ČESKÉ VYSOKÉ
UČENÍ TECHNICKÉ
V PRAZE

FAKULTA
STROJNÍ

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2017

VOJTĚCH
HALAMKA

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Halamka** Jméno: **Vojtěch** Osobní číslo: **439165**

Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**

Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**

Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**

Studijní obor: **bez oboru**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Dynamické modely lanově poháněných rovinných mechanismů

Název bakalářské práce anglicky:

Dynamic Models of Cable Driven Planar Mechanisms

Pokyny pro vypracování:

1) Seznamte se s modely lan různé složitosti pro dynamické modely mechanismů.
2) Vytvořte simulační dynamické modely rovinných mechanismů s použitím algebraických modelů lanových prvků.
3) Vytvořte simulační dynamické modely rovinných mechanismů s použitím dynamických modelů lanových prvků.
4) Porovnejte chování modelů mechanismů při použití různých modelů lanových prvků.
Předpokládaný rozsah práce asi 35 stran.

Seznam doporučené literatury:

W. Kraus, Force Control of Cable-Driven Parallel Robots, Stuttgart: Fraunhofer Verlag, 2016, XIV, 150 S. Zugl.: Stuttgart, Univ., Diss., 2015.
R. Bulín, M. Hajžman, Various strategies of elastic forces evaluation in the absolute nodal coordinate formulation, 12th International Conference on the Theory of Machines and Mechanisms, 2016. Mechanisms and Machine Science, Volume 44, 2017, pp. 179-184.
P. Polach, M. Byrtus, M. Hajžman and Z. Šika, Alternative modelling of cables of length varying in time,? Proc. of 31-th conference with international participation Computational Mechanics 2015, November 9 - 11, Špičák, 2015.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

prof. Ing. Zbyněk Šika Ph.D., FS ČVUT

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **19.04.2017** Termín odevzdání bakalářské práce: **18.08.2017**

Platnost zadání bakalářské práce:

Podpis vedoucí(ho) práce | Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry | Podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

25.4.2017

Datum převzetí zadání | Podpis studenta

© ČVUT v Praze, Design: ČVUT v Praze, VIC

Anotační list

Jméno autora:	Vojtěch Halamka
Název bakalářské práce:	Dynamické modely lanově poháněných rovinných mechanismů
Anglický název:	Dynamic Models of Cable Driven Planar Mechanisms
Akademický rok:	2016/2017
Studijní program:	Teoretický základ strojního inženýrství
Obor studia:	Bez oboru
Ústav/odbor:	Mechaniky, mechatroniky a biomechaniky Odbor mechaniky a mechatroniky
Vedoucí bakalářské práce:	Prof. Ing. Zbyněk Šika Ph.D.
Bibliografické údaje:	Počet stran: 50 Počet obrázků: 44 Počet příloh: 1
Klíčová slova:	Lineární a nelineární model lana, Force and Point-mass model, rovinný lanový mechanismus, Newton-Eulerova rovnice, Simulinkový model
Keywords:	Linear and nonlinear cable model, Force and Point-mass model, planar cable-driven mechanism, Newton-Euler's equations, Simulink model
Anotace:	Práce se zabývá rešerší různých numerických modelů lan používaných v simulacích chování lanových mechanismů. Na základě rozboru vybraných rovinných lanových mechanismů o různé složitosti byly sestaveny rovnice popisující pohyb, silovou rovnováhu a geometrické poměry v mechanismech. Tyto rovnice byly následně začleněny do Simulinkových modelů tak, aby popisovaly chování celého mechanismu. Do těchto modelů byly implementovány parametry lanových modelů získaných z tahového diagramu měřeného vzorku.
Abstract:	The thesis deals with the research of various numerical models of cables used in simulations of cable-driven mechanism behavior. Equations describing the motion, force equilibrium and geometric conditions in the mechanisms were based on the analysis of selected planar cable-driven mechanisms of different complexity. These equations were compiled and Simulink models were created to describe the behavior of the mechanism. The parameters of cable models obtained from the tensile diagram of the measured sample were implemented into these models.

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat panu Prof. Ing. Zbyňku Šikovi Ph.D. a jeho týmu za poskytnutí materiálů, konzultací a výpomoci při tvorbě této práce. Dále bych chtěl poděkovat přátelům, spolužákům a hlavně rodině za podporu nejen finanční, ale i duševní po celou dobu mého bakalářského studia.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně za použití uvedené literatury a programů.

V Praze dne …….. . Vojtěch Halamka ……..

Obsah

1. Úvod ... 1

2. Cíle práce ... 3

3. Modelování lan ... 4

3.1. Algebraické modely ... 4

3.1.1. Lineární model ... 4

3.1.2. Nelineární model ... 5

3.2. Dynamické modely ... 5

3.2.1. Force and Point-mass model ... 5

4. Stanovení parametrů jednotlivých modelů lan z tahového diagramu měřeného vzorku ... 7

4.1. Lineární model ... 7

4.2. Nelineární model ... 8

5. Rozbor rovinných mechanismů a tvorba Simulinkových modelů s použitím algebraických modelů lanových prvků ... 9

5.1. Kinematicky buzený vibrátor ... 9

5.1.1. Schéma mechanismu ... 9

5.1.2. Parametry mechanismu ... 9

5.1.3. Funkce modelu ... 9

5.1.4. Výpočet tahové síly ... 10

5.1.5. Výpočet tlumící síly ... 11

5.1.6. Pohybová rovnice hmotného tělesa ... 11

5.1.7. Počáteční podmínky ... 11

5.2. Kladkový mechanismus s tečnou trajektorií hmoty ... 11

5.2.1. Schéma mechanismu ... 12

5.2.2. Parametry mechanismu ... 12

5.2.3. Funkce modelu ... 12

5.2.4. Výpočet tahových sil ... 13

5.2.4.1. Tahová síla mezi kladkou a kinematickým vstupem ... 13

5.2.4.2. Tahová síla mezi kladkou a hmotným tělesem ... 13

5.2.5. Výpočet tlumících sil ... 14

5.2.5.1. Tlumící síla mezi kladkou a kinematickým vstupem ... 14
5.2.5.2. Tlumící síla mezi kladkou a hmotným tělesem ... 14
5.2.6. Pohybové rovnice těles ... 14
5.2.7. Počáteční podmínky ... 16
5.3. Kladkový mechanismus s libovolnou trajektorií hmoty ... 16
5.3.1. Schéma mechanismu ... 16
5.3.2. Parametry mechanismu ... 16
5.3.3. Funkce modelu ... 17
5.3.4. Pomocné geometrické výpočty ... 17
5.3.5. Výpočet tahových sil ... 18
5.3.5.1. Tahová síla mezi kladkou a kinematickým vstupem ... 18
5.3.5.2. Tahová síla mezi kladkou a hmotným tělesem ... 19
5.3.6. Výpočet tlumících sil ... 19
5.3.6.1. Tlumící síla mezi kladkou a kinematickým vstupem ... 19
5.3.6.2. Tlumící síla mezi kladkou a hmotným tělesem ... 19
5.3.7. Pohybové rovnice těles ... 19
5.3.8. Počáteční podmínky ... 20
5.4. Obecný rovinný mechanismus s překříženými lany ... 20
5.4.1. Obecný rovinný mechanismus ... 20
5.4.2. Schéma mechanismu ... 21
5.4.3. Parametry mechanismu ... 22
5.4.4. Funkce modelu ... 22
5.4.5. Pomocné geometrické výpočty ... 23
5.4.6. Výpočet tahových sil ... 26
5.4.6.1. Tahová síla mezi kladkou a pohonem: ... 26
5.4.6.2. Tahová síla mezi kladkou a platformou: ... 27
5.4.7. Výpočet tlumících sil ... 27
5.4.7.1. Tlumící síla mezi kladkou a pohonem ... 27
5.4.7.2. Tlumící síla mezi kladkou a platformou ... 27
5.4.8. Pohybové rovnice těles soustavy ... 30
5.4.9. Počáteční podmínky ... 32
5.4.10. Realizace vnějších vstupů p_i ... 33

6. Simulace chování mechanismů za použití algebraických modelů lan ... 33

6.1. Kinematicky buzený vibrátor ... 33
6.1.1. Parametry simulace ... 33

6.1.2. Vstupní signál simulace ... 34
6.1.3. Výstup simulace ... 34
6.2. Kladkový mechanismus s tečnou trajektorií hmoty ... 35
6.2.1. Parametry simulace ... 35
6.2.2. Vstupní signál simulace ... 35
6.2.3. Výstup simulace ... 36
6.3. Kladkový mechanismus s libovolnou trajektorií hmoty ... 36
6.3.1. Parametry simulace ... 36
6.3.2. Vstupní signál simulace ... 37
6.3.3. Výstup simulace ... 38
6.4. Obecný rovinný mechanismus s překříženými lany ... 38
6.4.1. Parametry simulace ... 38
6.4.2. Vstupní signály simulace ... 39
6.4.3. Výstup simulace ... 41
7. Simulace chování mechanismů za použití dynamických modelů lan ... 42
7.1. Prověšení lana ... 42
7.1.1. Parametry simulace ... 42
7.1.2. Výstup simulace ... 43
7.2. Fyzikální kyvadlo ... 44
7.2.1. Schéma mechanismu ... 44
7.2.2. Parametry simulace ... 44
7.2.3. Výstup simulace ... 45
8. Závěr ... 48

Seznam obrázků

Obrázek 1: Zkušební stojan QuadroSphere [2] 1
Obrázek 2: Skycam system pro televizní přenos sportovních událostí [3] 2
Obrázek 3: Schéma mechanismu s Force and Point-mass modelem lana [4] 6
Obrázek 4: Přípravek na výrobu lana, Kompozitní lano, Tahová zkouška lana [1] 7
Obrázek 5: Tahový diagram vzorku [1] 8
Obrázek 6: Závislost specifické tuhosti vzorku na zátěžné síle 8
Obrázek 7: Schéma mechanismu 9
Obrázek 8: Uvolnění hmotného tělesa 11
Obrázek 9: Schéma mechanismu 12
Obrázek 10: Uvolnění kladky 15
Obrázek 11: Uvolnění hmotného tělesa 15
Obrázek 12: Schéma mechanismu 16
Obrázek 13: Geometrie mechanismu 17
Obrázek 14: Uvolnění hmotného tělesa 20
Obrázek 15: Schéma původního mechanismu 21
Obrázek 16: Schéma upraveného mechanismu 21
Obrázek 17: Geometrické poměry mezi platformou a kladkou 1 23
Obrázek 18: Geometrické poměry mezi platformou a kladkou 2 24
Obrázek 19: Geometrické poměry mezi platformou a kladkou 3 25
Obrázek 20: Geometrické poměry mezi platformou a kladkou 4 25
Obrázek 21: Poměry rychlostí platformy 28
Obrázek 22: Vizualizace rychlostí v bodě B1 29
Obrázek 23: Vizualizace rychlostí v bodě B2 29
Obrázek 24: Vizualizace rychlostí v bodě B3 30
Obrázek 25: Vizualizace rychlostí v bodě B4 30
Obrázek 26: Uvolnění platformy 31
Obrázek 27: Uvolnění kladky 32
Obrázek 28: Kinematické buzení y_1 34
Obrázek 29: Primární výstup y_2 (lineární a nelineární model lana) 34
Obrázek 30: Kinematické buzení y_1 35

Obrázek 31: Primární výstup y_2 (lineární a nelineární model lana) 36
Obrázek 32: Kinematické buzení y1 37
Obrázek 33: Primární výstup s_2 (lineární a nelineární model lana) 38
Obrázek 34: Požadovaná trajektorie bodu S 40
Obrázek 35: Požadované natočení platformy 40
Obrázek 36: Průběh lineárních pohonů p_{1-4} 40
Obrázek 37: Porovnání požadované a simulovaných trajektorií 41
Obrázek 38: Detail porovnání požadované a simulovaných trajektorií 42
Obrázek 39: Zobrazení konečného průhybu lana 43
Obrázek 40: Trajektorie středového bodu lana 43
Obrázek 41: Schéma mechanismu fyzikálního kyvadla [6] 44
Obrázek 42: Závislost úhlu natočení kyvadla na čase 45
Obrázek 43: Vizualizace poloh mechanismu fyzikálního kyvadla 47
Obrázek 44: Ukázka modelu a popisu Obecného rovinného mechanismu s překříženými lany 48

Seznam souborů na přiloženém CD

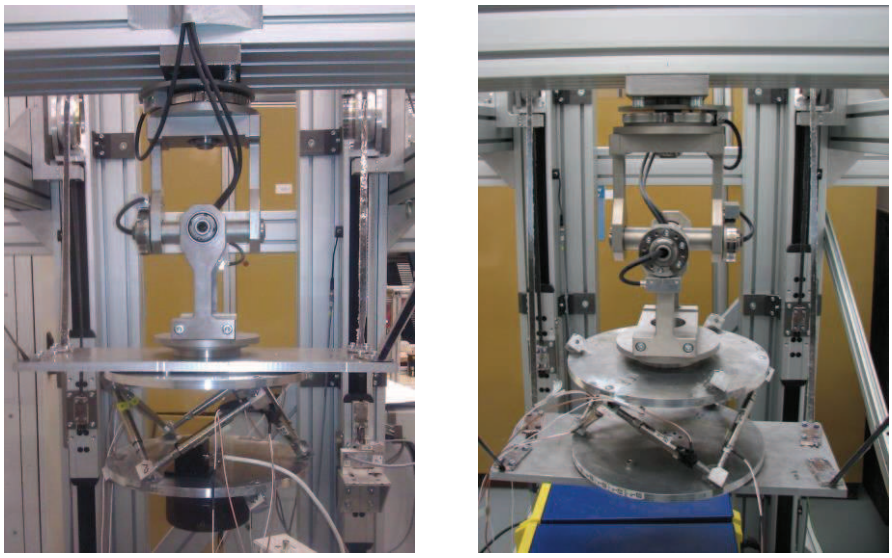
- Složka Simulinkových modelů s použitím algebraických modelů lanových prvků
  - Model_1 (Kinematicky buzený vibrátor)
  - Model_2 (Kladkový mechanismus s tečnou trajektorií hmoty)
  - Model_3 (Kladkový mechanismus s libovolnou trajektorií hmoty)
  - Model_4 (Obecný rovinný mechanismus)
  - Model_5 (Obecný rovinný mechanismus s překříženými lany)
- Popis jednotlivých modelů
  - Model_1.1.pdf
  - Model_2.0.pdf
  - Model_3.0.pdf
  - Model_5.0.pdf
- Scan poznámek k Model_4
- Výstupní data simulací

1. Úvod

Robotika je v posledních letech jeden z nejrychleji rostoucích oborů. Vzhledem k zvyšujícím se požadavků na kvalitu, přesnost a produktivitu strojírenské výroby je kladen stále větší důraz na vylepšování zavedených strojů nebo přímo na vývoj nových struktur a konceptů.

Již prověřeným přístupem k optimalizaci stroje je umístění přídavných senzorů na samotný mechanismus stroje. Pomocí dat získaných z těchto senzorů lze optimalizovat řízení tak, aby nežádoucí děje (překmity atd.) byly buď odstraněny nebo omezeny. Pokud je počet senzorů vyšší než počet stupňů volnosti samotného mechanismu lze využít možnost tzv. samokalibrace. Ta může probíhat kontinuálně za běhu stroje a tím kompenzovat vlivy vnějšího okolí. Zároveň přítomnost těchto senzorů odstraňuje nutnost použití vnějších měřidel pro určování pracovního bodu stroje.

Jedním z relativně nových konceptů jsou paralelní mechanismy. Jejich využití je stále častější nejen ve strojírenské výrobě, ale i v oblasti kosmonautiky nebo lékařství. Tyto mechanismy obsahují paralelní kinematickou strukturu, která zlepšuje oproti sériovým mechanismům celkové vlastnosti. Na druhou stranu je pro tyto mechanismy nutné speciální řízení. Příkladem paralelního mechanismu může být zkušební stojan QuadroSphere (Obrázek 1) instalovaný v laboratořích mechatroniky na strojní fakultě ČVUT v Praze. Stojan se skládá ze sférického kloubu, základní platformy a aktivní piezoaktuátorové struktury. Poloha platformy je řízená lineárními motory pomocí kompozitních lan a kladek. Na obrázku jsou zobrazeny 2 různé možnosti umístění aktivní struktury. [1]



Obrázek 1: Zkušební stojan QuadroSphere [2]

Na tomto zkušebním stojanu je aplikován další relativně mladý koncept, kterým jsou lanově řízené roboty. Užitím lan lze dosáhnou velkého zjednodušení a odlehčení struktury, vyšších rychlostí a zrychlení při zachování celkové tuhosti mechanismu a tím i přesnosti řízení. S příchodem kompozitních lan se otevírá možnost úpravy vlastností lana pro účely jednotlivých mechanismů. [1] [2]

Dalším příkladem lanově řízeného robotu s aktivní strukturou je Skycam systém (Obrázek 2). Poloha základní platformy je řízena lany, zatímco natočení kamery řídí sférický mechanismus.

Obrázek 2: Skycam system pro televizní přenos sportovních událostí [3]

2. Cíle práce

V této kapitole jsou rozepsány jednotlivé cíle práce a jsou k nim přiřazeny kapitoly, ve kterých se daný problém řeší.

- **Seznámení s modely lan různé složitosti pro dynamické modely mechanismů**

V kapitole 3 je provedena rešerše různých modelů lan. V následující kapitole 4 jsou aplikovány modely na měřený vzorek lana.

  - Algebraické modely (3.1)
  - Dynamické modely (3.2)

- **Tvorba simulačních dynamických modelů rovinných mechanismů s použitím algebraických modelů lanových prvků**

Toto téma je zkoumáno v kapitole 5. Rozbor byl proveden pro mechanismy:

  - Kinematicky buzený vibrátor (5.1)
  - Kladkový mechanismus s tečnou trajektorií hmoty (5.2)
  - Kladkový mechanismus s libovolnou trajektorií hmoty (5.3)
  - Obecný rovinný mechanismus (pouze schéma, 5.4.1)
  - Obecný rovinný mechanismus s překříženými lany (5.4)

- **Tvorba simulačních dynamických modelů rovinných mechanismů s použitím dynamických modelů lanových prvků**

Kapitola 7 se zabývá simulací chování lanových mechanismů s použitím Force and point-mass modelu lana. V kapitole jsou obsaženy simulace chování těchto mechanismů:

  - Pověšení lana (7.1)
  - Fyzikální kyvadlo (7.2)

- **Porovnání chování modelů mechanismů při použití různých modelů lanových prvků**

V kapitole 6 je provedeno několik simulací, které slouží k porovnání vlivu použitého druhu modelu lana na chování modelu mechanismu.

