

**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ  
V PRAZE**

**FAKULTA STROJNÍ**

Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky



**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

Návrh kompozitového oka (závěsu) pro přenos tahového i  
tlakového zatížení

Vedoucí práce: Prof. Ing. Milan Růžička, CSc.

**Vladislav Jiroud**

**2017**

## I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Jiroud** Jméno: **Vladislav** Osobní číslo: **437247**  
Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**  
Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**  
Studijní program: **Teoretický základ strojního inženýrství**  
Studijní obor: **bez oboru**

## II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

**Návrh kompozitového oka (závěsu) pro přenos tahového i tlakového zatížení**

Název bakalářské práce anglicky:

**Design of the composite lug (hinge) for tensile and compression loading**

Pokyny pro vypracování:

1. Proveďte rešerši možností realizace ovíjených smyčkových spojů pro přenos tahových i tlakových zatížení.
2. Vytvořte analytické výpočtové modely vybraných typů spojů a porovnejte jejich únosnost na tah-tlak.
3. Navrhněte a ověřte technologii přípravy kompozitových vzorků - smyček.
4. Realizujte experimentální zkoušky a porovnejte s výsledky výpočtů.
5. Diskutujte výsledky a navrhněte další postup pro řešení integrovaných ok kompozitních vzpěr.

Seznam doporučené literatury:

Agarwal, B.D. - Broutman, L.J.: Vláknové kompozity, SNTL Praha 1987.  
Laš, V.: Mechanika kompozitních materiálů, FAV ZČU v Plzni 2008.  
Michalec a kol.: Pružnost a pevnost, I, II. Skripta FS ČVUT v Praze  
Valenta a kol.: Pružnost a pevnost III. Skripta FS ČVUT v Praze  
Timošenko S.P.: Pružnost a pevnost, Praha 1951.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

**prof. Ing. Milan Růžička CSc., ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky FS**

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **28.04.2017**

Termín odevzdání bakalářské práce: **18.08.2017**

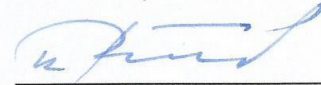
Platnost zadání bakalářské práce:



Podpis vedoucí(ho) práce



Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry



Podpis děkana(ky)

## III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací.  
Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

28.4.2017  
Datum převzetí zadání

Jiroud  
Podpis studenta

## Anotační list

**Jméno autora:** Vladislav Jiroud

**Fakulta:** Fakulta strojní

**Zadávací ústav:** Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

**Studijní program:** Teoretický základ strojního inženýrství

**Studijní obor:** bez oboru

**Rok:** 2017

**Název bakalářské práce:** Návrh kompozitového oka (závěsu) pro přenos tahového i tlakového zatížení

**Název bakalářské práce anglicky:** Design of the composite lug by tensile and compression loading

**Vedoucí práce:** Prof. Ing. Milan Růžička, CSc.

**Bibliografické údaje:** Počet stran: 60

Počet obrázků: 32

Počet tabulek: 6

**Klíčová slova:** Kompozit, kompozitové oko, tahové a tlakové zatěžování

**Key words:** Composite, composite lug tensile load and compression loading

**Anotace:** Tato bakalářská práce se zabývá testováním mechanických vlastností, odolností na tlak a tah kompozitního oka. Pro experimentální vyšetření mechanických vlastností byla provedena mechanická zkouška v tlaku a tahu. Z tlakové a tahové zkoušky byly vypočteny hodnoty kritické síly a následně stanoveny hodnoty kritické ho napětí pro ztrátu stability ve vzpěru, nebo přetržení vzorku v tahu. Cílem této práce je porovnat výše uvedené mechanické vlastnosti se zkouškami a s analytickým výpočtem.

**Abstract:** This thesis compare mechanical properties, resistance to pressure and tension of the composite lug for obtaining these properties a mechanical compression and tension test were performed and the critical force values were calculated and the critical stress values were then determined. The aim of this work is to compare the experimental mechanical properties mentioned above with the analytical calculation.

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval zcela samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

**V Praze dne 13. 8. 2017**

.....

**Podpis**

## **Poděkování**

Rád bych tímto poděkoval Prof. Ing. Milanu Růžičkovi, CSc. za odborné vedení bakalářské práce, za pomoc při vyhodnocování mechanických zkoušek a za vstřícnost při jakýchkoli dotazech. Také bych chtěl poděkovat Ing. Karlu Doubravovi, Ph.D za pomoc při mechanických zkouškách. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Ondřeji Uherovi, Ph.D za věcné rady a za pomoc při vytváření vzorků a přípravku na jejich tvorbu.

# Obsah

Anotační list .....	2
Poděkování .....	5
Seznam použitých zkratek a symbolů .....	8
1. Úvod .....	9
2. Kompozitní materiály .....	12
2.1. Rozdělení kompozitních materiálů .....	12
2.2. Vláknové kompozity .....	13
2.2.1. Mikromechanika vláknových kompozitů .....	15
2.2.2. Makromechanika kompozitů .....	17
Klasická laminační teorie .....	19
2.2.3. Pevnost.....	21
3. Přehled běžných typů spojů kompozitů .....	23
3.1. Lepené spoje.....	24
3.2. Svarové spoje .....	24
3.3. Třecí spoje .....	24
3.4. Spoje s pomocným elementem.....	25
3.5. Spoje s využitím tvaru spojovaných dílů .....	25
3.5.1. Volba metody realizace spoje - Integrované spoje .....	25
4. Návrh tvaru a realizace zkušební vzorku .....	26
4.1. Pultruze.....	27
4.2. Ruční laminace a prosycení.....	27
4.3. Ruční kladení prepregu a autokláv .....	28
4.4. Technologie navíjení vláken .....	28
4.5. Zvolená technologie: Ruční kladení svazků vláken a vytvrzení v peci .....	29
4.5.1. Výroba vzorků ok.....	29
4.5.2. Rozměry vzorků.....	31
5. Analytický výpočet.....	33
5.1. Kontrola na tlak nebo vzpěr .....	33
5.1.1. Stabilita .....	33
5.1.2. Odvození kritické síly .....	34
5.1.3. Řešení stability s Elastickou podpěrou .....	38
5.2. Řešení na kombinaci vzpěru a ohybu.....	40
5.3. Modely interakce vlákna s čepem při zatížení .....	42

5.3.1.	Kontrola na otláčení .....	42
5.3.2.	Smykové tření součinitel smykového tření a úhel opásání .....	44
5.4.	Výpočtový model oka .....	45
6.	Zkoušení vzorků .....	49
6.1.	Zkoušky v tahu .....	51
6.2.	Zkoušky v tlaku .....	53
6.3.	Porovnání výpočtů a zkoušek.....	55
6.3.1.	Porovnání teoretického výpočtu a zkoušek v tahu.....	56
6.3.2.	Porovnání teoretického výpočtu a zkoušek v tlaku.....	56
7.	Závěr .....	58
8.	Citovaná literatura .....	59
9.	Seznam obrázků.....	59
10.	Seznam grafů.....	60
11.	Seznam Tabulek.....	60
12.	Seznam příloh .....	60

## Seznam použitých zkratek a symbolů

HS		High strength (Kompozitové vlákno s vysokou pevností)
HM		High modulus (Kompozitové vlákno s vysokým modulem pružnosti)
T700 12K		Kompozitové vlákno Toray typ T700 svazek obsahuje 12 000 vláken
SO		Směrodatná odchylka
$t$	[s]	čas
$\varepsilon$	[-]	poměrná deformace
$E$	[MPa]	Youngův modul pružnosti
$V_{f,m}$	[-]	Objemové procento
$\nu$	[-]	Poissonovo číslo
$G$	[MPa]	Modul pružnosti ve smyku
$m$	[kg]	hmotnost
$\rho$	[kgm <sup>-3</sup> ]	hustota
$\sigma$	[MPa]	napětí
$V$	[l]	objem
$s$	[mm]	posuv
$d$	[mm]	průměr
$b$	[mm]	šířka kompozitového oka
$h$	[mm]	hloubka kompozitového oka
$A$	[mm <sup>2</sup> ]	průřez
$A_0$	[mm <sup>2</sup> ]	průřez suchých svazků vláken
$F$	[N]	síla



# 1. Úvod

V posledních letech došlo k výraznému rozšíření používání kompozitních materiálů. Nejčastěji se s nimi můžeme setkat u tenkostěnných konstrukcí (např. letecké nebo automobilové díly a skořepiny, nebo sportovní náčiní) ale vyskytují se i tlustostěnné vysokotuhostní aplikace (např. v obráběcích strojích) Většina komplexních výrobků s aplikací kompozitů obvykle vyžaduje přechod do kovové části (např. pro uzly uchycení, zavádění sil apod.). Taková spojení se řeší různými typy spojů (mechanickými (šrouby, nýty, čepy), lepenými spoji, případně dalšími konstrukčním řešením (např. ovíjenými nebo tvarovými spoji). Hlavním problémem, kterým se v této práci budu zabývat, je problematika ovíjených spojů, které mohou přenášet jak tahová, tak tlaková zatížení. Takové spoje lze využít např. pro připojení podpor (spojem rám-vidlice u kompozitního jízdního kola, nebo pro zařízení pro zavádění sil (čepové spoje hydraulických válců) apod. Takový spoj může přenášet jak tahová, tak tlaková zatížení a části takto navrženého „oka“ mohou být namáhány na vzpěr, na tah, ale také kombinací vzpěru a ohybu, případně excentrického tahu.

Ze všech kompozitních materiálů se zaměřím zejména na vláknové kompozity tj. součástí, které jsou vyrobené spojením kontinuálního svazku vláken s matricí, v tomto případě termosetickou epoxidovou pryskyřicí. Jejich hlavní předností je výborný poměr tuhosti k hmotnosti. Dále odolávají extrémním zatížením, mají nízkou teplotní roztažnost, vysokou odolnost proti únavě, zvýšeným teplotám (limitovaným teplotou ztráty pevnosti u pryskyřice) a odolností vůči korozi. Mezi kovovou částí a kompozitem může však docházet k dilatačním problémům, případně k elektrochemické korozi (uhlík - dural atp.).

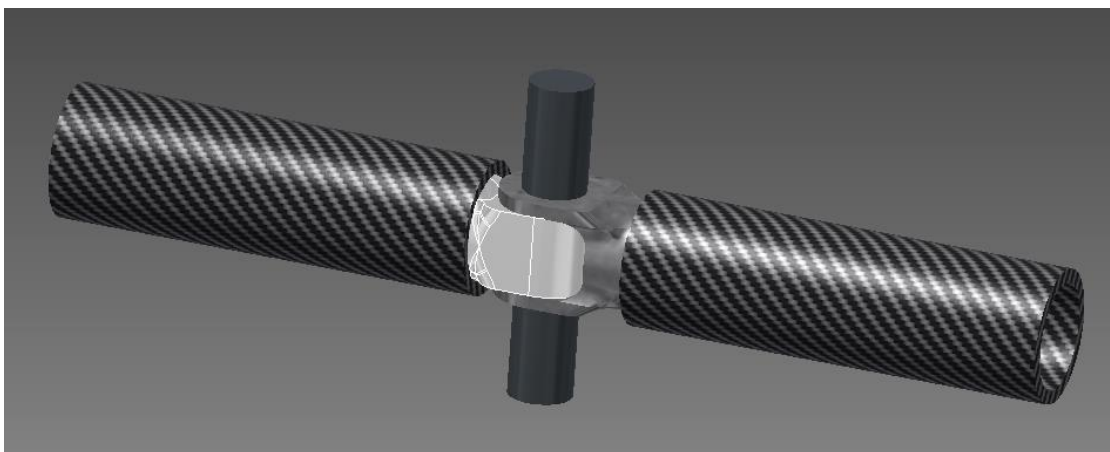
Kritický konstrukční faktor, který ovlivní možné využití potenciálních předností kompozitů je způsob realizace jejich spojování. Ať už to je spoj kompozit-kompozit nebo kompozit-kov, bývá toto rozhraní pro celou složitou konstrukci často kritickým místem. Správný (optimální) návrh konstrukčního řešení spoje je mnohem důležitější než u spojů mezi klasickými izotropními materiály, kde za dlouhou historii jejich používání jsou optimální řešení obvykle známa.

Největší nevýhodou běžných mechanických spojů konstruovaných „klasickým pojetím“ je, že vytvořením otvoru do kompozitního dílu pro spojovací členy (čepy, nýty, šrouby) dojde k porušení kontinuity kompozitových vláken. Porušením kontinuity toku vláken kompozitu dochází k negativnímu ovlivnění mechanických vlastností kompozitu (např. k vysokému vrubovému lokálnímu účinku s oslabením pevnosti).

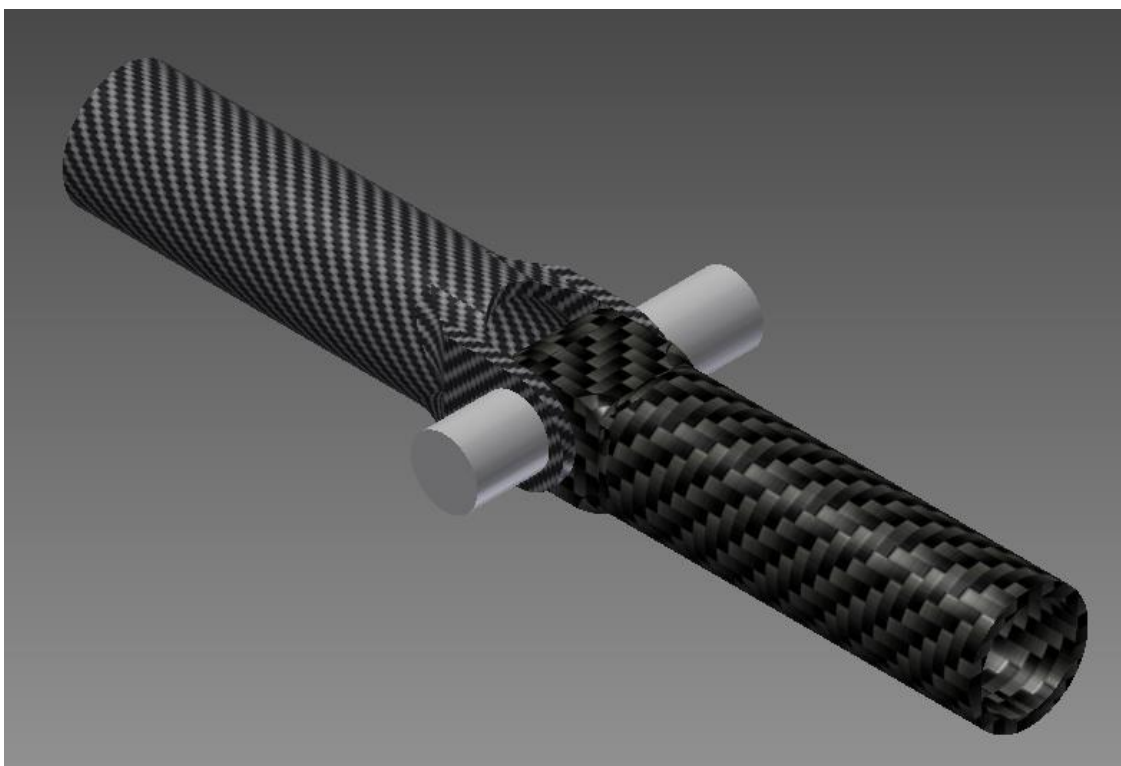
Degradaci vlastností kompozitního výrobku vzniklou výrobou otvorů pro spojovací materiál odstraňují tzv. integrované spoje, což jsou spoje, u nichž jsou otvory v kompozitu vytvořeny přímo při výrobě kompozitu, většinou aniž by došlo k porušení toku vláken. Jedním z možných typů integrovaných spojů jsou kompozitní spoje, u nichž jsou otvory vyrobeny při vhodné výrobní technologii kladení vláken, např. ovíjením vláken okolo čepu, který buď v díle zůstane integrován, nebo vytvoří po svém vytažení kalibrovaný“ připojovací otvor.

Jako elementární úlohu spoje si představme řešení úlohy připojení kompozitové tenkostěnné trubky pomocí kloubových podpor (realizovaných okem a vidlicí) k dalším částem konstrukce. Situaci ukazuje Obrázek 1.1. Do kompozitové trubky mohou být vsunuty kovové válcové koncovky zakončené okem. Spoje mezi koncovkou a trubicí je možno realizovat např. lepeným spojením, příčnými kolíky, v některých případech dokonce i závitem v kompozitní trubce a koncovce, ale našla by se i další řešení. Nevýhodou bude nízká pevnost spoje ve srovnání s vlastní trubicí. Vidíme, že spoj limituje výhody kompozitního dílu. Pokusme se představit si řešení integrování oka do trubky tak, že vlákna z válcového pláště trubky budou kontinuálně pokračovat a vytvoří ploché oko, které bude součástí trubky. Takové oko lze potom přímo připojit do vidlice, jako původní kovovou koncovku. Takový spoj bude lehký, rozměrově kompaktní a mnohem únosnější, neboť zatížení přenáší kontinuální vlákna, zejména při jejich tažení. Problémy však mohou nastat při nutnosti zajistit přesnost též tlakových sil. Vlákna musí vhodně obepnout (obtočit čep) a zajistit i přenos tlakové síly.

