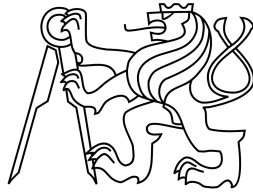


České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická



Disertační práce

Říjen, 2017

Ing. Bc. Vladimír Křivka

České vysoké učení technické v Praze
Fakulta elektrotechnická
Katedra elektroenergetiky



POKROČILÉ NÁVRHY ELEKTROMAGNETICKÝCH AKTUÁTORŮ

Disertační práce

Ing. Bc. Vladimír Křivka

Praha, říjen 2017

Doktorský studijní program: P 2612 - Elektrotechnika a informatika
Studijní obor: 3907V001 - Elektroenergetika

Školitel: prof. Ing. Ivo Doležel, CSc.

PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych rád poděkoval prof. Ing. Ivovi Doleželovi, CSc. za vedení v průběhu doktorského studia, za odborné rady a pomoc, které přispěly k vytvoření této práce.

Dále bych chtěl poděkovat Ing. Jiřímu Šonskému, Ph.D. z Ústavu termomechaniky AV ČR za možnost provádět měření vysokofrekvenční kamerou v laboratoři ÚT AV ČR.

V neposlední řadě bych chtěl poděkovat celému kolektivu Katedry elektroenergetiky FEL ČVUT v Praze, bez které by tato práce nemohla vzniknout.

Mé poděkování patří i moji rodině za morální podporu během studia.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto disertační práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů, které jsou uvedeny v seznamu použité literatury v souladu s Metodickým pokynem o etické přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) v platném znění.

V Praze dne 20. 10. 2017

podpis:

Vladimír Křivka

ABSTRAKT

Práce je zaměřena na návrh, modelování, realizaci a ověření charakteristik výkonového trojfázového lineárního aktuátoru. Jedná se o sdruženou úlohu magnetického a teplotního pole.

V teoretické části práce je objasněn pojem aktuátoru, zmíněno rozdělení aktuátorů podle toho, na jakých principech pracují a popsána činnost aktuátorů pracujících s elektromagnetickým polem. Součástí teoretické části práce je popis principu činnosti trojfázového výkonového lineárního aktuátoru a popsání spojitého matematického modelu úlohy. Stěžejní v této části práce je stanovení sil působících na pohyblivou desku aktuátoru, rovnice pohybu desky, odvození rovnice přenosu tepla s uvažováním pohybu desky a navržení počátečních a okrajových podmínek. Nakonec je v teoretické části stručně analyzovaného numerické řešení matematického modelu. Pro modelování byl vybrán neprofesionální simulační software Agros2D.

V praktické části práce byl navrhnout a vyroben reálný model aktuátoru, kde pohyblivý prvek (hliníková deska) je ovládán silovou interakcí mezi magnetickým polem generovaným časově posunutými budicími proudy a proudy indukovanými v uvedeném prvku, navíc se pohyblivá deska otepluje zejména vířivými proudy. Poté byly porovnány charakteristiky aktuátoru s reálným zařízením (statické elektrodynamické síly, měření polohy desky v aktuátoru na čase, oteplovací charakteristiku magnetického obvodu a oteplovací charakteristiky hliníkové desky zabrzděné v zařízení).

Disertační práce poukazuje na možné aplikační využití aktuátoru, které jsou např. transport (elektromagnetická levitace), zbraň (elektromagnetické dělo), tepelné zpracování materiálů (vířivými proudy) a především magnetohydrodynamické čerpadlo (přesun tekutých kovů např. při procesu kontinuálního lití).

KLÍČOVÁ SLOVA

Elektromagnetický aktuátor, sdružené úlohy, metoda konečných prvků, modelování aktuátoru, Agros2D, elektromagnetické pole, teplotní pole

ABSTRACT

The thesis is focused on the design, modeling, realization and verification of characteristics of a power three-phase linear actuator. It represents a coupled problem of magnetic and temperature fields and dynamics of the movable element.

In the theoretical part of the thesis, the concept of actuator is explained, the classification of actuators is mentioned according to the principles of their operation and the operation of actuators using the electromagnetic field is described in detail. The theoretical part contains a description of the operation principle of a three-phase power actuator and a description of the continuous mathematical model of the task. In this part of the thesis, it is essential to determine the forces acting on the actuator aluminium movable plate, its motion equation, derivation of the heat transfer equation considering the movement of the plate, and formulation of the initial and boundary conditions. The necessary simplification of the model is introduced and discussed. The code Agros2D was selected for the numerical solution.

In the practical part of the thesis, a real prototype of the actuator was designed and manufactured, where the movable element (aluminium plate) is controlled by the force interaction between the magnetic field coils and current induced in this element. Furthermore, the movable plate is warmed particularly by the eddy currents. Then, the modeled characteristics of the device were compared with the experimental data (static electrodynamic characteristics, plate position measurement in the actuator over time, magnetic circuit thermal warming and aluminium plate, braked in device, warming characteristics)

The thesis demonstrates possible applications of the actuator in industry, such as in transport (electromagnetic levitation), military domain (electromagnetic guns), thermal processing of material (eddy currents), and also magnetohydrodynamic pump (transfer of molten metals in the process of continuous casting).

KEY WORDS

Electromagnetic actuator, Coupled problems, Finite element method, Modeling of actuator, Agros2D, Characteristics of actuator

OBSAH

1. CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE	18
2. ÚVOD.....	19
2.1 AKTUÁTORY PRACUJÍCÍ S MAGNETICKÝM POLEM	20
2.2 HISTORIE MODELOVÁNÍ AKTUÁTORŮ A SOUČASNÝ STAV.....	22
3. PRINCIP ČINNOSTI ELEKTROMAGNETICKÉHO AKTUÁTORU	26
4. SDRUŽENÉ ÚLOHY	28
4.1 SLABĚ SDRUŽENÉ ÚLOHY	29
4.2 SILNĚ SDRUŽENÉ ÚLOHY.....	29
4.3 PO ČÁSTECH (KVAZI) SDRUŽENÉ ÚLOHY	30
4.4 SOFTWARE PRO ŘEŠENÍ SDRUŽENÝCH ÚLOH	30
5. SPOJITÝ MATEMATICKÝ MODEL ÚLOHY	31
5.1 ROVNICE MAGNETICKÉHO POLE RESPEKTUJÍCÍ ÚČINKY INDUKOVANÝCH	31
PROUDŮ	31
5.2 STANOVENÍ SIL PŮSOBÍCÍCH NA POHYBLIVOU DESKU	35
5.3 ZTRÁTY V SYSTÉMU ELEKTROMAGNETICKÝM POLEM	38
5.4 TEPLTNÍ POLE V SYSTÉMU.....	39
5.5 ODVOZENÍ ROVNICE PŘENOSU TEPLA S UVAŽOVÁNÍM POHYBU	39
5.6 POČÁTEČNÍ A OKRAJOVÉ PODMÍNKY ÚLOHY	43
5.7 ROVNICE POHYBU DESKY.....	52
6. NUMERICKÉ ŘEŠENÍ MATEMATICKÉHO MODELU	54
6.1 CHYBY VÝPOČTU	54
7. REÁLNÝ MODEL AKTUÁTORU	59
7.1 NÁVRH A SESTAVENÍ MODELU	59
7.2 ODZKOUŠENÍ MODELU	64

8. MĚŘENÍ A SIMULACE	67
8.1 <i>STATICKE SÍLY PŮSOBÍCÍ NA DESKU</i>	69
8.2 <i>CHARAKTERISTIKY POHYBU DESKY</i>	79
8.3 <i>PŘENOS TEPLA S UVAŽOVÁNÍM POHYBU DESKY</i>	97
8.4 <i>OTEPLOVACÍ CHARAKTERISTIKY MAGNETICKÉHO OBVODU</i>	97
8.5 <i>OHŘEV ZABRZDĚNÉ DESKY V AKTUÁTORU</i>	104
9. PRAKTICKÉ VYUŽITÍ	109
10. ZÁVĚR	113
11. LITERATURA	116
12. SEZNAM PUBLIKACÍ	122
12.1 <i>PUBLIKACE VZTAHUJÍCÍ SE K TÉMATU DISERTAČNÍ PRÁCE</i>	122
12.2 <i>OSTATNÍ PUBLIKACE</i>	123
12.3 <i>OHLASY</i>	125
13. PŘÍLOHY	126
13.1 <i>FINANČNÍ NÁKLADY NA VÝROBU MODELU AKTUÁTORU</i>	126
13.2 <i>FOTOGRAFIE KONEČNÉ PODOBY REÁLNÉHO MODELU AKTUÁTORU</i>	127

SEZNAM ZKRATEK

ČVUT	České vysoké učení technické v Praze
FEL	Fakulta elektrotechnická
FEM	Finite Element Metod (Metoda konečných prvků)
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers (Institut pro elektrotechnické a elektronické inženýrství)
MEMS	Micro Electro Mechanical Systems (Mikroelektromechanické systémy)
PM	permanentní magnet
RA	rotační autotransformátor

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1 Schéma aktuátoru pracujícího s magnetickým polem.....	20
Obr. 2. Dvě uvažovaná uspořádání deskového aktuátoru	26
Obr. 3 Budicí proudy a proudy indukované ve vodivé desce.....	26
Obr. 4 Síly v systému	27
Obr. 5 Umělá hranice pro magnetické pole.....	44
Obr. 6. Hranice pro výpočet teplotního pole	45
Obr. 7 Průběh součinitele přestupu tepla α při volném proudění vzduchu podél svislé trubky a jeho závislosti na druhu obtékání	48
Obr. 8 Volné proudění kapaliny podél vodorovných, ohřátých desek	48
Obr. 9 h -adaptivita aplikovaná na trojúhelníkový element	57
Obr. 10 p -adaptivita aplikovaná na trojúhelníkový element	58
Obr. 11 hp -adaptivita	58
Obr. 12 Zjemnění oblasti a vytváření visících uzlů.....	58
Obr. 13 Rozměry transformátorového plechu	60
Obr. 14 Transformátorové plechy požadovaných rozměrů	60
Obr. 15 Sestavování magnetického obvodu	61
Obr. 16 Regulace vzduchové mezery	62
Obr. 17 Cívka	62
Obr. 18 Model aktuátoru	64
Obr. 19 Rozměry a zapojení cívek reálného modelu aktuátoru	64
Obr. 20 Napájecí schéma aktuátoru.....	67
Obr. 21 Odečítání polohy x	67
Obr. 22 Rozložení magnetické indukce magnetického obvodu aktuátoru	70
Obr. 23 Namodelovaná závislost celkové elektrodynamické síly působící na desku ve směru y na poloze desky x pro konfiguraci č. 1 podle tab. 4	71
Obr. 24 Závislost proudu na poloze desky pro měření č. 1 podle tab. 4	73
Obr. 25 Porovnání změřené (při skutečném proudu), namodelované (při konstantním i skutečném proudu) celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky, měření č. 1 podle tab. 4	73

Obr. 26 Porovnání změřené a namodelované celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky při konstantním proudu desky pro měření č. 1 podle tab. 4	74
Obr. 27 Závislost proudu na poloze desky pro měření č. 2 podle tab. 4	74
Obr. 28 Porovnání změřené (při skutečném proudu), namodelované (při konstantním i skutečném proudu) celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky, měření č. 2 podle tab. 4	75
Obr. 29 Porovnání změřené a namodelované celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky při konstantním proudu, měření č. 2 podle tab. 4	75
Obr. 30 Závislost proudu na poloze desky pro měření č. 3 podle tab. 4	76
Obr. 31 Porovnání změřené (při skutečném proudu), namodelované (při konstantním i skutečném proudu) celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky, měření č. 3 podle tab. 4	76
Obr. 32 Porovnání změřené a namodelované celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky při konstantním proudu, měření č. 3 podle tab. 4	77
Obr. 33 Závislost proudu na poloze desky pro měření č. 4 podle tab. 4	77
Obr. 34 Porovnání změřené (při skutečném proudu), namodelované (při konstantním i skutečném proudu) celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky, č. 4 podle tab. 4	78
Obr. 35 Porovnání změřené a namodelované celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky při konstantním proudu, měření č. 4 podle tab. 4	78
Obr. 36 Měření vysokorychlostní kamerou s pořadovým číslem 7 podle tab. 4	79
Obr. 37 Trojice změřených závislostí polohy desky na čase, měření č. 7 podle tab. 4.....	80
Obr. 38 Trojice změřených závislostí polohy desky na čase, měření č. 15 podle tab. 4.....	81
Obr. 39 Závislost polohy desky na čase, měření č. 1 podle tab. 4.....	85
Obr. 40 Závislost rychlosti desky na poloze desky, měření č. 1 podle tab. 4.....	85
Obr. 41 Závislost rychlosti desky na čase, měření č. 1 podle tab. 4.....	86
Obr. 42 Závislost koeficientu tření na rychlosti desky, měření č. 1 podle tab. 4.....	86
Obr. 43 Závislost koeficientu tření na poloze desky, měření č. 1 podle tab. 4.....	87
Obr. 44 Závislost polohy desky na čase, měření č. 4 podle tab. 4.....	87
Obr. 45 Závislost polohy desky na čase pro různé závislosti koeficientu tření	88

Obr. 46 Závislost rychlosti desky na poloze desky, měření č. 4 podle tab. 4.....	88
Obr. 47 Závislost rychlosti desky na čase, měření č. 4 podle tab. 4.....	89
Obr. 48 Závislost koeficientu tření na rychlosti desky, měření č. 4 podle tab. 4	89
Obr. 49 Závislost koeficientu tření na poloze desky, měření č. 4 podle tab. 4.....	90
Obr. 50 Závislost polohy desky na čase, měření č. 7 podle tab. 4.....	90
Obr. 51 Závislost rychlosti desky na poloze desky, měření č. 7 podle tab. 4.....	91
Obr. 52 Závislost rychlosti desky na čase, měření č. 7 podle tab. 4.....	91
Obr. 53 Závislost koeficientu tření na rychlosti desky, měření č. 7 podle tab. 4	92
Obr. 54 Závislost koeficientu tření na poloze desky, měření č. 7 podle tab. 4.....	92
Obr. 55 Závislost polohy desky na čase, měření č. 8 podle tab. 4.....	93
Obr. 56 Závislost rychlosti desky na poloze desky, měření č. 7 podle tab. 4.....	93
Obr. 57 Závislost rychlosti desky na čase, měření č. 8 podle tab. 4.....	94
Obr. 58 Závislost koeficientu tření na rychlosti desky, měření č. 8 podle tab.4	94
Obr. 59 Závislost koeficientu tření na poloze desky, měření č. 8 podle tab. 4.....	95
Obr. 60 Závislost koeficientu tepelné konvekce α na teplotě magnetického obvodu pro teplotu okolí 22,5°C	98
Obr. 61 Oteplovací charakteristika magnetického obvodu aktuátoru pro vzduchovou mezeru 3mm a napájecí proud 9 A	100
Obr. 62 Oteplovací charakteristika magnetického obvodu aktuátoru do ustálené teploty pro vzduchovou mezeru 3mm a napájecí proud 9 A	100
Obr. 63 Ukázky z měření termokamerou	101
Obr. 64 Rozložení teplot z modelu v programu Agros2D v čase 1 min.....	102
Obr. 65 Rozložení teplot z modelu v programu Agros2D v čase 10 min.....	102
Obr. 66 Rozložení teplot z modelu v programu Agros2D v čase 30 min.....	102
Obr. 67 Rozložení teplot z modelu v programu Agros2D v čase 2 hod.....	102
Obr. 68 Rozložení teplot z modelu v programu Agros2D v čase 10 hod.....	103
Obr. 69 Rozložení teplot z modelu v programu Agros2D v čase 50 hod.....	103
Obr. 70 Rozložení teplot z termokamery a simulačního programu v čase 1 hodina.....	103
Obr. 71 Závislost koeficientu tepelné konvekce α na teplotě magnetického obvodu pro teplotu okolí 30°C.....	105
Obr. 72 Oteplovací charakteristika hliníkové desky pro měření č. 1 dle tab. 5	106
Obr. 73 Oteplovací charakteristika hliníkové desky pro měření č. 2 dle tab. 5	107
Obr. 74. Oteplovací charakteristika hliníkové desky pro měření č. 3 dle tab. 5	107
Obr. 75 Oteplovací charakteristika hliníkové desky pro měření č. 4 dle tab. 5	108

Obr. 76 Rozložení teplot pro měření č. 3 dle tab. 5 z programu Agros2D.....	108
Obr. 77 Závislost tvrdosti slitiny AlSi10Mg na teplotě a době vytvrzování	109
Obr. 78 Využití trojfázového výkonového lineárního aktuátoru jako magnetohydrodynamické čerpadlo	110
Obr. 79 Princip pohonu transportního levitačního systému Levx	111
Obr. 80 Vozidlo transportního systému Levx	111
Obr. P1 Model aktuátoru – celkový pohled.....	127
Obr. P2 Model aktuátoru – pohled shora.....	127
Obr. P3 Model aktuátoru – pohled zepředu.....	128
Obr. P4 Model aktuátoru – pohled zezadu	128

SEZNAM TABULEK

Tab. 1 Konstanty pro výpočet Nusseltova čísla pro proudění do neomezeného prostoru ..	50
Tab. 2 Konstanty pro výpočet Nusseltova čísla pro proudění do omezeného prostoru	51
Tab. 3 Materiálové konstanty	68
Tab. 4 Shrnutí měření a simulací – statické síly působící na desku a pohyb desky	96
Tab. 5 Provedená měření a simulace oteplovacích charakteristik Al desky	106
Tab. P1 Finanční náklady na výrobu modelu aktuátoru.....	126

REJSTŘÍK FYZIKÁLNÍCH VELIČIN

skalár	např. L indukčnost
vektor	tučně, např. vektor magnetické indukce \mathbf{B}
fázor	tučně a podtržení, např. $\underline{\mathbf{J}}_p$ potenciální složka proudové hustoty, hustota proudu dodávaná z vnějšího zdroje
komplexně sdružené číslo	hvězdička, např. $\underline{\mathbf{J}}^*$ komplexně sdružený fázor k fázoru proudové hustoty $\underline{\mathbf{J}}$

<i>označení</i>	<i>jednotka</i>	<i>název</i>
$\ e\ $	-	klasická energetická norma
$\ e\ _H^1$	-	norma H^1
$\ e\ _L^2$	-	norma L^2
$\mathbf{A}, \underline{\mathbf{A}}$	Wb/m	magnetický vektorový potenciál
A_z	Wb/m	magnetický vektorový potenciál ve směru osy z
A_{zm}	Wb/m	amplituda magnetického vektorového potenciálu ve směru osy z
\mathbf{B}	T	magnetická indukce
B_x	T	magnetická indukce ve směru osy x
B_y	T	magnetická indukce ve směru osy y
C	-	operátor
c	-	součinitel aerodynamického odporu
c	J/(kg.K)	specifické teplo prostředí (materiálu), měrná tepelná kapacita
c, n	-	konstanty závislé na součinu Gr.Pr
c_p	J/(kg.K)	specifické teplo při stálém tlaku
c_v	J/(kg.K)	specifické teplo při stálém objemu
\mathbf{D}	C/m ²	elektrostatická indukce
\mathbf{E}	V/m	intenzita proudového pole
f'	-	přibližné řešení operátorové rovnice
f	-	funkce operátorové rovnice, jejíž řešení hledáme v oblasti Ω
f	-	součinitel smykového tření
f	-	určitá skalární funkce

f	Hz	frekvence
F	N	síla
F_{ed}	N	celková elektrodynamická síla
$F_{ed,x}$	N	celková elektrodynamická síla působící na desku ve směru x
$F_{ed,y}$	N	celková elektrodynamická síla působící na desku ve směru y
F_G	N	gravitační síla
f_L	N	objemová Lorentzova síla působící v libovolném bodě desky
$f_{La,x}$	N	střední objemová Lorentzova síla působící v na desku v ose x
$f_{La,y}$	N	střední objemová Lorentzova síla působící v na desku v ose y
f_{Lx}	N	objemová Lorentzova síla působící v na desku v ose x
f_{Ly}	N	objemová Lorentzova síla působící v na desku v ose y
f_{ref}	-	referenční řešení operátorové rovnice
$F_{x,p1}$	N	pasivní odpor vyvolaný třením
$F_{x,p2}$	N	aerodynamický odpor
$G(t)$	-	jakákoliv vektorová funkce času
g	m/s	tíhové zrychlení
Gr	-	Grashofovo číslo
H	A/m	intenzita magnetického pole
I	A	napájecí efektivní proud aktuátoru
i	A	okamžitá hodnota elektrického proudu
I_b	A	budící proud
j	-	imaginární jednotka
$\underline{J}, \underline{J}, \underline{J}^*$	A/m ²	celková proudová hustota
$\underline{J}_i, \underline{J}_i$	A/m ²	celková proudová hustota indukovaných proudů v desce
$\underline{J}_p, \underline{J}_p$	A/m ²	potenciální složka proudové hustoty, hustota proudu dodávaná z vnějšího zdroje
\underline{J}_r	A/m ²	proudová hustota vyvolaná rychlostí pohybujících se prvků v systému
\underline{J}_t	A/m ²	proudová hustota proudů indukovaných časovou změnou magnetického pole
k	-	konstanta
\mathbf{k}	-	libovolný konstantní vektor
L	H	indukčnost
l	m	aktivní délka vodiče pohybujícího se v magnetickém poli

l	m	charakteristický rozměr
m	kg	hmotnost
M	Nm	moment síly
N	-	počet závitů cívky
Nu	-	Nusseltovo číslo
p	W/m^3	celkové lokální objemové ztráty
p_{Js}	W/m^3	střední hodnota objemových Joulových ztrát
p_m	W/m^3	objemové hysterezní (magnetizační) ztráty
Pr	-	Prandtlovo číslo
P_T	W	tepelný výkon
Q	J	teplo
q	W/m^2	tepelný tok
r	-	polohový vektor
S	m^2	plocha
T	1/s	doba jedné periody
T	K	teplota
t	s	čas
T_0	K	teplota okolního vzduchu
T_r	K	teplota plochy, kde dochází k odrazu
u	V	okamžitá hodnota elektrického napětí
U_i	V	indukované napětí
v	m/s	rychlost
V	m^3	objem
v_{Al}	mm	výška hliníkové desky
v_x	m/s	rychlost ve směru osy x
W	W	celkový tepelný výkon dodávaný přeměnou z jiné formy energie
w	W/m^3	objemová hustota tepelného výkonu dodávaného z jiné formy energie
x, y, z	m	vzdálenost, osa ve směru, (x, y) rovina xy , x poloha desky ve směru x
α	$W/(m^2 \cdot K)$	součinitel tepelné konvekce
β	$m^3/(kg \cdot K)$	teplotní objemová roztažnost tekutiny při střední teplotě mezi teplotou stěny a teplotou tekutiny

Γ	-	umělá hranice, vně této hranice je zanedbatelné magnetické pole
γ	S/m	měrná elektrická vodivost (konduktivita)
δ	-	absolutní chyba řešení operátorové rovnice
Δ	-	rozdíl (např. Δt – rozdíl času – časový krok)
δ_{AG}	mm	vzduchová mezera mezi spodní a horní částí aktuátoru
ε	-	koeficient charakterizující emisivitu povrchu
ε	F/m	permitivita
ε_k	W/(m ² .K)	součinitel konvekce určený z podobnostních čísel pro určení ekvivalentní tepelné vodivosti
η	%	procentní chyba řešení operátorové rovnice
λ	W/(m.K)	tepelná vodivost prostředí v daném bodě o polohovém vektoru r , teplotní vodivost při střední teplotě mezi teplotou stěny a teplotou tekutiny
λ_{ekv}	W/(m.K)	ekvivalentní tepelná vodivost
μ	H/m	permeabilita
μ_0	H/m	permeabilita vakua
μ_r	-	relativní permeabilita
ν	Pa.s	kinematická viskozita tekutiny při střední teplotě mezi teplotou stěny a teplotou tekutiny
ρ	kg/m ³	objemová hustota látky
σ	W/(m ² .K ⁴)	Stefan-Boltzmanova konstanta
φ	-	jakákoliv spojitá diferencovatelná funkce, kterou lze interpretovat jako skalární potenciál
Φ	Wb	magnetický indukční tok
Ψ	rad	fázový posuv
ω	rad/s	úhlová rychlost

1. CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE

Cílem této disertační práce je sepsat přehled o současném stavu vědní problematiky ohledně modelování elektromagnetických aktuátorů. Dalším cílem je vytvořit spojitý sdružený matematický model elektromagnetického trojfázového lineárního aktuátoru. V neposlední řadě je cílem navrhnout a vytvořit reálný funkční model trojfázového aktuátoru. U aktuátoru bude pohyblivý prvek ovládán silovou interakcí mezi magnetickým polem generovaným časově posunutými budicími proudy a proudy indukovanými v uvedeném prvku a bude ohříván především vířivými proudy (indukční ohřev). Na základě numerického řešení tohoto modelu budou posouzeny jeho charakteristiky a provozní parametry, a ty budou porovnány s reálným zařízením. Cíli jsou také poukázat na aplikační využití výše zmiňovaného aktuátoru a vyslovit možnosti dalšího pokračování vědecké činnosti ohledně trojfázového lineárního aktuátoru.

2. ÚVOD

Obecně aktuátor je zařízení, které přeměňuje určitou vstupní energii na požadovanou výstupní energii, a jeho činností tedy dochází k regulaci toku energií nebo hmoty v rámci určitého systému. Tato zařízení často pracují na elektromagnetických principech, která, na rozdíl od aktuátorů založených na mechanických, pneumatických, hydraulických a jiných principech [1-3] nevyžadují ke své činnosti často dosti rozsáhlou a nákladnou infrastrukturu (vodní či olejové hospodářství a podobně).

Elektromagnetické aktuátory jsou tedy zařízení, jež obecně převádějí energii elektromagnetického pole na energii mechanického pohybu ať už posuvného nebo rotačního s cílem působit předepsaným způsobem na okolní systémy. Již mnoho desetiletí se využívají v široké řadě průmyslových odvětví. Pro ilustraci lze uvést nejen těžký průmysl (elektrotechnika, strojírenství, petrochemický, letecký, automobilový či jaderný průmysl), ale i průmysl lehký (potravinářský, farmaceutický, biochemický) a v současné době již v mikroskopické formě (zpravidla jako součástky typu MEMS [4]) pronikají i do nanotechnologií, medicíny [5] a dalších podobných oborů.

Činnost elektromagnetických aktuátorů je založena na silových (případně momentových) účincích elektromagnetického pole a podle nich je můžeme dělit na prvky pracující s Coulombovskými, Lorentzovskými, nebo Maxwellovskými silami. První skupinou jsou aktuátory založené na působení elektrostatických sil mezi jeho elektricky nabitými aktivními a pasivními prvky, druhá skupina využívá silového působení na proudovodiče (jimiž mohou být i části protékané indukovanými proudy) umístěné v magnetickém poli a konečně třetí skupina pracuje na základě působení buď elektrického pole na dielektrické materiály, nebo magnetického pole na materiály feromagnetické.

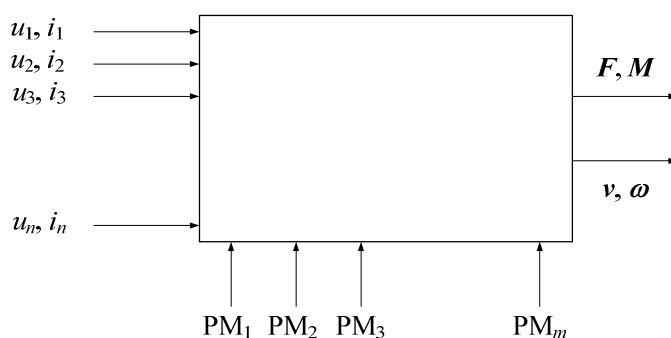
Vzhledem k obrovské šíři tématiky a skutečnosti, že předložená disertace je zaměřená především na výkonové aktuátory pracující s magnetickým polem, bude v následujících odstavcích výklad již příslušným způsobem zúžen a pozornost bude věnována problematice pokročilého návrhu a modelování právě takových zařízení.

2.1 AKTUÁTORY PRACUJÍCÍ S MAGNETICKÝM POLEM

Zdrojem magnetického pole v těchto aktuátorech mohou být jednak cívky (nebo jejich systémy) napájené zpravidla z vhodných napěťových zdrojů, či permanentní magnety. Výstupní veličinou je v případě lineárních zařízení mechanická síla působící na aktivní prvek aktuátoru, čímž vyvolává jeho přímočarý pohyb, u prvků rotačních se pak jedná o točivý moment vyvolávající jeho otáčení. Schematicky lze tedy činnost takového zařízení naznačit podle obr. 1. Řada vstupních veličin (napájecí napětí a proudy $u_j, i_j, j = 1, \dots, n$), jakož i výstupní veličiny (síla F či moment M , jakož i rychlost v či úhlová rychlost ω) jsou obecně nelineární funkce času. Základní vlastnosti permanentních magnetů $PM_j, j = 1, \dots, m$ (remanence, koercitivní síla) se většinou pokládají během činnosti aktuátoru za konstantní, přestože často dochází k jejich pulznímu či periodickému přemagnetování a změnám pracovního bodu.

Hlavní úlohou konstruktéra je navrhnout aktuátor tak, aby co nejlépe splňoval požadavky kladené na časový průběh zmíněných výstupních veličin (případně veličin z nich odvozených), přičemž zhotovený přístroj musí ještě vyhovovat celé řadě dalších podmínek, jako například:

- vysoká účinnost přeměny energie,
- různá geometrická omezení (maximální možné rozměry),
- nejvyšší přípustná teplota jeho jednotlivých konstrukčních částí (například permanentních magnetů),
- minimum pohyblivých částí,
- robustnost a spolehlivost provedení.



Obr. 1 Schéma aktuátoru pracujícího s magnetickým polem

Na základě požadavků na výstupní veličiny musí tedy konstruktér navrhnout strukturu přístroje (tedy jeho pasivních i aktivních částí), jejich tvar a materiály z nichž budou tyto konstrukční části vyrobeny, vstupní veličiny a způsob, jakým tyto veličiny budou řízeny a poté, co získá první hrubou představu, musí ověřit (v současné době nejlépe a nejlevněji počítačovým modelováním), že tato představa je korektní a ze všech důležitých hledisek přijatelná. Je-li tomu tak, postačí již obvykle přikročit k jeho technické realizaci.

Tak jednoduchá situace nastává však jen zřídka, většinou v případech, kde již existují teoretické i praktické zkušenosti. Jsou-li však vzneseny na výstupní parametry aktuátoru a jejich časové průběhy složitější požadavky, ukazuje se, že návrh založený pouze na dlouhodobých zkušenostech většinou nevede k cíli a je zatížen nepřijatelnými chybami. Příčinou je zde jednoznačně složitost fyzikálních procesů v systému, které mohou být silně nelineární a navíc se navzájem ovlivňují.

Další důležitou složkou návrhu je jeho optimalizace. V mnoha případech se stává, že vyrobené zařízení sice pracuje v souladu s vytyčenými požadavky, ale jeho výroba je zbytečně nákladná a například účinnost nižší, než by mohla být. Příčinou tohoto stavu bývá právě nedostatečně zvládnutá optimalizace. Důvodem je skutečnost, že tento proces je velmi obtížný (z matematického hlediska se zpravidla jedná o špatně podmíněnou inverzní úlohu) a snadné nebývá ani rozhodnutí, co všechno by vlastně předmětem optimalizace mělo být (tvarová optimalizace, optimalizace výběru materiálů a podobně).

Řešení všech těchto problémů se ovšem musí odvíjet od znalosti fyzikálních dějů probíhajících v daném zařízení za různých provozních podmínek. Podívejme se proto nejprve, jaké procesy je při návrhu aktuátoru nutno vzít v úvahu. Obecně se jedná o:

- časové průběhy proudů v budicích cívkách (jež mohou být navíc řízeny prostřednictvím zpětných vazeb z čidel sledujících časový průběh výstupních veličin),
- vytvoření magnetického pole v systému obvykle obsahujícím nelineární prostředí,
- mechanický pohyb aktivního prvku aktuátoru,
- ohřev systému v důsledku různých (Jouleových, hysterezních či mechanických) ztrát.

Ve specifických případech (kdy aktuátor pracuje v teplotně exponovaných podmínkách) může vyvstat i otázka termoelastických dilatací vybraných konstrukčních částí, ale tyto případy jsou spíše řídké.

Matematický model takového aktuátoru proto sestává z obyčejných nelineárních diferenciálních rovnic popisujících časový vývoj proudů v elektrických obvodech, z podobné rovnice pro mechanický obvod popisující pohyb aktivního prvku a z rovněž nelineárních parciálních diferenciálních rovnic popisujících časový vývoj magnetického pole, teplotního pole, a je-li zapotřebí, i pole termoelastických deformací. Nelinearity jsou zde generovány zejména prostředím (feromagnetické části aktuátoru) a dále závislostmi materiálových parametrů (elektrické a tepelné vodivosti, permeability či měrné tepelné kapacity) na teplotě.

Již v tomto okamžiku lze konstatovat, že z matematického hlediska návrh aktuátoru představuje velmi obtížnou silně nelineární inverzní úlohu. Tato úloha však doposud není současnými prostředky plně zvládnutelná. Nejmodernější techniky umožňující přiblížit se vytčenému cíli jsou proto založeny na postupu, kdy pomocí několika návrhů získáme zařízení, jehož výstupní charakteristiky jsou v rozumné shodě s charakteristikami požadovanými, a jejich zpřesňování se provádí optimalizačními postupy, kdy se například vhodně mění geometrické rozměry jednotlivých částí, materiál použitý k jejich výrobě, algoritmy řízení proudů v jednotlivých obvodech apod. Tyto dílčí optimalizační procesy bývají zpravidla nízkodimenzionální a v současné době jsou již většinou na přijatelné úrovni zvládnutelné vhodnými dostupnými technikami.

2.2 HISTORIE MODELOVÁNÍ AKTUÁTORŮ A SOUČASNÝ STAV

Zahájení numerického modelování aktuátorů pracujících s magnetickým polem se datuje do šedesátých let dvacátého století, přestože v případě jednoduchých zařízení tohoto typu se prováděly základní výpočty (bez pole oteplení) už daleko dříve. Tento rozvoj úzce souvisel s počátkem vývoje výpočetní techniky, která v té době začala pronikat do výzkumných a vývojových pracovišť, a se vznikem prvních programů, nejprve na bázi konečných diferencí, později konečných prvků. V první řadě byly určovány statické charakteristiky (závislosti síly působící na akční prvky aktuátoru na jejich poloze) vesměs osově symetrických aktuátorů napájených ze stejnosměrného napětíového zdroje (budící proudy se přitom pokládaly po celý průběh děje za konstantní). Za konstantní se často považovala

i permeabilita feromagnetických částí aktuátoru a rozložení magnetického pole v něm se nezdávka modelovalo obvodářskou technikou. I když nebylo možno takto získané výsledky pokládat za přesné [6], ale pouze za orientační, v mnoha případech dobře posloužily svému účelu. Pokud se však jednalo o dynamické charakteristiky (závislosti trajektorií a rychlostí akčních prvků na čase), jejich tvar se spíše jenom odhadoval. Podobně tomu bylo i v případě oteplení systému.

V sedmdesátých a osmdesátých letech se začaly objevovat další práce, tentokrát již zaměřené i na mapování dynamických charakteristik [7-9]. Aby to bylo možné, bylo nutno současně řešit rovnici pro proud v napájecím obvodu, rovnici pro pohyb akčního členu a rovnici popisující magnetické pole v systému. Vzhledem k tomu, že tehdejší programové balíky takto celistvé řešení nebyly schopné realizovat, probíhaly jednotlivé etapy řešení úlohy zvlášť. Nejprve se pro jednotlivé polohy akčního členu stanovilo rozložení magnetického pole, přičemž doba do dosažení příslušné polohy se odhadla ze zjednodušené pohybové rovnice (zjednodušením rozumíme odhad magnetické síly působící na tuto pohyblivou část) a budící proud v tomto časovém okamžiku se určil z podobně zjednodušené obvodové rovnice (v níž byla zase odhadnuta velikost indukčnosti systému). Chyby řešení získané porovnáním s experimentem byly stále ještě značné (běžně více, než 20 %), ale dalším zdokonalováním výpočtových algoritmů založených na iteračních postupech se je dařilo dále snižovat.

V devadesátých letech vývojáři předních programových balíků (ANSYS [10], OPERA [11], FLUX [12] a dalších) implementovali do svého software možnost současného řešení jedné rovnice používané v teorii pole a jedné rovnice popisující chování obvodu, kde se indukčnost napájecího obvodu průběžně určovala z energie magnetického pole v systému, a to i se zahrnutím vlivu proudů indukovaných v elektricky vodivých částech aktuátoru. To vedlo k dalšímu významnému zvýšení přesnosti řešení, poněvadž nyní se musela dořešit zvlášť už jen pohybová rovnice. Koncem devadesátých let se tato úloha již začala řešit v kvazi-sdružené formulaci a odchylky od experimentálně získaných výsledků klesaly pod 10 %. Některé z výše uvedených profesionálních kódů navíc dovolily i návazný výpočet pole oteplení vybraných konstrukčních částí, v tehdejší době ale bez vlivu nelineárních teplotních závislostí fyzikálních parametrů použitých materiálů (ty byly pokládány za konstanty).

Další vývoj numerických metod (zejména zdokonalených adaptivních metod konečných prvků vyšších řádů přesnosti) v prvním desetiletí třetího tisíciletí již začal umožňovat simultánní (byť stále ještě zjednodušené) řešení celého matematického modelu úlohy. Poněvadž ovšem řešení takových modelů bylo zdlouhavé – počet stupňů volnosti takových úloh v každém časovém kroku běžně dosahuje od několika set tisíc do několika milionů – bylo zde nutno nasadit další nástroj, a to masivní paralelizaci [13], [14], [15]. Ukazuje se, že hraje velký význam zejména při výpočtu prvků matic příslušných soustav.

Ale hledání dalších možností urychlování a zpřesňování výpočtů neustává ani v současnosti, a to hlavně ve směru urychlování matematických algoritmů. Tak například v nelineárních iteračních metodách Newtonova typu hraje jednu ze zásadních rolí Jakobián systému [16]. Jeho výpočet je ovšem časově velmi náročný, přitom je nutno provádět jej v každém iteračním kroku. Proto se vyšetřují algoritmy, které využívají jednou spočtený Jakobián ne pro jeden, ale pro několik po sobě jdoucích kroků. Tím se při zhoršené přesnosti ušetří velké množství času. Otázka, která zde vzniká, pak zní: za jakých předpokladů je výhodnější ušetřit na čase při určité ztrátě přesnosti, tedy jak získat minimální hodnotu danou například poměrem chyby a ušetřeného času. Další možností je vhodné urychlení numerické integrace na elementech vyšších řádů před výpočtem vybraných určitých integrálů, urychlení časové integrace použitím metod pracujících s adaptivním časovým krokem a Butcherovými tabulkami [17], [18], případně pojetím času jako další ekvivalentní proměnné, na níž lze nasadit adaptivní techniky [19].

Problémem následujících let bude nejprve zdokonalení a dotažení těchto metod do takového stavu, aby mohly být implementovány jak do stávajících, tak i do nově vznikajících programových balíčků. Současně bude ovšem nemenší pozornost věnována dalším dvěma směrům: prvním je citlivostní analýza výsledků vůči jednotlivým vstupním datům a druhým je optimalizace [20].