3. Modelování lan

Chování lan v mechanismech lze popsat různými modely. Přirozeným cílem modelu je simulovat chování lanového prvku tak, aby co nejlépe odpovídal skutečnosti. Zároveň je však nutné při výběru modelu zahrnout jeho náročnost pro numerické výpočty. Hledáme tedy ideální poměr mezi přesností a numerickou náročností.

3.1. Algebraické modely

V algebraických modelech jsou lana v mechanismech uvažovaná jako nehmotná a lze je nahradit pružinou s tuhostí k a tlumičem s vlastním tlumením b. Po uvolnění jsou nahrazena tahovou silou F_l a tlumící silou F_t.

$$F_l = k \cdot \Delta l \tag{3.1}$$

$$F_t = b \cdot \Delta v \tag{3.2}$$

Tuhost lana k je funkcí nepředepnuté délky lana l_0. Tato délka se může v čase měnit, proto je nutné definovat tzv. specifickou tuhost lana k_{spec}. Specifická tuhost je závislá pouze na materiálových vlastnostech lana. Různé druhy algebraických modelů lan jsou v této práci odlišovány právě definicí k_{spec}. [3]

$$k = \frac{k_{spec}}{l_0} \tag{3.3}$$

Hodnotu specifické tuhosti lze získat buď experimentálně z tahového diagramu nebo analyticky pomocí Hookova zákona (tento postup lze použít pouze pro lineární model lana).

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \;\rightarrow\; \frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0} \;\rightarrow F = \frac{E \cdot S}{l_0} \cdot \Delta l \tag{3.4}$$

Srovnáním rovnic (3.1) a (3.3) vyplývá vztah pro k_{spec}.

$$k_{spec} = E \cdot S \tag{3.5}$$

Pro přesný výpočet tlumících sil v lanech (vlastního tlumení) je potřebný další výzkum chování lan. Vzhledem k tomu, že velikost tlumících sil je zanedbatelná vůči velikosti tahových sil, lze použít přibližnou hodnotu vlastního tlumení.

3.1.1. Lineární model

Pro lineární model lana je k_{spec} konstantní a odpovídá koeficientu specifické tuhosti k_0. Dosazením do rovnice (3.1) je získán vzorec pro výpočet tahové síly v laně. [3]

$$F_l = \frac{k_0}{l_0} \cdot \Delta l \tag{3.6}$$

Tento model se hodí především pro pletená lana se stálou tuhostí nebo pro lanové prvky s celistvým průřezem.

3.1.2. Nelineární model

Nelineární model naopak zahrnuje i závislost k_{spec} na zatížení lana (konkrétně na tahové síle v laně F_l). Tato závislost je definována koeficienty $k_{0\text{-}2}$. [3]

$$k_{spec} = k_2 \cdot F_l^2 + k_1 \cdot F_l + k_0 \tag{3.7}$$

Z definice k_{spec} je zřejmé, že pro získání vzorce tahové síly v laně je nutné řešit kvadratickou rovnici. Po dosazení do rovnice (3.1) a následné úpravě byl získán následující vzorec. [3]

$$F_l = \frac{-\left(k_1 - \frac{l_0}{\Delta l}\right) \pm \sqrt{\left(k_1 - \frac{l_0}{\Delta l}\right)^2 - 4k_0k_2}}{2k_2} \tag{3.8}$$

Realizací vzorce (3.8) v simulaci byla vyloučena varianta s kladným znaménkem před odmocninou a tím určen konečný vztah (3.9).

$$F_l = \frac{-\left(k_1 - \frac{l_0}{\Delta l}\right) - \sqrt{\left(k_1 - \frac{l_0}{\Delta l}\right)^2 - 4k_0k_2}}{2k_2} \tag{3.9}$$

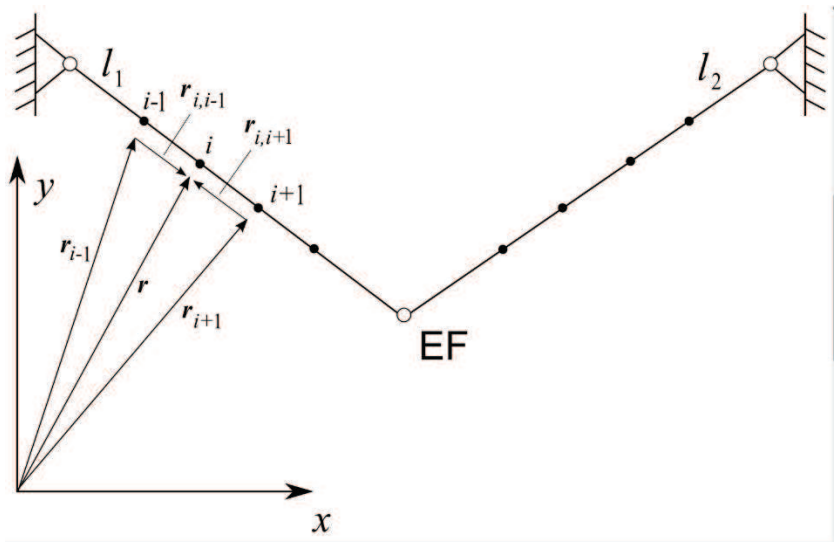
Oproti lineárnímu modelu lze tento model využít pro většinu pletených a kompozitních lan. U pletených lan je většinou závislost mezi k_{spec} a F_l nelineární a degresivní. Při zatěžování lana dochází k napřimování jednotlivých vláken v laně, což způsobuje zvýšení tuhosti lana.

3.2. Dynamické modely

Dynamické modely oproti algebraickým uvažují lano jako hmotné. Tyto modely tedy mohou zahrnovat jevy jako jsou příčné kmitání a ohybová tuhost lan. Dynamické modely jsou tedy komplexnější, ale jejich numerická náročnost je vyšší.

3.2.1. Force and Point-mass model

V tomto modelu je lano nahrazeno řetězcem hmotných bodů, které jsou propojeny pružnými elementy (Obrázek 3).



Obrázek 3: Schéma mechanismu s Force and Point-mass modelem lana [4]

Pro každý hmotný bod lze napsat Newton-Eulerovu rovnici ve vektorovém tvaru,

$$m_i \ddot{r}_i + b_{i-1}\frac{d\Delta l_{i-1}}{d_t} + b_{i+1}\frac{d\Delta l_{i+1}}{d_t} + k_{i-1}\Delta l_{i-1} + k_{i+1}\Delta l_{i+1} = f_i \tag{3.10}$$

kde m_i je hmotnost hmotného bodu, f_i je vektor sil působících na hmotný bod i, vektory r_i, r_{i-1} a r_{i+1} popisují polohu hmotných bodů i, i-1 a i+1v souřadnicovém systému, k_{i-1} je tuhost pružného elementu mezi body i a i-1, k_{i+1} je tuhost pružného elementu mezi body i a i+1, stejné označení platí pro vlastní tlumení b_{i-1}, b_{i+1} a vektory prodloužení dl_{i-1}, dl_{i+1}. [4] [5]

Vektory prodloužení jsou definovány rovnicemi (3.11) a (3.12), kde l_{i-1} a l_{i+1} označuje délky nepředepnutých pružných elementů a H( ) je Heavisidova kroková funkce. [4] [5]

$$\Delta l_{i-1} = -\left(\left|r_{i,i-1}\right| - l_{i-1}\right)\frac{r_{i,i-1}}{\left|r_{i,i-1}\right|}H\left(\left|r_{i,i-1}\right| - l_{i-1}\right) \tag{3.11}$$

$$r_{i,i-1} = r_i - r_{i-1} \tag{3.12}$$

$$\Delta l_{i+1} = -\left(\left|r_{i,i+1}\right| - l_{i+1}\right)\frac{r_{i,i+1}}{\left|r_{i,i+1}\right|}H\left(\left|r_{i,i+1}\right| - l_{i+1}\right) \tag{3.13}$$

$$r_{i,i+1} = r_i - r_{i+1} \tag{3.14}$$

Řešením pohybových rovnic (3.10) všech hmotných bodů a okrajových bodů získáváme sestavu diferenciálních rovnic druhého řádu v maticové formě. [4]

Force and Point-mass model simuluje pohyb lana včetně příčného kmitání, ale zanedbává ohybovou tuhost lana. Modely pracující s ohybovou tuhostí sice existují (např. ANCF cable model), ale pro naše použití jsou příliš složité.

4. Stanovení parametrů jednotlivých modelů lan z tahového diagramu měřeného vzorku

Pro zkoumané mechanismy bylo nutné určit ideální typ lana. Po průzkumu literatury byly předběžně vybrány dva druhy lan: ocelová a kompozitní lanka. Ocelová lanka mají vysokou tuhost v tahu, ale i v ohybu. Tuhost lanka v ohybu je v kladkových mechanismech nežádoucí, nejen proto byly nakonec vybrány lanka kompozitní (konkrétně lanka složená z uhlíkových vláken a silikonové matrice). Kompozitní lanka mají několik výhod:

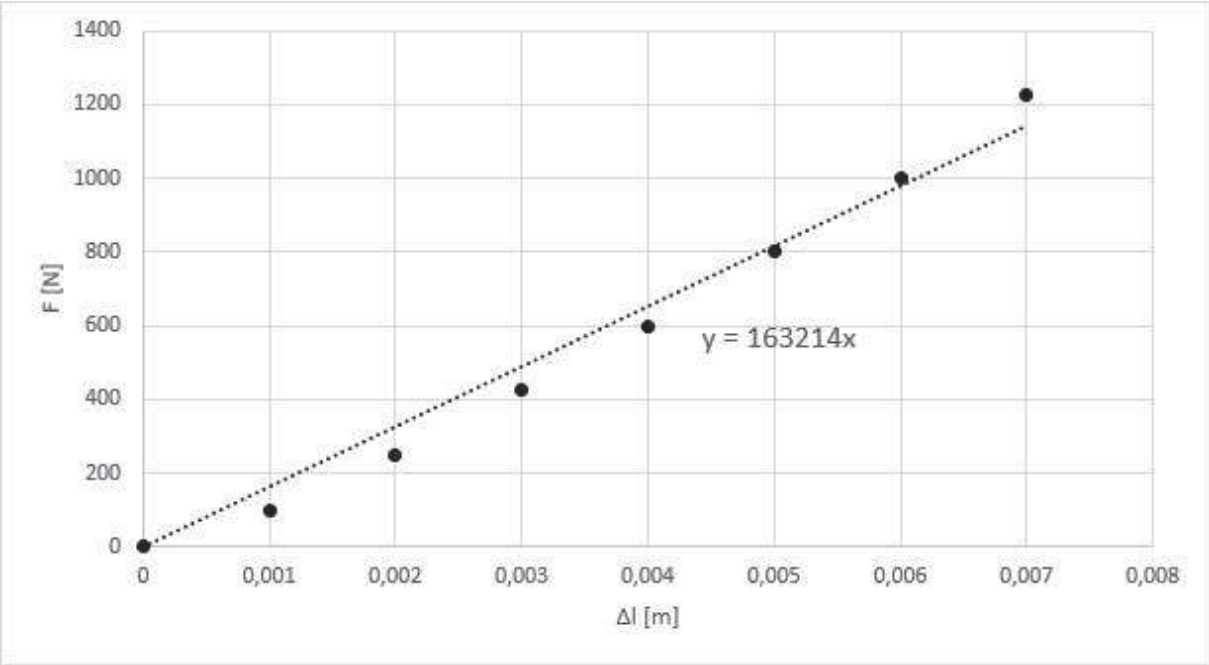
- použitím různých vláken a matric lze dosáhnout různých celkových vlastností lana
- mají příznivější poloměr ohybu než lanka ocelová
- matrice chrání vlákna před opotřebením a roztřepením

Kompozitová uhlíková vlákna byla vyráběna pomocí přípravku (Obrázek 4), ve kterém se vysokopevnostní uhlíkové vlákno Torayca T700SC-2400 prosycovalo matricí ze silikonu ZA13. [1]

Obrázek 4: Přípravek na výrobu lana, Kompozitní lano, Tahová zkouška lana [1]

4.1. Lineární model

Pro získání koeficientu k_0 specifické tuhosti měřeného vzorku byl použit tahový diagram měřeného vzorku (Obrázek 5). Diagram je vztažen na 1m délky vzorku, proto lze hodnotu tuhosti získanou lineární regresí považovat za specifickou tuhost a tedy zároveň za koeficient k_0.

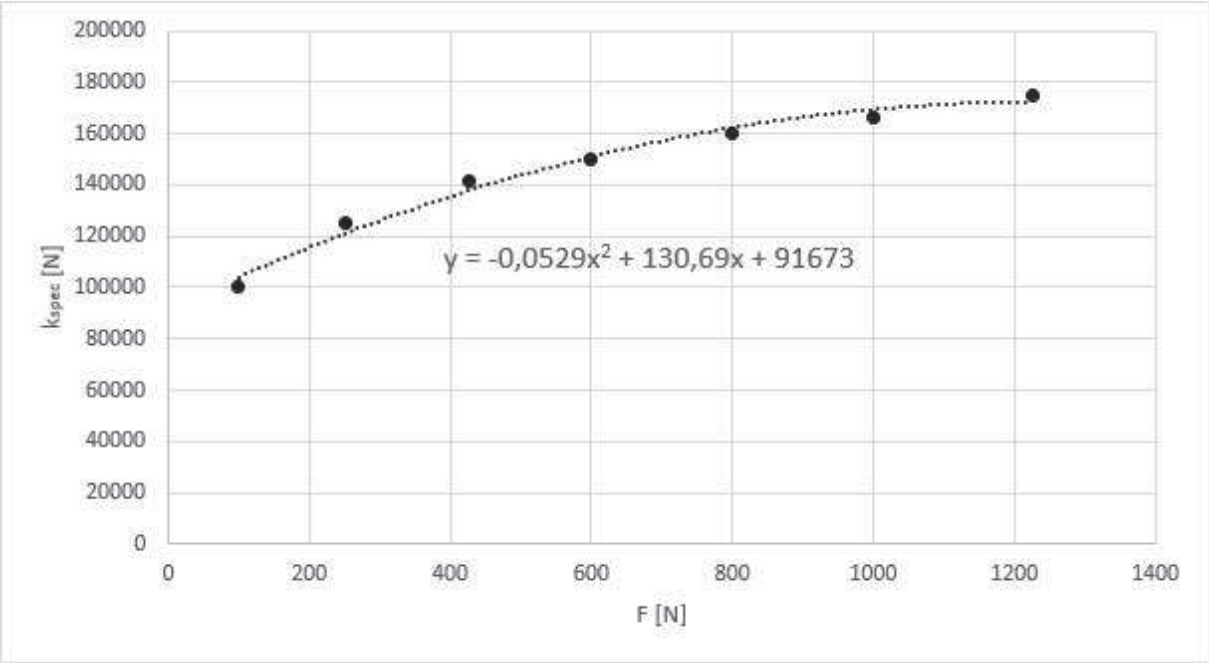


Obrázek 5: Tahový diagram vzorku [1]

Z naměřených hodnot diagramu bylo určeno: $\mathbf{k_0 = 163214}$

4.2. Nelineární model

Úpravou dat získaných z tahového diagramu byla určena závislost mezi specifickou tuhostí k_{spec} a zátěžnou silou F. Polynomickou regresí byla získána rovnice křivky, ze které byly odečteny jednotlivé koeficienty $k_{0\text{-}2}$.



Obrázek 6: Závislost specifické tuhosti vzorku na zátěžné síle

Hodnoty získaných koeficientů: $\mathbf{k_0 = 91673}$, $\mathbf{k_1 = 130{,}69}$, $\mathbf{k_2 = -0{,}0529}$

5. Rozbor rovinných mechanismů a tvorba Simulinkových modelů s použitím algebraických modelů lanových prvků

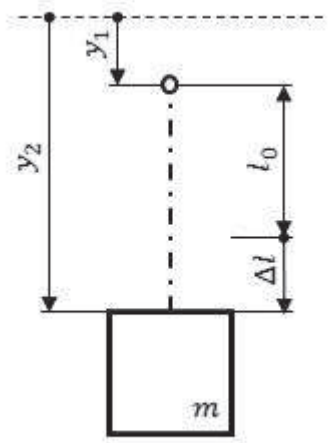
Celkem byly provedeny rozbory pěti mechanismů. První tři modely posloužily spíše k porozumění funkcí programu Matlab, resp. nástavbě Simulink, proto nejsou v práci rozepsány dopodrobna. Čtvrtý model byl vývojovou variantou pátého modelu, proto není rozbor tohoto mechanismu v práci uveden. Model_5 (5.4 Obecný rovinný mechanismus s překříženými lany) je považován za finální výstup práce.

Pro výpočty tahových sil byl použit lineární i nelineární model lana.

5.1. Kinematicky buzený vibrátor

Model následujícího mechanismu je označován jako **Model_1**. Všechny jeho varianty jsou zpracovány v příloze se stejným jménem.

5.1.1. Schéma mechanismu



Obrázek 7: Schéma mechanismu

5.1.2. Parametry mechanismu

Parametry mechanismu jsou zpracovány v souboru **data.m,** který je součástí modelu. Velikost parametrů byla zadána v jednotkách SI soustavy.

m	hmotnost tělesa
l_0	délka nezatíženého lana
$k_{0,1,2}$	složky specifické tuhosti lana
b	vlastní tlumení lana

5.1.3. Funkce modelu

Základem všech modelů je integrální zpětná vazba, která utváří smyčku. Na základě vnějších vstupů a počátečních podmínek program určí 1. stav modelu (výstupy). Tento stav se v dalším kroku stává vnitřními vstupy.

