



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE  
Fakulta strojní  
Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky

**Experimentální analýza protiběžných vrtulí**  
**Experimental analysis of contra-rotating propellers**  
Diplomová práce

**Bc. Martin Brada**

Vedoucí diplomové práce: Ing. Vít Štorch  
Studijní program: Strojní inženýrství  
Studijní obor: Aplikovaná mechanika

Praha 2017

## Zadání

# Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci s názvem: Experimentální analýza protiběžných vrtulí vypracoval samostatně pod vedením Ing. Víta Štorcha s použitím literatury uvedené na konci mé diplomové práce v seznamu použité literatury.

V Praze dne 27. 1. 2017

Martin Brada

## **Anotační list**

Jméno autora: Martin Brada

Název: Experimentální analýza protiběžných vrtulí

Title: Experimental analysis of contra-rotating propellers

Rozsah práce: 60 str., 3 tab., 33 obr.

Akademický rok: 2016/2017

Vedoucí: Ing. Vít Štorch

Klíčová slova: vrtule, protiběžné, aeroakustika, hluk, koaxiální, experiment

Keywords: propeller, contra-rotating, aeroacoustics, noise, coaxial, experiment

## **Anotace**

Hlavní náplní této diplomové práce je měření výkonových charakteristik koaxiálních protiběžných vrtulí společně s akustickým měřením. V první části jsou přehledově uvedeny metody návrhu takové soustavy, analyzovány jednotlivé parametry a shrnuty dosavadní experimentální poznatky. Následuje popis uskutečnění experimentu a v poslední části jsou prezentovány samotné výsledky včetně diskuze.

## **Abstract**

The fundamental content of this master thesis deals with performance and acoustic measurements of the contra-rotating propellers. In the first part, the design methods, parameters and present experimental results of the contra-rotating propellers are described. In the next part follow the specifications of the experimental facilities and subsequently, the actual results are presented and discussed.

## **Poděkování**

Děkuji vedoucímu mé diplomové práce, Ing. Vítu Štorchovi, za cenné rady a připomínky k vypracování.

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Teoretický rozbor</b>	<b>3</b>
2.1	Charakteristiky vrtulí . . . . .	3
2.2	Metody návrhu vrtulí . . . . .	4
2.2.1	Hybností teorie . . . . .	4
2.2.2	Teorie izolovaného elementu listu . . . . .	8
2.2.3	Teorie nosné čáry . . . . .	10
2.2.4	Teorie nosné plochy . . . . .	12
2.2.5	Panelové metody . . . . .	13
2.2.6	Počítačová mechanika tekutin (CFD) . . . . .	13
2.3	Rozbor ideální geometrie vrtulí . . . . .	14
2.4	Parametry protiběžných vrtulí . . . . .	17
2.4.1	Experimentální výzkum v literatuře . . . . .	18
2.5	Statická účinnost . . . . .	24
2.6	Akustika vrtulí . . . . .	30
2.6.1	Akustické veličiny . . . . .	30
2.6.2	Váhové filtry . . . . .	32
2.6.3	Hluk vrtulí . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Příprava experimentu</b>	<b>38</b>
3.1	Mechanická konstrukce . . . . .	38
3.2	Vrtule a jejich pohon . . . . .	39
3.3	Měření výkonových veličin . . . . .	40
3.4	Měření hluku . . . . .	42
<b>4</b>	<b>Výsledky měření aerodynamických charakteristik</b>	<b>43</b>
4.1	Výsledky pro stejné otáčky vrtulí . . . . .	43
4.2	Výsledky pro různé otáčky vrtulí . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Výsledky akustických měření</b>	<b>53</b>
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>56</b>

## Seznam obrázků

2.1	Schéma proudění skrz vrtuli z hlediska hybnostní teorie . . . . .	5
2.2	Modifikace hybnostní teorie pro protiběžní vrtule, převzato z: [17] . . . . .	6
2.3	Schéma sil na element listu v podobě profilu . . . . .	8
2.4	Změna vztlaku podél křídla je spojena se změnou cirkulace a následným odtržením víru . . . . .	11
2.5	Cirkulace od odtržených vírů způsobí vznik indukované rych- losti na vedlejších elementech, převzato z:[4] . . . . .	11
2.6	Rychlostní diagram přední a zadní vrtule . . . . .	12
2.7	Ukázka optimalizovaného průběhu zkroucení obou vrtulí podél délky listu pro statické podmínky a pro let, převzato z:[6] . . . .	16
2.8	Ukázka optimalizovaného průběhu délky tětivy podél listu pro protiběžné vrtule, převzato z:[19] . . . . .	17
2.9	Ukázka z vizualizace provedené Taylorem, převzato z:[20] . . . .	19
2.10	Provedení Ramasamyho experimentu, převzato z:[27] . . . . .	22
2.11	Ukázka závislosti statické účinnosti na rozestupu rotorů pro zkroucené listy, převzato z:[27] . . . . .	24
2.12	Ukázka závislosti tahu vrtule na rychlosti nabíhajícího proudy, převzato z:[13] . . . . .	25
2.13	Ukázka závislosti statické účinnosti na hustotě lopatkové mříže, převzato z:[27] . . . . .	29
2.14	Ukázka závislosti statické účinnosti na otáčkách, převzato z:[27] . . . . .	29
2.15	Teoretické směrové charakteristiky jednotlivých zdrojů hluku vrtule, převzato z:[28] . . . . .	33
2.16	Porovnání naměřené (vlevo) a Gutinovy (vpravo) charakteris- tiky, převzato z:[29] . . . . .	34
3.1	Fotografie měřicího standu . . . . .	38
3.2	Průběh délky tětivy, úhlu nastavení a poloh střední křivky u vrtule 1 . . . . .	39
3.3	Schéma měřicí soustavy . . . . .	41

3.4	Měření akustických veličin . . . . .	43
4.1	Závislost tahu na otáčkách . . . . .	44
4.2	Závislost koeficientu tahu na otáčkách . . . . .	45
4.3	Závislost momentu na otáčkách . . . . .	46
4.4	Koeficient tahu a výkonu . . . . .	46
4.5	Rozdělení tahu pro koaxiální rotor . . . . .	47
4.6	Upravená statická účinnost pro různé rozestupy . . . . .	48
4.7	Porovnání závislostí výkonu na tahu . . . . .	48
4.8	Rozdělení tahu pro koaxiální rotor . . . . .	50
4.9	Závislost momentu na otáčkách . . . . .	51
4.10	Upravená statická účinnost pro různé rozestupy . . . . .	52
5.1	Průběh hladiny akustického tlaku pro různé otáčky . . . . .	53
5.2	Frekvenční spektrum pro vybrané otáčky v rozsahu do 200 Hz	54
5.3	Frekvenční spektrum pro vybrané otáčky v rozsahu do 1700 Hz	55

## Seznam tabulek

1	Nastavené otáčky pro měření vlivu Reynoldsova čísla . . . . .	44
2	Nastavené otáčky pro měření vlivu různých poměrů otáček . . . . .	50
3	Nastavené otáčky pro akustická měření . . . . .	53



## Seznam symbolů

$\alpha_0$	úhel náběhu pro nulový vztlak	[°]
$\beta$	rozdíl úhlu nastavení a náběhu	[m <sup>2</sup> ]
$\dot{m}$	hmotnostní tok	[kg/s]
$\eta$	účinnost	[-]
$\kappa$	faktor indukovaných ztrát	[-]
$\kappa_{int}$	faktor interferenčních ztrát	[-]
$\lambda$	celkový rychlostní poměr	[-]
$\lambda_i$	indukovaný rychlostní poměr	[-]
$\lambda_\infty$	rychlostní poměr	[-]
$\mu$	dynamická viskozita	[Pa.s]
$\omega$	úhlová rychlost	[rad/s]
$\rho$	hustota	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	hustota lopatkové mříže	[-]
$\theta$	úhel nastavení	[°]
$\vartheta$	polární úhel	[°]
$A$	plocha vrtule	[m <sup>2</sup> ]
$a$	rychlost zvuku	[m/s]
$A_e$	plocha proudové trubice za vrtulí	[m <sup>2</sup> ]
$A_\infty$	plocha proudové trubice před vrtulí	[m <sup>2</sup> ]
$c$	délka tětiny	[m]
$c_M$	součinitel momentu	[-]
$c_P$	součinitel výkonu	[-]
$c_T$	součinitel tahu	[-]
$c_{L\alpha}$	koeficient lineárního součinitele vztlaku	[-]
$D$	odporová síla	[N]
$D$	průměr vrtule	[m]
$FOM$	statická účinnost	[-]
$h$	rozestup vrtulí	[m]
$I$	akustická intenzita	[W/m <sup>2</sup> ]
$J_{bm}$	Besselova funkce	-

$L$	vztlaková síla	[N]
$L_I$	hladina akustické intenzity	[dB]
$L_N$	hladina hlasitosti	[ph]
$L_p$	hladina akustického tlaku	[dB]
$L_W$	hladina akustického výkonu	[dB]
$M$	moment	[Nm]
$m$	řád harmonické složky	[-]
$N$	hlasitost	[son]
$n$	otáčky	[1/s]
$N_b$	počet listů	[-]
$N_r$	počet vrtulí	[-]
$p$	tlak	[Pa]
$P_0$	výkon odporu profilu	[W]
$P_i$	indukovaný výkon	[W]
$R$	poloměr vrtule	[m]
$r$	bezrozměrná radiální souřadnice	[-]
$r_0$	poloměr náboje vrtule	[m]
$Re$	Reynoldsovo číslo	[-]
$RR$	poměrné vyjádření rychlosti vrtulí	[-]
$T$	tah	[N]
$u_e$	rychlost proudu za vrtulí	[m/s]
$u_\infty$	rychlost volného proudu	[m/s]
$v$	obvodová rychlost	[m/s]
$v_i$	indukovaná rychlost	[m/s]
$W$	akustický výkon	[W]
$y$	radiální souřadnice	[m]
$z$	vzdálenost od středu vrtule	[m]

# 1 Úvod

Tato diplomová práce si klade za cíl provést statické měření výkonových a akustických charakteristik souosých protiběžných vrtulí a zhodnotit naměřená data. Samotné prezentaci výsledků bude předcházet popis metod návrhu a shrnutí dosavadních experimentálních výsledků. Následovat bude popis realizace vlastního experimentu z hlediska mechanické konstrukce a způsobu měření jednotlivých veličin.

Pojmem protiběžné vrtule se obvykle míní dvojice souosých vrtulí umístěných nedaleko za sebou, které mají navzájem opačný směr otáčení. Existuje ještě jiný koncept vrtulí, které rotují opačným směrem, ale nejsou souosé, jejich osy jsou však zpravidla rovnoběžné. Angličtina tato uspořádání odlišuje různými pojmy, a sice „contra-rotating propellers” pro souosé protiběžné vrtule a „counter-rotating propellers” pro protiběžné vrtule umístěné na různých osách, například na levém a pravém křídle letadla.

Protiběžné vrtule nachází uplatnění jak v letectví, tak i v námořní dopravě. První patent s protiběžnými vrtulemi pochází již z roku 1836 od Johna Ericssona a týkal se přirozeně lodního pohonu. U letadel se protiběžné vrtule začaly objevovat až ve 40. letech 20. století během druhé světové války a celkově lze napočítat několik desítek letadel s protiběžnými vrtulemi, z nichž se ale jen část dostala do fáze plného nasazení. Ještě dříve počátkem 20. století byly zaznamenány první úspěšné pokusy s helikoptéry s protiběžnými rotory. Kromě toho lze koncept protiběžných rotorů nalézt nejen u pohonů, nýbrž i větrných či přílivových elektráren. Pro námořní dopravu je výzkum zajímavý i z hlediska kavitace.

Jednou z hlavních motivací použití protiběžných vrtulí je udávaná účinnost, která může být vyšší až o 15% v závislosti na provozním režimu. U jedno-vrtulových letadel je nevýhodou skutečnost, že rotující proudění způsobuje asymetrické obtékání trupu a především ocasní plochy. Kromě toho zde figuruje i reakční moment od vrtule, který má tendenci otáčet letadlem v opačném směru. Oba tyto efekty jsou u protiběžných vrtulí redukovány, nebo zcela eliminovány.[1, str. 107] Vyrušení reakčních momentů je dokonce integrální součástí návrhu vrtulníků s protiběžnými rotory, kde odpadá nut-

nost přítomnosti ocasní vrtule, jež pouze vyrovnává reakční moment a nijak se nepodílí na užitečném tahu vrtulníku,

Nevýhodou protiběžných vrtulí je naopak komplikovanější mechanická konstrukce ústrojí, jež je spojena s vyššími náklady, jak při návrhu a výrobě, tak při následné údržbě. Obvyklou součástí je totiž převodovka, která rozvádí pohon k oběma vrtulím. Lze ale s výhodou použít i nezávislé pohony. U menších letadel může hrát negativní roli i přidaná hmotnost. A v neposlední řadě je nemalým problémem i vyšší hlučnost ve srovnání s jednoduchými vrtulemi. Kvůli těmto úskalím nachází protiběžné vrtule uplatnění jen ve specifických aplikacích.

## 2 Teoretický rozbor

V této kapitole budou uvedeny základní aerodynamické a geometrické parametry vrtulí, rozšířené o specifiky vrtulí protiběžných. Následovat bude přehled základních metod návrhu vrtulí a dále popis akustických vlastností vrtulí.

### 2.1 Charakteristiky vrtulí

Vrtule jsou zařízení, která produkují tah z energie, která je přivedena z motoru. Velikost tahu pro danou vrtuli však přirozeně není konstantní, ale závisí na rychlosti vstupujícího proudu a otáčkách vrtule. Proto se vrtule testují při širokém spektru různých režimů. Aby bylo možné porovnávat vrtule různých velikostí a tvarů, zavádí se bezrozměrné koeficienty pro sledované veličiny, obdobně jako je tomu u charakteristik leteckých profilů. U vrtulí pomocí základních veličin sledujeme následující koeficienty [2, str. 89]:

$$\text{koeficient tahu: } c_T = \frac{T}{\rho \cdot n^2 \cdot D^4}$$

$$\text{koeficient momentu: } c_M = \frac{M}{\rho \cdot n^2 \cdot D^5}$$

$$\text{koeficient výkonu: } c_P = \frac{P}{\rho \cdot n^3 \cdot D^5}$$

$$\text{rychlostní poměr: } \lambda_\infty = \frac{u_\infty}{n \cdot D}$$

$$\text{účinnost: } \eta = \lambda_\infty \cdot \frac{c_T}{c_P}$$

kde  $T$  je tah,  $\rho$  je hustota vzduchu,  $n$  počet otáček za sekundu,  $D$  průměr vrtule a  $u_\infty$  rychlost volného proudu. Součin  $n \cdot D$  charakterizuje obvodovou rychlost konců listů.

Často udávaným geometrickým parametrem vrtule je hustota lopatkové mříže, která je dána podílem plochy listů k celkové průtočné ploše, jež odpovídá ploše kruhu vymezeného průměrem vrtule. Lze ji spočítat jako  $\sigma = \frac{N_b c}{\pi R}$  [6, str. 1], kde  $N_b$  je počet listů,  $c$  ekvivalentní délka tětiny a  $R$  poloměr vrtule. Použití protiběžných vrtulí efektivně zvyšuje hustotu lopatkové mříže, protože se zde započítává plocha obou listů obou vrtulí, avšak vztaženy jsou

stále na stejnou průtočnou plochu. Použití dvou stejných vrtulí hustotu lopatkové mříže jednoduše zdvojnásobí.

## 2.2 Metody návrhu vrtulí

Pro návrh vrtulí se historicky vyvinula řada metod, které budou v této kapitole přehledově popsány a doplněny o specifika pro použití u protiběžných vrtulí, které jsou obecně složitější na modelování než vrtule jednoduché.

### 2.2.1 Hybností teorie

Tato teorie uvažuje průchod tekutiny tenkým diskem, jenž reprezentuje vrtuli, kterou je tekutina urychlena. Tah vrtule pak může být vyjádřen změnou hybnosti tekutiny po průchodu tímto diskem. Předpokládá však nevazké proudění a zanedbává řadu dalších ztrát včetně rotace proudění za vrtulí. Jedná se pouze o 1D úvahu, čili tato teorie z principu nebere v potaz samotnou geometrii vrtule, a jako takovou ji nelze použít přímo pro návrh tvaru. Může ale posloužit u obecnějších úvah.

Tah vrtule může být popsán z 1. Newtonova pohybového zákona:

$$T = \dot{m} \cdot (u_e - u_\infty) \quad (2.1)$$

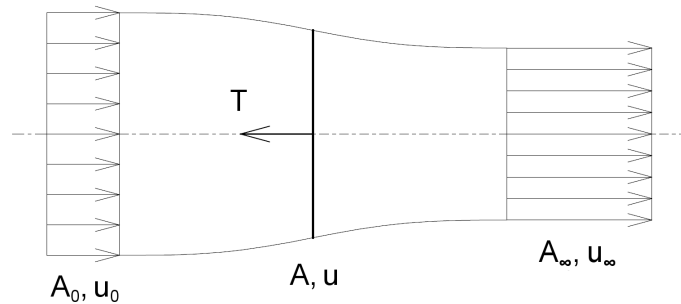
$$\dot{m} = A_\infty \cdot \rho \cdot u_\infty = A_e \cdot \rho \cdot u_e \quad (2.2)$$

kde  $u_e$  je axiální rychlost proudu za vrtulí,  $u_\infty$  je rychlost nenarušeného proudu před vrtulí (tím můžeme rozumět rychlost letu letadla),  $\dot{m}$  hmotnostní tok a  $A_\infty$  respektive  $A_e$  jsou průřezy proudové trubice před vrtulí a za vrtulí.

