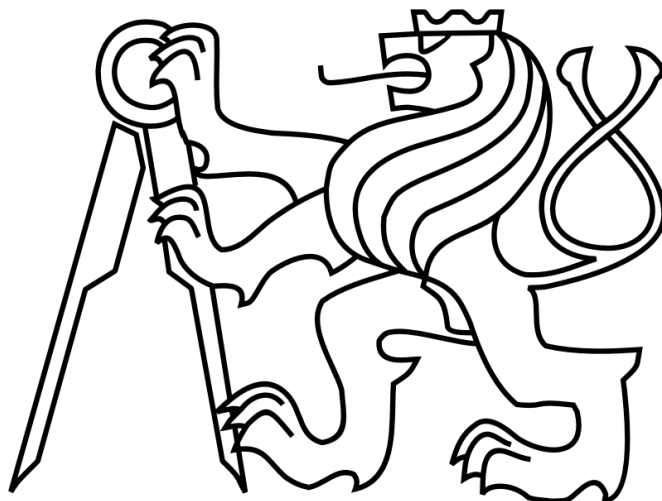


**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**

FAKULTA STAVEBNÍ

KATEDRA SPECIÁLNÍ GEODÉZIE



Diplomová práce

PRAHA 2017

Bc. Matouš VONDRÁČEK

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

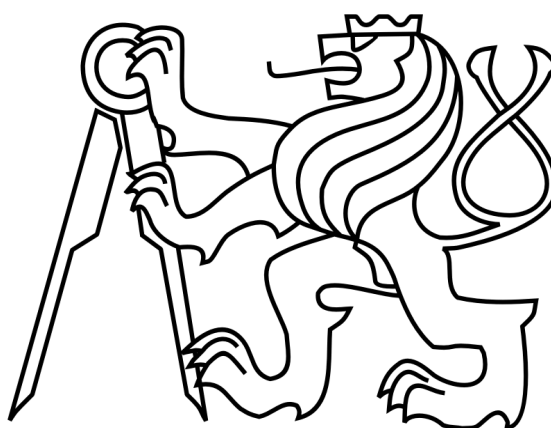
FAKULTA STAVEBNÍ

STUDIJNÍ PROGRAM

GEODÉZIE A KARTOGRAFIE

STUDIJNÍ OBOR

GEODÉZIE A KARTOGRAFIE



DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Geodetické práce při značení atletických oválů**

**Geodetic Works in Marking of Athletic Ovals**

Vedoucí práce: Dr. Ing. Zdeněk Skořepa

Leden 2017

Bc. Matouš Vondráček



## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

### I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: VONDŘÁČEK Jméno: Matouš Osobní číslo: 370233

Zadávací katedra: 11154 (speciální geodézie)

Studijní program: GEODÉZIE A KARTOGRAFIE

Studijní obor: GEODÉZIE A KARTOGRAFIE

### II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce: Geodetické práce při značení atletických oválů

Název diplomové práce anglicky: Geodetic Works in Marking of Athletic Ovals

Pokyny pro vypracování:

1. Pro nestandardní atletické ovály provést výpočet složených kružnicových oblouků (poloměry, středy)
2. Automatizace výpočtu vytyčovacích prvků, rozbor přesnosti
3. Zpracování výkresu v CAD systému pro nestandardní ovály

Seznam doporučené literatury:

/1/ IAAF Track and Field Facilities Manual 2008 Edition - Chapters 1-3

Dostupné z <http://www.iaaf.org/about-iaaf/documents/technical>

/2/ Vondráček, M.: Vytyčování atletických drah. Bakalářská práce. Praha, 2014

Jméno vedoucího diplomové práce: Dr. Ing. Zdeněk Skořepa

Datum zadání diplomové práce: 11.10.2016 Termín odevzdání diplomové práce: 8.1.2017

Podpis vedoucího práce

Podpis vedoucího katedry

### III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

*Beru na vědomí, že jsem povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je nutné uvést v diplomové práci a při citování postupovat v souladu s metodickou příručkou ČVUT „Jak psát vysokoškolské závěrečné práce“ a metodickým pokynem ČVUT „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.*

11.10.2016

Datum převzetí zadání

Podpis studenta(ky)

## **Čestné prohlášení**

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně, pouze za odborného vedení vedoucího diplomové práce Dr. Ing. Zdeňka Skořepy.

Dále prohlašuji, že veškeré podklady, ze kterých jsem čerpal, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

V Praze dne .....

.....

*Bc. Matouš Vondráček*

## **Poděkování**

Mé velké díky patří vedoucímu diplomové práce Dr. Ing. Zdeňkovi Skořepovi za odborné vedení a pomoc při zpracování této práce. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Lubomíru Smržovi, který mi byl vždy ochotný poradit, často i při svých pracovních cestách do zahraničí. Děkuji také mé rodině za podporu během celého studia.

## **Abstrakt**

Tato práce popisuje problematiku geodetických prací a výpočtů potřebných pro značení atletických oválů. Jedná se zejména o postup při ověřování rozměrů atletických oválů se složenými oblouky a výpočty potřebné k tvorbě digitálního výkresu značení.

Dále jsou v práci vypočteny rozborů přesnosti při použití modelové primární sítě k vytyčení nebo zaměření podrobného bodu.

Velká část práce je věnována výpočtům zakřivených linií – evolvent, které jsou nedílnou součástí každého atletického oválu.

Výsledkem práce je GUI aplikace vytvořená ve výpočetním programu MATLAB, jejíž výstupem jsou údaje a souřadnice bodů nutné pro vytvoření digitálních výkresů atletických oválů.

## **Klíčová slova**

ideální stopa (teoretická dráha běžce), nestandardní ovál, složený oblouk, evolventa, tečna, redukce

## **Abstract**

This thesis describes the issues of geodetic works and calculations needed for marking athletic ovals. In particular, the procedure for checking the dimensions of the athletic oval with compound curves and calculations needed to create a digital drawing of marking.

In the thesis, there are also calculated analysis the accuracy in using the model primary network, which is used for laying out and surveying points.

Big part of the work is devoted to calculations curved lines - involute, which are an inseparable part of any athletic ovals.

The result of this thesis is a GUI application that was created in a computing program MATLAB. Its outputs include informations and coordinates of points necessary to create digital drawings of athletic ovals.

## **Keywords**

Ideal track (theoretical running line), non-standard oval, compound curve, involute, tangent, reduction

## Obsah

ÚVOD.....	7
1. Sportoviště .....	8
1.1. Rozměry.....	9
2. Nestandardní ovály .....	11
2.1. Projekty IAAF - Tvary a rozměry oválů se složenými oblouky.....	12
2.2. Ověření rozměrů .....	16
2.3. Vyhodnocení kontrolních měření .....	18
3. Výpočet délky běhu .....	19
3.1. Kontrola délek běhu oválů navržených IAAF .....	20
3.2. Úpravy projektů IAAF .....	21
4. Polohové bodové pole.....	24
4.1. Určení souřadnic bodů primární sítě a jejich přesnost.....	25
4.2. Výpočet souřadnic přechodného stanoviska s připojením na body primární sítě	28
4.2.1. Výpočet vyrovnání MNČ - bez uvážení vlivu podkladu .....	28
4.2.2. Výpočet vyrovnání MNČ - s uvážením vlivu podkladu .....	32
4.3. Modelový příklad.....	34
4.3.1. Zaměření bodů primární sítě a určení jejich přesností.....	35
4.3.2. Výpočet souřadnic přechodného stanoviska.....	37
4.3.3. Přesnost zaměřovaného (vytyčovaného) bodu. ....	41
5. Určení středů a poloměrů ze zaměření .....	44
5.1. Určení středů – CADsystemy .....	44
5.2. Určení středů – výpočet MATLAB .....	45
5.2.1. Testování výpočtu na modelových souřadnicích, podmíněnost výpočtu .....	47
6. Značení oválu.....	54
7. Běžecské disciplíny .....	55
7.1. Sprinty.....	56
7.2. Středně dlouhé tratě .....	57
7.3. Dlouhé tratě.....	58
7.4. Překážkové závody .....	61
7.5. Závody štafet.....	63
8. Evolventa kružnice .....	65
8.1. Evolventy na atletických oválech .....	66
8.1.1. Části evolvent začínající na evolutě.....	66
8.1.2. Části evolvent jejichž začátek odpovídá určitému úhlu odvalení.....	67
8.1.3. Linie tvořené částmi více evolvent .....	68
9. Výpočty potřebné pro vytvoření digitálního výkresu plánu značení .....	69
9.1. Teoretické dráhy běhu .....	70

9.2. Posuny startů a polohy překážek .....	71
9.2.1. 100 m překážek .....	71
9.2.2. 110 m překážek .....	71
9.2.3. Starty závodu na 200 m .....	71
9.2.4. Starty závodu na 400 m .....	72
9.2.5. Starty závodu na 800 m .....	72
9.2.6. Starty závodu na 4x 400 m .....	73
9.2.7. Předávková území 4x 100 m .....	74
9.2.8. 400 m překážek .....	75
9.3. Linie souběhu (Breakline) .....	76
9.3.1. Redukce .....	77
9.3.2. Breakpoint .....	78
9.3.3. Linie souběhu standardního oválu .....	79
9.4. Starty závodů na 5 000 m a 10 000 m .....	80
9.4.1. Hlavní starty závodů .....	80
9.4.2. Posunuté starty závodů .....	81
9.5. Start závodu na 1 míli .....	85
9.6. Start závodu na 1 500 m .....	86
9.7. Starty závodů steeplechase .....	88
9.7.1. Určení středů přechodových oblouků a výpočet zkrácení dráhy běhu (VM) .....	91
9.7.2. Start závodu 2 000 m Steeplechase .....	96
9.7.3. Start závodu 3 000 m Steeplechase .....	97
9.8. Výpočetní funkce a GUI aplikace .....	98
9.8.1. Výpočetní funkce .....	98
9.8.2. GUI aplikace .....	99
10. Digitální výkres plánu značení .....	102
11. Postup práce na atletických oválech .....	104
Závěr .....	107
Použitá literatura .....	109
Seznam obrázků .....	110
Seznam tabulek .....	112
Seznam příloh .....	114
Přílohy .....	115





## ÚVOD

Tato diplomová práce (DP) navazuje na bakalářskou práci [1]. Obě práce se zabývají problematikou atletických oválů, konkrétně ověřováním rozměrů a následného značení čar na jejich površích.

Bakalářská práce byla zaměřena na „Standardní ovál“ (angl. 400 m Standard Track), jehož tvar je v současnosti, hlavně kvůli snadnější konstrukci, preferován Mezinárodní asociací atletických federací IAAF.

Geodetickou kanceláří AZIMUT CZ s.r.o., ve které jsem zaměstnán od roku 2011, mi bylo umožněno podílet se na několika zakázkách, jejichž cílem bylo vyznačení bodů potřebných pro následné značení čar na atletických oválech. Poprvé jsem tuto práci prováděl v červenci 2014, kdy jsem ve slovinském městě Kamnik asistoval kolegovi Tomáši Hustopeckému při výpočtech a následném vytyčování. Tato první zkušenost přišla po ukončení mého bakalářského studia, kdy jsem se již teoreticky orientoval v problematice standardních atletických oválů. Zmíněný ovál je ovšem z kategorie nestandardních, kdy jsou jednotlivé zatačky složeny ze tří obloukových částí o dvou poloměrech. Výpočty pro mě tedy byly opět něčím novým.

Vzhledem k tomu, že počet projektů v tomto nevšedním odvětví geodézie je omezený, naskytla se mi další příležitost práce tohoto druhu v létě 2016. Podílel jsem se na značení oválů ve Znojmě, Mladé Boleslavi a polském Krakově. Dále jsem se účastnil geodetických prací při stavbě nového areálu stadionu Přátelství na pražském Strahově.

Přestože nevím, zda budu moci někdy v budoucnu uplatnit znalosti problematiky spojené s atletickými ovály, rozhodl jsem se v této diplomové práci zabývat výpočty a úkony spojenými s nestandardními atletickými ovály. To jsou všechny ovály lišící se rozměrově od standardního oválu, zejména pak ovály, jejichž zatačky jsou tvořeny dvěma poloměry.

Výsledky mého několikaměsíčního studia, přemýšlení a výpočtů jsou uvedeny v textu a obrázcích na následujících stranách.



## 1. Sportoviště

Mezinárodní asociací atletických federací (IAAF) byla v roce 2008 vydána příručka pro sportovní zařízení *IAAF Track and Field Facilities Manual* (manuál) [2]. V této příručce, která je oficiálně pouze v anglickém jazyce, jsou popsána kritéria a předpisy, které musí sportoviště splňovat.

Všechny disciplíny lehké atletiky, kromě maratonského běhu a závodů v chůzi na dlouhé vzdálenosti, se odehrávají uvnitř sportovních arén (stadionů). Základním prvkem každého stadionu je atletický ovál. Ovál je sportoviště navržené pro běžecké disciplíny, které se skládá ze dvou přímých úseků (rovinek) a dvou obloukových úseků (zataček). Rozměry každého oválu jsou dány vnitřním obrubníkem, resp. jeho vnější hranou. Od obrubníku se odvíjí délka podél teoretické dráhy běhu (ideální stopy) v první dráze. Ideální stopa (IS) v první (nejbližší) dráze k obrubníku je teoretická dráha běžce ve vzdálenosti 0,30 m od obrubníku.

Ovály se mezi sebou mohou lišit např. v délce rovinek a v poloměrech zataček. Zatačky standardního oválu jsou tvořeny jedním poloměrem  $R = 36,50$  m, zatímco zatačky nestandardních oválů mají poloměr jiný, nebo jsou dokonce složeny z částí oblouků o dvou různých poloměrech. Všechny ovály by ovšem měly splňovat kritérium, že délka podél ideální stopy v první dráze je  $400,00$  m +  $0,04$  m.

Sportoviště pro pořádání oficiálních závodů, jako jsou Letní olympijské hry (LOH), Mistrovství světa v lehké atletice (MS) a národní soutěže, jsou rozděleny do pěti konstrukčních kategorií (I – V). Tyto kategorie nejsou vztaheny pouze k vybavení sportovišť pro běžecké disciplíny, ale i k vybavení pro další disciplíny (skokanské a vrhačské) a zázemí stadionu.

Manuál také uvádí, jakou konstrukční kategorii musí sportoviště splňovat pro pořádání konkrétních závodů.





V následujících tabulkách jsou uvedeny délky rovinek a poloměrů a vnitřní rozměry všech oválů navržených IAAF. Dále pak povolené a standardní rozměry hřišť pro jednotlivé sporty včetně rozměrů jejich bezpečnostních zón.

	Type of 400m Oval Track			
	Standard Track	Double Bend Track		
<b>R = Radius</b>	R = 36.50	R1 = 51.543 R2 = 34.000	R1 = 48.00 R2 = 24.00	R1 = 40.022 R2 = 27.082
<b>G = Straights</b>	G = 84.39	G = 79.996	G = 98.52	G = 97.256
<b>F = Figure</b>	F = 1.2.3a	F = 1.2.3b	F = 1.2.3c	F = 1.2.3d
<b>Rectangular Interior Width Length</b>	73.00 84.39	80.000 79.996	72.00 98.52	69.740 97.256
<b>Dimension of Segment Width Length</b>	73.00 36.50	80.000 35.058	72.00 27.22	69.740 29.689

Table 1.2.3a - Dimension of interior of 400m Oval Track (in m)

Tab. 1: Vnitřní rozměry 400 m oválů (převzato z manuálu IAAF)

Sport	Pitch Size				Safety Zone		Total Standard Size	
	Under Competition Rules		Standard Size		Long Sides	Short Sides		
	Width	Length	Width	Length			Width	Length
Football (Soccer)	45-90	90-120	68	105	1	2	70	109
FIFA Matches	64-75	100-110	68	105	5	5	78	115
American Football <sup>1</sup>	48.80	109.75	48.80	109.75	1	2	50.80	113.75
Rugby <sup>2</sup>	68-70	97-100	70	100	3.50-5	10-22	77-80	120-144

<sup>1</sup> In this case, athletics use may be hampered in the segment areas  
<sup>2</sup> A slight rounding of the corners of the "touch down" areas by bending the segment arcs will be necessary

Table 1.2.3b - Field dimension of interior of 400m Oval Track when used for other sports (in m)

Tab. 2: Rozměry vnitřní plochy 400 m oválu využívané pro ostatní sporty (převzato z manuálu IAAF)

Z výše uvedených tabulek je patrné, že ne do všech navržených oválů je možné umístit jakékoliv hřiště. Např. hřiště na ragby se nevejde do plochy uvnitř oválu s poloměry  $R1 = 40,022$  m,  $R2 = 27,082$  m a délkou rovinky  $G = 97,256$  m.

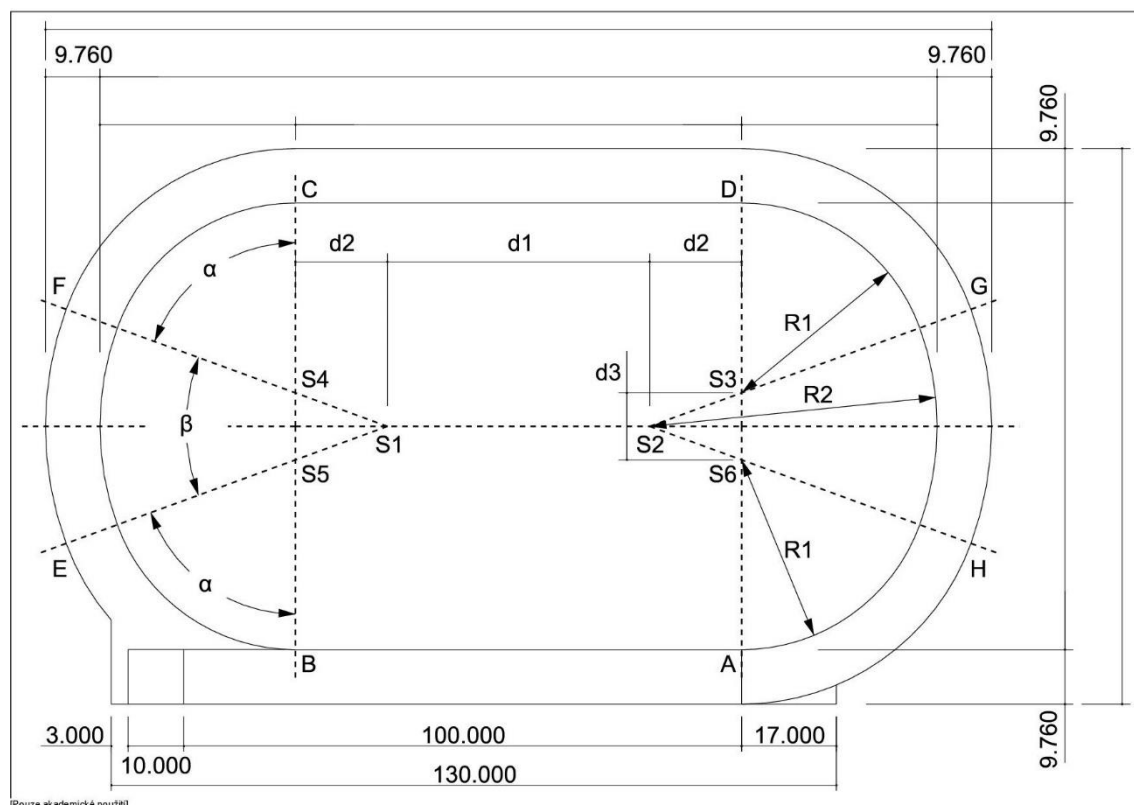
Dalším kritériem je dodržení rozměrů bezpečnostních zón. Do nich mohou být zahrnuty i části oválu, které ale musí být ve stejné výškové úrovni jako hrací plocha uvnitř něj.

## 2. Nestandardní ovály

Jako nestandardní ovály lze označit ovály se zatáčkami složenými z více poloměrů, nebo ovály se zatáčkami tvořenými jedním poloměrem, jehož délka je jiná než  $R = 36,50$  m.

Jelikož výpočty spojené s nestandardními ovály tvořené jedním poloměrem jsou obdobné jako výpočty u standardního oválu, v dalších kapitolách jsou pod pojmem „nestandardní ovál“ uvažovány pouze ovály se složenými oblouky.

Nestandardním oválům není bohužel v manuálu věnována žádná pozornost. Jsou zde pouze uvedeny rozměry zmíněných tří projektů oválů se složenými oblouky. Proto bylo pro další potřeby této práce vytvořeno následující značení jednotlivých vzdáleností ( $d1, d2, d3$ ), středů ( $S1, S2, S3, S4, S5, S6$ ), poloměrů ( $R1, R2$ ) a úhlů ( $\alpha, \beta$ ).



Obr. 2: Univerzální značení konstrukčních prvků nestandardního oválu [m]

Pro zjednodušení byly v dalším textu zatáčky a rovinky očíslovány ve směru běhu (proti směru hodinových ručiček). Zatáčka č. 1 je mezi body  $A$  a  $D$ , zatáčka č. 2 mezi body  $C$  a  $B$ . Rovinka č. 1 je mezi body  $D$  a  $C$  a rovinka č. 2 je mezi body  $B$  a  $A$ . Toto označení je převzato z projektu standardního oválu.

V každé zatáčce jsou dále vyznačeny body ( $H, G, F, E$ ), které určují obloukové části o různých poloměrech.



Na každém oválu se také nachází prodloužená cílová rovinka (č. 2), která je určena pro závody na 100 a 110 metrů. K ní náleží 3 m dlouhý prostor před startem a 17 m dlouhá doběhová bezpečnostní zóna za cílem.

## 2.1. Projekty IAAF - Tvary a rozměry oválů se složenými oblouky

Ovál č. 1

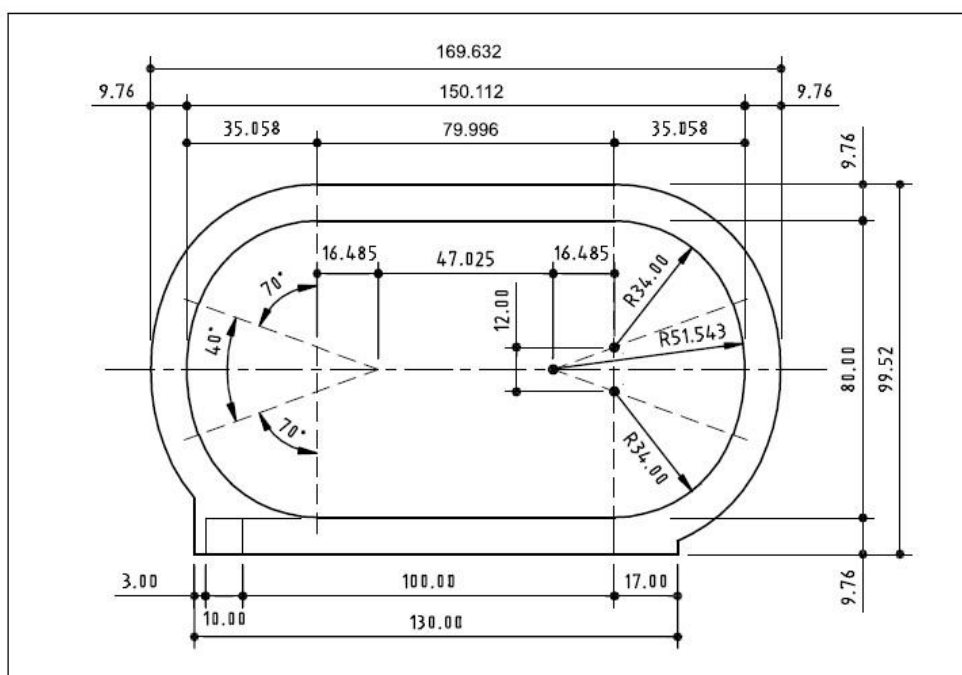


Figure 1.2.3b - Shape and dimensions of 400m Double Bend Track (Radii 51.543m and 34.00m)  
(Dimensions in m)

Obr. 3: Ovál se složenými oblouky ( $R_1 = 34,000\text{m}$ ;  $R_2 = 51,543\text{m}$ )



Ovál č. 2

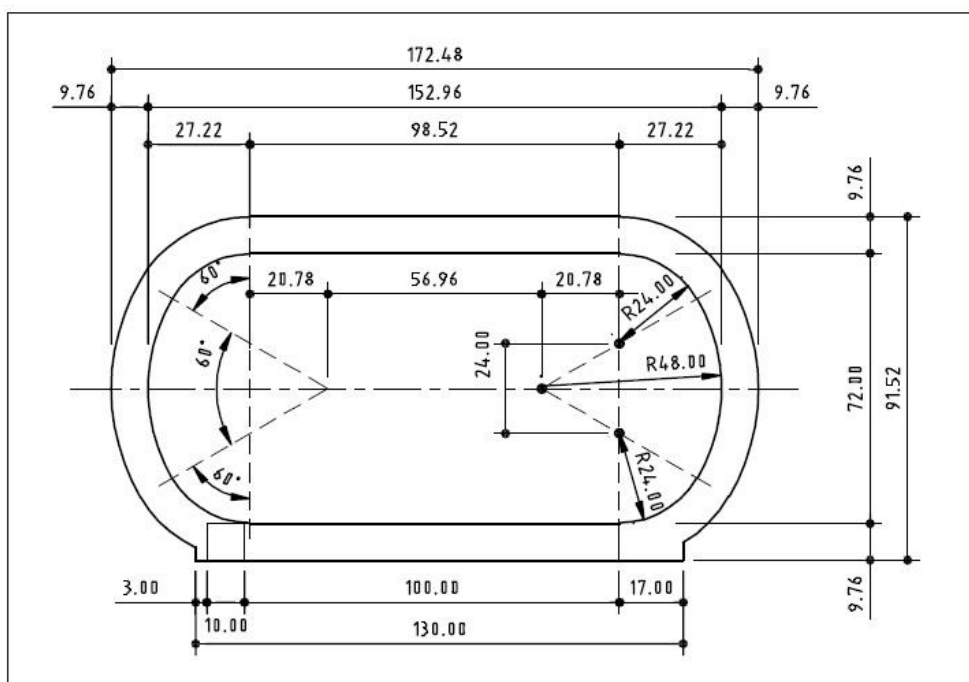


Figure 1.2.3c - Shape and dimensions of 400m Double Bend Track (Radii 48m and 24m)  
(Dimensions in m)

Obr. 4: Ovál se složenými oblouky ( $R_1 = 24,000\text{m}$ ;  $R_2 = 48,000\text{m}$ )

Ovál č. 3

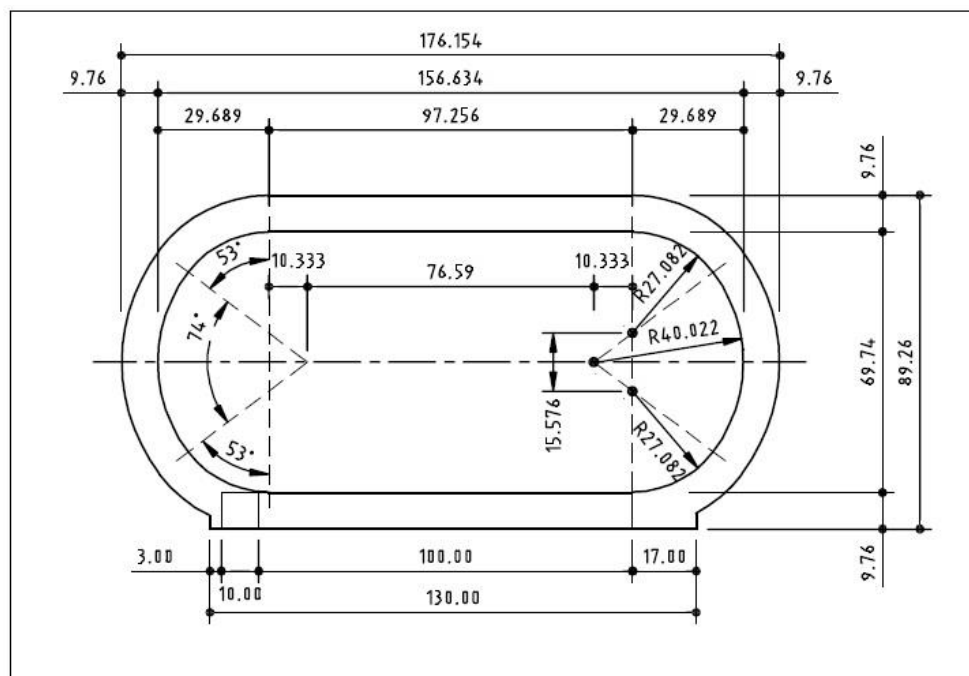


Figure 1.2.3d - Shape and dimensions of 400m Double Bend Track (Radii 40.022m and 27.082m)  
(Dimensions in m)

Obr. 5: Ovál se složenými oblouky ( $R_1 = 27,082\text{m}$ ;  $R_2 = 40,022\text{m}$ )



Uvedené rozměry určují vnější hranu vnitřního obrubníku, resp. vnitřní okraj první dráhy. Obrubník by měl být bílý, vysoký 0,05 m – 0,065 m a široký 0,05 m – 0,25 m. Ideální stopa běžce v první dráze určuje délku oválu. Je to linie měřená 0,30 m od hrany obrubníku. V každé další dráze je IS běžce měřena 0,20 m od vnitřní hrany dané dráhy (Obr. 6). Pokud by se na oválu nenacházel vnitřní obrubník, ale bílá čára (lajna<sup>1</sup>), byla by IS počítána také pouze 0,20 m od její vnější hrany. Tento případ ale není příliš častý.

Ovály mají nejčastěji 4, 6 nebo 8 závodních drah. Dráhy jsou číslovány vzestupně směrem od vnitřního obrubníku. Rovné dráhy pro závody na 100 m a 110 m překážek jsou prodloužením druhé rovinky směrem od cíle. Cílová čára se nachází na konci druhé rovinky, začíná v bodě A (Obr. 2) a je vyznačena kolmo přes všechny dráhy. Každá běžecká dráha je široká  $1,22 \text{ m} \pm 0,01 \text{ m}$ , měřeno od vnější hrany sousední levé dráhy (v první dráze od obrubníku). V šířce dráhy je zahrnuta i vnější bílá čára (lajna), široká 0,05 m.

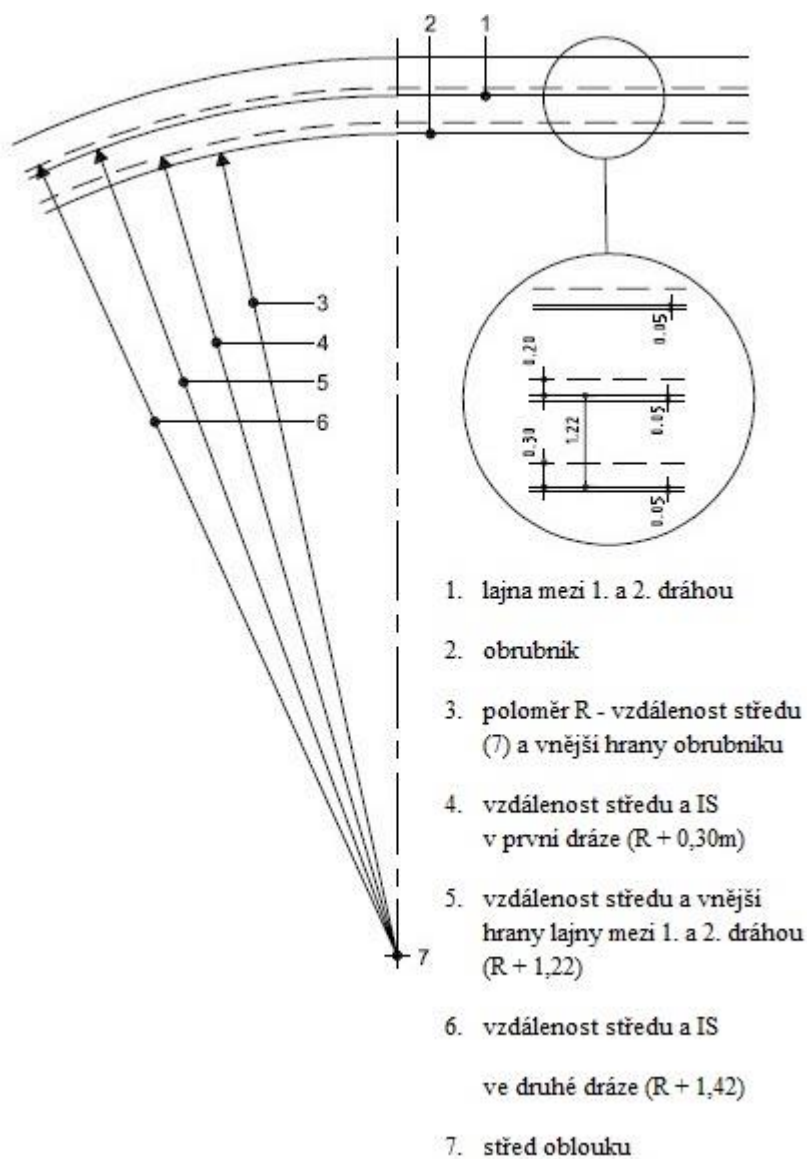
Ovál by měl mít také bezpečnostní zóny široké 1,00 m na vnitřní i vnější straně oválu. Dále je požadovaný 3,00 m dlouhý prostor před startovní čarou závodu na 110 m překážek (Obr. 2 vlevo od bodu B) a minimálně 17,00 m dlouhý doběhový prostor za cílem (Obr. 2 vpravo od bodu A).

Pro pořádání závodu 3 000 m (2 000 m) Steeplechase musí ovál obsahovat zabudovaný vodní příkop o rozměrech 3,66 m x 3,66 m a hloubce 0,50 m – 0,70 m. Příkop je umístěn uvnitř nebo vně druhé zatáčky. Jeho pozice není ale striktně předepsaná. Výpočty spojené se závody Steeplechase budou popsány v kapitole 9.7.

---

<sup>1</sup> Lajna je ve sportovním slangu pojmenování pro čáru na hřišti (sportovišti).



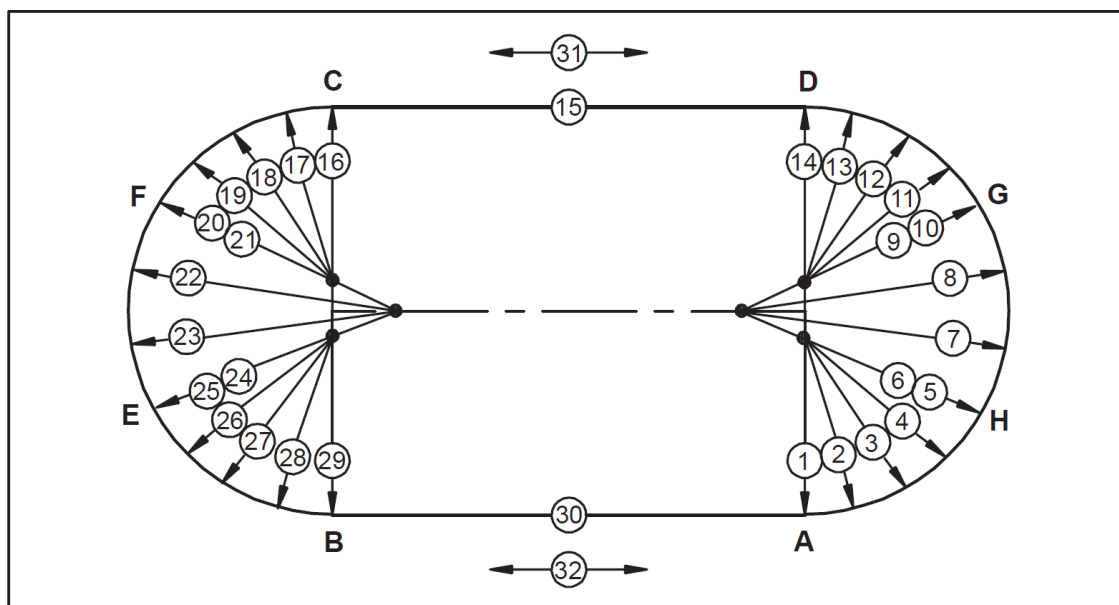


Obr. 6: Ideální stopy

## 2.2. Ověření rozměrů

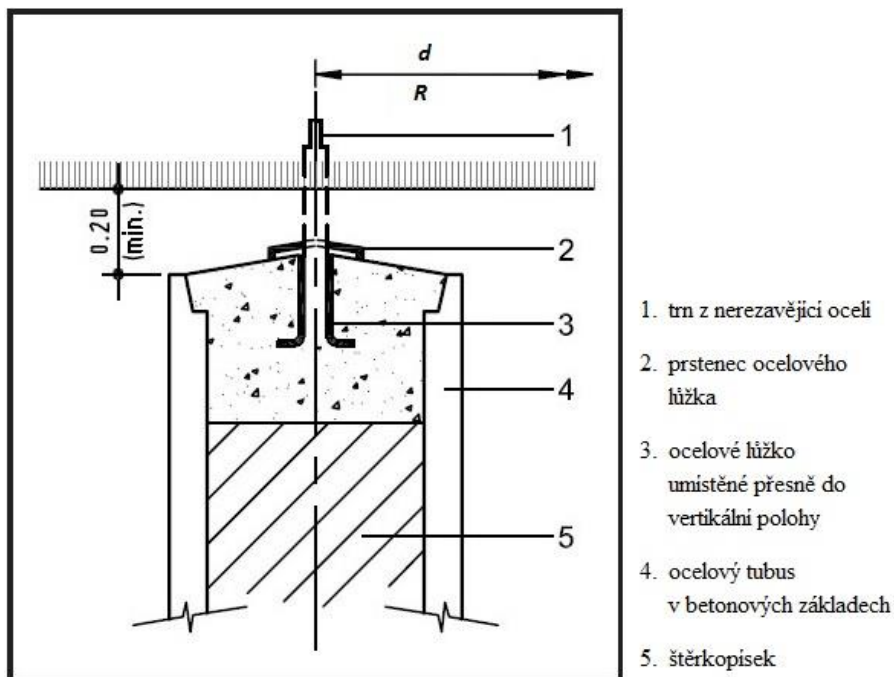
Jak již bylo zmíněno, manuál se nestandardním oválům prakticky vůbec nevěnuje. Z dokumentu pro certifikaci atletických oválů vydaného IAAF, byl ing. Lubomírem Smržem poskytnut návod na ověření jejich rozměrů.

