zevního arteriovenózního zkratu. A jeho vývody do dialyzační jednotky.....	7
Obrázek 5: Arteriovenózní fistula ve fossa tabatiere.	9
Obrázek 6: Brachiocefalická spojka, popsaná Graczem.	10
Obrázek 7: Grafické znázornění modelu.....	17
Obrázek 8: Blokové schéma.....	23
Obrázek 9: Počáteční hraniční podmínky po spuštění	24
Obrázek 10: Příklad směru rychlostních vektorů.....	25
Obrázek 11: Příklad dvou colormap, nalevo je hsv a na pravé straně se jedná o jet.	26
Obrázek 12: Gui modelu vytvořené v matlabu	27
Obrázek 13: Gui modelu vytvořené v matlabu s více body	28
Obrázek 14: Gui modelu vytvořené v matlabu s označením začátku a konce proudění v modelu.....	29
Tabulka 1: Naměřená data před operací.....	30
Tabulka 2: Naměřená data tři měsíce po operaci	30
Tabulka 3: Přepočítaná data tři měsíce před operací	31
Tabulka 4: Přepočítaná data tři měsíce po operaci.....	32
Obrázek 15: Gui modelu vytvořené v matlabu s modelem pro prvního pacienta.	33

Obrázek 16: Gui modelu vytvořené v matlabu s modelem pro prvního pacienta bez a. ulnaris a a. radialis	34
Tabulka 5: Průtoky pro body 54, 55, 56, 64, 65, 66.....	35
Tabulka 6: Průtoky pro body 5, 6, 7, 50, 51, 52.....	35
Tabulka 7: porovnání hodnot modelu a experimentálních dat.....	35
Obrázek 17: Gui modelu vytvořené v matlabu s modelem pro druhého pacienta bez a. ulnaris a a. radialis	36
Tabulka 8: Průtoky pro body 54, 55, 56, 64, 65, 66.....	37
Tabulka 9: Průtoky pro body 5, 6, 7, 50, 51, 52.....	37
Obrázek 18: Gui modelu vytvořené v matlabu s modelem pro třetího pacienta bez a. ulnaris a a. radialis	38
Tabulka 10: Průtoky pro body 54, 55, 56, 64, 65, 66	38
Tabulka 11: Průtoky pro body 5, 6, 7, 50, 51, 52.....	38

Seznam zkratek a pojmů

a.: arterie, tepna

v.: vena, žíla

a-v shunt: arteriovenózní zkrat

gui: grafic user interface, uživatelské grafické rozhraní

Úvod

Chronické selhání ledvin sebou přináší medicínské, sociální i ekonomické následky. Tímto onemocněním trpí v České republice přes 8000 nemocných s nezvratným selháním ledvin. Na léčbu selhání ledvin jde až 1-2 % všech nákladů na zdravotní péči. Tito nemocní představují pouze 0,02-0,08 % celkové populace. Pro tyto nemocné transplantace ledviny, nebo hemodialyzační metody představují jediné řešení. [1]

Před tím než Belding Scriber a jeho tým vyvinul arteriovenózní zkrat v roce 1960, tak selhání ledvin bylo vždy smrtelné. Pro čištění krve od její toxických produktů byl pacient nucen vždy podstoupit napojení jeho arterie a vény na přístroj, který je však vždy poškodil. Z tohoto důvodu byl pacient schopen podstoupit pouze omezený počet vyšetření. Obvykle se jednalo pouze o pět až sedm vyšetření. Což prakticky znamenalo, že tuto léčbu bylo možné použít pouze tehdy, kdy se jednalo o vratné poškození ledvin, kvůli nemožnosti dlouhodobého léčení. Revoluční zařízení známé jako Scribnerův zkrat byla trubice ve tvaru písmena U, která byla pevně instalována mezi arterii a venu na ruce a která sloužila jako přístupný bod pro přístroj na čištění krve. [1]

Důležitým faktem při vývoji arteriovenózního zkratu bylo použití vhodného materiálu. Dr. Loren Winterschied navrhl jako materiál teflon. Důvod je takový, že teflon nereaguje s lidskou tkání. [1]

První Scribnerův zkrat byl implantován roku 9. března, 1960. Pozdější vylepšení zapříčinilo, že A-V zkrat byl méně těžkopádný a více flexibilní. Dalším limitním faktorem byla samotná dialyzační jednotka.

Pro většinu nemocných je A-V zkrat nejlepším cévním přístupem. Vyžaduje včasné plánování, protože vena po našití tepenno-žilní spojky se vyvíjí a k jejímu rozvoji dochází po 6 i více týdnech. Dobře vyvinutý A-V zkrat je pro nemocného nejbezpečnější: má nejmenší výskyt trombózy (sražení krve) a infekčních komplikací. Životnost A-V zkratu je dlouhá a vydrží opakované napichování

jehlami po mnoho let, déle než ostatní typy cévních přístupů. Chirurg vytváří A-V zkrat z malého řezu v místním znecitlivění (bez celkové narkózy) spojením žíly a tepny, většinou na předloktí. Spojení tepny a žíly vede k většímu průtoku krve žilou. V důsledku toho se vena přizpůsobuje/zvětší se a zesílí. Samotný zákrok lze provést při krátké jednodenní hospitalizaci. [1]

Cílem této bakalářské práce bylo vytvoření aplikace pro chirurgický personál, pro predikci zásobení horní končetiny při zavedení A-V zkratu. Tato aplikace by obsahovala grafic user interface se samotným modelem pro predikci. Tento model by měl zobrazovat průtok v jednotlivých místech A-V zkratu. Tento model by mohl poskytovat několik benefitů v chirurgickém prostředí. Usnadnil by plánovací proces při zakládání A-V zkratu, mohl by předpovědět, zda vůbec daný A-V zkrat vydrží, nebo jaký průtok v určitých místech či větvích bude mít. Díky tomu by se dalo přejít nezdárným chirurgickým zákroků. Pro samotného pacienta by to mělo přínos takový, že by se snížilo riziko opětovného chirurgického zákroku při neúspěšném zavedení A-V, a to by mělo snížit případný stres na pacientovo tělo.

1. Anatomie končetinových cév

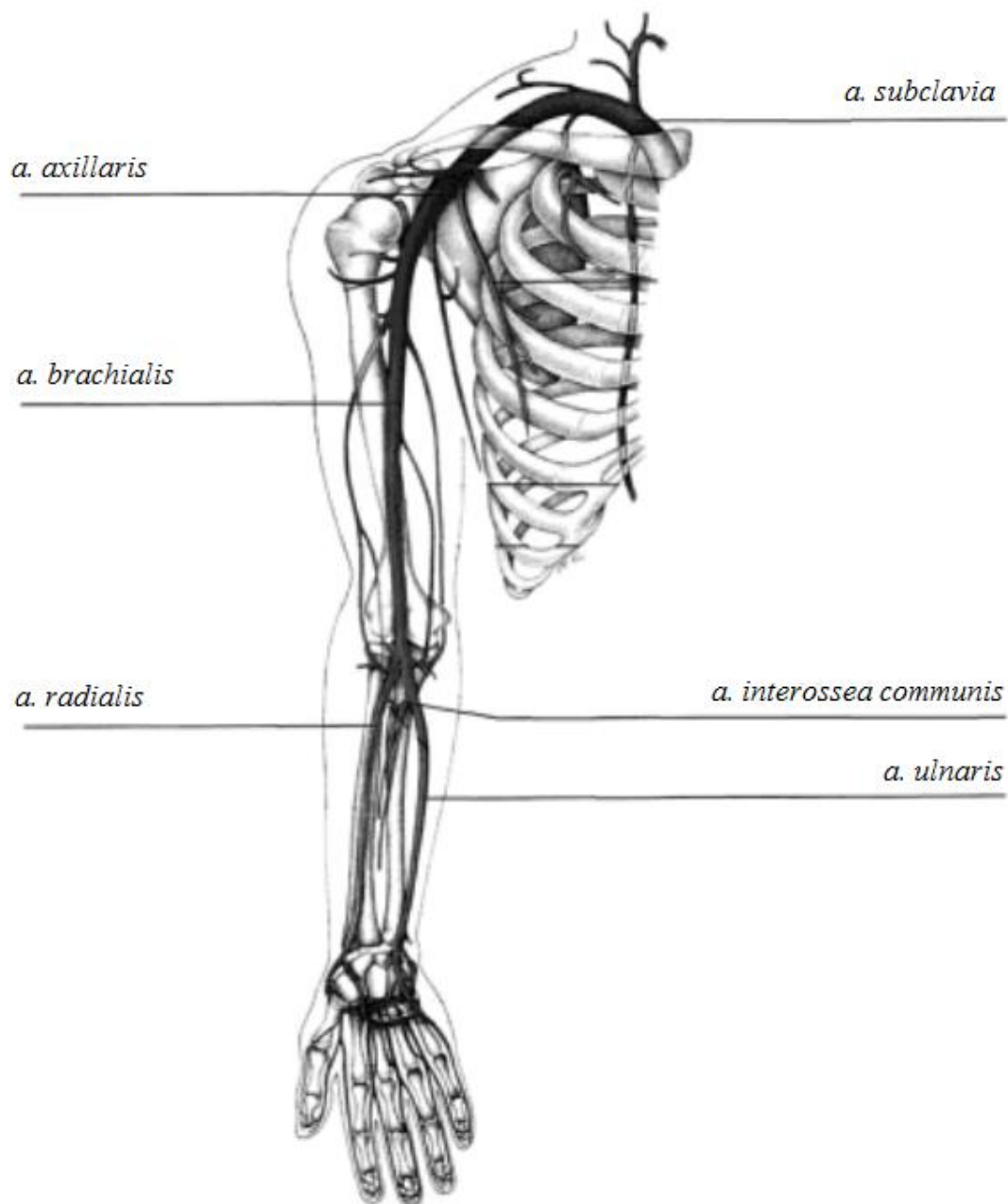
1.1. Arteriální systém

Arteriální zásobení horní končetiny zajišťuje arteria subclavia, která ústí z větve truncus brachiocephalicus a oblouku aorty a která mimo horní končetiny zásobuje i dolní část krku, spodní část lebeční dutiny, hrudní a břišní stěnu a oblast pletence horní končetiny. Arterie obchází vyčnívající vrchol plicní dutiny, prochází dutinou mezi šikmými krčními svaly, pod klíční kostí přechází do axily a u dolního konce prvního žebra se z ní stává arteria axillaris. [1]

Pokračováním arteria axillaris je arteria brachialis, která je součástí nervově-cévního svazku. V tomto svazku je arterie uložena uprostřed a nervus medianus ji částečně obtáčí zepředu do mediální strany, zatímco nervus radialis a nervus ulnaris je z její proximální strany. Arterie se pod aponeurózou (plochou rozprostřenou šlachou) musculus brachii dělí do dvou větví: arteria radialis a arteria ulnaris. [1] [2]

Nejsilnější větev arteria brachialis je arteria profunda brachii, která spolu s nervus radialis prochází štěrbinou mezi mediální a laterální hlavou musculus triceps brachii a spirálně zezadu obtáčí tělo humeru, z této větve vychází další významná arterie arteria collateralis media, která zásobuje mediální hlavu musculus triceps brachii. Další větví arteria profunda brachii je arteria collateralis radialis, jež probíhá v distálním směru po zadní straně septum intermusculare brachii mediale. [1] [2]

Arteria collateralis ulnaris superior se v mediálním směru odděluje od arteria brachialis a je po přední straně septum intermusculare mediale provázena nervus ulnaris. Septem dále prostupuje nad humerem a obtáčí se kolem něj na jeho zadní stranu. Nad loketním kloubem vystupuje arteria brachialis a arteria collateralis ulnaris inferior. [1] [2]

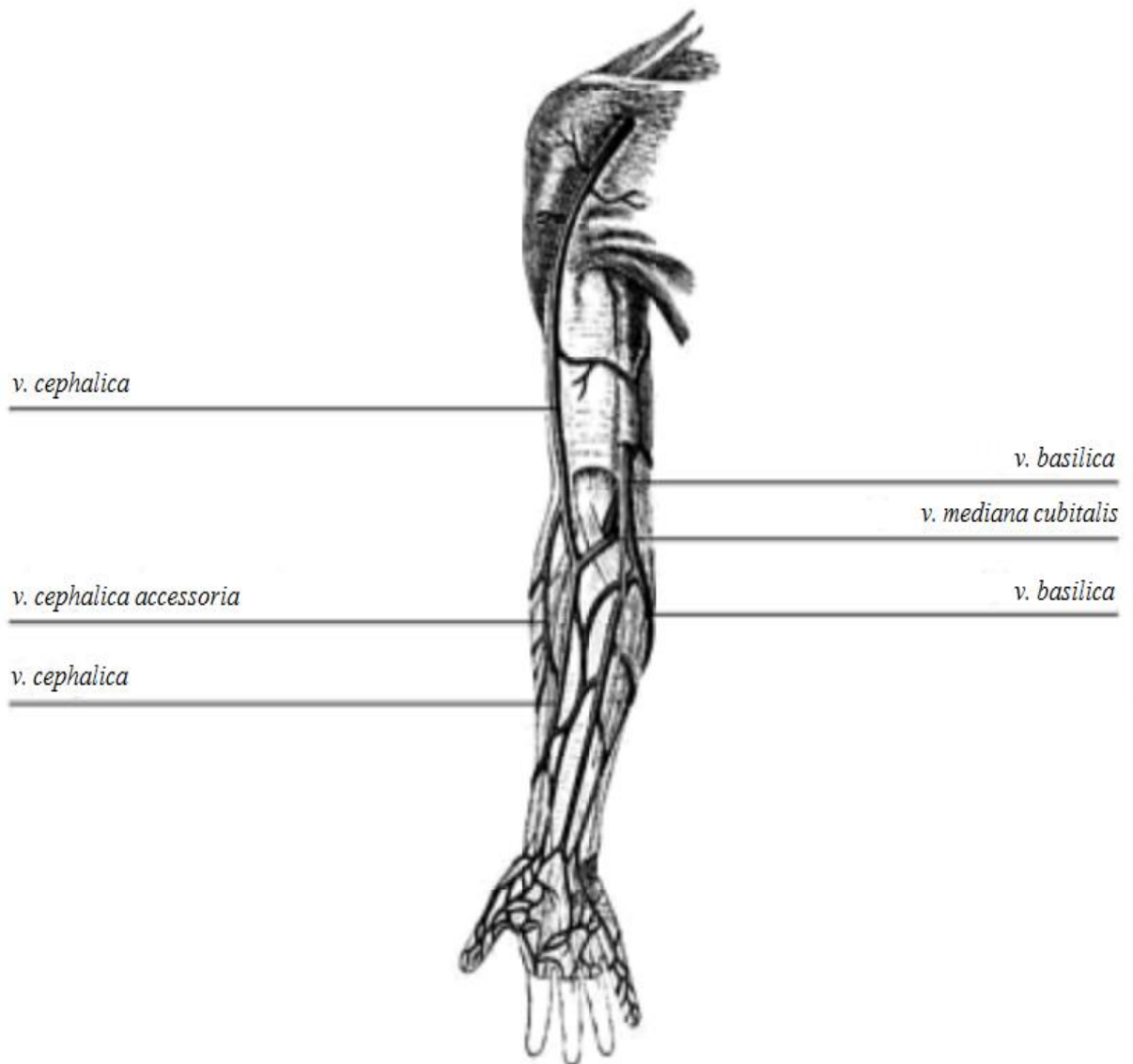


Obrázek 1: Arteriální systém horní končetiny.