Právě idea takového spoje s využitím technologie navíjení kontinuálního vlákna, s aplikací jak pro tahová, tak pro tlaková zatížení, je hlavní náplní této bakalářské práce. Typické řešení je zobrazeno na Obrázku 1.2.



*Obrázek 1.1 Model tenkostěnné kompozitové trubky s kovovým zakončením*



*Obrázek 1.2 Model tenkostěnné kompozitové trubky s kompozitovými oky*

## 2. Kompozitní materiály

Kompozitní materiály jsou v současné době nenahraditelné v mnohých konstrukcích využívajících jejich kvalit. Pro vláknové kompozity jsou to nejen letecké konstrukce, ale i trupy jacht, díly větrných elektráren, jízdní kola či díly na motocykly, sportovní náčiní a mnoho dalších konstrukcí v automobilovém průmyslu a také stále se rozšiřující uplatnění ve stavbách mostů a budov.

My se budeme zajímat především o tzv. výkonové kompozity (z anglického výrazu „performance composites“), tedy kompozitní díly, na které jsou kladeny velmi vysoké technické nároky. Tyto konstrukce využívají dvou hlavních předností vláknových kompozitních materiálů: vysoký poměr pevnosti (či tuhosti) ke hmotnosti a řízenou anizotropii.

Podstatou kompozitního materiálu je spojení dvou (nebo i více) odlišných materiálů (fází), které mají z hlediska makrostruktury vzájemně rozdílné chemické a tedy i fyzikální a mechanické vlastnosti.

První z těchto složek je nazývána výztuží, u vláknových kompozitů je jí vlákno, není spojitá a má vyšší tuhost a pevnost. Výztuž je obklopena druhou, spojitou složkou, pojivem neboli matricí, která je poddajnější. Jako výztuž je možné použít i několik různých druhů materiálů najednou. Tyto kompozity se pak nazývají hybridní.

Matrice musí zajistit vzájemné propojení výztuže a její ochranu. Musí být poddajnější, aby její poměrné prodloužení bylo větší, než je mezní prodloužení výztuže. Tomu dobře vyhovují kovové a polymerní matrice. Pro dokonalé spojení matrice a výztuže je též třeba, aby matrice pokud možno co nejlépe smáčela výztuž.

Vlastnosti kompozitů jsou určeny vlastnostmi svých materiálových složek, jejich objemovým podílem a geometrií vyztužení.

### 2.1. Rozdělení kompozitních materiálů

- kompozity dělíme dle velikosti výztuže na:
  - makrokompozity - velikosti řádově v mm až cm
  - mikrokompozity - řádově v mm
  - nanokompozity - řádově v nm

- dle tvaru výztuže na:

- vláknové (kontinuální či diskontinuální vlákna)

Vláknové kompozity jsou vyztuženy vlákny, tj. útvary, jejichž délkové rozměry jsou mnohem větší než průřezové.

- částicové (izometrický či anizometrický tvar)

Částice je útvar bez převažujícího rozměru. Hlavní funkcí částice je zvýšení tuhosti kompozitů, izometrické částice ale nezvyšují tahovou pevnost. Také odolnost proti lomu je nižší u částicových než u vláknových kompozitů. Hlavní význam částic je zlepšení vlastností matrice, např. změna elektrické a tepelné vodivosti, zlepšení odolnosti vůči opotřebení, snížení koeficientu tření atd.

## 2.2. Vláknové kompozity

Jak bylo psáno výše vláknové kompozity lze rozdělit na kontinuální a diskontinuální, tedy vyztužené dlouhými či krátkými vlákny.

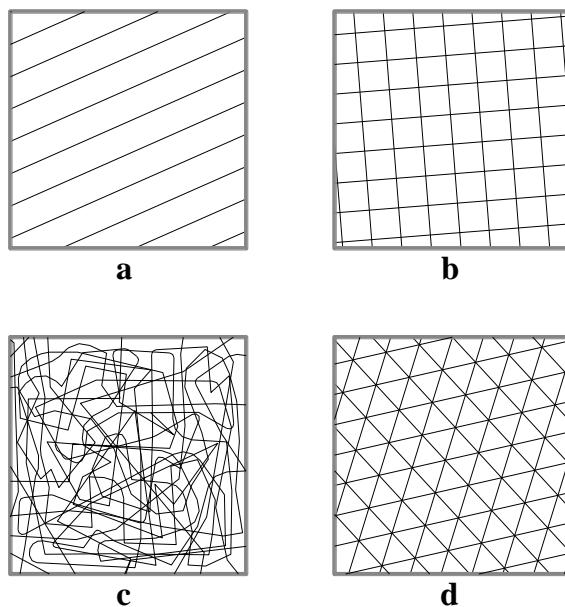
Při vyztužování pomocí krátkých vláken se většinou snažíme o nahodilou orientaci. Krátká vlákna se vyrábějí sekáním pramenců (tzv. rovingů) nebo mletím křehkých vláken, jejich délka se pohybuje až do 20 mm, ale při výrobě se většinou zkrátí.

V této práci jsou předmětem součásti, kde se používají kontinuální vlákna. Jejich užití umožňuje volit orientaci a průběh vláken dle požadavků konstrukce, čehož lze využít, když známe zatížení vyráběné součásti. Jedná se většinou o uhlíková vlákna, která mají výbornou pevnost i podélnou tuhost viz. Tabulka 2.1 Materiálové vlastnosti vláken

Tabulka 2.1 Materiálové vlastnosti vláken [1]

Typ vlákna	Sklo	Aramid	HS - uhlík	T700 12K	HM - uhlík
Modul pružnosti v podélném směru $E_{\parallel}$ (MPa)	74 000	130 000	230 000	230 000	390 000
Modul pružnosti v příčném směru $E_{\perp}$ (MPa)	74 000	5 400	15 000	14 900	6 000
Modulu pružnosti ve smyku $G_{LT}$ (MPa)	30 000	12 000	50 000	50 000	20 000
Pevnost v tahu $\sigma_{\parallel}$ (MPa)	2 100	3 000	5 000	4 900	3 800
Hustota $\rho$ (kgm <sup>-3</sup> )	2 500	1 500	1 600	1 800	1 700

Vlákna jsou většinou uspořádána do vrstev a dělí se pak na jednovrstvé a vícevrstvé kompozity. Orientace vláken ve vrstvách se většinou liší, může být jednoosá (a), dvouosá (b), prostorová (c) a víceosá v rovině (d) (viz Obrázek 2.1):



Obrázek 2.1 Možnosti orientace vláken [1]

U vláknových kompozitů se většinou jako matrice používají polymerní typy pryskyřic tj. epoxidové, polyesterové, fenolové a polyamidové. Hlavní nevýhodou pryskyřic je jejich špatná recyklovatelnost. Obvyklé vlastnosti pryskyřic uvádí Tabulka 2.2 Materiálové vlastnosti matric .

Tabulka 2.2 Materiálové vlastnosti matric [1]

Druh pryskyřice	Epoxidové	Polyesterové	Fenolové	Polyimidové
Modul pružnosti $E_m$ (MPa)	4 500	4 000	3 000	4 000 - 19000
Poissonova konstanta $\nu_m$ ( - )	0.4	0.4	0.4	0.35
Modulu pružnosti ve smyku $G_m$ (MPa)	1 600	1 400	1 100	1 100
Pevnost v tahu $\sigma_{pm}$ (MPa)	130	80	70	70
Hustota $\rho$ ( $kgm^{-3}$ )	1 200	1 200	1 300	1 400
Maximální teplota $T_{max}$ (°C)	90 -200	60 - 100	120 - 200	250 - 300

### 2.2.1. Mikromechanika vláknových kompozitů

Základními technickými vlastnostmi vlákna a matice jsou Youngův modul pružnosti (E) Modul pružnosti ve smyku (G), Poissonovo číslo ( $\nu$ ), napětí ( $\sigma_{max}$ ) a deformace ( $\epsilon_{max}$ ) při mezi pevnosti. Tyto vlastnosti lze při prvotním návrhu odhadnout pomocí následujících rovnic použitím známých vlastností jednotlivých složek a objemovým procentem (V) vlákna (f) nebo matice (m). Podélné charakteristiky indexujeme číslem 1. [2]

Pro zjištění Youngůva modulu pružnosti neboli modulu pružnosti v tahu ve směru vlákna použijeme následující rovnici tzv. směšovacího pravidla:

$$E_1 = E_f \cdot V_f + E_m V_m \quad (2.1)$$

$V_f$  = Objemové procento vlákna v kompozitu. To je odvozeno z výroby kompozitu.

Abychom zjistili maximální napětí při mezi pevnosti, použijeme na podobném principu jako nahoře fungující rovnici:

$$(\sigma_1)_{max} = \sigma_{fmax} \cdot V_f \quad (2.2)$$

Z toho odvodíme maximální poměrnou deformaci:

$$(\varepsilon_1)_{max} = \frac{(\sigma_1)_{max}}{E} \quad (2.3)$$

Také potřebujeme znát příčné vlastnosti kompozitu. Vlastnosti příčného směru značíme a indexujeme číslem 2.

Příčné vlastnosti kompozitu určíme dle vztahů:

$$\frac{1}{E_2} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad (2.4)$$

$$(\varepsilon_2)_{max} = (\varepsilon_m)_{max} (1 - V_f^{\frac{1}{3}}) \quad (2.5)$$

$$(\sigma_2)_{max} = (\varepsilon_2)_{max} \cdot E_2 \quad (2.6)$$

Poissonovo číslo se také počítá užitím směšovacího pravidla:

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad (2.7)$$



Modul pružnosti ve smyku:

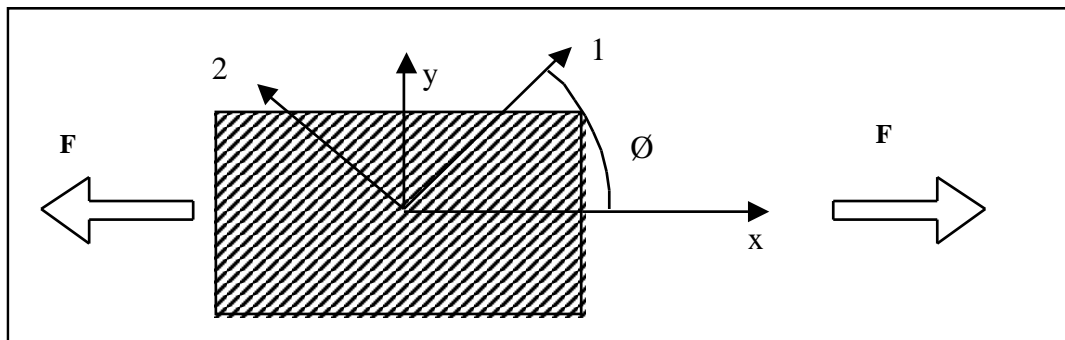
$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m} \quad (2.8)$$

### 2.2.2. Makromechanika kompozitů

Poté co známe, jak funguje interakce vlákn s maticí, tak je ještě důležité vědět, jak na sebe působí více vláken v kompozitu při zatížení a jaká je závislost mezi napětím a relativními deformacemi. Zde se zaměříme na tzv. rovinně ortotropní laminát. Tuhost popisuje takzvaná tuhostní matice, která se odvozuje přes transformační matici a Hookeův zákon. [2]

#### Transformační matice

Tato matice nám popisuje transformaci síly v lamině, když síla působí mimo osu laminy. Orientace ukazuje Obrázek 2.2.



Obrázek 2.2 Orientace laminy vůči síle

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \Rightarrow \{\sigma\}_1 = [T_\sigma]\{\sigma\}_x \quad (2.9)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \Rightarrow \{\varepsilon\}_1 = [T_\varepsilon]\{\varepsilon\}_x \quad (2.10)$$

Kde  $m = \cos \theta$ ,  $n = \sin \theta$

### **Konstitutivní vztah**

Hookeův zákon rovinně ortotropní laminy a prvky tuhostní matice [Q] popisuje vztah

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \Rightarrow \{\sigma\}_1 = [Q]\{\varepsilon\}_1 \quad (2.11)$$

Mezi prvky tuhostní matice a „technickými“ materiálovými parametry platí následující přepočtové vztahy:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_1}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} = \frac{\nu_{21}E_1}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} = Q_{21}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

### **Inverzní matice**

Inverzí vztahu (2.11) dostaneme následující rovnici s prvky matice poddajnosti [S]

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{26} \\ S_{61} & S_{62} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ \frac{-\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

S tím, že: 
$$\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}$$

Transformační a tuhostní matice se kombinují, aby daly dohromady vztahy pro napětí při zátěži libovolné orientace vůči hlavním směrům (1,2) v kompozitové lamině.

$$\{\sigma\}_x = [T_\sigma]^{-1}[\sigma]_1 = [T_\sigma]^{-1}[Q]\{\varepsilon\}_1 = [T_\sigma]^{-1}[Q][T_\varepsilon]\{\varepsilon\}_x = [\bar{Q}]\{\varepsilon\}_x \quad (2.13)$$

nebo

$$\{\varepsilon\}_x = [T_\varepsilon]^{-1}[\varepsilon]_1 = [T_\varepsilon]^{-1}[S]\{\sigma\}_1 = [T_\varepsilon]^{-1}[S][T_\sigma]\{\sigma\}_x = [\bar{S}]\{\sigma\}_x \quad (2.14)$$

## Klasická laminační teorie

Při výpočtech kompozitu složeného z více lamel se používá klasická laminační teorie [3]. Tato teorie pracuje s předpoklady:

- Každá lamela je ortotropní a kvazihomogenní.
- Tloušťka lamely je ve srovnání s délkou a šířkou velice malá.
- Z důvodu předchozího předpokladu můžeme uvažovat rovinnou napjatost.
- Lamely jsou k sobě připojeny dokonale a nedochází ke smýkání desek, funkce posunutí jsou tedy spojité funkce.
- Příčné zkosení je rovno nule. To znamená, že kolmice ke středové čáře zůstanou i po deformaci kolmé.
- Závislost mezi deformací a napětím je lineární.

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Kde  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  a  $\gamma_{xy}$  značí napětí na podélné ose a N zátěž na délku

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) = \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k t_k \quad (2.16)$$

Kde  $h_k$  je z-ová souřadnice k-té vrstvy a  $t_k$  tloušťka laminy v k-té vrstvě

Toto platí pro symetrickou laminu, také platí:

$$A_{16} = A_{26} = 0$$

Za předpokladu, že:

$$\sigma_y \wedge \gamma_{xy} = 0$$

$$\begin{aligned}
 N_x &= A_{11}\varepsilon_x + A_{12}\varepsilon_y + A_{16}\gamma_{xy} \neq 0 \\
 N_y &= A_{12}\varepsilon_x + A_{22}\varepsilon_y + A_{26}\gamma_{xy} \neq 0 \\
 N_z &= A_{16}\varepsilon_x + A_{26}\varepsilon_y + A_{66}\gamma_{xy} \neq 0
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

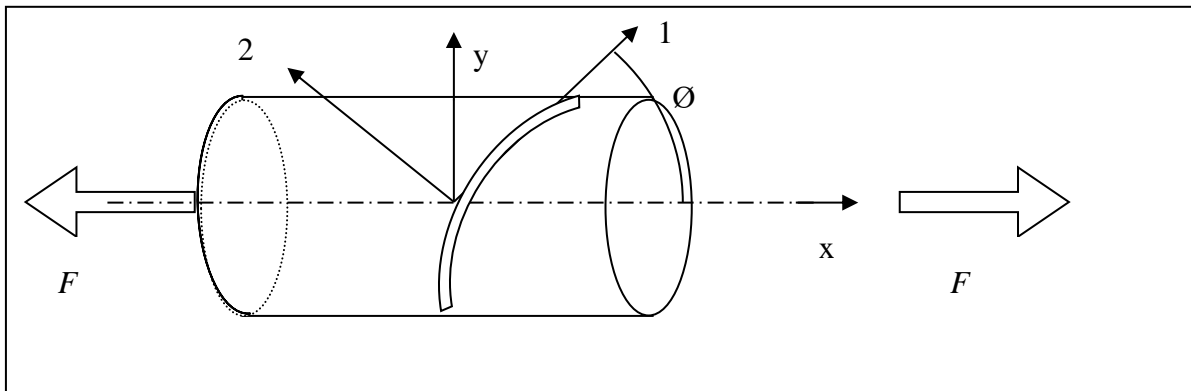
Proto tedy zátěž na délku, Poissonovo číslo a Modul pružnosti v tahu se spočítají následovně:

$$N_x = A_{11}\varepsilon_x - \frac{A_{12}^2}{A_{22}}\varepsilon_x \tag{2.18}$$

$$\vartheta_{xy} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = \frac{A_{12}}{A_{22}} \tag{2.19}$$

$$E_x = \frac{N_x}{\varepsilon_x} = \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{t \cdot A_{22}} \tag{2.20}$$

Tato teorie může být použita na vinutou trubku za použití souřadnicového systému, viz. Obrázek 2.3. Tato teorie může být zatížena nepřesnostmi. Jednak v důsledku odchylek skutečných a odhadovaných materiálových parametrů i- rozdílné finální konfiguraci vláken oproti předpokladu v důsledku způsobu výroby takové trubky.



