



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

**Fakulta stavební
Katedra fyziky**

**Vybrané metody měření deformací stavebních a strojních konstrukcí a
prvků**

**Selected methods of measurement of structures in civil and mechanical
engineering**

bakalářská práce

Studijní program: Stavební inženýrství

Studijní obor: Konstrukce pozemních staveb

Vedoucí práce: prof. RNDr. Antonín Mikš, CSc

Filip Šmejkal

Praha 2015



ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

studijní program: Stavební inženýrství

studijní obor: Konstrukce pozemních staveb

akademický rok: 2014/2015

Jméno a příjmení studenta: Filip Šmejkal

Zadávací katedra: katedra fyziky

Vedoucí bakalářské práce: prof.RNDr.Antonín Mikš,CSc

Název bakalářské práce: Vybrané metody měření deformací stavebních a strojních konstrukcí a prvků

Název bakalářské práce v anglickém jazyce: Selected methods of measurement of structures in civil and mechanical engineering

Rámcový obsah bakalářské práce: Přehled vybraných kontaktních a bezkontaktních metod

Datum zadání bakalářské práce: 16.2.2015

Termín odevzdání: 15.5.2015

(vyplňte poslední den výuky příslušného semestru)

Pokud student neodevzdal bakalářskou práci v určeném termínu, tuto skutečnost předem písemně zdůvodnil a omluva byla děkanem uznána, stanoví děkan studentovi náhradní termín odevzdání bakalářské práce. Pokud se však student řádně neomluvil nebo omluva nebyla děkanem uznána, může si student zapsat bakalářskou práci podruhé. Studentovi, který při opakovaném zápisu bakalářskou práci neodevzdal v určeném termínu a tuto skutečnost řádně neomluvil nebo omluva nebyla děkanem uznána, se ukončuje studium podle § 56 zákona o VŠ č. 111/1998. (SZŘ ČVUT čl. 21, odst. 4)

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

.....
vedoucí bakalářské práce

.....
vedoucí katedry

Zadání bakalářské práce převzal dne: 26.2.2015

.....
student

Formulář nutno vyhotovit ve 3 výtiscích – 1x katedra, 1x student, 1x studijní odd. (zašle katedra)

Nejpozději do konce 2. týdne výuky v semestru odešle katedra 1 kopii zadání BP na studijní oddělení a provede zápis údajů týkajících se BP do databáze KOS.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o etické přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze dne 11.5.2015

Filip Šmejkal

Poděkování

Děkuji svému vedoucímu Prof. RNDr. Antonínu Mikšovi, CSc. za odborné vedení, vstřícnost a rychlé reakce na mé dotazy při psaní této bakalářské práce. Dále pak děkuji svému kolegovi Ing. Petru Pokornému za ochotu a odpovědi týkající se řešené problematiky. V neposlední řadě děkuji svým rodičům za skvělé podmínky, které mi dopřávají nejen ke studiu.

V Praze dne 11.5.2015

Filip Šmejkal

Abstrakt

V práci jsou představeny principy vybraných kontaktních a bezkontaktních metod měření deformací stavebních a strojních konstrukcí a prvků. Jsou zde uvedeny, případně odvozeny základní matematické vztahy popisující funkci těchto metod a jsou zmíněny také způsoby jejich praktického využití. Na závěr je jedna z nových metod ověřena měřením na modelu prostého nosníku.

Klíčová slova

deformace, průhyb, tenzometr, extenzometr, lankový snímač, optovláknový senzor, geometrická nivelace, polární metoda, optický skener, zobrazovací metoda, projekční metoda, chromatický konfokální senzor, reflektometrická metoda

Abstract

The thesis presents principals of the selected contact and non-contact methods of deformation measurement of structures in civil and mechanical engineering. There are derived and described basic mathematical equations describing the function of these methods and there are also mentioned some ways of their practical usage. In the end of the thesis one new method is verificated by measuring deflection on the model example of simply supported beam.

Key words

deformation, deflection, strain gauge, extensometer, draw-wire sensor, fiber optic sensor, geometric leveling, polar method, optical scanner, digital imaging method, projection method, confocal chromatic sensor, reflectometric method

Obsah

Obsah.....	6
1. Úvod.....	9
2. Kontaktní metody.....	10
2.1. Metoda dotykových měřidel.....	10
2.2.1 Odporové tenzometry.....	10
2.1.2.1 Relativní deformace a její měření.....	11
2.1.2.2 K-faktor tenzometru.....	12
2.1.2.3 Komerčně vyráběné odporové tenzometry a jejich využití v praxi.....	14
2.2.2 Extenzometry.....	15
2.1.2.1 Indukční snímač LVDT.....	15
2.1.2.2 Komerčně vyráběné extenzometry a jejich využití v praxi.....	17
2.2. Lankové snímače.....	18
2.2.1 Senzory úhlového natočení.....	19
2.2.1.1 Odporový potenciometr.....	19
2.2.1.2 Inkrementální enkodéry.....	21
3.1. Komerčně vyráběné lankové snímače a jejich využití v praxi.....	23
2.3. Optické vláknové tenzometry.....	24
2.3.1. Rozdělení optovláknových tenzometrů.....	25
2.3.2. Interferometrické optovláknové tenzometry.....	27
2.3.2.1. Vliv deformace optického vlákna na změnu fáze světelného vlnění.....	27
2.3.2.2. Nízkokoherenční interferometrie.....	29
2.3.2.3. Komerčně využívaný systém optovláknových tenzometrů SOFO.....	31
2.3.2.4. Využití měřicího systému SOFO v praxi.....	33
2.3.3. Spektrometrické optovláknové tenzometry s Braggovou mřížkou.....	34

2.3.3.1.	Braggova mřížka.....	34
2.3.3.2.	Optická odezva Braggovy mřížky	35
2.3.3.3.	Snímání deformací pomocí FBG senzorů.....	36
2.3.3.4.	Komerčně vyráběné FBG senzory a jejich použití v praxi.....	38
3.	Bezkontaktní metody.....	41
3.1.	Geodetické metody	41
3.1.1.	Geometrická nivelace	42
3.1.1.1.	Základní princip metody	42
3.1.1.2.	Nivelační přístroje.....	42
3.1.2.	Trigonometrická metoda pro měření vertikálních změn	44
3.1.2.1.	Základní princip metody	44
3.1.2.2.	Teodolity	46
3.1.3.	Polární metoda pro měření posunu v obecném směru	47
3.1.3.1.	Základní princip metody	47
3.1.3.2.	Laserové amplitudově modulované dálkoměry	48
3.1.4.	Použití geodetických metod pro měření deformací v praxi	49
3.2.	Optické skenery	49
3.2.1.	Optické skenery založené na lomu a odrazu světla.....	49
3.2.1.1.	Rotující zrcadlo	50
3.2.1.2.	Soustava dvou rotujících zrcadel	52
3.2.1.3.	Rotující polygon.....	53
3.2.1.4.	Rotující polygon a rotující zrcadlo	54
3.2.2.	Měření vzdálenosti metodou „time of flight“	55
3.2.3.	Parametry komerčně vyráběných optických skenerů.....	56
3.3.	Zobrazovací metody	57
3.3.1.	Základní princip rozpoznávání posunu bodu	57
3.3.2.	Teoretická analýza bezkontaktního měřicího systému.....	59

3.3.2.1. Zobrazení předmětů ležících v rovině skloněné k optické ose rotačně symetrické optické soustavy.....	59
3.3.2.2. Příklad výpočtu parametrů měřicího systému.....	68
3.3.3. Metoda projekce proužků se sinusovým průběhem intenzity na měřenou plochu.....	71
3.3.4. Příklady využití zobrazovacích metod v praxi.....	73
3.4. Reflektometrické metody	73
3.4.1. Chromatický senzor.....	73
3.4.1.1. Základní princip	73
3.4.1.2. Komerčně vyráběné chromatické senzory	75
3.4.2. Bezkontaktní optická metoda měření průhybu a deformací mostních konstrukcí.....	75
3.4.2.1. Princip měřicí metody.....	75
3.4.2.2. Příklad	81
4. Návrh a experimentální ověření reflektometrické metody.....	83
4.1. Princip metody.....	83
4.2. Ověření metody	90
4.3. Závěr.....	94
5. Závěr.....	95
6. Literatura	96
7. Seznam příloh.....	102
7.1. Kopie článku z recenzovaného časopisu JMO	102

1. Úvod

Měření deformací a tvaru stavebních a strojních konstrukcí a prvků je jednou z velmi důležitých oblastí metrologie. Existuje řada metod, jak realizovat měření deformací a tvaru ploch. V principu lze tyto metody rozdělit do dvou skupin a to na metody kontaktní, kdy se měřicí systém dotýká měřeného objektu, a metody bezkontaktní, kdy nedochází ke kontaktu měřicího systému s měřeným objektem. V případech, kdy nejsou rozměry měřeného objektu příliš velké, je k dispozici celá řada různých metod, které nám poskytují různý stupeň přesnosti. Problémy však nastávají v případě rozlehlých průmyslových konstrukcí (budovy, mosty apod.) a prvků (např. nosníků apod.), kde již je výběr vhodných a dostatečně přesných současných metod dosti problematický. Hlavní obsah této práce je rozdělen do tří hlavních kapitol.

První z nich obsahuje jakýsi souhrn vybraných kontaktních metod [2,5,8-35], které se v současné době běžně používají při měření deformací stavebních a strojních konstrukcí, je popsán princip každé metody, jsou uvedeny, případně odvozeny, základní matematické vztahy a ukázány příklady jejího využití v metrologické praxi, případně je odkázáno na literaturu, která se měřením konkrétní konstrukce danou metodou přímo zabývá.

Druhá hlavní kapitola je věnována metodám bezkontaktním [1,2,8,9,36-85]. V této kapitole jsou kromě metod běžně používaných uvedeny také metody nové, které jsou stále ve vývoji. Mezi tyto metody patří například reflektometrická metoda měření úhlů natočení v jednotlivých bodech konstrukce pomocí posunu stopy laserového paprsku po plošce CCD senzoru, která je v této kapitole podrobněji popsána.

V poslední hlavní kapitole je na příkladu modelu prostého nosníku zatíženého uprostřed osamělou silou ověřena jedna z variant reflektometrické metody, která je v praxi použitelná například pro přesné měření průhybů stropních konstrukcí, nebo průhybů při laboratorních zatěžovacích zkouškách.

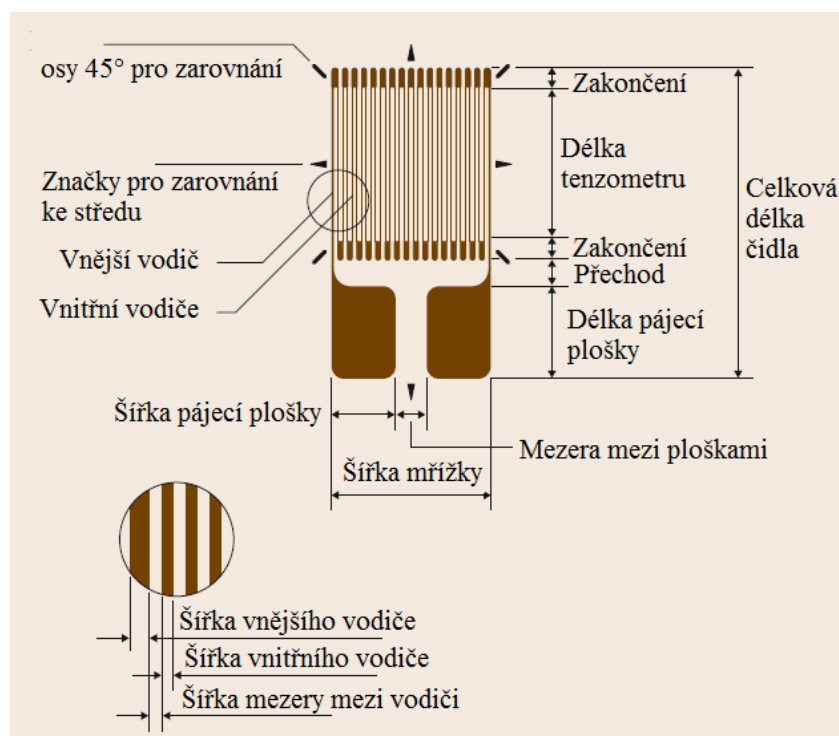
2. Kontaktní metody

Kontaktních metod pro měření deformací konstrukcí existuje celá řada. Způsob provádění měření většinou spočívá v tom, že se na konstrukci určí síť bodů, ve kterých se dále uvedenými metodami měří průhyb, nebo relativní protažení [1]. Vzhledem k tomu, že informaci o průhybu, či deformaci konstrukce nemáme v celé její ploše, ale pouze v daných bodech, dá se její aproximovaný výsledný tvar určit použitím vhodných matematických interpolačních metod. Nevýhodou většiny používaných kontaktních metod je časová náročnost v případě měření většího množství bodů a omezená možnost použití při měření dynamického chování konstrukce. V této kapitole se budeme podrobněji zabývat kontaktními metodami [2] založenými na měření odporovými tenzometry, vybranými druhy extenzometrů, lankovými snímači a optickými vláknovými tenzometry.