Rozměry oválu se ověřují provedením 32 měření (Obr. 7). Při ověřování je nutné znát středy jednotlivých částí oblouků.



Obr. 7: Kontrolní měření na oválu se složenými oblouky

Středy by měly být podle manuálu stabilizovány (Obr. 8) kovovými trny o průměru cca 12 mm, odolnými proti korozi. Vrchol trnu by měl být 0,15 m nad konečným povrchem. Tyto trny se zasouvají do trubek, které se nacházejí v základech pod povrchem. Trny jsou pouze dočasnou signalizací, která se po ukončení prací vyjme, aby nebránila sportům provozovaným na ploše uvnitř oválu. Základy by měly být uloženy v hloubce minimálně 1,0 m, aby se zabránilo pohybu vlivem teplotních změn. Horní hrana základů by se měla nacházet 0,20 m pod konečným povrchem.



Obr. 8: Stabilizace středu

Na starších stadionech, na kterých se provádí pouze retoping<sup>2</sup>, může nastat situace, kdy střed nelze pod povrchem nalézt a umístit do něj trn, nebo střed vůbec není vybudovaný. V tomto případě je nutné střed určit početně z měření a případně ho dočasně signalizovat. Této problematice je věnována kapitola 5.

<sup>2</sup> Retoping je výměna stávajícího povrchu za nový.



### 2.3. Vyhodnocení kontrolních měření

Při vyhodnocování rozměrů oválu se vychází z 32 měření (Obr. 7). Na rozdíl od standardního oválu zde není zmíněno kritérium pro kontrolu délky mezi středy oblouků. U standardního oválu by měla být vzdálenost středů, resp. délka rovinek  $d \pm 0,005 \text{ m}$ .

Ostatní kritéria pro nestandardní ovály jsou již stejná, jako pro standardní ovál. Kontrolní měření musí dosahovat následujících hodnot.

1. Vzdálenost mezi body na začátku a konci obou rovinek (měření 15 a 30) je projektovaná délka  $d \pm 0,005 \text{ m}$  (podle obr. 2 je  $d = d_1 + 2 \cdot d_2$ ).
2. Vzdálenost od středu k bodu na vnější hraně obrubníku příslušného oblouku je  $R \pm 0,005 \text{ m}$  (měření 1-14 a 16-29)
3. Rozdíl vzdáleností mezi body na začátcích a koncích obou rovinek, měřené podél vnitřního obrubníku (měření 15 a 30) a podél vnější lajny poslední dráhy, (měření 31 a 32) by neměl překročit hodnotu 0,01 m.



### 3. Výpočet délky běhu

Následující tabulky, převzaté z dokumentu pro certifikaci, slouží k výpočtu délky teoretické dráhy běžce v první dráze a její odchylky. Velikosti úhlů by měly odpovídat hodnotám z projektů (Obr. 3, Obr. 4, Obr. 5).

#### **Permitted tolerance of the running length: +0.040m max.**

	Distance	Angle	Length
Average radius curve A – H	m	gon	m (+)
Average radius curve H – G	m	gon	m (+)
Average radius curve G – D	m	gon	m (+)
Average radius curve C – F	m	gon	m (+)
Average radius curve F – E	m	gon	m (+)
Average radius curve E – B	m	gon	m (+)
Straight C - D	N/A	N/A	m (+)
Straight A - B	N/A	N/A	m (+)
Length of the inside border	N/A	N/A	m (=)

Tab. 3: Formulář na vyhodnocení kontrolního měření - délka podél obrubníku

#### **Deviation from the running length:**

Lane 1	Distance	Angle	Length
Average deviation from desired value A - H	m	gon	m (+)
Average deviation from desired value H - G	m	gon	m (+)
Average deviation from desired value G - D	m	gon	m (+)
Average deviation from desired value C - F	m	gon	m (+)
Average deviation from desired value F - E	m	gon	m (+)
Average deviation from desired value E - B	m	gon	m (+)
Straight C – D	N/A	N/A	m (+)
Straight A – B	N/A	N/A	m (+)
Length of the inside border	N/A	N/A	m (=)

Tab. 4: Formulář na vyhodnocení kontrolního měření - odchylka délky běhu

#### **Calculation of the Running Distance:**

Length of inside border		m (+)
Theoretical running line (0.30m)	$0,300 \times \pi \times 2$	1,885m (+)
Theoretical Running Distance (TRD)		m (=)

Tab. 5: Délka podél teoretické dráhy běhu



### 3.1. Kontrola délek běhu oválů navržených IAAF

Před dalšími kroky této práce byly zkontrolovány délky ideálních stop v prvních drahách u všech oválů navržených IAAF, zda splňují předepsaná kritéria. Při výpočtu byly převedeny hodnoty úhlů ze stupňů na gony<sup>3</sup> (vydělením převodním koeficientem 0,9) a uvažována hodnota  $\pi = 3,1416$ , jak je tomu u kontroly rozměrů standardních oválů.

Ovál č. 1 (Obr. 3)

	Vzdálenost	Úhel	Délka
Průměrný poloměr oblouku A - H	34,000 m	77,7778 gon	41,5389 m (+)
Průměrný poloměr oblouku H - G	51,543 m	44,4444 gon	35,9839 m (+)
Průměrný poloměr oblouku G - D	34,000 m	77,7778 gon	41,5389 m (+)
Průměrný poloměr oblouku C - F	34,000 m	77,7778 gon	41,5389 m (+)
Průměrný poloměr oblouku F - E	51,543 m	44,4444 gon	35,9839 m (+)
Průměrný poloměr oblouku E - B	34,000 m	77,7778 gon	41,5389 m (+)
Rovinka C - D	N/A	N/A	79,996 m (+)
Rovinka A - B	N/A	N/A	79,996 m (+)
Délka vnitřního obrubníku	N/A	N/A	398,1154 m

Tab. 6: Ovál č. 1 - délka podél obrubníku

Délka vnitřního obrubníku		398,1154 m (+)
Teoretická dráha běhu (0.30m)	$0,300 \times \pi \times 2$	1,885m (+)
Délka podél teoretické dráhy běhu (TRD)		400,0004 m (=)

Tab. 7: Ovál č. 1 - délka podél teoretické dráhy běhu

Ovál č. 2 (Obr. 4)

	Vzdálenost	Úhel	Délka
Průměrný poloměr oblouku A - H	24,000 m	66,6667 gon	25,1328 m (+)
Průměrný poloměr oblouku H - G	48,000 m	66,6666 gon	50,2655 m (+)
Průměrný poloměr oblouku G - D	24,000 m	66,6667 gon	25,1328 m (+)
Průměrný poloměr oblouku C - F	24,000 m	66,6667 gon	25,1328 m (+)
Průměrný poloměr oblouku F - E	48,000 m	66,6666 gon	50,2655 m (+)
Průměrný poloměr oblouku E - B	24,000 m	66,6667 gon	25,1328 m (+)
Rovinka C - D	N/A	N/A	98,520 m (+)
Rovinka A - B	N/A	N/A	98,520 m (+)
Délka vnitřního obrubníku	N/A	N/A	398,1022 m

Tab. 8: Ovál č. 2 - délka podél obrubníku

Délka vnitřního obrubníku		398,1022 m (+)
Teoretická dráha běhu (0.30m)	$0,300 \times \pi \times 2$	1,885m (+)
Délka podél teoretické dráhy běhu (TRD)		399,9872 (=)

Tab. 9: Ovál č. 2 - délka podél teoretické dráhy běhu

<sup>3</sup> Při převodu na gony byly hodnoty úhlů v jednotlivých obloucích zaokrouhleny logicky tak, aby se jejich součet rovnal 200 gon.



Ovál č. 3 (Obr. 5)

	Vzdálenost	Úhel	Délka
Průměrný poloměr oblouku A - H	27,082 m	58,8889 gon	25,0516 m (+)
Průměrný poloměr oblouku H - G	40,022 m	82,2222 gon	51,6903 m (+)
Průměrný poloměr oblouku G - D	27,082 m	58,8889 gon	25,0516 m (+)
Průměrný poloměr oblouku C - F	27,082 m	58,8889 gon	25,0516 m (+)
Průměrný poloměr oblouku F - E	40,022 m	82,2222 gon	51,6903 m (+)
Průměrný poloměr oblouku E - B	27,082 m	58,8889 gon	25,0516 m (+)
Rovinka C - D	N/A	N/A	97,256 m (+)
Rovinka A - B	N/A	N/A	97,256 m (+)
Délka vnitřního obrubníku	N/A	N/A	398,0990 m

Tab. 10: Ovál č. 3 - délka podél obrubníku

Délka vnitřního obrubníku		398,0990 m (+)
Teoretická dráha běhu (0.30m)	$0,300 \times \pi \times 2$	1,885m (+)
Délka podél teoretické dráhy běhu (TRD)		399,9840 m

Tab. 11: Ovál č. 3 - délka podél teoretické dráhy běhu

Z výše uvedené tabulky č. Tab. 7 je patrné, že projekt oválu č. 1 splňuje kritérium délky podél ideální stopy běžce v první dráze  $d = [ 400,000 \text{ m} ; 400,040 \text{ m} ]$ . Naopak z tabulek č. 9 a č. 11 je jasné, že projekty oválů č. 2 a č. 3 kritérium nesplňují.

### 3.2. Úpravy projektů IAAF

Projekty oválů č. 2 a č. 3 byly upraveny tak, aby splňovaly požadované kritérium délky teoretické dráhy běhu. Byla navržena úprava, kdy rozměry obloukových částí zůstaly zcela zachovány, a proto musely být prodlouženy rovinky. Tento způsob je jednodušší, než kdyby byly měněny poloměry a středové úhly kružnicových oblouků.

Po pečlivé kontrole rozměrů všech projektů navržených IAAF byly objeveny další chyby v kótování některých rozměrů. V CAD systému MicroStation V8i proto byly vytvořeny nové projekty oválů (Obr. 9, Obr. 10, Obr. 11), které již vyhovují kritériu  $d = [ 400,000 \text{ m} ; 400,040 \text{ m} ]$ .

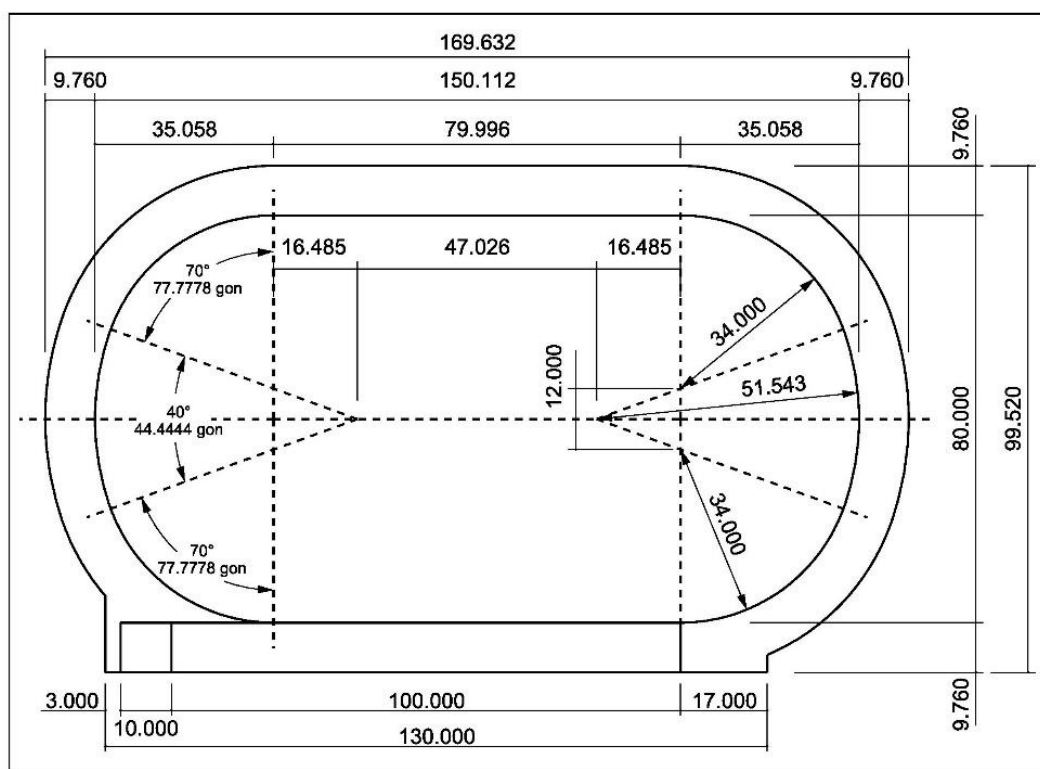


**POZNÁMKA:**

O přítomnosti chyb byl informován ředitel technické sekce IAAF Imre Mátraházi, kterému byly odeslány nově vytvořené projekty.

Pan Mátraházi přiznal, že si je IAAF chyb vědomo. Byl také velice vděčný za poskytnuté informace a projekty, které prý porovná s projekty vytvořenými technickou sekcí IAAF před novým vydáním manuálu.

Ovál č. 1



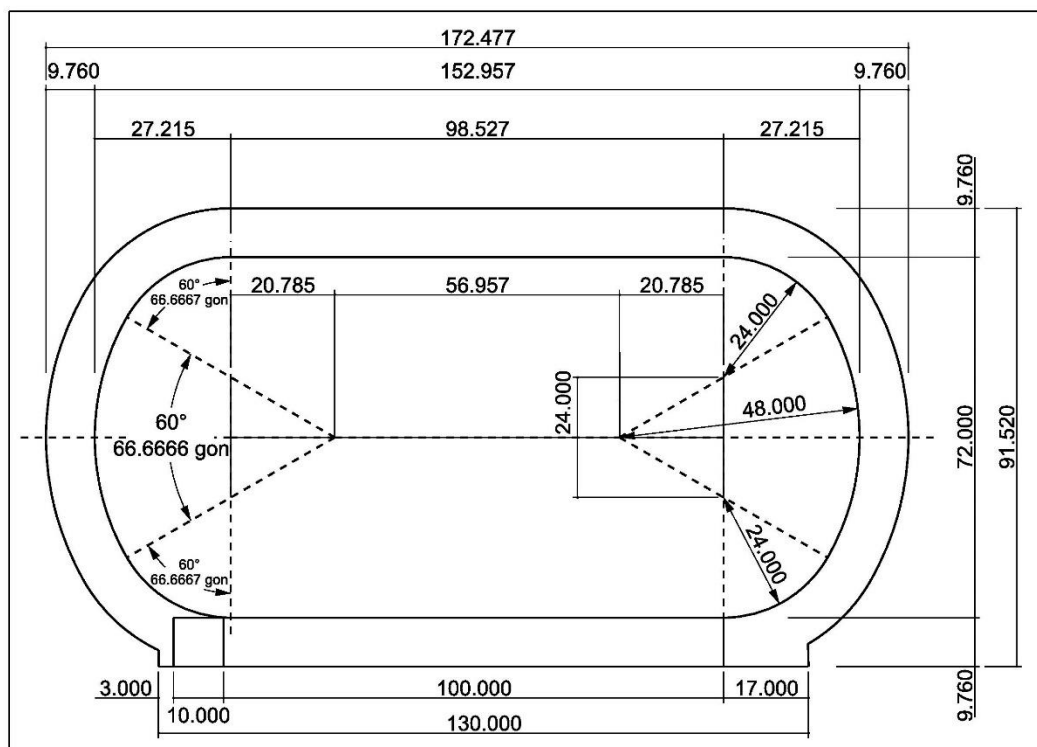
[Pouze akademické použití]

Obr. 9: Upravený projekt oválu se složenými oblouky ( $R_1 = 34,000\text{m}$ ;  $R_2 = 51,543\text{m}$ )





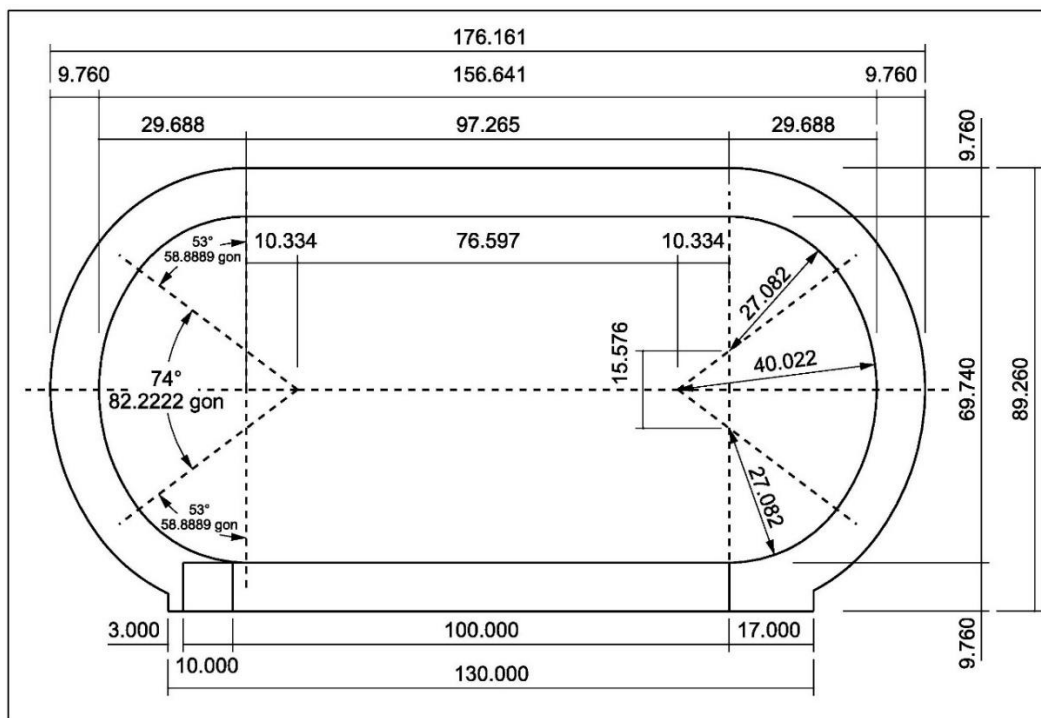
Ovál č. 2



[Pouze akademické použití]

Obr. 10: Upravený projekt oválu se složenými oblouky ( $R_1 = 24,000$ m;  $R_2 = 48,000$ m)

Ovál č. 3

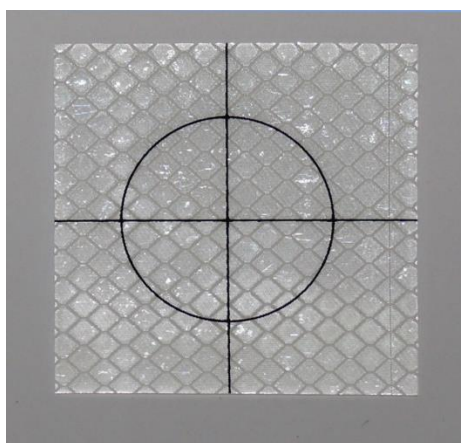


[Pouze akademické použití]

Obr. 11: Upravený projekt oválu se složenými oblouky ( $R_1 = 27,082$ m;  $R_2 = 40,022$ m)

## 4. Polohové bodové pole

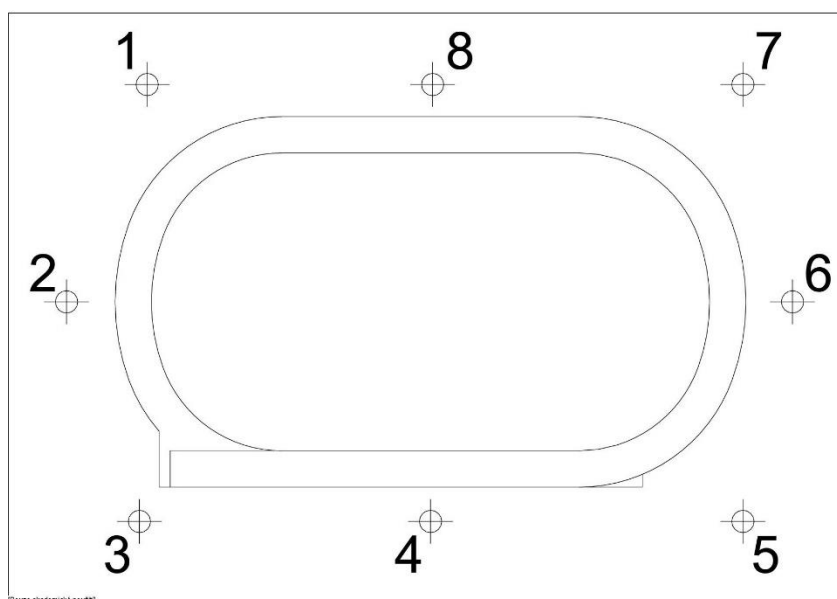
Pro geodetické účely se na stadionech budují bodová pole, jejichž body jsou signalizovány nejčastěji odraznými štítky (Obr. 12), upevněnými na stabilních konstrukcích (zábradlí, sloupy plotů atd.) v okolí oválu. Souřadnice štítků se určují totálními stanicemi v lokálním souřadnicovém systému.



Obr. 12: Samolepící odrazný štítek

Při tvorbě bodového pole je důležité zvolit dostatečný počet bodů a rozmístit je tak, aby bylo možné se na ně orientovat z jakéhokoliv místa uvnitř oválu. Nutné je také počítat s možným přemísťováním sportovních pomůcek, které by mohly bránit ve viditelnosti na jednotlivé štítky.

Jako ideální se jeví počet minimálně 8 bodů (obr. 13), kdy 3 jsou pravidelně rozmístěny v každém ze dvou oblouků a další dva se nacházejí přibližně v polovině rovinek.



Obr. 13: Bodové pole - rozmístění bodů



#### 4.1. Určení souřadnic bodů primární sítě a jejich přesnost

Realizace lokálních prostorových pravoúhlých souřadnic z měřených vodorovných a svislých úhlů a šikmých délek je v současné době totálních stanic velice snadná.

Řešení se vztahuje k referenční soustavě souřadnic, která má počátek ve středu přístroje ( $x_0 = y_0 = h_0 = 0$ ). Osa  $+x$  je určena směrem nuly na neorientovaném horizontálním děleném kruhu. Soustavu souřadnic doplňuje osa  $+y$  a svislice, která představuje vertikální osu (osy jsou vzájemně kolmé).

Z volného postavení, kdy je totální stanice umístěna přibližně uprostřed plochy uvnitř oválu, se v jedné skupině zaměří vodorovné směry, zenitové úhly a šikmé délky na všechny body signalizované zpravidla odraznými štítky. Zpracováním měřených veličin z obou poloh dalekohledu dochází k eliminaci osových chyb přístroje (kolimační a úklonné) a dále chyby indexové.

Ke zpracování zápisníku měřených veličin je možné využít jakýkoliv geodetický software (např. Groma), ve kterém lze zpracovávat měření z obou poloh, popř. je možné výsledky vypočítat „ručně“.

výsledný vodorovný směr: 
$$\psi = \frac{\psi_1 + (\psi_2 \pm 200^g)}{2}$$

výsledný zenitový úhel: 
$$z = \frac{4R + o_1 - o_2}{2}$$

výsledná šikmá délka: 
$$d_s = \frac{d_{s1} + d_{s2}}{2}$$

Výsledné veličiny se použijí k výpočtu rovinných souřadnic bodů v referenční soustavě. Při běžných geodetických pracích spojených s lajnováním atletických oválů není nutné zabývat se prostorovou skladbou, postačí tedy určit souřadnice bodů bodového pole pouze polohově. Prostorové souřadnice je nutné určit například při stavbě nového oválu, kde se musí při vytyčování dodržovat projektované spády.

Takováto lokální síť nenavazuje na žádnou trigonometrickou síť (např. JTSK), není tedy nutné zavádět např. redukci délek ze zobrazení nebo z nadmořské výšky.



Rovinné souřadnice se vypočtou ze vztahů

$$\begin{aligned}x &= x_K + d_h \cdot \cos \psi \\y &= y_K + d_h \cdot \sin \psi,\end{aligned}\quad (1)$$

kde  $y_K, x_K$  jsou libovolně volené konstanty

$d_h$  je vodorovná délka vypočtená ze vztahu  $d_h = d_s \cdot \sin z$ .

**Obecný nelineární matematický model měření souřadnic cílového bodu:**

$$\mathbf{F}(\mathbf{L}, \mathbf{X}) = \mathbf{0} : \begin{cases} x_K + d_s \sin z \cos \psi - x = 0 \\ y_K + d_s \sin z \sin \psi - y = 0 \end{cases} \quad (2)$$

(rovnice nezahrnují vliv zakřivení Země a refrakce),

kde

$\mathbf{L} = (L_1, L_2, L_3)^T$  je vektor bezchybných hodnot měřených prvků o rozměru  $3 \times 1$ ;

$L_1 = d_s$  (šikmá délka),  $L_2 = \psi$  (vodorovný směr),  $L_3 = z$  (zenitový úhel)

$\mathbf{X} = (x, y)^T$  je vektor bezchybných hodnot lokálních souřadnic cílového bodu v rovině.

Pro malé hodnoty skutečných chyb měřených prvků a souřadnic (vektory skutečných chyb mají charakter náhodných vektorů) platí (Taylorův rozvoj):

$$\mathbf{D} \Delta_{\mathbf{L}} + \mathbf{A} \Delta_{\mathbf{X}} = \mathbf{0}, \text{ matice } \mathbf{A} = -\mathbf{E}_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Odtud

$$\Delta_{\mathbf{X}} = \mathbf{D} \Delta_{\mathbf{L}},$$

kde

$\Delta_{\mathbf{L}} \sim N(0, \Sigma_{\mathbf{L}})$  je náhodný vektor skutečných chyb měřených prvků,

$\Sigma_{\mathbf{L}}$  je diagonální kovarianční matice měření, která jsou nekorelovaná

$\Delta_{\mathbf{X}} \sim N(0, \Sigma_{\mathbf{X}})$  je náhodný vektor skutečných chyb souřadnic cílového bodu.

Matice  $\mathbf{D}$  typu  $2 \times 3$  je matice parciálních derivací funkčních vztahů (2) podle měřených prvků.



$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \sin z \cos \psi & -d_s \sin z \sin \psi & d_s \cos z \cos \psi \\ \sin z \sin \psi & d_s \sin z \cos \psi & d_s \cos z \sin \psi \end{pmatrix}$$

Kovarianční matice  $\Sigma_X$  má tvar

$$\Sigma_X = \mathbf{D} \Sigma_L \mathbf{D}^T, \Sigma_L = \text{diag}(\sigma_d^2, \sigma_{Hz,V}^2, \sigma_{Hz,V}^2),$$

kde délková přesnost je vyjádřena střední chybou  $\sigma_d$  a úhlová přesnost (směru nebo zenitového úhlu) střední chybou  $\sigma_\psi = \sigma_z = \sigma_{Hz,V}$ .

Prvky kovarianční matice  $\Sigma_X$

$$\Sigma_X = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \text{cov}(x, y) \\ \text{cov}(x, y) & \sigma_y^2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\sigma_x^2 = \sigma_d^2 \sin^2 z \cos^2 \psi + \sigma_{Hz,V}^2 d_s^2 (\sin^2 z \sin^2 \psi + \cos^2 z \cos^2 \psi)$$

$$\sigma_y^2 = \sigma_d^2 \sin^2 z \sin^2 \psi + \sigma_{Hz,V}^2 d_s^2 (\sin^2 z \cos^2 \psi + \cos^2 z \sin^2 \psi)$$

$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{2} \sin 2\psi (\sigma_d^2 \sin^2 z + \sigma_{Hz,V}^2 d_s^2 \cos 2z).$$

Indikátorem kvality souřadnic cílových bodů je střední polohová chyba  $\sigma_{2D}$ . Tato chyba vyjadřuje pouze vnitřní přesnost měření (přístroj, měřič a vliv prostředí) a vypočte se:

$$\sigma_{2D} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} = \sqrt{\text{tr} \Sigma_X} = \sqrt{\text{tr} (\mathbf{D}^T \mathbf{D} \Sigma_L)} = \sqrt{\sigma_d^2 \sin^2 z + d_s^2 \sigma_{Hz,V}^2} \quad (4)$$

Názorně je možné přesnost určení polohy bodu vyjádřit pomocí elipsy chyb, jejíž parametry (poloosy  $a$ ,  $b$ , směrnik hlavní poloosy  $\alpha$ ) se vypočtou:

$$a = \sqrt{0,5(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c)}$$

$$b = \sqrt{0,5(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - c)}$$

$$c = \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4 \text{cov}^2(x, y)}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \text{cov}(x, y)}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2} \quad (5)$$



## 4.2. Výpočet souřadnic přechodného stanoviště s připojením na body primární sítě

Po vybudování primární sítě, jejím zaměřením, výpočtu souřadnic bodů a jejich přesností, je možné se na tyto body orientovat. Výpočet souřadnic přechodného stanoviště lze provést více způsoby. Úlohami bez vyrovnání, např. protínáním z délek, rajónem zpět, protínáním zpět. Je-li více orientací, je možné řešení pomocí transformace souřadnic nebo vyrovnáním měřených veličin metodou nejmenších čtverců. Při těchto metodách jsou k výpočtu používány měřené vodorovné směry, šikmé délky a zenitové úhly.

Dnešní totální stanice jsou vybaveny softwary, které k výpočtu souřadnic stanoviště používají při nadbytečném počtu měřených veličin metodu nejmenších čtverců (MNC). Totální stanice ovšem při výpočtu neuvažují přesnost podkladu, která může výsledné souřadnice stanoviště ovlivnit. Pokud by souřadnice stanoviště byly určeny s nedostatečnou přesností, byla by tím ovlivněna i přesnost zaměřovaných (vytyčovaných) bodů. Jelikož polohová tolerance pro ověřování rozměrů ovalů zadaná IAAF je  $\pm 5$  mm, je nutné určit souřadnice přechodného stanoviště co nejpřesněji.

### 4.2.1. Výpočet vyrovnání MNC - bez uvážení vlivu podkladu

Při výpočtu dochází k vyrovnání zprostředkujících měření, tedy délek a směrů. Neznámými jsou souřadnice stanoviště  $P$  a orientační posun  $o_p$ , popř. souřadnice podrobných bodů. Výsledkem vyrovnání jsou souřadnice a jejich přesnost.

Funkční vztahy:

$$\begin{aligned}d_{PA} - \sqrt{(x_A - x_P)^2 + (y_A - y_P)^2} &= 0 \\ \psi_{PA} - \left(\arctg \frac{y_A - y_P}{x_A - x_P} - o_p\right) &= 0\end{aligned}\tag{6}$$

Po linearizaci funkčních vztahů dostaneme rovnice oprav

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{dx} - \mathbf{l},\tag{7}$$

kde  $\mathbf{A}$  je matice plánu

$\mathbf{l}$  je vektor redukovaného měření.



Měřené veličiny jsou různorodé a mají obecně různou přesnost. Proto je nutné sestavit matici vah  $\mathbf{P}$ , která je diagonální (měření jsou nekorelovaná).

Volba vah vychází ze vztahu:

$$p_{\psi} \cdot \sigma_{\psi}^2 = p_d \cdot \sigma_d^2 = \sigma_0^2 \Rightarrow p_{\psi} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{\psi}^2} \text{ resp. } p_d = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_d^2}$$

Hodnotu apriorní směrodatné odchylky  $\sigma_0$  je možné volit libovolně, zvykem je zvolit  $\sigma_0 = 1$  (obecně je to fiktivní měření o váze 1).

Prvky matice plánu  $\mathbf{A}$  jsou parciální derivace funkčních vztahů (6) (v pořadí délka, směr, atd.) podle neznámých, v pořadí  $Y_P, X_P, o_P$ . Matice  $\mathbf{A}$  je tedy rovna

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{-(y_A - y_P^0)}{d_{PA}^0} & \frac{-(x_A - x_P^0)}{d_{PA}^0} & 0 \\ \frac{-(x_A - x_P^0)}{d_{PA}^{0\ 2}} & \frac{y_A - y_P^0}{d_{PA}^{0\ 2}} & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{-(y_i - y_P^0)}{d_{Pi}^0} & \frac{-(x_i - x_P^0)}{d_{Pi}^0} & 0 \\ \frac{-(x_i - x_P^0)}{d_{Pi}^{0\ 2}} & \frac{y_i - y_P^0}{d_{Pi}^{0\ 2}} & -1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$



Pokud je požadován výpočet souřadnic (popř. pouze jejich přesnosti) podrobného bodu, je nutné rozšířit matici plánu  $\mathbf{A}$  o derivace funkčních vztahů podle souřadnic daného podrobného bodu  $Y_1, X_1$  (poslední dva řádky). Rozšířená matice  $\mathbf{A}$  je rovna

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{-(y_A - y_P^0)}{d_{PA}^0} & \frac{-(x_A - x_P^0)}{d_{PA}^0} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-(x_A - x_P^0)}{d_{PA}^0} & \frac{y_A - y_P^0}{d_{PA}^0} & -1 & 0 & 0 \\ d_{PA}^{0\ 2} & d_{PA}^{0\ 2} & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{-(y_i - y_P^0)}{d_{Pi}^0} & \frac{-(x_i - x_P^0)}{d_{Pi}^0} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-(x_i - x_P^0)}{d_{Pi}^0} & \frac{y_i - y_P^0}{d_{Pi}^0} & -1 & 0 & 0 \\ d_{Pi}^{0\ 2} & d_{Pi}^{0\ 2} & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{-(y_1 - y_P^0)}{d_{P1}^0} & \frac{-(x_1 - x_P^0)}{d_{P1}^0} & 0 & \frac{y_1 - y_P^0}{d_{P1}^0} & \frac{x_1 - x_P^0}{d_{P1}^0} \\ \frac{-(x_1 - x_P^0)}{d_{P1}^0} & \frac{y_1 - y_P^0}{d_{P1}^0} & -1 & \frac{x_1 - x_P^0}{d_{P1}^0} & \frac{-(y_1 - y_P^0)}{d_{P1}^0} \\ d_{P1}^{0\ 2} & d_{P1}^{0\ 2} & \vdots & d_{P1}^{0\ 2} & d_{P1}^{0\ 2} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

kde  $x_A, y_A \dots x_i, y_i$  jsou souřadnice orientačních bodů primární sítě  
 $x_P^0, y_P^0$  jsou přibližné souřadnice přechodného stanoviska  
 $d_{PA}^0 \dots d_{Pi}^0$ , popř.  $d_{P1}^0$  jsou délky vypočtené z přibližných souřadnic  
 $x_1, y_1$  jsou souřadnice podrobného bodu.

Dále je nutné rozšířit matici vah  $\mathbf{P}$  o váhy odpovídající přesnosti měření podrobného bodu.

Vektor redukovaných měření je roven

$$\mathbf{l} = \begin{pmatrix} d_{PA}^m - \sqrt{(x_A - x_P^0)^2 + (y_A - y_P^0)^2} \\ \psi_{PA}^m - \left( \arctg \frac{y_A - y_P^0}{x_A - x_P^0} - o_p \right) \end{pmatrix}, \quad (10)$$

kde  $d_{PA}^m, \psi_{PA}^m$  jsou měřené veličiny

$o_p = 0$  je orientační posun osnovy směrů na volném stanovisku.





Podmínkou MNČ je  $\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = \min$ . Z této podmínky plyne

$$(\mathbf{A} \cdot \mathbf{dx} - \mathbf{l})^T \cdot \mathbf{P} \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{dx} - \mathbf{l}) = \min.$$

Po úpravě a derivaci dostaneme výsledný vzorec pro výpočet přírůstků

$$\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{dx} - \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{l} = 0$$

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{dx} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{l}$$

$$\mathbf{dx} = \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{l}. \quad (11)$$

Z korekcí přibližných hodnot neznámých  $\mathbf{dx}$  se určí hledané neznámé

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}^0 + \mathbf{dx}. \quad (12)$$

Kovarianční matice vyrovnaných neznámých se vypočte

$$\boldsymbol{\Sigma}_X = \sigma_0^2 (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{A})^{-1}. \quad (13)$$

Pro kontrolu správné linearizace se provede druhý výpočet oprav

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{F}(\hat{\mathbf{X}}) - \mathbf{L} = \hat{\mathbf{L}} - \mathbf{L}, \quad (14)$$

kde  $\hat{\mathbf{L}}$  je vektor vyrovnaných měření vypočtených z vyrovnaných hodnot neznámých dosazených do nelineárních vztahů pro délku a směr

$\mathbf{L}$  je vektor měření.

Aposteriorní střední chyba jednotková se vypočte ze vzorce

$$\sigma'_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n'}}, \quad n' = m - n, \quad (15)$$

kde  $m$  je počet měření

$n$  je počet neznámých

$n'$  je počet nadbytečných měření, tj. stupňů volnosti.