Obrázek 2.3 Orientace laminy na ovíjené trubce

Pro korekci první nepřesnosti lze počítat s Tsaiovou modifikační teorií, která přidává konstantu do směšovacího pravidla, takže např. podélný modul lze přesněji odhadnout vztahem:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= k \cdot (E_f \cdot V_f + E_m V_m) \\
 0.9 &< k < 1
 \end{aligned}
 \tag{2.21}$$

### 2.2.3. Pevnost

Materiál může být namáhán při jednoosém i víceosém namáhání. Pevnost klasických izotropních materiálů i při víceosém namáhání se posuzuje podle známých hypotéz pevnosti (např. HMM (Huber-Mises-Henkey pro houževnaté materiály). Také u kompozitů musíme sáhnout k jednomu z kritérií pro víceosé namáhání. Pro jednosměrové kompozity existuje také celá řada kritérií, viz např. [3].

#### *Kritéria pevnosti při víceosém namáhání pro jednosměrové kompozity*

lze rozdělit:

- Neinteraktivní kritéria

U těchto kritérií neexistuje vazba mezi složkami normálových napětí ani mezi normálovými a smykovými složkami napětí.

Jsou to například tato kritéria:

- Kritérium maximálního napětí
- Kritérium maximální deformace

- Interaktivní kritéria

- Hillovo kritérium pevnosti
- **Tsai-Hillovo kritérium pevnosti**
- **Hoffmanovo kritérium pevnosti**
- Tsai-Wu kritérium pevnosti

#### *Hillovo kritérium pevnosti*

Toto kritérium vycházelo z von Misesovy podmínky pro izotropní materiál, která má tvar:

$$\frac{1}{2} \left[ (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\sigma_{yz}^2 + \sigma_{zx}^2 + \sigma_{xy}^2) \right] \leq \sigma_k^2 \quad (2.22)$$

kde  $\sigma_k$  je mez kluzu izotropního materiálu.

Hill toto kritérium rozšířil pro ortotropní materiály a zavedl podmínku, při které dojde k porušení materiálu. S tím že  $\sigma_L, \sigma_T$  a  $\sigma_{LT}$  pro víceosé napětí jsou:

$$\sigma_L = \sigma_{xx} \cos^2 \theta + \sigma_{yy} \sin^2 \theta + 2\sigma_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$\sigma_T = \sigma_{xx} \sin^2 \theta + \sigma_{yy} \cos^2 \theta - 2\sigma_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$\sigma_{LT} = (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \sin \theta \cos \theta + \sigma_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (2.23)$$

Podmínka má tvar,

$$A(\sigma_T - \sigma_{T'})^2 + B(\sigma_{T'} - \sigma_L)^2 + C(\sigma_L - \sigma_T)^2 + 2D\sigma_{TT'}^2 + 2E\sigma_{LT'}^2 + 2F\sigma_{LT}^2 = 1 \quad (2.24)$$

kde složky napětí jsou v hlavních směrech anizotropie L, T, T'. Parametry A, B, C, D, E a F jsou materiálové charakteristiky a jsou závislé na pevnostech materiálu ve směrech L, T, T' a na pevnostech ve smyku. Proto je možné vyjádřit vztah (2.24) pomocí pevnosti materiálu. Je třeba zdůraznit, že v Hillově podmínce pevnosti (2.24) je uvažována stejná pevnost materiálu v tahu a tlaku.

Za předpokladu stavu rovinné napjatosti (v rovině L, T), tj. když  $\sigma_{T'} = \sigma_{LT'} = \sigma_{TT'} = 0$ , je možno Hillovu podmínku pevnosti přepsat do tvaru:

$$\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{DL}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{DT}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sigma_{DL}^2} + \frac{1}{\sigma_{DT}^2} - \frac{1}{\sigma_{DT'}^2}\right) \sigma_L \sigma_T + \left(\frac{\sigma_{LT}}{\sigma_{DLT}}\right)^2 = 1 \quad (2.25)$$

kde  $\sigma_D$  jsou meze pevnosti v příslušných směrech.

### ***Tsai – Hillovo kritérium pevnosti***

Hillovu podmínku pevnosti pro rovinnou úlohu (2.25) zjednodušil Tsai pro případ jednosměrových kompozitů. Uvažoval, že  $\sigma_{DT} = \sigma'_{DT}$  a potom má podmínka tvar:

$$\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{DL}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{DT}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{LT}}{\sigma_{DLT}}\right)^2 - \frac{\sigma_L \sigma_T}{\sigma_{DL}^2} = 1 \quad (2.26)$$

Je zřejmé, že vztah (2.25) vyjadřuje v souřadnicovém systému  $O(\sigma_L, \sigma_T, \sigma_{LT})$  uzavřenou plochu. Podmínku (2.25) lze upravit tak, aby byla respektována rozdílná pevnost v tahu a tlaku viz Hoffmanovo kritérium pevnosti (2.26). Avšak nevýhodou tohoto zobecnění je, že plocha porušení pak není spojitá.

### ***Hoffmanovo kritérium pevnosti***

Hoffman zobecnil Hillovo kritérium tak, že zavedl rozdílná chování materiálu v tahu a tlaku. Pro rovinnou napjatost v rovině LT lze Hoffmanovu podmínku pevnosti zapsat jako:

$$\frac{\sigma_L^2}{\sigma_{DLt}\sigma_{DLc}} + \frac{\sigma_T^2}{\sigma_{DTt}\sigma_{DTc}} - \frac{\sigma_L \sigma_T}{\sigma_{DLt}\sigma_{DLc}} + \frac{\sigma_{DLc} - \sigma_{DLt}}{\sigma_{DLt}\sigma_{DLc}} \sigma_L + \frac{\sigma_{DTc} - \sigma_{DTt}}{\sigma_{DTt}\sigma_{DTc}} \sigma_T + \frac{\sigma_{LT}^2}{\sigma_{DLT}^2} = 1 \quad (2.27)$$

kde index c znamená v tlaku a index t znamená v tahu.

Rozsah práce neumožňuje podrobný popis kritérií a jejich porovnávání. Proto se dále budu využívat pouze jednu z těchto teorií, konkrétně Hoffmanovo kritérium pevnosti.

## **3. Přehled běžných typů spojů kompozitů**

Hlavním faktorem, který limituje používání kompozitových vysoce namáhaných součástí či konstrukcí, jsou technologické spoje mezi jednotlivými částmi konstrukce. V následujícím textu je uveden jednoduchý přehled rozdělení spojů, používaných při aplikaci kompozitů.

### 3.1. Lepené spoje

Lepené spoje jsou v současnosti nepoužívanější metoda pro spojování kovových a kompozitových součástí. Hlavními výhodami lepených spojů je především rovnoměrné rozložení zatížení na relativně velké spojované ploše, dále nevytváření vrubu, časová a finanční úspora, nevyvolávání koroze použitím pomocných kovových částí, minimální nárůst hmotnosti konstrukce a minimální potřeba zasahovat do vlastností spojovaných částí. Nevýhodou je citlivost spoje na okolní prostředí, složitá předvídatelnost jeho životnosti a také nerozebíratelnost pro případnou kontrolu či opravu.

### 3.2. Svarové spoje

Kompozit a kov je možné v určitých případech kombinací teplotních, tlakových a metalurgických podmínek svařovat. Výhodou této metody je možnost dosažení velice pevného spoje, nízká časová náročnost, relativní jednoduchost a možnost automatizace, možnost vytvoření spoje bez přídavného materiálu (bez nárůstu hmotnosti), nepoškozování skladby (nevytváření děr do spojovaných součástí) a nenáročnost na povrchovou úpravu. Bohužel lze svařovat pouze některé typy kompozitních a kovových materiálů.

Další nevýhodou je, že vysoké teploty, které vznikají při svařování, mají za následek řadu nevýhod jako je například možnost delaminace, poškození nebo zkroucení vláken. Za jistých podmínek může potřeba vysokých teplot způsobit nevhodnost této technologie i pro kombinaci jinak svařitelných materiálů.

### 3.3. Třecí spoje

Tyto spoje využívají tření pro přenos zatížení. Jedním z nich je například **Nalisovaný spoj**.

Spoj nalisováním je definovaný jako nesnadně rozebíratelný. Jeho hlavní předností je spolehlivost a nízká cena, žádné nebo jen relativně malé tepelné ovlivnění spojovaných součástí, nevytváření vrubu, nezvyšování hmotnosti konstrukce a nízká náročnost na typ materiálu.



### **3.4. Spoje s pomocným elementem**

Při požadavku rozebíratelnosti spoje je pro přenos zatížení používáno nejčastěji pomocných elementů – především šroubů a nýtů. Jedná se o klasický způsob spojování, otvor pro spojovací prvek je do struktury materiálu vytvářen dodatečně, vrtáním apod.

Elementy pro přenos zatížení lze použít ve všech případech, kde není možné tepelně ovlivňovat konstrukci a nejsou zde dobře proveditelné povrchové úpravy daných částí. Velkým problémem jsou zde koncentrátoři napětí vzniklé zásahem do geometrie spojovaných součástí.

Rozložení napětí kolem šroubu v kompozitové součásti je podstatně nerovnoměrnější, než jak je tomu u kovové součásti s identickou geometrií a těžko se zjišťuje pro daný případ. Problémem může být i např. přidávaná hmotnost do konstrukce ale i galvanická koroze.

### **3.5. Spoje s využitím tvaru spojovaných dílů**

Tyto spoje pro přenos zatížení využívají vhodně tvarovaných částí spojovaných dílů. V současnosti jsou používány především ve speciálních případech, nejsou zatím v průmyslu moc rozšířené či v některých aplikacích vůbec známé.

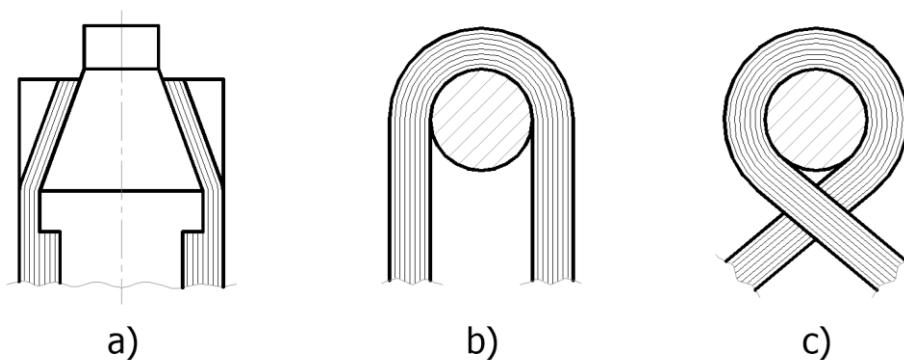
Takovýto typ spoje označujeme jako „integrováný spoj“ – jedná se o navíjení vláken kompozitového dílu přímo na určitou tvarově vhodnou část kovové součásti.

Takový typ spoje se vyznačuje zejména svou pevností, životností a spolehlivostí. Vlákná kompozitního materiálu v tomto spoji totiž nejsou nijak narušena. Obecně, při využití pomocného elementu, kolem kterého lze vlákna navinout (kolík, šroub, atd.), je dokonce možné řešit spoj jako jednoduše rozebíratelný. Podrobněji viz další kapitola.

#### **3.5.1. Volba metody realizace spoje - Integrované spoje**

Jak bylo řečeno již v předcházející kapitole, efektivita návrhu kompozitní konstrukce je většinou stanovena právě spoji. Užívané integrované spoje lze rozdělit na:

- Ovíjené kolíkové spoje: kompozit je ovinut kolem spojovacího elementu (kolíku, šroubu, čepu apod.)
- Tvarové spoje: síly jsou přenášeny přímo do kompozitu díky ovinutému tvaru



Obrázek 3.1 Možnosti vinutého spoje

Pro klasické spoje (šroubové, nýtové) vzniká v okolí vrubů lokální změna napjatosti, vyznačující se prudkým vzrůstem napětí (tzv. špičkové napětí) u kořene vrubu – jedná se o tzv. koncentraci napětí – a jeho rychlým dozníváním při vzdalování se od vrubu.

V kompozitních materiálech je situace o dost komplikovanější, protože kompozitní materiály nemohou plastizovat, a tudíž nemohou být odbourány špičky napětí, jak je to umožněno přetvořením kovů.

Proto se tvoří spoj pomocí tzv. ok, což je vlastně závěs, tvořený smyčkou z vláknového kompozitu navinutou nejčastěji do tvaru písmene „U“ tak, že tvoří oko (viz. Obrázek 3.1). Tato konstrukce plně využívá předností poskytovaných vláknovým kompozitem: Síly jsou přenášeny přímo ve směru vláken, které tvarově ovíjí kolík. Takovým typem smyčky se např. zabýval ve své disertační práci Ing. Blahouš [1]. Mým cílem práce je modifikovat tento spoj pro přenos též tlakových napětí. Návrh bude popsán v další kapitole.

#### 4. Návrh tvaru a realizace zkušební vzorku

Existuje mnoho technologií, kterými lze v současnosti vyrábět kompozitní materiály s vláknovou výztuží a polymerní matricí. Většina kompozitních technologií využívá formu, trn nebo liner ke konsolidaci a vytvrzení tekuté fáze (matrice, pryskyřice) a pevné fáze (vláken). V následujícím přehledu jsou rozebrány klady a zápory několika vybraných technologií.

## 4.1. Pultruze

Pultruze neboli protahování je kontinuální proces. Svazek vláken je protahován formou, profilem zvoleného průřezu, je buď předem prosycen pryskyřicí, nebo při průchodu formou dochází k injektaci pryskyřice, a ihned je vystaven působení tepla a tím vytvrzen, obvykle ještě ve formě–profilu.

- Výhody:
  - vysoká produktivita výroby (ne kusově ale délkově – až stovky metrů)
  - poměrně velmi kvalitní vnější povrch
  - možno vyrábět různé průřezy (i otevřené a uzavřené)
  - vysoký objemový podíl  $v_f$
- Nevýhody:
  - naprostá většina všech vláken pod úhlem  $0^\circ$ , tedy ve směru podélné osy profilu.

## 4.2. Ruční laminace a prosycení

Výrobek je zhotoven ručním kladením vláken či tkanin na trn. Na suchá vlákna či tkaninu je pomocí štětce, stříkáním nebo rukou nanášena matrice. Pak je výrobek vytvrzen.

- Výhody:
  - relativně nízké náklady na přípravky
- Nevýhody:
  - omezená tvarovatelnost tkanin
  - omezeno použitými vlákny a tkaninami
  - nutnost technologických přísad
  - velmi špatná regulace objemového podílu matrice
  - nižší kvalita povrchu a špatně dosažitelné přesné tloušťky

### 4.3. Ruční kladení prepregu a autokláv

Výrobek je zhotoven ručním kladením prepregů (prepreg je tkanina předem prosycená pryskyřicí) na trn a pak vložen na vytvrzení do autoklávu. Vhodné pro tvarově jednoduché vysoce namáhané a tenkostěnné skořepiny, velkoplošné a tepelně zatěžované díly a součásti, kde není vyžadován kvalitní povrch z obou stran.

- Výhody:
  - vysoká kvalita materiálu
  - dobrá regulace objemového podílu matrice
- Nevýhody:
  - omezená tvarovatelnost prepregů okolo trnu
  - nutnost použití autoklávu jako nákladného výrobního prostředku (velmi vysoké náklady na vytvrzování)
  - omezeno použitými prepregy, poměrně velmi špatně dosažitelné přesné tloušťky (tloušťky produktů jsou násobkem možných tlouštěk dostupných typů tkanin a prepregu na trhu)
  - nutnost technologických přídavků
  - skladování prepregů v chladicím boxu, omezená životnost
  - vysoká cena prepregů

### 4.4. Technologie navíjení vláken

Tato technologie je založená na strojovém navíjení prosyceného svazku vláken dané „hutnosti“ („fiber tow“ tj. daného počtu mikrovláken) <sup>1</sup> na dlouhý trn a to pod různým úhlem vůči podélné ose trnu. Po vytažení trnu získáváme trubku jako výchozí polotovar. Vlákná lze „navíjet“ i rovnoběžně s podélnou osou trubky (např. jejich „zaháknutím“ za speciální jehličkové koncovky na obou koncích trubky, a tím orientovat výztuž (vrstvu kompozitu) v požadovaném podélném směru, aby mohlo být dosahováno vysoké ohybové nebo tahové tuhosti (tj. zatěžování ve směru vláken). Tuto technologii používá např. firma Compotech Plus s.r.o., která poskytla materiál i formu pro výrobu dále popsaných vzorků.

