

**ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE**

**FAKULTA
STROJNÍ**



**AKTIVNÍ SNIŽOVÁNÍ
VIBRACÍ POMOCÍ
ROVINNÝCH
PIEZOAKTUÁTORŮ**

2016

**JINDŘICH
KARLÍČEK**

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Karlíček** Jméno: **Jindřich** Osobní číslo: **396980**
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**
Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**
Studijní program: **Strojní inženýrství**
Studijní obor: **Mechatronika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Aktivní snižování vibrací pomocí rovinných piezoaktuátorů

Název diplomové práce anglicky:

Active Vibration Suppression by Planar Piezo Transducers

Pokyny pro vypracování:

- 1) Seznamte se s metodami modelování rovinných poddajných soustav s piezoaktuátory.
- 2) Seznamte se s metodami aktivního snižování vibrací.
- 3) Sestavte experimentální strukturu s rovinnými piezoelektrickými prvky.
- 4) Vytvořte simulační model sestavené experimentální struktury s rovinnými piezoelektrickými prvky.
- 5) Proveďte experimentální ověření simulačního modelu a jeho identifikaci.
- 6) Proveďte syntézu řízení pro aktivní snižování vibrací této struktury s vybranými senzory a experimentálně ověřte. Předpokládaný rozsah práce asi 50 stran.

Seznam doporučené literatury:

- W.K. Gawronski, Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures, Springer-Verlag New York, Inc., 2004.
A. Preumont, Mechatronics - Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems, Springer-Verlag Dordrecht, Inc., 2006.
T. Haniš and M. Hromčík, Optimal sensors placement and spillover suppression, Mech. Syst. Signal Process., vol. 28, pp. 367-378, 2012.
H. Irschik, M. Nader, Actuator placement in static bending of smart beams utilizing Mohr's analogy, Engineering Structures, vol. 31(8), pp. 1698-1706, 2009.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

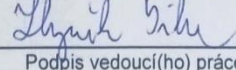
prof. Ing. Zbyněk Šika Ph.D., FS ČVUT

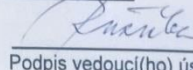
Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **19.04.2017**

Termín odevzdání diplomové práce: **18.08.2017**

Platnost zadání diplomové práce: _____


Podpis vedoucí(ho) práce

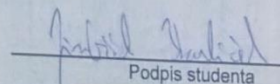

Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry


Podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

15.4.2017
Datum převzetí zadání


Podpis studenta

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně s tím, že její výsledky mohou být dále použity podle uvážení vedoucího diplomové práce jako jejího spoluautora. Souhlasím také s případnou publikací výsledků diplomové práce nebo její podstatné části, pokud budu uveden jako její spoluautor.

V Praze dne

JINDŘICH KARLÍČEK

Poděkování:

V první řadě bych rád poděkoval svému vedoucímu Prof. Ing. Zbyňku Šíkovi Ph.D. za ochotu a pomoc. Velké díky patří také Ing. Jiřímu Volechovi Ph.D, za jeho nezastupitelný podíl na průběhu experimentů a návrhu řízení. Další díky patří též mé neúnavné kamarádce Barboře a mým rodičům.

V Praze dne

.....
JINDŘICH KARLÍČEK

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá aktivním snižováním vibrací vetknutého tenkého ocelového plechu pomocí rovinných piezoelektrických aktuátorů a senzoru. V práci jsou popsány základní přístupy modelování poddajných soustav s piezoelektrickými prvky a přístupy aktivního snižování vibrací. Je vytvořen numerický model pomocí softwaru ANSYS Workbench. Na základě naměřených dat z experimentální struktury je pomocí aplikace MATLAB System Identification Toolbox identifikován dynamický model ve formě stavového popisu, který je použit pro syntézu LQR a H-infinity regulátoru jejichž funkce je následně simulačně ověřena. Regulátor H-infinity je implementován do experimentální struktury a jeho funkce je prověřena na reálném systému.

Klíčová slova

aktivní tlumení vibrací, piezoelektrické aktuátory, LQR, H-infinity, HIFOO

Abstract

This diploma thesis deals with the problem of active vibration suppression of thin steel cantilever beam using planar piezoelectric actuators and sensor. First some basic approaches in modelling of flexible structures with piezoelectric components are introduced and then general principles of active vibration control are presented. Finite element model of cantilever beam is created using the ANSYS software. Then on the basis of experimentally measured I/O data of presented structure dynamical model in state-space form is identified using MATLAB System Identification Toolbox. Such a model is then used for synthesis of LQR and H-infinity regulator, which is implemented to the experimental structure and its performance is the experimentally evaluated.

Keywords

active vibration suppression, piezoelectric actuators, LQR, H-infinity, HIFOO

Obsah

ÚVOD.....	8
1 Modelování poddajných soustav s piezoelektrickými prvky.....	9
1.1 Modelování poddajných soustav	9
1.1.1. Hmota-tlumič-pružina	9
1.1.2. Euler-Bernoulliho nosník	10
1.2 Modelování piezoelektrických prvků	11
1.2.1 Vlastnosti piezoelektrických materiálů	11
1.2.2 Konstitutivní rovnice piezoelektrického materiálu	12
1.3 Soustavy s piezoelektrickými prvky.....	13
1.3.1 Modelování pomocí metody konečných prvků.....	14
1.3.2 Identifikací z měřených dat.....	16
2 Metody aktivního snižování vibrací.....	21
2.1 Základní přístupy	21
2.1.1 Zpětnovazební řízení	21
2.1.2 Přímé řízení	23
2.1.3 Kolokované řízení	24
2.1.4 Smart materiály a struktury	25
2.2 Způsoby řízení aktivních struktur.....	26
2.2.1 Stavový popis	26
2.2.2 LQR.....	28
2.2.3 Stavový pozorovatel.....	30
2.2.4 PID regulátor	32
2.2.5 H_∞ regulátor.....	34
3 Řešený problém a tvorba numerického modelu.....	35
3.1 Popis problému a postup řešení	35
3.2 Numerický model a modální analýza	37
3.2.1 Tvorba 3D modelu nosníku s piezoaktuátory a senzorem	37
3.2.2 Přiřazení materiálů	39
3.2.3 Tvorba sítě.....	41
3.2.4 Modální analýza	41
4 Experiment a identifikace	43

5	Syntéza řízení.....	48
5.1	LQR	48
5.2	Hinf.....	51
6	Experimentální ověření navrženého řízení	52
7	Diskuse výsledků	53
7.1	MKP modelování a získání simulačního modelu	53
7.2	Identifikace	55
7.3	LQR	55
	Závěr.....	55
	Seznam obrázků	57
	Seznam tabulek	58
	Seznam použité literatury	58

ÚVOD

V současné době, kdy je cíleno na zvyšování efektivity a snižování hmotnosti, se stroje stávají méně tuhými a náchylnými k nežádoucím vibracím. Z toho důvodu se dnes velmi rozvíjí oblast výzkumu aktivního tlumení vibrací. Odbor mechaniky a mechatroniky se mimo jiné dlouhodobě zabývá různými koncepcemi a implementacemi snižování vibrací s použitím lineárních piezoaktuátorů v aktivních hltičích [1], tlumení vibrací pomocí elektrických pohonů s přenosem vláknů [2], aktivním zvyšováním tuhosti pomocí mechatronické tuhosti [3] [4], nebo řízením pohybu poddajných lanových mechanismů [5]. Předložená diplomová práce navazuje na projekt GAČR 16-21961S „Mechatronické struktury se silně distribuovanými aktuátory a senzory“ a zabývá se použitím rovinných piezoplátů pro snímání a buzení ve zpětné vazbě s cílem tlumit vibrace.

V 1. kapitole této práce byly shrnuty základní postupy modelování poddajných soustav společně s piezoelektrickými prvky. Byl proveden exkurz do problematiky piezoelektrických materiálů, jejich vlastností a popisu. Je popsán přístup pomocí metody konečných prvků a to s důrazem na prostředí komerčních produktů ANSYS.

Následující kapitola 2 shrnuje základní přístupy k aktivnímu tlumení vibrací. Dále se věnuje popisu tzn. „smart“ materiálů a jejich současnému využití. Podkapitola 2.2 je věnována shrnutí problematiky stavového popisu, následovaném charakterizováním tří druhů regulátorů, kterými jsou LQR , PID a H_∞ .

V kapitole 3 je na počátku definován problém a popsán postup jeho řešení. Následně se práce věnuje tvorbě MKP modelu pomocí programů ANSYS a je provedena modální analýza ke zjištění vlastních frekvencí.

Čtvrtá (4.) kapitola je věnována popisu experimentální struktury, získání měřených vstupně-výstupních dat a následné identifikaci pomocí MATLAB System Identification Toolbox.

Pátá (5.) část práce je spojena s návrhem regulátorů LQR a H_∞ na základě identifikovaného modelu systému. Jsou zde zobrazeny grafy odezvy řízeného a neřízeného systému.

Kapitola 6 prezentuje dosažené experimentální výsledky při tlumení řešeného nosníku s piezoelektrickými prvky pomocí navrženého regulátoru H_∞ .

V poslední (7.) kapitole je dán prostor k okomentování dosažených výsledků při modelování, identifikaci, návrhu řízení a experimentálním ověření.

1 Modelování poddajných soustav s piezoelektrickými prvky

1.1 Modelování poddajných soustav

Při modelování poddajných struktur se můžeme na soustavu dívat dvěma základními způsoby:

- Soustava se soustředěnými parametry (diskrétní model)
- Soustava se spojitě rozloženými parametry (model kontinua)
- Soustava diskretizovaná pomocí metody konečných prvků (MKP model)

V prvním případě se jedná o nejjednodušší znázornění dynamického systému, sloužící k popisu základních vlastností soustavy a ke znázornění základních principů dynamických systémů. Příkladem tohoto přístupu může být soustavy *hmota-tlumič-pružina*. Takovou soustavu se třemi stupni volnosti stručně popíšeme v kapitole 1.1.1

Pro popis spojitých vlastností soustavy se používají parciální diferenciální rovnice. Jedná se o složitější způsob popisu soustavy a přístupů existuje několik v závislosti na charakteru úlohy. Jmenujme například Euler-Bernoulliho (EB), Rayleighovo či Timoshenkův model. V kapitole 1.1.2 Se budeme zabývat základním popisem prvního zmíněného přístupu.

V současnosti velmi preferovanou metodou modelování je MKP. Její vlastnosti a principy budou popsány v kapitole 1.3.1, kde bude zahrnuta i přítomnost piezoelektrických prvků.

1.1.1. Hmota-tlumič-pružina

Tento přístup bývá často používán pro orientační popis mechanických systémů. Spočívá v koncentraci tří parametrů soustavy, jimiž jsou hmotnost, tuhost a tlumení do jednotlivých komponent. Uvažujme soustavu z Obrázek 1-1. K popisu takové soustavy využijeme Newtonova zákona a po úpravě získáme pohybové rovnice soustavy se třemi stupni volnosti v maticové podobě jako

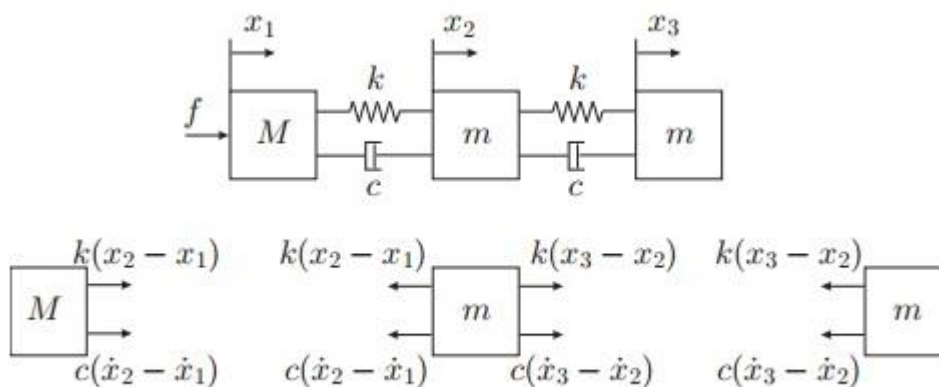
$$\begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & -c & 0 \\ -c & 2c & -c \\ 0 & -c & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & -k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad 1.1$$

Obecně lze tuto soustavu přepsat to zkrácené podoby známé diferenciální rovnice 2. řádu s konstantními koeficienty

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f \quad 1.2$$

kde x , \dot{x} a \ddot{x} jsou vektory polohy, rychlosti a zrychlení jednotlivých stupňů volnosti, f značí vektor vnějších sil či momentů působících na soustavu a matice M , C a K jsou postupně matice hmotnosti, tlumení a tuhosti.

Tato rovnice popisuje rovnováhu vnějších, elastických, setrvačných a tlumících sil působících na negyroskopickou, diskrétní poddajnou strukturu s konečným počtem stupňů volnosti.



Obrázek 1-1 Soustava tří hmot s popisem sil působících na jednotlivé hmoty. [1]

Pro určení matice tlumení se často používá vztah pro Rayleighho tlumení ve tvaru

$$C = \alpha M + \beta K \quad 1.3$$

kde α a β jsou koeficienty volené podle řešené soustavy. [6]

1.1.2. Euler-Bernoulliho nosník

Pro popis poddajných struktur ve tvaru nosníku se spojitě rozloženými parametry je často využíván EB model. Ten vychází z následujících předpokladů:

- Příčné průřezy zůstávají po deformaci kolmé na střednici, nedeformované a rovinné.
- Neutrální osa se neprodlužuje.

Pak je rovinné příčné kmitání nosníku popsáno rovnicí

$$(EIw'')'' + m\ddot{w} = p \quad 1.4$$

neboli

$$\frac{1}{dx^2} \left(EI \frac{d^2w}{dx^2} \right) + m \frac{d^2w}{dt} = p \quad 1.5$$

kde součin EI značí ohybovou tuhost, m je hmotnost na jednotku délky a p je vnější zatížení na jednotku délky. Význam w a jeho derivací podle polohy x je postupně příčná výchylka (w), natočení nosníku (w'), ohybový moment (w'') a stříh (w'''). Pro volné kmitání nosníku s konstantními parametry EI platí rovnice

$$w^{IV} + \frac{m}{EI} w \ddot{} = 0 \quad 1.6$$

Pro řešení takové rovnice je zapotřebí zadat okrajové podmínky v závislosti na typu uložení nosníku. Například pro vetknutý nosník platí

$$w = 0 \text{ a } w' = 0$$

Tedy nulové posunutí a natočení. [6]

1.2 Modelování piezoelektrických prvků

1.2.1 Vlastnosti piezoelektrických materiálů

Piezoelektrické materiály patří do skupiny tzv. „smart materiálů“, jejichž hlavní charakteristikou je schopnost významné odezvy na podněty různé fyzikální podstaty. Piezoelektrický jev byl objeven v roce 1880 bratry Pierrem a Jacquesem Curie. Rozlišujeme piezoelektrický jev přímý, který spočívá ve schopnosti některých krystalických materiálů generovat elektrický náboj úměrný vnější síle působící na krystal, a nepřímý, jenž popisuje proces deformace materiálu, která je vyvolaná elektrickým napětím ve směru polarizace. Piezoelektrický jev je anizotropní, má tedy v různých směrech materiálu různé vlastnosti, proto se vyskytuje pouze v látkách bez středu symetrie. Zároveň je nutné, aby teplota materiálu nepřekročila tzv. *Curieho teplotu*. Pokud se tak stane, látka ztratí vlivem změny krystalické mřížky piezoelektrické vlastnosti. Jedná se o fázovou změnu materiálu, přechod je tudíž,

podobně jako u magnetických vlastností feromagnetických látek, skokový. [1]

V současnosti se často v aplikacích jako jsou oscilátory, filtry, senzory aj. užívají přírodní monokrystalické piezoelektrické materiály, např. křemen či jiné minerály. Druhou skupinou užívaných piezomateriálů jsou polykrystalické synteticky vyráběné látky. Mezi nejpoužívanější patří PZT, což je keramika na bázi tuhého roztoku olova, zirkonu a titanu, která se nejčastěji používá k výrobě aktuátorů a senzorů. Polykrystalické materiály musí být před užitím kvůli náhodné orientaci krystalů polarizovány. Při působení napětí nad 20 kV/mm při teplotě blízké se *Curieho teplotě* (250-500°C v závislosti na druhu materiálu) se krystaly látky vyrovnají ve směru působícího napětí. Po ochlazení a odstranění elektrického pole se krystaly nevrátí zcela do původní polohy. Jsou vyrovnány kolem směru polarizace, díky čemuž zůstává materiál permanentně piezoelektrický. [8]

1.2.2 Konstitutivní rovnice piezoelektrického materiálu

Pro jednodušší orientaci v existující, převážně cizojazyčné literatuře a zejména v materiálových listech udávajících konstanty piezomateriálů nepřevádějme označení veličin na ekvivalenty častěji užívané v České republice. Konstitutivní vztahy pro piezoelektrické materiály v kompaktní maticové formě jsou

$$\{S\} = [s^E]\{T\} + [d]\{E\} \quad 1.7$$

$$\{D\} = [d]^T\{T\} + [\epsilon^T]\{E\}, \quad 1.8$$

nebo při rozepsání vektorů a matic a za předpokladu, že materiál je ortotropní a osa polarizace materiálu je totožná s osou 3, získáme

$$\begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ 2S_{23} \\ 2S_{31} \\ 2S_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{31} \\ T_{12} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad 1.9$$

a

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{31} \\ T_{12} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix}, \quad 1.10$$

kde $\{S\}$ je vektor deformace, $\{T\}$ vektor napětí (N/m^2), $\{D\}$ vektor elektrické indukce (C/m^2), $\{E\}$ vektor intenzity elektrického pole (N/C), $[s^E]$ matice poddajnosti v konstantním elektrickém poli (m^2/N ; inverzní k matici tuhosti), $[d]$ matice piezoelektrických koeficientů (m/V nebo C/N) a nakonec $[\varepsilon^T]$ je matice dielektrických konstant pod konstantním mechanickým napětím (jedná se o absolutní permitivitu materiálu v jednotkách F/m). Jedná se o jeden z možných tvarů zápisu, vhodný pro užití k popisu piezoelektrického aktuátoru (1.9) a senzoru (1.10). [7] Rovnice 1.9 vyjadřuje příspěvek mechanického napětí $\{T\}$ a elektrické intenzity $\{E\}$ k deformaci $\{S\}$ piezoelektrického členu v různých směrech. Velikost příspěvku je lineární a určuje se podle materiálových konstant v příslušných maticích.