2.1. Metoda dotykových měřidel

2.2.1 Odporové tenzometry

Odporový tenzometr [2] je analogový elektrický snímač vhodný pro měření povrchového relativního protažení (relativních deformací) pevných materiálů. Princip jeho funkce spočívá v tom, že jeho elektrický odpor se mění v závislosti na protažení. Z hlediska materiálu použitého pro vedení elektrického proudu rozlišujeme tenzometry kovové a polovodičové. Výhodou polovodičových tenzometrů oproti kovovým je mnohem větší citlivost, nevýhodami jsou velká odchylka od lineární charakteristiky a značná teplotní závislost. Dále bude podrobněji popsán pouze tenzometr kovový. Tenzometr se skládá z vlastního čidla (drátek, vlákno křemíku) a z podložky (papír, či pryskyřice). Podložka zprostředkovává přenos deformace z povrchu měřené konstrukce na vlastní tenzometr a musí být tedy velmi dobře přilepena k měřené konstrukci. Běžně vyráběné tenzometry mají hodnoty elektrického odporu 120Ω , 350Ω a 1000Ω .



Obr. 1 Konstrukce tenzometru [2]

2.1.2.1 Relativní deformace a její měření

Existuje několik možných definic relativní deformace [2], každá z nich má zvláštní použití v daném oboru. V experimentální praxi nejčastěji používaná definice relativní deformace říká, že je to poměr změny délky deformovaného tělesa a jeho původní délky

$$\varepsilon = \frac{(L_1 - L_0)}{L_0} = \frac{\Delta L}{L} \quad (2.1)$$

kde ε je relativní deformace [-], L_1 [m] je konečná délka daného tělesa a $L_0 = L$ [m] je délka tělesa před deformací.

Odporové tenzometry pracují přesně takovým způsobem, jakým je definována relativní deformace. Tenzometr má původní délku L_0 a po té, co je zdeformován, má konečnou délku L_1 . Tím, že vodič tenzometru mění svou délku, nastává odpovídající změna jeho elektrického odporu. Tato změna elektrického odporu je měřitelná a je úměrná relativní deformaci tenzometru.

2.1.2.2 K-faktor tenzometru

Protážením kovového drátu se mění jeho elektrický odpor. Tato závislost mezi změnou délky drátu a změnou jeho elektrického odporu se dá vyjádřit ze vztahu pro elektrický odpor kovového vodiče jako funkce jeho rozměrů a měrného elektrického odporu [2]

$$R = \rho \times \frac{L}{A}, \quad (2.2)$$

kde R je odpor vodiče [Ω], ρ je měrný elektrický odpor vodiče [Ωm], L je délka vodiče [m] a A je průřezová plocha vodiče [m^2].

Vyjádříme-li totální diferenciál odporu (2.2), dostaneme po úpravě

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A}. \quad (2.3)$$

Pro pružnou deformaci platí [2]

$$\frac{dA}{A} = -2\nu \frac{dL}{L} + \nu^2 \left(\frac{dL}{L}\right)^2, \quad (2.4)$$

kde ν je Poissonův poměr daného materiálu. Zanedbáním druhého členu a dosazením (2.4) do (2.3) dostaneme

$$\frac{dR}{R} = (1 + 2\nu) \frac{dL}{L} + \frac{d\rho}{\rho}. \quad (2.5)$$

Vztah (2.5) ukazuje, že relativní změna elektrického odporu kovového vodiče závisí na dvou oddělených parametrech. První z nich závisí na geometrii vodiče a druhý závisí na materiálu, ze kterého je vodič vyroben.

Pro osovou relativní deformaci platí [2]

$$\varepsilon_x = \frac{dL}{L}, \quad (2.6)$$

dosazením vztahu (2.6) do (2.5) a vydělením ε_x dostaneme

$$\frac{\frac{dR}{R}}{\varepsilon_x} = (1 + 2\nu) + \frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\varepsilon_x}. \quad (2.7)$$

Ze vztahu (2.7) je vidět, že přesný výpočet druhého členu výrazu není možný, protože člen sám o sobě je funkcí relativní deformace. Aby byl tedy možný přesný přepočtení relativní změny elektrického odporu tenzometru na jeho relativní deformaci, je nutná kalibrace. Ta spočívá v tom, že je měřena relativní změna odporu v závislosti na známé referenční relativní deformaci, tedy

$$\frac{dR}{R} = K \varepsilon_x, \quad (2.8)$$

kde K je tzv. K-faktor („gage factor“) tenzometru.

V případě, že do vztahu (2.2) dosadíme objem vodiče $V=A \times L$ a stejně, jako v předchozím postupu, vyjádříme totální diferenciál odporu, dostaneme

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + 2 \frac{dL}{L} - \frac{dV}{V}. \quad (2.9)$$

Po dosazení vztahu (2.6) do (2.9) a za předpokladu, že $(d\rho/\rho)=0$ a $(dV/V)=0$, dostáváme

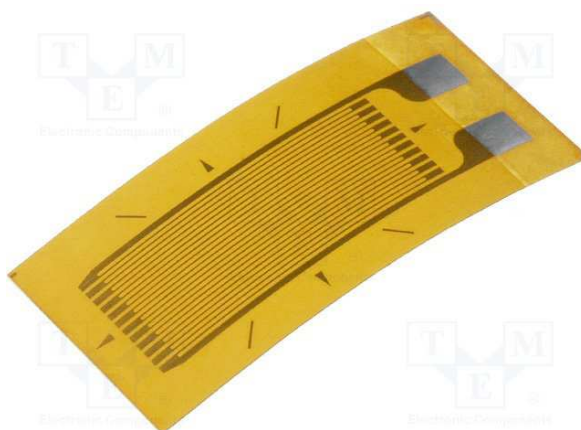
$$\frac{dR}{R} = 2 \varepsilon_x, \quad (2.10)$$

tedy

$$\frac{dR}{R} = K \varepsilon_x \approx 2. \quad (2.11)$$

Výše uvedený vztah ukazuje, že pro dosažení co možná nejvyšší linearitě závislosti relativní změny odporu na relativní deformaci při co největším rozsahu deformace musí být K-faktor tenzometru v pružné oblasti blízký číslu 2, čehož je nejlépe dosaženo u slitin Cu-Ni (konstantan) a Cr-Fe-Al (karma).

2.1.2.3 Komerčně vyráběné odporové tenzometry a jejich využití v praxi



Obr. 2 Odporový tenzometr pro snímání deformací v jednom směru [3]

Parametry odporového tenzometru 1-LY11-10/350 firmy HBMdoc [4]:

Hodnota elektrického odporu, tolerance	350 Ω , $\pm 0,3\%$
K-faktor, tolerance	cca 2 (na každém balíčku zvlášť uvedeno), $\pm 1\%$
Maximální dovolené deformace	$\pm 5\%$
Maximální dovolené napětí	23V
Celkové rozměry tenzometru	18,5 x 9,5mm
Délka měřicí části tenzometru	10mm

V praxi se odporové tenzometry využívají pro měření deformací převážně ve stavebním a strojním inženýrství. Například práce [5] se zabývá použitím tenzometrů při měření deformací kmitajícího vrtáku při vrtání přesných otvorů pro vačkové hřídele do odlitého bloku spalovacího motoru. Jako jeden z mnoha příkladů měření stavební konstrukce lze uvést práci [6], kde se tenzometry měří deformace ocelobetonové konstrukce při požáru. Další využití nachází tato metoda například při měření namáhání řidítek jízdního kola, zjišťování změny směru napětí při dynamickém zatěžování lyže, měření deformací lopatek turbíny atd. [7].

2.2.2 Extenzometry

Extenzometry [2] poskytují možnost velice přesného měření změny vzdálenosti mezi jejich měřicími body a tím také možnost zjištění průměrné relativní deformace testovaného materiálu mezi těmito body. Existuje mnoho druhů extenzometrů pro měření různých materiálů a pro použití v různých aplikacích. Mezi možné aplikace patří například ve stavebnictví měření deformací materiálů testovaných v tahu, či tlaku, nebo měření pohybů v trhlinách vzniklých na konstrukci (zjištění, zda se trhlina v průběhu času zvětšuje). Dále pak je možné tyto měřicí přístroje používat v průmyslu ke kontrole rozměrů vyráběného produktu. K přesnému měření lineárního posuvu pohyblivé části extenzometru se používají různé typy snímačů, patří mezi ně například:

- Indukční snímače LVDT (z anglického „linear variable differential transformer“)
- Lineární potenciometrické snímače
- Lineární kapacitní snímače
- Lineární inkrementální enkodéry

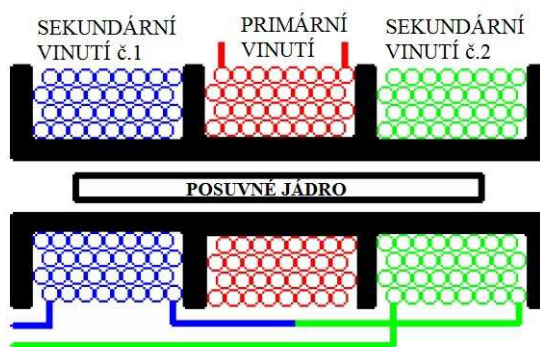
V této kapitole bude zjednodušeně popsán velice často používaný indukční snímač LVDT (dále jen LVDT), principy potenciometrických snímačů a inkrementálních enkodérů jsou popsány v kapitole 2.2.1 pro měření úhlového pootočení, ale pro případ měření lineárního posuvu je jejich funkce velice podobná. Všechny druhy těchto snímačů jsou také podrobněji popsány v [8,9].

2.1.2.1 Indukční snímač LVDT

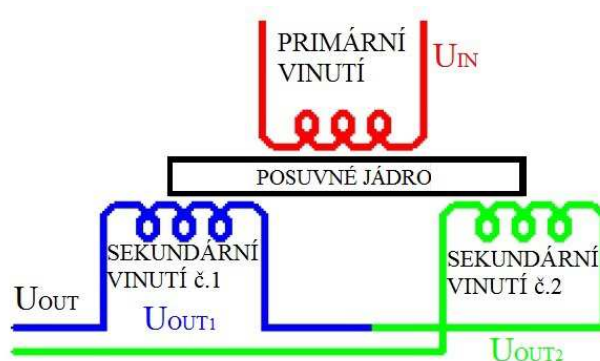
Hlavní výhodou snímače LVDT [10] oproti jiným typům snímačů lineárního posuvu je jeho mechanická odolnost, která je zajištěna absencí nutnosti mechanického kontaktu mezi posuvnou a pevnou částí snímače, nedochází tedy k opotřebení třením. Princip měření posuvu tímto snímačem spočívá ve změnách indukčnosti jednotlivých cívek snímače v závislosti na poloze pohyblivého feritového jádra, což znamená, že rozlišení samotného snímače je v podstatě nekonečně malé a rozlišení výsledku měření závisí na rozlišení měřené veličiny, podle které určíme velikost lineárního posuvu, což je elektrické napětí.

LVDT se skládá z pouzdra, na které jsou navinuty jednotlivé cívky, a z feritového jádra, které se může volně pohybovat ve směru osy cívek. Primární cívka je buzena střídavým proudem,

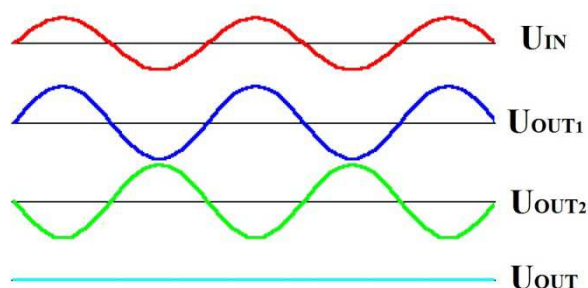
který je vyvoláván napětím z oscilátoru o frekvenci od 1 do 30 kHz a amplitudě od 0,5 do 5V. Další dvě sekundární cívky jsou navinuty tak, že pokud se pohyblivé ferritové jádro nachází přesně mezi nimi, na každé cívce se indukuje stejné napětí. Vzhledem k tomu, že cívky jsou spojeny v sérii proti sobě, dochází v tomto případě ke vzájemnému vyrušení indukovaných napětí a výstupní signál je nulový. Jakmile se jádro pohne směrem k sekundární cívce 1 (tedy pryč ze sekundární cívky 2), začne se v sekundární cívce 1 indukovat větší napětí, než v sekundární cívce 2, tedy výsledné výstupní napětí již nebude nulové, ale bude odpovídat velikosti posuvu pohyblivého jádra. Popsaná situace je znázorněna na Obr. 3 - Obr. 5.



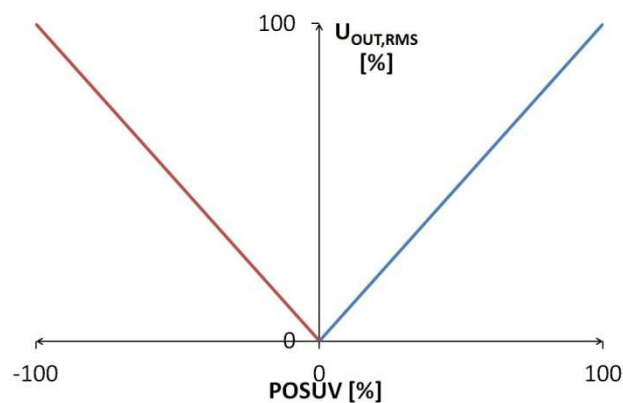
Obr. 3 Schematické znázornění konstrukce LVDT snímače [10]



Obr. 4 Schéma LVDT snímače [10]



Obr. 5 Napěťové průběhy na jednotlivých cívkách LVDT snímače [10]



Obr. 6 Závislost efektivní hodnoty výstupního napětí na velikosti posuvu pohyblivého jádra

Kde U_{IN} je vstupní budící napětí připojené na svorky primární cívky, U_{OUT1} je výstupní napětí sekundární cívky 1, U_{OUT2} je výstupní napětí sekundární cívky 2, U_{OUT} je celkové výstupní napětí a $U_{OUT,RMS}$ je efektivní hodnota celkového výstupního napětí. Vzhledem k tomu, že výstupní napětí LVDT snímače je střídavé, nedá se u něj zcela jednoduše určovat polarita, jako u napětí stejnosměrného. To znamená, že efektivní hodnota výstupního napětí, která je měřena, se zvyšuje bez ohledu na to, jakým směrem se pohyblivé jádro ze středu pohybuje (viz Obr. 6). Z tohoto důvodu je nutné, aby řídicí elektronika LVDT snímače zjišťovala kromě velikosti výstupního napětí také fázový posun výstupního napětí oproti vstupnímu budícímu napětí. Tím je pak přesně známo, na jaké straně i v jaké vzdálenosti od středu cívky se pohyblivé jádro nachází.