---

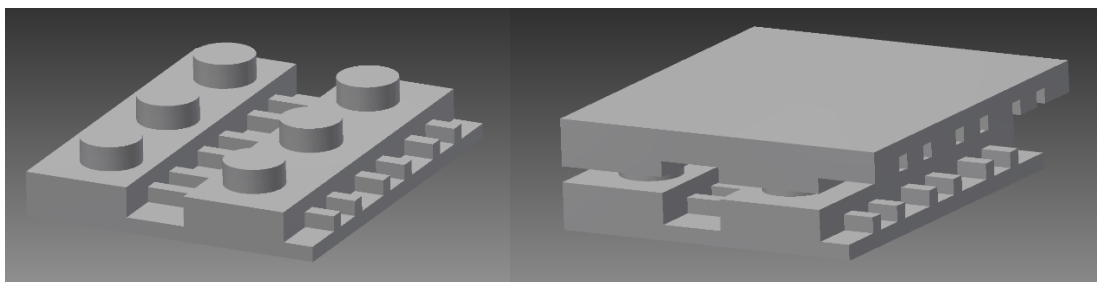
<sup>1</sup> Např. označení 12K značí umístění 12000 mikrovláken ve svazku

Jak bylo naznačeno v úvodní kapitole práce, výhodou integrovaného oka do kompozitní trubky vyráběné výše popsanou technologií navíjením by vznikl po zasunutí do vidlice protikusů vysoce pevný a lehký spoj. Pokusím se v další části práce navrhnout možné konstrukční způsoby ovinutí čepu, navrhnout konkrétní vzorky i jejich výpočtové modely a experimentálně ověřit pevnosti realizovaných vzorků z uhlíkových vláken

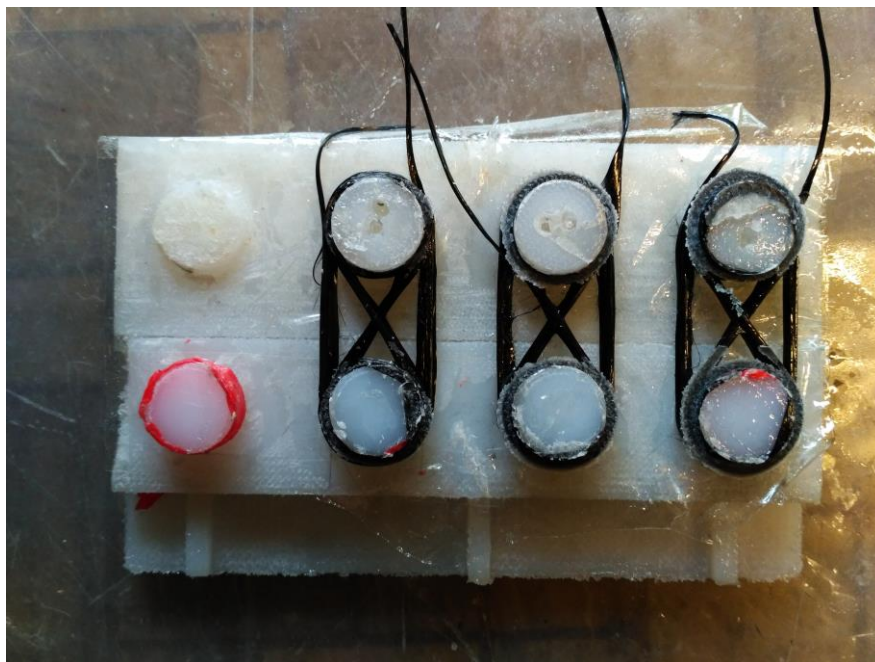
## **4.5. Zvolená technologie: Ruční kladení svazků vláken a vytvrzení v peci**

### **4.5.1. Výroba vzorků ok**

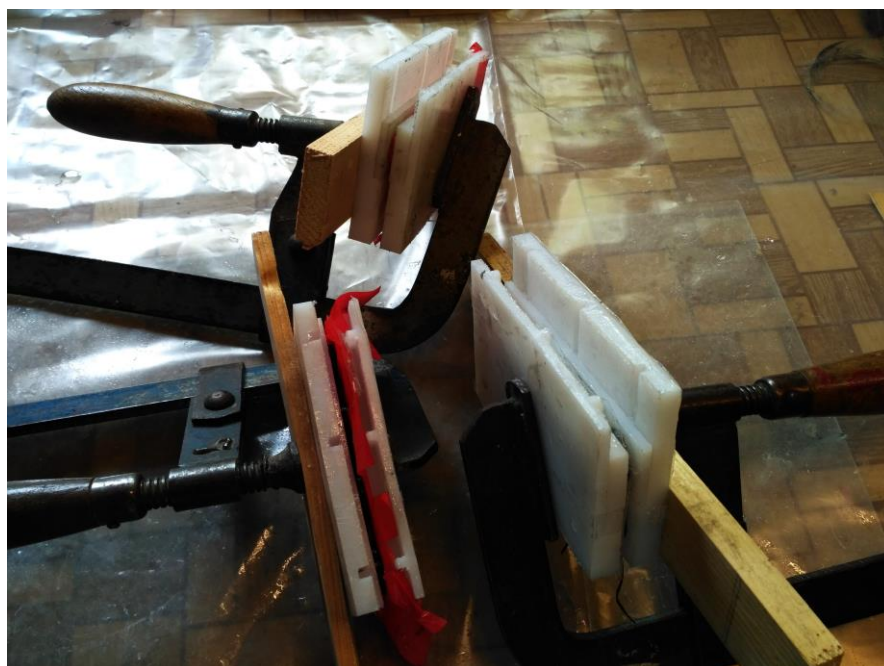
Výroba bude probíhat ručním ovíjením na speciálním přípravku (Obrázek 4.1), kdy je prosycený pramenec vlákna T700 12K ovíjen kolem dvou paralelních trnů (tím je zaručen vnitřní průměr oka a osová vzdálenost vnitřních otvorů). Svazek vláken je veden mezi dvěma rovnoběžnými deskami (tím je zajištěna šířka oka). Tloušťka oka je dána počtem navinutých pramenců. Na přípravku navinutá oka jsou posléze vytvrzena v peci a po vytvrzení jsou z přípravku sejmuta a jemně očištěna. Byly vyrobeny 2 sady různé konfigurace ovíjení čepu, vždy po 14 zkušebních vzorcích.



*Obrázek 4.1 Model přípravku na navinutí vzorků*



*Obrázek 4.2 Navinuté vzorky*



*Obrázek 4.3 Navinuté vytvrzující se vzorky*

### 4.5.2. Rozměry vzorků

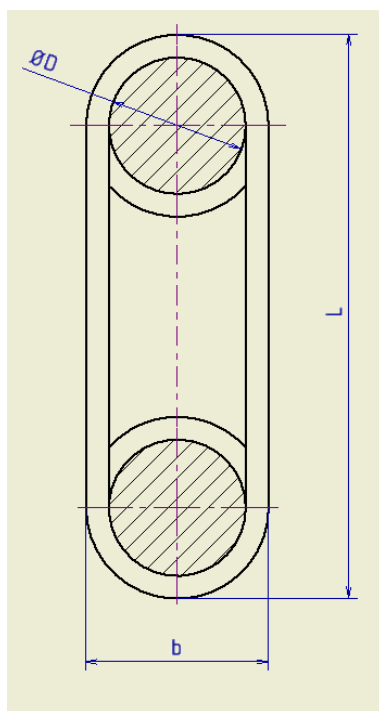
Jak už bylo zmíněno výše, vzorky budou vyrobeny z uhlíkového vlákna T700 12K a epoxidové pryskyřice získané od firmy Compotech Plus s.r.o.

Průměr vnitřního otvoru (D) byl zvolen 20 mm, vzdálenost os otvorů je 40 mm je (celková délka vzorku (L) potom vychází 60 mm ), jmenovitá šířka všech pramenců vychází  $b=2,5$  mm a hloubka  $h=4$  mm. Z důvodů výrobní technologie se tyto rozměry od jmenovitých mohou mírně lišit a jsou pro každé zkoušené oko před zkouškou přeměřeny a zohledněny při výpočtech (viz též tabulka Příloha 1 v příloze práce). Obě základní konfigurace ovinu čepu a z toho vzniklé tvary ok typu O a X jsou zobrazeny na Obrázek 4.4 a Obrázek 4.5.

Technologie ručního navíjení ok nezaručuje ustálený (konstantní) objemový podíl vláken a matrice. Navíc určované jmenovité průřezy (jmenovitá šířka i hloubka) se budou u různých vzorků od sebe dosti lišit. Proto i určovaná napětí získaná jako podíl síly a skutečného průřezu budou zatížena rozptylem. Přitom matrice se výrazně na nosnosti jak v tahu, tak v tlaku významně nepodílí, díky svým nízkým mechanickým vlastnostem. Proto budu kromě jmenovitého průřezu vyhodnocovat i průřez tzv. suchých svazků vláken ( $A_0$ ), jako kdyby svazky neobsahovaly matrici. Při známém počtu svazků ovíjejících čep a při použití vlákna typu 12K (tj. 12 tisíc vláken ve svazku), můžeme určit průřez suchých svazků vláken. Předpokládám dle literatury, že průměr jednoho vlákna typu PAN bude 0,007 mm. Potom pro svazek 12K vychází plocha průřezu 0,46 mm<sup>2</sup>. Při použití 10 smyček ovinu kolem čepu, vychází průřez suchých svazků vláken 4,6 mm<sup>2</sup>.

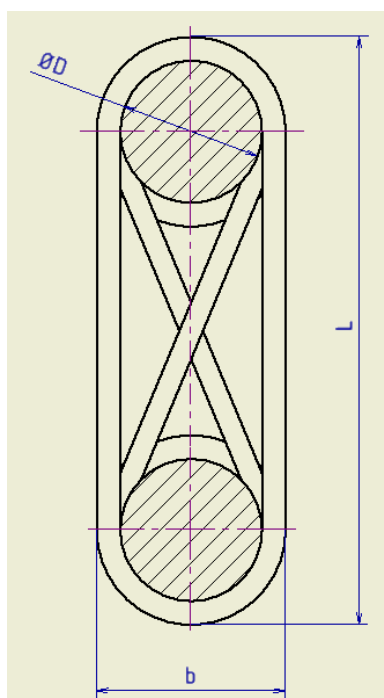
Objemový podíl vláken nebyl exaktně měřen, dle zkušeností z ručního navíjení lze předpokládat, že se bude pohybovat kolem 50%.

– 1. sada, vzorky č. O1 až O14, počet pramenců 20



Obrázek 4.4 Vzorek O

– 2. sada: vzorky č. X1 až X14 počet pramenců 20



Obrázek 4.5 Vzorek X



## 5. Analytický výpočet

Spoj (oko) může vznikat různým technologickým postupem a i praktická realizace spoje může být různá. Při tahovém nebo tlakovém zatížení oka přes vložený čep, tak jednotlivé části spoje nebo jeho celek přenášejí nebo jsou namáhány různými typy základních zatížení a napětí.

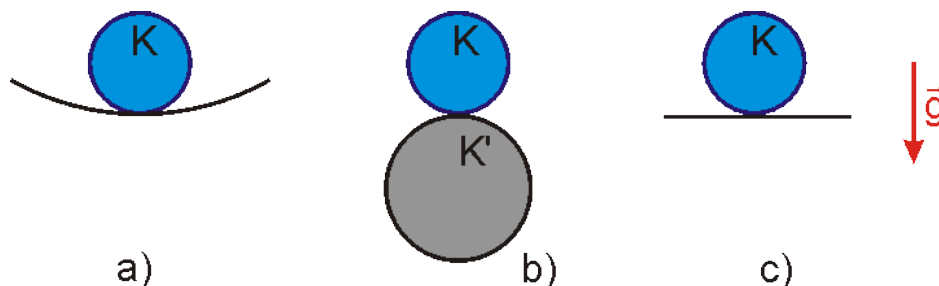
Zde se zmíníme o zjednodušených modelech, které by mohly být použity pro tato namáhání a popíšeme možný postup výpočtu a dimenzování oka z hlediska daného modelu.

### 5.1. Kontrola na tlak nebo vzpěr

#### 5.1.1. Stabilita

V této kapitole se budeme zabývat stabilitou (vzpěrem) přímých a štíhlých prizmatických prutů. Získané vztahy použijeme pro odhad srovnání odolnosti kompozitových svazků vláken zatěžovaných v ovíjeném spoji na tlak, resp. vzpěr.

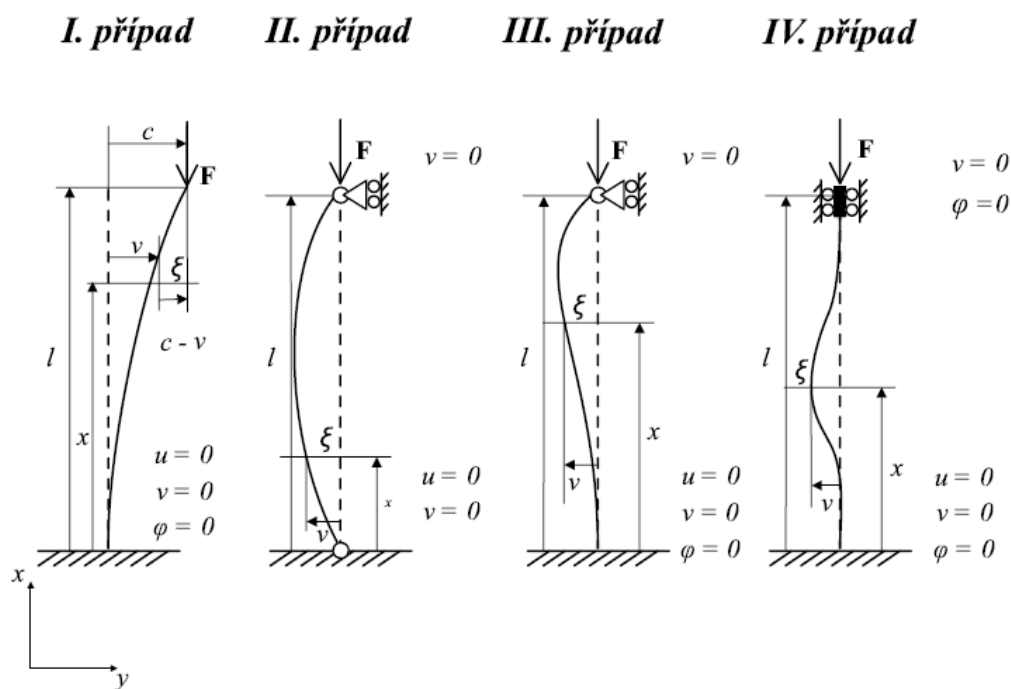
Nejprve popíšeme, co to myslíme stabilní a nestabilní (labilní) polohou konstrukce (štíhlého prutu). Při postupné zátěži se konstrukce může dostat do celkem tří základních stavů rovnováhy [4]. Například máme-li prut zatížený silou působící v jeho podélné ose. Když dojde k jeho vychýlení z přímé polohy, např. krátkodobě působící příčnou silou, navrátí se tento zpět do přímé polohy. Tento stav se označuje jako stabilní (a). Při zvyšování hodnoty příčné síly se lze dostat do stavu, kdy tento prut se po odstranění příčné síly již do svislé polohy nevrátí, ale zůstává dále prohnutý v nové rovnovážné poloze. Tento stav se nazývá indiferentní (c). Zatěžující síla tohoto stavu se označuje jako  $F_{krit}$ . Při velmi malém přírůstku k této kritické síle dochází již k velkým průhybům, a jakmile dosáhne mezní osově síly  $F_{mez}$ , dojde k lomu prutu. Tento stav těsně před lomem se označuje jako labilní (b).



Obrázek 5.1 Možnosti stability

### 5.1.2. Odvození kritické síly

V následující kapitole bylo využito poznatku ze skript: Pružnost a pevnost II [5]. V případě vzpěru přímých prutu se  $F_{krit}$  a  $F_{mez}$  ztelně neliší. Uvažujeme tedy  $F_{krit}$  za mez nosnosti prutu. Velikost  $F_{krit}$  závisí na rozměrech prutu a na způsobu uložení tohoto prutu. Pro analytický výpočet uvažujeme štíhlý prut zatížený osovou silou, kde případný průhyb, například kvůli výrobním nepřesnostem, vyvolá přídatné ohybové momenty  $M$ , které zpětně ovlivní napětí i průhyb daného prutu.



Obrázek 5.2 Typy vzpěru

#### Základní případy vzpěru

Princip řešení je u všech čtyř základních případů vzpěru stejný. Nejprve vyjádříme moment v obecném myšleném rezu prutu a zavedeme jej do diferenciální rovnice průhybové čáry,

$$w''(x) = \frac{-M(x)}{E \cdot J_{min}} \quad (5.1)$$

kde  $M(x)$  je vnitřní ohybový moment,  $E$  je modul pružnosti v tahu a  $J_{min}$  je minimální hlavní kvadratický moment průřezu. Integrační konstanty určíme z okrajových podmínek, které jsou dány fyzikálními vlastnostmi uložení na obou koncích prutu.

Odvození vztahu pro výpočet  $F_{krit}$  ukážeme je uvedeno v základní literatuře a nebude uváděno. na I. případě vzpěru:

Ohybový moment v libovolném průřezu  $M_n$  je  $P(\delta - y)$  a diferenciální rovnice ohybové čáry je:

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = F(\delta - y) \quad (5.2)$$

Je jasné, že vzpěrný ohyb prutu, je-li jeho horní konec volný, nastává v rovině nejmenší ohybové tuhosti, kterouž to tuhost budeme zvat  $EI$ .

