



**FAKULTA
STROJNÍ
ČVUT V PRAZE**

Ústav procesní a zpracovatelské techniky

**CFD simulace v mechanicky míchané
nádobě**

**CFD simulation in mechanically agitated
vessel**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2017

Karel TOMÁŠEK

Studijní program: N2301 STROJNÍ INŽENÝRSTVÍ

Studijní obor: 3909T012 Procesní technika

Vedoucí práce: doc. Ing. Radek Šulc, Ph.D.

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Tomášek** Jméno: **Karel** Osobní číslo: **409122**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav procesní a zpracovatelské techniky**
Studijní program: **Strojní inženýrství**
Studijní obor: **Procesní technika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

CFD simulace v mechanicky míchané nádobě

Název diplomové práce anglicky:

CFD simulation in mechanically agitated vessel

Pokyny pro vypracování:

Vypracujte literární rešerši se zaměřením na CFD simulaci proudění v mechanicky míchané nádobě. Provedte pomocí CFD simulace studii vlivu otáček a viskozity na rychlostní pole v nádobě míchané pomocí rychloběžného radiálního míchadla - Rushtonovy turbíny pro zadanou geometrii pro jednofázový systém. Provedte vzájemné porovnání výsledků získaných z těchto simulací a experimentálně pro zadaný případ.

Podrobné cíle práce:

- 1) Provést literární rešerši zaměřenou na CFD metody simulace turbulentního proudění v mechanicky míchané nádobě.
- 2) Navrhnout pro danou geometrii výpočetní síť a provést analýzu vlivu rozlišení výpočetní sítě na sledované parametry.
- 3) Provést numerické simulace proudění newtonské tekutiny v míchané nádobě pomocí metody konečných objemů s využitím RANS modelů turbulence pro několik otáček a viskozit tekutiny.
- 4) Porovnat simulací získaná data s experimentálními daty pro zadaný případ.

Seznam doporučené literatury:

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

doc. Ing. Radek Šulc Ph.D., ústav procesní a zpracovatelské techniky FS

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Ing. Bohuš Kysela Ph.D., ústav procesní a zpracov. techniky FS

Datum zadání diplomové práce: **06.04.2017** Termín odevzdání diplomové práce: **18.08.2017**

Platnost zadání diplomové práce: _____

Podpis vedoucí(ho) práce

Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

Podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci s názvem: „CFD simulace v mechanicky míchané nádobě“ vypracoval samostatně pod vedením doc. Ing. Radka Šulce, Ph.D. a Ing. Bohuše Kysely, Ph.D. s použitím literatury, uvedené na konci mé diplomové práce v seznamu použité literatury.

V Praze, dne:

Karel Tomášek

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu mé diplomové práce doc. Ing. Radku Šulcovi, Ph.D. a konzultantovi Ing. Bohuši Kyselovi, Ph.D. za trpělivost, konstruktivní rady a cenné připomínky k této práci. Rovněž mé rodině, která mne při psaní této diplomové práce podporovala.

Anotační list

Jméno autora:	Bc. Karel TOMÁŠEK
Název práce česky:	CFD simulace v mechanicky míchané nádobě
Název práce anglicky:	CFD simulation in mechanically agitated vessel
Akademický rok:	2016/2017
Studijní program:	N2301 Strojní inženýrství
Studijní obor:	3909T012 Procesní technika
Ústav:	Ústav procesní a zpracovatelské techniky
Vedoucí práce:	doc. Ing. Radek Šulc, Ph.D.
Konzultant práce:	Ing. Bohuš Kysela, Ph.D.
Rozsah práce:	počet stran: 90 počet obrázků: 52 počet tabulek: 8 počet příloh: 0
Klíčová slova:	Numerická simulace, míchaná nádoba, turbulentní modely, Rushtonova turbína, CFD, RANS, OpenFOAM.
Keywords:	Numerical simulation, stirred vessel, turbulence models, Rushton turbine, CFD, RANS, OpenFOAM.
Anotace:	Diplomová práce se zaměřuje na CFD simulace mechanicky míchané nádoby v softwaru OpenFOAM. V následujících kapitolách jsou popsána řešení numerické simulace, popis tvorby numerické sítě, výběr vhodného řešiče a numerického schématu. Dále také porovnání rychlostních profilů uvnitř míchané nádoby s experimentálně naměřenými daty.
Abstract:	The diploma thesis focuses on numerical simulation of mechanically stirred vessel in OpenFOAM software. In the following chapters the solution of numerical simulation, description of numerical mesh, selection of suitable solver and numerical scheme are described. Comparison of velocity profiles within the stirred vessel with experimentally measured data was done.

Obsah

1. ÚVOD	9
2. MÍCHÁNÍ	11
2.1. ZPŮSOBY MÍCHÁNÍ.....	11
2.1.1. <i>Základní způsoby míchání</i>	11
2.1.2. <i>Typy mechanického míchání a míchadel</i>	12
2.2. ZÁKLADNÍ ROVNICE MÍCHÁNÍ	14
2.2.1. <i>Rovnice kontinuity</i>	14
2.2.2. <i>Rovnice zachování hybnosti</i>	14
2.2.3. <i>Navier-Stokesova rovnice</i>	15
2.3. PŘÍKON MÍCHADLA	15
2.3.1. <i>Plouživé proudění</i>	16
2.3.2. <i>Přechodová a turbulentní oblast</i>	16
2.3.3. <i>Korelace příkonové charakteristiky</i>	17
3. NUMERICKÉ SIMULACE PROUDĚNÍ V MÍCHANÝCH NÁDOBÁCH	19
3.1. SIMULACE TURBULENTNÍHO PROUDĚNÍ.....	19
3.1.1. <i>Metoda konečných objemů (MKO)</i>	20
3.1.2. <i>Metody modelování turbulence</i>	20
3.1.3. <i>Středování pohybových rovnic</i>	22
3.2. TURBULENTNÍ MODELY RANS	23
3.2.1. <i>Algebraické modely</i>	23
3.2.2. <i>Jednorovnicové modely</i>	23
3.2.3. <i>Dvourovnicové modely $k - \epsilon$</i>	24
3.2.4. <i>Dvourovnicové modely $k - \omega$</i>	26
3.3. STLAČITELNOST TEKUTINY V NUMERICKÉ SIMULACI	27
4. NUMERICKÁ SIMULACE V MÍCHANÉ NÁDOBĚ	28
4.1. GEOMETRIE SIMULOVANÉHO SYSTÉMU.....	28
4.1.1. <i>Geometrie míchadla</i>	28
4.1.2. <i>Geometrie míchané nádoby</i>	28
4.2. FYZIKÁLNÍ VLASTNOSTI MÍCHANÉ KAPALINY	29
4.3. VÝBĚR VÝPOČTOVÉ METODY	30
4.3.1. <i>Výběr modelu turbulence</i>	30
4.3.2. <i>Oblast MRF (Multiple Reference Frame)</i>	31

5.	NUMERICKÁ SIMULACE V SOFTWARE OPENFOAM	33
5.1.	ADRESÁŘOVÁ STRUKTURA	33
5.2.	NASTAVENÍ PARAMETRŮ NUMERICKÉ SIMULACE.....	34
5.2.1.	<i>Transportní a fyzikální vlastnosti modelu.....</i>	<i>34</i>
5.2.2.	<i>Počáteční a okrajové podmínky.....</i>	<i>36</i>
5.3.	TVORBA SÍŤE.....	37
5.3.1.	<i>Tvorba základní strukturované sítě</i>	<i>38</i>
5.3.2.	<i>Finální výpočetní síť.....</i>	<i>40</i>
5.4.	NUMERICKÉ METODY A VÝPOČTY SIMULACÍ	42
5.4.1.	<i>Metoda SIMPLE</i>	<i>42</i>
5.4.2.	<i>Řešitel numerické simulace a relativní tolerance</i>	<i>43</i>
5.4.3.	<i>Relaxační faktory.....</i>	<i>45</i>
5.5.	DISKRETIZAČNÍ SCHÉMATA OPENFOAMU	46
5.6.	SPUŠTĚNÍ A PRŮBĚH NUMERICKÉ SIMULACE.....	47
6.	VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ NUMERICKÉ SIMULACE.....	48
6.1.	POST-PROCESING	48
6.2.	VYHODNOCENÍ RYCHLOSTI.....	48
6.2.1.	<i>Transformace do cylindrického souřadného systému</i>	<i>48</i>
6.2.2.	<i>Průměrování radiální rychlosti</i>	<i>49</i>
6.2.3.	<i>Profil radiální rychlosti po obvodu válcové plochy</i>	<i>51</i>
6.2.4.	<i>Bezrozměrná rychlost u^*</i>	<i>51</i>
6.3.	VYHODNOCENÍ KINETICKÁ TURBULENTNÍ ENERGIE K A RYCHLOSTI JEJÍ DISIPACE ϵ	52
6.3.1.	<i>Průměrování kinetické turbulentní energie k a rychlosti její disipace ϵ.....</i>	<i>52</i>
6.3.2.	<i>Bezrozměrná kinetická turbulentní energie k^* a rychlost její disipace ϵ^* ...</i>	<i>53</i>
6.3.	ZÍSKÁNÍ EXPERIMENTÁLNÍCH DAT POMOCÍ METODY LDA	54
7.	ZHODNOCENÍ A VÝSLEDKY NUMERICKÉ SIMULACE.....	55
7.1.	SÍŤOVÁ ANALÝZA	55
7.2.	POROVNÁNÍ RADIÁLNÍHO RYCHLOSTNÍHO PROFILU	58
7.2.1.	<i>Vliv Reynoldsova čísla (různé otáčky a různá viskozita)</i>	<i>58</i>
7.2.2.	<i>Vliv viskozity (stejně otáčky a různá viskozita)</i>	<i>60</i>
7.2.3.	<i>Vliv otáček (různé otáčky a stejná viskozita)</i>	<i>61</i>
7.2.4.	<i>Vyhodnocení radiálních rychlostních profilů.....</i>	<i>63</i>
7.3.	POROVNÁNÍ KINETICKÉ TURBULENTNÍ ENERGIE	63
7.3.1.	<i>Vliv Reynoldsova čísla (různé otáčky a různá viskozita)</i>	<i>64</i>

7.3.2.	<i>Vliv viskozity (stejné otáčky a různá viskozita)</i>	66
7.3.3.	<i>Vliv otáček (různé otáčky a stejná viskozita)</i>	68
7.3.4.	<i>Závislost změny k^* na Reynoldsově čísle</i>	70
7.4.	POROVNÁNÍ RYCHLOSTI DISIPACE KINETICKÉ TURBULENTNÍ ENERGIE	71
7.4.1.	<i>Vliv Reynoldsova čísla (různé otáčky a různá viskozita)</i>	71
7.4.2.	<i>Vliv viskozity (stejné otáčky a různá viskozita)</i>	73
7.4.3.	<i>Vliv otáček (různé otáčky a stejná viskozita)</i>	75
7.4.4.	<i>Závislost změny ϵ^* na Reynoldsově čísle</i>	77
8.	ZÁVĚR	79
	SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ	81
	SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK	83
	SEZNAM POUŽITÝCH OBRÁZKŮ	84
	SEZNAM POUŽITÝCH TABULEK	87
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	88

1. Úvod

V procesní a zpracovatelské technice je míchání nedílnou součástí většiny procesů. Jedním z hlavních úkolů míchadla je zajištění cirkulace kapaliny a intenzifikace nejrůznějších procesů.

Díky rozvoji výpočetní techniky a matematické teorie je již dnes možné popsat pomocí počítačových simulací chování turbulentního proudění tekutin nejen v míchaných nádobách. Pro numerické simulování je možné použít nejrůznějších metod, jako například metodu RANS (Reynoldsovo středování Navier-Stokesových rovnic), kde nám stačí přibližný popis turbulentního proudění. Tato metoda nabízí výsledky v dostatečně krátkém výpočetním čase a je možné její inženýrské využití. Další z často používaných metod je metoda LES (Simulace velkých víru), která nabízí přesnější výsledky a detailnější popis turbulentního proudění avšak za cenu vysoké výpočetní a časové náročnosti oproti metodě RANS. V numerickém simulování je možné se setkat také s metodou DNS (Přímá numerická simulace). Tato metoda je používána pouze pro řešení velmi jednoduchých geometrií vzhledem k její enormní časové a výpočetní náročnosti. V případě této metody se přímo řeší Navier-Stokesovy rovnice. Tato metoda poskytuje nejpřesnější výsledky, ale pro inženýrské použití, kdy je potřeba znát přibližný popis proudění pro návrh nebo optimalizaci, není i s dnešní výpočetní kapacitou vhodná.

Tato diplomová práce si klade za cíl seznámit čtenáře se způsoby proudění a míchání v míchaných nádobách, způsob použití různých turbulentních modelů používané pro simulaci mechanicky míchaných nádob. Dále vysvětlit a seznámit čtenáře jak použít a nastavit CFD software OpenFOAM, včetně tvorby sítě, nastavení okrajových podmínek apod. pro numerickou simulaci míchané nádoby. A v neposlední řadě zmapovat rychlostní profil proudění uvnitř mechanicky míchané nádoby a porovnat ho s experimentem pro různé varianty rychlosti otáčení míchadla a kinematische viskozity.

V prvních kapitolách je čtenář seznámen se způsoby míchání, jaké jsou možnosti řešení Navier-Stokesových rovnic v míchaných nádobách a jaké je použití příkonového čísla. Další kapitola obsahuje popis různých metod modelování

turbulence a také podrobný soupis nejpoužívanějších turbulentních modelů. Následuje popis geometrie míchadla, fyzikální vlastnosti kapaliny, schéma simulovaného systému včetně rozhodnutí, jaký turbulentní model bude použit. V páté kapitole se čtenář seznámí se strukturou softwaru OpenFOAM, jakým způsobem probíhá nastavení nejrůznějších parametrů, jaké okrajové a počáteční podmínky byly použity pro řešení numerické simulace a jakým způsobem byla vytvořena výpočetní síť. V posledních kapitolách je podrobně popsáno, jak probíhalo vyhodnocení výsledků, za jakých předpokladů k vyhodnocení došlo a v poslední kapitole jsou porovnány výsledky numerické simulace s experimentálně naměřenými daty pomocí LDA metody.

2. Míchání

Hlavním účelem míchadla v míchané nádobě je zajištění nejen proudění a cirkulace kapaliny, ale také intenzifikace přenosu tepla, urychlení přenosu hmoty, distribuce částic v míchaném objemu nádoby, urychlení chemických reakcí, vytváření homogenního, rozptýlení pevných částic v kapalině prostředí (např. rozmíchání barevného pigmentu v barvách) apod. Abychom zjistili rozložení tlaku a rychlostí v míchané vsádce, musíme nalézt řešení soustavy parciálních diferenciálních rovnic, a to rovnice kontinuity a rovnice zachování hybnosti.^[1]

2.1. Způsoby míchání

Míchání v kapalném prostředí je nedílnou součástí většiny procesů nejen v chemickém či spotřební průmyslu, ale také například při zpracování potravin.

2.1.1. Základní způsoby míchání

Míchání vsádky lze zajistit třemi základními způsoby:

- **Mechanické míchání**

Jedná se o nejčastěji používaný druh míchání. Mechanické míchadlo vyvolává v nádobě nucené proudění. Toto míchání je z energetického hlediska v porovnání s dalšími způsoby nejuvhodnější.^[1]

- **Hydraulické míchání (cirkulační)**

Principem hydraulického míchání je čerpání kapaliny z nádoby a poté její zpětný přívod pomocí trysek zpět. Kapalina, která opouští trysku, předá svou kinetickou energii kapalině v nádobě a začne tím docházet k promíchávání celé vsádky.^[1]

Hlavní výhoda je ta, že všechny pohyblivé části, v tomto případě čerpadel, jsou umístěny mimo nádobu. Z čehož vyplývá snadná manipulace se strojními díly v případě odstávky a údržby čerpadla. Dále také při vysokých rychlostech proudění kapaliny v potrubí dochází k tvoření turbulentních vírů, a to má za následek směšování látek.^[1]

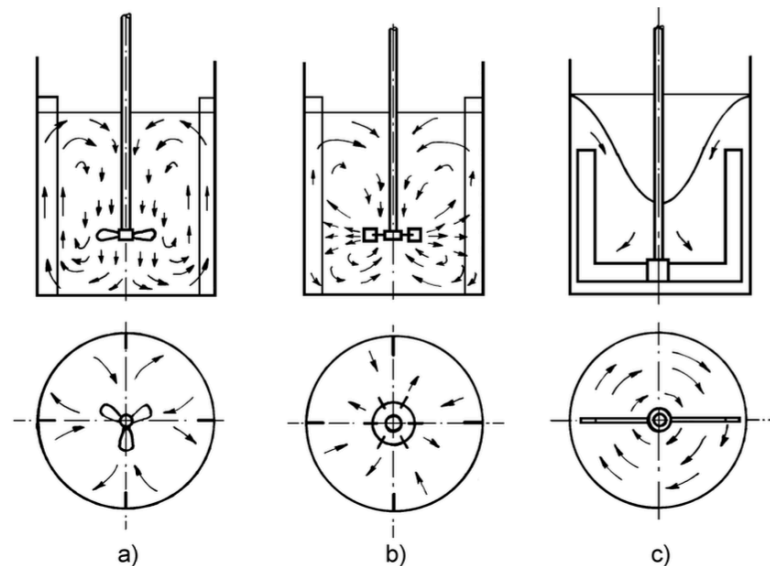
- **Pneumatické míchání**

Do spodní části nádoby přivádíme plyn, který vhodným zařízením rozptylujeme do kapaliny ve formě bublinek. Bublíny unášejí kapalinu a tím dochází k promíchání vsádky. Podobně jako u míchání hydraulického, přímo v nádobě nejsou žádné

konstrukčně složitě či pohyblivé části, veškeré strojně složitě součásti jsou mimo nádobu. Z hlediska energetických nároků spotřebuje pneumatické míchání nejvíce energie v porovnání s hydraulickým nebo mechanickým mícháním, při stejném objemu míchané vsádky a při stejném požadovaném účinku.^[1]

2.1.2. Typy mechanického míchání a míchadel

U mechanického míchání může docházet ke třem různým typům proudění. V závislosti na použitém typu míchadla, má vznikající proudění převážně axiální, radiální nebo tangenciální charakter. Typická proudění můžeme vidět na Obr. 1.^[1]



Obr. 1. - Schéma proudění v nádobách s rotačními míchadly, a) axiální proudění, b) radiální proudění, c) tangenciální proudění. Nádoba a), b) s narážkami, c) bez narážek.^[1]

Dále můžeme rozdělit míchadla podle jejich frekvence otáčení do dvou skupin.

- **Pomaloběžné** jako např. kotvové míchadlo (obr. 1., c), kde jsou obvyklé nižší otáčky od 20 od 60 min^{-1} a poměr průměru nádoby ku průměru míchadla bývá menší než dvě.^[1]
- **Rychloběžné** jako např. vrtulové nebo turbínové míchadlo s dělicím kotoučem (obr. 1., a) nebo b), které se vyznačují vysokými otáčkami a velkým poměrem průměru nádoby ku průměru míchadla. Tato hodnota se zpravidla pohybuje od hodnoty tři a výše. Tyto míchadla se obvykle umísťují do osy nádoby opatřené narážkami, pro zabránění rotaci kapaliny v nádobě a vzniku středového víru.^[1]

Míchadla jsou standardizovaná podle normy CVS (ČSN) 69 1013, každý typ míchadla má stanovené rozměry, například poměr průměru k tloušťce lopatek, jejich počet apod. Některé typy míchadel jsou uvedeny v Tab. 1. ^[1]

Tab. 1. - Vybrané typy míchadel [1]

Název	Schéma	Poměr T/d	Geometrické rozměry
Kotvové míchadlo <ul style="list-style-type: none"> • Pomaloběžné • Tangenciální • Použití bez narážek 		1,11	$h_v/d = 0,8$ $h/d = 0,12$ $H_2/d = 0,055$
Vrtulové míchadlo <ul style="list-style-type: none"> • Rychloběžné • Axiální • Použití s narážkami 		3 až 4	$h/d = 0,22$ $R/d = 0,4$ $R_1/R = 0,16$
Turbínové míchadlo <ul style="list-style-type: none"> • Rychloběžné • Radiální • Použití s narážkami 		3 až 4	$h/d = 0,2$ $l/d = 0,25$ $d_1/d = 0,75$
Šestilopátkové míchadlo <ul style="list-style-type: none"> • Rychloběžné • Axiální • Použití s narážkami 		3 až 4	$\alpha = 45^\circ$ $h/d = 0,2$

2.2. Základní rovnice míchání

2.2.1. Rovnice kontinuity

Rovnice kontinuity popisuje zachování hmoty a je pro stlačitelnou kapalinu definována vztahem (2-1).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2-1)$$

V případě ustáleného proudění v kontrolním objemu je změna hustoty v čase nulová

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2-2)$$

V případě ustáleného proudění nestlačitelné tekutiny, kdy její hustota ρ bude konstantní, lze rovnici kontinuity vyjádřit ve tvaru ^[2]

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2-3)$$

2.2.2. Rovnice zachování hybnosti

Rovnice zachování hybnosti, nazývána také Cauchyho rovnice, popisuje diferenciální bilanci hybnosti pro tekutiny. V materiálovém kontrolním objemu má rovnice tvar

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{f} \quad (2-4)$$

kde $\rho \frac{D\vec{u}}{Dt}$ jsou síly setrvačné, ∇p vyjadřují síly tlakové, $\nabla \cdot \vec{\tau}$ síly vazkého tření a $\rho \vec{f}$ znázorňují síly objemové. ^[2]

V případě pevného kontrolním objemu a rozepíšeme-li člen materiálové derivace setrvačných sil $\frac{D\vec{u}}{Dt}$, získáme následující tvar rovnice ^[2]

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{f} \quad (2-5)$$

Analytické řešení této rovnice pro případ míchání kapaliny v nádobě míchadlem je velice obtížné díky nelinearitě konvektivní části setrvačných sil. Pomocí inspekční analýzy můžeme řešené diferenciální rovnice analyzovat, a zavést podobnostní čísla, zjistit závislosti mezi jednotlivými členy a následně odvodit tvary a

získat kritériální rovnice. Další možností, jako v našem případě, je využít numerické simulace CFD (Computational Fluid Dynamics).^[2]

2.2.3. Navier-Stokesova rovnice

Budeme-li uvažovat, že míchaná látka se chová jako newtonská, můžeme spojením Cauchyho rovnice (2-5) a konstitutivní rovnice pro newtonskou nestlačitelnou kapalinu získat diferenciální bilanci hybnosti pro newtonskou nestlačitelnou kapalinu, nazývanou Navier-Stokesova rovnice^[2]

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} + \rho \vec{f} \quad (2-6)$$

2.3. Příkon míchadla

Příkon míchadla je důležitým parametrem při návrhu zařízení, například při dimenzování velikosti elektromotoru apod. V našem případě je příkon míchadla vhodným parametrem pro posouzení kvality CFD simulace.^[1]

Analytický výpočet příkonu míchadla vyžaduje analytické řešení rychlostního a tlakového pole. Vzhledem k obtížnosti řešení se pomocí inspekční analýzy odhadne tvar bezrozměrných kritériálních rovnic a konkrétní tvar se ověří experimentem.^[2]

Příkonové číslo je definováno dle inspekční analýzy určeno ve tvaru^[3]

$$Po = \frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot d^5} \quad (2-7)$$

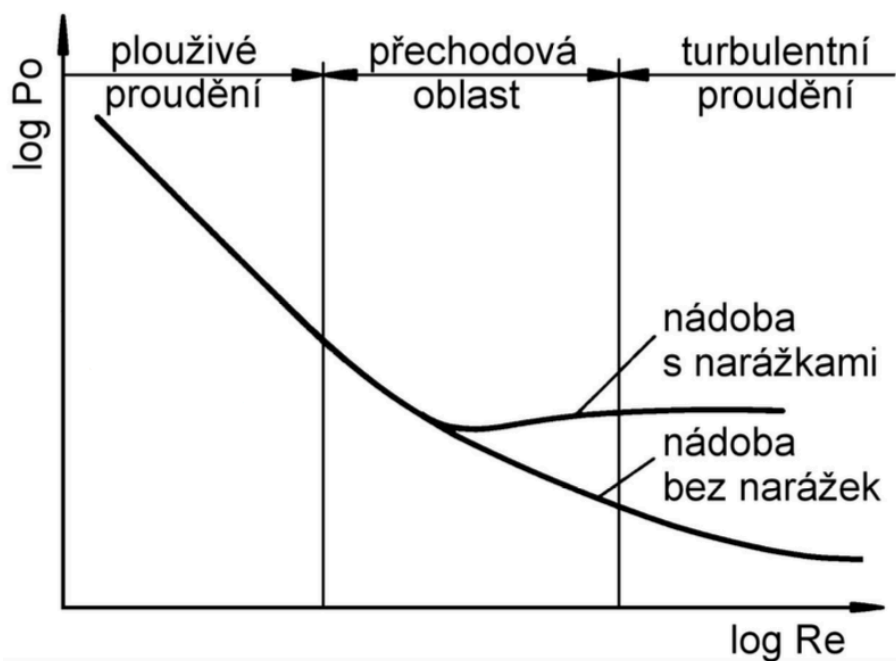
Dosažením obvodové rychlosti ve tvaru $n \cdot d$ do Reynoldsova čísla místo střední rychlosti \bar{u} získáme Reynoldsovo číslo pro míchání^[3]

$$Re = \frac{n \cdot d^2 \cdot \rho}{\mu} \quad (2-8)$$

Inspekční analýzou bylo zjištěno, že příkonové číslo je funkcí Reynoldsova čísla

$$Po = f(Re) \quad (2-9)$$

Konkrétní tvar závislosti příkonového čísla na Reynoldsově čísle se nazývá příkonová charakteristika a zjišťuje se experimentálně. Obvyklý tvar příkonové charakteristiky je zobrazen na Obr. 2.^[1]



Obr. 2. - Příkonová charakteristika nádoby s narážkami a bez narážek [1]

2.3.1. Plouživé proudění

V oblasti nízkého Reynoldsova čísla, kdy převládají vazké síly nad silami setrvačnými se pohybujeme v laminárním (plouživém) proudění. Příkonová charakteristika při tomto proudění je v logaritmických souřadnicích přímková se zápornou směrnici. [1]

$$P_o = \frac{A}{Re} \quad (2-10)$$

Mezní hodnota mezi oblastí plouživým a přechodovým prouděním je okolo hodnoty $Re = 10$. Tato hodnota omezuje platnost rovnice (2-10). Oblast se ovšem může u různých typů míchadel lišit, záleží na geometrii míchaného systému. Při větších hodnotách Re se začínají uplatňovat setrvačné síly a závislost se zakřivuje. [1]