Aby bylo možné ověřit, zda aposteriorní střední chyba odpovídá předpokládané apriorní přesnosti, lze vypočítat interval spolehlivosti ze vztahu

$$P \left\{ \sqrt{\frac{\chi_n^2(1-\alpha/2)}{n'}} \leq \frac{\sigma'_0}{\sigma_0} \leq \sqrt{\frac{\chi_n^2(\alpha/2)}{n'}} \right\} = 1 - \alpha, \quad (16)$$

kde je riziko zvoleno  $\alpha = 5\%$ . Kritické hodnoty mají rozdělení chí-kvadrát.

#### 4.2.2. Výpočet vyrovnání MNC - s uvážením vlivu podkladu

Vzorce uvedené v předchozí podkapitole neuvažují vliv podkladu, je tedy považován za bezchybný. V kapitole 4.1 byl popsán výpočet kvality souřadnic bodů primární sítě, který vychází z vnitřní přesnosti měření. Výsledkem tohoto výpočtu jsou kovarianční matice  $\Sigma_{X_i}$ , jejichž prvky určují přesnost daných bodů.

Při uvážení vlivu podkladu je nutné výpočet popsáný v předchozí kapitole upravit. Rovnice oprav vychází ze vzorce

$$v = A \cdot dx_1 + B \cdot dx_2 - l,$$

kde  $A \cdot dx_1$  vyjadřuje vliv měření a  $B \cdot dx_2$  vyjadřuje vliv podkladu.

Velikost neznámých se vypočte

$$dx = (A^T \cdot \Sigma_l^{-1} \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot \Sigma_l^{-1} \cdot l, \quad (17)$$

kde  $\Sigma_l = \sigma_0^2 \cdot P^{-1} + B \cdot \Sigma_{X_2} \cdot B^T$  je matice vyjadřující vlivy přesnosti měření

a přesnosti bodů podkladu,

$\sigma_0^2 \cdot P^{-1}$  popisuje vliv přesnosti měření

$B \cdot \Sigma_{X_2} \cdot B^T$  popisuje vliv přesnosti bodů podkladu.



Maticе  $\mathbf{B}$  obsahuje parciální derivace funkčních vztahů (6) dle souřadnic orientačních bodů (podobně jako v matici  $\mathbf{A}$ )

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{y_A - y_P^0}{d_{PA}^0} & \frac{x_A - x_P^0}{d_{PA}^0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{x_A - x_P^0}{d_{PA}^0} & -\frac{(y_A - y_P^0)}{d_{PA}^0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{y_i - y_P^0}{d_{Pi}^0} & \frac{x_i - x_P^0}{d_{Pi}^0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{x_i - x_P^0}{d_{Pi}^0} & -\frac{(y_i - y_P^0)}{d_{Pi}^0} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Maticе  $\Sigma_{X_2}$  je blokově diagonální, jejímiž prvky jsou kovarianční matice (2x2) popisující přesnosti bodů podkladu (3)

$$\Sigma_{X_2} = \begin{bmatrix} (\Sigma_{X_A})_{2 \times 2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\Sigma_{X_B})_{2 \times 2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\Sigma_{X_i})_{2 \times 2} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Pokud je požadován výpočet souřadnic (popř. pouze jejich přesnosti) podrobného bodu, je nutné rozšířit matici plánu  $\mathbf{A}$  i matici vah  $\mathbf{P}$  stejně jako při výpočtu bez uvážení vlivu podkladu. Dále je nutné rozšířit matici  $\mathbf{B}$  o nulové řádky (derivace funkčních vztahů pro orientační body podle souřadnic podrobného bodu).

Kovarianční matice vyrovnaných neznámých se vypočte

$$\Sigma_X = \mathbf{M} \cdot \Sigma_V \cdot \mathbf{M}^T, \quad (20)$$

$$\text{kde } \mathbf{M} = (\mathbf{A}^T \cdot \Sigma_V^{-1} \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \Sigma_V^{-1}.$$

Výpočty oprav (7, 14), aposteriorní střední chyby jednotkové (15) a jejího intervalu spolehlivosti (16) jsou stejné jako v případě výpočtu bez uvážení vlivu podkladu.



### 4.3. Modelový příklad

Za účelem ověření dosažitelných přesností bylo provedeno zaměření bodů modelové sítě v okolí stavební fakulty ČVUT, jejíž body jsou signalizované odraznými fóliemi. Podle postupu uvedeném v kapitole 4.1 byly z volného postavení přístroje měřeny vodorovné směry, zenitové úhly a šikmé délky (na 5 bodů) v obou polohách přístroje. Z naměřených veličin byly vypočteny souřadnice bodů, včetně jejich přesností, charakterizovaných kovariančními maticemi.

Dále byly z jiného postavení totální stanice opět zaměřeny body primární sítě. Tato měření sloužila k určení souřadnic a jejich přesností přechodného stanoviska. Výpočet byl nejprve proveden bez uvážení vlivu podkladu (kap. 4.2.1), poté i s jeho uvážením (kap. 4.2.2). Výsledky obou výpočtů byly mezi sebou porovnány.

Nakonec byla určena přesnost fiktivního zaměřovaného (vytyčovaného) bodu.

Veškeré výpočty byly provedeny ve výpočetním programu MATLAB.

#### Specifikace totální stanice

Při měření byla použita totální stanice Leica TS 06 (s.č. 1342535).

Nominální přesnost přístroje je:

$$\sigma_{Hz,V} = 0,6 \text{ mgon}$$

$$\sigma_d = 5 \text{ mm} + 2 \text{ ppm} \quad (\text{při měření na odraznou fólii})$$

$$\sigma_d = 1,5 \text{ mm} + 2 \text{ ppm} \quad (\text{při standardním měření na odrazný hranol})$$

#### **POZNÁMKA:**

*Pro kratší záměry ( $d < 100\text{m}$ ) je možné uvažovat horší přesnost při měření směrů.*

*Přesnost měřeného směru (pro bod určený rajónem) lze určit početně ze vzorce pro směrodatnou odchylku souřadnicovou*

$$\sigma_{XY} = \sqrt{0,5 * (\sigma_X^2 + \sigma_Y^2)} = \sqrt{0,5 * (\sigma_d^2 + d_s^2 * \sigma_\omega^2)}. \text{ Za předpokladu, že přesnosti měření v podélném a příčném}$$

*směru jsou si rovny je výsledný vzorec pro směrodatnou odchylku směru*

$$\sigma_\psi^{cc} = \frac{\sigma_d}{d_s \cdot \sqrt{2}} \cdot \rho^{cc}.$$



Prakticky při všech geodetických pracích spojených s atletickými ovály se kvůli úspoře času používají robotizované totální stanice, které disponují funkcemi automatického cílení a automatického sledování cíle. V případě jejich užití není pro kratší záměry nutné uvažovat horší přesnost měřených směrů.

Informace o přesnosti automatického cílení poskytl ing. Daniel Šantora, oddělení prodeje Geodetických a GIS přístrojů společnosti GEFOS a.s.

#### 4.3.1. Zaměření bodů primární sítě a určení jejich přesností

<b>Výsledné hodnoty měřených veličin (měření v obou polohách dalekohledu)</b>			
Číslo bodu	$\psi$ [gon]	$z$ [gon]	$d_s$ [m]
1	89,6011	83,4223	48,409
2	127,9533	84,5581	51,905
3	196,7708	97,9621	164,789
4	312,3358	75,6917	30,879
5	385,3329	93,9509	99,043

Tab. 12: Výsledné hodnoty měřených veličin – primární síť (seznam měření viz příloha 1)

Souřadnice bodů byly vypočteny podle vzorce (1). Jako konstanty byly zvoleny

$$y_K = 500$$
$$x_K = 1000.$$

<b>Souřadnice bodů primární sítě</b>		
Číslo bodu	$Y$ [m]	$X$ [m]
1	546,154	1007,607
2	545,606	978,580
3	508,351	835,507
4	471,881	1005,518
5	477,485	1095,991

Tab. 13: Souřadnice bodů primární sítě



Kovarianční matice bodů charakterizující přesnost bodů primární sítě byly vypočteny podle (3).

<i>Kovarianční matice</i>		
<i>Číslo bodu</i>		
1	$8,0689 \cdot 10^{-07}$	$3,7165 \cdot 10^{-06}$
	$3,7165 \cdot 10^{-06}$	$2,2744 \cdot 10^{-05}$
2	$4,4447 \cdot 10^{-06}$	$-8,9833 \cdot 10^{-06}$
	$-8,9833 \cdot 10^{-06}$	$1,9352 \cdot 10^{-05}$
3	$2,4919 \cdot 10^{-05}$	$-1,1427 \cdot 10^{-06}$
	$-1,1427 \cdot 10^{-06}$	$2,4677 \cdot 10^{-06}$
4	$8,6894 \cdot 10^{-07}$	$-4,0564 \cdot 10^{-06}$
	$-4,0564 \cdot 10^{-06}$	$2,0745 \cdot 10^{-05}$
5	$2,3535 \cdot 10^{-05}$	$-5,3178 \cdot 10^{-06}$
	$-5,3178 \cdot 10^{-06}$	$2,1108 \cdot 10^{-06}$

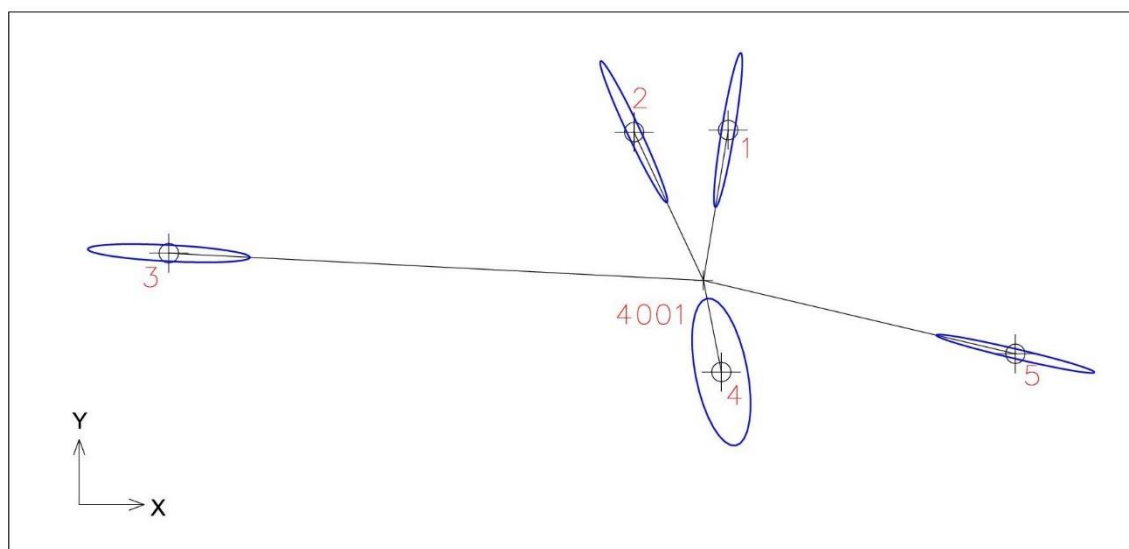
Tab. 14: Kovarianční matice charakterizující přesnost bodů primární sítě

Z kovariančních matic byly podle (3, 4, 5) vypočteny střední chyby a parametry elips chyb.

<i>Střední chyba polohová a parametry elips chyb</i>						
<i>Číslo bodu</i>	$\sigma_{2D}$ [m]	$\sigma_X$ [m]	$\sigma_Y$ [m]	$a$ [m]	$b$ [m]	$\alpha$ [gon]
1	0,0049	0,0009	0,0048	0,0048	0,0004	89,6011
2	0,0049	0,0021	0,0044	0,0049	0,0005	127,9533
3	0,0052	0,0050	0,0016	0,0050	0,0016	196,7708
4	0,0046	0,0009	0,0046	0,0046	0,0003	112,3358
5	0,0051	0,0049	0,0015	0,0050	0,0009	185,3329

Tab. 15: Střední chyby a elipsy chyb charakterizující přesnost bodů primární sítě

Body primární sítě s elipsami chyb jsou zobrazeny na Obr. 14.



[Pouze akademické použití]

Obr. 14: Body primární sítě s elipsami chyb



### 4.3.2. Výpočet souřadnic přechodného stanoviska

<i>Výsledné hodnoty měřených veličin (měření v obou polohách dalekohledu)</i>			
<i>Číslo bodu</i>	$\psi$ [gon]	$z$ [gon]	$d_s$ [m]
1	90,4552	83,9766	49,866
2	127,4813	85,1130	53,602
3	195,8152	97,9891	165,525
4	311,2415	74,3825	29,264
5	385,9387	93,9188	98,050

Tab. 16: Výsledné hodnoty měřených veličin – protínání (seznam měření viz příloha 2)

Přibližné hodnoty souřadnic  $Y_0, X_0$  byly vypočteny protínáním z délek z bodů 2 a 3. Tato úloha je podrobně popsána např. v [3].

$$y_p^0 = 498,3627$$
$$x_p^0 = 1000,6479$$

Dále byla vytvořena matice plánu  $A$  (8) a vektor redukovaných měření  $l$  (10). Prvky matice vah  $P$  vycházejí z nominální přesnosti přístroje.

Poté bylo postupováno podle výpočtů uvedených v kapitolách 4.2.1. a 4.2.2.

### Výsledky vyrovnání bez uvážení podkladu:

<i>Přibližné hodnoty neznámých</i>	
$Y_p$ [m]	498,3627
$X_p$ [m]	1000,6479
$o_p$ [gon]	0,0000

Tab. 17: Přibližné hodnoty neznámých

<i>Výsledné neznámé (přírůstky)</i>	
$Y$ [m]	-0,0003
$X$ [m]	-0,0007
$o_p$ [gon]	0,33817

Tab. 18: Výsledné přírůstky - MNČ bez vlivu podkladu

<i>Výsledné neznámé (souřadnice)</i>	
$Y_p$ [m]	498,3624
$X_p$ [m]	1000,6472
$o_p$ [gon]	0,33817

Tab. 19: Výsledné neznámé - MNČ bez vlivu podkladu



<b>Kovarianční matice neznámých - <math>\Sigma_X</math></b>		
$4,3911 \cdot 10^{-07}$	$-7,3532 \cdot 10^{-08}$	$-4,8107 \cdot 10^{-10}$
$-7,3532 \cdot 10^{-08}$	$5,5254 \cdot 10^{-08}$	$7,6369 \cdot 10^{-11}$
$-4,8107 \cdot 10^{-10}$	$7,6369 \cdot 10^{-11}$	$1,8293 \cdot 10^{-11}$

Tab. 20: Kovarianční matice charakterizující přesnost neznámých - MNČ bez vlivu podkladu

<b>Přesnost neznámých</b>	
$\sigma_Y$ [m]	0,0007
$\sigma_X$ [m]	0,0002
$\sigma_{o_p}$ [gon]	0,00027

Tab. 21: Přesnost neznámých - MNČ bez vlivu podkladu

<b>Výsledné opravy (dvojitý výpočet)</b>		
	$v_1$	$v_2$
$d_{P1}$ [m]	0,0012	0,0012
$\psi_{P1}$ [gon]	0,00059	0,00056
$d_{P2}$ [m]	-0,0001	-0,0001
$\psi_{P2}$ [gon]	-0,00084	-0,00086
$d_{P3}$ [m]	-0,0007	-0,0007
$\psi_{P3}$ [gon]	0,00073	0,00072
$d_{P4}$ [m]	-0,0010	-0,0010
$\psi_{P4}$ [gon]	-0,00004	0,00001
$d_{P5}$ [m]	-0,0001	-0,0001
$\psi_{P5}$ [gon]	-0,00043	-0,00042

Tab. 22: Výsledné opravy - MNČ bez vlivu podkladu

Pro výpočet aposteriorní střední chyby jednotkové podle vzorce (15) byly použity opravy  $v_i$ , počet měření  $m = 10$ , počet neznámých  $n = 3 \rightarrow$  počet nadbytečných měření  $n' = 7$ .

$$\sigma'_0 = 0,8454$$

Nakonec byl podle (16) vypočten interval spolehlivosti pro aposteriorní střední chybu (resp. pro poměr  $\frac{\sigma'_0}{\sigma_0}$ , kde  $\sigma_0 = 1$ ). Interval spolehlivosti je (0,4913; 1,5125). Z jeho hodnot je patrné, že aposteriorní střední chyba odpovídá apriorní chybě.

### Výsledky vyrovnání s uvážením podkladu:

<b>Přibližné hodnoty neznámých</b>	
$Y_p$ [m]	498,3627
$X_p$ [m]	1000,6479
$o_p$ [gon]	0,0000

Tab. 23: Přibližné hodnoty neznámých





<b>Výsledné neznámé (přírůstky)</b>	
$Y$ [m]	-0,0002
$X$ [m]	-0,0007
$o_p$ [gon]	0,33817

Tab. 24: Výsledné přírůstky - MNČ s vlivem podkladu

<b>Výsledné neznámé (souřadnice)</b>	
$Y_p$ [m]	498,3625
$X_p$ [m]	1000,6472
$o_p$ [gon]	0,33817

Tab. 25: Výsledné neznámé - MNČ s vlivem podkladu

<b>Kovarianční matice neznámých - <math>\Sigma_X</math></b>		
$8,6346 \cdot 10^{-07}$	$-1,4746 \cdot 10^{-07}$	$-9,6960 \cdot 10^{-10}$
$-1,4746 \cdot 10^{-07}$	$1,1470 \cdot 10^{-07}$	$2,2214 \cdot 10^{-10}$
$-9,6960 \cdot 10^{-10}$	$2,2214 \cdot 10^{-10}$	$3,6837 \cdot 10^{-11}$

Tab. 26: Kovarianční matice charakterizující přesnost neznámých - MNČ s vlivem podkladu

<b>Přesnost neznámých</b>	
$\sigma_Y$ [m]	0,0009
$\sigma_X$ [m]	0,0003
$\sigma_{o_p}$ [gon]	0,00039

Tab. 27: Přesnost neznámých - MNČ s vlivem podkladu

<b>Výsledné opravy (dvojitý výpočet)</b>		
	$v_1$	$v_1$
$d_{P1}$ [m]	0,0011	0,0011
$\psi_{P1}$ [gon]	0,00057	0,00054
$d_{P2}$ [m]	-0,0001	-0,0002
$\psi_{P2}$ [gon]	-0,00082	-0,00082
$d_{P3}$ [m]	-0,0007	-0,0007
$\psi_{P3}$ [gon]	0,00074	0,00076
$d_{P4}$ [m]	-0,0010	-0,0009
$\psi_{P4}$ [gon]	-0,00005	-0,00004
$d_{P5}$ [m]	-0,0001	0,0000
$\psi_{P5}$ [gon]	-0,00046	-0,00049

Tab. 28: Výsledné opravy - MNČ s vlivem podkladu

$$\sigma'_0 = 0,6059$$

Hodnoty intervalu spolehlivosti pro aposteriorní střední chybu jsou stejné, tedy i při tomto výpočtu odpovídá aposteriorní střední chyba chybě apriorní.



**Zhodnocení výsledků:**

<i>Porovnání výsledků z obou výpočtů</i>							
	Y [m]	X [m]	$\sigma_p$ [gon]	$\sigma_Y$ [m]	$\sigma_X$ [m]	$\sigma_{\sigma_p}$ [gon]	$\sigma_0$
<i>bez uvážení vlivu podkladu</i>	498,3625	1000,6472	0,33817	0,0007	0,0002	0,00027	0,8454
<i>s uvážením vlivu podkladu</i>	498,3624	1000,6472	0,33817	0,0009	0,0003	0,00039	0,6059

Tab. 29: Porovnání výsledků MNC bez, resp. s uvážením vlivu podkladu

Výpočet s uvážením vlivu podkladu neovlivní (v rámci uvažovaných přesností) výsledné souřadnice, ale projeví se na jejich přesnosti.

Při neuvážením vlivu podkladu je přesnost vztažena k okolním bodům podkladu, které jsou považovány za bezchybné. Pro dosažení objektivních charakteristik je logickou a správnou úvahou podklad při výpočtu uvážit, pak je přesnost vztažena k počátku soustavy souřadnic.



### 4.3.3. Přesnost zaměřovaného (vytyčovaného) bodu.

Z výsledných souřadnic přechodného stanoviska  $P$  byly polární metodou vypočteny souřadnice fiktivního bodu, jež by měl ve skutečnosti představovat podrobný bod  $k$  vytyčení. Vzdálenost bodu od stanoviska byla zvolena  $d = 50,000$  m. Tato hodnota odpovídá reálným vzdálenostem, na které se body na atletických oválech vytyčují (zaměřují).

Souřadnice fiktivního bodu jsou:  $y_1 = 543,933$

$x_1 = 1021,223$

#### Bez uvážení vlivu podkladu

Jak bylo zmíněno v kapitole 4.2.1., pro výpočet přesnosti zaměřovaného (vytyčovaného) bodu je nutné rozšířit matici plánu  $A$  (9) a matici vah  $P$ .

Do matice plánu  $A$  je nutné přidat řádky, které obsahují derivace funkčních vztahů (6) podle souřadnic podrobného bodu. Matice vah  $P$  je na diagonále rozšířena o váhu měřené délky, která vychází z nominální přesnosti přístroje při standardním měření délky na odrazný hranol. Váha měřeného směru je stejná.

Jelikož souřadnice podrobného bodu nevstupují do vyrovnání, je výpočet přesnosti jeho určení jednoduchý, vypočte se podle vzorce (13)  $\Sigma_X = \sigma_0^2 (A^T \cdot P \cdot A)^{-1}$ .

Výsledná kovarianční matice má rozměr  $5 \times 5$ , kde poslední dva prvky na její diagonále jsou zjišťované přesnosti  $\sigma_Y^2, \sigma_X^2$ .

<i>Kovarianční matice neznámých - <math>\Sigma_X</math></i>				
$4,3911 \cdot 10^{-07}$	$-7,3532 \cdot 10^{-08}$	$-4,8107 \cdot 10^{-10}$	$4,2921 \cdot 10^{-07}$	$-5,1610 \cdot 10^{-08}$
$-7,3532 \cdot 10^{-08}$	$5,5254 \cdot 10^{-08}$	$7,6369 \cdot 10^{-11}$	$-7,1961 \cdot 10^{-08}$	$5,1774 \cdot 10^{-08}$
$-4,8107 \cdot 10^{-10}$	$7,6369 \cdot 10^{-11}$	$1,8293 \cdot 10^{-11}$	$-1,0470 \cdot 10^{-10}$	$-7,5723 \cdot 10^{-10}$
$4,2921 \cdot 10^{-07}$	$-7,1961 \cdot 10^{-08}$	$-1,0470 \cdot 10^{-10}$	$2,3337 \cdot 10^{-06}$	$6,9338 \cdot 10^{-07}$
$-5,1610 \cdot 10^{-08}$	$5,1774 \cdot 10^{-08}$	$-7,5723 \cdot 10^{-10}$	$6,9338 \cdot 10^{-07}$	$6,5174 \cdot 10^{-07}$

Tab. 30: Kovarianční matice charakterizující přesnost fiktivního bodu - MNČ bez vlivu podkladu

<i>Přesnosti podrobného bodu</i>	
$\sigma_Y$ [m]	0,0015
$\sigma_X$ [m]	0,0008
$\sigma_{2D}$ [m]	0,0017

Tab. 31: Přesnost fiktivního - MNČ bez vlivu podkladu



### S uvážením vlivu podkladu

Tento výpočet je popsán v kapitole 4.2.2.

Kovarianční matice, jejímiž prvky jsou také kvadráty směrodatných odchylek souřadnic podrobného bodu, se vypočte podle vzorce (20)  $\Sigma_X = M \cdot \Sigma_L \cdot M^T$ .

Výsledkem je stejně jako v předchozím případě kovarianční matice o rozměrech  $5 \times 5$  s hledanými prvky na diagonále.

<i>Kovarianční matice neznámých - <math>\Sigma_X</math></i>				
$8,6346 \cdot 10^{-07}$	$-1,4746 \cdot 10^{-07}$	$-9,6960 \cdot 10^{-10}$	$8.4352 \cdot 10^{-07}$	$-1.0328 \cdot 10^{-07}$
$-1,4746 \cdot 10^{-07}$	$1,1470 \cdot 10^{-07}$	$2,2214 \cdot 10^{-10}$	$-1.4289 \cdot 10^{-07}$	$1.0458 \cdot 10^{-07}$
$-9,6960 \cdot 10^{-10}$	$2,2214 \cdot 10^{-10}$	$3,6837 \cdot 10^{-11}$	$-2.1169 \cdot 10^{-10}$	$-1.4565 \cdot 10^{-09}$
$8.4352 \cdot 10^{-07}$	$-1.4289 \cdot 10^{-07}$	$-2.1169 \cdot 10^{-10}$	$2.7458 \cdot 10^{-06}$	$6.2733 \cdot 10^{-07}$
$-1.0328 \cdot 10^{-07}$	$1.0458 \cdot 10^{-07}$	$-1.4565 \cdot 10^{-09}$	$6.2733 \cdot 10^{-07}$	$7,3642 \cdot 10^{-07}$

Tab. 32: Kovarianční matice charakterizující přesnost fiktivního bodu - MNČ s vlivem podkladu

<i>Přesnosti podrobného bodu</i>	
$\sigma_Y$ [m]	0,0017
$\sigma_X$ [m]	0,0009
$\sigma_{2D}$ [m]	0,0019

Tab. 33: Přesnost fiktivního - MNČ s vlivem podkladu

### Zhodnocení výsledků:

Hodnoty polohových směrodatných odchylek  $\sigma_{2D}$  podrobného bodu (při uvážení i bez uvážení vlivu podkladu) se blíží k hodnotě 2 mm.

K této hodnotě je ovšem nutné připočítat ještě polohovou přesnost cíle (angl. pointing accuracy). Například u všesměrného odrazného minihranolu GRZ101 uvádí výrobce Leica přesnost 1,5 mm.



Obr. 15: Leica GRZ101 - 360° minihranol



Obr. 16: edding - značkovací fix

Při vytyčování je také nutné neopomenout chybu z realizace. Její velikost závisí hlavně na preciznosti geodeta, tloušťce a kvalitě hrotů značkovacích fix, které se pro značení atletických oválů používají. Například výrobce edding u svých fix uvádí tloušťku hrotu 2 – 4 mm.

Vyznačení bodů může také negativně ovlivnit kvalita povrchu atletického oválu. Jelikož se nejedná o povrch rovný a hladký, ale o povrch tvořený gumovým granulátem spojený speciálními pojivky, není vyznačení bodu vždy jednoduché.

### **POZNÁMKA:**

*Z vlastní zkušenosti se domnívám, že lze uvažovat chybu z realizace v rozmezí 2 - 3 mm.*

Při uvážení všech vlivů působících na přesnost vytyčovaného bodu (měření, přesnost v poloze cíle, realizace) je výsledkem možná chyba dosahující hodnoty

$$\sigma = \sqrt{2^2 + 1,5^2 + 3^2} = 3,9 \text{ mm.}$$

V případě pouhého zaměření podrobného bodu je chyba nižší, konkrétně

$$\sigma = \sqrt{2^2 + 1,5^2} = 2,5 \text{ mm.}$$



## 5. Určení středů a poloměrů ze zaměření

Jak již bylo zmíněno, na některých stadionech, zejména těch starších, může nastat situace, kdy středy oblouků nelze nalézt nebo nejsou vůbec vybudovány. Pokud nejsou známy středy nebo poloměry oblouků, je ověření rozměrů oválu a následné značení čar zcela nemožné. Tato situace také znesnadňuje pouze určení začátků a konců rovinek.

Středy resp. poloměry je tedy nutné určit početně ze zaměření vnější hrany vnitřního obrubníku, popř. bílé lajny. Všechny zaměřené body se musí nacházet na oblouku. Jelikož místo, kde končí rovinka a začíná oblouk, není zcela rozeznatelné, je vhodné zaměřit první bod tam, kde si je geodet průběhem oblouku zcela jist.

U nestandardních atletických oválů s jednoduchým obloukem je středový úhel vždy  $180^\circ$  (200 gon), zatímco u složených oblouků jsou velikosti středových úhlů i poloměrů jednotlivých částí různé, proto je určení jejich středů a poloměrů komplikovanější.

### 5.1. Určení středů – CADsystemy

Po zaměření bodů lze středy a poloměry oblouků určit pomocí výpočetních funkcí dnes běžně používaných CAD systémů (např. Microstation, AutoCAD). Po zobrazení bodů v grafickém prostředí daného programu je možné poloměr určit po použití několika funkcí.

Nejjednodušším způsobem je oblouk nejprve zkonstruovat. Funkcí *Umístit oblouk* (Microstation) lze metodou *Počátek, bod, konec* lze zkonstruovat libovolný oblouk procházející třemi body (3 body jsou potřeba pro jednoznačné určení kružnice). Po jeho vytvoření lze funkcí *Změřit poloměr* zobrazit hodnotu poloměru. Střed lze zkonstruovat například nakreslením normály k vytvořenému oblouku o délce zjištěného poloměru, nebo vytvořením více normál, kdy střed je jejich průsečíkem.

Tento způsob je vhodný například v situaci, kdy se jedná o jednoduchý oblouk a zaměřené body slouží pouze k ověření jeho známých rozměrů. V případě, že by se jednalo o oblouk složený, k němuž nejsou k dispozici žádné informace, byl by výše popsaný postup značně zdlouhavý. Bylo by nutné vytvořit mnoho dílčích oblouků



procházejících zaměřenými body a hledat přechod mezi částmi oblouků o různých poloměrech. Po jejich nalezení by bylo ještě nutné vypočítat středové úhly konkrétních obloukových výsečí. K tomu by bylo možné použít funkci *Změřit úhel*.

## 5.2. Určení středů – výpočet MATLAB

Pro zjednodušení výpočtu středů a poloměrů jednotlivých částí oblouků byl vytvořen výpočetní skript v programu MATLAB. Výpočet středů a poloměrů probíhá metodou nejmenších čtverců, která vychází z následujících vzorců:

Středová rovnice kružnice:  $(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 = r^2$ , (21)

kde  $x_s, y_s$  jsou souřadnice středu kružnice

$r$  je poloměr kružnice

tvář po úpravě:  $x^2 - 2xx_s + x_s^2 + y^2 - 2yy_s + y_s^2 = r^2$

dále se označí:  $D = -2x_s$

$$E = -2y_s$$

$$F = x_s^2 + y_s^2 - r^2 = \frac{1}{4}(D^2 + E^2) - r^2$$

souřadnice středu:  $S [x_s; y_s] \rightarrow S \left[ \frac{-1}{2}D; \frac{-1}{2}E \right]$

hodnota poloměru:  $r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 - 4F + E^2}$

středová rovnice po substituci:  $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

vyrovnání zprostředkujících měření metodou MNČ:

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D \\ E \\ F \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} x_1^2 + y_1^2 \\ x_2^2 + y_2^2 \\ \cdot \\ x_n^2 + y_n^2 \end{bmatrix} \rightarrow A \cdot x = -b$$

$$x = -(A^T A)^{-1} \cdot A^T b$$



Vstupními hodnotami pro výpočet jsou souřadnice zaměřených bodů na hraně vnitřního obrubníku.

Výpočet je navržen tak, že po načtení prvních tří bodů proběhne první výpočet. Výsledkem jsou tedy souřadnice středů kružnicového oblouku a délka poloměru. Dále je vypočtena vzdálenost od vypočteného středu k dalšímu zaměřenému bodu na obrubníku a porovnána s vypočteným poloměrem. Pokud je absolutní hodnota rozdílu vzdálenosti a poloměru menší než hodnota tolerance<sup>4</sup>, kterou lze libovolně zadat, je bod použit pro nový výpočet souřadnic středu a délky poloměru.

Tímto způsobem probíhá výpočet (vyrovnávání) do té doby, dokud není rozdíl délky poloměru a vzdálenosti od středu k následujícímu zaměřenému bodu větší než zadaná tolerance. V momentě, kdy tato situace nastane, se dá předpokládat, že daný bod leží na části oblouku příslušící jinému poloměru. Výpočet pro první část je tedy ukončen a následuje výpočet pro část další.

Opět jsou tedy načteny souřadnice tří bodů (následujících za posledním bodem použitým pro výpočet první části) a proběhne první výpočet souřadnic středu a délky poloměru druhé části oblouku. Výpočet dále probíhá stejným způsobem, jako je uvedeno výše, až do určení prvního bodu poslední obloukové části.

Zde jsou opět načteny souřadnice tří bodů a výpočet vyrovnáním se opakuje až do použití posledního zaměřeného bodu.

Výsledkem jsou tedy souřadnice středů  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  a délky poloměrů  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ . Dále jsou pomocí výsledných souřadnic středů (z rozdílů směrnic) vypočteny středové úhly příslušných obloukových částí.

---

<sup>4</sup> Výchozí hodnota tolerance je 10 mm. Byla volena záměrně jako dvojnásobek povolené odchylky pro kontrolní měření u kružnicových oblouků. Měla by tak eliminovat možné chyby vzniklé při stavbě obrubníku a chyby při zaměření bodů na jeho hraně.



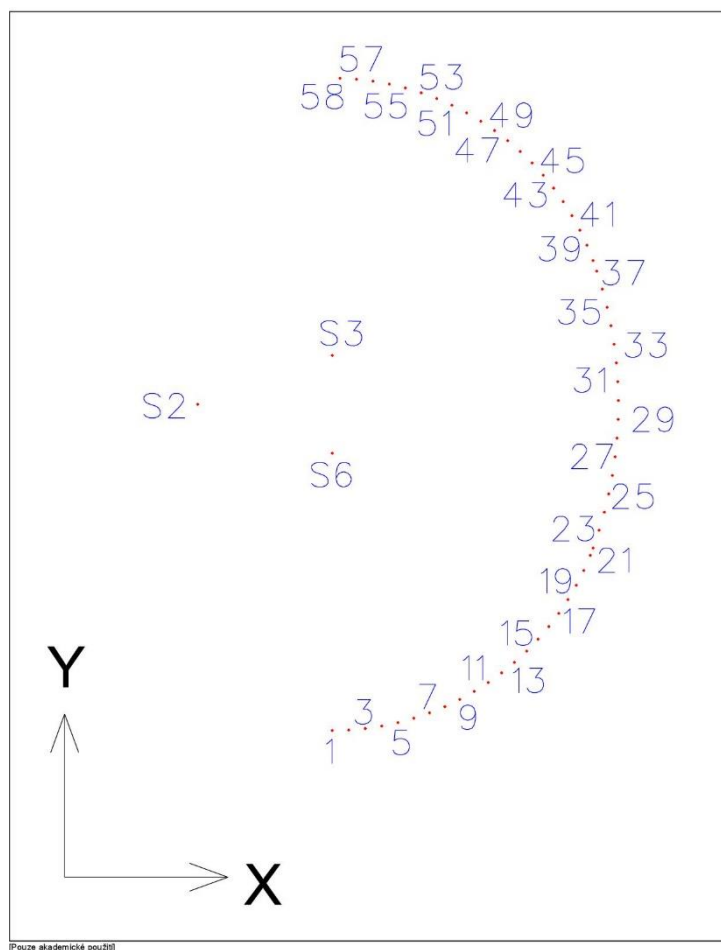


### 5.2.1. Testování výpočtu na modelových souřadnicích, podmíněnost výpočtu

Pro kontrolu výpočtu byly v programu MATLAB vytvořeny modelové souřadnice středů a fiktivních bodů, které by měly simulovat zaměřené podrobné body na oblouku. Modelový příklad rozměrově odpovídá nestandardnímu oválu se složeným obloukem navrženému IAAF ( $R1 = 51,543 \text{ m}$  ;  $R2 = 34.000 \text{ m}$ ) se souřadnicemi středů:

	X [m]	Y [m]
S2	147,026	100,000
S3	163,511	106,000
S6	163,511	94,000

Tab. 34: Výchozí hodnoty - souřadnice středů



Obr. 17: Určení středů - fiktivní body



Po otestování vytvořeného výpočetního skriptu na modelových souřadnicích (za použití výchozí hodnoty tolerance) bylo zjištěno, že výsledné souřadnice středů a poloměry jednotlivých obloukových částí se neshodují s výchozími hodnotami, pomocí kterých byly modelové podrobné body zkonstruovány. Přestože je kružnice jednoznačně definována třemi body, výsledky z vyrovnání při použití prvních 3 bodů se od správných hodnot lišily i o desítky centimetrů.

Při dalších vyrovnáních, během nichž počet bodů použitých k výpočtu narůstal, se výsledky sice blížily, avšak spíše oscillovaly kolem správných hodnot. Vše je patrné z následujících tabulek.