Z Bernoulliho rovnice můžeme dále ověřit, že platí i vztah, jenž vyjadřuje tah jako součin tlakové změny  $\Delta p$  na vrtuli a její plochy  $A$ :

$$T = A \cdot \Delta p \quad (2.3)$$

Účinnost vrtule  $\eta$  lze vyjádřit jako podíl výkonu a energie předané tek-



Obrázek 2.1: Schéma proudění skrz vrtuli z hlediska hybnostní teorie

tině za jednotku času:

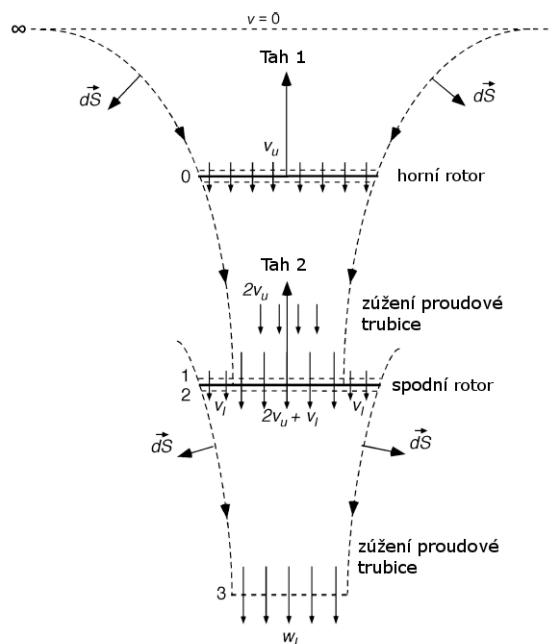
$$\eta = \frac{T \cdot u_\infty}{\frac{1}{2} \cdot \dot{m} (u_e^2 - u_\infty^2)} = \frac{2 \cdot u_\infty}{u_e + u_\infty} \quad (2.4)$$

Hybnostní teorii lze aplikovat i na protiběžné vrtule. Existují dvě základní úvahy, a sice pro dvě splývající vrtule v jedné rovině, nebo pro dvě vrtule s konečným nenulovým rozstupem, jak je demonstrováno na obrázku 2.2. V obou případech je potřeba uvažovat indukované rychlosti od vrtulí, nicméně zatímco v prvním případě obě vrtule sdílí stejné rychlosti, tak v případě druhém se liší. Kromě toho je potřeba uvažovat zužující se proudovou trubici za první vrtulí, která v teoretickém případě dopadá jen na polovinu plochy druhé vrtule. Okraje druhé vrtule jsou tak vystaveny jen vlastní indukované rychlosti.

Indukovaná rychlost je rychlost, o kterou vrtule urychlí nabíhající proud. Při statickém testu s nulovou rychlostí nabíhajícího proudu je indukovaná rychlost ta rychlost, kterou vzduch proudí skrze vrtuli. Lze ji spočítat ze vztahu:

$$v_i = \sqrt{\frac{T}{2 \cdot \rho \cdot A}} \quad (2.5)$$

kde tah  $T$  v tomto případě značí tah od jedné vrtule. Pro protiběžné vrtule můžeme namísto  $T$  zavést veličinu celkového tahu  $W = T_1 + T_2$  jako součet tahu od první a druhé vrtule.



Obrázek 2.2: Modifikace hybnostní teorie pro protiběžní vrtule, převzato z: [17]

Pomocí indukované rychlosti pak můžeme spočítat minimální indukovaný výkon, který je popsán vztahem:

$$P_i = T \cdot v_i = \frac{T^{3/2}}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot A}} \quad (2.6)$$

Indukovaný výkon je část celkového výkonu, která je spotřebována na překonání indukovaného odporu. Indukovaný odpor je způsoben produkcí vztlaku, potažmo i tahu při obtékání profilu. Zbývající část výkonu se spotřebovává na překonání samotného odporu profilu, který je nazýván též viskózním, značeným  $P_0$ . Zatímco odpor profilu stoupá s druhou mocninou rychlosti, tak indukovaný odpor s druhou mocninou rychlosti klesá, protože se snižuje úhel náběhu a s tím i tah a indukovaná rychlost. Vrtule má často nejvyšší tah při statickém testu, nebo při nízké rychlosti proudu v případě, že disponuje velkým úhlem nastavení, který při statickém testu způsobí odtržení mezní vrstvy.

Pro porovnání jednoduchých a protiběžných vrtulí pomocí hybností teo-



rie se zavádí poměr mezi indukovaným výkonem protiběžných a dvojicí izolovaných jednoduchých vrtulí, značený symbolem  $\kappa_{int}$ . Výpočet je poměrně snadný pro diskutovaný první případ protiběžných vrtulí v jedné rovině, uvažujeme-li rovnoměrné rozdělení tahů  $W = 2 \cdot T$ . Indukovaný výkon se v takovém případě řídí vztahem:

$$P_{i,koax} = \frac{(2 \cdot T)^{3/2}}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot A}} \quad (2.7)$$

Pro dvojici izolovaných vrtulí indukovaný výkon činí jednoduše:

$$P_{i,izol} = \frac{2 \cdot T^{3/2}}{\sqrt{2 \cdot \rho \cdot A}} \quad (2.8)$$

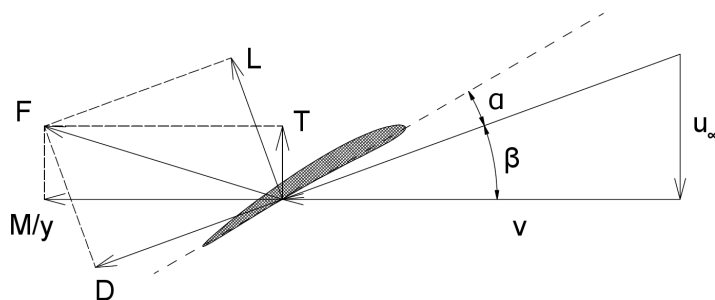
Podílem těchto vztahů snadno získáme, že  $\kappa_{int} = \sqrt{2} = 1,41$ . Stejný výsledek obdržíme i pro rovnost momentů, protože v tomto případě rovnost momentů nastane právě při rovnosti tahů. Po zevrubnější analýze zjistíme, že ten samý výsledek dostaneme i pro libovolné rozložení tahů, jedná se totiž o přímý důsledek úvahy protiběžných vrtulí ve stejné rovině. Znamená to mimo jiné, že protiběžné vrtule musí dosáhnout o 41% vyšší rychlosti za vrtulemi než dvě izolované vrtule při stejném celkovém tahu.

Složitějším postupem lze koeficient  $\kappa_{int}$  odvodit i pro nenulový rozestupu vrtulí, kdy je potřeba zvlášť počítat indukovaný výkon pro první a pro druhou vrtuli, přičemž uvažujeme, že druhá vrtule nijak neovlivňuje tu první. Pro rovnost tahů přední a zadní vrtule vyjde  $\kappa_{int} = 1,281$  a pro realističtější případ rovnosti momentů platí, že  $\kappa_{int} = 1,219$ , kdy jsou také nejnižší indukované ztráty.[17, str. 103] Je tedy vidět, že přístup s vrtulemi v jedné rovině je pesimistický.

Pomocí hybnostní teorie lze tedy tímto způsobem za některých zjednodušujících předpokladů kvantifikovat minimální ztráty, které budou mít protiběžné vrtule. Tento model totiž například nebere v potaz ztráty od koncových vírů.

### 2.2.2 Teorie izolovaného elementu listu

Oproti tomu teorie elementu listu již umožňuje práci s vlastní geometrií vrtulí. V tomto modelu je list rozdělen na velké množství jednotlivých elementů. Každý element lze pak uvažovat jako samostatný profil, který je vystaven určitému nabíhajícímu proudu. Známe-li koeficient vztlaku a odporu jednotlivých elementů, můžeme spočítat celkový tah a moment celé vrtule integrováním po délce listu v radiálním směru. Tato teorie však nezohledňuje prostorové jevy v proudění a výsledkem je vyšší účinnost, než jaká je reálná. Může však dobře sloužit k rámcovému návrhu. Existují však i rozšíření například pro započtení ztrát koncových vírů.



Obrázek 2.3: Schéma sil na element listu v podobě profilu

Tah lze na základě obrázku 2.3 spočítat jako:

$$T = N_b \cdot \int_{r_0}^R (dL \cdot \cos \beta - dD \cdot \sin \beta) dy \quad (2.9)$$

Moment je:

$$M = N_b \cdot \int_{r_0}^R (dD \cdot \cos \beta + dL \cdot \sin \beta) y \cdot dy \quad (2.10)$$

kde  $L$  je vztlak,  $D$  odpor a  $\beta$  úhel nabíhajícího proudu vůči rovině rotace vrtule. Meze  $r_0$  a  $R$  značí integraci od místa uchycení listu po konec listu, měřeno jako poloměry od středu vrtule po souřadnici  $y$ . Úhel  $\beta$  lze rovněž vyjádřit pomocí úhlu náběhu  $\alpha$  a úhlu nastavení  $\theta$ , kdy platí, že  $\theta = \alpha + \beta$ .

Účinnost lze následně vyjádřit jako:

$$\eta = \frac{T \cdot u_\infty}{M \cdot \omega} \quad (2.11)$$

kde  $\omega$  je úhlová rychlost  $\omega = 2\pi n = \frac{v}{R}$ , přičemž  $v$  je obvodová rychlost konců listů.

Tato metoda se často používá v kombinaci s hybnostní teorií a v angličtině pak nese název „blade element momentum theory“ (BEMT), kdy se standardně podle teorie izolovaného elementu postupuje element po elementu, ale pro určování rychlostí se použije hybnostní teorie. Přesně v tomto smyslu vyvinul tuto metodu pro protiběžné vrtule Leishman [6], kdy tento proces probíhá po jednotlivých mezikružích s uvažováním rychlostí z hybnostní teorie, jak bylo popsáno výše.

Tah generovaný mezikružím jedné vrtule lze zapsat jako:

$$dT = 4 \cdot \pi \cdot \rho (u_\infty + v_i) v_i \cdot y \cdot dy \quad (2.12)$$

V bezrozměrném tvaru pak můžeme stejnou rovnici psát jako:

$$dc_T = 4 \cdot \lambda \cdot \lambda_i \cdot r \cdot dr = 4 \cdot \lambda (\lambda - \lambda_\infty) r \cdot dr \quad (2.13)$$

kde  $\lambda$  je celkový rychlostní poměr  $\lambda = \frac{(u_\infty + v_i)}{\omega \cdot R}$  a  $\lambda_i$  je indukovaný rychlostní poměr definovaný jako  $\lambda_i = \frac{v_i}{\omega \cdot R}$ . Rychlostní poměr  $\lambda_\infty$  je zde zaveden odlišně oproti předchozí definici jako  $\lambda_\infty = \frac{u_\infty}{\omega \cdot R}$ . Symbol  $r$  pak značí bezrozměrnou souřadnici podél délky listu  $r = y/R$ .

Z teorie izolovaného elementu listu pak můžeme rovněž odvodit vztah pro koeficient tahu:

$$dc_T = \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot c_L \cdot r^2 \cdot dr = \frac{\sigma \cdot c_{L\alpha}}{2} (\theta \cdot r^2 - \lambda \cdot r) dr \quad (2.14)$$

kde  $c_{L\alpha}$  je směrnice pro zjednodušený lineární vztah  $c_L = c_{L\alpha} (\alpha - \alpha_0)$ , přičemž  $\alpha_0$  je úhel náběhu odpovídající nulovému vztlaku. Porovnáním obou rovnic pro  $dc_T$  2.13 a 2.14 získáme vztah:

$$4 \cdot \lambda (\lambda - \lambda_\infty) \cdot r = \frac{\sigma \cdot c_{L\alpha}}{2} (\theta \cdot r^2 - \lambda \cdot r) \quad (2.15)$$

který lze dále upravit na kvadratickou rovnici pro rychlostní poměr  $\lambda$ , který lze spočítat pro libovolný průběh zkroucení listu, hustotu lopatkové mříže v konkrétním mezikruží a profil. Následně lze integrovat bezrozměrné vztahy pro koeficient tahu  $c_T$  a výkonu  $c_P$ . Tento postup je proveden pro obě vrtule s tím, že zadní vrtule se musí řešit na dvě části, kdy vztah pro vnitřní část je opraven o odlišnou rychlost nabíhajícího proudu.

### 2.2.3 Teorie nosné čáry

Tato teorie zavádí cirkulaci kolem profilu zpravidla v 1/4 délky tětiny od náběžné hrany. Cirkulace se může měnit podél délky listu. Změna cirkulace kolem profilu se projeví odtrženými víry, které mohou odcházet podél celé délky listu na rozdíl od striktně koncových vírů. Oproti čistému 2D případu jako u teorie izolovaného elementu listu se zde navíc vyskytuje ještě rychlost indukovaná odtrženými víry, kterou je potřeba přičíst k rychlosti volně nabíhajícího proudu. Vybraný element je tedy ovlivňován i sousedními elementy. V rámci této teorie lze rozložení vztlaku vyjádřit jako funkci cirkulace podél listu:

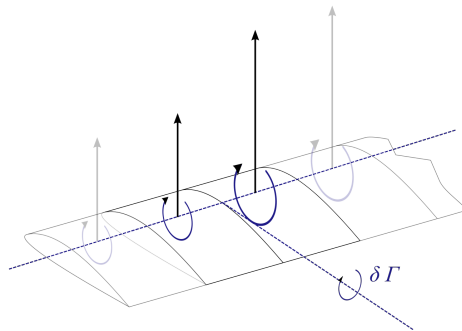
$$L(y) = \rho \cdot u_\infty \cdot \Gamma(y) \quad (2.16)$$

kde  $\Gamma$  značí cirkulaci.

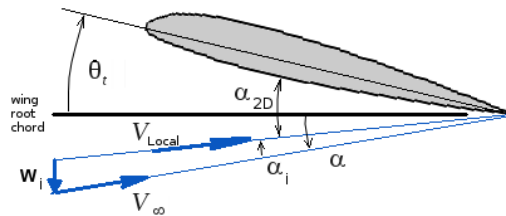
Pro výpočet cirkulace pomocí vztlakového součinitele je potřeba znát právě i indukovanou rychlost, jež změní úhel náběhu. Lze ji vyjádřit jako:

$$dv_i = \frac{d\Gamma}{4\pi r} \quad (2.17)$$

První teorie nosné čáry pro protiběžné vrtule byla navržena E. Lerbsem [10] v roce 1955. Tato metoda zahrnovala vzájemné interakce rychlostí i vlastní indukované rychlosti. Ve své první variantě byla uvažována pro stejný počet listů pro obě vrtule a nulovou vzdálenost mezi vrtulemi, kdy zavedl ekvivalentní vrtuli, která produkovala polovinu celkového tahu. Později byla



Obrázek 2.4: Změna vztlaku podél křídla je spojena se změnou cirkulace a následným odtržením víru

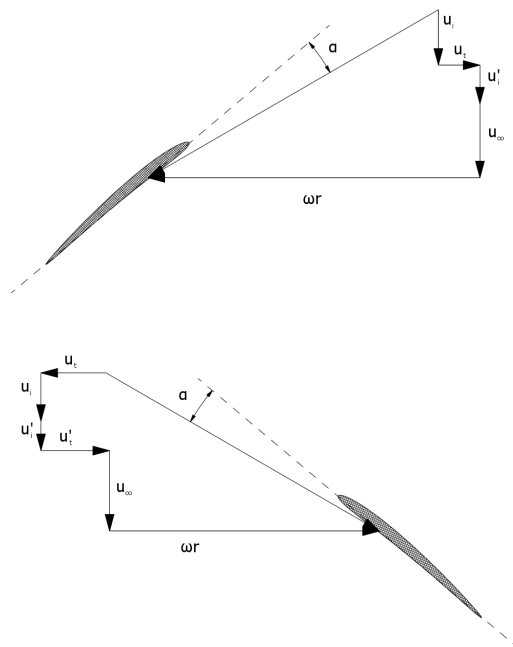


Obrázek 2.5: Cirkulace od odtržených vírů způsobí vznik indukované rychlosti na vedlejších elementech, převzato z:[4]

teorie upravena pro nenulový odstup. Zároveň určil vzájemné rychlosti mezi vrtulemi pomocí váhových koeficientů aplikovaných na indukované rychlosti.

Vzájemné interakce mezi přední a zadní vrtulí dávají vzniknout na sobě závislému proudění a silám. Především zadní vrtule prochází narušeným prouděním za přední vrtulí, nicméně i přední vrtule je ovlivněna tou zadní jak z hlediska tečné, tak axiální rychlosti. Přední a zadní vrtuli lze uvažovat jako dvě samostatné, na něž je zaveden proud modifikovaný o indukované rychlosti. Kromě obvodové rychlosti, rychlosti nabíhajícího proudu a indukované rychlosti vlastní vrtule v tečném i osovém směru ovšem v rychlostním diagramu figurují další rychlosti, a sice tečná a osová indukovaná rychlost od přidružené vrtule. Z diagramu je patrný vliv tečné složky od přední vrtule na vrtuli zadní.

Morgan[11] dále upravil Lerbsovu teorii i pro rozdílný počet listů u obou vrtulí a později i upřesnil výpočet koeficientů pro výpočet indukovaných



Obrázek 2.6: Rychlostní diagram přední a zadní vrtule

rychlostí. Stále však pracoval s vrtulemi odděleně s provázáním přes indukované rychlosti. Kerwin[12] později publikoval metodu sdružených vrtulí, která umožňuje optimalizovat sestavu protiběžných vrtulí jako jeden celek zároveň. Jeho výhodou je, že dokáže pracovat s jakýmkoliv vícecestupňovým reakčním pohonem, kde jsou například použita rozváděcí kola či statory.

#### 2.2.4 Teorie nosné plochy

Pokud je štíhlost listů velká a zároveň nejsou listy zahnuté ani zkosené vůči radiálnímu směru, lze použít teorii nosné čáry. Pro ostatní případy, typicky lodní šrouby s malou štíhlostí, se používá teorie nosné plochy.

V tomto modelu je list nahrazen plochou podél střední křivky profilu. Na tuto plochu je zavedena distribuce cirkulace ve směru tětivy i ve směru rozpětí. Dále, tloušťka profilu je modelována přidáváním zdrojů a propadů na střední křivce. Podmnožinou toto přístupu je metoda vírových mříží, kde je spojitá distribuce cirkulace, zdrojů a propadů nahrazena diskrétními hodno-

tami podél profilu, která je i s ohledem na menší nároky na výpočetní výkon schopna dávat poměrně přesné předpovědi výkonových charakteristik.

### **2.2.5 Panelové metody**

Tato metoda byla vyvinuta kvůli některým problémům modelů založených na teorii nosné plochy. Ty spočívají v chybách kolem náběžné hrany a kolem uchycení listů, kde jsou jednotlivé listy poměrně široké a blízko u sebe. V tomto případě je vyšetřováno proudění podél povrchu zkoumaného tělesa, a to pomocí techniky, kdy se povrch listů nahradí množstvím menších panelů. Ve 2D se jedná o úsečky, ve 3D o plošky. Každý tento panel se pak podílí na celkovém proudovém poli. Proudění je uvažováno jako potenciální a při řešení je potřeba zavést okrajové podmínky. Těmi je nulová normálová rychlost v kontrolních bodech panelů, čímž zajistíme, že proudnice kopírují tvar obtékaného tělesa. Nedílnou součástí řešení obtékání profilu je pak Kuttova podmínka, která vynucuje přítomnost zadního stagnačního bodu na odtokové hraně. Jinými slovy, proud ze spodní strany profilu nemůže přetéct kolem odtokové hrany nad profil a obráceně. Vyřešením proudového pole kolem tělesa jsou získány požadované údaje, jako například rozložení tlaku. Z toho lze pak mimo jiné odvodit koeficient vztlaku, což je podstatný údaj pro určení charakteristik vrtule.