2.3.2. Přechodová a turbulentní oblast

Průběh příkonové charakteristiky, jak je z Obr. 2. patrné, závisí také na tom, zda vznikne nebo je potlačen středový vír. Ten může být potlačen buď pomocí narážek v nádobě, pozicí míchadla v nádobě nebo geometrií nádoby. V případě míchání rychloběžnými míchadly se nejčastěji používají narážky. Při převládajících setrvačných silách, tj. při vysokých hodnotách Reynoldsova čísla, lze inspekční analýzou odvodit, že při použití narážek, je příkonové číslo nezávisle na Re . [1]

$$Po = B = konst. \quad (2-11)$$

Pokud nepoužijeme narážky v míchané nádobě, bude závislost stále klesající. Hodnoty konstant A a B z rovnic (2-10) a (2-11) závisejí na geometrickém uspořádání míchaného systému. ^[1]

Platnost rovnice (2-11) je omezena a platí pouze v případě kdy $Re > 10\,000$. ^[1]

2.3.3. Korelace příkonové charakteristiky

Příkonovou charakteristiku můžeme popsat pro různá míchadla pomocí korelační rovnice ve tvaru ^[3]

$$Po = \left[\left(\frac{A_1}{Re} \right)^{A_2} + \frac{A_3}{Re^{(A_4 Re^{A_5})}} + A_6 \right]^{\frac{1}{A_2}} \quad (2-12)$$

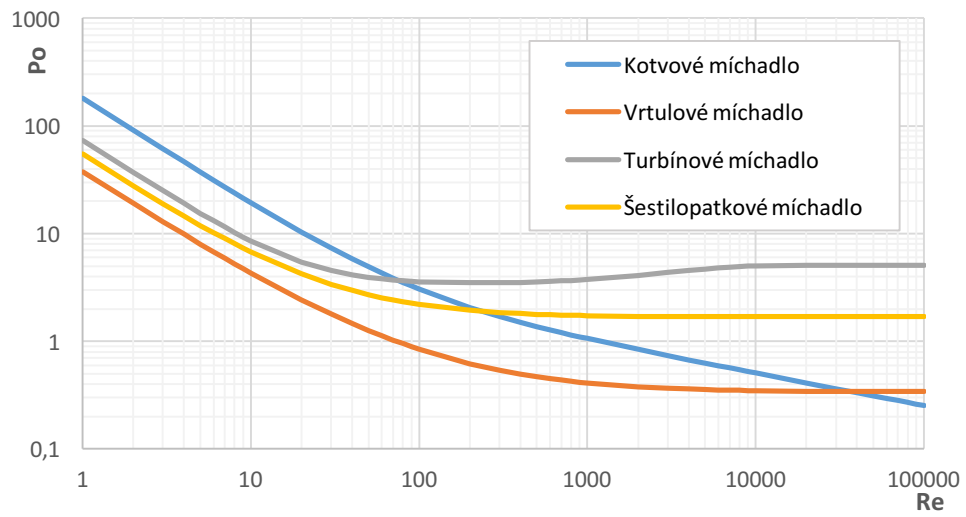
kde hodnoty parametru A_1 až A_6 jsou různé konstanty pro daná míchadla. Pro vybraná míchadla jsou parametry korelace uvedeny v Tab. 2. ^[3]

Tab. 2. - Hodnoty parametrů A_1 až A_6 v korelační rovnici (2-12) pro vybraná míchadla ^[3]

Typ míchadla	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
Kotvové míchadlo	180	1,463	20,80	0,438	0	0
Vrtulové míchadlo	40	0,640	-0,906	0,365	0	0,511
Turbínové míchadlo	73,1	1,595	-6,510	$3,24 \cdot 10^{-5}$	1	13,44
Šestilopátkové míchadlo	64,0	0,836	-5,500	0,365	0	1,56

Vypočtené příkonové charakteristiky pro vybraná míchadla jsou prezentována na Obr. 3. Z grafu je patrné, jak již bylo uvedeno, že v případě kotvového míchadla, které nepoužívá narážky, příkonová charakteristika klesá s rostoucím Reynoldsovým číslem. Zatím co příkonové číslo míchadel při použití narážek se po $Re > 10\,000$ prakticky ustálí na konstantní hodnotě. ^[3]

Příkonová charakteristika



Obr. 3. - Příkonová charakteristika vybraných typů míchadel

3. Numerické simulace proudění v míchaných nádobách

Pozorováním vývoje počítačů a výpočetních kapacit si můžeme všimnout, že výpočetní kapacita počítače a tudíž jeho výpočetní výkon neustále roste. Tohoto zajímavého jevu si poprvé všiml americký chemik Gordon Moore a empiricky formuloval tzv. Moorův zákon, který ve zjednodušené formě říká, že každé dva roky se výpočetní kapacita počítačů zvýší dvojnásobně. ^[4] Toto je jeden z důvodů, který dává možnost stále více užívat numerickou simulaci.

S rostoucím výkonem výpočetních programů bude stále klesat výpočetní čas počítané úlohy. Bude tak možné dále řešit komplikovanější a přesnější numerické simulace.

3.1. Simulace turbulentního proudění

Při turbulentním proudění dochází k tvoření turbulentních vírů, které se dále rozpadají na menší a menší víry až do určité meze, kdy se energie nejmenších vírů přemění na teplo. ^[5]

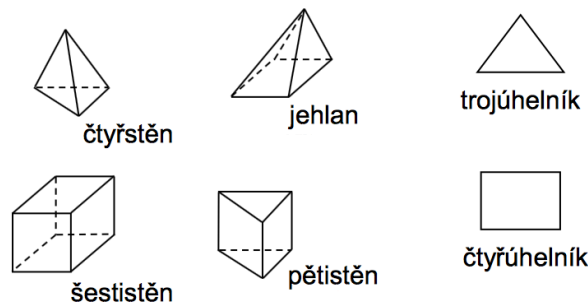
Rozdíl mezi laminárním a turbulentním prouděním spočívá v tom, že popis laminárního proudění tvoří pohybové rovnice (2-3 a 2-5), které jsou doplněné dalšími vztahy a tvoří tak uzavřenou soustavu, zatímco u řešení turbulentního proudění nastávají určité komplikace. Složky proměnných jako jsou rychlost, tlak, teplota... představují okamžité hodnoty náhodných nestacionárních veličin. Pro uzavřenou soustavu rovnic musí být proto použit správný model turbulence. ^[5]

U mnoha inženýrských aplikací míchání se proudění nachází v turbulentní oblasti. Podstatnou otázkou numerické simulace je určení správného modelu turbulence pro řešení našeho problému. Neexistuje žádný model turbulence, který by byl univerzálně použitelný pro všechny úlohy. Každý z modelů má nejrůznější omezení, od způsobu toku tekutiny až po časovou náročnost výpočtu nebo jeho přesnost. Základní metody řešení turbulentního proudění jsou: DNS (Direct Numerical Simulation), LES (Large Eddy Simulation), RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes equations).

V této diplomové práci se řeší proudění nestlačitelné a newtonské kapaliny v míchané nádobě.

3.1.1. Metoda konečných objemů (MKO)

Metoda konečných objemů je základem většiny dnes využívaných CFD řešitelů. Oproti metodě konečných diferencí se snaží MKO o fyzikální než o matematický náhled. Řešená oblast je rozdělena na konečný počet malých kontrolních objemů, které se nazývají buňky. Každá z těchto buněk má definovaný tvar. Jedná-li se o prostorovou úlohu, mají buňky tvar krychlí, jehlanů a n-stěnů. Jedná-li se o 2D úlohu, buňky mají tvar čtverců, trojúhelníků apod. Tvary buněk můžeme vidět na Obr. 4. ^[7]



Obr. 4. - Příklady zobrazení buněk MKO [8]

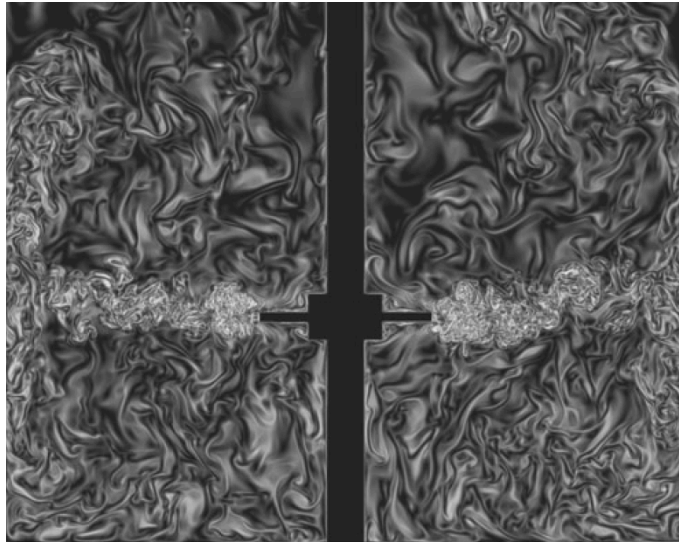
Pomocí těchto buněk se vytvoří výpočetní síť zadaného příkladu a v kontrolním objemu jsou řešeny diferenciální rovnice kontinuity, pohybové rovnice, apod. U metody konečných objemů přechází přenos informací přes stěny buňky nikoliv přes uzlové body jako v případě MKD. ^[8]

3.1.2. Metody modelování turbulence

- **DNS – Direct Numerical Simulation** (přímá numerická simulace)

Metoda DNS přímo počítá Navier–Stokesovy rovnice. Tato metoda je velmi náročná na výpočetní kapacitu. Vyžaduje velmi hustou výpočetní síť, kde velikosti buněk musí odpovídat velikosti nejmenším vírům turbulentního proudění, aby mohly být zachyceny při výpočtu. Použití je proto značně omezené a jedná se spíše o vědecké či experimentální práce než o praktické inženýrské využití. ^[9]

Nespornou výhodou je, že metoda DNS poskytuje nejpřesnější numerické výsledky. Na Obr. 5. je možné vidět výsledky simulace míchané nádoby s Rushtonovou turbínou pomocí metody DNS. Tato simulace byla provedena s hustotou sítě $1\,536^3$ buněk, tj. 3 623 878 700 buněk. Což je pro řešení částých inženýrských problémů téměř nepředstavitelná hodnota. ^[9]



Obr. 5. - Numerická simulace míchané nádoby pomocí metody DNS [9]

- **LES – Large Eddy Simulation** (simulace pohybu velkých vírů)

Základním principem metody LES je odfiltrování menších vírů a řešení větších vírů přímou numerickou simulací. Menší víry, které jsou odfiltrovány, jsou řešeny pomocí tzv. subgrid modelů. Pro tyto víry je obecně snadnější najít univerzální model řešení. Výsledkem této metody je popis nestacionárního pohybu velkých vírů. [10]

Výhodou oproti DNS, je ta, že není potřeba využití velmi jemné sítě s velkým počtem buněk. Výpočet i přes toto zjednodušení je velmi časově náročný ve srovnání s metodou RANS. [10]

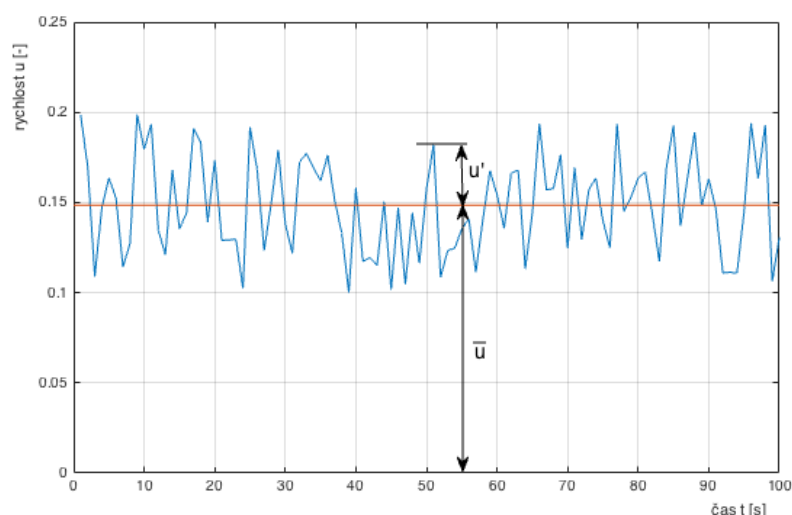
- **RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes equations** (středování N-S rovnic)

Metoda RANS řeší všechny velikosti vírů v turbulentním proudění pomocí Navier-Stokesovy rovnice. Avšak pro výpočet nepočítá okamžité hodnoty rychlostí, teploty atd. jako u metody DNS, ale hodnoty časově středované s odpovídající flukтуаční složkou (Obr. 6.). Okamžitá rychlost je rozdělena na dvě složky, a to střední hodnota a flukтуаční složka. [6]

$$u = \bar{u} + u' \quad (3-1)$$

Díky tomuto časovému průměrování hodnot je metoda RANS méně náročná na výpočetní kapacitu a z toho důvodu je v inženýrských aplikacích nejpoužívanější. Vystává zde však problém, že soustava zprůměrovaných Navier-Stokesových rovnic není uzavřena a musí být uzavřena-doplněna dalšími rovnicemi popisujícími vazby mezi flukтуаčními složkami – tzv. modely turbulence. Těchto modelů je nepřeberné množství a příkladem takových to modelů může být dvourovnicový model $k - \varepsilon$ nebo

$k - \omega$, případně jejich deriváty a jiné. Tyto turbulentní modely pro své řešení vyžadují odhad turbulentní viskozity.^[6]



Obr. 6. - Flukтуаční složky rychlosti v turbulenci

Hlavním předpokladem modelu RANS je, že flukтуаční složky jsou ve všech směrech stejné, rozdílné jsou pouze střední hodnoty. Nedodržením tohoto předpokladu může docházet k rozdílu mezi výsledky numerické simulace a experimentem. Průměrování hodnot se provádí podle (3-2).^[10]

$$\bar{\Phi}(x_i, t_0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \Phi(x_i, t_0) \quad (3-2)$$

3.1.3. Středování pohybových rovnic

Model RANS používá ke svému výpočtu pouze časově středované hodnoty, které mají svou střední a flukтуаční složku. Po zavedení časově středovaných hodnot do Navier-Stokesovy rovnice (2-6) se získá následující tvar Navier-Stokesovy rovnice

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i \cdot \bar{u}_j) = - \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{p} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ij} - \rho \overline{u_i' u_j'}), \quad (3-3)$$

kde poslední člen ve tvaru $-\rho \overline{u_i' u_j'}$ jsou tzv. Reynoldsova napětí. Tento člen vyjadřuje vliv turbulentních fluktuací na přenos hybnosti v tekutině. Při turbulentním proudění je hybnost tekutiny ovlivněna nejen dynamickým napětím, ale také turbulentním přenosem hybnosti. Odvození této rovnice je uvedeno např. ve skriptech Matematické modelování turbulentního proudění od Jaromíra Příhody [6].

3.2. Turbulentní modely RANS

Tato kapitola popisuje turbulentní modely doplňující středované Navier-Stokesovy rovnice metody RANS. Většina uvedených modelů turbulence je vhodná pro numerické simulace míchané vsádky. Nejčastěji používané modely jsou dvou až třírovnicové. [5]

3.2.1. Algebraické modely

Algebraický model je nejvhodnější pro modelování smykového proudění v mezní vrstvě. Model definuje turbulentní viskozitu pomocí gradientu střední hodnoty rychlosti ve tvaru

$$\mu_t = \rho L_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \quad (3-4)$$

kde L_m je v této rovnici tzv. směšovací délka. Model má určitá omezení, například nepopisuje transport turbulence a také předpokládá, že rychlost disipace mechanické energie je rovna produkci kinetické energie. [5]

Tento model je dále upravován a rozšiřován například modifikací Baldwina a Lomaxe nebo úpravou modelu podle Rostanda, atd.

3.2.2. Jednorovnicové modely

- **Jednorovnicový model k**

Jednorovnicový model využívá transportní rovnici pro turbulentní energii definovanou jako

$$k = \frac{1}{2} \frac{\overline{\rho u_i' u_i'}}{\bar{\rho}} \quad (3-5)$$

Tento model je vhodný podobně jako algebraický model pro výpočet tenkých smykových vrstev jako například mezní vrstva nebo proudění u stěny. Většinou se jednorovnicový model používá v tzv. dvouvrstevém modelu, kde oblast u stěny je řešena jednorovnicovým modelem a dále od stěny pomocí dvourovnicového modelu. [11]

- **Model Spalart – Allmaras**

Model Spalart – Allmaras (SA) je jednorovnicový RANS model, který slouží k výpočtu turbulentní viskozity. Hlavní transportní rovnice pro turbulentní viskozitu je odvozena na základě experimentů, rozměrové analýzy a pozorování relace k molekulární viskozitě. Model SA byl vytvořen hlavně pro simulace aerodynamických turbulentních proudů na stěně a byl vytvořen vesmírnou agenturou NASA. Existují různé druhy a úpravy této metody jako Spalart – Allmaras negative označován jako SA-Neg a podobně. ^[12]

3.2.3. Dvourovnicové modely $k - \epsilon$

- **Standardní model $k - \epsilon$**

Základní verze dvourovnicového modelu $k - \epsilon$ využívá dvou transportních rovnic, první je pro turbulentní energii a druhá rovnice je pro rychlost disipace turbulentní energie. Modelová transportní rovnice pro turbulentní energii je definována ve tvaru

$$\frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{U}_j k)}{\partial x_i} = P_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \bar{\rho}\epsilon \quad (3-6)$$

Transportní rovnice pro rychlost disipace turbulentní energie je u tohoto modelu definována ve tvaru

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{U}_j \epsilon)}{\partial x_i} = \frac{\epsilon}{k} C_{\epsilon 1} P_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - \frac{\epsilon}{k} C_{\epsilon 2} \bar{\rho}\epsilon \quad (3-7)$$

kde P_k je produkce turbulentní energie a μ_t je turbulentní viskozita, která je definována ve tvaru

$$\mu_t = C_\mu \bar{\rho} \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3-8)$$

Turbulentní energie k , která je dosazována do rovnice turbulentní viskozity, je definována ve tvaru

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (3-9)$$

a rychlost disipace je definována ve tvaru

$$\epsilon = \frac{u_\tau^3}{ky} \quad (3-10)$$

kde y je souřadnice a u_τ je třecí rychlost. ^[6]

Tento model ovšem obsahuje pět empirických konstant a to $C_\mu, \sigma_k, \sigma_\epsilon, C_{\epsilon 1}$ a $C_{\epsilon 2}$, které jsou určeny experimentálně pro jednoduché případy proudění.

Základní verzi modelu $k - \epsilon$ je vhodné použít v dostatečné vzdálenosti od obtékané stěny. V blízkosti stěny dochází k utlumení fluktuací rychlosti, které jsou ve směru kolmém na stěnu. V této oblasti je proto vhodné použít stěnových funkcí nebo dvouvrstvého modelu. ^[6]

- **$k - \epsilon$ model RNG**

Statistická metoda renormalizačních grup (RNG – renormalization group method) slouží k transformaci fyzikálních veličin. Tato transformace objasňuje chování látek v okolí určitého bodu.

Model $k - \epsilon$ RNG je velmi podobný standardnímu dvourovnicovému modelu. Model má oproti standardnímu modelu určitá vylepšení. Definuje nové členy jako R_ϵ , který zlepšuje přesnost při velkých rychlostech deformace, dále také diferenciální rovnici pro efektivní viskozitu a analytické vyjádření turbulentního Prandtlova čísla. Oproti standardnímu modulu zahrnuje také účinek vírů na turbulentní proudění.

Díky těmto vylepšením, je model $k - \epsilon$ RNG přesnější a spolehlivější pro širší rozsah proudění než standardní model $k - \epsilon$. ^[13]

- **Realizable $k - \epsilon$ model**

Realizable model podobně jako RNG je podstatným vylepšením standardního modelu turbulence $k - \epsilon$. Opět je transportní rovnice pro disipaci energie modifikována, avšak turbulentní viskozita obsahuje novou definici oproti RNG, kde byla navržena pouze úprava původního vztahu. Tento model je pro použití nejvíce doporučován, protože poskytuje nejlepší výpočetní rychlost při co nejmenší chybě. Nevýhodou u modelu realizable je to, že vzniká nefyzikální definice turbulentní viskozity v případě, kdy se výpočetní síť skládá ze stacionární a rotační části. ^[13]

3.2.4. Dvourovnicové modely $k - \omega$

- **Standardní model $k - \omega$**

Podobně jako modely $k - \epsilon$ tak i modely $k - \omega$ pracují s dvěma dodatečnými diferenciálními rovnicemi. Jsou to transportní rovnice kinetické energie turbulence k a specifické disipace energie ω . Tento model je nejvhodnější pro použití v smykových podvrstvách v blízkosti stěny. Model je u stěny velice přesný, avšak s rostoucí vzdáleností od stěny jeho přesnost výrazně klesá, opačně než u modelu $k - \epsilon$, kde s rostoucí vzdáleností od stěny přesnost výrazně roste. ^[6]

Transportní diferenciální rovnice kinetické energie turbulence a specifické disipaci energie mají tvar:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - Y_k + S_k \quad (3-11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (3-12)$$

kde G_k je generace kinetické energie turbulence k , G_ω je generace specifické disipace energie ω , Y_k a Y_ω jsou disipace k a ω vlivem turbulence, S_k a S_ω jsou uživatelem definované zdrojové členy, Γ_k a Γ_ω jsou efektivní difuzivity k a ω . ^[6]

Model nepracuje přímo s turbulentní viskozitou, jak to bylo v předchozím případě u modelů k a ϵ , ale s tzv. efektivní difuzivitou, která byla odvozena ve tvaru pro kinetickou energii turbulence

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (3-13)$$

a pro specifickou disipaci energie ve tvaru

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \quad (3-14)$$

S turbulentní viskozitou počítají až zmíněné efektivní difuzivity a má tvar

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (3-15)$$

Koeficient α^* tlumí turbulentní viskozitu z důvodů korekce nízkých Reynoldsových čísel. Pokud je Re vysoké, koeficient se rovná jedné. ^[6]

Podobně jako u standardního $k - \epsilon$ modelu je zde několik konstant, které byly určeny pomocí jednoduchých typových případů jako např. obtékání na desce apod.

- **Model $k - \omega$ SST**

Model SST (Shear – Stress Transport) spojuje dvě výhody standardních modelů $k - \omega$ a $k - \epsilon$. A to přesnost výpočtu u stěny v modelu $k - \omega$ a přesnost výpočtu ve volném prostoru v modelu $k - \epsilon$. Principem modelu je použití obou dvou modelů zároveň. Tyto modely jsou násobeny váhovou funkcí podle toho, jak daleko od stěny se aktuálně výpočet nachází. U stěny bude funkční hodnota jedna pro model $k - \omega$ a nula pro $k - \epsilon$.^[14]

Díky této úpravě je model $k - \omega$ SST výrazně přesnější a spolehlivější pro více typů proudění než je v případě standardního modelu. Existují i další úpravy jako Transition SST model, který se používá hlavně pro oblast přechodového proudění.^[14]

- **Model $k - kl - \omega$**

Model $k - kl - \omega$ je poměrně nový model turbulence, není dvou ale třírovnicový. Přidává k modelu $k - \omega$ třetí diferenciální rovnici, a to pro laminární kinetickou energii kl . Tento model je vhodný pro řešení proudění v přechodové oblasti v mezní vrstvě pro nízkou hodnotu Reynoldsova čísla.^[15]

3.3. Stlačitelnost tekutiny v numerické simulaci

Většina zmíněných modelů turbulence je použitelná pouze pro nestlačitelné proudění tekutiny. V případě, že proudění je stlačitelné, musí nastat úprava těchto modelů. Hustota již není závislá jen na teplotě, ale také na rychlosti proudění, tlaku atd. Rozhodujícím kritériem, jestli se jedná o stlačitelné či nestlačitelné proudění, je Machovo číslo. Bude-li Machovo číslo menší než 0,3, platí, že změna hustoty bude menší než 5 % a můžeme takovou to chybu ve výpočtu zanedbat a předpokládat, že proudění je nestlačitelné.^[16]

4. Numerická simulace v míchané nádobě

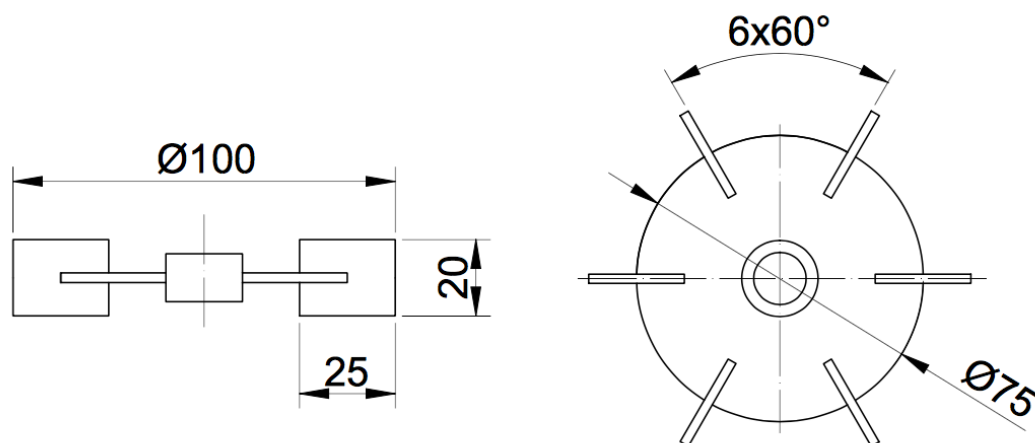
Analytické řešení proudění mechanicky míchané nádoby je téměř nemožné. Proto se přistupuje k numerickým simulacím. Byla provedena stacionární numerická simulace v turbulentní oblasti proudění pomocí open source softwaru OpenFOAM. Výhodou tohoto softwaru je, že neexistuje žádné omezení, co se týče počtu buněk při numerické simulaci, jako je tomu v případě studentské licence softwaru ANSYS Fluent.

Výsledky numerické simulace byly porovnávány s experimentálními výsledky [17]. Z tohoto důvodu geometrie simulovaného systému byla zvolena stejná jako v případě experimentu.

4.1. Geometrie simulovaného systému

4.1.1. Geometrie míchadla

Jako míchadlo byla použita Rushtonova turbína se šesti lopatkami a s dělicím kotoučem o průměru 100 mm a výšce lopatek 20 mm a délce 25 mm s roztečí 60°. Jedná se o radiální rychloběžné míchadlo.