2.1.2.2 Komerčně vyráběné extenzometry a jejich využití v praxi



Obr. 7 LVDT extenzometr model 87240 firmy A-Tech [11]



Obr. 8 LVDT extenzometr model 4030 firmy Epsilon [12]

Parametry LVDT extenzometru 87240 firmy A-Tech (Obr. 7) [11]:

Měřicí rozsah	0 – ±1,27 mm
Rozlišení	Nekonečně malé (závisí na rozlišení měření měřené veličiny – elektrické napětí)
Napájecí napětí	6V, 15V, 24V, 30V DC
Výstup - napětí	±1,3V, ±3,4V, ±5,5V, ±7,0V
Linearita	±0,5%

Parametry LVDT extenzometru 4030 firmy Epsilon (Obr. 8) [12]:

Měřicí rozsah	0 – $\pm 2,5$ mm
Rozlišení	Nekonečně malé (závisí na rozlišení měření měřené veličiny - napětí)
Napájecí napětí	12 - 30V DC
Výstup - napětí	± 5 V nebo ± 10 V
Linearita	$\pm 1\%$

V praxi nacházejí dotykové extenzometry využití v celé řadě různých aplikací. Ve výrobním průmyslu je lze využít například pro měření při kontrole rozměrů vyráběného produktu [13]. Ve strojním průmyslu je možné extenzometry použít například při měření posuvů různých obráběcích strojů [13]. Velký rozsah využití se pak nachází při zkoušení různých materiálů pro měření podélných a příčných deformací [14 a 15].

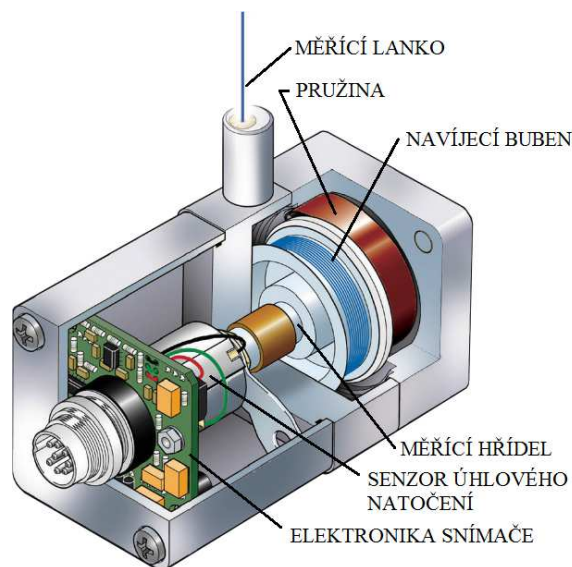
2.2. Lankové snímače

Tyto snímače jsou i v dnešní době vysoce propracovaných elektronických bezkontaktních měřících metod velice přesnou a spolehlivou náhradou například v případech, kdy není na delší vzdálenosti možno z důvodu prašného prostředí použít bezkontaktních laserových dálkoměrů [16]. Dalším důvodem pro použití lankových senzorů může být například jejich velká přesnost a zároveň také příznivější cena. Je možné s nimi měřit velmi krátké i dlouhé vzdálenosti, rychlosti pohybu, nebo krátkodobé zrychlení.

Lankový snímač se skládá z následujících součástí [17] (viz Obr. 9):

- Přesně kalibrované měřící lanko (např. z nerezové oceli, nebo invaru)
- Navíjecí buben
- Měřící hřídel
- Pružina pro zpětné navíjení bubnu
- Senzor úhlového pootočení
- Elektronika snímače

Měřící lanko je těsně navinuto v jednotlivých vrstvách na navíjecí buben. Při měření je lanko odvíjeno z bubnu proti síle vyvinuté pružinou pro zpětné navíjení, čímž je lineární posun lanka převeden na otáčivý pohyb měřící hřídele. Tento pohyb je dále přenesen na senzor úhlového pootočení (potenciometr, nebo enkodér) a tím převeden na analogový, nebo digitální elektrický signál, ze kterého se po vyhodnocení zjistí přesná délka odvinuté části měřícího lanka, jehož konec je upevněn na pohybujícím se objektu a těleso snímače je připevněno k pevné podložce.

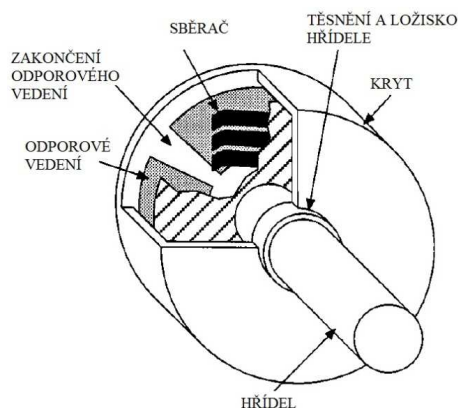


Obr. 9 Konstrukce lankového snímače [17]

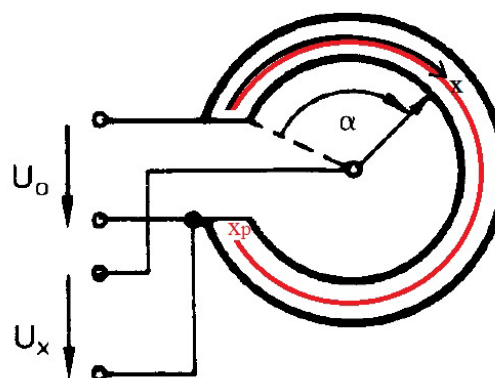
2.2.1 Senzory úhlového natočení

2.2.1.1 Odporový potenciometr

Potenciometr je elektromechanické zařízení [8], které se skládá z elektricky vodivého sběrače, který jezdí po rovném, nebo v našem případě spirálovém odporovém vedení, v závislosti na natočení hřídele potenciometru (viz Obr. 10 a Obr. 11). Odporové vedení je rozděleno na dva rezistory v sérii bodem, ve kterém se sběrač dotýká vedení. Pro měření pozice natočení hřídele se obvykle potenciometr zapojí jako napěťový dělič, jehož výstupem je analogový napěťový signál, který je funkcí natočení hřídele potenciometru. Tento signál je dále možno digitalizovat a odvodit z něj úhel natočení.



Obr. 10 Konstrukce odporového potenciometru [8]



Obr. 11 Schematické znázornění uspořádání odporového vedení potenciometru [9]

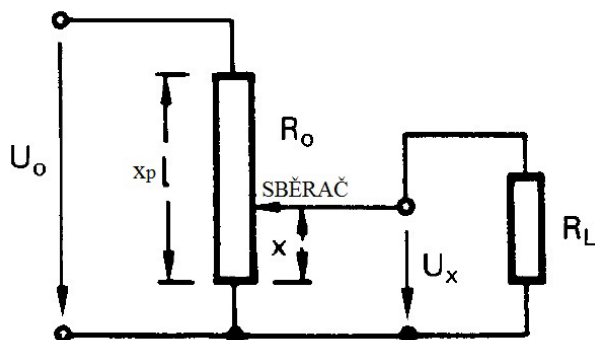
Na Obr. 12 vidíme schéma zapojení potenciometru jako napěťového děliče. U_0 je známé vstupní napětí, R_0 je celková hodnota elektrického odporu potenciometru, U_x je výstupní napětí děliče, R_L je odpor měřicího přístroje (např. voltmetr, nebo AD převodník), x je vzdálenost sběrače od počátku odporového vedení a x_p je celková délka odporového vedení. Platí, že [9]

$$\frac{U_x}{U_0} = \frac{1}{R_0 \times \left(1 - \frac{x}{x_p}\right) + \frac{x}{x_p} \times R_0 + R_L} \times \frac{\frac{x}{x_p} \times R_0 \times R_L}{\frac{x}{x_p} \times R_0 + R_L}. \quad (2.12)$$

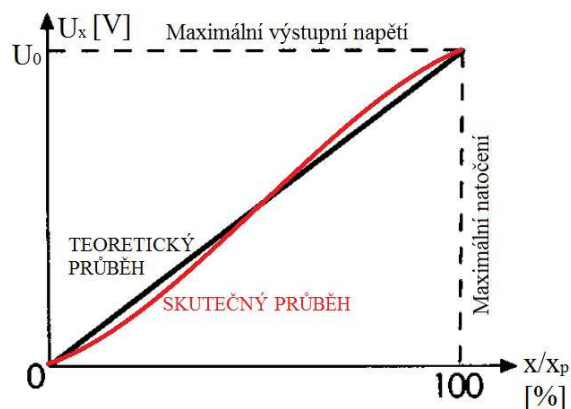
Vzhledem k tomu, že odpor AD převodníku, nebo voltmetru, R_L je v ideálním případě mnohonásobně větší než odpor celého potenciometru R_0 , lze vztah (2.12) zjednodušit úvahou, že $R_L \rightarrow \infty$

$$\frac{U_x}{U_0} = \frac{1}{R_0 \times \left(1 - \frac{x}{x_p}\right) + \frac{x}{x_p} \times R_0} \times \frac{x}{x_p} \times R_0 = \frac{x}{x_p}. \quad (2.13)$$

Grafické znázornění vztahu (2.13) můžeme vidět na Obr. 13.



Obr. 12 Schéma zapojení potenciometru jako děliče napětí [9]

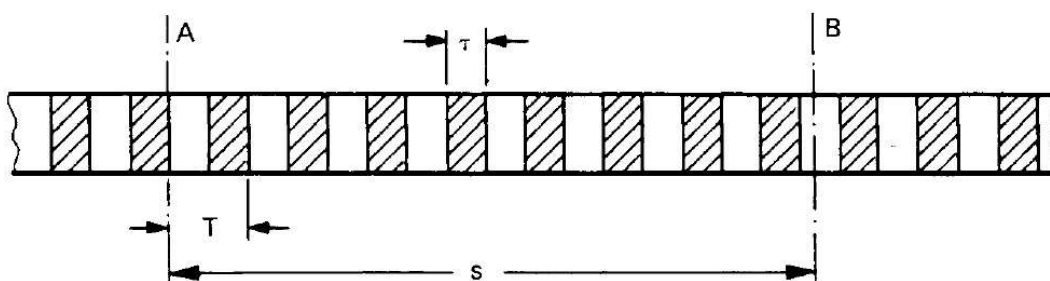


Obr. 13 Teoretický a skutečný průběh závislosti pozice sběrače na velikosti výstupního napětí [8]

Vzhledem k tomu, že každý potenciometr má větší, či menší výrobní odchylky, dochází ve skutečnosti ke zkreslení lineárního průběhu určitými nelinearitami, které se od ideálního průběhu mohou lišit o 0,05 až 1%. Mezi výhody použití odporových potenciometrických sensorů natočení patří jejich jednoduché zapojení, nízká cena, nepřítomnost složité řídicí elektroniky a léty prověřená funkčnost. Jejich nevýhodami jsou omezený rozsah natočení, zatěžování sběrače a odporového vedení třením a tedy poměrně rychlé opotřebení.

2.2.1.2 Inkrementální enkodéry

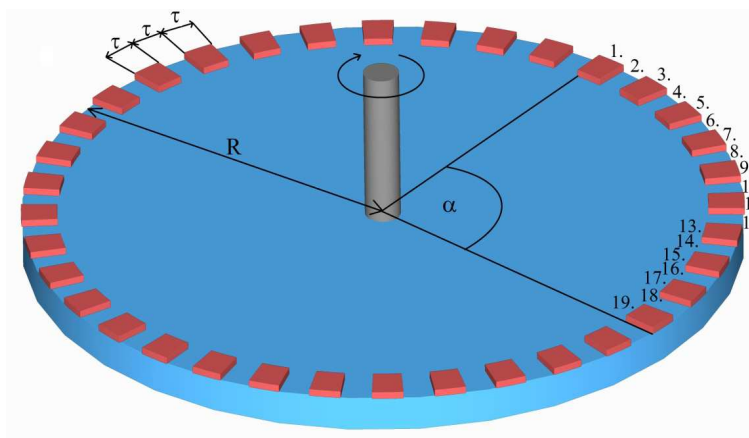
Inkrementální enkodéry [9] určují velikost natočení měřicí hřídele tak, že při jejím otáčení počítají množství jednotlivých dílků předem stanoveného měřítka. Dílky mají předem určenou známou délku, a tedy se z jejich počtu dá určit, o jakou délku se měřítko posunulo (pootočilo).