Označme:

$$\alpha^2 = \frac{F}{EI} \quad (5.3)$$

Rovnice (5.2) pak bude:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \alpha^2 y = \alpha^2 \delta \quad (5.4)$$

Obecné řešení této rovnice je:

$$y = \delta + C_1 \cos px + C_2 \sin px, \quad (5.5)$$

v čemž  $C_1$  a  $C_2$  jsou konstanty, jež musí být voleny tak, aby se vyhovělo podmínkám na vetknutém konci:

$$(y)_{x=0} = 0; \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0} = 0$$

Tyto podmínky budou splněny, jestliže:

$$C_1 = -\delta, C_2 = 0$$

Pak:

$$y = \delta(1 - \cos px) \quad (5.6)$$

Podmínka na horním konci je, aby:

$$(y)_{x=l} = -\delta$$

Je splněna, jestliže  $\cos pl = 0$ , čili jestliže:

$$\alpha l = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, \quad (5.7)$$

Kde  $n$  je celé číslo. Nejmenší hodnotu  $pl$  a tím i  $P$ , která vyhovuje rovnici (5.7) dostaneme, položíme-li  $n = 0$ . Pak s použitím rovnice (5.3) nacházíme:

$$\alpha l = l \sqrt{\frac{F}{EI}} = \frac{\pi}{2},$$

z čehož: 
$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ}{4l^2}.$$

Odvození ostatních vzorců je analogické a při odvozování využíváme okrajové podmínky dle Obrázek 5.2.

Postupně dospějeme k těmto vzorcům pro získání kritické síly  $F_{krit}$  pro I., II., III. a IV. případ vzpěru:

$$F_{krit}^I = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{4 \cdot l^2}$$

$$F_{krit}^{II} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{l^2}$$

$$F_{krit}^{III} = 2 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{l^2} \tag{5.8}$$

$$F_{krit}^{IV} = 4 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{l^2}$$

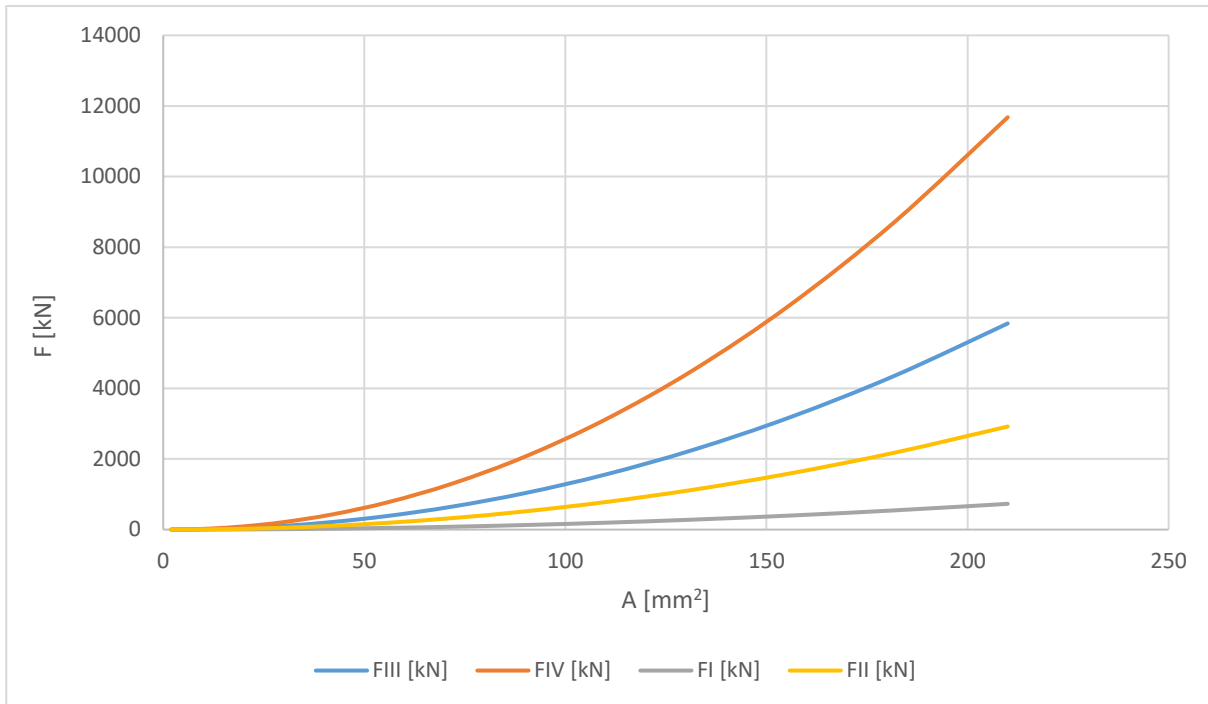
Lze upravit do obecného vzorce:

$$F_{krit} = n \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{l^2} \tag{5.9}$$

*Tabulka 5.1 Případy vzpěru a k nim náležící koeficienty*

Případy vzpěru	I	II	III	IV
n	1/4	1	2	4

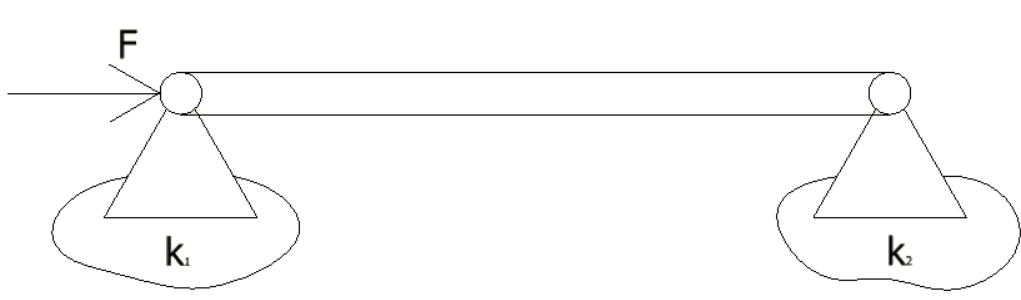
Z této tabulky můžeme vynést jednotlivé síly do grafu pro stejný materiál se zvolenými elementárními vlastnostmi. Podle směšovacího pravidla ( $V_f = 0,5$ ) můžeme předpokládat, že u našeho vzorku je  $E = 138$  GPa jeho délka je  $l = 0,04$  m.



Graf 5.1 Závislost Kritické síly na průřezu

### 5.1.3. Řešení stability s Elastickou podpěrou

V této kapitole se budeme zabývat problematikou nedokonale tuhých podpěr. Což je náš další pokus se přiblížit realitě, kdy žádná podpěra není dokonale tuhá.



Obrázek 5.3 Schéma Elastických podpěr

Tyto podpěry, viz Obrázek 5.3, si můžeme představit jako pružiny. S tím že tuhosti těchto pružin nahradíme pružnými konstantami  $k_1$ ,  $k_2$  a pak při řešení vzpěru máme tyto konečné podmínky [6]:

$$\begin{array}{ll}
\text{Pro } x=0 & w = 0, \quad M_1 = k_1 w' = EI w'' \\
\text{Pro } x=l & w = 0, \quad M_2 = -k_2 w' = EI w''
\end{array} \quad (5.10)$$

Z těchto diferenciálních rovnic dostaneme následující systém rovnic:

$$\begin{array}{llll}
A & & & + D = 0 \\
A \cdot EI \alpha^2 & + B \cdot k_1 \alpha & + C \cdot k_1 & = 0 \\
A \cos \alpha l & + B \sin \alpha l & + Cl & + D = 0 \\
A(EI \alpha^2 \cos \alpha l + & + B(EI \alpha^2 \sin \alpha l - & - C \cdot k_2 & = 0 \\
k_2 \alpha \sin \alpha l) & k_2 \alpha \cos \alpha l) & &
\end{array}$$

Máme homogenní systém, jehož triviální řešení je:  $A = B = C = D = 0$ , které opisuje stabilní nebo nestabilní rovnováhu neprohnuté tyče, a pak můžeme najít netriviální řešení, v případě, že determinant rovnic je roven nule. Při výpočtu determinantu, nám vznikne následující rovnice:

$$\alpha^3 l^3 + \frac{(k_1 + k_2)l}{EI} \alpha l (1 - \alpha l \cot g \alpha l) + \frac{k_1 l k_2 l}{EI EI} \left( 2 \tan \frac{\alpha l}{2} - \alpha l \right) = 0 \quad (5.11)$$

Podle základních odvození známe vztah:

$$\alpha = \sqrt[2]{\frac{F}{EI}}$$

Pro zjednodušení uvažujeme, že tuhost první podpěry  $k_1$  má stejnou velikost jako tuhost druhé podpěry  $k_2$ . Po zjednodušení:

$$\alpha^3 l^3 + \frac{2kl}{EI} \alpha l [1 - \alpha l \cot(\alpha l)] + \frac{k^2 l^2}{(EI)^2} \left[ 2 \tan \left( \frac{\alpha l}{2} \right) - \alpha l \right] = 0 \quad (5.12)$$

Z čehož vytvoříme kvadratickou rovnici pro  $\cot \frac{\alpha l}{2}$ .

$$\frac{2kl}{EI} \cot g^2 \left( \frac{\alpha l}{2} \right) - \left[ \alpha l + \frac{2kl}{EI} \cdot \frac{1}{\alpha l} - \left( \frac{kl}{EI} \right)^2 \right] \cot g \left( \frac{\alpha l}{2} \right) - \left[ \left( \frac{kl}{EI} \right)^2 \cdot \frac{2}{\alpha^2 l^2} + \frac{2kl}{EI} \right] \quad (5.13)$$

Po použití vzorce řešení kvadratické rovnice, dostaneme:

$$\cot \frac{\alpha l}{2} = \frac{\alpha^2 l E^2 I^2 + 2k - k^2 l^2 \alpha}{4EI \cdot \alpha l \cdot k} \pm \sqrt{\frac{\alpha E^3 I^3 (E^2 I^2 \alpha^4 l^4 + 4EI \alpha l^2 k + 4l^2 k^2 - 2\alpha^2 l^4 k^2) + k^2 l^2 (4E^2 I^2 \alpha k + \alpha^2 l^3 k^2 - 16EI k + 16l E^2 I^2 \alpha^2)}{2E^2 I^2 \alpha^2 k l^2}} \quad (5.14)$$

Z tohoto řešení nám vyjde řešení pro  $\tan \frac{\alpha l}{2}$  :

Z toho vychází řešení pro  $\alpha l$  a z něho závislost síly na tuhosti podpor  $F=f(k)$ .

Pro konkrétní výpočty zahrnující tuto kapitolu by se muselo experimentálně zjistit tuhost  $k$ , což přesahuje rámec práce, takže problém nebyl dále řešen.

## 5.2. Řešení na kombinaci vzpěru a ohybu

Čistý vzpěr je stabilitním problémem – vzpěra neměla žádné deformace až do okamžiku dosažení kritické síly  $F_{kr}$ , kdy dojde ke stavu indiferentní rovnováhy a vzniklý průhyb může být „jakýkoli“ při platnosti teorie malých deformací.



Obrázek 5.4 Schéma kombinace ohybu a vzpěru

Kombinace vzpěru s ohybem je však běžný pevnostní problém, kdy každému stavu odpovídá stabilní stav rovnováhy daný konkrétním průhybem prutu  $v(x)$ . Proto také pro kombinaci vzpěru s ohybem lze napsat běžnou pevnostní podmínku:



$$\sigma_{red} = \left| -\frac{N}{A} \right| + \frac{M_o}{W_o} \leq \sigma_D \quad (5.15)$$

kde:  $N$  je osová tlaková síla působící na prut

$A$  je plocha příčného průřezu prutu

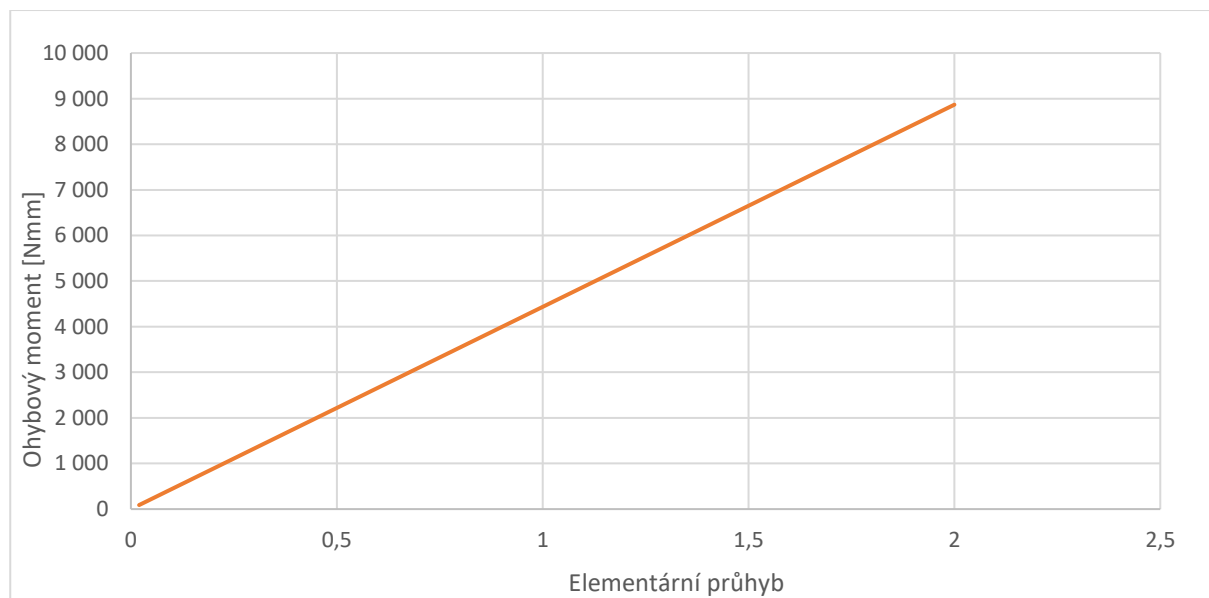
$M_{o\max}$  je maximální ohybový moment na prutu

$W_o$  je modul průřezu v ohybu k ose ohybu

$\sigma_D$  je dovolené normálové napětí

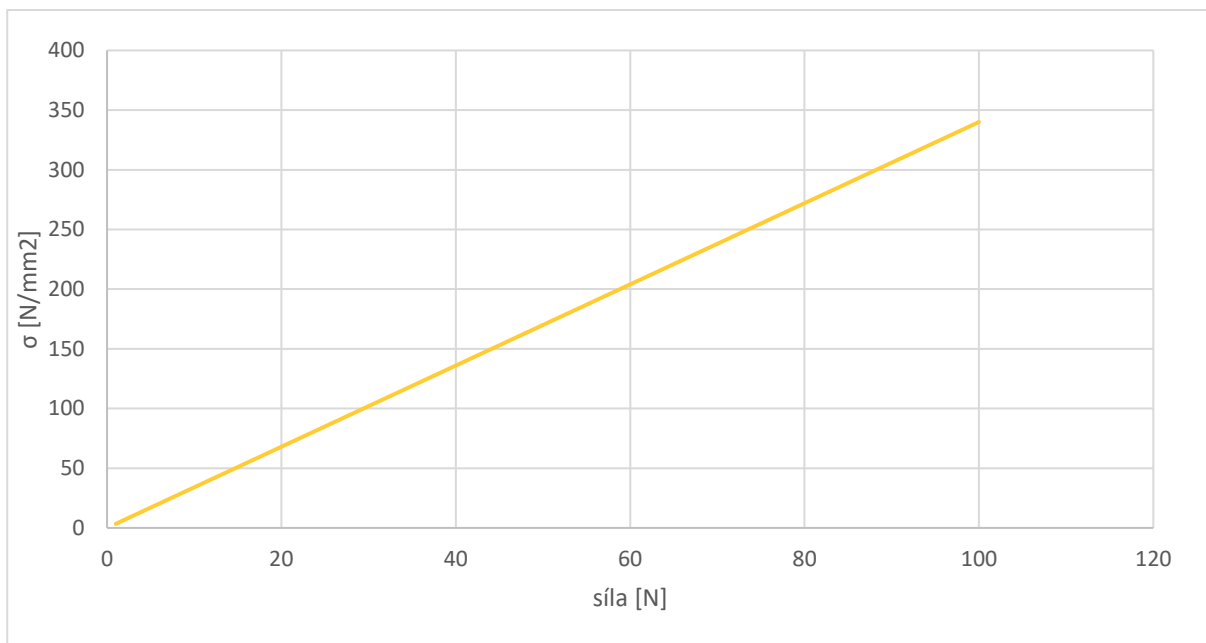
Pro náš případ je zajímavá závislost ohybového momentu při kritické síle na maximálním průhybu a závislost redukovaného napětí na zátěžné síle. Obě tyto závislosti jsou vyneseny v grafech 5.2 a 5.3.

V Graf 5.2 je závislost ohybového momentu při kritické síle na průhybu. Přímou pro průřez našeho vzorku 4x2,5 mm.



*Graf 5.2 Závislost ohybového momentu pro kritickou sílu na maximálním průhybu*

V Graf 5.3 ukazuje závislost redukovaného napětí na zátěžné síle pro průřez našeho vzorku 4x2,5 mm a s konstantním výrobním průhybem 1 mm.