### **2.2.6 Počítačová mechanika tekutin (CFD)**

Na poli výpočetních metod jsou nejmodernější metody CFD, tedy počítačové simulace proudění podle Navierových-Stokesových rovnic. V případě řešení RANS jde o N-S rovnice upravené pro průměrné hodnoty, kde navíc vystupuje nelineární člen Reynoldsova napětí, který obsahuje fluktuace proudění. K nim lze dospět s pomocí modelů turbulence, jichž existuje celá řada. Tyto numerické výpočty jsou ovšem výpočetně náročné a pro složitější úlohy uskutečnitelné jen na superpočítačích. Lze ale očekávat čím dál širší použití s rychle rostoucím výkonem i běžných domácích počítačů.

U protiběžných vrtulí lze díky těmto metodám pozorovat podrobné vlastnosti proudění či nestacionární jevy, které se zde zákonitě kvůli různým in-

terakcím vyskytují. Z uvedených důvodů lze sice použít metody CFD pro analýzu konkrétní konfigurace protiběžných vrtulí či obecně pro výzkumné účely, ale už ne příliš dobře pro optimalizaci návrhu, neboť výpočetní čas by byl v dnešní době neúměrně dlouhý.[8]

## 2.3 Rozbor ideální geometrie vrtulí

Úplav za přední vrtulí přirozeně ovlivňuje návrh geometrie zadní vrtule, a to především z hlediska zkroucení, potažmo úhlu nastavení v jednotlivých místech podél listu, a také průběhu délky tětiny.

U jednoduché vrtule dosáhneme minimálních indukovaných ztrát právě tehdy, když bude rovnoměrný přítok v celé ploše vrtule, což znamená konstantní rychlostní poměr  $\lambda$  pro konstantní otáčky a rychlost volného proudu  $u_\infty$ , z čehož plyne konstantní indukovaná rychlost podél listu. Zároveň v tomto případě platí, že zatížení vrtule je rovnoměrné a průběh tahu lineární s radiální souřadnicí  $r$ .

Podmínkou pro konstantní přítok je hyperbolický průběh zkroucení ve tvaru[17, str. 128]:

$$\theta(r) = \frac{\theta_{tip}}{r} \quad (2.18)$$

kde  $\theta_{tip}$  značí úhel nastavení na konci listu. Samotný tvar průběhu není nijak závislý na rychlostním poměru  $\lambda$ . Konkrétní hodnoty zkroucení dané úhlem nastavení na konci listu  $\theta(R)$  už ale ano a odvíjí se právě od zvoleného úhlu nastavení na konci listu, které je dáno zvolenými návrhovými podmínkami.

Pro obdélníkový list ale takový průběh znamená, že úměrně  $\propto 1/r$  se mění i úhel náběhu  $\alpha$ , protože platí, že:

$$\lambda = \frac{(u_\infty + v_i)}{\omega \cdot R} = \frac{(u_\infty + v_i)}{\omega \cdot y} r = \beta \cdot r = (\theta - \alpha) r = \left( \frac{\theta_{tip}}{r} - \alpha \right) r \quad (2.19)$$

za předpokladu, že  $\tan \beta = \beta = \frac{(u_\infty + v_i)}{\omega \cdot y}$ . Nyní lze vyjádřit úhel náběhu pro hyperbolické zkroucení:



$$\alpha = \frac{\theta_{tip} - \lambda}{r} = \frac{\alpha_{tip}}{r} \quad (2.20)$$

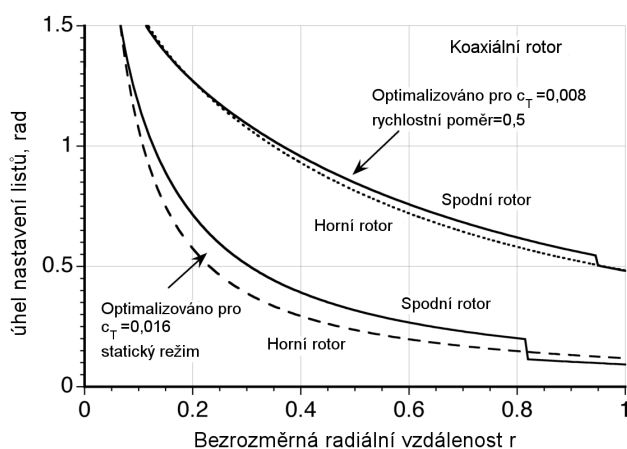
To má přímý důsledek na součinitel vztlaku, který směrem ke kořeni listu rychle stoupá a s rostoucími otáčkami to nutně vede k odtržení mezní vrstvy a prudké ztrátě vztlaku, což omezuje maximální výkonnost celého ústrojí. Přičemž v tomto případě jen jeden průřez listu operuje při nejvyšším poměru vztlaku ku odporu. U ideální vrtule je však žádoucí, aby v tomto stavu operovaly všechny průřezy podél celého listu za účelem snížení výkonu nutného k překonání odporu profilu. Je tedy požadováno rovnoměrné rozložení součinitele vztlaku  $c_L$ , což lze pro daný průběh zkroucení při konstantním  $\lambda$  ovlivnit plochou listu. Pro zjednodušený případ, kdy není uvažován vliv Reynoldsova čísla a Machova čísla na optimální úhel náběhu, platí podobný vztah, a sice že délka tětiny se musí hyperbolicky snižovat s rozpětím[17, str. 136]:

$$c(r) = \frac{c_{tip}}{r} \quad (2.21)$$

kde analogicky k předchozímu vztahu  $c_{tip}$  značí délku tětiny na konci listu. Vrtuli splňující tyto dvě podmínky 2.18-2.21 lze tedy považovat za ideální z hlediska toho, že vykazují nejmenší indukovaný výkon a výkon nutný pro překonání odporu profilu bez uvažování jiných vlivů, než které byly uvedeny. Taková vrtule tedy bude mít vyšší účinnost a bude mít větší odstup od odtržení. V praxi lze průběh zkroucení i délky tětiny nahradit lineárním průběhem, který dobře aproximuje konce listů, neboť okolí středu vrtule není pro celkovou výkonnost tak podstatné. Hyperbolický průběh délky tětiny navíc není u středu fyzicky realizovatelný. Úplný střed vrtule pak není třeba uvažovat už jen kvůli tomu, že je zde umístěn náboj.

Specifikum u protiběžných vrtulí spočívá v tom, že zadní vrtule je ve své vnitřní části vystavena vyšší rychlosti od zúženého úplavu, a proto je u ní vyžadováno zkroucení s obecně větším úhlem nastavení než u vrtule přední, aby byl zachován podobný úhel náběhu s vysokým poměrem vztlaku ku odporu. U ideální zadní vrtule se zároveň objeví netypická skoková změna

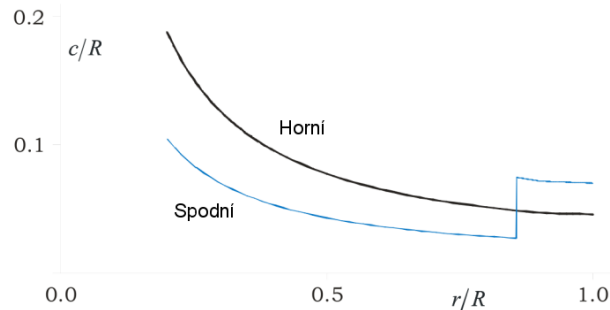
zkroucení v místě, kde končí zúžený úplav za přední vrtulí, neboť zde se náhle sníží i axiální rychlost proudu, jak je vidět na obrázku 2.7. U vrtulí v axiálním letu, kde je přítomen rychlý nabíhající proud, hraje indukovaná rychlost menší roli, a proto je ideální zkroucení obou vrtulí mnohem bližší než u statického rotoru, jak vyobrazeno rovněž na obrázku 2.7. Kromě toho je i kontrakce úplavu za přední vrtulí menší, asi 95% průměru, tudíž i kratší části konců listů jsou vystaveny volnému proudu, kde je ideální jiný úhel nastavení.



Obrázek 2.7: Ukázka optimalizovaného průběhu zkroucení obou vrtulí podél délky listu pro statické podmínky a pro let, převzato z:[6]

Kvůli vyšším indukovaným ztrátám u zadní vrtule dojde k tomu, že pro dosažení momentové rovnováhy musí generovat i menší tah, než přední vrtule. Z toho důvodu ani není zcela možné, aby obě vrtule za dodržení této podmínky byly na maximu svého poměru vztlaku ku odporu, neboť přední vrtule musí operovat při vyšším průměrném koeficientu vztlaku, nicméně rozdíly nejsou příliš velké, pokud uvážíme, že pro většinu profilů jsou průběhy  $c_L/c_D$  v závislosti na úhlu náběhu poměrně ploché kolem maxima. Dalším důsledkem zmíněné nerovnováhy tahů je, že přední vrtule bude první, u které dojde ke ztrátě vztlaku v důsledku odtržení, a bude tak limitovat maximální výkonnost celé sestavy. Korigovat tento problém lze mírným zvýšením hustoty lopatkové mříže u horní vrtule a naopak mírným snížením u vrtule spodní tak, aby kritického úhlu náběhu dosáhly obě vrtule ve stejnou chvíli.

[6, str. 13]



Obrázek 2.8: Ukázka optimalizovaného průběhu délky tětiny podél listu pro protiběžné vrtule, převzato z:[19]

## 2.4 Parametry protiběžných vrtulí

Charakteristiky protiběžných vrtulí lze zkoumat v závislosti na mnoha proměnných. Některé jsou přirozeně společné s jednoduchými vrtulemi, nicméně u protiběžných vrtulí vyvstávají ještě některé navíc. Plynou především z toho, že obě vrtule nemusí být shodné, a lze tedy zkoumat poměrové veličiny mezi parametry obou vrtulí.

Jedním ze sledovaných parametrů je počet listů vrtulí, který se může u dvojice vrtulí navzájem lišit. Dále lze zkoumat vliv vzájemné vzdálenosti vrtulí a také poměr jejich průměrů. Běžným opatřením totiž je použití menšího průměru zadní vrtule, čímž se bere v potaz zúžení proudové trubice za první vrtulí. Zároveň je zde snaha, aby zadní vrtule nepřišla do styku s koncovými víry od vrtule přední.

U nezávislých pohonů jednotlivých vrtulí je snadné docílit rozdílných otáček obou vrtulí, a tak i poměr otáček je jedním z parametrů, který lze zkoumat. V neposlední řadě záleží na tvaru samotných listů vrtulí, tedy na parametrech, jako je stoupání listů, jejich zahnutí, délka tětiny či použitý profil.

Jak již bylo popsáno v předchozích kapitolách, významný vliv na výkonnost protiběžných vrtulí má zužující se proudová trubice za přední vrtulí. Teoretická kontrakce proudové trubice při statickém testu odpovídá poloviční ploše, což odpovídá  $\sqrt{2}$  poloměru vrtule. Skutečná kontrakce ale není

tak velká a činí spíše 0,82 poloměru vrtule a k úplné kontrakci dochází v poměrně malé vzdálenosti za první vrtulí, i méně než 25% poloměru. [6, str. 7] Na základě toho lze předpokládat, že v intervalu rozestupů, kde ještě není kontrakce zcela dokončena, se bude měnit přítok zadní vrtule. Ve větších vzdálenostech pak může docházet k postupné ztrátě vzájemného ovlivňování. Výpočetní studie i experimenty[7, 16] ukazují, že změna rozestupu má vliv na rozdělení celkového tahu mezi obě vrtule, avšak bez zásadního vlivu na celkovou výkonnost systému. Projevem změny vzdálenosti vrtulí je také rozdílný průběh nestacionárních jevů, které nastávají během míjení listů či průchodu zadní vrtule skrz úplav vytvářený přední vrtulí, což má mimo jiné důsledky i pro akustické vlastnosti. Dalším uváděným efektem[9] je příznivý vliv většího rozestupu pro helikoptéry, kde výkonost spodní vrtule kompromitují vyšší indukované ztráty, jak bylo popsáno dříve. Větší rozestup v tomto případě znamená menší míru ovlivnění a přiblížení se případu dvou samostatných vrtulí, které mají indukované ztráty nižší.

#### 2.4.1 Experimentální výzkum v literatuře

Vliv různých parametrů je rozebírán ve zprávě NASA, Technology and Benefits of Aircraft Counter Rotation Propellers z roku 1982.[3] Důraz byl kladen především na spotřebu paliva potažmo účinnost a hlučnost. Výsledky byly následující.

Z hlediska počtu listů byly zkoumány tři konfigurace s celkem osmi, deseti a dvanácti listy, u kterých byla zachována hustota lopatkové mříže, tedy poměr plochy listů ku celkové kruhové ploše vrtule vymezené jejím průměrem. Jak spotřeba, tak hluk vykazovaly lepší hodnoty u vrtule s nejvyšším počtem listů, nicméně s dodatkem, že listy už by byly příliš tenké na to, aby nedošlo k jejich selhání z pevnostního hlediska.

Jako významný se ukázal efekt zahnutí listů vrtule, které dokázalo zvýšit účinnost o několik jednotek procent. To je v souladu i s výsledky u jednoduchých vrtulí, kde je stejný efekt též pozorován.

Naopak jako vcelku nevýznamný se ukázal parametr rozestupu vrtulí, který se prověřoval v intervalu 18 až 36% průměru. Nejlépe byl sice vy-

hodnocen minimální rozestup, ovšem s nepříliš velkým efektem na celkovou výkonnost. To samé platí i pro hlučnost. Zanedbatelný efekt byl vyhodnocen i u změny poměru průměru jednotlivých vrtulí.

Rozdílné otáčky jednotlivých vrtulí v tomto případě podle autorů vedly k mírnému zhoršení hlučnosti, přičemž zkoumaný poměr otáček byl vyšetřován v rozmezí 0,9 až 1,1.

Celkově byla účinnost vybrané konfigurace ohodnocena na 89% oproti 80% u shodně provedené analýzy pro jednoduché vrtule.

Několik experimentů s protiběžnými vrtulníkovými rotory bylo provedeno ve výzkumném středisku Langley tehdejší organizace NACA. První z řady výzkumů je Taylorem[20] provedená vizualizace proudění s balzovým prachem. Zkoumaným rotorem byl zmenšený model o průměru 51 centimetrů a rozestupem 17,5% průměru. Většina testů byla provedena při 64 otáčkách za sekundu, což odpovídá obvodové rychlosti asi 102 m/s. Reference v podobě vizualizace jedné vrtule ukázala kontrakci na 75% průměru ve vzdálenosti 35% průměru rotoru. Bylo zjištěno, že za předním rotorem v koaxiální konfiguraci dochází k výraznější kontrakci proudové trubice, než když je rotor umístěn samostatně. U zadního rotoru je tomu naopak, u protiběžného rotoru je za ním kontrakce pomalejší. Zároveň upozorňuje, že kontrakci ovlivňuje konstrukce pod vrtulí, která obstarává pohon a měření.



Obrázek 2.9: Ukázka z vizualizace provedené Taylorem, převzato z:[20]

Významnou prací je Harringtonův[21] experiment z roku 1951, který je

dodnes hojně využívaný pro validaci výpočtových modelů pro rotory vrtulníků. Kromě obecného nedostatku přístupných experimentálních dat je důvodem, že šlo o test protiběžných rotorů v plné velikosti o průměru 7,6 metru a obvodovou rychlostí až 150 m/s. Experiment byl proveden ve dvou konfiguracích se dvěma páry různých rotorů, které byly měřeny jednak samostatně a jednak v koaxiální konfiguraci. Z toho plyne, že hustota lopatkové mříže byla u jednoduchých rotorů poloviční. Byla úspěšně naměřena závislost na Reynoldsově čísle s viditelným rozdílem bezrozměrných veličin pro různé otáčky. Výsledkem experimentu byla vyšší hodnota statické účinnosti o 2% u protiběžného koaxiálního rotoru, nicméně dle autora byl tento rozdíl způsoben právě jeho vyšší hustotou lopatkové mříže. Dalším závěrečným zjištěním bylo, že pro použité rozestupy vrtulí, které v testovaných konfiguracích činily 0,095 a 0,08 průměru vrtule, jsou tahové a momentové charakteristiky protiběžného rotoru velice blízké těm spočítaným pro čtyřlístou jednoduchou vrtuli o stejné hustotě lopatkové mříže.

O tři roky později s výzkumem ve stejné laboratoři navázal Dingeldein[22] a zaměřil se na porovnání koaxiálního rotoru a tandemového rotoru (dva rotory na rovnoběžných osách) s nulovým překryvem. Koaxiální rotor byl použit stejný jako u Harringtona s rozstupem vrtulí 0,095 průměru. Pro tandem rotor byly použity rotory o průměru 4,6 metru a stejnou hustotou lopatkové mříže jako u koaxiálního rotoru. Součástí byla i vizualizace proudění, která ukázala zúžení proudové trubice za předním rotorem koaxiální soustavy na 0,8 původního průměru, což je v přibližné shodě s uváděnými hodnotami jiných autorů. Dle očekávání byla pro tandem rotor naměřena lepší účinnost díky menším indukovaným ztrátám. Zároveň byl zopakován závěr, že výkonové charakteristiky protiběžného rotoru lze dobře předpovídat pomocí tehdejších výpočtových prostředků pro jednoduché vrtule s dvojnásobným počtem listů.

Rozsáhlé shrnutí výzkumu protiběžných rotorů v různých zemích vydal Coleman[5] v roce 1997. V USA kromě zmíněných výzkumů ve středisku Langley NACA byl zmíněn výzkum také u firmy Sikorsky Aircraft Corporation, která byla tehdy vlastněná společností United Technologies Corporation, což

vyústilo v experimentální helikoptéru Sikorsky S-69 s protiběžnými rotory.

Čilý výzkum probíhal rovněž v Rusku, respektive tehdejším Sovětském svazu, který je největším světovým producentem helikoptér s protiběžnými rotory zásluhou firmy Kamov, která se na ně specializuje. Další výzkum probíhal v moskevském Centrálním aerodynamickém institutu TsAGI. Jen málo materiálů se ale dostalo na západ. Jeden text, „Helikoptéry”[23], se zmiňuje o vlivu vzdálenosti rotorů se závěrem, že má vliv na rozdělení tahu mezi jednotlivé rotory, nikoliv však na celkovou výkonnost. Stejný závěr učinil Antopov[24]. Ten dále dodává, že vliv horního rotoru na spodní je výrazně větší než obráceně a že tento rozdíl se snižuje s rostoucím rychlostním poměrem. Což je přirozené, protože indukovaná rychlost tvoří menší podíl na celkovém přítoku. Kasjanikov[25] z firmy Kamov uvádí, že účinnost protiběžných rotorů je zvýšena zvětšením efektivní plochy rotoru, neboť vnějšími částmi spodního rotoru prochází nový vzduch, který neprochází horním rotorem. Následně uvádí, že statická účinnost koaxiálního rotoru je vyšší než u jednoduchého se stejnou hustotou lopatkové mříže, a to přibližně o 5%..