Vnější vstup:

y_1 poloha kinematického buzení

Výstup:

Primární:

y_2 poloha hmotného tělesa

Sekundární:

v_2 rychlost hmotného tělesa
a_2 zrychlení hmotného tělesa

Pozn.: Realizace následujících výpočtů jsou vyznačeny v souboru **model_1.1.pdf** (lineární model lana + podmínka předepnutí lana). Značení je upraveno pro potřeby programovacího jazyka: indexy ve stejné rovině jako hlavní znak, řecká písmena nahrazena prvními dvěma písmeny výslovnosti nebo velkým písmenem podobného tvaru, časová derivace nahrazena malým písmenem d, atd.

5.1.4. Výpočet tahové síly

Pro výpočet tahové síly byl použit lineární model lana (Model_1.0 a Model_1.1) a nelineární model (Model_1.2). Zároveň je do programu zakomponována podmínka předepnutí lana (Model_1.1 a Model_1.2).

Prodloužení lana:

$$\Delta l = y_2 - y_1 - l_0 \tag{5.1}$$

Výpočet síly:

- Lineární model

$$F_l = \frac{k_0}{l_0} \cdot \Delta l \tag{5.2}$$

- Nelineární model

$$F_l = \frac{-\left(k_1 - \frac{l_0}{\Delta l}\right) - \sqrt{\left(k_1 - \frac{l_0}{\Delta l}\right)^2 - 4k_0k_2}}{2k_2} \tag{5.3}$$

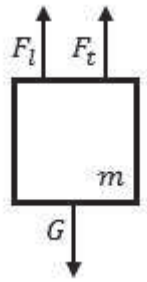
5.1.5. Výpočet tlumící síly

Tlumící síla je dána součinem vlastního tlumení lana a rozdílu rychlostí hmotného tělesa a rychlosti vstupu.

$$F_b = b \cdot (v_2 - v_1) \tag{5.4}$$

5.1.6. Pohybová rovnice hmotného tělesa

Zkoumaná sestava má 1 stupeň volnosti => 1 pohybová rovnice. Základem této rovnice jsou Newton-Eulerovy rovnice (5.5).



Obrázek 8: Uvolnění hmotného tělesa

$$m \cdot a_Y = \sum F_Y \tag{5.5}$$

$$m \cdot a_2 = G - F_l - F_t \tag{5.6}$$

$$a_2 = g - \frac{F_l - F_t}{m} \tag{5.7}$$

Pomocí integrální zpětné vazby je určena rychlost a poloha tělesa.

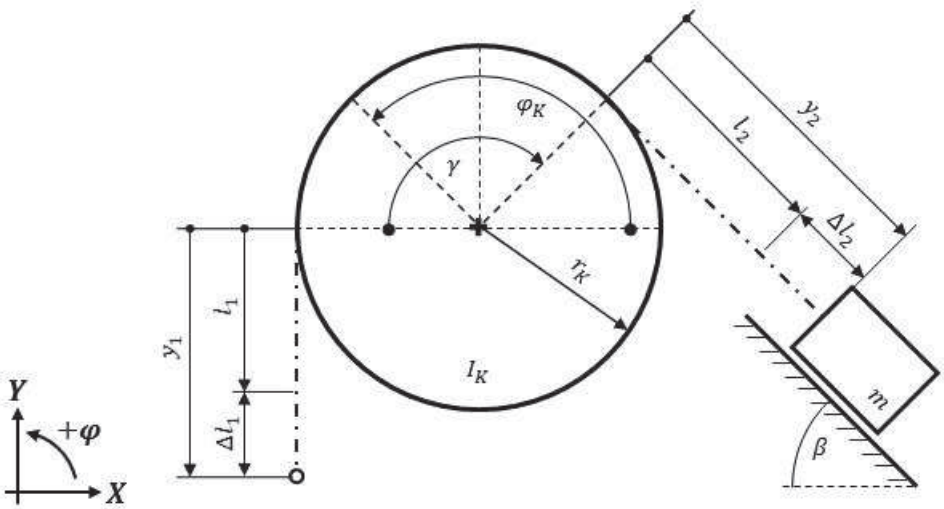
5.1.7. Počáteční podmínky

Počáteční podmínky jsou definovány v souboru **data.m**.

5.2. Kladkový mechanismus s tečnou trajektorií hmoty

Model následujícího mechanismu je označován jako **Model_2**. Všechny jeho varianty jsou zpracovány v příloze se stejným jménem.

5.2.1. Schéma mechanismu



Obrázek 9: Schéma mechanismu

5.2.2. Parametry mechanismu

Hmotné těleso:

m	hmotnost tělesa
β	úhel sklonu trajektorie hmotného tělesa

Kladka:

r_K	poloměr kladky
I_K	moment setrvačnosti kladky

Lano:

l_0	celková délka lana
$k_{0,1,2}$	složky specifické tuhosti lana
b	vlastní tlumení lana

5.2.3. Funkce modelu

Vstup:

y_1	poloha kinematického buzení

Výstup:

Primární:

y_2	poloha hmotného tělesa

Sekundární:

v_2 rychlost hmotného tělesa
a_2 zrychlení hmotného tělesa
φ_K úhel natočení kladky
ω_K úhlová rychlost kladky
α_K úhlové zrychlení kladky

Pozn.: Realizace následujících výpočtů jsou vyznačeny v souboru **model_2.0.pdf** (lineární model lana). Značení je upraveno pro potřeby programovacího jazyka: indexy ve stejné rovině jako hlavní znak, řecká písmena nahrazena prvními dvěma písmeny výslovnosti nebo velkým písmenem podobného tvaru, časová derivace nahrazena malým písmenem d, atd.

5.2.4. Výpočet tahových sil

Pro výpočet tahové síly je použit lineární model lana (Model_2.0) a nelineární model (Model_2.1). Zároveň je do programu zakomponována podmínka předepnutí lana.

5.2.4.1. Tahová síla mezi kladkou a kinematickým vstupem

Délka nepředepnutého lana:

$$l_1 = \varphi_K \cdot r \tag{5.8}$$

Prodloužení lana:

$$\Delta l_1 = y_1 - l_1 = y_1 - (\varphi_K \cdot r) \tag{5.9}$$

Tahová síla v laně:

- Lineární model:

$$F_{l1} = \frac{k_0}{l_1} \cdot \Delta l_1 \tag{5.10}$$

- Nelineární model:

$$F_{l1} = \frac{-\left(k_1 - \frac{l_1}{\Delta l_1}\right) - \sqrt{\left(k_1 - \frac{l_1}{\Delta l_1}\right)^2 - 4k_0k_2}}{2k_2} \tag{5.11}$$

5.2.4.2. Tahová síla mezi kladkou a hmotným tělesem

Délka nepředepnutého lana:

$$l_2 = l_0 - (\varphi_K + \gamma) \cdot r = l_0 - \left(\varphi_K + \beta + \frac{\pi}{2}\right) \cdot r \tag{5.12}$$

Prodloužení lana:

$$\Delta l_2 = y_2 - l_2 = y_1 - l_0 + \left(\varphi_K + \beta + \frac{\pi}{2}\right) \cdot r \tag{5.13}$$

Tahová síla v laně:

- Lineární model:

$$F_{l2} = \frac{k_0}{l_2} \cdot \Delta l_2 \tag{5.14}$$

- Nelineární model:

$$F_{l2} = \frac{-\left(k_1 - \frac{l_2}{\Delta l_2}\right) - \sqrt{\left(k_1 - \frac{l_2}{\Delta l_2}\right)^2 - 4k_0k_2}}{2k_2} \tag{5.15}$$

5.2.5. Výpočet tlumících sil

5.2.5.1. Tlumící síla mezi kladkou a kinematickým vstupem

$$F_{t1} = b \cdot \left(v_1 - \dot{l_1}\right) = b \cdot (v_1 - \omega_K \cdot r) \tag{5.16}$$

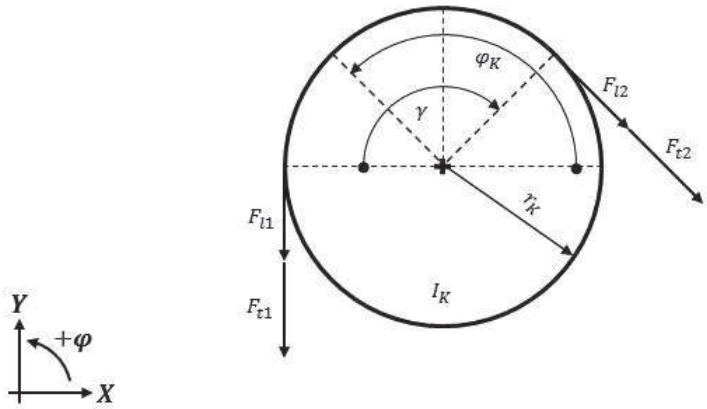
5.2.5.2. Tlumící síla mezi kladkou a hmotným tělesem

$$F_{t2} = b \cdot \left(v_2 - \dot{l_2}\right) = b \cdot (v_1 + \omega_K \cdot r) \tag{5.17}$$

5.2.6. Pohybové rovnice těles

Zkoumaná sestava má 2 stupeň volnosti (posuv hmotného tělesa, rotace kladky) => 2 pohybové rovnice.

Kladka:

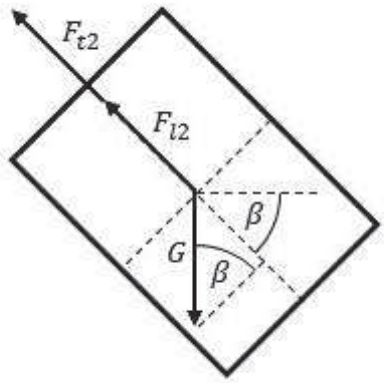


Obrázek 10: Uvolnění kladky

$$I_K \cdot \alpha_K = (F_{l1} - F_{l2} + F_{t1} - F_{t2}) \cdot r \tag{5.18}$$

$$\alpha_K = \frac{r}{I_K} \cdot (F_{l1} - F_{l2} + F_{t1} - F_{t2}) \tag{5.19}$$

Hmotné těleso:



Obrázek 11: Uvolnění hmotného tělesa

$$m \cdot a_2 = G \cdot \sin\beta - F_{l2} - F_{t2} \tag{5.20}$$

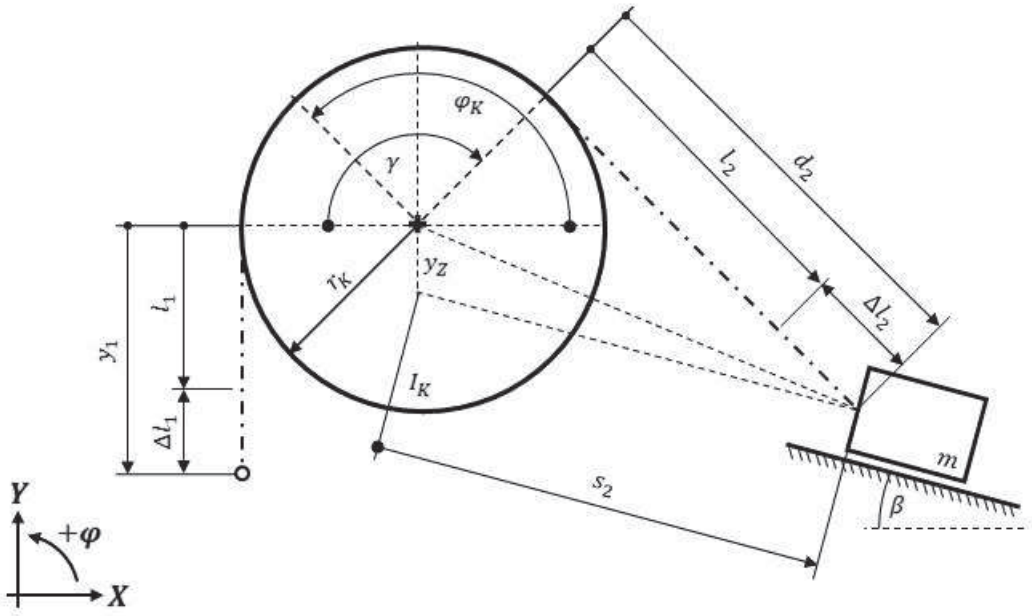
$$a_2 = g \cdot \sin\beta - \frac{F_{l2} + F_{t2}}{m} \tag{5.21}$$

5.2.7. Počáteční podmínky

Počáteční podmínky jsou definovány v souboru **data.m**.

5.3. Kladkový mechanismus s libovolnou trajektorií hmoty

5.3.1. Schéma mechanismu



Obrázek 12: Schéma mechanismu

5.3.2. Parametry mechanismu

Hmotné těleso:

m	hmotnost tělesa
β	úhel sklonu trajektorie hmotného tělesa
y_z	svislé posunutí trajektorie hmotného tělesa

Kladka:

r_K	poloměr kladky
I_K	moment setrvačnosti kladky

Lano:

l_0	celková délka lana
$k_{0,1,2}$	složky specifické tuhosti lana
b	vlastní tlumení lana

5.3.3. Funkce modelu

Vstup:

y_1 poloha kinematického buzení

Výstup:

Primární:

s_2 poloha hmotného tělesa

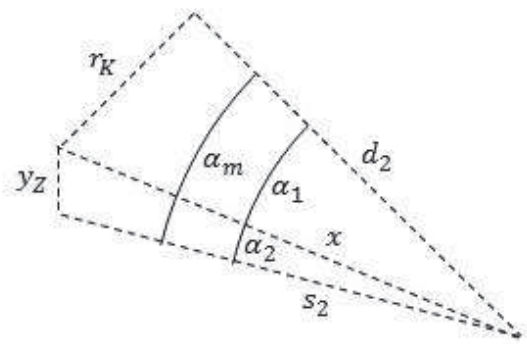
Sekundární:

v_2 rychlost hmotného tělesa
a_2 zrychlení hmotného tělesa
φ_K úhel natočení kladky
ω_K úhlová rychlost kladky
α_K úhlové zrychlení kladky

Pozn.: Realizace následujících výpočtů jsou vyznačeny v souboru **model_3.0.pdf** (lineární model lana). Značení je upraveno pro potřeby programovacího jazyka: indexy ve stejné rovině jako hlavní znak, řecká písmena nahrazena prvními dvěma písmeny výslovnosti nebo velkým písmenem podobného tvaru, časová derivace nahrazena malým písmenem d, atd.

5.3.4. Pomocné geometrické výpočty

Pro následující výpočty je nutné odvodit výpočet pro délku lana mezi kladkou a hmotným tělesem $d_2 = f(s_2)$ a úhel opásání $\gamma = f(s_2)$



Obrázek 13: Geometrie mechanismu

Délka lana d_2:

$$x = \sqrt{y_z^2 + s_2^2 - 2y_z s_2 \cos\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)} \tag{5.22}$$

$$d_2 = \sqrt{x^2 - r^2} \tag{5.23}$$

Úhel opásání γ:

$$\sin\alpha_1 = \frac{r_K}{x} \rightarrow \alpha_1 = \sin^{-1}\left(\frac{r_K}{x}\right) \tag{5.24}$$

$$y_z^2 = s_2^2 + x^2 - 2s_2 x\cos\alpha_2 \rightarrow \alpha_2 = \cos^{-1}\left(\frac{s_2^2 + x^2 - y_z^2}{2s_2 x}\right) \tag{5.25}$$

$$\gamma = \alpha_m + \beta + \frac{\pi}{2} \tag{5.26}$$

$$\alpha_m = \alpha_1 + \alpha_2 \tag{5.27}$$

5.3.5. Výpočet tahových sil

Pro výpočet tahové síly je použit lineární model lana (Model_3.0) a nelineární model (Model_3.1). Zároveň je do programu zakomponována podmínka předepnutí lana.

5.3.5.1. Tahová síla mezi kladkou a kinematickým vstupem

Délka nepředepnutého lana:

$$l_1 = \varphi_K \cdot r \tag{5.28}$$

Prodloužení lana:

$$\Delta l_1 = y_1 - l_1 = y_1 - (\varphi_K \cdot r) \tag{5.29}$$

Tahová síla v laně:

- Lineární model:

$$F_{l1} = \frac{k_0}{l_1} \cdot \Delta l_1 \tag{5.30}$$

- Nelineární model:

$$F_{l1} = \frac{-\left(k_1 - \frac{l_1}{\Delta l_1}\right) - \sqrt{\left(k_1 - \frac{l_1}{\Delta l_1}\right)^2 - 4k_0 k_2}}{2k_2} \tag{5.31}$$

5.3.5.2. Tahová síla mezi kladkou a hmotným tělesem

Délka nepředepnutého lana:

$$l_2 = l_0 - (\varphi_K + \gamma) \cdot r \tag{5.32}$$

Prodloužení lana:

$$\Delta l_2 = y_2 - l_2 = y_1 - l_0 + (\varphi_K + \gamma) \cdot r \tag{5.33}$$

Tahová síla v laně:

- Lineární model:

$$F_{l2} = \frac{k_0}{l_2} \cdot \Delta l_2 \tag{5.34}$$

- Nelineární model:

$$F_{l2} = \frac{-\left(k_1 - \frac{l_2}{\Delta l_2}\right) - \sqrt{\left(k_1 - \frac{l_2}{\Delta l_2}\right)^2 - 4k_0k_2}}{2k_2} \tag{5.35}$$

5.3.6. Výpočet tlumících sil

5.3.6.1. Tlumící síla mezi kladkou a kinematickým vstupem

$$F_{t1} = b \cdot \left(v_1 - \dot{l_1}\right) = b \cdot (v_1 - \omega_K \cdot r) \tag{5.36}$$

5.3.6.2. Tlumící síla mezi kladkou a hmotným tělesem

$$F_{t2} = b \cdot \left(v_2 . \cos\alpha_m - \dot{l_2}\right) = b \cdot [v_2 \cdot \cos\alpha_m - (\omega_K + \dot{\gamma}) \cdot r] \tag{5.37}$$

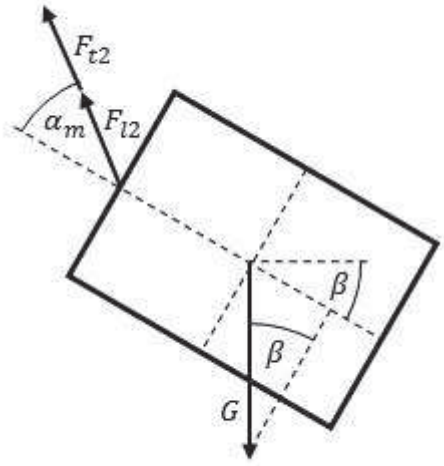
5.3.7. Pohybové rovnice těles

Zkoumaná sestava má 2 stupeň volnosti (posuv hmoty, rotace kladky) => 2 pohybové rovnice.