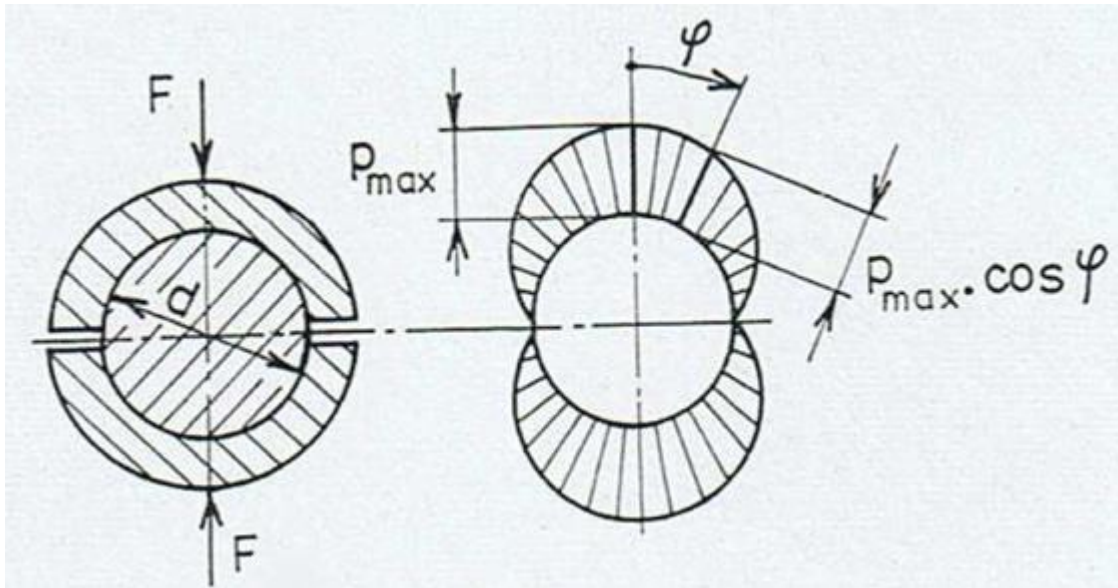
*Graf 5.3 Závislost redukovaného napětí na zátěžné síle*

### **5.3. Modely interakce vlákna s čepem při zatížení**

Při zkoušení vzorku se zatěžovací síla bude přenášet přes čep do kompozitového vzorku. Čep tak „otlačuje“ svazek vláknů pod sebou a na vlákno tak působí nerovnoměrný tlak.

#### **5.3.1. Kontrola na otlačení**

V ose působící síly v místě pod čepem je tlak od síly  $F$  největší. Rozložení tlaku může být modelováno několika způsoby. Obvyklý model uvažuje kosinové rozložení tlaku, známá např. ze svěrných spojů viz. Obrázek 5.5 až na to že v našem případě působí jen jedna síla. Lze odvodit, že maximální tlak je dán vztahem [1],

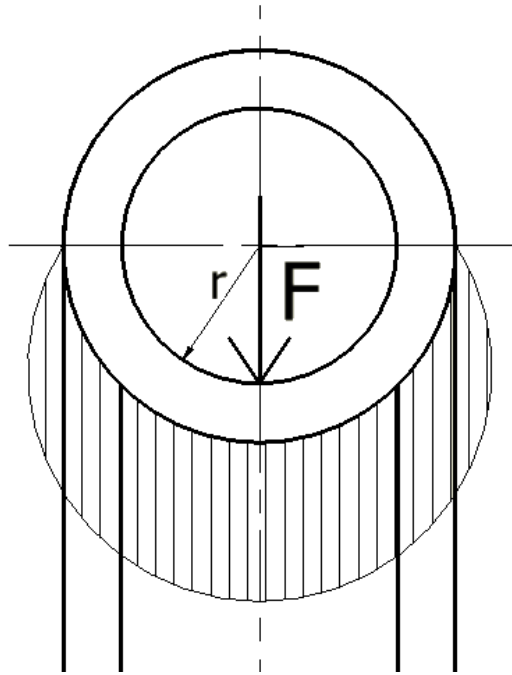


Obrázek 5.5 Schéma kosinového rozložení tlaku u svěrných spojů

$$p_{max} = \frac{4 \cdot 2F}{\pi \cdot d \cdot L} \quad (5.16)$$

s tím že L je délka spoje a d je vnitřní průměr hřídele.

Z toho analogicky můžeme odvodit vztah pro náš případ (Obrázek 5.6, kdy máme jen jednu zátěžnou sílu a tlačíme jen do půlky obvodu. Pak náš vzorec vypadá následovně.



Obrázek 5.6 Schéma kosinového rozložení tlaku kompozitového oka

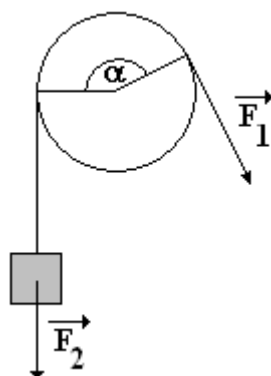
$$p_{max} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot r \cdot h} \quad (5.17)$$

Kde  $h$  je hloubka oka a  $r$  je vnitřní poloměr oka.

### 5.3.2. Smykové tření součinitel smykového tření a úhel opásání

Další z možných modelů interakce vlákna s čepem by mohl být uvažován tak, že svazek vláknů nemá dostatečnou ohybovou tuhost a při zejména extrémních zatíženích již pouze obepíná čep a síly svazku na obou koncích ovlivňuje smykové tření v opásané ploše.

Smýká-li se lano po nehybné válcové ploše, vzniká mezi lanem a válcovou plochou třecí síla, která je příčinou vláknového tření. Velikost této síly závisí na úhlu opásání lana  $\alpha$  a na součiniteli smykového tření  $f$  mezi lanem a válcovou plochou.



Obrázek 5.7 Schéma břemeno na kladce

Pro velikost sil  $\vec{F}_1$  a  $\vec{F}_2$  platí tzv. Eulerův vztah:

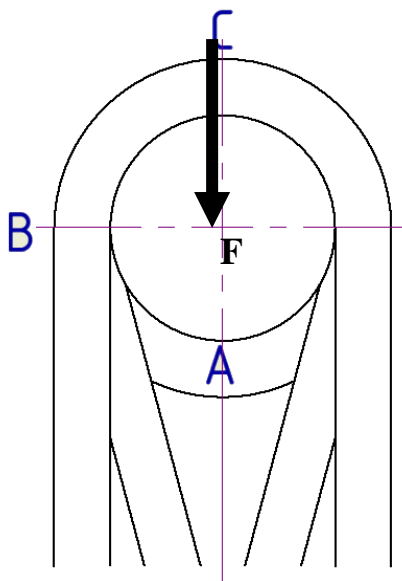
$$\begin{aligned} F_1 &= F_2 \cdot e^{\alpha f} \text{ pro } F_1 > F_2 \\ F_2 &= F_1 \cdot e^{\alpha f} \text{ pro } F_2 > F_1 \end{aligned} \quad (5.18)$$

#### 5.4. Výpočtový model oka

Z předešlých modelů by se daly sestavit rovnice, ze kterých by se spočítaly síly a příslušná napětí pro konkrétní místa v daném spoji nebo v našem případě vzorku. Pro následující výpočet budu předpokládat tlakové zatížení viz Obrázek 5.88. Pro tahové zatížení, by byly síly stejné, jen s opačným znaménkem a došlo by ke vzájemné výměně mezi výpočtovými místy A a C. Budu počítat se zátěžnou silou, kterou poté pomocí vzorce převedu na napětí a poté podle modulu pružnosti v tahu/tlaku převedu na poměrnou deformaci.

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Kde  $F$  je zátěžná síla pro tento výpočet budu předpokládat, že  $F = \sigma_{kL} \cdot A = 4900 \cdot 10 = 49 \text{ kN}$ ,  $A$  je průřez svazku vláken,  $\sigma$  je výsledné napětí a  $\sigma_{kL}$  je maximální napětí v tahu.



Obrázek 5.8 Místa hlavního namáhání ve vzorku

- V místě vzorku s označením A použijeme kapitolu 5.3.1. Kontrola otláčení. A zároveň nám tam působí tahová síla ve vláknech (viz. místo C). V místě A máme tedy dvouosou napjatost. Výslednou napjatost při porušení kontrolujeme pomocí uvažované pevnostní teorie dle Tsai Hilla resp. Hoffmana, viz kap. 2.2.3. Pevnost.

- Tlak podle kontroly na otláčení:

$$p_{max} = \frac{4F}{\pi \cdot r \cdot h} = \sigma_L = \frac{4 \cdot 49\,000}{\pi \cdot 10 \cdot 4} = 1559,7 \text{ MPa}$$

- Tahová síla a napětí:

$$F_A = F_B \cdot e^{\frac{\pi}{2}f} = F_B \cdot e^{\frac{\pi}{2}f} = 24\,500 \cdot e^{\frac{\pi}{2} \cdot 0,15} = 31\,009,5 \text{ N} \quad (5.19)$$

$$\sigma_T = \frac{F_A}{A_0} = \frac{31\,009,5}{4,6} = 6\,741,2 \text{ MPa} \quad (5.20)$$

- Součet napětí podle Hoffmana:

$$\sigma_A = \sigma_{LT} \leq \sigma_{DLT} \sqrt{1 - \frac{\sigma_L^2}{\sigma_{DLt}\sigma_{DLc}} - \frac{\sigma_T^2}{\sigma_{DTt}\sigma_{DTc}} + \frac{\sigma_L\sigma_T}{\sigma_{DLt}\sigma_{DLc}} - \frac{F_{DLc} - F_{DLt}}{\sigma_{DLt}\sigma_{DLc}}\sigma_L - \frac{\sigma_{DTc} - \sigma_{DTt}}{\sigma_{DTt}\sigma_{DTc}}\sigma_T}$$

$$= 97 \sqrt{1 - \frac{(-1559,7)^2}{900 \cdot 230} - \frac{6741,2^2}{2570 \cdot 50} + \frac{(-1559,7) \cdot 6741,2}{900 \cdot 230} - \frac{-230 + 900}{900 \cdot 230}(-1559,7) - \frac{50 - 2570}{2570 \cdot 50}6741,2}$$

=>

$$\sigma_A = 1\,705 \text{ MPa}$$

Kde  $\sigma_{DLt} = -900 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{DLc} = -230 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{DTt} = 2570 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{DTc} = 50 \text{ MPa}$  a  $\sigma_{DLT} = 97 \text{ MPa}$  jsou mezní napětí.

- V místě vzorku s označením B dochází na rozložení síly  $F_B$ :
  - do dvou (vzorek 1) větví – poté z jednoduché statické rovnice vypočteme sílu působící ve svazku vláken:

$$y: -F + F_{B1} + F_{B2} = 0 \quad (5.22)$$

S tím, že  $F_{B1}$  je síla působící v levém svazku proti síle  $F$  a  $F_{B2}$  je síla působící v pravém svazku proti téže síle

předpokládáme, že:  $F_{B1} = F_{B2} = F_B$

poté:

$$F_B = \frac{F}{2} = \frac{49\,000}{2} = 24\,500 \text{ N} \quad (5.23)$$

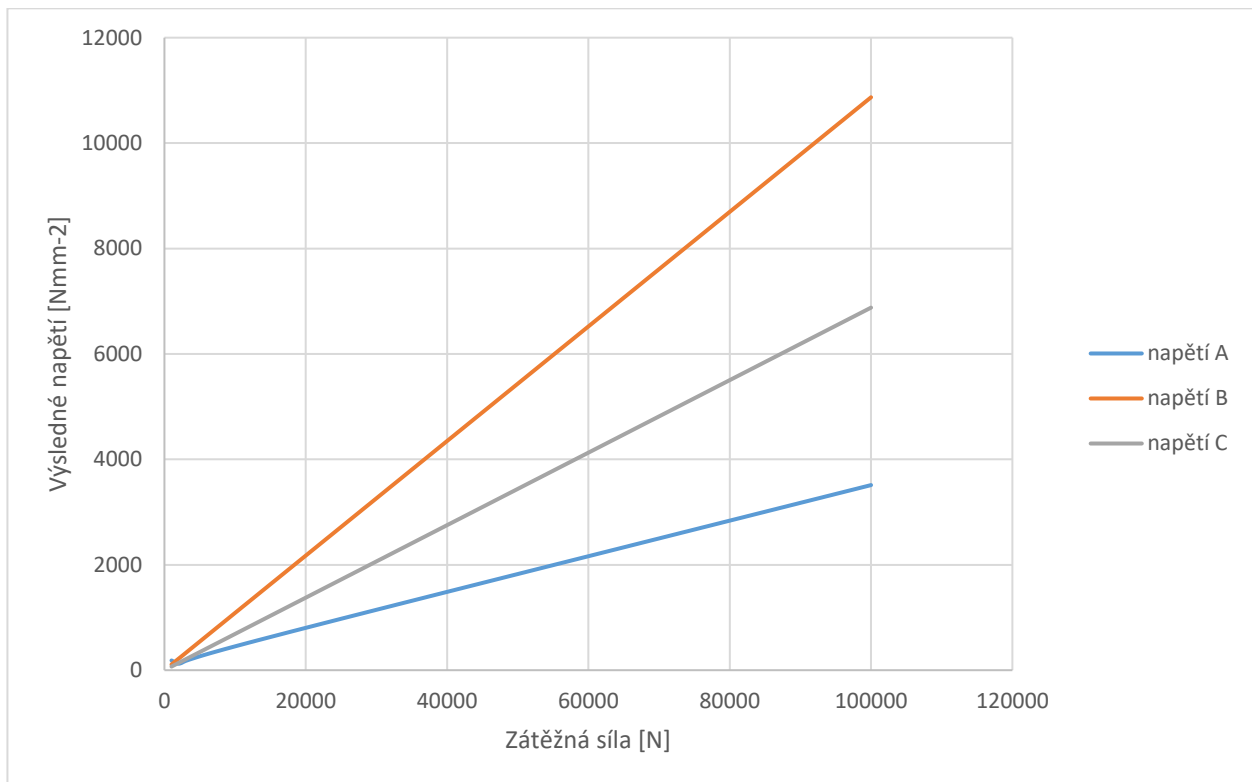
$$\sigma_B = \frac{F}{A_0} = \frac{49\,000}{4,6} = 10\,652,1 \text{ MPa}$$

- V místě vzorku s označením C použijeme kapitolu 5.3.2. Smykové tření součinitel smykového tření a úhel opásání.

$$F_C = F_B \cdot e^{\frac{\pi}{2}f} = \frac{F}{2} \cdot e^{\frac{\pi}{2}f} = 24\,500 \cdot e^{\frac{\pi}{2} \cdot 0,15} = 31\,000,5\,N \quad (5.24)$$

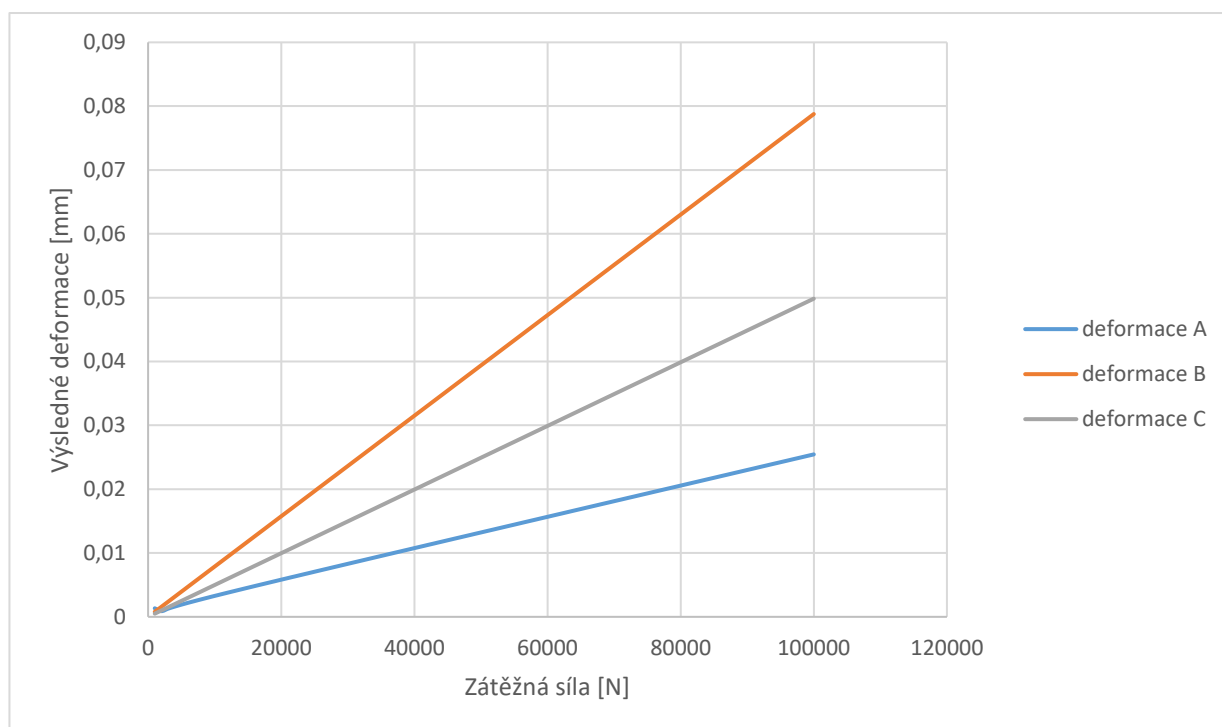
$$\sigma_c = \frac{F_C}{2 \cdot A_0} = \frac{31\,000,5}{9,2} = 3\,370,6\,MPa$$

Z těchto rovnic nám vyplývají závislosti pro jednotlivá napětí a deformace, které jsem vynesl do grafu viz. Graf 5.4, Graf 5.5 a vidíme, že vzorky by se teoreticky měli porušovat v místě B.