Řadu článků na téma protiběžných rotorů vydal v Japonsku Nagashima[15, 16] v průběhu 70. a 80. let. Věnoval se jak měření takových soustav, tak vizualizacím a výpočtovým modelům. Z hlediska vizualizací dospěl ke stejnému závěru jako Taylor, tedy že úplav za spodním rotorem se zužuje pomaleji než za horním. Vhodnou volbou rozdílu úhlu nastavení mezi horním a spodním rotorem také dosáhl rovnoměrného rozestupu koncových vírů od obou rotorů a při této konfiguraci měla soustava vykazovat nejlepší výkonnost. Pro rozestup  $h/D = 0,105$  byla optimální kombinace úhlů nastavení vyhodnocena jako  $\theta_2 = \theta_1 + 1.3^\circ$ , pro větší rozestup  $h/D = 0,316$  mírně větší rozdíl  $\theta_2 = \theta_1 + 1.5^\circ$ , kde index 1 značí přední (horní) rotor a 2 zadní. Rozdíl je pro větší rozestup větší zřejmě proto, že ve větší vzdálenosti za předním rotorem je více zúžená proudová trubice s vyšší rychlostí. Stejně jako ostatní autoři dospěl k závěru, že rozestup vrtulí nemá ve zkoumaných mezích žádný významný vliv na celkovou výkonnost, projeví se ale na rozdělení tahu mezi oba rotory a zjistil, že rozdělení tahu mezi jednotlivé rotory svou hodnotou koreluje s tím, jak velký je poměr průměru vnitřní plochy spodního rotoru zasažené úplavem za horním rotorem ku průměru rotoru. Po zmíněné

optimalizaci úhlů náběhu rotor vykazoval lepší výkonnost než ekvivalentní jednoduchý čtyřlístý rotor.



Obrázek 2.10: Provedení Ramasamyho experimentu, převzato z:[27]

Ve výrazně bližší minulosti, v roce 2013, se experimenty s protiběžnými rotory podrobně zabýval Ramasamy.[27] Porovnával koaxiální rotory s tandemovými rotory a jednoduchými rotory, a to i s různými typy listů. Ty disponovaly proměnným úhlem nastavení, jak je u vrtulníkových rotorů běžné. Jeho cílem bylo mimo jiné prověřit vliv rozestupu vrtulí v malých vzdálenostech pod  $0,15D$ . Různí autoři totiž uvádí různé hodnoty rozestupu ( $0,05D$ ,  $0,1D$  či  $0,15D$ ), od kterých už není znatelný žádný benefit pro celkovou výkonnost a zároveň uvádí jinou míru vlivu na rozdělení celkového tahu mezi oba rotory. Rozdíl v těchto pozorováních může být způsoben rozdíly mezi testovanými konfiguracemi, jako je geometrie listů či Reynoldsovo číslo. Zároveň upozorňuje, že pro optimalizaci či validaci výpočtových modelů je nutné uvádět charakteristiky obou rotorů zvlášť. Většina autorů je ale neuvádí, a tak tato data nejsou k dispozici.

Díky velice přizpůsobivé konstrukci s vyměnitelnými listy v počtu 2 až 6 bylo možné koaxiální konfiguraci za naprosto stejných podmínek měření přímo experimentálně porovnat s jednoduchým rotorem o stejné hustotě lopatkové mříže a také s kombinovaným výkonem rotorů použitých pro koaxiální sestavu, ale provozovaných samostatně. To celé ještě otestoval pro



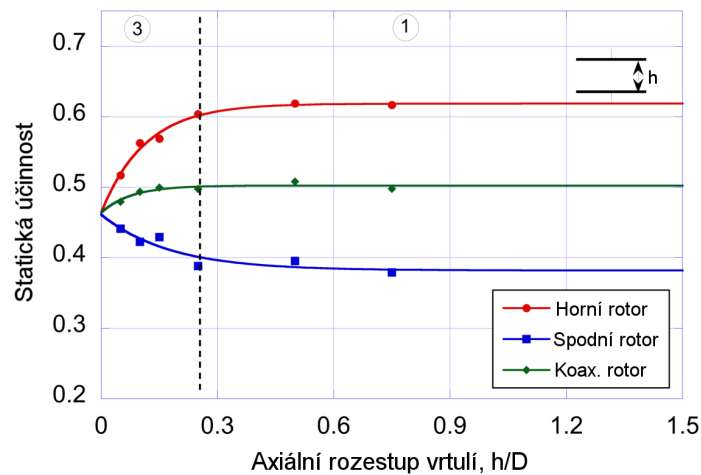
dva různé typy listů, zkroucené a nezkroucené, oba o průměru přibližně 1,3 metru. Všechna měření probíhala při nastolení momentové rovnováhy.

Při porovnání koaxiálního rotoru s jednoduchým rotorem o stejné hustotě lopatkové mříže vyšel lépe koaxiální rotor, který pro stejný tah spotřeboval méně výkonu, a to asi o 10%. To souhlasí se závěry dříve zmíněných autorů, přičemž tento výsledek lze odvodit i z hybnostní teorie.

Opačně dopadlo srovnání koaxiálního rotoru se dvěma jednoduchými rotory, každý s poloviční hustotou lopatkové mříže. Indukované ztráty byly u koaxiálního rotoru o 22% vyšší, což je opět výsledek, který předpovídá jednoduchá hybnostní teorie. Následující srovnání ukázala, že spodní rotor v koaxiální konfiguraci má ve vzdálenosti  $0,05D$  o 35% vyšší indukované ztráty ve výkonu. Ovlivňování však nefunguje jen jednostranně a u horního rotoru byly v koaxiální konfiguraci naměřeny o 9% vyšší indukované ztráty oproti tomu, když operoval samostatně.

Dalším bodem bylo určení vlivu vzdálenosti rotorů, které bylo provedeno ve skutečně širokém rozsahu, jak ukazuje obrázek 2.11 z měření zkroucených listů. Protože bylo měření provedeno při momentové rovnováze, tak rozdíl statické účinnosti odpovídá i rozdílu tahů jednotlivých rotorů. Výsledky jsou opět v souladu s ostatními autory. To znamená, že od nulové do určité vzdálenosti, zde asi  $0,15D$ , celková účinnost koaxiálního rotoru roste s tím, jak účinnost horního rotoru stoupá rychleji, než klesá účinnost spodního rotoru. Za touto hranicí se ještě mírně mění rozdělení tahů, ale celková účinnost už zůstává konstantní. Od vzdálenosti asi  $0,5D$  už zůstávají všechny charakteristiky konstantní.

Čím je spodní rotor blíže hornímu, tím více urychlí proud procházející skrze něj. Následkem toho u horního rotoru poklesne úhel náběhu a tím i tah a indukovaná rychlost. To naopak zvýší úhel náběhu spodního rotoru, který si tak převezme část tahu. Pro nastolení momentové rovnováhy je nutné u spodního rotoru zvýšit úhel nastavení a u rozestupu  $< 0,15D$  až do té míry, že u vnějších částí spodního rotoru dojde k odtržení, což následně vede ke sledovanému poklesu celkové účinnosti. Ramasamy v tomto smyslu komentuje výsledky Harringtona a Dingeldeina, jejichž závěrem bylo, že výkonnost protiběžného rotoru lze předpovídat pomocí teorie jednoduchého rotoru. Za



Obrázek 2.11: Ukázka závislosti statické účinnosti na rozestupu rotorů pro zkroucené listy, převzato z:[27]

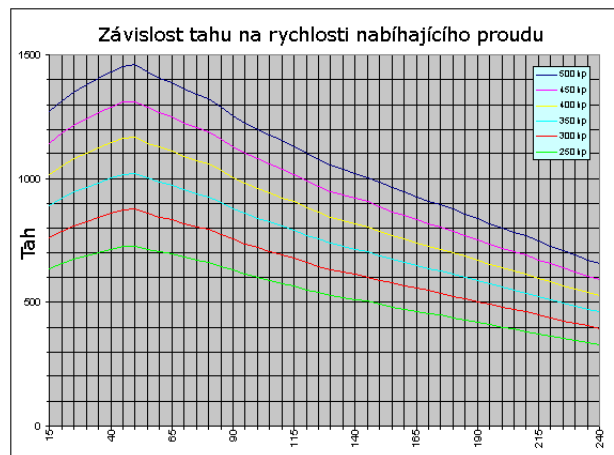
příčinu tohoto závěru považuje, že koaxiální rotor byl testován jen v jedné vzdálenosti a, co je podstatné, při velmi nízkém koeficientu tahu, takže pravděpodobně k odtržení vůbec nedošlo. Ramasamy ale ukazuje, že při malém rozestupu a vysokém koeficientu tahu dochází u spodního rotoru k odtržení, a v takových podmínkách teorii jednoduché vrtule nelze použít.

Ramasamy též sledoval rozdíly v chování nezkroucených a zkroucených listů. U zkroucených listů jednak nebylo potřeba během změn rozestupů tolik měnit úhel nastavení pro nastolení momentové rovnováhy a jednak prostřední úsek, kdy již byla konstantní celková účinnost, ale ještě se měnilo rozdělení tahu, byl výrazně menší než pro nezkroucené listy. Obecně se zkroucené listy pohybovaly blíže předpovědím hybnostní teorie, což souvisí s tím, že jejím předpokladem je rovnoměrný přítok, což zkroucené listy splňují lépe.

## 2.5 Statická účinnost

Statické měření vrtule spočívá v tom, že je vrtule připevněna k nepohyblivé konstrukci a při nulové rychlosti nabíhajícího proudu jsou sledovány její charakteristiky jako tah a moment. Tyto podmínky jsou velmi odlišné od standardních letových podmínek letadla. Při statickém měření letecké vrtule, která je jinak navržena pro poměrně rychlý nabíhající proud, se může stát,

že úhel náběhu bude příliš velký a dojde k brzkému odtržení mezní vrstvy, a tedy ztrátě vztlaku. Proto lze často při statickém měření očekávat menší hodnotu tahu, než je hodnota maximální, jako je to vidět na ilustračním obrázku 2.12. Nebo přinejmenším nebude vrtule v tomto režimu příliš účinná, i pokud k odtržení nedojde. Naopak jsou tyto podmínky vcelku blízké těm provozním u rotorů helikoptér.



Obrázek 2.12: Ukázka závislosti tahu vrtule na rychlosti nabíhajícího proudu, převzato z:[13]

Budeme-li chtít porovnávat výkonnost různých vrtulí ve statickém režimu, narazíme na to, že u nich nelze stanovit účinnost dle běžné definice. Vrtule má totiž nulovou dopřednou rychlost, nekoná žádnou užitečnou práci, a tudíž účinnost vždy vyjde nulová. Přesto je žádoucí zavést veličinu, která dokáže porovnat vrtule s ohledem na jejich dodávaný výkon a generovaný tah. Taková veličina se v anglosaské literatuře nazývá jako „figure of merit” a její výpočet vychází z hybnostní teorie vrtulí. Obecně jde o podíl ideálního výkonu pro dosažení daného tahu (jen ideální indukovaný výkon) a skutečného dodávaného výkonu. Hodnotu této veličiny lze spočítat čistě z hodnot tahu a výkonu, potažmo jejich bezrozměrných koeficientů. Proto je toto vyjádření účinnosti použitelné pro statické testy vrtulí a má velké využití pro rotory vrtulníků, kde je při vzletu a volném vznášení rychlost nabíhajícího proudu velice malá či přímo nulová.

Zároveň je v případě statických testů zpravidla používán odlišný výpočet

bezrozměrných koeficientů vrtule.[14, str. 25] V některých případech je ještě rozšířen o faktor 2, který plyne z ekvivalentního tvaru pro výpočet vztlaku či odporu profilu, tj.  $T = 0.5 \cdot c_T \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$ . Pro porovnání výsledků mezi různými autory je tedy nutné zohlednit použitou definici. Poznamenejme, že pro statický test je koeficient momentu přímo roven koeficientu výkonu. Vztahy pro výpočty veličin v této práci jsou následující:

$$\text{koeficient tahu: } c_T = \frac{T}{\rho \cdot A \cdot v^2}$$

$$\text{koeficient momentu: } c_M = \frac{M}{\rho \cdot A \cdot R \cdot v^2}$$

$$\text{koeficient výkonu: } c_P = \frac{P}{\rho \cdot A \cdot v^3}$$

$$\text{rychlostní poměr volného proudu: } \lambda_\infty = \frac{u_\infty}{\omega \cdot R}$$

Statická účinnost (figure of merit) se standardně vypočítá jako:

$$FOM = \frac{c_T^{3/2}}{\sqrt{2}c_P} \quad (2.22)$$

Je důležité vzít v potaz, že porovnávat různé vrtule pomocí statické účinnosti lze pouze při stejném zatížení, tedy podílu tahu ku ploše vrtule.[6, str. 10] Z tohoto hlediska je obtížné porovnávat jednoduchou vrtuli s protiběžnými, kdy každá z páru protiběžných generuje jen část tahu, který je navíc typicky pro každou vrtuli rozdílný. Z toho plyne rozdílné zatížení oproti jednoduché vrtuli generující stejný tah.

Vztahů pro výpočet statické účinnosti protiběžných vrtulí existuje hned několik. Obecně platí, že lze použít jakoukoliv definici, pokud je konzistentně použita napříč všemi porovnávanými konfiguracemi za shodných podmínek, především z hlediska zatížení. Proto je obecně žádoucí pomocí statické účinnosti porovnávat jen jednoduché vrtule s jednoduchými a protiběžné s protiběžnými.

V nejjednodušší formě lze rozdělení tahů zohlednit vztahem[18], který bude použit v této práci pro vyhodnocení výsledků namísto výše zmíněné běžné definice pro jednoduché vrtule:

$$FOM = \frac{c_{T_1}^{3/2} + c_{T_2}^{3/2}}{\sqrt{2}(c_{P_1} + c_{P_2})} \quad (2.23)$$

Je možné zavést i složitější definici statické účinnosti, která ve jmenovateli, jenž vyjadřuje skutečný dodávaný výkon, pracuje zvlášť se skutečným indukovaným odporem a odporem profilu. Buď lze zjednodušeně uvažovat, že každá nese poloviční zatížení, případně lze zohlednit i různý poměr zatížení v následující formě navržené Leishmanem [6, str. 11]:

$$FOM = \frac{\frac{c_{T_2}^{3/2}}{\sqrt{2}} \left[ \left( \frac{c_{T_1}}{c_{T_2}} \right)^{3/2} + 1 \right]}{\frac{\kappa_{int} \kappa (c_{T_1} + c_{T_2})^{3/2}}{\sqrt{2}} + \frac{N_r \sigma c_{D_0}}{8}} \quad (2.24)$$

kde  $c_{T_1}$  respektive  $c_{T_2}$  značí koeficient tahu pro přední a zadní vrtuli,  $c_{D_0}$  koeficient odporu profilu při nulovém vztlaku a  $N_r$  počet vrtulí. Koeficient indukovaného výkonu  $\kappa$  je pak podíl skutečného indukovaného výkonu ku ideálnímu indukovanému výkonu pro daný tah, jehož typická hodnota se pohybuje v intervalu  $\langle 1, 1; 1, 2 \rangle$ . Vztah pro skutečný indukovaný výkon je tedy:  $P_i = \kappa \cdot T \cdot v_i$ . Tento koeficient může být zjištěn experimentálně, nebo spočítán pokročilejšími metodami a obecně zahrnuje ztráty jako je nerovnoměrnost proudu, ztráty koncovými víry, rotace úplavu a další, kterými se liší od ideálního indukovaného výkonu podle hybnostní teorie, která s těmito jevy nepočítá. Pro jeho výpočet z experimentu lze u jednoduché vrtule též použít vztah:

$$\kappa = \frac{\sqrt{2}c_{P_i}}{c_T^{3/2}} \quad (2.25)$$

Pro koaxiální rotor je výsledkem analogického výrazu součin faktoru indukovaného výkonu a faktoru interference, neboť ke ztrátám samotných vrtulí přibudou ještě vzájemné indukované ztráty:

$$\kappa \cdot \kappa_{int} = \frac{\sqrt{2}c_{P_i}}{c_{T_1}^{3/2} + c_{T_2}^{3/2}} \quad (2.26)$$

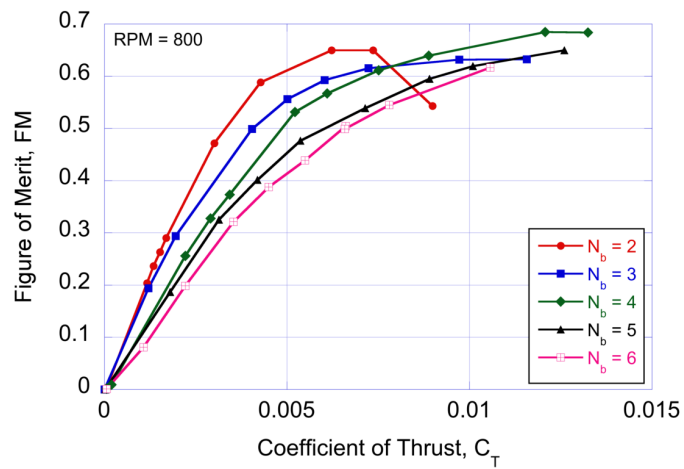
Výše uvedený tvar 2.24 pro statickou účinnost lze zjednodušit i pro jed-

noduchý rotor, kde  $\kappa_{int} = 1$ . Zato u koaxiálních vrtulí je  $\kappa_{int} > 1$ , neboť i indukovaný výkon je větší než u jednoduché vrtule. To je dáno skutečností, že zadní vrtule, jež vystavena úplavu za přední vrtulí, vykazuje větší indukované ztráty. Proto statická účinnost bude u dvojice jednoduchých izolovaných vrtulí obecně vycházet vyšší, než u soustavy dvou koaxiálních vrtulí. Do procesu však vstupují i další fyzikální jevy, jako je diskutované využití rotace proudu za přední vrtulí. Tento efekt se však příliš neuplatňuje u rotorů navržených pro statický režim, nýbrž pro vrtule pro axiální let, které při svém malém průměru dosahují výrazně větších zatížení, což souvisí s vyššími provozními otáčkami. [6, str. 11] Tento efekt následně může způsobit, že protiběžné vrtule budou i přes větší indukované ztráty celkově účinnější než dvojice jednoduchých. Toto využití tečné složky proudění, která by jinak přišla vniveč, je také nejčastěji uváděný důvod pro vyšší účinnost protiběžných vrtulí. Neexistuje však měření, které by tuto hypotézu dokazovalo.[27, str. 13]

Faktor interferenčních ztrát lze zjistit ze vztahu  $\kappa_{int} = \frac{P_{i,koax}}{P_{i,izol}}$  pro shodný tah.