Obr. 14 Měření vzdálenosti s z bodu A do bodu B, T je perioda opakování dílků a τ je velikost přírůstku [9]

Z Obr. 14 je jasné, že čím menší je velikost přírůstku τ , tím větší je rozlišení enkodéru a tím přesněji jsme schopni změřit vzdálenost s . V případě, že známe počet dílků n , o který se enkodér pootočil, poloměr, na kterém se dílky otáčejí a velikost přírůstku τ (Obr. 15), můžeme úhel pootočení α spočítat jako

$$\alpha = \frac{\tau \times n}{R} [\text{rad}]. \quad (2.14)$$



Obr. 15 Zjednodušené schéma funkce inkrementálního enkodéru

Existuje celá řada metod snímání jednotlivých dílků [9]:

Měřicí základna	Snímací proces
Odlišná elektrická vodivost dílků	Mechanické snímání sběrnými kontakty
	Kapacitní snímání
Odlišná magnetická vodivost dílků	Snímání Hallovou sondou, nebo cívkou s ferritovým jádrem
Odlišná barva dílků	Snímání odraženého světla
Odlišná průhlednost dílků	Snímání prošlého světla
Odlišná tloušťka dílků	Měření fázového rozdílu mezi odraženými světelnými svazky

Délka dílků se u komerčně vyráběných inkrementálních senzorů pohybuje v řádech desetin mikrometru, což dělá tyto senzory vhodné pro velmi přesné měření úhlového natočení, nebo také pro přesné měření lineárního posuvu. Jejich nespornou výhodou oproti

potenciometrickým sensorům je ve většině případů absence kontaktních sběračů, tedy odpadáva potřeбенí senzoru třením. Další důležitou výhodou je neomezený rozsah otáčení.

3.1. Komerčně vyráběné lankové snímače a jejich využití v praxi



Obr. 16 Analogový lankový snímač WS10ZG firmy A-Tech [18]



Obr. 17 Lankový snímač WDS-P200 firmy MICRO-EPSILON [19]

Parametry lankového snímače WS10ZG firmy A-Tech (Obr. 16) [18]:

Měřicí rozsah	Od 0 – 100 mm do 0 – 1250 mm
Výstupy	Potenciometr 1 k Ω
	Napětí 0 – 10 V
	Proud 4 – 20 mA, 2 nebo 3 vodiče
	Napět'ový, nebo proudový výstup
	A/D převodník, synchronní sériové rozhraní SSI
	A/D převodník, sběrnice CANopen
Rozlišení	Analogové-v podstatě nekonečně malé (závisí na rozlišení měřicího zařízení), A/D převodník 16b
Linearita	Až $\pm 0,05\%$
Snímací zařízení	Přesný potenciometr

Parametry lankového snímače WDS-P200 firmy MICRO-EPSILON (Obr. 17) [19]:

Měřicí rozsah	Od 0 – 30000 mm do 0-50000mm
Výstupy	HTL/TTL/SSI/PB/CO
Linearita	Až $\pm 0,01\%$
Rozlišení	HTL,TTL 0.167 mm
	SSI, PB, CO 0.061 mm
Snímací zařízení	Inkrementální/absolutní enkodér

V praxi nacházejí lankové snímače využití převážně v lékařském, strojním a stavebním průmyslu. Příklady využití jsou schematicky znázorněny v [17]. Dále se například [20] částečně zabývá použitím lankových snímačů v úloze měření průhybů silničního mostu.

2.3. Optické vláknové tenzometry

Optické vláknové tenzometry [21] mají oproti výše uváděným měřicím metodám mnoho výhod. Mají velmi malý průměr, jsou lehké, citlivé na změny délky a teploty, odolné vůči korozi a únavě a schopné široké škály měřicích operací, jako například měření absolutních a relativních deformací, měření frekvencí kmitání konstrukcí, měření tlaku a teploty. Dále mohou tyto senzory být použity k detekci a lokalizaci různých typů vnitřního poškození konstrukcí, výrobních vad, nadměrného zatížení a únavy materiálu. Skutečnost, že není vyžadována žádná ochrana proti světelnému záření a elektromagnetickému rušení, dokazuje vhodnost použití těchto způsobů měření u velikých inženýrských staveb a v leteckém průmyslu. V zařízeních založených na různých způsobech vedení elektrických vodičů se mohou například během silné bouřky indukovat velká napětí, při kterých následně hrozí poškození choulostivých součástí měřicího systému. Možnost využití optických vláken k přenosu signálu a zároveň jako měřicího senzoru dává těmto tenzometrům konstrukční výhodu oproti doposud standardně používaným technologiím, zvláště pak v případě potřeby zapojení více senzorů za sebou. Z hlediska monitorování konstrukcí jsou optické vláknové tenzometry díky svému všestrannému použití mnohem výhodnější, než standardně používané měřicí technologie. Optovláknové senzory mohou být použity na krátkou, ale i velmi dlouhou vzdálenost (cca 10m), a to za dosažení vysokých přesností. Maximální přesnosti měření je možné dosáhnout u optovláknových tenzometrů s Braggovou mřížkou, zatímco pro měření

deformací na delší vzdálenosti jsou používány interferometrické optovláknové tenzometry. Oba zmíněné typy senzorů budou dále podrobněji popsány.

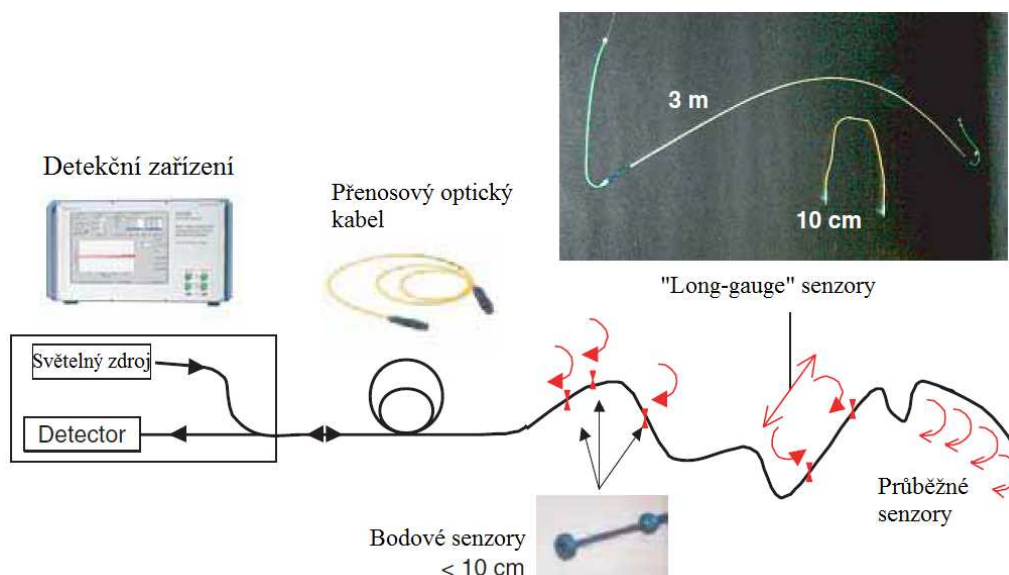
2.3.1. Rozdělení optovláknových tenzometrů

Existuje více způsobů, jak optovláknové tenzometry dělit, a to na [21]:

- „incintrické“ - senzor je nedílnou součástí optického vlákna, které přenáší signály ze senzoru do vyhodnocovací jednotky
- „excintrické“ - optické vlákno zde slouží pouze pro vedení světla k měřicímu senzoru a následně k přivedení signálů ze senzoru do vyhodnocovací jednotky

Dále můžeme optovláknové tenzometry dělit na [2] (Obr. 18):

- bodové - měří deformaci v konkrétním bodě (ve velmi krátkém úseku), většinou se používají tzv. „short-gauge“ senzory, v případě potřeby měření ve více bodech lze spojit do série
- průběžné - jsou schopné měřit deformaci v jakémkoliv bodě po délce senzoru, tím je ovšem snížena přesnost měření
- kumulativní - označovány také jako „long-gauge“ senzory, měří průměrnou deformaci po celé délce snímače, který je umístěn mezi dvěma body, tyto body mohou být od sebe vzdáleny i v řádech desítek metrů



Obr. 18 Rozdělení optovláknových tenzometrů [22]

Informace o stavu deformace optovláknového tenzometru je rozpoznávána mnoha různými způsoby, jako je například změna intenzity, vlnové délky, nebo fáze světelného záření [21].

Podle způsobu zpracování světelného signálu rozeznáváme senzory [21]:

- **intenziometrické** - Fungují na principu změny intenzity světelného záření procházejícího vícemódovým optickým vláknem. Nejjednodušší druh těchto snímačů rozeznává pouze, zda světlo je vláknem přenášeno (vlákno není přerušeno), nebo zda nějaká část záření uniká (vlákno je přerušeno, nebo poškozeno), důmyslnější intenziometrické senzory jsou pak schopny podle doby, za kterou se vyslaný světelný signál odrazí zpět od místa, kde je vlákno poškozeno, určit, v jakém místě k tomuto poškození došlo. V této práci se tímto druhem senzorů dále zabývat nebudeme.
- **interferometrické** - Reagují na změny ve fázi světelné vlny procházející jednomódovým optickým vláknem vyvolané změnou měřené veličiny (např. deformace, nebo teploty). Těchto senzorů existuje mnoho druhů, z nichž jeden bude dále popsán.
- **polarimetrické a modalmetrické** - Měří určitý vnější faktor (jev) pomocí jeho vlivu na dva hlavní směry polarizace jednomódového optického vlákna. Jejich činnost můžeme v určitém smyslu přirovnat k interferometrickým senzorům, kde funkci testované a referenční větve přejímají hlavní směry polarizace. Změna stavu polarizace světelné vlny, která se šíří optickým vláknem a je způsobena rozdílem v citlivosti testovaného objektu pro každý směr polarizace, dává možnost odvodit míru fyzikálního faktoru (jevu).
- **spektrometrické** - Patří mezi ně tenzometry s Braggovou mřížkou, což jsou periodicky se opakující úseky optického vlákna s rozdílným indexem lomu. Jejich základní vlastností [23] je odraz části přivedeného záření, jehož vlnová délka závisí na součinu indexu lomu základního vlákna a vzdálenosti mezi dvěma vrcholy Braggovy mřížky. Ostatní vlnové délky mřížka propouští beze změny. Míra deformace je

v případě těchto senzorů rozpoznávána změnou vlnové délky záření odraženého od Braggovy mřížky. Princip těchto senzorů bude dále podrobněji popsán.

2.3.2. Interferometrické optovláknové tenzometry

2.3.2.1. Vliv deformace optického vlákna na změnu fáze světelného vlnění

Světlo procházející optickým vláknem může být klasifikováno tzv. konstantou šíření β danou vztahem [2]

$$\beta = nk_w = \frac{2\pi n_{\text{core}}}{\lambda}, \quad (2.15)$$

kde n_{core} je index lomu jádra optického vlákna, k_w je vlnové číslo a λ je vlnová délka světelného záření ve vzduchu. Fáze světelného záření procházejícího určitým řezem optického vlákna je pak dána vztahem

$$\varphi = \beta L = \frac{2\pi n_{\text{core}}}{\lambda} L, \quad (2.16)$$

Když na optické vlákno působí mechanické namáhání, dochází v důsledku změny jeho délky a konstanty šíření ke změně fáze světelného záření, což je základním principem interferometrických optovláknových tenzometrů. Změna fáze světelného záření může být psána jako

$$\Delta\varphi = \beta\Delta L + L\Delta\beta. \quad (2.17)$$

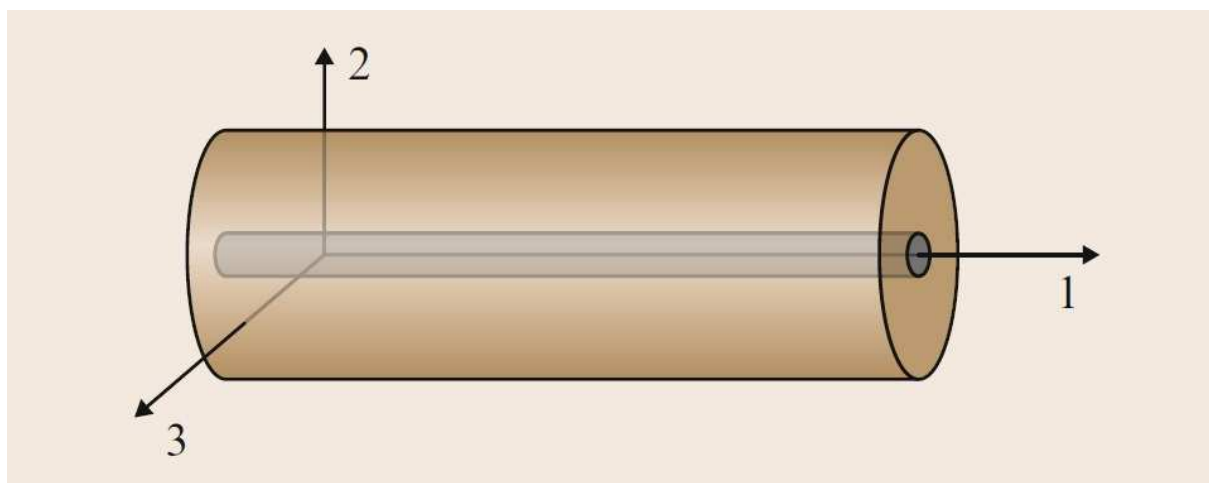
Vliv prvního členu výrazu přímo souvisí s relativní deformací optického vlákna (ϵ) a může být psán jako $\beta\epsilon_z L$. Změna konstanty šíření světelného záření je ovlivněna jednak změnou průměru optického vlákna, což je v porovnání s ostatními vlivy zanedbatelné, a jednak změnou indexu lomu jádra vlákna psanou jako

$$L\Delta\beta = L \frac{d\beta}{dn} \Delta n. \quad (2.18)$$

Člen $\frac{d\beta}{dn}$ se rovná vlnovému číslu k_w , ale člen Δn je úměrný indexovému elipsoidu-optické indikatrix [24]

$$\Delta n = -\frac{n^3}{2} \left(\Delta \left[\frac{1}{n^2} \right]_{2,3} \right), \quad (2.19)$$

kde se světlo šíří ve směru podélné osy optického vlákna (osa 1), jak je naznačeno na Obr. 19.