Kladka: Totožné jako u předchozího mechanismu (5.2.6)

$$\alpha_K = \frac{r}{I_K} \cdot (F_{l1} - F_{l2} + F_{t1} - F_{t2}) \tag{5.38}$$

Hmotné těleso:



Obrázek 14: Uvolnění hmotného tělesa

$$m \cdot a_2 = G \cdot \sin\beta - (F_{l2} + F_{t2}) \cos\alpha_m \tag{5.39}$$

$$a_2 = g \cdot \sin\beta - (F_{l2} + F_{t2}) \frac{\cos\alpha_m}{m} \tag{5.40}$$

5.3.8. Počáteční podmínky

Počáteční podmínky jsou definovány v souboru **data.m**.

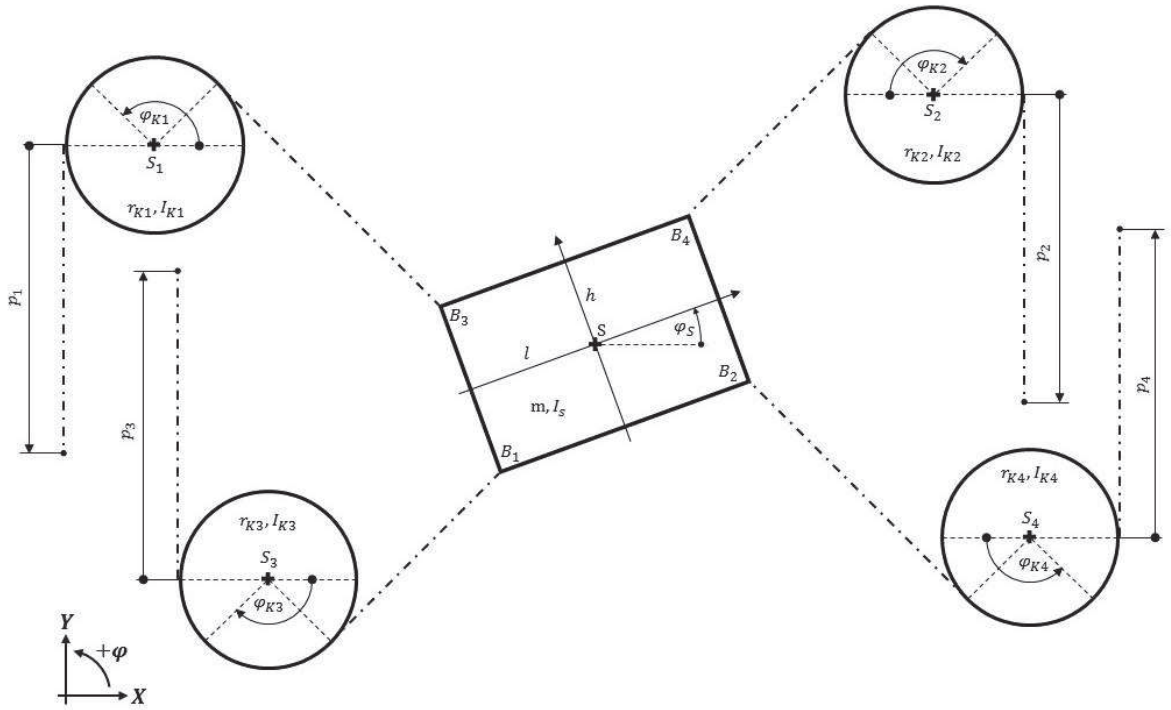
5.4. Obecný rovinný mechanismus s překříženými lany

Model následujícího mechanismu je označován jako **Model_5**. Všechny jeho varianty jsou zpracovány v příloze se stejným jménem.

5.4.1. Obecný rovinný mechanismus

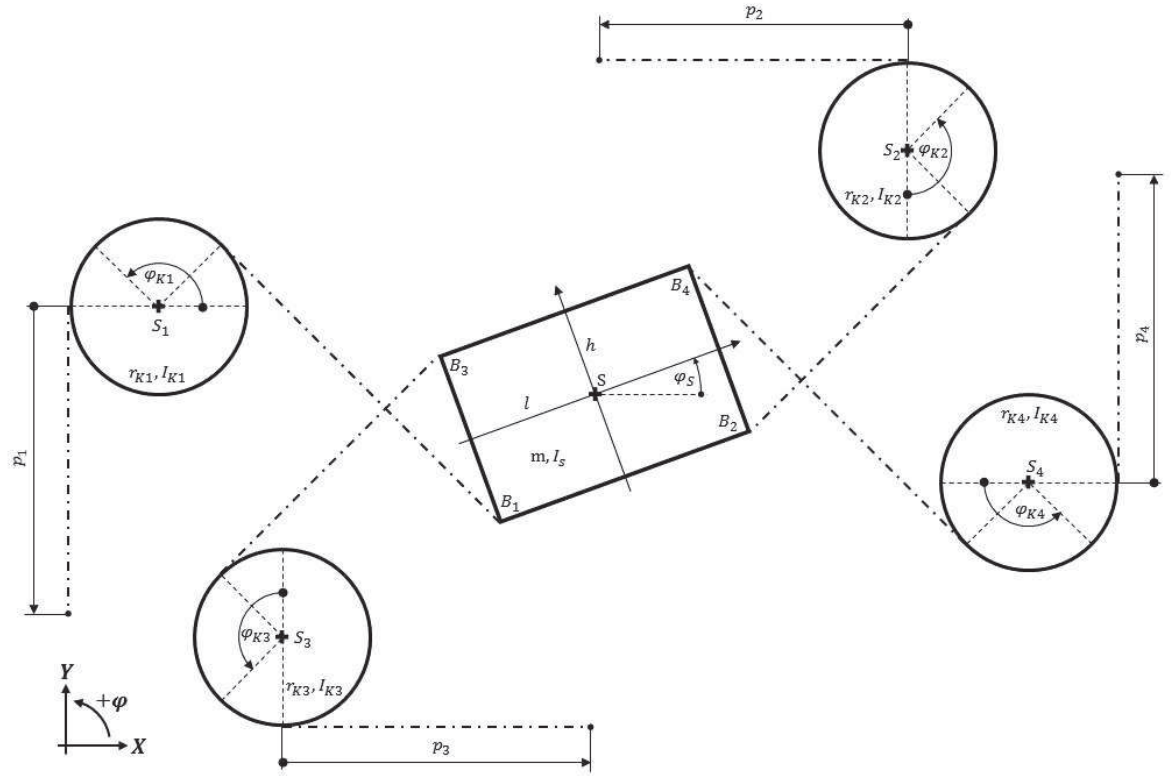
Mechanismus s překříženými lany (Obrázek 16) je úpravou původního obecného rovinného mechanismu (Obrázek 15). Původní mechanismus je o něco jednodušší a při správné konfiguraci lze využít při řízení osové souměrnosti mechanismu, pohybové možnosti platformy jsou však omezeny.

Model původního mechanismu je označen jako **Model_4** a všechny jeho varianty jsou také obsaženy v příloze.



Obrázek 15: Schéma původního mechanismu

5.4.2. Schéma mechanismu



Obrázek 16: Schéma upraveného mechanismu

5.4.3. Parametry mechanismu

Parametry mechanismu byly zpracovány do souboru **data.m**, který je součástí modelu. Velikost parametrů byla zadána v jednotkách SI soustavy.

Platforma:

h	polovina výšky platformy
l	polovina šířky platformy
m	hmotnost platformy
Is	moment setrvačnosti platformy k ose procházející těžištěm kolmé na rovinu mechanismu

Kladky:

r_{Ki}	poloměr kladky i
I_{Ki}	moment setrvačnosti kladky i k ose procházející těžištěm kolmé na rovinu mechanismu
x_{Si}, y_{Si}	souřadnice středu kladky i

Lana:

l_{0i}	celková délka lana i
$k_{0i,1i,2i}$	složky specifické tuhosti lana i
b_i	vlastní tlumení lana i

Jednotlivá lana a kladky mají některé parametry společné, ale pro zachování maximální univerzálnosti modelu bylo značení odděleno.

5.4.4. Funkce modelu

Vnější vstupy:

$p_i(t)$	poloha lineárních pohonů (kinematického buzení)

Výstupy:

Primární:

x_S, y_s	souřadnice středu platformy
φ_S	úhel natočení platformy

Sekundární:

v_{Sx}, v_{Sy}	složky rychlosti středu platformy
a_{Sx}, a_{Sy}	složky zrychlení středu platformy
ω_S	úhlová rychlost platformy
α_S	úhlové zrychlení platformy
φ_{Ki}	úhel natočení kladky i
ω_{Ki}	úhlová rychlost kladky i
α_{Ki}	úhlové zrychlení kladky i

Pozn.: Realizace následujících výpočtů jsou vyznačeny souboru **model_5.0.pdf**. Značení je upraveno pro potřeby programovacího jazyka: indexy ve stejné rovině jako hlavní znak, řecká písmena značící úhly nahrazena prvními dvěma písmeny výslovnosti nebo velkým písmenem podobného tvaru, časová derivace nahrazena malým písmenem d, atd.

5.4.5. Pomocné geometrické výpočty

Souřadnice rohových bodů platformy $B_{1\text{-}4}$:

$$x_{B1} = x_S + h \cdot \sin\varphi_S - l \cdot \cos\varphi_S \tag{5.41}$$

$$y_{B1} = y_S - h \cdot \cos\varphi_S - l \cdot \sin\varphi_S \tag{5.42}$$

$$x_{B2} = x_S + h \cdot \sin\varphi_S + l \cdot \cos\varphi_S \tag{5.43}$$

$$y_{B2} = y_S - h \cdot \cos\varphi_S + l \cdot \sin\varphi_S \tag{5.44}$$

$$x_{B3} = x_S - h \cdot \sin\varphi_S - l \cdot \cos\varphi_S \tag{5.45}$$

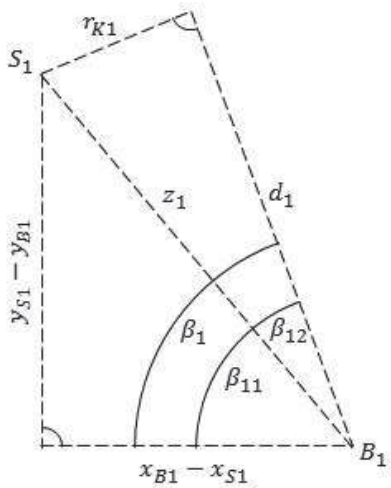
$$y_{B3} = y_S + h \cdot \cos\varphi_S - l \cdot \sin\varphi_S \tag{5.46}$$

$$x_{B4} = x_S - h \cdot \sin\varphi_S + l \cdot \cos\varphi_S \tag{5.47}$$

$$y_{B4} = y_S + h \cdot \cos\varphi_S + l \cdot \sin\varphi_S \tag{5.48}$$

Délky lan mezi platformou a tečným bodem na jednotlivých kladkách $d_{1\text{-}4}$ a úhly mezi lany a vodorovnou nebo svislou základnou $\beta_{1\text{-}4}$:

Kladka 1:



Obrázek 17: Geometrické poměry mezi platformou a kladkou 1

$$\beta_{11} = \tan^{-1}\left(\frac{y_{S1} - y_{B1}}{x_{B1} - x_{S1}}\right) \tag{5.49}$$

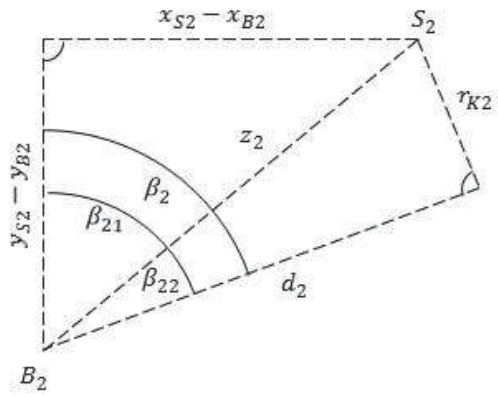
$$z_1 = \sqrt{(x_{B1} - x_{S1})^2 + (y_{S1} - y_{B1})^2} \tag{5.50}$$

$$\beta_{12} = \sin^{-1}\left(\frac{r_{K1}}{z_1}\right) \tag{5.51}$$

$$\beta_1 = \beta_{11} + \beta_{12} \tag{5.52}$$

$$d_1 = \sqrt{z_1^2 - r_{K1}^2} = \sqrt{(x_{B1} - x_{S1})^2 + (y_{S1} - y_{B1})^2 - r_{K1}^2} \tag{5.53}$$

Kladka 2:



Obrázek 18: Geometrické poměry mezi platformou a kladkou 2

$$\beta_{21} = \tan^{-1}\left(\frac{x_{S2} - x_{B2}}{y_{S2} - y_{B2}}\right) \tag{5.54}$$

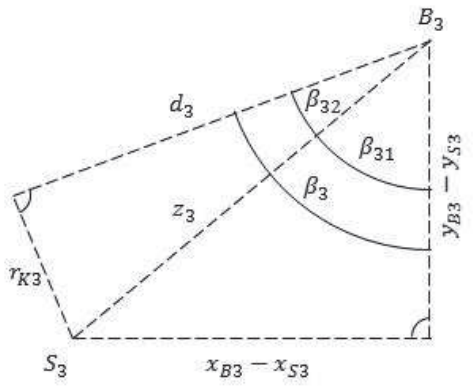
$$z_2 = \sqrt{(x_{S2} - x_{B2})^2 + (y_{S2} - y_{B2})^2} \tag{5.55}$$

$$\beta_{22} = \sin^{-1}\left(\frac{r_{K2}}{z_2}\right) \tag{5.56}$$

$$\beta_2 = \beta_{21} + \beta_{22} \tag{5.57}$$

$$d_2 = \sqrt{z_2^2 - r_{K2}^2} = \sqrt{(x_{S2} - x_{B2})^2 + (y_{S2} - y_{B2})^2 - r_{K2}^2} \tag{5.58}$$

Kladka 3:



Obrázek 19: Geometrické poměry mezi platformou a kladkou 3

$$\beta_{31} = \tan^{-1}\left(\frac{x_{B3} - x_{S3}}{y_{B3} - y_{S3}}\right) \tag{5.59}$$

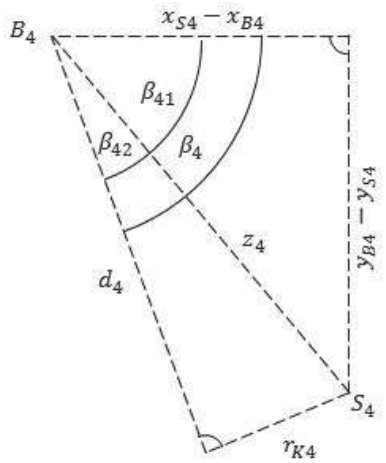
$$z_3 = \sqrt{(x_{B3} - x_{S3})^2 + (y_{B3} - y_{S3})^2} \tag{5.60}$$

$$\beta_{32} = \sin^{-1}\left(\frac{r_{K3}}{z_3}\right) \tag{5.61}$$

$$\beta_3 = \beta_{31} + \beta_{32} \tag{5.62}$$

$$d_3 = \sqrt{z_3^2 - r_{K3}^2} = \sqrt{(x_{B3} - x_{S3})^2 + (y_{B3} - y_{S3})^2 - r_{K3}^2} \tag{5.63}$$

Kladka 4:



Obrázek 20: Geometrické poměry mezi platformou a kladkou 4

$$\beta_{41} = \tan^{-1}\left(\frac{y_{B4} - y_{S4}}{x_{S4} - x_{B4}}\right) \tag{5.64}$$

$$z_4 = \sqrt{(x_{S4} - x_{B4})^2 + (y_{B4} - y_{S4})^2} \tag{5.65}$$

$$\beta_{42} = \sin^{-1}\left(\frac{r_{K4}}{z_4}\right) \tag{5.66}$$

$$\beta_4 = \beta_{41} + \beta_{42} \tag{5.67}$$

$$d_4 = \sqrt{z_4^2 - r_{K4}^2} = \sqrt{(x_{S4} - x_{B4})^2 + (y_{B4} - y_{S4})^2 - r_{K4}^2} \tag{5.68}$$

5.4.6. Výpočet tahových sil

Při výpočtu tahových sil je připuštěno několik zjednodušení. Jelikož se jedná o algebraické modely lan, tak je zanedbáno příčné kmitání lan. Dále není uvažován prokluz mezi kladkou a povrchem lana a navíjení předepnutého lana na kladku.

Do modelu je zahrnuta podmínka předepnutí lana. Tedy pokud není prodloužení lana kladné je výsledná tahová síla nulová.