Jak již bylo zmíněno, piezoelektrický materiál může být považován za ortotropní. To znamená, že mechanické a elektrické vlastnosti jsou rozdílné ve třech osách. Z toho například pro matici poddajnosti $[s^E]$ plyne, že je určena devíti nezávislými prvky.

1.3 Soustavy s piezoelektrickými prvky

Problematika modelování piezoelektrických „smart“ struktur je v posledních dvou dekádách velmi skloňována. Pro jejich modelování je typická značná integrace senzorů a aktuátorů do konstrukce a nutnost existence technik pro modelování hybridních materiálových systémů. Metoda konečných prvků (MKP) je velmi mocná v analýze složitých klasických soustav a je též vhodná pro modelování integrovaných „chytrých“ komponent. V komerčních MKP produktech jako ABAQUS a ANSYS už byly vyvinuty speciální elementy schopné popsat piezoelektrické chování materiálu. [9]

Ve světle řešené problematiky stojí za zmínku, že vedle analytického přístupu a komerčních MKP produktů byly v řadách vědeckých pracovníků vyvinuty různé

specializované softwary, které cílí jak na návrh fyzické podoby soustavy, tak na implementaci řídicích algoritmů a následnou analýzu implementovaného aktivního řízení. Byl například vyvinut software COMPZ, který umožňuje analýzu vláknového kompozitu s integrovanými piezokeramickými aktuátory a senzory. SMARTCOM umožňuje implementaci nezávislého modálního řízení a stavovou zpětnou vazbu, další vyvinutý software cílí na návrh a zkoumání aktivního řízení vibrační struktur tvaru desky pomocí stavové zpětné vazby. [9]

1.3.1 Modelování pomocí metody konečných prvků

Základní princip MKP

Metoda konečných prvků je moderní přístup k řešení složitých technických úloh. Základním principem této metody je rozdělení tělesa na menší části, které nazýváme elementy, případně konečné prvky. Existuje velké množství elementů různých tvarů a typů. Každý element má určitý počet uzlů (např. v rozích, na hranách apod.) s daným počtem stupňů volnosti (např. posuv ve směru x , y , či z nebo teplotu, či velikost elektrického napětí) podle typu elementu. Při propojení chování jednotlivých uzlů pomocí fyzikálních zákonů (jako je např. Hookův zákon, či konstitutivní rovnice piezoelektrického materiálu) získáme soustavu rovnic se stupni volnosti, které odpovídají stupňům volnosti všech uzlů tělesa. Pro vyjádření vypočtené veličiny (např. posuvu v ose z) spojitě v celém tělese použijeme tvarové funkce. [10]

MKP v prostředí ANSYS

V současné době existuje na trhu několik komerčních MKP softwarů. Jmenujme programy ANSYS a ABAQUS. V této práci budou k modelování použity programy z rodiny ANSYS, proto se i zde budeme zabývat popisem modelování z perspektivy těchto produktů.

Počátku MKP analýzy spojené s firmou ANSYS dominuje program ANSYS Mechanical APDL. Jedná se o program s jednoduchým grafickým rozhraním a na dnešní dobu nepříliš intuitivním ovládním. V současné době již existuje nástavba ANSYS Workbench, která usnadňuje implementaci různých druhů analýz a nástrojů.

Mezi repertoár proveditelných analýz patří například statická či přechodová strukturální analýza, modální, harmonická analýza a další.

ANSYS poskytuje i celou řadu tzn. Application Customization Toolbox (ACT), které jsou určeny pro usnadnění implementace některých nástrojů a postupů. Jedním z nich je právě Piezo and MEMS, který bude v této práci také použit. Účelem tohoto rozšíření je zjednodušení multifyzikální MKP analýzy problémů zahrnujících piezoelektrický, piezoresistivní, termálně-elektrický, termálně-elastický a elektroelastický charakter. [11] V zásadě se jedná o usnadnění přiřazení a použití elementů se stupni volnosti různé fyzikální podstaty.

Všeobjímající rovnici (přesněji soustavou rovnic) při řešení strukturální analýzy za přítomnosti piezoelektrických prvků pomocí MKP v prostředí ANSYS je

$$\begin{bmatrix} K_{UU} & K_{UV} \\ K_{UV}^T & -K_{VV} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{UU} & 0 \\ 0 & -C_{VV} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ \dot{V} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{UU} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{V} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ Q \end{Bmatrix} \quad 1.11$$

Významy jednotlivých senzorů jsou:

K_{UU} ...matice mechanické tuhosti

K_{UV} ...piezoelektrická matice

K_{VV} ...dielektrická permitivita

C_{UU} ...matice mechanického tlumení

C_{VV} ... matice dielektrické disipace

M_{UU} ... matice hmotnosti

F ... zobecněný vektor vnějšího mechanického zatížení

Q ... zobecněný vektor vnějšího elektrického (popř. teplotního) zatížení

U ...vektor neznámých posunutí ve směru x, y a z

V ...vektor neznámých napětí

Podrobnější postup modelování a modální analýza pomocí softwaru ANSYS s rozšířením Piezo and MEMS bude předmětem kapitoly 3.2.

1.3.2 Identifikaci z měřených dat

Často užívaným způsobem získání modelu určitého systému (poddajné struktury s piezoprvky nevyjímaje) je jeho identifikace z měřených dat. Takový postup se používá zejména v případech, kdy je zapotřebí přesný model uvažovaného systému. Taková situace nastává například v okamžiku, kdy pro řízení systému použijeme regulátory typu LQR, LQG či H-infinity spolu se stavovým pozorovatelem. [12] Některé z těchto řídicích algoritmů, stejně jako stavový pozorovatel, budou vysvětleny v následujících kapitolách.

Vzhledem k tomu, že k identifikaci stavového popisu systému uvažovaného v praktické části práce použijeme prostředí MATLAB a jeho „System Identification Toolbox“ popíšeme v této kapitole dva algoritmy používané v tomto toolboxu. Jsou jimi metoda minimalizace predikované chyby („prediction error minimization“ zkráceně PEM) a podprostorová metoda identifikace („subspace system identification“ označovaná 4SID popřípadě N4SID v MATLABu).

Podrobnější pojednání o identifikaci systémů, s níž souvisí způsoby jejich popisu, typy jejich modelů a mnohé další je k nalezení například ve [13], nebo ve druhém vydání této publikace. Pro naše účely se omezíme na základní popis systému pomocí přenosových funkcí a jeho návaznost na nalezení optimálního modelu soustavy.

Základní popis systému [13]

Uvažujme popis systému se zahrnutým působením rušení ve formě

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{G}(q)\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}(q)\mathbf{e}(t), \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad 1.12$$

kde $\mathbf{y}(t)$ resp. $\mathbf{u}(t)$ je časová sekvence výstupů resp. vstupů, $\mathbf{e}(t)$ je rušení ve formě sekvence náhodných čísel s nulovým průměrem s určitou hodnotou hustoty pravděpodobnosti f_e , $\mathbf{G}(q)$ je přenosová funkce popisující vztah mezi vstupy $\mathbf{u}(t)$ a výstupy $\mathbf{y}(t)$ a $\mathbf{H}(q)$ je přenosová funkce mezi rušením a výstupem systému. Symbol q označujeme jako zpožďující operátor a můžeme psát

$$q^{-1}\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(t - 1) \quad 1.13$$

Pro systém bez rušení platí

$$y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)u(t-k) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)(q^{-k}u(t)) = [\sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k}]u(t) = G(q)u(t). \quad 1.14$$

Na pravé straně se tedy jedná o polynom s koeficienty $g(k)$, které násobí vstupní hodnoty se zpožděním k kroků. Z předchozí rovnice plyne, že

$$G(q) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k}. \quad 1.15$$

Přenosovou funkci rušení popíšme jako součet koeficientů ve tvaru

$$H(q) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)q^{-k} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} h(k)q^{-k}. \quad 1.16$$

Označme

$$v(t) = H(q)e(t) \quad 1.17$$

a modelem předpovídanou hodnotu $v(t)$ v čase $t - 1$ jako

$$\hat{v}(t) = [1 - H^{-1}(q)]v(t). \quad 1.18$$

Předpovídaná hodnota výstupu modelu v čase $t - 1$ pak bude

$$\begin{aligned} \hat{y}(t|t-1) &= G(q)u(t) + \hat{v}(t|t-1) \\ &= G(q)u(t) + [1 - H^{-1}(q)]v(t) \\ &= G(q)u(t) + [1 - H^{-1}(q)][y(t) - G(q)u(t)] \end{aligned} \quad 1.19$$

A po roznásobení a jednoduché úpravě platí pro předpověď výstupu modelu o jeden krok do budoucnosti

$$\hat{y}(t|t-1) = H^{-1}(q)G(q)u(t) + [1 - H^{-1}(q)]y(t). \quad 1.20$$

Chybu předpovědi, kterou budeme v dalším odstavci minimalizovat, pak vypočteme výrazem

$$\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t|t-1) = -H^{-1}(q)G(q)u(t) + H^{-1}(q)y(t). \quad 1.21$$

Princip identifikace [13]

Z předchozího plyne, že určitý model je definován trojicí funkcí G, H a f_e . Ve většině případů není praktické specifikovat model vyčíslením nekonečné sekvence koeficientů $g(k)$ a $h(k)$ spolu s funkcí f_e . Místo toho je vhodnější určit konečný počet numerických hodnot funkcí G a H . Racionální přenosové funkce nebo stavový popis konečného řádu jsou příklady takového postupu. Funkce f_e není zpravidla známá, a k určení hodnot $e(t)$ se zpravidla používá statistických veličin jako první a druhý moment, čímž jsou hodnoty $e(t)$, za předpokladu, že se jedná o veličinu s Gaussovo rozložením, plně určeny.

V praxi bývá často nemožné zjistit koeficienty funkcí G a H na základě fyzikální podstaty systému a z toho důvodu je nutné jejich odhadnutí. Označme tyto parametry jako vektor θ a popišme

$$y(t) = G(q, \theta)u(t) + H(q, \theta)e(t) \quad 1.22$$
$$f_e(\cdot, \theta)$$

Vektor θ je obsažen v podprostoru prostoru R^d , kde d je dimenze θ :

$$\theta \in D_M \subset R^d$$

Rovnice $y(t) = G(q, \theta)u(t) + H(q, \theta)e(t)$ 1.22 označuje množinu modelů a je cílem metod pro odhad parametrů určit, jaký konkrétní model z této množiny odpovídá nejlépe našim požadavkům.

Můžeme říci, že každý model $M(\theta)$ popisuje způsob předpovědi budoucích výstupů systému na základě v něm obsažených informací. Může například využívat poznatky o pravděpodobnostní povaze chyby předpovědi. Podstatné informace použitelné k predikci jsou naměřené vstupy a výstupy systému:

$$Z^N = [y(1), u(1), y(2), u(2), \dots, y(N), u(N)] \quad 1.23$$

Úkolem je tedy na základě vektoru Z^N určit vhodné hodnoty vektoru $\hat{\theta}_N$ a tím specifikovat konkrétní model $M(\hat{\theta}_N)$.

K tomu, abychom ohodnotili jak „dobrý“ je daný model, využijme jeho úlohu předpovídat výstupy a definujme chybu předpovědi modelu $M(\theta_*)$ jako

$$\varepsilon(t, \theta_*) = y(t) - \hat{y}(t|\theta_*), \quad 1.24$$

kde $y(t)$ je měřený výstup v okamžiku t a $\hat{y}(t|\theta_*)$ je jeho predikovaná podoba. Dobrý model tedy dává co nejmenší odchylky $\varepsilon(t, \theta_*)$. Další otázkou je jak určit onu velikost. Přístupů existuje více. Jedním z nich je sestavení skalární funkce, která měří velikost ε . V následujícím odstavci je tato metoda minimalizace predikované chyby popsána. Jiným přístupem k hodnocení kvality modelu může být požadavek na to, aby $\hat{\theta}_N$ nijak nekorelovala se souborem naměřených dat.

Metoda minimalizace predikované chyby [13]

Chybu předpovědi můžeme chápat jako vektor v R^N a můžeme ho tedy „změřit“ jakoukoliv normou v R^N . Nejprve použijme na sekvenci $\varepsilon(t, \theta_*)$ lineární filtr $L(q)$:

$$\varepsilon_F(t, \theta) = L(q)\varepsilon(t, \theta) \text{ pro } 1 \leq t \leq N \quad 1.25$$

Poté zvolíme normu

$$V_N(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N l(\varepsilon_F(t, \theta)) \quad 1.26$$

kde $l(\cdot)$ je skalární typicky pozitivní funkce. $V_N(\theta, Z^N)$ je pro zadaný vektor Z^N skalární funkce parametrů θ . Pro nalezení v tomto smyslu optimálního modelu parametrů tedy musíme nalézt takový vektor $\hat{\theta}_N$, který minimalizuje funkci $V_N(\theta, Z^N)$, zapsáno jako

$$\hat{\theta}_N = \hat{\theta}_N(Z^N) = \arg \min_{\theta \in D_M} V_N(\theta, Z^N). \quad 1.27$$

Tento způsob nalezení optimálního vektoru θ zahrnuje mnoho obecně známých procedur, které můžeme shrnout pod název metody minimalizace predikované chyby („prediction error minimization“ zkráceně PEM)

Vhodný výběr $L(q)$ a $l(\cdot)$ je podrobněji diskutován v [13] na straně 172.

Ve zmíněné aplikaci System Identification Toolbox programu MATLAB je použita norma ve tvaru

$$V_N(\theta, Z^N) = \sum_{t=1}^N \varepsilon^2 \quad [14] \quad 1.28$$

Podprostorová metoda identifikace [15]

Tato metoda užívá k nalezení vhodných parametrů modelu řešení systému lineárních rovnic. Používá se s výhodou pro určení počátečního odhadu parametrů modelu pro jejich následné upřesnění metodou PEM.

Zde se při popisu mírně odchýlíme od významů symbolů používaných v předchozích odstavcích. U této metody v základním tvaru se vychází z tvorby soustavy rovnic

$$y(t) = \Gamma x_t + \Phi u(t) + n(t), \quad 1.29$$

která je odvozena z rovnic stavového popisu (viz 2.2.1). Symbol $y(t)$ značí vektor naměřených výstupů ve tvaru

$$y(t) = [y_t^T, y_{t+1}^T, \dots, y_{t+\alpha-1}^T]^T \text{ pro } t = 1, 2, \dots, N \quad 1.30$$

S parametrem α , který je zvolen tak, aby byla splněna podmínka $\alpha > n_{max}$, kde n_{max} je maximální očekávaný řád modelu. Písmeno T značí transpozici. Vektor $u(t)$ vytvoříme obdobně. Matici Γ s rozměry $ap \times n$, kde p je počet výstupů a n je řád systému nazýváme rozšířenou maticí pozorovatelnosti vytvořenou jako

$$\Gamma = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{\alpha-1} \end{bmatrix}$$

Matici Φ s rozměry $ap \times am$ označovanou jako Toeplitzovu s koeficienty odezvy systému na impuls vytvoříme jako

$$\Phi = \begin{bmatrix} D & 0 & \dots & 0 & 0 \\ CB & D & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{\alpha-2}B & CA^{\alpha-3}B & \dots & CB & D \end{bmatrix}$$

Hodnota m značí počet vstupů systému. Matice je zjevně dolní trojúhelníková. Vektor x_t je stavový vektor a posledním členem rovnice $y(t) = \Gamma x_t + \Phi u(t) + n(t)$, 1.29 je $n(t)$, který značí příspěvek rušení do systému.