Na citlivostní analýzu přitom můžeme pohlížet ze dvou hledisek. První vychází z předpokladu, že s dostatečnou přesností známe všechna data vstupující do modelu (geometrie, parametry budicího obvodu, fyzikální parametry použitých materiálů apod.) a sledujeme, jak se změnami některých z nich mění provozní charakteristiky celého zařízení. Na druhé straně můžeme některá vstupní data pokládat za přesná (geometrie, buzení) a jiná za méně přesná (fyzikální parametry použitých materiálů a jejich teplotní závislosti), jež se

mohou měnit zpravidla v daném intervalu podle nějakého stochastického rozdělení (většinou homogenního nebo Gaussova). Pak vyvstává otázka, jaký vliv budou mít příslušné nejistoty na výsledky výpočtu (střední hodnota, rozptyl, směrodatná odchylka).

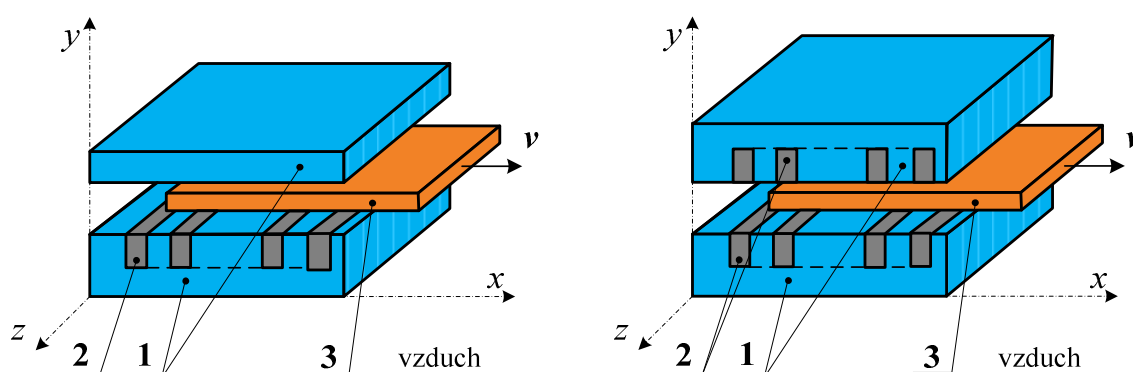
A konečně velmi důležitou položkou je optimalizace zařízení s ohledem na zvolené cílové funkce. Zde je nutno nejprve konstatovat, že současný stav věcí je rozporuplný. Existuje například řada knižních (např. [21–25]) a časopiseckých (např. [26–30]) publikací, jejichž autoři se mnohdy tváří, že problematika elektromagnetických aktuátorů je v podstatě již kompletně vyřešena a není problém navrhnout zařízení, jež vyhovuje libovolně zadaným požadavkům. Podobně se tváří i někteří pracovníci z praxe. Pravdou ovšem je, že taková zařízení jsou sice zkonstruována a požadované vlastnosti opravdu vykazují. Jejich návrhy však často mívají k těm optimálním dosti daleko (obsahují například nadbytečné pohyblivé prvky, některé konstrukční části jsou zbytečně masivní, rozměry neúměrně velké apod.). Občas se zapomíná, že lze vhodně vytvarovat nejen magnetický obvod, ale i pohyblivé jádro, případně také i další elementy [31], [32].

Optimalizace nelineárních systémů je ovšem rovněž časově zdlouhavý proces, jehož náročnost závisí jednak na počtu optimalizovaných veličin (např. tvar statické charakteristiky nebo oteplení vybraných konstrukčních částí) a na počtu vstupních parametrů, jimž se povoluje změna. Naštěstí těchto parametrů nebývá mnoho, obvykle do několika málo desítek, takže lze tyto úlohy multikriteriální optimalizace řešit vhodnými genetickými algoritmy [33]. Výsledkem jsou zpravidla Pareto fronty nebo plochy [34], [35], z nichž lze pomocí přiřazení vah jednotlivým kritériím získat pro daný případ nejvýhodnější řešení (případně několik téměř rovnocenně výhodných řešení).

Po několikaletém studiu problematiky elektromagnetických aktuátorů jsem se přesvědčil, že se ještě zdaleka nejedná o vyčerpané téma. A to i přes skutečnost, že ve špičkových odborných časopisech několika řad IEEE (Transactions on Magnetics, Transactions on Industrial Applications, Transactions on Industrial Electronics apod.) se spíše než o jejich teorii a návrh příslušní autoři zajímají o jejich využití v průmyslových aplikacích, řízení a zapojování do složitých systémů.

3. PRINCIP ČINNOSTI ELEKTROMAGNETICKÉHO AKTUÁTORU

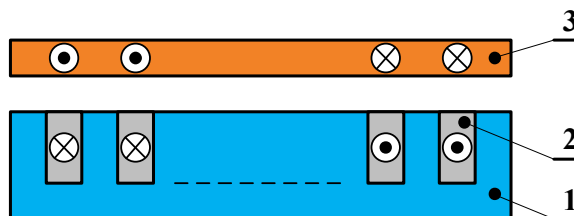
Uvažované zařízení je tvořeno z magnetického obvodu **1**, v jehož drážkách (ty se mohou nacházet buď v jedné, nebo i v obou částech obvodu) je umístěno trojfázové, případně i vícefázové vinutí **2**. Celé zařízení pracuje v nemagnetickém prostředí, nejlépe ve vzduchu. Mezi dolní a horní částí magnetického obvodu je umístěna dobře elektricky vodivá, avšak nemagnetická deska **3** (například z hliníku), která zde v důsledku elektrodynamických sil jednoduše levituje a jednoduše se může pohybovat ve směru osy x .



Obr. 2. Dvě uvažovaná uspořádání deskového aktuátoru (vlevo s jednoduchým vinutím, vpravo s dvojitým vinutím)

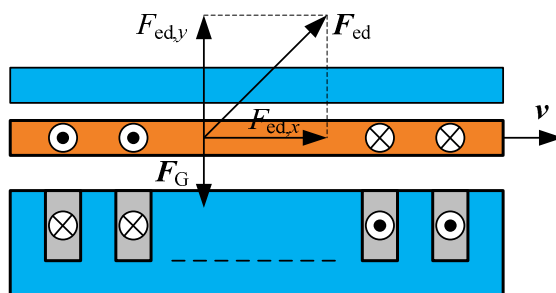
1 – laminovaný magnetický obvod, **2** – proudovodiče,
3 – nemagnetická elektricky vodivá deska

Harmonické, fázově posunuté proudy protékající vinutími **2** v magnetickém obvodu **1** vytvářejí ve svém okolí časově proměnné magnetické pole, jehož typickým představitelem je putující vlna. Toto pole indukuje v desce **3** proudy téměř opačného směru (tedy posunuté prakticky o 180°), než jsou proudy budící, jak je naznačeno v obr. 2.



Obr. 3 Budící proudy a proudy indukované ve vodivé desce **3**

V důsledku interakce mezi magnetickým polem vygenerovaným budicími proudy a proudy indukovanými v desce zde vzniká silová interakce F_{ed} , jež má obecně dvě složky $F_{ed,x}$ a $F_{ed,y}$. Složka $F_{ed,y}$ vede k odpuzování desky od magnetického obvodu (tedy ve směru osy y). Jestliže je tato složka vzniklé síly vyšší než váha desky F_G , může deska volně levitovat v mezeře magnetického obvodu. A je-li složka $F_{ed,x}$ ve směru osy x nenulová, začne se deska v tomto směru pohybovat. Situace je znázorněná na obr. 4.



Obr. 4 Síly v systému

Celá záležitost je ovšem ve skutečnosti poněkud složitější, a tyto komplikace lze shrnout do následujících bodů:

- V případě, že v uspořádání existuje budicí vinutí i v horní části magnetického obvodu (obr. 2 vpravo), odpuzuje desku i horní část magnetického obvodu a hrozí, že obě odpuzivé síly (od spodní i horní části magnetického obvodu) se vyruší. V takovém případě by v důsledku váhy deska mohla pohybovat jen posunem po spodní části magnetického obvodu, jenž by byl doprovázen nežádoucím třením. Je zřejmé, že proudy ve vodičích horní části magnetického obvodu musí být přiměřeně nižší.
- Aby se elektrodynamické silové účinky mohly dostatečně vyvinout, musí být mezera mezi oběma částmi magnetického obvodu co nejužší. Desku je proto nutno udržovat ve vodorovné poloze, aby při jejím pohybu ve směru osy x nedocházelo k jejímu naklání, což by opět vedlo k nežádoucímu tření o spodní či horní část magnetického obvodu.
- Proudů indukovaných v desce zapříčiňují její ohřev Jouleovými ztrátami. Samotný ohřev desky v rozumných mezích samozřejmě není pro korektní činnost zařízení fatální. Přesto je však třeba uvažovat skutečnost, že v důsledku ohřevu může dojít ke zvětšení rozměrů desky a zkontrolovat, zda vzduchová mezera mezi deskou **3** a oběma částmi magnetického obvodu **1** je ještě dostatečná.

4. SDRUŽENÉ ÚLOHY

S rostoucími požadavky na provozní parametry všech elektrických zařízení (zahrnující i spolehlivost životnost ekonomiku a ekologii) se stává nezbytností, aby existovaly reálné a dostatečně podložené představy o jejich vlastnostech a chování již při návrhu zařízení. Dříve se většinou jednotlivé fyzikální aspekty činnosti těchto zařízení posuzovaly odděleně.

Teprve v posledních přibližně patnácti letech – v souvislosti s růstem úrovně teoretických znalostí i dostupné výpočetní techniky s tím související využití metody konečných prvků - FEM – *Finite Element Method* [36], [37] se začaly objevovat práce, řešící tzv. sdružené problémy (např. [3], [38] - [43]). Ty respektují skutečnost, že jevy doposud samostatně popisované jednotlivými lokálními vědními disciplínami spolu souvisejí a vzájemně se ovlivňují. Přitom prakticky všechny fyzikální jevy jsou charakterizovány vzájemnou interakcí několika fyzikálních polí.

V případě některých problémů lze ovšem tyto interakce zanedbat, jinde však hraje velmi podstatnou roli. Interakce mezi jednotlivými fyzikálními poli v látkovém prostředí zprostředkovávají materiálové charakteristiky, které závisejí na hodnotách stavových veličin příslušných fyzikálních polí a jsou obecně nelineární, nehomogenní a anizotropní.

Sdružené úlohy (problematika zabývající se společným působením více fyzikálních polí) se dají obecně rozdělit podle stupně sdruženosti (podle časových konstant charakterizujících návaznost změn jednotlivých polí) na [44]:

- slabě sdružené,
- po částech (kvazi) sdružené,
- silně sdružené.

4.1 SLABĚ SDRUŽENÉ ÚLOHY

Slabé formulace řešení sdružených úloh se využívá tam, kde časové konstanty charakterizující návaznost změn jednotlivých polí jsou relativně velké, nebo v těch případech, kdy má výpočet poskytnout pouze hrubou (úvodní) informaci o řešených polích. Typickým příkladem je např. výpočet oteplení některé části elektromagnetického obvodu (příslušný prvek se ohřeje až za určitou dobu poté, co jím začal protékat elektrický proud). Modelování aktuátoru jsem řešil jako slabě sdruženou úlohu.

Postupuje se tak, že se nejprve vyřeší (za jistých zjednodušujících předpokladů) elektromagnetické pole a teprve v návaznosti na něj pole teplotní. K bezprostřednímu zpětnému ovlivňování těchto polí nedochází – závislost mezi těmito sdruženými poli je pouze „jednosměrná“, tedy relativně slabá.

4.2 SILNĚ SDRUŽENÉ ÚLOHY

V tomto případě se uvažuje současné působení dvou nebo více nestacionárních nelineárních fyzikálních polí, kdy dochází k neustálému, bezprostřednímu, silnému ovlivňování všech uvažovaných sdružených fyzikálních polí.

Obecně algoritmus, uvažující řešení daného problému jako silně sdružené, je nutno aplikovat všude tam, kde časové konstanty charakterizující návaznost změn jednotlivých polí jsou velice malé, například určování sil a deformací v elektromagnetickém poli, kdy změna jednoho pole má okamžitý vliv na změnu pole druhého.

Algoritmus řešící sdružené problémy jako silně sdružené poskytuje nejpřesnější výsledky, ale za cenu nejsložitějších algoritmů, dlouhé doby výpočtu a vysokých nároků na použitý hardware a software.

4.3 PO ČÁSTECH (KVAZI) SDRUŽENÉ ÚLOHY

Algoritmus uvažující řešení daného problému jako kvazi sruženého se aplikuje všude tam, kde časové konstanty charakterizující návaznost změn jednotlivých polí relativně malé a změny u nelineárních charakteristik jsou pozvolné a rovnoměrné. Typickým příkladem takového problému jsou úlohy, kdy změna jednoho pole má vliv na změnu pole druhého s jistým zpožděním.

Algoritmus řešící sružené problémy jako po částech sružené poskytuje kompromis mezi relativně uspokojivými výsledky a podmínkami jejich získání (tj. složitost algoritmů, doba výpočtu, nároky na použitý hardware a software atd.). Lze proto konstatovat, že podstatná většina řešených technických sružených problémů se z výše uvedených důvodů řeší jako kvazi sružené.

4.4 SOFTWARE PRO ŘEŠENÍ SDRUŽENÝCH ÚLOH

Jedním z neprofesionálních software, který umožňuje řešení sružených úloh (dvě i více sružení fyzikálních polí) je Agros2D [45], který je vyvíjen v České republice a je volně dostupný z internetu. Tento program budu využívat při modelování trojfázového aktuátoru.

Vyžaduje se, aby návrhy spojitých modelů byly co nejvíce věrohodné s realitou a aby bylo možné je dnešními výpočetními prostředky vypočítat. Je však obtížné získat korektní fyzikální vlastnosti a charakteristiky používaných materiálů či prostředí reálných či navrhovaných systémů. Dalším problémem jsou stabilita výpočtů a chyby při zpracovávání velmi rozsáhlých modelů zejména nelineárních.

Návrhy energetických zařízení vyřešením sružených fyzikálních polí zlepšuje připravenost na výrobu (dimenzování), simulaci a testování dějů zařízení, předvídání situací, lépe popisuje zařízení. Řešení sružených úloh čeká ještě mnoho vylepšení, inovací, zvládnutí zatím nezvládnutých problémů, s vývojem času a lepší výkonnější výpočetní technikou budou výpočty rychlejší, méně chybové, přesnější, a více odrážející realitu (pokud však dovedeme věrně popsat model).

5. SPOJITÝ MATEMATICKÝ MODEL ÚLOHY

Úloha představuje sdružený problém, charakterizovaný interakcí magnetického pole a pole teplot. Tato interakce spočívá v tom, že oteplování jednotlivých částí zařízení vede ke změnám jejich fyzikálních parametrů (například elektrické vodivosti či permeability), což může mít zpětný vliv na rozložení pole magnetického. Pokud bychom chtěli jít do důsledků, museli bychom ještě uvažovat pole termoelastických deformací těchto částí, jejichž důsledkem je změna jejich geometrie. Tyto změny však jsou velmi malé a v této disertační práci je proto nebudu uvažovat.

5.1 ROVNICE MAGNETICKÉHO POLE RESPEKTUJÍCÍ ÚČINKY INDUKOVANÝCH PROUDŮ

Při formulaci této rovnice vyjdeme z Maxwellových rovnic v diferenciálním tvaru pro elektromagnetické pole charakterizované pomalejšími časovými změnami [37], [46]:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (01)$$

Do první z těchto rovnic dosadíme:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu} \quad \text{a} \quad \mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}, \quad (02)$$

takže obdržíme:

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}. \quad (03)$$

V rovnicích (02) a (03) označuje symbol \mathbf{A} magnetický vektorový potenciál a \mathbf{J} hustotu celkového proudu v daném bodě. Poněvadž magnetický vektorový potenciál \mathbf{A} je nejednoznačně definovanou funkcí, zužujeme ho v případě pomalejších časových změn tzv. Coulombovou podmínkou:

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = 0. \quad (04)$$

Zavedením této podmínky se již potenciál \mathbf{A} stává jednoznačně definovanou funkcí až na konstantní vektor (podobně jako skalární elektrický potenciál φ je definován jednoznačně až na konstantu).

Druhou rovnici v (01) upravíme rovněž zavedením magnetického vektorového potenciálu \mathbf{A} z (02):

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{rot} \mathbf{A}). \quad (05)$$

V této rovnici můžeme bez újmy na obecnosti zaměnit pořadí časového operátoru $\frac{\partial}{\partial t}$ a prostorového operátoru rot , takže:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\operatorname{rot} \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (06)$$

a odtud:

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\operatorname{grad} \varphi - \mathbf{G}(t). \quad (07)$$

V rovnici (07) představuje veličina φ jakoukoli spojitou a diferencovatelnou funkci souřadnic, kterou lze interpretovat jako skalární potenciál a $\mathbf{G}(t)$ je jakákoli vektorová funkce času (tedy nikoli souřadnic). Tato funkce zase může představovat vliv vnějších intenzit elektrického pole například termoelektrického či elektrochemického původu. Takové zdroje se však v našem případě zcela jistě nevyskytují, proto lze beze ztráty obecnosti položit $\mathbf{G}(t) = \mathbf{0}$.

Intenzita pole \mathbf{E} sestává ze dvou částí [47]:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{J}}{\gamma} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \Rightarrow \gamma \mathbf{E} = \mathbf{J} + \gamma \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (08)$$

kde druhý člen na pravé straně druhého vztahu představuje proudovou hustotu indukovanou pohybem vodiče rychlostí \mathbf{v} v magnetickém poli \mathbf{B} . Po dosazení (08) do (07) a úpravě bude:

$$\mathbf{J} = -\gamma \text{grad } \varphi - \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \gamma \mathbf{v} \times \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{J} = \mathbf{J}_p + \mathbf{J}_t + \mathbf{J}_r. \quad (09)$$

Tuto rovnici můžeme interpretovat následujícím způsobem: celková proudová hustota \mathbf{J} v daném bodě sestává obecně ze tří složek. První z nich, vyjádřená členem $-\gamma \text{grad } \varphi$ představuje potenciální složku \mathbf{J}_p (která nemá rotaci) a lze ji interpretovat jako hustotu proudu dodávaného z vnějšího zdroje. Ta může (ale také nemusí) být známa předem. Druhá složka \mathbf{J}_t představuje hustotu proudů indukovaných časovou změnou magnetického pole a třetí složka \mathbf{J}_r je vyvolána rychlostí pohybujících se prvků v systému. Lze tedy psát:

$$\mathbf{J}_p = -\gamma \text{grad } \varphi, \quad \mathbf{J}_t = -\gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{J}_r = \gamma \mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (10)$$

Dosadíme-li tento výsledek do rovnice (03), dostáváme:

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} \right) = \mathbf{J} \Rightarrow \text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot } \mathbf{A} \right) + \gamma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}_p. \quad (11)$$

To je již známá parabolická parciální diferenciální rovnice popisující časoprostorový vývoj magnetického vektorového potenciálu v řešené oblasti. Jednoznačnosti jejího řešení se dosáhne předepsáním korektních okrajových podmínek podél hranice oblasti.

V oblasti s feromagnetickým materiálem však zůstává vážným problémem numerické řešení takové rovnice, zejména pro vyšší kmitočty budicího proudu. Jedná se o to, že i v případě, že budicí proud je harmonický, samotné pole už harmonické není (přestože v kvaziustáleném stavu je periodické). K jeho zmapování pak potřebujeme takovou periodu rozdělit na dostatečný počet časových hladin a řešit rozložení pole v každé takové hladině.

Tím se ovšem výpočty jednak velmi prodlouží a navíc vyžadují špičkové HW a SW vybavení. Proto se během času hledaly způsoby, jež by výpočet takového pole zjednodušily, přičemž by však byla zachována dostatečná přesnost výsledků. V současnosti se nejčastěji užívají dvě takové metody (existuje jich ovšem více, jsou však podstatně komplikovanější), které stručně popíši v následujících odstavcích.

První z nich předpokládá, že feromagnetikum v oblasti se chová lineárně (jeho sycení je nízké a děj se odehrává v lineární části magnetizační charakteristiky). Pak je možno přijmout předpoklad, že jeho permeabilita μ je konstantní a v takovém případě lze rovnici (11) přepsat do tvaru:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{A}) + \mu\gamma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{A} \right) = \mu \mathbf{J}_p. \quad (12)$$

Podle vztahů z operátorové analýzy zde navíc platí:

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{A}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{A}) - \Delta \mathbf{A}, \quad (13)$$

takže vzhledem k platnosti Coulombovy podmínky (04) lze (12) přepsat do tvaru:

$$\Delta \mathbf{A} - \mu\gamma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{A} \right) = -\mu \mathbf{J}_p. \quad (14)$$

Jestliže je nyní hustota budícího proudu harmonickou funkcí, lze ještě tuto rovnici přepsat s použitím fázorové symboliky do tvaru:

$$\Delta \underline{\mathbf{A}} - j\omega\mu\gamma \underline{\mathbf{A}} + \mu\gamma \mathbf{v} \times \operatorname{rot} \underline{\mathbf{A}} = -\mu \underline{\mathbf{J}}_p, \quad (15)$$

kde ω je úhlový kmitočet. V tomto případě se již jedná o modifikovanou Helmholtzovu parciální diferenciální rovnici, která se numericky řeší daleko snáze.

Druhá možnost je sofistikovanější a není zde podmínkou to, že sycení feromagnetických prvků probíhá jen v lineární oblasti. Tuto možnost však není možné aplikovat ve spojitém modelu magnetického pole, ale až v návazném modelu numerickém. Jedná se o to, že

permeabilita se předpokládá po částech konstantní, což znamená, že v každém elementu diskretizační sítě se uvažuje, že lokální pole je harmonické, ale hodnota permeability se v něm přizpůsobuje průměrné lokální hodnotě magnetické indukce (podle magnetizační charakteristiky materiálu). Zde už výpočty probíhají v iteračním cyklu, přičemž však výchozí rovnice má tvar (15). Výsledkem řešení rovnic (14) či (15) je znalost rozložení vektorového potenciálu (či jeho fázoru) v oblasti.

5.2 STANOVENÍ SIL PŮSOBÍCÍCH NA POHYBLIVOU DESKU

Pokud se jedná o silové účinky v systému, lze předpokládat, že obě části magnetického obvodu jsou pevně uchyceny a jedinou částí, kde se tyto účinky mohou projevit, je tedy pohyblivá deska.

Označíme-li celkovou hustotu indukovaných proudů v desce symbolem $\mathbf{J}_i = \mathbf{J}_t + \mathbf{J}_r$ (09), je objemová Lorentzova \mathbf{f}_L síla působící v libovolném bodě desky je dána vztahem [37]:

$$\mathbf{f}_L = \mathbf{J}_i \times \mathbf{B} \quad (16)$$

kde \mathbf{J}_i je hustota indukovaných proudů a \mathbf{B} je magnetická indukce. Po dosazení za obě veličiny ze vztahů (10) a (02) můžeme psát:

$$\mathbf{f}_L = -\gamma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{A} \right) \times \text{rot } \mathbf{A}. \quad (17)$$

V případě, že veličina \mathbf{A} je harmonická, nelze však už sílu \mathbf{f}_L vyčíslit jako fázor. Analyzujme celou situaci podrobněji na našem konkrétním případě dvojrozměrného uspořádání. V tomto uspořádání (rovina xy) platí, že vektorový potenciál má pouze jednu nenulovou složku, a to ve směru osy z . V každém bodě oblasti tedy lze psát, že:

$$A_z(x, y, t) = A_{zm}(x, y) \sin(\omega t + \psi(x, y)). \quad (18)$$

Tento zápis říká, že v každém bodě je magnetický vektorový potenciál harmonickou funkcí, jejíž amplituda A_{zm} a posuv ψ jsou ovšem funkcemi souřadnic x a y .

Pak z definice rotace plyne:

$$B_x = -\frac{\partial A_z}{\partial y} = -\frac{\partial A_{zm}(x, y)}{\partial y} \sin(\omega t + \psi(x, y)) - A_{zm}(x, y) \frac{\partial \psi(x, y)}{\partial y} \cos(\omega t + \psi(x, y)), \quad (19)$$

$$B_y = \frac{\partial A_z}{\partial x} = \frac{\partial A_{zm}(x, y)}{\partial x} \sin(\omega t + \psi(x, y)) + A_{zm}(x, y) \frac{\partial \psi(x, y)}{\partial x} \cos(\omega t + \psi(x, y)),$$

a dále:

$$-\gamma \frac{\partial A_z}{\partial t} = -\gamma \omega A_{zm}(x, y) \cos(\omega t + \psi(x, y)). \quad (20)$$

Vodivá deska se pohybuje jen ve směru x rychlostí v_x . Vektorový součin $\mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{A}$ je tedy dán vztahem:

$$\mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ v_x & 0 & 0 \\ B_x & B_y & 0 \end{pmatrix} = \mathbf{k} v_x B_y = \mathbf{k} v_x \frac{\partial A_z}{\partial x} \quad (21)$$

a má tedy jen jednu nenulovou složku ve směru osy z , podobně jako člen $\partial \mathbf{A} / \partial t$.

Objemová síla \mathbf{f}_L z rovnice (17) už má samozřejmě dvě složky ve směru x a y , přičemž:

$$\mathbf{f}_L = \mathbf{i} f_{Lx} + \mathbf{j} f_{Ly} = -\mathbf{i} \left(\gamma \left(\frac{\partial A_z}{\partial t} - v_x \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \mathbf{j} \left(\gamma \left(\frac{\partial A_z}{\partial t} - v_x \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \quad (22)$$

a po dosazení z (19), (20) a (21) získáme poměrně složité výrazy. Je-li ale rychlost v_x nulová, nebo je malá, a lze ji zanedbat, dostáváme:

$$f_{Lx} = -\frac{\omega \gamma A_{zm}}{2} \left(\frac{\partial A_{zm}}{\partial x} \sin[2(\omega t + \psi)] + A_{zm} \frac{\partial \psi}{\partial x} (1 + \cos[2(\omega t + \psi)]) \right), \quad (23)$$

$$f_{Ly} = -\frac{\omega\gamma A_{zm}}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial A_{zm}}{\partial y} \sin[2(\omega t + \psi)] + A_{zm} \frac{\partial \psi}{\partial y} (1 + \cos[2(\omega t + \psi)]) \right), \quad (24)$$

kde pro jednoduchost zápisu už není u veličin A_{zm} a ψ uvedeno, že jsou funkcemi x a y . Je samozřejmé, že obě složky objemových sil jsou rovněž funkcemi souřadnic a času, což je pro další výpočty poněkud nevýhodné. Obě složky navíc obsahují (vzhledem k času) konstantní složku a dále druhou harmonickou.

Pro další manipulaci s těmito silami je výhodné určit jejich střední hodnoty v čase (které už na čase nezávisí). Ty se určí (pro případ, že lze zanedbat rychlost pohybu v_x) běžným způsobem:

$$f_{La,x}(x, y) = \frac{1}{T} \int_0^T f_{Lx} dt = -\frac{\gamma\omega A_{zm}(x, y)}{2} \frac{\partial \psi(x, y)}{\partial x}, \quad (25)$$

$$f_{La,y}(x, y) = \frac{1}{T} \int_0^T f_{Ly} dt = -\frac{\gamma\omega A_{zm}(x, y)}{2} \frac{\partial \psi(x, y)}{\partial y}, \quad (26)$$

kde $T = 1/f$ označuje dobu jedné periody.

Nyní nezbývá, než stanovit parciální derivace $\partial \psi(x, y)/\partial x$ a $\partial \psi(x, y)/\partial y$. Pokud však řešením rovnice (15) získáme rozložení fázoru vektorového potenciálu $\underline{A}_{zm}(x, y)$, určíme snadno jak jeho modul, tak i fázový posuv ze vztahů:

$$A_{zm}(x, y) = |\underline{A}_{zm}(x, y)|, \quad \psi(x, y) = \arg(\underline{A}_{zm}(x, y)). \quad (27)$$

Složky celkové elektrodynamické síly působící na desku se získají integrací výpočetných objemových sil přes celý objem desky podle vztahů:

$$F_{ed,x} = \int_V f_{La,x} dV, \quad F_{ed,y} = \int_V f_{La,y} dV. \quad (28)$$

5.3 ZTRÁTY V SYSTÉMU ELEKTROMAGNETICKÝM POLEM

Ztráty v systému elektromagnetickým polem lze rozdělit na ztráty Jouleovy a na ztráty hysterezní. Jouleovy ztráty jsou zapříčiněny elektrickými proudy (ať už zdrojovými či indukovanými). Jestliže fázor celkové proudové hustoty v daném bodě je \underline{J} (jedná se obecně o součet fázorů $\underline{J}_p + \underline{J}_i$, viz (11)), lze střední hodnotu objemových Jouleových ztrát p_{Ja} vyjádřit výrazem [37]:

$$p_{Ja} = \frac{\underline{J} \cdot \underline{J}^*}{2\gamma}, \quad (29)$$

přičemž \underline{J}^* je fázor komplexně sdružený k fázoru \underline{J} .

Objemové hysterezní (nebo též magnetizační) ztráty p_m se vyskytují jen ve feromagnetickém materiálu a vyjadřují velikost příslušné hysterezní smyčky. Jejich velikost se zpravidla měří pro zadanou velikost amplitudy harmonické magnetické indukce, kterou je vzelek magnetován. Lze tedy psát:

$$p_m = p_m(B). \quad (30)$$

A právě na tomto místě je vidět, jak výhodný je předpoklad, že v každém bodě oblasti je pole harmonické, protože hodnotu p_m lze odečíst přímo z příslušné ztrátové křivky, kterou zpravidla s materiálem dodává jeho výrobce.

Celkové lokální ztráty p jsou tedy dány vztahem:

$$p = p_{Ja} + p_m \quad (31)$$

a tyto ztráty poté vstupují jako vnitřní zdroje tepla do rovnice pro teplotní pole v systému.

5.4 TEPLOTNÍ POLE V SYSTÉMU

Teplota T v systému je obecně funkcí polohy a času, takže můžeme psát, že $T = T(\mathbf{r}, t)$, kde \mathbf{r} je polohový vektor a t je čas. Je ovšem jasné, že i některé ze souřadnic (zejména pokud se systém pohybuje) mohou být funkce času. Na rozdíl od elektromagnetického pole, jehož rozložení může podléhat prudkým změnám (například singularity na hrotech či hranách v elektrostatickém poli, nebo exponenciální tlumení magnetického pole v elektricky vodivých masivních prvcích), je teplotní pole zpravidla hladké.

Základní veličinou charakterizující teplotní pole je tepelný tok $\mathbf{q}(\mathbf{r}, t)$, který určuje množství tepla procházejícího jednotkovou plochou během jedné sekundy. Tento tok lze vyjádřit pomocí Fourierova zákona [48]:

$$\mathbf{q}(\mathbf{r}, t) = -\lambda \operatorname{grad} T(\mathbf{r}, t), \quad (32)$$

kde λ je tepelná vodivost prostředí v daném bodě o polohovém vektoru \mathbf{r} . Tato veličina tedy určuje, jak je schopné dané prostředí vést teplo. Pro zajímavost, jedná se o analogii s elektrickým polem, kde platí $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} = -\varepsilon \operatorname{grad} \varphi$, z níž mimo jiné plyne, že teplota T má charakter potenciálu. Ještě je třeba dodat, že λ se může měnit s polohou a také s teplotou.

Poznamenejme dále, že velmi důležitou veličinou v tepelných výpočtech je dále specifické teplo prostředí (či materiálu) označované symbolem c . Jeho velikost nám podává informaci, kolik tepla musí být jednomu kilogramu materiálu dodáno k tomu, aby jeho teplota vzrostla o 1 °C (nebo o 1 K). Přitom rozeznáváme specifické teplo při stálém tlaku c_p a stálém objemu c_v .

5.5 ODVOZENÍ ROVNICE PŘENOSU TEPLA S UVAŽOVÁNÍM POHYBU

K odvození této rovnice je zapotřebí znalost rovnice kontinuity a Leibnizova teorému. Leibnizův teorém určuje, jak se spočte časová derivace integrálu určité skalární funkce f

přes objem V , jenž se rovněž může měnit v čase. Uvažujme tedy integrál $\frac{d}{dt} \int_{V(t)} f(x, y, z, t) dV$. Podle Leibnizova teorému platí, že:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} f dV = \int_{V(t)} \frac{\partial f}{\partial t} dV + \iint_S (f\mathbf{v}) \cdot d\mathbf{S}, \quad (33)$$

kde \mathbf{v} je okamžitá rychlost pohybu a S je plocha, v níž je uzavřen objem V .

Dále uvažujme, že množství pohybující se látky o neměnné hmotnosti m v čase zaujímá objem V , který se může v čase měnit. Pak určitě platí, že:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho dV = 0, \quad (34)$$

a po dosazení do (33), přičemž $f = \rho$, obdržíme:

$$\int_{V(t)} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \iint_S (\rho\mathbf{v}) \cdot d\mathbf{S} = 0. \quad (35)$$

Na druhý člen levé strany v rovnici (35) ještě aplikujme Gaussovu větu ve tvaru:

$$\iint_S (\rho\mathbf{v}) \cdot d\mathbf{S} = \int_V \operatorname{div}(\rho\mathbf{v}) dV, \quad (36)$$

takže po dosazení do (35) bude:

$$\int_{V(t)} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\mathbf{v}) \right) dV = 0. \quad (37)$$

Protože tento vztah musí platit pro libovolný objem V , musí rovněž platit:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\mathbf{v}) = 0, \quad (38)$$

což je rovnice kontinuity.

Konečně ještě vypočteme podle (33) integrál $\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho f dV$, kde f je libovolná skalární funkce. Okamžitě s využitím (37) dostáváme:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho f dV = \int_{V(t)} \left(\frac{\partial \rho f}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho f \mathbf{v}) \right) dV \quad (39)$$

a s využitím vztahů vektorové analýzy máme:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho f dV = \int_{V(t)} \left(f \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial f}{\partial t} + f \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) + \rho \mathbf{v} \cdot \operatorname{grad} f \right) dV. \quad (40)$$

Po přeskupení členů v (40) bude:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho f dV = \int_{V(t)} \left(f \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) \right) + \rho \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \operatorname{grad} f \right) \right) dV. \quad (41)$$

První ze závorek v integrálu na pravé straně obsahuje rovnici kontinuity a je tedy rovna nule. Druhá ze závorek pak představuje substanciální (plnou) derivaci, tedy:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \operatorname{grad} f = \frac{df}{dt}. \quad (42)$$

Dosazením do (39) tedy bude:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho f dV = \int_{V(t)} \rho \frac{df}{dt} dV. \quad (43)$$

A s tímto aparátem lze již odvodit rovnici přenosu tepla. Zde lze vyjít z bilance, že tepelný výkon v daném objemu je dán součtem tepelného výkonu, který zde vznikl z jiné formy energie, a tepelného výkonu, který do tohoto objemu vstoupil přes jeho hranici. Nyní tyto výkony kvantifikujme.

Teplo dodané látce při konstantním tlaku se získá ze vztahu:

$$W = \int_{V(t)} \rho \left(\int_{T_0}^T c_p dT \right) dV \quad (44)$$

a příslušný tepelný výkon P_T je tedy roven dW / dt , takže:

$$P_T = \frac{d}{dt} \left(\int_{V(t)} \rho \left(\int_{T_0}^T c_p dT \right) dV \right). \quad (45)$$

Nyní využijeme vztah (43), v němž $f = \int_{T_0}^T c_p dT$. Dostáváme:

$$P_T = \int_{V(t)} \rho \frac{d}{dt} \left(\int_{T_0}^T c_p dT \right) dV \quad (46)$$

s tím, že musíme určit, co je vlastně $\frac{d}{dt} \left(\int_{T_0}^T c_p dT \right)$. Zde použijeme pravidlo o derivování složené funkce. Platí, že:

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{T_0}^T c_p dT \right) = \frac{d}{dT} \left(\int_{T_0}^T c_p dT \right) \frac{dT}{dt} = c_p \frac{dT}{dt} = c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad } T \right). \quad (47)$$

Výsledek tedy zní:

$$P_T = \int_{V(t)} \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad } T \right) dV. \quad (48)$$

Tepelný výkon přivedený do objemu se stanoví z tepelného toku, jenž prochází do objemu V jeho povrchem S . Tepelný tok \mathbf{q} je dán Fourierovým zákonem ve tvaru:

$$\mathbf{q} = -\lambda \text{grad } T \quad (49)$$

a celkový výkon dodaný do objemu je určen vztahem:

$$Q = -\iint_S \mathbf{q} \cdot d\mathbf{S} = -\int_{V(t)} \operatorname{div} \mathbf{q} dV = \int_{V(t)} \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) dV. \quad (50)$$

Tepelný výkon dodávaný přeměnou z jiné formy energie W lze určit jako integrál jeho objemové hustoty w přes celý vyšetřovaný objem, tedy jako:

$$W = \int_{V(t)} w dV. \quad (51)$$

Ze vztahů (48), (50) a (51) okamžitě dostáváme, že:

$$\int_{V(t)} \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \operatorname{grad} T \right) dV = \int_{V(t)} \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) dV + \int_{V(t)} w dV, \quad (52)$$

a poněvadž tento vztah musí platit pro libovolný objem $V(t)$, musí platit i rovnost mezi integranty. Po přeskupení členů tedy dostáváme:

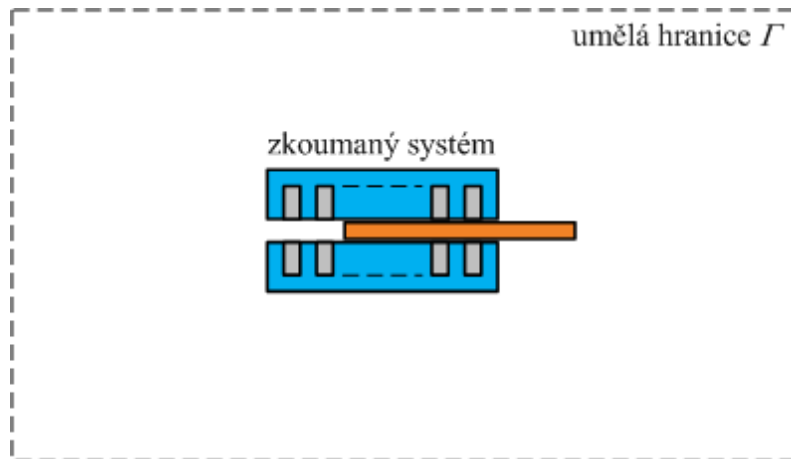
$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) = \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \operatorname{grad} T \right) - w, \quad (53)$$

což je již rovnice vedení tepla v klasickém tvaru s uvažováním vlivu rychlosti prostředí.

5.6 POČÁTEČNÍ A OKRAJOVÉ PODMÍNKY ÚLOHY

Abychom získali reálné řešení spojitého matematického modelu popsaného rovnicemi (15) a (28), musíme korektně navrhnout definiční oblast úlohy a příslušné okrajové podmínky pro magnetické i teplotní pole.

Magnetické pole je v případě vyšetřovaného systému neohrazené, což by v případě numerického výpočtu rovnice (15) mohlo způsobovat komplikaci (přestože i taková pole lze řešit speciálními metodami). Výhodnější však je, pokud v dostatečné vzdálenosti od vyšetřovaného systému zavedeme umělou hranici Γ a předpokládáme, že vně této hranice už je pole tak malé, že je možno je zanedbat. Ukázka takové hranice je na obr. 5.



Obr. 5 Umělá hranice pro magnetické pole

Pokud je tedy čárkovaná čára umělou hranicí, za níž již magnetické pole smluvně neproniká, musí rovněž tvořit jeho siločáru, což lze matematicky vyjádřit vztahem:

$$A(\Gamma) = k, \quad (54)$$

kde k označuje libovolný konstantní vektor. A protože z předchozího textu víme, že vektorový potenciál A má jen jedinou nenulovou složku A_z , lze bez újmy na obecnosti psát:

$$A_z(\Gamma) = 0. \quad (55)$$

Stejně vztahy platí i pro fázor magnetického vektorového potenciálu, můžeme-li ovšem fázorovou symboliku v daném případě použít.