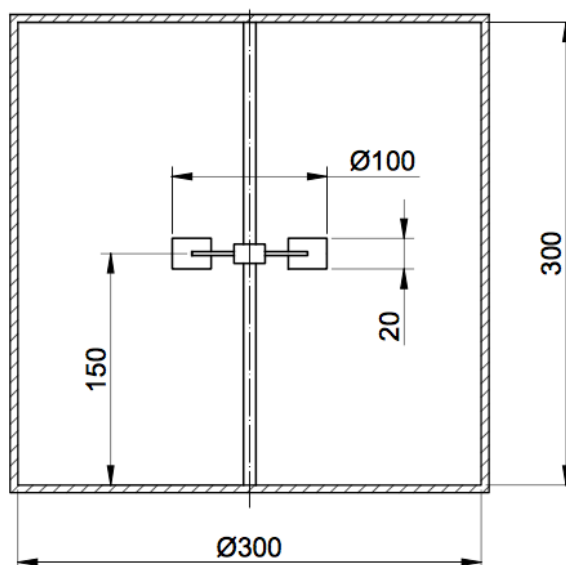


Obr. 7. – Náskres míchadla - Rushtonova turbína

4.1.2. Geometrie míchané nádoby

Průměr míchané nádoby je 300 mm a výška hladiny je také 300 mm. V nádobě jsou použity čtyři narážky, které jsou od sebe vzdáleny roztečným úhlem 90°. Míchadlo je umístěno ve výšce 150 mm. Veškeré rozměry míchané nádoby jsou uvedeny na Obr. 8.

Při experimentu byla volná hladina přikryta deskou, aby při vysokých otáčkách nedocházelo k nasávání vzduchu přes hladinu do kapaliny a nedocházelo tak k aeraci kapaliny.



Obr. 8. - Náskres geometrie míchané nádoby

4.2. Fyzikální vlastnosti míchané kapaliny

Numerický výpočet je realizován pro několik hodnot otáček míchadla a několik kinematických viskozit. Výše popisované turbulentní modely RANS nejsou vhodné pro použití v nízkých oblastech Reynoldsova čísla, proto byly podmínky simulace zvoleny tak, aby proudění kapaliny v míchané nádobě bylo v plně rozvinuté oblasti turbulence. Přehled řešených numerických simulací je uveden v Tab. 3 a označen zelenou barvou.

Tab. 3. - Zadání řešených úloh (zeleně)

		Kinematická viskozita ν ($10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$)			
		1	2	3	4
Otáčky n (min^{-1})	300				
	600				
	900				
	1200				

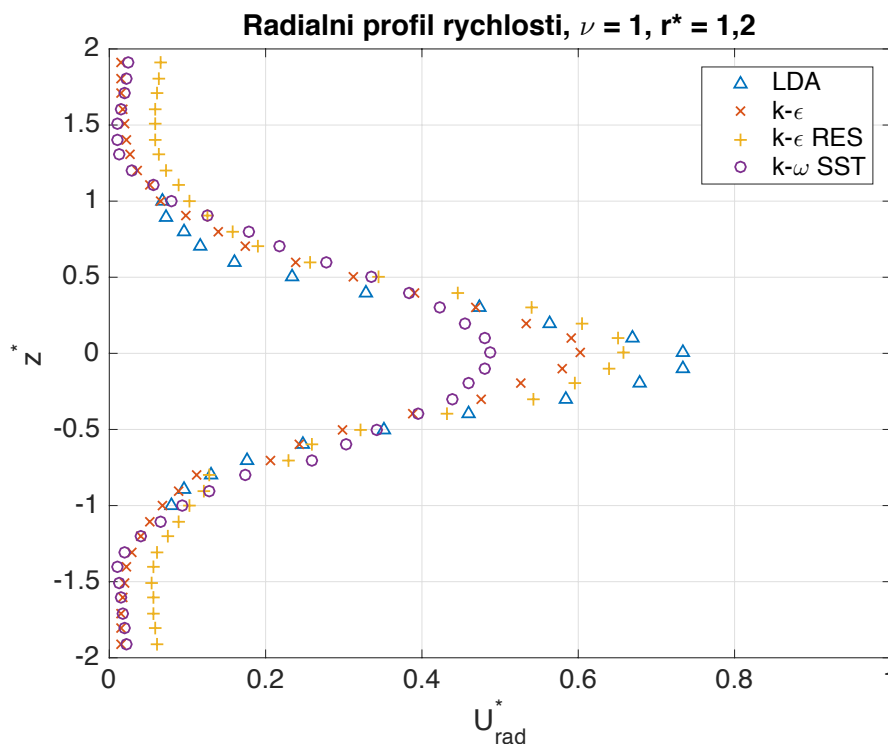
4.3. Výběr výpočtové metody

Z důvodu složitosti výpočtu a omezené výpočetní kapacity není možné použít pro náš případ metodu přímé numerické simulace (DNS) ani metodou Large eddy simulation (LES). Z tohoto důvodu byla zvolena metoda RANS, která je založena na středování Navier-Stokesových rovnic. Tato metoda řešení numerické simulace nám poskytne dostatečně přesný a na výpočetní čas příliš nenáročný náhled na danou problematiku a také možnost porovnat rychlostní profily v míchané nádobě s experimentálně naměřenými hodnotami.

4.3.1. Výběr modelu turbulence

V předchozích kapitolách bylo uvedeno, že pro řešení turbulentního proudění metodou RANS je potřebný vhodný model turbulence. Pro řešení turbulentního proudění v nádobě je nejvhodnější použít dvourovnicové modely, které jsou určeny pro simulace proudění tekutiny dále od stěny.

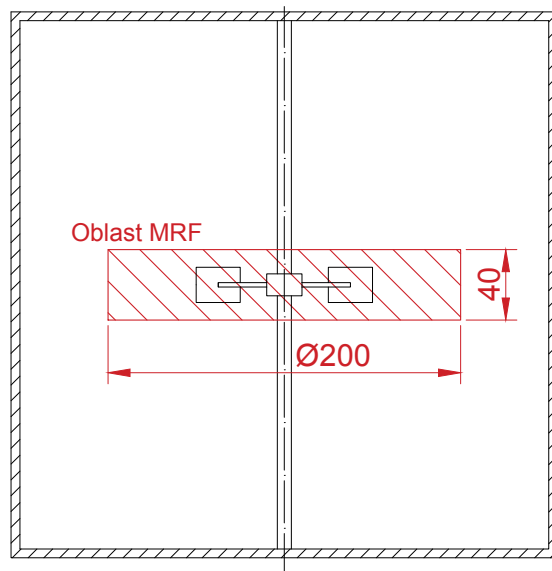
Byly testovány tři modely turbulence: $k - \epsilon$, $k - \epsilon RES$ a $k - \omega SST$. Bylo zjištěno, že lepší výsledky numerické simulace vykazoval model $k - \epsilon RES$. Výsledný profil rychlostí v míchané nádobě vypočtený pomocí $k - \epsilon RES$ více odpovídal naměřeným hodnotám než výsledky vypočtené pomocí modelů $k - \epsilon$ a $k - \omega SST$. Porovnání rychlostních profilů vypočtených pomocí vybraných modelů s experimentem je pro ilustraci vyobrazeno na Obr. 9. Postup numerické simulace a vyhodnocení vypočtených a experimentálně naměřených dat bude vysvětlen v další kapitole.



Obr. 9. - Radiální rychlostní profil míchané nádoby pro různé modely turbulence a srovnání s experimentem, data jsou vyhodnocena na poloměru $r^* = 1,2$

4.3.2. Oblast MRF (Multiple Reference Frame)

Pro numerické řešení pohybujících se částí v míchané nádobě, jako je míchadlo, se používá tzv. model MRF (Multiple Reference Frame). Principem modelu je rozdělení výpočetní sítě na stacionární a rotační část. Stacionární část obsahuje všechny prvky míchané nádoby, které se nepohybují, jako narážky, stěny, dno a vlastní vsádku v této části. Rotační část obsahuje míchadlo a všechny ostatní části, které se v míchané nádobě pohybují. Rychlost otáčení rotační částí je shodná s otáčkami míchadla, buňkám se tak na počátku výpočtu udělí potřebný vektor rychlosti. Míchadlo se tak vzhledem k oblasti MRF nepohybuje. Rozdělení na stacionární část a oblast MRF upravené míchané nádoby včetně rozměru rotační části je prezentováno na Obr. 10. Rozměry oblasti MRF byly voleny tak, aby oblast pokryla s dostatečnou rezervou celé míchadlo. Z toho důvodu bylo zvoleno, že oblast MRF bude vysoká jako dvojnásobek výšky lopatky a průměr oblasti MRF jako dvojnásobek průměru míchadla. ^[18]



Obr. 10. – Nákres oblasti MRF (Multiple Reference Frame) u míchané nádoby

5. Numerická simulace v softwaru OpenFOAM

Na rozdíl od výpočetního softwaru ANSYS CFD software OpenFOAM nepracuje přímo s grafickým prostředím. Všechny příkazy musí být zapsané v příkazovém řádku pomocí terminálu v operačním systému na bázi unixu. Software OpenFOAM také nepoužívá jediný uložený soubor pro spuštění celé úlohy, ale o něco složitější adresářovou strukturu. Pro grafické zobrazování ať už vytvořené sítě nebo samotných výsledků simulace, je třeba používat softwary třetích stran jako například ParaView a podobně.

OpenFOAM dále pracuje s řadou textových souborů uvnitř adresářů. Těmito soubory se nastavují nejrůznější parametry numerické simulace, dále také samotné tvoření sítě a zadávají se další nezbytné informace pro výpočet. Tyto soubory se dají upravovat i během probíhající simulace. Můžeme tak měnit počáteční podmínky nebo zastavit popřípadě pozastavit simulaci.

5.1. Adresářová struktura

Adresářová struktura s textovými soubory pro míchanou nádobu, kde se za lomítkem nacházejí konkrétní adresáře a v odsazení konkrétní soubory, může vypadat následovně:

/0	nastavení okrajových a počátečních podmínek
/...	
/10000	výsledky (číslo udává počet iteračních kroků)
/constant	nastavení parametrů simulace
/polyMesh	nastavení a tvorba sítě
<i>blockMeshDict</i>	
/truSurface	.stl soubory (míchadlo, nádoba, narážky...)
*.stl	
<i>turbulenceProperties</i>	nastavení turbulentního modelu zvolené metody
<i>transportProperties</i>	nastavení viskozity a dalších vlastností kapaliny
<i>g</i>	nastavení tíhového zrychlení
<i>dynamicMeshDict</i>	nastavení otáček a dalších transportních parametrů
<i>MRFProperties</i>	nastavení metody MRF

<code>/system</code>	nastavení systémových parametrů pro řešení
<code>snappyHexMeshDict</code>	
<code>controlDict</code>	nastavení výpočtu, spouštění, počet iterací ...
<code>fvSolution</code>	nastavení základních řešitelů a jejich parametrů

5.2. Nastavení parametrů numerické simulace

Nastavení konkrétních parametrů numerické simulace probíhá ve formě zápisu do příslušného textového souboru. Všechny textové soubory mají předem definovanou hlavičku a pravidla, jakým způsobem tyto soubory vytvářet, jak do nich zapisovat nebo jakým způsobem je dále upravovat.

5.2.1. Transportní a fyzikální vlastnosti modelu

Textový soubor pro nastavení numerické simulace se nazývá *turbulenceProperties*. V tomto souboru v sekci *SimulationType* se volí metoda modelování turbulence. Jedná-li se o laminární proudění (označení v textovém souboru *laminar*), metodu large eddy simulation (označení *LES*) nebo metodu RANS (označení *RAS*).

Po zvolení metody, v našem případě *RAS*, následuje nastavení typu turbulentního modelu. Protože byla zvolena metoda *RAS*, vybírá se turbulentní model z kategorie *RASModel*. Je-li zvolena metoda *LES*, vybírá se turbulentní model z kategorie *LESModel*. Turbulentních modelů je nepřeberné množství, sám OpenFOAM jich nabízí několik desítek. Je ovšem nutné vybírat takový model turbulence, který bude splňovat naše požadavky. V tomto případě byl zvolen model turbulence *Realizable k – ε*, který se v textovém souboru zapisuje jako *realizableKE*.

```
SimulationType RAS;

RAS
{
  RASModel      realizableKE
  turbulence     on;
  printCoeffs   on;
}
```

Použité konstanty pro turbulentní model *Reasiabla* $k - \epsilon$ jsou v následující tabulce:

Tab. 4. - Konstanty turbulentního modelu *Reasiabla* $k - \epsilon$

C_μ	A_0	C_2	σ_k	σ_ϵ
0,09	4	1,9	1	1,2

Gravitační nebo jiné na látku působící zrychlení se definuje v souboru *g*. Pokud chceme nastavit konstantu v našem výpočtu, musíme předem definovat v souboru její rozměr pomocí příkazu *dimensions*. V případě gravitačního zrychlení vypadá textový soubor následovně:

```
VectorFiled;  
  location  "constant";  
  object    g;  
  
dimensions [0 1 -2 0 0 0 0];  
value      (0 0 -9,81);
```

kde *dimensions* udává pořadí jednotek SI a dané číslo je mocninou jednotky SI. Pořadí je následující: *hmotnost (kg)*, *délka (m)*, *čas (t)*, *teplota (K)*, *molární hmotnost (mol)*, *proud (A)* a *intenzita světla (cd)*. *Value* udává směr působení daného parametru v kartézském souřadnicovém systému.

V *transportProperties* se zadává transportní nebo reologický model. V řešeném případě se uvažuje, že se jedná o látku Newtonskou (označení v OpenFAOMu je *Newtonian*). Existuje nepřeberné množství reologických a transportních modelů, které jsou možné použít jako např. Herschel-Bulkley, Bird-Carreau apod. Každý model potřebuje definovat jiné konstanty a proměnné hodnoty pro svůj výpočet. Z hlediska nastavujících parametrů je Newtonský model nejjednodušší a textový soubor vypadá následovně:

```
transportModel Newtonian;  
  
nu          nu [0 2 -1 0 0 0 0] 1e-6;
```

kde se zadává pouze kinematická viskozita ν v jednotkách m^2s^{-1} . Podobně jako v předchozím případě, jsou v hranaté závorce označeny jednotky SI s příslušnou mocninou.

V dalším textovém souboru *dynamicMeshDict* se nastavuje oblast MRF, její počátek, osu otáčení opět v kartézském souřadnicovém systému a úhlovou rychlost otáčení oblasti MRF, které je shodná s úhlovou rychlostí míchadla.

```
solidBodyMotionFvMeshCoeffs
{
    cellZone      iner;

    solidBodyMotionFunction rotatingMotion;
    rotatingMotionCoeffs
    {
        origin (0 0 0);
        axis   (0 0 1);
        omega  31.416;    // rad/s
    }
}
```

5.2.2. Počáteční a okrajové podmínky

Ve složce *0/* se nachází jednotlivé soubory pro nastavení všech počátečních a okrajových podmínek jako tlak, rychlost, turbulentní viskozita, kinetická energie turbulence a její rychlost disipace.

Zápis do každého souboru je totožný. V první části nastavíme fyzikální rozměr dané počáteční podmínky, následuje poté zadání, jaká počáteční podmínka bude zvolena pro stěny a jaká pro vnitřní buňky. Označení *internalField* je pro vnitřní buňky a *boundaryField* pro použití na stěně.

V případě tlaku vypadá textový soubor počátečních podmínek následovně:

```
dimensions      [0 2 -2 0 0 0 0];

internalField uniform 0;

boundaryField
{
    wall
    {
        type    zeroGradient;
    }
}
```

Pro nestlačitelné proudění OpenFOAM nepracuje s absolutním tlakem, ale tlakem vztaženým na hustotu kapaliny, proto jsou jednotky tlaku m^2s^{-2} . Nastavení *zeroGradient* znamená, že v každém místě na stěně je stejný tlak.

Přehled všech použitých počátečních a okrajových podmínek včetně jejich hodnot je zapsáno v Tab. 5.

Tab. 5. – Přehled použitých počátečních a okrajových podmínek

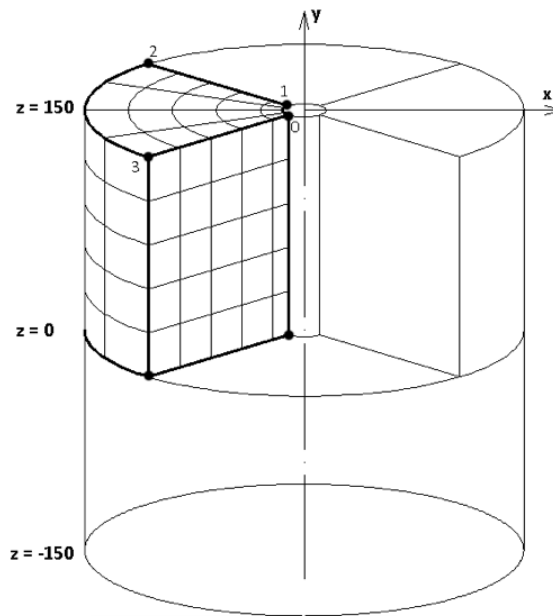
Označení	Okrajová podmínka	Počáteční podmínka
Tlak p	zeroGradient	Nulová změna tlaku
Rychlost u		Nulová rychlost v celém objemu
Míchadlo	movingWallVelocity	Rychlost stejná jako pohybující se stěna
Nádoba	fixedValue	Nulová rychlost na stěně
Hřídél	movingWallVelocity	Rychlost stejná jako pohybující se stěna
Kinetická turbulentní energie k	kqRWallFunction	Počáteční hodnota 0,06
Rychlost disipace tur. kin. energie ϵ	epsilonWallFunction	Počáteční hodnota 0,0495
Turbulentní viskozita μ_t	nutkWallFuction	Pro všechny prvky geometrie hodnota 0

5.3. Tvorba sítě

Pro vytvoření sítě bylo využito kombinace implementovaných nástrojů OpenFoamu: *blockMesh* a *snappyHexMesh*. *BlockMesh* je použit k vytvoření základní strukturované sítě (tato síť neobsahuje narážky, míchadlo apod.). *SnappyHexMesh* vytvoří finální výpočetní síť na základě geometrií povrchových sítí v několika následných krocích (*castelatedMesh*, *snappyHexMesh* a případně *addLayers*).

5.3.1. Tvorba základní strukturované sítě

Při tvorbě sítě `blockMeshe` se definují základní body v kartézském souřadnicovém systému x , y , z . Těmto bodům se přidělí příslušná poloha. Body se spojí na okraji systému a poté se vyplní nadefinovanými buňkami. Nákres tvorby strukturované sítě je uveden na Obr. 11.



Obr. 11. - Struktura tvoření sítě v utilitě `BlockMesh`

Nastavení a tvorba sítě probíhá podobně jako nastavení parametru numerické simulace. Opět používáme textové soubory s předem daným formátem a zápisem. Každý textový soubor `BlockMeshe` obsahuje hlavičku a základní informace (tzv. *FoamFile*) o daném souboru jako je verze `blockMesh`, formát, umístění apod.

```
FoamFile
{
  version      2.3;
  format       ascii;
  class        dictionary;
  location     "constant/polyMesh";
  object       blockMeshDict;
}
```

Textový soubor pro tvorbu základní strukturované sítě se nazývá `blockMeshDict`. Síť se vytvoří spojením jednotlivých bodů v prostoru, tím se vytvoří určité útvary a poté nadefinuje, kolik buněk se bude v daném útvaru nacházet.

Základní jednotkou pro výpočet numerické simulace je metr, proto v každém souboru musí být zadáno, v jakém měřítku jsou vzdálenosti daných bodů. Body jsou číslovány od nuly, a je na uživateli, kterým bodem bude začínat. Nesmí se ovšem zapomenout, že spojením příslušných bodů se tvoří hranice systému a uživatel musí vědět, které body je potřeba spojit. Body se zadávají v kartézských souřadnicích v pořadí x, y a z.

```
convertToMeters    0.001;
vertices
(
  (-107 -107 -150)    //bod 0
  (107 -107 -150)     //bod 1
  (107 107 -150)      //bod 2
  (-107 107 -150)     //bod 3
  . . .
);
```

Následuje vytvoření hranic simulovaného systému. Při použití příkazu *arc*, body se spojí křivkou s příslušnými souřadnicemi. Chce-li uživatel body spojit čarou, použije příkaz *line* a tak podobně. První dvě čísla na řádce značí konkrétní body, v závorce jsou pak souřadnice do směrů x, y a z.

```
vertices
(
  arc 0 1 (0 -151 -150)
  arc 1 2 (151 0 -150)
  arc 2 3 (0 151 -150)
  arc 3 0 (-151 0 150)
  . . .
);
```

V části *blocks* se vybrané sekce vyplní příslušnými buňkami, *hex* značí vyplnění hexagonálními buňkami. Příslušné body jsou hranicemi zvolených útvarů. Následuje počet buněk do jednotlivých směrů x, y a z.

Chce-li uživatel, aby síť byla v oblasti míchadla co nejhustší, tam kde je potřeba co nejpřesnější výpočet, využije se příkazu *simpleGrading*, kde se v závorce nastaví zhuštění sítě do daných směrů.

```

blocks
(
  hex (0 1 5 4 8 9 13 12) (20 20 20) simpleGrading(1 0.5 0.25)
  hex (1 2 6 5 9 10 14 13) (20 20 20) simpleGrading(1 0.5 0.25)
  hex (2 3 7 6 10 11 15 14) (20 20 20) simpleGrading(1 0.5 0.25)
  hex (3 0 4 7 11 8 12 15) (20 20 20) simpleGrading(1 0.5 0.25)
  . . .
);

```

Poslední činností při nastavení sítě je stanovení hranic sítě. V sekci *boundary* se vyberou jednoduché tvary simulovaného systému. Příkladem může být hřidel míchadla, u které se nastaví, o jakou hranici se bude jednat, zda *wall*, *inlet*, *outlet* apod. Buňky se za touto hranicí nevytvorí. Poté se přiřadí, jako v předchozím případě, body, které tuto hranici tvoří.

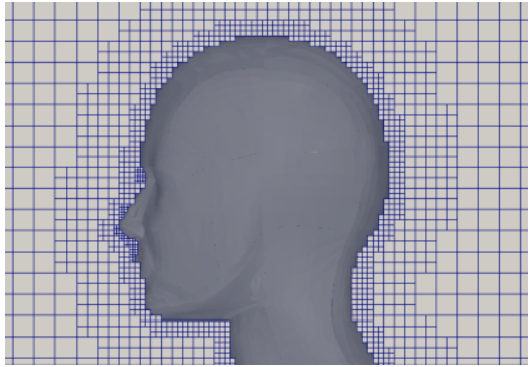
```

boundary
(
  hridel
  {
    type wall;
    face
    (
      (4 5 13 12)
      (5 6 14 13)
      (6 7 15 14)
      (7 3 12 15)
    )
    . . .
  }
);

```

5.3.2. Finální výpočetní síť

Po vytvoření základní struktury výpočetní sítě se síť upraví do konečné podoby, která bude použitelná pro numerický výpočet. Pro vytvoření finální podoby sítě se využije implementovaného nástroje OpenFOAMu jménem *snappyHexMesh*. Tento nástroj v přeneseném slova smyslu použije existující 3D obrazec a vyřeže jej do existující sítě. Tyto soubory s příponou **.stl* obsahují povrchové geometrie uživatelem zadaného obrazce ve 3D prostoru. Tato utilita softwaru OpenFOAM také upravuje vyřezané buňky; buď zvětší počet buněk nebo upraví jejich tvar. Jakým způsobem je 3D soubor vyřezán do výpočetní sítě, a jak je poté výpočetní síť zhuštěná, je pro ukázkou vyobrazeno na Obr. 12.



Obr. 12. - Vyřezaný stl soubor hlavy do výpočetní sítě [22]

Podobně jako v případě *blockMesh* používá *snappyHexMesh* textový soubor umístěný v konkrétním adresáři pro své nastavení. Opět má soubor svou hlavičku se základními informacemi, kde se navíc definuje, jakým způsobem bude síť rozdělena, jak budou buňky nahrazeny a jakým způsobem dojde k náhradě nebo úpravě buněk.

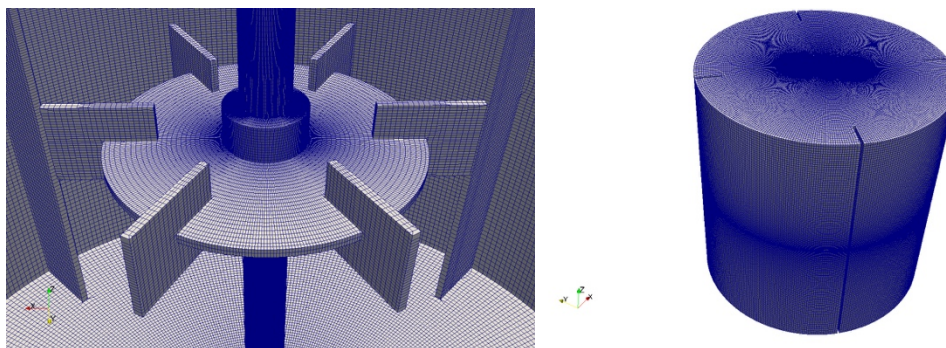
```
FoamFile
{
  version      2.0;
  format       ascii;
  class        dictionary;
  object       snappyHexMeshDict;
};

castallatedMesh true;
snap           true;
addLayers      false;
```

V sekci *geometry* se určí konkrétní **.stl* soubory a jejich plochy, které budou vyřezány ze strukturované sítě. Dále se také označí oblast MRF. I v této části se nesmí zapomenout na měřítko příkazem *scale* pro jednotlivé prvky geometrie.

```
geometry
{
  michadlo.stl
  {
    type      triSurfaceMesh;
    scale     0.001;
    name      michadlo;
  }
  iner_r_100mm.stl //oblast MRF
  {
    type      triSurfaceMesh;
    scale     0.001;
    name      iner;
  }
  . . . };
```

Pokud byla síť vytvořena pomocí příslušných příkazů správně, síť se zkontroluje pomocí dalšího implementovaného nástroje jménem *checkMesh*. Tento nástroj zkontroluje, zda při tvorbě sítě, vyřezáváním *.stl souborů a při konečném zhušťování výpočetní sítě nebyla vytvořena nejrůznější prizmata či jiné složité tvary buněk, které by do výpočtu zanášely velké nepřesnosti a chyby. Náhled sítě je možné vidět na Obr. 13.



Obr. 13. - Výpočetní síť, vlevo detailní pohled míchadla a narážek, vpravo hraniční oblast nádoby

5.4. Numerické metody a výpočty simulací

Nastavení použitých numerických metod výpočtu se provádí v souboru *fvSolution* ve složce *system*. Zde se určí nejen algoritmus řešení, ale také relativní a absolutní tolerance výpočtu včetně relaxačních faktorů. Jednotlivé sekce tohoto souboru jsou vysvětleny v následujících podkapitolách.