Matice A,B,C,D jsou následně extrahovány z odhadnuté matice \hat{F} a matice Φ (viz [15] 4. kapitola). Důležitým parametrem algoritmu je volba tzn. nástrojových proměnných. Pro stavový model se zpravidla jedná o vektor $z(t)$ sestavený z minulých výstupů a minulých a budoucích vstupů systému

$$z(t) = [y_{t-\beta}^T, \dots, y_{t-1}^T, u_{t-\beta}^T, \dots, u_{t+\alpha-1}^T]^T$$

se zvoleným parametrem $\beta > \alpha$. Tento přístup zajistí projev jak deterministického (vlivem měřeného vstupu u) tak stochastického (vlivem rušení) chování systému. Pokud je naším cílem vytvořit model bez projevu rušení, je nutné nezahrnout do vektoru $z(t)$ žádné minulé výstupy. Vektor $z(t)$ je možné dále filtrovat a upravovat tak vlastnosti modelu.

Vektor $z(t)$ je v prostředí MATLAB zadáván pomocí proměnné N4Horizon.

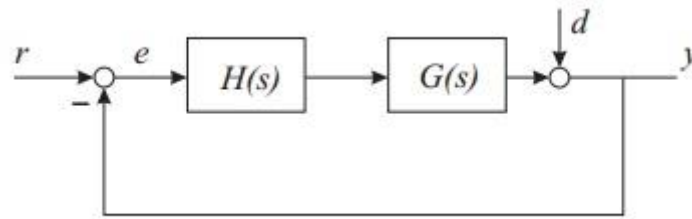
2 Metody aktivního snižování vibrací

2.1 Základní přístupy

Metody aktivního snižování vibrací se dají rozčlenit do dvou základních skupin. Přímé a zpětnovazební řízení. V této práci bude k řešení zvoleného problému užito zpětnovazebního řízení na základě modelu soustavy, nicméně pro širší pohled na řešenou problematiku je vhodné uvést základní charakteristiky těchto dvou rozdílných přístupů.

2.1.1 Zpětnovazební řízení

Zpětnovazební řízení (feedback control) (Obrázek 2-1) spočívá v porovnání výstupu y řízené soustavy s referenčním vstupem r tak, že $e = r - y$. Tato odchylka následně putuje do regulátoru $H(s)$, který ji zpracuje a pošle do řízeného systému $G(s)$. Řešený problém tkví v nalezení optimálního regulátoru $H(s)$, s nímž bude soustava stabilní a její chování bude odpovídat zadaným požadavkům.



Obrázek 2-1 Schéma zpětnovazebního řízení [6]

Zpětnovazební řízení se užívá ve dvou rozdílných případech. První z nich můžeme nazvat *aktivní tlumení (active damping)* a druhým je *zpětná vazba na základě modelu (model based feedback)*.

V případě aktivního tlumení máme za cíl snížit amplitudu systému při rezonanci. Z přenosu

$$\frac{y(s)}{d(s)} = \frac{1}{1+GH} \quad 2.1$$

kde $d(s)$ je šum a různá rušení, plyne, že abychom maximálně utlumily efekt rušení na systém, musí být součin $GH \gg 1$ v okolí rezonančních frekvencí. Výhodou tohoto přístupu je absence potřeby modelu řízeného systému a také garantovaná stabilita soustavy za předpokladu, že jsou aktuátory a senzory kolokované (popsáno v kapitole 2.1.3) a mají dokonalou dynamiku. Naneštěstí v reálných případech má jejich dynamika omezení a kvůli tomu má každý systém aktivního tlumení omezené frekvenční pásmo. [6]

Chceme-li však řídit výstup systému y (který může reprezentovat například polohu koncového bodu) tak, aby sledoval zadávaný vstup r i přes šum a rušení d v určitém pásmu frekvencí, musíme pracovat s přenosovou funkcí ve tvaru

$$\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{GH}{1+GH} \quad 2.2$$

ze které plyne, že k tomu, aby se $y \cong r$ je potřeba $GH \gg 1$ v celém rozsahu pracovních frekvencí (bandwidth). Pokud to platí, přenosová funkce 2.2 je téměř rovna 1 a tím platí požadované $y(s) \cong 1 * r(s)$, čímž jsme docílili, že hodnota výstupu y sleduje zadávaný vstup r . K tomuto postupu je již obecně zapotřebí modelu řízeného

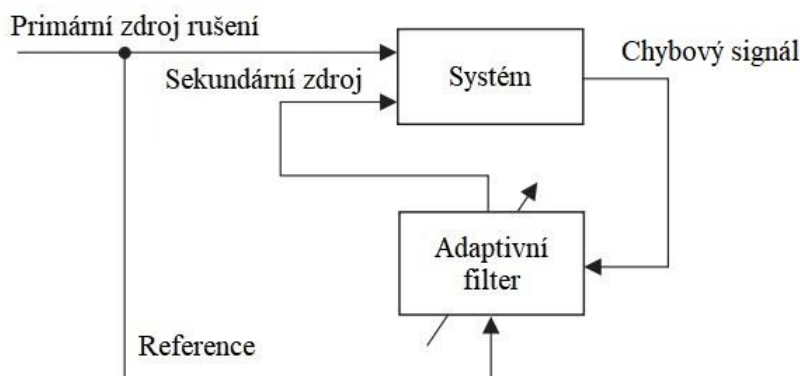
systemu $G(s)$. Nejvhodnější je aproximace reálného systému pomocí modelu co nejnižšího řádu, který zjednodušuje návrh vhodného regulátoru. Pro návrh regulátorů existuje celá řada přístupů (některé z nich budou popsány v následujících kapitolách), všechny však mají několik společných rysů:

- Šířka pracovního pásma frekvencí řídicího systému je omezena přesností modelu. Mimo pracovní pásmo existují vždy vlivy, destabilizující elastické módy soustavy (zbytkové módy). Jev, kdy se snižuje tlumení zbytkových módů se zvyšující se šířkou pásma, se nazývá spillover.
- Potlačení rušení uvnitř pracovního pásma je vždy kompenzováno zesílením rušení mimo toto pásmo.
- Při digitální realizaci řízení je potřeba dbát na to, aby vzorkovací frekvence byla vždy o dva řády vyšší než šířka pracovního pásma.

Protože v této práci bude použito návrhu regulátoru na základě modelu systému a metody LQR, které bude dále popsána, výše zmíněné poznatky budou platit i pro náš případ.

2.1.2 Přímé řízení

Přímé řízení (feedforward control) na Obrázek 2-2 spočívá ve znalosti vstupního signálu korelujícího se zdroji rušení, který se používá jako reference pro adaptivní filtr. Ten vytváří signál, jenž do systému vstupuje ze sekundárního zdroje a má za cíl eliminovat vliv rušení a tedy zapříčinit minimalizaci chybového signálu.



Obrázek 2-2 Schéma přímého řízení [6]

Tento přístup byl původně vyvinut pro potlačení hluku, našel ale své uplatnění i na poli redukce vibrací.

Záměr tohoto přístupu je minimalizace chybového signálu v místě měření, což má za následek nebezpečí, že v jiných místech může být rušení zesilováno. Z toho důvodu se tento přístup označuje jako lokální. Pro užití přímého řízení není potřeba model systému a jeho účinnost je často uspokojivá i v širším pásmu frekvencí. [6]

2.1.3 Kolokované řízení

Kolokované řízení je takové, kdy pár sensor-aktuátor jsou umístěny na témže místě a působí na tentýž stupeň volnosti. K tomu abychom řízení mohli považovat za kolokované je navíc potřeba aby tento pár byl tzn. duální. Tedy že například silový aktuátor je ve dvojici se senzorem posunutí (měřícím výchylku, rychlost či zrychlení), nebo aktuátor vnášejícím do soustavy silový moment je spárován s rotačním senzorem (měřícím úhel, či úhlovou rychlost) tak, že součin signálu senzoru a aktuátoru reprezentuje výměnu energie (popř. výkonu) mezi soustavou a řídicím systémem. [6] Kolokovaný regulátor považujeme za druh disipativního a platí, že každý disipativní regulátor má garantovanou stabilitu.

Uvažujme stavový popis (bude vysvětlen v kapitole 2.2.1) systému s maticemi A,B,C se stejným počtem vstupů a výstupů. Platí, že systém je disipativní, pokud existuje symetrická pozitivně definitní matice P a matice Q splňující rovnice

$$A^T P + P A = -Q^T Q \quad 2.3$$

a

$$B^T P = C. \quad 2.4$$

Systém je ryze disipativní pokud výraz $Q^T Q$ je pozitivně definitní. Rovnice 2.3 a 2.4 nám dovolují určit typ disipativního systému. Nejprve pomocí matic A a B definujeme matici Q. Řešením rovnice 2.3 získáme matici P, s jejíž pomocí definujeme z 2.4 výstupní matici C.

Pro kolokované senzory a aktuátory zvolíme

$$Q = (-A - A^T)^{\frac{1}{2}}$$

čímž získáme

$$P = I$$

$$B = C^T$$

Takový systém tedy zaručuje stabilitu obvodu s libovolnou zpětnou vazbou. [12]

2.1.4 Smart materiály a struktury

S aktivním tlumením vibrací úzce souvisí problematika tzn. smart materiálů. Podstatným znakem je jejich výraznější odezva na stimuly různé fyzikální podstaty. Jejich uplatnění nalezneme právě v konstrukci aktivních struktur, kdy klasický konstrukční materiál typu oceli vybavíme souborem aktuátorů a senzorů, k jejichž výrobě se smart materiály používají. V takových případech bývá možné zanedbání fyzické přítomnosti aktuátorů a senzorů, nebo jsou při modelování soustavy popisovány samostatně. V současnosti se ale vývoj ubírá směrem, kdy jsou tyto sady čidel a pohonů integrovány do konstrukce a jejich oddělené modelování již není možné. Takové soustavy bývají označovány jako smart struktury. Jmenujme v současnosti nejpoužívanější smart materiály:

- Slitiny s tvarovou pamětí (SMA) mají vlivem změny teploty schopnost zotavit až 5% deformace. Je to způsobeno změnou krystalické mřížky látky při změně teploty. Jejich užití v aktivním tlumení není příliš významné, ale můžeme je vidět v nízkofrekvenčních a nízkocyklových aplikacích ke zvýšení tlumení jako je ochrana proti zemětřesení. Nejznámějším příkladem SMA je NITINOL, slitina niklu a titanu.
- Piezoelektrické materiály jsou hlavním tématem této práce a byly popsány v kapitole 1.2.
- Magnetostrikční materiály jsou schopny až 0.15% deformace z důvodu působení magnetického pole. Nejvyšší odezvy se dosahuje, je-li materiál tlakově namáhán. Toho se užívá v magnetostrikčních aktuátorech, které mohou být užity jako tlakově zatížené elementy s dlouhou životností.
- Magnetoreologické tekutiny obsahují magnetické mikročástice, které se při působení magnetického pole zformují do sloupcové struktury, čímž se snižuje viskozita kapaliny. Tento efekt je vratný a odezva kapaliny se pohybuje v řádu milisekund. Existují i tekutiny (elektroreologické), které obdobným způsobem

reagují na přítomnost elektrického pole, jejich užití je však méně časté. Oba druhy těchto chytrých tekutin se užívají v poloaktivních tlumičích.

2.2 Způsoby řízení aktivních struktur

V této části budou uvedeny základní řídicí algoritmy, používající se při realizaci aktivního tlumení vibrací. Provedeno bude také stručné seznámení s popisem systémů.

2.2.1 Stavový popis

Pro návrh řídicího algoritmu je ve většině případů potřeba znát model řízené soustavy. Jedním z možných přístupů je použití tzv. *vnějšího popisu* systému, do kterého zahrnujeme například popis pomocí diferenciálních rovnic, impulsové, přechodové či frekvenční charakteristiky, popřípadě hojně užívaný popis pomocí přenosové funkce. Pro tyto metody a obecně pro vnější popis je společné, že popisují relaci vstup-výstup. O vnitřním stavu systému se pomocí těchto přístupů nic nedozvíme. Další nevýhodou těchto přístupů je složitost použití k návrhu řízení MIMO systémů (*multiple input multiple output*) tedy s více vstupy výstupy. Snaha nahlédnout do interních relací společně s potřebou jednoduššího návrhu řízení MIMO systémů dala vzniknout *stavovému popisu*, který spadá do kategorie *vnitřního popisu*. [16]

Stavovým popisem spojitého systému nazýváme soustavu obyčejných diferenciálních rovnic prvního a nultého řádu popisující vztahy mezi vstupy $u(t)$, stavy $x(t)$ a výstupy $y(t)$. Pro lineární časově neproměnný systém vypadá taková soustava v kompaktní maticové formě takto [6] :

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ew_1 \tag{2.5}$$

$$y = Cx + Du + w_2 \tag{2.6}$$

Významy symbolů jsou následující:

x ...vektor stavů systému

\dot{x} ...časová derivace vektoru stavů systému

u ...vektor vstupů

y ...vektor výstupů

w_1 ...šum systému

w_2 ...šum měření

A... matice vnitřních vazeb systému (systémová matice)

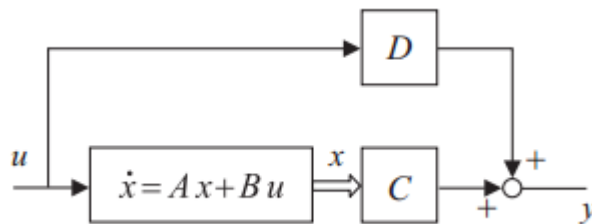
B...matice vazeb systému na vstup (vstupní matice)

C...matice vazeb výstup-stav (výstupní matice)

D...matice vazeb vstup-výstup (tzn. „feedthrough,, matice)

E...matice vstupního šumu

Za základní formu stavového popisu se považují rovnice 2.5 a 2.6 bez matice E a proměnných w_1 a w_2 , které slouží k přiblížení popisu systému realitě. Do proměnné w_1 jsou zahrnuty například chyby modelu, nepředvídané zatížení, nezahrnutá dynamika (například aktuátorů a senzorů) či nelinearity systému. Proměnná w_2 slouží k zahrnutí šumu měření a nepřesností modelu. [6] Blokové schéma stavového popisu je vidět na Obrázek 2-3.



Obrázek 2-3 Blokové schéma stavového popisu systému. [6]

V současnosti, kdy se měření a řízení systémů provádí digitálně, je nutné spojité model systému diskretizovat. Diskrétní verze spojitého popisu (c) a (d) bez proměnných popisující rušení bude

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k \quad 2.7$$

$$y_k = C_d x_k + D_d u_k \quad 2.8$$

s parametrem k , který značí pořadí vzorku dané veličiny. Platí tedy $x_k = x(k\Delta t)$, $u_k = u(k\Delta t)$ a $y_k = y(k\Delta t)$, kde Δt je vzorkovací perioda. Volba Δt se řídí podle nejvyšší frekvence, kterou chceme v systému popsat. Podle Nyquistova vzorkovacího teorému by vzorkovací frekvence f_v , kde $f_v = \frac{1}{\Delta t}$, měla být více než 2x větší než

nejvyšší frekvence, kterou chceme postihnout. Dále je třeba přepočítat matice A,B,C,D na jejich diskretní ekvivalenty. Platí, že

$$A_d = e^{A\Delta t},$$

$$B_d = \int_0^{\Delta t} e^{A\tau} B d\tau,$$

$$C_d = C \quad \text{a}$$

$$D_d = D.$$

Diskretizaci lze provést numericky v prostředí MATLAB pomocí příkazu *c2d*. [12]

Stavového popisu se s výhodou používá pro implementaci řídicích algoritmů, jako jsou LQR, LQG, H2 či Hinf. V dalších kapitolách se některým z nich budeme věnovat.