Obr. 19 Souřadný systém optického vlákna [2]

Pro případ malých deformací lze vztah optické indikatrix a relativní deformace optického vlákna zapsat jako

$$\Delta \left[\frac{1}{n_{\text{eff},j}^2} \right] = p_{ij} \varepsilon_j, \quad (2.20)$$

kde p_{ij} je opto-deformační tenzor optického vlákna a ε_j je tenzor relativních deformací. V obecném případě by měl opto-deformační tenzor devět prvků (konstant) odpovídajících normálovým relativním deformacím (smykové deformace jsou zanedbány). Naštěstí v případě homogenního izotropního materiálu, kterým je optické vlákno, může být tento tenzor vyjádřen pomocí dvou foto-elastických konstant p_{11} a p_{12}

$$p_{ij} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{12} \\ p_{12} & p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{12} & p_{11} \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

Tenzor relativních deformací lze zapsat jako

$$\varepsilon_j = \begin{pmatrix} 1 \\ -\nu \\ -\nu \end{pmatrix} \varepsilon_z, \quad (2.22)$$

kde ν je Poissonův součinitel pro optické vlákno. Vzhledem k symetrii optického vlákna je optická indikatrix rovna pro $i=2$ a $i=3$. Dosazením tenzoru relativních deformací do vztahu (2.20) dostáváme

$$\Delta \left[\frac{1}{n_{\text{eff}}^2} \right]_{2,3} = \varepsilon_z [p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})]. \quad (2.23)$$

Po dosazení (2.23) do (2.17) dostaneme

$$\Delta\varphi = \beta\varepsilon_z L - \frac{2\pi L n^3}{\lambda} \frac{\varepsilon_z}{2} [p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})]. \quad (2.24)$$

Dosazením za $\frac{2\pi}{\lambda} n = \beta$ (2.15) a vytknutím členu $(\beta L \varepsilon_z)$ dostaneme

$$\Delta\varphi = \beta L \varepsilon_z \left\{ 1 - \frac{n^2}{2} [p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})] \right\}. \quad (2.25)$$

Vydělením vztahu (2.25) vztahem (2.16) dostaneme relativní vztah změny fáze vlny vůči její původní fázi

$$\frac{\Delta\varphi}{\varphi} = \left\{ 1 - \frac{n^2}{2} [p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})] \right\} \varepsilon_z. \quad (2.26)$$

2.3.2.2. Nízkokoherenční interferometrie

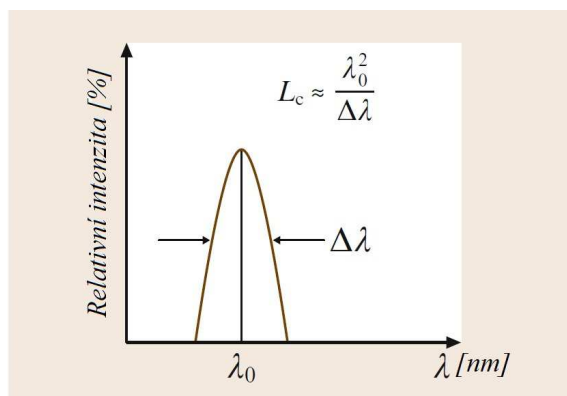
Dále zmíněné optovláknové tenzometry fungují na principu nízkokoherenční interferometrie, proto si zde tento princip naznačíme. Světlo vyzařované světelným zdrojem se skládá z jednotlivých vlnových koherentních paketů [2]. Koherence světelného zdroje je měřena jako délka těchto vlnových paketů a dá se přibližně určit ze vztahu

$$L_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}, \quad (2.27)$$

kde L_c je koherenční délka, λ_0 je střední vlnová délka a $\Delta\lambda$ je šířka vlnového spektra (viz Obr. 20).

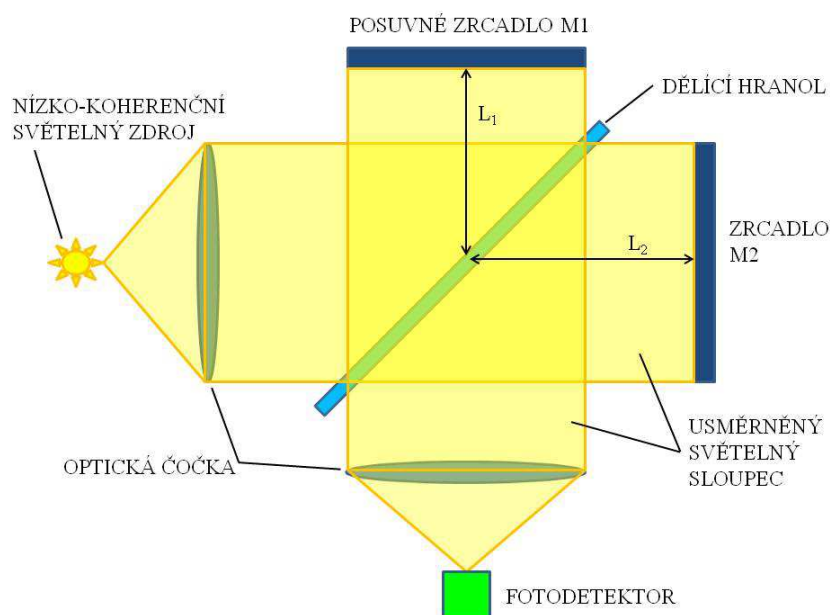
Z výše uvedeného vztahu vyplývá, že čím užší je spektrum světelného zdroje, tím větší je jeho koherenční délka. Mezi zdroje s vysokou koherencí světelného záření patří například lasery, jejichž koherenční délka se může pohybovat až v řádech km. Oproti tomu nízko-koherenční zdroje používané v našem případě, jako jsou například laserové LED diody, klasické LED

diody, nebo obyčejné žárovky, mají koherenční délku velmi nízkou, např. v řádech μm , nebo i nm.



Obr. 20 Spektrum vlnové délky světelného zdroje [2]

Princip Michelsonova nízko-koherenčního interferometru [21] je naznačen na Obr. 21.

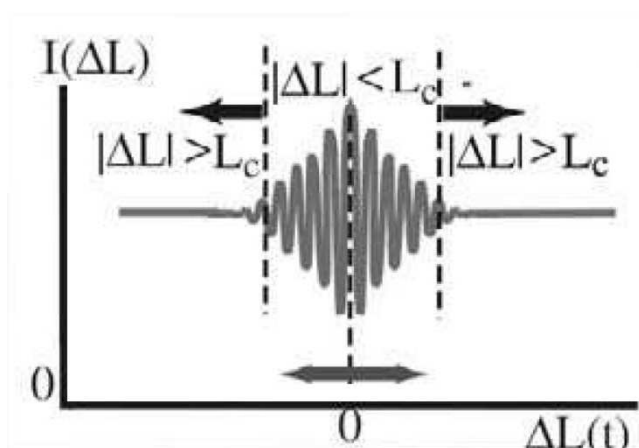


Obr. 21 Michelsonův interferometr

Začneme tím, že vzdálenost $L_1 \gg L_2 + L_c$. V tomto případě na fotodetektoru nebude docházet k interferenci. Pokud ale budeme posouvat zrcadlo M_2 až do bodu, kde $|L_1 - L_2| = |\Delta L| < L_c$, bude na fotodetektoru možné pozorovat interferenční proužky. V případě, že

koherenční délka použitého světelného zdroje je okolo $50\mu\text{m}$, je možné určit shodu délek L_1 a L_2 s přesností cca na $5\mu\text{m}$.

Uvažme nyní, že L_1 je délka, kterou chceme měřit a L_2 je nastavitelná referenční délka, kterou známe, potom stačí sledovat, v jakém místě nastavení referenční délky L_2 dochází k největší výchylce na fotodetektoru (Obr. 22) a právě v tomto místě platí, že $L_1=L_2$.



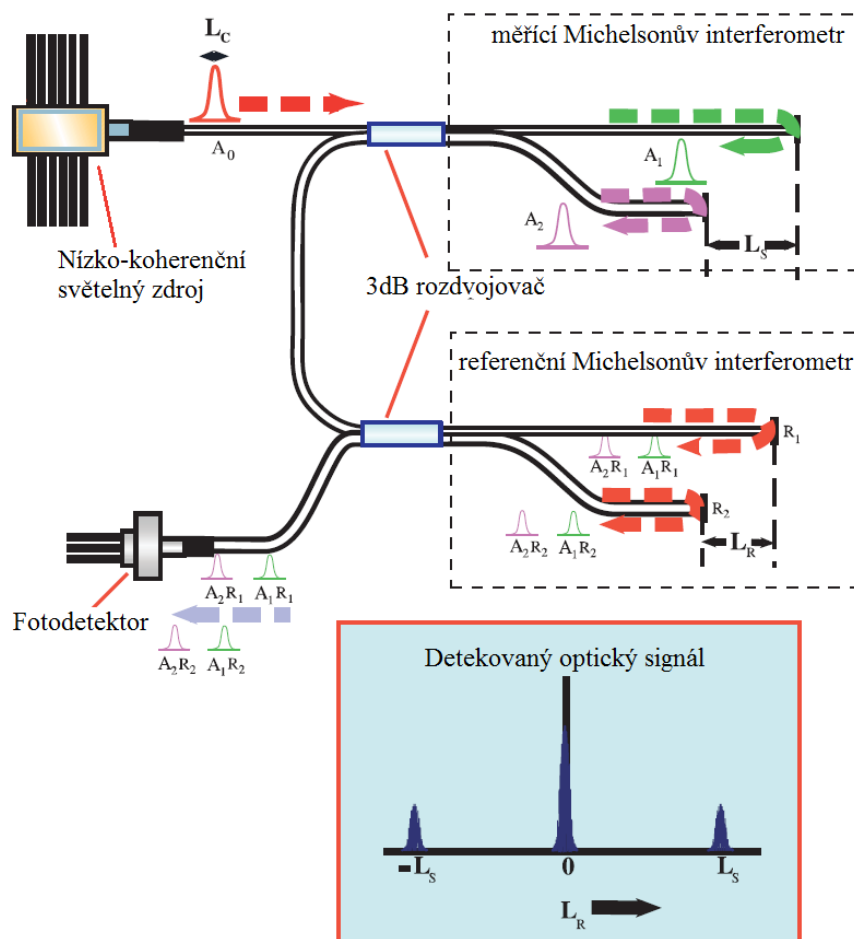
Obr. 22 Závislost vzniku interference na velikosti ΔL a L_c [21]

2.3.2.3. Komerčně využívaný systém optovláknových tenzometrů SOFO

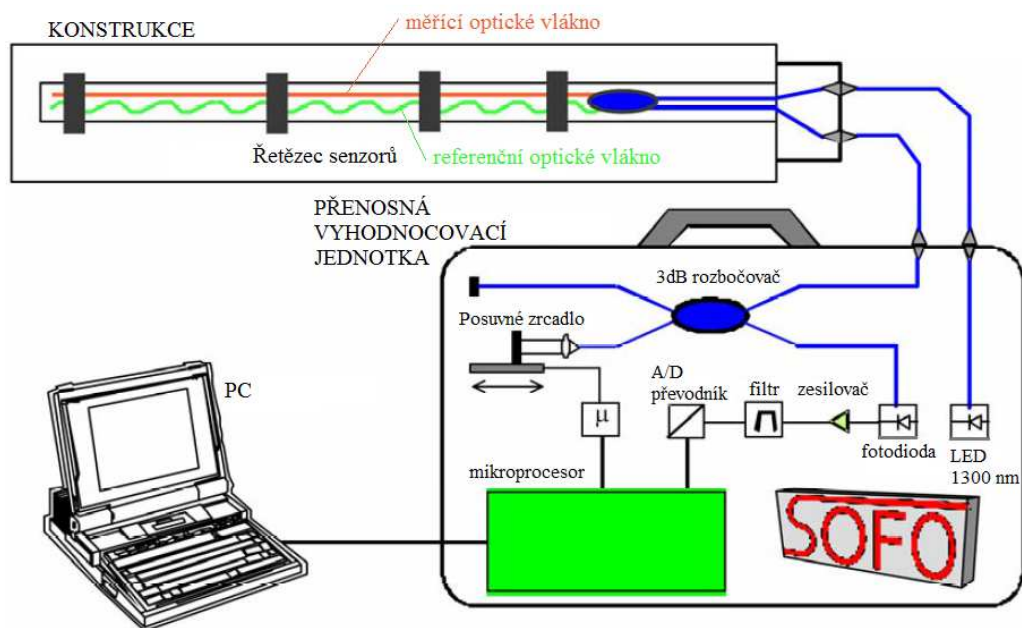
Systém je založen na použití optovláknových tenzometrů s dlouhou měřicí základnou [23] (běžně desítky m), jejichž podélná deformace je rozeznávána použitím dvojitého Michelsonova interferometru. Pokud bychom tento měřicí systém měli zařadit do některé ze skupin uvedených v kapitole 2.3.1, patřil by do „incintrických“, kumulativních a interferometrických nízko-koherenčních tenzometrů. Tento systém lze použít pro měření jak statických, tak i dynamických měření (pohyblivá zatížení na mostech apod.), v této práci bude popsán pouze princip pro statická měření. Tenzometry mohou být připevněny na povrchu konstrukce, nebo je například v případě železobetonových konstrukcí lze zalít do konstrukce již ve výrobě.

V případě dvojitého Michelsonova interferometru (Obr. 23) je referenční hodnota prodloužení optického vlákna L_R přizpůsobována pomocí posuvného zrcadla dokud neodpovídá měřené hodnotě L_S , tedy $L_R=L_S$. V tomto stavu posuvného zrcadla lze pak na fotodetektoru pozorovat interferenci a jestliže z řídicího systému posuvu zrcadla známe jeho přesnou polohu, známe L_R a tedy i L_S . Schematické uspořádání v praxi používaného systému SOFO je na Obr. 24.