5.4.6.1. Tahová síla mezi kladkou a pohonem:

Délka lana, při které je síla v laně nulová:

$$l_{iK} = \varphi_{Ki} \cdot r_{Ki} \tag{5.69}$$

Prodloužení lana mezi kladkou a pohonem:

$$\Delta l_{iK} = p_i - l_{iK} \tag{5.70}$$

Síla v laně i mezi kladkou a pohonem:

- Lineární model:

$$F_{liK} = \frac{k_{0i}}{l_{iK}} \cdot \Delta l_{iK} \tag{5.71}$$

- Nelineární model:

$$F_{liK} = \frac{-\left(k_{1i} - \frac{l_{iK}}{\Delta l_{iK}}\right) - \sqrt{\left(k_{1i} - \frac{l_{iK}}{\Delta l_{iK}}\right)^2 - 4k_{0i}k_{2i}}}{2k_{2i}} \tag{5.72}$$

5.4.6.2. Tahová síla mezi kladkou a platformou:

Délka lana, při které je síla v laně nulová:

$$l_i = l_{0i} - (\varphi_{Ki} + \gamma_i) \cdot r_{Ki} = l_{0i} - \left(\varphi_{Ki} + \frac{\pi}{2} + \beta_i\right) \cdot r_{Ki} \tag{5.73}$$

Prodloužení lana mezi kladkou a platformou:

$$\Delta l_i = d_i - l_i \tag{5.74}$$

Síla v laně mezi kladkou a platformou:

- Lineární model:

$$F_{li} = \frac{k_{0i}}{l_i} \cdot \Delta l_i \tag{5.75}$$

- Nelineární model:

$$F_{li} = \frac{-\left(k_{1i} - \frac{l_i}{\Delta l_i}\right) - \sqrt{\left(k_{1i} - \frac{l_i}{\Delta l_i}\right)^2 - 4k_{0i}k_{2i}}}{2k_{2i}} \tag{5.76}$$

5.4.7. Výpočet tlumících sil

5.4.7.1. Tlumící síla mezi kladkou a pohonem

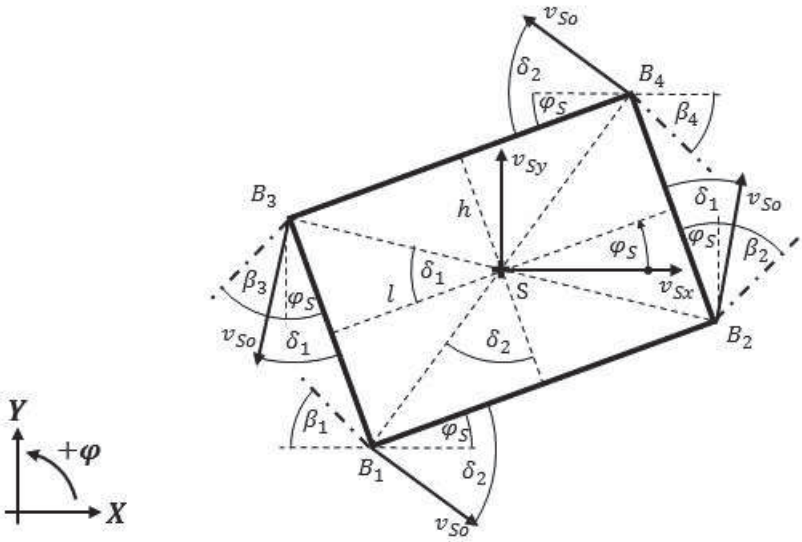
Tlumící síla je přímo úměrná rychlosti prodlužování (zkracování) lana. Tato rychlost je v tomto případě daná rozdílem rychlostí pohonu i a obvodové rychlosti kladky i.

$$F_{tiK} = \left(\dot{p}_\iota - \dot{l_{\iota K}}\right) \cdot b_i = (\dot{p}_\iota - \omega_{Ki} \cdot r_{Ki}) \cdot b_i \tag{5.77}$$

5.4.7.2. Tlumící síla mezi kladkou a platformou

Zde je výpočet obdobný. Místo rychlosti pohonu je do vzorce dosazena rychlost bodu Bi promítnutá do směru lana i. Ve výsledku se rychlost prodlužování rovná součtu této rychlosti a obvodové rychlosti kladky i.

Poměry rychlostí platformy:



Obrázek 21: Poměry rychlostí platformy

Geometrie platformy:

$$\delta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{h}{l}\right) \tag{5.78}$$

$$\delta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{l}{h}\right) \tag{5.79}$$

Obvodová rychlost v bodech $B_{1\text{-}4}$:

$$v_{S0} = \omega_S \cdot \sqrt{h^2 + l^2} \tag{5.80}$$

Rychlosti v bodech $B_{1\text{-}4}$:

$$v_{1x} = v_{Sx} + v_{So} \cdot \cos(\delta_2 - \varphi_S) \tag{5.81}$$

$$v_{1y} = v_{Sy} - v_{So} \cdot \sin(\delta_2 - \varphi_S) \tag{5.82}$$

$$v_{2x} = v_{Sx} + v_{So} \cdot \sin(\delta_1 - \varphi_S) \tag{5.83}$$

$$v_{2y} = v_{Sy} + v_{So} \cdot \cos(\delta_1 - \varphi_S) \tag{5.84}$$

$$v_{3x} = v_{Sx} - v_{So} \cdot \sin(\delta_1 - \varphi_S) \tag{5.85}$$

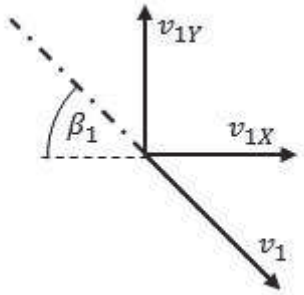
$$v_{3y} = v_{Sy} + v_{So} \cdot \cos(\delta_1 - \varphi_S) \tag{5.86}$$

$$v_{4x} = v_{Sx} - v_{So} \cdot \cos(\delta_2 - \varphi_S) \tag{5.87}$$

$$v_{4y} = v_{Sy} + v_{So} \cdot \sin(\delta_2 - \varphi_S) \tag{5.88}$$

Rychlosti bodů $B_{1\text{-}4}$ promítnuté do směru lan 1-4:

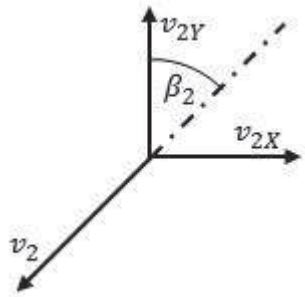
Bod B_1:



Obrázek 22: Vizualizace rychlostí v bodě B1

$$v_1 = v_{1x} \cdot \cos\beta_1 - v_{1y} \cdot \sin\beta_1 \tag{5.89}$$

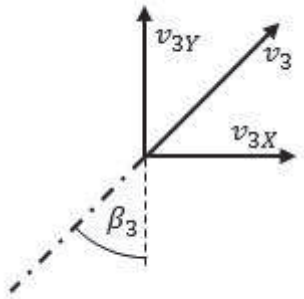
Bod B_2:



Obrázek 23: Vizualizace rychlostí v bodě B2

$$v_2 = -v_{2x} \cdot \sin\beta_2 - v_{2y} \cdot \cos\beta_2 \tag{5.90}$$

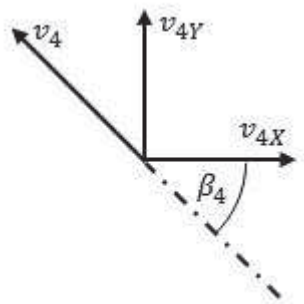
Bod B_3:



Obrázek 24: Vizualizace rychlostí v bodě B3

$$v_3 = v_{3x} \cdot \sin\beta_3 + v_{3y} \cdot \cos\beta_3 \tag{5.91}$$

Bod B_4:



Obrázek 25: Vizualizace rychlostí v bodě B4

$$v_4 = -v_{1y} \cdot \cos\beta_4 + v_{4y} \cdot \sin\beta_4 \tag{5.92}$$

Konečný vzorec:

$$F_{ti} = \left(v_1 - \dot{l}_\iota\right) \cdot b_i = (v_i + \omega_{Ki} \cdot r_{Ki}) \tag{5.93}$$

5.4.8. Pohybové rovnice těles soustavy

Zkoumaná sestava má 7 stupňů volnosti (2 posuvné a 1 rotační pohyb platformy + 4 rotační pohyby kladek) => 7 pohybových rovnic. Základem těchto rovnic jsou Newton-Eulerovy rovnice (5.94),(5.95),(5.96).

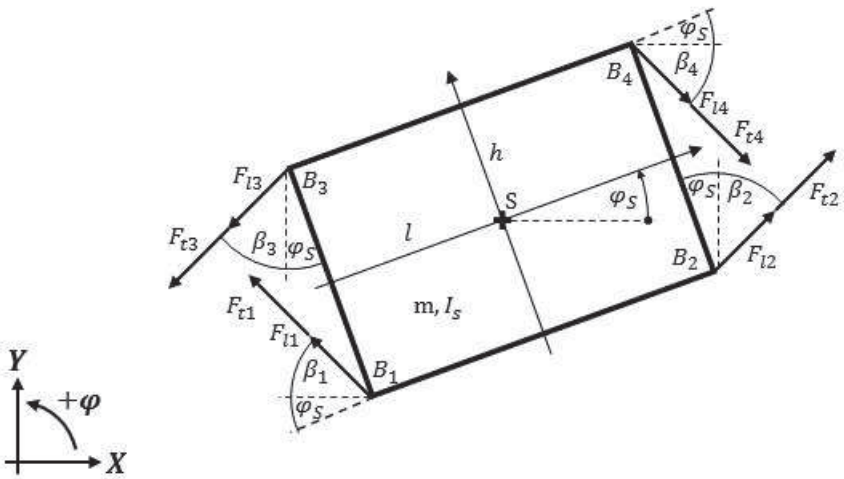
$$m \cdot a_{SX} = \sum_{n=1}^{4} F_{iX} \tag{5.94}$$

$$m \cdot a_{SY} = \sum_{n=1}^{4} F_{iY} \tag{5.95}$$

$$I_s \cdot \alpha_S = \sum_{n=1}^{4} M_i \tag{5.96}$$

Cílem je vyjádřit dílčí zrychlení těles soustavy a pomocí integrální zpětné vazby určit rychlosti, polohu a natočení jednotlivých těles.

Platforma:



Obrázek 26: Uvolnění platformy

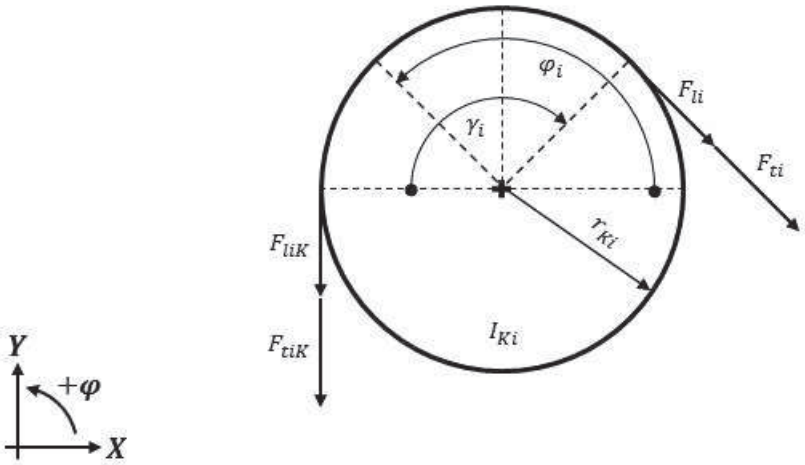
Po uvolnění platformy, rozložení sil do směru osy x a y a dosazení do Newton-Eulerových rovnic byly získány následující rovnice.

$$a_{SX} = \frac{-(F_{l1} + F_{t1}) \cdot \cos\beta_1 + (F_{l2} + F_{t2}) \cdot \sin\beta_2}{m} - \\ - \frac{(F_{l3} + F_{t3}) \cdot \sin\beta_3 + (F_{l4} + F_{t4}) \cdot \cos\beta_4}{m} \tag{5.97}$$

$$a_{SY} = \frac{(F_{l1} + F_{t1}) \cdot \sin\beta_1 + (F_{l2} + F_{t2}) \cdot \cos\beta_2}{m} - \\ - \frac{(F_{l3} + F_{t3}) \cdot \cos\beta_3 - (F_{l4} + F_{t4}) \cdot \sin\beta_4}{m} \tag{5.98}$$

$$\alpha_S = \frac{(F_{l1} + F_{t1}) \cdot (-l \cdot \sin(\beta_1 + \varphi_S) - h \cdot \cos(\beta_1 + \varphi_S))}{I_S} + \\ + \frac{(F_{l2} + F_{t2}) \cdot (l \cdot \cos(\beta_2 + \varphi_S) + h \cdot \sin(\beta_2 + \varphi_S))}{I_S} + \\ + \frac{(F_{l3} + F_{t3}) \cdot (l \cdot \cos(\beta_3 + \varphi_S) + h \cdot \sin(\beta_3 + \varphi_S))}{I_S} + \\ + \frac{(F_{l4} + F_{t4}) \cdot (-l \cdot \sin(\beta_4 + \varphi_S) - h \cdot \cos(\beta_4 + \varphi_S))}{I_S} \tag{5.99}$$

Kladky:



Obrázek 27: Uvolnění kladky

Obdobně dosazením do Newton-Eulerovy rovnice pro rotační pohyb byla odvozena tato obecná rovnice pro kladky 1 až 4.

$$\alpha_{Ki} = \frac{(F_{liK} + F_{tiK} - F_{li} - F_{ti}) \cdot r_{Ki}}{I_{Ki}} \tag{5.100}$$

5.4.9. Počáteční podmínky

Počáteční podmínky jsou definovány v souboru **data.m** a jsou obdobou pomocných geometrických výpočtů (5.4.5). Posuvy lineárních motorů pi_0 a počáteční hodnoty integračních bloků jsou nastaveny tak, aby v čase t=0 byly souřadnice středu platformy a její natočení nulové.

5.4.10. Realizace vnějších vstupů p_i

V závislosti na počátečních podmínkách je zvolena realizace vnějších vstupů. Základnou je počáteční podmínka p_{io}, ke které je přičten:

- Skok definovaný časem skoku a jeho velikostí
- Chirp signál o dané amplitudě Ai, počáteční a konečné frekvenci

Nebo lze realizaci vstupů nahradit libovolným signálem. Pomocí programu **vypocet_linearnich_pohonu.slx** jsou na základě požadované trajektorie bodu S, natočení platformy φ_s a požadovaného předepnutí lan generovány jednotlivé signály pohonů $P_{1\text{-}4}$.

6. Simulace chování mechanismů za použití algebraických modelů lan

V této kapitole jsou zobrazeny výsledky několika simulací chování zkoumaných mechanismů. Pro modely mechanismů byly zvoleny parametry tak, aby byl výstup čitelný a odpovídal realitě. Parametry lan odpovídají měřenému vzorku (kapitola 4).

Vzhledem k tomu, že ani jeden ze zkoumaných mechanismů nebyl zrealizován, nemohou být výstupy simulací porovnány se skutečným chováním. Proto jsou zkoumány pouze rozdíly mezi jednotlivými modely lan.

6.1. Kinematicky buzený vibrátor

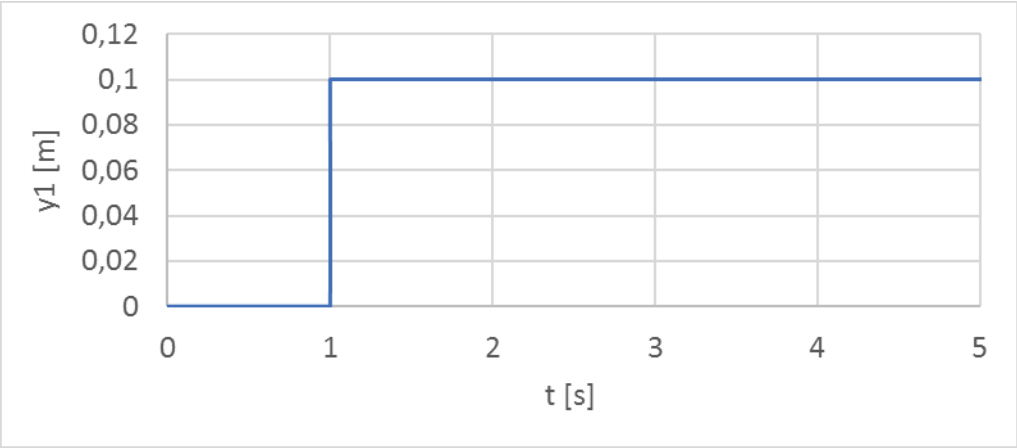
6.1.1. Parametry simulace

Parametry lana		
l_0	2.5 m	Délka nepředepnutého lana
b	50 Ns/m	Vlastní tlumení lana
Lineární model		
k_0	163214	Koeficient tuhosti lana
Nelineární model lana		
k_0	91673	Koeficienty tuhosti lana
k_1	130,69	
k_2	-0,0529	
Parametry sestavy		
m	10 kg	Hmotnost tělesa
Počáteční podmínky		
y_{20}	2.5 m	Poloha hmotného tělesa
v_{20}	0 m/s	Rychlost hmotného tělesa

Tabulka 1: Parametry simulace Model_1

6.1.2. Vstupní signál simulace

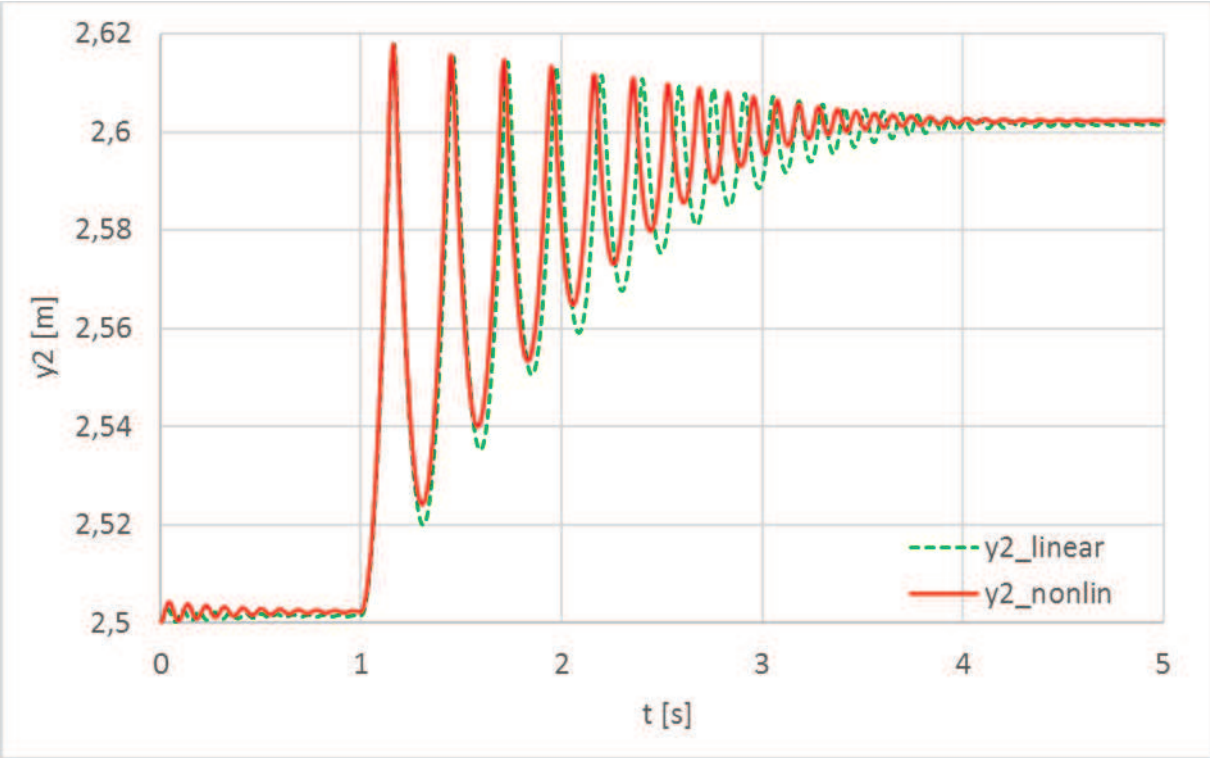
Vstupem této simulace je skok kinematického buzení y_1 o velikosti 0,1 m v čase t = 1 s (Obrázek 28).