2.2.2 LQR

LQR (linear quadratic regulator) je jedním z efektivních a často používaných způsobů regulace systémů pomocí proporcionální stavové zpětné vazby, který zohledňuje nároky na řízení a velikost stavů systému. Mějme systém popsany rovnicí

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{2.9}$$

u kterého předpokládáme, že dvojice (A, B) je říditelná. Systém nemusí být nutně stabilní (tj. reálné části vlastních čísel matice A nemusí být záporné). Principem LQR je nalezení stavové zpětné vazby ve tvaru

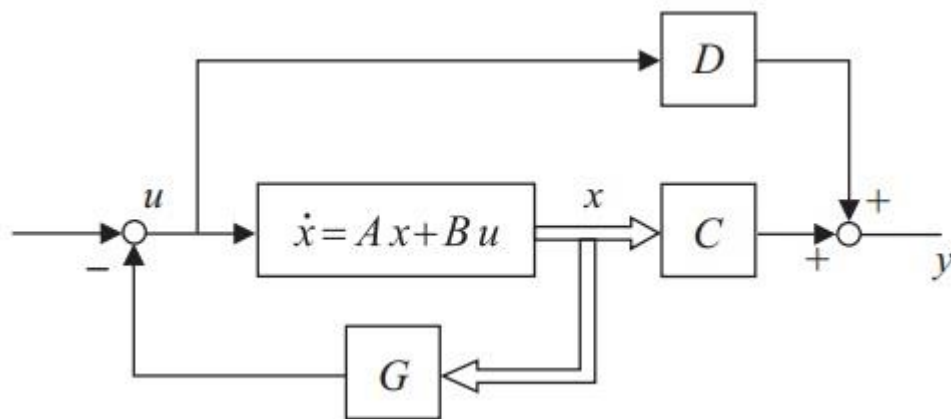
$$u = -Gx \tag{2.10}$$

za předpokladu, že známe stavový vektor x v každém okamžiku a při splnění podmínky minimalizace integrálního kritéria optimality

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt. \tag{2.11}$$

Matice Q při tom musí být pozitivně semidefinitní ($Q \geq 0$) a matice R pozitivně definitní ($R > 0$). K výsledné hodnotě kritéria (i) přispívají dva členy. První $x^T Qx$

zohledňuje velikost a váhu stavů systému a představuje energii řízených výstupů systému. Druhý $u^T R u$ zohledňuje velikost a váhu vstupů do systému a představuje energii řídicího signálu. [17] Dá se říci, že velikost matic Q a R určuje váhu příslušných stavů a vstupů systému při určování optimálního zesílení G . V praxi se volí matice Q a R diagonální. Platí tedy, že čím větší je diagonální prvek matice Q , resp. R odpovídající příslušnému stavu, resp. vstupu, tím více onen stav, resp. vstup přispívá k velikosti hodnoty J a tím více se tedy dbá na jeho minimalizaci zpětnovazebním zesílením G . [6] Blokové znázornění stavové zpětné vazby je patrné z Obrázek 2-4.



Obrázek 2-4 Schematické znázornění stavové zpětné vazby se zpětnovazebním zesílením G [6]

Matice Q a R se v konkrétních případech zpravidla navrhují metodou pokus-omyl, existují však nástroje k orientačnímu určení počátečních hodnot matic. Jedním z nich je tzn. Brysonovo pravidlo, které zahrnuje maximální hodnoty stavů a vstupů systému.

Pro diagonální hodnoty matic Q , resp. R platí

$$q_{ii} = \frac{1}{\max(x_{ii}^2)}, \text{ resp.} \quad 2.12$$

$$r_{ii} = \frac{1}{\max(u_{ii}^2)}, \quad 2.13$$

kde x_{ii} , resp. u_{ii} představují maximální přípustné hodnoty stavů, resp. vstupů.

Polohu pólů nového systému se zpětnou vazbou zjistíme výpočtem vlastních čísel výrazu $A - BG$. Leží-li v levé polorovině, resp. uvnitř jednotkové kružnice komplexní

roviny, je spojité, resp. diskrétní zpětnovazební systém stabilní. Pokud je systém říditelný, je možné póly systému libovolně umístit různými technikami. [17]

Návrh zesílení G na základě matic A, B, Q, R lze numericky realizovat v prostředí MATLAB příkazy lqr , resp. $dlqr$ pro spojité, resp. diskrétní systémy.

Jeden předpoklad je však v praxi obtížně splnitelný. Tím předpokladem je znalost stavového vektoru řízeného systému v každém okamžiku. Ta v praxi není možná jednak z důvodu časté nemožnosti použití většího množství a různých typů senzorů a také z toho důvodu, že v některých případech nemají stavy systému měřitelnou fyzikální interpretaci, což platí například u systémů identifikovaných z měření. Proto se pro rekonstrukci hodnot stavů používá numerický postup výpočtu na základě modelu systému a známých vstupů a výstupů. [6] Takový prostředek se nazývá stavovým pozorovatelem a bude vysvětlen v následující kapitole.

2.2.3 Stavový pozorovatel

Stavovým pozorovatelem označujeme techniku výpočtu stavů na základě modelu systému, známých vstupů a výstupů. Předpokládejme existenci přesného stavového modelu. Pro jednoduchost vynechme z rovnic proměnné popisující šumy a „feedthrough“ matici D považujeme za nulovou. Získáme následující popis systému:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{2.14}$$

$$y = Cx \tag{2.15}$$

Pro vyjádření stavového pozorovatele zvoleného systému použijeme rovnici

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x}) \tag{2.16}$$

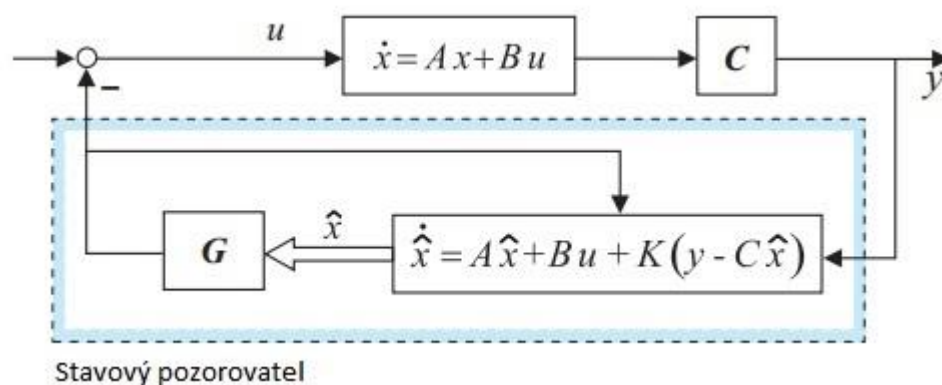
s počáteční podmínkou

$$\hat{x}(0) = 0$$

kde \hat{x} značí rekonstruovaný stavový vektor a K je matice zesílení. Člen $y - C\hat{x}$ značí rozdíl mezi reálným výstupem ze systému a výstupem simulovaným pomocí stavového pozorovatele. Matice zesílení K je zvolena tak, aby chyba mezi reálnými a simulovanými stavy, $e = x - \hat{x}$, konvergovala k nule a tím poslední člen rovnice (n)

konverguje k nule. Model pozorovatele se stává totožný se systémem a tedy i simulované stavy \hat{x} se blíží reálným stavům x .

Při návrhu stavového pozorovatele je nutné dbát na jeho dynamiku. Tedy jak rychle dokáže reagovat na změny ve vstupních veličinách u a y , což má přímou souvislost s póly systému s pozorovatelem. Výpočtem vlastních čísel výrazu $A - KC$ polohu těchto pólů získáme. Platí, že je-li původní systém pozorovatelný, lze póly pozorovatele libovolně umístit v komplexní rovině pomocí technik totožných s návrhem stavové zpětné vazby. Protože chceme, aby se chyba mezi reálnými a simulovanými stavy co nejdříve přiblížila nule, doporučuje se volit póly pozorovatele 2-6 krát rychlejší (tj. více vlevo, resp. blíže počátku v komplexní rovině u systémů spojitých, resp. diskretních) než póly regulátoru. [6] Schéma systému se stavovým pozorovatelem a zpětnovazebním zesílením G je vidět na Obrázek 2-5.



Obrázek 2-5 Schéma stavové zpětné vazby se stavovým pozorovatelem [6]

Umístění pólů zpětné vazby a stejně tak stavového pozorovatele lze s výhodou provést v prostředí Matlab pomocí příkazu *place*. Pro výpočet zpětnovazebního zesílení G se v argumentu příkazu použijí matice A a B . Pro výpočet zesílení K^T pozorovatele se použijí matice A^T a C^T . Horní index T značí transponovanou matici. [18]

Výhodou při určování zesílení G a K je, že jejich hodnoty můžeme vypočítat nezávisle na sobě. Tato vlastnost se nazývá deterministický princip separace a plyne ze skutečnosti, že charakteristický polynom celého systému je roven součinu charakteristického polynomu řízené soustavy se zpětnou vazbou $A - BG$ a pozorovatele $A - KC$. [17] [6]

2.2.4 PID regulátor

Proporcionálně-integračně-derivační (PID) regulátor je v praxi nejznámějším a nejpoužívanějším regulátorem. Je tomu tak pro jeho snadné nastavení v podobě tří konstant a uspokojivý výkon. Skládá se ze tří zmíněných složek, jež mají různé vlastnosti a účel. Popíšme 4 používané kombinace těchto složek:

P-regulátor

Jedná se o nejjednodušší způsob regulace, kdy řídicí vstup $u(t)$ do systému je přímo úměrný regulační odchylce $e(t)$ (tj. rozdílu požadované a reálné hodnoty výstupu).

Tedy

$$u(t) = r_0 e(t)$$

Přenos takového regulátoru (po Laplaceově transformaci) je

$$F_R(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = r_0 = K_R$$

I-regulátor

Řídicí veličina se zde vypočítává podle vztahu

$$u(t) = r_i \int_0^t e(t) dt + u(0)$$

s přenosem

$$F_R(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = \frac{r_i}{p} = \frac{1}{T_i p}$$

k určení charakteru I-regulátoru se používá zesílení r_i nebo časová konstanta $T_i = \frac{1}{r_i}$.

PD-regulátor

Řídicí veličina systému generovaná regulátorem je složena ze dvou komponent. Jedna z nich je úměrná regulační odchylce a druhá její derivaci. Konstantami úměrnosti jsou koeficienty r_0 a r_d a platí

$$u(t) = r_0 e(t) + r_d \frac{de(t)}{dt}.$$

Přenos PD-regulátoru bude

$$F_R(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = r_0 + r_d p = K_R (T_D p + 1)$$

S parametry $K_R = r_0$ a $T_D = \frac{r_d}{r_0}$.

PID-regulátor

Nejsložitější typ regulátoru využívá všechny tři složky. Řídicí veličina se vypočte z výrazu

$$u(t) = r_0 e(t) + r_d \frac{de(t)}{dt} + r_i \int_0^t e(t) dt + x(0)$$

Takže pro přenos platí

$$F_R(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = r_0 + r_d p + \frac{r_i}{p} = K_R \left(1 + T_D p + \frac{1}{T_i p} \right) = k_r \frac{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{p}$$

S konstantami

$$K_R = r_0 \quad T_D = \frac{r_d}{r_0} \quad T_i = \frac{r_0}{r_i} \text{ a}$$

$$k_r = r_i \text{ a } T_{1,2} = \frac{-T_1 \pm \sqrt{T_1(T_1 - 4T_D)}}{2T_1 T_D}$$

Rovnice výše popisující ideální regulátory slouží zejména pro popsání jejich teoretické podstaty. V praxi se používají rovnice odlišné. Pro přiblížení můžeme například poukázat na to, že zmíněné PD a PID regulátory nejsou fyzikálně realizovatelné. Plyne to například z toho, že v čitateli přenosové funkce je polynom vyššího řádu než ve jmenovateli. Je tedy nutné doplnit jmenovatele jejich přenosu doplnit o setrvačný člen s časovou konstantou ε . Pro reálný PD regulátor pak platí

$$F_R(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = k_R \frac{T_D p + 1}{\varepsilon p + 1} \text{ kde } \varepsilon \ll T_D.$$

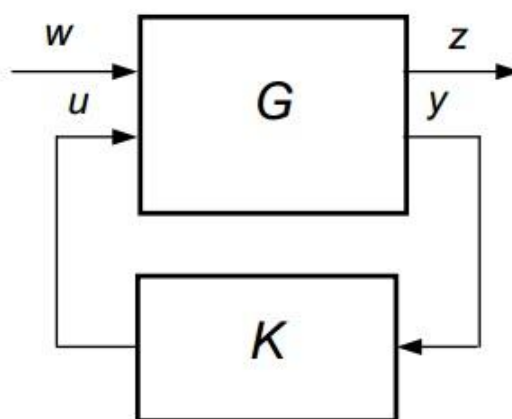
Reálný PID regulátor můžeme popsat přenosem

$$F_R(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = k_R \frac{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{p(\varepsilon p + 1)} \quad \text{kde } \varepsilon \ll T_1, T_2$$

Pro optimalizaci konstant regulátoru existuje řada metod. Jmenujme například Ziegler-Nicholsovu, metodu tvarování frekvenční charakteristiky otevřeného regulačního obvodu či metoda požadovaného rozložení pólů uzavřeného obvodu. [16]

2.2.5 H_∞ regulátor

Tento typ regulátoru je řazen do kategorie robustního řízení. V principu se jedná o zpětnovazební zapojení regulátoru K se řízeným systémem G podle Obrázek 2-6.



Obrázek 2-6 Schéma zapojení H_∞ regulátoru K do výstupní zpětné vazby s řízeným systémem G [12]

Návrh optimálního H_∞ regulátoru vyžaduje, aby řízený systém byl popsán v podobě zobecněného stavového popisu. Ten se mírně liší od základního popisu, vysvětleného v kapitole 2.2.1 tím, že vstupy a výstupy jsou zde rozděleny na dvě skupiny. To je též patrné z Obrázek 2-6. Maticově lze zobecněný stavový popis zapsat jako

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ w \\ u \end{bmatrix}.$$

Příslušné matice soustavy tedy popisují vztah mezi vektorem stavů X , vektorem vnějšího rušení a žádaných hodnot w a vektorem akčních zásahů (pohonů) u na pravé straně a vektory na levé straně rovnic, mezi něž patří vektor časové derivace stavů \dot{X} , vektor řízených (kriteriálních) výstupů z a vektor měřených výstupů y .

Regulátor K popisujeme v našem kontextu jako dynamický systém ve tvaru

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ y \end{bmatrix}.$$

Úkolem návrhu H_∞ regulátoru je nalezení takového regulátoru K , který minimalizuje normu $\|H\|_\infty$ přenosové funkce G_{wz} vstupů w na výstupy z , která má tvar

$$G_{wz} = G_{11} + G_{12}(I - G_{22}K)^{-1}G_{21}.$$

Norma $\|H\|_\infty$ je definována jako

$$\|G\|_\infty = \max_{\omega} \sigma_{max}(G(\omega))$$

kde $\sigma_{max}(G(\omega))$ značí největší singulární číslo přenosu $G(\omega)$. Pro SISO systém je touto normou vrcholek amplitudové charakteristiky. [5]

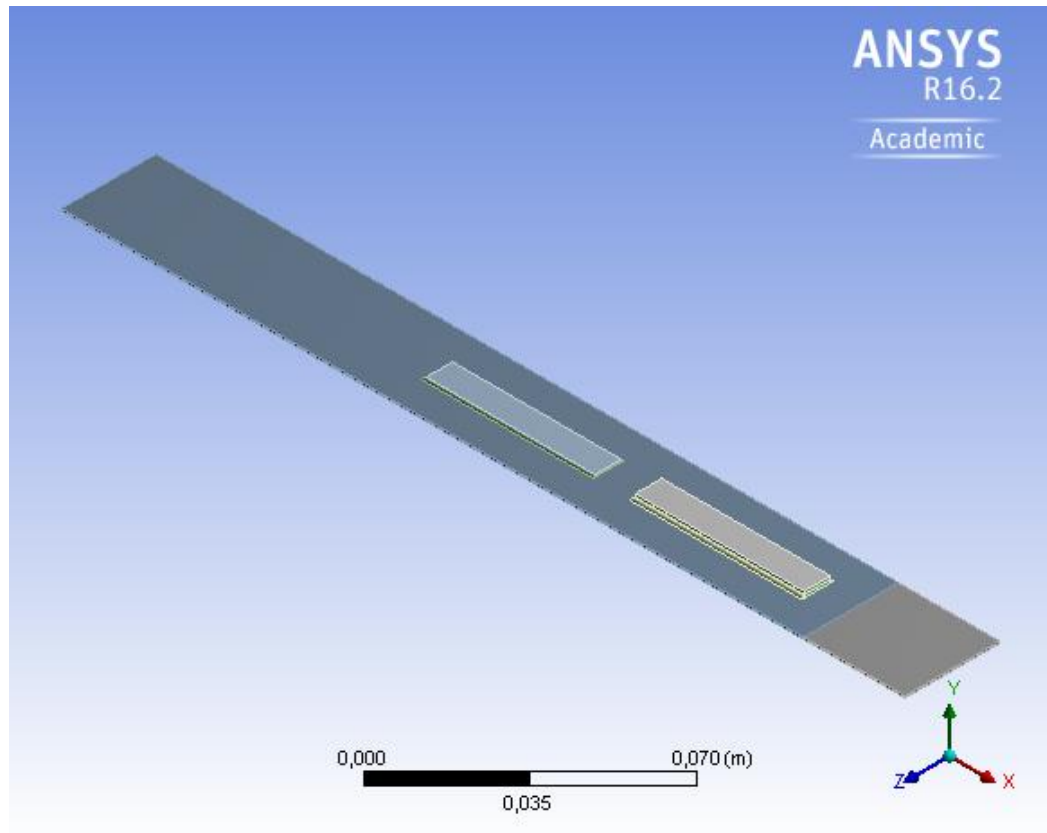
3 Řešený problém a tvorba numerického modelu

3.1 Popis problému a postup řešení

Společně se zvyšujícím se zájmem o zkoumání vlastností „chytrých“ materiálů rostla v posledních dvou dekádách snaha o jejich využití v praktických aplikacích. Pomineme-li dnes již hojný výskyt materiálů vykazujících piezoelektrické chování v aplikacích jako jsou sluchátka, mikrofony, zapalovače, sonary a podobné zaznamenalo v poslední době užití těchto materiálů pokroky zejména na poli tlumení vibrací nebo také „energy harvesting“. Zajímavou studií, zabývající se přeměnou mechanické energie vibrací na elektrickou je například [19]. Ke sběru energie existují i přístupy využívající vetknutého nosníku jako například v [20].