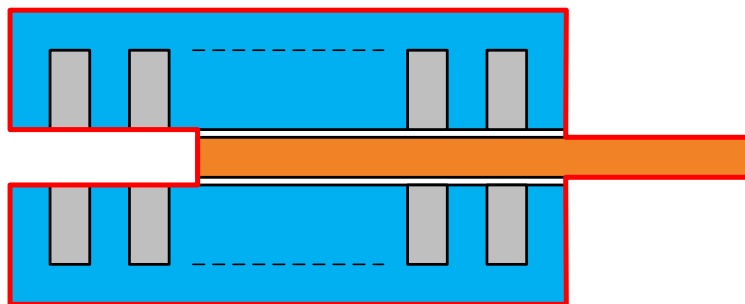
Otázka ovšem je, v jaké vzdálenosti od systému je třeba tuto hranici zkonstruovat. Zde je nejlépe pracovat tak, že provedeme první odhad (například vzdálenost hranice Γ od systému se zvolí jako dvojnásobek největšího rozměru systému) a spočteme rozložení magnetického pole v takto vymezené oblasti. Poté hranici o 10 % zvětšíme a spočteme rozložení pole znovu. Poté porovnáme hodnoty pole ve zkoumaném systému a v jeho zvolené blízkosti. Pokud se získané výsledky liší více, než je stanovená tolerance, je hranice umístěna nepřipustně blízko systému a je nutno ji zvětšit. V dalším kroku tedy jako základní hranici uvažujeme onu zvětšenou od 10 % a provedeme další výpočet s hranicí zvět-

šené o dalších 10 %. A tímto způsobem pokračujeme do té doby, než se chyba sníží pod dříve zmíněnou toleranci.

Samozřejmě, abychom mohli výsledky (tedy rozložení pole v systému a jeho nejbližším okolí) porovnávat korektně, musí být splněny i další parametry řešení, které však budou diskutovány až v kapitole věnované numerickému řešení úlohy.

V našem případě je možno očekávat, že umělá hranice příliš od systému být vzdálená nemusí. Pokud se magnetický obvod 1 výrazně nepřesytí, není důvod k rozptylu magnetického toku mimo něj, takže pole vně systému bude jen velmi malé.

Pokud se jedná o teplotní pole, stačí uvažovat jen jeho rozložení v samotném systému. I tak je však stanovení korektních okrajových podmínek dosti obtížná úloha, a to v důsledku pohybu desky 3. Tento pohyb totiž ovlivňuje proudění okolního vzduchu v mezeře mezi oběma částmi magnetického obvodu a tedy chlazení jednotlivých prvků systému. Pro jednoduchost jsem si proto zvolil hranici vyznačenou na obr. 6 červenou čarou a podél této hranice uvažuji okrajovou podmínku konvekce a radiace.



Obr. 6. Hranice pro výpočet teplotního pole (vyznačená červenou barvou)

Tuto podmínku vyjadřuji ve tvaru (respektujícím konvekci a radiaci):

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T - T_0) + C\sigma(T^4 - T_r^4), \quad (56)$$

kde λ je tepelná vodivost materiálu podél vnitřku hranice, T je jeho povrchová teplota, n označuje vnější normálu, α je součinitel tepelné konvekce, T_0 je teplota okolního vzdu-

chu, T_r je teplota plochy, kde dochází k odrazu, ε je koeficient charakterizující emisivitu povrchu a $\sigma = (5.67032 \pm 0.0071) \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$ označuje Stefan-Boltzmannovu konstantu.

Ve skutečnosti je ovšem okrajová podmínka komplikovanější. Je tomu tak zejména v případě teploty T_0 . V prvním členu pravé strany znamená T_0 teplotu vzduchu (chladičím media) v dostatečné vzdálenosti od povrchu magnetického obvodu či pohyblivé desky. Teplota T_r ve druhém členu pravé strany má však význam jiný (například teplota země, vzdálené oblohy, případně podlahy či stropu místnosti, v níž systém pracuje, tedy ploch, od nichž dochází k odrazům). V našem případě však neučiníme velkou chybu, když teploty těchto ploch ztotožníme s teplotou okolního vzduchu. Rovnice (56) je použitelná jen pro část pohyblivé desky vysunutě z aktuátoru, neboť platí pro sálání z malého tělesa do velké izotermní dutiny. Pro náhradu typu sálání dvou rovnoběžných desek za předpokladu teplotně homogenní desky pro radiaci platí:

$$Q_{1 \rightarrow 2} = S_1 \cdot \sigma \cdot \frac{T_1^4 - T_2^4}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (57)$$

Potíže jsou i s korektním stanovením součinitelů konvekce α a radiace ε . Součinitel konvekce se určuje zpravidla na základě podobnostních kritérií a jejich určování v případech složitějších geometrií je nesnadné. Experimentální data byla různými autory uspořádána do určitých postupů, které často využívají právě teorii podobnosti s bezrozměrnými veličinami.

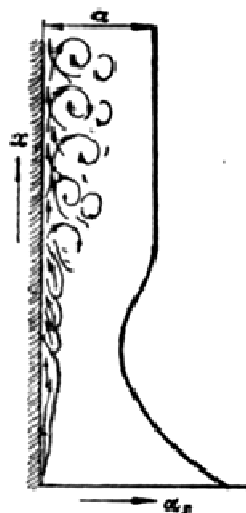
Každý fyzikální proces může být popsán úplnou fyzikální rovnicí, obvykle diferenciální. Úplná fyzikální rovnice je taková, která bere v úvahu všechny závislosti mezi fyzikálními veličinami, tj. mezi veličinami mající v daném procesu rozhodující význam. Cílem teorie podobnosti je nalézt vztahy pro přepočtení fyzikálních veličin mezi geometricky podobnými situacemi. Z geometrie je známo, že pokud jsou útvary navzájem podobné, transformují se úhly mezi těmito útvary identicky, délky se násobí poměrem délek, plochy druhou a objemy třetí mocninou tohoto poměru.

Pojem podobnost byl původně zaveden v geometrii, odkud jej převzaly další vědní obory. Dva plošné nebo prostorové útvary jsou si geometricky podobné tehdy, když lze jeden umístit uvnitř nebo vně druhého tak, že při rovnoměrné deformaci jednoho z nich se oba ztotožní. Rovnoměrnou deformací rozumíme takovou deformaci, při které se všechny lineární rozměry zmenší nebo zvětší v určitém poměru. Úhly se při rovnoměrné deformaci nemění.

Vypracování teorie fyzikální podobnosti bylo podníceno do současnosti trvajícím problémem s řešením rovnice proudění; bez teorie podobnosti nebylo možno proudění tekutin vyšetřovat na zmenšených modelech. Stavba vodních děl, letadel, nalezení vztahů pro řešení hydrodynamických čerpadel byla bez možnosti užití modelů nákladná. Teorie podobnosti se ovšem na hydrodynamiku neomezuje, někteří rozlišují podobnost tepelnou, mechanickou, elektromagnetickou atd.

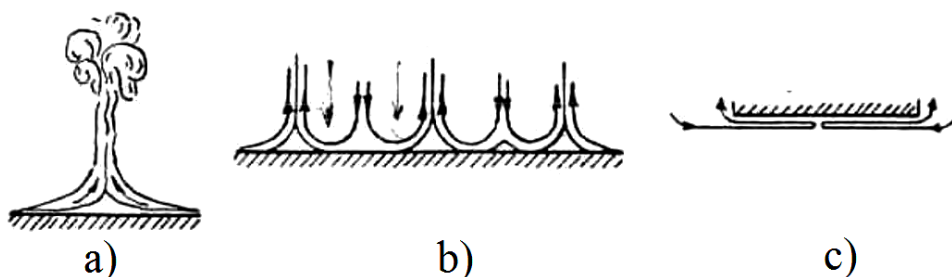
V mém modelu se bude jednat o proudění volné do neomezeného prostoru (styk vzduch-magnetický obvod), které je způsobené rozdílem měrných hustot teplých a studených částic tekutiny. Podmínka volného proudění je následující: pokud prostor, který je vyplněn tekutinou, v mém případě vzduchem, má v celém prostoru stejnou teplotu, je tekutina v klidu. Pokud, ale do tohoto prostoru umístíme ohřáté těleso, nastává tepelná výměna mezi tělesem a okolním vzduchem. Při styku s tělesem se vzduch ohřívá a jeho měrná hustota se zmenší, tj. teplý vzduch je lehčí. Působením okolního studeného vzduchu vznikne vztlak, kterým jsou ohřáté částice vzduchu unášeny vzhůru, tj. stoupají. Na jejich místo přitékají nové studené částice, které se ohřejí a stoupají. Je-li teplota tělesa menší, než teplota okolního vzduchu, ochladí se částice vzduchu stykem s tělesem, jejich měrná hustota se zvětší a částice klesají dolů. Volné proudění tekutiny nastává v důsledku výměny tepla. Čím více tepla se sděluje, tím je intenzivnější proudění. Množství sdíleného tepla a tedy i proudění je přímo úměrné povrchu tělesa a rozdílu teplot. Teplotní spád určuje rozdíl měrných hustot. Vztlak a povrch tělesa ovlivňuje rozsah prostoru, v kterém nastává proudění. Rozeznáváme 3 druhy proudění a to laminární (převládá, pokud je malý teplotní spád do 15 °C), vírnaté (převládá, pokud je malý teplotní spád větší než 15 °C) a turbulentní. Na obr. 7 je vidět průběh součinitele přestupu tepla α při volném proudění vzduchu podél svislé trubky a jeho závislosti na druhu obtékání, kdy ve spodní části se jedná o laminární proudění, které přestupuje do vírového, a v horní části vidíme turbulentní proudění. Prou-

dění podél vodorovné, šikmé trubky, koule, svislé stěny (můj případ) a jiných těles oblých tvarů má podobný průběh.



Obr. 7 Průběh součinitele přestupu tepla α při volném proudění vzduchu podél svislé trubky a jeho závislosti na druhu obtékání [49]

Proudění prostředí kolem ohřátých vodorovných, rovinných stěn a desek má jiný tvar a je ve velké míře závislé na poloze desky a na jejích rozměrech. Dle [49] existují následující tři případy. Pokud je ohřívací plochou horní povrch desky, probíhá proudění dle obr. 8a. Má-li deska velké rozměry, tak je střední část desky izolována v důsledku spojitého okrajového proudu. Ventilace této části desky se děje na úkor studené tekutiny (v mém případě vzduch) shora (obr. 8b). Dále může být ohřívací plochou spodní povrch desky. V tomto případě se pohybuje jen tenká vrstva tekutiny (vzduchu) podél povrchu, další hmota tekutiny pod touto vrstvou zůstává v klidu. Tento případ proudění je vyobrazen na obr. 8c.



Obr. 8 Volné proudění kapaliny podél vodorovných, ohřátých desek [49]

Nyní uvedu postup pro určení koeficientu konvekce α pomocí podobnostních čísel podle [49] pro proudění do neomezeného prostoru. Nejdříve vypočteme Grashofovo číslo Gr a Prandtlovo číslo Pr. Z těchto dvou čísel určíme Nusseltovo číslo Nu a nakonec vypočteme z Nu koeficient přestupu tepla α . Grashofovo číslo zjistíme ze vztahu:

$$\text{Gr} = \frac{\beta \Delta T g l^3}{\nu^2}, \quad (58)$$

kde β je teplotní objemová roztažnost tekutiny při střední teplotě mezi teplotou stěny a tekutiny $T_{stř} = \frac{T_{stěny} + T_{tekutiny}}{2}$, pro vzduch platí $\beta = \frac{1}{T_{stř}}$, ΔT je absolutní hodnota rozdílu teplot stěny a tekutiny, g je gravitační zrychlení, l je tzv. charakteristický rozměr. U svislých, šikmých a zakřivených povrchů a těles - výška (rozměr ve směru gravitační síly), u vodorovných volně obtékaných desek a povrchů – nejmenší vodorovný rozměr. Při tom se součinitel přestupu tepla zvětší o 30 %, pokud je ohřívací plocha horní povrch desky, nebo o 30 % sníží, pokud je ohřívací plocha spodní strana desky, ν je kinematická viskozita tekutiny při střední teplotě mezi teplotou stěny a tekutiny.

Prandtlovo číslo určíme ze vztahu:

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a}, \quad (59)$$

kde ν je kinematická viskozita tekutiny při střední teplotě mezi teplotou stěny a tekutiny, a je teplotní vodivost při střední teplotě mezi teplotou stěny a tekutiny $a = \frac{\lambda}{\rho c}$, pro vzduch je přibližně $\text{Pr} = 0,7$.

Pro výpočet Nusseltova čísla z Grashofova a Prandtlova čísla platí:

$$\text{Nu} = c \cdot (\text{Gr} \cdot \text{Pr})^n, \quad (60)$$

kde c a n jsou konstanty, které jsou závislé na hodnotě součinu $Gr \cdot Pr$. Tyto konstanty vyčteme z následující tabulky 1.

Tab. 1 Konstanty pro výpočet Nusseltova čísla pro proudění do neomezeného prostoru [49]

$Gr \cdot Pr$	c	n	druh proudění
$1 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^2$	1,180	$\frac{1}{8}$	laminární
$5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^7$	0,540	$\frac{1}{4}$	vířnaté
$2 \cdot 10^7 - 1 \cdot 10^{13}$	0,135	$\frac{1}{8}$	turbulentní

Koeficientu přestupu tepla α pro volné proudění do neomezeného prostoru zjistíme z Nusseltova čísla podle vztahu:

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{l}, \quad (61)$$

kde λ je tepelná vodivost tekutiny při střední teplotě mezi teplotou stěny a kapaliny, l je tzv. charakteristický rozměr. U svislých, šikmých a zakřivených povrchů a těles je to výška (rozměr ve směru gravitační síly), u vodorovných volně obtékaných desek a povrchů se jedná o nejmenší vodorovný rozměr. Při tom se součinitel přestupu tepla zvětší o 30 %, pokud je ohřívací plocha horní povrch desky, nebo o 30 % sníží, pokud je ohřívací plocha spodní strana desky.

Dále se v modelu aktuátoru vyskytuje volné proudění do omezeného prostoru, kde omezeným prostorem je štěrbina mezi pohybující se deskou a horním dílem magnetického obvodu (konkrétně horní kluznou vrstvou). V malém prostoru nelze od sebe oddělit ohřívání a ochlazování tekutiny a proto je nutné brát tyto děje jako jeden jev probíhající současně v uzavřeném prostoru. Podmínky proudění pro stoupající a klesající proudy vzduchu a také podmínky přestupu tepla do omezeného prostoru jsou značně složité a závisí především na fyzikálních parametrech tekutiny, intenzitě pochodu a na tvaru a rozměrech omezeného prostoru. V mém případě se jedná o vodorovnou mezeru, v které proudění závisí na vzájemné poloze ohřívacích a ochlazovacích povrchů a na jejich vzdálenosti. Je-li ohřívací plocha nahoře, cirkulace nevznikne. Pokud je ohřívací plocha dole, vzniknou stoupající a

klesající proudy, které se střídají. Z výše uvedeného je vidět, že proudění v omezeném prostoru je značně složitější než v prostoru neomezeném. Není tedy prakticky možné stanovit součinitel konvekce zvlášť pro ohřívání a pro ochlazování i s ohledem na jejich cirkulaci. Proto se tento složitý problém nahrazuje zjednodušením, kdy se zavádí tzv. ekvivalentní tepelná vodivost.

Nyní uvedu postup pro určení koeficientu konvekce α pomocí podobnostních čísel podle [49] pro proudění do omezeného prostoru. Nejdříve vypočteme Grashofovo číslo Gr podle (58), ale za charakteristický rozměr budeme brát vzdálenost teplé a studené plochy (tloušťka štěrby) a materiálové konstanty jsou při střední teplotě mezi teplou a studenou plochou. Dále vypočteme Prandtlovo číslo Pr dle rovnice (59), ale materiálové konstanty dosadíme při střední teplotě mezi teplou a studenou plochou. Následně určíme součinitel konvekce ε_k pomocí vztahu:

$$\varepsilon_k = c \cdot (\text{Gr} \cdot \text{Pr})^n, \quad (62)$$

kde c a n jsou konstanty, které jsou závislé na hodnotě součinu $\text{Gr} \cdot \text{Pr}$. Tyto konstanty vyčteme z tab. 2:

Ekvivalentní tepelnou vodivost vypočteme z definice součinitele konvekce. Po úpravě dostaneme:

$$\lambda_{ekv} = \varepsilon_k \cdot \lambda, \quad (63)$$

kde λ je tepelná vodivost tekutiny.

Tab. 2 Konstanty pro výpočet Nusseltova čísla pro proudění do omezeného prostoru [49]

Gr · Pr	c	n
$1 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^2$	1,000	0,0
$5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^7$	0,105	0,3
$2 \cdot 10^7 - 1 \cdot 10^{13}$	0,400	0,2

Pokud jsou teploty jednotlivých prvků systému nízké (100–200 °C), nedopustíme se v řadě případů větší chyby, pokud zanedbáme vliv sálání. Toto zanedbání je však vždy nutné pečlivě prověřit, protože výše uvedené platí v podstatě jen pro vynucenou konvekci.

Pro malé rozdíly teplot a samovolnou konvekci bývá naopak sálavá složka nezřídka dominantní a to i pro pokojové teploty.

Koeficient ε charakterizující emisivitu povrchu magnetického obvodu či hliníkové desky aktuátoru pro okrajovou podmínku radiace (56), (57) zjistíme experimentálně měřením tak, že kontaktním teploměrem zjistíme teplotu povrchu magnetického obvodu. Současně snímáme povrch magnetického obvodu či hliníkové desky termokamerou a měníme nastavení emisivity povrchu na termokameře do té doby, než se bude shodovat teplota zobrazená termokamerou s teplotou kontaktního teploměru.

5.7 ROVNICE POHYBU DESKY

Předpokládáme, že deska se pohybuje pouze směrem $\pm x$. Tento předpoklad je ovšem do jisté míry zjednodušující (deska se ve vzduchové mezeře může například určitým způsobem naklánět), ale v případě, že je magnetický obvod potažen nějakou látkou o nízkém součiniteli tření jako například Teflon a vzduchová mezera je dostatečně tenká, je prakticky splněn. Pohybové rovnice desky lze pak psát ve tvaru [50]:

$$m \frac{dv}{dt} = \sum F, \quad \frac{dx}{dt} = v, \quad (64)$$

kde v je rychlost desky ve směru $\pm x$, m je její hmotnost, a $\sum F$ označuje součet externích sil působících rovněž ve směru $\pm x$. Počáteční podmínky k této soustavě rovnic zní:

$$v(0) = 0, \quad x(0) = x_0.$$

Podívejme se nyní na zmíněný člen $\sum F$. Ten podle (28) obsahuje hnací elektrodynamickou sílu $F_{ed,x}$ a obecně několik pasivních odporů působících proti $F_{ed,x}$. První z nich sestává z odporu vyvolaného třením po povrchu magnetického obvodu (jenž může být opatřen výše zmíněnou kluznou vrstvou) a jeho velikost je:

$$F_{x,p1} = -fF_y, \quad (65)$$

kde F_y je celková síla, kterou tlačí deska na horní či spodní část magnetického obvodu. Tato síla vzniká složením tíhy desky $F_G = mg$ a y -ové složky síly elektrodynamické $F_{ed,y}$ (28). Druhým pasivním odporem je aerodynamický odpor působící proti pohybu desky, jenž lze určit ze vztahu [50]:

$$F_{x,p2} = -\frac{1}{2}\rho c S v^2, \quad (66)$$

kde ρ je hustota vzduchu, S je velikost čelní plochy desky a c je součinitel tohoto odporu. Součinitel c je funkcí Reynoldsova čísla a pro malé rychlosti má přibližně tvar $\frac{konst}{Re}$, což vede k lineární závislosti odporové síly na rychlosti, navíc ve štěrbině se neuplatní jen čelní plocha desky, ale i zbylý povrch.

Po dosazení do (64) obdržíme soustavu dvou nelineárních diferenciálních rovnic, které je třeba řešit numericky.

6. NUMERICKÉ ŘEŠENÍ MATEMATICKÉHO MODELU

Spojité matematický model úlohy (rovnici (14) či (15) pro magnetické pole v systému, spolu rovnici teplotního pole (53) a rovnici (64) pro pohyb desky je nutno řešit numericky. Zatímco rovnice (14) či (15) a (53) lze nejlépe řešit metodou konečných prvků [51], rovnice (64) se vyřeší vhodnou iterační metodou. Je však třeba si uvědomit, že v každém časovém kroku se obecně mění magnetické pole v systému (díky pohybu desky a tedy celkové změně jeho geometrie, ale také díky časovým změnám proudů v budících vinutích). Tím samozřejmě dochází i ke změnám elektromagnetických sil, které působí na pohybující se desku. Podobně je tomu i se změnami teploty, ty však v našem případě nebudou hrát tak důležitou roli.

Numerické metody jsou metody, které dávají číselné řešení v předem zvolených diskrétních bodech této oblasti. Na rozdíl od analytických metod toto řešení většinou nebývá přesné, ale představuje pouze jeho aproximaci, která je zatížena určitou chybou.

Ačkoli základy sofistikovaných numerických metod byly položeny již před více než šedesáti pěti lety, jejich intenzivní a široký rozvoj je spojen teprve s vývojem a zdokonalováním výpočetní techniky v posledních asi čtyřiceti letech. Lze říci, že v poslední době s řešením čím dál tím složitějších problémů ze všech vědních oblastí (nestacionární a nelineární úlohy ve 2D a 3D) stále nabývají na významu.

Řešení diferenciálních rovnic numerickými metodami se uplatňuje ve všech možných technických disciplínách, protože na diferenciální rovnice vede většina praktických problémů. Řadu z těchto rovnic nelze řešit exaktně, jelikož jsou buď nelineární, nebo příliš složité. I v případě, že analytické řešení existuje, může být tak složité, že numerické řešení představuje dobrou alternativu. Jako iterační metoda bude použita Runge-Kutta čtvrtého řádu, viz kap. 8.2.

6.1 CHYBY VÝPOČTU

Pro numerické řešení problému byla použita kombinace programů Agros2D [45] a Hermes2D [52], jež jsou vyvíjeny širší řešitelskou skupinou, s kterou jsem v kontaktu. Zatímco Hermes2D představuje knihovnu vysoce pokročilých algoritmů pro monolitické a

plně adaptivní řešení soustav obecně nelineárních a nestacionárních parciálních diferenciálních rovnic druhého řádu, jež jsou založeny na metodě konečných prvků vyššího řádu přesnosti, Agros2D je výkonný uživatelský interface určený pro preproce- sing a postproce- sing řešené úlohy. Oba programy jsou psány v jazyce C++ a prakticky slouží k monolitickému řešení složitých multifyzikálních úloh. Jsou navíc volně šiřitelné v rámci GNU licence.

Poněvadž oba programy (ve srovnání s existujícími programy pro řešení sdružených problémů jako je např. COMSOL Multiphysics nebo ANSYS) vykazují řadu zcela ojedině- lých charakteristik, zmíním se v dalším textu alespoň o těch nejzajímavějších. Mezi ně zejména patří:

- plná *hp*-adaptivita s elementy v současné době až do desátého řádu,
- jsou podporovány visící uzly libovolného řádu,
- 2D diskretizační síť může sestávat z trojúhelníkových, čtyřúhelníkových či křivočarých elementů, případně i z jejich kombinací,
- každé fyzikální pole je řešeno na jiné síti, která co nejlépe odpovídá jeho vlastnostem, a tyto sítě se navíc mohou měnit v čase podle aktuálního vývoje výsledků.

A nyní ty nejdůležitější podrobnosti. Algoritmy adaptivity se spouští automaticky, jakmile chyba řešení v dané oblasti přesáhne povolenou toleranci. Zde si nejprve musíme říci, jak se tato chyba určí.

Uvažujme operátorovou rovnici:

$$Cf = 0, \quad (67)$$

kde C je onen operátor a f je funkce, jejíž řešení hledáme v nějaké oblasti Ω . Pokud označíme symbolem f' přibližné řešení (64) získané numericky, můžeme pak definovat absolutní chybu δ a relativní procentní chybu η pomocí vztahů:

$$\delta = f - f', \quad \eta = 100|\delta / f|. \quad (68)$$

V tomto případě se ovšem jedná o chybu, která se může měnit bod od bodu, což není příliš výhodné. Lépe je proto pracovat s normami, které jsou schopné postihnout chybu v celé uvažované oblasti Ω . Hermes2D konkrétně pracuje s normami typu:

- Klasická energetická norma $\|e\|$ vyjádřená vztahem:

$$\|e\| = \left| \int_{\Omega} \delta(C\delta) d\Omega \right|^{1/2}. \quad (69)$$

- Norma L^2 definovaná vztahem:

$$\|e\|_{L^2} = \left| \int_{\Omega} \delta^2 d\Omega \right|^{1/2}. \quad (70)$$

- Konečně norma H^1 daná výrazem:

$$\|e\|_{H^1} = \left| \int_{\Omega} \left(\delta^2 + (\text{grad } \delta) \cdot (\text{grad } \delta) \right) d\Omega \right|^{1/2}. \quad (71)$$

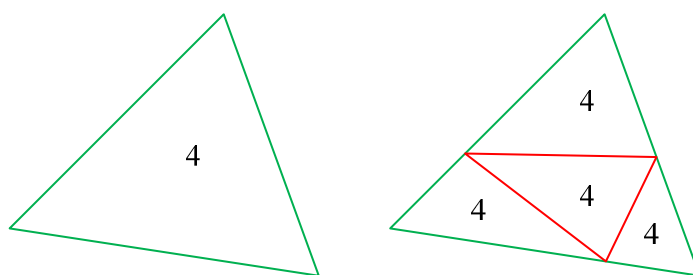
Problémem ovšem zůstává, jak stanovit přesné řešení f . To lze totiž určit přesně jen ve velice jednoduchých analyticky řešitelných případech (a takové je zbytečné řešit numeric-ky). To znamená, že chybu δ je zapotřebí nějakým přijatelným způsobem odhadnout, a to je obecně velký problém. Pro určité třídy lineárních parciálních diferenciálních rovnic sice takové odhady existují (a liší se rovnicí od rovnice), obecné odhady chyb pro nelineární rovnice však neexistují. Proto Hermes2D využívá zcela jiného přístupu k odhadu chyb, jenž je založen na tzv. referenčním řešení f_{ref} . Toto referenční řešení se získá tak, že se úloha znovu vyřeší na podstatně zjemněné síti (nebo na téže síti, jejíž elementy však mají vyšší řády) vůči řešení f' . Tímto způsobem se určí kandidáti na adaptivitu i bez znalosti přesného řešení f . Knihovna Hermes2D pracuje s velmi sofistikovanými a jemnými algoritmy založenými na těchto myšlenkách.

Získá-li se tímto způsobem představa, kde je třeba diskretizační síť zjemnit či změnit strukturu elementů, musí se ještě stanovit, jakým způsobem bude tento krok proveden. To se provádí tzv. selektorem, jenž zajistí realizaci následujících kroků:

- Výběr kandidátů pro zjemnění.
- Výpočet příslušných lokálních chyb, což je realizováno pomocí zobrazení referenčního řešení do příslušného prostoru konečných prvků.
- Stanovení počtu stupňů volnosti pro každého kandidáta.
- Vyčíslení skóre pro každého kandidáta a přiřazení vah jednotlivým kritériím

Podle váhy přiřazené příslušnému kandidátu se poté určí, zda pro zlepšení výsledku se zde využije h -adaptivita, p -adaptivita, či plná hp -adaptivita.

H -adaptivita probíhá následujícím způsobem: původně velký element se rozdělí na několik menších elementů, ale řád polynomů, jež aproximují rozložení hledané veličiny v těchto menších elementech, zůstane stejný, jako v případě původního většího elementu, viz obr. 9.

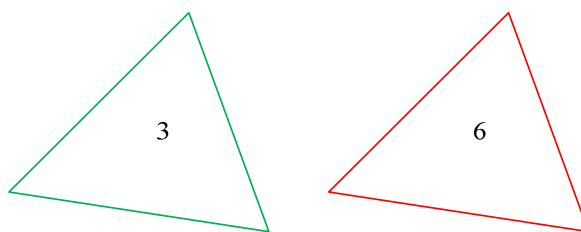


Obr. 9 h -adaptivita aplikovaná na trojúhelníkový element (řády polynomů zůstávají stejné)

P -adaptivita spočívá ve zlepšení aproximace hledané veličiny v elementu použitím polynomu vyššího řádu (obr. 10).

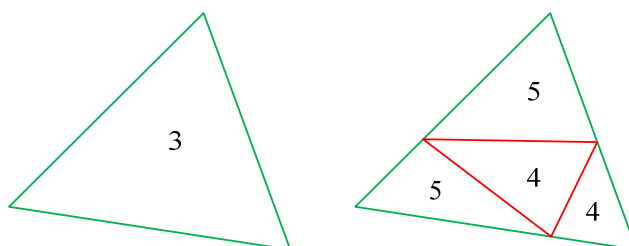
A konečně hp -adaptivita kombinuje obě předcházející techniky. Bylo dokázáno, že tento způsob zjemňování je charakterizován extrémně rychlou (exponenciální) konvergencí výsledků. Typický případ je znázorněn na obr. 11.

Velmi zajímavá a ojedinělá je též konstrukce křivočarých prvků (aproximujících křivočaré hranice a rozhraní), ale vzhledem k tomu, že v této úloze se nepoužívají, odkazují čtenáře např. na literaturu [53].

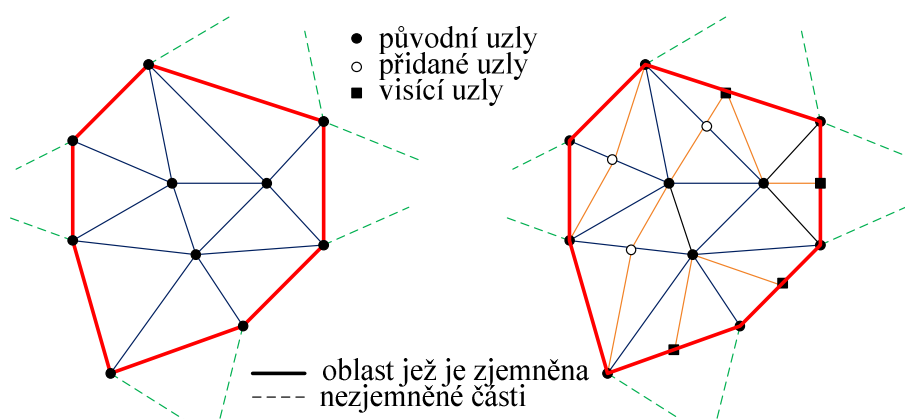


Obr. 10 p -adaptivita aplikovaná na trojúhelníkový element (řád polynomu se zvýší)

Na závěr se ještě zmíním o visících uzlech. Co jsou visící uzly, je zřejmé z obr. 12 (nejsou to vrcholy elementů v nezjemněných částech diskretizační sítě). Zavedení těchto uzlů významně přispívá ke snížení celkového počtu stupňů volnosti úlohy, na druhé straně pro jejich zahrnutí musela být vypracována řada sofistikovaných algoritmů (profesionální programy visící uzly vesměs nepodporují).



Obr. 11 hp -adaptivita – element se rozštěpí a řády polynomů se zvýší



Obr. 12 Zjemnění oblasti a vytváření visících uzlů

7. REÁLNÝ MODEL AKTUÁTORU

7.1 NÁVRH A SESTAVENÍ MODELU

Při návrhu reálného modelu jsem byl inspirován článkem Coupled Analysis of a 3-Phase Linear Actuator [38], který se zabývá sdruženou analýzou mechanických, tepelných a termoelastických účinků na podobná zařízení. Rozměry modelu aktuátoru jsem navrhl tak, aby hmotnost a rozměry zařízení umožňovaly jeho snadnou přepravu. Předběžně jsem namodeloval aktuátor pomocí software Agros2D, abych se ujistil, že mnou navrhované zařízení bude funkční.

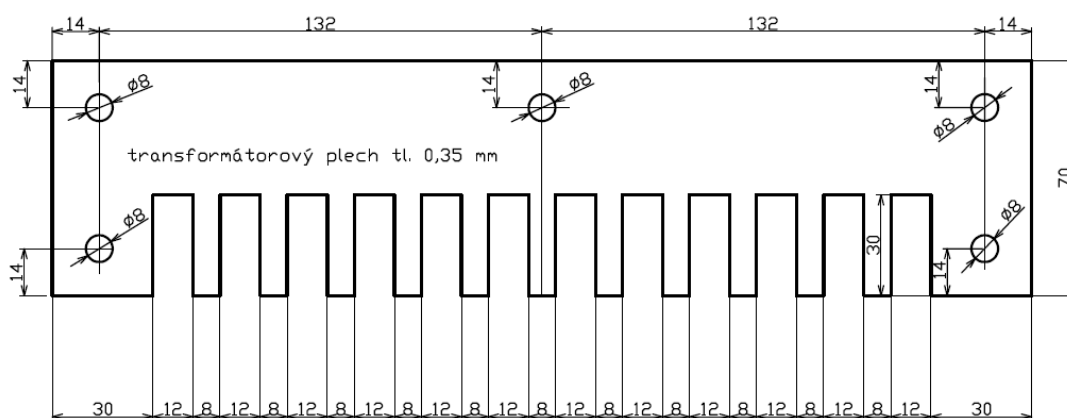
Magnetický obvod jsem navrhl z transformátorových plechů, z důvodu minimalizace nežádoucích ztrát vířivými proudy. Transformátorové plechy o tloušťce 0,35 mm jsem získal z odpadových zásob od firmy Trafo CZ a.s. z Hradce Králové, která se zabývá výrobou a repasí transformátorů.

Transformátorové plechy jsou vyrobeny z křemíkové oceli, která je však hůře obrobitelná. Při řezání plechů laserem by se materiál v okolí řezu značně zahříval, měnil svou strukturu a vytvářely by se značné otřepy. V exponovaných místech by pak mohlo dojít i k výrazným změnám fyzikálních parametrů materiálu, což je pro konstrukci magnetického obvodu nežádoucí. Z výše uvedených důvodů jsem volil řezání vodním paprskem.

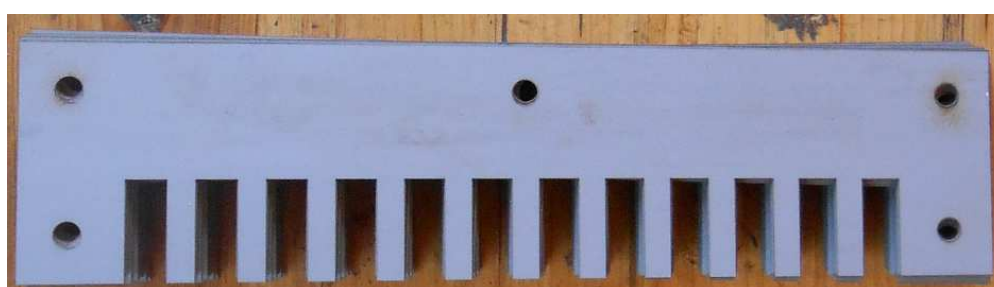
Vodním paprskem [54] je možné provádět i tvarově složité řezy během jedné operace. Lze dosahovat vysokého využití polotovaru díky malému průměru paprsku a možnosti vyskládání více tvarů na jeden polotovar. Minimální mezery mezi tvary jsou 3–5 mm. V některých případech lze s výhodou využít i "společný řez" pro dva díly najednou. To přináší značnou úsporu při výrobě. Standardní přesnost výřezu je $\pm 0,2$ mm. Dělený materiál není silově namáhán (nedochází ke vzniku mikrotrhlín). Řezná hrana není nijak tepelně ovlivněna (nedochází k tepelnému ovlivňování řezaného materiálu a tím ani ke změnám struktury), vždy se jedná o studený řez. Řez je bez otřepů a většinou odpadá nutnost následného opracování. Vodním paprskem lze řezat i velmi obtížně dělitelné a jinak neobrobitelné materiály. Tyto skutečnosti jsou velmi důležité a odlišují vodní paprsek od ostatních technologií na dělení materiálů, zvláště pomocí laseru a mikroplazmatu. Pracovní tlak vody se pohybuje v rozmezí 500–6500 Bar. Tlakovým zdrojem jsou speciální vysokotlaká

čerpadla, která se liší příkonem (11–75 kW) a průtokem vody (1,2–7,6 l/min). Paprsek vzniká v řezací hlavě zakončené tryskou. Při zpracování měkkých materiálů se používá čistý vodní paprsek, pro ostatní případy je třeba použít abrazivní paprsek (hydroabrazivní paprsek). Vhodnou příměsí je například granát - abrazivo zvolené dle tvrdosti řezaného materiálu. Pohyb řezací hlavy a tedy celá dráha řezu je řízena počítačem dle předem sestaveného programu. Po provedení řezu se směs vody a abraziva zachycuje v lapači (vaně), umístěné pod řezaným materiálem.

Řezání plechů jsem zadal firmě AWAC v Plzni, která se zabývá dělením materiálu vodním paprskem i pro kusovou výrobu. Požadované rozměry transformátorových plechů jsou zřejmé z obr. 13. Nařezané plechy jsou vidět na obr. 14.



Obr. 13 Rozměry transformátorového plechu



Obr. 14 Transformátorové plechy požadovaných rozměrů

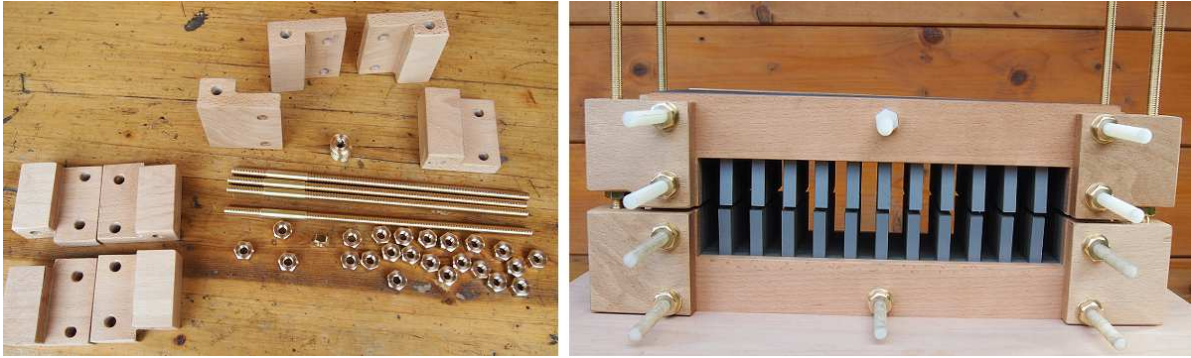
Pro magnetický obvod bylo dále nutno vyrobit vhodnou stahovací konstrukci. Konstrukce je vytvořena z dřevěných dubových čel. Tento materiál byl použit pro jeho dobrou pevnost, opracovatelnost a dielektrické vlastnosti. Svorníky byly zhotoveny úpravou plastových (PA-66, pracovní teplota max. 120 °C) závitových tyčí se závitom M8. Ostatní spojovací materiál je vyroben z mosazných tyčovin obrobených do matek a podložek. Poté

jsem sestavil magnetický obvod, který sestává ze dvou identických částí. Sestavování magnetického obvodu aktuátoru ilustruje obr. 15.

Pro regulaci vzduchové mezery mezi horní a spodní částí aktuátoru bylo třeba navrhnout a vyrobit vhodnou konstrukci. Konstrukce pro regulaci vzduchové mezery sestává ze čtyř mosazných závitových tyčí M8, které jsou našroubovány do dřevěného základu konstrukce a čtyř matek M8, které aretují požadovanou polohu vzduchové mezery. Mosazné tyče a matky byly vyrobeny z mosazné kulatiny a šestihranu. Dřevěný základ konstrukce je zhotoven z dubového dřeva, a je přichycen ke stahovací konstrukci magnetického obvodu. Součásti potřebné k sestavení konstrukce pro regulaci vzduchové mezery a pohled na rozdělaný model aktuátoru (sestavěný magnetický obvod s regulací vzduchové mezery) je zobrazen na obr. 16.