Obrázek 28: Kinematické buzení y_1

6.1.3. Výstup simulace

Z grafu výstupních dat simulace (Obrázek 29) lze usoudit při použití lineárního modelu lana dochází k vyšším překmitům. Čas ustálení přechodového děje a hodnota, na které se děj ustálí, se při užití různý modelů liší jen minimálně. Kmitání přechodového děje je nesymetrické vzhledem k nové ustálené poloze z důvodu absence tlakové složky síly v laně.



Obrázek 29: Primární výstup y_2 (lineární a nelineární model lana)

6.2. Kladkový mechanismus s tečnou trajektorií hmoty

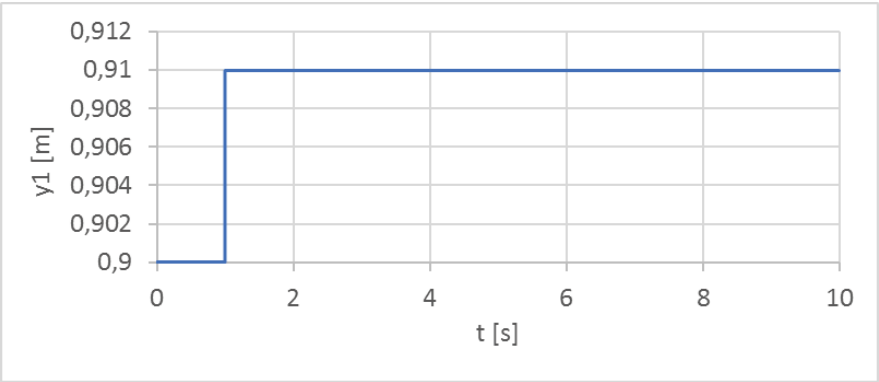
6.2.1. Parametry simulace

Parametry lana		
l_0	2.5 m	Délka nepředepnutého lana
b	50 Ns/m	Vlastní tlumení lana
Lineární model		
k_0	163214	Koeficient tuhosti lana
Nelineární model lana		
k_0	91673	Koeficienty tuhosti lana
k_1	130,69	
k_2	-0,0529	
Parametry sestavy		
m	10 kg	Hmotnost tělesa
r_K	0,05 m	Poloměr kladky
I_K	9,95e-5 kg.m^2	Moment setrvačnosti kladky
β	30°	Úhel sklonu trajektorie hmotného tělesa
Počáteční podmínky		
l_{10}	0,9 m	Poloha kinematického buzení (délka nepředepnutého lana)
y_{20}	1,459 m	Poloha hmotného tělesa
v_{20}	0 m/s	Rychlost hmotného tělesa
φ_K	18 rad	Úhel natočení kladky
ω_K	0 rad/s	Úhlová rychlost kladky

Tabulka 2: Parametry simulace Model_2

6.2.2. Vstupní signál simulace

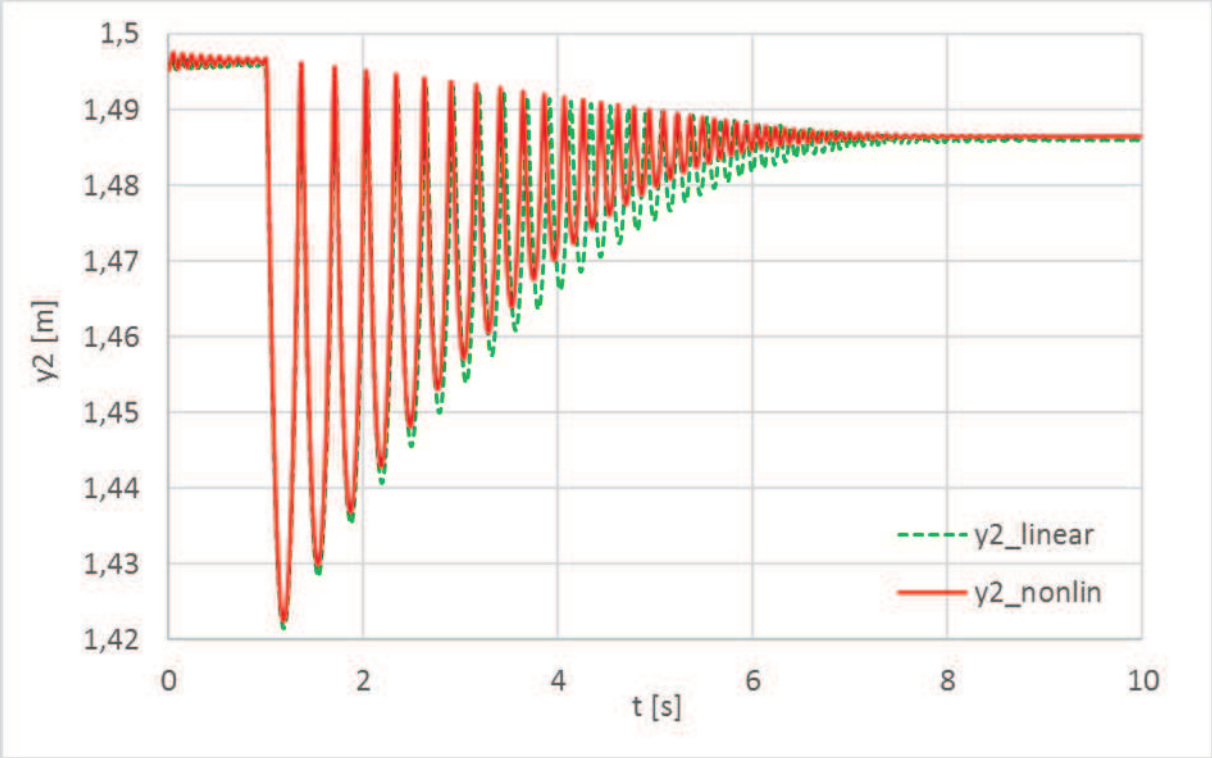
Obdobně jakou u přechozí simulace je vstupní signál skok kinematického buzení y_1 o velikosti 0,01 m v čase t = 1 s (Obrázek 30).



Obrázek 30: Kinematické buzení y_1

6.2.3. Výstup simulace

Vzhledem k tomu, že vliv kladky na celkové chování mechanismu je téměř zanedbatelný, jsou závěry z grafu výstupních dat (Obrázek 31) velmi podobné simulaci kinematicky buzeného vibrátoru (Obrázek 29). Použitím lineárního modelu opět způsobí vyšší překmity a čas ustálení a hodnota ustáleného děje se také příliš neliší.



Obrázek 31: Primární výstup y_2 (lineární a nelineární model lana)

6.3. Kladkový mechanismus s libovolnou trajektorií hmoty

6.3.1. Parametry simulace

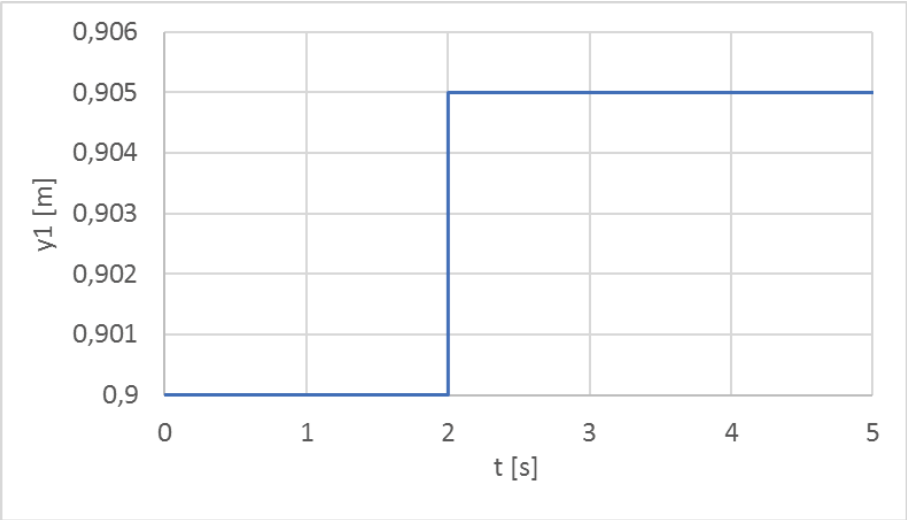
Parametry lana		
l_0	2.5 m	Délka nepředepnutého lana
b	50 Ns/m	Vlastní tlumení lana
Lineární model		
k_0	163214	Koeficient tuhosti lana
Nelineární model lana		
k_0	91673	Koeficienty tuhosti lana
k_1	130,69	
k_2	-0,0529	
Parametry sestavy		
m	10 kg	Hmotnost tělesa
r_K	0,05 m	Poloměr kladky
I_K	9,95e-5 kg.m^2	Moment setrvačnosti kladky
y_z	0,015 m	Svislé posunutí trajektorie hmotného tělesa

β	30°	Úhel sklonu trajektorie hmotného tělesa
Počáteční podmínky		
l_{10}	0,9 m	Poloha kinematického buzení (délka nepředepnutého lana)
s_{20}	1,489 m	Poloha hmotného tělesa
v_{20}	0 m/s	Rychlost hmotného tělesa
φ_{K0}	18 rad	Úhel natočení kladky
ω_{K0}	0 rad/s	Úhlová rychlost kladky

Tabulka 3: Parametry simulace Model_3

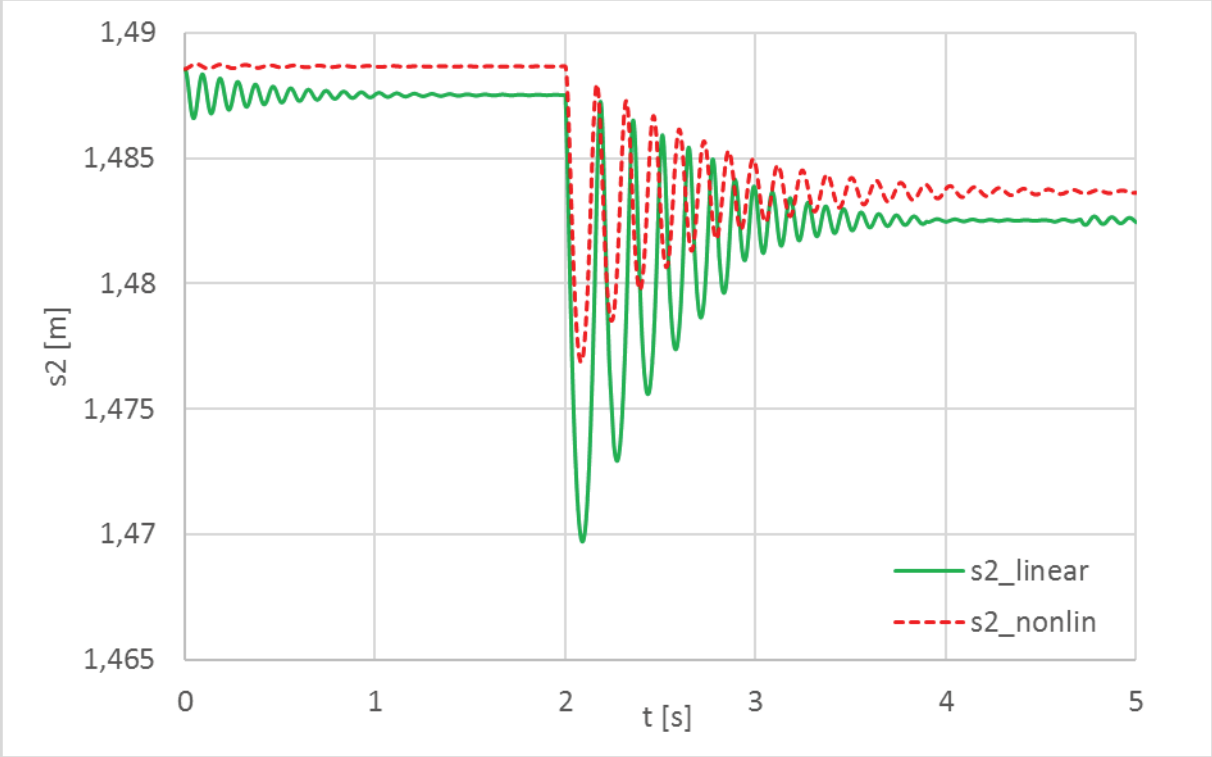
6.3.2. Vstupní signál simulace

Vstupní signálem simulace je opět skok kinematického buzení y_1 (Obrázek 32).



Obrázek 32: Kinematické buzení y1

6.3.3. Výstup simulace



Obrázek 33: Primární výstup s_2 (lineární a nelineární model lana)

Charakter přechodové děje opět odpovídá chování předchozích simulací. Znatelnější rozdílem je pouze rozdíl ustálených poloh způsobený geometrickými poměry mechanismu.

6.4. Obecný rovinný mechanismus s překříženými lany

6.4.1. Parametry simulace

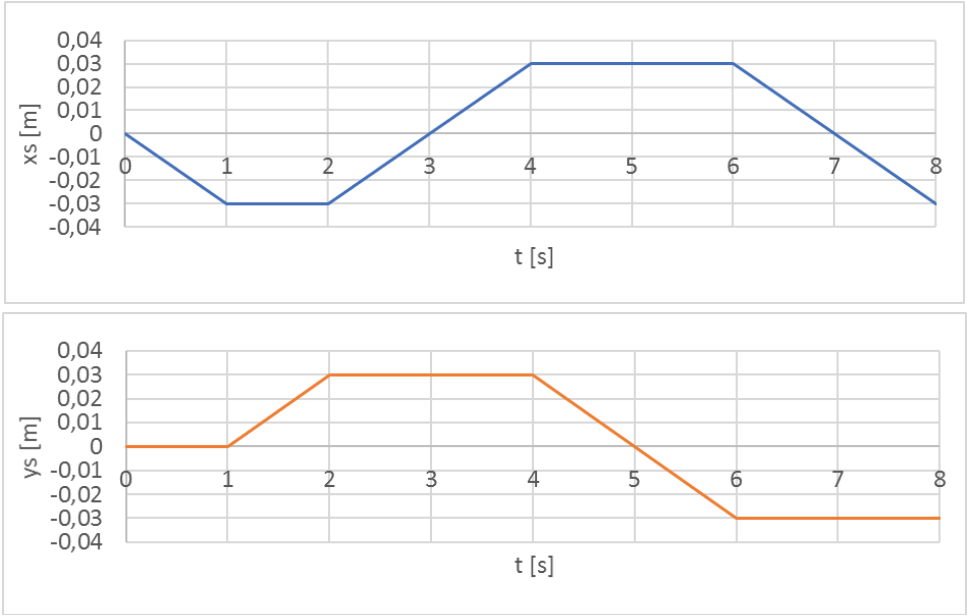
Parametry lan		
l_{0i}	2.5 m	Délka nepředepnutého lana i
b_i	50 Ns/m	Vlastní tlumení lana i
F	100 N	Přibližné požadované předepnutí lana
Lineární model		
k_{0i}	163214	Koeficient tuhosti lana i
Nelineární model lana		
k_{0i}	91673	Koeficienty tuhosti lana i
k_{1i}	130,69	
k_{2i}	-0,0529	
Parametry platformy		
m	10 kg	Hmotnost platformy
I_s	0,0125 kg.m^2	Moment setrvačnosti platformy
h	0,05	Polovina výšky platformy
l	0,1	Polovina šířky platformy

Parametry kladek		
r_{Ki}	0,05 m	Poloměr kladky i
I_{Ki}	9,95e-5 kg.m^2	Moment setrvačnosti kladky i
x_{S1}	-1 m	Souřadnice středu kladky 1
y_{S1}	1 m	
x_{S2}	1 m	Souřadnice středu kladky 2
y_{S2}	1 m	
x_{S3}	-1 m	Souřadnice středu kladky 3
y_{S3}	-1 m	
x_{S4}	1 m	Souřadnice středu kladky 4
y_{S4}	-1 m	
Počáteční podmínky		
Platforma		
x_{S0}	0 m	Souřadnice středu platformy
y_{S0}	0 m	
v_{Sx}	0 m/s	Rychlost středu platformy
v_{Sy}	0 m/s	
φ_{S0}	0 rad	Natočení platformy
ω_{S0}	0 rad/s	Úhlová rychlost platformy
Lineární pohony		
p_{10}	0,995 m	Polohy lineárních pohonů
p_{20}	1,002 m	
p_{30}	1,002 m	
p_{40}	0,995 m	
Kladky		
φ_{K1}	19,89 rad	Natočení kladek
φ_{K2}	20,044 rad	
φ_{K3}	20,044 rad	
φ_{K4}	19,89 rad	
ω_{K1}	0 rad/s	Úhlová rychlost kladek
ω_{K2}	0 rad/s	
ω_{K3}	0 rad/s	
ω_{K4}	0 rad/s	

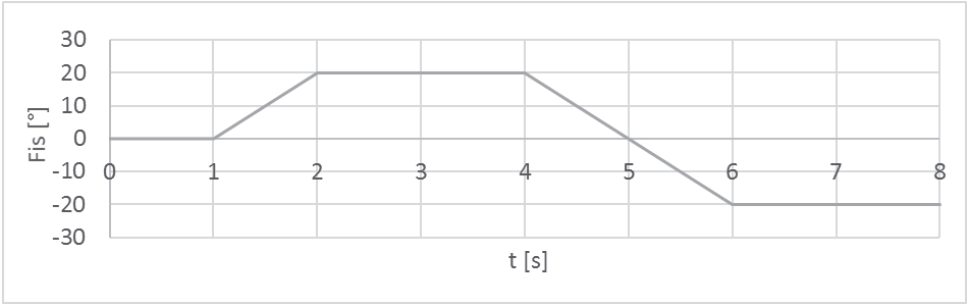
Tabulka 4: Parametry simulace Model_5

6.4.2. Vstupní signály simulace

Pro určení vstupů simulace je nutné zadat požadovanou trajektorii bodu S (Obrázek 34) a požadované natočení platformy v závislosti na čase (Obrázek 35).