<i>Výsledky z vyrovnání – 1. část oblouku</i>						
<i>Počet bodů</i>	<i><math>X = 163,511\text{ m}</math></i>		<i><math>Y = 94,000\text{ m}</math></i>		<i><math>R = 34,000\text{ m}</math></i>	
	<i><math>X'</math></i>	<i><math>X - X'</math></i>	<i><math>Y'</math></i>	<i><math>Y - Y'</math></i>	<i><math>R'</math></i>	<i><math>R - R'</math></i>
3	163,4957	0,0153	94,2489	-0,2489	34,2489	-0,2489
4	163,5077	0,0033	94,0276	-0,0276	34,0276	-0,0276
5	163,5100	0,0010	93,9976	0,0024	33,9975	0,0025
6	163,5078	0,0032	94,0194	-0,0194	34,0194	-0,0194
7	163,5070	0,0040	94,0256	-0,0256	34,0256	-0,0256
8	163,5082	0,0028	94,0175	-0,0175	34,0174	-0,0174
9	163,5086	0,0024	94,0151	-0,0151	34,0150	-0,0150
10	163,5104	0,0006	94,0062	-0,0062	34,0060	-0,0060
11	163,5109	0,0001	94,0039	-0,0039	34,0036	-0,0036
12	163,5118	-0,0008	94,0006	-0,0006	34,0003	-0,0003
13	163,5130	-0,0020	93,9962	0,0038	33,9959	0,0041
14	163,5130	-0,0020	93,9961	0,0039	33,9958	0,0042
15	163,5133	-0,0023	93,9953	0,0047	33,9949	0,0051
16	163,5127	-0,0017	93,9970	0,0030	33,9967	0,0033
17	163,5123	-0,0013	93,9980	0,0020	33,9977	0,0023
18	163,5117	-0,0007	93,9995	0,0005	33,9993	0,0007
19	163,5116	-0,0006	93,9996	0,0004	33,9994	0,0006
20	163,5119	-0,0009	93,9989	0,0011	33,9986	0,0014
21	163,5122	-0,0012	93,9983	0,0017	33,9980	0,0020
22	163,5118	-0,0008	93,9992	0,0008	33,9990	0,0010

Tab. 35: Vyrovnání MNČ bez redukce - 1. oblouková část



<i>Výsledky z vyrovnání – 2. část oblouku</i>						
<i>Počet bodů</i>	<i>X = 147,026 m</i>		<i>Y = 100,000 m</i>		<i>R = 51,543 m</i>	
	<i>X'</i>	<i>X – X'</i>	<i>Y'</i>	<i>Y – Y'</i>	<i>R'</i>	<i>R – R'</i>
3	147,0646	-0,0386	99,9934	0,0066	51,5041	0,0389
4	147,1222	-0,0962	99,9778	0,0222	51,4444	0,0986
5	147,1200	-0,0940	99,9784	0,0216	51,4467	0,0963
6	147,0629	-0,0369	99,9916	0,0084	51,5052	0,0378
7	147,0375	-0,0115	99,9970	0,0030	51,5312	0,0118
8	147,0154	0,0106	100,0013	-0,0013	51,5535	-0,0105
9	147,0256	0,0004	99,9995	0,0005	51,5432	-0,0002
10	147,0109	0,0151	100,0019	-0,0019	51,5581	-0,0151
11	147,0188	0,0072	100,0007	-0,0007	51,5501	-0,0071
12	147,0255	0,0005	99,9999	0,0001	51,5434	-0,0004
13	147,0267	-0,0007	99,9998	0,0002	51,5422	0,0008
14	147,0225	0,0035	100,0002	-0,0002	51,5464	-0,0034
15	147,0193	0,0067	100,0004	-0,0004	51,5495	-0,0065
16	147,0188	0,0072	100,0004	-0,0004	51,5500	-0,0070

Tab. 36: Vyrovnání MNČ bez redukce - 2. oblouková část

<i>Výsledky z vyrovnání – 3. část oblouku</i>						
<i>Počet bodů</i>	<i>X = 163,511 m</i>		<i>Y = 106,000 m</i>		<i>R = 34,000 m</i>	
	<i>X'</i>	<i>X – X'</i>	<i>Y'</i>	<i>Y – Y'</i>	<i>R'</i>	<i>R – R'</i>
3	163,5406	-0,0296	106,0087	-0,0087	33,9694	0,0306
4	163,3958	0,1152	105,9365	0,0635	34,1311	-0,1311
5	163,4551	0,0559	105,9678	0,0322	34,0642	-0,0642
6	163,4992	0,0118	105,9925	0,0075	34,0138	-0,0138
7	163,5025	0,0085	105,9945	0,0055	34,0099	-0,0099
8	163,5118	-0,0008	106,0003	-0,0003	33,9990	0,0010
9	163,5060	0,0050	105,9965	0,0035	34,0059	-0,0059
10	163,5064	0,0046	105,9967	0,0033	34,0055	-0,0055
11	163,5054	0,0056	105,9961	0,0039	34,0066	-0,0066
12	163,5054	0,0056	105,9960	0,0040	34,0067	-0,0067
13	163,5068	0,0042	105,9972	0,0028	34,0049	-0,0049
14	163,5072	0,0038	105,9975	0,0025	34,0044	-0,0044
15	163,5100	0,0010	106,0000	0,0000	34,0008	-0,0008
16	163,5115	-0,0005	106,0014	-0,0014	33,9987	0,0013
17	163,5122	-0,0012	106,0020	-0,0020	33,9978	0,0022
18	163,5119	-0,0009	106,0017	-0,0017	33,9982	0,0018
19	163,5113	-0,0003	106,0011	-0,0011	33,9990	0,0010
20	163,5112	-0,0002	106,0010	-0,0010	33,9992	0,0008

Tab. 37: Vyrovnání MNČ bez redukce - 3. oblouková část



Při hledání chyby ve výpočtech, bylo zjištěno, že matice  $A$  obsahující souřadnice podrobných bodů je špatně podmíněna<sup>5</sup>. Tato skutečnost není chybou při programování výpočetního skriptu, ale navržením samotného výpočtu.

### **POZNÁMKA:**

*Problematika podmíněnosti matic byla konzultována s odborným asistentem katedry matematiky Mgr. Milanem Boříkem, Ph.D, který problém u daného výpočtu potvrdil. Dále mi jím bylo vysvětleno, jakých hodnot by mělo číslo podmíněnosti nabývat. Údajně v žádné odborné literatuře není výpočet maximální hodnoty čísla podmíněnosti popsán, vše je prý otázkou zkušeností z mnohých výpočtů.*

*Mezi matematiky se uvádí, že by maximální hodnota čísla podmíněnosti měla být nižší než převrácená hodnota nejnižší platné cifry zaokrouhlovaného řádu vstupních dat. Tedy pokud jsou vstupními hodnotami souřadnice zaokrouhlené na mm, nemělo by číslo podmíněnosti překročit hodnotu  $C_{pmax} = \frac{1}{0,001} = 1000$ .*

*Během jednotlivých výpočtů dosahuje číslo podmíněnost hodnot až  $10^{12}$ , což potvrzuje velkou míru nestability.*

Jelikož číslo podmíněnost matice  $A$  je závislé na velikosti jejích hodnot, kterými jsou souřadnice bodů, je možným řešením tohoto problému redukce souřadnic. Ty mohou být redukovány např. k těžišti nebo odečtením zvolených konstant.

Dalším možným zlepšením podmíněnosti výpočtu, je vložení vstupních hodnot na více platných cifer, tedy souřadnice podrobných bodů určit na desetiny mm. Pokud by software totální stanice takovýto výpočet souřadnic neumožňoval, bylo by nutné souřadnice vypočítat z přímo měřených veličin v některém geodetickém programu. Tento způsob výpočtu by byl v současné době vcelku neobvyklý, ovšem měl by vést

---

<sup>5</sup> Podle [4] je podmíněnost výpočtu charakterizována číslem podmíněnosti  $C_p$ , jež je mírou citlivosti relativní chyby řešení na relativní chybě vstupních dat. Číslo podmíněnosti lze vypočítat  $C_p = \|A^{-1}\| \|A\|$  nebo

$C_p = \frac{\lambda_{max}(A)}{\lambda_{min}(A)}$ , kde  $\lambda_{max}(A)$  resp.  $\lambda_{min}(A)$  je maximální, resp. minimální vlastní číslo matice. V případě že  $A$  není čtvercová regulární matice, je nutné do vzorců dosadit  $A^T A$ .



k dosažení lepších výsledků bez nutnosti zaměření velkého množství podrobných bodů na hraně obrubníku.

Hodnoty matice  $A$  byly upraveny - souřadnice modelových bodů byly vypočteny na desetiny mm a poté před naplněním matice zredukovány k těžišti.

Z následujících tabulek je patrné, že výsledné hodnoty z vyrovnání (středů a poloměry částí oblouků) se s očekávanou přesností blížily k těm výchozím dříve - při použití nižšího počtu bodů.

<i>Výsledky z vyrovnání – 1. část oblouku</i>						
<i>Počet bodů</i>	<i><math>X = 163,511\text{ m}</math></i>		<i><math>Y = 94,000\text{ m}</math></i>		<i><math>R = 34,000\text{ m}</math></i>	
	<i><math>X'</math></i>	<i><math>X - X'</math></i>	<i><math>Y'</math></i>	<i><math>Y - Y'</math></i>	<i><math>R'</math></i>	<i><math>R - R'</math></i>
3	163,5095	0,0015	94,0233	-0,0233	34,0233	-0,0233
4	163,5106	0,0004	94,0034	-0,0034	34,0034	-0,0034
5	163,5104	0,0006	94,0060	-0,0060	34,0060	-0,0060
6	163,5106	0,0004	94,0040	-0,0040	34,0040	-0,0040
7	163,5110	0,0000	94,0009	-0,0009	34,0009	-0,0009
8	163,5112	-0,0002	93,9993	0,0007	33,9992	0,0008
9	163,5114	-0,0004	93,9985	0,0015	33,9985	0,0015
10	163,5112	-0,0002	93,9993	0,0007	33,9993	0,0007
11	163,5113	-0,0003	93,9990	0,0010	33,9990	0,0010
12	163,5112	-0,0002	93,9993	0,0007	33,9993	0,0007
13	163,5112	-0,0002	93,9994	0,0006	33,9994	0,0006
14	163,5111	-0,0001	93,9996	0,0004	33,9996	0,0004
15	163,5111	-0,0001	93,9998	0,0002	33,9997	0,0003
16	163,5110	0,0000	93,9999	0,0001	33,9999	0,0001
17	163,5110	0,0000	94,0000	0,0000	34,0000	0,0000
18	163,5110	0,0000	94,0000	0,0000	34,0000	0,0000
19	163,5109	0,0001	94,0001	-0,0001	34,0001	-0,0001
20	163,5110	0,0000	94,0001	-0,0001	34,0001	-0,0001
21	163,5110	0,0000	94,0000	0,0000	34,0000	0,0000
22	163,5109	0,0001	94,0001	-0,0001	34,0001	-0,0001

Tab. 38: Vyrovnání MNC s redukcí k těžišti - 1. oblouková část



<i>Výsledky z vyrovnání – 2. část oblouku</i>						
<i>Počet bodů</i>	<i>X = 147,026 m</i>		<i>Y = 100,000 m</i>		<i>R = 51,543 m</i>	
	<i>X'</i>	<i>X - X'</i>	<i>Y'</i>	<i>Y - Y'</i>	<i>R'</i>	<i>R - R'</i>
3	147,0606	-0,0346	99,9906	0,0094	51,5072	0,0358
4	147,0406	-0,0146	99,9960	0,0040	51,5279	0,0151
5	147,0213	0,0047	100,0008	-0,0008	51,5478	-0,0048
6	147,0186	0,0074	100,0015	-0,0015	51,5505	-0,0075
7	147,0219	0,0041	100,0008	-0,0008	51,5472	-0,0042
8	147,0239	0,0021	100,0004	-0,0004	51,5451	-0,0021
9	147,0257	0,0003	100,0000	0,0000	51,5433	-0,0003
10	147,0261	-0,0001	100,0000	0,0000	51,5429	0,0001
11	147,0264	-0,0004	100,0000	0,0000	51,5427	0,0003
12	147,0263	-0,0003	100,0000	0,0000	51,5427	0,0003
13	147,0264	-0,0004	99,9999	0,0001	51,5426	0,0004
14	147,0260	0,0000	100,0000	0,0000	51,5430	0,0000
15	147,0259	0,0001	100,0000	0,0000	51,5431	-0,0001
16	147,0259	0,0001	100,0000	0,0000	51,5431	-0,0001

Tab. 39: Vyrovnání MNČ s redukcí k těžišti - 2. oblouková část

<i>Výsledky z vyrovnání – 3. část oblouku</i>						
<i>Počet bodů</i>	<i>X = 163,511 m</i>		<i>Y = 106,000 m</i>		<i>R = 34,000 m</i>	
	<i>X'</i>	<i>X - X'</i>	<i>Y'</i>	<i>Y - Y'</i>	<i>R'</i>	<i>R - R'</i>
3	163,5234	-0,0124	106,0064	-0,0064	33,9860	0,0140
4	163,5152	-0,0042	106,0023	-0,0023	33,9952	0,0048
5	163,5059	0,0051	105,9974	0,0026	34,0057	-0,0057
6	163,5120	-0,0010	106,0008	-0,0008	33,9987	0,0013
7	163,5103	0,0007	105,9998	0,0002	34,0007	-0,0007
8	163,5111	-0,0001	106,0003	-0,0003	33,9998	0,0002
9	163,5116	-0,0006	106,0006	-0,0006	33,9992	0,0008
10	163,5111	-0,0001	106,0003	-0,0003	33,9997	0,0003
11	163,5114	-0,0004	106,0005	-0,0005	33,9994	0,0006
12	163,5112	-0,0002	106,0003	-0,0003	33,9997	0,0003
13	163,5112	-0,0002	106,0003	-0,0003	33,9997	0,0003
14	163,5113	-0,0003	106,0004	-0,0004	33,9995	0,0005
15	163,5114	-0,0004	106,0005	-0,0005	33,9994	0,0006
16	163,5113	-0,0003	106,0004	-0,0004	33,9995	0,0005
17	163,5112	-0,0002	106,0004	-0,0004	33,9996	0,0004
18	163,5112	-0,0002	106,0003	-0,0003	33,9997	0,0003
19	163,5111	-0,0001	106,0002	-0,0002	33,9998	0,0002
20	163,5112	-0,0002	106,0003	-0,0003	33,9997	0,0003

Tab. 40: Vyrovnání MNČ s redukcí k těžišti - 3. oblouková část



Jak již bylo zmíněno, podmíněnost matice  $A$  závisí na velikosti jejích hodnot a není tedy předem možné určit minimální počet bodů potřebný k dosažení požadovaných výsledků.

Výsledky také ovlivňuje rozmístění zaměřených bodů. Pokud jsou body použité k výpočtu blízko sebe (na kruhové výseči s malým středovým úhlem), nejsou výsledky tak přesné, jako kdyby byly rozmístěny po celé kružnici. Tato situace ovšem není na atletických oválech reálná, zaměřené body budou vždy tvořit pouze půlkružnici, popř. u složených oblouků budou části kružnice ještě menší.

### **POZNÁMKA:**

*Pokud by byla známa místa, kde přechází jedna oblouková část v druhou, nebylo by nutné zaměření velkého množství bodů. Např. pokud by byly k výpočtu použity pouze 1., 11. a 22. bod (v případě 1. části oblouku.), výsledky z vyrovnání by odpovídaly výchozím hodnotám s očekávanou přesností jak při výpočtu s redukcí, tak i bez ní (viz následující tabulka).*

Výsledky z vyrovnání – 1. část oblouku (body 1, 11, 22)							
Počet bodů	Redukce	$X = 163,511 \text{ m}$		$Y = 94,000 \text{ m}$		$R = 34,000 \text{ m}$	
		$X'$	$X - X'$	$Y'$	$Y - Y'$	$R'$	$R - R'$
3	NE	163,5115	-0,0005	94,0000	0,0000	34,0000	0,0000
3	ANO	163,5108	0,0002	94,0004	-0,0004	34,0004	-0,0004

Tab. 41: Vyrovnání MNČ - 1. oblouková část (body 1, 11, 22)

Jako výsledné souřadnice a poloměr jednotlivých obloukových částí lze označit buď výsledek z posledního výpočtu vyrovnání, nebo vypočítat pro soubor všech výsledných hodnot některý statistický ukazatel. Nejvhodnějším ukazatelem by mohl být například *medián*, který dělí řadu vzestupně seřazených hodnot na dvě stejně početné poloviny. Jeho výhodou je, že není ovlivněn extrémními hodnotami.

Po určení středů jednotlivých obloukových částí je možné ověřit rozměry atletického oválu, viz kapitoly 2.2. a 2.3.



## 6. Značení oválu

Značení nestandardních oválů je stejné jako u oválu standardního.

Pro účely této DP je v příloze č. 3 k nahlédnutí *IAAF 400 Metre standard track, Marking Plan* (plán značení standardního oválu), který je součástí manuálu.

V plánu značení jsou vyznačena a popsána barevná provedení všech čar, které musí na oválu být.

Všechny čáry jsou 0,05 m široké.

Běžecské dráhy jsou vyznačeny bílými vodíciemi čarami. Lajna na pravé straně (ve směru běhu) každé dráhy je zahrnuta v měření šířky dané dráhy.

Všechny startovní čáry, s výjimkou zakřivených startů, a cílová čára musí být vyznačeny kolmo k vodíciím čárám.

Dále jsou na atletických oválech vyznačeny umístění překážek, zóny akcelerace (ZA), začátky (ZS), středy (ZM) a konce (ZE) předávkových území. Nesmí chybět linie a bod souběhu. Veškeré značení musí barevně a rozměrově odpovídat plánu značení.

V každé dráze, před startem závodu na 110 m překážek a před cílem, by mělo být vyznačeno číslo dané dráhy. Velikost čísla by měla být minimálně 0,50 m. Jak již bylo zmíněno, dráhy jsou číslovány vzestupně od vnitřního obrubníku k vnějšímu.

Volitelně mohou být uprostřed každé dráhy vyznačeny 0,03 m široké a 0,80 m dlouhé bílé čáry ve vzdálenostech 1, 3 a 5 m před cílem.

Pro správné umístění záznamového zařízení a usnadnění při vyhodnocování jeho výsledků, by měly být černě vyznačeny průsečíky cílové čáry s vodíciemi lajnami.

Pokud by byla barva povrchu jiná než červená a nebylo by tak možné jasné vyznačení některých lajn, je změna barevného schéma povolena. Např. na modrém povrchu jsou modré prvky značeny červenou barvou.





## 7. Běžecské disciplíny

Pro porozumění značení oválů a schopnost určit polohu jakékoliv čáry, je třeba znát průběh všech běžecských disciplín, které se na oválu konají. Běžecské disciplíny lehké atletiky se rozdělují do pěti kategorií – sprinty, středně dlouhé tratě, dlouhé tratě, překážkové závody a závody štafet.

Vzdálenosti závodů jsou měřeny vždy ve směru hodinových ručiček od hrany cílové čáry blíže ke startu až po hranu startovní čáry vzdálenější od cíle.

Povolená odchylka délky každého závodu je v intervalu  $< 0,00, 0,0001L >$ , kde  $L$  je délka závodu v metrech. (Z této podmínky vyplývá i maximální povolená odchylka oválu  $400 \text{ m} + 0,04 \text{ m}$ .)

V následujících odstavcích jsou zmíněny pouze mezinárodní běžecské disciplíny, které jsou uvedeny na plánu značení. Některé země mají i své národní disciplíny. Jedná se převážně o závody v juniorských kategoriích. Výpočty spojené s těmito závody jsou pouze modifikací uvedených výpočtů.

Pro účely této práce byla vytvořena výpočetní funkce v programu MATLAB, jejíž výstupy jsou souřadnice bodů jednotlivých linií a údaje potřebné pro vytvoření plánu značení atletického oválu. Postupy výpočtů budou popsány v kapitole 9.



## 7.1. Sprinty

Jako sprinty se označují závody na 100 m, 200 m a 400 m. Všechny tyto závody se startují ze startovních bloků a každý závodník běží celý závod ve své dráze.

Jelikož se vzrůstajícím číslem dráhy se zvětšují i poloměry oblouků v dané dráze, jsou starty ve 2. - 8. dráze posunuty. Posun startů se provádí vždy tak, aby délka do cíle podél IS dané dráhy byla stejná jako podél IS v dráze první.

### 1a) Závod na 100 m

Závod na 100 m se běží celý na přímém úseku k tomu určeném. Tím je prodloužení 2. rovinky. Startovní čára je pro všechny závodníky stejná, vyznačena kolmo přes všechny dráhy.

### 1b) Závod na 200 m

Závod na 200 m se běží již v drahách oválu, konkrétně druhé zatáčky a druhé rovinky. Start v první dráze je umístěn na konci 1. rovinky – v polovině oválu (Obr. 2 - bod C). Starty ve 2. – 8. dráze jsou posunuty ve směru běhu podél IS dané dráhy tak, aby byla vzdálenost od startu do cíle stejná jako v dráze první.

### 1c) Závod na 400 m

Start závodu na 400 m je v první dráze totožný s cílovou čarou. Starty ve 2. – 8. dráze jsou posunuty ve směru běhu podél IS dané dráhy tak, aby byla vzdálenost od startu do cíle stejná jako v dráze první.



## 7.2. Středně dlouhé tratě

Jako středně dlouhé tratě jsou označeny závody na 800 m, 1000 m, 1 500 m, 1 míli, 2 000 m a 3 000 m. Závody na 800 m a 1 500 m se konají například na MS a LOH. Zbylé disciplíny nejsou tolik obvyklé.

### 2a) Závod na 800 m

Při závodě na 800 m běžci obkrouží ovál celkem dvakrát. Závod na 800 m je specifický v tom, že závodníci startují každý ve své dráze (bez startovních bloků) a na začátku první rovinky se sbíhají do první dráhy. Místo, kde se mohou začít sbíhat, je vyznačeno zelenou linií souběhu (angl. Breakline). Breakline je navržena tak, aby od ní do cíle byla vzdálenost pro všechny běžce stejná. Toto kritérium zaručuje křivka – evolventa. (Této křivce je věnována 8. kapitola). Délka podél IS v první dráze je tedy 2 x 400 m. Starty ve 2. – 8. dráze jsou posunuty ve směru běhu podél IS tak, aby byla vzdálenost od startu do cíle stejná jako v dráze první. Pro výpočet posunů je nutné znát přesné hodnoty redukce (Obr. 24) v každé dráze, tj. vzdáleností podél IS od začátku 1. rovinky k linii souběhu. Hodnoty redukce pro konkrétní ovály navržené IAAF jsou uvedeny v tabulkách Tab. 53, Tab. 54, Tab. 55.

### 2b) Závody na 1 500 m a 1 míli

Startovní čáry závodů na 1 500 m a 1 míli jsou křivky. Z těchto křivek se závodníci ihned po startu sbíhají do první dráhy. Startovní čáry mají vlastnosti evolventy. Poloha startů těchto závodů bude vysvětlena v kapitolách 9.5 a 9.6.

### 2c) Závody na 1 000 m a 3 000 m

Starty závodů na 1 000 m resp. 3 000 m jsou totožné se startem závodu na 5 000 m (viz. kap. 7.3, odst. 3a).

### 2d) Závod na 2 000 m

Start závodu na 2 000 m je totožný se startem závodu 10 000 m (viz. kap. 7.3, odst. 3b).



### 7.3. Dlouhé tratě

Jako dlouhé tratě se označují závody na 5 000 m a 10 000 m. Tyto závody jsou olympijskými disciplínami.

#### 3a) Závod na 5 000 m

Start závodu na 5 000 m (1 000 m, resp. 3 000 m) je vyznačen křivkou č. 1 začínající v bodě *C* (Obr. 18). Z této křivky se závodníci ihned po startu sbíhají do první dráhy. Křivka má vlastnosti evolventy. Ze startovní čáry může startovat maximálně 12 závodníků.

Pro případ vyššího počtu závodníků je vytvořena další, posunutá, startovní čára č. 2. Ta je vyznačena přes čtyři vnější dráhy (Obr. 18). Z této startovní čáry se sbíhá druhá skupina závodníků do páté dráhy, ve které běží až na začátek druhé rovinky. Zde je signalizován bod souběhu (angl. Breakpoint). Breakpoint je signalizován na vodící lajně mezi 4. a 5. dráhou a splňuje stejné vlastnosti jako Breakline. Je to vlastně bod evolventy, stejně vzdálený od začátku druhé rovinky, jako Breakline v témže bodě od začátku rovinky první. Od tohoto bodu se závodníci běžící v páté dráze (druhá skupina) mohou sbíhat do dráhy první. Zbytek závodu již všichni závodníci běží v první dráze.

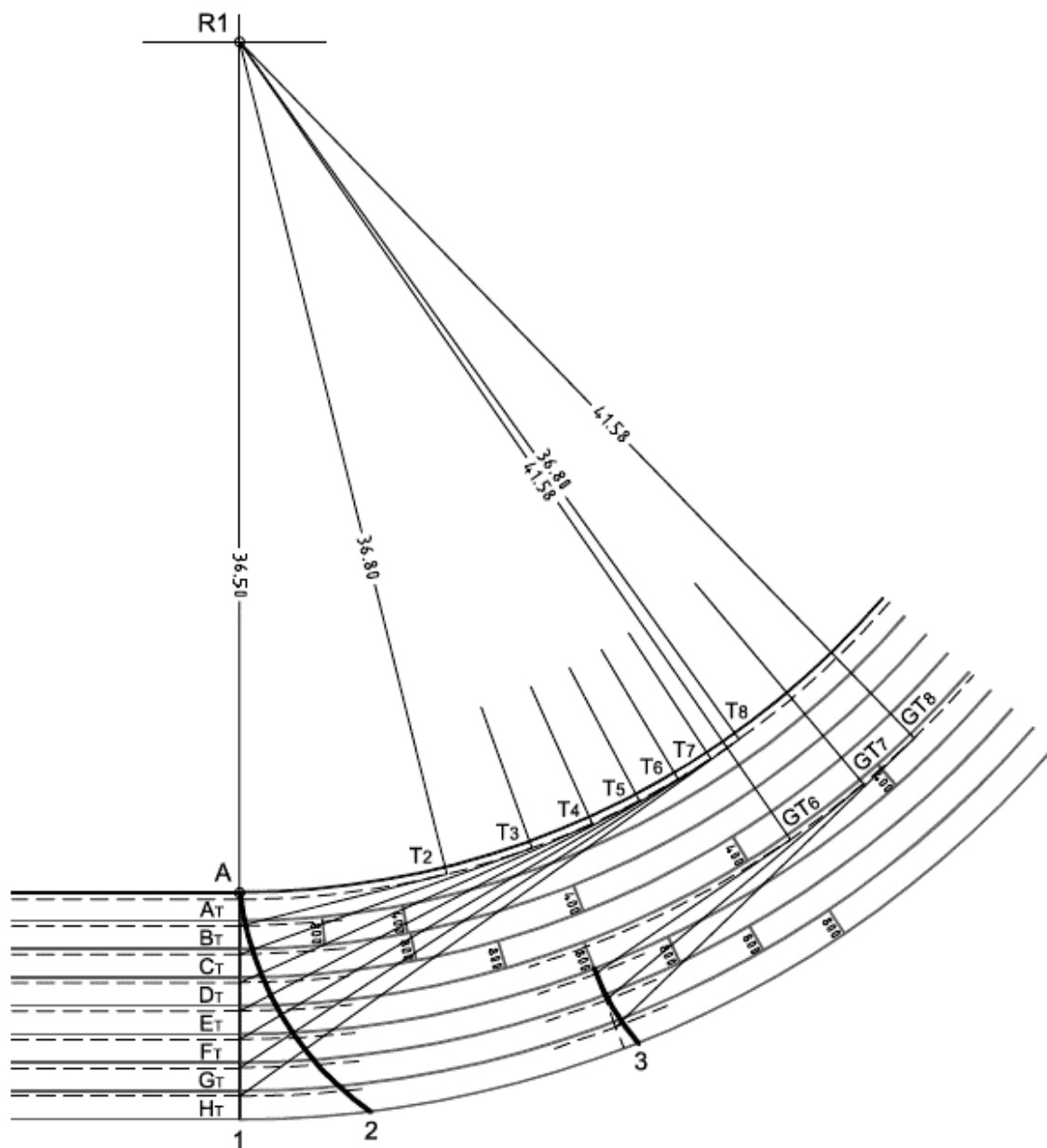
Rozdíl v závodech na 5 000 m (1 000 m, resp. 3 000 m) je pouze v počtu uběhnutých kol.





do páté dráhy, ve které běží až na začátek první rovinky. Zde se od Breakline závodníci běžící v páté dráze mohou začít sbíhat do dráhy první. Zbytek závodu již všichni závodníci běží v první dráze.

Rozdíl v závodech na 10 000 m (2 000 m) je pouze v počtu uběhnutých kol.



Obr. 19: Start závodu na 10 000 m pro standardní ovál (převzato z manuálu)



## 7.4. Překážkové závody

Jako překážkové závody jsou označeny závody, ve kterých závodníci musejí při běhu skákat přes překážky. Konkrétně to jsou závody na 100 m překážek, na 110 m překážek, na 400 m překážek a Steeplechase.

### 4a) Závod na 100 m překážek

Tento závod je určen pro ženy. Odehrává se na prodloužené 2. rovince, kdy každá závodnice startuje z bloků a běží ve své dráze, ve které je rozmístěno 10 překážek. Vzdálenosti mezi překážkami a jejich rozměry jsou uvedeny v manuálu (Tab. 42).

### 4b) Závod na 110 m překážek

Tento závod je určen pro muže. Odehrává se na prodloužené 2. rovince, kdy každý závodník startuje z bloků a běží ve své dráze, ve které je rozmístěno 10 překážek. Vzdálenosti mezi překážkami a jejich rozměry jsou uvedeny v manuálu (Tab. 42).

### 4c) Závod na 400 m překážek

Při závodě každý závodník startuje z bloků a běží ve své dráze. Starty jsou totožné se starty při závodě na 400 m. V každé dráze je rozmístěno 10 překážek. Vzdálenosti mezi překážkami a jejich rozměry jsou uvedeny v manuálu (Tab. 42).

Event	Height of Hurdles <sup>2</sup>	Distance from Start Line to First Hurdles <sup>3</sup>	Distance between Hurdles <sup>3</sup>	Distance from Last Hurdles to Finish Line <sup>3</sup>	Number of Hurdles
110m Men	1.067	13.72	9.14	14.02	10
110m Junior Men	0.991	13.72	9.14	14.02	10
110m Youth Boys	0.914	13.72	9.14	14.02	10
100m Women / Junior	0.838	13.00	8.50	10.50	10
100m Youth Girls	0.762	13.00	8.50	10.50	10
400m Men / Junior	0.914	45.00	35.00	40.00	10
400m Youth Boys	0.838	45.00	35.00	40.00	10
400m Women / Junior / Youth	0.762	45.00	35.00	40.00	10

<sup>2</sup> ± 0.003  
<sup>3</sup> ± 0.01 for 100m and 110m; ± 0.03 for 400m

Tab. 42: Vzdálenosti a výšky překážek



#### **4d) Závod Steeplechase (běh na 3 000 m resp. 2 000 m překážek)**

Závod Steeplechase se nejčastěji běhá ve dvou variantách, 3000 m (LOH, MS) a 2000 m. Při tomto závodě závodníci překonávají v rámci jednoho okruhu 4 překážky a zabudovaný vodní příkop. Starty závodů Steeplechase jsou vyznačeny křivkou, která má vlastnosti evolventy. Její poloha ovšem není pevně daná. Upravuje se podle zkrácení resp. prodloužení standardní dráhy o dráhu uběhnutou přes vodní příkop.

Tento závod je popsán v samostatné kapitole 9.7.





## 7.5. Závody štafet

Jako závody štafet se označují závody na 4x 100 m a 4x 400 m. Těchto závodů se účastní čtyřčlenná družstva, jejichž členové si v průběhu závodu předávají mezi sebou štafetový kolík. Kolík musí být předán v tzv. předávkovém území. U štafety na 4x 100 m je před předávkovým územím vyznačeno ještě území pro akceleraci.

### 5a) Štafeta 4x 100 m

Při tomto závodě si všichni běžci mezi sebou předají štafetový kolík v rámci jednoho okruhu. Celý závod běží každé družstvo v jedné dráze. Starty závodu jsou totožné se starty závodu na 400 m. První běžci startují ze startovních bloků.

Vzdálenost mezi startem a cílem podél IS každé dráhy je rozdělena na 4 stejně dlouhé úseky (100 m), které jsou na dráze vyznačeny. Ve vzdálenosti 10,00 m před i za čarami rozdělujícími dráhu na 100 m úseky je vyznačeno předávkové území. 10,00 m před začátkem každého předávkového území je vyznačeno ještě území pro akceleraci druhých (třetích, resp. čtvrtých) běžců.



### 5b) Štafeta 4x 400 m

Při tomto závodě si všichni běžci mezi sebou předávají štafetový kolík po uběhnutí celého kola. Start závodu v první dráze je totožný se startem závodu na 400 m. Starty v 2. – 8. dráze jsou posunuty ve směru běhu podél IS konkrétní dráhy. Hodnoty posunů jsou součtem posunů pro závody na 400 m a 800 m v konkrétních drahách. Tato skutečnost je snadno odůvodnitelná po pochopení průběhu závodu.

První běžci startují ze startovních bloků a běží celé kolo ve své dráze. Pro předání štafetového kolíku mezi prvním a druhým běžcem je vyznačeno 20 m dlouhé předávkové území, které je vyznačeno liniemi 10 m před a 10 m za starty závodu na 800 m.

Druhý běžec běží od předávky ve své dráze až k Breakline, odkud se může začít sbíhat do dráhy první. V té závod pokračuje až do konce. Pro další předávky je vyznačen začátek předávkového území 10 m před cílem přes všechny dráhy. Konec předávkového území je vyznačen rovnoběžně s cílem ve vzdálenosti 10 m od něj, ovšem pouze přes 2. – 5. dráhu. V první dráze zůstává značení předávkového území ze stejné, tedy kolmo k vodícím čarám.



## 8. Evolventa kružnice

Evolventa kružnice:

Při valení tečny (o délce  $r \cdot \varphi$ ) po dané kružnici (Obr. 20) opisuje každý koncový bod tečny evolventu kružnice (evoluty). Rovnice evolventy kružnice je

$$\begin{aligned}x &= r(\cos\varphi + \varphi \sin\varphi) \\y &= r(\sin\varphi - \varphi \cos\varphi)\end{aligned}\tag{22}$$

kde  $r$  je poloměr dané kružnice (evoluty) a  $\varphi$  je úhel odvalení.

Rovnice evolventy kružnice v polárních souřadnicích podle Obr. 20 je

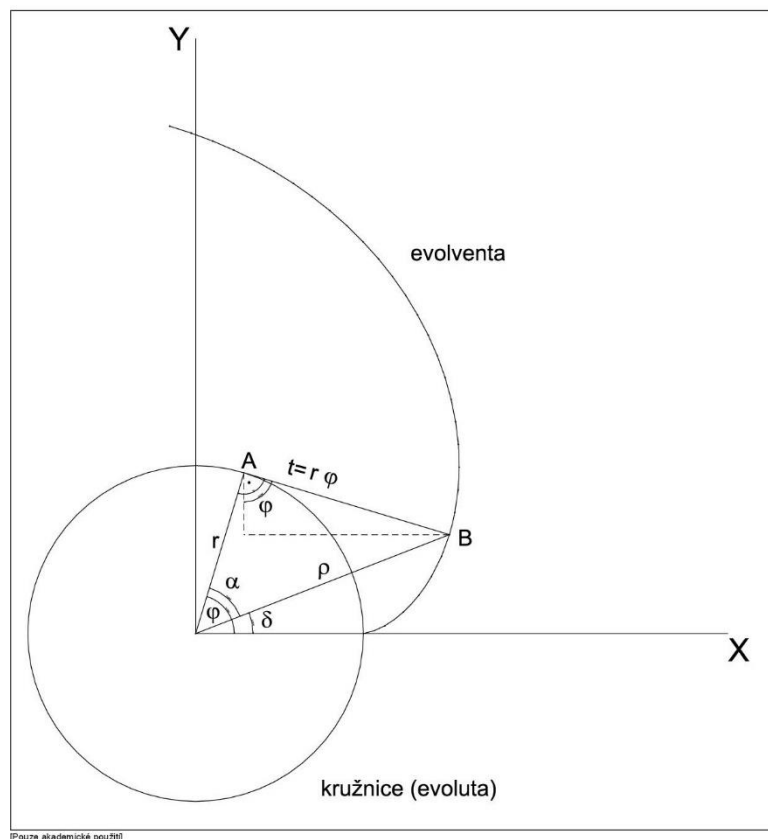
$$\begin{aligned}\varphi &= \alpha + \delta \\r \cdot \varphi &= r \cdot (\alpha + \delta) = r \cdot \tan \alpha \\ \delta &= \tan \alpha - \alpha \\ \tan \alpha &= \frac{\sqrt{\rho^2 - r^2}}{r} = \sqrt{\frac{\rho^2}{r^2} - 1} \\ \delta &= \tan \alpha - \alpha = \sqrt{\frac{\rho^2}{r^2} - 1} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\rho^2}{r^2} - 1}.\end{aligned}\tag{23}$$

$$t = r \cdot \varphi\tag{24}$$

Z Obr. 20 je patrné, že délka tečny evoluty, resp. normály evolventy se rovná  $t = r \cdot \varphi$ . Délka oblouku kružnice (evoluty) se rovná také  $d = r \cdot \varphi$ .

Uvedené vzorce tedy dokazují, že závodník běžící v první dráze (po evolutě) uběhne stejnou vzdálenost jako běžec, který do ní sbíhá (po normále evolventy) z jakékoliv další dráhy.

Na atletických oválech jsou evolutami vždy teoretické dráhy běžce v zatáčkách. Jejich poloměry tedy jsou poloměry ideálních stop v 1. nebo 5. dráze v obloucích.



Obr. 20: Evolventa kružnice

## 8.1. Evolventy na atletických oválech

Na atletických oválech se vyskytují tři případy, kdy jsou linie částmi evolvent.