Snímající optické vlákno je předepruto v ochranné trubici mezi dvěma kotevními body, které zajišťují přenos namáhání z měřené konstrukce. Vzhledem k tomu, že referenční i snímací vlákno slouží po celé své délce od optického rozdělovače až po odrazný konec jako interferometr, není možné odlišit vliv neměřených veličin (např. teplota, nebo změna tvaru vlákna) od vlivu měřené veličiny (protažení, či zkrácení). Tento problém byl vyřešen umístěním referenčního i snímacího optického vlákna do jedné trubice, přičemž na rozdíl od snímacího vlákna, na referenční vlákno nepůsobí osově namáhání přenášené z konstrukce. Tím je zajištěno, že měření není ovlivněno rozdílnými teplotami referenčního a snímacího vlákna. Tyto tenzometry mohou mít měřící část dlouhou v řádech jednotek až desítek metrů a je možné s nimi měřit délkové rozdíly s přesností až $2\mu\text{m}$. Jejich další výhodou je, že umí měřit protažení (zkrácení) v absolutních jednotkách a to od okamžiku instalace na konstrukci.



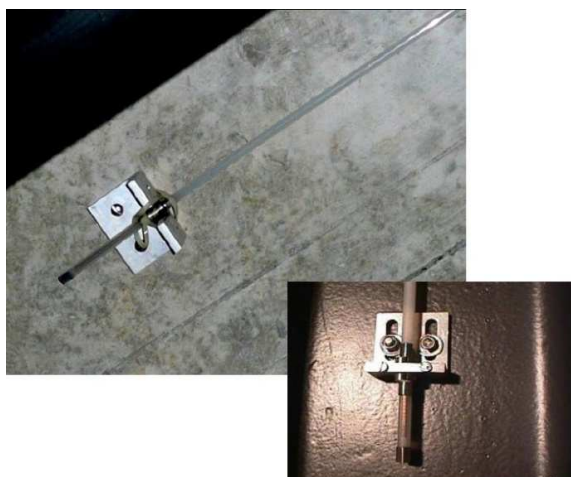
Obr. 23 Schematické znázornění nízko-koherenčního interferometrického měřícího systému [21]



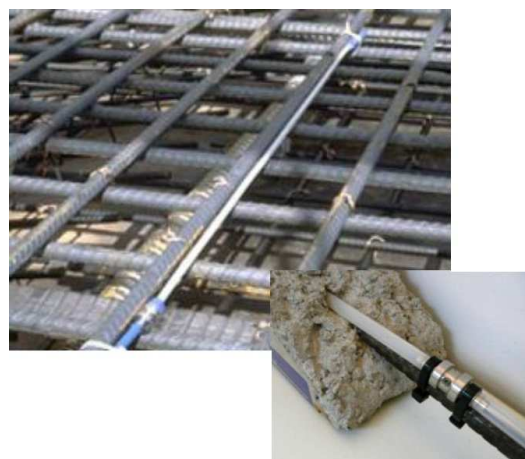
Obr. 24 Schematické znázornění měřícího systému SOFO [23]

2.3.2.4. Využití měřícího systému SOFO v praxi

V praxi se tento měřící systém využívá pro měření [25] mostů (monitorování tuhnutí betonové směsi, tečení betonu, zrání předepjatého betonu, prostorových deformací, průhybů, trhlin, stavu předpětí apod.), tunelů (vyhodnocení sedání půdy, monitoring tuhnutí betonové směsi, monitoring vzniku trhlin apod.), geotechnických aplikací (monitoring deformací v zemině, základů staveb, důlních objektů apod.) a v historických budovách (analýza vývoje trhlin, monitorování deformací a posuvů apod.)



Obr. 25 Uchycení senzoru na povrch konstrukce [25]



Obr. 26 Zabudování senzoru do konstrukce [25]



Obr. 27 Příklad umístění senzorů na konkrétní konstrukci [25]

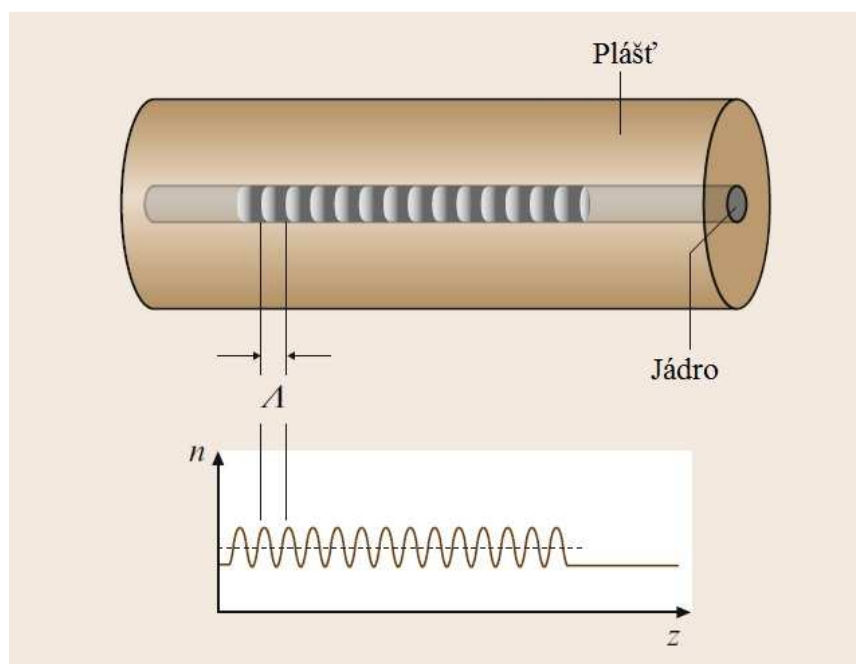
Konkrétními aplikacemi měřicího systému SOFO se zabývají práce [21,26,27].

2.3.3. Spektrometrické optovláknové tenzometry s Braggovou mřížkou

V této kapitole se budeme zabývat krátkými (jejich délka nepřesahuje cca 5cm) a dlouhými (délka přes cca 5cm) optovláknovými tenzometry s Braggovou mřížkou [21]. Z mnoha různých důvodů začínají být FBG (z anglického „Fiber Bragg Grating“) senzory [2] stále více populární z hlediska použití pro měření deformací konstrukcí. Optická odezva těchto senzorů na jejich podélnou deformaci se projevuje změnou vlnové délky světla, které se odráží od Braggovy mřížky vytvořené ve snímacím optickém vlákne. To umožňuje například možnost zapojení více FBG senzorů do série propojené jedním optickým vláknem.

2.3.3.1. Braggova mřížka

Braggova mřížka vytvořená v optickém vlákne představuje periodicky se opakující segmenty vlákna s rozdílným indexem lomu, čehož je dosaženo vystavením jádra optického vlákna intenzivnímu UV záření (150 nm – 248 nm). To, jakým způsobem se index lomu ozařované části vlákna mění, závisí na intenzitě UV záření a době, po kterou je mu vlákno vystaveno.



Obr. 28 Schéma FBG senzoru [2]

Zjednodušené schéma FBG senzoru je na Obr. 28, kde n je hodnota indexu lomu jádra vlákna měnícího se po jeho délce a Λ je rozteč mřížky, tedy vzdálenost, po které se periodicky opakuje změna indexu lomu vlákna. Délka Λ se pohybuje přibližně okolo $0,5 \mu\text{m}$ a změna indexu lomu je pouze v řádech $0,01 - 0,1 \%$.

2.3.3.2. Optická odezva Braggovy mřížky

Jak již bylo zmíněno v kapitole 2.3.2.1, světlo procházející optickým vláknem může být klasifikováno tzv. konstantou šíření β danou vztahem

$$\beta = nk_w = \frac{2\pi n_{\text{core}}}{\lambda}, \quad (2.28)$$

kde n_{core} je index lomu jádra optického vlákna, k_w je vlnové číslo a λ je vlnová délka světelného záření ve vzduchu. Funkcí Braggovy mřížky je odrazet světlo určité vlnové délky, které splňuje fázovou podmínku ve tvaru

$$\beta_i - \beta_j = \frac{2\pi m}{\Lambda}, \quad (2.29)$$

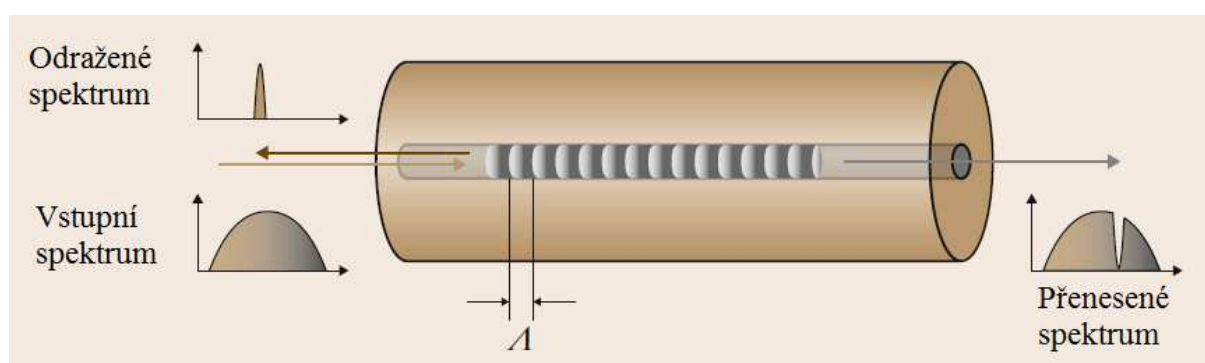
kde β_i je konstanta šíření vstupujícího světla, β_j je konstanta šíření světla odraženého a m je celé číslo určující harmonický řád Braggovy mřížky (pro běžné FBG senzory je $m=1$).

Dosadíme-li do vztahu (2.25) za konstantu šíření vstupujícího světla $\beta_i = \beta_1$ a konstantu šíření odraženého světla $\beta_j = -\beta_1$, dostaneme

$$\beta_1 = \frac{\pi}{\Lambda} = \frac{2\pi n_{\text{eff}}}{\lambda}, \quad (2.30)$$

kde n_{eff} je průměrný index lomu jádra optického vlákna. Vyjádřením vlnové délky λ ze vztahu (2.30) dostáváme rovnici pro výpočet vlnové délky odražené Braggovou mřížkou λ_B (Obr. 29).

$$\lambda_B = 2n_{\text{eff}}\Lambda. \quad (2.31)$$



Obr. 29 Schéma FBG senzoru s odraženým a přeneseným spektrem [2]

2.3.3.3. Snímání deformací pomocí FBG senzorů

FBG senzory fungují jako optické filtry [2], které odráží světlo s Braggovou vlnovou délkou λ_B a ostatní vlnové délky propouští. Braggova vlnová délka je úměrná rozteči Braggovy mřížky Λ a průměrnému indexu lomu jádra optického vlákna n_{eff} . Jak index lomu (n_{eff}), tak i rozteč Braggovy mřížky (Λ), jsou proměnnými v závislosti na relativní deformaci (ϵ) a změně teploty (ΔT), tedy Braggova vlnová délka se mění na vyšší, či nižší hodnoty, podle termomechanické zátěže FBG senzoru. Následující odvození zanedbává vliv teploty, který je možné vyjádřit jako nezávislou odezvu Braggovy mřížky, nicméně teplotní kompenzace těchto senzorů v případě měření deformací je nutná. Změna Braggovy vlnové délky ($\Delta\lambda_B$) v důsledku změny délky (ΔL) je dána vztahem

$$\Delta\lambda_B = 2 \left(\Lambda \frac{\partial n_{\text{eff}}}{\partial L} + n_{\text{eff}} \frac{\partial \Lambda}{\partial L} \right) \Delta L. \quad (2.32)$$

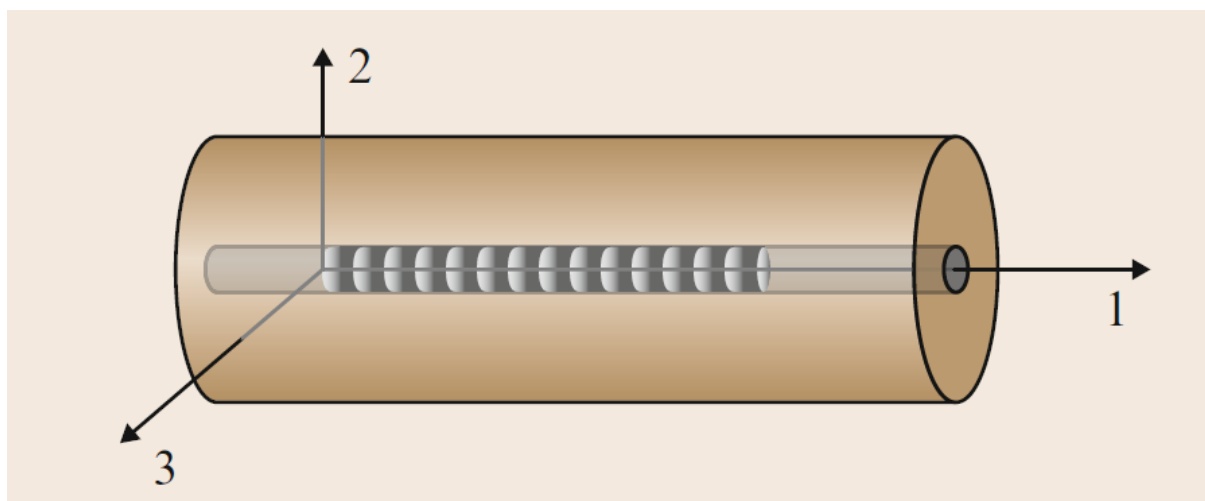
Vzhledem k tomu, že relativní deformace je po délce Braggovy mřížky konstantní, můžeme člen $\partial\Lambda/\partial L$ nahradit členem Λ/L . Podobně také člen $\partial n_{\text{eff}}/\partial L$ může být nahrazen členem $\Delta n_{\text{eff}}/\Delta L$. Hodnoty Λ a L jsou určeny během výroby Braggovy mřížky a jejich velikost je známá. Změna indexu lomu (Δn_{eff}) odpovídá optické indikatrix

$$\Delta n_{\text{eff}} = -\frac{n_{\text{eff}}^3}{2} \left(\Delta \left[\frac{1}{n_{\text{eff}}^2} \right] \right). \quad (2.33)$$

V případě malých deformací odpovídá optická indikatrix deformaci podle vztahu

$$\Delta \left[\frac{1}{n_{\text{eff}}^2} \right]_i = p_{ij} \varepsilon_j, \quad (2.34)$$

kde p_{ij} je optodeformační tenzor optického vlákna a ε_j je tenzor relativních deformací. Jednotlivé směry v prostoru popisované dolními indexy ve vztahu (2.34) jsou znázorněny na Obr. 30.