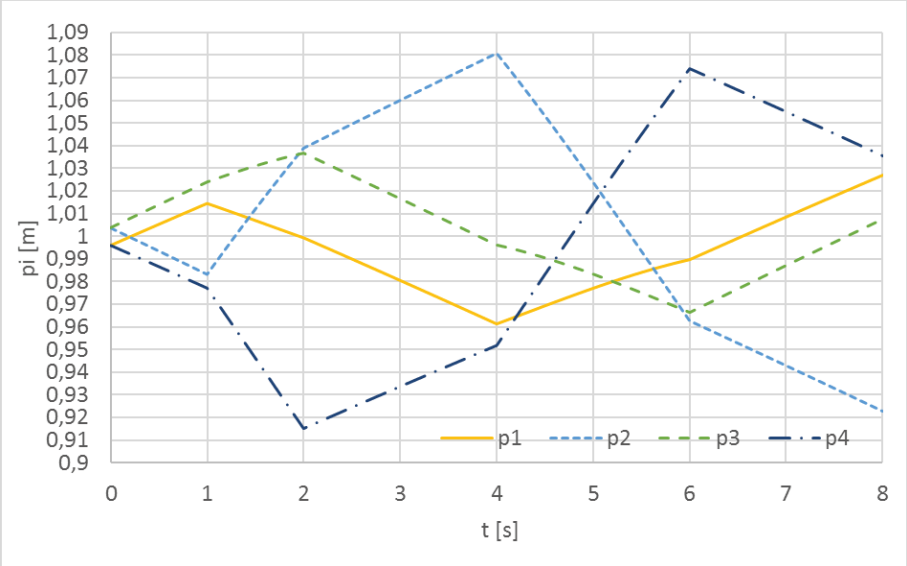


Obrázek 34: Požadovaná trajektorie bodu S



Obrázek 35: Požadované natočení platformy

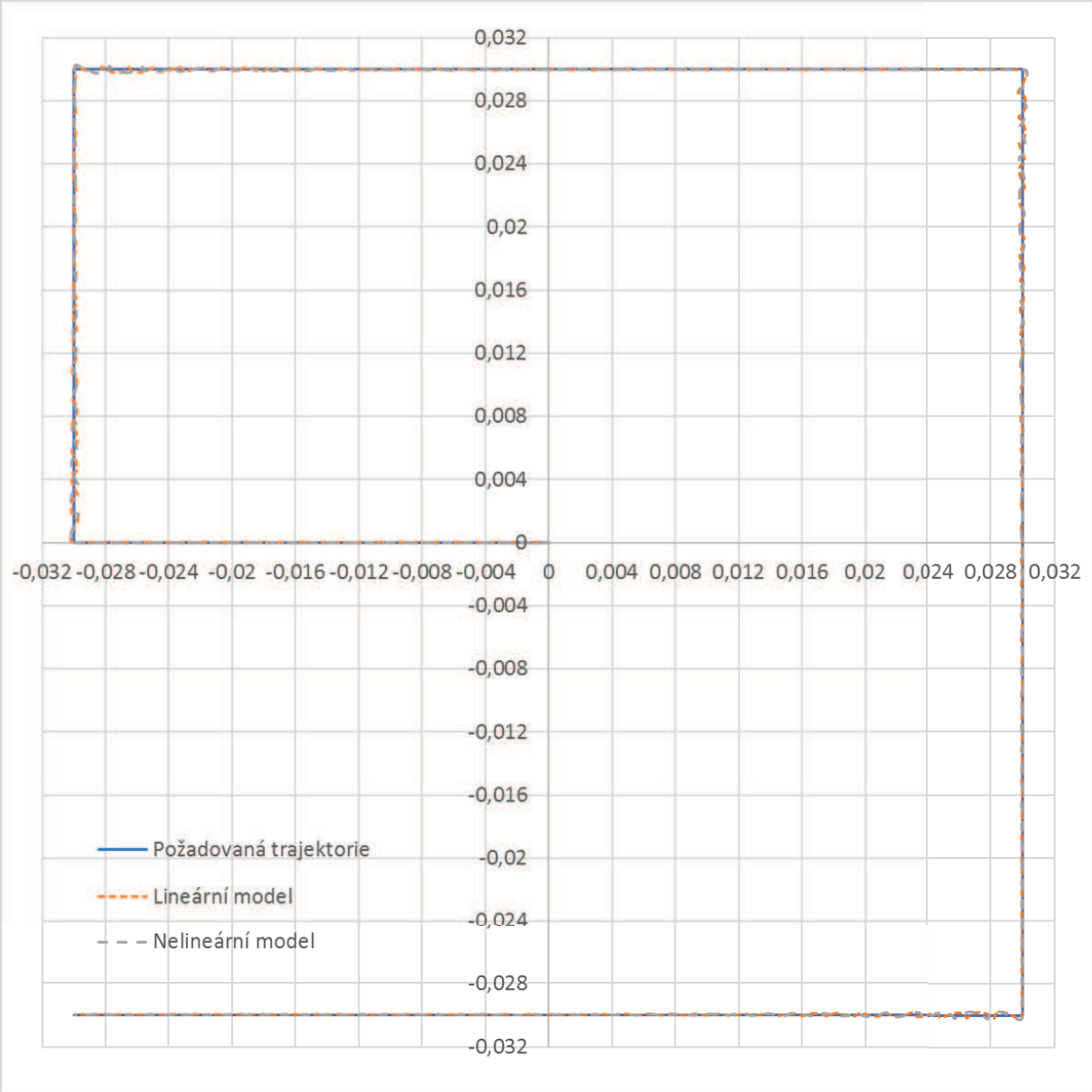
Na základě požadované trajektorie a předepnutí lan jsou pak pomocí Simulinkového modelu **vypocet_linearnich_pohonu.slx** určeny trajektorie jednotlivých lineárních pohonů (Obrázek 36). Tyto data slouží jako vstup samotnému modelu chování mechanismu.



Obrázek 36: Průběh lineárních pohonů $p_{1\text{-}4}$

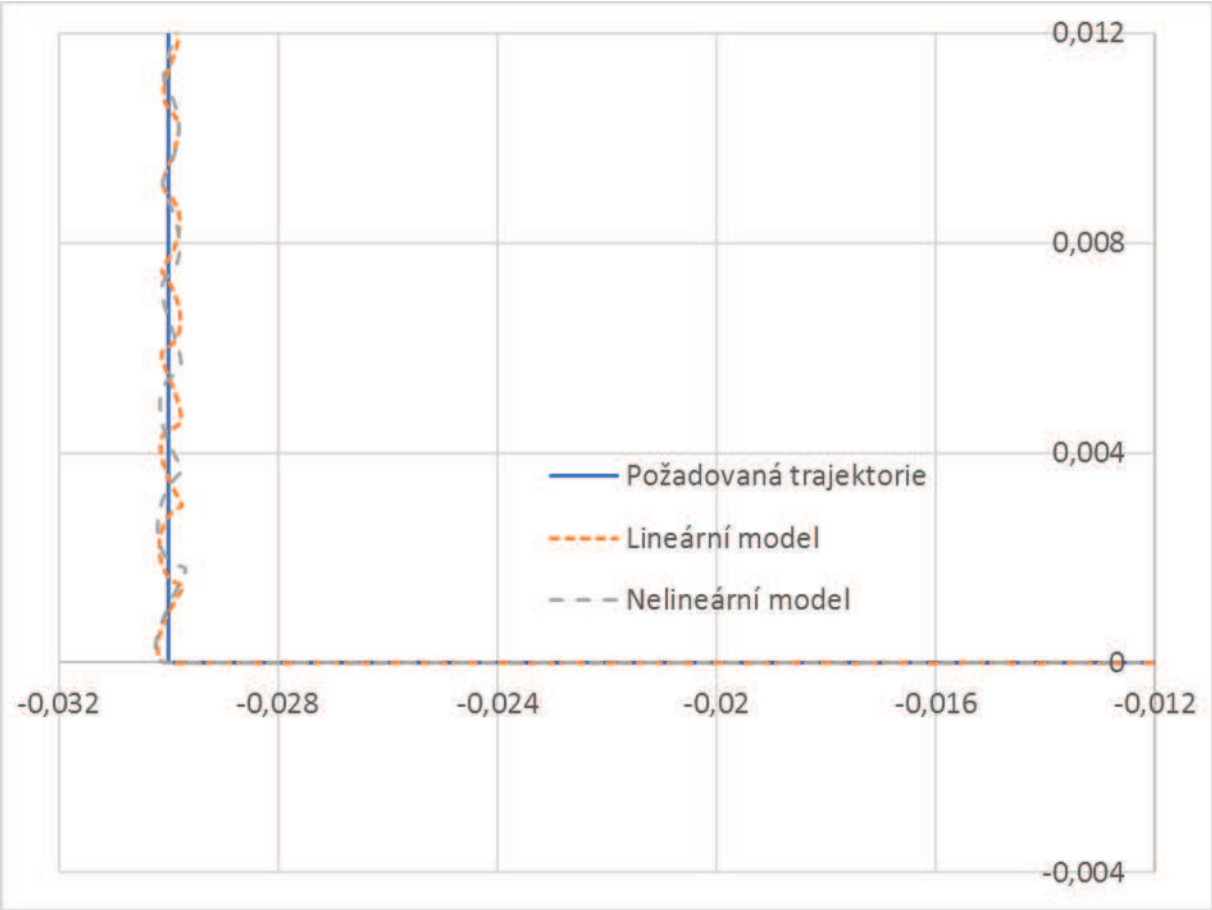
6.4.3. Výstup simulace

Výstupem simulace je pak samotná závislost trajektorie bodu S a natočení platformy mechanismu na čase. Jako příklad výstupních dat byla vybrána vizualizace trajektorie bodu S (Obrázek 37). V rozích trajektorie jsou patrné překmity v původním směru pohybu postupně odeznívající vlivem tlumení. Srovnatelné amplitudy a směr prvního překmitu v jednotlivých rozích teoreticky potvrzují správnost chování numerického modelu.



Obrázek 37: Porovnání požadované a simulovaných trajektorií

Z detailu trajektorie (Obrázek 38) je patrné, že odchylka bodu S nevykazuje systematický průběh. Důvodem je obecné působení sil na platformu mechanismu. Sledovaný přechodový děj bude jistě klást zvýšené nároky na případné aktivní řízení.



Obrázek 38: Detail porovnání požadované a simulovaných trajektorií

7. Simulace chování mechanismů za použití dynamických modelů lan

V následujících modelech je pro simulaci chování lana použit Force and point-mass model (3.2.1). Implementace tohoto modelu do řady zkoumaných mechanismů se ukázala jako příliš náročná, mechanismy uvedené v této kapitole tedy slouží spíše jako ukázka funkce modelu.

7.1. Prověšení lana

Základním testovacím příkladem je pevně zavěšené lano ve dvou různých bodech v rovině s působením tíhové síly. Model byl implementován v systému Matlab pro obecné parametry celého vlákna (průřez, tuhost, tlumení) a pro libovolné body zavěšení. Počáteční podmínky jsou voleny tak, že vlákno má tvar úsečky mezi zvolenými body bez předepnutí. Simulován je pohyb vlákna do konečné polohy po průhybu vlivem tíhové síly.

7.1.1. Parametry simulace

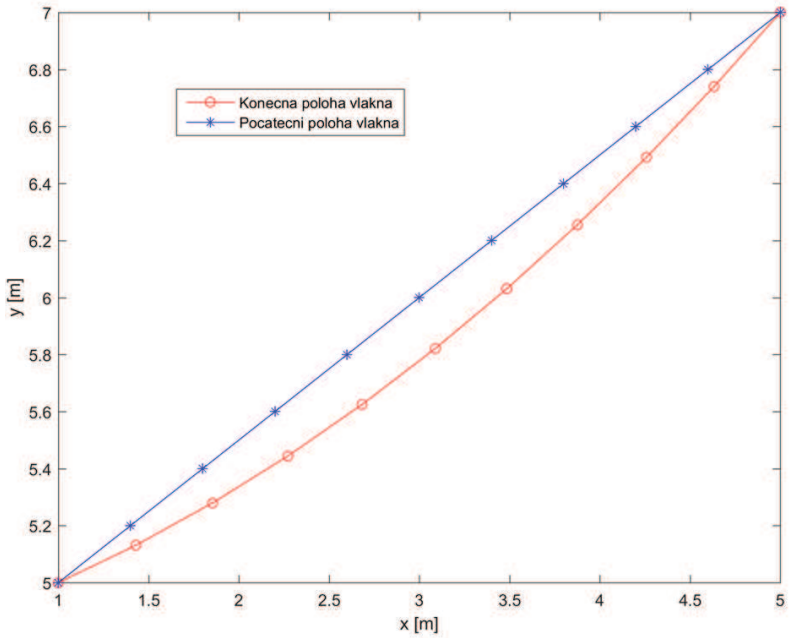
Parametry lana		
E	2,1e11 Pa	Modul pružnosti lama
S	1e-6 m^2	Plocha průřezu lana
m_l	10 kg/m	Hmotnost lana na jednotku délky

Tabulka 5: Parametry simulace prověšení lana

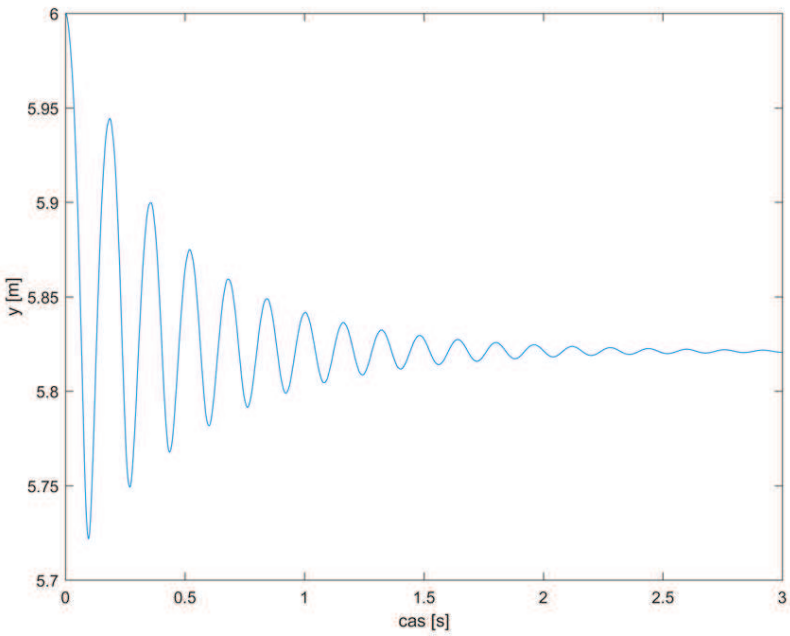
Hodnota hmotnosti na jednotku délky byla volena úmyslně velmi vysoká, aby došlo k výraznější deformaci vlákna.

7.1.2. Výstup simulace

Příklady výstupů této simulace jsou konečný tvar průhybu lana (Obrázek 39) a trajektorie středového bodu (Obrázek 40).