### 8.1.1. Části evolvent začínající na evolutě

První případem jsou startovní linie (evolventy), kdy běžec v 1. (5.) dráze běží přímo po evolutě (kružnici). Začátek evolventy je tedy přímo na evolutě a pro jejich výpočet platí, že délka tečny, resp. velikost úhlu odvalení je  $\varphi = 0$ . Souřadnice prvního bodu evolventy se vypočtou podle vzorce (22), kdy je nutné dosadit poloměr evoluty  $r$  a úhel odvalení  $\varphi = 0$ .

Tato situace je zobrazena na Obr. 21 červenou barvou.

Taková to evolventa, resp. její část, tvoří například starty závodů na 5 000 m a 10 000 m.

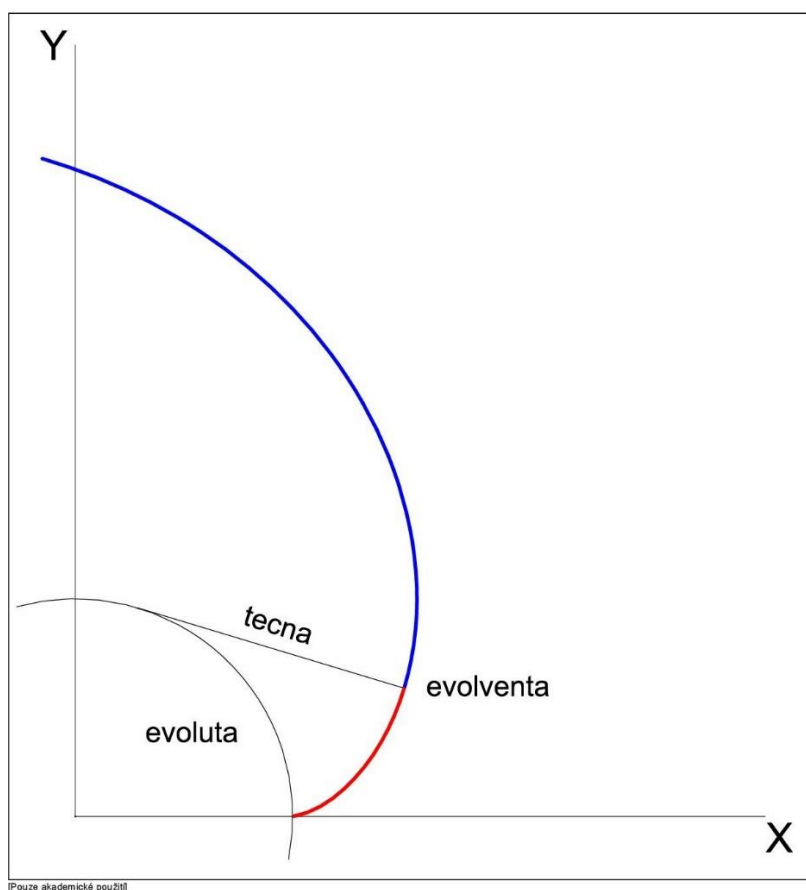


### 8.1.2. Části evolvent jejichž začátek odpovídá určitému úhlu odvalení

Druhým případem jsou části evolvent, jejichž začátek odpovídá určitému úhlu odvalení  $\varphi$ . Tato situace platí například pro startovní linii závodu na 1 míli a pro linii souběhu (Breakline), kdy běžec v 1. dráze neběží přímo po evolutě, ale sbíhá se na ní po její tečně (normále evolventy).

Výpočet hodnoty úhlu odvalení vychází ze vzorce (24), kde je nutné znát poloměr evoluty a délku její tečny, resp. normály evolventy v 1. dráze. Po výpočtu hodnoty úhlu odvalení je možné vypočítat souřadnice prvního bodu evolventy dosazením do vzorce (22).

Tato situace je zobrazena na Obr. 21 modrou barvou.



Obr. 21: Evolventy na atletických oválech



### 8.1.3. Linie tvořené částmi více evolvent

Posledním případem jsou linie, které tvoří části dvou evolvent odpovídajícím dvěma evolutám. Tento případ je kombinací předchozích dvou, kdy je začátek linie částí evolventy začínající na jí příslušné evolutě. V určitém bodě přejde linie v část druhé evolventy, jejíž začátek odpovídá úhlu odvalení pro délku tečny k jiné evolutě.

Takovýto průběh má například linie startu na 1 500 m nacházející se v první zatáčce oválu. Běžci blíže k vnitřnímu obrubníku se sbíhají do první dráhy, kterou je evoluta v první zatáčce. Zatímco běžci blíže k vnějšímu obrubníku se sbíhají do první dráhy, kterou je evoluta v druhé zatáčce oválu.

U některých oválů se složenými oblouky nastává podobná situace u linií posunutých startů závodů na 5 000 m a 10 000 m, kdy změnu evolut způsobují rozdílné poloměry obloukových částí.

Konkrétní výpočty evolvent, tvořící linie na atletických oválech budou popsány v následující kapitolách.



## 9. Výpočty potřebné pro vytvoření digitálního výkresu plánu značení

Všechny následující výpočty byly provedeny v programu MATLAB. Výpočetní skripty byly navrhovány pro nestandardní atletické ovály s jednoduchými i složenými oblouky obecných rozměrů.

Všechny výpočty jsou u oválů s jednoduchými oblouky vztaženy ke středům  $S1$  a  $S2$ , jejichž souřadnice jsou:

	X [m]	Y [m]
$S1$	100,000	100,000
$S2$	$100,000 + d$	100,000

Tab. 43: Středý - ovál s jednoduchými oblouky

U oválů se složenými oblouky jsou výpočty vztaženy ke všem středům, jejichž souřadnice jsou:

	X [m]	Y [m]
$S1$	100,000	100,000
$S2$	$100,000 + d1$	100,000
$S3$	$X_{S2} + d2$	$Y_{S2} + 0,5 \cdot d3$
$S4$	$X_{S1} - d2$	$Y_{S1} + 0,5 \cdot d3$
$S5$	$X_{S1} - d2$	$Y_{S1} - 0,5 \cdot d3$
$S6$	$X_{S2} + d2$	$Y_{S2} - 0,5 \cdot d3$

Tab. 44: Středý - ovál se složenými oblouky

Označení poloměrů jednotlivých obloukových částí a jim příslušných středových úhlů je stejné jako na obrázku Obr. 2. U nestandardních oválů s jednoduchými oblouky je logicky pouze jeden poloměr se středovým úhlem  $\alpha = 200$  gon.

Dále budou popsány výpočty spojené pouze s ovály se složenými oblouky. Tyto výpočty jsou složitější. Výpočty spojené s nestandardními ovály s jednoduchými oblouky jsou analogické k výpočtům uvedeným v [1].



## 9.1. Teoretické dráhy běhu

Se vzrůstajícím číslem dráhy se prodlužuje délka teoretické dráhy běhu v dané dráze. To je logicky způsobeno změnou poloměrů ideálních stop pro jednotlivé dráhy.

Následující výpočty uvažují variantu oválu, jehož rozměry určuje vnitřní obrubník. Ideální stopa běžce v první dráze je tedy uvažována 0,30 m od obrubníku. V každé další dráze jsou ideální stopy uvažovány 0,20 m od bílé lajny. Šířka každé dráhy je 1,22 m.

Teoretická dráha běžce v první dráze určuje délku oválu a vypočte se (podle Obr. 2):

$$L_1 = 2 \cdot d1 + 4 \cdot d2 + 4 \cdot \alpha[\text{rad}] \cdot (R1 + 0,30) + 2 \cdot \beta[\text{rad}] \cdot (R2 + 0,30)$$

*Např. pro ovál č.1 (Obr. 9) je délka teoretické dráhy běžce v 1. dráze rovna*

$$L_1 = 400,0004 \text{ m.}$$

Délky podél ideálních stop v následujících drahách se vypočtou:

$$L_i = 2 \cdot d1 + 4 \cdot d2 + 4 \cdot \alpha[\text{rad}] \cdot (R1 + (i - 1) \cdot 1,22 + 0,20) \\ + 2 \cdot \beta[\text{rad}] \cdot (R2 + (i - 1) \cdot 1,22 + 0,20),$$

kde  $i$  je číslo dráhy.

Logicky by měly být rozdíly mezi délkami podél ideálních stop v jednotlivých drahách na všech stadionech stejné. Běžec vždy uběhne na celém oválu o  $\Delta = 2 \cdot \pi \cdot \Delta_{IS}$  více, kde  $\Delta_{IS}$  je vzdálenost ideálních stop konkrétní drah (měřeno po normále).

*Např. pro ovál č.1 (Obr. 9) je délka teoretické dráhy běžce v 2. dráze rovna*

$$L_2 = 407,0376 \text{ m.}$$

*Vzdálenost ideálních stop v 1. a 2. dráze je 1,12 m. Rozdíl délek podél ideálních stop je tedy*

$$\Delta = L_2 - L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 1,12 = 7,0372 \text{ m.}$$





## 9.2. Posuny startů a polohy překážek

### 9.2.1. 100 m překážek

Start závodu je dán linií vyznačenou ve vzdálenosti 100 m od cíle přes všechny dráhy na prodloužení druhé rovinky. Poloha překážek je ve všech drahách stejná. Vzdálenost první překážky od startu závodu, resp. vzdálenost mezi dalšími překážkami a vzdálenost od poslední překážky do cíle, je uvedena v Tab. 42.

Tolerance v poloze překážek v závodě na 100 m je  $\pm 0,01$  m.

### 9.2.2. 110 m překážek

Start závodu je dán linií vyznačenou ve vzdálenosti 110 m od cíle přes všechny dráhy na prodloužení druhé rovinky. Poloha překážek je ve všech drahách stejná. Vzdálenost první překážky od startu závodu, resp. vzdálenost mezi dalšími překážkami a vzdálenost od poslední překážky do cíle, je uvedena v Tab. 42.

Tolerance v poloze překážek v závodě na 100 m je  $\pm 0,01$  m.

### 9.2.3. Starty závodu na 200 m

Délka závodu na 200 m odpovídá polovině délky oválu a pro první dráhu se vypočte:

$$L_{200m} = d1 + 2 \cdot d2 + 2 \cdot \alpha[rad] \cdot (R1 + 0,30) + \beta[rad] \cdot (R2 + 0,30)$$

Start v první dráze se nachází na konci druhé rovinky, ostatní starty jsou posunuty podél ideálních stop ve směru běhu.

Posuny startů jsou podle manuálu uváděny vždy od začátku 2. zatáčky podél ideální stopy v dané dráze. Posuny by měly být na všech stadionech stejné (Tab. 45) a lze je vypočítat buď z rozdílů délek podél ideálních stop v první a dané dráze nebo ze vzorce

$$p_i = \pi \cdot \Delta_{IS_i},$$

kde  $\Delta_{IS_i}$  je vzdálenost ideálních stop v první a  $i$ -té dráze (měřeno po normále).



dráha (i)	2	3	4	5	6	7	9
$\Delta_{IS_i}$ [m]	1,12	2,34	3,56	4,78	6,00	7,22	8,44
$p_i$ [m]	3,519	7,351	11,184	15,017	18,850	22,682	26,515

Tab. 45: Posuny startů - 200 m

#### 9.2.4. Starty závodu na 400 m

Délka závodu na 400 m odpovídá délce oválu, která se vypočte:

$$L_1 = L_{400m} = 2 \cdot d1 + 4 \cdot d2 + 4 \cdot \alpha[\text{rad}] \cdot (R1 + 0,30) + 2 \cdot \beta[\text{rad}] \cdot (R2 + 0,30)$$

Start v první dráze je totožný s cílovou lajnou, ostatní starty jsou posunuty podél ideálních stop ve směru běhu.

Posuny startů jsou podle manuálu uváděny vždy od začátku 1. zatáčky podél ideální stopy v dané dráze. Posuny by měly opět být na všech stadionech stejné (Tab. 46) a lze je vypočítat buď z rozdílů délek podél ideálních stop v první a dané dráze nebo ze vzorce

$$p_i = 2 \cdot \pi \cdot \Delta_{IS_i}$$

kde  $\Delta_{IS_i}$  je vzdálenost ideálních stop v první a *i-té* dráze (měřeno po normále).

dráha (i)	2	3	4	5	6	7	9
$\Delta_{IS_i}$ [m]	1,12	2,34	3,56	4,78	6,00	7,22	8,44
$p_i$ [m]	7,037	14,703	22,368	30,034	37,699	45,365	53,030

Tab. 46: Posuny startů - 400 m

#### 9.2.5. Starty závodu na 800 m

Délka závodu na 800 m odpovídá dvojnásobku délky oválu ( $L_{800m} = 2 \cdot L_1$ ). Start závodu v první dráze je totožný s cílovou lajnou, ostatní starty jsou posunuty podél ideálních stop ve směru běhu.

Posuny startů jsou podle manuálu uváděny vždy od začátku 1. zatáčky podél ideální stopy v dané dráze. Pro výpočet posunů je nutné znát průběh linie souběhu, resp. hodnoty redukce  $r_i$  v konkrétních drahách (jejich výpočet bude popsán v kapitole 9.3.1).

Z průběhu závodu je jasné, že od linie souběhu uběhnou do cíle všichni závodníci stejnou vzdálenost. Ta je rovna hodnotě  $L_{Br} = 1,5 \cdot L_1 + 2 \cdot d2 + d1$ . Zbylou



vzdálenost (od startu k Breakline) běží závodníci podél ideálních stop ve svých drahách. Tato vzdálenost se vypočte odečtením hodnoty  $L_{Br}$  od délky závodu ( $L_{St} = L_{800m} - L_{Br}$ ). Odečtením redukce pro konkrétní dráhu od vzdálenosti  $L_{St}$  se vypočte vzdálenost, kterou závodník uběhne na oblouku ( $L_{O_i} = L_{St} - r_i$ ). Posun startu v  $i$ -té dráze se vypočte odečtením hodnoty  $L_{O_i}$  od délky podél ideální stopy dané dráhy v oblouku  $p_i = (2 \cdot \alpha[rad] \cdot (R1 + (i - 1) \cdot 1,22 + 0,20) + \beta[rad] \cdot (R2 + (i - 1) \cdot 1,22 + 0,20)) - L_{O_i}$ .

Z postupu výpočtu je jasné, že posuny startů jsou pro ovály s různými rozměry odlišné. V následujících tabulkách (Tab. 47, Tab. 48, Tab. 49) jsou uvedeny hodnoty posunů pro nestandardní ovály navržené IAAF s opravenými rozměry (Obr. 9, Obr. 10, Obr. 11).

<b>Ovál se složenými oblouky (<math>R1 = 34,000\text{ m}</math>; <math>R2 = 51,543\text{ m}</math>)</b>							
dráha ( $i$ )	2	3	4	5	6	7	9
$p_i$ [m]	3,527	7,385	11,263	15,159	19,073	23,004	26,955

Tab. 47: Posuny startů - 800 m (Ovál se složenými oblouky ( $R1 = 34,000\text{m}$ ;  $R2 = 51,543\text{m}$ ))

<b>Ovál se složenými oblouky (<math>R1 = 24,000\text{ m}</math>; <math>R2 = 48,000\text{ m}</math>)</b>							
dráha ( $i$ )	2	3	4	5	6	7	9
$p_i$ [m]	3,525	7,379	11,248	15,133	19,032	22,945	26,875

Tab. 48: Posuny startů - 800 m (Ovál se složenými oblouky ( $R1 = 24,000\text{m}$ ;  $R2 = 48,000\text{m}$ ))

<b>Ovál se složenými oblouky (<math>R1 = 27,082\text{ m}</math>; <math>R2 = 40,022\text{ m}</math>)</b>							
dráha ( $i$ )	2	3	4	5	6	7	9
$p_i$ [m]	3,526	7,379	11,249	15,134	19,034	22,949	26,879

Tab. 49: Posuny startů - 800 m (Ovál se složenými oblouky ( $R1 = 27,082\text{m}$ ;  $R2 = 40,022\text{m}$ ))

### 9.2.6. Starty závodu na 4x 400 m

Z průběhu závodu na 4x 400 m je patrné, že posuny startů v tomto závodě jsou součtem posunů pro starty závodů na 400 m a 800 m v konkrétních drahách. Tento fakt je snadno odůvodnitelný - pomyslným cílem pro 1. běžce jsou startovní linie závodu na 800 m a první závodník k nim musí uběhnout vzdálenost 400 m.

Posuny startů jsou podle manuálu uváděny vždy od začátku 1. zatáčky podél ideální stopy v dané dráze.



Jelikož do výpočtu posunů vstupují hodnoty posunů závodu na 800 m, je jasné, že posuny startů závodu na 4x 400 m jsou pro ovály s různými rozměry odlišné. V následujících tabulkách (Tab. 50, Tab. 51, Tab. 52) jsou uvedeny hodnoty posunů pro nestandardní ovály navržené IAAF s opravenými rozměry (Obr. 9, Obr. 10, Obr. 11).

<b>Ovál se složenými oblouky (<math>R1 = 34,000\text{ m}</math>; <math>R2 = 51,543\text{ m}</math>)</b>							
dráha (i)	2	3	4	5	6	7	9
$p_i$ [m]	10,564	22,088	33,631	45,193	56,772	68,369	79,985

Tab. 50: Posuny startů - 4x400 m (Ovál se složenými oblouky ( $R1 = 34,000\text{m}$ ;  $R2 = 51,543\text{m}$ ))

<b>Ovál se složenými oblouky (<math>R1 = 24,000\text{ m}</math>; <math>R2 = 48,000\text{ m}</math>)</b>							
dráha (i)	2	3	4	5	6	7	9
$p_i$ [m]	10,562	22,082	33,616	45,166	56,731	68,310	79,905

Tab. 51: Posuny startů - 4x400 m (Ovál se složenými oblouky ( $R1 = 24,000\text{m}$ ;  $R2 = 48,000\text{m}$ ))

<b>Ovál se složenými oblouky (<math>R1 = 27,082\text{ m}</math>; <math>R2 = 40,022\text{ m}</math>)</b>							
dráha (i)	2	3	4	5	6	7	9
$p_i$ [m]	10,563	22,082	33,617	45,168	56,733	68,314	79,909

Tab. 52: Posuny startů - 4x400 m (Ovál se složenými oblouky ( $R1 = 27,082\text{m}$ ;  $R2 = 40,022\text{m}$ ))

### Předávková území

Jak bylo popsáno v kapitole 7.5, první předávková území jsou vyznačena ve všech drahách liniemi 10 m před a 10 m za starty závodu na 800 m. Území pro následující předávky jsou vyznačena vždy 10 m před a 10 m za cílem.

#### 9.2.7. Předávková území 4x 100 m

Poloha linií startů (ZS), středů (ZM) a konců (ZE) předávkových území a linie akcelerace (ZA) se v jednotlivých drahách vypočte jako staničení podél ideálních stop od startů závodu na 400 m.

Délka jednotlivých úseků (od startu závodu ke středu prvního předávkového území, resp. mezi středy předávkových území) se vypočte jako jedna čtvrtina délky oválu ( $ZM = 0,25 \cdot L_1$ ). Všechny začátky a konce předávkových území jsou 10 m před, resp. 10 m za linií ZM. Území pro akceleraci určuje linie, která se nachází ještě 10 m před linií ZS.



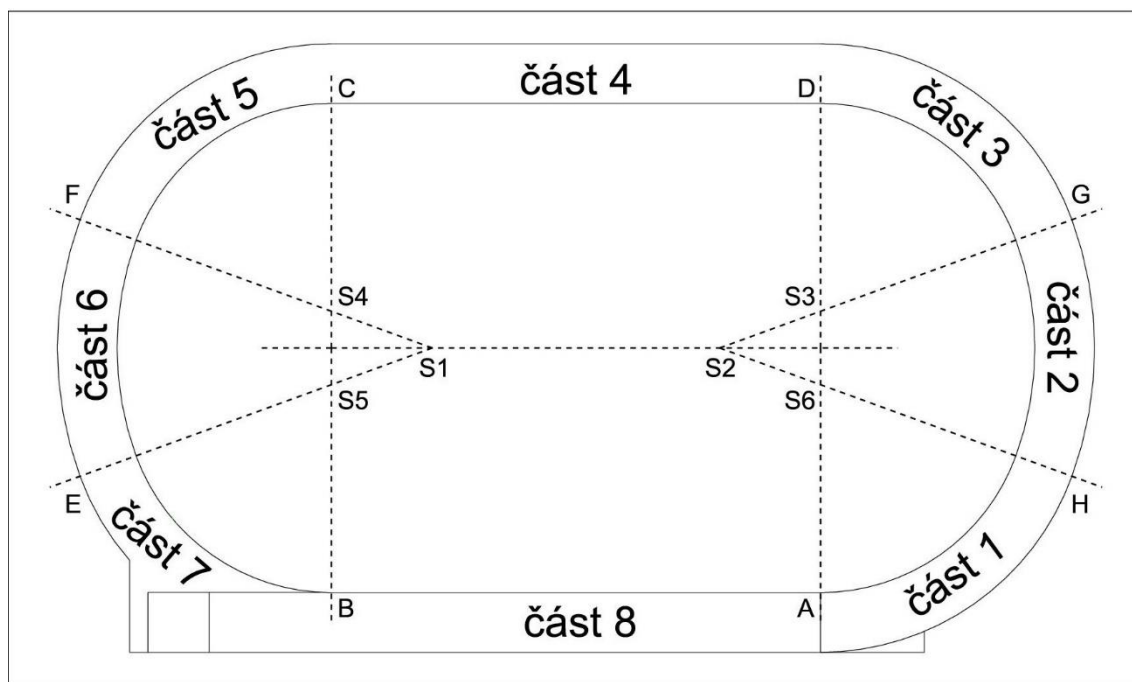
### 9.2.8. 400 m překážek

Poloha překážek je v jednotlivých drahách dána staničením podél ideálních stop. Vzdálenost první překážky od startu závodu na 400 m, resp. vzdálenost mezi dalšími překážkami a vzdálenost od poslední překážky do cíle, je uvedena v Tab. 42.

Tolerance v poloze překážek v závodě na 400 m je  $\pm 0,03$  m.

#### **POZNÁMKA:**

*Pro usnadnění tvorby digitálního výkresu značení byly všechny posuny a staničení přepočítány také tak, aby odpovídaly staničení v příslušné části oválu, ve které se nachází. Očíslování částí oválu 1 – 8 je patrné z Obr. 22.*



[Pouze akademické použití]

Obr. 22: Části oválu



### 9.3. Linie souběhu (Breakline)

Jak již bylo zmíněno v kapitole 8.1.2., linie souběhu je částí evolventy, jejíž začátek odpovídá určitému úhlu odvalení  $\varphi$ . Úhel odvalení se vypočte ze vzorce  $\varphi = \frac{t}{r}$ , kde  $t$  je délka tečny a  $r$  je poloměr evoluty.

Na atletických oválech je evolutou vždy teoretická dráha běžce v první nebo v druhé zatáčce. V případě Breakline je evolutou ideální stopa 1. dráhy ve druhé zatáčce. Délka tečny  $t$  je vždy rovna délce rovinky.

Pro nestandardní ovály je poloměr evoluty roven  $r = R1 + 0,30 \text{ m}$  a délka tečny rovna  $t = 2 \cdot d2 + d1$ . Úhel odvalení pro začátek části evolventy je tedy  $\varphi = \frac{2 \cdot d2 + d1}{R1 + 0,30 \text{ m}}$ .

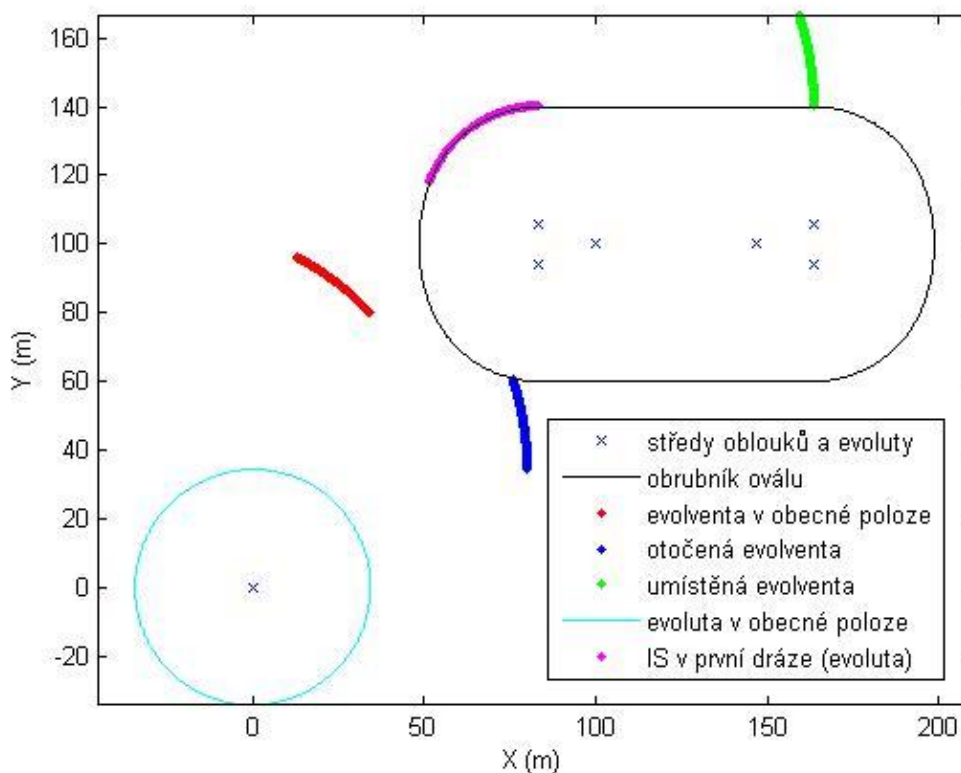
Dosazením vypočteného úhlu odvalení a poloměru evoluty do vzorce (22) je vypočten pouze první bod evolventy. Jelikož poloměr evoluty se nemění, je výpočet souřadnic bodů evolventy závislý pouze velikosti úhlu odvalení. Pro výpočet dalších bodů je tedy nutné hodnotu úhlu odvalení  $\varphi$  zvyšovat.

#### **POZNÁMKA:**

*V této práci jsou všechny body evolvent počítány s krokem 1 mgon od počáteční hodnoty úhlu odvalení.*

Vypočtenou část evolventy, která se nachází v obecné poloze, je ještě nutné správně umístit do soustavy oválu. Umístění (transformace) bodů se skládá ze dvou kroků. Nejprve jsou souřadnice bodů evolventy otočeny o úhel  $\alpha$ . Ten má stejnou hodnotu jako počáteční úhel odvalení  $\varphi$ , k němuž je přičtena hodnota ( $\pm\pi/2$ ) zajišťující správné otočení vzhledem k natočení oválu. Poté jsou body evolventy posunuty o hodnoty souřadnic středu její evoluty.

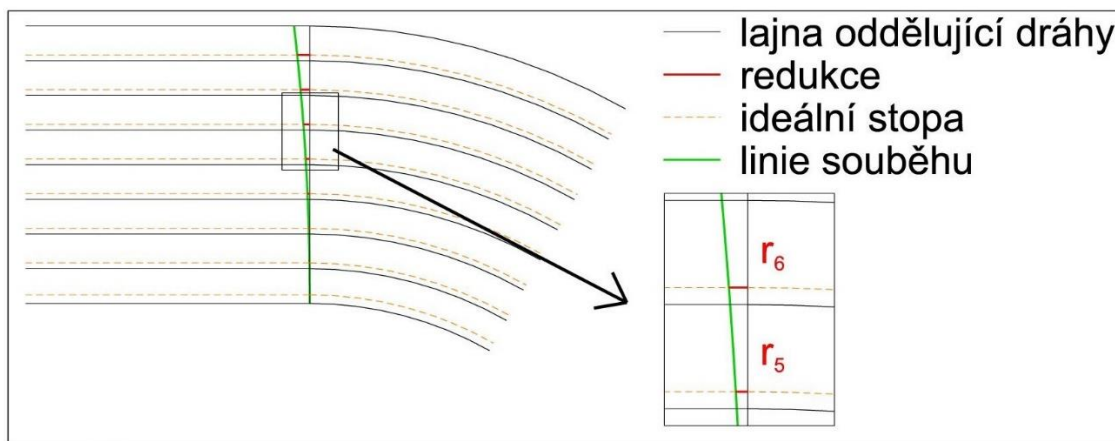
Výpočet části evolventy v obecné poloze a její následné umístění je patrné z Obr. 23.



Obr. 23: Umístění Breakline

### 9.3.1. Redukce

Redukcí je označena vzdálenost podél ideální stopy od začátku 1. rovinky k linii souběhu (Obr. 24).



[Pouze akademické použití]

Obr. 24: Redukce



Následující tabulky potvrzují, že tvary evolvent na oválech s různými rozměry jsou odlišné.

<b>Ovál se složenými oblouky (<math>R1 = 34,000\text{ m}</math>; <math>R2 = 51,543\text{ m}</math>)</b>							
<i>dráha (i)</i>	2	3	4	5	6	7	9
$r_i$ [m]	0,008	0,0034	0,079	0,142	0,223	0,322	0,440

Tab. 53: Redukce (Ovál se složenými oblouky ( $R1 = 34,000\text{m}$ ;  $R2 = 51,543\text{m}$ ))

<b>Ovál se složenými oblouky (<math>R1 = 24,000\text{ m}</math>; <math>R2 = 48,000\text{ m}</math>)</b>							
<i>dráha (i)</i>	2	3	4	5	6	7	9
$r_i$ [m]	0,006	0,028	0,064	0,116	0,182	0,263	0,360

Tab. 54: Redukce (Ovál se složenými oblouky ( $R1 = 24,000\text{m}$ ;  $R2 = 48,000\text{m}$ ))

<b>Ovál se složenými oblouky (<math>R1 = 27,082\text{ m}</math>; <math>R2 = 40,022\text{ m}</math>)</b>							
<i>dráha (i)</i>	2	3	4	5	6	7	9
$r_i$ [m]	0,007	0,028	0,065	0,117	0,184	0,267	0,364

Tab. 55: Redukce (Ovál se složenými oblouky ( $R1 = 27,082\text{m}$ ;  $R2 = 40,022\text{m}$ ))

### 9.3.2. Breakpoint

Breakpoint (bod souběhu) je čtverec o rozměrech 0,05 x 0,05 m vyznačený zelenou barvou na vodící lajně mezi 4. a 5. dráhou. Prakticky se jedná o bod linie souběhu, který je stejně vzdálený od začátku druhé rovinky, jako Breakline v témže bodě od začátku rovinky první.

Vzdálenosti bodů souběhu od začátku druhé rovinky na jednotlivých oválech jsou uvedeny v následující tabulce.

<b>Ovál</b>	<b>vzdálenost Breakpointu [m]</b>
<i>Ovál č. 1 (<math>R1 = 34,000\text{ m}</math>; <math>R2 = 51,543\text{ m}</math>)</i>	0,129
<i>Ovál č. 2 (<math>R1 = 24,000\text{ m}</math>; <math>R2 = 48,000\text{ m}</math>)</i>	0,105
<i>Ovál č. 3 (<math>R1 = 27,082\text{ m}</math>; <math>R2 = 40,022\text{ m}</math>)</i>	0,106

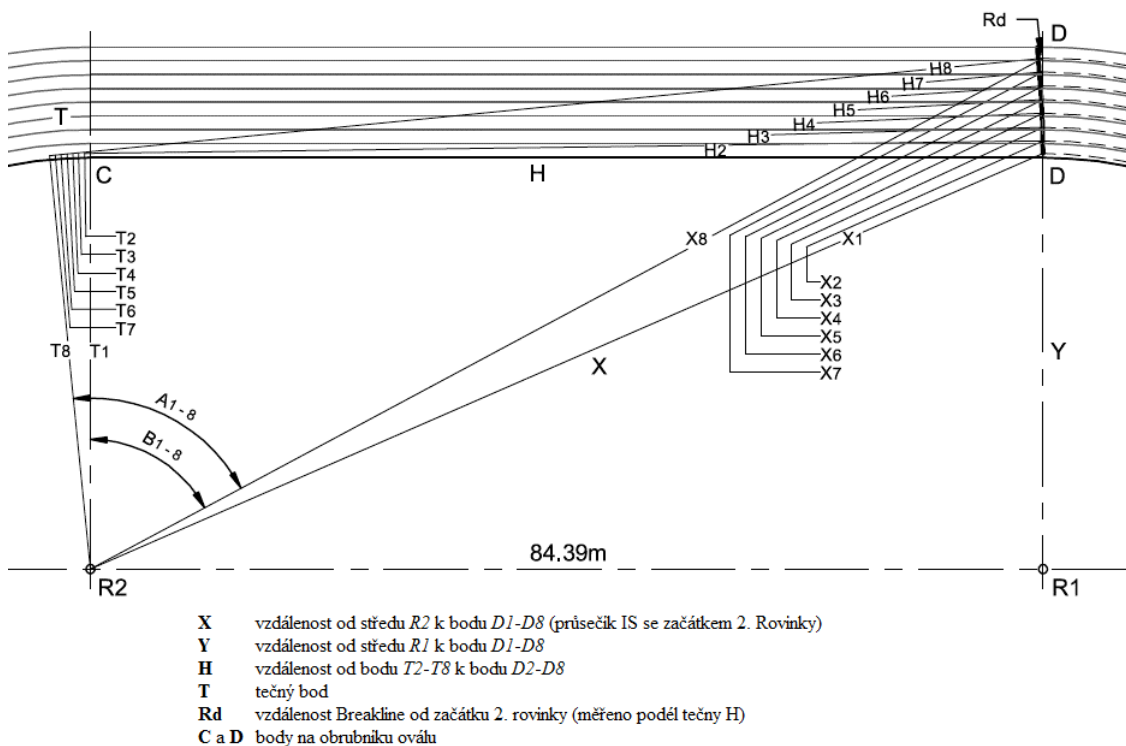
Tab. 56: Breakpoint





### 9.3.3. Linie souběhu standardního oválu

V manuálu je konstrukce linie souběhu popsána pomocí tečen evoluty (IS v 1. dráze) viz Obr. 25 a Tab. 57.



Obr. 25: Konstrukce linie souběhu podle manuálu (převzato z manuálu, rozměry pro standardní ovál)

Lane	X R2 to D	Y R1 to D	Angle A	Angle B	A - B = Arc Angle	Arc Length	84.39 + Arc Length	Hypote- nuse H	Reduc- tion <sup>1</sup>
1	92.065	36.80	73.822	73.822	0.000	0.000	84.390	84.390	0.000
2	92.518	37.92	73.958	73.115	0.842	0.487	84.877	84.884	0.007
3	93.025	39.14	74.108	72.354	1.754	1.014	85.404	85.436	0.032
4	93.545	40.36	74.260	71.600	2.660	1.538	85.928	86.002	0.074
5	94.077	41.58	74.414	70.856	3.559	2.057	86.447	86.581	0.134
6	94.623	42.80	74.570	70.119	4.451	2.573	86.963	87.174	0.211
7	95.181	44.02	74.728	69.391	5.336	3.085	87.475	87.779	0.304
8	95.751	45.24	74.887	68.672	6.214	3.592	87.982	88.397	0.415

<sup>1</sup> Not measured in the theoretical running line but in the H line!

Tab. 57: Konstrukce linie souběhu podle manuálu (jednotky m/gon)



## 9.4. Starty závodů na 5 000 m a 10 000 m

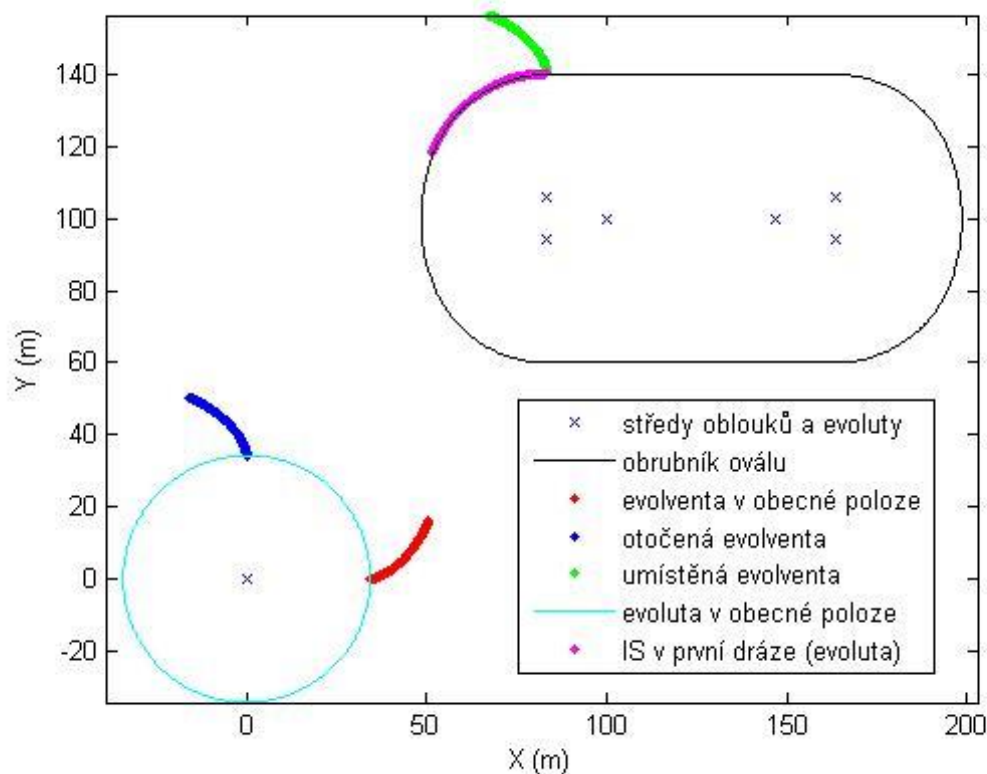
Jak bylo popsáno v kapitole 7.3, starty závodů na 5 000 m a 10 000 m jsou taktéž částmi evolvent. Z kapitoly 8.1 je možné určit, že se jedná o části evolvent, které začínají na evolutě, popř. se jedná o evolventy složené ze dvou částí.