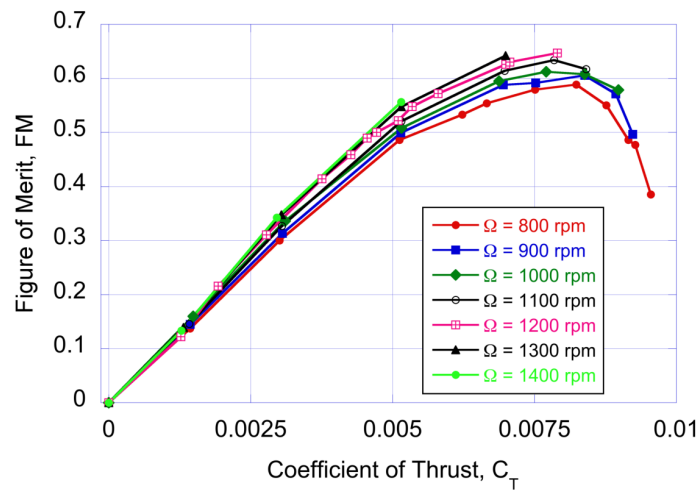
Ze vztahu 2.24 je zřejmé, že nejvyšší hodnotu statické účinnosti dosahují vrtule obecně při nejnižší hustotě lopatkové mříže pro daný koeficient tahu  $c_T$ , protože je tím minimalizovaný viskózní odpor profilu.[17, str. 77] Tento závěr se nijak neliší od jednoduchých vrtulí. Jak už ale bylo naznačeno výše v rozboru ideální vrtule, snižování hustoty lopatkové mříže s sebou přináší vyšší součinitel vztlaku při zachování stejného tahu. Limit snižování hustoty pak leží tam, kde je dosaženo kritického úhlu náběhu, za kterým již vztlak klesá, což potenciálně může být limitující. Dalším omezením je pevnostní hledisko, které nedovolí, aby listy byly příliš tenké. Zvýšení hustoty lopatkové mříže, například přidáním listů, pak umožní s vrtulí dosáhnout celkově vyššího tahu, přestože pro nižší součinitele tahu není tak účinná, jak ilustruje obrázek 2.13. Je to tedy nutné opatření, pokud je prostorově omezen průměr vrtule, která musí dosahovat vysokých hodnot tahu.

Statická účinnost se zpravidla zvyšuje s rostoucím Reynoldsovým číslem, protože se zmenšují projevy viskozity, jak ukazuje obrázek 2.14. Tato data



Obrázek 2.13: Ukázka závislosti statické účinnosti na hustotě lopatkové mříže, převzato z:[27]

byla pořízena s helikoptérovým motorem s proměnným úhlem nastavení, čili při určitém kritickém úhlu nastavení potažmo koeficient tahu už došlo k odtržení a poklesu statické účinnosti. U vrtulí v plné velikosti, kde se Reynoldsovo číslo pohybuje v řádu milionů, už s dalším zvyšováním Reynoldsova čísla, potažmo otáček, nelze očekávat výraznější zlepšení.



Obrázek 2.14: Ukázka závislosti statické účinnosti na otáčkách, převzato z:[27]

## 2.6 Akustika vrtulí

Tato kapitola se bude zabývat akustickými vlastnostmi vrtulí. Jejich popisu bude předcházet výčet základních akustických veličin a vymezení pojmů, které mají vztah k provedenému měření.

### 2.6.1 Akustické veličiny

Vjem zvuku je obecně způsoben oscilací tlaku vzduchu v určitém rozmezí frekvencí, který jsme jako lidé schopni slyšet. Připočítává se k atmosférickému tlaku, se kterým tvoří celkový tlak v daném místě.

V akustice se základní veličiny jako tlak, výkon či intenzita zpravidla vyjadřují v hladinách, tj. v logaritmických mírách v decibelech, kde je stanovena referenční hodnota, která zpravidla přibližně odpovídá prahu slyšitelnosti zvuku o frekvenci 1 kHz. Důvodem je, že se tyto veličiny běžně pohybují v rozmezí mnoha řádů a kromě toho i naše smysly včetně sluchu mají logaritmickou odezvu.

Hladina akustického tlaku (SPL)

$$L_p = 20 \cdot \log \left( \frac{p}{p_0} \right); \quad p_0 = 2 \cdot 10^{-5} Pa \quad (2.27)$$

Hladina akustické intenzity (SIL)

$$L_I = 10 \cdot \log \left( \frac{I}{I_0} \right); \quad I_0 = 10^{-12} W/m^2 \quad (2.28)$$

Hladina akustického výkonu (SWL)

$$L_W = 10 \cdot \log \left( \frac{W}{W_0} \right); \quad W_0 = 10^{-12} W \quad (2.29)$$

Mezi intenzitou a tlakem platí vztah:

$$L_I = L_p + 10 \cdot \log \left( \frac{400}{\rho_0 c_0} \right); \quad \rho_0 c_0 \cong 415 kg/m \cdot s \quad (2.30)$$

Většinou lze tento vztah použít, platí však jen pro rovinnou postupnou



vlnu ve volném poli.

Mezi výkonem a intenzitou platí vztah:

$$W = \oiint \vec{I} \cdot \vec{n} \cdot dA \quad (2.31)$$

Intenzitu nelze jednoduše měřit, k tomu je potřeba intenzitometr, což jsou dva spojené mikrofony, které umí přes měření akustické rychlosti intenzitu spočítat.

Známou veličinou je též hlasitost, která má za cíl vyjádřit hlasitost zdroje pomocí jednoho čísla. Jednotkou hlasitosti  $N$  je son, kdy jeden son je hlasitost, kterou má sinusový tón o frekvenci 1 kHz při hladině akustického tlaku 40 dB, tj. tlaku 0,002 Pa. Hlasitost 2 sony je pak brána jako  $2 \times$  hlasitější. Platí, že pro 1 kHz tón je hladina hlasitosti číselně rovna hladině akustického tlaku. Hlasitost je subjektivní veličina, čili přímé měření hlasitosti spočívá v poslechovém testu, kdy posluchači sdělí experimentátorovi, kolikrát hlasitější než referenční tón se jim zvuk zdá. Existují však i psychoakustické modely, které se snaží hlasitost spočítat. Jako u ostatních akustických veličin byla zavedena i hladina hlasitosti s jednotkou 1 phon, pro kterou platí vztah:

$$L_N = 40 + 33,2 \cdot \log(N) \quad (2.32)$$

V akustice se rozlišuje několik druhů polí, ve kterých probíhá měření. Výčet těch nejpodstatnějších:

- Volné pole: pole bez odrazů s jednoznačně lokalizovaným zdrojem, použití v bezodrazových komorách, venku, případně velkých halách, kde jsou odrazy slabší
- Difuzní pole: pole, kde zvuk přichází rovnoměrně ze všech směrů, tedy v odrazové místnosti, kde případně je i více podobně intenzivních zdrojů zvuku
- Tlakové pole: pole, kde má akustický tlak ve všech místech stejnou velikost a fázi

- Vzdálené pole: pole, kdy se intenzita snižuje s druhou mocninou vzdálenosti, což je splněno pro měření dále od zdroje, který se v takovém případě jeví již jako přibližně bodový; u vrtule je to minimálně ve vzdálenosti jednoho jejího průměru

Volné a difuzní pole mají velký význam jako standardizovaná prostředí, která se navozují v bezodrazových a dozvukových komorách. Odrazová komora má například využití pro poměrně snadné měření výkonu zdroje.

### 2.6.2 Váhové filtry

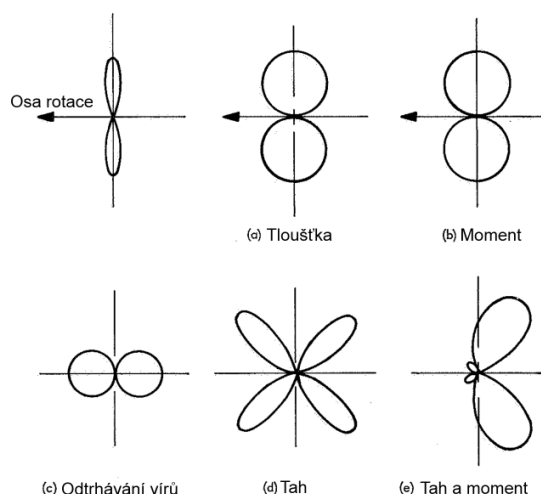
Při měření se běžně váží frekvenční spektrum soustavou koeficientů. Existuje 5 variant filtrů, a sice A, B, C, D a Z. Základní hladinu představuje Z filtr, který má plochou odezvu a jsou takto označovány vážení, které nijak neupravuje původní signál. To znamená, že žádná frekvence ve slyšitelném spektru nebyla zeslabena ani zesílena v toleranci  $\pm 1,5$  dB. Ostatní filtry již záměrně frekvenční odezvu upravují. Filtr B se již nepoužívá a D pouze pro speciální aplikace. Běžně se tedy člověk setká s filtry A a C, kdy A je považován za filtr, který nejlépe odpovídá frekvenční odezvě lidského ucha, neboť výrazně ořezává nízké a vysoké frekvence a jeho použití dominuje. Filtr C pak v některých ohledech lépe odpovídá reakci ucha při vysoké hlučnosti. Vážení je možno označit přímo v jednotce jako  $dB(A)$ , lépe však v názvu samotné veličiny jako  $L_A$ . Kromě frekvenčního vážení se lze setkat i s časovým vážením, které říká, z jak dlouhého časového úseku se má hodnota počítat. Označení I (impulse) je 35 ms, F (fast) je 125 ms a S (slow) je 1 s. Hladina s daným časovým a frekvenčním zářením se pak zapisuje například jako  $L_{AF}$ .

### 2.6.3 Hluk vrtulí

Použití vrtulí v letecké dopravě vyžaduje, aby tyto stroje nepředstavovaly vysokou hlukovou zátěž pro okolí letišť či samotné pasažéry. V neposlední řadě musí splnit hlukové normy.

Pro posouzení vzniku hluku vrtulí je nejdříve nutné popsat tři základní typy zdrojů, které se v akustice rozlišují[28, str. 2]:

1. Monopól je nejjednodušším typem zdroje a je reprezentován pulsující koulí. Zvuk je generován odtokem hmoty ze zdroje rovnoměrně do všech směrů. Reálným příkladem takového zdroje může být například praskající balónek. Tento typ nemá žádný významný vliv u hluku vrtulí.
2. Dipól je již směrově orientovaný zdroj zvuku a lze si jej představit jako kouli, která je v jednom směru natahována, nebo jako oscilující sílu. Příklady dipólového zdroje u vrtulí jsou hluk od vírů, tahu a obtékání profilu.
3. Kvadrupól je dvojice dipólů v opačné fázi, stejně jako dipól je dvojice monopólů v opačné fázi. Kvadrupól si lze představit jako deformující se kouli, která je v jednom směru stlačovaná a v kolmém směru natahovaná. Hluk úplavu je zdrojem tohoto typu.



Obrázek 2.15: Teoretické směrové charakteristiky jednotlivých zdrojů hluku vrtule, převzato z:[28]

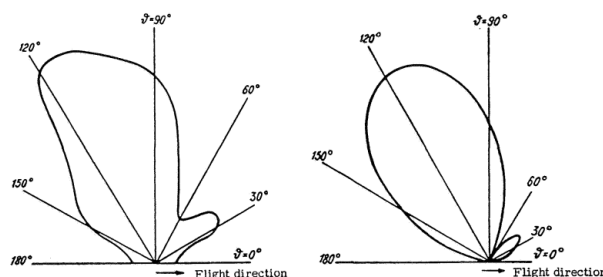
Jak bude popsáno později, největší vliv na charakter zvuku u podzvukových vrtulí má obvodová rychlost a především složka rotačního zvuku od tahu a momentu. Obrázek 2.15e) tedy přibližně odpovídá směrové charakteristice vrtule ve statickém režimu s tím, že největší intenzita hluku 1. harmonické je ve směru asi  $120^\circ$  od osy rotace orientované ve směru tahu. Diagram je asymetrický, protože přední laloky od tahu jsou posunuté ve fázi o  $180^\circ$  oproti

lalokům momentu, tudíž se s nimi nesčítají. Pro nenulovou rychlost volného proudu se úhel největší intenzity zmenšuje, protože klesá podíl složky tahu. V limitním případě, kdy rychlost volného proudu dosáhne takové hodnoty, že vrtule generuje nulový tah, bude tento úhel  $90^\circ$ , neboť v diagramu bude figurovat jen momentová složka.

Tento tvar popsal Gutin[29] již v roce 1936 a představil rovnici, která slouží k odhadu hluku kolem vrtule.

$$p = \frac{mN_b\omega}{2\pi za} \left[ \frac{aM}{(0,8 \cdot R)^2 \omega} - T \cdot \cos \vartheta \right] J_{mb} \left( \frac{1}{c} mN_b\omega \cdot 0,8R \cdot \sin \vartheta \right) \quad (2.33)$$

kde  $m$  je řád harmonické,  $a$  rychlost zvuku,  $z$  a  $\vartheta$  polární souřadnice místa pozorovatele a  $J_{mb}$  Besselova funkce s příslušným argumentem. Porovnání výsledku této rovnice s experimentem je uvedeno na obrázku 2.16



Obrázek 2.16: Porovnání naměřené (vlevo) a Gutinovy (vpravo) charakteristiky, převzato z:[29]

Zvuk vrtulí lze rozdělit na dvě hlavní kategorie; na periodický zvuk, což jsou diskrétní frekvence související s rotací vrtule, o kterých lze hovořit také jako o tónech, a na širokopásmový zvuk, což jsou efekty související s vířením a turbulencí. Tyto kategorie lze rozdělit na celkem čtyři subkategorie s dalším dělením [28, str. 4]:

#### 1. Rotační zvuk

##### (a) Tahem a moment

Letecké profily mají při pohybu okolním médiem dané rozložení tlaku, které na profil vyvíjí sílu. Toto tlakové pole je stacionární

vůči profilu a pohybuje se s tím, jak list vrtule rotuje. Z hlediska zafixovaného místa na disku se ale bude jevit jako oscilující tlakové pole. Frekvence této oscilace odpovídá frekvenci průchodu listu daným místem (tzv. blade passing frequency), tedy frekvenci otáček vynásobené počtem listů. Tvar vlny pak závisí na rozložení tlaku kolem daného profilu v daném místě, potažmo na tahu a momentu, jejichž působení lze pak modelovat pomocí jednoduchých zdrojů uvedených v předchozí kapitole

(b) Tloušťka lopatky

Dalším efektem rotace listu je, že svou konečnou tloušťkou fyzicky proráží a odsouvá molekuly vzduchu. V pevném bodě disku se situace jeví tak, jako periodický zdroj a propad hmoty v okolí disku. Lze jej tedy modelovat jako monopól. Oproti zvuku od tahu a momentu má je ale tento zdroj zanedbatelné velikosti, většího podílu však dosahuje při nadzvukových obvodových rychlostech.

## 2. Interakční efekty

(a) Náhlé zatížení lopatek

Zvuk může být způsoben i impulsivními silami na listy vrtule. Zde můžeme vysledovat tři základní děje: interakce listu s vírem, periodické odtrhávání mezní vrstvy a periodický vznik a zánik rázové vlny u lokálně nadzvukového proudění. Přičemž jednotlivé děje spolu mohou souviset ve smyslu, že například průchod listu koncovým vírem nejen způsobí změnu rozložení tlaku kolem profilu, ale také odtržení mezní vrstvy.

(b) Amplitudová a frekvenční modulace

Tento hluk způsobuje periodické vzdalování a přibližování se lokálního zdroje zvuku. Tyto efekty mohou významně modifikovat charakter zvuku a subjektivně zvýšit celkovou úroveň hluku. U pohybujících se hlučných strojů se navíc projevuje Dopplerův jev, který rovněž spadá do této kategorie.

(c) Interakce s proudovým polem a úplavem

Do této skupiny zdrojů spadá například lopatkový stroj s předsa-  
zeným statorem. Samotný rotor se periodicky pohybuje v úplavu  
za lopatkami statoru a tato frekvence se moduluje na celkový hluk.  
S tímto jevem souvisí i periodická změna sil působících na profil.

### 3. Víření

Za listem vzniká vírová stezka podobně jako při obtékání válce, při-  
čemž frekvence těchto odtrhávaných vírů závisí na rychlosti proudění  
a velikosti a tvaru obtékaného tělesa, v tomto případě profilu. Jelikož  
se v radiálním směru vrtule mění jak rychlost proudění, tak velikost a  
tvar profilu, tak výsledkem je širokopásmový hluk. Což je rozdíl oproti  
rotačnímu hluku, který je navázán na diskrétní frekvence. Obecně je  
tento jev dominantním zdrojem širokopásmového hluku u vrtulí.

Jedná se o dipólový zdroj, jehož síla stoupá s 6. mocninou rychlosti  
proudu. Proto nejvíce hluku tohoto typu generují okrajové části vrtule.

Do této kategorie hluku spadají též projevy koncových vírů.

### 4. Turbulencí indukovaný zvuk

Zvuk způsobují i projevy turbulence v menším měřítku, například v  
mezní vrstvě, které jsou náhodného charakteru. Typem se jedná o  
kvadrupólový zdroj a vedle ostatních zdrojů hluku vrtulí samostatně  
nebývá příliš významný. Může však být posilován interakcemi s tlako-  
vým polem kolem listu a tam se již jedná o silnější hluk dipólového  
typu.

Ke snížení hlučnosti vrtule obecně vedou opatření jako snížení obvodové rych-  
losti, snížení zatížení, zvýšení hustoty lopatkové mříže a omezení interakcí  
všeho druhu na minimum.

Složitější situace je přirozeně u protiběžných vrtulí, kde je náročné predi-  
kovat výsledný hluk, a to i kvůli náročnějšímu experimentálnímu ověření mo-  
delů. Kvůli složitějším interakcím je totiž problematické oddělit periodický,  
diskrétní zvuk od toho širokopásmového, především pokud vrtule neběží syn-  
chronizovaně a také pokud je u vrtulí použit různý počet listů.