Graf 5.4 Teoretická závislost výsledného napětí na zátěžné síle

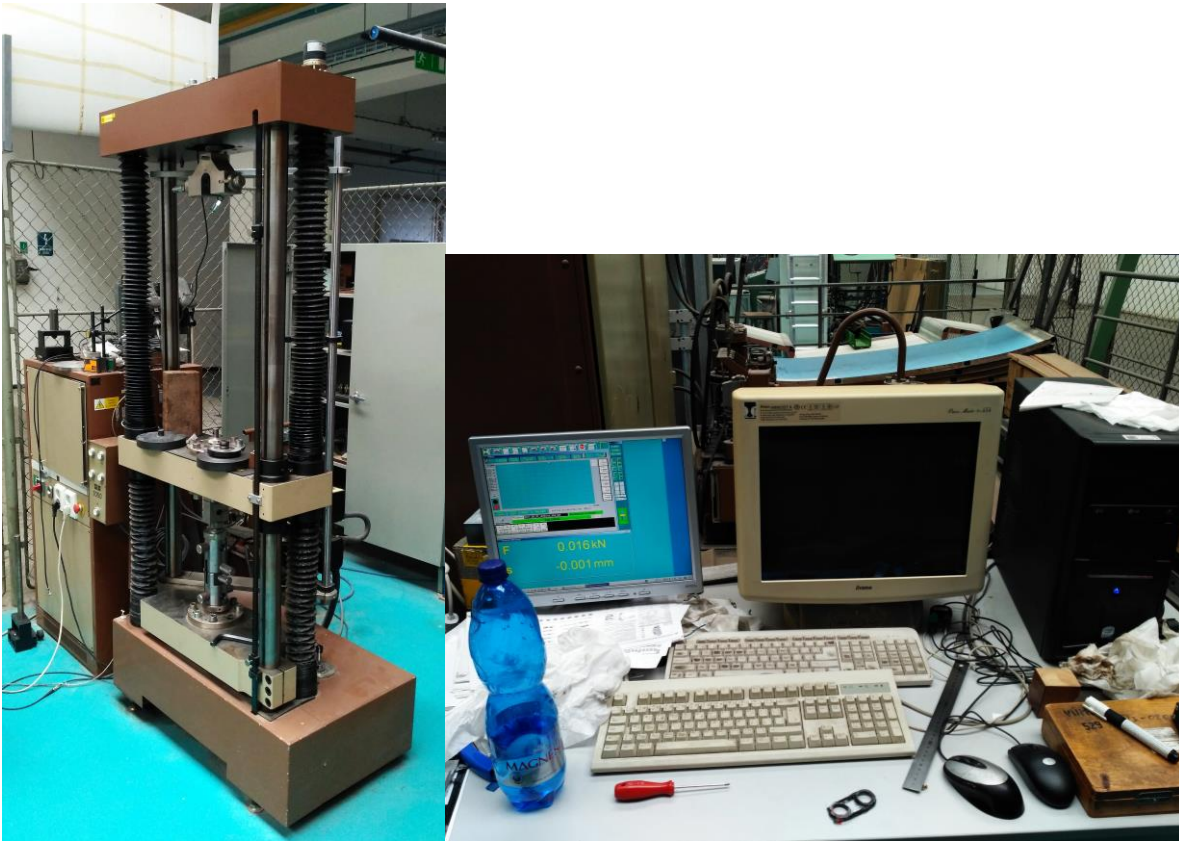




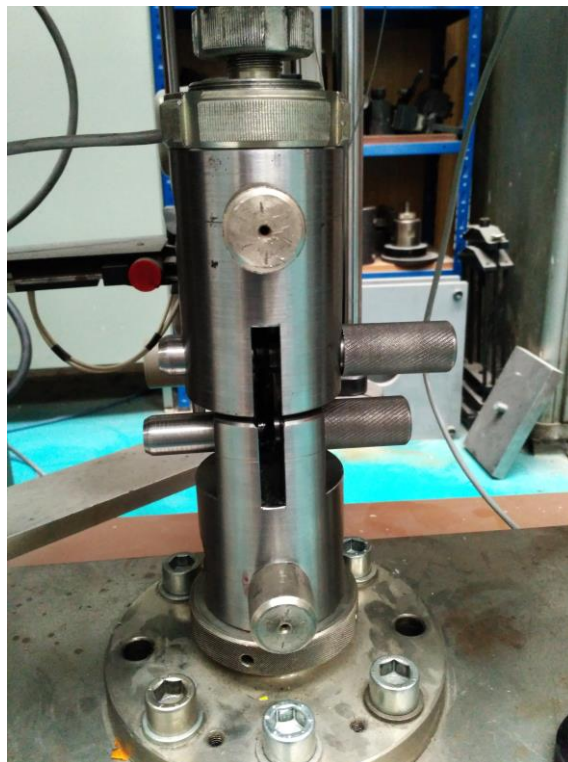
*Graf 5.5 Teoretická závislost poměrné deformace na zátěžné síle*

## 6. Zkoušení vzorků

Zkoušky pro obě sady vzorků, popsaných v kap. 4.5.2 ( typ O bez překřížení a typ X s překřížením pramenců). Zkoušky proběhly na stroji TIRA 2300 v halových laboratořích odboru Pružnosti a pevnosti FS ČVUT v Praze. Vzorek byl pomocí čepů připevněn do ocelového přípravku, který byl připevněn k základně stroje a na příčník stroje (viz Obrázek 6.1). Pozice oka uprostřed přípravku je vystředěna podložkami. Zkušební stroj byl řízen počítačem, který též zaznamenává měřená data – posuv příčníku a sílu (viz Obrázek 6.1).



*Obrázek 6.1 Zkušební stroj, Počítač s programem ovládajícím stroj*

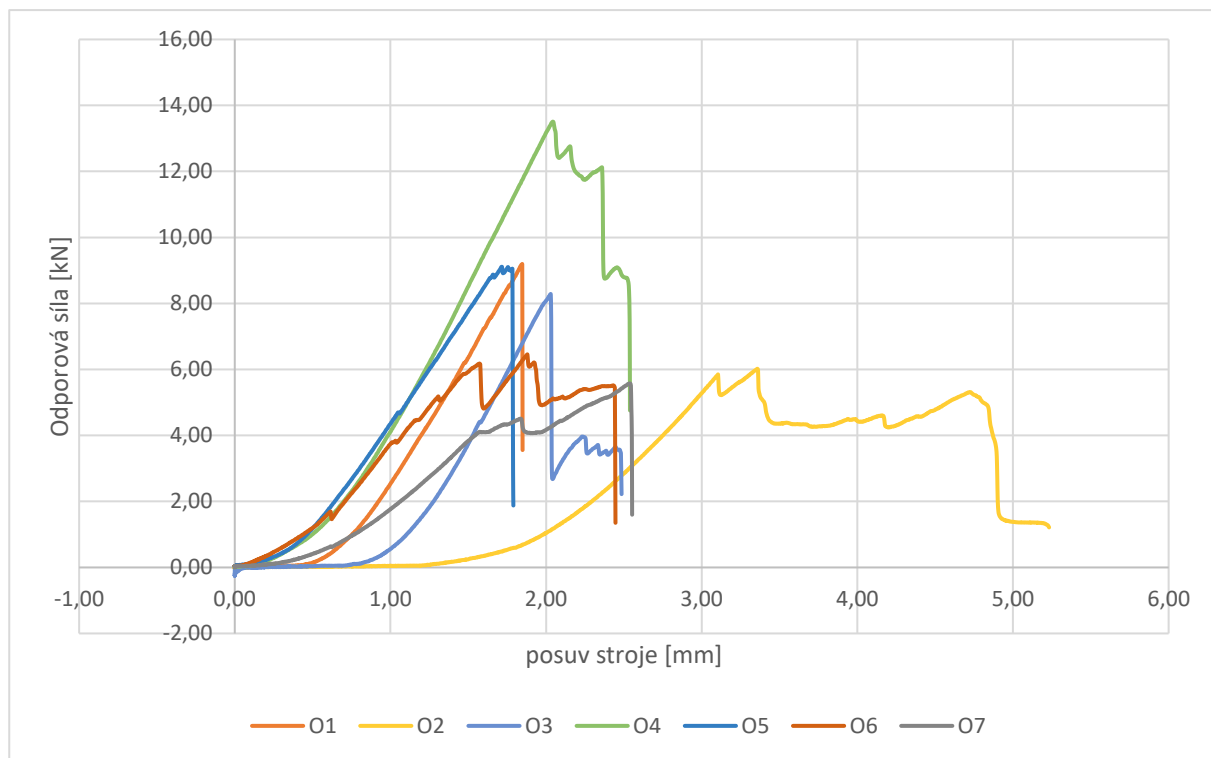


*Obrázek 6.2 Upnutí vzorku a testovacího přípravku ve stroji*

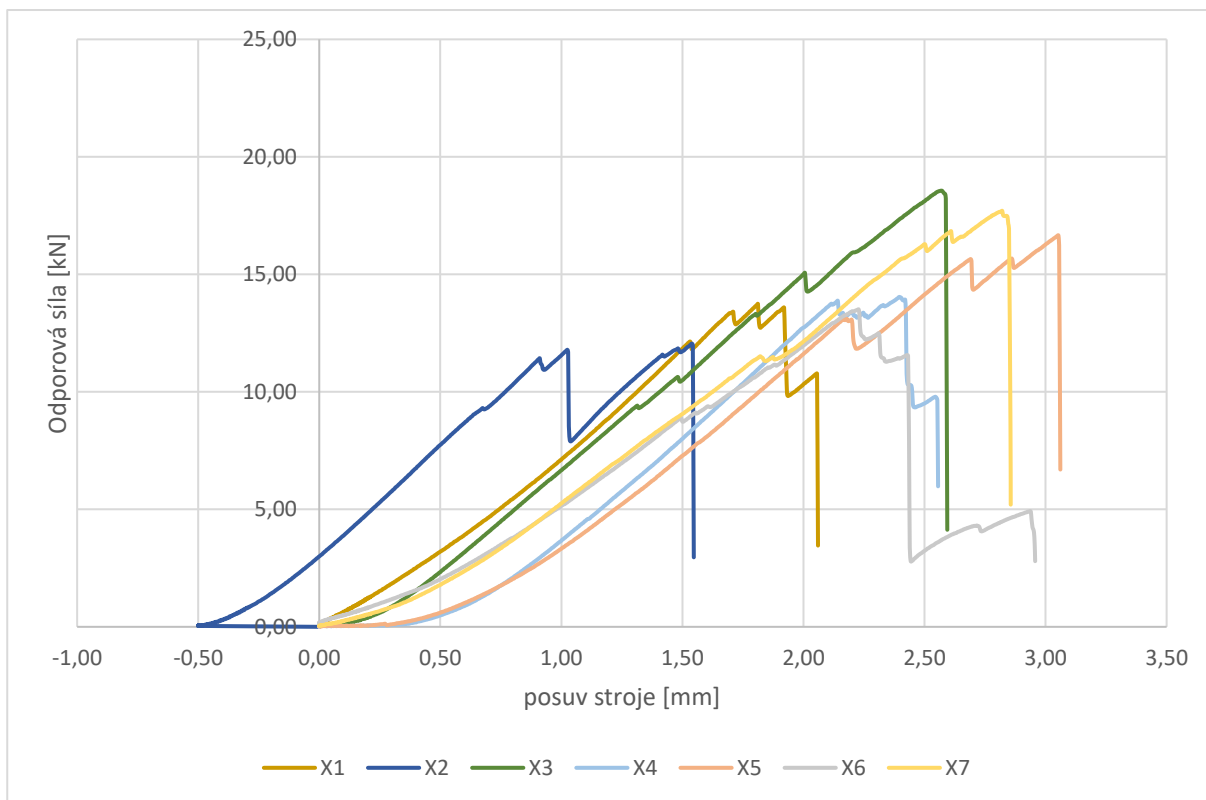
## 6.1. Zkoušky v tahu

Nejprve byly provedeny zkoušky v tahu. Vzorky byly zatěžovány tahovou silou do destrukce. Byla sledována závislost síly na posuvu a vyhodnocována maximální síla při přetržení. Dále byla spočtena hodnota maximálního napětí, vypočteného z maximální síly při destrukci vzorku užitím průřezu plochy v zakřivené části oka. Jde o nejslabší místo, kde nastává porucha u všech vzorků (viz dále) a plocha průřezu je nejmenší. Tímto způsobem vypočtené napětí je tedy jakýmsi kritickým napětím při poruše.

Zatěžovací charakteristiky jsou patrné z Graf 6.1 a Graf 6.2 je vynesena závislost síly [kN] na posuvu [mm]. Celá soustava vzorek–čep–přípravek–základna si na začátku zatěžování sedá, navíc jsou zřejmě napřimována vlákna z rovné části oka (z technologických důvodů nelze při výrobě všechna vlákna v rovné části dobře utáhnout, některá jsou dokonce zvlněná, a proto jsou při prvním zatížení rovnána, aniž by byla skutečně prodlužována).



Graf 6.1 Závislost odporové síly v tahu na posuvu testovacího stroje pro přímé vzorky (O)



Graf 6.2 Závislost odporové síly v tahu na posuvu testovacího stroje pro vzorky s překřížením (X)

Téměř všechny grafy si udržují charakteristický průběh. Již zmíněný pozvolný náběh je následovaný lineární částí, která končí prvním porušením.

Po popraskání prvních vláken síla klesá, ale oko je ve většině případů stále schopné přenášet zatížení, síla opět roste, až do dalšího poškození. Tato situace se několikrát opakuje. U některých vzorků došlo dokonce k tomu, že síla při dalším poškození dosáhla vyšší hodnoty, než při první poruše.

Důležitým poznatkem je poloha místa porušení, ke kterému dochází nikoliv na vrcholu oka, ale v místě, kde rovný pramen opouští čep (viz Obrázek 6.3). Dalším důležitým poznatkem jsou průměrné hodnoty maximální síly a její směrodatné odchylky, resp. tahového napětí určované z této síly při přepočtu na průřez suchých vláken. Tyto hodnoty vycházejí (viz Příloha 1) pro vzorek typu O  $8,3 \pm 2,73$  kN a  $1806 \pm 593$  MPa a pro vzorek X  $15,2 \pm 2,4$  kN a  $3300 \pm 532$  MPa.