Tyto všechny kolaterální větve jsou zakončeny v arteriální pleteni rete articulare cubiti a z arteria brachialis vychází další menší větve zásobující humerus a svaly paže. Arteria ulnaris za loketním kloubem zásobuje svaly předloktí, arteria radialis vede předloktím až do hřbetu ruky do první interoseální štěrbině a do dlaně, kde má své konečné větve. (obrázek 1) [1] [2]

1.2. Venózní systém

Venózní systém horních končetin se dělí na povrchový a hlubkový. Hluboké vény horních končetin provázejí stejnojmenné arterie a jsou většinou zdvojené. Povrchové vény horní končetiny (obrázek 2) začínají z venózních pletení v prstech, dlani a hřbetu ruky.



Obrázek 2: Vény horní končetiny.

Na radiální hraně hřbetu ruky vzniká vena cephalica pollicis, na ulnární hraně vena salvatella. Z těchto žilních kmenů se v předloktí stávají vena cephalica a vena basilica, které vystupují každá na své straně předloktí a vedou až do paže.

Vénu cephalica a vénu basilica v loketní jamce spojuje příčně véna mediana cubiti. Tato véna má tři možné typy uspořádání: M, N a V. Někdy se od této příčné spojky odděluje hluboká véna mediana antebrachii, která prostupuje středem předloktí, nemá chlopně a umožňuje tedy obousměrný tok krve. [1] [2]

Véna cephalica při vstupu do paže prochází štěrbinou bicipitalis lateralis, poté proximálně do štěrbiny deltoideopectoralis, odtud vede přes trigonum deltoideopectorale do hluboké vény axilaris. Véna basilica naopak při vstupu do paže prochází štěrbinou bicipitalis medialis, v přechodu mezi distální a mediální třetinou paže prostupuje do hloubky a přiklání se z mediální strany k nervově-cévnímu svazku. Obě brachiální vény se na hranici axili spojují a vzniká véna axillaris. [1] [2]

2. Přístupy k zhotovení A-V shuntu (zkratu)

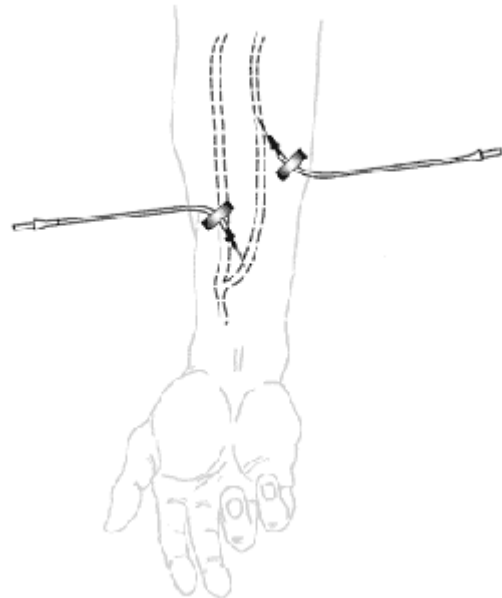
2.1. Typ A-V zkratu

Pokud má pacient drobné žíly, které by se nevyvinuly do dobře fungujícího A-V zkratu, lze voperovat A-V zkrat, který používá trubičku ze speciální umělohmotné tkaniny. Takový A-V zkrat nazýváme graft. Graft se stává umělou žílou, kterou lze použít pro opakované napichování jehlami. Graft se nemusí vyvíjet jako A-V zkrat, proto se může používat dříve již po dvou až třech týdnech od našití. Ve srovnání s A-V zkratem však graft mívá více komplikací: infekční komplikace a srážení krve s uzávěrem. Dobře ošetřovaný A-V graft vydrží po dobu několika let. [1][2]

Bohužel ani graft není ideální pro všechny pacienty, u řady pacientů jsou žíly natolik slabě vyvinuty, že neumožní ani našití graftu.



Obrázek 3:. Na obrázku je vyobrazená alternativa A-V zkratu ve formě Graftu.



Obrázek 4:. Schéma napojení zevního arteriovenózního zkratu. A jeho vývody do dialyzační jednotky.

U těchto pacient je stav srdce a oběhového systému natolik oslabený, že by graft

a A-V zkrat pro ně byl příliš velkou zátěží. V těchto případech se používá permanentní katetr. Ten je zaváděn většinou do krční žíly, ale mezi jeho vstupem do žíly a kožním výstupem je několikacentimetrový úsek ukryt v podkoží, před vyústěním z těla nemocného je vstup do podkoží chráněn speciálním vláknitým kroužkem, který po čase vrostle do podkoží a chrání před průnikem infekce. Tyto katetry jsou zaváděny chirurgicky nebo vpichem s vytvořením podkožního tunelu. Toto vede k lepší ochraně před infekčními komplikacemi. [3]

Během dialýzy se do A-V zkratu nebo do graftu zavádějí většinou dvě jehly. Jednou jehlou je krev odebírána a dialyzačním setem vedena do dialyzátoru - dialyzačního filtru. Zde je krev rozváděna do stovek vlasovitých dutých trubiček, které jsou z vnější strany oplachovány dialyzačním roztokem. Zplodiny látkové výměny jsou odstraňovány z krve do dialyzátu. Na druhém konci dialyzátoru se krev opět sbírá do dialyzačního setu, kterým se vrací zpět a druhou jehlou vstupuje očištěná krev zpět do pacienta. [1]

Vpichy A-V zkratu se provádějí dvojí metodou: buď tzv. žebříčkovou metodou, při níž místa vpichů se při každé dialýze posouvají v určitém směru, aby se předešlo oslabení cévní stěny v místě nahromaděných vpichů. Alternativní metodou je metoda "knoflíkové" dírky. Ke vpichům se používá jen několik míst a jehly jsou vpichovány vždy přesně do téhož místa po předchozím vpichu. [3]

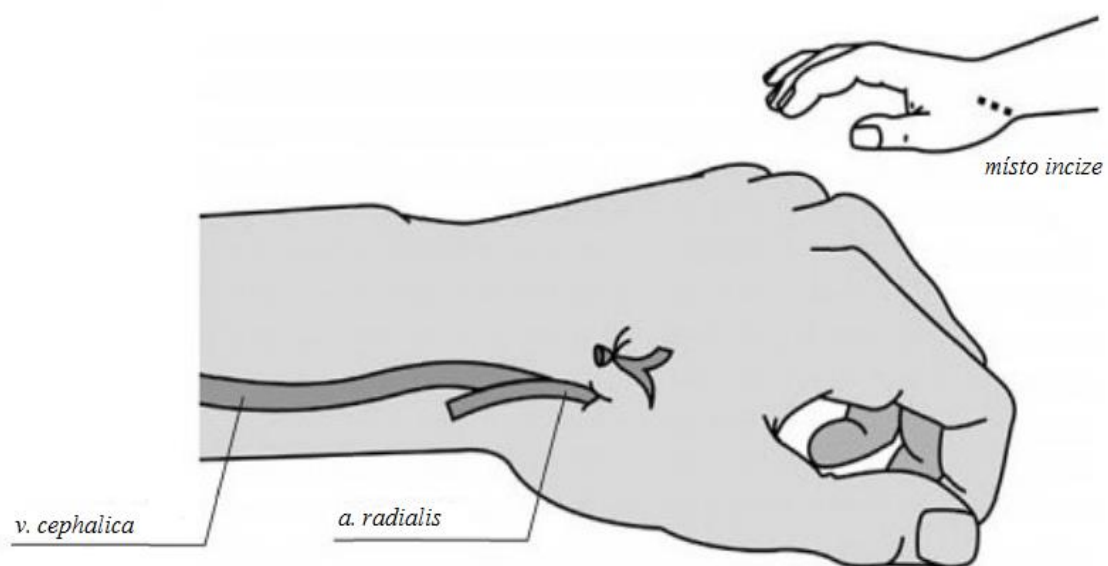
Vytvoření arteriovenózního spojení je provázeno s poměrně základním chirurgickým zákrokem. Během této operace se vytvoří A-V zkrat, který se dá dále jednoduše kanylovat a vydrží opakované punkce. Zabezpečení dostatečného krevního průtoku je nutné pro účinnost funkce hemodialyzačního přístroje. I když tento zákrok patří mezi ty jednodušší tak vyžaduje dostatečnou zkušenost cévního chirurga. Podle progresu onemocnění rozdělujeme potřebu vytvoření hemodialyzačního přístupu na akutní a elektivní. Akutní hemodialyzační přístup se zavádí v případě náhlého selhání ledvin a předpokládanému využívání méně než 3 týdny. Elektivní se zakládá v případě, když je třeba dlouhodobého používání hemodialyzačního přístroje. [1] [4]

U pacientů indikovaných k založení A-V vývodu je nezbytné provedení vyšetření tepen a žil končetin. Jedná se o podrobnou anamnézu pacienta na kardiovaskulární systém, koagulační poruchy, zdali byly založeny A-V vstupy někdy v minulosti a přítomnost diabetu. [1]

Autologní arteriovenózní zkraty jsou první volbou u pacientů indikovaných k chronické aplikaci hemodialýzy. Pravidlem pro vytvoření je vytváření co nejvíce distálněji a použití nedominantní končetiny. [3]

Zkrat k hemodialýze se dá použít po 6-8 týdnech od chirurgického zákroku. Po uplynutí této doby jsou žilní stěny dostatečně silné, aby vydržely opakované punkce během hemodialýzy. [1]

Arteriovenózní pištěl je možností první volby u každého pacienta indikovaného k vytvoření zkratu. Výkon se provádí v oblasti zápěstí. [1] Po malé kožní incizi, která má obvykle délku 1-2 cm, je provedena technicky nenáročná operace spočívající ve vytvoření end-to-side anastomózy v. cefalica pollis. Ta je uložena v podkoží v oblasti fossa tabatiere nad a. radialis. (obrázek 5) Po preparaci v. cefalica ji před našitím dilatujeme instilací fyziologického roztoku s heparinem za komprese žíly v jejím průběhu. Šířka arteriotomie by měla být v rozmezí 5-7 mm.

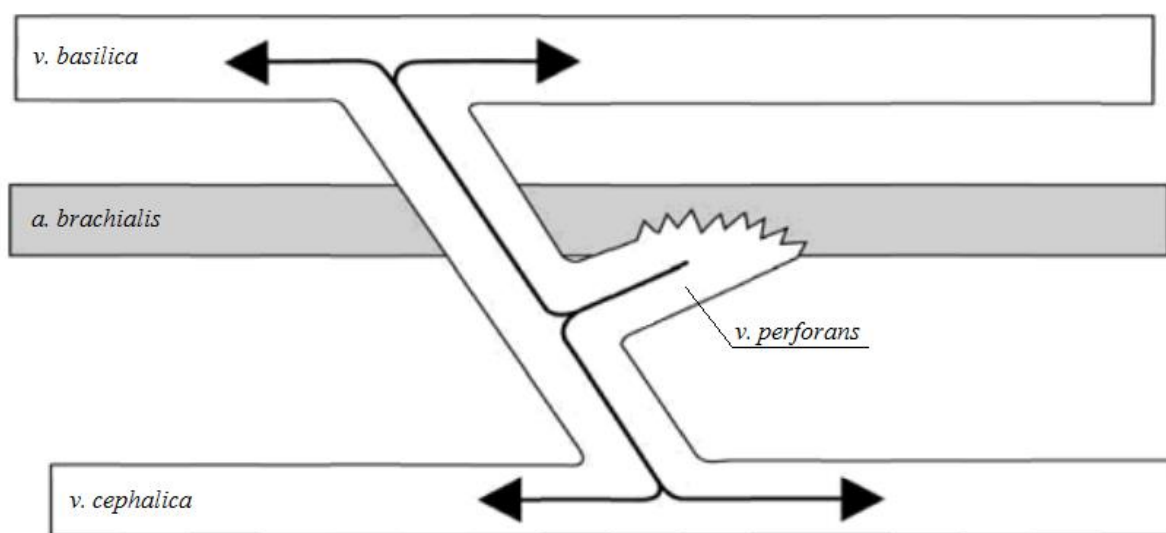


Obrázek 5: Arteriovenózní fistula ve fossa tabatiere.