V této práci se budeme zabývat vetknutým nosníkem z opačné perspektivy. Naším cílem bude snížit jeho vibrace na minimum pomocí technik aktivního tlumení.

Konkrétně se bude jednat o vetknutý nosník v podobě ocelového plechu s přilepenými rovinnými piezoaktuátory a piezosenzorem. Model struktury je vidět na Obrázek 3-1.



Obrázek 3-1 Model řešeného nosníku.

Postup řešení

K řešení problému bude přistupováno následujícím způsobem:

- Tvorba numerického modelu pomocí software ANSYS
- Provedení modální analýzy a určení vlastních frekvencí modelu
- Sestavení experimentální struktury dle vytvořeného MKP modelu
- Získání experimentálních dat ve formě vstup/výstup
- Identifikace modelu systému na základě naměřených dat a srovnání jeho vlastních frekvencí s MKP modelem
- Syntéza a simulační ověření strategií pro aktivní snižování vibrací na základě identifikovaného modelu
- Experimentální ověření navrženého řízení

3.2 Numerický model a modální analýza

MKP model řešené soustavy byl vytvořen v softwaru ANSYS Workbench s pomocí rozšíření Application Customization Toolkit s názvem Piezo and MEMS a částečně v prostředí ANSYS Mechanical APDL.

3.2.1 Tvorba 3D modelu nosníku s piezoaktuátory a senzorem

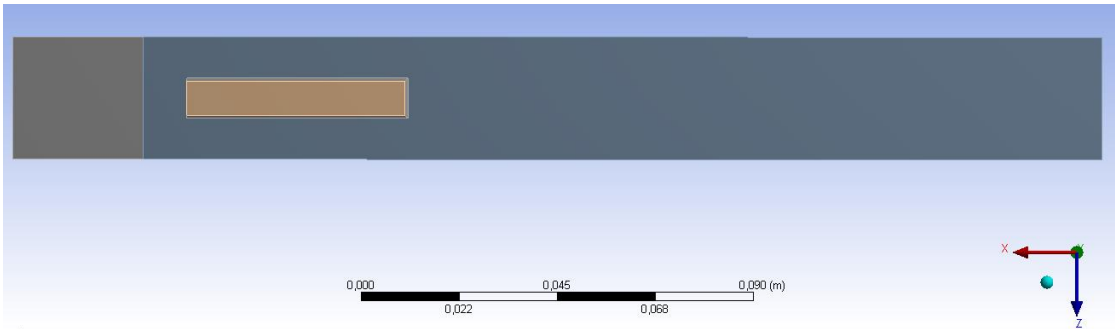
Model řešeného nosníku byl vytvořen v aplikaci DesignModeler (DM). Jedná se o modelovací aplikaci v rámci balíčku ANSYS Workbench, určenou pro tvorbu modelů s jednoduchou geometrií. Její použitelnost se nedá srovnat s programy jako Catia či Inventor, proto je v případě složitějších modelů výhodnější použít právě uživatelsky přívětivější software a model následně exportovat. ANSYS podporuje import všech nejpoužívanějších i méně známých typů souborů používaných pro zápis geometrie těles jako jsou .ipt, .CATPart, .stp a mnohé další. Pro tvorbu našeho jednoduchého nosníku budou možnosti DM dostačující.

Nejprve byly zvoleny rozměry nosníku a umístění aktuátorů a senzoru. Vybrány byly piezopatche firmy Noliac. Dva CMBP09 a jeden CMBP07, jejichž rozměry a parametry jsou dány výrobcem a vypsány v Tabulka 3-1.

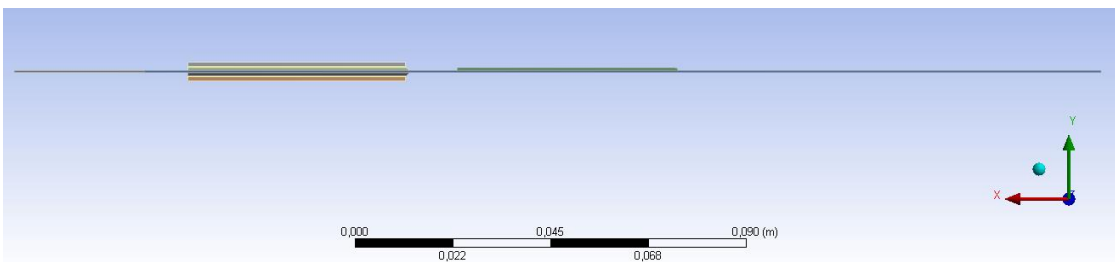
Tabulka 3-1 Parametry použitých piezopatchů.

Označení	Délka	Šířka	Výška	Maximální operační napětí	Maximální volná deformace	Maximální vyvozená síla	Materiál
CMBP07	50 mm	7.8 mm	0.7 mm	200 V	± 1270 μm	0.4 N	NCE57
CMBP09	50 mm	7.8 mm	1.8 mm	200 V	± 635 μm	2.9 N	NCE57

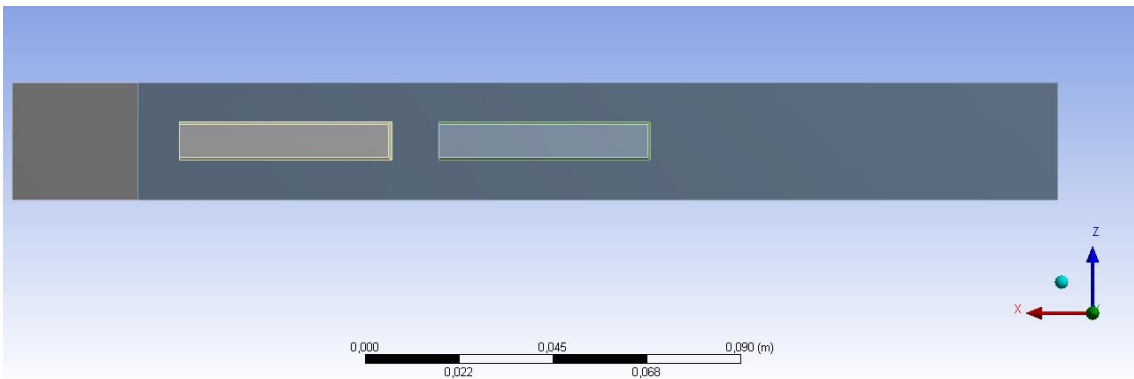
Pomocí 2D náčrtů a jejich 3D operování vznikl v DM model nosníku se třemi piezoelektrickými prvky (viz Obrázek 3-2, Obrázek 3-3 a Obrázek 3-4).



Obrázek 3-2 Model nosníku. Spodní pohled.

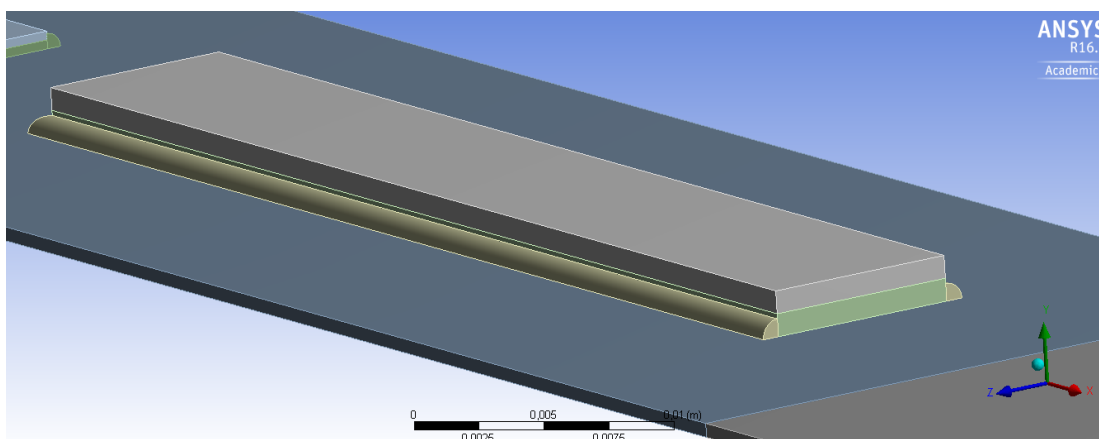


Obrázek 3-3 Model nosníku. Boční pohled.



Obrázek 3-4 Model nosníku. Horní pohled.

Pro věrnější popis následné experimentální struktury byla na okrajích senzoru a aktuátorů vymodelována vrstva lepidla viz Obrázek 3-5. Lepidlo mezi piezoelektrickými prvky a nosníkem bylo kvůli minimální tloušťce zanedbáno.



Obrázek 3-5 Detail piezoaktuátoru s lepidlem.

Aktuátory a senzor byly vymodelovány jako dvě spojené vrstvy piezoelektrického materiálu pro přiblížení vícevrstevného charakteru piezoprvků, viz Obrázek 3-6 podle [21].

3.2.2 Přiřazení materiálů

Vzhledem k tomu, že výrobce materiálu NCE57 neposkytuje kompletní informace o jeho charakteristikách, zkombinujeme jeho uvedené parametry s parametry materiálu PZT5A, který můžeme považovat za ekvivalentní. [22]

Pro popis piezoelektrických vlastností použitého materiálu se v programu ANSYS Mechanical APDL popř. ANSYS Workbench používají konstitutivní rovnice popisující závislost mechanického napětí na mechanické deformaci a intenzitě elektrického pole ve tvaru

$$T = C * S - e * E$$

$$D = e^T * S + \varepsilon^S * E$$

Význam symbolů je vysvětlen v kapitole 1.2.2. Z toho důvodu je vhodné zadávat materiálové parametry ve tvaru tří matic [11]:

- Matice tuhosti $[c^E]$ popřípadě poddajnost $[s^E]$ měřené za konstantní elektrické intenzity
- Piezoelektrická matice $[e]$

- Matice relativní permitivity [ϵ^S] za konstantní mechanické deformace

Jako směr polarizace materiálu zvolíme osu y . Materiálové parametry lze zadat v grafickém rozhraní ANSYS Workbench. Piezomateriál se nejprve klasicky definuje v *Engineering data*, kde zadáme hustotu a anizotropní elasticitu. Následně po otevření modelu v ANSYS Mechanical po přiřazení *piezoelectric body* příslušnému tělesu definujeme jeho piezoelektrické vlastnosti v podobě piezoelektrické matice a relativní permitivity.

Na následujících řádcích bude pro úplnost uveden způsob zadání tří výše zmíněných materiálových matic pomocí APDL příkazů. To se provede zadáním příkazů do *command window* u jednotlivých těles. Bude uveden vždy příkaz pro jedno těleso.

Matice tuhosti

Výrobci piezomateriálů udávají zejména hodnoty elastické poddajnosti. Z toho důvodu využijeme možnost APDL příkazu pro jejich zadání v této formě. APDL příkaz pro zadání anizotropní matice elastické poddajnosti pro těleso z materiálu 1:

```
TB,ANEL,1,,,1
TBDATA,1, 17E-12, -5.74E-12, -7.22E-12
TBDATA,7, 17E-12, -7.22E-12
TBDATA,12, 23E-12
TBDATA,16, 44.3E-12
TBDATA,19, 47.5E-12
TBDATA,21, 47.5E-12
```

Piezoelektrická matice

APDL příkaz pro zadání piezoelektrické matice pro těleso z materiálu 1:

```
TB,PIEZ,1,,,1
TBDATA, 2, -1.7E-10
TBDATA, 5, 4.25E-10
TBDATA, 8, -1.7E-10
TBDATA, 10, 5.48E-10
TBDATA, 15, 5.48E-10
```


Matice relativní permittivity

Matice relativní permittivity za konstantní mechanické deformace

$$\frac{\epsilon_{ps}}{\epsilon_{ps0}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{33} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1730 & 0 & 0 \\ 0 & 1800 & 0 \\ 0 & 0 & 1730 \end{bmatrix} \quad [23] \quad [22]$$

Příkaz pro přidání matice permittivity k tělesu z materiálu 1:

```
TB,DPER,1,,0
```

```
TBDATA,1,1730,1800,1730
```

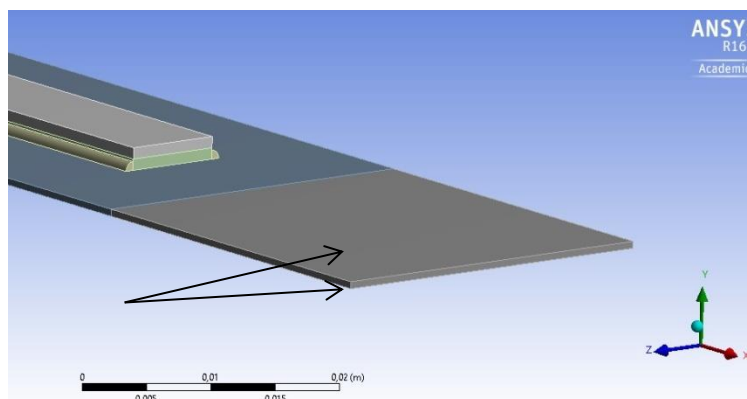
3.2.3 Tvorba sítě

Sít byla vytvořena automaticky se specifikací její hustoty v určitých regionech modelu. Byly požadovány tři elementy po tloušťce plechu a dva elementy po tloušťce jednotlivých vrstev piezopatchů.

3.2.4 Modální analýza

Okrajové podmínky

- Pro elementy se stupněm volnosti v podobě napětí je nutné zadat doplňující okrajové podmínky. V našem případě zadáme $V = 0$ pro spodní plochy aktuátorů a horní plochu senzoru.
- Vetknutí bylo modelováno jako nulové posunutí spodní a horní koncové plochy nosníku viz Obrázek 3-6 Detail vetknutí modelu nosníku.



Obrázek 3-6 Detail vetknutí modelu nosníku.

Tlumení bylo vzhledem k jeho patrným nízkým hodnotám plynoucích z pomalého ustálení při impulsovém vybuzení reálného nosníku zanedbáno.

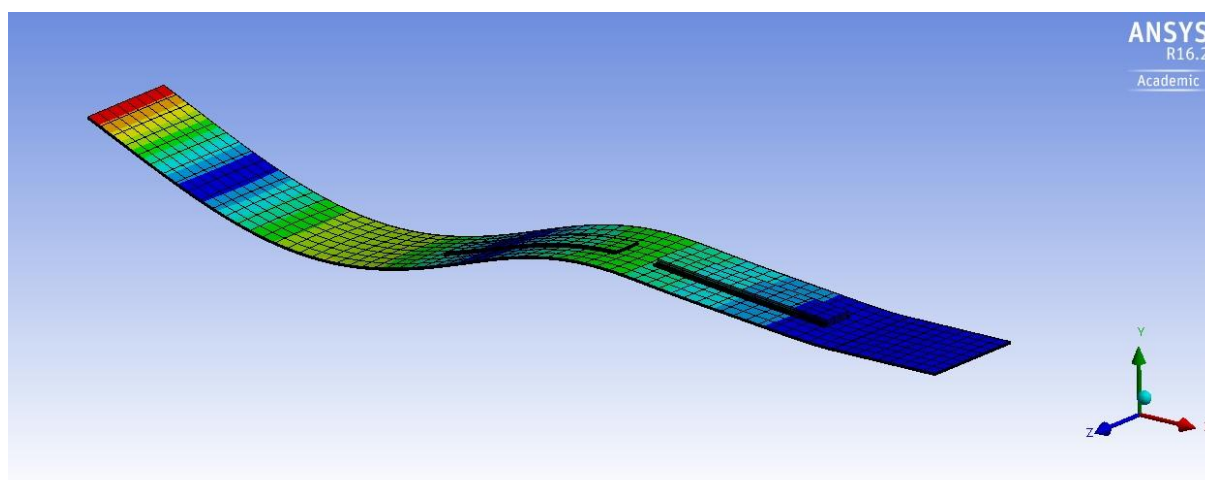
Výsledky

Výsledky modální analýzy jsou patrné z Tabulka 3-2.

Tabulka 3-2 Vlastní frekvence modelované soustavy z modální analýzy.