Obr. 30 Souřadný systém optického vlákna [2]

V obecném případě by měl optodeformační tenzor devět prvků (konstant) odpovídajících normálovým relativním deformacím (smykové deformace jsou zanedbány). Naštěstí v případě homogenního izotropního materiálu, kterým je optické vlákno, může být tento tenzor vyjádřen pomocí dvou foto-elastických konstant p_{11} a p_{12}

$$p_{ij} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{12} \\ p_{12} & p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{12} & p_{11} \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

Tenzor relativních deformací lze zapsat jako

$$\varepsilon_j = \begin{pmatrix} 1 \\ -\nu \\ -\nu \end{pmatrix} \varepsilon_z, \quad (2.36)$$

kde ν je Poissonův součinitel pro optické vlákno. Vzhledem k symetrii optického vlákna je optická indikatrix rovna pro $i=2$ a $i=3$. Dosazením tenzoru relativních deformací do vztahu (2.34) dostáváme

$$\Delta \left[\frac{1}{n_{eff}^2} \right]_{2,3} = \varepsilon_z [p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})]. \quad (2.37)$$

Substitucí (2.33) a (2.37) do (2.32) dostaneme

$$\Delta \lambda_B = -2\Lambda \frac{n_{eff}^3}{2} \varepsilon_z [p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})] + 2n_{eff}\Lambda \varepsilon_z. \quad (2.38)$$

Vydělením vztahu (2.38) Braggovou vlnovou délkou (λ_B) dostaneme vztah pro relativní změnu Braggovy vlnové délky FBG senzoru v závislosti na indexu lomu, opto-deformačních koeficientech a Poissonova součinitele jádra optického vlákna.

$$\frac{\Delta \lambda_B}{\lambda_B} = \left(1 - \frac{n_{eff}^2}{2} [p_{12} - \nu(p_{11} + p_{12})] \right) \varepsilon_z. \quad (2.39)$$

Všechny členy násobící deformaci (ε_z) jsou pro konkrétní Braggovu mřížku konstantami a vztah (2.39) lze psát ve formě

$$\frac{\Delta \lambda_B}{\lambda_B} = P_e \varepsilon_z, \quad (2.40)$$

kde P_e je deformační faktor FBG tenzometru.

2.3.3.4. Komerčně vyráběné FBG senzory a jejich použití v praxi

FBG senzorů pro měření deformací se komerčně vyrábí celá řada, liší se hlavně velikostí a množstvím Braggových mřížek řazených v sérii. Z hlediska velikosti lze zmínit senzory s krátkou základnou a senzory s dlouhou základnou. Příklady senzorů s krátkou základnou jsou na Obr. 31 a Obr. 32.



Obr. 31 Krátké FBG senzory SMARTEC [28]



Obr. 32 Krátké FBG senzory MICRON OPTICS [29]

Příklad parametrů krátkých FBG senzorů SMARTEC [11]:

Celková délka	40 mm
Odražená vlnová délka	1510-1590 nm
Měřicí rozsah	$\pm 2000 \mu\epsilon^1$
Přesnost	$\pm 2 \mu\epsilon$
Rozlišení	$\pm 1 \mu\epsilon$
Citlivost	1,2pm/ $\mu\epsilon$
Provozní teplota	-20 až 80 °C

¹ $\mu\epsilon$ je v oblasti měření deformací často používaná jednotka, vyjadřuje milióntinu bezrozměrné hodnoty relativní deformace

Příklady použití krátkých FBG senzorů pro měření konkrétních konstrukcí jsou na Obr. 33 a Obr. 34.

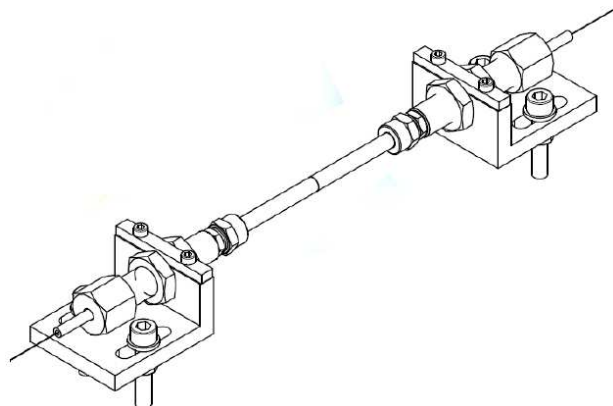


Obr. 33 FBG senzor použitý na železničním mostě Nea Peramos [30]



Obr. 34 FBG senzor použitý na konstrukci střechy letiště [31]

Příklady senzorů s dlouhou základnou jsou na Obr. 35 a Obr. 36.



Obr. 35 Dlouhý FBG senzor firmy Safibra [32]



Obr. 36 Dlouhý FBG senzor firmy MICRON OPTICS [33]

Příklad parametrů dlouhých FBG senzorů firmy Safibra [15]:

Celková délka	250mm, 500mm, 1m, 1,5 m, 2m
Rozlišení	1 $\mu\epsilon$
Měřicí rozsah	+1% a -0,5%
Provozní teplota	-20 až 60 °C

Příklady použití krátkých i dlouhých FBG senzorů na různých stavebních a strojních konstrukcích jsou uvedeny např. v [21], dále se pak např. [34] zabývá monitorováním deformací konstrukce kostela v Aveiru v Portugalsku a [35] monitorováním deformací mostu Tsing Ma v Hong Kongu.

3. Bezkontaktní metody

Bezkontaktní metody měření deformací [1] jsou většinou založeny na principu interakce světelného vlnění s povrchem měřeného objektu. Odražené světelné vlnění je pak ovlivněno změnou tvaru měřeného objektu v důsledku jeho zatížení. Analýzou parametrů odraženého vlnění a jejich porovnáním s parametry vyslaného vlnění je možné různými metodami určit tvar zdeformovaného objektu. V této kapitole budou nejprve stručně popsány některé běžné geodetické metody používané při měření rozsáhlých objektů na větší vzdálenosti. Měření deformací těmito metodami je však zdlouhavé a navíc je není možné použít při dynamických měřeních. Dále bude zmíněn princip optických skenerů a zobrazovacích metod, které jsou v dnešní době již velmi rozšířené. Na závěr této kapitoly budou vysvětleny reflektometrické metody, z nichž některé se dnes běžně používají, a některé jsou zcela nové.

3.1. Geodetické metody

Použití běžných geodetických metod [36] k měření deformací se vzhledem k jejich přesnosti, která je pro strojný průmysl mnohdy nedostatečná, využívá téměř výhradně u stavebních a inženýrských konstrukcí. Lze jimi měřit jak posuny relativní (vztažené k nějakému jinému bodu/bodům na těže deformované konstrukci), tak i posuny absolutní (vztažené k bodům nezávislým na deformaci konstrukce). Posuny stavebních objektů se měří ve směru vertikálním a horizontálním. Ve směru horizontálním určujeme poklesy a zdvih (stoupání) objektů, ve směru vertikálním potom jejich posuny ve vodorovné rovině. Existují metody, kterými lze tyto pohyby měřit současně, tedy mluvíme o prostorových posunech. V případě použití těchto metod je na konstrukci nutné zvolit body, jejichž posuny budeme sledovat, a ty stabilizovat běžně používanými geodetickými značkami. Nejběžnějšími metodami pro měření vertikálních posuvů jsou (a) geometrická nivelace a (b) trigonometrická metoda pro měření vertikálních změn. Horizontální posuvy se nejčastěji měří (c) trigonometrickou metodou pro měření horizontálních změn. Obecné prostorové posuny lze měřit například (d) metodou polární, která je využívána v totálních stanicích.

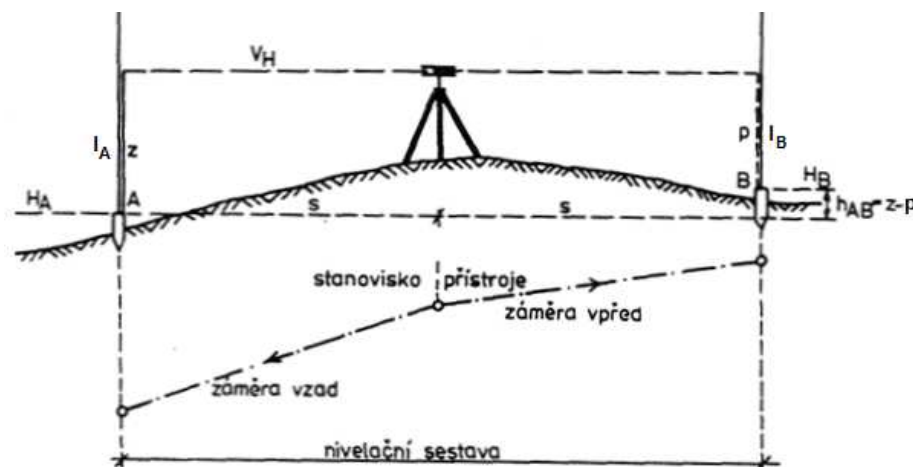
3.1.1. Geometrická nivelace

3.1.1.1. Základní princip metody

Princip geometrické nivelace [36] je dobře známý a je znázorněn na Obr. 37. H_A je absolutní nadmořská výška bodu A, H_B je absolutní nadmořská výška bodu B, V_H je absolutní nadmořská výška roviny nivelačního přístroje, s je polovina vzdálenosti dvou měřených bodů, z je výška odečtená při čtení vzad (z latě I_A), p je výška odečtená při čtení vpřed (z latě I_B) a h_{AB} je výškový rozdíl mezi body A a B. V případě, že známe nadmořskou výšku bodu A, vypočte se nadmořská výška bodu B ze vztahu

$$H_B = H_A + h_{AB} = H_A + z - p. \quad (3.1)$$

Při měření svislých deformací stavebních konstrukcí se používá metoda přesné nivelace, velmi přesné nivelace, nebo zvláště přesné nivelace v závislosti na požadavku přesnosti měření. Všechny tyto metody vycházejí z principu geometrické nivelace, měření má však oproti běžnému určování výšek jistá specifika [36,37,38].



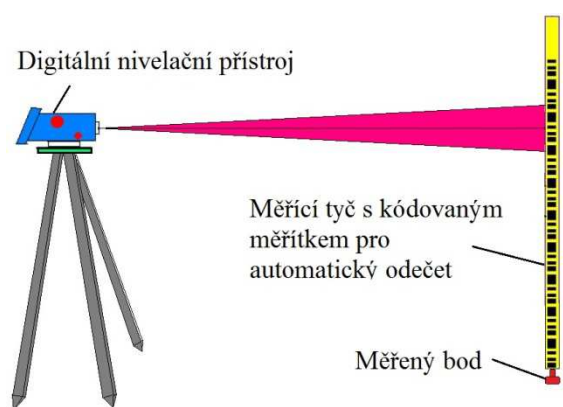
Obr. 37 Princip geometrické nivelace [36]

3.1.1.2. Nivelační přístroje

Nivelační přístroje lze v podstatě rozdělit do tří skupin [36], jsou to (a) optické, (b) elektrooptické (digitální) a (c) laserové. V úloze měření deformací stavebních konstrukcí se uplatní převážně přístroje optické a digitální. Základní princip klasických optických

nivelačních přístrojů je uveden například v [36], v této práci budou stručně popsány rozdíly modernějších digitálních nivelačních přístrojů oproti klasickým optickým přístrojům.

Systém pro měření s digitálním nivelačním přístrojem se skládá z [39] optické soustavy přístroje s kompenzátorem, CCD snímače, elektroniky a softwaru pro řízení všech procesů digitálního nivelačního přístroje a měřicí tyče (většinou invarové) s kódovaným měřítkem. Při čtení měřené hodnoty se uloží do paměti snímek zaměřené oblasti měřicí tyče, ten je pak porovnán se snímkem měřítka celé tyče, na které je přístroj kalibrován. Z toho je následně odvozena snímaná hodnota. Metody kódování měřítka měřících tyčí se u jednotlivých výrobců liší, některé jsou uvedeny například v [40].



Obr. 38 Schéma uspořádání při měření digitálním nivelačním přístrojem



Obr. 39 Příklad kódování měřících tyčí Leica [40] (vlevo) a digitální nivelační přístroj Leica Sprinter 150M (vpravo) [41]

Rozdíly mezi měřením klasickým optickým nivelačním přístrojem a digitálním nivelačním přístrojem [39]:

- U digitálního nivelačního přístroje je čtení hodnoty díky algoritmu pro zpracování digitálního snímku automatické, oproti tomu při použití klasického optického přístroje je hodnota odečítána geodetickým pracovníkem, čímž může mnohem snadněji vzniknout lidská chyba.
- CCD kamera tedy v případě digitálního přístroje nahrazuje lidské oko.