Koaxiální protiběžné vrtule jsou zpravidla hlučnější než jednoduché, protože zde navíc vystupují interakční efekty s úplavem či koncovými víry, které jsou zpravidla nestacionární. Hluk kromě parametrů jako je zatížení, hustota lopatkové mříže či tvar listů, které se vztahují i na jednoduché vrtule, závisí i na rozestupu vrtulí. Jedním z navržených opatření pro snížení hluku vrtulí může být zmenšení zadní vrtule, aby se snížila interakce s koncovými víry od přední vrtule. Jinou možností je zmíněné použití různého počtu listů u každé vrtule, což může omezit opakované zesilování těch samých frekvencí. Jednoduchým opatřením je zvětšení rozestupu vrtulí.[30, str. 626]

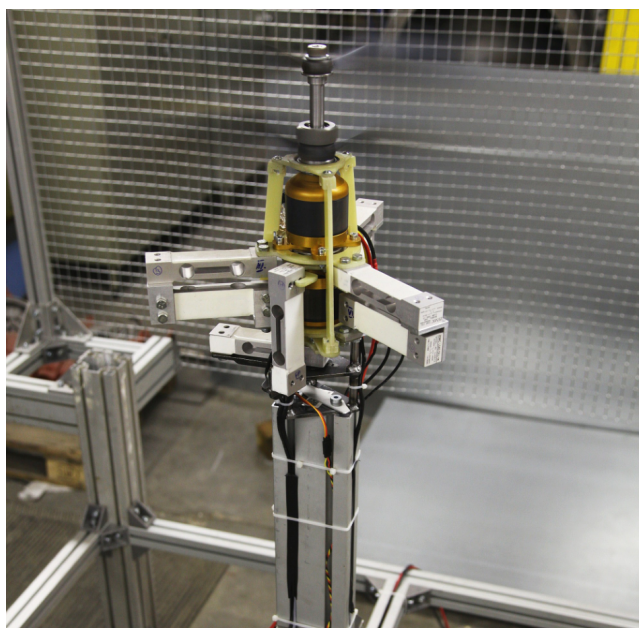
### 3 Příprava experimentu

V této kapitole bude popsána realizace experimentu, to znamená mechanický návrh a popis měření jednotlivých veličin.

#### 3.1 Mechanická konstrukce

Sestava motorů s vrtulemi a měřicí technikou byla umístěna asi 1,6 metru nad zemí na hliníkovou konstrukci o půdorysu přibližně  $1,5 \times 1,5$  metru. K této konstrukci bylo dále jako bezpečnostní opatření připojeno oplocení o půdorysu  $2 \times 2$  metry. Toto oplocení pak dále posloužilo k přichycení akustické pěny pro měření hluku vrtulí.

Pro statická měření jsou vrtule nastaveny tak, že jejich osa je umístěna vertikálně. Pro budoucí měření v aerodynamickém tunelu je připraven kloub, jenž umožní naklápění vrtulí v rozsahu  $0^\circ$  až  $90^\circ$ . Tím bude možné simulovat různé úhly nabíhajícího proudu vůči ose vrtule.



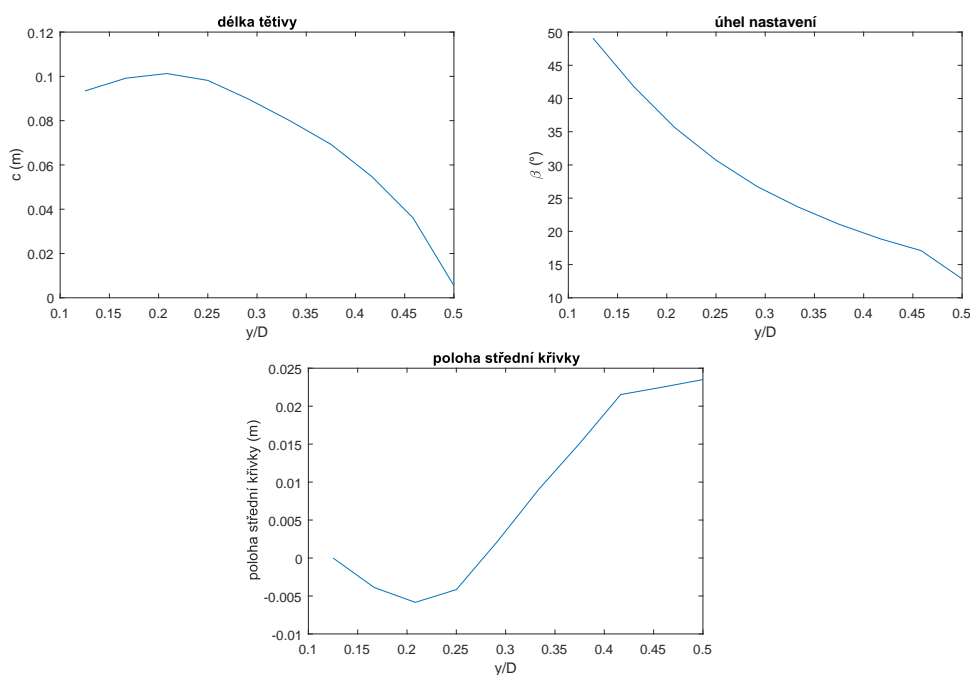
Obrázek 3.1: Fotografie měřicího standu



### 3.2 Vrtule a jejich pohon

Pro experiment byly zvoleny vrtule o průměru 555 mm (tj. 22 palců). Obě vrtule jsou dvoulisté, liší se však stoupáním, kdy přední disponuje stoupáním 18 palců na otáčku, zatímco zadní 20 palců na otáčku. Jde o empirické opatření, kterým je zohledněna vyšší nabíhající rychlost u zadní vrtule navýšená o indukovanou rychlost té přední, jak bylo popsáno dříve. Efektivní plocha vrtule je snížena o náboj, jehož průměr v případě přední vrtule činí 3,5 cm a u druhé vrtule 5 cm. Sestava dovoluje umístit vrtule do dvou různých vzdáleností, a sice  $h/D = 0,07$  a  $h/D = 0,14$ .

Geometrické charakteristiky přední vrtule jsou zobrazeny na obrázku 3.2. Zadní vrtule se liší jen v úhlu náběhu, který po celé délce větší o 10%.



Obrázek 3.2: Průběh délky tětiny, úhlu nastavení a poloh střední křivky u vrtule 1

U letadel či helikoptér v plné velikosti je běžnější pohon vrtulí pomocí spalovacího motoru a převodovky. Pro testovanou experimentální sestavu byl s ohledem na jednoduchost i dostupnost zvolen pohon pomocí dvou elektromotorů o celkovém výkonu 6 kW. Toto uspořádání tak umožňuje nezávislé

řízení otáček obou vrtulí, přičemž vliv změny poměru otáček je jedním z předmětů výzkumu. Ačkoliv levnější a jednodušší konfiguraci by umožňovala dvojice zcela samostatných elektromotorů, byl vybrán vcelku dodávaný pár koaxiálních elektromotorů jako komerční řešení pro protiběžné vrtule u RC modelů letadel.

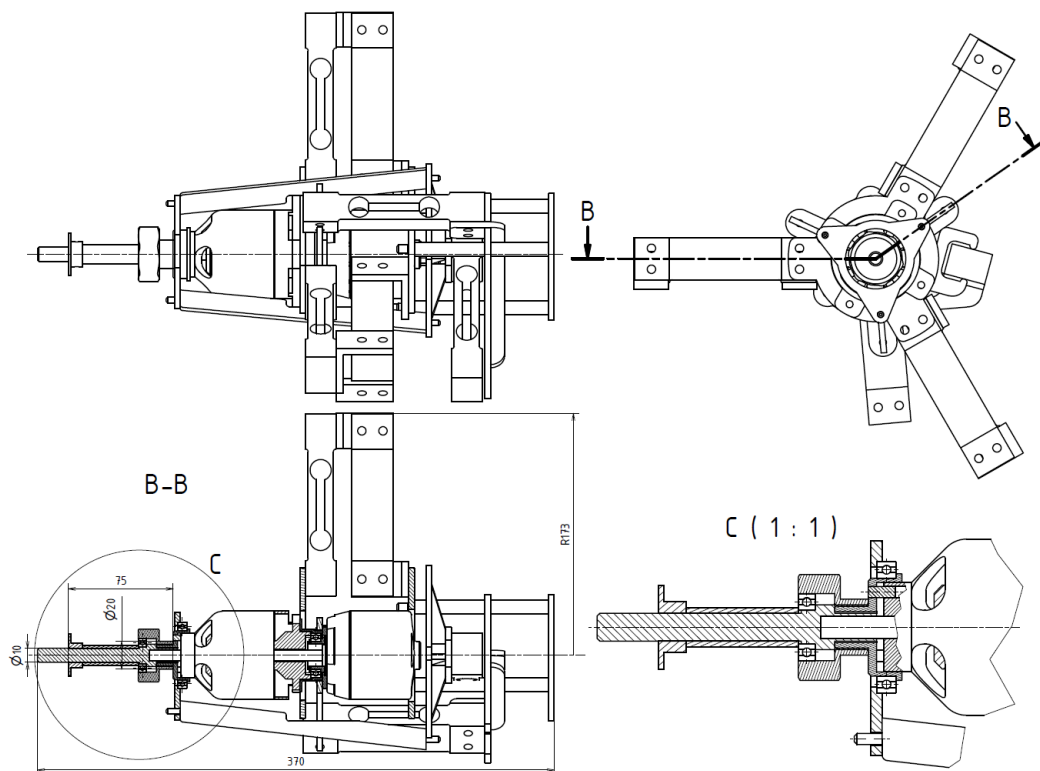
Tento systém se sestává ze dvou za sebou umístěných motorů, kdy ten přední disponuje dutou hřídelí, skrz kterou prochází hřídel od zadního motoru. Tím je docíleno nenarušeného prostoru před vrtulemi. Sestava motorů dále byla upravena tak, aby bylo možné měřit moment zvlášť od každé vrtule. Tato úprava spočívala v oddělení statorů a vložením ložiska mezi ně, takže motory se vůči sobě mohou nezávisle otáčet. Jak již bylo řečeno, požadovanou vlastností byla možnost ovládat oba elektromotory nezávisle, čili otáčky každého z nich byly řízeny dedikovaným kanálem PWM generátoru.

Napájení bylo zajištěno pomocí dvojice sériově zapojených olověných akumulátorů o napětí 12V a celkové kapacitě 110 Ah.

### 3.3 Měření výkonových veličin

Jak plyne z předchozího popisu uspořádání motorů, tak přední vrtule je poháněna zadním motorem a zadní vrtule předním motorem. To je důležité pro identifikaci, přes který motor budou měřeny otáčky, moment a tah té které vrtule.

Moment i tah jsou měřeny pomocí snímačů zatížení, kterých bylo použito celkem osm. Použité snímače Zemic L6D fungují na bázi odporových tenzometrů, kdy se daná deformace tenzometru projeví změnou jeho odporu. Změnu odporu lze pozorovat na změně výstupního napětí ze senzoru, přičemž tento signál je digitalizován v A/D převodníku a dále vyhodnocován v počítači. Před sestavením bylo nutné snímače zkalibrovat pro zjištění tak zvané konstanty tenzometru  $K$ , aby bylo možné výstupní napětí přes změnu odporu a deformaci převést až na sledovanou hodnotu působící síly, případně točivého momentu po vynásobení ramenem síly. Kromě toho je před každým měřením proveden odečet při nulovém zatížení, který se odečítá od výstupního signálu.



Obrázek 3.3: Schéma měřicí soustavy

Konfigurace tenzometrů pro experiment je k vidění na přiloženém obrázku 3.3 a byla sestavena následovně. Přední motor je připojen ke třem párům snímačů dimenzovaných na 3 kg zátěže, kdy jedna trojice měří moment zadní vrtule a druhá její tah. Moment od přední vrtule je měřen přes zadní motor pomocí jednoho 6kg snímače a tah pomocí jednoho 20kg snímače přes 3 táhla, která vedou přímo od přední vrtule.

Jelikož samotným řízením elektromotorů nelze spolehlivě nastavit otáčky s požadovanou přesností, byly otáčky měřeny zvláště, a sice opticky. Měření bylo realizováno tak, že poblíž každého z motorů byla umístěna dvojice infračervené svítící diody, která prostor před sebou osvětluje, a infračervené fotodiody, která toto záření snímá. Na povrch rotorů obou elektromotorů byla umístěna reflexní značka. Princip měření pak spočívá v tom, že z hodnoty frekvence odrazů od reflexní značky je přímo určen počet otáček za sekundu.

Nedílnou součástí každého měření bylo i určení aktuálního atmosférického tlaku, teploty vzduchu a relativní rychlosti za účelem přesného zjištění hustoty vzduchu a také jeho viskozity.

Měření bylo provedeno prostřednictvím softwaru MATLAB®. Program automaticky řídil otáčky motorů pro zadané schéma a zaznamenával hodnoty tahu, momentu a otáček. Ovládání probíhalo pomocí vytvořeného grafického uživatelského rozhraní, které umožňovalo spustit měření a během něj v reálném čase sledovat měřené veličiny.

### 3.4 Měření hluku

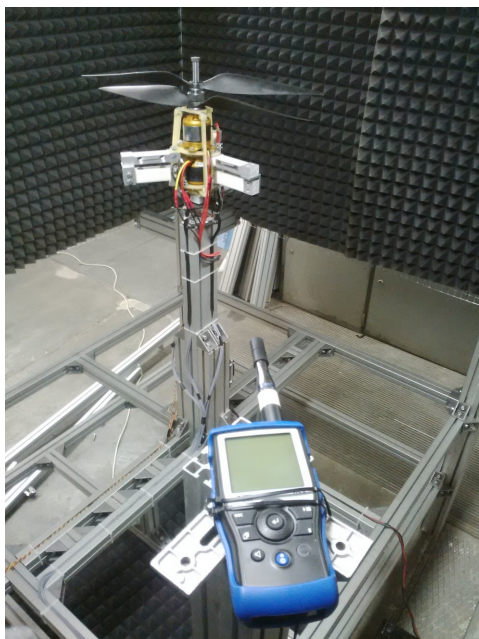
Akustická měření probíhala s akustickou pěnou umístěnou na stěnách měřicího boxu tak, aby byly omezeny odrazy od ploch v místnosti. Zvukoměr byl umístěn 0,12 metru pod rovinou spodní vrtule ve vzdálenosti 0,84 metru od jejího středu, což odpovídá úhlu 98° od osy rotace.

Použitým zařízením byl zvukoměr NTi XL2 s mikrofonem NTi M2211. S jeho pomocí byla měřena hladina akustického tlaku s váhovým filtrem „A” pro různé otáčky v obou měřených rozestupech vrtulí. Porovnání těchto hodnot by tak mělo dát představu o relativní hlasitosti jednotlivých režimů a soustav.

Dalším bodem bylo měření frekvenčního spektra, a to ve dvou různých rozsazích pro dosažení vyššího rozlišení v nižších frekvencích.

Zvukoměr zobrazuje různé hladiny akustického tlaku. Jednak okamžitou (podle zvoleného časového a frekvenčního vážení), dále pak minimální a maximální hodnotu během měření a nakonec hladinu ekvivalentní. To je stálá hladina, jejíž účinek je stejný jako hodnocený proměnný zvuk za danou dobu. Používá se i hladina zvukové expozice (SEL), což je ekvivalentní hladina vyhodnocovaná za 1 sekundu, nikoliv za celou dobu měření. V prezentovaných výsledcích bude používána ekvivalentní hladina z desetisekundového měření.

Zvuk motorů nebyl do výsledků zanesen, neboť byl subjektivně zcela zanedbatelný ve srovnání s hlukem vrtulí.



Obrázek 3.4: Měření akustických veličin

## 4 Výsledky měření aerodynamických charakteristik

Obsahem této kapitoly budou uvedeny výsledky měření výkonnostních veličin vrtulí. Presentace výsledků bude rozdělena na měření, kdy byly otáčky obou vrtulí stejné a na měření, kdy se otáčky lišily.

Měření probíhalo ve spolupráci s Ing. Vítem Štorchem.

### 4.1 Výsledky pro stejné otáčky vrtulí

Sledovaným parametrem byl efekt vzájemné vzdálenosti vrtulí. Měření probíhalo celkem ve dvou vzdálenostech, a sice  $h/D = 0,07$  a  $h/D = 0,14$ , což představuje 39 a 78 mm.

Reynoldsovo číslo vrtule bylo definováno v místě  $0,75R$ , tedy jako

$$Re_{0,75} = \frac{\rho \cdot v_{0,75} \cdot c_{0,75}}{\mu} \quad (4.1)$$

kde  $\mu$  je dynamická viskozita,  $c_{0,75}$  délka tětiny v daném místě a obdobně

$v_{0,75}$  jako  $v_{0,75} = \omega \cdot 0,75R$ .

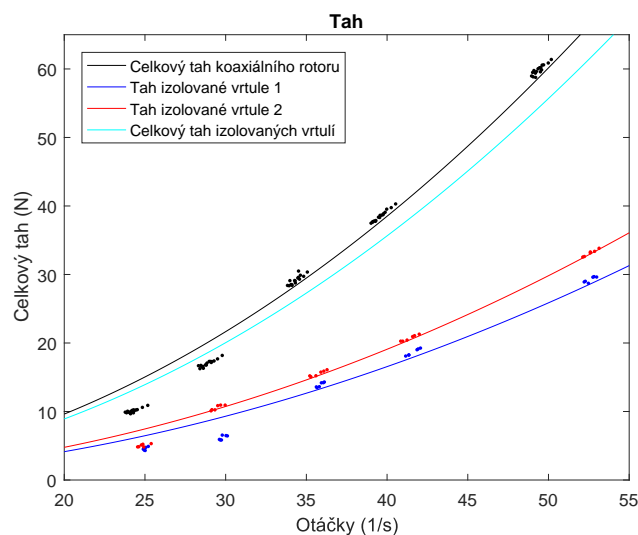
Měření bylo provedeno podle schématu, jež je uvedené v tabulce 1. Kvůli patrné hysterezi měřicí soustavy byly hodnoty měřeny v obou směrech, tedy při postupném zvyšování otáček i při postupném snižování otáček. Statistické zpracování dat pak umožnilo získat přesnější výsledky.

Rozestup	Číslo vrtule	Otáčky pro měřicí schéma 1									
h/D=0,07	Vrtule 1	25	30	35	40	50	50	40	35	30	25
	Vrtule 2	25	30	35	40	50	50	40	35	30	25
h/D=0,14	Vrtule 1	25	30	35	40	50	50	40	35	30	25
	Vrtule 2	25	30	35	40	50	50	40	35	30	25

Tabulka 1: Nastavené otáčky pro měření vlivu Reynoldsova čísla

Měření protiběžného rotoru předcházelo měření obou vrtulí izolovaně za účelem srovnání. Přední vrtule a veličiny s ní spojené jsou označovány indexem 1, zadní vrtule indexem 2.