Jednou z možností pro vytvoření arteriovenózní fistuly je její vytvoření na radiální straně zápěstí, ta vznikne spojením transponováním bazilické žíly na radiální tepnu. Výhodou tohoto typu je možnost vytvoření dalších proximálně uložených spojek. Nevýhodou je větší časová náročnost operace. [3]

Další možností arteriovenózní fistuly na radiální straně končetiny je fistula mezi a. ulnaris a v. basilica. [1]

Pokud existuje důvod k nemožnosti vytvoření arteriovenózní fistuly v oblasti zápěstí, je tu možnost k vytvoření arteriovenózní fistuly v kubitální jamce. Tato metoda byla poprvé popsána v roce 1970 Cascardem. [1] Tato metoda byla upravena s využitím vena perforans k end-to-side anastomóze na a. brachialis. Toto bylo popsáno a publikováno roku 1977 Graczem [1] (obrázek 6).



Obrázek 6: Brachiocefalická spojka, popsaná Graczem.

Tato metoda má velkou výhodu v tom, že nezvedá venózní tlak na předloktí, který dále způsobí vznik otoků, které jsou nepříjemné pro pacienty. Bohužel se musí počítat s větším rizikem vzniku steal-fenoménu. [4] Steal-fenomén je stav, kdy prokrvení určité části těla vznikají jejím zvýšeným zatížením a způsobuje prohloubení ischemie části jiné, která není schopna své prokrvení zvýšit. [1]

2.2. Péče o cévní přístup a rekonvalescence

Po zhotovení arteriovenózního zkratu se nesmí v žádném případě kanilovat, jeho maturace je mezi 24 hodinami a 14 dny. Před vlastním užitím zkratu by pacient měl dodržovat základní hygienu. V případě infekce je zapotřebí provést pečlivou dezinfekci kůže v okolí vpichu. Pokud je pacient alergický na materiály, musí užívat imunosupresivní léky. Nejčastějším problémem bývá stenóza, ale vyskytují se zde i jiné problémy, jako jsou trombóza, infekt krvácení, steal-syndrom a tvorba aneuryzmatu. [1]

Celkových 15 % všech úmrtí pacientů z dialyzačních pacientů je způsobeno infekcí. Infekce představuje 50-89 % všech bakteriálních nemocí u těchto pacientů. [7]

Rizikových faktorů, které vedou ke vzniku infekce, je celá řada, například to mohou být diabetes mellitus, zvýšená hladina ferritinu, nebo dokonce věkem.

Další nezanedbatelným problémem je samotné krvácení. Pokud se jedná o krvácení v malém rozsahu, ošetřuje se podáním zředěného adrenalinu a mírnou elastickou kompresí. Pokud se použije obinadlo, tak se následně musí zkontrolovat průchodnost založené fistuly. Při větším krvácení se musí problém řešit suturou stěn defektu stěny, preparací vaku, nebo náhradou poškozeného místa cévní náhradou. [1]

Významnou část morbidity hemodialyzačních pacientů představují problémy s dialyzačním přístupem. Na péči o dialyzační přístup se podílí dialyzační sestra, nefrolog, cévní chirurg a radiolog. Nesmíme zapomenout na samotného pacienta, který musí být příslušně edukován, aby byl schopen zjistit a rozpoznat příznaky infekce nebo funkce vlastního cévního přístupu. [1]

Léčba infekcí je kombinací podávání antibiotik a zásahu chirurga. U závažných infekcí se odstraňuje katetr nebo arteriovenózní graft. U méně závažných případů se při včasném podání antibiotik podaří zachránit dialyzační přístup, avšak to nesmí ohrožovat zdraví pacienta, a proto se často rozhodne o odstranění přístupu. [7]

3. Metodika

3.1. Hydrodynamika

Proudění kapalin neboli hydrodynamika je fyzikální disciplína popisující chování kapalin. Pohyb kapalných látek je komplikovanější než pevných látek a to z toho důvodu, že musíme brát v úvahu strukturu kapalně látky. Jednotlivé částice kapaliny mají tendenci jednoduše měnit svou vzájemnou polohu. Proudění kapalin se nazývá stav, kdy v soustavě převládá pohyb v jednom daném směru. V takto pohybující se kapalině má každá její částice určitou rychlost. Rychlost budeme značit jako v , tato rychlost se může měnit v závislosti na poloze a čase. Na základě rychlosti můžeme proudění rozdělit do dvou stavů, ustálené (stacionární), to je případ, kdy rychlost v , je v čase neproměnná, druhý stav je opak, který je nazýván neustálené (nestacionární).

K matematickému popisu proudění kapaliny využíváme takzvané proudnice. Proudnice používáme ke geometrickému znázornění rychlostního pole. Proudnice můžeme definovat jako myšlenou orientovanou čáru, jejíž tečna v libovolném bodě, avšak v určitém okamžiku, má směr rychlosti v pohybující se částice. Proudnice prochází pouze jedním bodem v prostoru, což znamená, že se nesmějí protínat ani křížit. [9]

Objemový průtok u ustáleného (stacionárního) proudění, s dokonale tekutou a nestlačitelnou kapalinou protékající trubicí můžeme definovat jako,

$$Q_v = S \cdot v \quad (1)$$

kde Q_v je objemový průtok, S je plocha podstavy válce trubice a v je v tomto případě výška trubice. Objemový průtok má jednotku $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

Bohužel tento stav se velice liší od skutečnosti. Kvůli vnitřnímu tření je v průřezu S rozložení sil nerovnoměrné. Podle rozložení proudnic můžeme

proudění rozdělit na laminární a turbulentní proudění. Turbulentní proudění se vyznačuje prudkými změnami směru rychlosti. [9]

3.2. Rovnice kontinuity

Ideální tekutina je taková tekutina, která nemá vnitřní tření, je nestlačitelná a během proudění se nehromadí v žádném místě. Díky této vlastnosti bude její rychlost ve všech bodech příčného řezu S trubice stejná. To můžeme vyjádřit jako,

$$Qv = S \cdot v = \text{konstantní} \quad (2)$$

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \quad (3)$$

neboli

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2} \quad (4)$$

Toto je rovnice kontinuity. [9]

3.3. Bernoulliho rovnice

Bernoulliho rovnice pro ustálené proudění ideální tekutiny říká, že pro všechny průřezy určitého proudového vlákna je součet polohové, tlakové a rychlostní výšky stálý. [10]

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} \quad (5)$$

Kde u je bodová rychlost, kterou můžeme definovat jako okamžitou rychlost tekutiny v daném bodě. Pomocí bodové rychlosti můžeme určit dráhu l , kterou za čas t , urazí určitá částice. [10]

$$u = \frac{dl}{dt} \quad (6)$$

Na základě vztahu (5) lze vidět, že Bernoulliho rovnice vyjadřuje zákon zachování energie proudu ideální kapaliny. [10]

Avšak pro skutečnou kapalinu je situace složitější. V této kapalině musíme zohlednit nerovnoměrné rozmístění rychlostí v profilu a to provedeme za pomoci Coriolisova čísla α . Coriolisovo číslo se definuje jako, podíl skutečné kinetické energie E_k v průřezu stanovené z bodových rychlostí ku kinetické energii vyjádřené z průřezové rychlosti. Také musíme bodovou rychlost nahradit průřezovou rychlostí. [10]

$$\alpha = \frac{\int_A u^3 dA}{v^3 A} \quad (7)$$

Pokud se jedná o vazkou kapalinu, tak se v této kapalině tvoří vnitřní tření a také dochází ke tření o stěny vedení. Proto se část mechanické energie mění převážně na tepelnou energii a další formy energií. Tuto energetickou ztrátu označíme jako h_z . Proto musíme pro tuto kapalinu, kterou stále považujeme za nestlačitelnou, Bernoulliho rovnici upravit, aby zohledňovala tuto energetickou ztrátu. [10]

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_z \quad (8)$$

Jednotlivé profily jsou označeny indexi (1,2), h_z je úbytek energetické výšky mezi dvěma průřezy proudu. [10]

3.4. Poissonova rovnice

Poissonova rovnice pro dvojrozměrnou oblast,

$$-\Delta u(x, y) = f(x, y) \quad (9)$$

Zde $f(x, y)$ je zadaná funkce, někdy se používá pojem pravá strana, (x, y) je námi chtěné řešení. Δ je Laplaceův operátor, ten definujeme jako součet druhých parciálních derivací. Poissonova rovnice popisuje celou řadu fyzikálních situací, od rozložení tepla v soustavě po rozložení gravitačního potenciálu. [14]

3.5. Vliv arteriovenózního zkratu na hemodynamiku

U zdravého člověka je průtok krve několikrát nižší než u pacienta se založeným dialyzačním přístupem. Klidový průtok v brachiální tepně je uváděn jako 100-150 ml/min. Což znamená, že po založení arteriovenózního zkratu se tento průtok znásobí až na tři až dvanácti násobek, což znamená od 400 až 2000ml/min. [1] [5].

To vede ke zvýšení objemu krve, který je srdcem potřeba pumpovat do těla. U normálně zdravého člověka tento objem je 4 až 8 l/min, u pacienta s dialyzačním přístupem tento objem je o 10 až 30 % větší. [6] Toto klade velký stres na srdce, a tento stres může vést až k srdečnímu selhání. Dalším častým problémem je anémie. Dalším dopadem založení arteriovenózního zkratu je i nízká rezistivita žilního řečiště, díky tomu většina krve proudí do zkratu, a nikoliv do tkání končetiny. Výrazně poklesne periferní cévní rezistence a obrátí se tok v arteria radialis distálně od anastózy. U řady pacientů vzniká steal-fenomén, hlavně u pacientů s diabetem, to je způsobeno rozvojem mikroangiopatií. [8]

3.6. Metoda konečných prvků

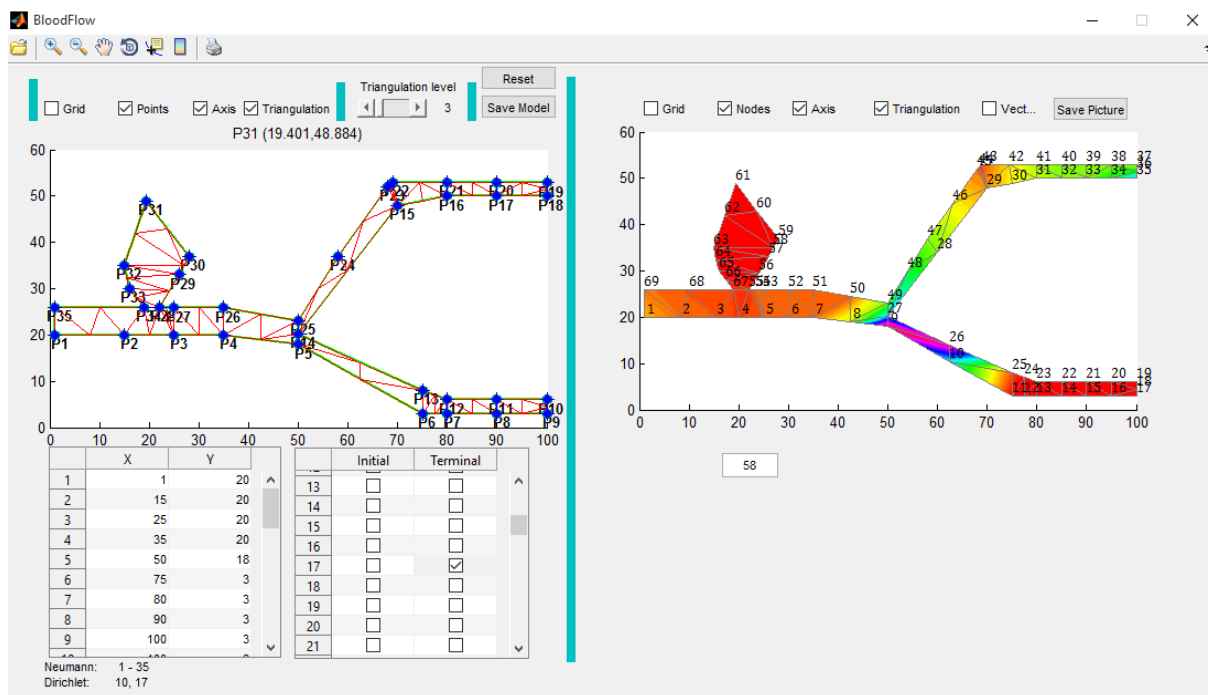
Jedná se o numerickou metodu sloužící k simulaci a vytváření modelů několika fyzikálních veličin v tělese. Jako jsou například deformace, proudění tekutin, proudění tepla, elektromagnetismus a napětí. [11]

Jak název metody vypovídá, tak stavebním kamenem je prvek konečných rozměrů. Aby samotná úloha mohla fungovat, vyžaduje rozdělení částí tělesa do oblastí. Jedná se o různé geometrické útvary. Z těchto geometrických útvarů je třeba vytvořit síť, pokrývající celé těleso. To se nazývá síť konečných prvků. [12]

Pro každý typ prvku je kromě dimenze a tvaru charakteristický počet a poloha jeho uzlů. Tyto uzly reprezentují body, v nichž se snažíme najít, neznáme parametry. Počtem těchto prvků zásadně ovlivňujeme kvalitu výsledků. Na této kvalitě se taky podílí jejich topologie. [12]

Tato metoda má několik výhod, například umožňuje řešit i problémy složitějších těles, a nikoliv pouze elementárních. Elementární části se v dnešní době vyskytují už jen ojediněle. Další výhodou je, že jako výsledek dostaneme závislost mezi vstupním a výstupním veličinami. Ale jsou tu i nevýhody, například kdy, dojde k jakékoli změně, tak se úloha musí vyřešit znova. Další nevýhodou je velká náročnost na výpočetní techniku. [13]

Při řešení konkrétního problému je třeba těleso diskretizovat, to znamená rozdělit ho na konečný počet prvků. Dále hledáme spojitě řešení, za pomoci lineární kombinace předem vhodně zvolených funkcí. Algoritmus metody konečných prvků vede na řešení soustavy lineárních rovnic. [13]



Obrázek 7: Grafické znázornění modelu.