5.4.1. Metoda SIMPLE

Většina řešitelů pro nestlačitelné proudění v OpenFOAM využívá metody buď pro výpočet ustáleného stavu SIMPLE (semi-implicit method for pressure linked equations) nebo PISO (pressure implicit split operator), popřípadě jejich kombinaci algoritmus PIMPLE apod. Každý z těchto řešičů vyžaduje jiný zápis a úpravu nastavení. Přehledný seznam metod řešení pro použití v softwaru OpenFoam je uveden v [23]

Metoda SIMPLE je založena na předpokladu, že tekutina teče z oblasti s vysokým tlakem do oblasti s nižším tlakem. Pracuje na principu několika kroků:

- 1) Výpočet předběžné rychlosti \mathbf{u}^*
- 2) Výpočet předběžné rychlosti \mathbf{v}^*
- 3) Výpočet tlakové korekce p^*
- 4) Výpočet rychlostí \mathbf{u} , \mathbf{v} a tlaku p

- 5) Kontrola konvergence, pokud platí, výpočet je ukončen, pokud ne, nastane změna v předběžném výpočtu a algoritmus se opakuje.^[20]

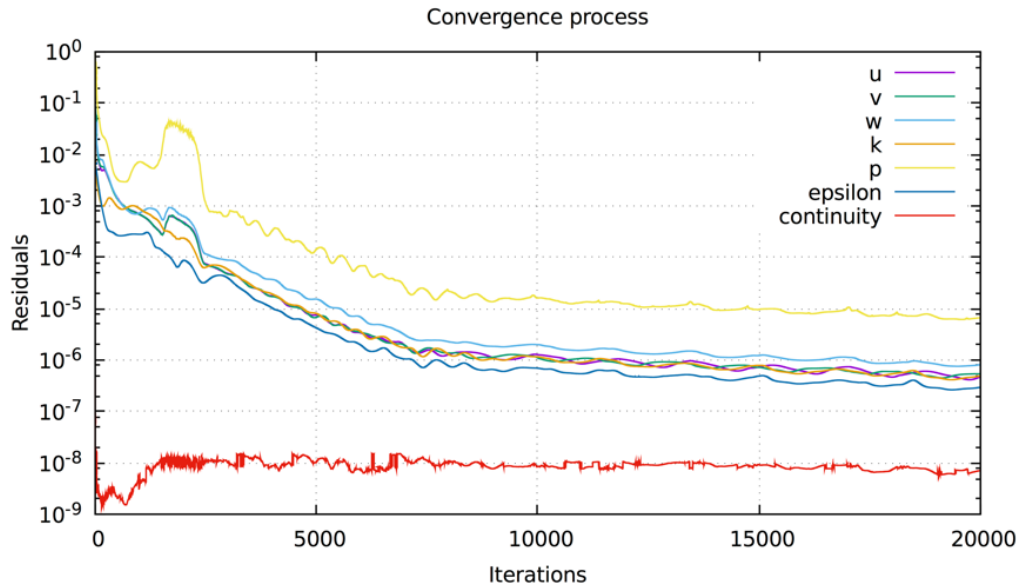
Hlavní výhodou metody SIMPLE je urychlení konvergence. Všechny algoritmy jak SIMPLE tak i PISO apod. poskytují stejné konečné výsledky, rozdíl je ovšem v rychlosti a stabilitě výpočtu. Která z těchto metod bude nejrychlejší, záleží pouze na charakteru proudění. Pro simulovaný případ byla použita metoda SIMPLE s následujícím nastavením:

```
SIMPLE
{
nNonOrthogonalCorrectors 0;
pRefCell 0;
pRefValue 0;
}
```

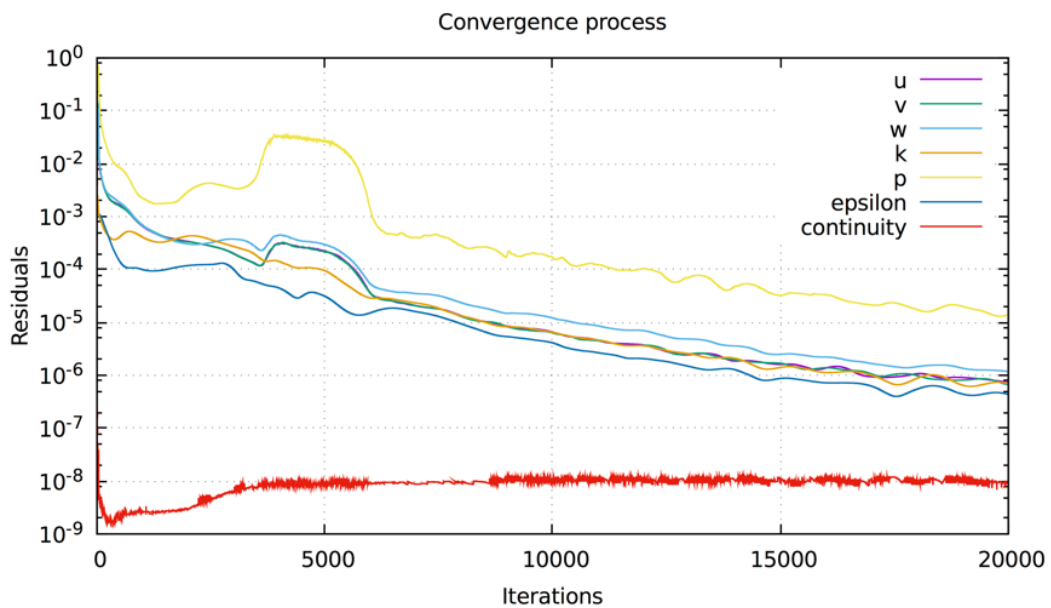
5.4.2. Řešitel numerické simulace a relativní tolerance

V řešeném případě byl použit řešitel numerické simulace *GAMG* (Generalised geometric-algebraic multi-grid). Je jedním z řešitelů metody SIMPLE. Základní myšlenkou řešitele *GAMG* je rychlé řešení výpočtu v upravené síti, která je hrubší než původní síť. Tento výpočet poté slouží jako výchozí řešení pro původní síť.^[19]

Řešitel *GAMG* byl zvolen na základě porovnání residuí, kde řešitel *GAMG* konvergovala rychleji než použitá metoda *PIMPLE* s řešitelem *PCG* (Preconditioned conjugate gradient). Porovnání těchto dvou řešitelů je ukázáno na Obr. 14. a Obr. 15. V případě použití metody SIMPLE a řešitele *GAMG* bylo potřeba cca 8 000 iterací pro dosažení hodnot residuí u většiny veličin 1.10^{-6} , zatímco v případě použití modelu *PIMPLE* a řešitele *PCG* bylo potřeba cca 15 000 iterací.



Obr. 14. - Průběh residuí, metoda SIMPLE, řešitel GAMG (300rpm, mesh1)



Obr. 15. - Průběh residuí, metoda PIMPLE, řešitel PCG (300rpm, mesh1)

Pro každou multi-grid metodu je potřeba zvolit správnou metodu vyhlazování výsledků. Toto vyhlazení ovlivňuje rychlost konvergence a finální přesnost řešení. V řešeném případě byl použit *GaussSeidel Smoother*, který je ideální pro řešení metody SIMPLE. V následujícím úryvku souboru *fvSolution* je dokumentováno nastavení řešitele včetně vyhlazování a nastavení relativních a absolutních tolerancí.

```

Solvers
{
  p {
    solver          GAMG;
    tolerance       1e-08;
    relTol          0.05;
    smoother        GaussSeidel;
    nCellsInCoarsestLevel 10;
  }
  "(U|k|epsilon)"
  {
    solver          smoothSolver;
    smoother        GaussSeidel;
    tolerance       1e-7;
    relTol          0.1;
  }
}

```

5.4.3. Relaxační faktory

Správným zvolením relaxačního faktoru je možné urychlit konvergenci výpočtu. Relaxační faktor je možné nastavit pro všechny počítané proměnné. Tyto faktory redukuje změny proměnných v každé buňce v každé iteraci. Pokud bude faktor větší než jedna, výpočet se může zrychlit, ovšem na úkor stability a konvergence. Bude-li relaxační faktor menší než jedna, výpočet se zpomalí, avšak zvýší se stabilita a urychlí se konvergence výpočtu. Příklad nastavení relaxačních faktorů pro řešení případ:

```

relaxationFactors
{
  fields
  {
    p          0.3;
  }

  equations
  {
    "(U|k|epsilon).*" 0.5;
  }
}

```

5.5. Diskretizační schémata OpenFoamu

Pro numerické řešení Navier-Stokesových rovnic metodou konečných objemů je nutné specifikovat příslušná diskretizační schémata. Nastavení těchto schémat se provádí v souboru *fvSchemes*. Nastavení a zápis do tohoto souboru se liší podle toho, jaký typ řešiče byl při numerické simulaci použit.

První co musíme na začátku každého souboru *fvSchemes* určit, je časová závislost úlohy, jedná-li se o ustálené proudění či nikoliv. V řešeném případě se jedná o ustálené proudění (*steadyState*). V případě přechodného proudění je možno použít schéma prvního řádu *Euler* popřípadě druhého řádu jako *CranckNicolson* apod.

```
ddtSchemes
{
    default          steadyState;
}
```

V další sekci se specifikují schémata pro diskretizaci gradientního a divergentního členu. Pro všechny členy je možné nastavit výchozí diskretizační schéma příkazem *default*. V případě specifitějšího nastavení, je možné nastavit jednotlivá schémata pro jednotlivé členy. V řešeném případě bylo použito pro gradientní členy diskretizační schéma *Gauss Linear*. Jedná se o schéma druhého řádu.

V případě divergentních členů rychlostí a hmotnostním tokem přes stěnu buňky *phi* bylo použito upravené schéma druhého řádu *Gauss linearUpwind*. Protože se jedná o proudění v ustáleném stavu, je z důvodu rychlejší konvergence vhodné schéma doplnit parametrem *bounded*. Tento parametr zlepšuje výpočet na hranicích systému.

```
gradSchemes
{
    default          Gauss linear;
    limited          cellLimited Gauss linear 1;
}
divSchemes
{
    default          none;
    div(phi,U)       bounded Gauss linearUpwind limited;
    div(phi,k)       bounded Gauss linearUpwind limited;
    div(phi,epsilon) bounded Gauss linearUpwind limited;
    div((nuEff*dev2(T(grad(U)))) Gauss linear;
}
```

5.6. Spuštění a průběh numerické simulace

Spouštění numerické simulace probíhá pomocí příkazového řádku unixového terminálu. Než je ale simulace spuštěna, musí být definováno, kolik iterací má proběhnout a po jak velkých časových krocích má software numerickou simulaci ukládat. Tato nastavení se definují v souboru *controlDict*. V tomto souboru se nastaví, jak velký bude časový krok a jak často bude OpenFoam výsledky ukládat, kdy má simulaci zastavit a v jakém formátu mají být výsledky ukládány.

```
application      simpleFoam;

startFrom        latestTime;
startTime        0;

stopAt           endTime;
endTime          20000;

deltaT           1;
writeControl     adjustableRunTime;

writeInterval    1000;
purgeWrite       6;

writeFormat      ascii;
writePrecision   6;

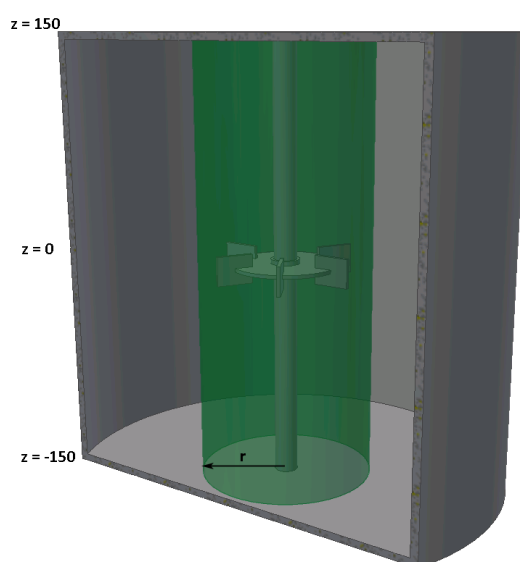
writeCompression off;

timeFormat       general;
timePrecision    6;
```

6. Vyhodnocení výsledků numerické simulace

6.1. Post-processing

Protože OpenFOAM nepracuje přímo s grafickým prostředím, je nutné pro grafické zobrazení výsledků použít softwaru třetích stran jako je například ParaView. Tyto softwary umí velmi pohodlně vybrat, využít a prezentovat konkrétní data, která je možno dále např. porovnávat s experimentálně získanými výsledky. Grafické zobrazení výběru dat z buněk numerická simulace na konkrétním poloměru r je dokumentováno na Obr. 16.



Obr. 16. - Schéma odečtu vypočtených hodnot

6.2. Vyhodnocení rychlosti

6.2.1. Transformace do cylindrického souřadného systému

Poloha každé buňky je definována v kartézském souřadnicovém systému a obdobně výsledná rychlost v každé buňce je také uváděna rozložená do složek v kartézském souřadnicovém systému. Vzhledem k simulaci válcové nádoby je vhodnější rychlosti transformovat do cylindrického souřadného systému, což umožní jednodušeji a názorněji získaná data porovnat s experimentem.

Výsledná transformace mezi kartézským souřadným systémem a cylindrickým souřadným systémem vypadá následovně

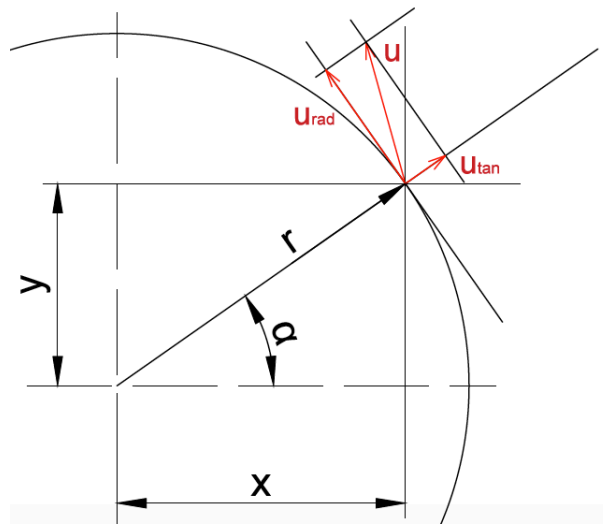
$$u_{rad} = u_x \cdot \cos \alpha + u_y \cdot \sin \alpha \quad (6-1)$$

$$u_{tan} = -u_x \cdot \sin \alpha + u_y \cdot \cos \alpha \quad (6-2)$$

$$u_{ax} = u_z \quad (6-3)$$

Kde α je arkustangens souřadnic x a y , které jsou znázorněny na Obr. 17.

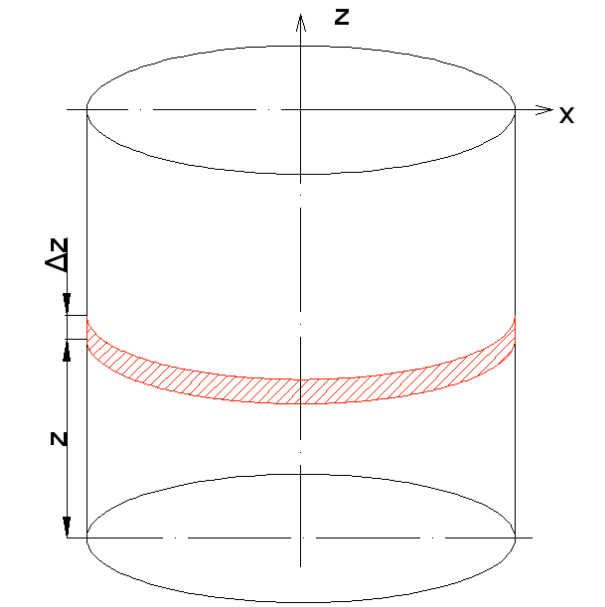
$$\alpha = \operatorname{atan} \frac{x}{y} \quad (6-4)$$



Obr. 17. - Transformace do cylindrických souřadnic

6.2.2. Průměrování radiální rychlosti

Aby bylo možné vypočtené data porovnat s experimentálními hodnotami naměřenými pomocí LDA metody, musí se vybraná data na poloměru r zprůměrovat. K průměrování dojde tak, že se nádoba na výšku rozdělí na několik sekcí o výšce Δz . V každé této sekci se zprůměruje radiální složka vektoru rychlosti u po obvodu na poloměru r (červeně šrafovaná oblast na Obr. 18.).



Obr. 18. - Oblast pro průměrování rychlost

Výsledná funkce, naprogramovaná v softwaru Matlab, pro transformaci z kartézského souřadného systému do cylindrického souřadného systému a průměrování radiální složky rychlosti po obvodu vyhodnocovaných dat má následující tvar:

```
function [Urad_str,Z] = stredovani(Ux,Uy,x,y,z,K);

ypsilon = atan(y./x);
Urad = abs(Ux.*cos(ypsilon)+Uy.*sin(ypsilon));

N = length(z);
P = zeros(1,K);
Urad_prum =zeros(1,K);
Z_str = linspace(-0.15,0.15,K);

for i=1:K-1;
    for j=1:N;
        if z(j)>=Z_str(i);
            if z(j)<Z_str(i+1);
                Urad_prum(i)=Urad_prum(i)+Urad(j);
                P(i) = P(i)+1;
            end
        end
    end
end

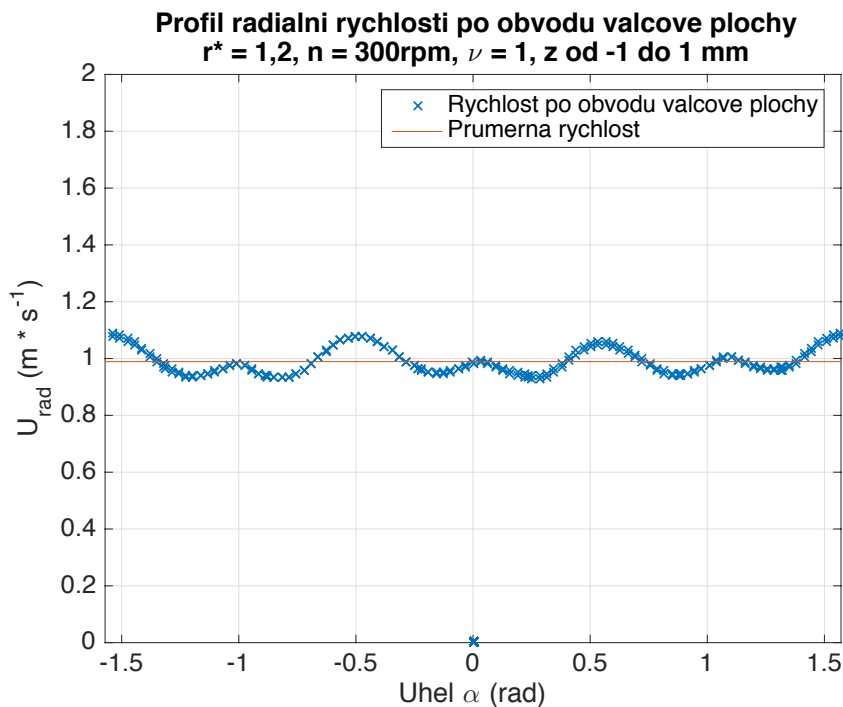
Urad_str = Urad_prum./P;

for i=1:K-1;
    Z(i)= (Z_str(i)+Z_str(i+1))/2;
end
Z(K) = 0.15;
Z=Z;
```

6.2.3. Profil radiální rychlosti po obvodu válcové plochy

Na Obr. 19. je znázorněn profil radiální rychlosti po obvodu válcové plochy (x), který je doplněn zprůměrovanou hodnotou rychlosti (—). V tomto případě byla pro průměrování použita šířka sekce od -1 do 1 mm od souřadnice z .

Jak je z obrázku patrné, v profilu rychlosti se nenacházejí příliš velké fluktuace rychlostí. Z toho důvodu je možné rychlostní profil po obvodu průměrovat a nahradit jednou hodnotou. Toto zprůměrování je možné provést pro každou souřadnici z .



Obr. 19. - Profil radiální rychlosti po obvodu válcové plochy a její průměr

6.2.4. Bezrozměrná rychlost u^*

Pro porovnání výsledků numerické simulace a experimentálně naměřených dat je vhodnější použít bezrozměrné rychlosti a souřadnice než porovnávat absolutní rychlosti. Bezrozměrná rychlost umožňuje také porovnávat výsledky získané při různých otáčkách míchadla při numerické simulaci a při experimentu.

Bezrozměrná rychlost se vypočte podle vztahu (6-5): ^[23]

$$u_i^* = \frac{u_i}{v_{tip}} = \frac{u_i}{2 \cdot \pi \cdot n \cdot R} \quad (6-5)$$

Kde v_{tip} je obvodová rychlost míchadla, n jsou otáčky míchadla a R je poloměr míchadla.

Dalším parametrem je bezrozměrná souřadnice z^* , definovaná vztahem. ^[23]

$$z^* = \frac{2 \cdot z}{H} \quad (6-6)$$

kde H je výška lopatky míchadla a z je souřadnice cylindrického souřadného systému.

Posledním bezrozměrným parametrem je bezrozměrná vzdálenost odečítaných dat od středu nádoby r^* definovaná vztahem ^[23]

$$r^* = \frac{r}{R} \quad (6-7)$$

kde R je poloměr míchadla a r je vzdálenost odečítaných dat od středu nádoby.

Výsledný skript pro zpracování bezrozměrných rychlostí má následující tvar

```
function [Urad_hv, Z_hv]=bezrozmerne(Urad_str, Z, n, R, H);
Z_hv = 2*Z./H;
Urad_hv = Urad_str./(pi*2*R*n);
```

6.3. Vyhodnocení kinetické turbulentní energie k a rychlosti její disipace ϵ

6.3.1. Průměrování kinetické turbulentní energie k a rychlosti její disipace ϵ

Pro srovnání s experimentálními daty je třeba, podobně jako u rychlosti, hodnoty získané numerickou simulací na daném poloměru charakterizovat jednou hodnotou. Pro stanovení hodnoty kinetické energie a rychlosti její disipace na daném poloměru a výšce v nádobě byla použita stejná metoda jako v případě rychlosti, tj. zprůměrování hodnot po obvodu válcové plochy. Nádoba je opět na výšce rozdělena na několik částí Δz a v této části je kinetická turbulentní energie a rychlost její disipace zprůměrována po obvodu.

Výsledný skript pro zprůměrování kinetické turbulentní energie a disipace kinetické turbulentní energie je ve tvaru:

```

function [k_str,eps_str,Z] = stredovani(k,eps,z,K);

N = length(z);
P = zeros(1,K);
k_prum =zeros(1,K);
eps_prum =zeros(1,K);
Z_str = linspace(-0.15,0.15,K);

for i=1:K-1;
    for j=1:N;
        if z(j)>=Z_str(i);
            if z(j)<Z_str(i+1);
                k_prum(i)=k_prum(i)+k(j);
                eps_prum(i)=eps_prum(i)+eps(j);
                P(i) = P(i)+1;
            end
        end
    end
end

k_str = k_prum./P;
eps_str = eps_prum./P;

for i=1:K-1;
    Z(i)= (Z_str(i)+Z_str(i+1))/2;
end
Z(K) = 0.15;
Z=Z;

```

6.3.2. Bezrozměrná kinetická turbulentní energie k^* a rychlost její disipace ϵ^*

Jedním z cílů této diplomové práce je porovnat hodnoty kinetické turbulentní energie a rychlosti její disipace získané experimentálně a numerickou simulací při stejném Reynoldsově čísle, avšak s jinými otáčkami míchadla a jinou kinematičnou viskozitou.

Pro porovnání výsledků numerické simulace s experimentálními daty jsou hodnoty k a ϵ převedeny do bezrozměrného tvaru.

Bezrozměrná kinetická turbulentní energie je definována vztahem:

$$k^* = \frac{k}{v_{tip}^2} = \frac{k}{(2 \cdot \pi \cdot n \cdot R)^2} \quad (6-8)$$

kde n jsou otáčky míchadla a R je poloměr míchadla. ^[23]

Bezrozměrná disipace kinetické turbulentní energie je definována vztahem: ^[23]

$$\epsilon^* = \frac{\epsilon}{4 \cdot R^2 \cdot n^3} \quad (6-9)$$

Výsledný skript pro zpracování výsledků je ve tvaru

```
function [k_hv,eps_hv,Z_hv]=bezrozmerne(eps_str,k_str,Z,n,R,H);  
  
Z_hv = 2*Z./H;  
  
k_hv = k_str./(pi*2*R*n)^2;  
eps_hv = eps_str./(4*(R^2)*n^3);
```

6.3. Získání experimentálních dat pomocí metody LDA

Profil rychlostního pole v míchané nádobě byl změřen pomocí dvou složkového LDA (Laser Dopplerovské Anemometrie) měření. LDA metoda je nedestruktivní metoda měření, při které jsou pohybující se částice osvětleny laserovým svazkem a z analýzy Dopplerova efektu je vypočtena jejich rychlost. Měřeny byly dvě složky rychlosti, radiální a tangenciální složka rychlosti. Třetí složka, axiální složka rychlosti, byla změřena po přenastavení měřícího aparátu. Měření proběhlo v geometricky stejné nádobě se stejným typem míchadla jako má numericky simulovaný systém. Získané výsledky byly publikovány v práci „PROUDOVÉ POLE NA VÝTOKU Z RADIÁLNÍHO MÍCHADLA, POROVNÁNÍ LDA A PIV MĚŘENÍ“ autorů B. Kysela, J. Konfršt a Z. Chára [17]. V této práci jsou také uvedeny podrobnosti o způsobu měření a vyhodnocení experimentálních dat.

7. Zhodnocení a výsledky numerické simulace

Celkem bylo spočítáno více než čtyřicet variant numerických simulací míchané nádoby na celkem pěti výpočetních sítích. Přehled použitých výpočetních sítí a jejich velikost je uveden v Tab. 6. Různé varianty velikosti sítí byly použity pro hledání správného modelu, řešiče, výpočetního schématu, a pro potřeby síťové analýzy. Na základě síťové analýzy byla zvolena velikost sítě pro vlastní numerickou simulaci.

Tab. 6. - Přehled testovaných velikostí výpočetních sítí

Označení sítě	Velikost sítě (počet buněk)
Mesh000	0,43 mil.
Mesh00	1,04 mil.
Mesh1	1,65 mil.
Mesh01	2,15 mil.
Mesh2	7,82 mil.

7.1. Síťová analýza

Cílem síťové analýzy zjistit velikost sítě potřebnou pro dosažení spolehlivých výsledků simulace. Jako kritérium pro posouzení vhodné velikosti sítě bylo zvoleno příkonové číslo. Byl proveden výpočet příkonového čísla v závislosti na počtu buněk. V rozvinuté turbulentní oblasti proudění má příkonové číslo Rushtonovy turbíny hodnotu $Po = 5,01$.