Obr. 15 Sestavování magnetického obvodu



Obr. 16 Regulace vzduchové mezery

Dalším krokem bylo zhotovení cívek (obr. 17). Zvolil jsem nejjednodušší způsob vinutí cívek mezi sousedními drážkami. Výrobu cívek provedla firma FD servis z Rožmitálu pod Třemšínem. Každá cívka je vinuta zvlášť lakovaným měděným vodičem 1 mm² v paralelním provedení 2×50 závitů. Cívky jsou vsazeny do drážek magnetického obvodu. Jednotlivé vývody cívek jsou vyvedeny na svorkovnici. V každé části (spodní i horní) aktuátoru je osazeno 6 cívek. Úspěšně byla provedena napěťová zkouška izolace vinutí proti magnetickému obvodu napětím 4 kV (výdržné izolační napětí).



Obr. 17 Cívka

Po sestavení doposud vyrobených dílů bylo třeba vyrobit vhodný podstavec pro snazší přepravu aktuátoru. Podstavec byl vyroben z dubového dřeva. Uprostřed dřevěné desky byla vyfrézována plocha o tvaru spodní části aktuátoru. Spodní díl aktuátoru byl vložen do vyfrézované plochy desky, která vymezuje polohu aktuátoru na podstavci. Dále byly vyro-

beny nájezdné plochy pro pohybující se desku aktuátoru, které jsou dlouhé cca 15 cm. Nájezdné plochy jsou vyrobeny též z dubového dřeva a přišroubovány vruty k podstavci.

Pro zmenšení smykového tření při pohybu pohyblivé části aktuátoru jsem zvolil sklotextitovou desku G10 o tloušťce 0,5 mm (teplotní index 130 °C) tvarově upravenou pro požadované rozměry kluzných ploch. Deska je instalována na spodním i horním díle modelu. Spodní část je doplněna vodícími lištami pro vedení pohyblivé desky zařízením. Vodící lišty jsou vyrobeny rovněž ze sklotextitové desky G10 o tloušťce 0,5 mm. Kluzné desky i vodící lišty jsou připevněny dvouvrstvou lepicí fólií.

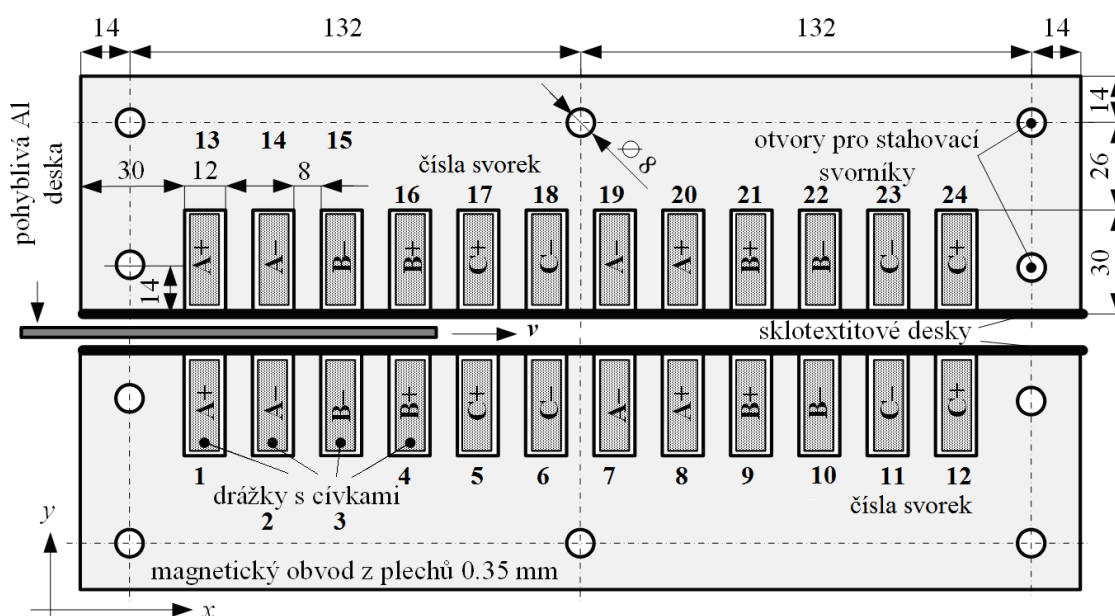
Dále jsem vyrobil propojovací vodiče mezi jednotlivými vinutími cívek. Jedná se o měděné slané vodiče průřezu $2,5 \text{ mm}^2$ se silikonovou izolací, které mají upravené konce lisovacími návleky. Pro připojení aktuátoru ke zdroji napětí byl použit kabel H07RNF $5 \times 1,5 \text{ mm}^2$, kde na jedné straně se pomocí svorek Wago připojil k aktuátoru a na druhé straně se připojí ke zdroji napětí (regulovaný trojfázový autotransformátor). Jednotlivé cívky stejné fáze jsem spojil sériově. Úbytek napětí sériového zapojení je zanedbatelný. Skupiny cívek jsem zapojil do hvězdy a vyvedl ochranný vodič.

Poslední částí aktuátoru je elektricky vodivá, avšak nemagnetická deska. Těmto požadavkům odpovídá například hliníková deska, která se mezi spodní a horní částí aktuátoru v důsledku elektrodynamických sil jednak nadlehčuje a jednak se může pohybovat ve směru osy x . K dispozici mám desky o rozměrech $200 \times 85 \text{ mm}$ a o tloušťce 1 mm a 1,5 mm vyrobené z materiálu EN AW-1050 H24 což je polotvrdý hliník o čistotě 99,5%.

Velikost celého modelu včetně podstavce a nájezdové a dojezdové plochy je přibližně $65 \times 30 \times 30 \text{ cm}$. Model aktuátoru má hmotnost cca 29 kg. Celý model aktuátoru je zobrazen na obr. 18.



Obr. 18 Model aktuátoru



Obr. 19 Rozměry a zapojení cívek reálného modelu aktuátoru

7.2 ODZKOUŠENÍ MODELU

Po sestavení celého modelu jsem provedl funkční zkoušku modelu v laboratoři Model elektrárenského bloku (H1-29) na Katedře elektroenergetiky ČVUT FEL v Praze. Nejdříve jsem nastavil vzduchovou mezeru aktuátoru pomocí mosazných matek na závitových tyčích na 3 mm, poté jsem položil hliníkovou desku tloušťky 1,5 mm na nájezdnou plochu modelu a částečně do prostoru mezi cívky horní a spodní části aktuátoru. Šířka vzduchové mezery byla 1,5mm. Model jsem připojil k synchronnímu generátoru, zapojil jsem 3 ampérmetry pro měření proudů tak, že každý ampérmetr měří elektrický proud, který teče

skupinou cívek stejné fáze (proud tekoucí jednotlivými větvemi hvězdy). Dále jsem připojil k modelu 3 voltmetry, které měří napětí na jednotlivých skupinách cívek stejné fáze (napětí na jednotlivých větvích hvězdy). Napětí synchronního generátoru jsem plynule zvyšoval od 0 do doby, než se deska rozpochovala. Mezní napětí a proud pro výše uvedený případ, při kterém se hliníková deska rozpochovala, bylo cca 7V a 2A. Při vsouvání desky mezi spodní a horní část modelu nejdříve klade odpor (pohybuje se proti předpokládanému pohybu), jakmile je deska zasunuta do modelu, tak, že protíná magnetické pole vyvolané cívkami všech třech fází, dá se do hlavního pohybu. Mezní poloha pro pohyb je 0,125 m od hrany magnetického obvodu aktuátoru). Přehozením dvou fází jsem úspěšně odzkoušel reverzaci pohybu hliníkové desky. Funkčnost reálného modelu jsem tedy úspěšně vyzkoušel.

Největším problémem se jevílo odečítání hodnot z ampérmetrů a voltmetrů, protože jejich ručky kmitaly. Hledal jsem příčinu těchto kmitů a chtěl je odstranit. Připojil jsem k výstupním svorkám synchronního generátoru osciloskop a zobrazil průběh napětí. Časový průběh napětí byl velice zkreslen a obálka průběhu napětí nebyla konstantní, ale sinusová s malou frekvencí. Po detailnějším seznámení s laboratoří jsem zjistil, že buzení synchronního generátoru je provedeno trojfázovým jednocestným usměrňovačem bez filtrace, takže je stejnosměrné, pulzní.

Podle Faradayova indukčního zákona se rovná indukované napětí:

$$U_i = B \cdot l \cdot v, \quad (72)$$

kde U_i je indukované napětí, B je magnetická indukce, l je délka vodiče a v rychlost pohybujícího se vodiče. Promítneme-li tento vztah s jistým nadhledem na konstrukci synchronního generátoru, reprezentuje U_i svorkové napětí generátoru, l počet závitů statorového vinutí, v úhlovou rychlost hřídele rotoru. Magnetická indukce B představuje právě budící soustavu synchronního generátoru. Změnou velikosti magnetické indukce ovlivníme velikost výstupního napětí generátoru. Protože v synchronním generátoru je zdrojem magnetické indukce stejnosměrný elektromagnet, provádíme toto ovlivňování změnou velikosti budícího proudu. Velikost magnetické indukce B je přímo úměrná velikosti mag-

netického indukčního toku ϕ a nepřímo úměrná ploše S , kterou magnetický tok prochází a magnetický tok Φ je roven součinu indukčnosti L a proudu I , proto můžeme psát:

$$B = \frac{L \cdot I}{S}. \quad (73)$$

Protože plocha S a indukčnost rotorového vinutí L jsou konstanty dané konstrukcí rotoru, můžeme napsat vztah, který při konstantních otáčkách generátoru vyjadřuje lineární závislost mezi budícím proudem I_b a výstupním napětím generátoru U_i :

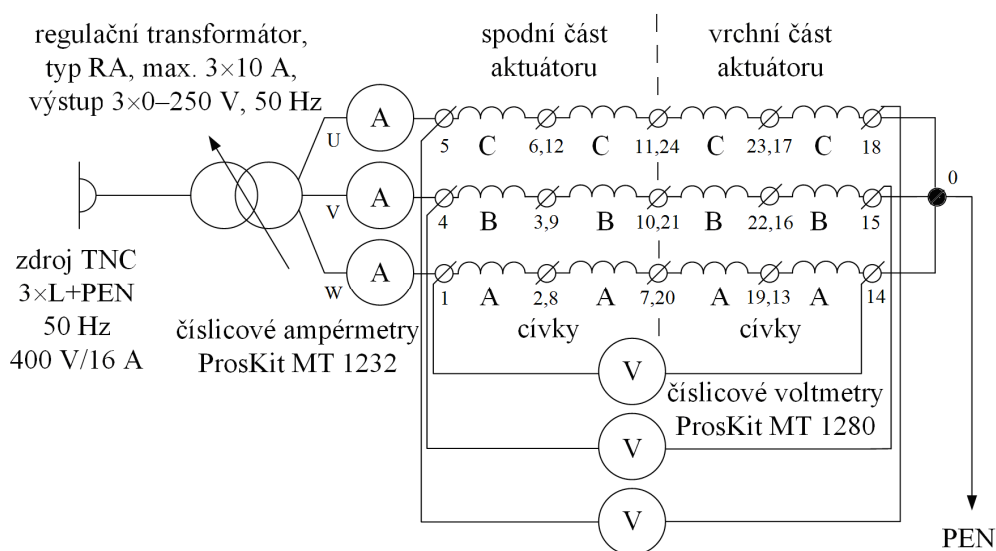
$$\Delta U_i = k \cdot \Delta I_b. \quad (74)$$

Pro buzení synchronního generátoru je tedy zapotřebí konstantního stejnosměrného proudu, aby bylo svorkové napětí synchronního generátoru sinusové bez vyšších harmonických.

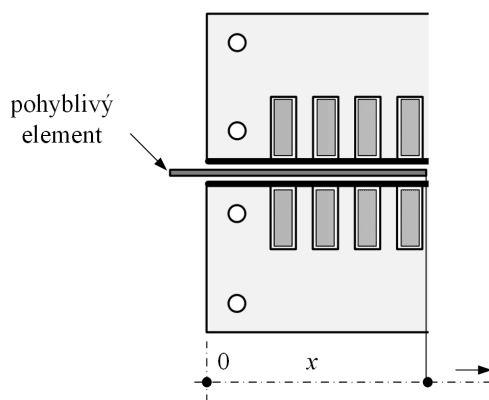
Nekonstantní stejnosměrný proud buzení synchronního generátoru byl příčinou kmitání ukazatelů měřících přístrojů a nemožnosti přesně odečítat hodnoty, popřípadě nemožností nastavit požadované hodnoty proudu (potažmo proudové hustoty) tekoucí jednotlivými fázemi aktuátoru a tím i změřit a sestrojit provozní charakteristiky aktuátoru při určitém proudu (proudové hustotě). Proto jsem hledal jiný trojfázový regulovatelný zdroj. Nakonec jsem využil možnost využít měřicí pracoviště Akademie věd České republiky, Ústav termomechaniky (Ing. Jiří Šonský, Ph.D) a Fakulty strojní ČVUT v Praze, Ústav přístrojové a řídicí techniky (Ing. Lubomír Musálek), které disponují trojfázovými regulovatelnými transformátory.

8. MĚŘENÍ A SIMULACE

Celé zařízení jsem napájel z trojfázové zásuvky čtyřpólové 16 A/400 V, 50 Hz, soustava TNC (3xL+PEN). Pro regulaci proudu aktuátoru jsem použil regulovatelný trojfázový autotransformátor značky Křižík, max. 3x10 A, regulované výstupní napětí 3x0-250 V, 50 Hz. Cívky jednotlivých fází jsem zapojil sériově. Úbytek napětí sériového zapojení je zanedbatelný. Skupiny cívek jsem zapojil do hvězdy a vyvedl vodič PEN. Dále jsem zapojil 3 digitální multimetry ProsKit MT 1232 jako ampérmetry a 3 digitální multimetry ProsKit MT 1280 jako voltmetry, kterými jsem měřil tekoucí proud a napětí na jednotlivých fázích aktuátoru. Napájecí schéma aktuátoru je zřejmé z obr. 20. Obr. 21 zobrazuje polohu desky ve směru x .



Obr. 20 Napájecí schéma aktuátoru



Obr. 21 Odečítání polohy x

Vstupní data (charakteristické vlastnosti materiálů) jsou uvedeny v tab. 3. Pokud bychom chtěli být důslední, museli bychom použít proměnlivé konstanty, které závisí např. na teplotě. Takové závislosti materiálových konstant lze zjistit z různých databází, např. [55]. Zjištění oteplovací charakteristiky hliníkové desky a magnetického obvodu je slabě sdružená. Pro mé uvažované zařízení zanedbáním výše zmiňované závislosti a použitím nezávislých materiálových konstant se dopustím relativně malé chyby, kterou odhaduji na cca 5 %. Proto budu jako vstupní hodnoty používat hodnoty uvedené v tab. 3.

Tab. 3 Materiálové konstanty

<i>Magnetický obvod – transformátorové plechy</i>	
Elektrická vodivost	$\gamma_{Fe} = 6 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$
Permeabilita	$\mu_{rFe} = 2000$
Hustota	$\rho_{Fe} = 7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Součinitel tepelné vodivosti	$\lambda_{Fe} = 20 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Měrná tepelná kapacita	$c_{pFe} = 450 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Emisivita	$\varepsilon_{Fe} = 0,9$
Rozměry magnetického obvodu	viz obr. 18
Šířka magnetického obvodu	$\check{s}_{Fe} = 0,088 \text{ m}$
<i>Hliníková deska</i>	
Elektrická vodivost	$\gamma_{Al} = 37,5 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$
Permeabilita	$\mu_{rAl} = 1,000023$
Hustota	$\rho_{Al} = 2700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Součinitel tepelné vodivosti	$\lambda_{Al} = 231 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Měrná tepelná kapacita	$c_{pAl} = 945 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Emisivita	$\varepsilon_{Al} = 0,07$
Tloušťka desky	$v_{Al} = 1 \text{ mm}, 1,5 \text{ mm}$
Délka desky	$l = 0,2 \text{ m}$
Šířka desky	$l_{Al} = 0,085 \text{ m}$
<i>Měděné vinutí</i>	
Elektrická vodivost	$\gamma_{Cu} = 56,18 \cdot 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$
Počet cívek	$n = 12 \text{ ks}$
Počet závitů cívky	$N = 2 \times 50 \text{ z}$
Průřez vinutí cívky	$S_{Cu} = 2 \times 1 \text{ mm}^2$
Zapojení cívek	do hvězdy, viz obr. 19
Permeabilita	$\mu_{rCu} = 0,999990$
Hustota	$\rho_{Cu} = 8940 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Součinitel tepelné vodivosti	$\lambda_{Cu} = 386 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Tab. 3 Materiálové konstanty - pokračování

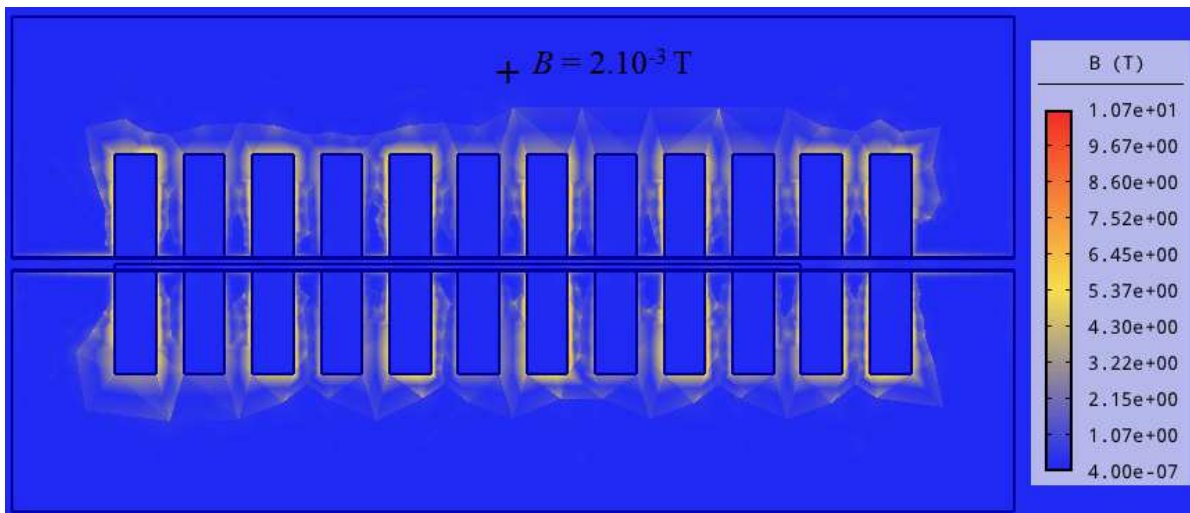
Měrná tepelná kapacita	$c_{pCu} = 380 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Koeficient plnění drážky	$k = 0,785$
Efektivní hodnoty fázového elektrického proudu naprázdno, frekvence	$I = 4 \text{ A}, 6 \text{ A}, 9 \text{ A}, f = 50 \text{ Hz}$
<i>Kluzná vrstva – sklotextit</i>	
Permeabilita	$\mu_{rkv} \approx 1$
Hustota	$\rho_{kv} = 1500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Součinitel tepelné vodivosti	$\lambda_{kv} = 0,03 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Měrná tepelná kapacita	$c_{kv} = 1100 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
<i>Vzduchová mezera</i>	
Permeabilita	$\mu_{rAG} = 1$
Hustota	$\rho_{AG} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Součinitel tepelné vodivosti	$\lambda_{AG} = 0,026 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Měrná tepelná kapacita	$c_{AG} = 1000 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Tloušťka vzduchové mezery	$\delta_{AG} = 1,5 \text{ mm}, 3 \text{ mm}, 4,5 \text{ mm}$
<i>Celkově</i>	
Hmotnost zařízení	$m \approx 29 \text{ kg}$
Výdržné izolační napětí	$U_{iz} \geq 4 \text{ kV}$
Napájení	trojfázové přes regulační autotransformátor

8.1 STATICKÉ SÍLY PŮSOBÍCÍ NA DESKU

Statické síly, které působí na hliníkovou desku, jež se nachází v trojfázovém lineárním aktuátoru, jsou celková elektrodynamická síla ve směru x a ve směru y (28). Nejdříve jsem pomocí software Agros2D [45] v prostředí PhytonLab pomocí programovacího jazyka Phyton [55] nakreslil geometrii aktuátoru, dále definoval materiálové vlastnosti jednotlivých oblastí, poté vytvořil skript pro posun desky. Také bylo zapotřebí navrhnout příslušné okrajové podmínky pro magnetické pole. Při návrhu okrajové podmínky pro magnetické pole jsem postupoval podle kap. 5.6. V dostatečné vzdálenosti od vyšetřovaného systému jsem zavedl umělou hranici Γ a předpokládám, že vně této hranice už je pole tak malé, že je možno je zanedbat (okrajová podmínka typ: magnetický potenciál). V mém případě je možno očekávat, že umělá hranice příliš od systému být vzdálená nemusí. Pokud se magnetický obvod aktuátoru výrazně nepřesytí, není důvod k rozptylu magnetického toku mimo něj, takže pole vně systému bude jen velmi malé. Na obr. 22 jsem zobrazil rozložení magnetické indukce magnetického obvodu aktuátoru pro napájecí efektivní proud aktuátoru 9 A, vzduchovou mezera 3,0 mm a tloušťku desky 1,5 mm, poloha desky $x = 0,23 \text{ m}$,

pomocí software Agros2D. Jak je vidět hodnota magnetické indukce magnetického obvodu je cca $B = 2 \cdot 10^{-3}$ T, tj. magnetický obvod není přesycen. Vyšší hodnota magnetické indukce je pouze v těsné blízkosti drážek. Hranici okrajové podmínky pro magnetické pole jsem umístil ve vzdálenosti 15 cm od magnetického obvodu aktuátoru.

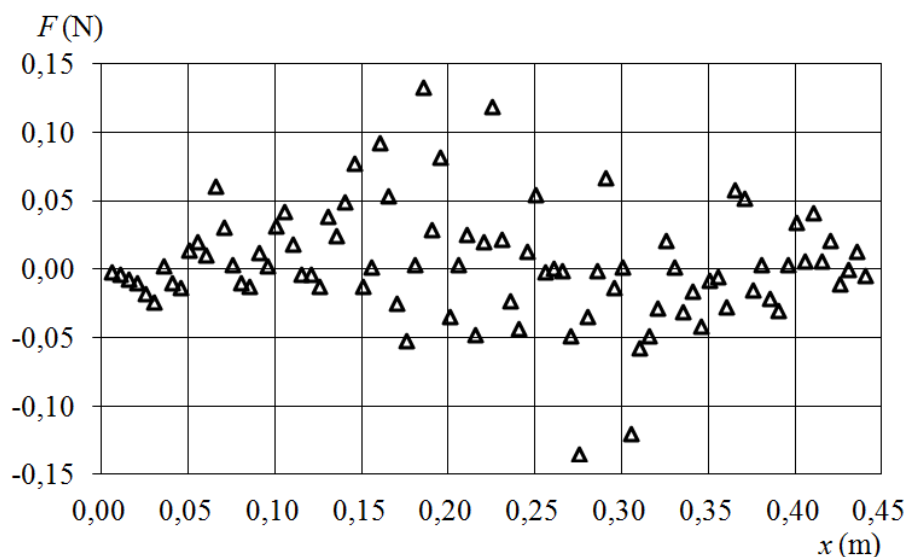
Dále jsem nasimuloval statické síly působící na hliníkovou desku ve směru x a ve směru y pro různé konfigurace aktuátoru, tj. pro různé tloušťky hliníkových desek (1 mm a 1,5 mm), pro různé velikosti vzduchové mezery (3,0 mm, 4,5 mm a 6 mm) a pro různé hodnoty efektivních hodnot fázových proudů (4 A, 6 A, 9 A), za předpokladu, že elektrický proud je konstantní a nezávisí na poloze desky. Síly ve směru y jsou malé a hodnoty mají okolo nuly, což reprezentuje obr. 23.



Obr. 22 Rozložení magnetické indukce magnetického obvodu aktuátoru

Dále jsem naměřil siloměrem Shimpo, model FGC-2B, max. 20N statické elektrodynamické síly působící (při různých konfiguracích: (tloušťka desky a vzduchové mezery, proud naprázdno, tj. proud, který odebírá aktuátor bez zasunuté desky) na desku ve směru x . Každé měření siloměrem jsem prováděl 5x nezávisle na sobě, aby byly co nejvíce eliminovány chyby měření. Sílu jsem měřil tak, že byla vyvrtána do hliníkových desek na jednom konci díra průměru cca 1 mm. Dírou jsem provlékl provázek. Desku jsem aretoval v různých polohách ve směru x v aktuátoru a odečítal celkovou elektrodynamickou statickou sílu působící na desku ve směru x . Porovnáním změřených a nasimulovaných průběhů statické síly ve směru x jsem zjistil, že se tyto průběhy liší hlavně maximální hodnotou

síly, kdy odchylka dosahovala i přes 10 % (v závislosti na konfiguraci). Rozdíly mezi modelovanými a naměřenými silami byly způsobeny tím, že se vlivem polohy desky uvnitř aktuátoru měnil odebíraný proud. Tento jev je důsledkem změny reaktance magnetického obvodu, kterou způsobila hliníková deska při změně své polohy. Průběh síly pro konstantní a reálný proud mají stejný průběh, liší se pouze velikost hodnot, především okolo maximální hodnoty síly ($x = 0,24$ m), tj. kdy hliníková deska aktuátoru je zcela zasunuta a nachází se v největším působení všech cívek. Dále se ve velké míře liší hodnoty změřené a namodelované síly pro polohu desky ($x = 0,292$ m), kdy začíná opouštět aktuátor. Při měření jsem neměl k dispozici zdroj proudu, který dodával do obvodu stále stejný proud nehlédě na změnu reaktance magnetického obvodu, ale regulovatelný trojfázový autotransformátor, tedy zdroj napětí.



Obr. 23 Namodelovaná závislost celkové elektrodynamické síly působící na desku ve směru y na poloze desky x pro konfiguraci č. 1 podle tab. 4 - $\delta_{AG} = 3,0$ mm, $v_{Al} = 3,0$ mm,

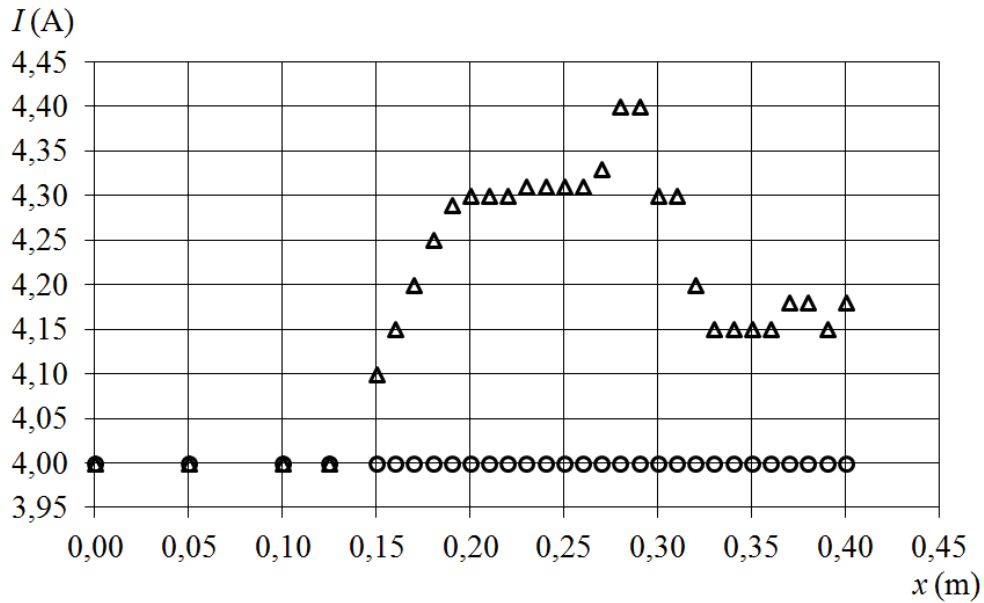
$$I = 4 \text{ A}$$

Na základě toho jsem dále změřil závislost odebíraného efektivního fázového proudu zařízení na poloze desky, opět při různých konfiguracích (tloušťka desky a vzduchové mezery, proud naprázdno). Příklady této závislosti pro vybrané konfigurace aktuátoru jsou na obr. 24, 27, 30, 33. Ze závislostí jsem pozoroval, že se zvětšující se vzduchovou mezerou a stejnou tloušťkou desky se hodnota proudu mění v závislosti na poloze desky méně. Poté jsem závislost velikosti proudu na poloze desky zpracoval do programu a pomocí soft-

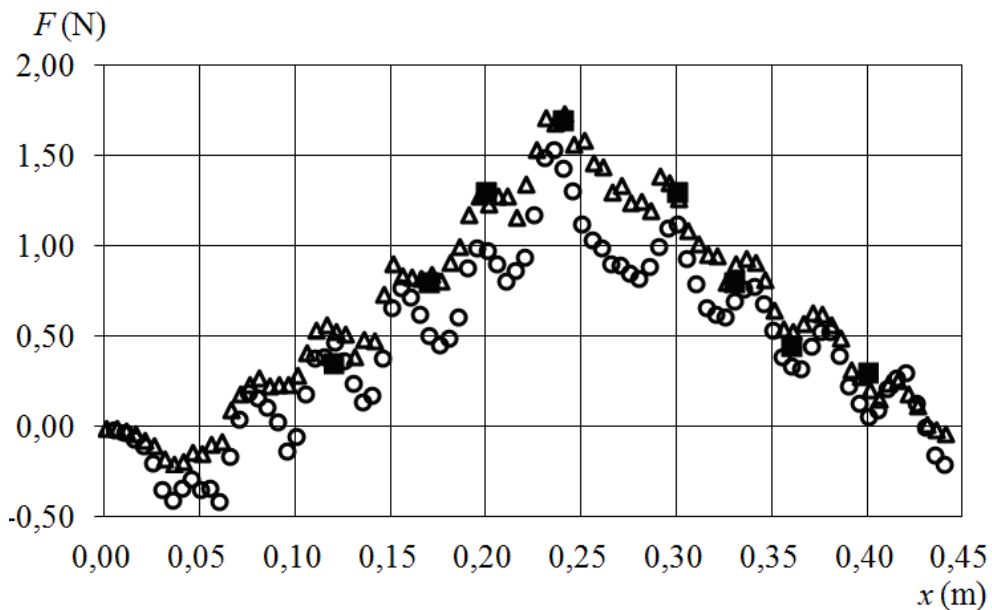
ware Agros2D jsem napočítal opět síly ve směru osy x . Nyní se již naměřené a nasimulované síly v maximální hodnotě síly shodovaly, jak dokládají obr. 25, 28, 31, 34.

Porovnáním obr. 24, 27 a 40 (konfigurace aktuátoru je stejná, mění se efektivní napájecí proud 4, 6 a 9 A) lze pozorovat, že se zvyšujícím se napájecím proudem aktuátoru je maximální rozdíl mezi proudem konstantním a skutečným téměř stejný cca 0,4 A. To znamená, že se zvyšujícím se napájecím proudem se zmenšuje poměr rozdílu skutečného a konstantního proudu k proudu konstantnímu. Důsledkem toho je stále zmenšující se rozdíl mezi statickými celkovými elektrodynamickými silami ve směru x , které působí na desku. Na obr. 31 se téměř shodují síly namodelované vybuzečné skutečným a konstantním proudem.

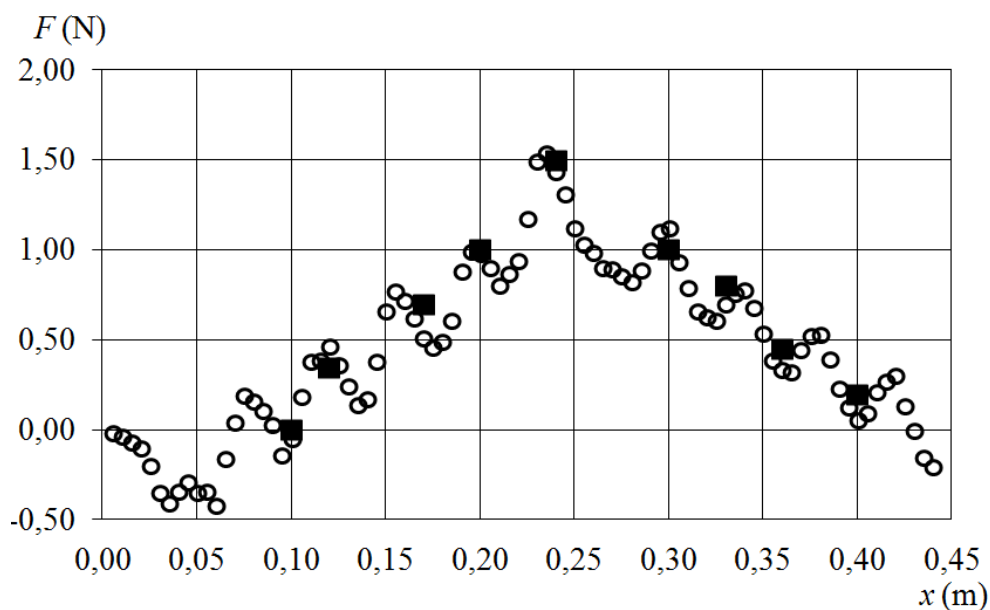
Dále jsem změřil celkovou statickou elektrodynamickou sílu, která působí na desku v ose x při konstantním proudu. Reálně jsem toto měření prováděl tak, že při změně polohy hliníkové desky v aktuátoru jsem vždy trojfázovým regulačním autotransformátorem nastavil požadovanou hodnotu proudu, aby byl odebíraný proud zařízení při jakékoliv poloze desky stejný. Tato měření jsem prováděl taktéž 5x nezávisle na sobě, aby byly co nejvíce eliminovány chyby měření. Porovnání naměřených a namodelovaných průběhů statické elektrodynamické síly působící na hliníkovou desku ve směru x pro vybrané konfigurace zařízení je vidět na obr. 26, 29, 32, 35. Průběhy se téměř shodují, tj. simulace zařízení dává téměř stejné výsledky jako reálný model, což jsem chtěl potvrdit. Všechna provedená měření a simulace shrnuje i se základními výsledky tab. 4 v kap. 8.2.