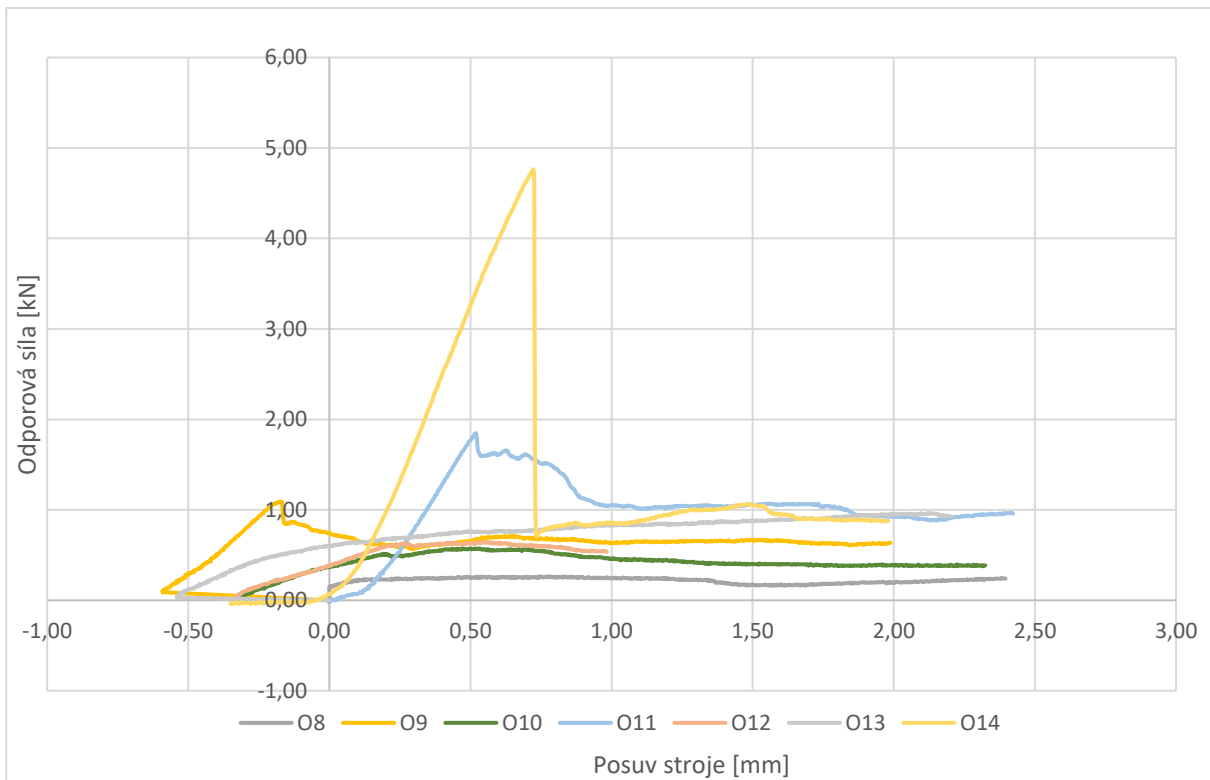
*Obrázek 6.3 Přetržený vzorek*

## **6.2. Zkoušky v tlaku**

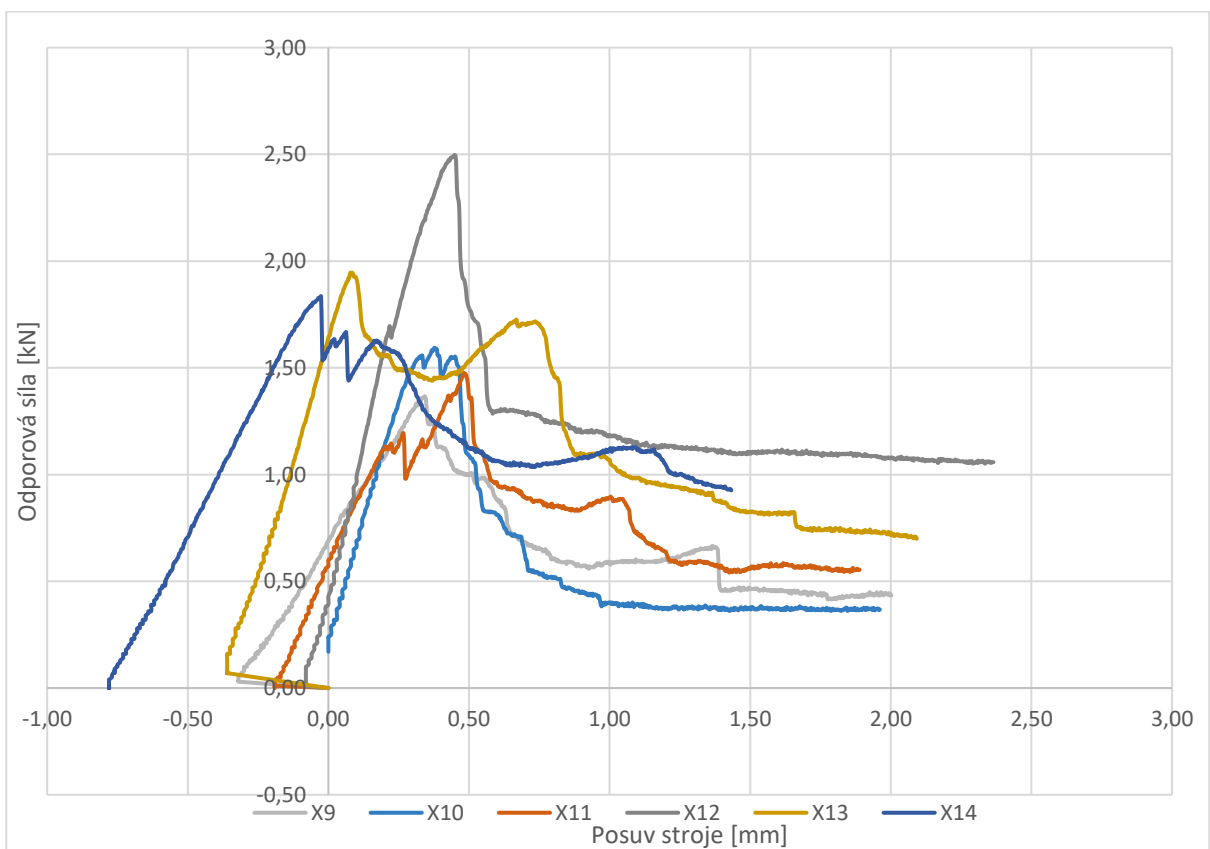
Zkoušky v tlaku proběhly stejným způsobem jako zkoušky tahové, pouze s opačnou orientací síly, jak bylo popsáno výše. Vzorky byly z důvodu omezeného prostoru mezi přípravky a malých rozměrů vzorku zatěžovány tlakovou silou do posuvu čelistí stroje o 2 mm. Výsledkem experimentů je opět závislost síly na posuvu. Dále byla získána hodnota síly a teoretického maximálního napětí při přetržení některých vláken a při velkém poklesu odporové síly, vypočteného z maximální síly v průběhu posuvu do 2 mm užitím průřezu plochy v porušené části oka. Jde o nejslabší místo, kde nastává porucha u všech vzorků (viz dále) a plocha průřezu je nejmenší.

Vzorek X8 byl z vyhodnocování vyřazen, protože jeho měření bylo ovlivněno vnějším elementem mezi testovacími přípravky, tudíž nebylo uznáno za platné.

Zatěžovací charakteristiky ukazuje Graf 6.13 a Graf 6.24, kde je vynesena závislost síly [kN] na posuvu [mm]. Celá soustava vzorek–čep–přípravek–základna si na začátku zatěžování nejprve sedá.



Graf 6.3 Závislost odporové síly v tlaku na posuvu testovacího stroje pro přímé vzorky (O)



Graf 6.4 Závislost odporové síly v tlaku na posuvu testovacího stroje pro vzorky s překřížením (X)

Tlak, na rozdíl od tlaku, je mnohem choulostivější na výrobní nepřesnosti. Ručně je skoro nemožné vytvořit dokonale rovné svazky, aby moly být tlačeny přesně v jejich ose. Pak už se tedy jedná o kombinaci ohybu a vzpěru, a proto stačí i menší síla na prohnutí svazku vláken. Proto vyšly tak malé hodnoty maximálních sil, pouze okolo 1,5 kN.



*Obrázek 6.4 Protlačený vzorek*

Z vyhodnocení plyne, že vzorky X vydržely až o 1 kN větší zatížení než vzorky přímé. Je tedy potvrzené, že vzorky X jsou únosnější než vzorky O, průměrné maximální hodnoty síly a tlaku pro vzorek O jsou  $1,4 \pm 1,5$  kN a  $315 \pm 336$  MPa a pro vzorek X  $1,8 \pm 0,4$  kN a  $388 \pm 89$  MPa.

### **6.3. Porovnání výpočtů a zkoušek**

To co nás v této práci nejvíce zajímá, jak se liší teoretický výpočet a realita zkoušek. Proto v následujících tabulkách uvádím porovnání. Budeme porovnávat průměrné maximální napětí při zkouškách a při teoretickém zatížení. Pro oba typy vzorků O i X se podle analytického výpočtu



předpokládalo, že vzorky budou praskat nebo silně porušovat v místě B (viz kapitola 5.4 Samostatný výpočtový model), což se potvrdilo (viz Obrázky 6.3, 6.4).

### 6.3.1. Porovnání teoretického výpočtu a zkoušek v tahu

Porovnání teoreticky určené hodnoty maximálního napětí při porušení proti napětí určeného ze zkoušek jsem zpracoval do tabulky (viz Tabulka 6.1). Z tabulky můžeme vyčíst, že vlákna praskala při nižším napětí, než je výrobcem uváděná teoretická pevnost svazků vláken (4 900 MPa). To je zapříčiněno řadou vlivů, např. nerovnoměrným zatížením smyček v celkovém svazku vláken, z důvodů technologie navíjení a neřízeného „utahování“ smyček, koncentrací napětí v důsledku zakřivení svazku na čepu atp.

Tabulka 6.1 Porovnání maximálního a minimálního kritického napětí při zkouškách s teoretickou pevností vláken

Vzorek	Průřez suchých vláken [mm <sup>2</sup> ]	Napětí [MPa]	SO [MPa]
O	4,6	1806	593
X	4,6	3300	532
Vlastnost materiálu	-	4900	

Při zkoušení v tahu, nám pro sadu X vycházely podobné průběhy i maximální hodnoty, ale pro sadu O nám vyšel jeden vzorek hodnotou maximálního napětí skoro jako pro vzorky X, jedná se o vzorek O4. To, že hodnota maximálního napětí byla tak vysoká, mohlo být způsobeno, tím, že vlákna nebyla tak smáčena a směšovací poměr byl větší pro vlákno a proto byl větší i modul pružnosti v tahu (E).

### 6.3.2. Porovnání teoretického výpočtu a zkoušek v tlaku

Porovnání testování a teoretického výpočtu v tlaku je složité, proto budu porovnávat hodnoty kritické síly kontroly na vzpěr, která se dá určit grafu experimentálního záznamu síly a dají se spočítat a z ní vycházející napětí. Porovnání můžeme vidět v tabulce 6.2. Při ideální geometrii vzpěrného zatížení svazů vláken by bylo možné uvažovat reálný případ vzpěru s pružným uloženým



v podporách (analyzovaný v kap. 5.1.3. Řešení stability s Elastickou podpěrou), který bude někde mezi krajními hodnotami II. a IV případu vzpěru s kloubovým nebo vetknutým uložením. Proto jsou v tabulce uváděny obě tyto teoretické hodnoty výpočtu.

*Tabulka 6.2 Provnání teoretické kritické síly (pro II. a IV případ vzpěru) s reálnou kritickou silou při testování*

Vzorek	Průřez suchých vláken [mm <sup>2</sup> ]	Průměrná Kritická síla [kN]	SO [kN]	Průměrné napětí [MPa]	SO [MPa]
O	4,6	1,40	1,50	315	336
X	4,6	1,80	0,40	388	89
Analiticky:	FII	4,6	4,43	964	
	FIV	4,6	17,73	3855	

Jediné dva vzorky ze sady O (O11 a O14) nesou tlakové zatížení, to poznám podle lineární směrnice, která roste a pak se skokově sníží. Tyto vzorky byly dobře vyrobeny. Vlákna zbylých vzorků z důvodů odchylek od ideální geometrie, jsou svazky vláken již od počátku tlakového zatěžování přiohýbány a výpočet na vzpěr proto nedává dobré odhady únosnosti.

Oproti tomu v sadě X všechny vzorky nesly tlakové zatížení, největší únosnost měl vzorek X12 2,5 kN. To je dané kompozicí tohoto vzorku, právě část překřížení pomáhá nést tlakové zatížení.

## 7. Závěr

Hlavním cílem této bakalářské práce bylo určení únosnosti a chování kompozitových ok v tahu a zejména v tlaku.

Zjistili jsme, že praktická únosnost v tahu je v porovnání s tlakovou velice velká (průměrně pro vzorek O  $1806 \pm 593$  MPa v tahu a  $315 \pm 336$  MPa v tlaku, pro vzorek X  $3300 \pm 532$  MPa v tahu a  $388 \pm 89$  MPa v tlaku). Na druhou stranu tato tahová únosnost je u obou vzorků O i X nedostatečná oproti udávané hodnotě maximálního napětí v tahu 4900 MPa. Za to že únosnost jak tlaková, tak i tahová je u vzorku X větší mohla konstituce vzorku, protože vlákna na překřížení nesly podstatnou část zatížení a rovná vlákna nebyla tak namáhána.

Kritická síla v tlaku byla nižší, než měla být podle výpočtu. Ale to mohlo být způsobeno nedokonalou výrobou viz. níže. Ale podařilo se nám předpovědět, kde se nám vzorky poruší. Podle výpočtového modelu se nám vzorky měly porušovat v příčném řezu okem v místě B, tzn.  $90^\circ$  od osy vzorku. A v reálném testování tomu tak bylo.

Zkoušeli jsme dva typy vzorků (O a X), zjistili jsme, že vzorek s překřížením X má větší únosnost ať už tlakovou nebo tahovou. Dále jsme si ověřili, že v tlaku je kompozitová konstrukce velice citlivá na výrobní nepřesnosti. Protože vzorky nebyly strojově přesné, byly vyráběny ručně, a proto nedosáhly teoretických hodnot tahové pevnosti a tlakové stability, které predikoval analytický výpočet nebo materiálová data.

## 8. Citovaná literatura

- [1] I. K. Blahouš, „Vysokopevnostní integrované kompozitové spoje, jejich navrhování a reálné aplikace-disertační práce,“ Praha, 2008.
- [2] H. Carter, „MODULUS OF SYMMETRICAL FILAMENT WOUND CARBON FIBRE TUBES,“ Prague, 2002.
- [3] V. Laš, Mechanika kompozitních materiálů, Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2008.
- [4] M. a. kol., Pružnost a pevnost. Skripta FS ČVUT v Praze..
- [5] P. Š. Timošenko, Pružnost a Pevnost Díl II: Vyšší theorie a úkoly, Praha: Technicko-Vědecké vydavatelství, 1951.
- [6] D. I. W. Flügge, Festigkeitslehre, Berlín: Springer-Verlag, 1967.
- [7] L. J. B. Brangwan D. Agarwal, Vláknové kompozity, Praha: SNTL-Nakladatelství Technické literatury, 1987.
- [8] D. Ing. Dr. Richard A. Bareš, Kompozitní materiály, Praha: SNTL-Nakladatelství Technické Literatury, N. P., 1988.
- [9] P. Hanzlík, „Analýza stability vybraných druhů kompozitních nosníků -bakalářská práce,“ Plzeň, 2014.
- [10] M. V. Jaroslav Reichl, „fyzika.jreichl.com/“, 2006. [Online]. Available: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/216-vlaknove-treni>. [Přístup získán 18. 3. 2017].

## 9. Seznam obrázků

Obrázek 1.1 Model tenkostěnné kompozitové trubky s kovovým zakončením .....	11
Obrázek 1.2 Model tenkostěnné kompozitové trubky s kompozitovými oky .....	11
Obrázek 2.1 Možnosti orientace vláken [1] .....	14
Obrázek 2.2 Orientace laminy vůči síle .....	17
Obrázek 2.3 Orientace laminy na ovíjené trubce .....	20
Obrázek 3.1 Možnosti vinutého spoje.....	26
Obrázek 4.1 Model přípravku na navinutí vzorků .....	29
Obrázek 4.2 Navinuté vzorky .....	30
Obrázek 4.3 Navinuté vytvrzující se vzorky.....	30
Obrázek 4.4 Vzorek O .....	32

Obrázek 4.5 Vzorek X .....	32
Obrázek 5.1 Možnosti stability .....	33
Obrázek 5.2 Typy vzpěru.....	34
Obrázek 5.3 Schéma Elastických podpor .....	38
Obrázek 5.4 Schéma kombinace ohybu a vzpěru .....	40
Obrázek 5.5 Schéma kosinového rozložení tlaku u svěrných spojů .....	43
Obrázek 5.6 Schéma kosinového rozložení tlaku kompozitového oka .....	44
Obrázek 5.7 Schéma břemeno na kladce .....	45
Obrázek 5.8 Místa hlavního namáhání ve vzorku.....	46
Obrázek 6.1 Zkušební stroj, Počítač s programem ovládajícím stroj .....	50
Obrázek 6.2 Upnutí vzorku a testovacího přípravku ve stroji .....	50
Obrázek 6.3 Přetržený vzorek.....	53
Obrázek 6.4 Protlačený vzorek .....	55

## 10. Seznam grafů

Graf 5.1 Závislost Kritické síly na průřezu.....	38
Graf 5.2 Závislost ohybového momentu pro kritickou sílu na maximálním průhybu .....	41
Graf 5.3 Závislost redukováného napětí na zátěžné síle .....	42
Graf 5.4 Teoretická závislost výsledného napětí na zátěžné síle .....	48
Graf 5.5 Teoretická závislost poměrné deformace na zátěžné síle .....	49
Graf 6.1 Závislost odporové síly v tahu na posuvu testovacího stroje pro přímé vzorky (O) .....	51
Graf 6.2 Závislost odporové síly v tahu na posuvu testovacího stroje pro vzorky s překřížením (X) .....	52
Graf 6.3 Závislost odporové síly v tlaku na posuvu testovacího stroje pro přímé vzorky (O) .....	54
Graf 6.4 Závislost odporové síly v tlaku na posuvu testovacího stroje pro vzorky s překřížením (X) .....	54

## 11. Seznam Tabulek

Tabulka 2.1 Materiálové vlastnosti vláken [1].....	14
Tabulka 2.2 Materiálové vlastnosti matric [1] .....	15
Tabulka 5.1 Případy vzpěru a k nim náležící koeficienty .....	37
Tabulka 6.1 Porovnání maximálního a minimálního kritického napětí při zkouškách s teoretickou pevností vláken .....	56
Tabulka 6.2 Provnání teoretické kritické síly (pro II. a IV případ vzpěru) s reálnou kritickou silou při testování.....	57

## 12. Seznam příloh

Příloha 1 Tabulka rozměrů vzorků a naměřených hodnot