Hodnota příkonového čísla pro konkrétní výpočetní síť byla vypočítána z úhlové rychlosti míchadla a numericky vypočteného kroutícího momentu, který působí na míchadlo a hřídel. Síťová analýza byla provedena pro nejmenší a největší hodnotu Reynoldsova čísla v řešeném souboru podmínek, tj. pro kinematickou viskozitu $\nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ a otáčky 300 rpm (nejmenší hodnota Re) a 1 200 rpm (největší hodnota Re).

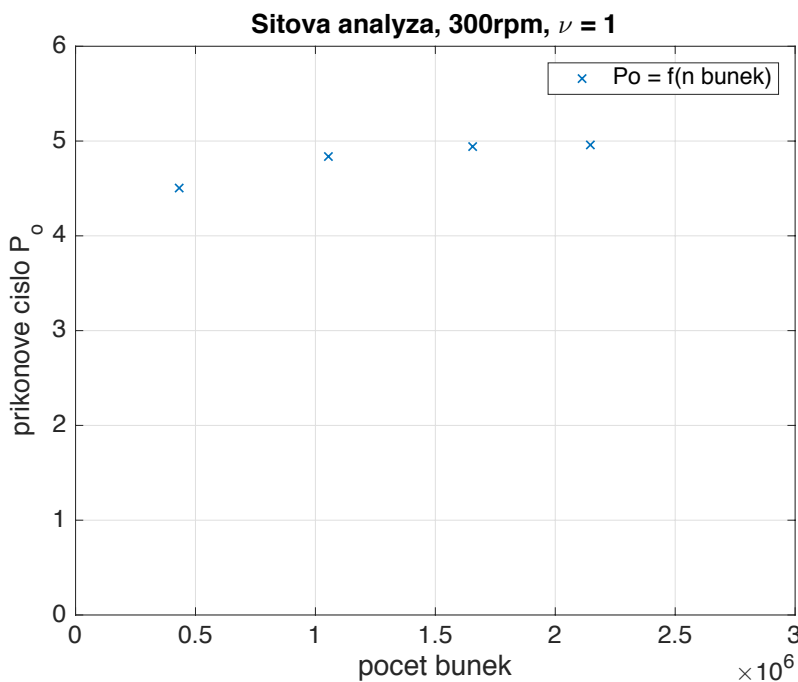
Vypočtené kroutící momenty a výsledná příkonová čísla pro jednotlivé velikosti sítě a nejmenší Reynoldsovo číslo $Re = 50\,000$ ($n = 300 \text{ rpm}$, $\nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$) jsou uvedeny v

Tab. 7 a příkonové číslo graficky na Obr. 20.

Tab. 7. - Kroučící moment a příkonové číslo v závislosti na velikosti sítě,
 $Re = (n = 300 \text{ rpm}, \nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1})$

Označení sítě	Kroučící moment (Nm)	Příkonové číslo (-)
Mesh000	0,17957	4,513
Mesh00	0,19259	4,840
Mesh1	0,19675	4,945
Mesh01	0,19733	4,959

Jak je z grafu patrné, příkonové číslo dosahuje s dostatečnou přesností hodnoty 5,01 při použití více než 1,5 mil. buněk.



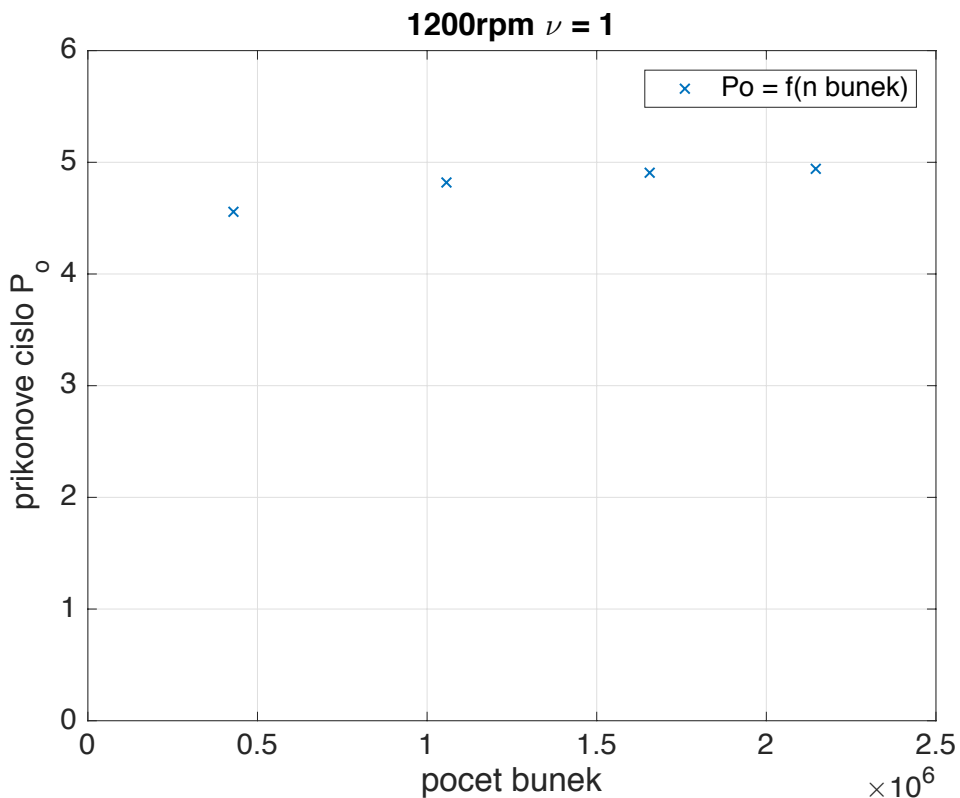
Obr. 20. - Příkonové číslo v závislosti na počtu použitých buněk v numerické simulaci,
 $Re = (300 \text{ rpm}, \nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1})$

Vypočtené kroučící momenty a příkonová čísla pro jednotlivé velikosti sítě a nejvyšší Reynoldsovo číslo = 200 000 ($n = 1\,200 \text{ rpm}, \nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$) jsou uvedeny v

Tab. 8 a příkonové číslo graficky na Obr. 21.

Tab. 8. - Kroutící moment a příkonové číslo v závislosti na velikosti sítě,
 $Re = (n = 1\,200\text{ rpm}, \nu = 1 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2\text{s}^{-1})$

Označení sítě	Kroutící moment (Nm)	Příkonové číslo (-)
Mesh000	2,90638	4,563
Mesh00	3,06676	4,817
Mesh1	3,12796	4,913
Mesh01	3,14887	4,946



Obr. 21. - Příkonové číslo v závislosti na počtu použitých buněk v numerické simulaci,

$$Re = (n = 1\,200\text{ rpm}, \nu = 1 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2\text{s}^{-1})$$

Z výsledků síťové analýzy vyplývá, že pro řešený rozsah podmínek, tj. v rozsahu $Re = 50$ až 200 tisíc, je třeba použít výpočetní síť s počtem buněk min. $1,5$ mil. Další výpočty tak byly provedeny s výpočetní sítí Mesh1, která obsahuje $1,65$ mil. buněk. Takto velká síť by měla dosahovat dostatečné přesnosti v nejrychlejších čase.

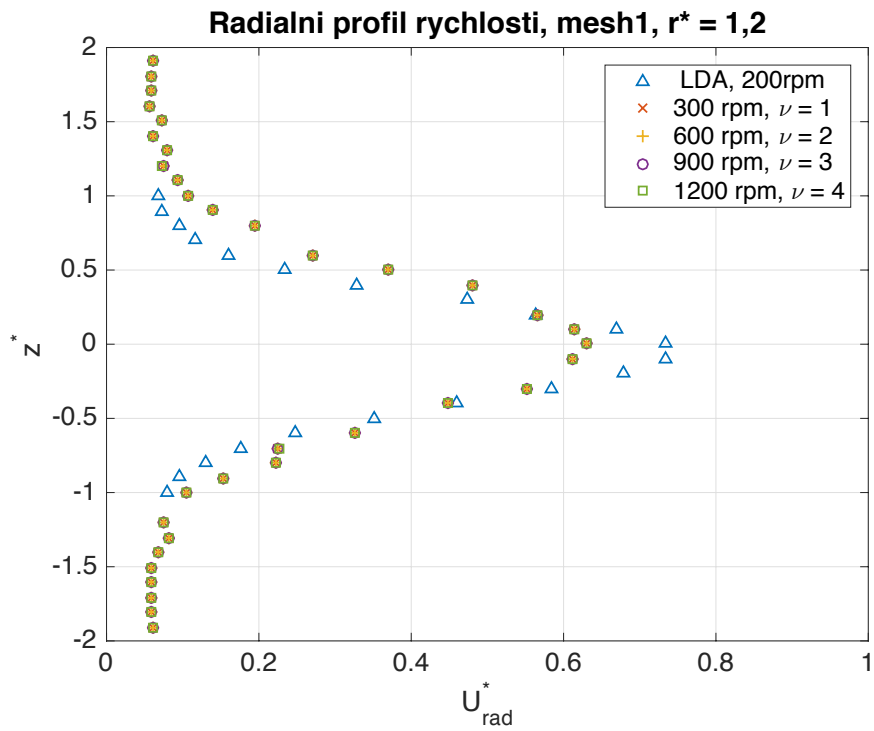
7.2. Porovnání radiálního profilu střední rychlosti

Profily střední rychlosti jsou porovnány ve vzdálenostech od středu osy otáčení míchadla, a to na poloměru $r = 60; 80$ a 110 mm , tj. v bezrozměrných souřadnicích pro $r^* = 1,2; 1,8$ a $2,2$, kde r^* je definováno podle rovnice (6-5), jako poměr poloměru válcové plochy, na které byly odečítány výsledky a poloměru míchadla. Pro všechny rychlostní profily byl proveden numerický výpočet na výpočetní síti s označením Mesh1. Tato výpočetní síť obsahuje celkem 1,65 mil. Buněk (Tab. 6.).

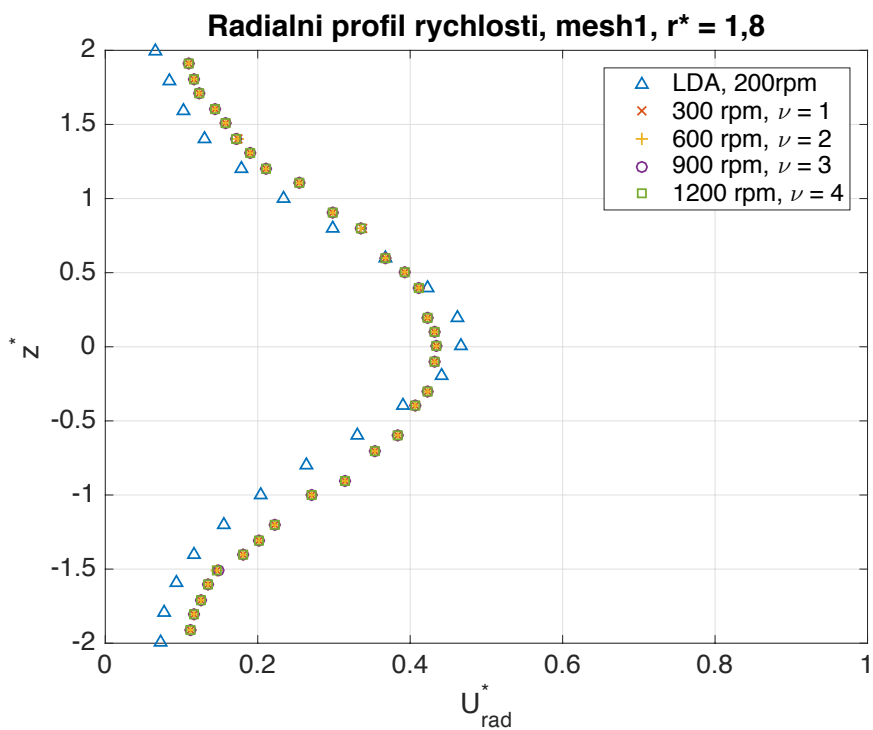
Porovnání bylo provedeno na naměřených datech z experimentu podle [17]. V experimentu byla použita šesti lopatková Rushtonova turbína s dělicím kotoučem s průměrem míchadla $d = 100 \text{ mm}$. Rychlost otáčení míchadla bylo $n = 200 \text{ rpm}$ a kapalina měla kinematickou viskozitu $\nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$. Data byla odečítána ve vzdálenostech od osy otáčení míchadla $r = 60; 80$ a 110 mm . Ve všech obrázcích rychlostních profilů jsou experimentální data označena jako LDA.

7.2.1. Konstantní Reynoldsovo číslo (různé otáčky a různá viskozita)

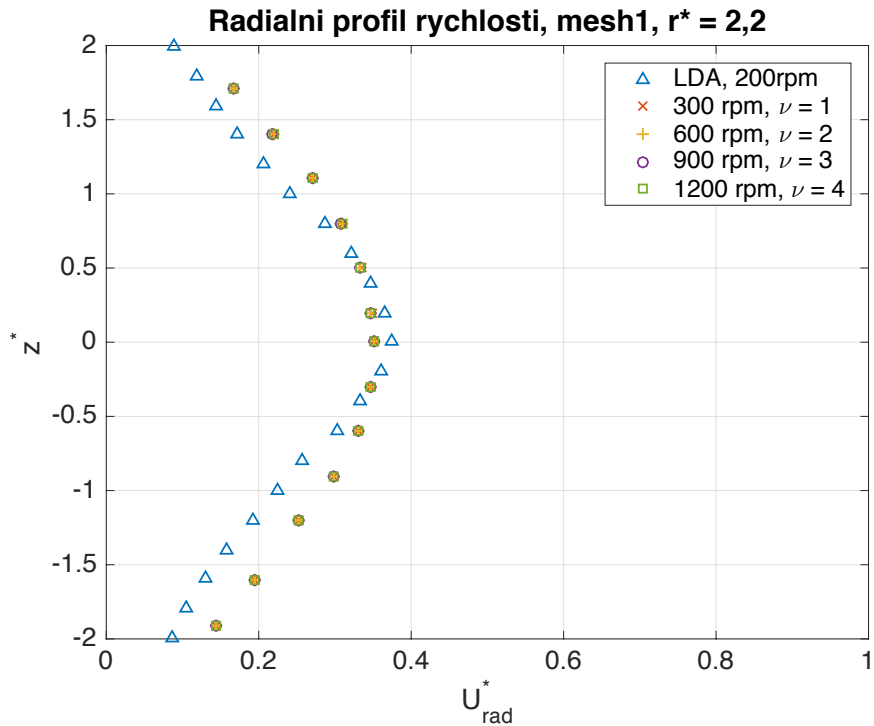
Výsledné profily bezrozměrné radiální střední rychlosti pro Reynoldsovo číslo $Re = 50\ 000$, tj. postupně rostoucí otáčky $n = 300; 600; 900$ a 1200 rpm a odpovídajícím způsobem se zvyšující se kinematická viskozita $\nu = (1; 2; 3 \text{ a } 4) \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$, jsou zobrazeny na Obr. 22. až Obr. 24.



Obr. 22. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, různé kinematické viskozity a různé otáčky, $r^* = 1,2$



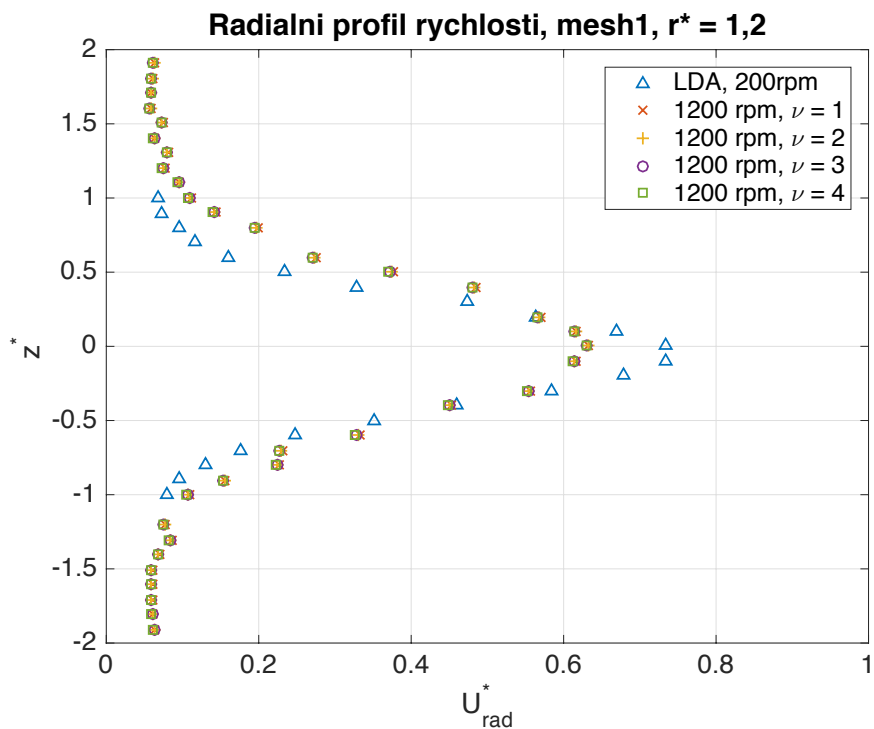
Obr. 23. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, různé kinematické viskozity a různé otáčky, $r^* = 1,8$



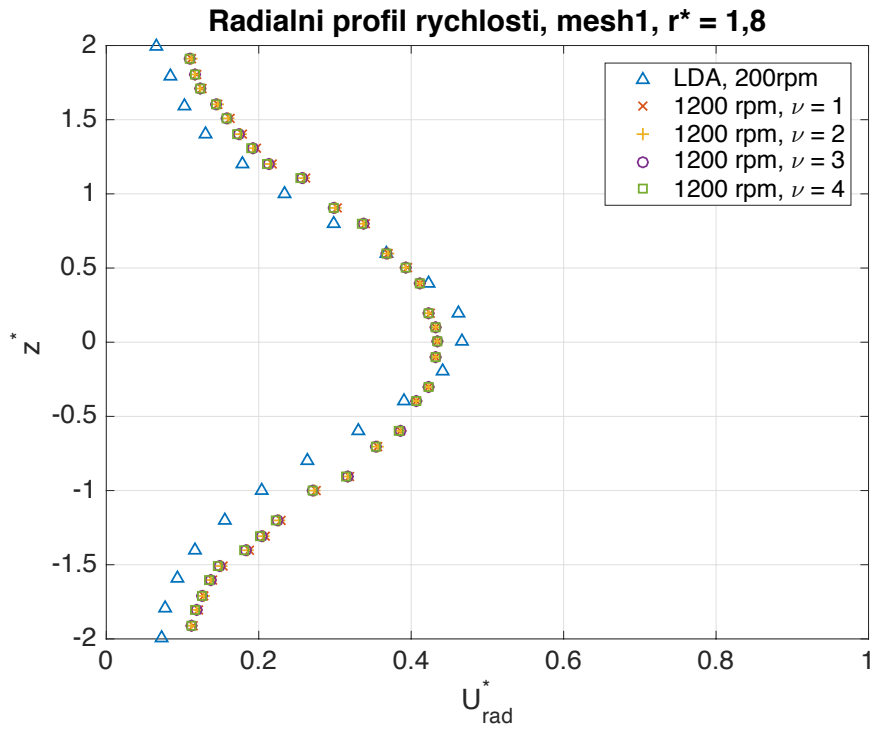
Obr. 24. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, různé kinematické viskozity a různé otáčky, $r^* = 2,2$

7.2.2. Vliv viskozity (stejně otáčky a různá viskozita)

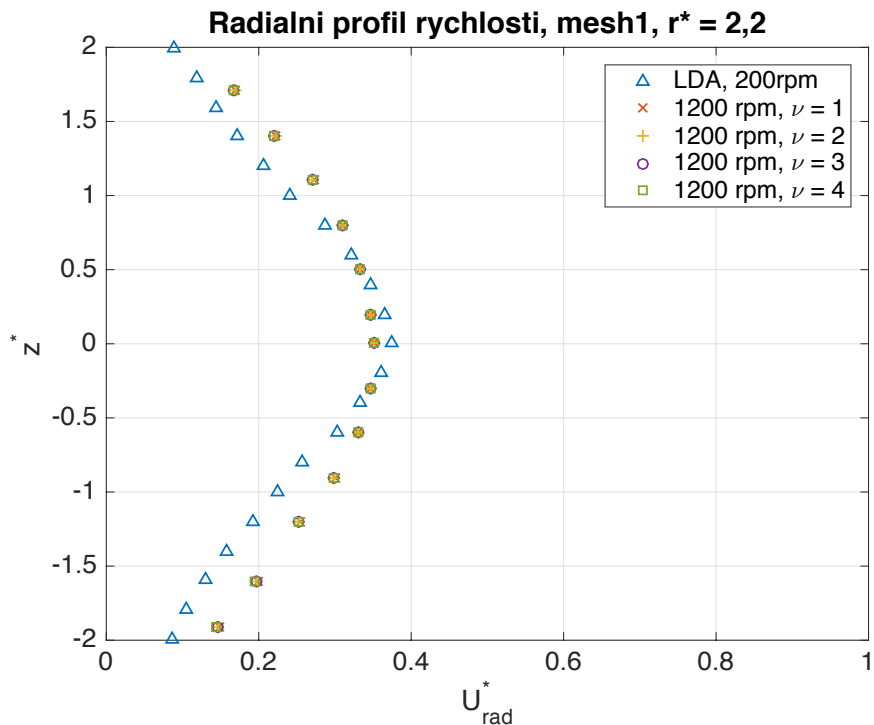
Výsledné profily bezrozměrné radiální střední rychlosti pro otáčky $n = 1200 \text{ rpm}$ a kinematickou viskozitu $\nu = (1; 2; 3 \text{ a } 4) \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ jsou zobrazeny na Obr. 25. až Obr. 27. pro různé poloměry r^* .



Obr. 25. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, různé kinematické viskozity, $n = 1200 \text{ rpm}$, $r^* = 1,2$



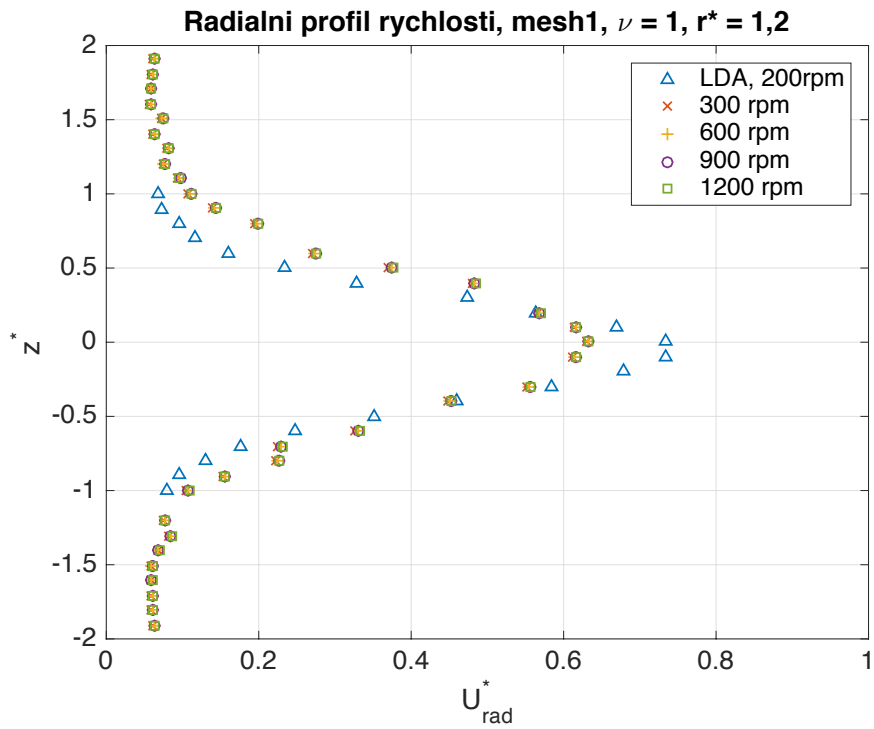
Obr. 26. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, různé kinematické viskozity, $n = 1\ 200\ rpm$, $r^* = 1,8$



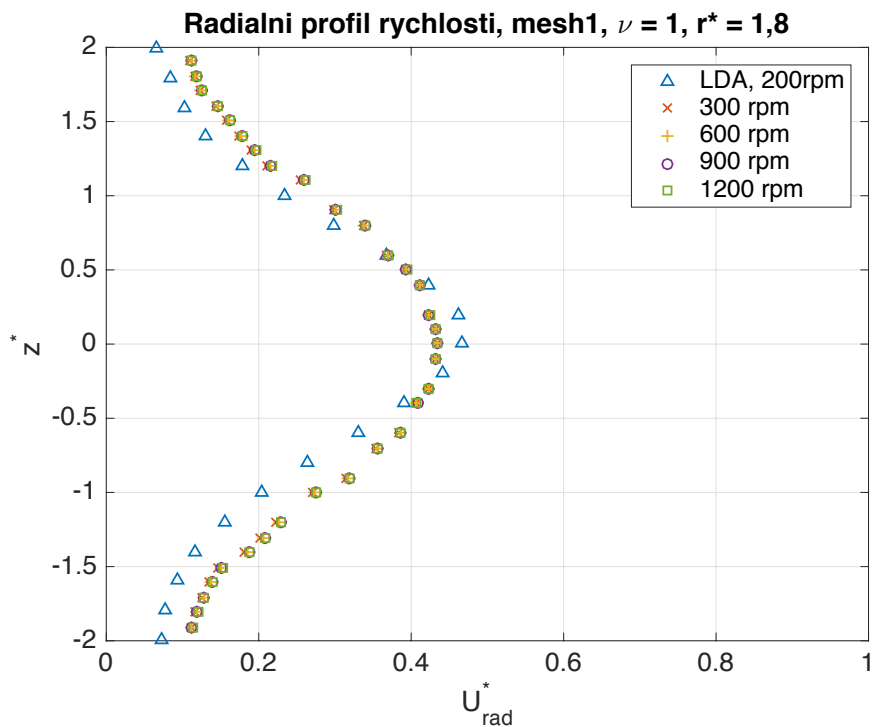
Obr. 27. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, různé kinematické viskozity, $n = 1\ 200\ rpm$, $r^* = 2,2$

7.2.3. Vliv otáček (různé otáčky a stejná viskozita)

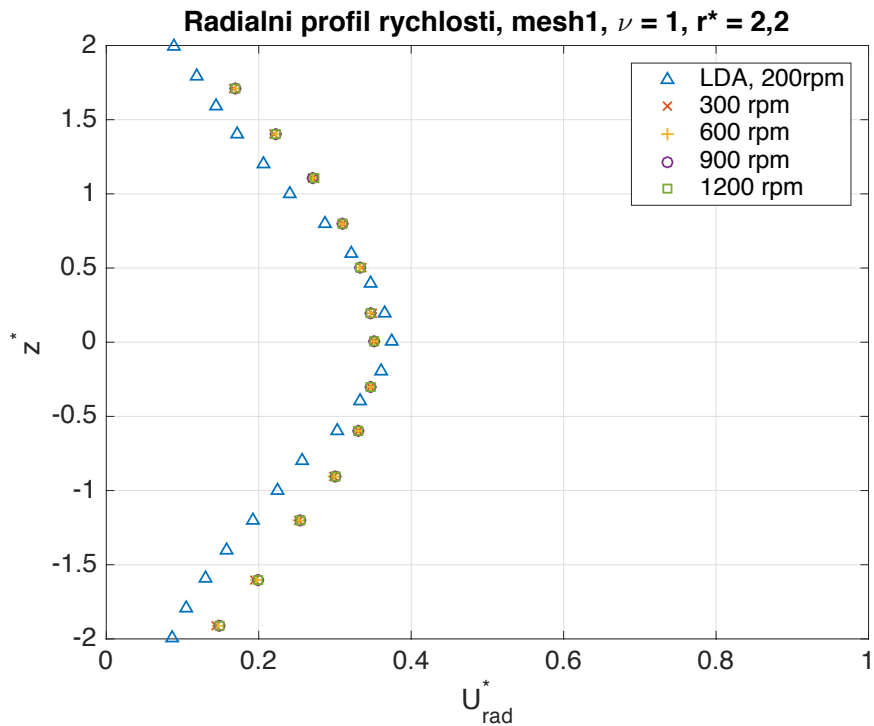
Výsledné profily bezrozměrné radiální střední rychlosti pro otáčky $n = 300; 600; 900$ a $1200\ rpm$ a kinematickou viskozitou $\nu = 1 \cdot 10^{-6}\ m^2s^{-1}$ jsou zobrazeny na Obr. 28. až Obr. 30. pro různé poloměry r^* .