Pořadí	1	2	3
Vlastní frekvence [Hz]	12,099	54,516	151,26

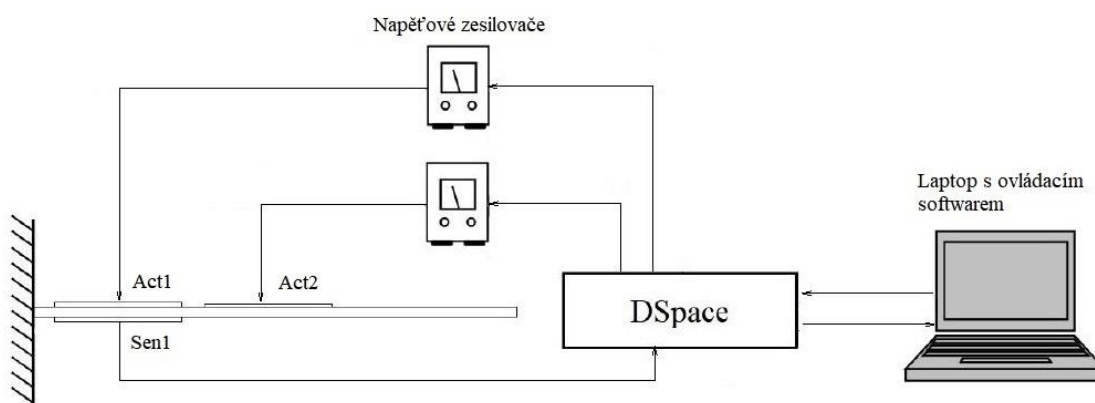
Na Obrázku 3-7 je patrný třetí vlastní tvar, generovaný v modální analýze.



Obrázek 3-7 Třetí vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci 151,26 Hz.

4 Experiment a identifikace

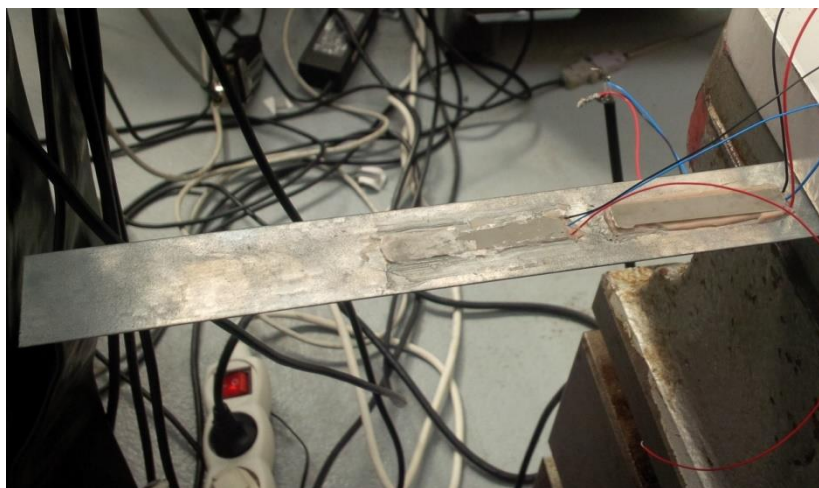
Identifikace modelu vetknutého nosníku byla provedena na základě experimentálního měření dle schématu na Obrázek 4-1. Na ocelový plech s rozměry 250x28x0,55 mm byly epoxidovým lepidlem z obou stran nalepeny dva piezopatche Noliac CMBP09 a jeden CMBP07 (viz Obrázek 4-2 a Obrázek 4-3). Program pro generování vstupního signálu a odečítání výstupního vytvořený v prostředí Matlab Simulink byl exportován do řídicího softwaru a následně zkompileován do DSpace. Výstup z DSpace je omezen na ± 5 V, z toho důvodu je pro zesílení vstupního signálu na aktuátoru Act1 použit zesilovač Noliac NDR6110, který hodnotu ± 5 V 20krát zesílí. Vstupní napětí generuje díky piezoelektrickému efektu deformací aktuátoru, který ohýbá ocelový plech a senzor na jeho spodní straně. Tím je na senzoru generován elektrický náboj, který je vodiči doveden přímo do DSpace a ve formě napětí odečítán v laptopu.



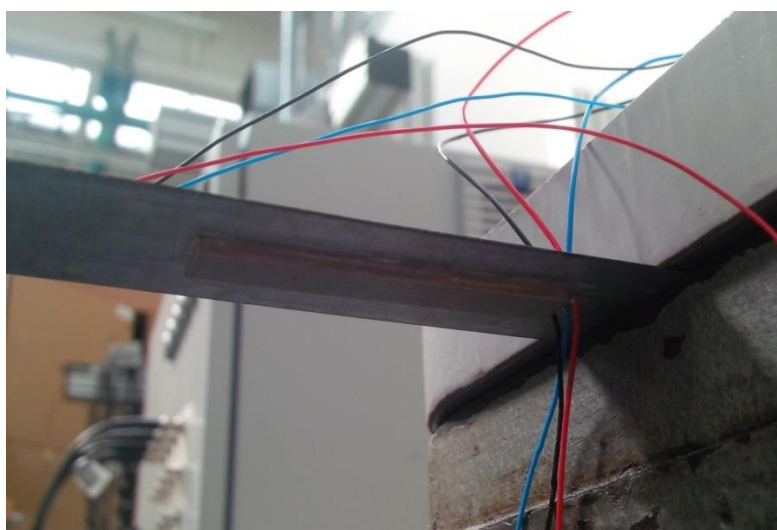
Obrázek 4-1 Schéma experimentální sestavy.

Jako vstupní signál bylo použito střídavá napětí ve tvaru CHIRP (tj. sinus s postupně se zvyšující frekvencí) s počáteční frekvencí $f_0 = 0$ Hz a koncovou frekvencí $f_1 = 250$ Hz, tak, aby byly při identifikaci postihnuty alespoň 3 první vlastní frekvence, které vplynuly z modální analýzy MKP modelu. Vzorkovací frekvence byla zvolena 1250 Hz je tedy 5krát větší než nejvyšší frekvence, kterou chceme v systému měřit a splňuje tak vzorkovací teorém. Data vstup/výstup byly měřeny vždy pro jeden aktuátor. V první fázi experimentu byly vyzkoušeny různé konfigurace vstupního signálu. Pro dvě různé doby náběhu (20s a 60s) byly voleny tři hodnoty amplitudy vstupního napětí (1V, 2,5V a 5V)

vycházejícího z DSpace do zesilovače. Po porovnání předběžných výsledků bylo rozhodnuto, že pro identifikaci dynamického modelu soustavy bude nejvhodnější použití vstupního CHIRPu s dobou náběhu 60s a amplitudou 5V. Delší doba náběhu a tím pomalejší změna frekvence CHIRPu umožňuje viditelnější projev rezonance v blízkosti vlastních frekvencí. Co možná nejvyšší vstupní amplituda dává opět vyniknout rezonančním jevům a nejlépe tak odlišuje vynucenou výchylku od šumu.

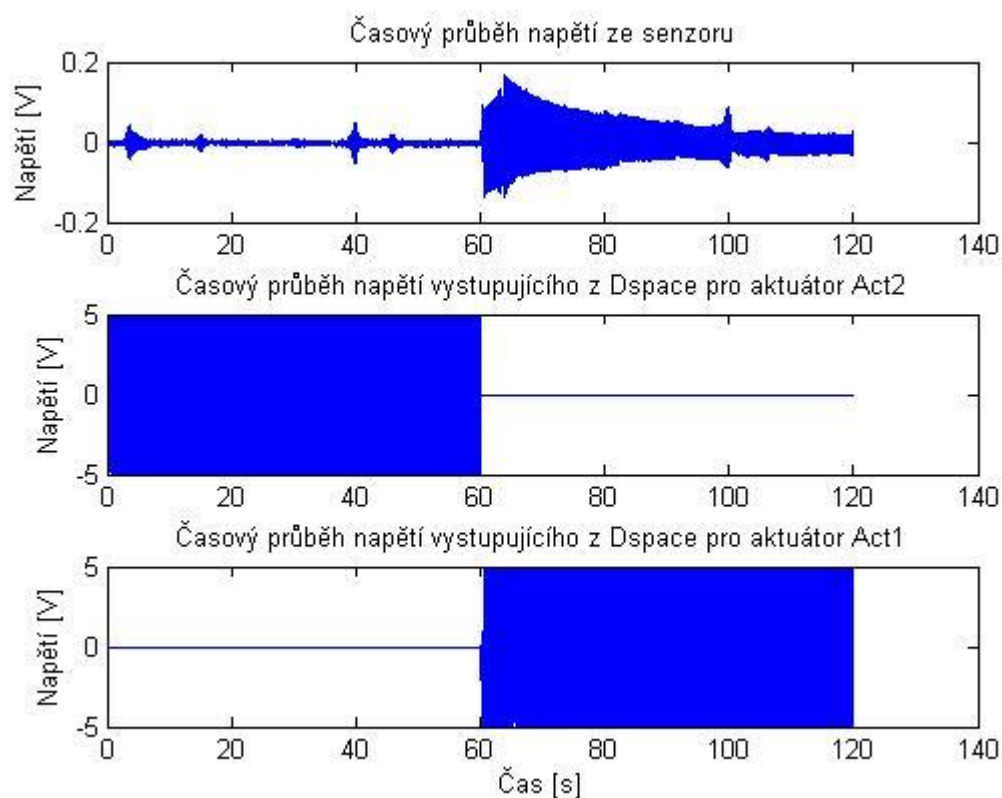


Obrázek 4-2 Fotografie experimentální struktury. Pohled shora.



Obrázek 4-3 Fotografie experimentální struktury. Pohled zesodu.

Identifikace modelu z naměřených dat byla provedena pomocí aplikace Identification Toolbox v prostředí MATLAB. Pro import dat MISO systémů, jako je ten náš, je potřeba data z jednotlivých měření poskládat za sebe tak, aby odpovídalo buzení na aktuátoru a příslušný signál generovaný senzorem. Složená data jsou vidět na Obrázek 4-4. Prvních 60s odpovídá buzení aktuátorem Act2, který je dále od vetknutí a zároveň je schopen vyvodit menší maximální sílu. Je vidět, že napětí na senzoru je v tomto úseku podstatně menší než v časovém intervalu od 60s do 120s, kdy je vstupní signál posílán do aktuátoru Act1 blíže u vetknutí.

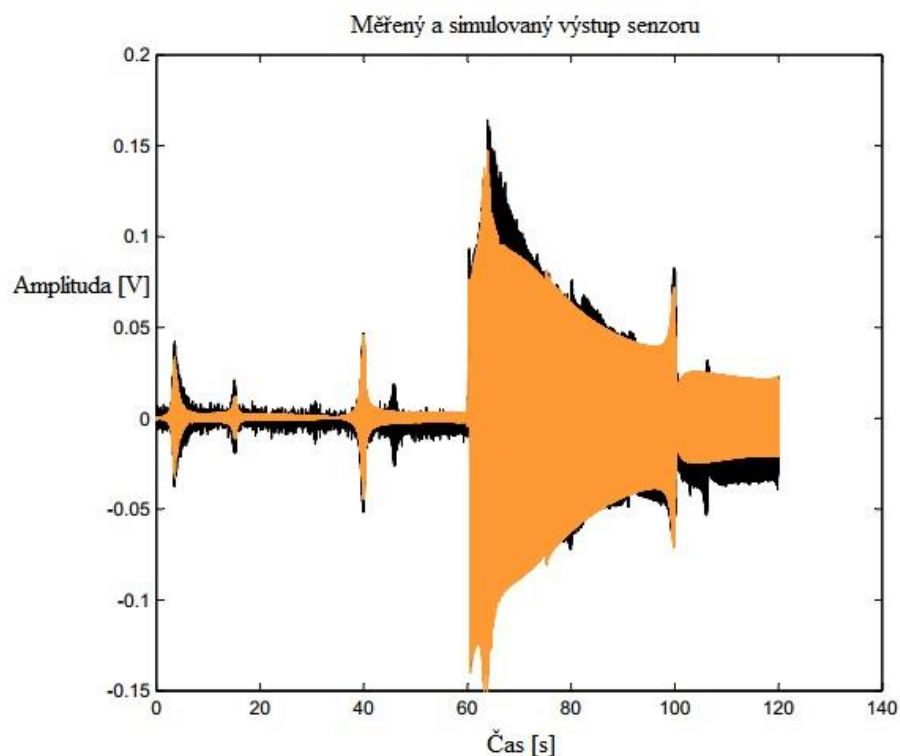


Obrázek 4-4 Naměřená data sloužící k identifikaci. Časový průběh výstupního napětí na senzoru a vstupního napětí do zesilovače pro oba aktuátory.

V rámci předzpracování byl z dat po importu odstraněn průměr a trend. Následně jsou takto zpracovaná data použita k identifikaci stavového popisu s parametry z Tabulky 4-1.

Tabulka 4-1 Parametry k identifikaci stavového popisu měřeného systému.

Název parametru	Hodnota parametru
Metoda	PEM
Model	Diskrétní
Vzorkovací perioda	0.0008s
Forma	Modální
Řád	14
Feedthrough matice D	Ano pro oba vstupy.
N4Weight	MOESP
N4Horizon	50 50 50
Focus	Prediction
Rušení	Ne



Obrázek 4-5 Měřený (černě) a simulovaný (oranžově) průběh výstupního napětí na senzoru. V prvních 60s buzen aktuátorem Act2 a v druhých 60s buzen aktuátorem Act1.

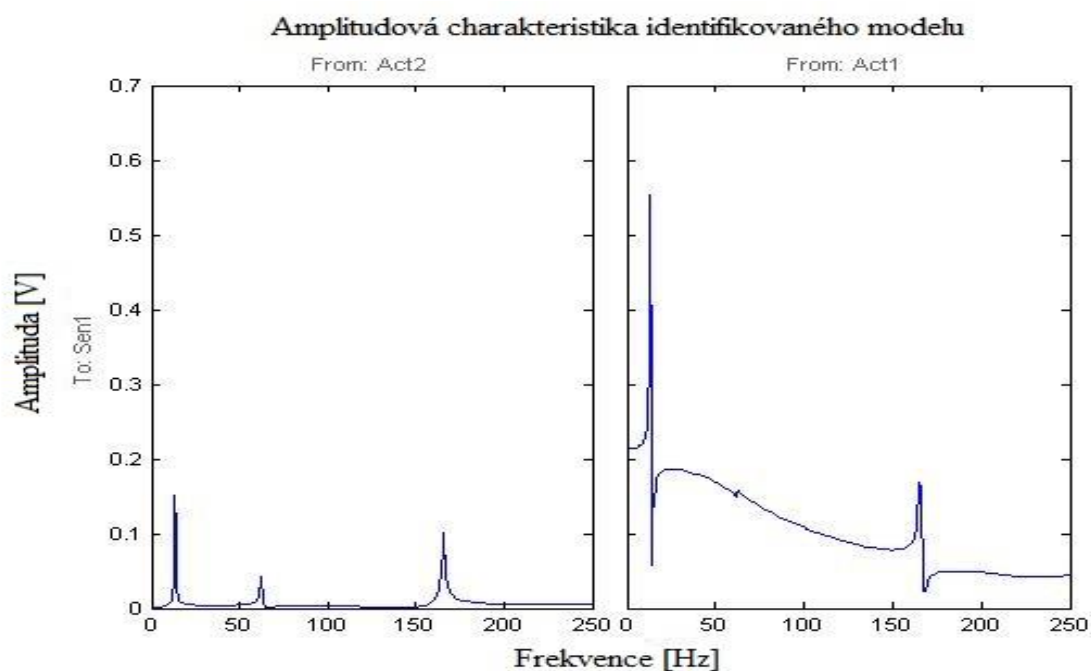
Z Obrázek 4-5 je vidět, že identifikovaný model postihne první tři vlastní frekvence patrně z naměřených dat. Podle výstupního souboru se model s naměřenými daty shoduje na 72,81%. První tři vlastní frekvence identifikovaného modelu v porovnání s frekvencemi získanými z modální analýzy MKP modelu jsou v Tabulka 4-2.

Tabulka 4-2 Vlastní frekvence identifikovaného a MKP modelu.

Pořadí	1	2	3
Vlastní frekvence identifikovaného modelu [Hz]	13,4	62,7	175,9
Vlastní frekvence MKP modelu [Hz]	12,099	54,516	151,26

Je vidět, že první frekvence se liší minimálně, ale dále se rozdíl mezi frekvencemi s jejich velikostí zvyšuje. Důvody jejich odlišnosti budou diskutovány v kapitole 7.

Amplitudová charakteristika přenosu identifikovaného modelu z obou aktuátorů na senzor je vykreslena na Obrázek 4-6.



Obrázek 4-6 Amplitudová charakteristika identifikovaného modelu z aktuátoru Act2 na senzor (vlevo) a z aktuátoru Act1 na senzor (vpravo)

5 Syntéza řízení

Z předchozí kapitoly máme k dispozici strukturu s maticemi A, B, C, D stavového popisu řešeného systému v diskrétní podobě. V následujících podkapitolách je využijeme k simulačnímu návrhu různých způsobů řízení. Protože vlastnosti dynamických systémů a návrh jejich řízení jsou lépe popsány ve spojité oblasti, bylo by vhodné diskrétní stavový popis převést. Využijeme k tomu příkazu

$$\text{sysc} = \text{d2c}(\text{sysd}, 'tustin'),$$

který diskrétní systém *sysd* převede na spojitý pomocí Tustinovy neboli bilineární aproximace, která slouží k převodu v případech, kdy požadujeme co nejlepší shodu ve frekvenční doméně. Metody zero-order-hold ('zoh') nebo first-order-hold ('foh') značně zkreslují frekvenční odezvu.