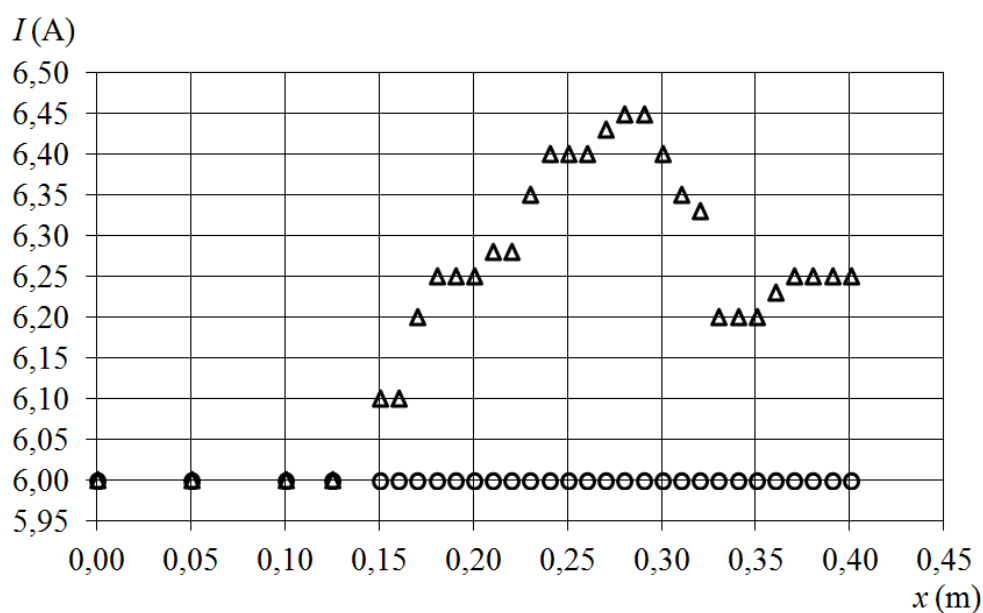
Obr. 24 Závislost proudu na poloze desky pro měření č. 1 podle tab. 4 - $\delta_{AG} = 3,0$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 4$ A (kroužky – konstantní proud, trojúhelníky – skutečný proud)



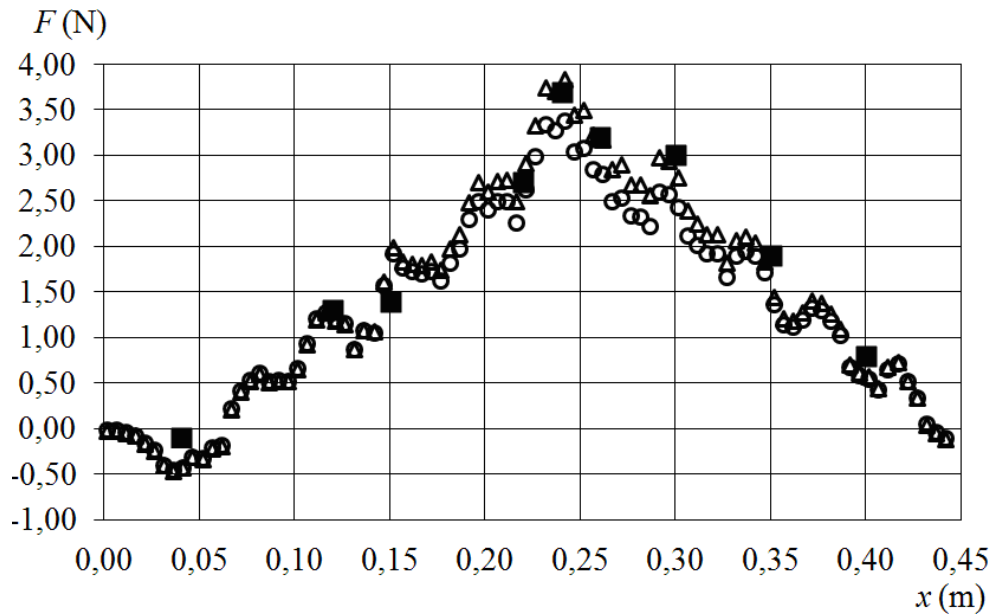
Obr. 25 Porovnání změřené (při skutečném proudu), namodelované (při konstantním i skutečném proudu) celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky, měření č. 1 podle tab. 4 - $\delta_{AG} = 3,0$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 4$ A (čtverce – změřeno při skutečném proudu, kroužky – simulace, síla při konstantním proudu, trojúhelníky – simulace, síla při skutečném proudu)



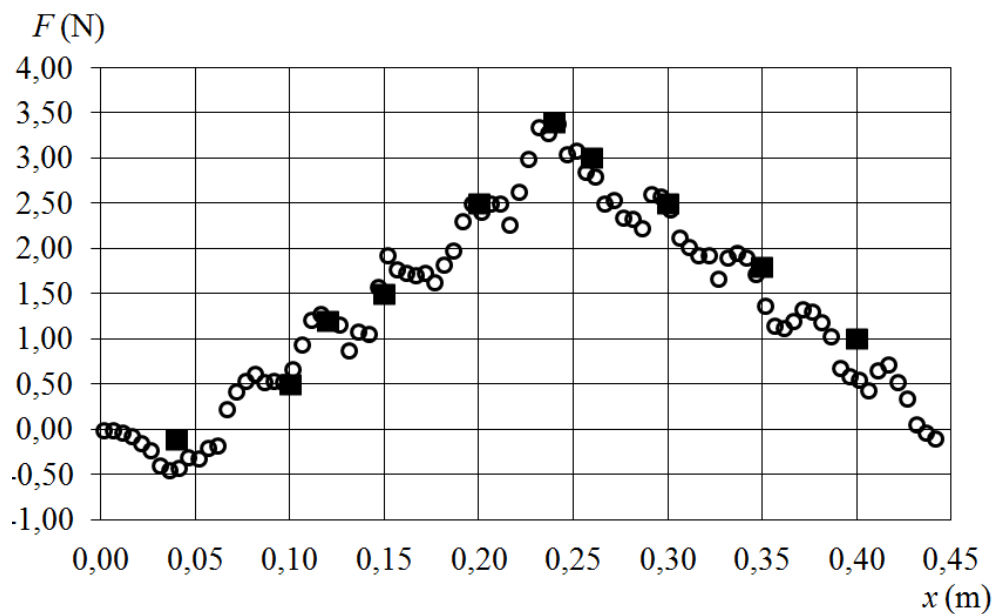
Obr. 26 Porovnání změřené a namodelované celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky při konstantním proudu desky pro měření č. 1 podle tab. 4 - $\delta_{AG} = 3,0$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 4$ A (čtverce – změřeno, kroužky – simulace)



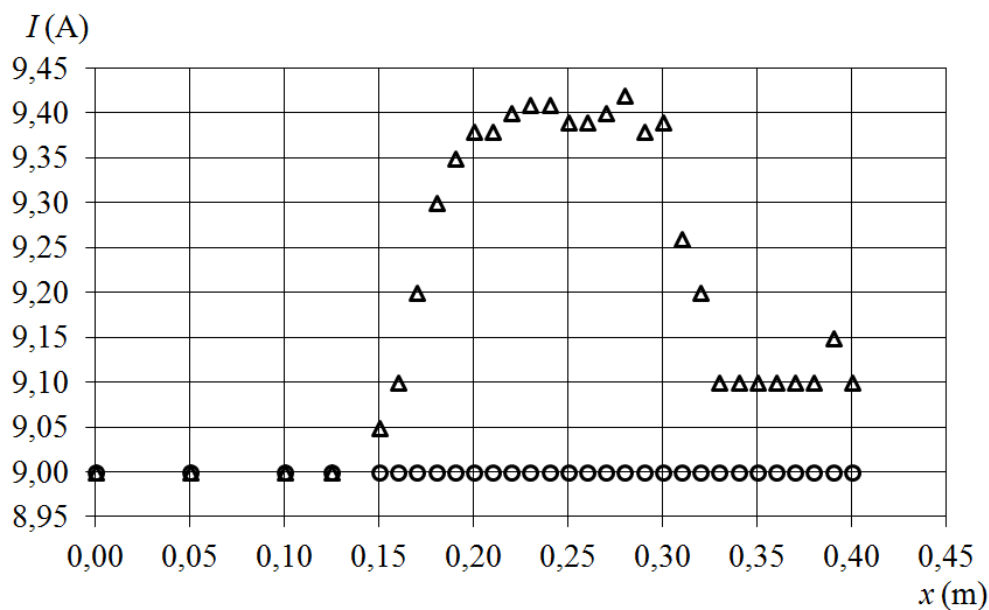
Obr. 27 Závislost proudu na poloze desky pro měření č. 2 podle tab. 4 - $\delta_{AG} = 3,0$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 6$ A (kroužky – konstantní proud, trojúhelníky – skutečný proud)



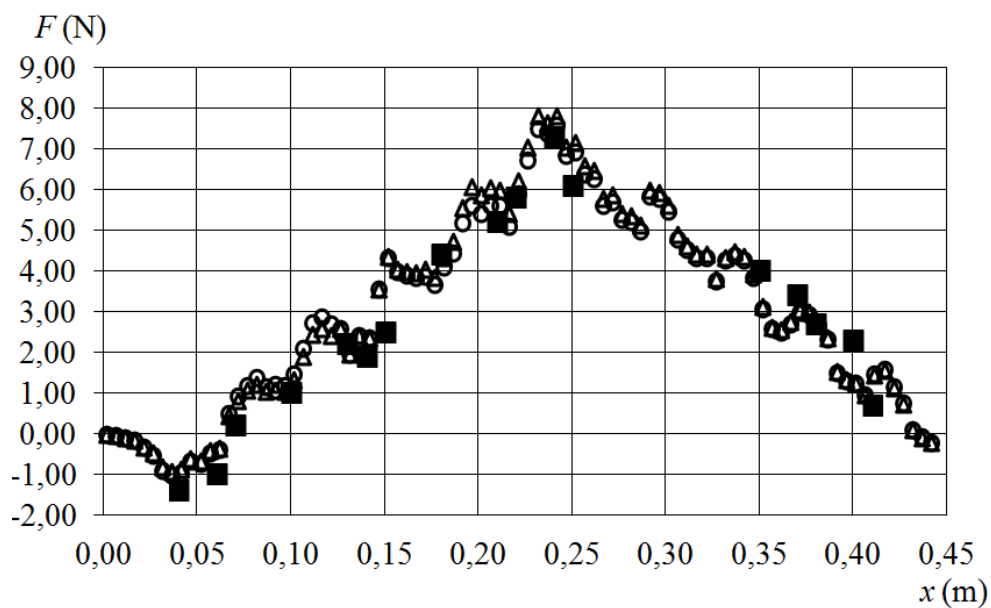
Obr. 28 Porovnání změřené (při skutečném proudu), namodelované (při konstantním i skutečném proudu) celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky, měření č. 2 podle tab. 4 - $\delta_{AG} = 3,0$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 6$ A (čtverce – změřeno při skutečném proudu, kroužky – simulace, síla při konstantním proudu, trojúhelníky – simulace, síla při skutečném proudu)



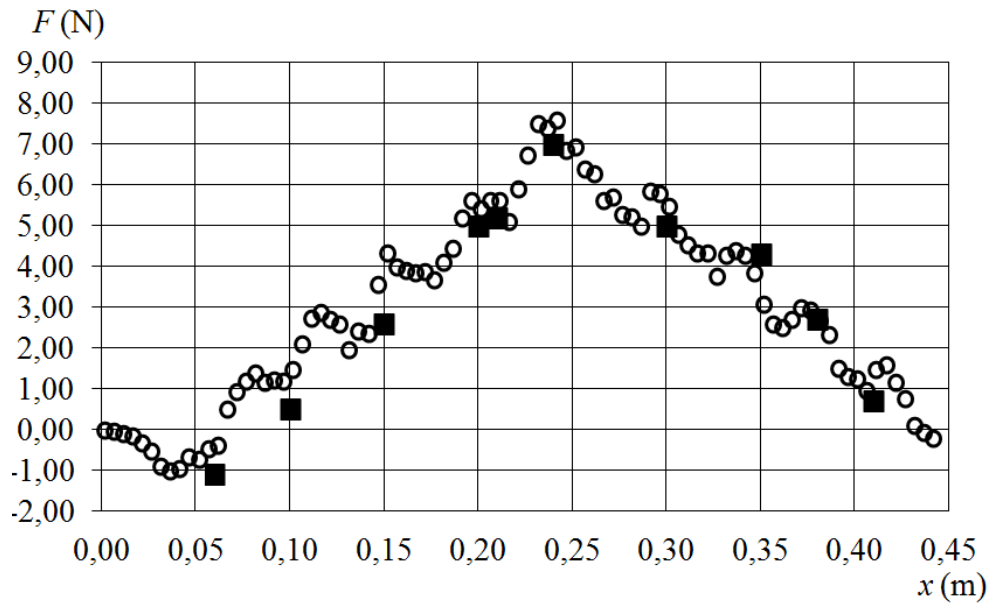
Obr. 29 Porovnání změřené a namodelované celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky při konstantním proudu, měření č. 2 podle tab. 4 - $\delta_{AG} = 3,0$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 6$ A (čtverce – změřeno, kroužky – simulace)



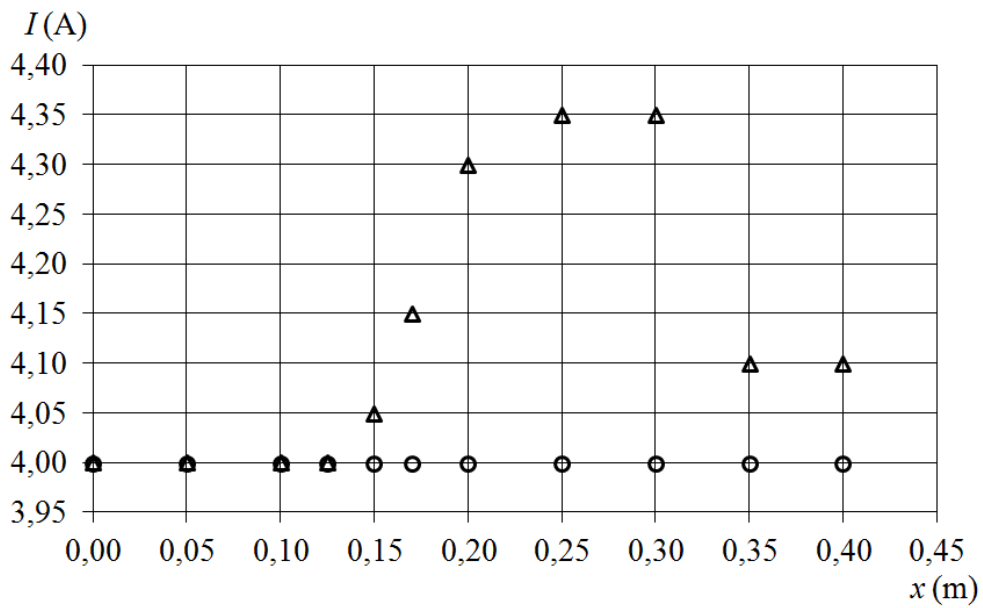
Obr. 30 Závislost proudu na poloze desky pro měření č. 3 podle tab. 4 - $\delta_{AG} = 3,0$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 9$ A (kroužky – konstantní proud, trojúhelníky – skutečný proud)



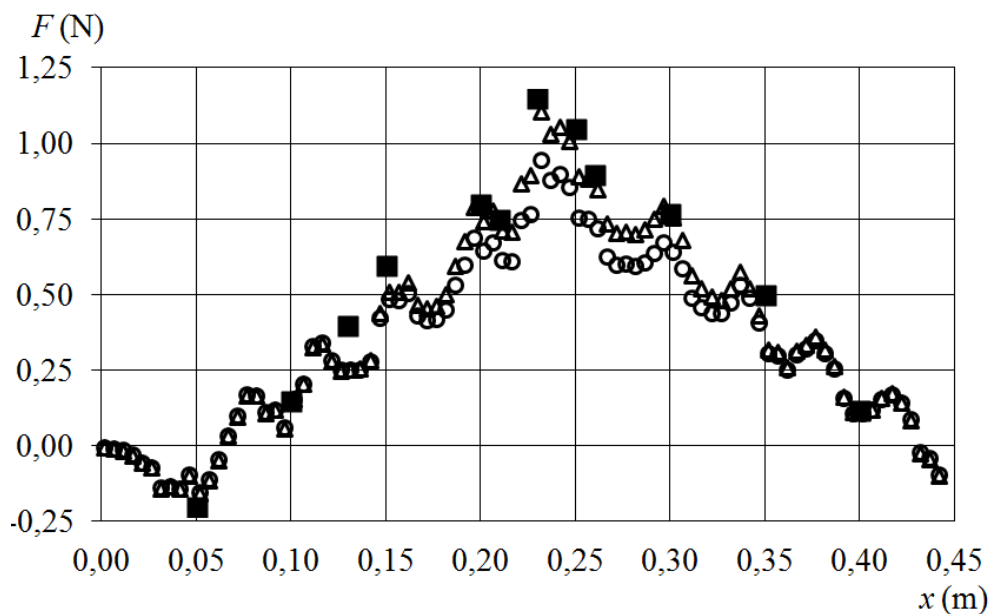
Obr. 31 Porovnání změřené (při skutečném proudu), namodelované (při konstantním i skutečném proudu) celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky, měření č. 3 podle tab. 4 - $\delta_{AG} = 3,0$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 9$ A (čtverce – změřeno při skutečném proudu, kroužky – simulace, síla při konstantním proudu, trojúhelníky – simulace, síla při skutečném proudu)



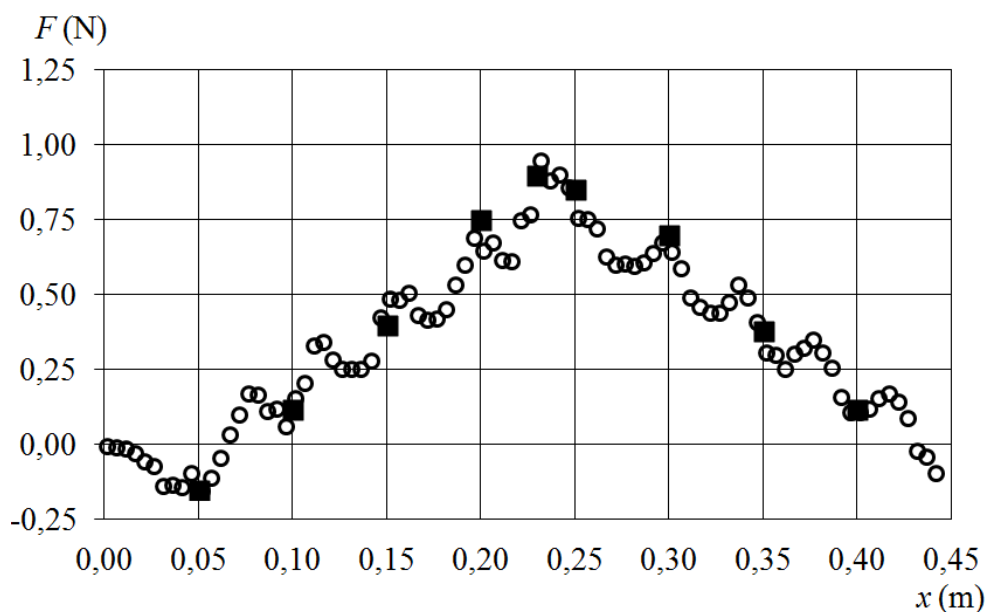
Obr. 32 Porovnání změřené a namodelované celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky při konstantním proudu, měření č. 3 podle tab. 4
 - $\delta_{AG} = 3,0$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 9$ A (čtverce – změřeno, kroužky – simulace)



Obr. 33 Závislost proudu na poloze desky pro měření č. 4 podle tab. 4 - $\delta_{AG} = 4,5$ mm,
 $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 4$ A (kroužky – konstantní proud, trojúhelníky – skutečný proud)



Obr. 34 Porovnání změřené (při skutečném proudu), namodelované (při konstantním i skutečném proudu) celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky, č. 4 podle tab. 4 - $\delta_{AG} = 4,5$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 4$ A (čtverce – změřeno při skutečném proudu, kroužky – simulace, síla při konstantním proudu, trojúhelníky – simulace, síla při skutečném proudu)



Obr. 35 Porovnání změřené a namodelované celkové elektrodynamické síly působící na desku v ose x v závislosti na poloze desky při konstantním proudu, měření č. 4 podle tab. 4 - $\delta_{AG} = 4,5$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 4$ A (čtverce – změřeno, kroužky – simulace)

8.2 CHARAKTERISTIKY POHYBU DESKY

Pohyb desky je popsán rovnicí (64). Hnací sílu ve směru osy x zabezpečují elektrodynamické síly ve směru x , které závisí i na rychlosti pohybu desky. Proti této síle působí třecí (65) a aerodynamická síla (66).

Pro různé konfigurace (tab. 4) jsem namodeloval i experimentálně zjistil závislost polohy na čase. Měření na reálném modelu (obr. 36) jsem prováděl pomocí vysokofrekvenční kamery Phantom v. 7.3 s rychlostí záznamu 1000 snímků za sekundu. Počáteční poloha desky byla pro všechna měření $x = 0,125$ m. Tato poloha byla zvolena na základě experimentu, aby pro všechny vybrané konfigurace dle tab. 4 se deska rozpohybovala.



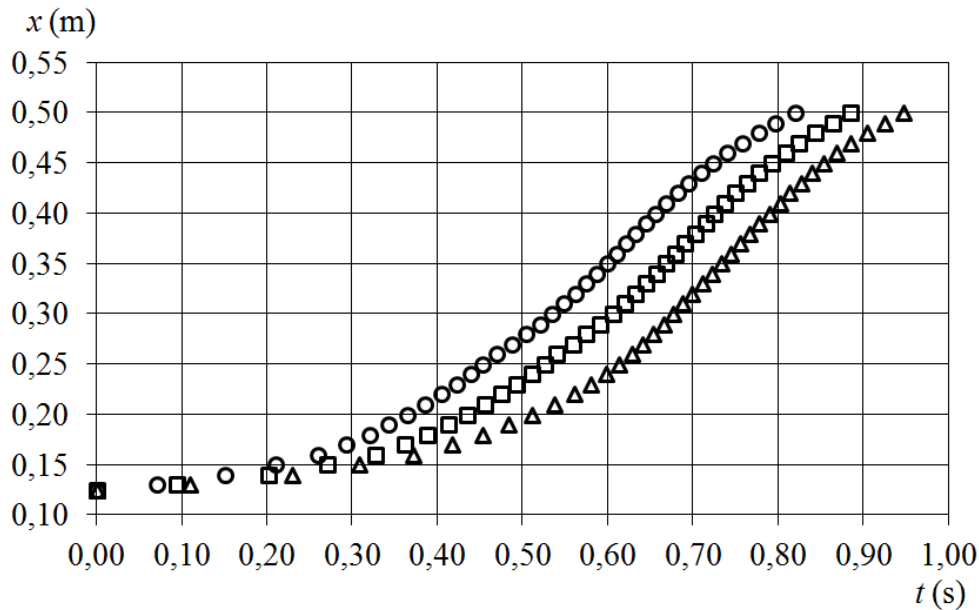
Obr. 36 Měření vysokorychlostní kamerou s pořadovým číslem 7 podle tab. 4 -

$$\delta_{AG} = 6,0 \text{ mm}, v_{Al} = 1,5 \text{ mm}, I = 4 \text{ A}$$

Každý experiment jsem prováděl 3x (pro 5 konfigurací, vždy pro napájecí proud 4, 6 a 9 A – viz tab. 4., tj. celkem 45 měření) nezávisle na sobě, aby byla vyloučena náhodnost jevu a byly eliminovány chyby (odečítání, systematické chyby, apod.). Největší rozptyl hodnot v naměřených charakteristikách polohy desky na čase byl pozorován při měření č. 7 dle tab. 4 pro určitou polohu ($x = 0,3$ m) byl od průměrné hodnoty přibližně $\pm 0,66$ s, což je odchylka ± 11 % od střední hodnoty, což dokládá obr. 37. Tak velká odchylka je nejspíše způsobena chybou lidského faktoru při nastavování počáteční polohy desky, špatně určením doby, kdy se deska začala pohybovat, popřípadě zbrzdění či popostrčení desky při startu. Jak je vidět na obr. 37, průběh změřených závislostí je stejný, pouze časově posunutý. Maximální odchylka u ostatních měření byla ± 4 %. Pro příklad uvádím naměřené hod-

noty závislosti polohy desky na čase pro měření č. 15 dle tab. 4, kdy se trojice měření téměř shodovala (obr. 38).

Dále jsem ze závislosti polohy na čase dopočítal i další charakteristiky: závislost rychlosti desky na poloze a závislost rychlosti na čase.



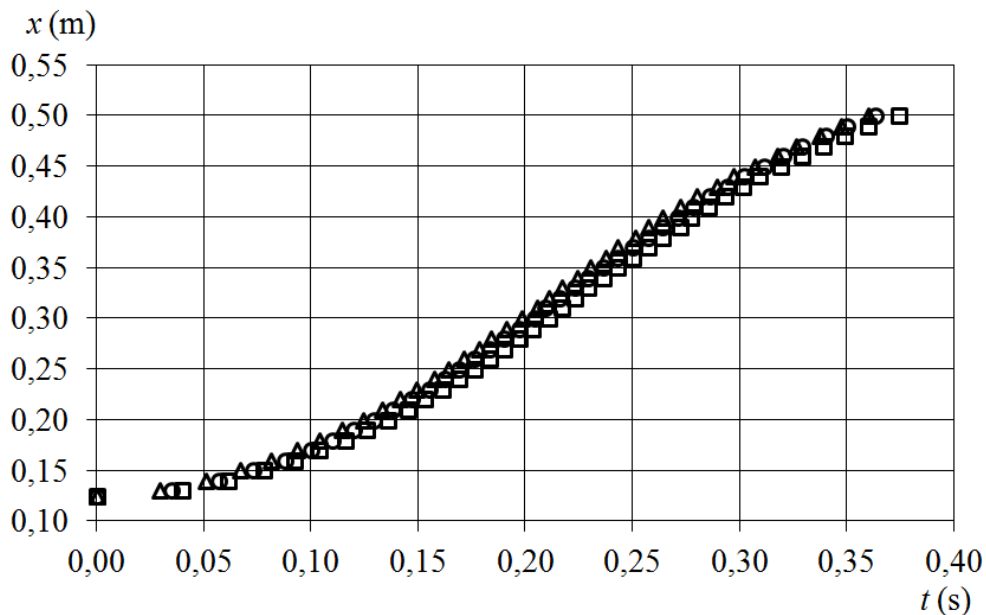
Obr. 37 Trojice změřených závislostí polohy desky na čase, měření č. 7 podle tab. 4 -

$$\delta_{AG} = 6,0 \text{ mm}, v_{Al} = 1,5 \text{ mm}, I = 4 \text{ A}$$

Pro modelování jsem opět využil software Agros2D. Materiálové konstanty jsem volil dle tab. 3. Okrajová podmínka pro tento typ úlohy byla typu magnetický potenciál dle kap. 5.6 a 8.1. Aerodynamická síla (66) je závislá na součiniteli aerodynamického odporu c , kvadrátu rychlosti desky v^2 , čelní ploše pohyblivé desky S a hustotě vzduchu ρ . Dle kap. 5.7 se ve štěrbině neuplatní jen čelní plocha desky, ale i zbylý povrch. Součinitel c je funkcí Reynoldsova čísla a pro malé rychlosti má přibližně tvar $\frac{\text{konst}}{\text{Re}}$, což vede k lineární zá-

vislosti odporové síly na rychlosti. Dle měření na reálném modelu aktuátoru byla největší rychlost desky ve štěrbině 1,5 m/s. (měření č. 15, tab. 4). Pro vstupní data, z nichž se vypočítává aerodynamická síla, jsem provedl několik zjednodušení. V úvahu jsem bral pouze čelní plochu desky pohybující se ve štěrbině. Při provozu aktuátoru se zvětšuje teplota magnetického obvodu (Joulovo teplo) i hliníkové desky (sálání, vedení a radiace z magnetického obvodu a vířivými proudy). Tím se mění i teplota vzduchu ve štěrbině a

jeho hustota. V úvahu jsem bral hustotu vzduchu jako konstantu. Součinitel aerodynamického odporu pro čelní plochu desky jsem určil dle [57]. Jedná se o rovinnou desku, která je kolmo k proudu vzduchu. Dle [57] součinitel aerodynamického odporu c není na Reynoldsově čísle téměř závislý. Poměr stran (šířka desky 0,085 m k tloušťce desky 1 mm nebo 1,5 mm) čelní plochy je pro obě uvažované desky velký (85 a 56,7), proto je dle [57] součinitel aerodynamického odporu $c = 2,10$ a brán jako konstanta nezávislá na rychlosti.



Obr. 38 Trojice změřených závislostí polohy desky na čase, měření č. 15 podle tab. 4 -

$$\delta_{AG} = 5,0 \text{ mm}, v_{Al} = 1,0 \text{ mm}, I = 9 \text{ A}$$

Výpočet závislosti rychlosti a polohy desky aktuátoru v ose x na čase se diskretizovanou pohybovou rovnicí (64) pomocí numerické iterační metody Runge-Kutta [16], která je nej-používanější metodou pro řešení diferenciálních rovnic. Metody Runge-Kutta se vyznačují čtvrtým řádem přesnosti a v každém kroku vypočítáváme čtyři pomocné veličiny. To se sice na první pohled může jevit nesnadné, ale programování příslušných formulí je velmi jednoduché. Přitom nejsou zapotřebí žádné startovací formule, z nichž by program musel vycházet.

Algoritmus pro $i+1$ tý krok je následující (máme k dispozici hodnoty $x_i, y_i, f(x_i, y_i), h$):

$$\begin{aligned}
k_1 &= h \cdot f(x_i, y_i), \\
k_2 &= h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right), \\
k_3 &= h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}\right), \\
k_4 &= h \cdot f(x_i + h, y_i + k_3), \\
x_{n+1} &= x_n + h, \\
y_{n+1} &= y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4).
\end{aligned} \tag{75}$$

Jen pro doplnění, teoreticky existuje nekonečné množství podobných algoritmů vyznačujících se přesností čtvrtého řádu (závisí, pro jaké části kroku h určujeme parametry k_1, k_2, k_3, k_4). Nicméně uvedená varianta je zřejmě zdaleka nejoblíbenější. Metody Runge-Kutta jsou numericky stabilní. Jedná se o jednokrokovou metodu, poněvadž funkční hodnotu y_{i+1} počítají výlučně z hodnot předchozího kroku, tedy z veličin $x_i, y_i, f(x_i, y_i), h$. Existují i vícekrokové metody, které využívají i starší historie (tedy parametrů starších kroků).

Pro výpočet jsem použil časový krok $\Delta t = 0,02$ s. Iterační výpočet pohybové rovnice (64) pomocí numerické metody Runge-Kutta (75) vypadá následovně:

Koeficient k_1 určíme z celkových elektrodynamických sil působících na desku ve směru x a y a odporových sil (aerodynamická a třecí) při poloze desky s_1 a rychlosti desky v_1 :

$$k_1 = \frac{F_{\text{ed},x,1} - f \cdot (m \cdot g - F_{\text{ed},y,1}) - \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot c \cdot v_1^2}{m} \cdot \Delta t. \tag{76}$$

Následně určíme koeficient k_2 z celkových elektrodynamických sil působících na desku ve směru x a y a odporových sil (aerodynamická a třecí) při poloze desky $s_2 = s_1 + 0,5 \cdot \Delta t$ a rychlosti desky $v_2 = v_1 + 0,5 \cdot k_1$:

$$k_2 = \frac{F_{\text{ed},x,2} - f \cdot (m \cdot g - F_{\text{ed},y,2}) - \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot c \cdot v_2^2}{m} \cdot \Delta t. \tag{77}$$

Dále určíme koeficient k_3 z celkových elektrodynamických sil působících na desku ve směru x a y a odporových sil (aerodynamická a třecí) při poloze desky $s_3 = s_1 + 0,5 \cdot \Delta t$ a rychlosti desky $v_3 = v_1 + 0,5 \cdot k_2$:

$$k_3 = \frac{F_{\text{ed},x,3} - f \cdot (m \cdot g - F_{\text{ed},y,3}) - \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot c \cdot v_3^2}{m} \cdot \Delta t. \quad (78)$$

Dalším krokem je určení koeficientu k_4 z celkových elektrodynamických sil působících na desku ve směru x a y a odporových sil (aerodynamická a třecí) při poloze desky $s_4 = s_1 + \Delta t$ a rychlosti desky $v_4 = v_1 + k_3$:

$$k_4 = \frac{F_{\text{ed},x,4} - f \cdot (m \cdot g - F_{\text{ed},y,4}) - \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot c \cdot v_4^2}{m} \cdot \Delta t. \quad (79)$$

Z výše vypočtených koeficientů vypočteme novou rychlost v čase $t_i + \Delta t$:

$$v_{i+1} = v_i + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4). \quad (80)$$

Nakonec zjistíme novou polohu desky v čase $t_i + \Delta t$:

$$x_{i+1} = \frac{v_i + v_{i+1}}{2} \cdot \Delta t + x_i. \quad (81)$$

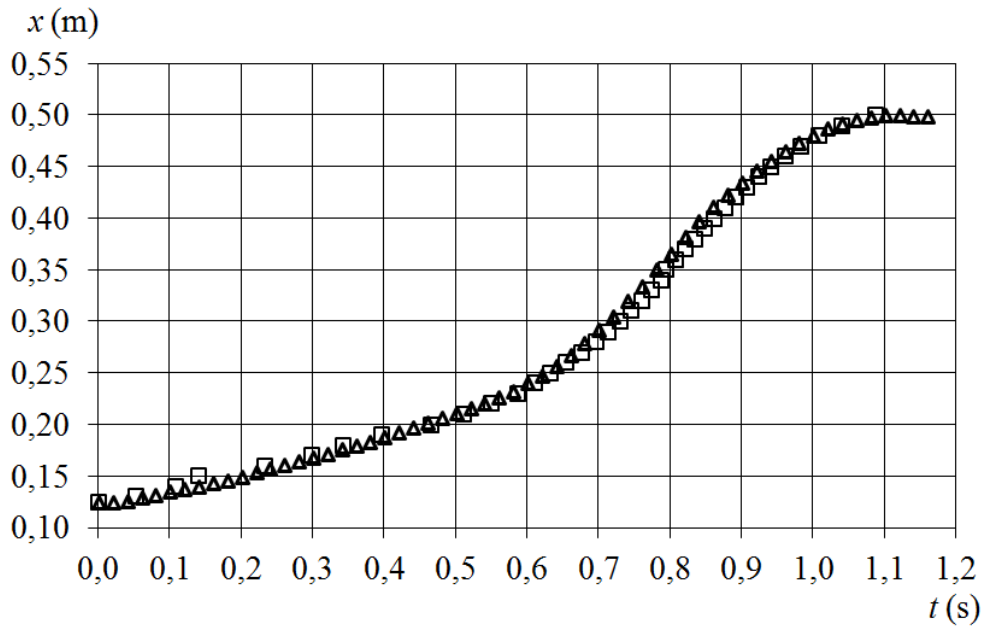
Zprvu byly charakteristiky namodelované a naměřené shodné pouze ve svých počátečních partiích, tj. do polohy cca $x = 0,2$ m a pro malé rychlosti desky do cca $v = 0,2$ m/s. Závislost rychlosti desky na poloze se neshodovala. Deska podle simulace měla vyšší rychlosti než ve skutečnosti a tím pádem aktuátor vykazoval i větší síly ve směru x . Vzhledem k tomu, že statické charakteristiky se relativně shodovaly, což dokládá předchozí podkapitola 8.1, a pohybová rovnice desky je jednoduchá, zdroj této nesrovnalosti by mohl pocházet z nesprávně určených brzdících sil. Vzhledem k tomu, že charakter nesrovnalostí byl u

všech testovaných kombinací vstupních parametrů, viz tab. 4 (tloušťka desky, šířka vzduchové mezery, elektrický proud), velmi podobný a nemohl být odstraněn pomocí konstantních, lineárních (obr. 45) i polynomiálních závislostí koeficientu dynamického tření na rychlosti, jedinou možností bylo předpokládat, že tato závislost obsahuje hysterezi. Experimentálním zavedením proměnlivého součinitele tření f (65), který je závislý jak na rychlosti desky, tak poloze desky jsem docílil optimalizaci rychlosti desky na poloze v aktuátoru, tak, že se charakteristiky namodelované a reálně změřené téměř shodovaly. Tento koeficient zahrnuje tření desky o kluznou sklotextitovou vrstvu, a je závislý na rychlosti desky i poloze. Pohyblivá deska se může dotýkat celou plochou spodní části aktuátoru, nebo celou plochou vrchní části aktuátoru, popřípadě deska může být nakloněna, že se část desky během pohybu tře o spodní část aktuátoru a část o horní část. Dále je možné tření o mantinel (snaha vybočení ve směru y), který vymezuje směr pohybu.

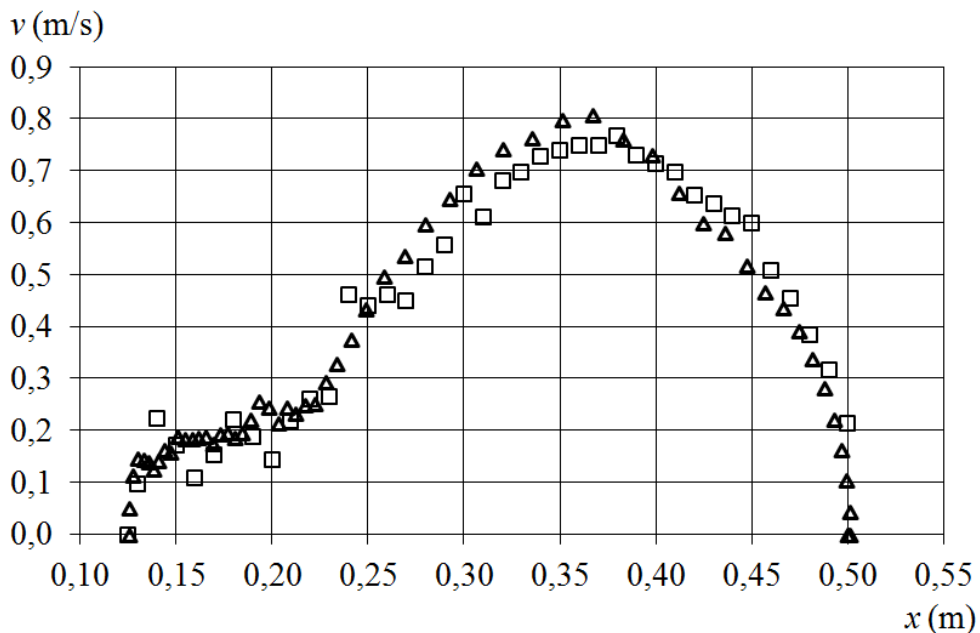
Provedené simulace a měření shrnuje tab. 4 se základními výsledky. V tab. 4 jsem volil dvě důležité polohy pro odečtení rychlosti a to polohu desky $x = 0,292$ m, kdy deska začíná vyjíždět z aktuátoru a polohu $x = 0,360$ m, protože při této poloze dosahuje deska maximální rychlosti. Vybrané příklady namodelovaných a experimentálně zjištěných charakteristik pohybu desky, hysterezní závislost koeficientu tření na rychlosti desky v aktuátoru ve směru x a závislost koeficientu tření na poloze desky je pro různé konfigurace aktuátoru vidět v následujících sériích obrázků:

- 1) Série měření č. 1, dle tab. 4 - $\delta_{AG} = 3,0$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 4$ A: obr. 39 až 43
- 2) Série měření č. 4, dle tab. 4 - $\delta_{AG} = 4,5$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 4$ A: obr. 44 až 49
- 3) Série měření č. 7, dle tab. 4 - $\delta_{AG} = 6,0$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 4$ A: obr. 50 až 54
- 4) Série měření č. 8, dle tab. 4 - $\delta_{AG} = 6,0$ mm, $v_{Al} = 1,5$ mm, $I = 6$ A: obr. 55 až 59

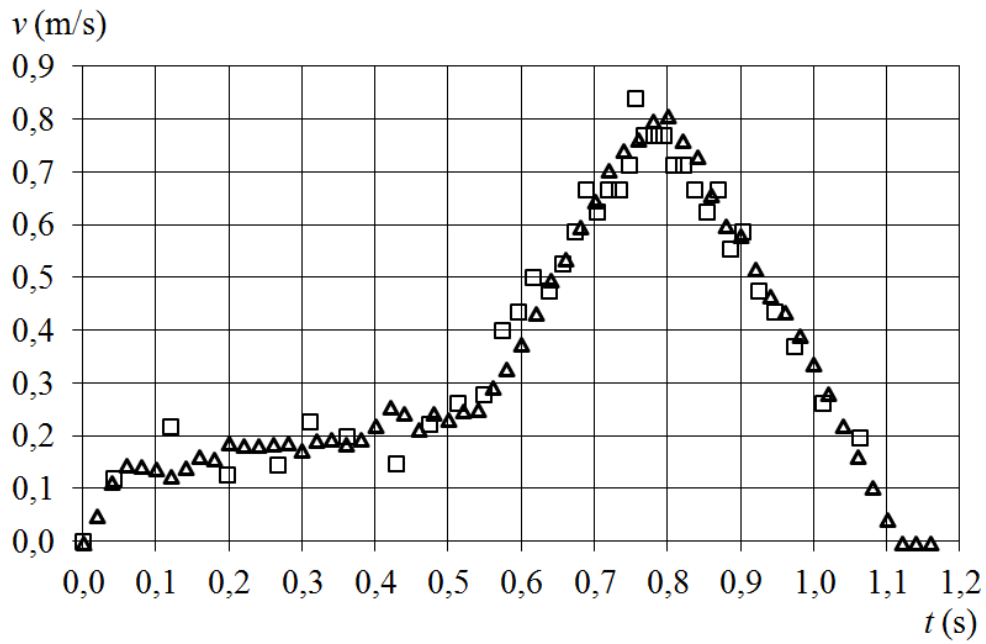
1) Série měření č. 1, dle tab. 4 - $\delta_{AG} = 3,0 \text{ mm}$, $v_{Al} = 1,5 \text{ mm}$, $I = 4 \text{ A}$: obr. 39 až 43



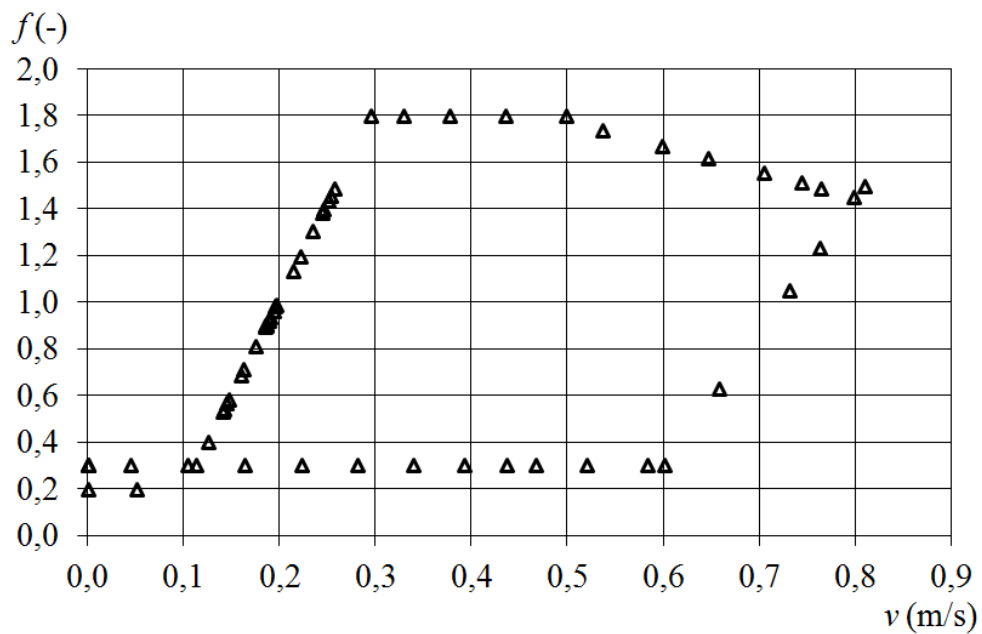
Obr. 39 Závislost polohy desky na čase (čtverce – naměřeno, trojúhelníky – namodelováno), měření č. 1 podle tab. 4