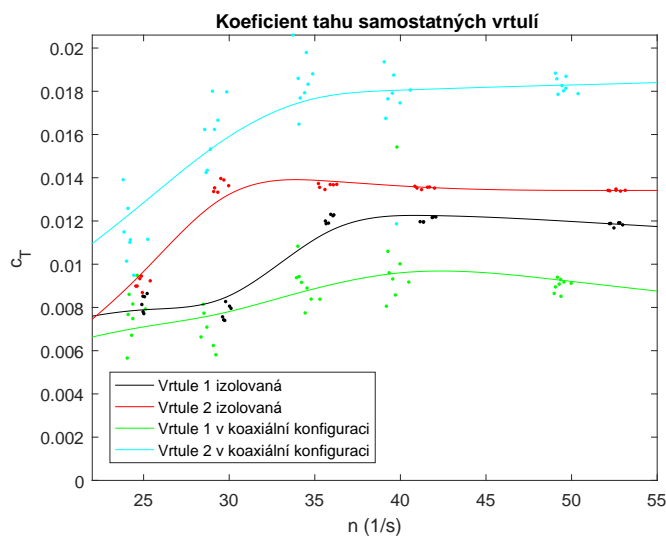
Závislost tahu koaxiálního rotoru a izolovaných vrtulí na otáčkách ukazuje obrázek 4.1.



Obrázek 4.1: Závislost tahu na otáčkách

Je vidět, že izolovaně operující dvojice vrtulí v některých místech generuje dohromady nižší tah, než ty samé vrtule v koaxiální konfiguraci.

Bližší informace poskytne vyjádření koeficientu tahu, které následuje na obrázku 4.2.



Obrázek 4.2: Závislost koeficientu tahu na otáčkách

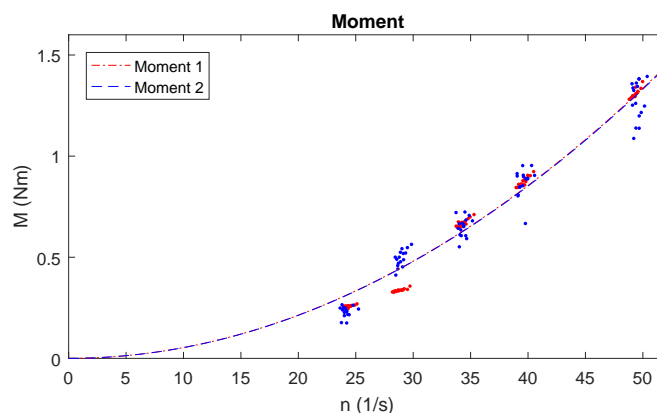
Z grafu je zřetelné, že izolované vrtule vykazují podobné charakteristiky s tím, že vrtule 2 kvůli svému většímu úhlu nastavení vždy generuje větší tah. Situace se změní, když vrtule běží v koaxiální konfiguraci; vrtule 1 svůj tah sníží, zatímco vrtule 2 zvýší.

Z charakteristik všech vrtulí je vidět, že mají menší koeficient tahu při nižších otáčkách vlivem nižšího Reynoldsova čísla a na stabilní hodnotu se dostávají až kolem 35 otáček za sekundu.

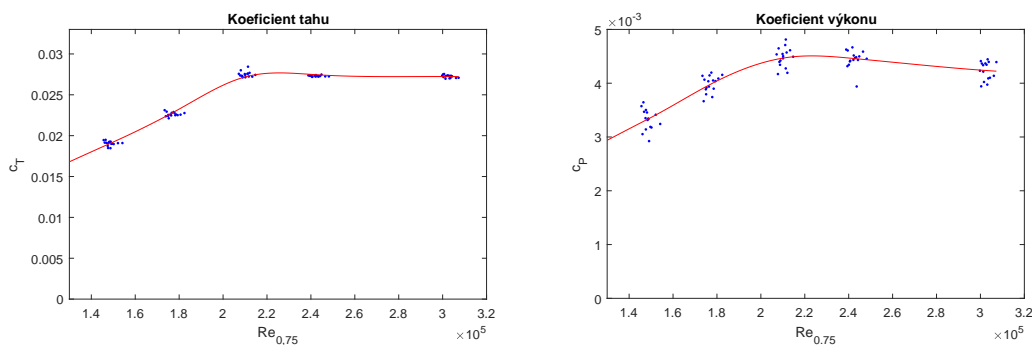
Další graf 4.3 ukazuje závislost absolutních hodnot momentu na otáčkách u koaxiálního rotoru.

Je vidět, že vrtule pracují v prakticky přesné momentové rovnováze, neboť při daných otáčkách vykazují shodné hodnoty momentu. Tato závislost je shodná pro menší i větší vzájemnou vzdálenost vrtulí, proto to není v grafu rozlišeno.

Následující graf pak ukazuje průběhy celkového koeficientu tahu a výkonu pro koaxiální rotor.



Obrázek 4.3: Závislost momentu na otáčkách



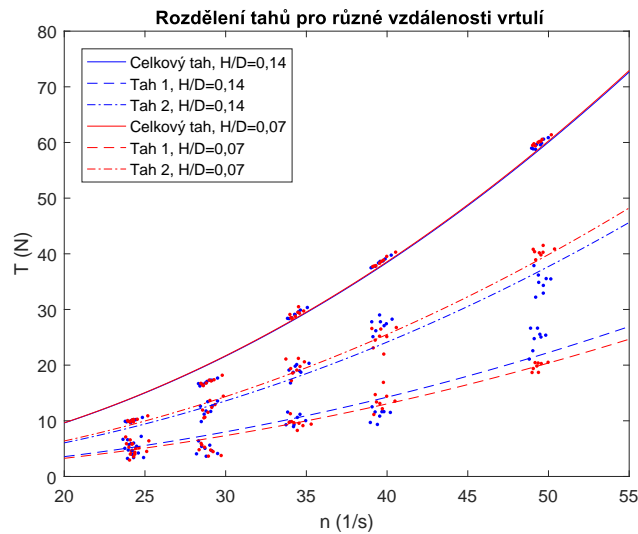
Obrázek 4.4: Koeficient tahu a výkonu

V literatuře je často diskutovaným efektem rozdělení tahu mezi vrtule v závislosti na jejich vzdálenosti. Tuto závislost zobrazuje následující graf 4.5.

Ukázalo se, že vzdálenost, v souladu s literaturou, nemá významný vliv na celkový tah. Potvrdilo se také, že vzdálenost má vliv na rozdělení tahů. Situace se ovšem liší od obvyklých výsledků v literatuře, kde horní rotor nese větší část tahu. To je způsobeno tím, že tyto konfigurace byly testovány s dvojicí stejných vrtulí. V tomto případě ale měla zadní vrtule větší úhel nastavení, a vykazovala tak výrazně vyšší hodnoty tahu, jak se ukázalo i při jejím samostatném měření. To zůstalo platné i v koaxiální konfiguraci.

Co se však potvrdilo, je skutečnost, že s rostoucí vzdáleností vrtulí se zvyšuje podíl přední vrtule na úkor vrtule zadní. A to přesto, že se přední vrtule v tomto případě na celkovém tahu podílí menšinově, což je zajímavé





Obrázek 4.5: Rozdělení tahu pro koaxiální rotor

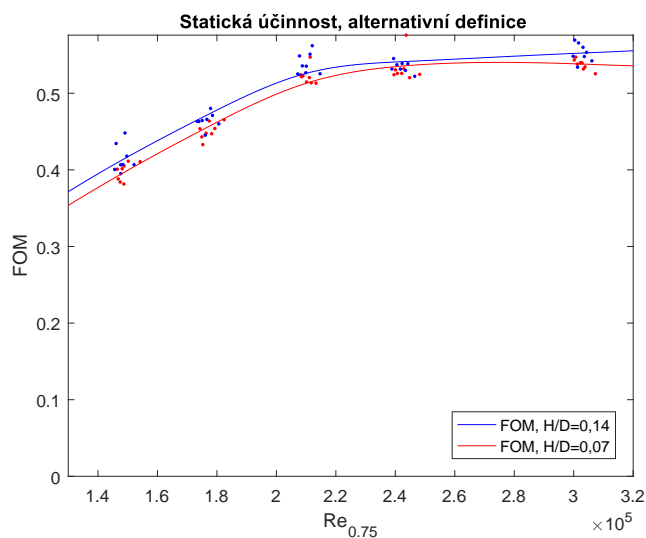
zjištění, neboť v literatuře zmíněná měření vždy pracovala s vyšším tahem u přední vrtule. Změnu rozdělení tahů lze vysvětlit tím, že čím blíže je zadní vrtule k přední, tím více ji ovlivňuje. Zrychlením proudu procházejícím skrze přední vrtuli efektivně sníží její úhel náběhu a tím i tah. To má za následek menší indukovanou rychlost a to naopak zvětší úhel náběhu zadní vrtule, jejíž podíl na celkovém tahu roste. Podíl na daném jevu bude mít i skutečnost, že se u zadní vrtule mění velikost plochy zasažené úplavem za přední vrtulí.

Důsledkem tohoto zjištění také je, že s rostoucím rozestupem se rozdělení tahů v tomto případě zrovnoměrňuje, zatímco při použití shodných vrtulí pro oba rotory je tomu obráceně.

Dalším diskutovaným efektem rozestupu vrtulí je změna celkové statické účinnosti. Následující graf 4.6 ukazuje statickou účinnost podle alternativní definice dle vzorce 2.23, která zohledňuje rozdílné zatížení obou vrtulí v koaxiální konfiguraci.

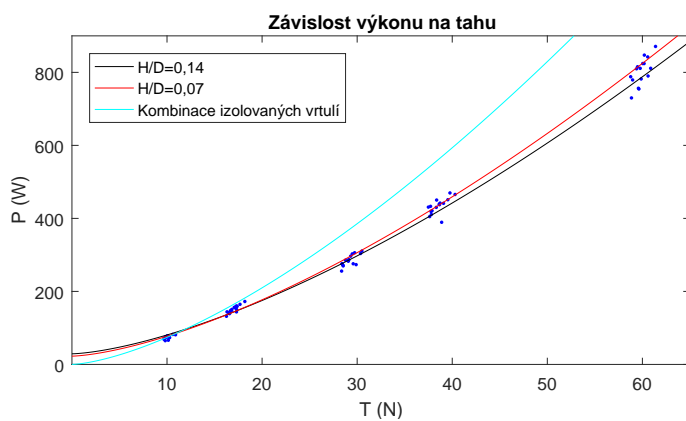
Jelikož rozestup  $h/D = 0,07$  lze považovat již za velmi těsný, lze provést porovnání s literaturou, která v intervalu malých rozestupů poukazuje na snížení celkové statické účinnosti.

Uvedený graf ukazuje soulad s tímto závěrem, kdy pro větší rozestup je statická účinnost skutečně o několik jednotek procent vyšší.



Obrázek 4.6: Upravená statická účinnost pro různé rozestupy

Na závěr bylo učiněno srovnání závislosti potřebného výkonu na tahu, obrázek 4.7, pro oba rozestupy koaxiálního rotoru a pro kombinované charakteristiky izolovaných vrtulí.



Obrázek 4.7: Porovnání závislostí výkonu na tahu

V první řadě je vidět, že černá křivka rozestupu  $h/D = 0,14$  leží pod červenou křivkou rozestupu  $h/D = 0,07$ , což znamená, že vzdálenější konfigurace potřebuje pro dosažení stejného tahu menší výkon než bližší konfigurace. To přímo souvisí s tím, že rozestupu  $h/D = 0,14$  odpovídá vyšší statická účinnost, jak bylo uvedeno v předchozích grafech.

Křivka izolovaných vrtulí má dle literatury ležet pod těmito dvěma křivkami, neboť izolované vrtule mají menší indukované ztráty. Jak je vidět, to pro tento případ není splněno. Rozdíl ovšem spočívá v tom, že srovnání s literaturou se týká helikoptérových rotorů, zatímco zde byly testovány letadlové vrtule, které mají výrazně vyšší úhel nastavení. S tím jsou spojeny dva aspekty. Jednak vyšší úhel náběhu, který není optimální pro statický test, a vrtule tak mohou částečně těžit z vzájemného ovlivňování vzájemnými indukovanými rychlostmi, které úhel náběhu sníží. A jednak je to vyšší plošné zatížení, kde by se již dle literatury mohla začít projevovat rekuperace rotačního pohybu úplavu za přední vrtulí.

Z tohoto typu grafu by bylo možné zjistit výkony potřebné k překonání odporu profilu, faktoru indukovaných ztrát a faktoru interferenčních ztrát při proložení dat závislostí  $y = a + b \cdot x^{3/2}$  podle vztahů:

$$P_{izol} = P_{0,izol} + \kappa \frac{T_{izol}^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}} \quad (4.2)$$

$$P_{coax} = P_{0,coax} + \kappa \kappa_{int} \frac{T_{coax}^{3/2}}{\sqrt{2\rho A}} \quad (4.3)$$

kde výrazy s tahem představují indukované výkony. Pro získání těchto závislostí je však nutné měřit při konstantních otáčkách, potažmo Reynoldsově čísle při změnách úhlu nastavení listů, což není způsob, kterým bylo provedeno toto měření.

## 4.2 Výsledky pro různé otáčky vrtulí

Naměřené charakteristiky budou uvedené v závislosti na poměrném vyjádření otáček, přičemž tento poměr byl definován jako:

$$RR = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \quad (4.4)$$

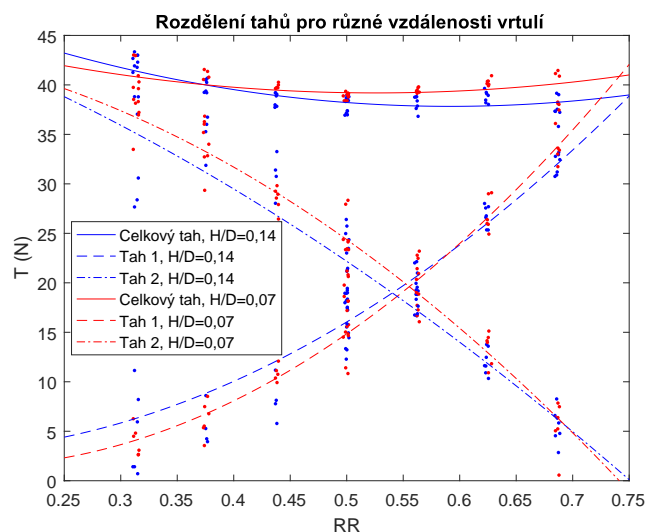
kde  $n_1$  respektive  $n_2$  značí otáčky přední a zadní vrtule. Je zřejmé, že hodnota tohoto koeficientu se pohybuje v intervalu  $\langle 0; 1 \rangle$ , kdy krajní hodnoty znamenají, že jedna z vrtulí se vůbec netočí.

Měření bylo provedeno ve schématu uvedeném v tabulce 2. Poměrné vyjádření otáček  $RR$  v provedeném měření se tedy pochybovalo v intervalu  $\langle 0,31; 0,69 \rangle$ . Hodnoty byly zvoleny tak, aby průměrné otáčky obou vrtulí byly vždy 40.

Rozestup	Číslo vrtule	Otáčky pro měřicí schéma 2							
$h/D=0,07$	Vrtule 1	25	30	35	40	40	45	50	55
	Vrtule 2	55	50	45	40	40	35	30	25
$h/D=0,14$	Vrtule 1	25	30	35	40	40	45	50	55
	Vrtule 2	55	50	45	40	40	35	30	25

Tabulka 2: Nastavené otáčky pro měření vlivu různých poměrů otáček

Prvním graf 4.8 zobrazuje rozdělení tahu mezi jednotlivé vrtule a celkový tah pro dva použité rozestupy. Závislost je uvedena na zmíněném poměrném vyjádření otáček.



Obrázek 4.8: Rozdělení tahu pro koaxiální rotor

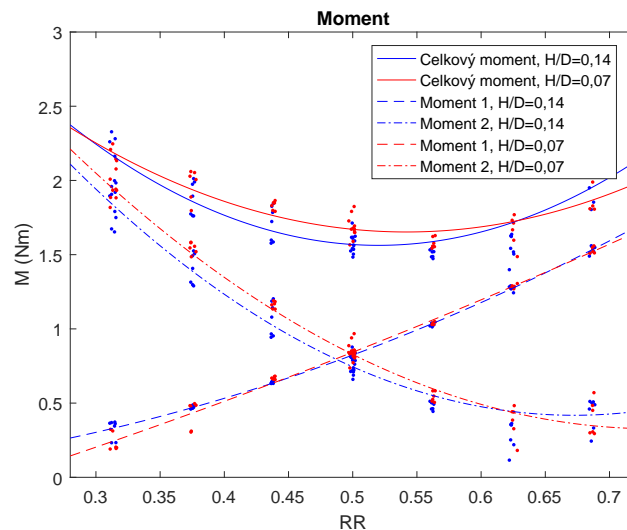
Obrázek ukazuje očekávaný výsledek, a sice že rovnost tahu nastane tehdy, když má vrtule 1 vyšší otáčky než vrtule 2, což je dáno rozdílným úhlem nastavení. Rovněž je vidět stejný výsledek jako u měření při stejných otáčkách vrtulí, kdy větší rozestup má za následek větší podíl přední vrtule na celkovém tahu na úkor tahu zadní vrtule. Tudíž rozdělení tahu je pro  $h/D = 0,14$  opět

rovnoměrnejší. Proto také vzdálenější konfigurace dosáhne rovnováhy tahů o něco blíže k bodu, kde jsou otáčky obou vrtulí shodné.

Celkový tah se změnou poměrných otáček příliš nemění, nevýrazné minimum je na hodnotě  $RR = 0,5$ , kdy jsou otáčky obou vrtulí shodné. Mírně vyšší tah má dle výsledků bližší konfigurace.

Zároveň je bohužel vidět, že opakovatelnost výsledků byla v tomto případě horší, než u měření se stejnými otáčkami, což se projeví i v grafech dalších veličin.

Další závislost 4.9 zobrazuje průběh momentu v absolutních hodnotách.



Obrázek 4.9: Závislost momentu na otáčkách

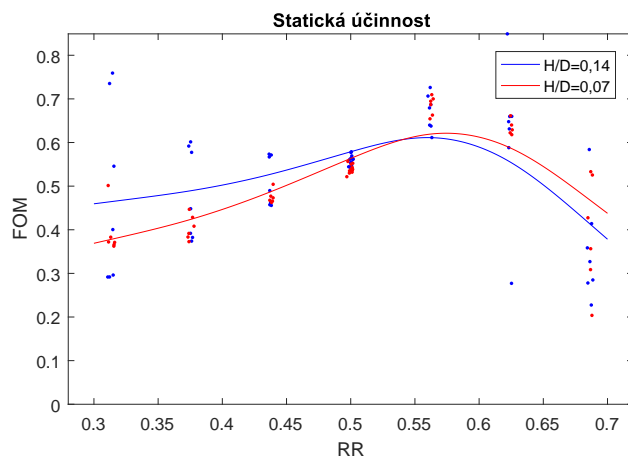
Zde se potvrdil závěr z předchozího měření, a sice že rovnost momentů pro tuto sestavu nastává přímo při rovnosti otáček. S poměrem otáček se pak adekvátně mění i rozdělení momentů.