5.1 LQR

Jako druhý typ řízení byla použita stavová zpětná vazba s LQ regulátorem. Jak bylo popsáno v kapitole 2.2.2 návrh tohoto regulátoru spočívá v minimalizaci funkce 2.11. Obvykle se jako parametry rovnice volí diagonální čtvercová matice Q , jejíž rozměr odpovídá počtu stavů systému. Diagonální prvky udávají, s jakým důrazem požadujeme minimalizaci jednotlivých stavů.

V našem případě však bude výhodné zvolit matici Q tak, aby zohledňovala velikost výstupu systému. K tomu použijeme zápis optimalizační funkce ve tvaru

$$J = \int_0^{\infty} (y^T Q_y y + u^T R_y u) dt \tag{5.1}$$

Ze stavového popisu platí, že

$$y = Cx + Du$$

a tedy pro transpozici

$$y^T = x^T C^T + u^T D^T.$$

Po dosazení y a y^T do rovnice 5.1 získáme vztah

$$J = \int_0^{\infty} (x^T C^T Q_y C x + u^T D^T Q_y D u + u^T R_y u + 2x^T C^T Q_y D u) dt, \quad 5.2$$

Z něhož po porovnání s rovnicí 2.11 plyne

$$Q = C^T Q_y C$$

$$R = D^T Q_y D + R_y$$

Poslední člen definuje matici N jako

$$N = C^T Q_y D$$

Zvolené parametry nám však nezaručí stabilitu řízení. Pro návrh stabilního zesílení ve stavové zpětné vazbě použijeme koeficient $\alpha \leq 0$, který posune póly řízeného systému vlevo od imaginární osy. Pro vyjádření tohoto požadavku vynásobíme rovnici 5.2 členem $e^{2\alpha t}$.

Pro konkrétní výpočet zesílení K stavové zpětné vazby použijeme příkaz *lqr*. Argumenty toho příkazu jsou matice A , B , Q a R . Pro aplikaci parametru α do příkazu *lqr* dosadíme za matici A

$$A + \alpha I$$

kde I je jednotková matice s rozměry shodnými s maticí A . V našem případě hledáme stavovou zpětnou vazbu pouze pro řídicí aktuátor. Z toho důvodu je nutné z matice B vybrat pouze sloupec odpovídající řídicímu aktuátoru Act1. Vzhledem k tomu, že k výpočtu matice R používáme matici D systému, musíme stejně jako z matice B vybrat pouze sloupec odpovídající řídicímu aktuátoru Act2. Po nutné dávce porovnávání různých kombinací parametrů zvolíme

$$N = 0$$

$$Q_y = 1$$

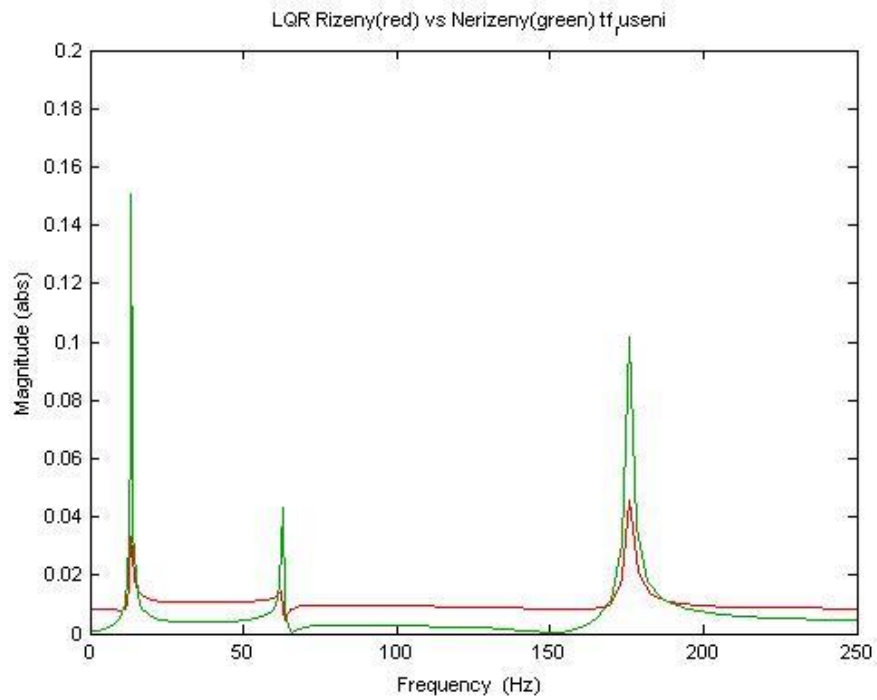
$$R_y = 0$$

$$\alpha = -2$$

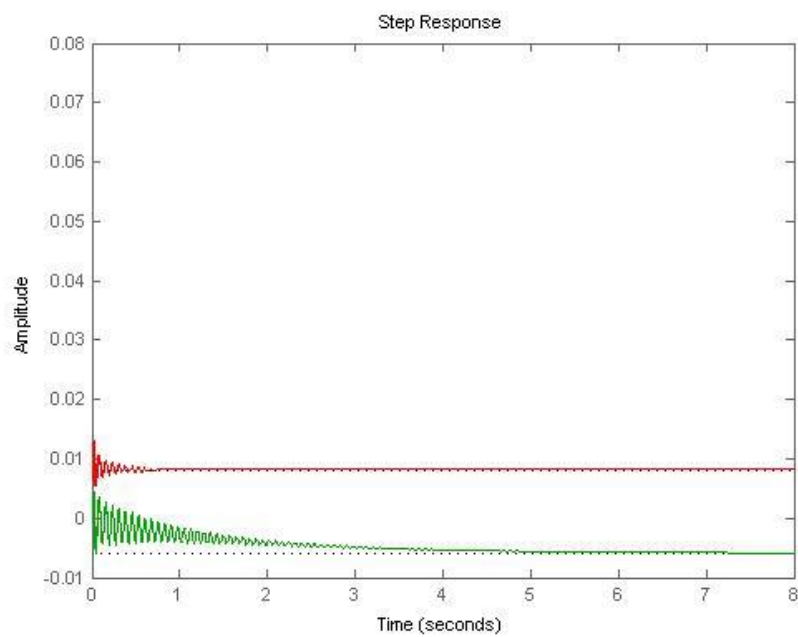
a vypočteme zesílení stavové zpětné vazby K . Matice A řízené soustavy je nyní

$$A_{lqr} = A + \alpha I - B_r K$$

Pro porovnání systémů bez a s řízením použijeme vykreslení amplitudové charakteristiky (viz Obrázek 5-1) a odezvy na jednotkový skok (viz Obrázek 5-2).



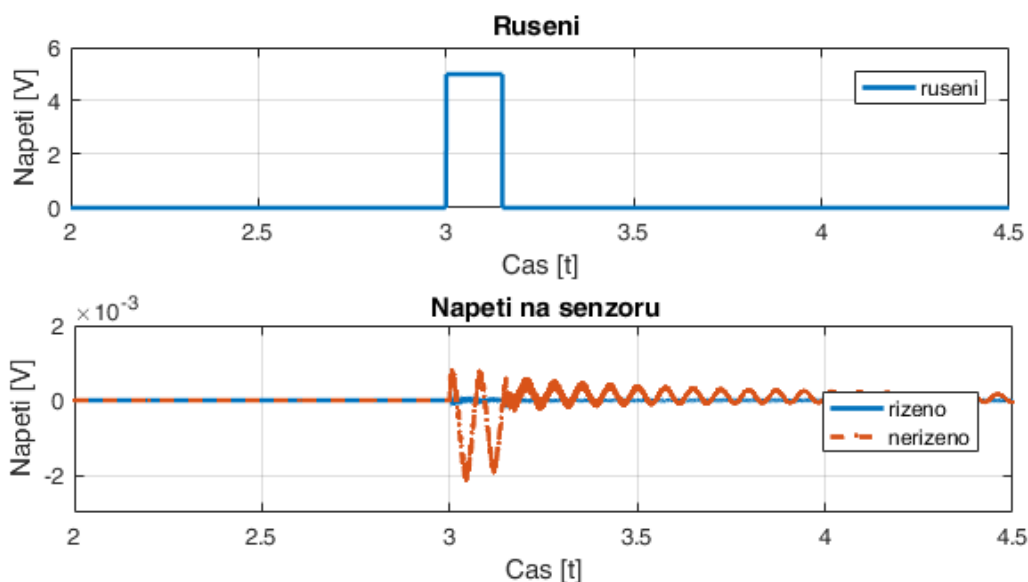
Obrázek 5-1 Amplitudová charakteristika z Act2 na senzor neřízeného (zeleně) a řízeného (červeně) systému.



Obrázek 5-2 Odezva na jednotkový skok z Act2 na senzor neřízeného (zeleně) a řízeného (červeně) systému.

5.2 Hinf

Dalším přístupem k aktivní redukci vibrací je návrh H_∞ regulátoru. Ten byl uskutečněn pomocí HIFOO balíčku [24] [25] pro MATLAB. Regulátor pracuje ve spojitě oblasti, diskrétní stavový popis byl tedy převeden na spojitý Tustinovou metodou. Byla zkoumána odezva řízeného a neřízeného systému na jednotkový skok ve tvaru patrném v horním grafu Obrázek 5-3. Regulátor je 5. řádu. Při návrhu byl na *performance output* přidán filtr dolní propust' s limitní frekvencí 80 Hz.



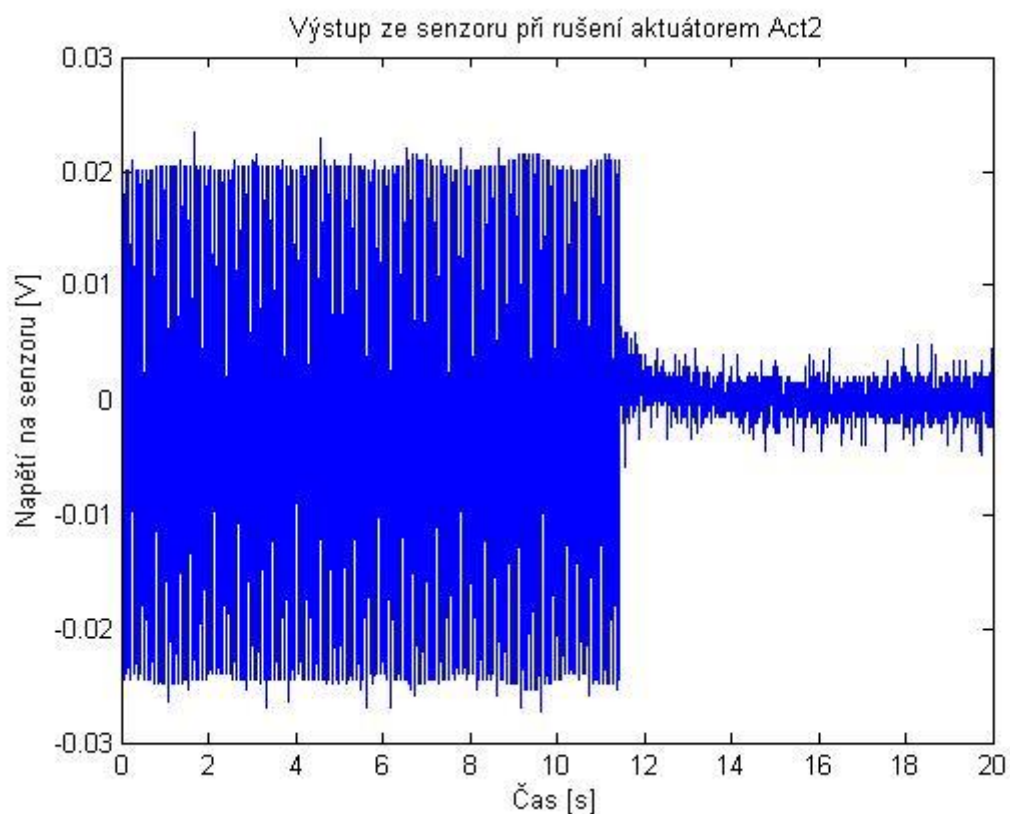
Obrázek 5-3 Grafy průběhu odezvy systému na impulz. Průběh napětí z DSpace pro Act2 (nahore), průběh napětí ze senzoru (dole) pro řízený systém (oranžově) a neřízený systém (modře).

Ve spodním grafu můžeme vidět, že řízený systém je oproti neřízenému velmi výrazně zatlumen a regulátor tak splňuje svou funkci.

6 Experimentální ověření navrženého řízení

Pro aktuátor Act2 byl použit druhý laboratorní zesilovač, který vstupní napětí zesílí 30krát. Jeho výstupní napětí je však omezeno pouze na kladné hodnoty.

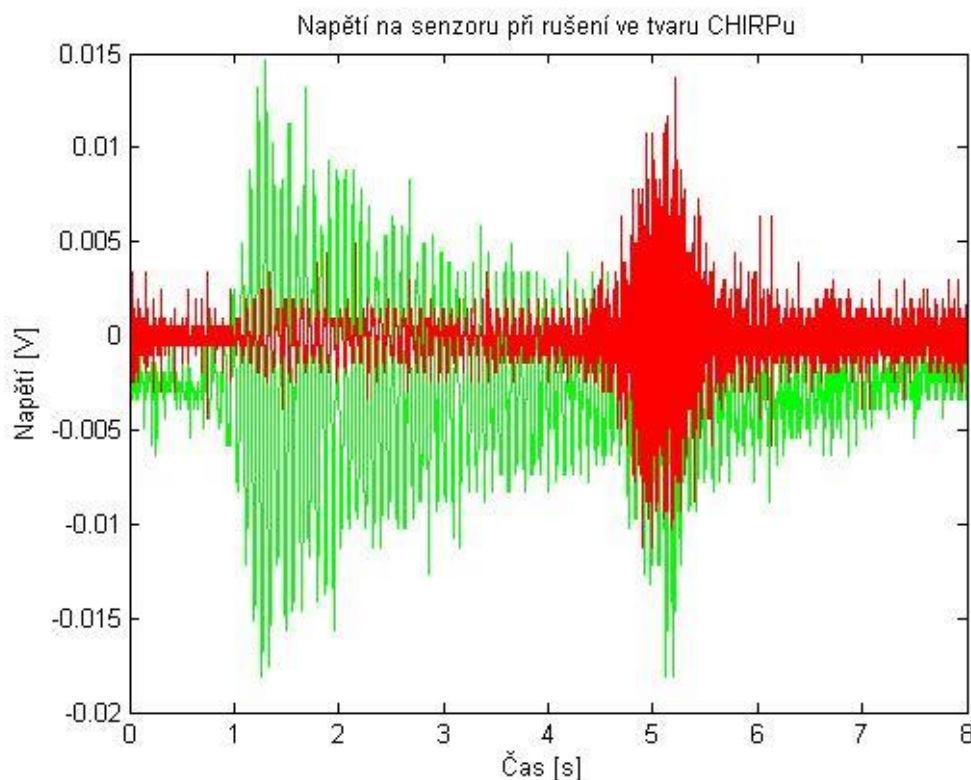
K řízení vibrací byl použit Hinf regulátor. Schéma zapojení je znázorněné na Obrázek 4-1. Aktuátor Act2 byl napájen sinusovým napětím s frekvencí 80 Hz. Vzhledem k výše zmíněnému omezení zesilovače byla střední hodnota sinu posunuta na 0,25 V s amplitudou 0,25 V. Opět se jedná o napětí vystupující z řídicího algoritmu. V DSpace je 10krát násobeno a v zesilovači pak 30krát. Maximální hodnota napětí vstupující do aktuátoru Act2 je tedy 150V. Průběh výchylky napětí na senzoru s vypnutým a zapnutým řízením je vykreslen na Obrázek 6-1.



Obrázek 6-1 Průběh napětí na senzoru při buzení aktuátoru Act2 sinovým napětím se střední hodnotou a amplitudou 75V. V prvním časovém intervalu od 0s do 11,5s bez řízení a od 11,5s do 20s se zapnutým regulátorem Hinf.

Z průběhu je patrný výrazný rozdíl ve výchylce napětí na senzoru a tedy i v reálné amplitudě kmitů nosníku.

Druhý experiment byl proveden s rušením ve tvaru CHIRPu s 20 sekund dlouhým náběhem. Porovnání prvních 8 sekund je na Obrázek 6-2. Z něj je vidět, že regulátor kompletně utlumí první vlastní frekvenci 12 Hz v čase kolem 1,5 sekundy. Se zvyšující se frekvencí už tlumení není tak výrazné a druhá vlastní frekvence 54 Hz v čase kolem 5. sekundy již výrazně zatlumena není. Z dobré funkce Hinf regulátoru můžeme usoudit, že identifikovaný model systému dostatečně věrně kopíruje realitu.