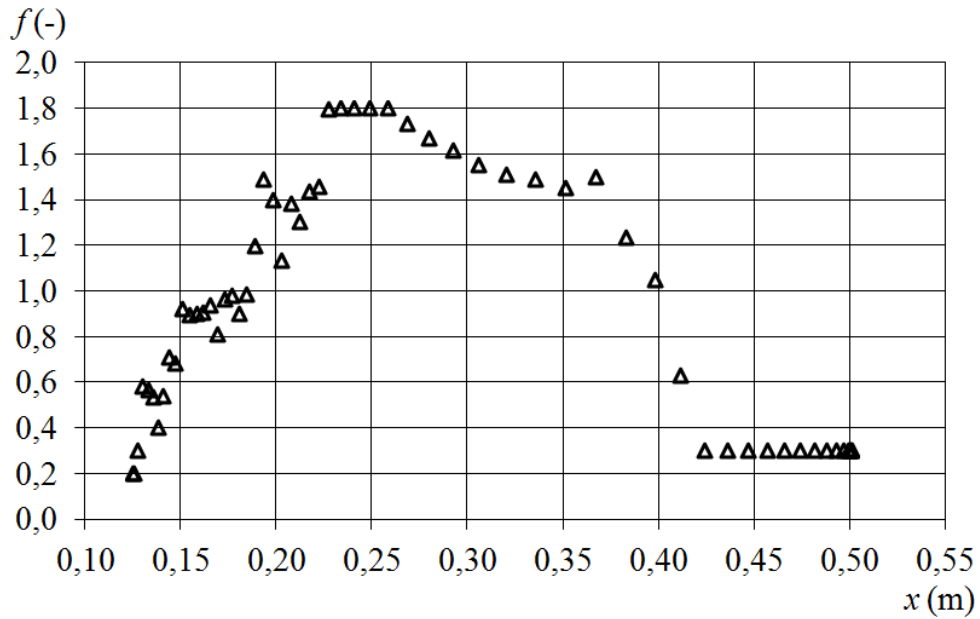
Obr. 40 Závislost rychlosti desky na poloze desky (čtverce – naměřeno, trojúhelníky – namodelováno), měření č. 1 podle tab. 4



Obr. 41 Závislost rychlosti desky na čase (čtverce – naměřeno, trojúhelníky – namodelováno), měření č. 1 podle tab. 4

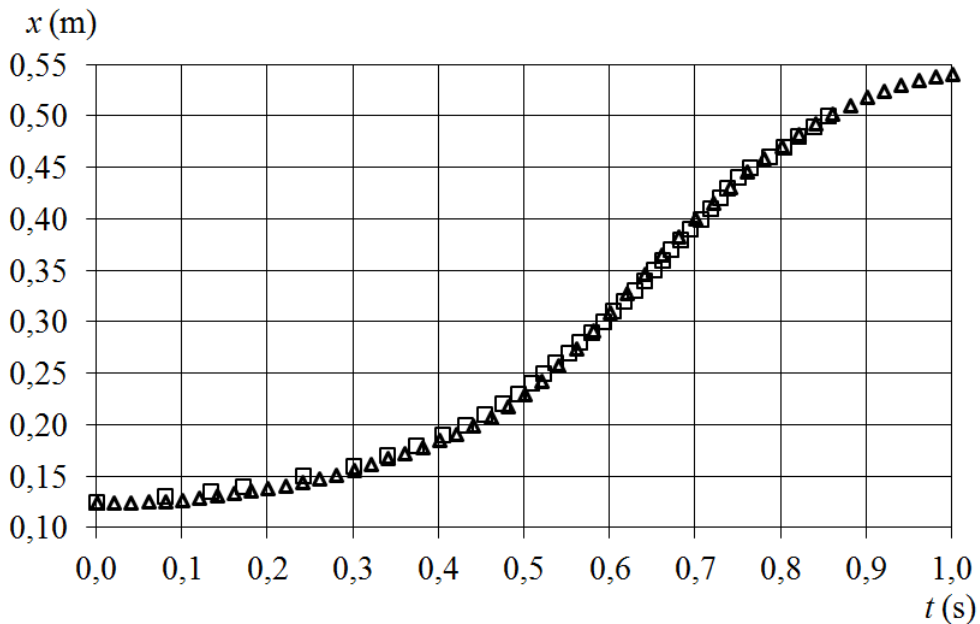


Obr. 42 Závislost koeficientu tření na rychlosti desky (namodelováno), měření č. 1 podle tab. 4

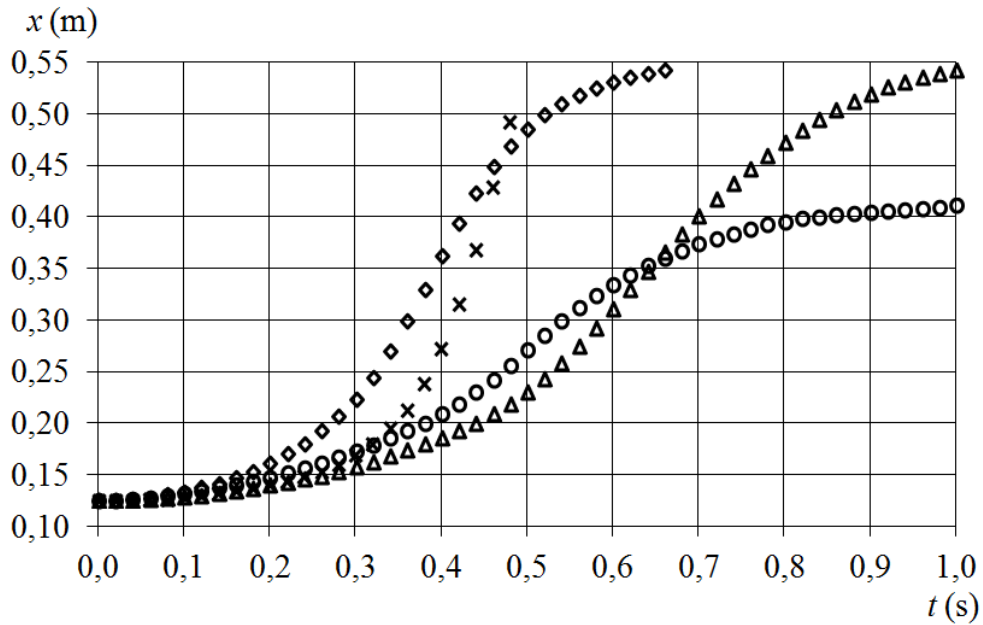


Obr. 43 Závislost koeficientu tření na poloze desky (namodelováno),
měření č. 1 podle tab. 4

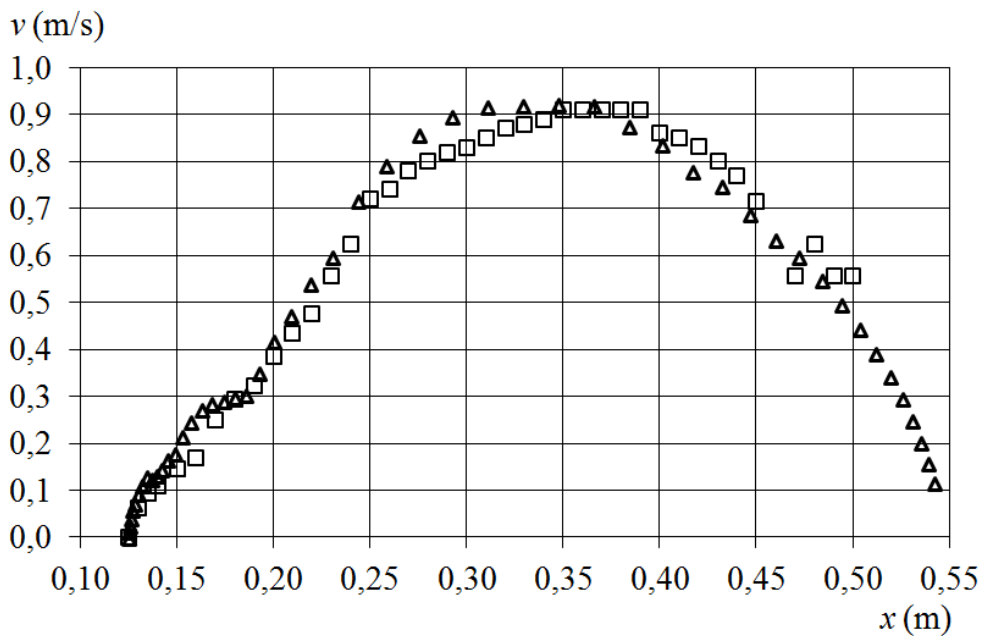
2) Série měření č. 4, dle tab. 4 - $\delta_{AG} = 4,5 \text{ mm}$, $v_{AI} = 1,5 \text{ mm}$, $I = 4 \text{ A}$: obr. 44 až 49



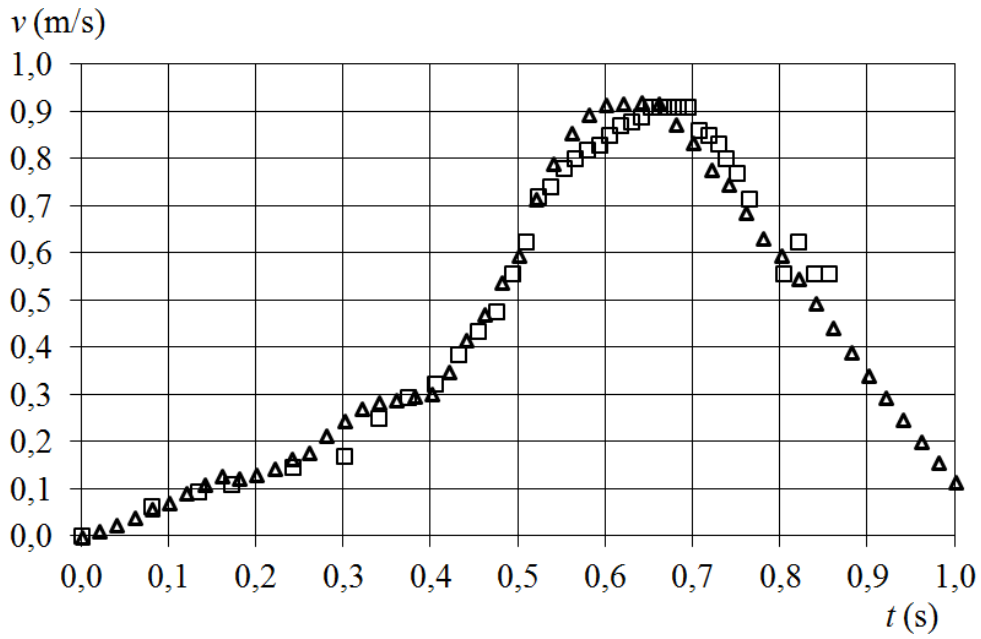
Obr. 44 Závislost polohy desky na čase (čtverce – naměřeno, trojúhelníky – namodelováno, koeficient je závislý na rychlosti desky a má hysterezní charakter dle obr. 48), měření č. 4 podle tab. 4



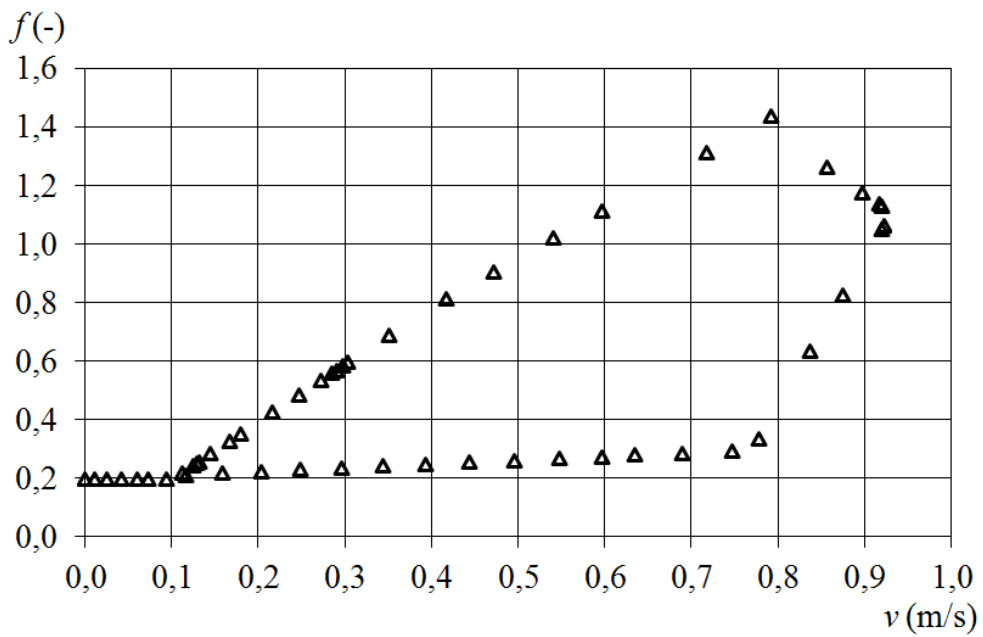
Obr. 45 Závislost polohy desky na čase pro různé závislosti koeficientu tření (trojúhelníky – s koeficientem tření s hysterezní závislostí dle obr. 48, křížky – konstantní koeficient tření $f = 0,2$, kosočtverce – lineární závislost koeficientu tření na rychlosti desky $f = v$, lečka – $f = 2v$)



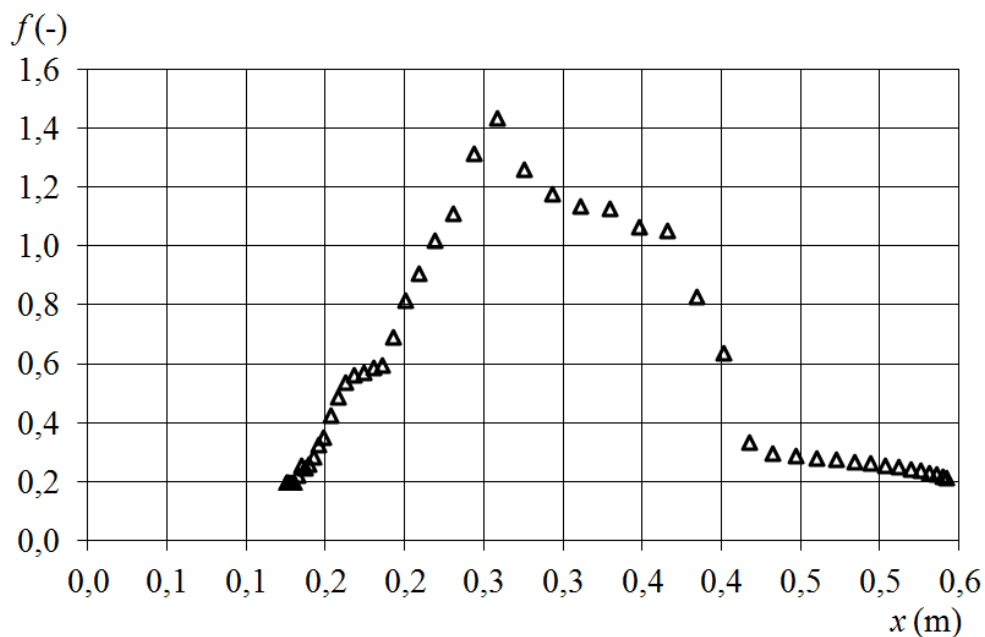
Obr. 46 Závislost rychlosti desky na poloze desky (čtverce – naměřeno, trojúhelníky – namodelováno), měření č. 4 podle tab. 4



Obr. 47 Závislost rychlosti desky na čase (čtverce – naměřeno, trojúhelníky – namodelováno), měření č. 4 podle tab. 4

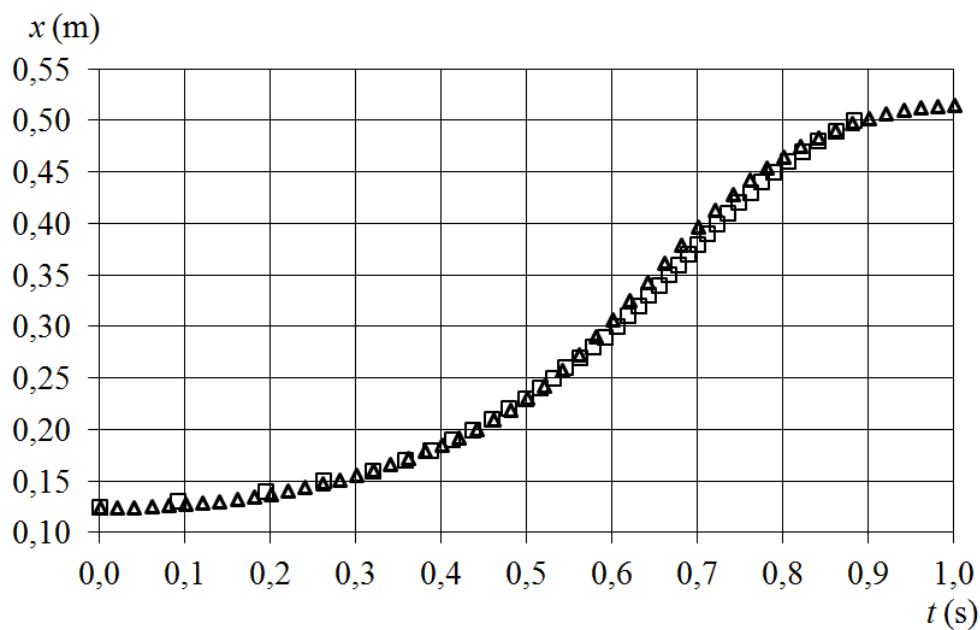


Obr. 48 Závislost koeficientu tření na rychlosti desky (namodelováno), měření č. 4 podle tab. 4

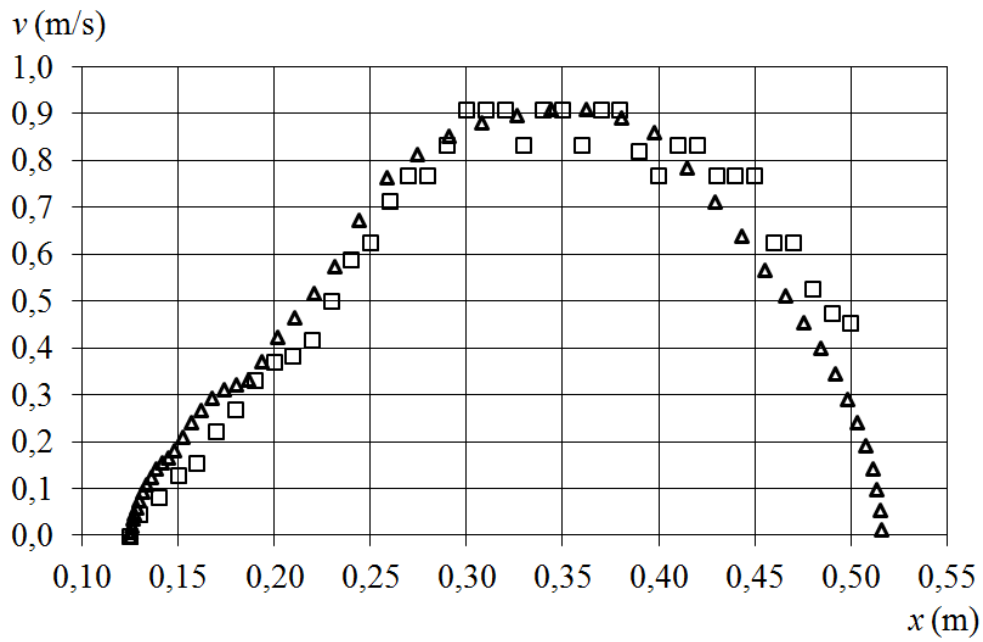


Obr. 49 Závislost koeficientu tření na poloze desky (namodelováno),
měření č. 4 podle tab. 4

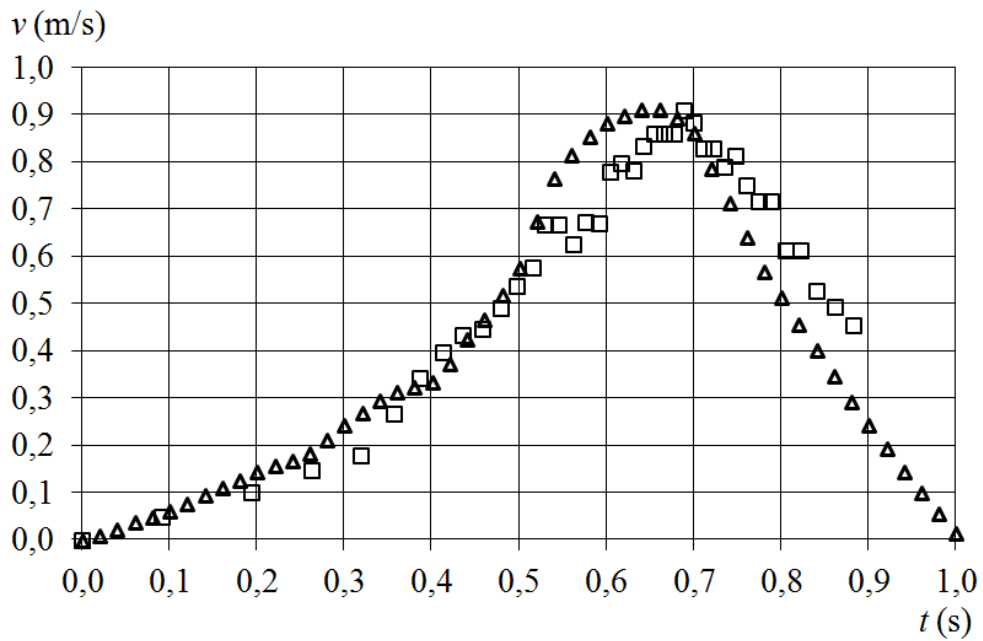
3) Série měření č. 7, dle tab. 4 - $\delta_{AG} = 6,0 \text{ mm}$, $v_{Al} = 1,5 \text{ mm}$, $I = 4 \text{ A}$: obr. 50 až 54



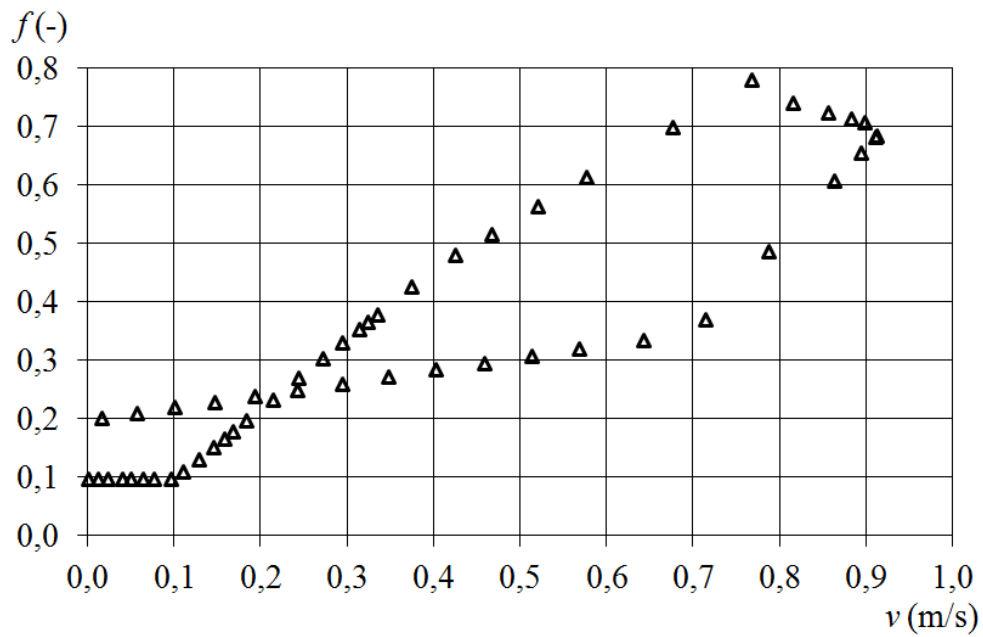
Obr. 50 Závislost polohy desky na čase (čtverce – naměřeno, trojúhelníky – namodelováno), měření č. 7 podle tab. 4



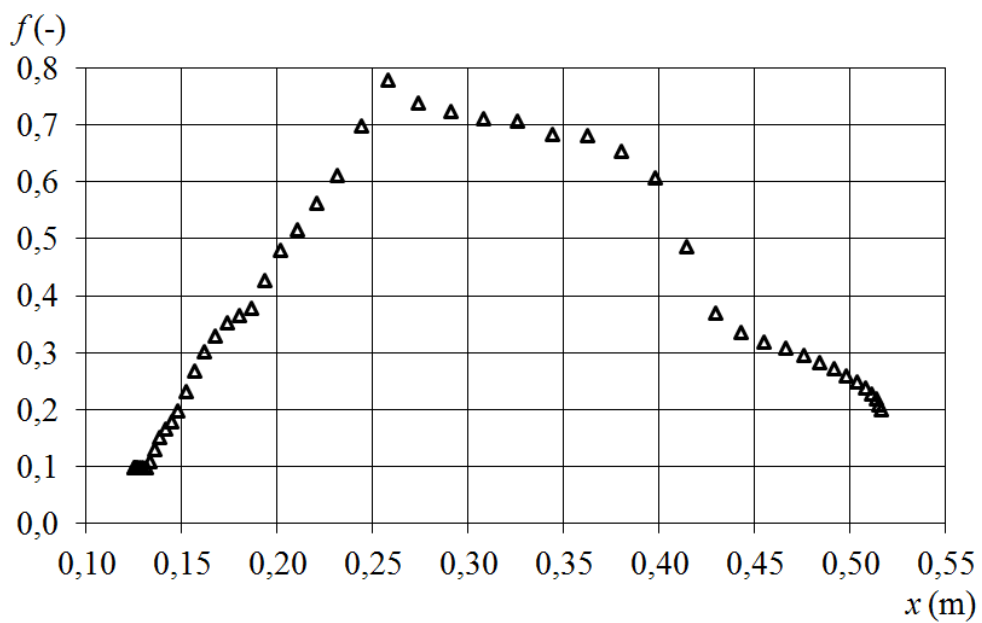
Obr. 51 Závislost rychlosti desky na poloze desky (čtverce – naměřeno, trojúhelníky – namodelováno), měření č. 7 podle tab. 4



Obr. 52 Závislost rychlosti desky na čase (čtverce – naměřeno, trojúhelníky – namodelováno), měření č. 7 podle tab. 4

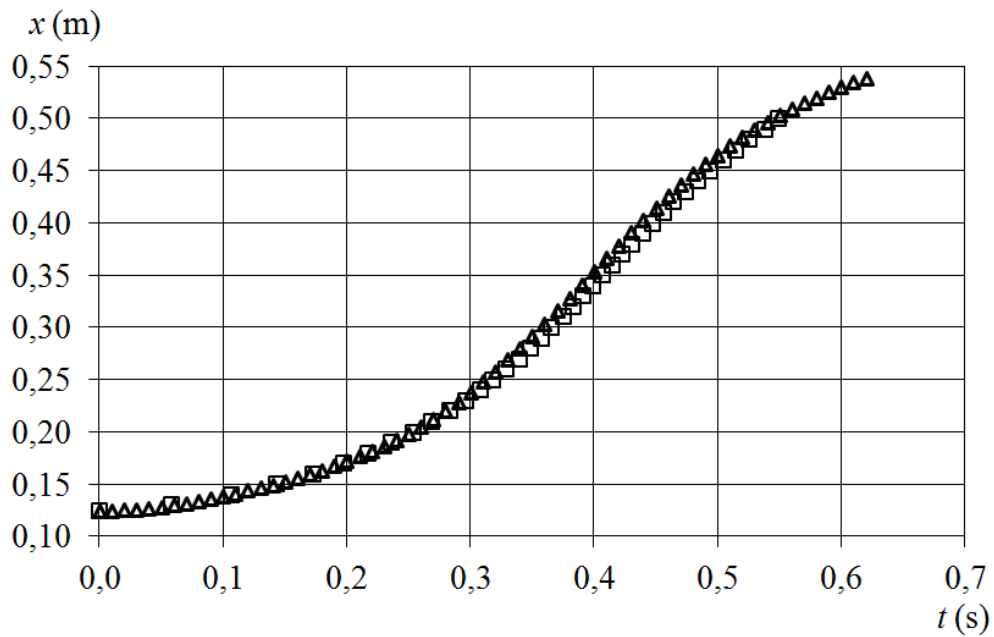


Obr. 53 Závislost koeficientu tření na rychlosti desky (namodelováno),
měření č. 7 podle tab. 4

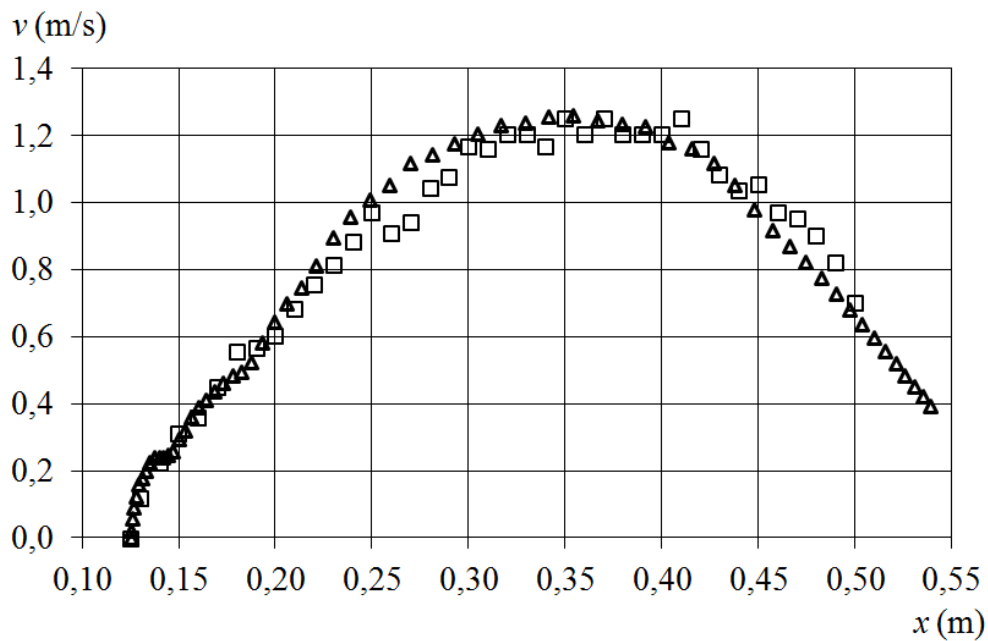


Obr. 54 Závislost koeficientu tření na poloze desky (namodelováno),
měření č. 7 podle tab. 4

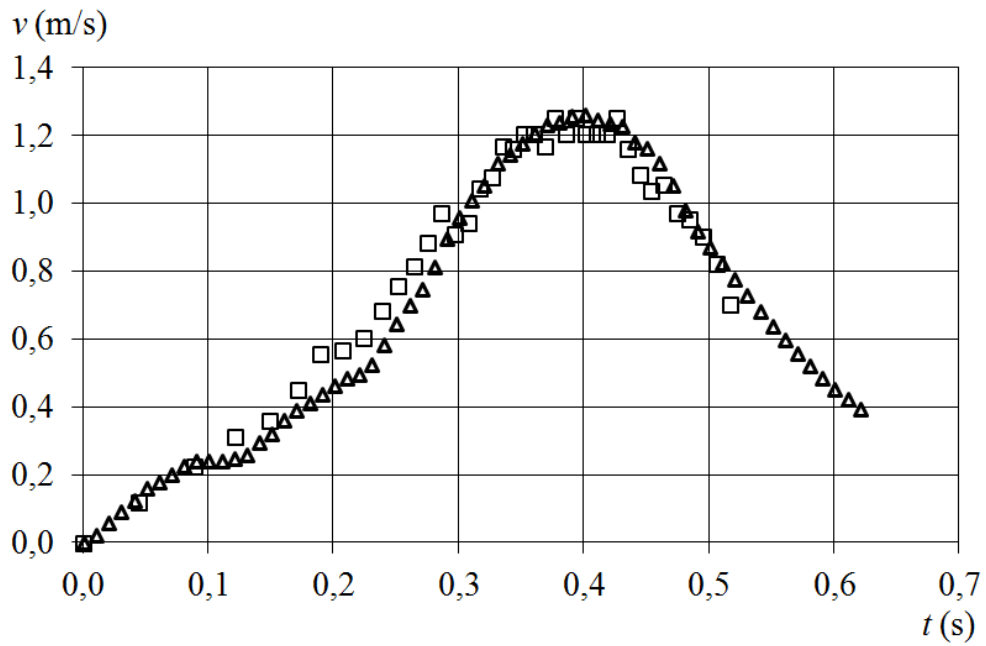
4) Série měření č. 8, dle tab. 4 - $\delta_{AG} = 6,0 \text{ mm}$, $v_{Al} = 1,5 \text{ mm}$, $I = 6 \text{ A}$: obr. 55 až 59



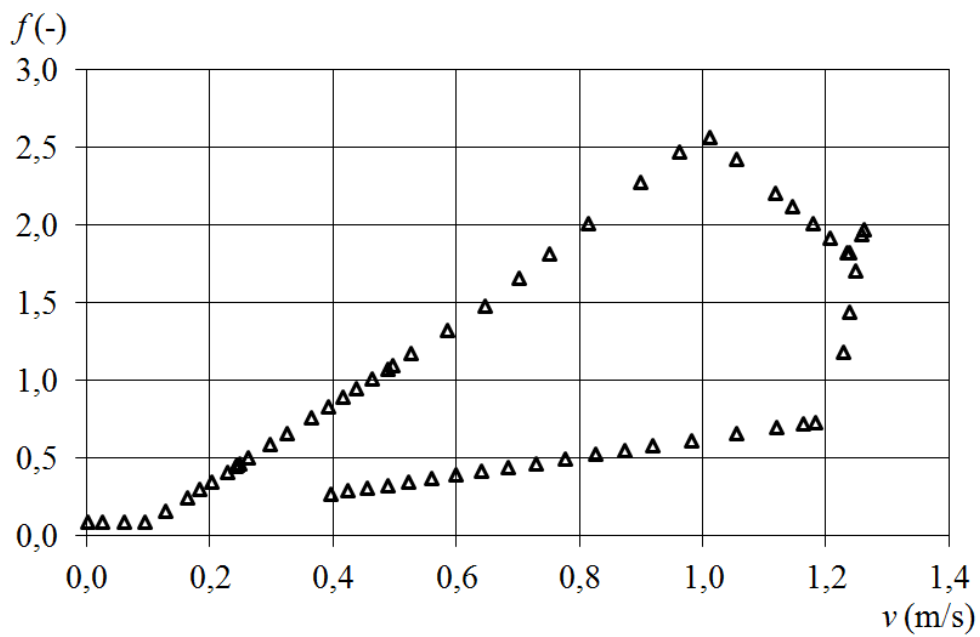
Obr. 55 Závislost polohy desky na čase (čtverce – naměřeno, trojúhelníky – namodelováno), měření č. 8 podle tab. 4



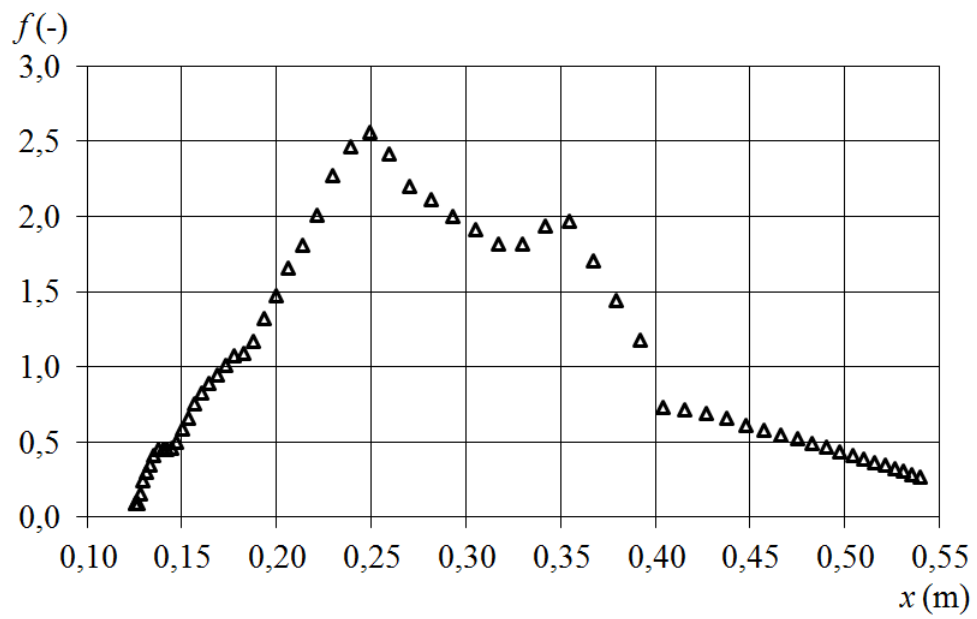
Obr. 56 Závislost rychlosti desky na poloze desky (čtverce – naměřeno, trojúhelníky – namodelováno), měření č. 7 podle tab. 4



Obr. 57 Závislost rychlosti desky na čase (čtverce – naměřeno, trojúhelníky – namodelováno), měření č. 8 podle tab. 4



Obr. 58 Závislost koeficientu tření na rychlosti desky (namodelováno), měření č. 8 podle tab. 4



Obr. 59 Závislost koeficientu tření na poloze desky (namodelováno),
měření č. 8 podle tab. 4

Tab. 4 Shrnutí měření a simulací – statické síly působící na desku a pohyb desky

Poř. číslo série měření	El. fázový efektivní proud naprázdno	El. fázové efektivní napětí naprázdno	Tloušťka hliníkové desky	Šířka vzduchové mezery	Max. statická síla ve směru osy x působící na Al desku při konstantním napájecím proudu		Doba průletu Al desky		Rychlost Al desky při poloze $x = 0,292$ m tj. deska opouští aktuátor	
							od $x = 0,125$ m (počát. poloha)		do $x = 0,292$ m (deska opouští aktuátor)	
					model	měření	model	měření	model	měření
					I_{eff}	U_{eff}	δ_{Al}	δ_{AG}	$F_{\text{max } S}$	$F_{\text{max } M}$
(A)	(V)	(mm)	(mm)	(N)	(N)	(s)	(s)	(m/s)	(m/s)	
1	4,0	16,3	1,5	3,0	1,54	1,50	0,70	0,66	0,56	0,60
									0,75	0,80
2	6,0	24,0	1,5	3,0	3,38	3,40	0,45	0,44	0,69	0,71
									0,83	0,84
3	9,0	39,9	1,5	3,0	7,55	7,00	0,39	0,39	0,86	0,87
									0,97	0,97
4	4,0	14,6	1,5	4,5	0,96	0,91	0,58	0,58	0,82	0,89
									0,91	0,92
5	6,0	20,7	1,5	4,5	2,13	2,00	0,36	0,36	1,14	1,15
									1,07	1,05
6	9,0	28,5	1,5	4,5	4,79	4,71	0,28	0,28	1,07	1,10
									1,16	1,16
7	4,0	13,5	1,5	6,0	0,58	0,50	0,59	0,58	0,83	0,86
									0,91	0,91
8	6,0	17,8	1,5	6,0	1,29	1,20	0,36	0,35	1,10	1,18
									1,25	1,26
9	9,0	24,5	1,5	6,0	2,95	2,90	0,24	0,24	1,26	1,27
									1,37	1,37
10	4,0	16,1	1,0	3,0	0,73	0,70	0,33	0,33	1,11	1,12
									1,16	1,16
11	6,0	20,8	1,0	3,0	1,63	1,55	0,23	0,24	1,11	1,12
									1,25	1,27
12	9,0	26,9	1,0	3,0	3,67	3,60	0,21	0,21	1,16	1,16
									1,31	1,32
13	4,0	10,1	1,0	6,0	0,38	0,31	0,61	0,61	0,84	0,84
									0,88	0,88
14	6,0	19,2	1,0	6,0	0,85	0,80	0,26	0,25	1,25	1,25
									1,40	1,42
15	9,0	25,6	1,0	6,0	1,92	1,90	0,20	0,19	1,51	1,51
									1,67	1,68

8.3 PŘENOS TEPLA S UVAŽOVÁNÍM POHYBU DESKY

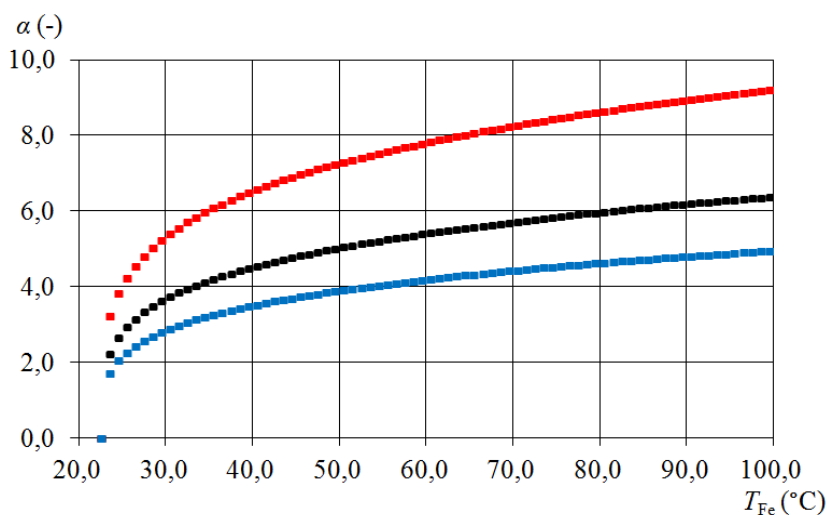
Přenos tepla během pohybu desky v systému není třeba vyšetřovat. Podle dřívějších simulací a experimentů se doba průletu hliníkové desky aktuátorem pohybuje okolo 1 vteřiny v závislosti na konfiguraci, tj. velikosti budicího proudu, šířce vzduchové mezery a tloušťce desky. Za tak krátkou dobu se ale pohybující se deska ohřát nestačí. Proto jsem se touto problematikou dále ve své práci nezabýval. Vyšetřování oteplení desky má smysl jen tehdy, je-li v aktuátoru ve fixované poloze. Tímto případem se zabývám v kap. 8.5.