Výpočet jak hlavních, tak posunutých startů závodů na 5 000 m a 10 000 m je téměř identický. Poloměry evolut hlavních, resp. posunutých závodů jsou stejné. Rozdíl je pouze při umístování.

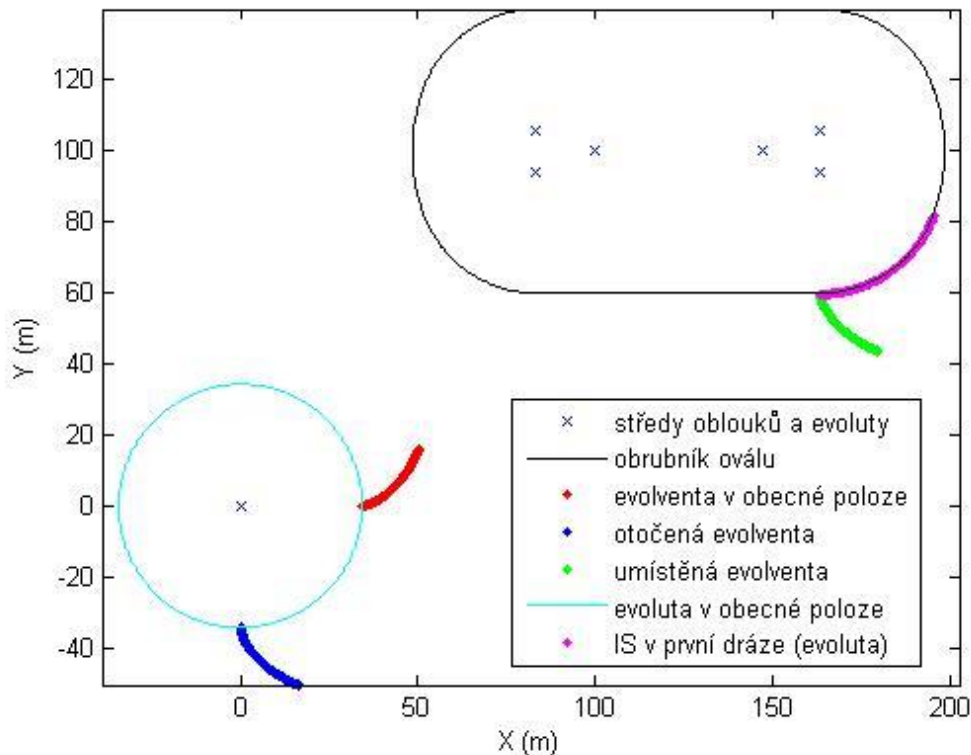
### 9.4.1. Hlavní starty závodů

Hodnotami pro výpočet prvního bodu hlavních startovních linií je úhel odvalení  $\varphi = 0$  a poloměr evoluty  $r = R1 + 0,30 \text{ m}$ .

Po výpočtu příslušné části evolventy je nutné ji opět otočit kolem evoluty a posunout do požadované polohy. To je patrné z následujících obrázků (obr. 26, Obr. 27).



Obr. 26: Umístění linie hlavního startu závodu na 5 000m



Obr. 27: Umístění linie hlavního startu závodu na 10 000m

#### 9.4.2. Posunuté starty závodů

Z posunutých startů se běžci sbíhají do 5. dráhy. Hodnotami pro výpočet prvního bodu posunutých startovních linií je úhel odvalení  $\varphi = 0$  a poloměr evoluty  $r = R1 + 4 \cdot 1,22 + 0,20$ .

Po výpočtu příslušné části evolventy je nutné ji opět otočit kolem evoluty a posunout do požadované polohy. V tomto případě je ještě nutné vypočítat úhel otočení  $\alpha_{GS}$ , který odpovídá posunu startu závodu na 800 m v 5. dráze. Tento výpočet vyplývá z faktu, že závodníci běží v 5. dráze až k linii, popř. bodu souběhu. Závodníci se tedy do 1. dráhy sbíhají stejně jako běžec při závodě na 800 m startující v 5. dráze.

Úhel otočení se vypočte  $\alpha_{GS} = \frac{p_{800(5)}}{R1+4 \cdot 1,22+0,20}$ . Následující umístění vypočtených částí probíhá stejně jako v případě hlavních startů. Pouze se k úhlům, o které se linie otáčí do správné polohy ( $\pm\pi/2$ ), přičte hodnota  $\alpha_{GS}$ .



### *Posunutě starty složené z částí dvou evolvent*

Jak bylo zmíněno v kapitole 8.1.3., u posunutých startů závodů může nastat situace, kdy jsou linie těchto startů tvořeny z částí dvou evolvent. To je způsobeno změnou poloměrů jednotlivých obloukových částí.

Zda se linie startu skládá z části jedné nebo z částí dvou evolvent je možné určit pomocí vzorců uvedených v kapitole 8. Je třeba postupovat následovně:

Z rozdílu středového úhlu odpovídajícímu poloměru  $R_1$  a úhlu otočení  $\alpha_{GS}$  se vypočte doplňkový úhel

$$\alpha_D = \alpha - \alpha_{GS}.$$

Dále se určí maximální hodnota průvodiče (vzdálenost od středu obloukové části k okraji oválu)

$$\rho = R_1 + 9,76 \text{ m}.$$

Ze vzorce (23) se vypočte hodnota

$$\tan \alpha_M = \sqrt{\frac{\rho^2}{(R_1 + 4 \cdot 1,22 + 0,20)^2} - 1}.$$

Poté se určí samotná hodnota

$$\alpha_M.$$

Z rozdílu těchto hodnot se vypočte úhel

$$\delta_M = \tan \alpha_M - \alpha_M.$$

Nakonec se vypočte hodnota maximálního úhlu odvalení pro maximální délku průvodiče

$$\varphi_M = \alpha_M + \delta_M.$$

Pokud je hodnota  $\varphi_M$  menší než hodnota  $\alpha_D$ , tvoří linii startu část pouze jedné evolventy. Pokud je hodnota  $\varphi_M$  větší než  $\alpha_D$ , skládá se linie startu z částí dvou evolvent.



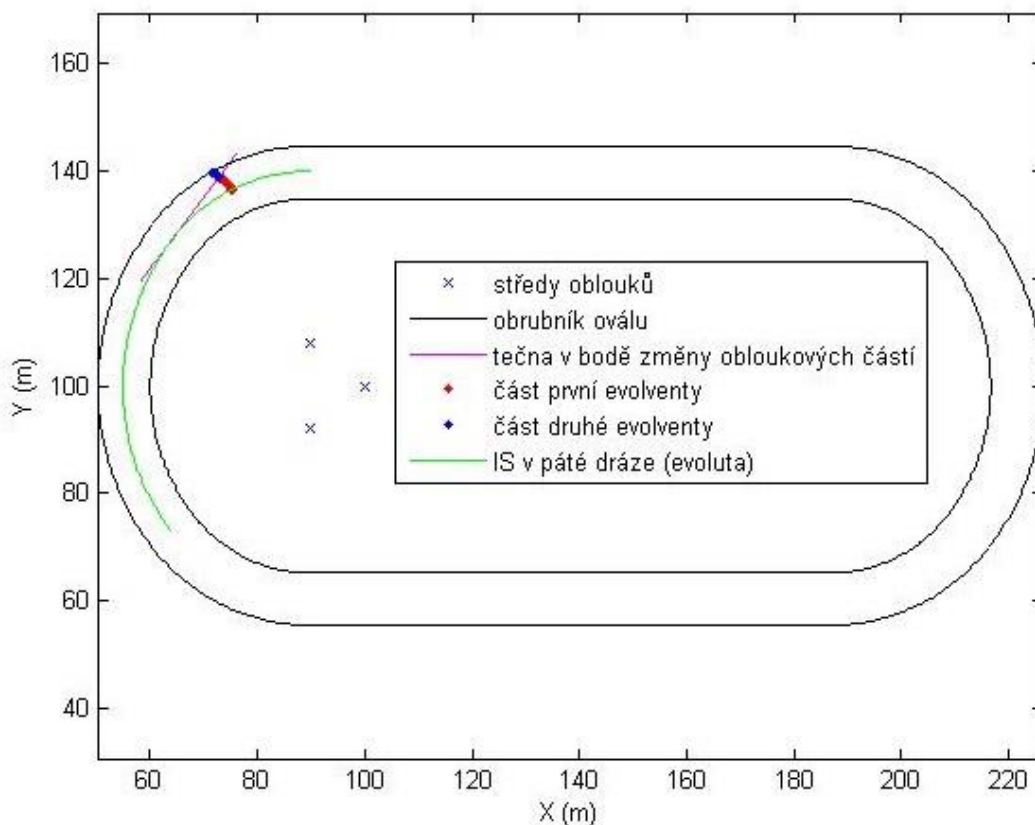
V případě, že je  $\varphi_M$  větší než  $\alpha_D$ , je nutné určit počáteční úhel odvalení  $\varphi_2$  pro část druhé evolventy. Ten se vypočte pomocí délky tečny  $t_M$ , která je zároveň, jak poslední tečnou obloukové části odpovídající středovému úhlu  $\alpha$  s poloměrem R1, tak první tečnou obloukové části odpovídající středovému úhlu  $\beta$  s poloměrem R2.

Tečna se vypočte

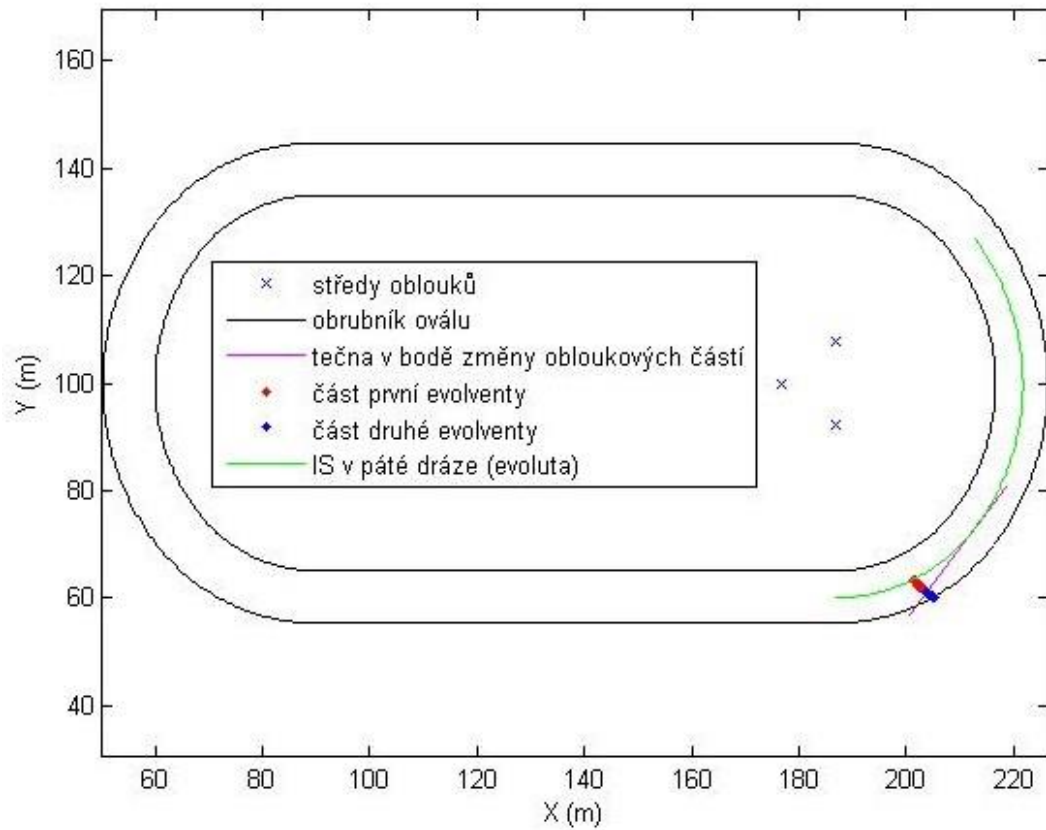
$$t_M = \alpha_D \cdot (R1 + 4 \cdot 1,22 + 0,20).$$

Počáteční úhel odvalení části druhé evolventy se vypočte  $\varphi_2 = \frac{t_M}{(R2 + 4 \cdot 1,22 + 0,20)}$ .

Linie posunutých startů složené z částí dvou evolvent jsou například u nestandardních oválů č. 2 a 3, s rozměry R1 = 24,000 m; R2 = 48,000 m, resp. R1 = 27,082 m; R2 = 40,022 m (viz následující obrázky).



Obr. 28: Umístění linie posunutého startu závodu na 5 000m - části dvou evolvent



Obr. 29: Umístění linie posunutého startu závodu na 10 000m - části dvou evolvent



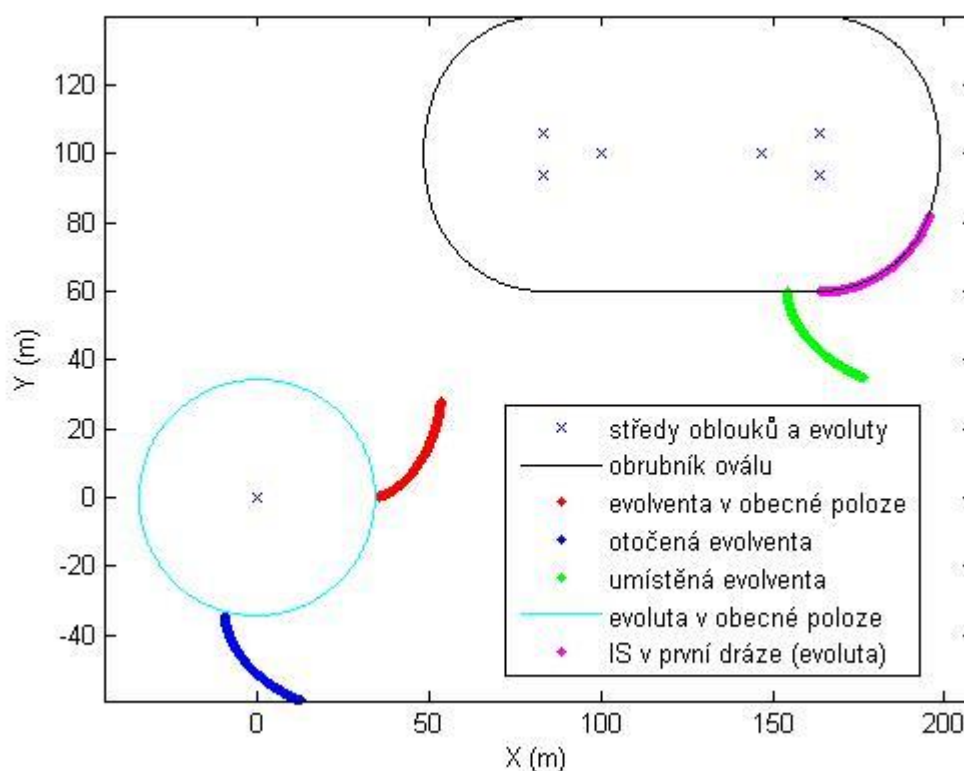
## 9.5. Start závodu na 1 míli

Linie startu závodu na 1 míli se určí podobně jako linie souběhu. Rozdíl pouze v délce tečny, resp. v hodnotě počátečního úhlu odvalení, a při umístování.

Vzdálenost 1 míle je rovna 1609,344 m a odpovídá tedy délce čtyř celých oválů a 9,344 m.

Z tohoto faktu lze odvodit délku tečny  $t = 9,344 \text{ m}$ , pomocí které se vypočte úhel odvalení pro první bod linie startu  $\varphi = \frac{9,344 \text{ m}}{R1+0,30 \text{ m}}$ .

Z linie souběhu, se běžci sbíhají do druhé zatáčky, na evolutu se středem S4. Z linie startu závodu na 1 míli se závodníci sbíhají do zatáčky první, konkrétně na evolutu se středem S6 (Obr. 30).



Obr. 30: Umístění linie startu závodu na 1 míli



## 9.6. Start závodu na 1 500 m

Délka závodu na 1 500 m odpovídá délce tří celých oválů a  $\frac{3}{4}$  délky oválu. Start závodu je tedy 100 m před koncem první rovinky.

Jak bylo zmíněno v kapitole 8.1.3. jedná se vždy o linii, která je tvořena částmi dvou evolvent (Obr. 31). Pouze pokud by byly rovinky oválu delší než 100 m, jednalo by se o část jedné evolventy.

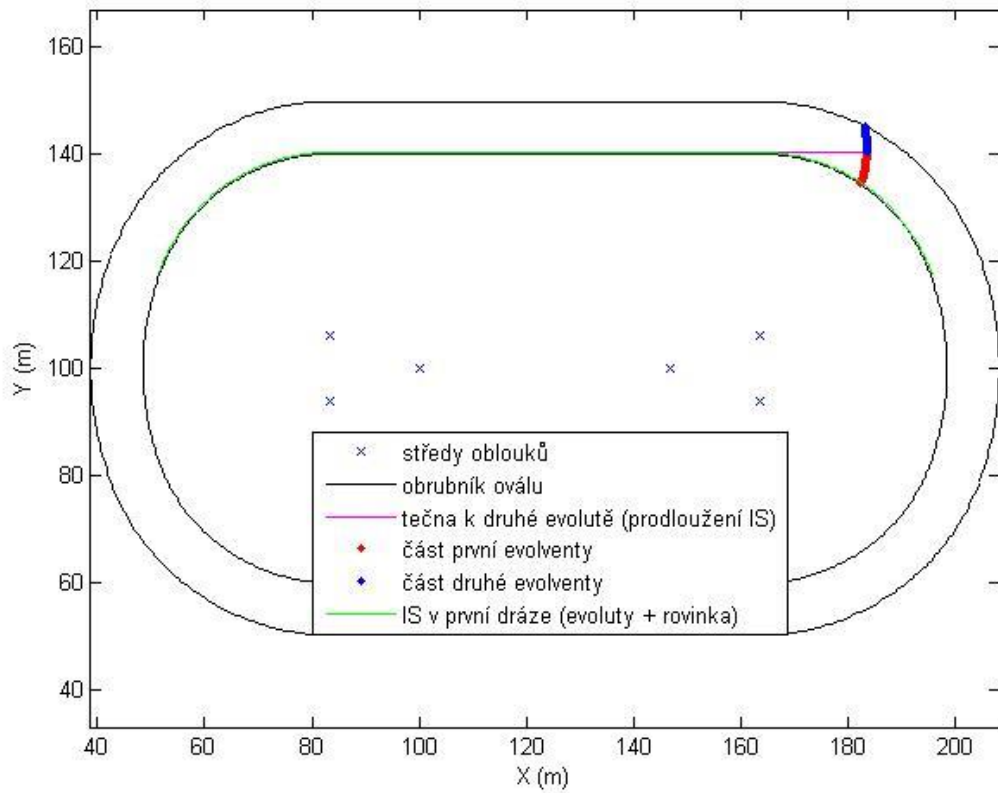
### **POZNÁMKA:**

*Pokud by byla délka rovinky oválu rovna přesně 100 m, byly by linie startu závodu na 1 500 m s linií souběhu totožné.*

Část první evolventy začíná vždy na evolutě a je podél ní pouze otočena o vzdálenost, která se vypočte z rozdílu vzdáleností 100 m a délky rovinky ( $d = 100m - (2 \cdot d_2 + d_1)$ ). Úhel otočení se následně vypočte  $\alpha = \frac{d}{R_1 + 0,30 m}$ . Z této části evolventy se běžci sbíhají na evolutu v první zatáčce se středem S3.

Část druhé linie, ze které se běžci sbíhají na evolutu se středem S4, začíná v bodě, ze kterého závodník může běžet rovně až nakonec první rovinky. Ve skutečnosti se jedná o prodloužení ideální stopy běžce v první dráze. Tečna má tedy délku  $t = 100$  m. Následující výpočty jsou totožné jako při výpočtech a umístění bodů tvořící linii souběhu.

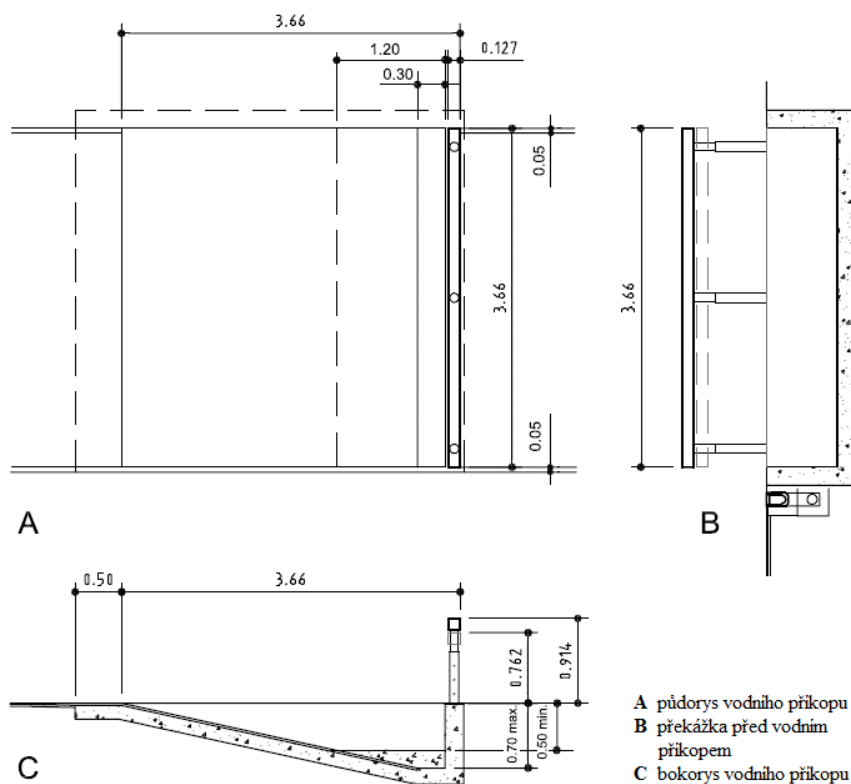




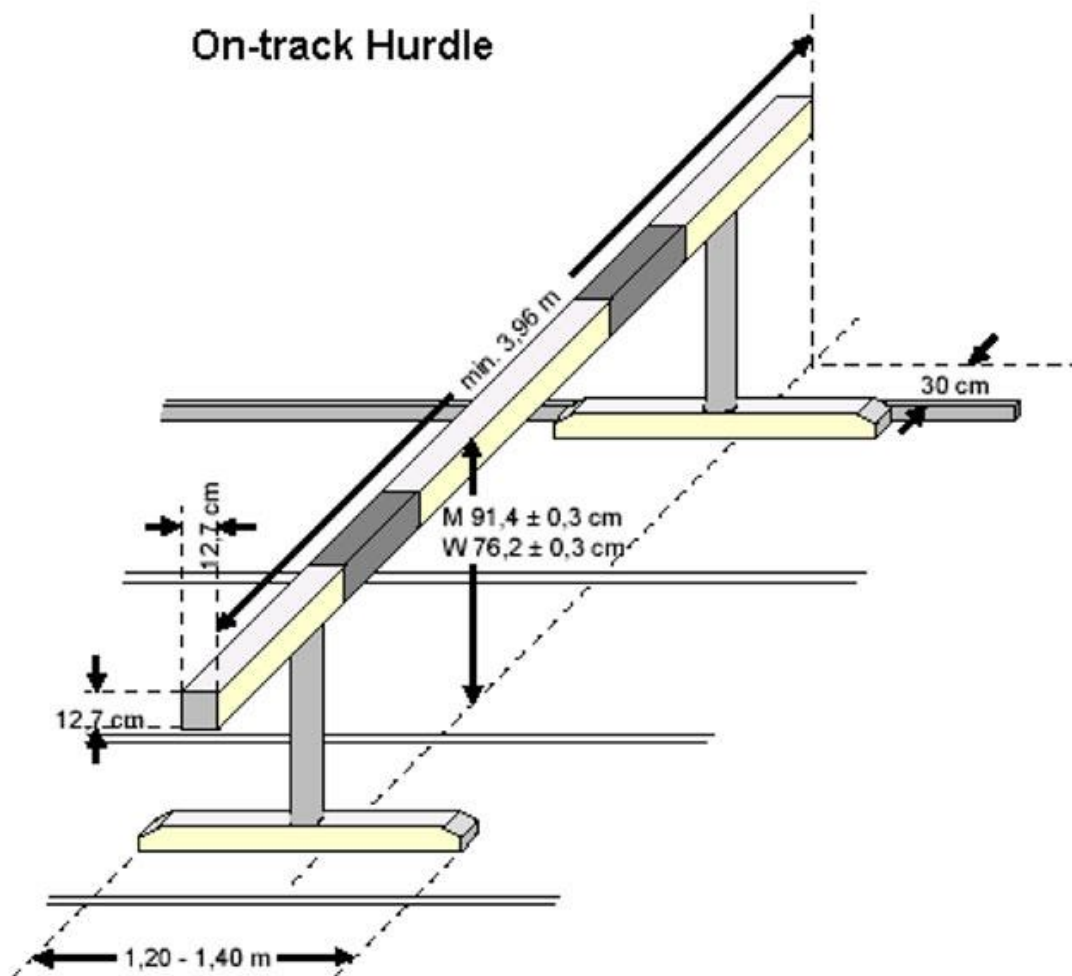
Obr. 31: Umístění linie startu závodu na 1 500 m - části dvou evolvent

## 9.7. Starty závodů steeplechase

Jak již bylo zmíněno, při závodech steeplechase 3 000 m (resp. 2 000 m) překonávají běžci v rámci jednoho okruhu 5 překážek. Jednou z nich je zabudovaný vodní příkop, k němuž náleží pevná překážka těsně před ním (Obr. 32). Ostatní překážky na trati jsou přenositelné. Jejich rozměry jsou patrné z Obr. 33, kde M je výška při závodech mužů a W při závodech žen. Rozmístění těchto překážek na ovále není striktně dáno, odvozuje se z délky oválu běžené přes vodní příkop. Vzdálenost mezi všemi překážkami včetně vodního příkopu by měla být stejná.



Obr. 32: Steeplechase - rozměry vodního příkopu



Obr. 33: Steeplechase - překážka na trati

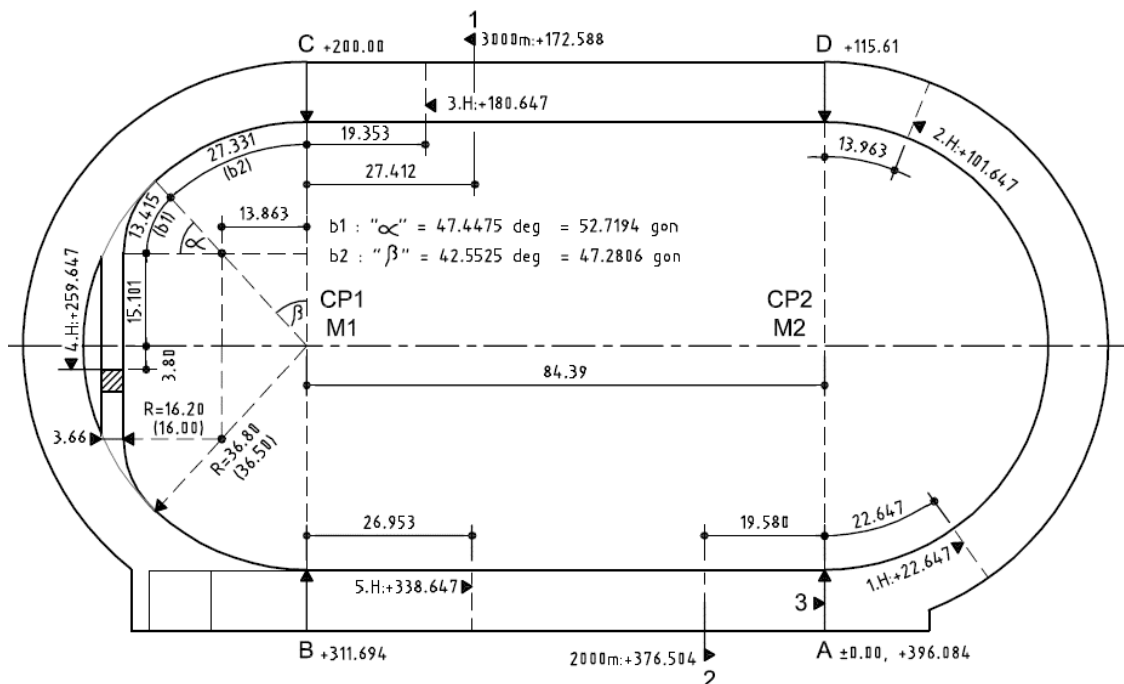
Pro potřeby vyznačení linií startů a rozmístění překážek je tedy nutné znát skutečnou polohu příkopu.

Existují dvě varianty umístění vodního příkopu, které jsou uvedeny v manuálu:

#### 7a) Vodní příkop uvnitř druhé zatáčky (Obr. 34)

Toto umístění je častější. Uvnitř druhé zatáčky je vytvořena dráha, široká 3,66 m, která se skládá z rovinky a přechodových oblouků. Dráha je vyznačena po obou stranách bílými lajnami (vnitřní lajna může být nahrazena obrubníkem), širokými 0,05 m. Na rovince je umístěn vodní příkop s rozměry 3,66 m ( $\pm 0,02 \text{ m}$ ) x 3,66 m ( $\pm 0,02 \text{ m}$ ) x 0,50 m – 0,70 m (Obr. 34). Z Obr. 32 je patrné, že se délka vodního příkopu měří od hrany překážky umístěné před ním.

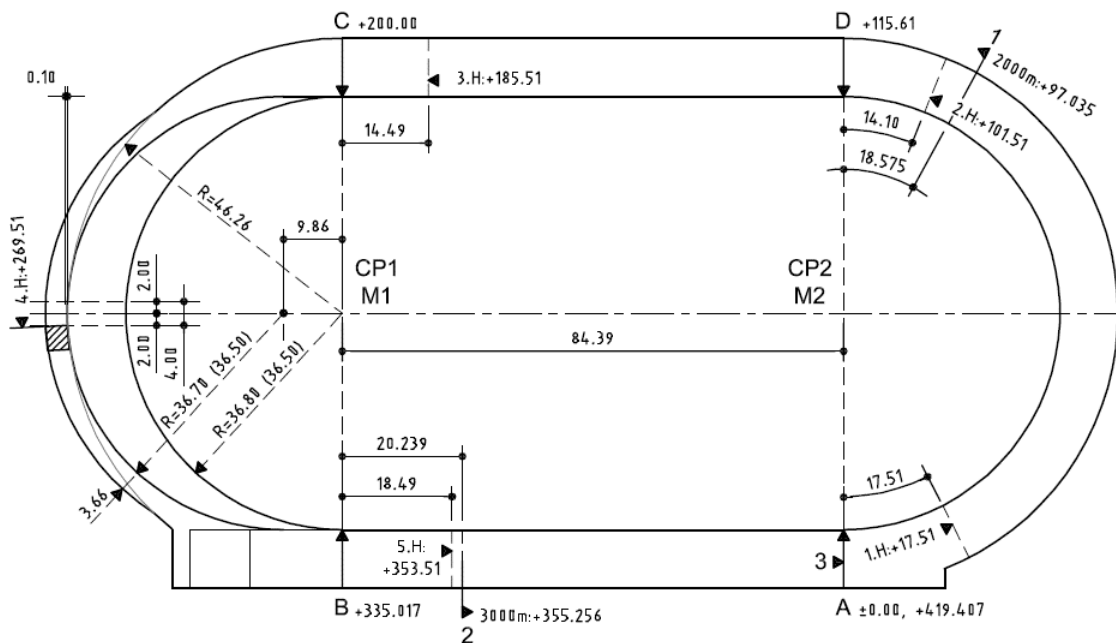
Pokud je dráha vlevo (ve směru běhu) ohraničena bílou lajnou, je IS v této části oválu měřena 0,20 m od vnitřní bílé čáry.



Obr. 34: Vodní příkop uvnitř druhé zatáčky (převzato z manuálu, rozměry pro standardní ovál)

### 7b) Vodní příkop vně druhé zatáčky (Obr. 35)

Toto umístění vodního příkopu je ojedinělé.



Obr. 35: Vodní příkop vně druhé zatáčky (převzato z manuálu, rozměry pro standardní ovál)



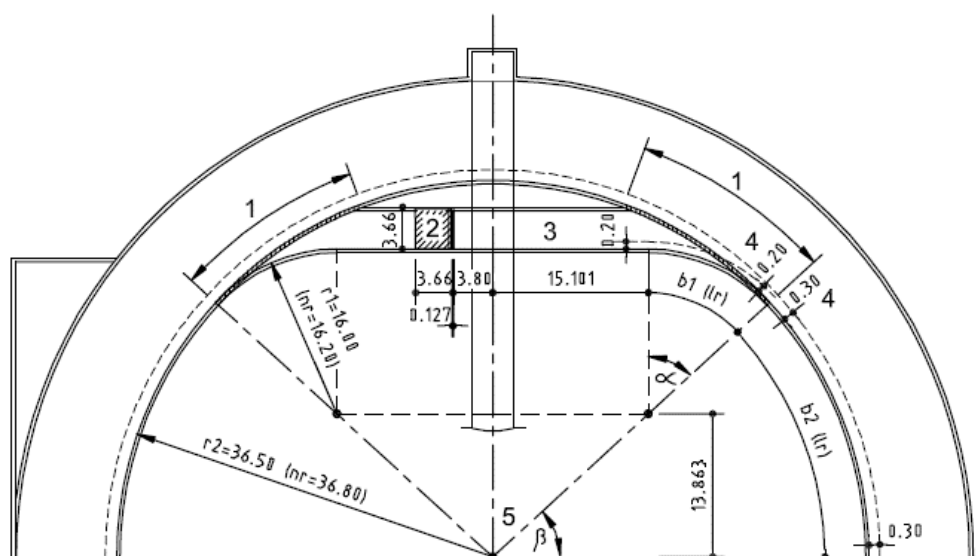
### 9.7.1. Určení středů přechodových oblouků a výpočet zkrácení dráhy běhu (VM)

Jelikož je vodní příkop málokdy budován vně druhé zatáčky, jsou v dalším textu uvedeny výpočty a postupy spojené pouze s vodním příkopem umístěným uvnitř zatáčky.

V případech, kdy je vodní příkop umístěn uvnitř zatáčky, je uběhnutá vzdálenost přes příkop kratší, než délka podél IS v první dráze. Proto je nutné určit zkrácení teoretické dráhy běžce.

Nejprve je nutné navrhnout značení dráhy přes vodní příkop. Vše je závislé na jeho skutečné poloze, proto je nutné jeho zaměření.

Rovinka č. 3 (Obr. 36) musí být kolmá na osu oválu (spojnici středů  $S1, S2$ ). Vnější hrana bílé lajny ohraničující rovinku vlevo (blíže ke středu oblouku) je v místě vodního příkopu totožná s jeho hranou (Obr. 32 A). Vnější hrana druhé lajny ohraničující rovinku je totožná s druhou hranou příkopu. Tím je dán průběh rovinky.



- 1 odnímatelný obrubník
- 2 vodní příkop
- 3 rovinka uvnitř druhé zatáčky
- 4 vzdálenost IS od obrubníku, resp. od lajny dráhy uvnitř druhé zatáčky
- 5 střed oblouku

CP1  
M1

$b1 : \alpha = 47.4475 \text{ deg} = 52.7194 \text{ gon}$   
 $b2 : \beta = 42.5525 \text{ deg} = 47.2806 \text{ gon}$

Obr. 36: Vodní příkop uvnitř zatáčky - detail (převzato z manuálu, rozměry pro standardní ovál)



Dále je nutné určit průběh a středy přechodových oblouků mezi vnitřním obrubníkem oválu a rovinkou vedoucí přes vodní příkop. IAAF preferuje poloměry těchto oblouků o délce  $R = 16,000$  m. U nestandardních oválů se složenými oblouky je určení středů komplikovanější, jelikož není předem jasné, v jaké obloukové části se přechodové oblouky napojí na vnitřní obrubník oválu.

Středy přechodových oblouků se určí následovně (Obr. 37):

Jak bylo uvedeno v 2. kapitole, druhý oblouk tvoří dvě části se středy  $S4$ ,  $S5$ , o poloměrech  $R1$  a středových úhlech  $\alpha$ . Třetí (prostřední) část má střed v bodě  $S1$ , poloměr  $R2$  a středový úhel  $\beta$ .

Linie  $L1$ , která představuje levou bílou lajnu rovinky, se rovnoběžně zkopíruje ve vzdálenosti 16,000 m, čímž vznikne linie  $L2$ . Poté se vytvoří oblouky o poloměru  $r = R1 - 16,000$  m se středy v bodech  $S4$  a  $S5$  tak, aby protnuly linii  $L2$ . V průsečících těchto oblouků (zobrazeny červenou barvou) a linie  $L2$  (tyrkysová b.) vzniknou středy  $S(R1)$ . Z těchto středů se opět vytvoří oblouky (červená b.) o poloměru  $R = 16,000$  m.