Obrázek 6-2 Průběh napětí na senzoru při rušení ve tvaru CHIRPu aplikovaném na aktuátor Act2 s zapnutým Hinf regulátorem (červeně) a bez regulátoru (zeleně).

7 Diskuse výsledků

7.1 MKP modelování a získání simulačního modelu

Jednou z cest pro získání numerického modelu ve tvaru vstupní napětí/výstupní napětí pomocí ANSYS Workbench by mohlo být provedení přechodové analýzy ve formě například odezvy na jednotkový skok či impulz. Ze získaného časového průběhu výstupního napětí by se podobným způsobem jako z naměřených dat dal identifikovat požadovaný model ve formě například stavového popisu. V publikaci [26] tak bylo učiněno na základě modelu v ANSYS APDL Mechanical.

Další možností, která se nabízí, je exportování matic hmotnosti, tuhosti a tlumení pro celý konečně-prvkový model. Takové matice jsou z ANSYS APDL popřípadě Workbench generovány v Harwel-Boingově (HB) formátu pomocí sekvence příkazů

```
/AUX2  
FILE, file, full  
HBMAT, TUHOST, , , ASCII, STIFF, NO, YES  
HBMAT, HMOTNOST, , , ASCII, MASS, NO, YES  
HBMAT, TLUMENI, , , ASCII, DAMP, NO, YES
```

napsaných do *command window* v APDL popřípadě v output záložce ANSYS Workbench. Dále by musel být použit skript na jejich transformování do podoby, která by umožňovala jejich interpretaci v diferenciální rovnici 2. řádu popisující soustavu. Další procedurou by bylo přiřazení řádků matic jednotlivým stupňům volnosti. Soubor přiřazující právě stupeň volnosti modelu k danému řádku je též možné z ANSYSu vygenerovat. Bylo by tedy možné numericky sestavit diferenciální rovnici 2. řádu celého MKP modelu, tedy reálně s desítkami až stovkami tisíc stupňů volnosti. Pro potřeby simulace a návrhu řídicích algoritmů je však výhodné pracovat s modelem co nejmenšího řádu. Z toho důvodu je nutné soustavu redukovat tak, aby její řád byl co nejmenší, ale aby byla stále schopna dostatečně přesně popsat dynamické vlastnosti původního modelu. K tomu by mohly posloužit příkazy *mordred* či *balred* z MATLABu nebo např. algoritmus Guyan Reduction. Následně by již bylo možné z redukované diferenciální rovnice sestavit požadovaný stavový popis.

Pro celou tuto proceduru, která z kompletních matic vygenerovaných z ANSYSu vytvoří redukovanou soustavu 2. řádu, existuje komerční produkt Model Order Reduction for ANSYS. Více informací je k dispozici na [27]. Tento software byl s výbornými výsledky použit v [28].

7.2 Identifikace

Nelinearita

Použitý zesilovač Noliac NDR6110 jako každý zesilovač není ideální a jeho dynamika se projevuje v měřených průbězích jako nelinearita, čímž vznikají nepřesnosti mezi měřeným nelineárním a simulovaným lineárním výstupem systému.

Vlastní frekvence

Odlišnost vlastních frekvencí je způsobena mírnými odchylkami mezi modelem a reálným nosníkem, nepřesně nalepenými piezoprvky, přítomností lepidla na jiných než modelovaných místech, nedokonalostí reálného vetknutí.

Další skutečností, která ovlivňuje vlastní frekvence identifikovaného systému je převod z diskrétní do spojitě oblasti. Ač dává Tustinova metoda dobré výsledky, při vyšších frekvencích se objevují vyšší nepřesnosti.

7.3 LQR

Při zkoumání vlivu změny parametrů na chování systému bylo zjištěno, že vliv R_y a Q_y je minimální. Zásadní roli hraje velikost parametru α .

Závěr

Cíle stanovené v zadání práce byly splněny. Byl vytvořen MKP model vetknutého ocelového plátku se třemi přilepenými piezoelektrickými prvky, z nichž dva na horní straně sloužili jako aktuátory a ve třetím na spodní straně bylo při ohybu snímáno generované elektrické napětí, čímž plnil funkci senzoru. Modální analýzou v programu ANSYS Workbench byly zjištěny vlastní frekvence modelu, které přibližně odpovídají frekvencím získaným z experimentálního měření. Na základě experimentálních dat byl identifikován dynamický model systému ve formě stavového popisu. S jeho pomocí byly navrženy regulátory LQR a H_∞ , které simulačně uspokojivě plní svoji funkci aktivního tlumení vibrací, způsobených aktuátorem umístěným

dále od vetknutí. Následně byl regulátor H_∞ implementován do řízení experimentální struktury a jeho funkce byla potvrzena i na reálném systému.

Během tvorby této práce byla překonána řada obtíží, které v samotném textu nebyly zjevné. Nepochybně však k této práci patří a její vznik ovlivňovaly. Proto se jim budeme věnovat na následujících řádcích.

V počátku tvorby práce bylo mnoho energie věnováno seznámení s ANSYS Workbench a rozšířením Piezo and MEMS. Jedním z prvních úkolů bylo vytvoření simulačního modelu, na základě něhož by bylo možné získat stavový popis systému, který bude následně experimentálně realizován. Nejprve se pozornost soustředila na nalezení vhodné analýzy, která by umožnila simulovat měření popsané v kapitole 4. Poté byl tento směr postupu opuštěn a energie byla soustředěna do snahy o získání matic stavového popisu přímo ze softwaru ANSYS Workbench. Probíráni se materiály [29] [30] [31] a internetovými zdroji vedlo přes ANSYS APDL Mechanical a pár slepých uliček k získání postupu prezentovaném v kapitole 7.1.

K tvorbě simulačního modelu byl však již vybrán postup identifikace z naměřených dat. Byl tedy obstarán a upraven materiál, vybrány a nalepeny příslušné piezoelektrické patche a zapojena potřebná aparatura. Při identifikačním měření byly postupně odhalovány komplikace typu neúplné kompatibility prostředí MATLAB Simulink s řídicím softwarem DSpace, omezení výstupních hodnot napětí a podobně. Kvůli tomu byl identifikační experiment několikrát opakován. Během toho již probíhala snaha o identifikaci modelu, s čímž bylo spojeno seznámení s identifikačním toolboxem a hledání optimálního nastavení parametrů pro získání věrného modelu. Po desítkách pokusů se podařilo získat model, jenž projevoval rezonanční chování v prvních třech frekvencích podobně jako reálný systém.

Návrh řízení byl zpočátku zkoumán ve formě LQR se stavovým pozorovatelem. Simulační výsledky byly vyzkoušené i na experimentální struktuře, ale nedávaly uspokojivé výsledky. Podobně tomu bylo i při návrhu a implementaci PID regulátoru, jehož koeficienty byly získány pomocí optimalizační funkce *fmincon* v MATLABu. Amplitudové charakteristiky řízeného systému dávaly slibné řešení, avšak navržený regulátor byl i přes omezující podmínky nestabilní. Nakonec bylo dosaženo přijatelných výsledků právě LQR a následně H_∞ regulátorem.

Experiment s řízením byl vyzkoušen několikrát. Nejprve na prvních identifikovaných modelech, jejichž průběhy nebyly příliš věrné odezvám reálného systému. Je nasnadě, že výsledky regulace nebyly uspokojivé. Následně byl použit navržený H_∞ regulátor s výsledky prezentovanými v kapitole 6.

Po shrnutí celého procesu tvorby této práce je zjevná jistá absence předvídavosti a schopnosti vyhnout se zbytečným či opakujícím se činnostem. Toto uvědomění je jeden z mnoha přínosů, které tato práce minimálně pro autora měla. S vědomím toho, že výsledky zde prezentované zdaleka neodráží potenciál řešeného problému, by se autor rád tomuto tématu dál věnoval v doktorském studiu. Autor věří, že tato práce byla náročnou, ale o to cennější zkušeností pro jeho budoucí profesní dráhu.

Seznam obrázků

Obrázek 1-1 Soustava tří hmot s popisem sil působících na jednotlivé hmoty. [1]	10
Obrázek 2-1 Schéma zpětnovazebního řízení [6]	22
Obrázek 2-2 Schéma přímého řízení [6]	23
Obrázek 2-3 Blokové schéma stavového popisu systému. [6]	27
Obrázek 2-4 Schematické znázornění stavové zpětné vazby se zpětnovazebním zesílením G [6]	29
Obrázek 2-5 Schéma stavové zpětné vazby se stavovým pozorovatelem [6]	31
Obrázek 2-6 Schéma zapojení H_∞ regulátoru K do výstupní zpětné vazby s řízeným systémem G [12]	34
Obrázek 3-1 Model řešeného nosníku.	36
Obrázek 3-2 Model nosníku. Spodní pohled.	38
Obrázek 3-3 Model nosníku. Boční pohled.	38
Obrázek 3-4 Model nosníku. Horní pohled.	38
Obrázek 3-5 Detail piezoaktuátoru s lepidlem.	39
Obrázek 3-6 Detail vetknutí modelu nosníku.	41
Obrázek 3-7 Třetí vlastní tvar kmitu odpovídající frekvenci 151,26 Hz.	42
Obrázek 4-1 Schéma experimentální sestavy.	43
Obrázek 4-2 Fotografie experimentální struktury. Pohled shora.	44
Obrázek 4-3 Fotografie experimentální struktury. Pohled zespodu.	44
Obrázek 4-4 Naměřená data sloužící k identifikaci. Časový průběh výstupního napětí na senzoru a vstupního napětí do zesilovače pro oba aktuátory.	45
Obrázek 4-5 Měřený (černě) a simulovaný (oranžově) průběh výstupního napětí na senzoru. V prvních 60s buzen aktuátorem Act2 a v druhých 60s buzen aktuátorem Act1.	46
Obrázek 4-6 Amplitudová charakteristika identifikovaného modelu z aktuátoru Act2 na senzor (vlevo) a z aktuátoru Act1 na senzor (vpravo)	47
Obrázek 5-1 Amplitudová charakteristika z Act2 na senzor neřízeného (zeleně) a řízeného (červeně) systému.	50
Obrázek 5-2 Odezva na jednotkový skok z Act2 na senzor neřízeného (zeleně) a řízeného (červeně) systému.	50

Obrázek 5-3 Grafy průběhu odezvy systému na impulz. Průběh napětí z DSpace pro Act2 (nahore), průběh napětí ze senzoru (dole) pro řízený systém (oranžově) a neřízený systém (modře).....	51
Obrázek 6-1 Průběh napětí na senzoru při buzení aktuátoru Act2 sinovým napětím se střední hodnotou a amplitudou 75V. V prvním časovém intervalu od 0s do 11,5s bez řízení a od 11,5s do 20s se zapnutým regulátorem Hinf.....	52
Obrázek 6-2 Průběh napětí na senzoru při rušení ve tvaru CHIRPu aplikovaném na aktuátor Act2 s zapnutým Hinf regulátorem (červeně) a bez regulátoru (zeleně).	53

Seznam tabulek

Tabulka 3-1 Parametry použitých piezopatchů.....	37
Tabulka 3-2 Vlastní frekvence modelované soustavy z modální analýzy.....	42
Tabulka 4-1 Parametry k identifikaci stavového popisu měřeného systému.	46
Tabulka 4-2 Vlastní frekvence identifikovaného a MKP modelu.	47

Seznam použité literatury

- [1] Z. Šika, *Aktivní a poloaktivní snižování mechanického kmitání strojů*, Praha, 2004. Habilitační práce. ČVUT v Praze Fakulta strojní.
- [2] T. Kašpárková, *Aktivní tlumení mechanických struktur pomocí vláknových mechanismů*, Praha, 2015. Disertační práce. ČVUT v Praze Fakulta strojní.
- [3] M. VALÁŠEK, „Způsob a zařízení pro změnu tuhosti mechanických“. CZ Patent UPV 304667, 2014.
- [4] M. Smrž, *Návrh a vlastnosti mechatronické tuhosti*, Praha, 2015. Disertační práce. ČVUT v Praze Fakulta strojní.
- [5] P. Svatoš, *Optimalizace a řízení vláknově ovládaných paralelních mechanismů*, Disertační práce, Praha: ČVUT v Praze, Fakulta Strojní, 2016.
- [6] A. PREUMONT, *Vibration Control of Active Structures*, Dordrecht: Springer, 2011.
- [7] A. PREUMONT, *Mechatronics - Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*, Dordrecht: Springer, 2006.
- [8] M. Griner, „Piezoelectric materials,“ Červenec 2016. [Online]. Available: http://zfp.cbm.bgu.tum.de/mediawiki/index.php/Piezoelectric_materials. [Přístup získán 12 Červenec 2017].
- [9] S. Xu a T. Koko, „Finite element analysis and design of actively controlled piezoelectric smart structures,“ *Finite Elements in Analysis and Design, Volume 40, Issue3*, pp. 241-262, 2004.

- [10] M. Fusek a R. Halama, „MKP a MHP, Vysokoškolská skripta,“ Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava a Západo-, Ostrava, 2011.
- [11] ANSYS Inc., „ACT_Piezo & MEMS Extension_Lecture.pdf,“ 2015.
- [12] W. GAWRONSKI, *Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures*, New York: Springer-Verlag New York, 2004.
- [13] L. LJUNG, *System Identification: Theory for the User*, Linköping: Prentice-Hall, Inc., 1987.
- [14] „Prediction error estimate for linear and nonlinear model - MATLAB pem,“ The MathWorks, Inc., [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/help/ident/ref/pem.html>. [Přístup získán 12 Srpen 2017].
- [15] M. VIBERG, „Subspace-Based State-Space system identification,“ *Circuits Systems and Signal Processing*, č. 21, pp. 23-37, 2002.
- [16] P. BLAHA a V. Petr, „Řízení a regulace I.: Základy regulace lineárních systémů - spojité a diskrétní,“ [Online]. Available: http://www.uamt.feec.vutbr.cz/~richter/vyuka/0809_BRR1/texty/brr1.pdf. [Přístup získán 18 Červenec 2017].
- [17] P. STEINBAUER, *Přednáška předmětu Řízené mechanické systémy 26.11.*, Praha, 2014.
- [18] „Control Tutorials for MATLAB and Simulink - Introduction: State-Space Methods for Controller Design,“ [Online]. Available: <http://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=Introduction§ion=ControlStateSpace>. [Přístup získán 20 Červenec 2017].
- [19] U. Aridogan, I. Basdogan a A. Erturk, „Multiple patch-based broadband piezoelectric energy harvesting on plate-based structures,“ *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol 25, Issue 14, pp. 1664-1680, 3 Zář 2014.
- [20] M. N. Uddin, M. S. Islam, J. Sampe, S. H. M. Ali a M. S. Bhuyan, „Design and simulation of piezoelectric cantilever beam based on mechanical vibration for energy harvesting application,“ v *2016 International Conference on Innovations in Science, Engineering and Technology (ICISSET)*, Dhaka, 2016.
- [21] ANSYS Inc., „ACT_Piezo & MEMS Extension_WS1 - Piezoelectric Fan,“ 2015.
- [22] „Micromechatronics - Piezoelectric Materials and Devices,“ [Online]. Available: http://www.mmech.com/images/stories/Technologies/Piezo%20Ceramics/Noliac_Ceramics_NCE_datasheet.pdf. [Přístup získán 2. Srpen 2017].
- [23] „eFunda: Properties of Piezo Material Lead Zirconate Titanate (PZT-5A),“ [Online]. Available: http://www.efunda.com/materials/piezo/material_data/matdata_output.cfm?Material_ID=PZT-5A. [Přístup získán 2. Srpen 2017].

- [24] D. Arzelier, G. Deaconu, S. Gumussoy a D. Henrion, „H2 for HIFOO,“ v *International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications*, Bilkent University, Ankara, Turkey, Srpen 2011.
- [25] S. Gumussoy, D. Henrion, M. Millstone a M. Overton, „Multiobjective Robust Control with HIFOO 2.0,“ v *Proceedings of the IFAC Symposium on Robust Control Design*, Haifa, 2009.
- [26] G. M. J.-C. P. Xing-Jian Dong, „Vibration control of piezoelectric smart structures based on system identification technique: Numerical simulation and experimental study,“ *Journal of Sound and Vibration*, Volume 297, Issue 3, pp. 680-693, 21 Duben 2006.
- [27] M. R. Evgenii B. Rudnyi, „Model Order Reduction,“ [Online]. Available: <http://modelreduction.com/>. [Přístup získán 15 Srpna 2017].
- [28] S. Li, S. Ochs, E. Slomsk a i. Melz, „Design of Control Concepts for a Smart Beam Structure with Sensitivity Analysis of the System,“ v *Smart Structures and Materials*, Springer International Publishing, 2016, pp. 115-132.
- [29] ANSYS, Inc., „ANSYS Mechanical APDL Command Reference,“ 2017.
- [30] ANSYS, Inc., „ANSYS Mechanical APDL Substructuring Analysis Guide,“ 2016.
- [31] ANSYS, Inc., „ANSYS Mechanical APDL Coupled-Field Analysis Guide,“ 2013.