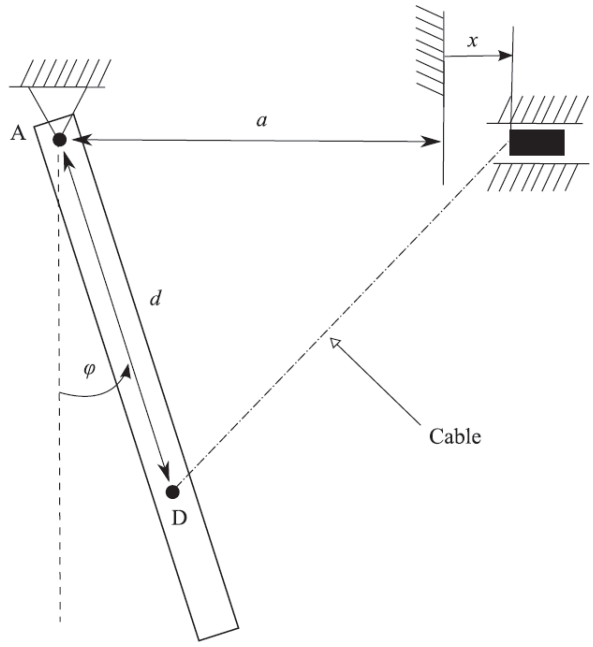
Obrázek 39: Zobrazení konečného průhybu lana



Obrázek 40: Trajektorie středového bodu lana

7.2. Fyzikální kyvadlo

7.2.1. Schéma mechanismu



Obrázek 41: Schéma mechanismu fyzikálního kyvadla [6]

7.2.2. Parametry simulace

Vlákno je připojené na jedné straně pevně k fyzikálnímu kyvadlu a na druhé straně k pohybujícímu se lineárnímu motoru s předepsanou výchylkou x(t). [6]

$$x(t) = x_0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) \tag{7.1}$$

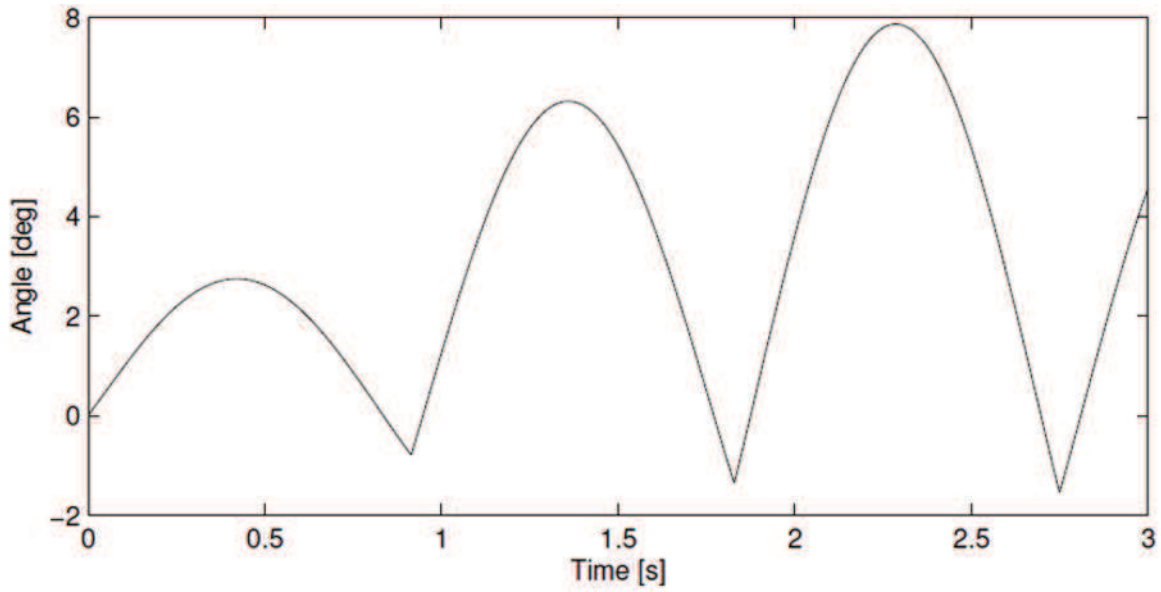
Mechanismus je popsán následujícími parametry:

Parametry mechanismu		
a	1,2 m	Vzdálenost základny
d	0,75 m	Délka kyvadla
I_A	3288 kg.m^2	Moment setrvačnosti kyvadla
Parametry pohybu pohonu		
x_0	0,02 m	Základna kmitání
f	1 Hz	Frekvence kmitání
Parametry lana		
l	1 m	Délka nepředepnutého lana
k	10^8 N/m	Kuhost lana
b	5e-4 Ns/m	Vlastní tlumení lana
S	0,0013 m^2	Plocha průřezu lana
ϱ	1000 kg/m^3	Hustota lana

Tabulka 6: Parametry simulace fyzikálního kyvadla

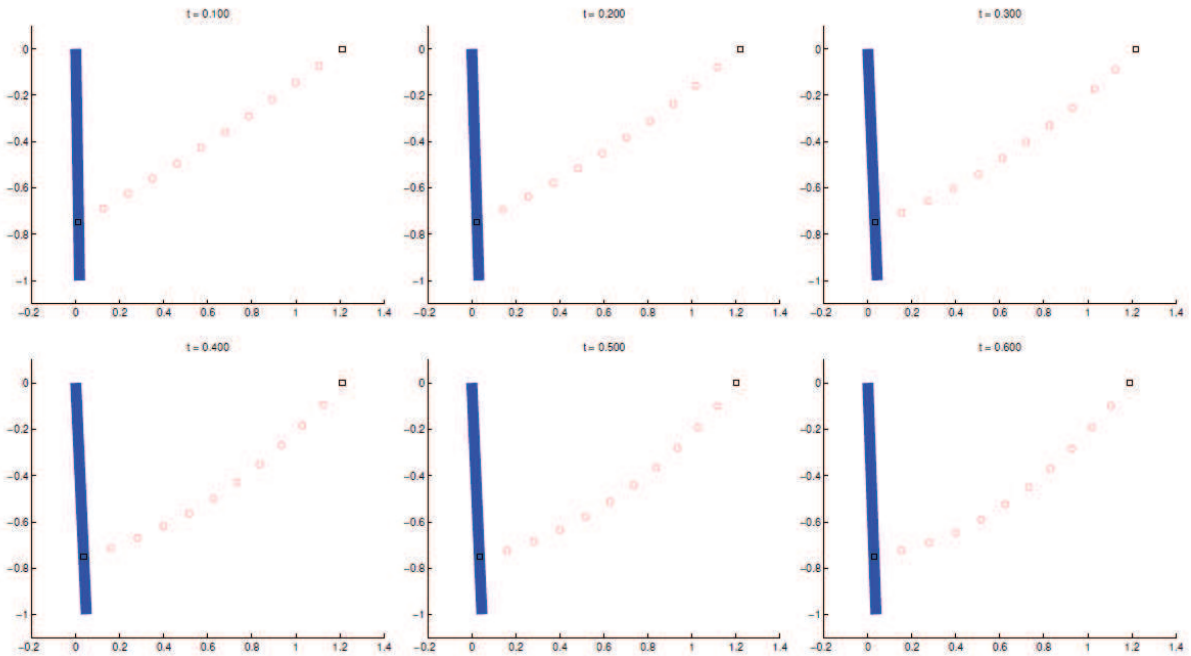
7.2.3. Výstup simulace

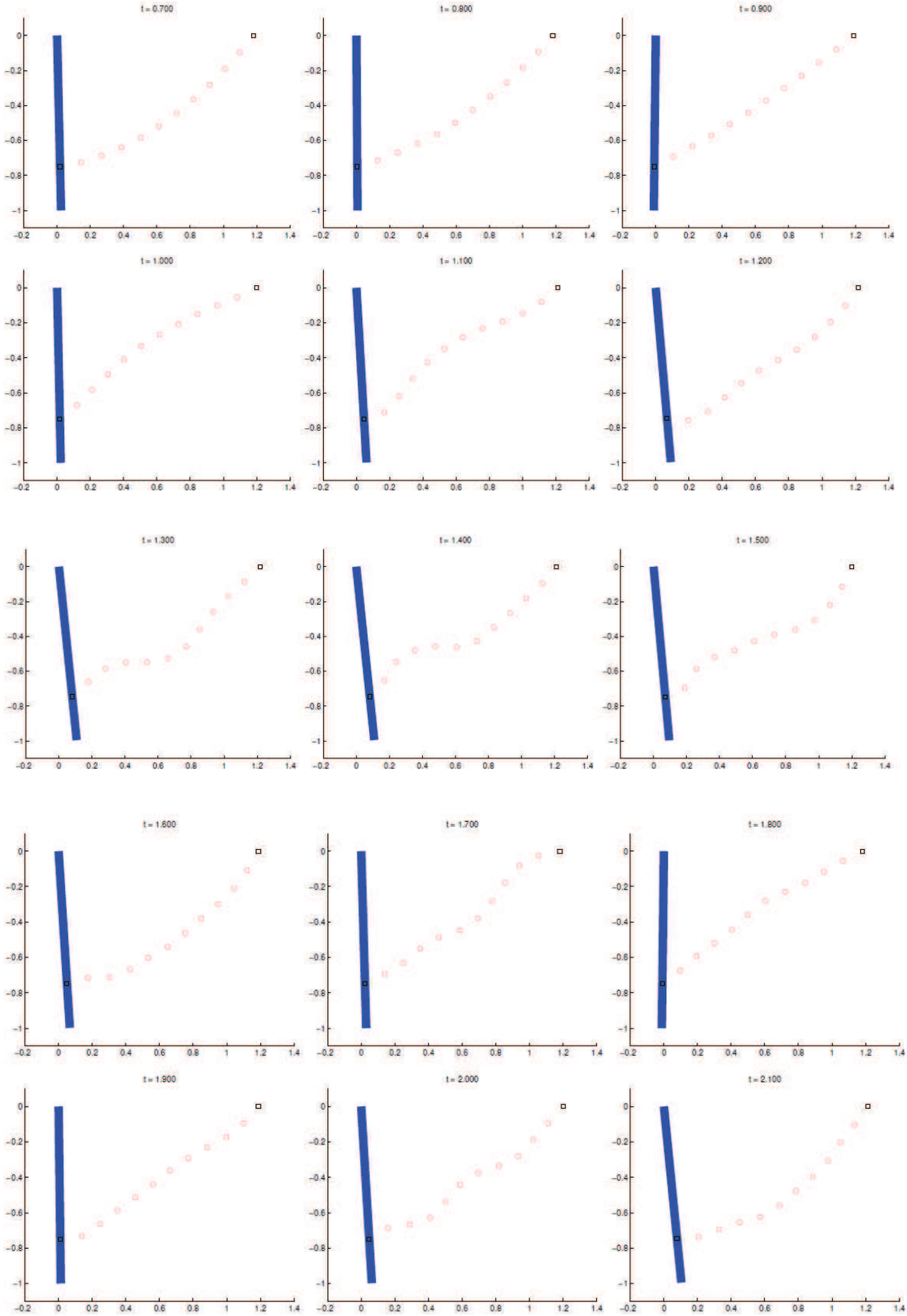
Prvním výstupem simulace je závislost úhlu natočení na čase (Obrázek 42).

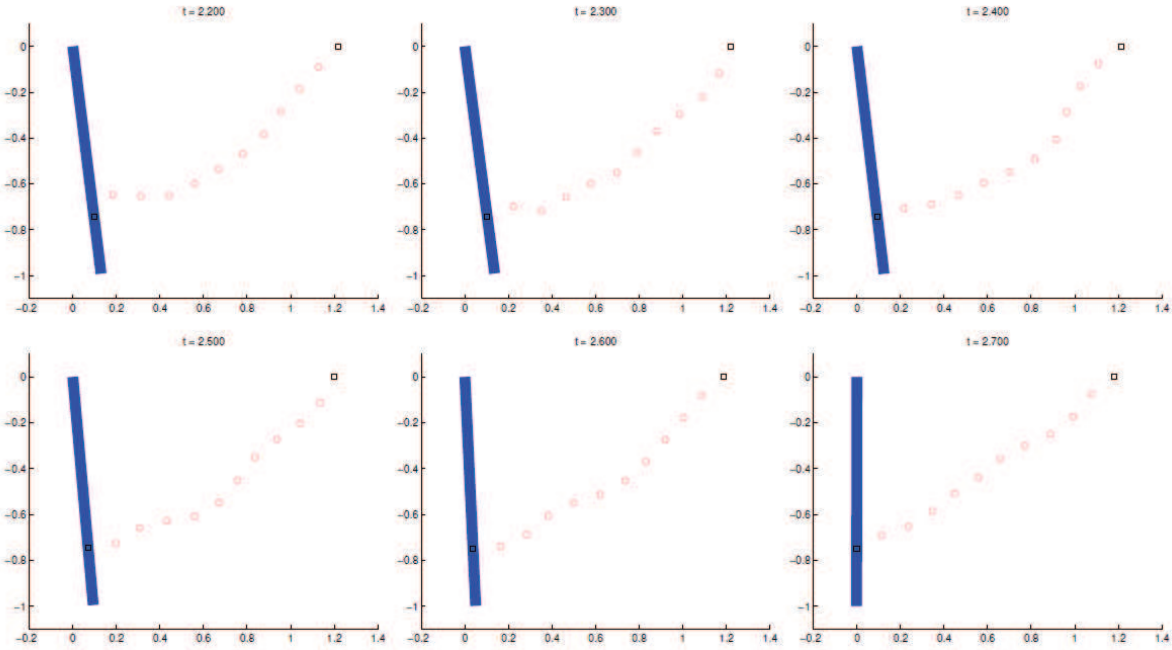


Obrázek 42: Závislost úhlu natočení kyvadla na čase

Dále jsou uvedeny vizualizace polohy lana a kyvadla pro vybrané časové okamžiky (Obrázek 43).




t = 0.700
t = 0.800
t = 0.900
t = 1.000
t = 1.100
t = 1.200
t = 1.300
t = 1.400
t = 1.500
t = 1.600
t = 1.700
t = 1.800
t = 1.900
t = 2.000
t = 2.100

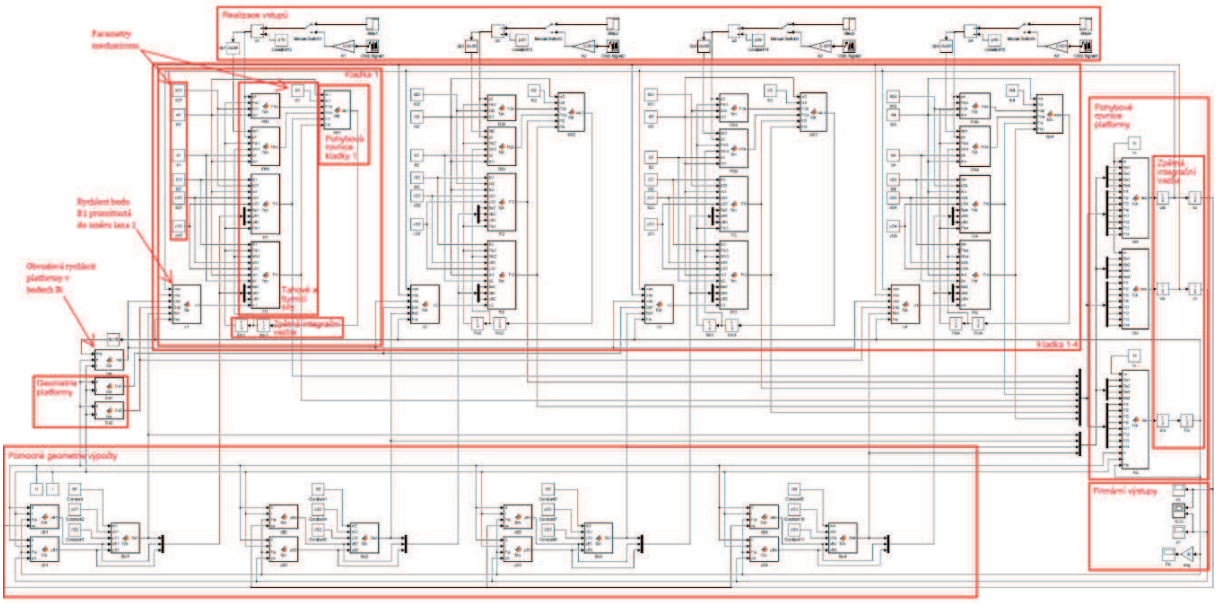


Obrázek 43: Vizualizace poloh mechanismu fyzikálního kyvadla

8. Závěr

Úvod práce je věnován problematice nových trendů v oblasti robotiky a následně možnostem modelování chování lan. Modelů chování lan je několik o různé složitosti a komplexitě. Pro zkoumání v této práci byly vybrány dva algebraické modely (lineární a nelineární model) a jeden dynamický (Force and Point-mass model).

Hlavním cílem práce bylo vytvořit a popsat řadu modelů lanově poháněných rovinných mechanismů. Tato řada by se dala popsat jako vývoj, kdy bylo postupováno od nejjednoduššího mechanismu (Kinematicky buzený vibrátor) až po mechanismus, který je považován za konečný výstup práce (Obecný rovinný mechanismus s překříženými lany).



Obrázek 44: Ukázka modelu a popisu Obecného rovinného mechanismu s překříženými lany

Pro každý jednotlivý mechanismus byl proveden rozbor a následně byly vytvořeny Simulinkové modely a pdf soubory popisující strukturu programu (obsaženo v příloze). V těchto modelech byly použity oba zkoumané algebraické modely lan (lineární a nelineární). Struktura modelu chování mechanismu se při použití různých modelů lan příliš neliší, jediný rozdíl je obvykle v definici bloků tahových sil.

V přílohách se nachází ještě jeden zpracovaný mechanismus pojmenovaný jako Obecný rovinný mechanismus (5.4.1), který je předstupněm finálního mechanismu. Struktury obou mechanismů a samotných modelů chování jsou velmi podobné, proto není rozbor v práci uveden, ale scan poznámek a modely samotné jsou k dispozici.

V práci jsou uvedeny i mechanismy, ve kterých je použit dynamický model lana (Force and Point-mass model). Tyto mechanismy slouží jako ukázka funkce samotného modelu lana, samotná implementace do řady zkoumaných mechanismů by byla pro potřeby naší práce příliš složitá.

V závěru práce bylo provedeno několik simulací chování zkoumaných mechanismů. Ze získaných dat lze usoudit, že funkce jednotlivých modelů je správná a jejich chování odpovídá realitě.

V žádném ze sestavených modelů nebyly doposud aplikovány prvky aktivního řízení. Implementace těchto prvků a následná optimalizace řízení může být náplní diplomové práce. Získané poznatky z řízení rovinného mechanismu budou v ideálním případě přímo přenositelné na zmiňovaný sférický testovací mechanismus QuadroSphere. Z tohoto hlediska byla tato práce přípravou pro další výzkum v této oblasti.

Bakalářská práce vznikla v návaznosti na projekt GAČR 15-20134S "Vícestupňové lehké mechanismy s aktivními strukturami", který se zabývá výzkumem přídavných aktivních struktur a jejich interakce s lanově ovládanými platformami a hierarchickým řízením optimalizovaných lehkých vícestupňových mechanismů.

Použitá literatura

[1] P. Svatoš, Optimalizace a řízení pohybu vláknově ovládaných paralelních mechanismů, Disertační práce, Praha: FS ČVUT, 2016.

[2] P. Svatoš, Z. Šika, P. Beneš, M. Hajžman a J. Zavřel, „Cable Driven Mechanism with Added Piezo Active Platform," v *Bulletin of Applied Mechanics, vol. 11, no. 38, no. ISSN 1801-1217*, Praha, FS ČVUT, 2015, pp. 19-24.

[3] W. Kraus, Force control of cable-driven parallel robots, Stuttgart: Fraunhofer verlag, Univ. Ph.D. thesis, 2015.

[4] P. Polach, J. Dupal, Z. Šika a M. Hajžman, „Modelling of cables and fibres in multibody dynamics," v *the 7th International Conference of Mechanics and Materials in Design M2D2017, FEUP-INEGI*, Albufeira (Portugal), June 2017.

[5] J. Kamman a R. Huston, „Multibody Dynamics Modeling of Variable Lenght Cable Systems," v *Multibody System Dynamics, vol.5, no.3*, Netherlands, Kluwer Academic Publisher, 2011, pp. 211-221.

[6] M. Hajžman a P. Polach, „Modelling of cables for application in cable-based manipulators design," v *Multibody dynamics 2011, ECCOMAS Thematic Conference*, Brussels (Belgium), 2011.