Jak je vidět na obrázku (7), náš model je rozdělen na trojúhelníkové prvky. Každý z těchto trojúhelníků je pevně definován třemi body. Pomocí těchto trojúhelníků definujeme náš konečně rozměrný prostor funkcí. Tento prostor označíme jako v_h . Metoda konečných prvků používá takzvaných slabých formulací. Slabou formulaci získáme, vynásobením Poissonovu rovnici s libovolnou funkcí $v = v(x,y)$, která musí splňovat okrajovou podmínku. Dále výslednou rovnost musíme přintegrovat přes oblast Ω . Dále použijeme Greenovu větu a dostaneme. [14]

$$-\int_{\Omega} \Delta u v \, dx = \int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v \, dx - \int_{\partial\Omega} \nabla u \cdot n v \, ds \quad (10)$$

Symbol ∇ v tomto případě značí gradient funkce, tento gradient se skládá z dvou složek $\nabla u = \left(\frac{\partial u}{\partial x}; \frac{\partial u}{\partial y} \right)$. Skalární součin je označen tečkou a vektor vnější jednotkové normály k hranici je značen jako n . V rovnici (10) je hraniční integrál roven nule, protože $v = 0$ na $\partial\Omega$. Postupem popsaným výše dostaneme vztah (11). [14]

$$\int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v \, dx = \int_{\Omega} f v \, dx \quad (11)$$

Symbolem V označujeme Sobolevův prostor definovaný jako

$$V = \{v \in L^2(\Omega) : \frac{\partial v}{\partial x} \in L^2(\Omega), \frac{\partial v}{\partial y} \in L^2(\Omega), v = 0 \text{ na } \partial\Omega \} \quad (12)$$

Kde $L^2(\Omega)$ je prostor funkcí lebesgueovskými integrovatelných s kvadrátem na Ω . [14]

Ze slabé formulace (11) nahrazením nekonečně rozměrného prostoru V za konečně rozměrný podprostor V_h .

$$\int_{\Omega} \nabla u_h \cdot \nabla v_h \, dx = \int_{\Omega} f v_h \, dx \text{ pro všechny } v_h \in V_h \quad (13)$$

Jedná se o ekvivalentní soustavě lineárních algebraických rovnic. [14]

3.7. Dirichletovy hraniční podmínky

Aplikování hraničních podmínek na lineární rovnice získané ze slabých formulací je důležité, protože globální systém je singulární, a proto nelze získat unikátní řešení. Nesingulární matici získáme poté, co aplikujeme hraniční podmínky. Existují dva typy podmínek: Dirichletovy hraniční podmínky také zvané hlavní nebo esenciální hraniční podmínky a dalším typem jsou smíšené hraniční podmínky. [16]

Jak bylo řečeno, díky slabým formulacím, které jsme použily k vytvoření konečně rozměrného prostoru, nám vzniklo N lineárních rovnic s N počtem neznámých. Pro metodu konečných prvků každá neznámá N koresponduje s N body, nebo uzly tvořící doménu. Doménou myslíme geometrický obrazec tvořící

konečně rozměrný prostor, v našem případě se jedná o trojúhelník. Dirichletovy podmínky jsou uloženy na specifický bod, nebo uzel mřížky konečných prvků. Pro běžnou mřížku konečných prvků vznikne systém matic lineárních rovnic, který z matic můžeme napsat jako soustavu rovnic. [16]

$$\begin{aligned}
 K_{11}V_1 + K_{12}V_2 + \dots + K_{1N}V_N &= b_1 \\
 K_{21}V_1 + K_{22}V_2 + \dots + K_{2N}V_N &= b_2 \\
 K_{31}V_1 + K_{32}V_2 + \dots + K_{3N}V_N &= b_3 \\
 &\vdots \\
 K_{N1}V_1 + K_{N2}V_2 + \dots + K_{NN}V_N &= b_N
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

V našem případě V budeme považovat, za neznámý vektor rychlosti průtoku. Jak již bylo řečeno, Dirichletovy podmínky jsou uloženy na specifický bod, nebo uzel mřížky konečných prvků. Například, pokud budeme mít dvě Dirichletovy podmínky: [16]

$$V_1 = V_0 \tag{15}$$

a

$$V_n = 0 \tag{16}$$

k aplikování příkladu (15), který se asociuje s uzlem 1, korespondující rovnicí (14) musí být eliminován; v tomto konkrétním případě, musí být první rovnice eliminována. Pak substituujeme hodnoty $V_1 = V_0$ do všech zbývajících $N - 1$ rovnic. Toto vyústí v následující systém lineárních rovnic. [16]

$$\begin{aligned}
K_{21}V_0 + K_{22}V_2 + \dots K_{2N}V_N &= b_2 \\
K_{31}V_0 + K_{32}V_2 + \dots K_{3N}V_N &= b_3 \\
&\vdots \\
K_{N1}V_0 + K_{N2}V_2 + \dots K_{NN}V_N &= b_N
\end{aligned} \tag{17}$$

Každý prvý výraz v rovnicích uvedených výše je konstanta, to znamená, že tuto část můžeme převést na pravou stranu, tím dostaneme:

$$\begin{aligned}
K_{22}V_2 + \dots K_{2N}V_N &= b_2 - K_{21}V_0 \\
K_{32}V_2 + \dots K_{3N}V_N &= b_3 - K_{31}V_0 \\
&\vdots \\
K_{N2}V_2 + \dots K_{NN}V_N &= b_N - K_{N1}V_0
\end{aligned} \tag{18}$$

Celkový počet lineárních rovnic byl zredukován o jednu. Čili pokud budeme aplikovat množství M Dirichletových hraničních podmínek, tak výsledný systém rovnice bude redukován na $N - M$. [16]

$$\begin{bmatrix} K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2N} \\ K_{32} & K_{33} & \dots & K_{3N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ K_{N2} & K_{N3} & \dots & K_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_2 - K_{21}V_0 \\ b_3 - K_{31}V_0 \\ \vdots \\ b_N - K_{N1}V_0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1N} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ K_{N1} & K_{N2} & \dots & K_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} \tag{20}$$

Porovnáním systému matic (19) se systémem (20), který je systémem, z kterého jsme získali soustavu rovnic (14), tento systém, je před aplikováním

Dirichletových podmínek. Na první pohled je zřejmé, že první řádek a vektor na pravé straně, tak i první sloupeček v matici byl eliminován. Zbývající hodnoty vektoru na pravé straně byly odpovídajícím způsobem upraveny na. [16]

$$b_i = b_i - K_{i1}V_0 \text{ pro } i = 2, 3, \dots, N \quad (21)$$

Obecně řečeno, uložení Dirichletových podmínek na uzel n , řekněme:

$$V_n = V_0 \quad (22)$$

n tý řádek v systému matic, n tý řádek vektorů na pravé straně a n tý řádek neznámého vektoru, stejně tak jako n tý sloupec v systému matic, musí být eliminovány. Zbývající vstupy vektoru na pravé straně musí být příslušně upraveny.

$$b_i = b_i - K_{in}V_0 \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N; i \neq n \quad (23)$$

Po eliminaci daného řádku, všechny řádky pod daným řádkem musí být posunuty vzhůru o jednu pozici. Dále podobně u sloupečku, všechny sloupce od daného sloupce se musí přesunout doleva o jedno místo. Po vyřešení matice bude určen pouze $N - M$ neznámých. Zbývajících M neznámých je známo z Dirichletových podmínek. Tato metoda takto používající Dirichletovy podmínky je známa jako metoda eliminace, protože algebraická rovnice korespondující k danému uzlu, na který se vztahuje daná Dirichletova podmínka, musí být eliminována, a proto redukuje velikost matice o jedna. [16]

Z programátorského hlediska je velice výhodné očíslování uzlů v mřížce konečných prvků tak, aby uzel, který koresponduje k Dirichletově podmínce, se objevil jako poslední. Proto, když budeme používat eliminační metodu s Dirichletovými podmínkami, nebude zapotřebí pokaždé mazání řádku a

následovnému posouvání spodních řádků o jednu pozici nahoru. Toto ušetří výpočetní čas a ulehčí programování. [16]

3.8. Neumannovy a smíšené hraniční podmínky

Dalším typem hraničních podmínek jsou Neumannovy a smíšené hraniční podmínky. O Neumannových hraničních podmínkách můžeme konstatovat, že se jedná o speciální případ smíšených hraničních podmínek. [16]

Dirichletovy hraniční podmínky se zabývají pouze primární neznámou proměnou. Na rozdíl od Dirichletových hraničních podmínek, smíšené zahrnují jak primární neznámou, tak i její derivovaný stav. [15]

Obecný tvar smíšené hraniční podmínky lze vyjádřit jako:

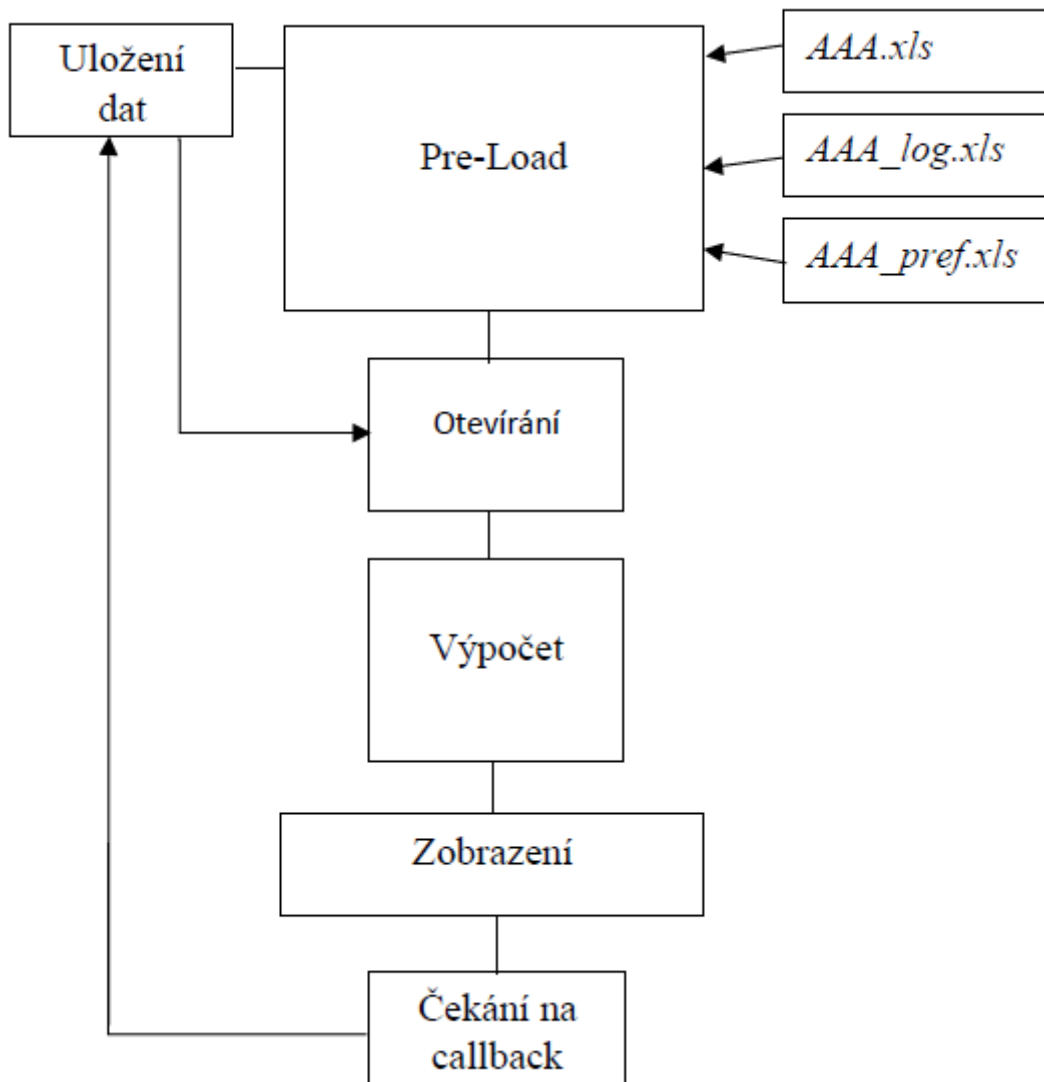
$$\varepsilon \frac{dV}{dx} + \alpha V = \beta \quad (24)$$

Kde α a β jsou konstanty pro Neumannovy hraniční podmínky $dV/dx = 0$ při dané souřadnici x , konstantě α a β , jsou nastaveny na nulu. [16]

3.9. Modelování průtoků pomocí metody konečných prvků v prostředí Matlab

Matlab je interaktivní prostředí pro numerické výpočty, jejich grafické zobrazení a programování. Používáním Matlabu se dají analyzovat data, vyvíjet algoritmy, vytvářet aplikace a modely. Díky zabudovaným nástrojům a nezměrnému počtu funkcí, lze dosáhnout řešení problému rychleji než použitím ostatních programových prostředí, například C/C++ nebo Java[®]. Matlab se dá využít k široké škále aplikací, od zpracovávání signálu, zpracovávání obrazových dat, tak i k vytváření modelů simulací a modelů. Matlab je rozšířený program, který používají milióny inženýrů po celém světě. [17]

Pro vytvoření skriptu modelů v Matlabu a popisu jeho částí si nejdříve vytvoříme blokové schéma, toto schéma nám pomůže, jak během vytváření, tak i během popisu funkcí modelu.



Obrázek 8: Blokové schéma.