Z grafu lze též vysledovat, že moment vrtule 1 je pro oba rozstupy stejný napříč otáčkami, ale vrtule 2 má pro bližší konfiguraci  $h/D = 0,07$  moment mírně vyšší, což se projeví i na větším celkovém momentu.

Minimum celkového momentu je pro oba rozestupy umístěno přibližně na hodnotě  $RR = 0,55$ .

Na závěr byl zpracován průběh statické účinnosti, který lze přibližně od-

hadnout již z hodnot tahu a momentu.



Obrázek 4.10: Upravená statická účinnost pro různé rozestupy

Na průběhu statické účinnosti je vidět, že pro použitou sestavu není optimální rovnost otáček, nýbrž když se přední vrtule točí asi o 30% rychleji než ta zadní. To může souviset s rozdílným úhlem nastavení vrtulí a vzájemným ovlivňováním indukovanými rychlostmi. Maximum statické účinnosti zároveň nastává přibližně v místech, kde je rovnoměrné rozložení tahu mezi obě vrtule. Není však zřejmé, zda se jedná pouze o korelaci, nebo zda je tam příčinná souvislost.

Zároveň je v grafu opět vidět porovnání pro oba rozestupy, kdy pro vyšší otáčky zadní vrtule vychází lépe větší rozestup, zatímco od poměru  $RR \approx 0,55$  začíná být mírně výhodnější menší rozestup. Data v této oblasti se však nejeví příliš spolehlivě.

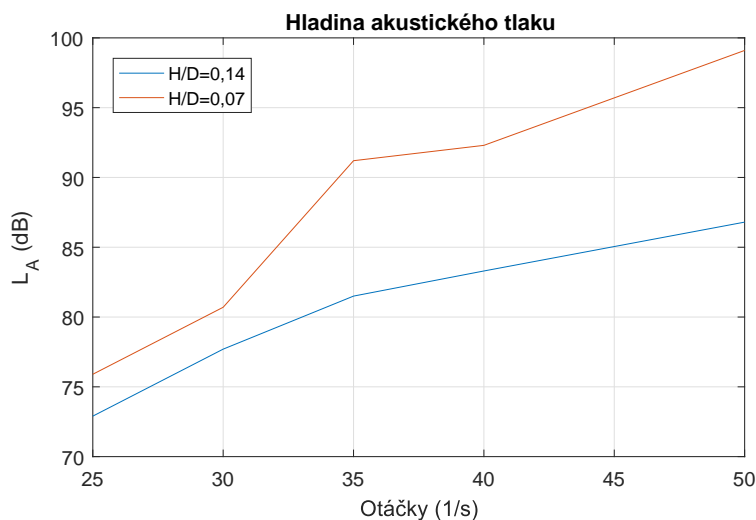
## 5 Výsledky akustických měření

Prvním ze sledovaných parametrů byl absolutní akustický tlak vrtulí ve dvou rozestupech a pro různé otáčky. Vzorky byly naměřeny při stejných otáčkách jako u měření aerodynamických veličin, jak je ukázáno v tabulce 3. Mikrofon byl umístěn v místě vzdáleném 0,84 metru od středu spodní vrtule v úhlu  $\vartheta = 98^\circ$  od osy rotace. Tato poloha tedy odpovídá místu s vysokou intenzitou hluku.

Číslo měření	1	2	3	4	5
Vrtule 1	25	30	35	40	50
Vrtule 2	25	30	35	40	50

Tabulka 3: Nastavené otáčky pro akustická měření

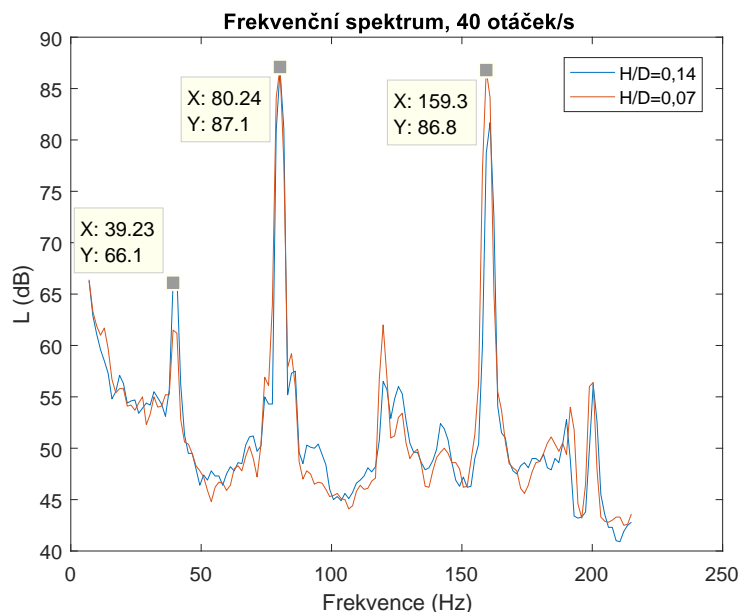
Pro toto měření byl použit váhový filtr A, aby bylo zohledněno subjektivní vnímání hlasitosti. Naměřené výsledky jsou prezentovány na obrázku 5.1.



Obrázek 5.1: Průběh hladiny akustického tlaku pro různé otáčky

Je na první pohled zřejmé, že bližší konfigurace s rozestupem  $h/D = 0,07$  je výrazně hlučnější pro celé spektrum měřených otáček. Tento závěr bylo možné vyslovit již ze subjektivního poslechu během měření, bližší konfigurace byla podstatně hlasitější.

Hlubší náhled do tohoto problému poskytne frekvenční analýza, která byla provedena souběžně s měřením akustického tlaku pro ty samé otáčky. Tentokrát bez použití filtru. Obrázek 5.2 ukazuje frekvenční spektrum v rozsahu do 200 Hz, pro ilustraci byl zvolen graf jen pro jedny otáčky.

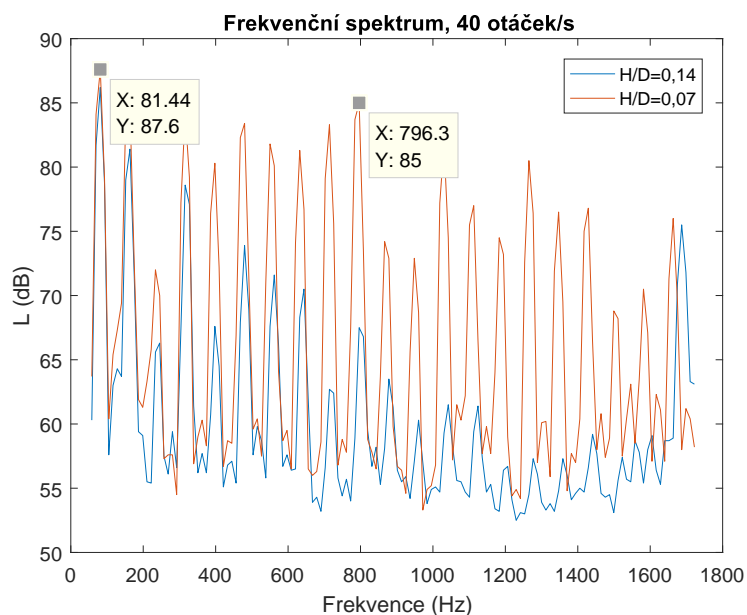


Obrázek 5.2: Frekvenční spektrum pro vybrané otáčky v rozsahu do 200 Hz

V grafu ihned zaujmou ostré špičky, které odpovídají frekvenci procházejících listů. Otáčky jsou v tomto případě 40 Hz, čili u dvoulisté vrtule tato hlavní frekvence zvuku činí 80 Hz, což odpovídá hodnotě v grafu. Dále je ve frekvenčním spektru vidět vyšší harmonická frekvence 160 Hz a také 40 Hz jako frekvence rotace jedné lopatky, která ale není zdaleka tak výrazná. Nicméně je vidět, že se rovněž samostatně opakuje na frekvencích 120 Hz a 200 Hz ve svých lichých násobcích. Pro sudé násobky koinciduje s hlavními vrcholy, které jsou násobky 80 Hz. Mezi vrcholy je pak vidět širokopásmový spojitý hluk od víření a projevů turbulence. Stejný charakter mají spektra pro všechny měřené otáčky. Za povšimnutí stojí skutečnost, že v této oblasti jsou obě spektra téměř totožná, což nevysvětluje o tolik vyšší hlasitost u menší vzdálenosti vrtulí, přestože vrchol na 160 Hz je u bližší konfigurace o několik jednotek decibelů vyšší.



Pro zjištění rozdílu je nutné provést měření ve větším frekvenčním rozsahu, konkrétně do 1,7 kHz, s použitým zvukoměrem to má ale za následek i nižší rozlišení. Toto spektrum je zobrazeno na obrázku 5.3.



Obrázek 5.3: Frekvenční spektrum pro vybrané otáčky v rozsahu do 1700 Hz

V tomto grafu je vidět, že i ve vyšších frekvencích za 200 Hz jsou přítomny ostré vrcholy. Při bližším pohledu lze zjistit, že se jedná o vyšší harmonické frekvence průchodu lopatky, neboť se vždy jedná o celočíselné násobky 80 Hz. Z toho lze usoudit, že se jedná o periodický zvuk, který je obecně považován za dominantní zdroj hluku podzvukových vrtulí, což toto měření dokládá. Oproti menšímu frekvenčnímu rozsahu je zde vidět zásadní rozdíl v tom, že zatímco vyšší harmonické u vzdálenější varianty  $h/D = 0,14$  svou intenzitou postupně klesají, tak pro bližší konfiguraci zůstávají velmi silné. Kolem frekvence 1 kHz, kde je lidské ucho nejcitlivější, je rozdíl velmi markantní, což vysvětluje, proč byl rotor s vrtulemi blíže k sobě výrazně hlasitější. U bližší konfigurace nejspíše dochází k silným interakcím s úplavem a tlakovým polem sousední lopatky, které posilují vyšší harmonické složky základní frekvence průchodu listu 80 Hz. Stejný výsledek s příznivým vlivem větší vzdálenosti vrtulí obdržel i Atassi.[30]

## 6 Závěr

V této práci byly popsány dosavadní poznatky o koaxiálních protiběžných rotorech, jak z hlediska výkonových charakteristik, tak akustického hlediska. Dále byla popsána realizace experimentu a následně prezentovány výsledky měření. Hlavními oblastmi zájmu bylo posouzení vlivu vzdálenosti vrtulí a vlivu vzájemně odlišných otáček vrtulí na jednotlivé veličiny.

Při měření při shodných otáčkách vrtulí se potvrdila řada závěrů uvedených v literatuře. Jmenovitě se ukázalo, že rozestup vrtulí nemá vliv na celkový tah dosahovaný při daných otáčkách potažmo Reynoldsově čísla. Má však vliv na rozdělení celkového tahu mezi obě vrtule, kdy platí, že čím více je horní vrtule vzdálena od té spodní, tím větší část tahu nese. To se ukázalo jako platné i pro testovanou konfiguraci, kdy spodní vrtule vždy nesla většinu tahu kvůli svému vyššímu úhlu nastavení. Dále se potvrdilo, že pro velmi malé rozestupy, což byl v testovaném případě rozestup jen 7% průměru vrtule, dochází ke snížení statické účinnosti ve srovnání s většími rozestupy.

U testování vlivu vzájemně různých otáček obou vrtulí se ukázalo, že pro danou konfiguraci je optimální jiný než jednotkový poměr otáček. Konkrétně maximum statické účinnosti nastává tedy, když se přední vrtule točí přibližně o 30% rychleji než zadní vrtule. Svou roli v tom pravděpodobně hraje větší úhel nastavení zadní vrtule.

Poměrně nízké hodnoty statické účinnosti napříč měřeními jsou způsobené tím, že se jedná o letadlové vrtule, jejichž návrhový režim předpokládá nenulovou rychlost volného proudu.

Problémem měřicí sestavy byla skutečnost, že tah jedné vrtule se do jisté míry projevoval i na senzoru tahu pro druhou vrtuli. Návrhem na zlepšení měřicího zařízení při pokračování výzkumu by tedy byly úpravy, které by lépe separovaly jednotlivé silové účinky. V plánu jsou totiž další měření v aerodynamickém tunelu s již s nenulovou rychlostí nabíhajícího proudu.

Druhou, zcela odlišnou skupinou měření, byla měření akustická. Ta probíhala při shodných otáčkách obou vrtulí a jednoznačně se ukázalo, že bližší konfigurace vrtulí je výrazně hlučnější. Na měření celkového akustického tlaku navázala spektrální analýza. Ukázalo se, že pro frekvence přibližně do

350 Hz jsou akustické vlastnosti obou rozestupů téměř totožné, ale bližší rozestup měl pak výrazně intenzivnější vyšší harmonické tonální složky, které způsobily celkově vyšší hlučnost.

Pro podrobnější zhodnocení vrtulí z akustického hlediska by bylo vhodné provést měření v různých úhlech od osy rotace, což by umožnilo získat směrové charakteristiky. Námětem na další výzkum by bylo též provedení měření pro vzájemně rozdílné otáčky obou vrtulí jako v případě měření výkonových charakteristik.

## Literatura

- [1] HITCHENS, Frank. Propeller Aerodynamics: The History, Aerodynamics & Operation of Aircraft Propellers. 1. Wellington: AUK Academic, 2015. ISBN 978-1785382116.
- [2] CARLTON, J. S. Marine propellers and propulsion. 3rd ed. Amsterdam: Elsevier, 2012.
- [3] STRACK, W. C., G. KNIP, A. L. WEISBRICH, J. GODSTON a E. BRADLEY. Technology and Benefits of Aircraft Counter Rotation Propellers. Aerospace Congress and Exposition, 1982.
- [4] 3D Prandtl lifting line theory: Application to high aspect ratio, unswept wings. Aerodynamics for Students [online]. Sydney: D.J. Auld, K. Srinivas, 2005 [cit. 2016-12-05]. Dostupné z: <http://s6.aeromech.usyd.edu.au/aerodynamics/index.php/sample-page/subsonic-aerofoil-and-wing-theory/3d-prandtl-lifting-line-theory/>
- [5] COLEMAN, C. P. A Survey of Theoretical and Experimental Coaxial Rotor Aerodynamic Research. Ames Research Center, Moffett Field, California, 1997.
- [6] LEISHMAN, J. G. a S. ANANTHAN. Aerodynamic Optimization of a Coaxial Proprotor. Proceedings of the 62nd Annual National Forum of the American Helicopter Society, Phoenix, Arizona, 2006.
- [7] LAKSHMINARAYAN, V. K. a J. D. BAEDER. Computational Investigation of Small Scale Coaxial Rotor Aerodynamics in Hover. Orlando, Florida, 2009.
- [8] LAKSHMINARAYAN, V. K. Computational Investigation of Micro-Scale Coaxial Rotor Aerodynamics in Hover. University of Maryland, 2009. Disertační práce.
- [9] SYAL, Monica. Contribution to the Aerodynamic Optimization of a Coaxial Rotor System. University of Maryland, 2008. Master thesis. Vedoucí práce J. Leishman.

- [10] LERBS, E. Contra-Rotating Optimum Propellers Operating in a Radially Non-Uniform Wake. Washington D.C., 1955.
- [11] MORGAN, W. The Design of Counterrotating Propellers Using Lerbs' Theory. Trans. SNAME. 1960, 1960(76), 309-347.
- [12] KERWIN, J., W. CONEY a C. HSIN. Optimum Circulation Distributions for Single and Multi-Component Propulsors. Twenty-First American Towing Tank Conference, 1986.
- [13] Propeller Performance Factors. EPI Inc. [online]. [cit. 2017-01-14]. Dostupné z: [http://www.epi-eng.com/propeller\\_technology/selecting\\_a\\_propeller.htm](http://www.epi-eng.com/propeller_technology/selecting_a_propeller.htm)
- [14] JOHNSON, Wayne. Helicopter theory. New York: Dover Publications, 1994. ISBN 0486682307.
- [15] NAGASHIMA, T.; OUCHI, H. a SASAKI, F. Optimum performance and load sharing of coaxial rotor in hover. J. of Japan Society for Aeronautics & Space Sciences, vol. 26, no. 293, červen 1978, pp. 325-333.
- [16] NAGASHIMA, T. a K. NAKANISHI. Optimum performance and wake geometry of co-axial rotor in hover. Seventh European Rotorcraft and Powered Lift Aircraft Forum, 1981.
- [17] LEISHMAN, J. G. Principles of helicopter aerodynamics. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2006. ISBN 9780521858601.
- [18] LEISHMAN, J. G. a SYAL, M. Figure of Merit Definition for Coaxial Rotors. Journal of the American Helicopter Society, vol. 53, No. 3, červenec 2008, pp. 290–300.
- [19] RAND, O. a V. KHROMOV. Aerodynamic Optimization of Coaxial Rotor in Hover and Axial Flight. 27th International Congress of the Aeronautical Sciences, 2010.

- [20] TAYLOR, M. K. A Balsa-dust Technique for Air-flow Visualization and Its Application to Flow Through Model Helicopter Rotors in Static Thrust. NACA, USA, 1950.
- [21] HARRINGTON, R. D. Full-scale-tunnel Investigation of the Static-thrust Performance of a Coaxial Helicopter Rotor. NACA, USA, 1951.
- [22] DINGELDEIN, R. C. Wind-tunnel Studies of the Performance of Multirotor Configurations. NACA, USA, 1954.
- [23] VIL'DGRZBE, L.S. Helicopters - calculations of integral aerodynamic characteristics and flight-mechanics data. Moscow, Mashinostroyeniye, 1977.
- [24] ANTOPOV, V. F. Experimental research on helicopter aerodynamics. Moscow, Mashinostroyeniye, 1980.
- [25] KASJANIKOV, V. A. Coaxial Helicopters - Current Status and Future Developments. Vertiflie, září-říjen 1990.
- [26] ANDREW, M. J. Coaxial rotor aerodynamics. disertační práce, Southampton University, Anglie, 1981.
- [27] RAMASAMY, M. Measurements Comparing Hover Performance of Single, Coaxial, Tandem, and Tilt-Rotor Configurations. AHS 69. Annual Forum, Phoenix, USA, 2013.
- [28] KURTZ, D. W. A Review of Aerodynamic Noise From Propellers, Rotors, and Lift Fans. Jet Propulsion Laboratory, USA, 1970.
- [29] GUTIN, L. On the Sound Field of a Rotating Propeller. NACA Technical Memorandum 1 195, překlad z roku 1948 z Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion: Physical magazine of the Soviet Union. vol. 9, č. 1; pp. 57-71, 1936.
- [30] H.M. ATASSI. Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics, and Aeroelasticity of Turbomachines and Propellers. New York, NY: Springer New York, 1993. ISBN 9781461393412.