8.4 OTEPLOVACÍ CHARAKTERISTIKY MAGNETICKÉHO OBVODU

Dále jsem měřil kontaktním digitálním teploměrem s čidlem Pt teplotu magnetického obvodu aktuátoru při budicím proudu 9 A pro vzduchovou mezeru 3,0 mm. Informativně jsem snímal magnetický obvod během měření i termokamerou Flir i7. Magnetický obvod je v tomto případě ohříván převážně Joulovým teplem které se vytvoří v cívkách protékajících elektrickým proudem a dále teplem vytvořeným hysterezními ztrátami magnetického obvodu. Měření bylo prováděno 240 min (4 hod). Z naměřených dat jsem sestavil oteplovací charakteristiky magnetického obvodu a cívek aktuátoru.

Poté jsem vytvořil model aktuátoru s totožným nastavením vzduchové mezery a napájecími proudy v programu Agros2D. Úlohu jsem namodeloval jako čistě tepelnou. Tím se výrazně snížila doba výpočtu simulačního programu. Tepelné ztráty v cívkách jsem určil dle vztahu (82). Vstupními daty pro výpočet oteplovací charakteristiky magnetického obvodu byly materiálové konstanty z tab. 4 a počáteční teplota magnetického obvodu a okolí, která byla při reálném měření na modelu 22,5 °C. Emisivita magnetického obvodu $\varepsilon = 0,9$ byla zjištěna experimentálně dle kap. 5.6, poslední odstavec. Dalšími vstupními daty byly okrajové podmínky teplotního pole typu teplotní tok, charakterizovány emisivitou povrchu magnetického obvodu $\varepsilon = 0,9$, počátečními teplotami magnetického obvodu a okolí $T = 295,65$ K a součinitel tepelné konvekce α . Součinitel tepelné konvekce do neomezeného prostoru byl určen postupem uvedeným v kap. 5.6 vztahy (58–61). V případě svislých stěn aktuátoru je hodnota součinitele tepelné konvekce přímo vypočtená hodnota dle (58–61). V případě vodorovných volně obtékaných povrchů je výsledný součinitel tepelné konvekce větší o 30 %, pokud je ohřívací plocha horní povrch desky nebo o 30 % menší, pokud je ohřívací plocha spodní strana desky. Součinitel tepelné konvekce je závislý na rozdílu tep-

lot magnetického obvodu a okolí. Závislost koeficientu tepelné konvekce na teplotě magnetického obvodu pro vodorovnou horní část aktuátoru a spodní část aktuátoru je na obr. 60. V mém případě jsem provedl zjednodušení, že jsem jako vstupní parametry pro výpočet oteplovací charakteristiky použil konstantní hodnoty koeficientu tepelné konvekce pro svislé části aktuátoru: $\alpha = 5,0$, pro horní vodorovnou část: $\alpha = 6,8$ a pro spodní vodorovnou část: $\alpha = 3,6$.



Obr. 60 Závislost koeficientu tepelné konvekce α na teplotě magnetického obvodu pro teplotu okolí 22,5°C (černá – svislá část magnetického obvodu, červená – horní vodorovná plocha magnetického obvodu, modrá – spodní vodorovná plocha magnetického obvodu)

Program Agros2D, verze 3.2.0.20140521 neumožňuje bohužel změnu okrajových podmínek v průběhu výpočtu přechodového děje. Bylo by možné vytvořit skript, který by vypočítal přechodový děj v určitém menším časovém intervalu při konstantních koeficientech tepelné vodivosti. V dalším kroku by se vyčíslila střední hodnota teploty magnetického obvodu. Podle této teploty by se pro další přechodový děj v dalším časovém úseku použily nové vstupní hodnoty součinitelů tepelné konvekce. A opět by se vypočítal přechodový děj. Výpočet by se opakoval do požadované doby celkového přechodového jevu. Výše popsaným způsobem bych se dopustil menší chyby ve výpočtu, než když používám koeficienty tepelné konvekce konstantní.

Okrajové podmínky ve vzduchové mezeře aktuátoru jsem transformoval do ekvivalentní tepelné vodivosti dle kap. 5.6, vztah (63), který je také závislý na teplotě. V mém případě se jedná o velice úzkou vzduchovou mezeru 3 mm. Závislost ekvivalentní tepelné vodivos-

ti vyšla 0,024 W/(m. K) pro rozdíl 0 °C a 0,029 W/(m. K) pro rozdíl pro rozdíl 150 °C. Závislost je lineární. Jako vstupní hodnotu pro simulaci jsem použil hodnotu 0,026 W/(m.K). Dále jsem zadal tepelné ztráty vytvořené cívkami 2x50 závitů (paralelně), kterými protékal efektivní celkový proud 9 A. Střední hodnotu objemových Jouleových ztrát p_{Ja} v drážce jsem určil přes proudovou hustotu dle vztahu (29) následovně:

Proudová hustota jedné paralelní části cívky 1x50 závitů:

$$J = \frac{N \cdot I}{S} = \frac{50 \cdot 4,5}{0,03 \cdot 0,006} = 1,25 \cdot 10^6 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}, \quad (82)$$

kde N je počet závitů cívky, I je efektivní proud tekoucí jednou paralelní větví cívky a S je ekvivalentní plocha jedné paralelní větve cívky, tj. polovina drážky. Střední hodnota objemových Jouleových ztrát $p_{Ja,1/2}$ v polovině drážky (pro jednu paralelní větev cívky):

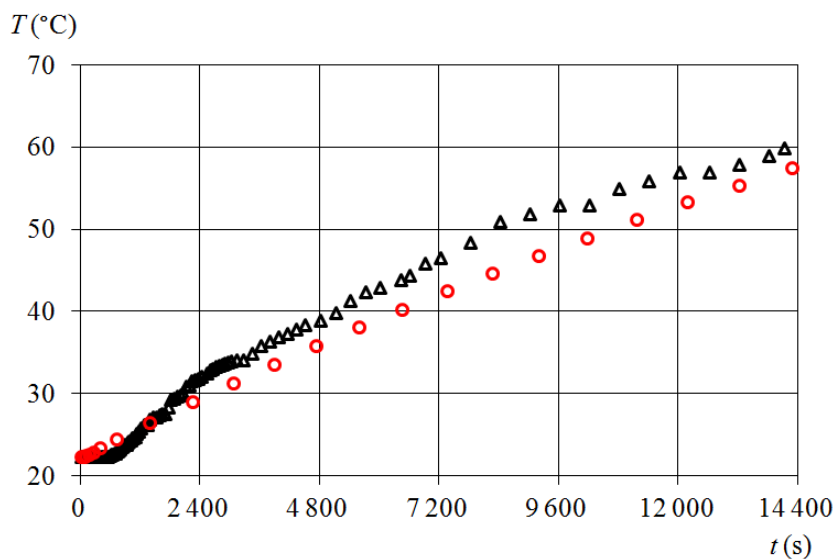
$$p_{Ja,1/2} = \frac{J^2}{\gamma_{Cu}} = \frac{(1,25 \cdot 10^6)^2}{56,18 \cdot 10^6} = 27812 \text{ W} \cdot \text{m}^{-3}, \quad (83)$$

kde J je proudová hustota cívky 1x50 závitů (polovina drážky), γ_{Cu} je měrná vodivost mědi. Střední hodnota objemových Jouleových ztrát p_{Ja} v celé drážce pro paralelně spojené vinutí cívky 2x50 závitů je:

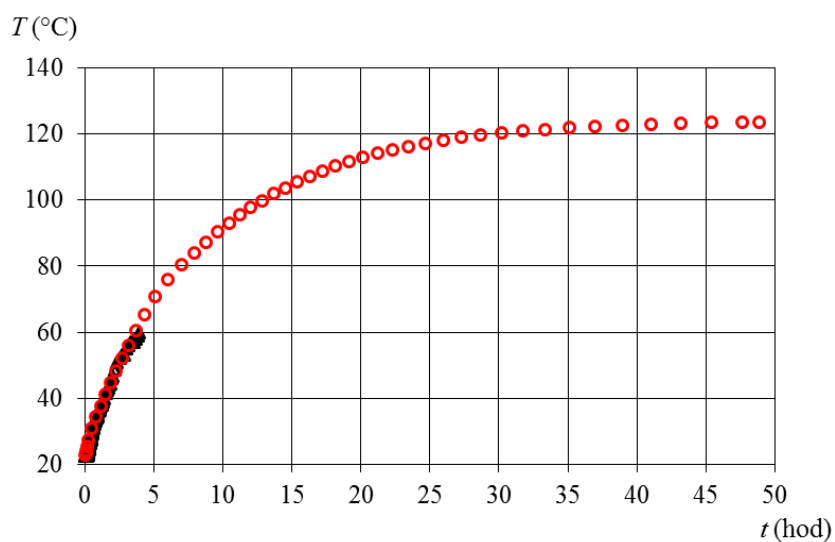
$$p_{Ja,1/2} = 2 \cdot p_{Ja} = 2 \cdot 27812 = 55624 \text{ W} \cdot \text{m}^{-3}. \quad (84)$$

Porovnání naměřené a namodelované oteplovací charakteristiky magnetického obvodu za daných podmínek je vidět na obr. 61 Mírná rozdílnost průběhu oteplovací charakteristiky naměřené a namodelované je nejspíše způsobena tím, že magnetický obvod je sevřen bukovým dřevem, stojí na podložce z bukového dřeva a i svislé strany spodní části magnetického obvodu aktuátoru jsou do jisté míry obloženy dřevem, které slouží jako nájezdna a výjezdna plocha z aktuátoru. Dalším důvodem je to, že jako vstupní data jsem použil materiálové konstanty jednotlivých částí aktuátoru (např. měrná tepelná vodivost, tepelná vodivost) a koeficienty přestupu tepla, které byly brány jako konstanty nezávislé na teplotě.

Další chyba byla způsobena tím, že se doopravdy jedná o 3D úlohu a ne o 2D. Modelovaná úloha je vytvořena jako 2D model s nekonečnou délkou v ose z. Ve skutečnosti odvod tepla není v ose z ideální, protože magnetický obvod je sevřen čelními dřevěnými deskami. I přes výše uvedené jsou výsledky velice dobré.

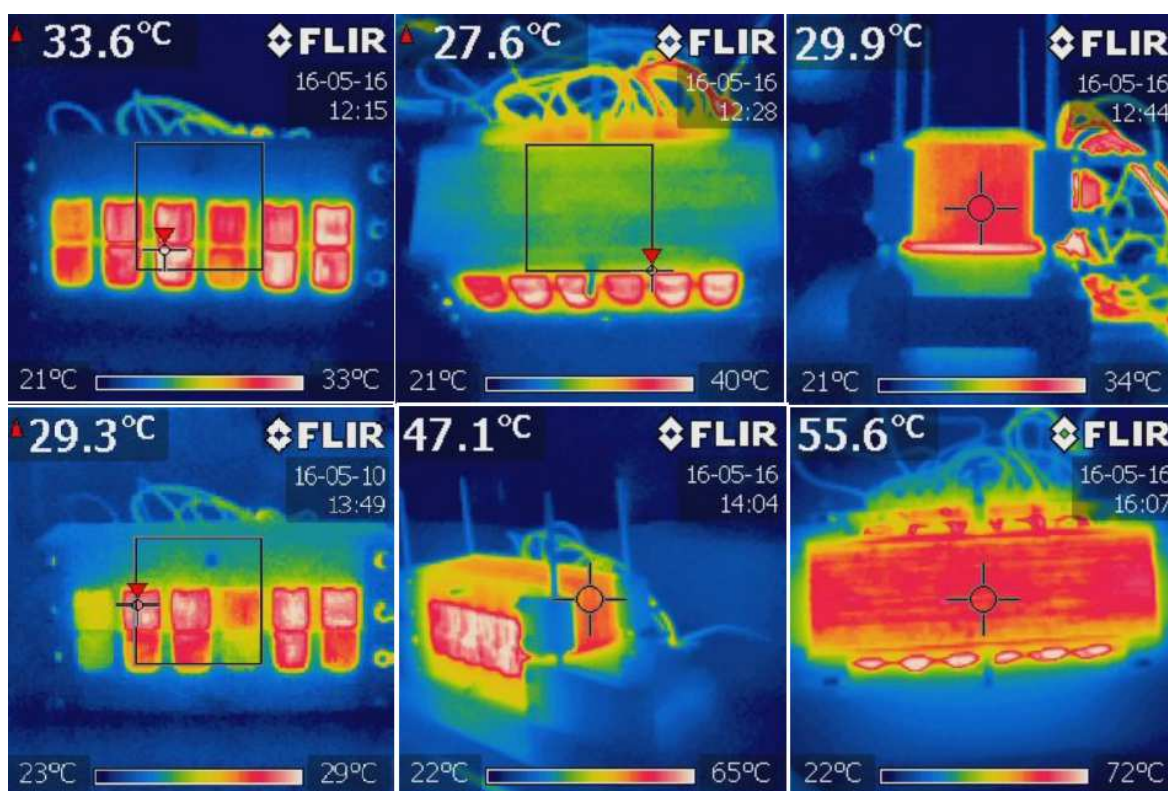


Obr. 61 Oteplovací charakteristika magnetického obvodu aktuátoru pro vzduchovou mezeru 3mm a napájecí proud 9 A, (černé trojúhelníky – naměřeno, červené kroužky – namodelováno)

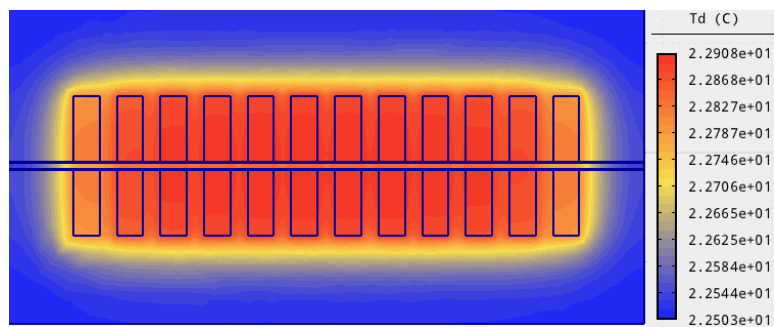


Obr. 62 Oteplovací charakteristika magnetického obvodu aktuátoru do ustálené teploty pro vzduchovou mezeru 3mm a napájecí proud 9 A (černé trojúhelníky – naměřeno, červené kroužky – modelováno do ustálené teploty)

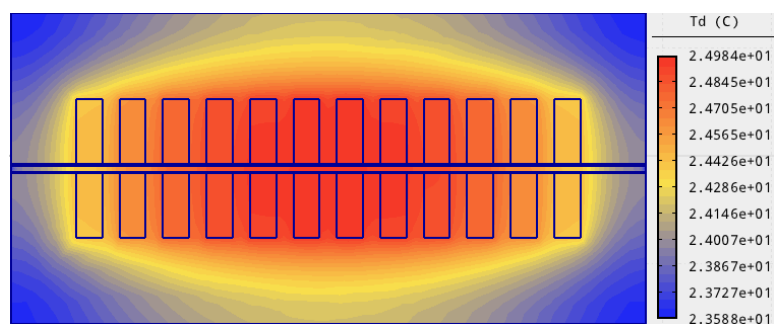
Jak je patrné z obr. 62, reálné měření mělo probíhat déle, aby byla změřena celá oteplovací charakteristika a ne pouze její část. Měření je velmi náročné na přípravu (časové možnosti pracoviště s regulačním autotransfornátorem, zapojení modelu, zapůjčení termokamery) proto jsem měření již neopakoval. Ustálená teplota dle namodelovaného průběhu je 123 °C. Na dalších obr. (obr. 63) jsou ukázky snímků z termokamery. Na obr. 64 až 69 je vidět namodelované rozložení teploty v řezu aktuátoru v čase 1 min, 10 min, 30 min, 2 hod, 10 hod, 50 hod. Rozložení teplot z termokamery a simulačního programu (obr. 70) ve stejném čase je rozdílné, protože je reálný magnetický obvod sevřen v čelech z bukového dřeva a v programu Agros2D je napájecí vinutí řešeno tak, že je vyplněna drážka jedním vodičem. Ve skutečnosti jsou drážky vyplněny cívkami tvořeného z kulatého drátu tím pádem je mezi jednotlivými závitů vzduch, dále je cívka obmotána izolací. Obrázky z termokamery snímají povrchovou teplotu (s možností nastavit jednu emisivitu povrchu, ale magnetický obvod, dřevo a cívky mají různou emisivitu) a obrázky ze simulací v Agros2D zobrazují rozložení teplot uvnitř aktuátoru v řezu.



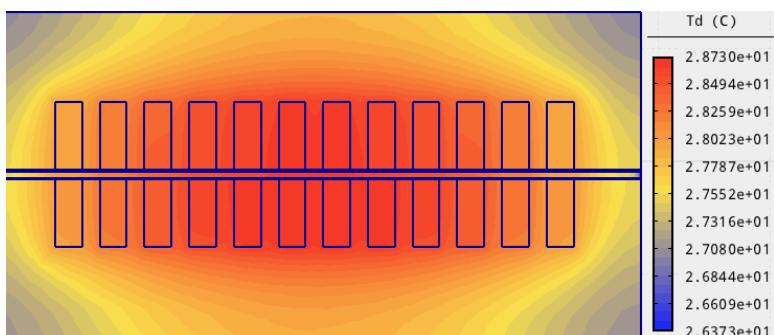
Obr. 63 Ukázky z měření termokamerou



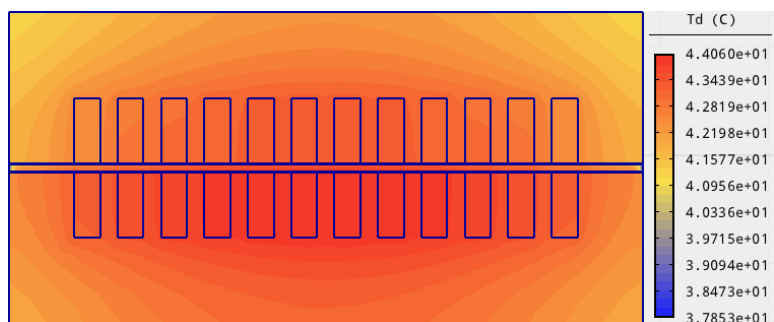
Obr. 64 Rozložení teplot z modelu v programu Agros2D v čase 1 min.



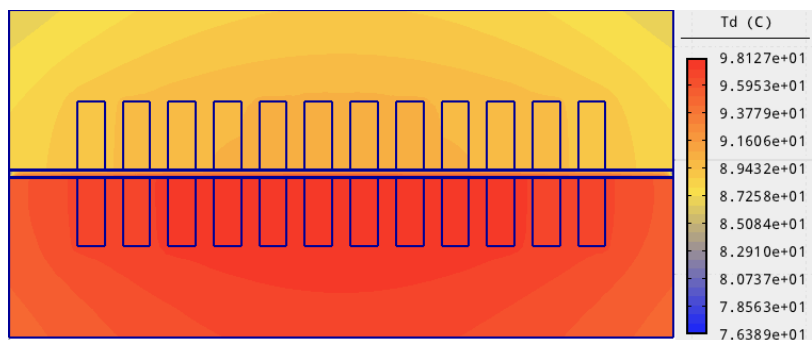
Obr. 65 Rozložení teplot z modelu v programu Agros2D v čase 10 min.



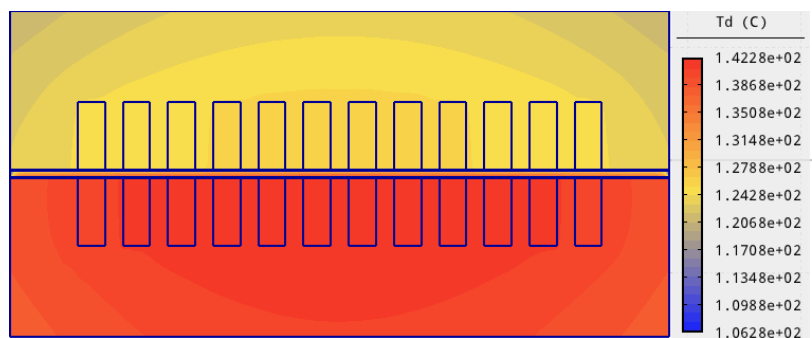
Obr. 66 Rozložení teplot z modelu v programu Agros2D v čase 30 min.



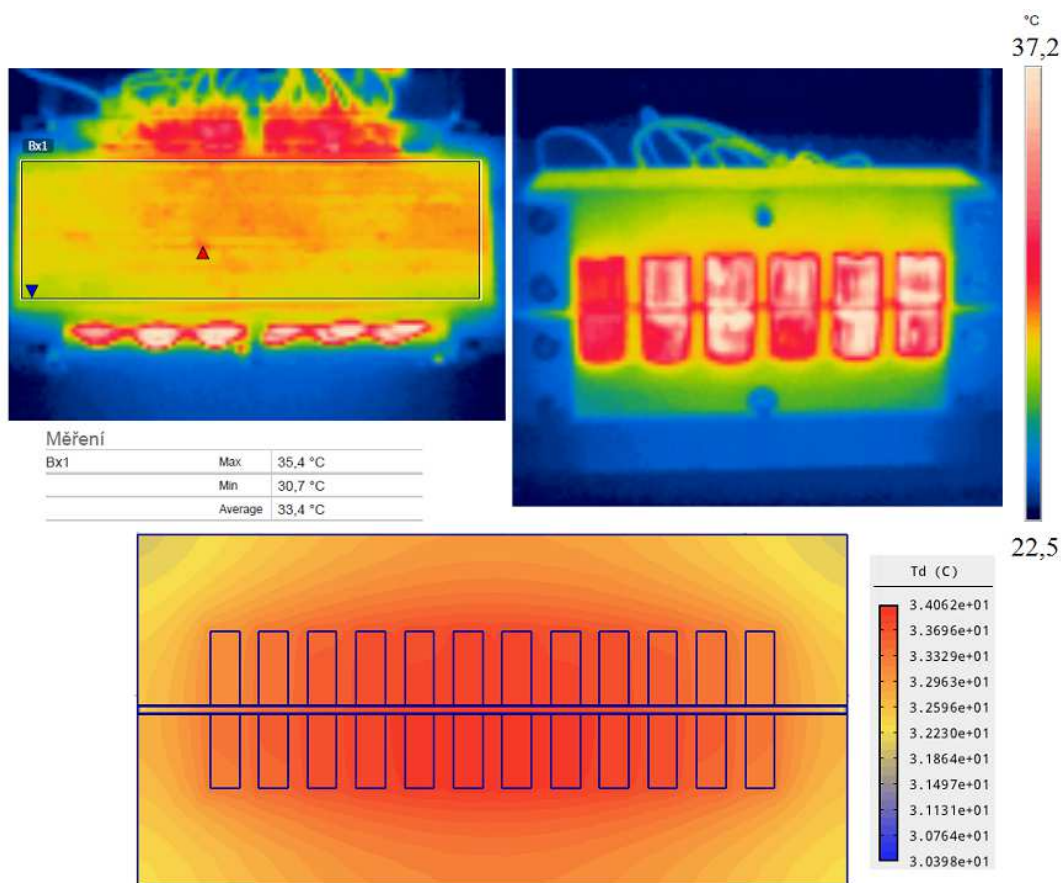
Obr. 67 Rozložení teplot z modelu v programu Agros2D v čase 2 hod.



Obr. 68 Rozložení teplot z modelu v programu Agros2D v čase 10 hod.



Obr. 69 Rozložení teplot z modelu v programu Agros2D v čase 50 hod.



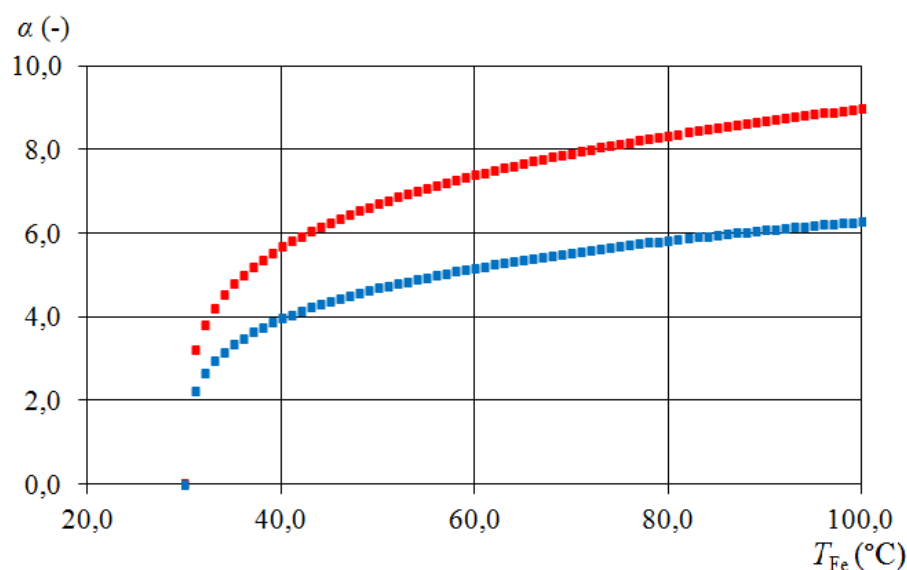
Obr. 70 Rozložení teplot z termokamery a simulačního programu v čase 1 hodina

8.5 OHŘEV ZABRZDĚNÉ DESKY V AKTUÁTORU

Zabrzděná deska ($x = 0,25$ m) v aktuátoru je zahřívána především v ní protékajícími vířivými proudy (indukční ohřev) a v minimální míře Joulovým teplem, které se vytvoří průchodem elektrického proudu napájecích cívek aktuátoru (kap. 5.3) a hysterezními ztrátami v magnetickém obvodu. V programu Agros2D jsem namodeloval výše uvedený případ. Jedná se o slabě sdruženou úlohu (magnetické a tepelné pole). Program využívá rovnici magnetického pole respektující účinky indukovaných proudů (14) nebo (15) a rovnici pro přenos tepla (53), která však uvažuje nulovou rychlost desky. Vstupní data pro výpočet byly materiálové konstanty jednotlivých částí zařízení uvedených v tab. 3. Dále jsem stanovil počáteční (dle podmínek na reálném modelu např. teplota desky, magnetického obvodu v čase 0 s) a okrajové tepelné i magnetické podmínky. Magnetická okrajová podmínka typu magnetický potenciál byla určena dle kap. 5.6 již v kap. 8.1. Jedná se o zavedení umělé hranice Γ 15 cm od aktuátoru, kdy vně této hranice uvažuji magnetický potenciál nulový. Tepelné okrajové podmínky jsem určil stejně jako v kap. 8.4. Ohřev desky uvnitř aktuátoru je poměrně rychlý děj, během něhož se nestačí ohřát magnetický obvod. Teplota okolního vzduchu a teplota magnetického obvodu je tedy téměř stejná. Vedení tepla prouděním se zde proto vyskytuje v minimální míře. Proto jsem v tomto případě volil koeficienty přestupu tepla nízké: pro svislé části aktuátoru $\alpha = 2,2$, pro horní vodorovnou část $\alpha = 3,2$ a pro spodní vodorovnou část $\alpha = 2,2$. Při jejich určování jsem vycházel z kap. 5.6, rovnice (58 až 63). Na obr. 71 je vidět závislost součinitelů přestupu tepla pro různé části magnetického obvodu aktuátoru v závislosti na teplotě magnetického obvodu vůči teplotě okolního vzduchu 30 °C. Ekvivalentní tepelnou vodivost (63) pro všechny šířky vzduchové mezery jsem použil stejnou hodnotu $\lambda_{ekv} = 0,026$ W/(m. K). Při určení velikosti ekvivalentní vodivosti jsem vycházel z kap. 5.6. Střední hodnotu objemových Jouleových ztrát vinutí jsem určil podle napájecího proudu pomocí (82).

Měření oteplovací charakteristiky zabrzděné hliníkové desky uprostřed ($x = 0,25$ m) aktuátoru jsem prováděl pro vybrané konfigurace prezentované v tab. 4. Teplotu desky jsem snímal kontaktním teploměrem Proskit MT1232 s teplotním čidlem Pt100. Měření termokamerou jsem vyloučil z toho důvodu, že vzduchová mezera i použité hliníkové desky mají malou šířku a na snímku z termokamery desku nebylo možno prakticky identifikovat. Teplotní čidlo jsem umístil vždy uprostřed hliníkové desky a to jak ve směru osy x , tak osy y . Reálné počáteční podmínky (teplota desky a teplota magnetického obvodu) se lišily měření

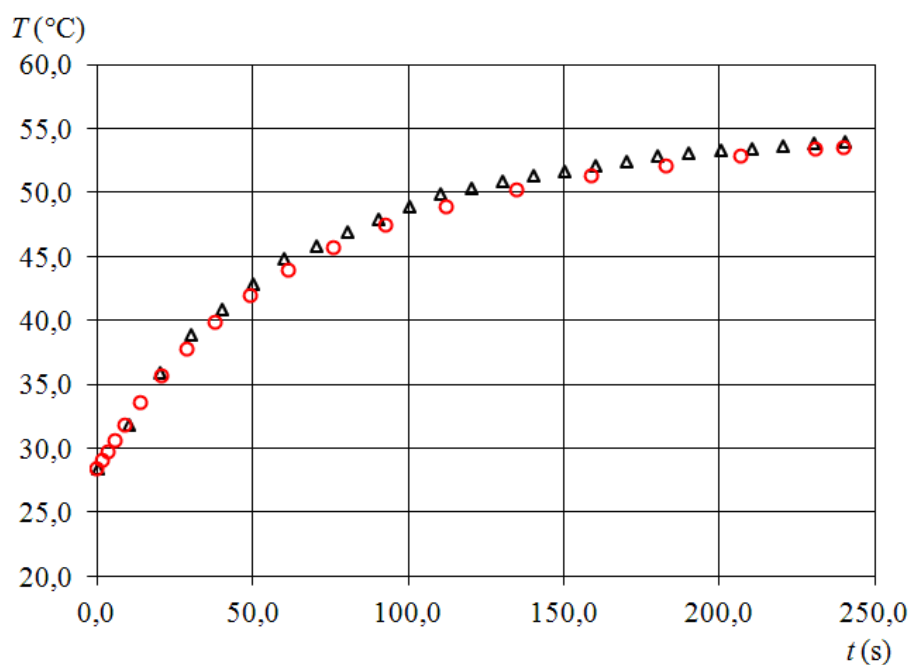
od měření od 28,5 °C do 30,5 °C v závislosti na teplotě vzduchu v místnosti. Z tohoto důvodu má každá charakteristika jinou počáteční teplotu. Všechna provedená měření shrnuje tab. 5. Výsledky měření a porovnání s modelovanými charakteristikami pomocí programu Agros2D jsou vidět na obr. 72 až 75. Namodelované a změřené oteplovací charakteristiky se téměř shodovaly. Rozložení teplot (deska a magnetický obvod) pro hliníkovou desku tl. 1,5mm, šířku vzduchové mezery a napájecí proud naprázdno 9 A, měření č. 3 dle tab. 5 pro čas 240 s je vidět na obr. 76.



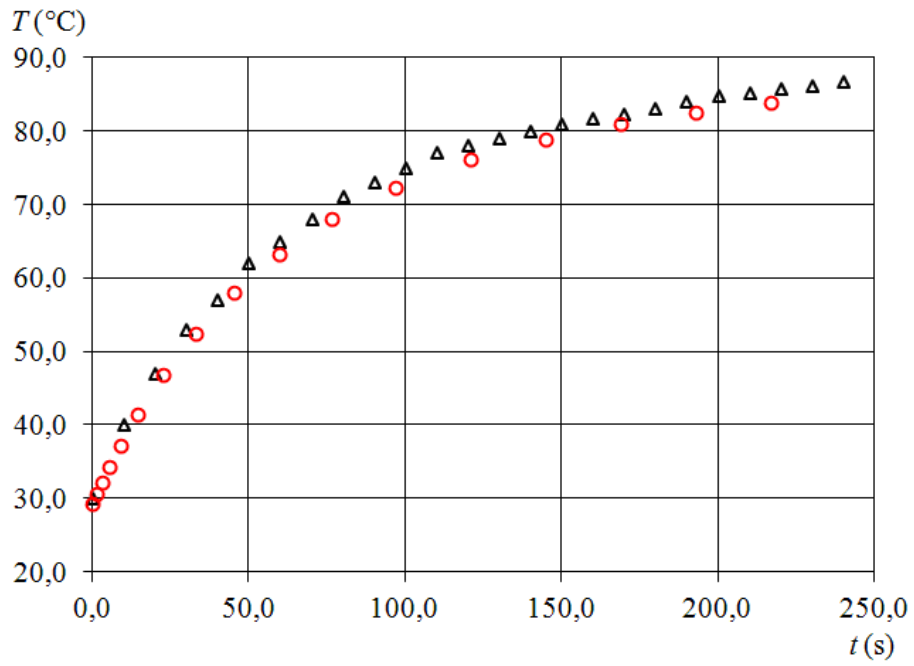
Obr. 71 Závislost koeficientu tepelné konvekce α na teplotě magnetického obvodu pro teplotu okolí 30 °C (modrá – svislá část magnetického obvodu a spodní vodorovná plocha magnetického obvodu, červená – horní vodorovná plocha magnetického obvodu)

Tab. 5 Provedená měření a simulace oteplovacích charakteristik Al desky

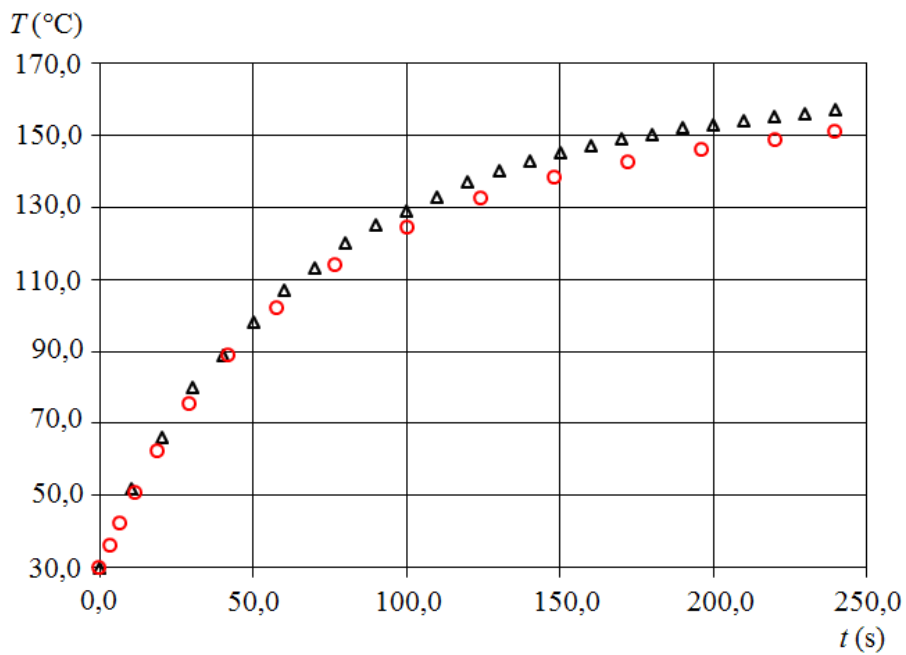
Poř. číslo série měření	El. fázový efektivní proud naprázdno / při vložení Al desce do aktuátoru do polohy $x = 0,25$ m	El. fázový efektivní proud naprázdno / při vložení Al desce do aktuátoru do polohy $x = 0,25$ m	Tloušťka Al desky	Šířka vzduchové mezery	Počáteční teplota (teplota okolí)	Obr. č.
	$I_{\text{eff}} / I_{\text{eff},x=0,25\text{m}}$	P_{Ja}	δ_{Al}	δ_{AG}	$T_{\text{poč}}$	
	(A)	(W/m ³)	(mm)	(mm)	(°C)	
1	4,0 / 4,3	5 494	1,5	3,0	28,5	Obr. 72
2	6,0 / 6,4	12 361			29,2	Obr. 73
3	9,0 / 9,4	55 624			30,0	Obr. 74
4	9,0 / 9,1	55 624	1,0	3,0	30,5	Obr. 75



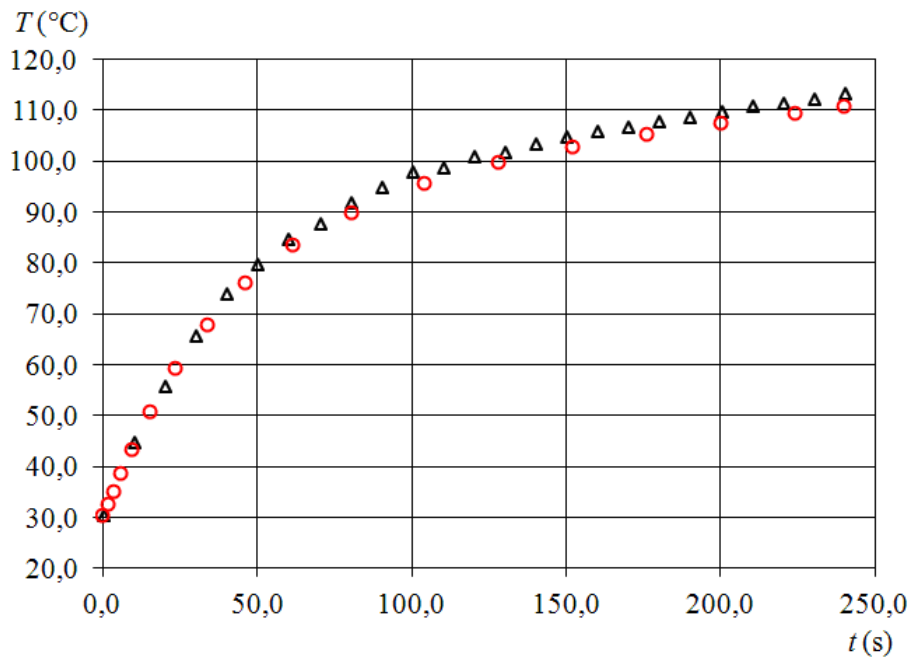
Obr. 72 Oteplovací charakteristika hliníkové desky pro měření č. 1 dle tab. 5 (černé trojúhelníky – naměřeno, červená kolečka – model)



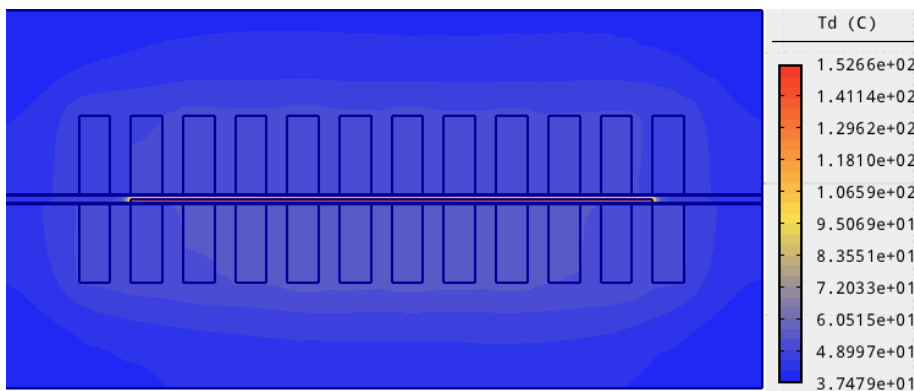
Obr. 73 Oteplovací charakteristika hliníkové desky pro měření č. 2 dle tab. 5 (černé trojúhelníky – naměřeno, červená kolečka – model)



Obr. 74. Oteplovací charakteristika hliníkové desky pro měření č. 3 dle tab. 5 (černé trojúhelníky – naměřeno, červená kolečka – model)



Obr. 75 Oteplovací charakteristika hliníkové desky pro měření č. 4 dle tab. 5 (černé trojúhelníky – naměřeno, červená kolečka – model)

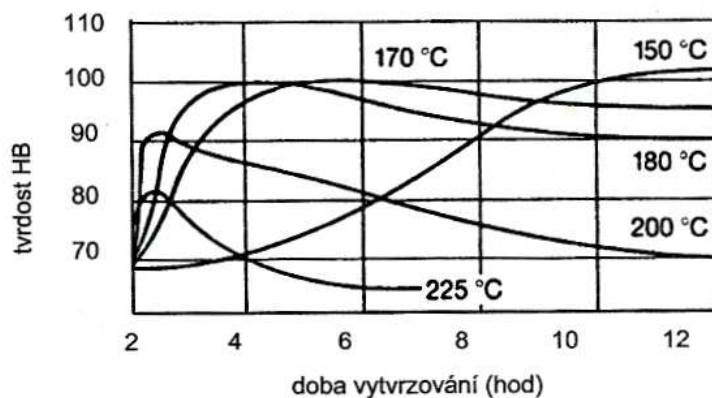


Obr. 76 Rozložení teplot pro měření č. 3 dle tab. 5 z programu Agros2D

9. PRAKTICKÉ VYUŽITÍ

Využití trojfázového lineárního aktuátoru je transport např. hliníkových desek nebo desek ze slitin hliníku. Dalším využitím by mohla být zbraň, pracující na principu elektromagnetického děla.