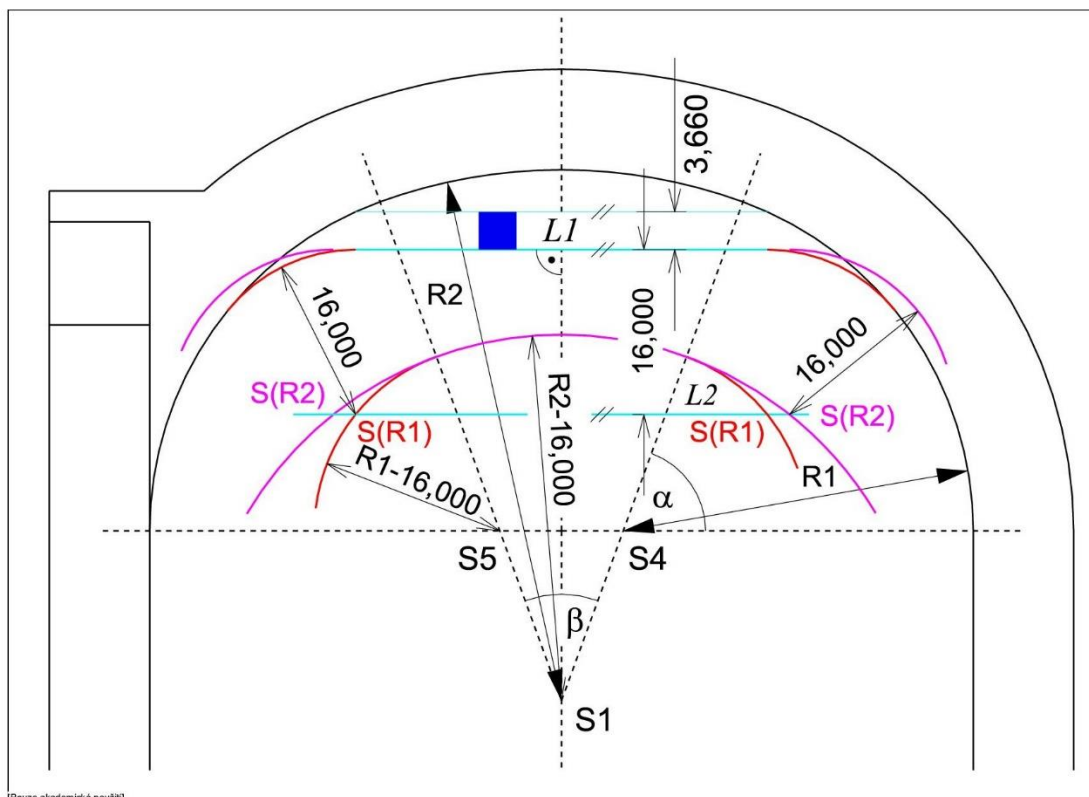
Dále se vytvoří oblouk (růžová b.) se středem  $S1$  a poloměrem  $r = R2 - 16,000$  m tak, aby protnul linii  $L2$ . Tím vzniknou středy  $S(R2)$ . Z těchto středů se opět vytvoří oblouky (růžová b.) o poloměru  $R = 16,000$  m.

Tímto jsou vytvořeny přechodové oblouky o poloměrech  $R = 16,000$  m. Z obrázku je patrné, že hledanými přechodovými oblouky pro tento ovál, jsou oblouky se středy  $S(R1)$  nakreslené červenou barvou, jelikož se napojují na vnitřní obrubník oválu a tvoří tak dohromady složený oblouk. Oblouky nakreslené růžově obrubník protínají.

Na jiných oválech se složenými oblouky může nastat situace opačná, kdy by správným přechodovým obloukům odpovídaly oblouky růžové. Vše závisí na umístění vodního příkopu, poloměrech a středových úhlech obloukových částí oválu.

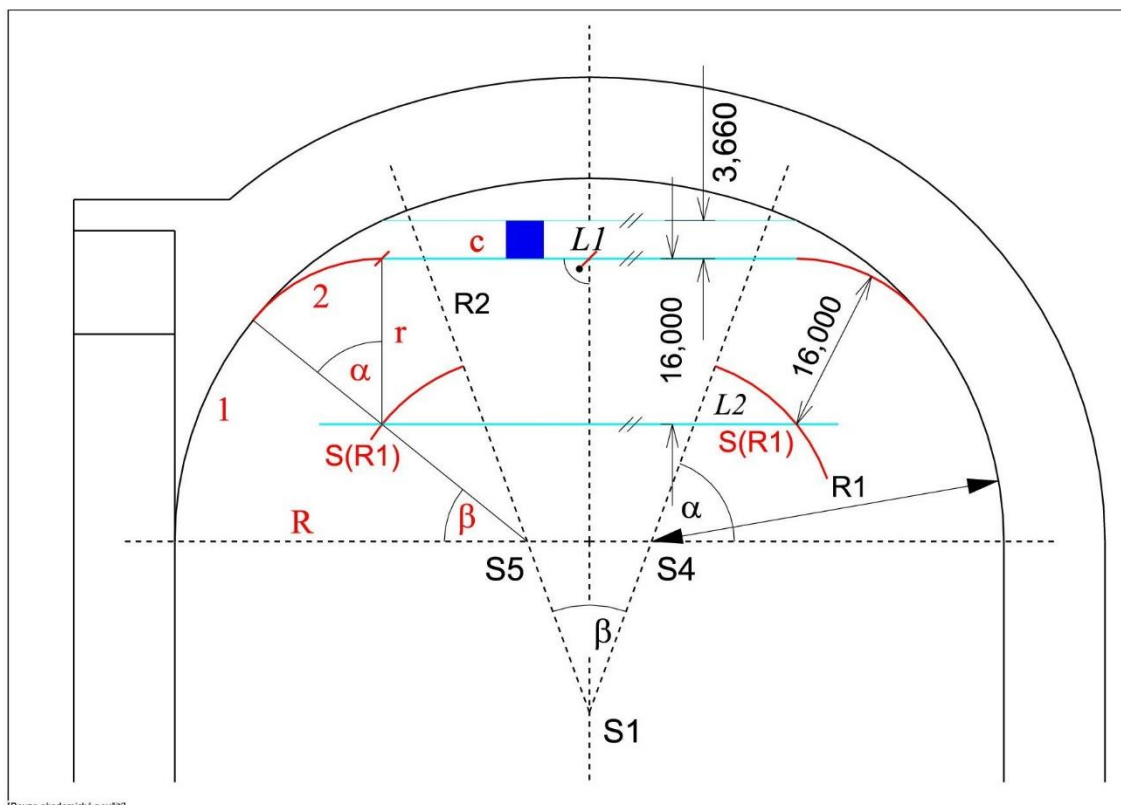
Pro určení správné hodnoty zkrácení VM je ještě nutné určit středové úhly  $\alpha$  a  $\beta$ , a polovinu délky rovinky  $c$  (zobrazeny červenou barvou na Obr. 38). Středový úhel  $\alpha$  přísluší přechodovému oblouku, zatímco středový úhel  $\beta$  přísluší části oblouku, kdy běžec běží v první dráze oválu. Toto značení je převzato z formulářů pro certifikaci

atletických oválů (viz. Obr. 39). Hodnoty středových úhlů a délky rovinky, resp. její poloviny, lze jednoduše odměřit z vytvořeného digitálního výkresu konkrétní situace.



[Pouze akademické použití]

Obr. 37: Steeplechase - určení středů přechodových oblouků (hodnoty v m)



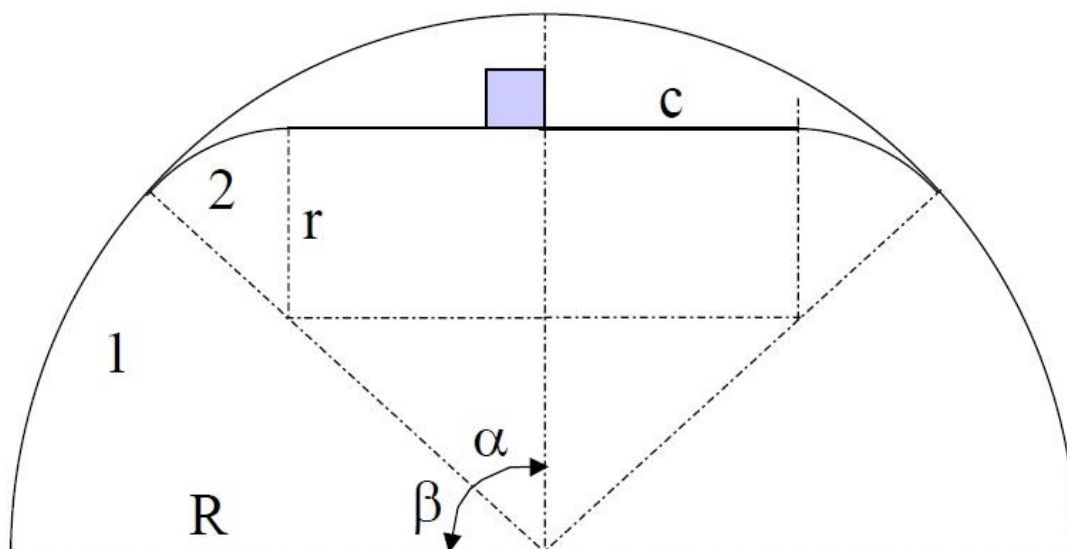
[Pouze akademické použití]

Obr. 38: Steeplechase - výpočet VM



C. The Steeplechase Track			
1. Track Details with inside Water Jump:			
	Measured	Standard IAAF	
Radius of inner lane: $R =$		36.50m	
Theoretical running line of the track: $L =$	0.30m	0.30m	
The steeplechase track has an inside kerb.			<input type="checkbox"/> Y <input checked="" type="checkbox"/> N
Theoretical running line of the steeple: $l =$		0.20m	
Axis: $S =$		84.39m	
Radius of steeplechase kerb/inside line: $r =$	16,000m	16.00m	
Angle 1 Track: $\beta =$		47.2806 gon	42.5525 deg
Angle 2 Steeplechase: $\alpha =$		52.7194 gon	47.4475 deg

Tab. 58: Parametry dráhy přes vodní příkop (převzato z dokumentu pro certifikaci atletických oválů)



Obr. 39: Steeplechase - výpočet VM (převzato z dokumentu pro certifikaci atletických oválů)





a) Calculation of the Steeplechase Lap (Water jump inside)

	Measured	Standard IAAF	Formula
<b>Length curve 1 (Running track): <i>a</i></b>	(+)	27.331 m (+)	$\frac{\pi \times \beta \times (R+L)}{180}$
<b>Length curve 2 (Steeplechase): <i>b</i></b>	(+)	13.415 m (+)	$\frac{\pi \times \alpha \times (r+l)}{180}$
<b>Length <i>c</i>:</b>	(+)	15.101 m (+)	
<b><i>z</i></b>	(=)	55.847 m (=)	$= a + b + c$
<b>Steeplechase curve:</b>	(=)	111.694 m (=)	$= z \times 2$
<b>Normal curve: <i>d</i></b>	(+)	115.610 m (+)	
<b>Steeplechase curve: <i>e</i></b>	(-)	111.694 m (-)	
<b>Shortening measure: VM</b>	(=)	3.916 m (=)	$= d - e$
<b>Steeplechase lap:</b>	(=)	<b>396.084 m</b>	$= 400 - VM$

Tab. 59: Steeplechase – výpočet VM (převzato z dokumentu pro certifikaci atletických oválů)

Postup výpočtu VM je patrný z tabulek Tab. 58 a Tab. 59.

b) Steeplechase Start Positions (Water jump inside)

	Theoretical 5/7 VM	Measured	Difference	Standard IAAF	Location
<b>2000 m Steeplechase 5 VM</b>				19.580 m	in front of A
<b>3000 m Steeplechase 7 VM</b>				27.412 m	in front of C

Tab. 60: Steeplechase - pozice startů (převzato z dokumentu pro certifikaci atletických oválů)

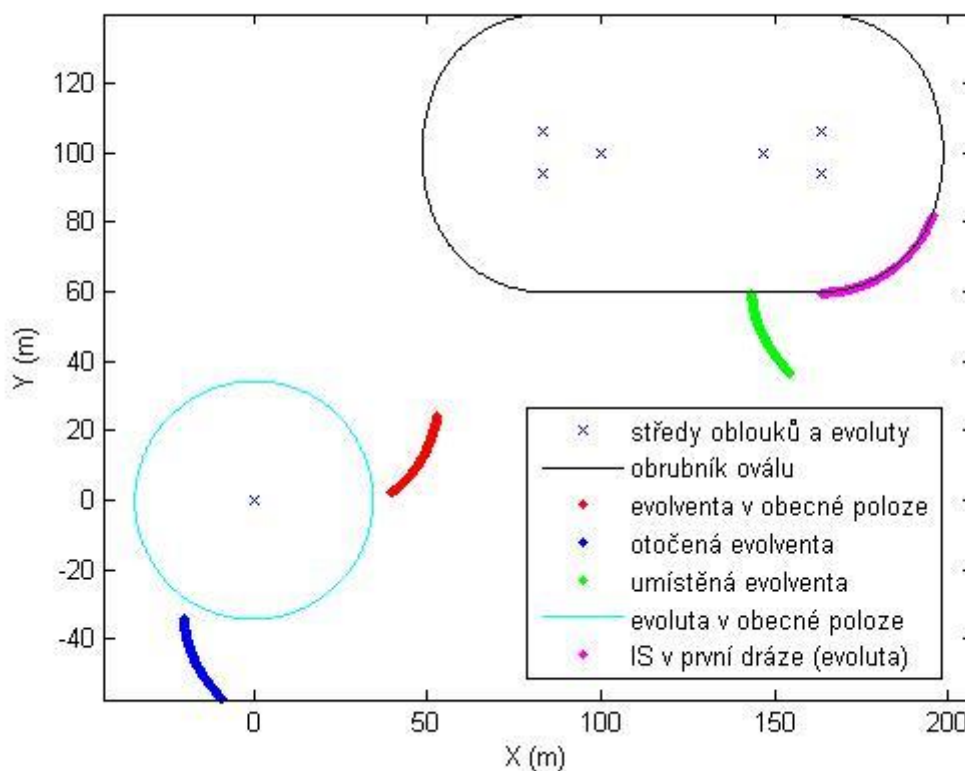
Výpočet pozice startů závodů 2 000 m a 3 000 m steeplechase je patrný z Tab. 60.



### 9.7.2. Start závodu 2 000 m Steeplechase

Při závodě 2 000 m Steeplechase překonávají běžci vodní příkop celkem 5krát. Proto je start závodu posunut v první dráze o hodnotu  $5 \cdot VM$  před cílovou lajnou. Hodnota  $5 \cdot VM$  je zároveň délkou tečny  $t$ , z níž se určí počáteční úhel odvalení.

Následující výpočty jsou totožné s výpočty pro linii startu na 1 míli.

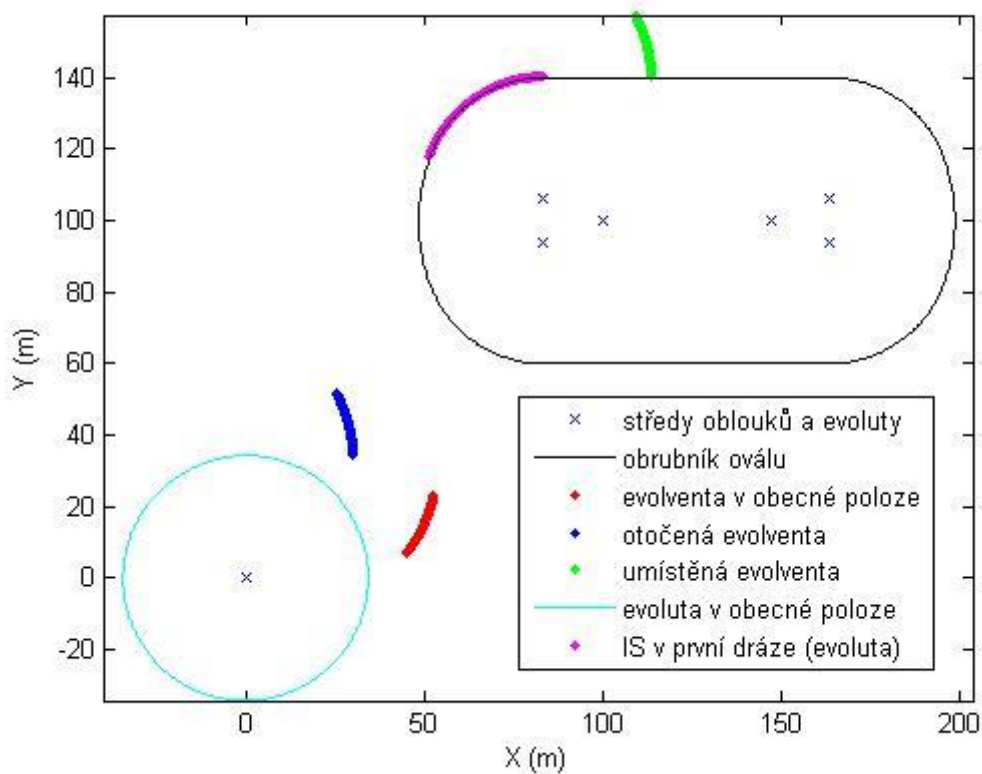


Obr. 40: Umístění linie startu závodu 2 000m Steeplechase



### 9.7.3. Start závodu 3 000 m Steeplechase

Při závodě 3 000 m Steeplechase překonávají běžci vodní příkop celkem 7krát. Proto je start závodu posunut v první dráze o hodnotu  $7 \cdot VM$  před cílovou lajnou. Hodnota  $7 \cdot VM$  je zároveň délkou tečny  $t$ , z níž se určí počáteční úhel odvalení. Následující výpočty jsou totožné s výpočty pro linii souběhu.



Obr. 41: Umístění linie startu závodu 3 000m Steeplechase



## 9.8. Výpočetní funkce a GUI aplikace

### 9.8.1. Výpočetní funkce

Pro všechny výše popsané výpočty byly vytvořeny výpočetní skripty, které byly vloženy do funkce. Vstupními hodnotami výpočetní funkce jsou rozměry oválu ( $d1$ ,  $d2$ ,  $d3$ ), poloměry obloukových částí ( $R1$ ,  $R2$ ) a jim příslušné středové úhlů ( $\alpha$ ,  $\beta$ ). Dále do výpočtů vstupuje hodnota  $VM$ , pomocí které se určují startovní linie závodů Steeplechase. Pořadí při zadávání vstupních hodnot je následující:  $R1$ ,  $R2$ ,  $d1$ ,  $d2$ ,  $d3$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $VM$ .

Pro nestandardní ovály s jednoduchými oblouky byly výpočetní skripty upraveny. Z nich byla opět vytvořena výpočetní funkce.

Po zadání vstupních hodnot proběhne výpočet poloh všech zmíněných startovních linií, posunů startů, staničení překážek, staničení předávkových území a území akcelerace. Další výstupem je graf, ve kterém je zobrazen tvar oválu a polohy jednotlivých startovních linií. Dále jsou do příslušných textových souborů uloženy hodnoty potřebné pro vytvoření výkresu plánu značení. Těmi jsou souřadnice bodů evolvent tvořící jednotlivé linie, hodnoty posunů startů, staničení překážek a předávkových území, a informace o délce oválu a o složených evolventách. Všechny textové soubory se souřadnicemi startovních linií na konci obsahují i souřadnice středů  $S1$ ,  $S2$ . Ty jsou zde uvedeny kvůli případné transformaci.

Např. po zadání hodnot odpovídajícím oválu č. 1 s rozměry  $R1 = 34,000$  m,  $R2 = 51,543$  m se po výpočtu objeví v příkazovém okně následující informace:

*Breakline je cast jedne evolventy*

*Do souboru "Breakline.txt" bylo uloženo 49 bodu evolventy ve vzdalenosti 20cm + souřadnice středu  $S1$ ,  $S2$ .*

*Do souboru "Redukce\_800m.txt" byly uloženy hodnoty redukci a vzdalenost Breakpointu.*

*Delka podél IS bezce v 1. draze je 400.000m. Vyhovuje kritériu IAAF.*

*Do souboru "Starty\_zavodu.txt" byly uloženy hodnoty posunu startu závodu podél IS v jednotlivých drahách.*

*Do souboru "Starty\_zavodu\_casti\_ovalu.txt" byly uloženy hodnoty posunu startu závodu podél IS v jednotlivých drahách a v konkrétních částech oválu.*

*Startovní linie "Group Start 1000m, 3000m, 5000m" se sklada z 1 evolventy.*



*Do souboru "Group\_Start\_1000m.txt" bylo uloženo 26 bodu evolventy ve vzdalenosti 20cm + souřadnice středu S1, S2.*

*Startovní linie "Group\_Start\_2000m, 10 000m" se sklada z 1 evolventy.*

*Do souboru "Group\_Start\_2000m.txt" bylo uloženo 26 bodu evolventy ve vzdalenosti 20cm + souřadnice středu S1, S2.*

*Startovní linie "Start 1 Mile" je část jedné evolventy*

*Do souboru "Start\_1\_Mile.txt" bylo uloženo 52 bodu evolventy ve vzdalenosti 20cm + souřadnice středu S1, S2.*

*Startovní linie "Start 1000m, 3000m, 5000m" se sklada z 1 evolventy.*

*Do souboru "Start\_1000m.txt" bylo uloženo 55 bodu evolventy ve vzdalenosti 20cm + souřadnice středu S1, S2.*

*Startovní linie "Start 2000m, 10 000m" se sklada z 1 evolventy.*

*Do souboru "Start\_2000m.txt" bylo uloženo 55 bodu evolventy ve vzdalenosti 20cm + souřadnice středu S1, S2.*

*Startovní linie "Start 1500m" se sklada ze dvou evolvent*

*Do souboru "Start\_1500m.txt" bylo uloženo 54 bodu evolventy ve vzdalenosti 20cm + souřadnice středu S1, S2.*

*Startovní linie "Start 2000m Steeplechase" je část jedné evolventy*

*Do souboru "Start\_2000m\_Steeplechase.txt" bylo uloženo 50 bodu evolventy ve vzdalenosti 20cm + souřadnice středu S1, S2.*

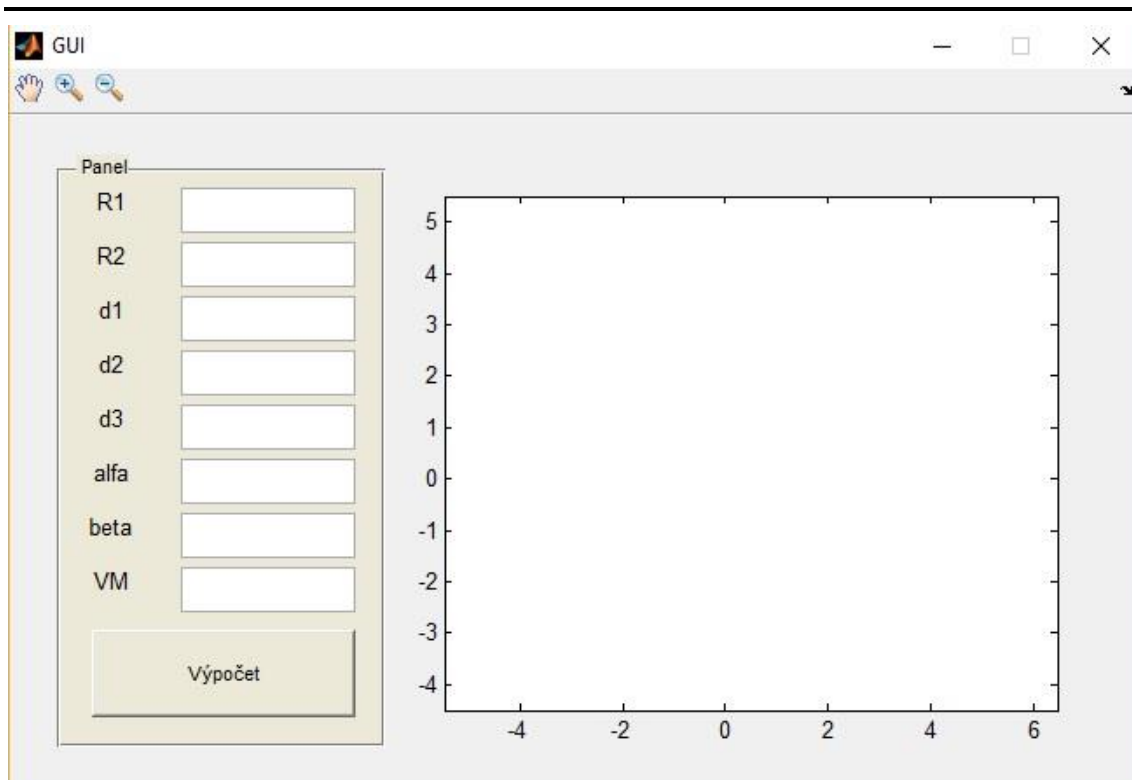
*Startovní linie "Start 3000m Steeplechase" je část jedné evolventy*

*Do souboru "Start\_3000m\_Steeplechase.txt" bylo uloženo 49 bodu evolventy ve vzdalenosti 20cm + souřadnice středu S1, S2.*

### 9.8.2. GUI aplikace

Výpočetní program MATLAB umožňuje také vytvoření GUI aplikace. GUI (Graphical User Interface), neboli grafické uživatelské rozhraní je rozhraní, v němž uživatel pracuje s grafickými ovládacími prvky (formuláře, tlačítka, atd.). Pro méně zdatné uživatele jsou GUI aplikace pohodlnější při ovládní, jelikož nemusí programy ovládat psanými příkazy.

V programu MATLAB tedy byla vytvořena GUI aplikace (Obr. 42), která pracuje stejně jako vytvořená výpočetní funkce. Zadávání vstupních hodnot je ovšem logičtější a není třeba znát pořadí, v jakém je nutné vstupní hodnoty zadávat. Aplikace také obsahuje okno, ve kterém se zobrazí tvar oválu a vypočtené startovní linie. Informace o výpočtu a uložených souborech jsou uloženy ve zvláštním textovém souboru.

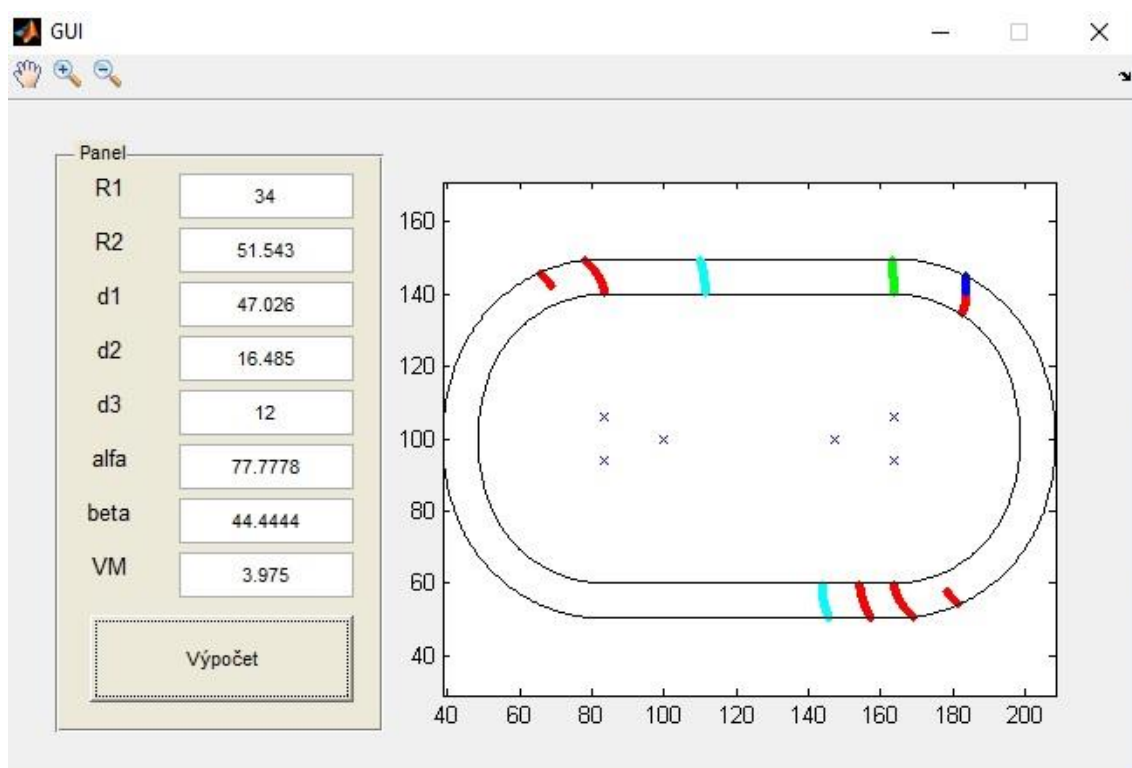


Obr. 42: GUI aplikace

Po zadání vstupních hodnot a stisknutím tlačítka *Výpočet* se v okně zobrazí tvar oválu s liniemi startů a v adresáři, ze kterého byla aplikace spuštěna, se vytvoří textové soubory s příslušnými informacemi a souřadnicemi linií.



Příklad zobrazení tvaru oválu a startovních linií po zadání hodnot odpovídajícím oválu č. 1 je na Obr. 43.



Obr. 43: GUI aplikace – hodnoty oválu č. 1

Další výhodou GUI aplikace je, že ji je možné zkompilovat jako *Standalone* aplikaci, kterou lze používat i na počítačích, ve kterých není nainstalován MATLAB. *Standalone* (samostatně stojící) aplikace v sobě nese informace potřebné pouze k výpočtům, pro které je naprogramována.



## 10. Digitální výkres plánu značení

Pro potřeby realizace značení oválu je nutné vytvořit výkres (projekt). K tvorbě projektů byl zvolen CAD software MicroStation V8i (MS).

Výhodou digitálního projektu je, že z něj lze kdykoliv získat souřadnice požadovaného bodu nebo linie a následně je exportovat například do výpočetního systému Groma, se kterým MS komunikuje.

Další výhodou je přehlednost projektu. Všechny linie a body lze ve výkresu umístit do příslušných vrstev. Ty lze dle potřeby snadno zobrazovat nebo skrývat.

Projekty jednotlivých oválů byly konstruovány ve skutečné velikosti. Při jejich kreslení byly použity vypočtené hodnoty posunů a staničení a souřadnice bodů tvořící startovní linie.

Při vytváření projektů byly nejprve konstruovány prvky, které lze v MS snadno nakreslit. Nejdříve byly vytvořeny středy všech obloukových částí a osa oválu. Poté byly vytvořeny linie určující jednotlivé obloukové části. Následovala konstrukce linií obrubníku oválu, všech vodících čar oválných drah a drah prodloužené druhé rovinky. Na ní byly zkonstruovány linie startů závodů na 100 m a 110 m překážek a linie cíle.

Poté byly vytvořeny teoretické dráhy běhu ve všech oválných drahách. Ty byly vytvořeny pro potřebu konstrukce posunutých startů, předávkových území a pozic překážek.

Dále byly vytvořeny starty závodů na 200 m, 400 m, 800 m a závodu štafet na 4x 400 m. Následovalo vytvoření potřebných linií pro štafetové závody – vyznačení všech předávkových území a území pro akceleraci.

Poté byly vytvořeny linie pozic překážek pro všechny zmíněné překážkové závody kromě překážek pro závody Steeplechase. Ty jsou dány skutečnou polohou vodního příkopu.

Nakonec byl prostřednictvím prostředí MDL aplikací k MS připojen geodetický systém Groma. V něm byly otevřeny textové soubory se souřadnicemi bodů jednotlivých startovních linií. Z vytvořených seznamů souřadnic byly souřadnice naimportovány





do výkresů. Zde byly body spojeny B-spline křivkou (aproximační křivka), která se jeví jako nejvhodnější pro zobrazení průběhu evolvent.

Vytvořené digitální výkresy nestandardních oválů jsou přiloženy k této práci viz přílohy 4, 5, 6.



## 11. Postup práce na atletických oválech

### **POZNÁMKA:**

*Tato kapitola popisuje mé zkušenosti při práci na atletických oválech.*

Nejdříve je nutné vybudovat bodové pole. Jak bylo zmíněno v kapitole 0, body jsou nejčastěji signalizovány odraznými štítky. Někteří geodeti signalizují body pouze fixem. V tomto případě je nutné volit kontrastní barvu k povrchu, na kterém je bod vyznačen, a používat přístroj s bezhranolovým režimem měření délek. (Některé totální stanice dokonce měří délku v bezhranolovém módu s vyšší přesností, než při měření na odraznou fólii.)

Po vybudování bodového pole je nutné jej zaměřit a určit tak souřadnice bodů. Při tomto kroku si někteří geodeti usnadňují práci a body zaměřují pouze v jedné poloze dalekohledu. Souřadnice bodů jsou tedy vypočteny z pouze jedné měřené veličiny, které mohou být zatíženy osovými chybami přístroje a indexovou chybou.

Po orientaci přístroje na body bodového pole je nutné zaměřit skutečný stav oválu, jedná se zejména o středy oblouků (obloukových částí) a hranu vnitřního obrubníku, od které se odvíjí délka oválu. Dále je také nutné zaměřit vodní příkop, pokud se na oválu nachází.

Pro ověření rozměrů oválu je potřeba zaměřené body zobrazit v příslušném CAD systému. Po ověření rozměrů oválu je možné vypočítat hodnoty a souřadnice bodů potřebné k vytvoření digitálního výkresu značení.

Z vytvořeného projektu značení je nutné exportovat souřadnice podrobných bodů, které jsou potřeba vytyčit při značení oválu. V tomto případě je nutné dobře znát softwarové vybavení totální stanice, která bude při vytyčování použita. Některé přístroje disponují funkcemi, které umožňují např. vytyčovat oblouk bez znalosti středu, vytyčovat staničení po oblouku, vytyčovat linii, atd.

Při vytyčování je přístroj nejčastěji postaven na ploše uvnitř oválu. Po jeho orientaci na body bodového pole je možné začít vytyčovat.



Jak již bylo zmíněno, k vytyčování bodů se nejčastěji používají robotizované totální stanice. Body jsou vytyčovány polární metodou, kdy přístroj sám počítá polární vytyčovací prvky z importovaných souřadnic podrobných bodů.

Samotná realizace vytyčených bodů na povrchu atletických oválů je vzhledem k jeho struktuře dosti náročná. Je tedy nutné pracovat co nejpečlivěji.

Vzhledem k tomu, že se práce na atletických oválech uskutečňují převážně v letních měsících, je nutné počítat s možnými změnami teplot během dne. Je dobré nechat totální stanici a stativ před jejich používáním temperovat.

Při vytyčování není přístroj většinou ničím stíněn. Zahřátím stativu často dochází k jeho pohybu a následně změně polohy totální stanice. Je tedy nutná častá kontrola její polohy. Ta se může kontrolovat například opakovaným měřením na stabilní bod signalizovaný odrazným hranolem, který je nutný před vytyčováním z konkrétního stanoviska zaměřit a určit tak jeho souřadnice. Při opakovaných zaměřeních odrazného hranolu totální stanice vyhodnotí odchylky od souřadnic, které byly určeny prvním zaměřením před vytyčováním. Vysoké hodnoty případných odchylek naznačují, že se přístroj pohnul a je nutné jej znovu orientovat.

Po vytyčení všech bodů přichází na řadu lajnování (Obr. 44). Lajnování provádí specializované firmy strojem k tomuto úkonu určeným. Přesnost lajnování závisí především na zkušenostech lajnaře.

V případě, že má být stadion certifikován, provádí geodet ještě zaměření skutečného stavu nalajnovaných linií podle certifikačního formuláře<sup>6</sup> IAAF.

#### **POZNÁMKA:**

*Vytyčování bodů lajn na atletických oválech je fyzicky hodně náročné. Při vytyčení jednoho bodu udělá geodet minimálně jeden dřep. Denně jich tedy udělá několik set a nachodí tisíce metrů. Někteří proto vymýšlejí způsoby, jak si pohyb po ovále ulehčit. Například při vytyčování vodících linií v obloucích, kdy je potřeba vytyčovat body i po 0,50 m, se osvědčil obyčejný skateboard (Obr. 45), na kterém se geodet v sedě pohybuje*

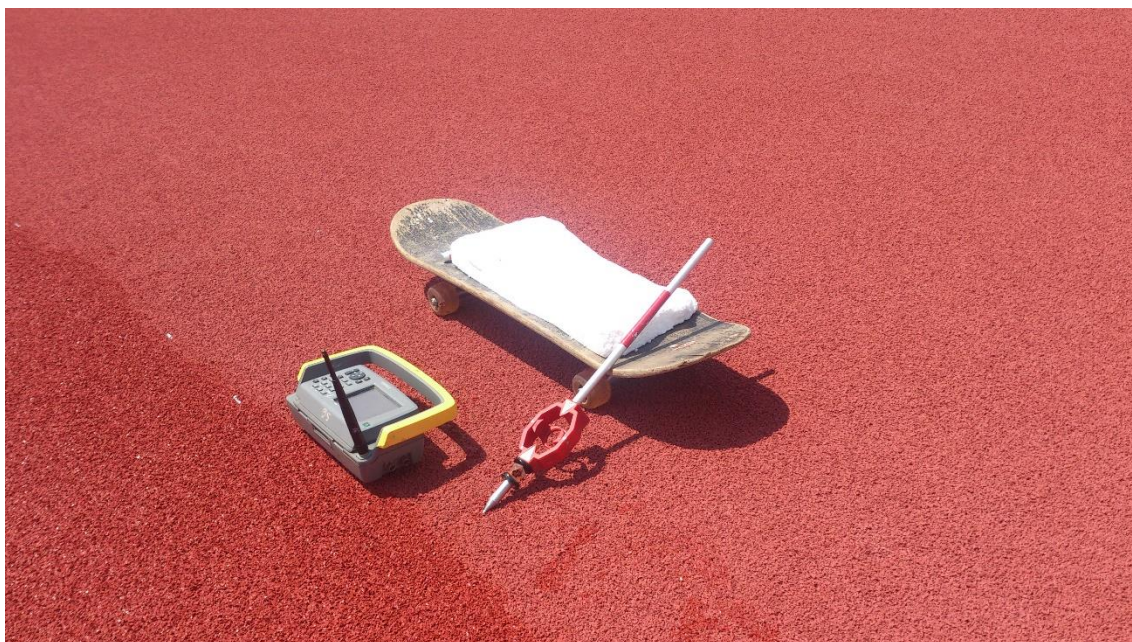
<sup>6</sup> Certifikační formulář REPORT FORMS - Measurement Report Forms – Outdoor je k dispozici na <http://www.iaaf.org/about-iaaf/documents/technical>



po oválu. Nicméně i při tomto pohybu jsou potřeba určité zkušenosti při držení odrazného hranolu a signalizování vytyčeného bodu.