Při inicializaci programu se uskuteční pre-load, během tohoto procesu se načtou tři excelovské tabulky. A to jsou *AAA.xls*, *AAA_log.xls* a *AAA_pref.xls*. Tyto tři excelovské soubory jsou esenciální pro správné první spuštění modelu, neboť jsou v nich uloženy parametry pro spuštění. V tabulce *AAA.xls* jsou uloženy defaultní pozice bodů. Každý z těchto třiceti pěti bodů v tabulce má uloženou x a y

souřadnici. V tabulce *AAA_log.xls* jsou uloženy prvotní hraniční podmínky, kde v našem případě první bod a poslední, tj. dvěstěsedmdesátýtřetí jsou označeny jako pravda, což zapříčiní, zaškrtnutí počátečních podmínek pro defaultní triangulaci devět, jak je vidět na obrázku (9).

	Initial	Terminal
1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	Initial	Terminal
265	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
266	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
267	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
268	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
269	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
270	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
271	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
272	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
273	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

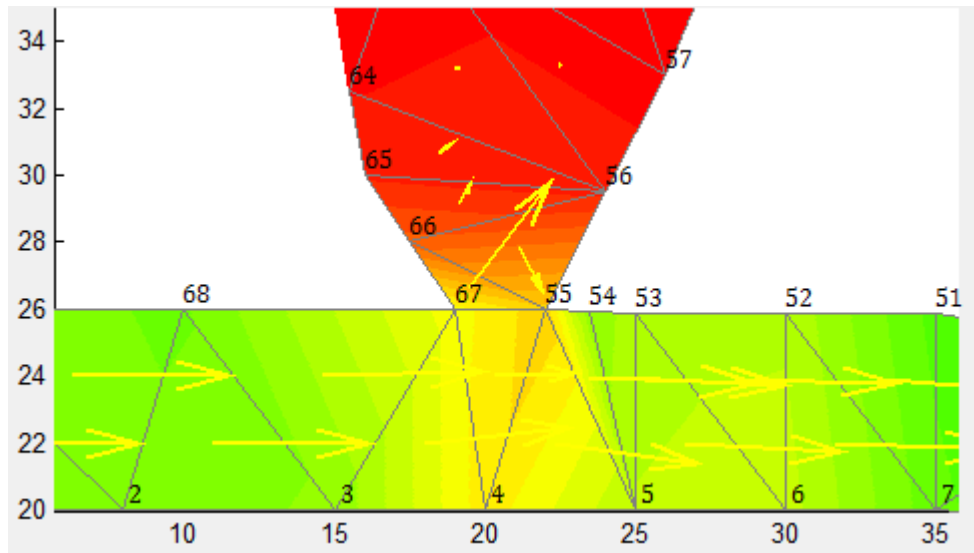
Obrázek 9: Počáteční hraniční podmínky po spuštění.

Při změně úrovně triangulace dojde k odškrtnutí podmínek. Proto je nutné vybrat nově počáteční podmínky. Při změně úrovně triangulace dojde také ke změně počtu bodů, například při úrovni triangulace dvacet se jedná o šest set čtyřicet sedm bodů. V tabulce *AAA_pref.xls* se nalézají prvotní proměnné. Tato data se po načtení uloží jako proměnné, s kterými se ve skriptu dále pracuje, případně se přepíše novými daty, například při změně hraničních podmínek.

Poté, co se veškeré esenciální prvotní údaje uloží do paměti, dojde ke spuštění otevírací funkce a vytvoření první triangulace. Mezi body načtenými z *AAA.xls* se přidají další, kvůli vytvoření menších trojúhelníků, což má za následek podrobnější a přesnější model.

Další částí je samotný výpočet. Na základě zvolené prvotní rychlosti, která je defaultně nastavena na 58, se provede výpočet jednotlivých rychlostních vektorů, které jsou umístěny ve středech vytvořených trojúhelníků. Tyto středy jsou nalezeny skriptem pro všechny trojúhelníky i v případě, kdy dojde uživatelem k posunutí jednotlivých bodů, aby vytvořil potřebný obrazec,

ve kterém chce zjistit průtok. V případě, kdy nebudou určeny terminální body, nebo pokud se jedná o slepé rameno nebo například výduť, mohou mít tyto vektory různé směry. To je vidět na obrázku (10).



Obrázek 10: Příklad směru rychlostních vektorů.

Z těchto vektorů můžeme zjistit námi sledovaný průtok. Pokud zjistíme průřez v jednotlivých místech a známe rychlost průtoku, tak získáme průtok. Pro určení vzdáleností mezi body použijeme základní goniometrii. Pokud máme dva body $A[a_1;a_2]$ a $B[b_1;b_2]$, tak jejich vzdálenost se dá vyjádřit jako

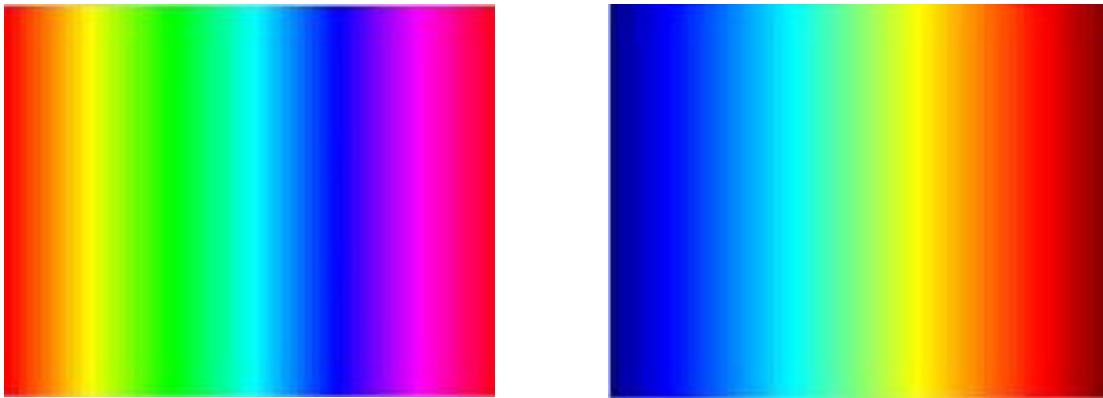
$$|AB| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2} + \sqrt{(b_2 - a_2)^2} \quad (25)$$

Dále musíme zjistit vzdálenost mezi body $A[a_1;a_2]$ a $C[c_1;c_2]$. Použijeme-li vztah (25) jen s tím rozdílem, že B nahradíme za C , dostaneme dvě vzdálenosti bodů. Tyto vzdálenosti musíme dále vynásobit jednotlivými složkami vektoru rychlosti, což znamená, že vzdálenost mezi body $|AB|$ vynásobíme x složkou a $|AC|$ vynásobíme y složkou. Výsledný průtok se dále spočte podle vztahu,

$$Mf = \sqrt{Q_{xi}^2 + Q_{yi}^2} \quad (26)$$

Kde Mf je hledaná velikost průtoku a Q_{xi} s Q_{yi} jsou složky vektoru vynásobené vzdáleností příslušných bodů.

Nadchází zobrazení dat. Tato data jsou pomocí například colormapy hsv barevně zobrazena. Colormap hsv má barevnou škálu mezi světle červenou přes oranžovou, žlutou, zelenou, modrou, fialovou až po tmavě červenou.



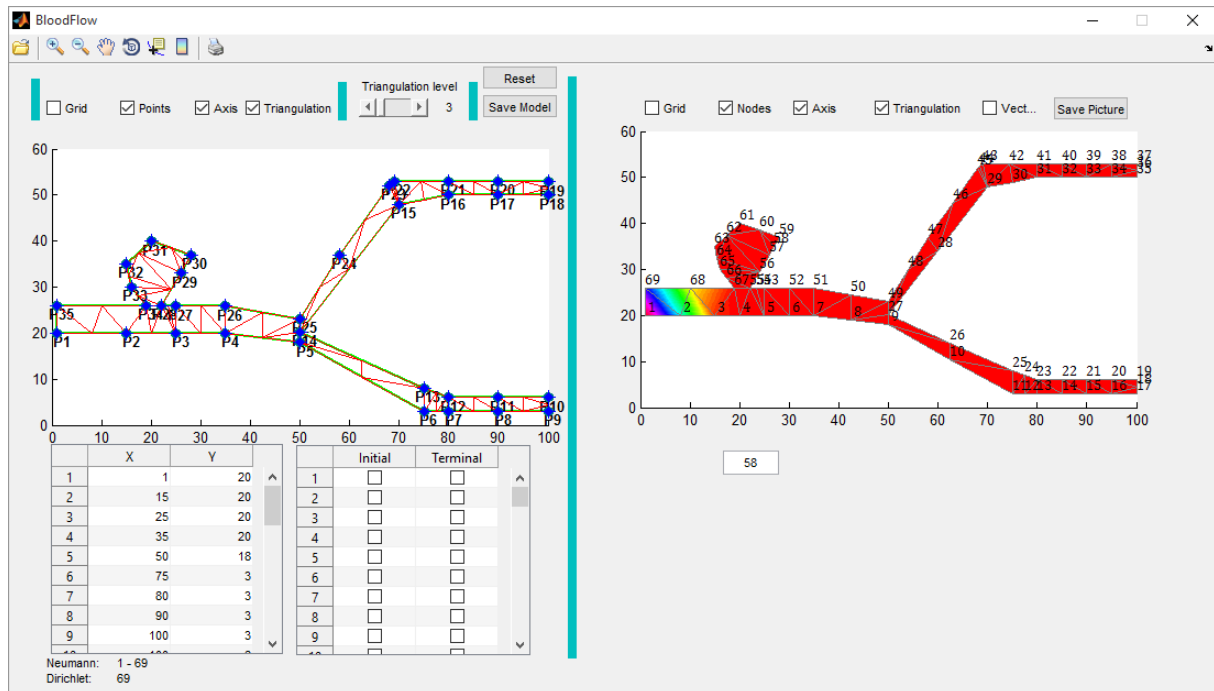
Obrázek 11: Příklad dvou colormap, nalevo je hsv a na pravé straně se jedná o jet.

Nakonec pro lepší orientaci byla zvolena colormap jet, důvodem byla absence dvou červených barev na začátku a na konci škály.

Po zobrazení se program pozastaví a vyčkává na input od uživatele. Pokud uživatel změní jakékoliv nastavení proměnných, program se vrací opět na začátek do bodu otevírání. Toto je zobrazeno na blokovém schématu na obrázku (8).

4. Popis návrhu graphic user interface modelu

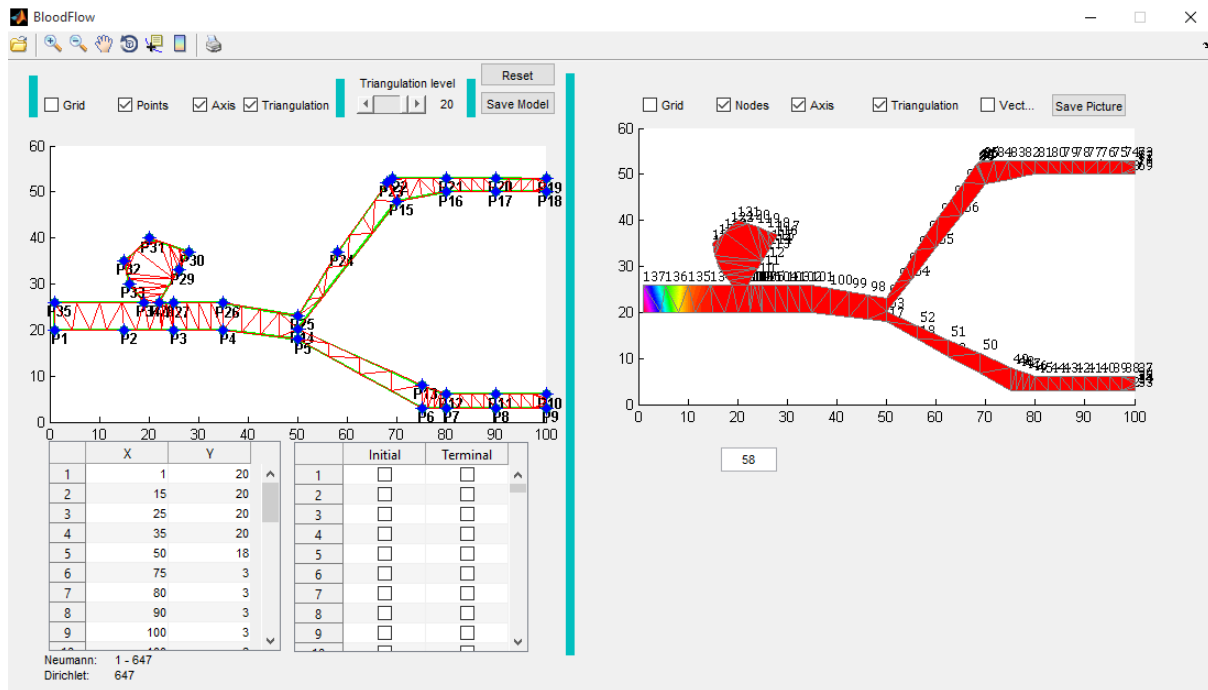
Vytvořený model simulující průtok v A-V zkratu zobrazený na obrázku (12), kde je vidět graphic user interface (gui) modelu.



Obrázek 12: Gui modelu vytvořené v matlabu.