Obr. 28. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 1,2$



Obr. 29. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 1,8$



Obr. 30. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 2,2$

7.2.4. Vyhodnocení radiálních profilů střední rychlosti

Jedním z předpokladů formulovaných na začátku práce bylo, že profil bezrozměrné střední rychlosti bude nezávislý na Reynoldsově čísle. Na předešlých obrázcích můžeme vidět, že radiální rychlostní profily jsou stejné i se změnou otáček míchadla nebo kinematické viskozity pro konkrétní r^* . Rychlostní profil v daném místě r^* tak nezávisí na Reynoldsově čísle, což je v souladu s teorií míchání v míchané nádobě

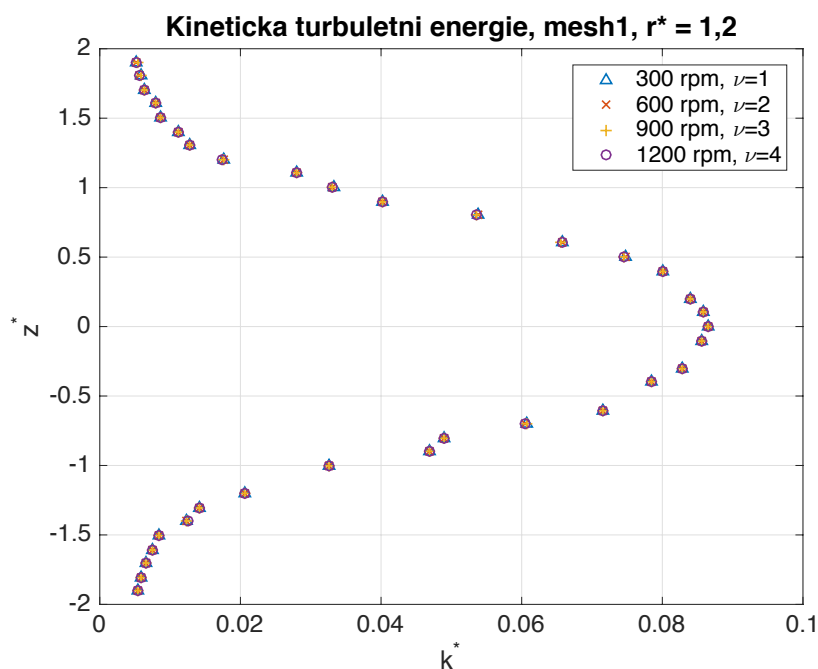
Odchylna vypočtených od naměřených dat může být způsobena rozdílnou velikostí měřeného kontrolního objemu při měření LDA metodou a velikostí použitých buněk v numerické simulaci. Také použitý model turbulence předpokládá, že jsou časově střední flukтуаční rychlosti stejné do všech směrů, což u proudění v míchaných nádobách není splněno.

7.3. Porovnání turbulentní kinetické energie

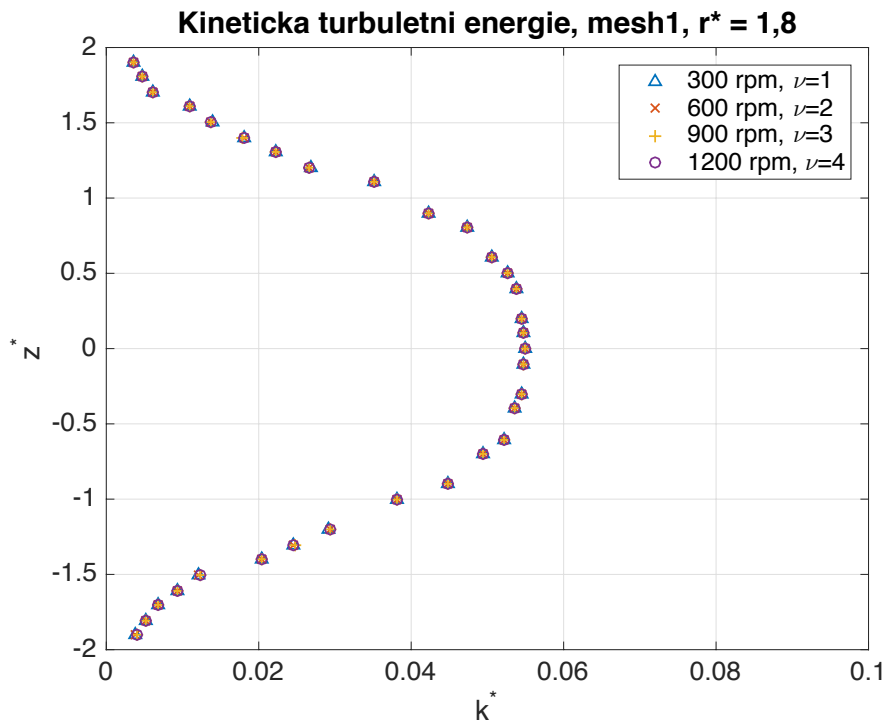
Porovnání profilů turbulentní kinetické energie bylo provedeno na stejných poloměrech válcové plochy r jako v případě rychlostních profilů, tj. na poloměru $r = 60$ mm, tj. $r^* = 1,2$, dále na $r = 90$ mm, tj. $r^* = 1,8$ a na poloměru $r = 110$ mm, tj. $r^* = 2,2$. Použitá výpočetní síť s označením Mesh1 má 1,65 mil. buněk.

7.3.1. Konstantní Reynoldsovo číslo (různé otáčky a různá viskozita)

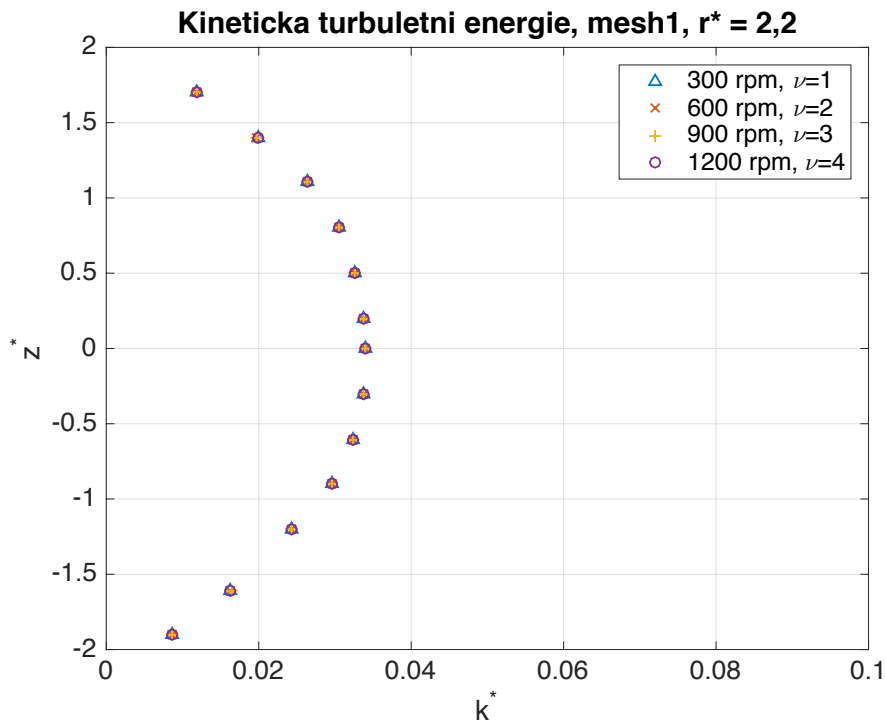
Výsledné profily bezrozměrné turbulentní kinetické energie pro Reynoldsovo číslo $Re = 50\,000$, tj. postupně rostoucí otáčky $n = 300; 600; 900$ a 1200 rpm a odpovídajícím způsobem se zvyšující se kinematičká viskozita $\nu = (1; 2; 3 \text{ a } 4) \cdot 10^{-6}\text{ m}^2\text{s}^{-1}$, jsou zobrazeny pro $r^* = 1,2$ na Obr. 31., pro $r^* = 1,8$ na Obr. 32 a pro $r^* = 2,2$ na Obr. 33. Jedním z předpokladů formulovaných na začátku práce bylo, že profil bezrozměrné turbulentní kinetické energie bude stejný bez ohledu na Reynoldsovo číslo, tj. bude na Re nezávislý. V případě různých otáček a různé viskozity, avšak stejného Reynoldsova čísla se tento předpoklad potvrdil, jak je patrné na následujícím obrázku.. Avšak při jiných hodnotách Reynoldsova čísla již tento předpoklad nebyl splněn.



Obr. 31. - Profil turbulentní kinetické energie, různé otáčky a kinematičká viskozity, $r^* = 1,2$



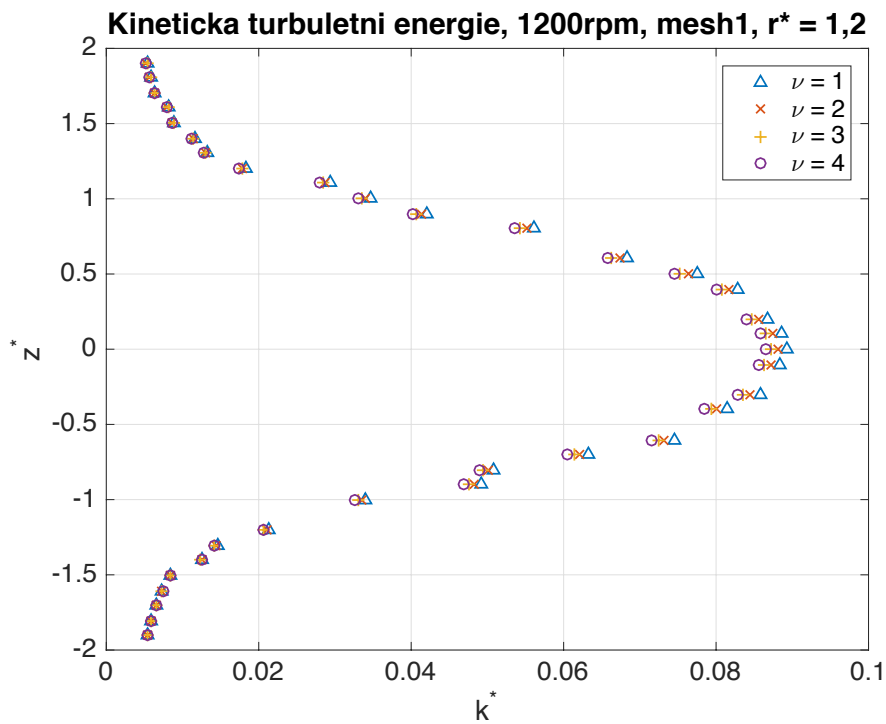
Obr. 32. - Profil turbulentní kinetické energie, různé otáčky a kinematické viskozity, $r^* = 1,8$



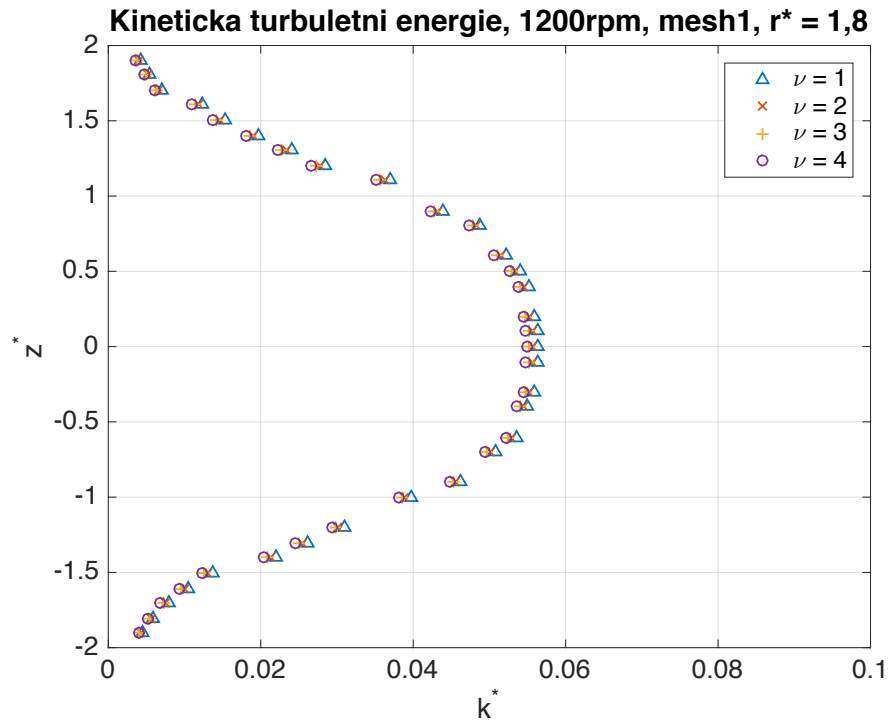
Obr. 33. - Profil turbulentní kinetické energie, různé otáčky a kinematické viskozity, $r^* = 2,2$

7.3.2. Vliv viskozity (stejné otáčky a různá viskozita)

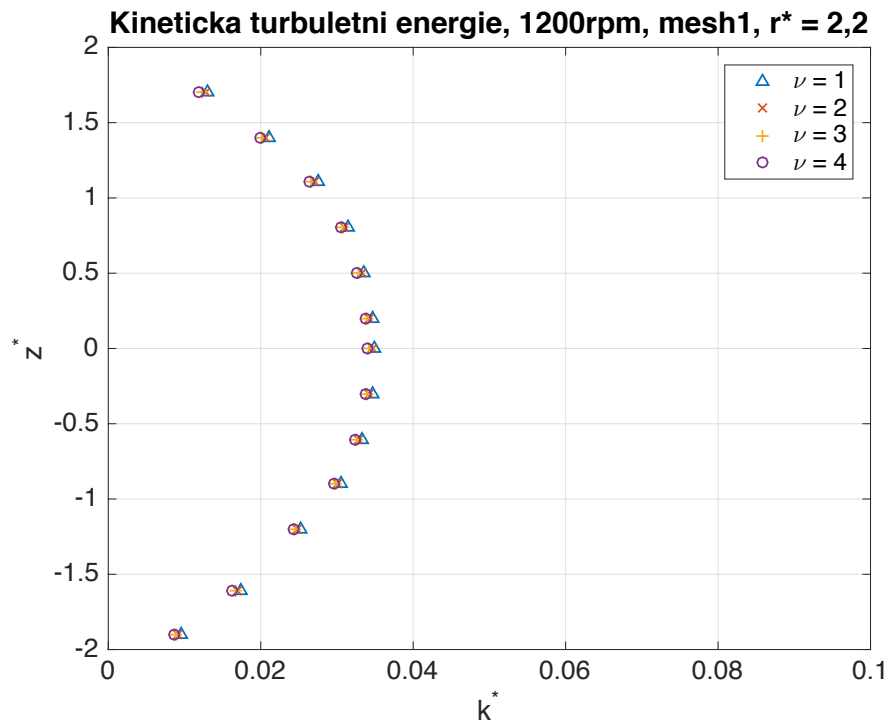
Výsledné profily bezrozměrné turbulentní kinetické energie pro otáčky $n = 1200 \text{ rpm}$ a kinematickou viskozitu $\nu = (1; 2; 3 \text{ a } 4) \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ jsou zobrazeny pro $r^* = 1,2$ na Obr. 34., pro $r^* = 1,8$ na Obr. 35 a pro $r^* = 2,2$ na Obr. 36. V tomto případě bylo zjištěno, že profil bezrozměrné turbulentní kinetické energie se mění v závislosti na Reynoldsově čísle, které se v tomto případě mění vlivem změny kinematické viskozity.



Obr. 34. - Profil turbulentní kinetické energie, různé kinematické viskozity, $n = 1200 \text{ rpm}$, $r^* = 1,2$



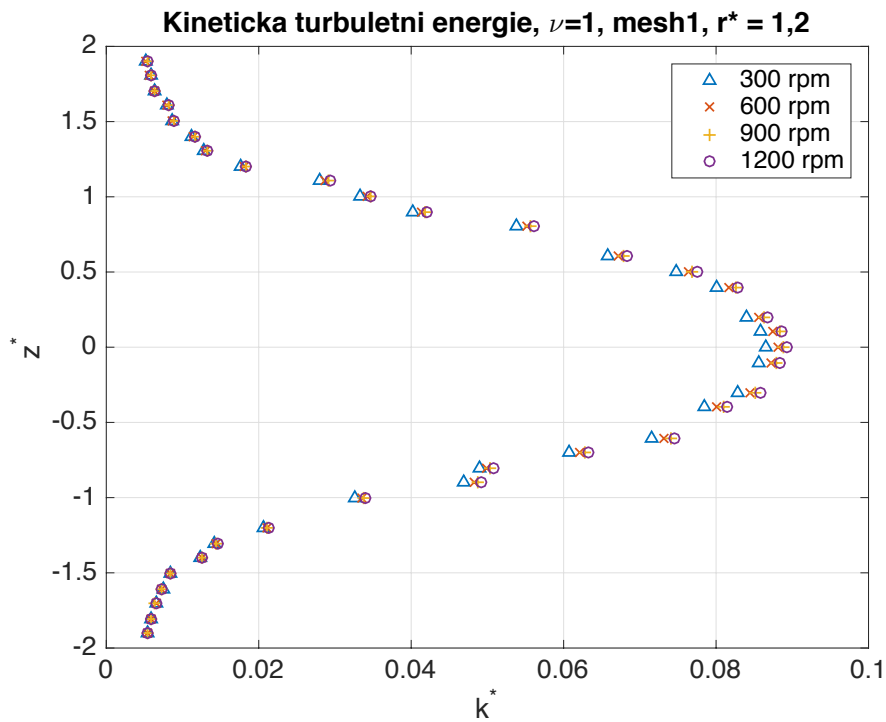
Obr. 35. - Profil turbulentní kinetické energie, různé kinematické viskozity, $n = 1200$ rpm, $r^* = 1,8$



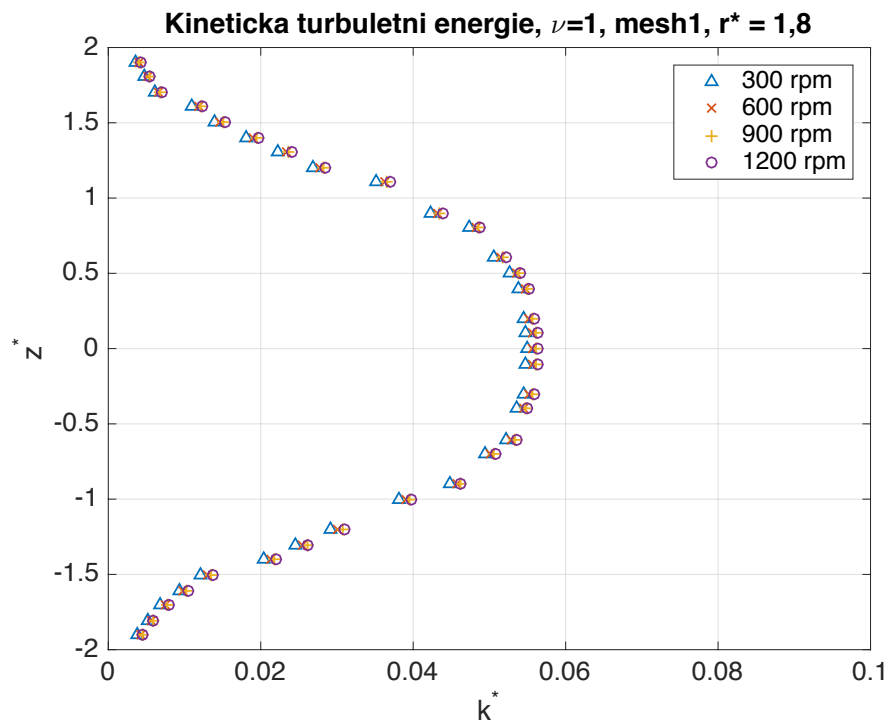
Obr. 36. - Profil turbulentní kinetické energie, různé kinematické viskozity, $n = 1200$ rpm, $r^* = 2,2$

7.3.3. Vliv otáček (různé otáčky a stejná viskozita)

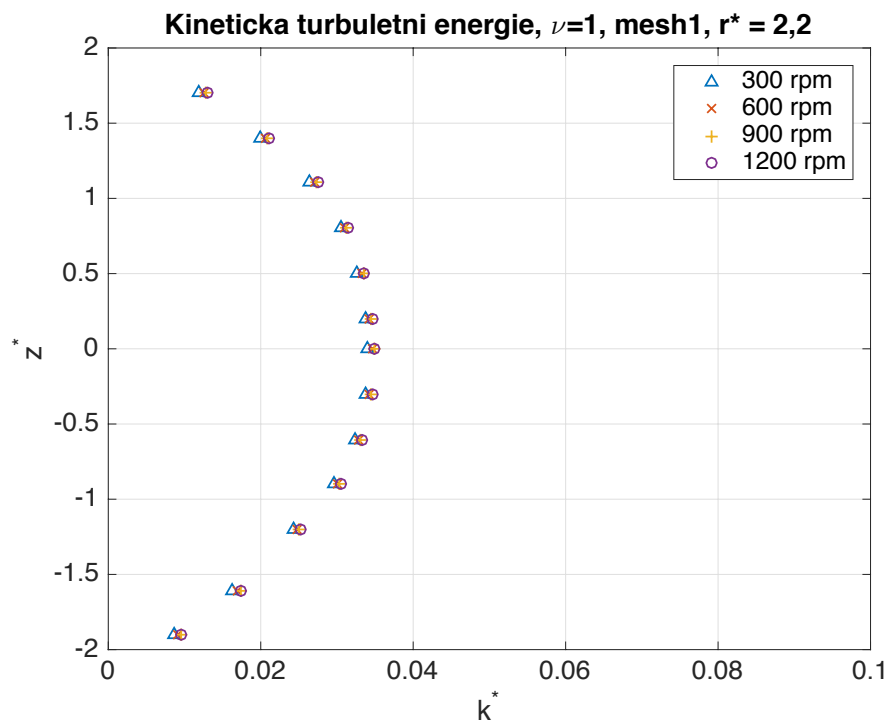
Výsledné profily bezrozměrné turbulentní kinetické energie pro otáčky $n = 300; 600; 900$ a 1200 rpm a kinematickou viskozitu $\nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ jsou vyobrazeny na pro $r^* = 1,2$ na Obr. 37., pro $r^* = 1,8$ na Obr. 38 a pro $r^* = 2,2$ na Obr. 39. Podobně jako v předchozím případě se profil kinetické energie turbulence mění v závislosti na Reynoldsově čísle, avšak v tomto případě je změna Re docílena změnou otáček míchadla.