Obr. 44: Lajnování atletického oválu



Obr. 45: Skateboard



## Závěr

Tato diplomová práce popisuje podrobnou metodiku postupu při úkonech spojených s lajnováním nestandardních atletických oválů se složenými oblouky.

V práci je popsán postup při budování bodového pole a výpočty souřadnic včetně jejich přesností. Vše je ukázáno na modelovém příkladu vycházejícím z reálného měření.

V kapitole 4.2. byly vypočteny rozborů přesnosti pro výpočet souřadnic přechodného stanoviska vyrovnáním zprostředkujících měření MNČ bez uvážení a s uvážením vlivu podkladu. Na závěr byla vypočtena přesnost fiktivního vytyčovaného bodu.

Dále je zde popsán výpočet souřadnic středů obloukových částí ze zaměření obrubníku oválu. U tohoto výpočtu je věnována pozornost zejména špatné podmíněnosti matice a možným úpravám vstupních hodnot vedoucím ke zlepšení stability výpočtu.

Hlavní částí této práce je popis výpočtů potřebných pro určení souřadnic bodů a hodnot posunů, resp. staničení jednotlivých linií, které se na atletických oválech nacházejí.

Výpočty byly navrhovány tak, aby je bylo možné použít pro nestandardní ovály obecných rozměrů. Z jednotlivých výpočetních skriptů byla vytvořena funkce. Dále byla vytvořena GUI aplikace, která k výpočtům používá zmíněnou funkci. Zadávání vstupních hodnot do aplikace by mělo být více „user-friendly“ neboli uživatelsky přívětivější. Výhodou GUI aplikace je také to, že jde zkompileovat do *Standalone* aplikace. Tu lze spouštět i na počítačích, na kterých není nainstalován výpočetní program MATLAB, ve kterém byly všechny výpočty vytvořeny.

Výsledky těchto výpočtů jsou dále použity při vytváření digitálních výkresů plánu značení pro nestandardní ovály, které byly v rámci této práce také vytvořeny v CAD systému MicroStation V8i. Z projektů plánu značení lze získat požadované souřadnice bodů a linií, které se následně vytyčují.

Problematika atletických oválu mne velice zaujala již při psaní mé bakalářské práce, která se věnovala standardnímu oválu. Při psaní této diplomové práce jsem si rozšířil znalosti ohledně výpočtů spojených se značením nestandardních oválů se složenými oblouky.



Problematice atletických oválů bych se rád nadále věnoval. Dalším krokem by pro mne mohlo být vytvoření sofistikovaného programu, který by počítal přímo souřadnice bodů všech linií. Nebylo by tedy vůbec nutné vytvářet digitální výkres plánu značení.

Zajímavým tématem je také problematika výpočtů spojených se značením „indoor“ oválů, které mají klopené zatáčky. Délky drah jsou zde počítány v prostoru, tudíž jsou výpočty náročnější než u běžných atletických oválů.



## Použitá literatura

- [1] VONDRÁČEK, Matouš. *Bakalářská práce: Vytyčování atletických drah*. Praha: Fakulta stavební ČVUT, 2014.
- [2] IAAF Track and Field Facilities Manual 2008 Edition – Chapters 1 – 3 Dostupné z <http://www.iaaf.org/about-iaaf/documents/technical>
- [3] VOBOŘILOVÁ, Pavla a Zdeněk SKOŘEPA. *Geodézie 1, 2: návody pro cvičení*. Vyd. 2., přeprac. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01- 02869-0.
- [4] MÍKA, Stanislav. *Numerické metody algebry*. 2. vyd. Praha: Nakladatelství technické literatury, 1985. Matematika pro vysoké školy technické, 4.



## Seznam obrázků

Obr. 1: Rozměry standardního oválu [m] .....	9
Obr. 2: Univerzální značení konstrukčních prvků nestandardního oválu [m] .....	11
Obr. 3: Ovál se složenými oblouky ( $R_1= 34,000\text{m}$ ; $R_2= 51,543\text{m}$ ).....	12
Obr. 4: Ovál se složenými oblouky ( $R_1= 24,000\text{m}$ ; $R_2= 48,000\text{m}$ ).....	13
Obr. 5: Ovál se složenými oblouky ( $R_1= 27,082\text{m}$ ; $R_2= 40,022\text{m}$ ).....	13
Obr. 6: Ideální stopy .....	15
Obr. 7: Kontrolní měření na oválu se složenými oblouky .....	16
Obr. 8: Stabilizace středu.....	17
Obr. 9: Upravený projekt oválu se složenými oblouky ( $R_1= 34,000\text{m}$ ; $R_2= 51,543\text{m}$ )	22
Obr. 10: Upravený projekt oválu se složenými oblouky ( $R_1= 24,000\text{m}$ ; $R_2= 48,000\text{m}$ ) .....	23
Obr. 11: Upravený projekt oválu se složenými oblouky ( $R_1= 27,082\text{m}$ ; $R_2= 40,022\text{m}$ ) .....	23
Obr. 12: Samolepící odrazný štítek.....	24
Obr. 13: Bodové pole - rozmístění bodů.....	24
Obr. 14: Body primární sítě s elipsami chyb .....	36
Obr. 15: Leica GRZ101 - 360° minihranol Obr. 16: edding - značkovací fix .....	43
Obr. 17: Určení středů - fiktivní body .....	47
Obr. 18: Start závodu na 5 000 m pro standardní ovál (převzato z manuálu) .....	59
Obr. 19: Start závodu na 10 000 m pro standardní ovál (převzato z manuálu) .....	60
Obr. 20: Evolventa kružnice .....	66
Obr. 21: Evolventy na atletických oválech .....	67
Obr. 22: Části oválu .....	75
Obr. 23: Umístění Breakline.....	77
Obr. 24: Redukce .....	77
Obr. 25: Konstrukce linie souběhu podle manuálu (převzato z manuálu, rozměry pro standardní ovál).....	79
Obr. 26: Umístění linie hlavního startu závodu na 5 000m .....	80
Obr. 27: Umístění linie hlavního startu závodu na 10 000m .....	81
Obr. 28: Umístění linie posunutého startu závodu na 5 000m - části dvou evolvent ....	83
Obr. 29: Umístění linie posunutého startu závodu na 10 000m - části dvou evolvent ...	84
Obr. 30: Umístění linie startu závodu na 1 míli.....	85
Obr. 31: Umístění linie startu závodu na 1 500 m - části dvou evolvent.....	87
Obr. 32: Steeplechase - rozměry vodního příkopu .....	88
Obr. 33: Steeplechase - překážka na trati .....	89
Obr. 34: Vodní příkop uvnitř druhé zatáčky (převzato z manuálu, rozměry pro standardní ovál).....	90
Obr. 35: Vodní příkop vně druhé zatáčky (převzato z manuálu, rozměry pro standardní ovál) .....	90
Obr. 36: Vodní příkop uvnitř zatáčky - detail (převzato z manuálu, rozměry pro standardní ovál).....	91
Obr. 37: Steeplechase - určení středů přechodových oblouků (hodnoty v m).....	93
Obr. 38: Steeplechase - výpočet VM .....	93
Obr. 39: Steeplechase - výpočet VM (převzato z dokumentu pro certifikaci atletických oválů) .....	94
Obr. 40: Umístění linie startu závodu 2 000m Steeplechase .....	96
Obr. 41: Umístění linie startu závodu 3 000m Steeplechase .....	97
Obr. 42: GUI aplikace.....	100





Obr. 43: GUI aplikace – hodnoty oválu č. 1 .....	101
Obr. 44: Lajnování atletického oválu .....	106
Obr. 45: Skateboard .....	106



## Seznam tabulek

Tab. 1: Vnitřní rozměry 400 m oválů (převzato z manuálu IAAF).....	10
Tab. 2: Rozměry vnitřní plochy 400 m oválu využívané pro ostatní sporty (převzato z manuálu IAAF).....	10
Tab. 3: Formulář na vyhodnocení kontrolního měření - délka podél obrubníku.....	19
Tab. 4: Formulář na vyhodnocení kontrolního měření - odchylka délky běhu .....	19
Tab. 5: Délka podél teoretické dráhy běhu .....	19
Tab. 6: Ovál č. 1 - délka podél obrubníku .....	20
Tab. 7: Ovál č. 1 - délka podél teoretické dráhy běhu .....	20
Tab. 8: Ovál č. 2 - délka podél obrubníku .....	20
Tab. 9: Ovál č. 2 - délka podél teoretické dráhy běhu .....	20
Tab. 10: Ovál č. 3 - délka podél obrubníku .....	21
Tab. 11: Ovál č. 3 - délka podél teoretické dráhy běhu .....	21
Tab. 12: Výsledné hodnoty měřených veličin – primární síť (seznam měření viz příloha 1).....	35
Tab. 13: Souřadnice bodů primární sítě.....	35
Tab. 14: Kovarianční matice charakterizující přesnost bodů primární sítě .....	36
Tab. 15: Střední chyby a elipsy chyb charakterizující přesnost bodů primární sítě .....	36
Tab. 16: Výsledné hodnoty měřených veličin – protínání (seznam měření viz příloha 2) .....	37
Tab. 17: Přibližné hodnoty neznámých .....	37
Tab. 18: Výsledné přírůstky - MNČ bez vlivu podkladu .....	37
Tab. 19: Výsledné neznámé - MNČ bez vlivu podkladu.....	37
Tab. 20: Kovarianční matice charakterizující přesnost neznámých - MNČ bez vlivu podkladu.....	38
Tab. 21: Přesnost neznámých - MNČ bez vlivu podkladu .....	38
Tab. 22: Výsledné opravy - MNČ bez vlivu podkladu.....	38
Tab. 23: Přibližné hodnoty neznámých .....	38
Tab. 24: Výsledné přírůstky - MNČ s vlivem podkladu.....	39
Tab. 25: Výsledné neznámé - MNČ s vlivem podkladu.....	39
Tab. 26: Kovarianční matice charakterizující přesnost neznámých - MNČ s vlivem podkladu.....	39
Tab. 27: Přesnost neznámých - MNČ s vlivem podkladu .....	39
Tab. 28: Výsledné opravy - MNČ s vlivem podkladu.....	39
Tab. 29: Porovnání výsledků MNČ bez, resp. s uvážením vlivu podkladu.....	40
Tab. 30: Kovarianční matice charakterizující přesnost fiktivního bodu - MNČ bez vlivu podkladu.....	41
Tab. 31: Přesnost fiktivního - MNČ bez vlivu podkladu.....	41
Tab. 32: Kovarianční matice charakterizující přesnost fiktivního bodu - MNČ s vlivem podkladu.....	42
Tab. 33: Přesnost fiktivního - MNČ s vlivem podkladu.....	42
Tab. 34: Výchozí hodnoty - souřadnice středů .....	47
Tab. 35: Vyrovnání MNČ bez redukce - 1.oblouková část .....	48
Tab. 36: Vyrovnání MNČ bez redukce - 2. oblouková část .....	49
Tab. 37: Vyrovnání MNČ bez redukce - 3. oblouková část .....	49
Tab. 38: Vyrovnání MNČ s redukcí k těžišti - 1. oblouková část .....	51
Tab. 39: Vyrovnání MNČ s redukcí k těžišti - 2. oblouková část .....	52
Tab. 40: Vyrovnání MNČ s redukcí k těžišti - 3. oblouková část .....	52
Tab. 41: Vyrovnání MNČ - 1. oblouková část (body 1, 11, 22).....	53



---

Tab. 42: Vzdálenosti a výšky překážek .....	61
Tab. 43: Středky - ovál s jednoduchými oblouky .....	69
Tab. 44: Středky - ovál se složenými oblouky.....	69
Tab. 45: Posuny startů - 200 m .....	72
Tab. 46: Posuny startů - 400 m .....	72
Tab. 47: Posuny startů - 800 m (Ovál se složenými oblouky ( $R_1 = 34,000\text{m}$ ; $R_2 = 51,543\text{m}$ ).....	73
Tab. 48: Posuny startů - 800 m (Ovál se složenými oblouky ( $R_1 = 24,000\text{m}$ ; $R_2 = 48,000\text{m}$ ).....	73
Tab. 49: Posuny startů - 800 m (Ovál se složenými oblouky ( $R_1 = 27,082\text{m}$ ; $R_2 = 40,022\text{m}$ ).....	73
Tab. 50: Posuny startů - 4x400 m (Ovál se složenými oblouky ( $R_1 = 34,000\text{m}$ ; $R_2 = 51,543\text{m}$ ).....	74
Tab. 51: Posuny startů - 4x400 m (Ovál se složenými oblouky ( $R_1 = 24,000\text{m}$ ; $R_2 = 48,000\text{m}$ ).....	74
Tab. 52: Posuny startů - 4x400 m (Ovál se složenými oblouky ( $R_1 = 27,082\text{m}$ ; $R_2 = 40,022\text{m}$ ).....	74
Tab. 53: Redukce (Ovál se složenými oblouky ( $R_1 = 34,000\text{m}$ ; $R_2 = 51,543\text{m}$ ) .....	78
Tab. 54: Redukce (Ovál se složenými oblouky ( $R_1 = 24,000\text{m}$ ; $R_2 = 48,000\text{m}$ ) .....	78
Tab. 55: Redukce (Ovál se složenými oblouky ( $R_1 = 27,082\text{m}$ ; $R_2 = 40,022\text{m}$ ) .....	78
Tab. 56: Breakpoint .....	78
Tab. 57: Konstrukce linie souběhu podle manuálu (jednotky m/gon).....	79
Tab. 58: Parametry dráhy přes vodní příkop (převzato z dokumentu pro certifikaci atletických oválů).....	94
Tab. 59: Steeplechase – výpočet VM (převzato z dokumentu pro certifikaci atletických oválů) .....	95
Tab. 60: Steeplechase - pozice startů (převzato z dokumentu pro certifikaci atletických oválů) .....	95



## Seznam příloh

- 1** Seznam měření pro určení souřadnic bodů primární sítě
- 2** Seznam měření – určení souřadnic přechodného stanoviska
- 3** IAAF Track and Field Facilities Manual 2008 Edition - Marking Plan 400m Standard Track (plán značení standardního oválu)
- 4** Výkres plánu značení – ovál č. 1 ( $R_1 = 34,000\text{m}$ ;  $R_2 = 51,543\text{m}$ )
- 5** Výkres plánu značení – ovál č. 2 ( $R_1 = 24,000\text{m}$ ;  $R_2 = 48,000\text{m}$ )
- 6** Výkres plánu značení – ovál č. 3 ( $R_1 = 27,082\text{m}$ ;  $R_2 = 40,022\text{m}$ )
- 7** Výpočetní skripty z programu MATLAB (souřadnice a přesnost bodů polohového bodového pole, vyrovnání MNČ)



## Přílohy

### č. 1 Seznam měření pro určení souřadnic bodů primární sítě

SEZNAM MĚŘENÍ						
Zakázka:				Měřič:	Matouš Vondráček	
Lokalita:	Praha - Dejvice			Stroj:	Leica TS 06 (č. 1342535)	
Projekt:				Datum:	28.06.2016	
Předmět:				Čas:	10:00	
Měřitko:	1.000000000000			Teplota:	24 °C	
Souč. konst.:	0.000			Tlak:	985 hPa	
Popis:						
Číslo bodu	Hz	Z	Šik. délka	Převýšení	Signál	Popis
poč.	0.0062				0.000	
1	89.6014	83.4227	48.410		0.000	
2	127.9539	84.5585	51.903		0.000	
3	196.7719	97.9621	164.787		0.000	
4	312.3359	75.6915	30.878		0.000	
5	385.3330	93.9507	99.045		0.000	
poč.	0.0047				0.000	
poč.	200.0052				0.000	
1	289.6007	316.5781	48.408		0.000	
2	327.9527	315.4422	51.906		0.000	
3	396.7697	302.0380	164.791		0.000	
4	112.3357	324.3082	30.879		0.000	
5	185.3328	306.0490	99.041		0.000	
poč.	200.0032				0.000	



č. 2 Seznam měření – určení souřadnic přechodného stanoviška

SEZNAM MĚŘENÍ						
Zakázka:				Měřič:	Matouš Vondráček	
Lokalita:	Praha - Dejvice			Stroj:	Leica TS 06 (č. 1342535)	
Projekt:				Datum:	28.06.2016	
Předmět:				Čas:	10:20	
Měřitko:	1.000000000000			Teplota:	24 °C	
Souč. konst.:	0.000			Tlak:	985 hPa	
Popis:						
Číslo bodu	Hz	Z	Šik. délka	Převýšení	Signál	Popis
poč.	0.0049				0.000	
1	90.4541	83.9761	49.866		0.000	
2	127.4794	85.1120	53.599		0.000	
3	195.8139	97.9891	165.523		0.000	
4	311.2403	74.3822	29.263		0.000	
5	385.9376	93.9183	98.051		0.000	
poč.	0.0038				0.000	
poč.	200.0056				0.000	
1	290.4564	316.0228	49.866		0.000	
2	327.4831	314.8860	53.604		0.000	
3	395.8165	302.0109	165.527		0.000	
4	111.2426	325.6173	29.264		0.000	
5	185.9398	306.0806	98.048		0.000	
poč.	200.0057				0.000	



## č. 7 Výpočetní skript z programu MATLAB (souřadnice a přesnost bodů polohového bodového pole)

```
clc; clear;
format long g
gon= 200/pi;
rad= pi/200;

%% zpracovani mereni
smery = [ 0 0.0062 200.0052
          1 89.6014 289.6007
          2 127.9539 327.9527
          3 196.7719 396.7697
          4 312.3359 112.3357
          5 385.3330 185.3328
          0 0.0047 200.0032];

zenitky=[ 1 83.4227 316.5781
          2 84.5585 315.4422
          3 97.9621 302.0380
          4 75.6915 324.3082
          5 93.9507 306.0490];

sikme_delky= [ 1 48.410 48.408
               2 51.903 51.906
               3 164.787 164.791
               4 30.878 30.879
               5 99.045 99.041];

for i=1:length(smery)
    vysledne_smery(i,1)= smery(i,1);
    if smery(i,3)>=200
        vysledne_smery(i,2)= (smery(i,2)+
smery(i,3)-200)/2;
    else
        vysledne_smery(i,2)= (smery(i,2)+
smery(i,3)+200)/2;
    end
end
vysledne_smery= roundn(vysledne_smery,-
4);

for i=2:(length(smery)-1)
    Vysledne_smery(i-1,1)=
vysledne_smery(i,1);
    Vysledne_smery(i-1,2)=
vysledne_smery(i,2);
end
Vysledne_smery;

for i=1:length(zenitky)
    vysledne_zenitky(i,1)=zenitky(i,1);
    vysledne_zenitky(i,2)=((400 -
zenitky(i,3))+zenitky(i,2))/2;
    indexova_chyba(i)= (400 -
(zenitky(i,3)+zenitky(i,2)))/2;
end
Vysledne_zenitky=
roundn(vysledne_zenitky, -4);
Indexove_chyba= (roundn(indexova_chyba,
-4))';

for i=1:length(sikme_delky)
vysledne_sikme_delky(i,1)=sikme_delky(i,
1);

vysledne_sikme_delky(i,2)=(sikme_delky(i
,3)+sikme_delky(i,2))/2;
end
Vysledne_sikme_delky=
roundn(vysledne_sikme_delky, -3);

%% vypocet souradnic bodu primarni site
a jejich presnosti
Stanovisko= [500 1000]; % [y x]

for i=1:length(Vysledne_smery)
    souradnice(i,1)= Stanovisko(1) +
sin(Vysledne_smery(i,2)*rad) *
(sin(Vysledne_zenitky(i,2)*rad)*(Vysledn
e_sikme_delky(i,2)));
    souradnice(i,2)= Stanovisko(2) +
cos(Vysledne_smery(i,2)*rad) *
(sin(Vysledne_zenitky(i,2)*rad)*(Vysledn
e_sikme_delky(i,2)));
end
souradnice = (roundn(souradnice, -4));
% poradi y,x

Sig_d= 0.005;
Sig_HzV = 0.0006 *rad;

for i=1:length(souradnice)
    %Kovariancni matice
    (Sig_X,cov(x,y),cov(y,x),Sig_Y)
    Kov_X(1,1,i)= Sig_d^2 *
sin(Vysledne_zenitky(i,2)*rad)^2 *
cos(Vysledne_smery(i,2)*rad)^2 +
Sig_HzV^2 * Vysledne_sikme_delky(i,2)^2
* (sin(Vysledne_zenitky(i,2)*rad)^2 *
sin(Vysledne_smery(i,2)*rad)^2 +
cos(Vysledne_zenitky(i,2)*rad)^2 *
cos(Vysledne_smery(i,2)*rad)^2);
    Kov_X(2,2,i)= Sig_d^2 *
sin(Vysledne_zenitky(i,2)*rad)^2 *
sin(Vysledne_smery(i,2)*rad)^2 +
Sig_HzV^2 * Vysledne_sikme_delky(i,2)^2
* (sin(Vysledne_zenitky(i,2)*rad)^2 *
cos(Vysledne_smery(i,2)*rad)^2 +
cos(Vysledne_zenitky(i,2)*rad)^2 *
sin(Vysledne_smery(i,2)*rad)^2);
    Kov_X(1,2,i)= 0.5 *
sin(2*(Vysledne_zenitky(i,2)*rad)) *
(Sig_d^2 *
sin(Vysledne_zenitky(i,2)*rad)^2 +
Sig_HzV^2 * Vysledne_sikme_delky(i,2)^2
* cos(2*(Vysledne_zenitky(i,2)*rad)));
    Kov_X(2,1,i)= 0.5 *
sin(2*(Vysledne_smery(i,2)*rad)) *
(Sig_d^2 *
sin(Vysledne_zenitky(i,2)*rad)^2 +
Sig_HzV^2 * Vysledne_sikme_delky(i,2)^2
* cos(2*(Vysledne_zenitky(i,2)*rad)));

    Sig_X(i) = sqrt(Kov_X(1,1,i));
    Sig_Y(i) = sqrt(Kov_X(2,2,i));

    Sig_2D(i) =
sqrt(trace(Kov_X(:, :, i)));
    vl_cisla(i,:) =
(eig(Kov_X(:, :, i)))';
    poloosa_a(i) = sqrt(vl_cisla(i,2));
    poloosa_b(i) = sqrt(vl_cisla(i,1));

    alfa(i)= atan2(2*Kov_X(1,2,i),
(Kov_X(1,1,i) - Kov_X(2,2,i)));
    if alfa(i)<=0
        alfa(i)= alfa(i)+2*pi;
    end
    alfa(i)=0.5*alfa(i);
end
Kov_X;
```



```
Sig_X = (roundn(Sig_X, -4));
Sig_Y = (roundn(Sig_Y, -4));
Sig_2D = (roundn(Sig_2D, -4));
poloosa_a = (roundn(poloosa_a, -4));
poloosa_b = (roundn(poloosa_b, -4));
alfa = (roundn(alfa*gon, -4));

%% Stanovisko - vyrovnani
smery_2 = [ 0 0.0049 200.0056
            1 90.4541 290.4564
            2 127.4794 327.4831
            3 195.8139 395.8165
            4 311.2403 111.2426
            5 385.9376 185.9398
            0 0.0038 200.0057];

zenitky_2 = [ 1 83.9761 316.0228
              2 85.1120 314.8860
              3 97.9891 302.0109
              4 74.3822 325.6173
              5 93.9183 306.0806];

sikme_delky_2 = [ 1 49.866
                  49.866
                  2 53.599 53.604
                  3 165.523 165.527
                  4 29.263 29.264
                  5 98.051 98.048];

for i=1:length(smery_2)
    vysledne_smery_2(i,1)= smery_2(i,1);
    if smery_2(i,3)>=200
        vysledne_smery_2(i,2)=
        (smery_2(i,2)+ smery_2(i,3)-200)/2;
    else
        vysledne_smery_2(i,2)=
        (smery_2(i,2)+ smery_2(i,3)+200)/2;
    end
end
vysledne_smery_2=
roundn(vysledne_smery_2,-4);

for i=2:(length(smery_2)-1)
    Vysledne_smery_2(i-1,1)=
vysledne_smery_2(i,1);
    Vysledne_smery_2(i-1,2)=
vysledne_smery_2(i,2);
end
Vysledne_smery_2;

for i=1:length(zenitky_2)
vysledne_zenitky_2(i,1)=zenitky_2(i,1);
    vysledne_zenitky_2(i,2)=(400 -
zenitky_2(i,3)+ zenitky_2(i,2))/2;
    indexova_chyba_2(i)= (400 -
(zenitky_2(i,3)+ zenitky_2(i,2)))/2;
end
Vysledne_zenitky_2=
roundn(vysledne_zenitky_2, -4);
Indexove_chyba_2=
(roundn(indexova_chyba_2, -4))';

for i=1:length(sikme_delky_2)
vysledne_sikme_delky_2(i,1)=sikme_delky_
2(i,1);

vysledne_sikme_delky_2(i,2)=(sikme_delky
_2(i,3)+ sikme_delky_2(i,2))/2;
end
Vysledne_sikme_delky_2=
roundn(vysledne_sikme_delky_2, -3);

%% protinani z delek...priblizne
souradnice

d_P2= sin(Vysledne_zenitky_2(2,2)*rad) *
Vysledne_sikme_delky_2(2,2); %
vodorovna delka na bod 2
d_P3= sin(Vysledne_zenitky_2(3,2)*rad) *
Vysledne_sikme_delky_2(3,2); %
vodorovna delka na bod 3

bod_2= souradnice(2,:);
bod_3= souradnice(3,:);

smernik_23 = atan2(bod_3(1)-
bod_2(1),bod_3(2)-bod_2(2));
if smernik_23 < 0
    smernik_23 = smernik_23 + 2*pi;
end
smernik_23*gon;
d_23 = sqrt( (bod_3(2)-bod_2(2))^2 +
(bod_3(1)-bod_2(1))^2 );

u = (d_23^2 + d_P2^2 - d_P3^2)/(2*d_23);
k = sqrt(d_P2^2 - u^2);

y_P= bod_2(1) + k*((bod_3(2)-
bod_2(2))/d_23) + u*((bod_3(1)-
bod_2(1))/d_23);
yy_P = bod_2(1) + k*cos(smernik_23) +
u*sin(smernik_23);
x_P= bod_2(2) + u*((bod_3(2)-
bod_2(2))/d_23) - k*((bod_3(1)-
bod_2(1))/d_23);
xx_P = bod_2(2) + u*cos(smernik_23) -
k*sin(smernik_23);

%% vyrovnani_bez uvazeni vlivu podkladu

% f1: S_PA - sqrt( (xA - xP)^2 + (yA -
yP)^2 ) = 0
% f2: Psi_PA - (artct((yA - yP)/(xA -
xP)) - Op) = 0

Sig_d;
Sig_HzV;
souradnice;

pribl_y = (roundn(y_P, -4)) ;
pribl_x = (roundn(x_P, -4)) ;
Op=0;

pribl_sour = [pribl_y pribl_x Op ];

P_d = 1/Sig_d^2;
P_HzV = 1/Sig_HzV^2;

% poradi souradnic y,x
j=1;
for i=1:length(souradnice)
    d_0(i) = sqrt((souradnice(i,2) -
pribl_sour(2))^2 + (souradnice(i,1) -
pribl_sour(1))^2 );
    smernik_0(i) =
atan2((souradnice(i,1) -
pribl_sour(1)),(souradnice(i,2) -
pribl_sour(2)));
    if smernik_0(i) < 0
        smernik_0(i) = smernik_0(i) +
2*pi;
    end

    A(j,1)= -(souradnice(i,1) -
pribl_sour(1))/d_0(i);
%derivace podle yP
```





```
A(j,2) = -(souradnice(i,2) -
pribl_sour(2))/d_0(i);
%derivace podle xP
A(j,3) = 0;

A(j+1,1) = -(souradnice(i,2) -
pribl_sour(2))/d_0(i)^2; %derivace
podle yP
A(j+1,2) = (souradnice(i,1) -
pribl_sour(1))/d_0(i)^2; %derivace
podle xP
A(j+1,3) = -1;
%derivace podle Op

L0(j) = d_0(i);
L0(j+1) = smernik_0(i);

L(j) =
sin(Vysledne_zenitky_2(i,2)*rad) *
Vysledne_sikme_delky_2(i,2);
L(j+1) = Vysledne_smery_2(i,2)*rad;

P(j,j) = P_d;
P(j+1,j+1) = P_HzV;

j=j+2;

end

A;
L0;
L;
P;
l=L-L0;

N= A'*P*A;
n= A'*P*l';
dx = inv(N)*n
v1= A*dx - l';

X_vyr = pribl_sour' + dx;
yP_vyr = (roundn(X_vyr(1), -4));
xP_vyr = (roundn(X_vyr(2), -4));
Op_vyr_gon = roundn(X_vyr(3)*gon,-5);
Vysledne_nezname = [yP_vyr, xP_vyr,
Op_vyr_gon]

% presnost podrobného bodu
Kov_neznamych = (inv(A'*P*A));
presnost_neznamych =
sqrt(Kov_neznamych);
presnost_neznamych_Y_X_Op =
[roundn(presnost_neznamych(1,1), -4),
roundn(presnost_neznamych(2,2), -
4),roundn(presnost_neznamych(3,3)*gon, -
5)]

j=1;
for i=1:length(souradnice)
d_0(i) = sqrt((souradnice(i,2) -
xP_vyr)^2 + (souradnice(i,1) - yP_vyr)^2
);
smernik_0(i) =
atan2((souradnice(i,1) -
yP_vyr), (souradnice(i,2) - xP_vyr));
if smernik_0(i) < 0
smernik_0(i) = smernik_0(i) +
2*pi;
end

L_X(j) = d_0(i);
L_X(j+1) = smernik_0(i) -
(X_vyr(3));

j=j+2;
end
L_X';

v2= (L_X - L)';

for i=1:2:length(v1)
v11(i) = (roundn(v1(i), -4));
v11(i+1) = (roundn(v1(i+1)*gon, -5))
;
end
v11'; % opravy v1 v metrech a
gonech
v1;
for i=1:2:length(v2)
v22(i) = (roundn(v2(i), -4));
v22(i+1) = (roundn(v2(i+1)*gon, -5))
;
end
v22'; % opravy v2 v metrech a
gonech
v2;
v= (v1 - v2);
for i=1:2:length(v)
v(i) = v(i);
v(i+1) = v(i+1)*gon;
end
v;

n=2*length(souradnice); % pocet
mereni
k=3; % pocet
neznamych

sig_0_apost =sqrt((v1'*P*v1)/(n-k))

dolni_mez = sqrt(chi2inv(0.025,7)/(n-k))
horni_mez = sqrt(chi2inv(0.975,7)/(n-k))

%% fiktivni bod k vytyceni
d_30 = 50; % 50m
psi_73 = 73; %73 gon

y_A = X_vyr(1) + sin((psi_73) *rad) *
d_30;
x_A = X_vyr(2) + cos((psi_73) *rad) *
d_30;

%% vliv podkladu
[m,n,p]=size(Kov_X);
%Kovariancni matice pro vsechny body
podkladu
j=1;
for i=1:(p)
Kov_X2(j,j)= Kov_X(2,2,i);
% kovariancni matice musi byt
otocena...derivace jsou v poradí Y,X
Kov_X2(j,j+1)= Kov_X(1,2,i);
% covariance jsou stejne
Kov_X2(j+1,j)= Kov_X(2,1,i);
Kov_X2(j+1,j+1)= Kov_X(1,1,i);
j=j+2;
end
Kov_X;
Kov_X2;

% matice planu s derivacemi funkcich
vyztahu podle souradnic pokladu
j=1;
for i=1:length(souradnice)
d_0_2(i) = sqrt((souradnice(i,2) -
pribl_sour(2))^2 + (souradnice(i,1) -
pribl_sour(1))^2 );
```



```
B(j,j)= (souradnice(i,1) -
pribl_sour(1))/ d_0_2(i);
%derivace podle y1
B(j,j+1)= (souradnice(i,2) -
pribl_sour(2))/ d_0_2(i);
%derivace podle x2
B(j+1,j)= (souradnice(i,2) -
pribl_sour(2))/ d_0_2(i)^2;
%derivace podle y1
B(j+1,j+1)= -(souradnice(i,1) -
pribl_sour(1))/ d_0_2(i)^2;
%derivace podle x2
j=j+2;
end
B;

Kov_LL = 1 * inv(P)+B*Kov_X2*B';
% kovariancni matice zahrnujici vlivy
mereni a podkladu
[t,u]=size(Kov_LL);

NN= A'*inv(Kov_LL)*A;
nn= A'*inv(Kov_LL)*1';

dxx= inv(NN) * nn % prirustky
vv1= A*dxx - 1';

n=2*length(souradnice); % pocet
mereni
k=3; % pocet
neznamych
sig_0_apost 2
=sqrt((vv1'*inv(Kov_LL)*vv1)/(n-k))

X_vyr_2 = pribl_sour' + dxx;

yP_vyr_2 = (roundn(X_vyr_2(1), -4));
xP_vyr_2 = (roundn(X_vyr_2(2), -4));
Op_vyr_2_gon = (roundn(X_vyr_2(3)*gon, -
5));
Vysledne_nezname_2 = [yP_vyr_2,xP_vyr_2,
Op_vyr_2_gon]

Kov_neznamych_2=(inv(A'*inv(Kov_LL)*A));
presnost_neznamych_2 =
sqrt(Kov_neznamych_2);
presnost_neznamych_Y_X_Op_2 =
[roundn(presnost_neznamych_2(1,1), -4),
roundn(presnost_neznamych_2(2,2), -
4),roundn(presnost_neznamych_2(3,3)*gon,
-5)];

M=inv(NN)*A'*inv(Kov_LL);
Kov_neznamych_3= M*Kov_LL*M';
presnost_neznamych_3 =
sqrt(Kov_neznamych_3);
presnost_neznamych_Y_X_Op_3 =
[roundn(presnost_neznamych_3(1,1), -4),
roundn(presnost_neznamych_3(2,2), -
4),roundn(presnost_neznamych_3(3,3)*gon,
-5)]

j=1;
for i=1:length(souradnice)
d_0(i) = sqrt((souradnice(i,2) -
xP_vyr_2)^2 + (souradnice(i,1) -
yP_vyr_2)^2 );
smernik_0(i) =
atan2((souradnice(i,1) -
yP_vyr_2), (souradnice(i,2) - xP_vyr_2));
if smernik_0(i) < 0
smernik_0(i) = smernik_0(i) +
2*pi;
end

L_X_2(j) = d_0(i);
L_X_2(j+1) = smernik_0(i) -
X_vyr_2(3);
j=j+2;
end
L_X_2';
vv2= (L_X_2 - L)';
for i=1:2:length(vv1)
vv1(i)= vv1(i);
vv1(i+1)= vv1(i+1)*gon;
end
vv1'; % opravy vv1 v metrech a
gonech
for i=1:2:length(vv2)
vv2(i)= vv2(i);
vv2(i+1)= vv2(i+1)*gon;
end
vv2'; % opravy vv2 v metrech a
gonech
vv= (vv1 - vv2);
for i=1:2:length(vv)
vv(i)= vv(i);
vv(i+1)= vv(i+1)*gon;
end
vv';

%% elipsy chyb
% bez uvazeni vlivu podkladu
varyy=Kov_neznamych(1,1);
varxx=Kov_neznamych(2,2);
covxy=Kov_neznamych(2,1);

c=sqrt((varxx-varyy)^2 + 4*(covxy)^2);
a=sqrt(0.5*(varxx + varyy + c));
b=sqrt(0.5*(varxx + varyy - c));
alfa=zarad2pi((0.5*(atan((2*
covxy)/(varxx - varyy)))))*gon;

elipsa_bez_P = [roundn(a,-4), roundn(b,-
4), roundn(alfa,-5)]
% s uvazenim vlivu podkladu
varyy_2=Kov_neznamych_3(1,1);
varxx_2=Kov_neznamych_3(2,2);
covxy_2=Kov_neznamych_3(2,1);

c_2=sqrt((varxx_2-varyy_2)^2 +
4*(covxy_2)^2);
a_2=sqrt(0.5*(varxx_2 + varyy_2 + c_2));
b_2=sqrt(0.5*(varxx_2 + varyy_2 - c_2));
alfa_2=zarad2pi((0.5*(atan((2*
covxy_2)/(varxx_2 - varyy_2)))))*gon;

elipsa_s_P = [roundn(a_2,-4),
roundn(b_2,-4), roundn(alfa_2,-5)]
```