Model se skládá z několika trojúhelníků nezbytných pro metodu konečných prvků. Jejich vrcholy jsou reprezentovány modrými body. Na obrázku (12) jsou vidět v levé části gui, jedná se o body P1 až P35. Jednotlivé body se při spuštění načítají z textového dokumentu. Každý bod má vlastní souřadnice x, y, to ovlivní jejich původní polohu. Každý z těchto bodů se dá po načtení modelu za pomoci myši přemístit do jiné polohy, díky tomu lze vytvořit jakýkoliv tvar, s kterým model počítá. Model se aktualizuje v reálném čase. Pro lepší triangulaci se mezi tyto body umísťují další, z těchto bodů se tvoří větší počet trojúhelníků. To umožní detailnější zobrazení průtoku v modelu. Počet bodů umístěných mezi hlavní body trojúhelníků je nastaveno na hodnotu 9. Tato hodnota se pomocí slideru triangulation level dá změnit v rozmezí 3 až 20 bodů. Pro porovnání na

obrázku (12) je nastavena hodnota 3 a na obrázku (13) je nastavena hodnota 20. Kde při hodnotě 3 je přidán jeden bod mezi vrcholy trojúhelníku a při hodnotě 20 je jich přidáno mnohonásobně více.



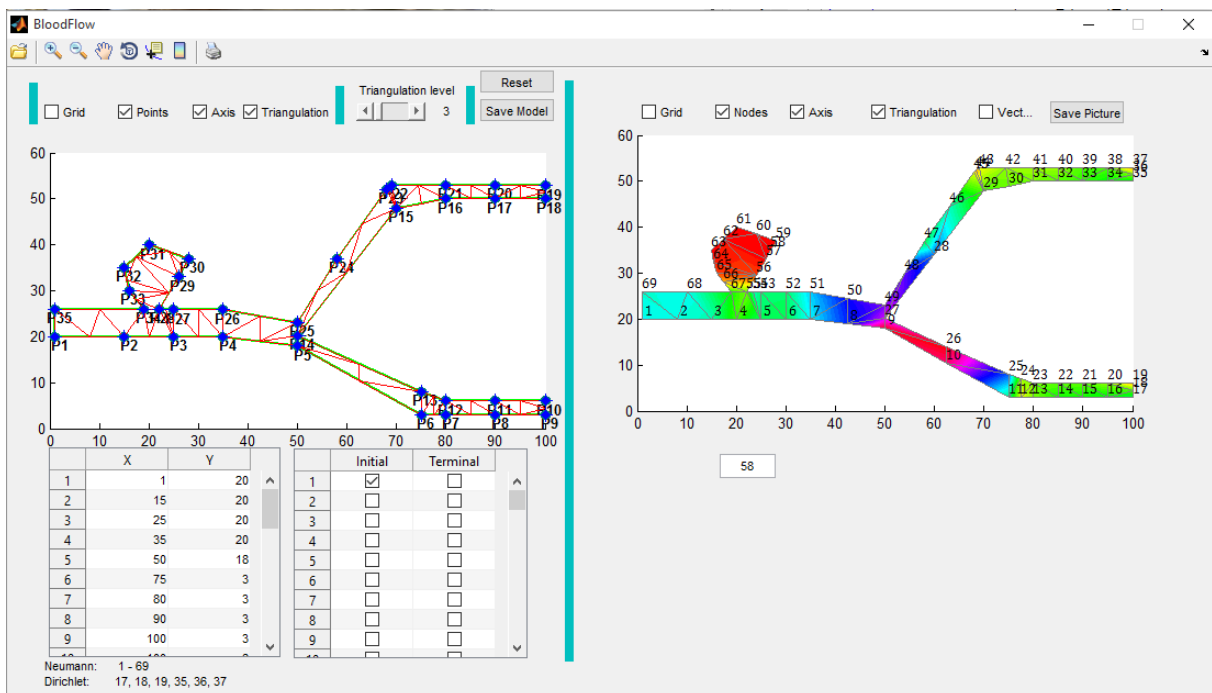
Obrázek 13: *Gui modelu vytvořené v matlabu s více body.*

Pomocí tlačítka reset se dá celý model vrátit do počátečního stavu. Všechny změny jako jsou, změna původní polohy bodu či úroveň triangulace, budou vráceny na počáteční hodnotu. Jak již bylo řečeno, souřadnice bodů budou dle textového dokumentu a úroveň triangulace bude nastavena na 9.

Uživatel může model uložit, pomocí tlačítka save model. Tím se uloží souřadnice bodů do textového dokumentu. Zaškrtnutím políčka grid se zobrazí mřížka, která usnadňuje v prostorovou orientaci umístění bodů a lze tak lépe odečíst jejich souřadnice. Toto políčko je po spuštění skriptu neaktivní. Políčko points je aktivní po spuštění. Pokud je zaškrtnuté, tak zobrazí jednotlivé názvy bodů, tj. P1 až P35. Políčko axis je také od spuštění aktivní. Pokud je odškrtnuto, tak zmizí osy určující polohu bodů, případně se deaktivuje tlačítko grid, pokud je aktivní a axis není. Posledním tlačítkem je triangulation. Pokud je toto tlačítko

aktivní, tak jsou znázorněny jednotlivé trojúhelníky, pokud aktivní není, zobrazí se pouze struktura zkratu.

Aby model mohl fungovat, je nejprve zapotřebí definovat mu jeho počátek a konec. Na obrázku (14) je zobrazený model s počátkem v bodech 1 a 69, s konci ve větvích body 17, 19 a 35, 37. Číslo v obdélníku ve spodní pravé části grafu je číslo udávající rychlost toku. Výsledný průtok je reprezentovaný barevně v pravé části gui. Tlačítkem save picture se toto zobrazení dá uložit jako obrázek. Tlačítkem vectors se dají zobrazit jednotlivé vektory průtoku, pro jednotlivé trojúhelníky.



Obrázek 14: Gui modelu vytvořené v matlabu s označením začátku a konce proudění v modelu.

Také v levém dolním rohu jsou zobrazeny Dirichletovy a Neumannovy podmínky, které jsou použity při výpočtech v modelu.

5. Výsledky

5.1. Zpracování dat

V této kapitole si porovnáme výstupy vytvořeného modelu s experimentálně naměřenými daty. Byla získána data tří pacientů. Z důvodu ochrany dat jim budeme říkat první, druhý a třetí pacient. U všech pacientů se nachází anastomóza na lokti. Anastomóza je v tomto případě uměle vytvořená spojka. Data byla získána před operací a tři měsíce po operaci. Data před operací jsou v tabulce (1). V tabulce (2) jsou vidět data po operaci.

Tabulka 1: Naměřená data před operací.

Číslo pacienta	Umístění anastomózy	Průměr AB (mm)	Průtok na AB (ml/min)	Anastomóza (mm)	Max. aneurysma (mm)
První	loket	11	5000	9,5	45
Druhý	loket	9,5	3250	10	60
Třetí	loket	7,5	4750	7,5	35

Tabulka 2: Naměřená data tři měsíce po operaci.

Číslo pacienta	Umístění anastomózy	Průměr AB (mm)	Průtok na AB (ml/min)	Anastomóza (mm)	Max. odvodné žíly (mm)
První	loket	11,5	2350	7	7
Druhý	loket	6,4	2000	4,3	6,2
Třetí	loket	6,4	1250	2,8	14,7

Před tím, než porovnáme data experimentálně naměřená s daty získanými z modelu, musíme si uvědomit několik věcí.

Námi vytvořený model je pouze ve 2D, oproti datům naměřených na skutečných pacientech, čili 3D. Tento fakt se projeví v jednotkách průtoku. Experimentálně získaná data mají jednotku průtoku mililitr za minutu, neboli $\text{cm}^3 \cdot \text{min}^{-1}$. U vytvořeného modelu to bohužel tak není. Jednotka průtoku je $\text{mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$. Prvotní proměnná rychlosti je v $\text{mm} \cdot \text{min}^{-1}$ a vzdálenost mezi body je v milimetrech. Proto data musíme přepočítat. Přepočteme experimentální data. Ze vztahu (1) víme, že průtok se vypočte jako rychlost vynásobená průřezem. Průřez vény či arterie zjednodušíme na tvar kruhu. Plochu kruhu vypočteme ze vztahu (27).

$$S = \pi r^2 \quad (27)$$

Známe průměr a průtok. Díky této skutečnosti se dá vypočítat rychlost, kterou dále vynásobíme průměrem, tím získáme správné jednotky a průtok.

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi r^2} \quad (28)$$

$$Q_v = v \cdot d \quad (29)$$

Kde Q_v je námi chtěný 2D průtok, r je poloměr a d je průměr. V tabulce (3) a (4) jsou uvedena přepočítaná data.

Tabulka 3: Přepočítaná data tři měsíce před operací.

Číslo pacienta	Poloměr AB (mm)	Rychlost AB ($\text{mm} \cdot \text{min}^{-1}$)	Průtok 2D ($\text{mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$)
První	5,5	52614,96	578764,56
Druhý	4,75	45852,14	435595,33
Třetí	3,75	107514,71	806360,33

Tabulka 4: Přepočítaná data tři měsíce po operaci.

Číslo pacienta	Poloměr AB (mm)	Rychlost AB (mm·min ⁻¹)	Průtok 2D (mm ² ·min ⁻¹)
První	5,75	22624,43	260180,95
Druhý	3,2	62169,72	397886,21
Třetí	3,2	38856,08	248678,91

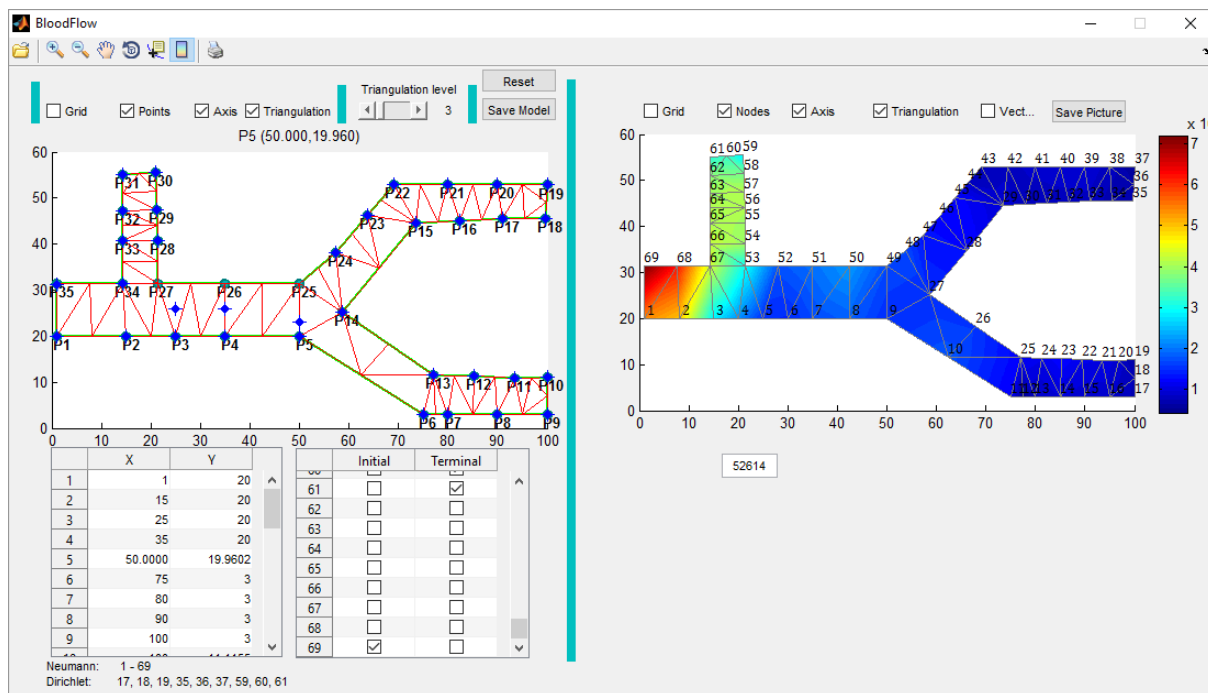
5.2. První pacient

Pro názornost si provedeme vzorový výpočet pro prvního pacienta před operací. Ze vztahu (28) víme, jak vypočteme rychlost, ale předtím, než dosadíme do vztahu, tak musíme převést průtok na správné jednotky, a to na mm³·min⁻¹. Převod z cm³·min⁻¹ na mm³·min⁻¹ provedeme následovně, původní průtok vynásobíme tisícem a tím získáme průtok v jednotkách, který můžeme dosadit do vzorového vztahu.

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi r^2} = \frac{5000000 \text{ mm}^3 \cdot \text{min}^{-1}}{\pi (5,5 \text{ mm})^2} \quad (30)$$
$$= 52614,96 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$Q_v = v \cdot d = 52614,96 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1} \cdot 11 \text{ mm} \quad (31)$$
$$= 578764,56 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$$

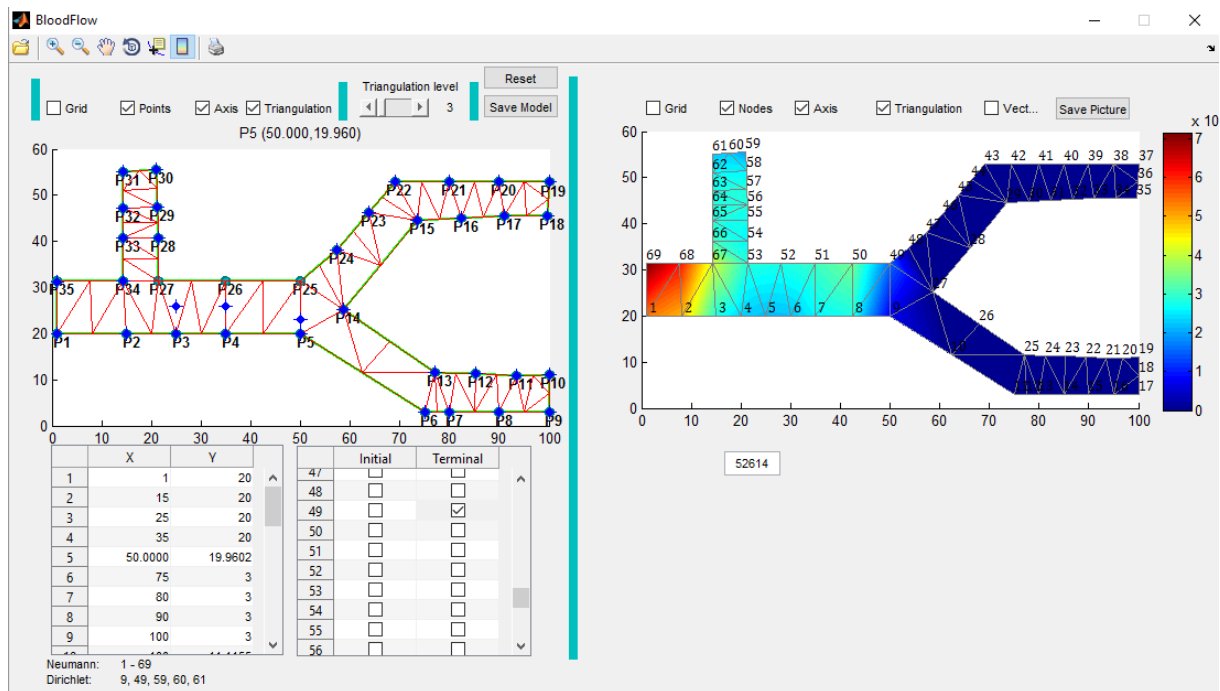
Nyní jsme schopni porovnat naměřená data s daty z vytvořeného modelu. V gui modelu si vymodelujeme model pro prvního pacienta po operaci. Jeho průměr arterie brachialis je po operaci 11,5 mm, anastomóza má 7 mm v průřezu s přepočteným průtokem 260180,95 mm²·min⁻¹.