Obr. 37. - Profil turbulentní kinetické energie, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 1,2$



Obr. 38. - Profil turbuletní kinetické energie, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 1,8$



Obr. 39. - Profil turbuletní kinetické energie, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 2,2$

7.3.4. Závislost změny k^* na Reynoldsově čísle

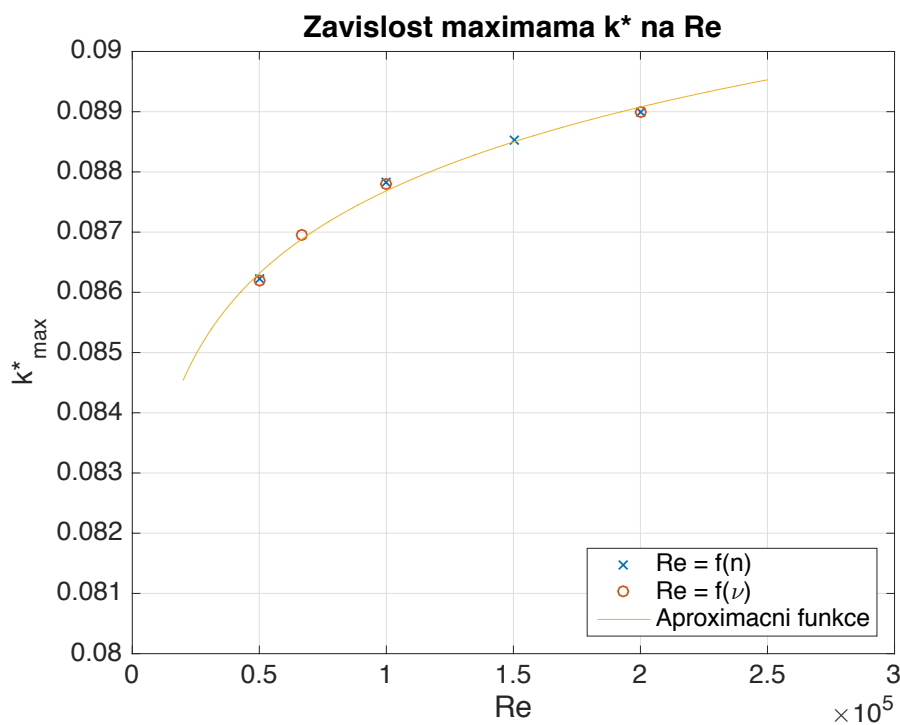
Jak bylo uvedeno v přechozí části, bylo zjištěno, že se profil bezrozměrné turbulentní kinetické energie mění s Reynoldsovým číslem. Cílem tohoto vyhodnocení bylo vyhodnotit jak bezrozměrná turbulentní kinetická energie závisí na Reynoldsově čísle. Posouzení bylo provedeno pro bezrozměrnou turbulentní kinetickou energii v ose výtoku míchadla k^* ($z^* = 0$) pro poloměr $r^* = 1,2$ a $1,8$. Závislost pro $r^* = 1,2$ byla vyhodnocena ve formě mocninné funkce ve tvaru:

$$k^* = 0,0675 \cdot Re^{0,0227} \quad (7-1)$$

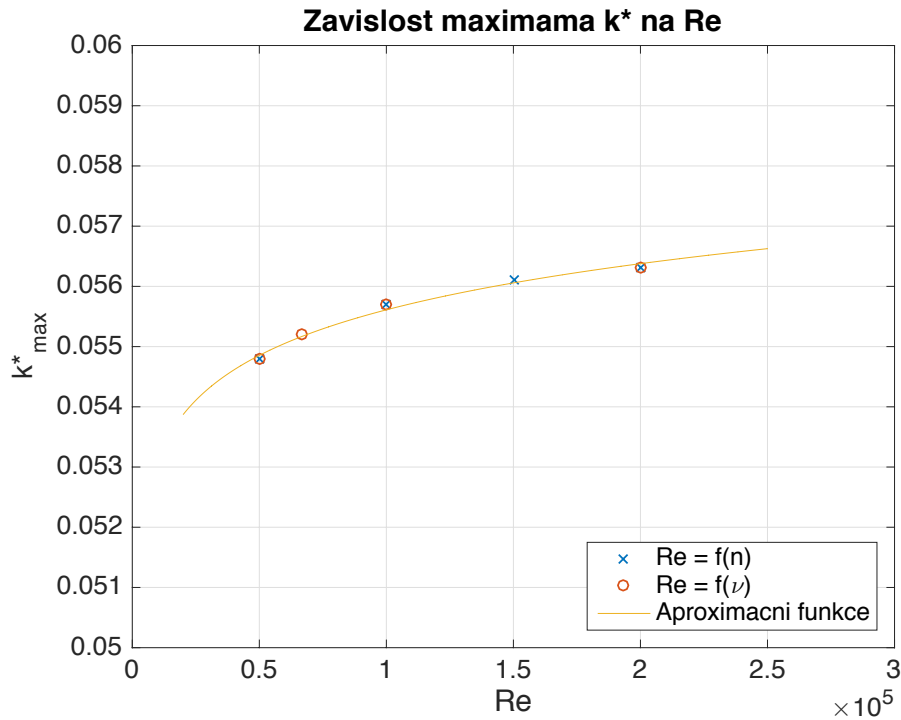
a pro $r^* = 1,8$ ve tvaru:

$$k^* = 0,0443 \cdot Re^{0,0198} \quad (7-2)$$

Závislost bezrozměrné kinetické turbulentní energie v ose výtoku míchadla k^* ($z^* = 0$) na Reynoldsově čísle Re včetně aproximační funkce pro $r^* = 1,2$ je zobrazena na Obr. 40. a pro $r^* 1,8$ na Obr. 41. Ačkoliv je hodnota exponentu velmi nízká, jak vyplývá z uvedených obrázků, závislost je zcela zřejmá a jednoznačná.



Obr. 40. – Závislost $k^*(z^* = 0)$ na Re , $r^* = 1,2$



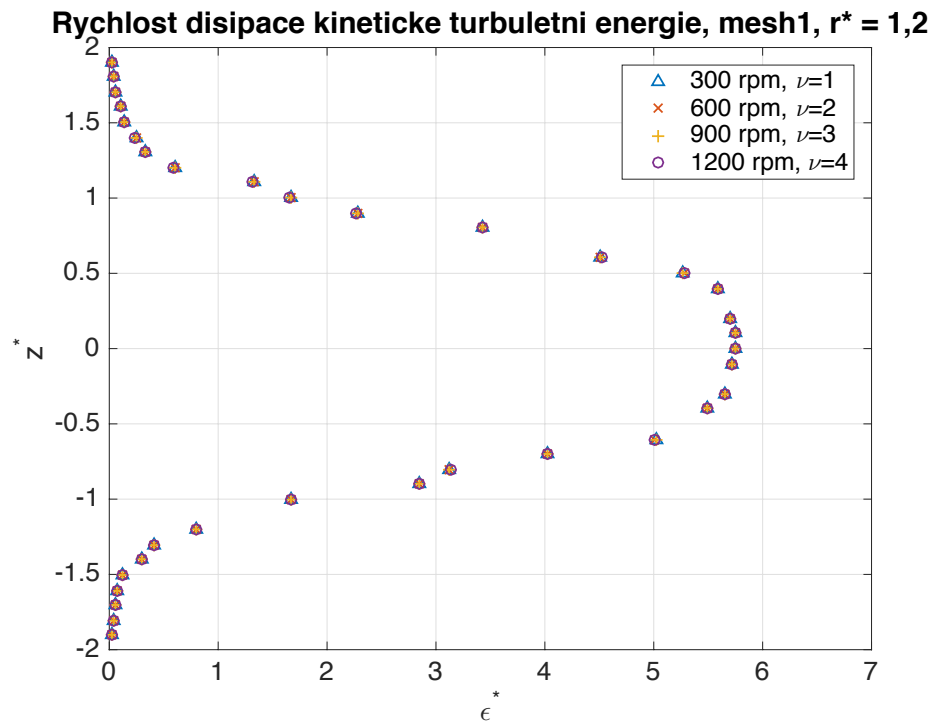
Obr. 41. - Zavislost $k^*(z^* = 0)$ na Re, $r^* = 1,8$

7.4. Porovnání rychlosti disipace turbulentní kinetické energie

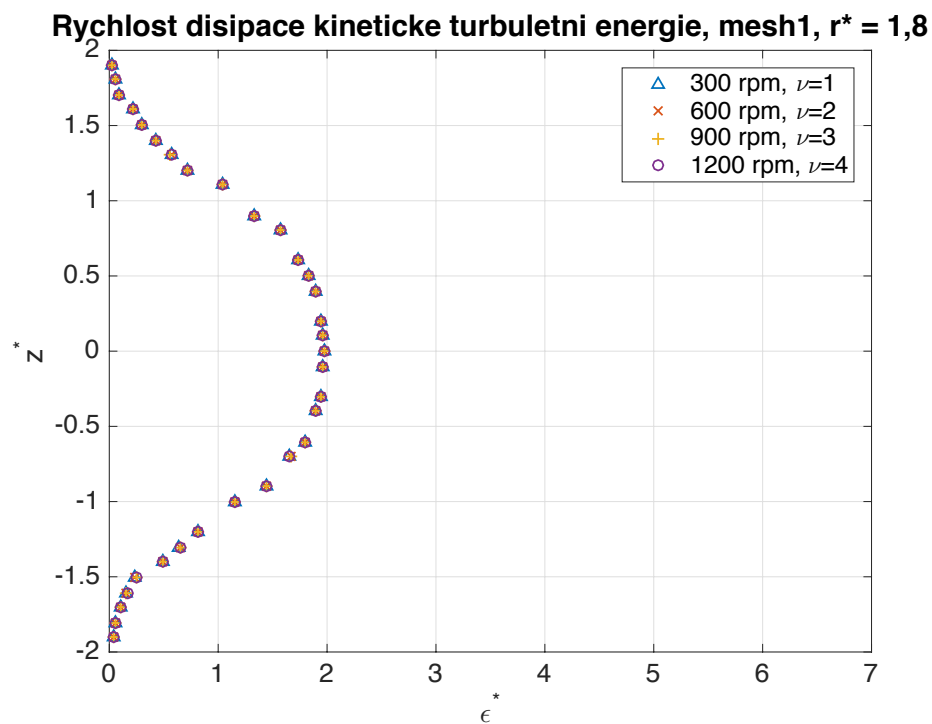
7.4.1. Konstantní Reynoldsovo číslo (různé otáčky a různá viskozita)

Výsledné profily bezrozměrné rychlosti disipace turbulentní kinetické energie pro Reynoldsovo číslo $Re = 50\ 000$, tj. postupně rostoucí otáčky $n = 300; 600; 900$ a $1200\ rpm$ a odpovídajícím způsobem se zvyšující se kinematická viskozita $\nu = (1; 2; 3$ a $4) \cdot 10^{-6}\ m^2s^{-1}$, jsou zobrazeny pro $r^* = 1,2$ na Obr. 42., pro $r^* = 1,8$ na a Obr. 43 a pro $r^* = 2,2$ na Obr. 44.

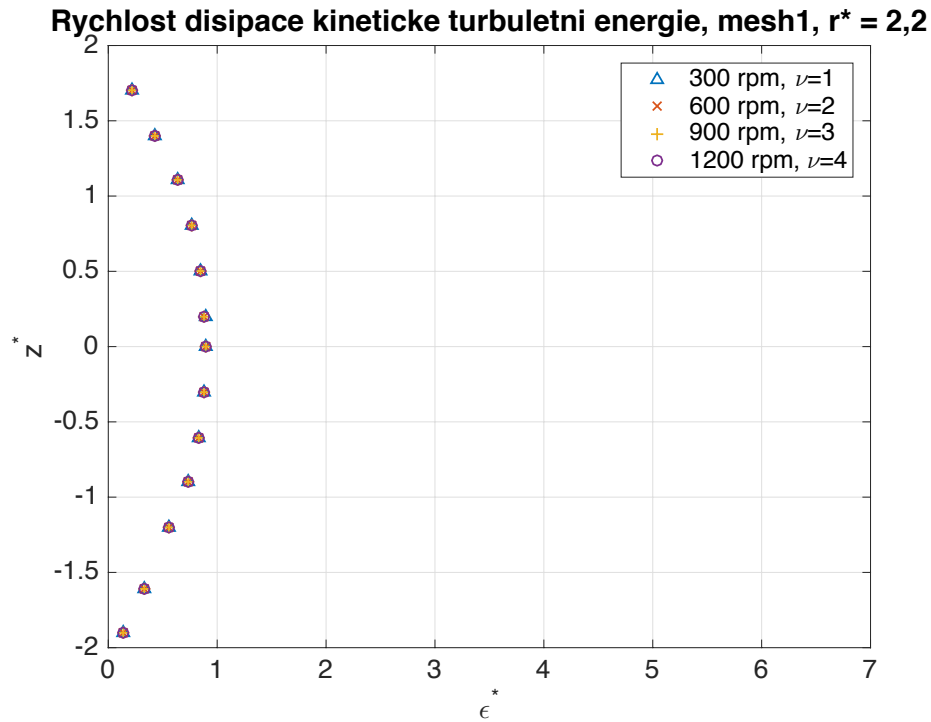
Podle převažující teorie profil bezrozměrné rychlosti disipace turbulentní kinetické energie nezávisí na Reynoldsově čísle, tj. bude pro různé otáčky a kinematické viskozity, shodný. V případě různých otáček a různé viskozity, avšak stejného Reynoldsova čísla, se tento předpoklad potvrdil, jak je patrné na následujícím obrázku:



Obr. 42. - Profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie, různé otáčky a kinematické viskozity, $r^* = 1,2$



Obr. 43. - Profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie, různé otáčky a kinematické viskozity, $r^* = 1,8$

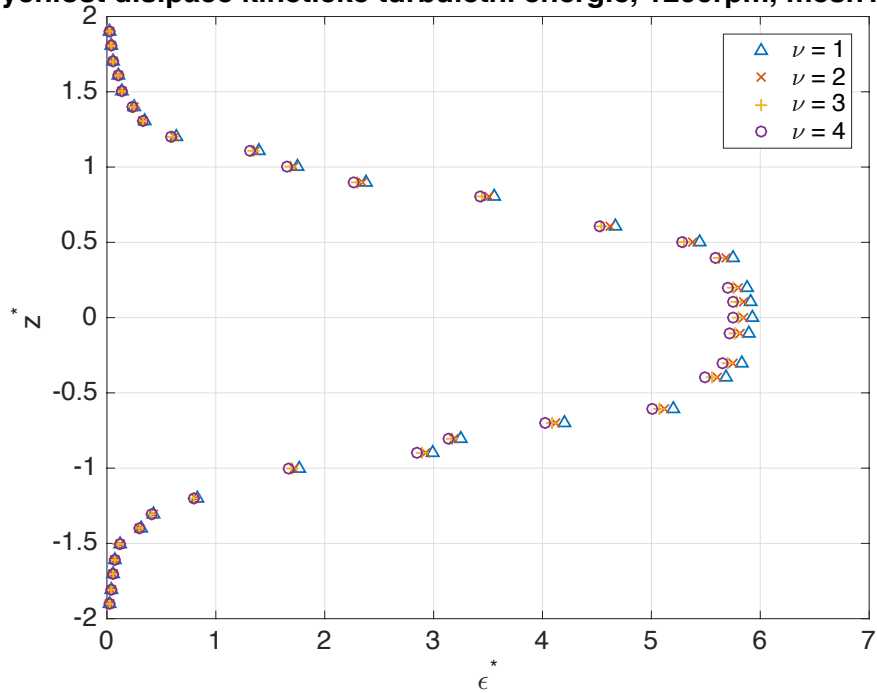


Obr. 44. - Profil rychlosti disipace turbuletní kinetické energie, různé otáčky a kinematické viskozity, $r^* = 2,2$

7.4.2. Vliv viskozity (stejné otáčky a různá viskozita)

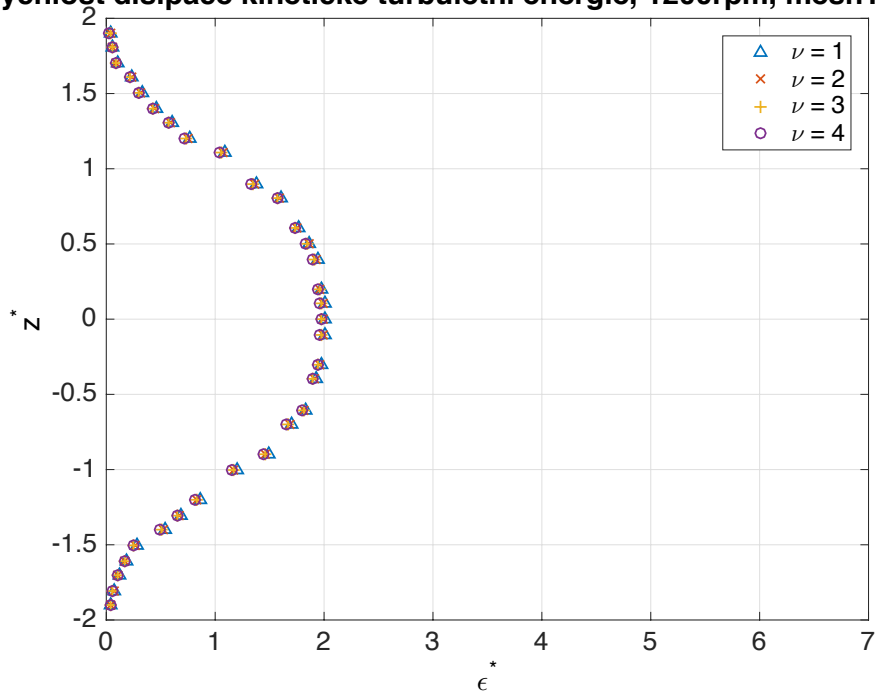
Výsledné profily bezrozměrné rychlosti disipace turbuletní kinetické energie pro otáčky $n = 1200 \text{ rpm}$ s kinematickou viskozitou $\nu = (1; 2; 3 \text{ a } 4) \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ jsou zobrazeny pro $r^* = 1,2$ na Obr. 45., pro $r^* = 1,8$ na Obr. 46 a pro $r^* = 2,2$ na Obr. 47. Jak vyplývá z grafů, profil rychlosti disipace turbuletní kinetické energie se mění v závislosti na Reynoldsově čísle, které se v tomto případě mění vlivem změny kinematické viskozity, nejvíce na poloměru $r^* = 1,2$, na poloměru $r^* = 1,8$ méně a na poloměru $r^* = 2,2$ prakticky již vůbec.

Rychlost disipace kinetické turbuletní energie, 1200rpm, mesh1, $r^* = 1$



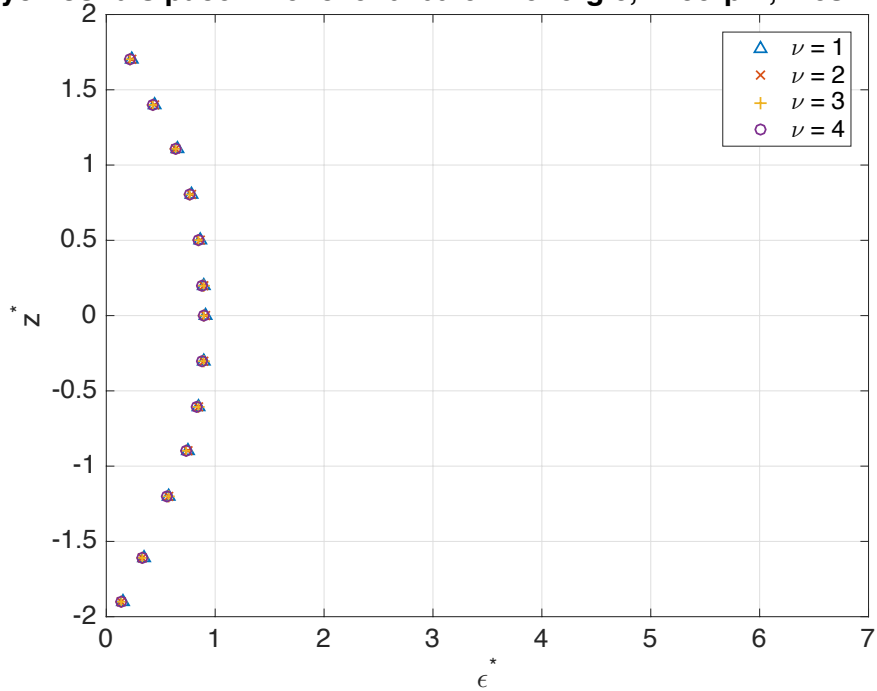
Obr. 45. – Profil rychlosti disipace turbuletní kinetické energie, různé kinematické viskozity, $n = 1200 \text{ rpm}$, $r^* = 1,2$

Rychlost disipace kinetické turbuletní energie, 1200rpm, mesh1, $r^* = 1$



Obr. 46. - Profil rychlosti disipace turbuletní kinetické energie, různé kinematické viskozity, $n = 1200 \text{ rpm}$, $r^*=1,8$

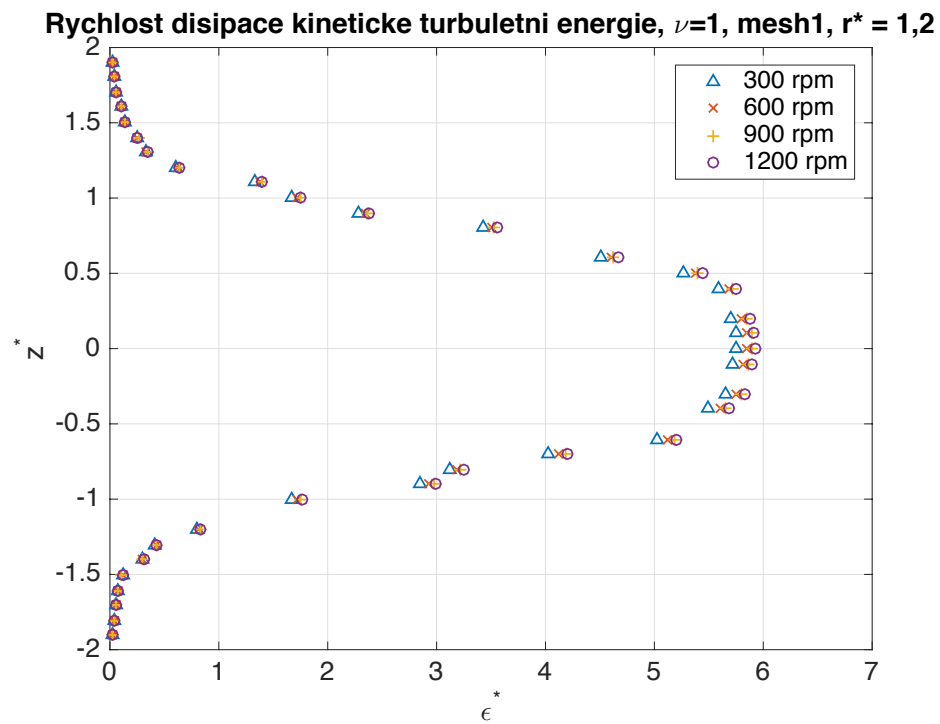
Rychlost disipace kinetické turbulentní energie, 1200rpm, mesh1, $r^* = 2,2$



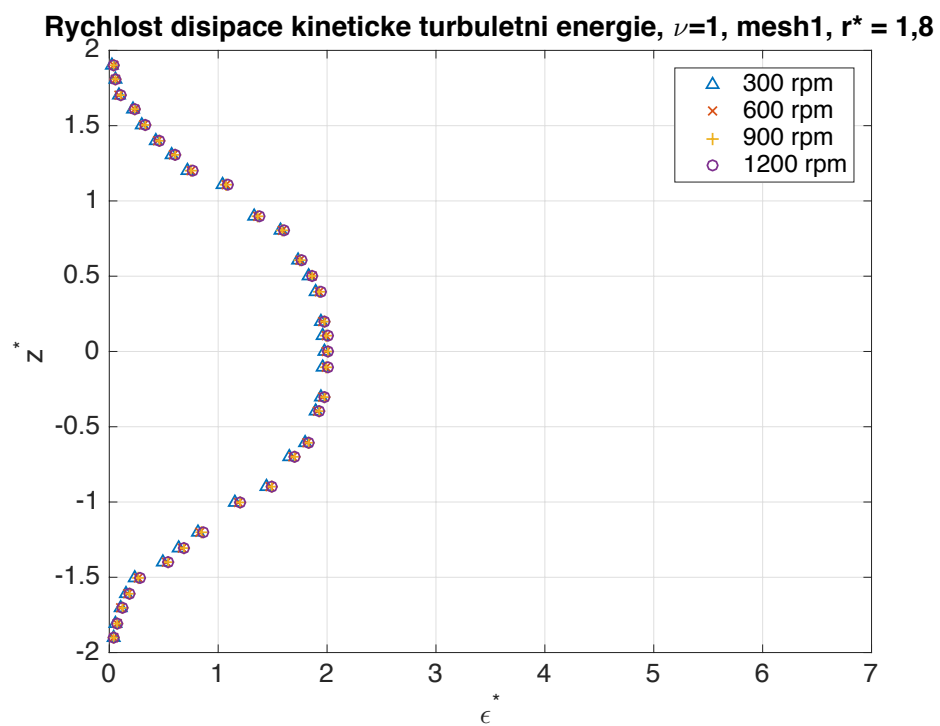
Obr. 47. - Profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie, různé kinematické viskozity, $n=1200 \text{ rpm}$, $r^* = 2,2$

7.4.3. Vliv otáček (různé otáčky a stejná viskozita)

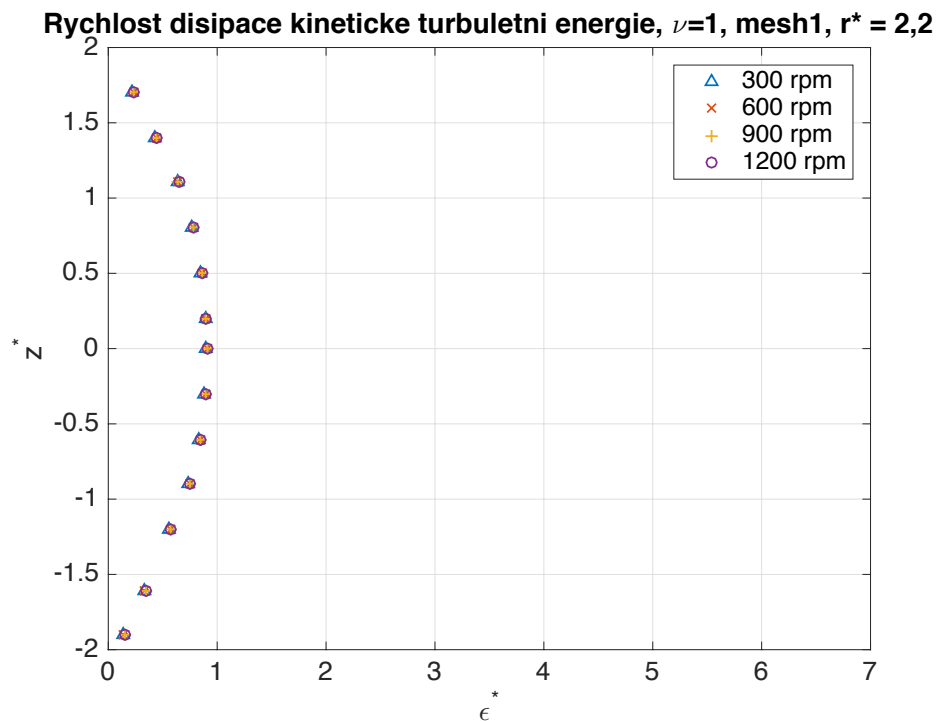
Výsledné profily bezrozměrné rychlosti disipace turbulentní kinetické energie pro otáčky $n = 300; 600; 900$ a 1200 rpm a kinematickou viskozitu $\nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ jsou zobrazeny pro $r^* = 1,2$ na Obr. 48., pro $r^* = 1,8$ na Obr. 49 a pro $r^* = 2,2$ na Obr. 50. Podobně jako v předchozím případě se profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie mění v závislosti na Reynoldsově čísle, které se v tomto případě mění vlivem změny otáček míchadla, nejvíce na poloměru $r^* = 1,2$, na poloměru $r^* = 1,8$ méně a na poloměru $r^* = 2,2$ prakticky již vůbec.