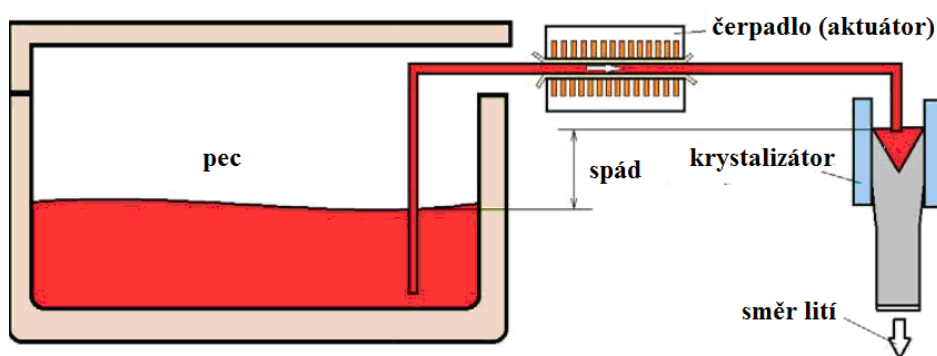
Pokud např. hliníkovou desku v aktuátoru zastavíme, ohřívá se především vířivými proudy, jedná se tedy o indukční ohřev. Z toho vyplývá využití v tepelném zpracování desek z hliníku a slitin hliníku. Hlavním účelem tepelného zpracování je zvýšení mechanických vlastností, snížení vnitřního pnutí nebo ovlivnění způsobu rozložení prvků ve struktuře odlitků ze slitin hliníku. Tepelným zpracováním je také možno zlepšit obrobitelnost, odolnost vůči korozi nebo změnit jiné technologické vlastnosti. Uvedl bych konkrétní příklad tepelného zpracování slitin hliníku – vytvrzování za tepla [58]. Tímto způsobem se vytvrzují slitiny Al-Si-Mg a Al-Mg. Teploty vytvrzování se volí podle druhu slitiny, většinou mezi 140°C až 180°C, doba vytvrzování bývá okolo 3 až 8 hodin (obr. 77). Při příliš vysokých teplotách se získávají horší mechanické vlastnosti, než při teplotách optimálních.



Obr. 77 Závislost tvrdosti slitiny AlSi10Mg na teplotě a době vytvrzování [58]

Jako další využití se jeví aplikace pro rychlé zahřátí hliníku či jeho slitin pro následné tváření. Další možností je zahřátí na teplotu tání pro následné slévání. Nevýhodou tohoto způsobu ohřevu mým zařízením je malá energetická účinnost, která je v řádu jednotek procent v závislosti na vstupních parametrech zařízení (především: vzduchová mezera, napájecí proud, objem ohřívání desky). Důvodem je přeměna většiny elektrické energie na Jouleovo teplo v cívkách aktuátoru.

Velice zajímavé využití trojfázového lineárního aktuátoru je magnetohydrodynamické čerpadlo (obr. 78) pro přesun např. tekutého hliníku či jeho slitiny [59], které přesouvá tekutý kov a zároveň přispívá k udržení určité teploty (vířivými proudy). Aplikování aktuátoru jako čerpadlo vidím v procesu kontinuálního lití, které má význam zejména při výrobě předlitků. Aktuátor pohání tekutý kov z pece do krystalizátoru, kde je tekutý kov vystaven krátkému, intenzivnímu ochlazení, které má rozhodující vliv na vznik natuhlé skořepiny. Jde o pěknou aplikaci a složitou sdruženou elektromagneticko-tepelnou úlohu, která není zcela zvládnuta a zasloužila by vědeckou pozornost ve spolupráci s firmami, kde by zařízení mělo praktické využití. Taková úloha i včetně návrhu a výroby modelu, popřípadě uvedení reálného zařízení do provozu by byla vhodná pro celou pracovní skupinu a ne jednotlivce.



Obr. 78 Využití trojfázového výkonového lineárního aktuátoru jako magnetohydrodynamické čerpadlo [59]

Mé zařízení dovede pracovat dlouhodobě do teplot cca 120°C s ohledem na volené konstrukční (plastové svorníky) a izolační materiály (především izolace cívek) zařízení. Další částí, která značně omezuje teplotu zahřívání desky, je sklotextitová deska, po které se pohybuje hliníková deska. Dlouhodobá teplotní odolnost kluzné vrstvy je 130°C. Magnetický obvod má dle obr. 62 ustálenou teplotu 123 °C. Zařízení jsem vyrobil pro laboratorní výzkumné účely (pro porovnání namodelovaných charakteristik zařízení s reálnými charakteristikami). Zařízení je vhodné pro další výzkum a rychlé zahřívání např. hliníkových desek.

Dalším využitím, kdy levitující (pomocí permanentních magnetů) pohyblivý prvek je posouván silovou interakcí mezi rotačními permanentními magnety (kotouči), které se otáčejí v blízkosti vodící hliníkové lišty, je transportní systém Levx. Otáčení magnetických

kotoučů vytváří silnou silovou interakci proti hliníkové reakční liště, která uvede vozidlo do pohybu (obr. 79).



Obr. 79 Princip pohonu transportního levitačního systému Levx [60]

Pohyblivým prvkem je vozidlo (obr. 80), které je pasivně zavěšené (silné permanentní magnety). Elektrickou energii vyžadují pohonné, brzdné, řídicí systémy a elektrická výzbroj (např. osvětlení soupravy). Nicméně absence kol s ložisky snižuje množství energie pohybu vozidla podél vodícího vedení. Magnetické zavěšení eliminuje statickou tahovou sílu spojenou s ložiskovými koly a tím odstraňuje fyzikální limitující faktor adheze z primárního pohonu a brzdného systému. Výše uvedený systém dosahuje stabilní levitaci i při velmi širokých vzduchových mezerách a zajišťuje plynulou přepravu bez vibrací.



Obr. 80 Vozidlo transportního systému Levx [60]

Zatím proběhlo testování několika prototypů a byla vystavěna jedna demonstrační trať. Systém eliminuje potřebu nákladného připojení k místní rozvodné síti. Průměrná spotřeba

elektrické energie za 1 km jízdy na otáčení magnetických kotoučů k přesunu kontejneru o hmotnosti 31,7 t s rozjezdem a zastavením je 0,16 kWh. Jedná se o snížení o 95% ve srovnání s kamionovou dopravou. První plně funkční demonstrační systém byl vybudován pro kontejnerovou dopravu v přístavu Port Angeles ve Washingtonu. Náklady na výstavbu byly 3,1 mil. amerických dolarů za 1 km, což je příznivá cena ve srovnání s náklady na vybudování železniční cesty či dálnice. Výše popsaný systém je patentovaný firmou Levx [60]. Dle mého názoru tento druh přepravy má v budoucnosti své využití s ohledem na poměrně nízké náklady na výstavbu, úspory energií a emisí v dopravě.

10. ZÁVĚR

Disertační práce se zabývá problematikou výkonových elektromagnetických aktuátorů. V úvodní části práce jsem objasnil pojem aktuátor, zmínil jsem jejich rozdělení podle toho, na jakých principech pracují. Popsal jsem činnost aktuátorů pracujících s elektromagnetickým polem. Také jsem uvedl postup při návrhu zařízení. Dále jsem v úvodní části práce sepsal podkapitolu o historii modelování aktuátorů a současný stav problematiky. Po několikaletém studiu problematiky elektromagnetických aktuátorů jsem se přesvědčil, že se ještě zdaleka nejedná o vyčerpané a zcela zvládnuté téma. A to i přes skutečnost, že ve špičkových odborných časopisech několika řad IEEE se spíše než o jejich teorii a návrh příslušní autoři zajímají o jejich využití v průmyslových aplikacích, řízení a zapojování do složitých systémů.

Součástí teoretické části práce je popsání principu činnosti trojfázového výkonového lineárního aktuátoru a popsání spojitého matematického modelu úlohy, která představuje sdružený problém, charakterizovaný interakcí magnetického pole a pole teplot. Stěžejní v této části práce bylo stanovení sil působících na pohyblivou desku aktuátoru, rovnice pohybu desky, odvození rovnice přenosu tepla s uvažováním pohybu desky a navržení počátečních a okrajových podmínek. Nakonec v teoretické části stručně rozebráno numerické řešení matematického modelu. Pro modelování jsem vybral neprofesionální simulační software Agros2D, který umožňuje řešení sdružených úloh (dvě i více sdružení fyzikálních polí).

V praktické části práce jsem navrhl a vyrobil reálný model výkonového trojfázového lineárního aktuátoru, kde pohyblivý prvek je ovládán silovou interakcí mezi magnetickým polem generovaným časově posunutými budicími proudy a proudy indukovanými v uvedeném prvku, navíc se pohyblivá deska otepluje zejména vířivými proudy (indukční ohřev). Na základě numerického řešení v software Agros2D tohoto modelu jsem porovnal charakteristiky aktuátoru s reálným zařízením. Nejdříve jsem naměřil a namodeloval závislost celkové statické elektrodynamické síly, která působí na desku v aktuátoru pro různé konfigurace zařízení (šířka vzduchové mezery, tloušťka hliníkové desky, hodnota napájecího proudu). Protože zařízení bylo napájeno regulačním zdrojem napětí (trojfázovým regulačním autotransformátorem), tak se změnou polohy desky v zařízení se měnila reaktan-

ce magnetického obvodu a aktuátor odebíral proměnlivý proud, který byl závislý na poloze desky. Průběh proměnlivého proudu byl jednou ze vstupních veličin pro následnou simulaci a měření polohy desky v aktuátoru na čase pro různé konfigurace zařízení. Nejtěžší v této části práce bylo experimentální nalezení průběhu koeficientu smykového tření v závislosti na rychlosti pohybujícího se elementu aktuátoru, který vykazoval hysterezi. Dále jsem naměřil a namodeloval oteplovací charakteristiku magnetického obvodu aktuátoru pro vybranou konfiguraci zařízení. Výsledky měření a výpočtu v programu Agros2D se téměř shodovali. V další praktické části práce jsem měřil oteplovací charakteristiku hliníkové desky zabrzděnou v zařízení pro různé napájecí proudy. Naměřené a namodelované charakteristiky aktuátoru se téměř shodovali i přes řadu zjednodušení v modelu.

Přínosy práce pro návrh energetických zařízení

Řešení uvedeného problému tj. návrhu, modelování, realizace a ověření charakteristik výkonového trojfázového lineárního aktuátoru s vyřešením sdružených fyzikálních polí potvrzuje předpokládaný směr vývoje v oblasti návrhu energetických zařízení, který bezesporu zlepšuje připravenost na výrobu (dimenzování), simulaci a testování dějů zařízení, předvídání situací, a lépe popisuje zařízení. Řešení sdružených úloh však čeká ještě mnoho vylepšení, inovací, zvládnutí zatím nezvládnutých problémů, s vývojem času a lepší výkonnější výpočetní technikou budou výpočty rychlejší, méně chybové, přesnější, a více odrážející realitu (pokud však dovedeme věrně popsat model, což bývá v mnohých případech velice složitý úkol).

Závěry pro další rozvoj vědy nebo pro realizaci v praxi

V disertační práci jsem poukázal na možné aplikační využití výkonového trojfázového lineárního aktuátoru. Příklady využití jsou transport (elektromagnetická levitace), zbraň (elektromagnetické dělo), tepelné zpracování materiálů (vířivými proudy) a především magnetohydrodynamické čerpadlo (přesun tekutých kovů např. při procesu kontinuálního lití).

Další možné pokračování práce na základě výsledů disertační práce a dosavadních světových poznatků v oblasti modelování sdružených úloh, především elektromagnetických

aktuátorů vidím v následujících tématech, která by umožnila tuto disertační práci a celou danou problematiku vůbec dále rozvíjet a přinést další výsledky v oblasti teorie i praxe:

- Návrh a výroba řídicí jednotky pro řízení pohybu pohyblivého elementu aktuátoru dle předem zvolené trajektorie pohybu.
- Modelování trojfázového aktuátoru jako sdružené úlohy zahrnující při vyšších ohřevech i vliv termoelasticity.
- Modelování a optimalizace magnetohydrodynamického čerpadla.
- Využití ferrokapalin v magnetickém obvodu elektromagnetických aktuátorů (vlastností, využití, modelování a ověření charakteristik).
- Nové možnosti magnetické levitace v dopravě
- Spolupráce na dalším vývoji software Agros2D (např. doplnění materiálové databáze, možnost měnit hodnoty okrajových podmínek během výpočtu přechodových tepelných dějů, rozšíření o možnost řešit úlohy ve 3D).

11. LITERATURA

- [1] Janocha H., *Actuators, Basic & Applications*, Springer, New York, 2004, ISBN 978-3-662-05587-8
- [2] Bush-Vishniac, *Electromechanical Sensors and Actuators*, Springer, Berlin, 1999, ISBN 978-1-4612-7142-0
- [3] Brauer J. R., *Magnetic Actuators and Sensors*, Wiley, New York, 2014, ISBN 978-1-118-50525-0
- [4] Mohamed Gad-el-Hak (editor), *MEMS: Applications*, CRC Press Taylor & Francis Group, Florida / New York, 2006, ISBN 0-8493-9139-3
- [5] Jha A. R., *MEMS and Nanotechnology – based Sensors Device for Communications, Medical, and Aerospace Applications*, CRC Press Taylor & Francis Group, Florida / New York, 2008, ISBN 978-0-8493-8096-3
- [6] Pesch, J.A., Hendrickson, K.E., *Magnetic Flux as Affected by Eddy Currents in Electromagnets*. *IEEE Trans. Magn.*, Volume 9, Issue 3, 1973, pp. 360–361, ISSN 0018-9464
- [7] Grössinger, R., Hummer, H., *Computer Design of a Pulsed Magnet*, *IEEE Trans. Magn.*, Volume 14, Issue 5, 1978, pp. 554–556, ISSN 0018-9464
- [8] Rafinejad, P., Sabonnadiere, J.C., *Finite Element Computer Programs in Design of Electromagnetic Devices*, *IEEE Trans. Magn.*, Volume 12, Issue 5, 1976, pp. 575–578, ISSN 0018-9464
- [9] Asche, G., Sattler, Ph.K., *Numerical Calculation of the Dynamic Behaviour of Electromagnetic Actuators*. *IEEE Transactions on Magnetism*, Volume 26, Issue 2, 1990, pp. 979–982, ISSN 0018-9464

- [10] Software Ansys [online], [cit. 16.7.2017], dostupné z: <http://www.ansys.com>
- [11] Software Opera [online], [cit. 16.7.2017], dostupné z: <http://www.operafea.com>
- [12] Software Flux [online], [cit. 16.7.2017], dostupné z:
<http://www.cedrat.com/software/flux>
- [13] Kirk D. B., Hwu W. W., Programming Massively Paralell Processors: A Hands-on Approach, Elsevier, 2010, ISBN 978-0-12-415992-1
- [14] Henson Van Emden, Weiss R., bumerang: A parallel algebraic multigrid solver and preconditioner, Applied Numerical Mathematics, Elseiver Volume 41, Issue 1, 2002, pp155-177, ISSN 0168-9274
- [15] Waltz C, Sertel K, Carr M. A., Usner B. C., Volakis J. L, Massively Parallel Fast Multiple Method Solutions of Large Electromagnetic Scattering Problems, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2007, ISSN 1558-2221
- [16] Kelley C. T., Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations, Siam, Philadelphia, 1995, ISBN 978-0-89871-352-7
- [17] Butcher J.C., Numerical Methods for Ordinary Diferential Equations, Wiley, 2008, ISBN 978-0-470-72335-7
- [18] Hazewinkel, M., Encyclopedia of Mathematics, Springer, 2001, ISBN 978-1-55608-010-4
- [19] Deuflhard P., Weiser M., Adaptive numerical solutions of PDES, Walter de Gruber GmbH & Co. KG, Berlin/Boston, 2012, ISBN 978-3-11-028310-5
- [20] Kaltenbacher, M., Numerical Simulation of Mechatronic Sensors and Actuators, Second Edition. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2007, ISBN 978-540-71360-9

- [21] Grimm J. J., *Electromagnetic Linear Actuator – Design, Manufacture and Control*, University of Southern Queensland, Faculty of Engineering and Surveying, 2009
- [22] Boldea I., *Linear Electric Machines, Drives, and MAGLEVs Handbook*, CRC Press, USA, 2013, ISBN 987-1-4398-4514-1
- [23] Pawlak A. M., *Sensors and Actuators in Mechatronics: Design and Applications*, CRC Press, USA, 2006, ISBN 978-1-4200-0831-9
- [24] Popovic D., Vlacic L., *Mechatronics in Engineering Design and Product Development*, Marcel Dekker, New York, USA, 1999, ISBN 0-8247-0226-3
- [25] Schmidt R. M., Schitter G., Rankem A., Jan van Eijk, *The Design of High Performance Mechatronics – 2nd Revised Edition: High-Tech Functionality by Multidisciplinary System Integration*, IOS Press, Amsterdam, 2014, ISBN 978-1-61499-367-4
- [26] Krebs G., Tonuzi A., Pauwels B., Willemits, Piriou F., *Modeling of a Linear and Rotary Permanent Magnet Actuator*, *IEEE Trans. on Magnetics*, Volume 44, Issue 11, 2008, pp 4357-4360, ISSN 1941-0069
- [27] Boldea I., Nasar S. A., *Linear electric actuators and generators*, *IEEE, International Electric Machines and Drives Conference Record*, 18-21 May 1997, Wisconsin, USA, 1997, ISBN 0-7803-3946-0
- [28] Bodrich T., *Design of Electromagnetic Actuators*, Institute of Electromechanical and Electronic Design, Technische Universität Dresden, 2012
- [29] Lai L. K., Tsai C. L., Liu T. S., *Design of Compaq Linear Electromagnetic Actuator for Auto-Focusing in Phone Camera*, *IEEE Trans. and Magnetics*, Volume 47, Issue 12, 2011, pp. 4740-4745, ISSN 1941-0069

- [30] Foggia A., Oliver E., Chappuis F., Sabonnadiere J. C., A new free degree of freedom electromagnetic actuator, Conference Record of the 1988 IEEE Industry Applications Society Antal Meeting, 2-7 Oct. 1988, pp 137-141 Pittsburgh, USA, 1988,
- [31] Fitani E., Messine F., Nogarede B., The electromagnetic actuator design problem: a general and rational approach, IEEE Transactions on Magnetics, Volume 40, Issue 3, 2004, pp 1574-1590, ISSN 0018-9464
- [32] Clark., Smith D. S., Mellor P.H, Howe D., Design optimisation of moving-magnet actuator for reciprocating electro-mechanical systems, IEEE Transactions on Magnetics, Volume 31, Issue 6, pp 3746-3748, 1995, ISSN 0018-9464
- [33] Goh C. K., Tan K. C, Evolutionary Multi-objective Optimization in Uncertain Environments: Issues and Algorithms, Springer, 2009, ISBN 978-3-540-95975-5
- [34] Kim I.Y., de Weck O.L., Adaptive weighted sum method for multiobjective optimization: a new method for Pareto front generation, Structural and Multidisciplinary Optimization, Volume 31, Issue 2, pp 105-116, Springer, 2006, ISSN 1615-147X
- [35] Abbass H. A., Seker R., Newton C., PDE: a Pareto-frontier differential evolution approach for multi-objective optimization problems, Evolutionary Computation 2001, Seoul, Korea, May 27-30, 2001 IEEE, ISBN 0-7803-6657-3
- [36] Jian-Ming J., The Finite Element Method in Electromagnetics, Wiley, New York, 2014, ISBN 978-1-118-57136-1
- [37] Kuczmann M., Ivanyi A., The Finite Element Method in Magnetics, Akademiai Kiado, Budapest, 2008, ISBN 978-963-05-8649-8
- [38] Doležel I., Donátová M., Karban P., Ulrych B., Coupled Analysis of a 3-Phase Linear Actuator, Proc ICEMS 2008, October 2008, Wu-han, China, ISBN 978-1-4244-3826-6

- [39] Jian-Ming J., Theory and Computation of Electromagnetic Fields, Wiley, New York, 2015, ISBN 978-1-119-10804-7
- [40] Qun Zhang, Song Cen, Multiphysics Modeling, Numeric Methods and Engineering Applications, Elsevier, USA, 2016, ISBN 978-0-12-407709-6
- [41] Encica, L., Echeverria, D., Lomonova, E., Hemker, A.V.P., Lahaye, D., Efficient Optimal Design of Electromagnetic Actuators Using Space Mapping, Proc. 6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, Rio de Janeiro, Brasil, 2005
- [42] Rivier S., Lemoine D., Friedrich G., Fast Optimaliyation of a Linear Actuator by Space Mapping Using Unixe Finite-Element Model, IEEE Transactions on Industrz Aplications, Volume 47, Issue 5, Sept.-Oct. 2011, ISSN 0093-9994
- [43] Craciun, O., Biagini, V., Mechler, G., Stengel, G., Reuber, C., van der Linden, A., Electromagnetic Actuators Modeling, Simulation and Optimization. Proc. COMSOL Conference in Milan, Italy, 2012, ISBN 978-0-9839688-7-0
- [44] Doležel, I, Karban P., Šolín. P, Ulrych B., Integral methods in low-frequency electromagnetics, Wiley, 2009. ISBN 04-701-9550-9.
- [45] Software Agros2D [online], [cit. 16.7.2017], dostupné z: <http://www.agros2D.org>
- [46] Mayer A., Aplikovaný elektromagnetismus, Kopp, 2012, ISBN 978-80-7232-436-1
- [47] Stratton J. A., Electromagnetic Theory, Wiley, New York, 2007, ISBN 978-0-470-13153-4
- [48] Holman J. P., Heat Transfer, McGrawHill, New York, 2010, ISBN 978-0-07-352936-3
- [49] Michejev, M. A.: Základy sdílení tepla, Průmyslové vydavatelství, Praha 1952

- [50] Kleppner D., An Introduction to Mechanics, McGrawHill, New York, 1973
- [51] Šolín P., Partical Differential Equations and the Finite Element Method, Wiley, New York, 2005, ISBN 978-0-471-72070-6
- [52] Hermes2D [online], [cit. 16.7.2017], dostupné z: <http://www.hpfem.org>
- [53] Karban P., Mach F., Doležel I., Ulrych B., Advanced Adaptive Algorithms in 2D Finite Element Method of Higer Order of Accuracy, COMPEL 32, issue 3 2013, ISSN 0332-1649
- [54] Řezání vodním paprskem, ADAC, [online], [cit. 15.5.2016], Dostupné z: <http://www.awac.cz/cz/2-Rezani-vodnim-paprskem-br-a-vyroba-dilu/>
- [55] Jahm Software [online], [cit. 16.7.2017], dostupné z <https://www.jahm.com>
- [56] Phyton [online], [cit. 16.7.2017], dostupné z: <http://www.phyton.org>
- [57] Sekanina F., Aerodynamický výpočet letadla, Praha, 1944
- [58] Roučka J., Metalurgie neželezných slitin, VUT v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2004, ISBN 80-7204-248-3
- [59] Tarasov F. E., Shvydkiy E.L., Induction MHD - pump with a single - plane concentric coil induktor, Journal of electrotechnics, No.3 (8), , p. 50-56, 2015, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, ISSN 2309-6020
- [60] Levx – A magna force technology, [online], [cit. 11.8.2017], Dostupné z: <http://www.levx.com>

12. SEZNAM PUBLIKACÍ

Podíly spoluautorů na jednotlivých publikacích jsou rozděleny rovným dílem.

12.1 PUBLIKACE VZTAHUJÍCÍ SE K TÉMATU DISERTAČNÍ PRÁCE

Publikace v impaktovaných časopisech:

- [P1] Křivka V., Design and Analysis of Multipurpose Actuator, Russian Physics Journal, Vol. 60, Issue 11, Springer, 2017, ISSN 1064-8887 (print version), ISSN 1573-9228 (electronic version), přijato k publikaci.

Publikace v recenzovaných časopisech:

- [P2] Křivka V., Nagrev aluminievoj plastiny v trechfaznom linejnom aktuatore, Univer-
sum: Technical Sciences 2017, 8(41), MCNO, Moskva, 2017, ISSN 2500-1272.

Patenty:

Nejsou žádné patenty vztažené k práci.

Publikace excerptované ISI:

- [P3] Křivka V., Electromagnetic damping system with three permanent magnets, Acta Technica CSAV, 2012, 57(3), p. 283-294, ISSN 0001-7043.

Publikace ostatní:

- [P4] Křivka. V., Modelirovanie prizmatičeskogo trechfaznogo aktuatora, Teoretičeskíe i praktičeskíe aspekty estevstvennych i matematičeských nauk, Novosibirsk, 2012-12-24. Novosibirsk: Sibirskaja asocijacija konsultantov, 2012, p. 70-82, ISBN 978-5-4379-0195-3.

- [P5] Křivka. V., Primenenie programy Agros2D dlja rešenie zadač, svjazanych s fizičeskimi poljami, V mire naučnyh otkrytij II, Taganrog, 2012-01-09, Tagalog, Sputnik +, 2012., p. 209-213, ISBN 978-5-9973-1832-1.
- [P6] Křivka. V., Vzaimosvja zannye zadachi v elektroenergetike – razvitie, harakternye cherty i klassifikacija po fizicheskim poljam, Molodoj učenij, 2013, 54 (7), p. 52-54, ISSN 2072-0297.
- [P7] Křivka V., Návrh aktuátoru pracujícího s magnetickým polem, Elektro - časopis pro elektrotechniku, 8-9/2017, p. 66-68, FCC Public, 2017, ISSN 1210-0889.
- [P8] Křivka V., Transportní systém Levx (krátká technická informace) , Elektro – časopis pro elektrotechniku, 11/2017, FCC Public, 2017, ISSN 1210-0889, přijato k publikaci.

12.2 OSTATNÍ PUBLIKACE

Publikace v impaktovaných časopisech:

Nejsou žádné publikace nevztahující se k disertační práci publikované v impaktovaných časopisech.

Publikace v recenzovaných časopisech:

Nejsou žádné publikace nevztahující se k disertační práci publikované v recenzovaných časopisech.

Patenty:

Nejsou žádné patenty nevztahující se k disertační práci.

Publikace excerptované ISI:

Nejsou žádné publikace excerptované ISI nevztahující se k disertační práci.

Publikace ostatní:

- [P9] Křivka. V, Istorija razvitija i perspektivy elektroperedači po postojynnemu toku. VII Meždunarodnaja konferencija, Strategija v promyšlenosti i obrazovanii, Materijaly, Tom 1. VII Meždunarodnaja konferencija, Strategija v promyšlenosti i obrazovanii, Materijaly, Tom 1, Varna, 2011-06-03/2011-06-10, International Scientific Journal Acta Universitates Pontia Euxinus, 2011, p. 124-126, ISBN 978-966-2637-02-1.
- [P10] Křivka V., a Křivková A. M., Vlijanie linij postojannogo toka na set', Teplofizičeskie osnovy elektroenergetičeskich tehnologij, Teplofizičeskie osnovy elektroenergetičeskich tehnologij, Tomsk, 2011-10-06/2011-10-08, Tomsk: Tomsk Politechnic University, 2011. p. 271-274. ISBN 978-5-98298-959-8.
- [P11] Křivka V., Osnovnye konfiguracii peredači elektroenergii postojannym tokom vysokého naprjaženija, Osnovnye konfiguracii peredači elektroenergii postojannym tokom vysokého naprjaženija, Osnovnye konfiguracii peredači elektroenergii postojannym tokom vysokého naprjaženija, Tomsk, 2011-04-26/2011-04-27, Tomsk: Tomskij oblastnoj institut povyšennina kvalifikacii i perepodgotovki rabotnikov, 2011, p. 1-3., ISBN 978-5-903029-30-3.
- [P12] Křivka. V., Opredelenije parametrov defektov plastiny s pomoščju teplovizora i programmy MatLab, Materijaly V maždunarodnoj naučno-praktičeskoj konferencii – Teorija i praktika sovremennoj nauki, Materijaly V maždunarodnoj naučno-praktičeskoj konferencii, Moskva, 2012-04-03/2012-04-04. Moskva: Speckiga, 2012, p. 218-225, ISBN 978-5-91891-135-8.
- [P13] Křivka V., Sovremennye promyšlennye tehnologii obrabotki tekučich metallov pod upravleniem elektromagnitnogo polja, V mire naučnyh otkrytij III, Taganrog, 2012-04-30, Taganrog: Sputnik +, 2012, p. 157-160. ISBN 978-5-9973-1940-3.

- [P14] Křivka V., Vyčislenie ustanovivšegosja režima sjeti peremennogo toka vstroennoj liniej postojannogo toka, Materijaly meždunadornoj zaočnoj naučno-praktičeskoj konferenci - Voprosy nauki i tehniki, Materijaly meždunadornoj zaočnoj naučno-praktičeskoj konferenci – Voprosy nauki i tehniki, Novosibirsk, 2012-01-16, Novosibirsk: EKOP-kniga, 2012, p. 137-148, ISBN 9785-8-5618-2490.
- [P15] Křivka V., Prilivnyye elektrostantsii, Molodoj učenyj, 2013, 58(11), p. 120-126. ISSN 2072-0297.
- [P16] Křivka V., Diagramma raspredelenija dnevnoj nagruzki, Molodoj učenyj, 2013, 55(8), p. 93-102. ISSN 2072-0297.
- [P17] Křivka V., Zvýšení bezpečnosti elektrické instalace. Tech [CD-ROM]. 2014-1, p. 3-12, ISSN 2336-3290.
- [P18] Křivka. V., Stykač a ovládání asynchronních motorů. Tech [CD-ROM]. 2014. 2, p. 8-12, ISSN 2336-3290.

12.3 OHLASY

Doposud nejsou žádné mé publikace citovány.

13. PŘÍLOHY

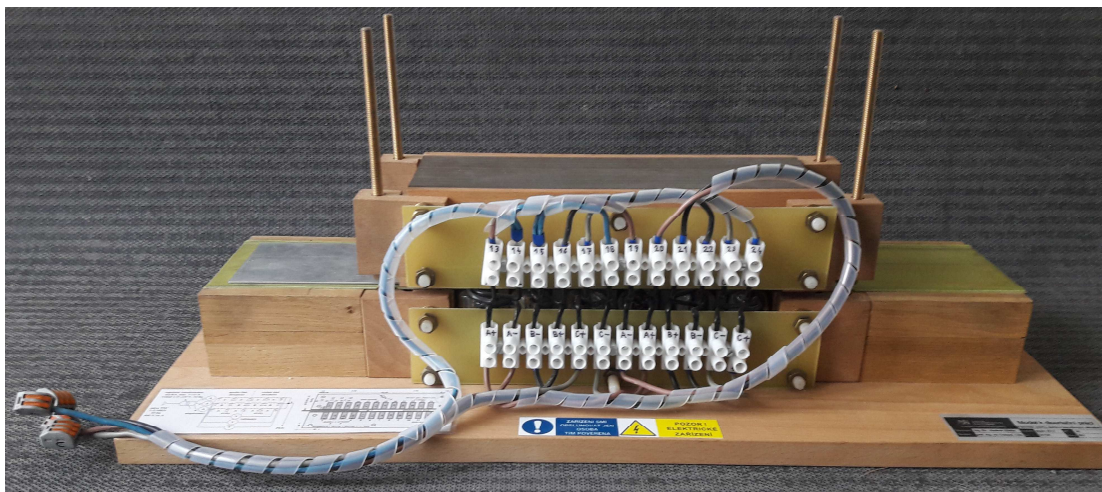
13.1 FINANČNÍ NÁKLADY NA VÝROBU MODELU AKTUÁTORU

Model aktuátoru byl vyroben za finanční podpory z grantu P102-11-0498: New adaptive higher-order monolithic methods for solution of evolutionary multiphysics problems in electrical engineering.

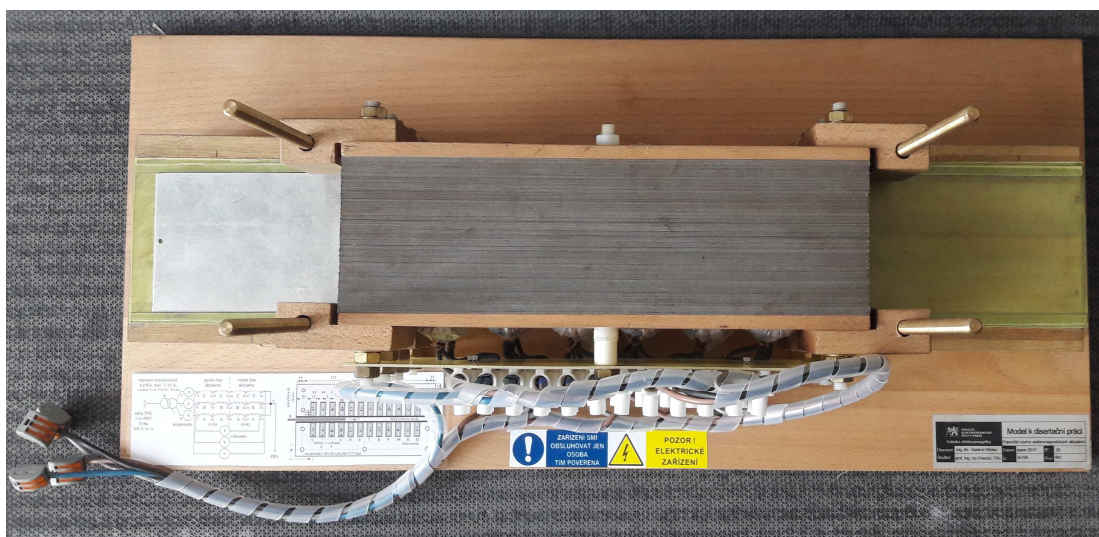
Tab. P1 Finanční náklady na výrobu modelu aktuátoru

Transformátorové plechy tl. 0,35mm	Trafo CZ a.s. (Hradec Králové)	zdarma
Řezání plechů	AWAC a.s. (Plzeň)	14 520Kč
Stahovací konstrukce, konstrukce pro regulaci vzduchové mezery, základní deska	materiál: Feron a.s (Praha), Plastové součástky s.r.o. (Měchenice), výroba základní desky svépomocí	1 072 Kč
Výroba cívek	FD Servis – Bohuslav Filipovský (Rožmitál p. Třemšínem)	14 913 Kč
Sklotextitová deska G10 tl. 0,5mm	Elektroizolanty.cz – Petr Jergon (Litovel)	552 Kč
Hliníkové desky EN AW-1050 H24	Keramet spol. s r.o. (Králov Dvůr)	276 Kč
Ostatní a pomocný materiál	Propojovací vodiče, návlečky, Wago svorky, štítek, zalamované schéma zapojení, apod.	500 Kč
Celkem		31 833 Kč

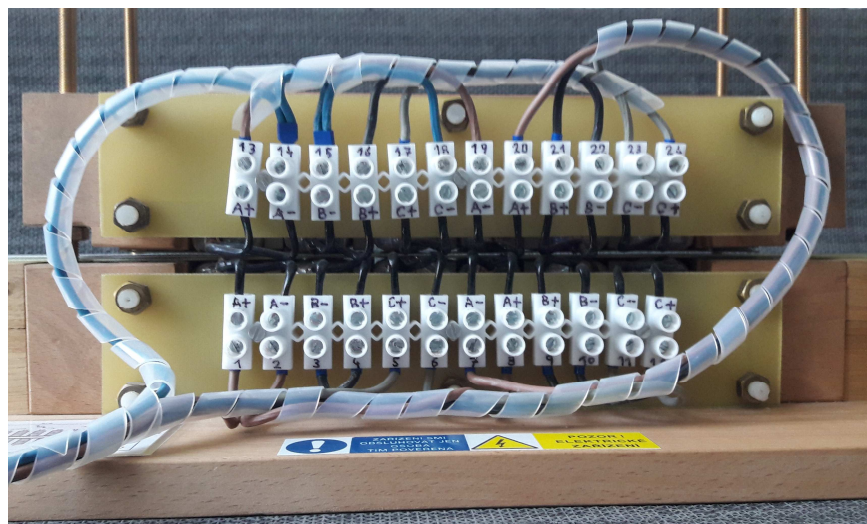
13.2 FOTOGRAFIE KONEČNÉ PODOBY REÁLNÉHO MODELU AKTUÁTORU



Obr. P1 Model aktuátoru – celkový pohled



Obr. P2 Model aktuátoru – pohled shora



Obr. P3 Model aktuátoru – pohled zepředu



Obr. P4 Model aktuátoru – pohled zezadu