Obrázek 15: Gui modelu vytvořené v matlabu s modelem pro prvního pacienta.

Na obrázku (15) je vidět vytvořený model pro prvního pacienta. Aby vytvořený model mohl fungovat, musíme zvolit počáteční rychlost průtoku. Tuto rychlost zvolíme z tabulky (3), protože tato rychlost je aplikována před vytvořením zkratem, můžeme pro zjednodušení uvažovat, že se průměrná rychlost před operací a po operaci v místech před vytvořeným zkratem nebude lišit. Neboli průtok musí být přibližně stejný v modelovém systému na počátku, než dojde ke změně modelované soustavy, v tomto případě vytvoření zkratu. V tabulce (4) vidíme, že po vytvoření zkratu průtok klesl na $260180,95 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$. Rozdíl mezi průtoky před operací a po operaci činí tedy $318583,61 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$.

V experimentálně získaných datech nejsou uvedeny parametry a. ularis a a. radialis, proto musíme zvolit konec v bodech 9 a 49, tj. na konci a. brachialis. Tento upravený model je na obrázku (16).



Obrázek 16: Gui modelu vytvořené v matlabu s modelem pro prvního pacienta bez *a. ulnaris* a *a. radialis*.

Nyní se můžeme podívat na získané parametry v modelu. To lze dvojím způsobem. První způsob je nejjednodušší, ale bohužel nepřesný. Můžeme se podívat na barevný ukazatel v pravé části modelu. Zde můžeme vidět, že průtok se rozdělil téměř na dvě poloviny. Ve zkratu je zhruba průtok $3 \cdot 10^5 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$ (tyrkysová až namodralá barva) a *a. brachialis* za zkratem je mírně tmavší odstín odhadem kolem $2,8 \cdot 10^5 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$.

Dalším způsobem je využití příkazů v kódu a v příkazovém řádku.

`setappdata(0,'MagnitudesOfNodalFlows',MagnitudesOfNodalFlows)`

Tato funkce uloží proměnou *MagnitudesOfNodalFlows* do paměti, jedná se o průtoky v jednotlivých bodech. Pro zobrazení využijeme funkce,

`getappdata(0,'MagnitudesOfNodalFlows')`

Tato funkce vypíše všechny proměnné uložené pod názvem *MagnitudesOfNodalFlows*.

Vypsáním těchto proměnných získáme data, která můžeme porovnat s experimentálně získanými daty. Rychlost v bodech 54, 55, 56, 64, 65, 66 je zapsána v tabulce (5).

Tabulka 5: Průtoky pro body 54, 55, 56, 64, 65, 66

Body	54	55	56	64	65	66
Průtok (mm ² ·min ⁻¹)	312210	321550	313370	324480	318410	328870

V tabulce číslo (6) jsou napsané proměnné pro body 5, 6, 7, 50, 51, 52, tyto body reprezentují průtok v a. brachialis za vyhotoveným zkratem.

Tabulka 6: Průtoky pro body 5, 6, 7, 50, 51, 52

Body	5	6	7	50	51	52
Průtok (mm ² ·min ⁻¹)	228190	231450	265830	334450	309850	280070

Pokud tyto průtoky zprůměrujeme získáme průměrný průtok pro jednotlivé části modelu. Průměr pro body 54, 55, 56, 64, 65, 66 je 319820 mm²·min⁻¹ a průměr pro body 5, 6, 7, 50, 51, 52 je 274977 mm²·min⁻¹.

Porovnáním průměru z bodů 5, 6, 7, 50, 51, 52 s experimentální hodnotou průtoku po operaci určíme, jak zhotovený model odpovídá skutečnosti. Tyto hodnoty jsou v tabulce (7).

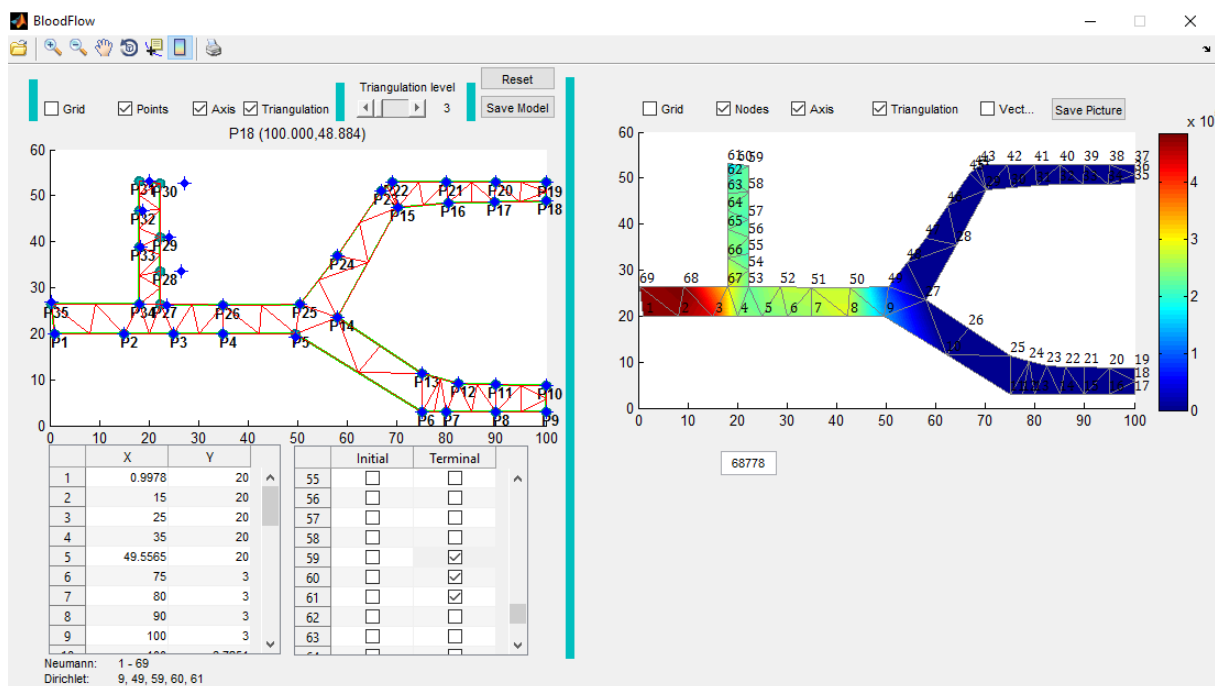
Tabulka 7: porovnání hodnot modelu a experimentálních dat.

Experimentální data	260181 mm ² ·min ⁻¹
Data z modelu	274977 mm ² ·min ⁻¹

Rozdíl mezi daty je $14796 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$, tj. 5 % rozdíl od experimentální hodnoty.

5.3. Druhý pacient

Vytvoříme model druhého pacienta. Druhý pacient má po operaci a. brachialis 6,4 mm a anastomózu 4,3 mm. U druhého pacienta se a. brachialis zmenšila o 3,1 mm od původní hodnoty, která byla naměřena před operací, to způsobuje komplikaci, protože nemůžeme zvolit alespoň přibližnou prvotní rychlost. V tomto případě prvotní rychlost zvolíme jako jedna a půl násobek rychlosti průtoku po operaci, protože a. brachialis se zmenšila o jedna a půl krát. Aby průtok byl zhruba zachován, tak musela se rychlost zvětšit na jedna a půl násobek. To znamená, že námi zvolená prvotní rychlost je $68778 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$.



Obrázek 17: Gui modelu vytvořené v matlabu s modelem pro druhého pacienta bez a. ulnaris a a. radialis.

Výsledný průtok v a. brachialis by měl být podle experimentální hodnoty $397886 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$. Z barevného vyjádření modelu, lze na první pohled vidět, že průtoky se budou pohybovat v hodnotách $2 \cdot 10^5$ až $3,2 \cdot 10^5$. Použitím funkce

getappdata(0,'MagnitudesOfNodalFlows')

Zobrazíme průtoky v bodech, obdobným způsobem jako u pacienta jedna.

Tabulka 8: Průtoky pro body 54, 55, 56, 64, 65, 66

Body	54	55	56	64	65	66
Průtok (mm ² ·min ⁻¹)	231640	204490	228640	229800	235290	252330

Tabulka 9: Průtoky pro body 5, 6, 7, 50, 51, 52

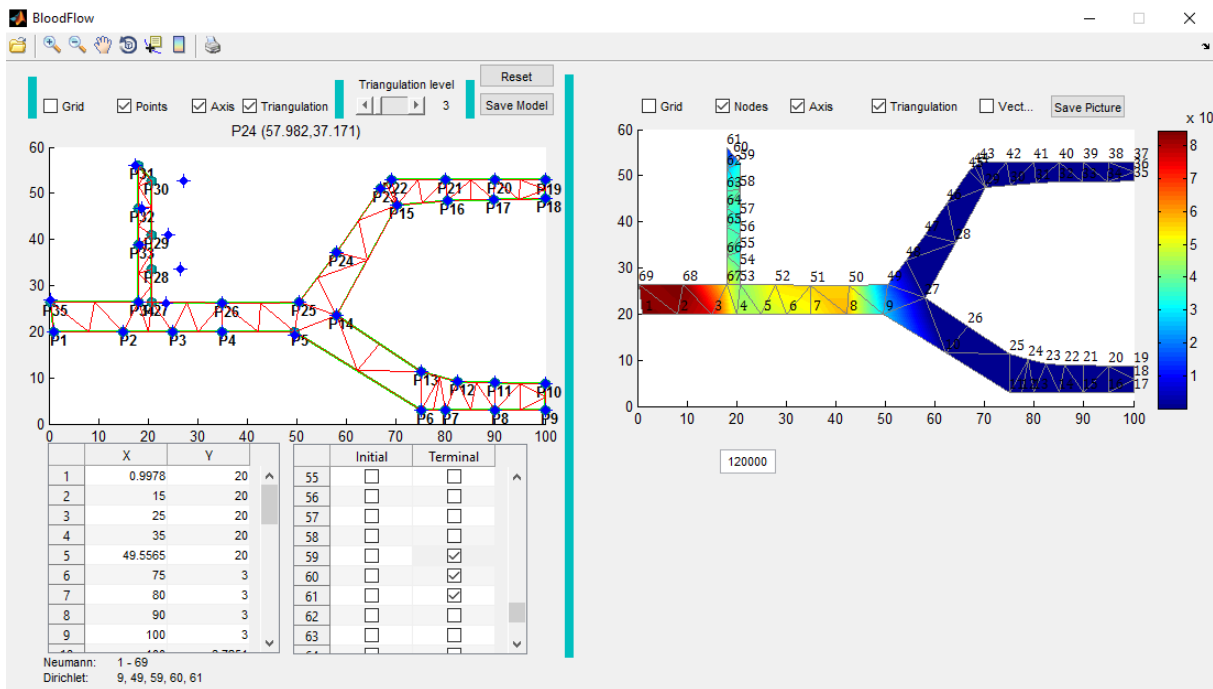
Body	5	6	7	50	51	52
Průtok (mm ² ·min ⁻¹)	234440	244600	252820	272020	272100	269950

Průměr pro body 54, 55, 56, 64, 65, 66 je 230365 mm²·min⁻¹ a průměr pro body 5, 6, 7, 50, 51, 52 je 257655 mm²·min⁻¹. V tomto specifickém případě by byl průtok zkratem 230365 mm²·min⁻¹ a průtok v a. brachialis za zhotoveným zkratem by byl 257655 mm²·min⁻¹.

Pro získání průtoku jako je experimentální hodnota, by bylo zapotřebí dosadit počáteční rychlost 110000 mm·min⁻¹.

5.4. Třetí pacient

U třetího pacienta nastává obdobný problém jako u druhého pacienta. Třetímu pacientovi se zmenšila a. brachialis o 1,1 mm. Proto budeme prvotní rychlost odhadovat. Jako počáteční rychlost zvolíme 120000 mm·min⁻¹. K vytvoření modelu známe, že jeho a. brachialis má průřez 6,4 mm a anastomózu 2,8 mm.



Obrázek 18: Gui modelu vytvořené v matlabu s modelem pro třetího pacienta bez *a. ulnaris* a *a. radialis*.