Obr. 48. - Profil rychlosti disipace turbuletní kinetické energie, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 1,2$



Obr. 49. - Profil rychlosti disipace turbuletní kinetické energie, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 1,8$



Obr. 50. - Profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 2,2$

7.4.4. Závislost změny ϵ^* na Reynoldsově čísle

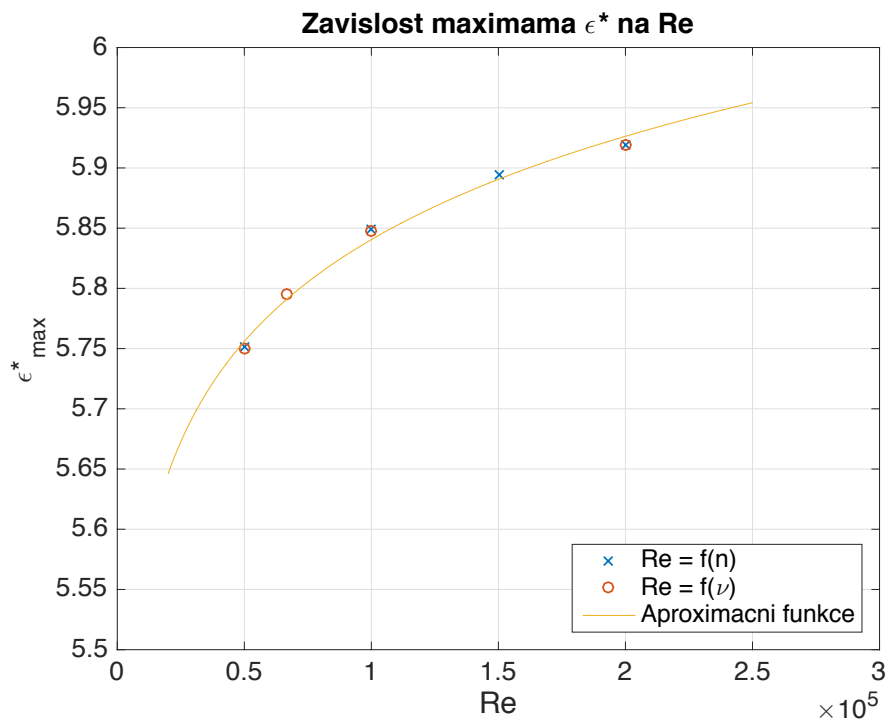
Cílem tohoto vyhodnocení bylo vyhodnotit, jak bezrozměrná rychlost disipace turbulentní kinetické energie závisí na Reynoldsově čísle. Posouzení bylo provedeno pro bezrozměrnou rychlost disipace turbulentní kinetické energie v ose výtoku míchadla ϵ^* ($z^* = 0$) pro poloměr $r^* = 1,2$ a $1,8$. Závislost byla vyhodnocena pro $r^* = 1,2$ ve formě mocninné funkce ve tvaru:

$$\epsilon^* = 4,5842 \cdot Re^{0,021} \quad (7-3)$$

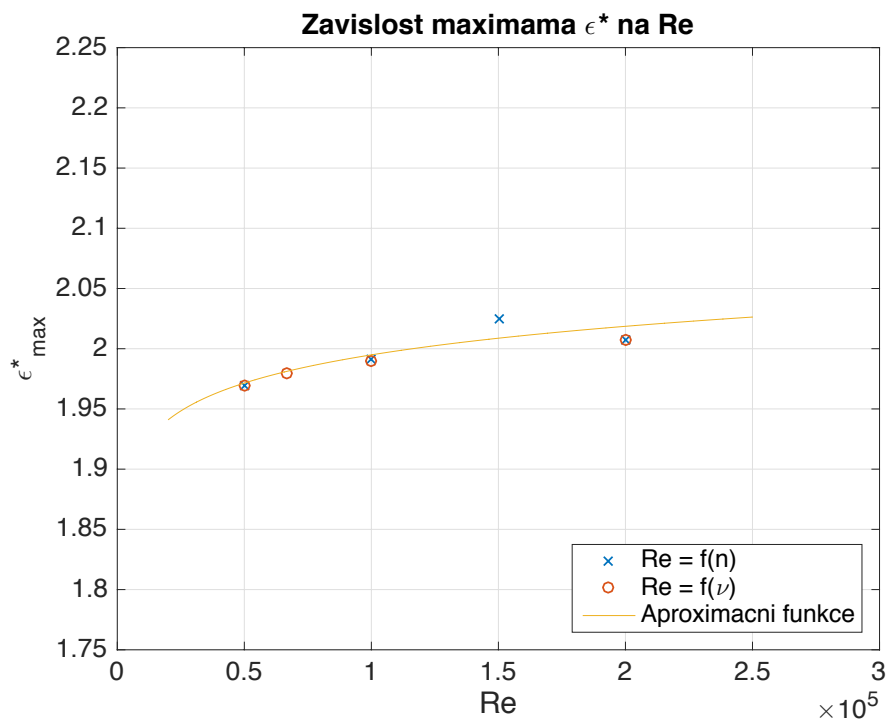
a pro $r^* = 1,8$ ve tvaru

$$\epsilon^* = 1,6359 \cdot Re^{0,017} \quad (7-4)$$

Závislost bezrozměrné rychlosti disipace turbulentní kinetické energie v ose výtoku míchadla ϵ^* ($z^* = 0$) na Reynoldsově čísle Re včetně aproximační funkce pro $r^* = 1,2$ je zobrazena na Obr. 51. a pro $r^* = 1,8$ na Obr. 52.



Obr. 51. - Zavislost $\epsilon^*(z^* = 0)$ na Re, $r^* = 1,2$



Obr. 52. - Zavislost $\epsilon^*(z^* = 0)$ na Re, $r^* = 1,8$

8. Závěr

Cílem této práce bylo pomocí numerické simulace určit profily středních rychlostí uvnitř mechanicky míchané nádoby pro různé varianty rychlosti otáčení míchadla a kinematické viskozity v oblasti turbulentního proudění a porovnat je s experimentem a dále určit profily turbulentní kinetické energie a rychlosti její disipace, zjistit, zda závisejí na Reynoldsově čísle a tato zjištění porovnat s teorií míchání.

Způsob výpočtu numerické simulace míchané nádoby metodou RANS a stacionárního řešení MRF byl zvolen z důvodu minimalizace výpočetní náročnosti jednotlivých variant a dosažení co největšího počtu variant pro vhodné porovnání. Celkem bylo spočítáno více než čtyřicet různých řešení numerické simulace míchané nádoby. Všechny varianty nebyly použity pouze pro porovnání radiální střední rychlosti a turbulentní kinetické energie, ale také pro nalezení vhodného modelu turbulence, vhodného řešiče a pro určení správné velikosti sítě. Výpočet každé varianty trval v průměru přibližně dvanáct hodin. Výpočet nejčastěji probíhal na dvanácti jádrovém procesoru od společnosti AMD.

Pro numerickou simulaci míchané nádoby byl použit model turbulence *Realizable k- ϵ* . Při porovnání různých modelů vykazoval tento model dostatečnou přesnost výsledků v dostatečně krátkém výpočetním čase. Nevhodným modelem pro numerickou simulaci míchané nádoby porovnáním daných podmínek byl model *k- ω SST*. Tento model turbulence nedosahoval dostatečné přesnosti jako model *Realizable k- ϵ* . Další numerická řešení byla použita pro hledání vhodných numerických schémat a nastavení řešičů numerické simulace. Sledovanou veličinou byla rychlost konvergence pro dané nastavení. V případě metody SIMPLE a řešitele GAMG bylo potřeba okolo 8 000 iterací pro dosažení hodnot residuí u většiny veličin $1 \cdot 10^{-6}$, zatímco v případě modelu PIMPLE a řešitele PCG bylo potřeba více než 15 000 iterací.

Další podstatnou otázkou při numerické simulaci je, kolik musí mít výpočetní síť buněk a od jakého množství bude rozdíl v přesnosti výpočtu minimální. Jako kritérium pro posouzení kvality sítě bylo použito příkonové číslo míchadla. Provedená síťová analýza ukázala, že při použití sítě obsahující více než 1,5 miliónů buněk není

příliš velká odchylka mezi příkonovým číslem určeným z numerické simulace a experimentálně známou hodnotou pro daný typ míchadla.

Hlavním z cílů diplomové práce bylo zmapovat radiální profil střední rychlosti v míchané nádobě a to na různých poloměrech od osy otáčení míchadla a porovnat ho s experimentálně naměřenými daty. Bylo zjištěno, že vypočtené profily bezrozměrné radiální střední rychlosti nezávisí v turbulentní oblasti proudění na Reynoldsově čísle, což je v souladu s teorií. Čím dále jsme od osy otáčení míchadla, tím je odchylka vypočtených dat od naměřených dat menší. Tato odchylka může být způsobena samotnou podstatou metody RANS. Tato metoda je založená na průměrovaných hodnotách, a dále při vyhodnocení data jsou data znovu průměrována po obvodu pro získání hodnoty v daném místě. Zde se proto vyskytuje velký prostor pro případnou odchylku od naměřených dat. Také je otázkou, jak velký byl měřicí objem při měření metodou LDA v porovnání s velikostí buněk dané oblasti při numerické simulaci.

Porovnáním turbulentní kinetické energie a její rychlosti disipace bylo zjištěno, že výsledné profily se mírně mění se změnou Reynoldsova čísla. Posouzení vlivu Reynoldsova čísla bylo provedeno pro hodnoty těchto veličin v ose výtiku z míchadla, tj. pro maximální hodnoty daných profilů. Závislosti byly vyhodnoceny ve formě mocninné funkce..

Námětem pro další rozpracování této diplomové práce může být např. zmapovat rychlostní profil v nádobě nejen pro změnu otáček a kinematické viskozity, ale také pro změnu průměru nádoby. Déle najít vysvětlení pro závislost bezrozměrné turbulentní kinetické energii nebo její rychlosti disipace na Reynoldsově čísle.

Seznam použitých symbolů

A_i	Konstanty korelace příkonového čísla míchadla	(–)
B	Konstanta směrnice příkonového čísla	(–)
$C_{i,\epsilon_i,\mu}$	Konstanta turbulentního modelu	(–)
d	Průměr míchadla	(m)
G_k	Generace kinetické energie turbulence	(–)
G_ω	Generace specifické disipace energie	(–)
H	Výška lopatky	(m)
k	turbulentní Kinetická energie	($m^2 \cdot s^{-1}$)
k^*	Bezrozměrná turbulentní kinetická energie	(–)
L_m	Směšovací délka	(m)
n	Otáčky míchadla	(s^{-1})
R	Poloměr míchadla	(m)
r	Poloměr válcové plochy	(m)
r^*	Bezrozměrná vzdálenost od osy otáčení míchadla	(–)
Re	Reynoldsovo číslo	(–)
p	Tlak	(Pa)
Po	Příkonové číslo	(–)
P_k	Produkce turbulentní energie	(–)
t	Čas	(s)
t_0	Počáteční čas	(s)
\vec{u}	Rychlost	($m \cdot s^{-1}$)
\bar{u}	Středovaná rychlost	($m \cdot s^{-1}$)
u'	Flukтуаční rychlost	($m \cdot s^{-1}$)
u^*	Bezrozměrná rychlost	(–)
u_τ	Třecí rychlost	($m \cdot s^{-1}$)
u_{ax}	Axiální rychlost	($m \cdot s^{-1}$)
u_{rad}	Radiální rychlost	($m \cdot s^{-1}$)
u_{tan}	Tangenciální rychlost	($m \cdot s^{-1}$)

$u_{x,y,z}$	Rychlost do směru x, y a z	$(m \cdot s^{-1})$
v_{tip}	Obvodová rychlost míchadla	$(m \cdot s^{-1})$
x, y, z	Souřadnice	(m)
z^*	Bezrozměrná souřadnice	$(-)$

Řecká abeceda

α	Uhel natočení transformace souřadnic	(rad)
α^*	Koeficient tlumení turbulentní viskozity	$(-)$
$\Gamma_{k,\omega}$	Efektivní difuzivita	$(-)$
Δ	Rozdíl hodnot	$(-)$
ϵ	Rychlost disipace turbulentní kinetické energie	$(m^2 \cdot s^{-3})$
ϵ^*	Bezrozměrná rychlost disipace turbulentní kinetické energie	$(-)$
μ	Dynamická viskozita	$(Pa \cdot s^{-1})$
μ_t	Turbulentní viskozita	$(Pa \cdot s^{-1})$
ν	Kinematická viskozita	$(m^2 s^{-1})$
ρ	Hustota	$(kg \cdot m^{-3})$
$\bar{\rho}$	Středovaná hustota	$(kg \cdot m^{-3})$
$\sigma_{k,\mu,\omega}$	Konstanta turbulentního modelu	$(-)$
τ	Smykové napětí	(Pa)
Φ	Obecná veličina	$(-)$
$\bar{\Phi}$	Středovaná obecná veličina	$(-)$
ω	Specifická disipace energie	(s^{-1})

Seznam použitých zkratek

CFD	Computational Fluid Dynamics (Počítačová dynamika tekutin)
ČSN	České státní normy
DNS	Direct Numerical Simulation (Přímá numerická simulace)
GAMG	Generalised geometric-algebraic multi-grid
LDA	Laser Dopplerovské Anemometrie
LES	Large Eddy Simulation (Simulace pohybu velkých vírů)
MKD	Metoda konečných diferencí
MKO	Metoda konečných objemů
MRF	Multiple Reference Frame (Vícenásobné sítě)
PCG	Preconditioned conjugate gradient
PISO	Pressure implicit split operator
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes equation (Středování N-S rovnic)
RNG	Renormalization group method (metoda renormalizačních grup)
SA	Spalart – Allmaras (model turbulence)
SIMPLE	Semi-implicit method for pressure linked equations
SST	Shear – Stress Transport

Seznam použitých obrázků

- Obr. 1. - Schéma proudění v nádobách s rotačními míchadly, a) axiální proudění, b) radiální proudění, c) tangenciální proudění. Nádoba a), b) s narážkami, c) bez narážek.[1]
- Obr. 2. - Příkonová charakteristika nádoby s narážkami a bez narážek [1]
- Obr. 3. - Příkonová charakteristika vybraných typů míchadel
- Obr. 4. - Příklady zobrazení buněk MKO [8]
- Obr. 5. - Numerická simulace míchané nádoby pomocí metody DNS [9]
- Obr. 6. - Flukтуаční složky rychlosti v turbulenci
- Obr. 7. - Nákres míchadla - Rushtonova turbína
- Obr. 8. - Nákres geometrie míchané nádoby
- Obr. 9. - Radiální rychlostní profil míchané nádoby pro různé modely turbulence a srovnání s experimentem, data jsou vyhodnocena na poloměru $r^* = 1,2$
- Obr. 10. – Nákres oblasti MRF (Multiple Reference Frame) u míchané nádoby
- Obr. 11. - Struktura tvoření sítě v utilitě BlockMesh
- Obr. 12. - Vyřezaný stl soubor hlavy do výpočetní sítě [22]
- Obr. 13. - Výpočetní síť, vlevo detailní pohled míchadla a narážek, vpravo hraniční oblast nádoby
- Obr. 14. - Průběh residuí, metoda SIMPLE, řešitel GAMG (300rpm, mesh1)
- Obr. 15. - Průběh residuí, metoda PIMPLE, řešitel PCG (300rpm, mesh1)
- Obr. 16. - Schéma odečtu vypočtených hodnot
- Obr. 17. - Transformace do cylindrických souřadnic
- Obr. 18. - Oblast pro průměrování rychlost
- Obr. 19. - Profil radiální rychlosti po obvodu válcové plochy a její průměr
- Obr. 20. - Příkonové číslo v závislosti na počtu použitých buněk v numerické simulaci,
- Obr. 21. - Příkonové číslo v závislosti na počtu použitých buněk v numerické simulaci,
- Obr. 22. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, různé kinematické viskozity a různé otáčky, $r^* = 1,2$

- Obr. 23. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, různé kinematické viskozity a různé otáčky, $r^* = 1,8$
- Obr. 24. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, různé kinematické viskozity a různé otáčky, $r^* = 2,2$
- Obr. 25. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, různé kinematické viskozity, $n = 1\,200$ rpm, $r^* = 1,2$
- Obr. 26. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, různé kinematické viskozity, $n = 1\,200$ rpm, $r^* = 1,8$
- Obr. 27. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, různé kinematické viskozity, $n = 1\,200$ rpm, $r^* = 2,2$
- Obr. 28. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 1,2$
- Obr. 29. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 1,8$
- Obr. 30. - Porovnání radiálních rychlostních profilů, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 2,2$
- Obr. 31. - Profil turbulentní kinetické energie, různé otáčky a kinematické viskozity, $r^* = 1,2$
- Obr. 32. - Profil turbulentní kinetické energie, různé otáčky a kinematické viskozity, $r^* = 1,8$
- Obr. 33. - Profil turbulentní kinetické energie, různé otáčky a kinematické viskozity, $r^* = 2,2$
- Obr. 34. - Profil turbulentní kinetické energie, různé kinematické viskozity, $n = 1200$ rpm, $r^* = 1,2$
- Obr. 35. - Profil turbulentní kinetické energie, různé kinematické viskozity, $n = 1200$ rpm, $r^* = 1,8$
- Obr. 36. - Profil turbulentní kinetické energie, různé kinematické viskozity, $n = 1200$ rpm, $r^* = 2,2$
- Obr. 37. - Profil turbulentní kinetické energie, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 1,2$
- Obr. 38. - Profil turbulentní kinetické energie, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 1,8$
- Obr. 39. - Profil turbulentní kinetické energie, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 2,2$
- Obr. 40. – Závislost $k^*(z^* = 0)$ na Re , $r^* = 1,2$

- Obr. 41. - Závislost $k^*(z^* = 0)$ na Re , $r^* = 1,8$
- Obr. 42. - Profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie, různé otáčky a kinematické viskozity, $r^* = 1,2$
- Obr. 43. - Profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie, různé otáčky a kinematické viskozity, $r^* = 1,8$
- Obr. 44. - Profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie, různé otáčky a kinematické viskozity, $r^* = 2,2$
- Obr. 45. - Profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie, různé kinematické viskozity, $n = 1200$ rpm, $r^* = 1,2$
- Obr. 46. - Profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie, různé kinematické viskozity, $n = 1200$ rpm, $r^* = 1,8$
- Obr. 47. - Profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie, různé kinematické viskozity, $n = 1200$ rpm, $r^* = 2,2$
- Obr. 48. - Profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 1,2$
- Obr. 49. - Profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 1,8$
- Obr. 50. - Profil rychlosti disipace turbulentní kinetické energie, $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$, různé otáčky, $r^* = 2,2$
- Obr. 51. - Závislost $\varepsilon^*(z^* = 0)$ na Re , $r^* = 1,2$
- Obr. 52. - Závislost $\varepsilon^*(z^* = 0)$ na Re , $r^* = 1,8$

Seznam použitých tabulek

Tab. 1. - Vybrané typy míchadel [1]

Tab. 2. - Hodnoty parametrů A1 až A6 v korelační rovnici (2-12) pro vybraná míchadla

Tab. 3. - Zadání řešených úloh (zeleně)

Tab. 4. - Konstanty turbulentního modelu Reasiabla k-ε

Tab. 5. - Přehled použitých počátečních a okrajových podmínek

Tab. 6. - Přehled testovaných velikostí výpočetních sítí

Tab. 7. - Kroutící moment a příkonové číslo v závislosti na velikosti sítě, $Re = (n = 300$
 $rpm, \nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1})$

Tab. 8. - Kroutící moment a příkonové číslo v závislosti na velikosti sítě, $Re = (n = 300$
 $rpm, \nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1})$

Seznam použité literatury

- [1] RIEGER, František, Václav NOVÁK a Tomáš JIROUT. Hydromechanické procesy II. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2005. ISBN 80-01-03302-3
- [2] ŠESTÁK, Jiří a František RIEGER. Přenos hybnosti, tepla a hmoty. Vyd. 3. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-02933-6..
- [3] Příkon Míchadla: Měření příkonu míchadla při míchání suspenzí [online]. Praha [cit. 2017-08-12]. Dostupné z:
<http://www1.fs.cvut.cz/cz/U218/pedagog/predmety/3rocnik/tem/powersus/psunavod.htm>
- [4] Moore's Law [online]. [cit. 2017-08-13]. Dostupné z: <http://www.moorelaw.org>
- [5] VLČEK, Petr. Modelování turbulentního proudění. Praha. ČVUT v Praze. Školitel Doc. Ing. Tomáš Jirout, Ph.D.
- [6] PŘÍHODA, Jaromír a Petr LOUDA. *Matematické modelování turbulentního proudění*. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2007. ISBN 9788001036235
- [7] JAHODA, M. Počítačová dynamika tekutin (CFD): Turbulence [online]. Praha: VŠCHT Praha [cit. 2017-08-12]. Dostupné z: <https://vscht.cz/uchi/ped/cfd/cfd.turbulence.pdf>
- [8] Počítačová dynamika tekutin: Úvod do problematiky CFD. JAHODA, M. *VŠCHT Praha* [online]. Praha [cit. 2017-05-19]. Dostupné z:
http://uchi.vscht.cz/uploads/pedagogika/bezpecnostni_inzenyrstvi/CFD.shrnuti.pdf
- [9] GILLISSEN, J. J. J. a H. E. A. VAN DEN AKKER. Direct numerical simulation of the turbulent flow in a baffled tank driven by a Rushton turbine. *AIChE Journal* [online]. 2012, 58(12), 3878-3890 [cit. 2017-05-19]. DOI: 10.1002/aic.13762. ISSN 00011541. Dostupné z:
<http://doi.wiley.com/10.1002/aic.13762>
- [10] BENEŠOVÁ, Stanislava. DES modelování turbulentního proudění. Praha, 2014, 53 s. Diplomová práce. UK v Praze. Vedoucí práce Doc. RNDr. Josef Brechler, CSc.
- [11] *Introduction to Computational Fluid Dynamics* [online]. [cit. 2017-05-19]. Dostupné z:
<http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~kuzmin/cfdintro/lecture1.pdf>
- [12] The Spalart-Allmaras Turbulence Model: Turbulence Modeling Resource. National Aeronautics and Space Administration [online]. Langley, USA: NASA, 2017 [cit. 2017-08-12]. Dostupné z:
<https://turbmodels.larc.nasa.gov/spalart.html>
- [13] HORÁKOVÁ, Kateřina, Vít HONZEJK a František LEMFELD. Manuál pro výuku numerických metod [online]. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2010, , 222 [cit. 2017-08-12]. Dostupné z: <http://www.kez.tul.cz/files/manual-pro-vyuku-numerickych-metod-web.pdf>
- [14] SINGH, Harminder, David F. FLETCHER a Justin J. NIJDAM. An assessment of different turbulence models for predicting flow in a baffled tank stirred with a Rushton turbine. *Chemical Engineering Science*. 2011, 66(23), 5976-5988. DOI: 10.1016/j.ces.2011.08.018. ISSN 00092509. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0009250911005720>

- [15] *KkLOmega Implementations in OpenFOAM* [online]. 2015 [cit. 2017-05-19]. Dostupné z: <http://vma97.uskudar.biz/ship-log/software/kklomega-implementations-in-openfoam>
- [16] TEJCHMAN, Jakub. Numerické modelování proudění s pasivní příměsí [online]. Praha, 2017 [cit. 2017-08-12]. Dostupné z: https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/63737/F2-DP-2016-Tejchman-Jakub-Jakub_Tejchman_DP.pdf?sequence=-1. Diplomová Práce. ČVUT v Praze. Vedoucí práce Doc. Ing. Luděk Beneš, Ph.D.
- [17] KYSELA, Bohuš – KONFRŠT, Jiří - CHÁRA, Zdeněk - JAŠÍŠKOVÁ, D. - NĚMCOVÁ, L. - KOPECKÝ, V. Discharged stream from radial impeller, comparison of LDA and PIV measurements. [Proudové pole na výtoku z radiálního míchadla, porovnání LDA a PIV měření.] *30th Symposium on Anemometry*. Praha: Institute of Hydrodynamics CAS, v. v. i., 2016 - (Chára, Z.; Klaboch, L.), s. 44-47. ISBN 978-80-87117-14-9.
- [18] Mesh motion [online]. CFD Support [cit. 2017-08-12]. Dostupné z: <http://www.cfdsupport.com/Turbomachinery-CFD-manual/node376.html>
- [19] *E-learning VŠCHT Praha: Kurz: OpenFOAM* [online]. Praha: VŠCHT Praha, 2015 [cit. 2017-05-19]. Dostupné z: <https://e-learning.vscht.cz/course/view.php?id=86>
- [20] DOBEŠ, Josef, Milada KOZUBKOVÁ, Tomáš VÍT, Petra DANČOVÁ a Petr NOVOTNÝ. The influence of numerical models on determining the drag coefficient. *EPJ Web of Conferences* [online]. 2014, 67, 02019- [cit. 2017-08-12]. DOI: 10.1051/epjconf/20146702019. ISSN 2100-014x. Dostupné z: <http://www.epj-conferences.org/10.1051/epjconf/20146702019>
- [21] LANE, G.L. a P.T.L. KOH. CFD Simulation of a Rushton Turbine in a Baffled Tank. CSIRO 1997. Australia, 1997.
- [22] GEREMIA, Paolo a Eugene DE VILLIERS. A Comprehensive Tour of snappyHexMesh OS with HELYX. In: : Workshop "HPC enabling of OpenFOAM for CFD applications" [online]. Bologna, Italy, 2012 [cit. 2017-08-14]. Dostupné z: http://www.training.pracetmo.eu/uploads/tx_pracetmo/HELYXOS.pdf
- [23] VENNEKER, Bart C.H., Jos J. DERKSEN a Harry E.A. VAN DEN AKKER. Turbulent flow of shear-thinning liquids in stirred tanks—The effects of Reynolds number and flow index. *Chemical Engineering Research and Design* [online]. 2010, 88(7), 827-843 [cit. 2017-05-19]. DOI: 10.1016/j.cherd.2010.01.002. ISSN 02638762. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263876210000067>
- [24] OpenFOAM User Guide: Turbulence <https://www.cfd.direct.com/openfoam/user-guide/turbulence/>. *CFD Direct* [online]. [cit. 2017-05-19].2
- [25] CHALK, P., N. GOODING, S. HUTTEN, Z. YOU a P. BEDRIKOVETSKY. Pore size distribution from challenge coreflood testing by colloidal flow. *Chemical Engineering Research and Design* [online]. 2012, 90(1), 63-77 [cit. 2017-05-19]. DOI: 10.1016/j.cherd.2011.08.018. ISSN 02638762. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263876211002991>

- [26] OpenFOAM User Guide: Mesh generation with blockMesh. *CFD Direct*[online]. [cit. 2017-05-19]. Dostupné z: <https://vscht.cz/uchi/ped/cfd/cfd.turbulence.pdf>
[30th Symposium on anemometry. Holany-Litice (CZ), 31.05.2016-01.06.2016]
- [27] 1. seminář VŠCHT k OpenFOAM. In: ISOZ, Martin. 1. seminář VŠCHT k OpenFOAM [online]. Praha: VŠCHT Praha, Ústav matematiky, 2016, Představení OpenFOAM [cit. 2017-08-12]. Dostupné z: https://old.vscht.cz/mat/OFSem/03_prezentace/OFSemV1_Isoz.pdf
- [28] BRZOBOHATÝ, Tomáš. OpenFOAM: open source CFD on ANSELM [online]. In: [cit. 2017-08-12]. Dostupné z: <http://prace.it4i.cz/sites/prace.it4i.cz/files/brzobohaty.pdf>