Na tomto modelu je vidět, že průtok zhotoveným zkratem je výrazně menší než zbytkem *a. brachialis*. Je to způsobeno tím, že zkrat je úzký ve srovnání s *a. brachialis*.

Zobrazíme průtoky v bodech, obdobným způsobem jako u pacienta dva.

Tabulka 10: Průtoky pro body 54, 55, 56, 64, 65, 66

Body	54	55	56	64	65	66
Průtok ($\text{mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$)	382830	319520	360410	368050	378660	408820

Tabulka 11: Průtoky pro body 5, 6, 7, 50, 51, 52

Body	5	6	7	50	51	52
Průtok ($\text{mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$)	463350	497100	513950	553070	553340	540710

Průměr pro body 54, 55, 56, 64, 65, 66 je $369715 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$ a průměr pro body 5, 6, 7, 50, 51, 52 je $520253 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$. V tomto specifickém případě by byl průtok zkratem $369715 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$ a průtok v a. brachialis za zhotoveným zkratem by byl $520253 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$.

6. Diskuze

Byl vytvořen model, který dokáže pomocí jednoduchého gui vymodelovat A-V zkrat a následovně zobrazit průtoky v jednotlivých místech za pomoci barevné mapy jet. Během vývoje modelu bylo uvažováno mezi dvěma barevnými mapami. A to mezi mapou hsv a jet. Obě mají své přednosti a nevýhody. Mapa hsv má detailnější barevné rozložení. Je tím myšleno, že pro více úseků hodnot existuje barevná reprezentace jejich hodnoty. Naproti tomu barevná mapa jet obsahuje méně barev. Má ale jednu výhodu než hsv a to že neobsahuje více odstínů červené barvy. Hsv obsahovalo více odstínů červené barvy a to na konci svého rozložení, tj. nejmenší hodnoty a největší hodnoty byly reprezentovány červenou barvou, která se lišila nepatrně odlišným odstínem. To vedlo k potenciální záměně hodnoty během odečítání z barevné legendy.

Díky jednoduchému menu v gui modelu se dají změnit jednotlivé parametry, jako je počáteční rychlost proudění, tvar A-V zkratu, začátek a konec zkratu. Začátek a konec modelu se volí za pomoci zaškrťovacího menu v levé části gui. V tomto menu se vypisují veškeré body, z kterých se skládá tělo modelu. Počet bodů se dynamicky mění na úrovni triangulace.

Model má základní triangulaci nastavenou na 9, ale většina obrázků byla pořízena při triangulaci 3 a to z toho důvodu, že během triangulace 3 jsou lépe rozpoznatelné trojúhelníky. Tím i případně jejich rychlostní vektory se nepřekrývají. Jednoduše řečeno, není příliš mnoho prvků přes sebe. Také to má důvod takový, že při určité triangulaci model přestane vypisovat veškeré body a na modelu je zobrazen každý n-tý bod v závislosti na triangulaci. Kdyby tomu tak nebylo, tak by popis modelu byl nečitelný, protože by se čísla překrývala.

Ojedinele při přesouvání jednotlivých bodů na požadovaný tvar se může stát chyba, kdy se bod bez zjevného důvodu přesune do 0, 0 (x, y) souřadnic. Tento bug je způsoben neznámou chybou v kódování.

Dalším bugem je při manuálním nastavování souřadnic v gui. A to, když se uživatel snaží ručně napsat souřadnice bodu do tabulky. V tento moment se body přesunou na požadovanou souřadnici, ale chytitelný bod (modrá tečka) stále setrvává na stejné pozici jako před zadání souřadnic. Toto je také způsobeno neznámou chybou během kódování modelu.

K ověření modelu byla získána experimentální data od tří pacientů s A-V zkratem zhotoveným na a. brachialis. Tato data byla naměřena před operací a po operaci. Bohužel tato data neobsahovala údaje o a. radialis a a. ulnaris, proto v modelu musel být nastavený konec již před rozdělením a. brachialis na zmíněné artérie. Také data neobsahovala detailnější popis místa měření a tím jistě došlo k ovlivnění výsledků.

Při porovnávání modelu s naměřenými daty u pacienta číslo jedna došlo téměř ke shodě. Rozdíl byl 5 % vůči experimentální hodnotě. Tento výsledek ale může obsahovat chybu, protože náš model vyžaduje počáteční rychlost a tu jsme odvodili z experimentálních dat tak, že jsme předpokládali stejnou rychlost před vytvořením A-V zkratu tak i po jeho vytvoření. Z experimentálních dat po operaci byla zjištěna rychlost, ale tu jsme uvažovali jako rychlost proudění až za vytvořením A-V zkratem. Čili původní rychlost je umístěna úplně na začátek a tato rychlost se mění kolem a za A-V zkratem na rychlost v A-V zkratu a rychlost v a. brachialis. Toto bylo možné díky tomu, že první pacient měl minimální změnu tloušťky a. brachialis. Tato úvaha se zdá správná na základě dat z modelu, kde nám vyšel průtok lišící se pouze o 5 %, než bylo uvedeno v experimentálních datech. Pro lepší ověření modelu by bylo zapotřebí detailnějších dat, tyto data by musela obsahovat všechny parametry, jako jsou tloušťka a. brachialis. Tak i a. ulnaris, a. radialis, jejich úhel, šířka A-V zkratu, jednotlivé průtoky pro různá definovaná místa, tj. před A-V zkratem, za ním a v neposlední řadě v A-V zkratu, vzdálenosti mezi jednotlivými prvky. Proto nebyl porovnán druhý a třetí pacient s daty z modelu.

Také problémem bylo to, že vytvořený model je 2D a experimentální data byla ve 3D. Proto bylo nutné přepočíst průtok tak, aby měl shodnou jednotku. Největším nevýhodou vyhotoveného modelu je právě dvoudimenzionální prostor, ale přesto tento model může přinést užitečné výsledky. Jeho nastavitelná jednoduchost je jeho předností.

Tento model může mít velký přínos pro pacienta a pro lékařský personál. Díky zobrazení průtoků v jednotlivých místech se usnadní plánování založení A-V zkratu. Pomocí lepšího naplánování se zvýší životnost jednotlivých A-V zkratů. To povede k delší době mezi jednotlivými chirurgickými zákroky na pacientovi, ba dokonce může předejít případu, kdy se zhotovení A-V zkratu vůbec nepodaří.

7. Závěr

Byl zhotoven model A-V zkratu a jeho data byla porovnána s daty získanými experimentálně.

První pacient měl průměr arterie brachialis po operaci 11,5 mm, anastomóza má 7 mm v průřezu s přepočteným průtokem $260180,95 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$. V tabulce (4) vidíme, že po vytvoření zkratu průtok klesl na $260180,95 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$. Rozdíl mezi průtoky před operací a po operaci činí tedy $318583,61 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$. Rychlosti v bodech 54, 55, 56, 64, 65, 66 jsou zapsány v tabulce (5). V tabulce číslo (6) jsou napsané proměnné pro body 5, 6,7,50, 51, 52. Průměr pro body 54, 55, 56, 64, 65, 66 je $319820 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$ a průměr pro body 5, 6,7,50, 51, 52 je $274977 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$. Porovnáním průměru z bodů 5, 6,7,50, 51, 52 s experimentální hodnotou průtoku po operaci určíme, jak zhotovený model odpovídá skutečnosti. Tyto hodnoty jsou v tabulce (7). Rozdíl mezi daty je $14796 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$, tj. 5 % rozdíl od experimentální hodnoty.

Druhý pacient má po operaci a. brachialis 6,4 mm a anastomózu 4,3 mm. Zvolená prvotní rychlost je $68778 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$. Průměr pro body 54, 55, 56, 64, 65, 66 je $230365 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$ a průměr pro body 5, 6,7,50, 51, 52 je $257655 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$. V tomto specifickém případě je průtok zkratem $230365 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$ a průtok v a. brachialis za zhotoveným zkratem je $257655 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$.

U třetího pacienta byla počáteční rychlost zvolena na $120000 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$. Jeho a. brachialis má průřez 6,4 mm a anastomózu 2,8 mm. Průměr pro body 54, 55, 56, 64, 65, 66 je $369715 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$ a průměr pro body 5, 6,7,50, 51, 52 je $520253 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$. Průtok zkratem je $369715 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$ a průtok v a. brachialis je $520253 \text{ mm}^2 \cdot \text{min}^{-1}$.

Reference

- [1] JANOUSĚK, Libor a Peter BALÁŽ. *Hemodialyzační arteriovenózní přístupy*. 1. vyd. Praha: Grada, 2008, 153 s. ISBN 978-80-247-6214-2.
- [2] DOKLÁDAL, Milan. *Anatomie člověka II.: splachnologie a cévní systém*. 2. přeprac. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2003, 136 s. ISBN 80-210-2886-6.
- [3] WOLOWCZYK, L., A.J. WILLIAMS, K.L. DONOVAN a C.P. GIBBONS. The Snuffbox Arteriovenous Fistula for Vascular Access. *European Journal of Vascular and Endovascular Surgery* [online]. 2000, 19(1): 70-76 [cit. 2015-12-17]. DOI: 10.1053/ejvs.1999.0969. ISSN 10785884. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1078588499909693>
- [4] SILVA, Michael B., Robert W. HOBSON, Peter J. PAPPAS, Paul B. HASER, Clifford T. ARAKI, Mark C. GOLDBERG, Zafar JAMIL a Frank T. PADBERG. Vein transposition in the forearm for autogenous hemodialysis access. *Journal of Vascular Surgery* [online]. 1997, 26(6): 981-988 [cit. 2015-12-17]. DOI: 10.1016/S0741-5214(97)70010-7. ISSN 07415214. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0741521497700107>
- [5] BACK, Martin R. a Dennis F. BANDYK. Current Status of Surveillance of Hemodialysis Access Grafts. *Annals of Vascular Surgery* [online]. 2001,15(4): 491-502 [cit. 2015-12-17]. DOI: 10.1007/s100160010040. ISSN 08905096. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0890509607601332>
- [6] WIDIMSKÝ, Jiří a Petr WIDIMSKÝ. *Základy invazivní hemodynamiky*. Vyd. 2. V Praze: Triton, 2003, 133 s. ISBN 80-7254-364-4.

[7] KAW, Dinkar a Deepak MALHOTRA. HEMATOLOGY: ISSUES IN THE DIALYSIS PATIENT. *Seminars in Dialysis* [online]. 2006, 19(4): 317-322 [cit. 2015-12-17]. DOI: 10.1111/j.1525-139X.2006.00179.x. ISSN 08940959. Dostupné z: <http://doi.wiley.com/10.1111/j.1525-139X.2006.00179.x>

[8] SCHUTTE, Warren P., Stephen D. HELMER, Luis SALAZAR a John L. SMITH. Surgical treatment of infected prosthetic dialysis arteriovenous grafts: total versus partial graft excision. *The American Journal of Surgery* [online]. 2007, 193(3): 385-388 [cit. 2015-12-17]. DOI: 10.1016/j.amjsurg.2006.09.028. ISSN 00029610. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0002961006008154>

[9] VYBÍRAL, Bohumil. *Mechanika ideálních kapalin* [online]. [cit. 2017-04-03]. Dostupné z: <http://fyzikalniolympiada.cz/texty/kapaliny.pdf>

[10] JANDORA, Jan. *Hydraulika a hydrologie: Modul 01* [online]. 2005 [cit. 2017-08-03]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/Jan_Jandora/publication/39927915_Hydraulika_a_hydrologie/links/00b7d52dd00df4faa7000000/Hydraulika-a-hydrologie.pdf

[11] DHATT, Gouri, Gilbert TOUZOT a Emmanuel LEFRANÇOIS. *Finite element method*. Hoboken, N.J.: Wiley, 2012, x, 600 p. Numerical methods series. ISBN 1848213689.

[12] BATHE, Klaus-Jürgen. *Finite Element Method*. *Wiley Encyclopedia of Computer Science and Engineering* [online]. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc, 2007 [cit. 2016-01-07]. DOI: 10.1002/9780470050118.ecse159. ISBN 047005011x. Dostupné z: <http://doi.wiley.com/10.1002/9780470050118.ecse159>

[13] HUGHES, Thomas J. The finite element method: linear static and dynamic finite element analysis. Mineola, NY: Dover Publications, 2000, xxii, 682 p. ISBN 0486411818.

[14] VEJCHODSKÝ, Tomáš. Aposteriorní odhad chyby v metodě konečných prvků. Pokroky matematiky, fyziky a astronomie. 2008, (53), 104-112. Dostupné z: http://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/141847/PokrokyMFA_53-2008-2_2.pdf

[15] Feflow: finite element modeling of flow, mass and heat transport in porous and fractured media. ISBN 978-3-642-38738-8. Dostupné z: https://books.google.cz/books?hl=cs&lr=&id=ZXXABAAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR7&dq=finite+element+modeling+of+flow&ots=w4vw7Tcxij&sig=sRNafao cwQqX_t1z5X1cKlXjK-I&redir_esc=y#v=snippet&q=finite%20modeling&f=false

[16] POLYCARPOU, Anastasis C. Introduction to the Finite Element Method in Electromagnetics. Synthesis Lectures on Computational Electromagnetics [online]. 2006, 1(1), 1-126 [cit. 2017-05-04]. DOI: 10.2200/S00019ED1V01Y200604CEM004. ISSN 1932-1252. Dostupné z: <http://www.morganclaypool.com/doi/abs/10.2200/S00019ED1V01Y200604CEM004> a také z: https://books.google.cz/books?id=BROAaKKsMjIC&pg=PA22&dq=Neumann+boundary+fem&hl=cs&sa=X&ved=0ahUKEwiF7dfso5_TAhVHxxQKHa9TBqQQ6AEIjAA#v=onepage&q=Neumann%20boundary%20fem&f=false

[17] OLEHLA, Miroslav a František DUŠEK. Metody zpracování dat - MATLAB. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2013. ISBN 978-80-7372-952-3.