- U optického přístroje je měřítko dáno pouze měřítkem tyče, kdežto v případě použití digitálního přístroje jsou měřítka dvě, měřítko tyče a měřítko přístroje. Tato dvě měřítka musí pro správnost měření být stejná. Přístroj je tedy občas nutné kalibrovat, protože jeho měřítko může být ovlivněno například stářím CCD senzoru, stejně tak měřítko tyče může být zkresleno poškrábáním kódu, nebo různými stíny.

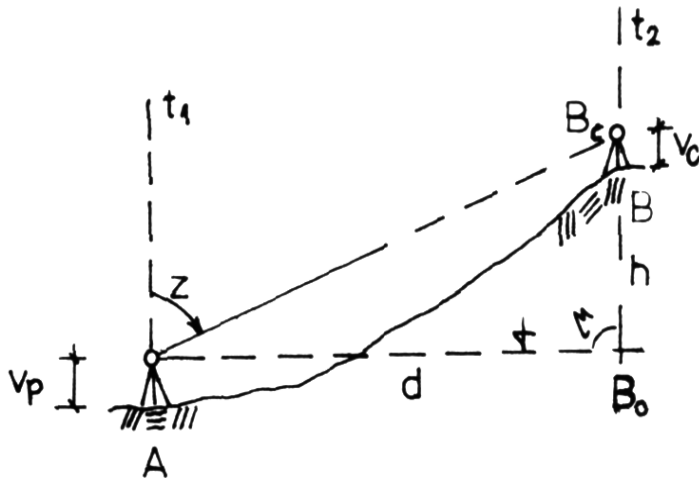
Vybrané parametry digitálního nivelačního přístroje Sprinter 150M firmy Leica (Obr. 39) [42]:

Vyšková měření	<p>Standardní odchylka pro dvojité vyrovnaní na vzdálenost 1 km podle normy ISO17123-2:</p> <p>Digitální snímání při použití kódové tyče – 1,5 mm</p> <p>Manuální odečet při použití tyče s klasickým měřítkem – 2,5 mm</p> <p>Výšková přesnost při jednom měření na vzdálenost 30 m:</p> <p>Digitální snímání při použití kódové tyče – 0,6 mm</p> <p>Manuální odečet při použití tyče s klasickým měřítkem – 1,2 mm</p>
Délková měření (vestavěný dálkoměr)	<p>Přesnost pro vzdálenosti $D \leq 10\text{m}$: 10mm</p> <p>Přesnost pro vzdálenosti $D > 10\text{m}$: $0,001 \cdot D$</p>
Pracovní teplota	-10°C až +50°C

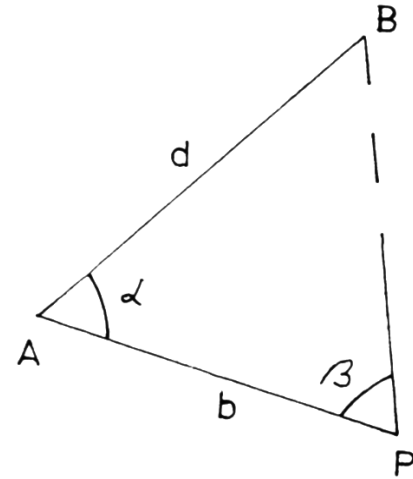
3.1.2. Trigonometrická metoda pro měření vertikálních změn

3.1.2.1. Základní princip metody

Trigonometrická metoda [36] je pro vertikální měření používána především ve chvíli, kdy jsou pozorované body monitorovaného objektu geometrickou nivelací špatně dostupné, případně pokud je zároveň potřeba měřit i jejich horizontální posuny. Převýšení dvou bodů se určuje na základě řešení pravouhlého, či obecného trojúhelníka. Princip metody je znázorněn na Obr. 40 a Obr. 41.



Obr. 40 Princip trigonometrické metody pro vertikální měření [36]



Obr. 41 Princip trigonometrické metody pro vertikální měření [36]

Na bodě A se známou výškou H_A je teodolitem [36], jehož výška v_p je změřena například skládacím metrem, změřen zenitový úhel z na cíl, který je postaven na bodě B a má výšku v_c (případně je zaměřen rovnou bod, jehož posun sledujeme, tedy $v_c=0$). Vzdálenost d je možno určit (a) přímým měřením šikmé vzdálenosti d_s , pak platí

$$H_B = H_A + v_p + d_s \cdot \cos(z) - v_c, \quad (3.2)$$

nebo (b) použitím druhého stanoviska na bodu P, jehož vzdálenost od prvního stanoviska na bodu A jsme schopni změřit například pásmem, či dálkoměrem (Obr. 41). Pro výšku bodu B pak platí

$$H_B = H_A + v_p + d \cdot \cotg(z) - v_c, \quad (3.3)$$

kde $d = b \times \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$. Jestliže mezi etapami předpokládáme neměnnou výšku přístroje, délku záměry a refrakční koeficient [36] (možno použít pro kratší záměry), výškový posun bodu B Δh_B se vypočítá jako

$$\Delta h_B = d \cdot (\cotg(z_{A1}) - \cotg(z_{A2})), \quad (3.4)$$

kde z_{A1} a z_{A2} jsou zenitové úhly cílového bodu před a po jeho posunu měřené ze stanoviska A. Směrodatná odchylka měření zenitového úhlu v jedné skupině je například pro digitální

teodolit Leica Builder 500 [43] $\sigma_Z = 5$ cc, což například při záměrné délce 20m odpovídá přesnosti 0,16mm a lineárně tedy při záměrné délce 200m je přesnost asi 1,6mm.

3.1.2.2. Teodolity

Teodolity lze dělit na (a) optomechanické a (b) digitální elektronické [36]. Zatímco u optomechanických teodolitů je hodnota úhlu odečítána z analogového měřítka lidským okem, digitální teodolity zjišťují úhel natočení teodolitu pomocí inkrementálních snímačů (kapitola 2.2.1.2). V dnešní době je častým případem vybavení digitálního teodolitu laserovým dálkoměrem, což z něj dělá tzv. totální stanici schopnou měření vertikálních (zenitových) i horizontálních úhlů a šikmé délky na zaměřený bod. Z těchto parametrů lze při známém umístění totální stanice polární metodou určit souřadnice libovolného bodu v prostoru (viz. kapitola 3.1.3).

Vybrané parametry totální stanice Leica Builder 500(Obr. 42) [43]:



Obr. 42 Totální stanice Leica Builder 500 [44]

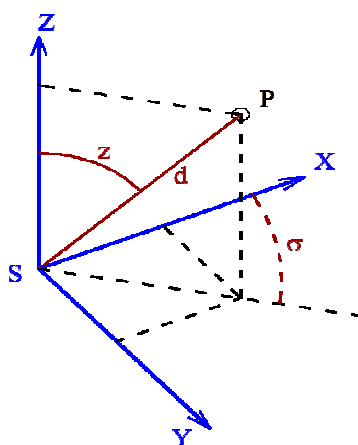
Úhlová měření	Přesnost na 5''
Délková měření	Měřicí rozsah Difuzní povrch (bez odrazného hranolu, či pásky) – až 150m za běžných podmínek Odrazný hranol – až 3000m za běžných podmínek
	Přesnost měření Difuzní povrch za běžných podmínek: 3mm + 2ppm ¹ Odrazný hranol za běžných podmínek: 2mm + 2ppm ¹ ppm = part per milion, tedy například při měření vzdálenosti d=100m je přesnost 3mm + 2 x 0,000001 x 100m = 3,1 mm
	Měřicí systém – viditelný červený laser 658 nm, amplitudová modulace 100 MHz a 150 MHz (viz. kapitola 3.1.3)

Pro použití trigonometrické metody při měření horizontálních posuvů stačí kromě zenitových úhlů zaznamenávat také úhly horizontální, tato metoda je podrobněji popsána například v [36] a v této práci se jí nebudeme dále zabývat.

3.1.3. Polární metoda pro měření posunu v obecném směru

3.1.3.1. Základní princip metody

Prostorová polární metoda [36] je základem všech moderních geodetických měření od nástupu elektronických dálkoměrů do praxe. Základním principem je měření šikmé délky d od stanoviště S , vodorovného úhlu σ a zenitového úhlu z na určovaný bod P (Obr. 43).



Obr. 43 Princip prostorové polární metody

V případě, že bychom potřebovali určit přesné souřadnice bodu P , bylo by nutné zavést do měření další bod o známých souřadnicích, jako je bod S , podle kterého by se určila orientace celého lokálního souřadného systému přístroje. Obecně platí

$$\{\Delta x; \Delta y; \Delta z\} = \{d \times \sin(z) \times \cos(\sigma); d \times \sin(z) \times \sin(\sigma); d \times \cos(z)\}, \quad (3.5)$$

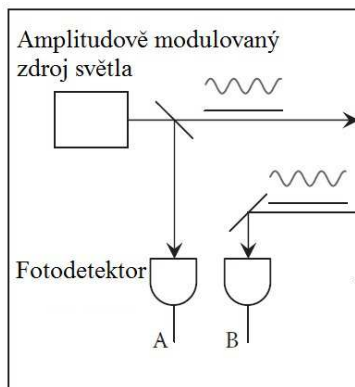
kde Δx , Δy a Δz jsou délkové přírůstky v jednotlivých souřadnicových směrech od bodu S k bodu P . Chceme-li zjistit posun bodu P pouze vůči jeho původnímu umístění, platí

$$\{\Delta x_p; \Delta y_p; \Delta z_p\} = \{d_2 \times \sin(z_2) \times \cos(\sigma_2) - d_1 \times \sin(z_1) \times \cos(\sigma_1); d_2 \times \sin(z_2) \times \sin(\sigma_2) - d_1 \times \sin(z_1) \times \sin(\sigma_1); d_2 \times \cos(z_2) - d_1 \times \cos(z_1)\}, \quad (3.6)$$

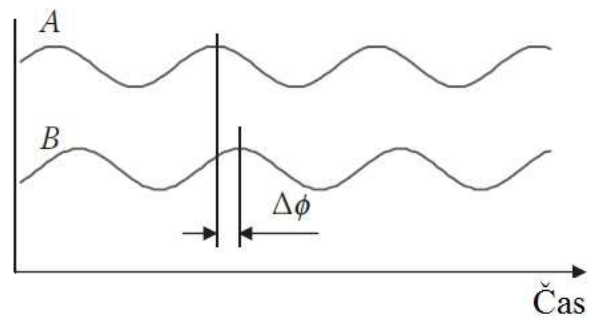
kde Δx_P , Δy_P a Δz_P jsou délkové přírůstky v jednotlivých souřadnicových směrech od bodu $P_1 (d_1, z_1, \sigma_1)$ (bod P před posunem) k bodu $P_2 (d_2, z_2, \sigma_2)$ (bod P po posunu).

3.1.3.2. Laserové amplitudově modulované dálkoměry

Metoda měření vzdálenosti pomocí amplitudově modulovaného (AM) laserového paprsku [45] je dnes používána téměř ve všech geodetických zařízeních, které umožňují měřit vzdálenost. Tato metoda je založena na detekci fázového rozdílu mezi vysílaným světelným signálem a odraženým světelným signálem. Světlo, kterému je dodána amplitudová modulace (amplituda jeho intenzity se mění na určité frekvenci), je rozděleno dělicím hranolem na dva paprsky, jeden je referenční, jehož vzdálenost k prvnímu detektoru je velmi krátká, a druhý měřicí, který urazí dvojnásobek měřené vzdálenosti (tam a zpět) a poté je detekován druhým detektorem (Obr. 44 a Obr. 45).



Obr. 44 Princip laserového AM dálkoměru [45]



Obr. 45 Princip laserového AM dálkoměru [45]

D je měřená vzdálenost a $\Delta\phi$ je fázový posun mezi referenčním AM paprskem a odraženým AM paprskem. Z fázového posunu je možné spočítat měřenou vzdálenost jako [45]

$$D = \frac{c}{2f_m} \left(\frac{\Delta\phi}{2\pi} + n \right), \quad (3.7)$$

kde c je rychlost šíření světla ve vzduchu, f_m je modulační frekvence světelného zdroje a n je počet celých vlnových délek modulované světelné vlny, které se vešly do dvojnásobku měřené vzdálenosti D . Hodnotu n není možné zjistit pouze měřením fázového rozdílu. Pro změření celé vzdálenosti D pouze pomocí fázového posunu je nutné, aby vlnová délka modulovaného světelného signálu byla větší, než dvojnásobek měřené délky, proto tyto

dálkoměry využívají pro měření jedné vzdálenosti různých modulačních frekvencí s tím, že se zvyšující se frekvencí roste rozlišovací schopnost dálkoměru. Nejlepší rozlišení, kterého bylo touto metodou dosaženo, je asi 0,1mm, avšak rozlišení dnes používaných geodetických dálkoměrů je běžně asi 1mm a jejich přesnost okolo ± 2 mm (parametry konkrétního přístroje viz. 3.1.2.2 Teodolity).

3.1.4. Použití geodetických metod pro měření deformací v praxi

Jako příklad použití geodetických metod při měření deformací lze uvést práci [46], která se zabývá analýzou průhybu silniční mostní konstrukce za použití trigonometrické metody vertikálních posuvů a porovnáním výsledků měření s metodou optického skenování, a práci [47] zaměřenou na monitorování deformací železničního mostu pomocí různých geodetických metod a následné srovnání jejich dosažených přesností.

3.2. Optické skenery

Optické skenery [48] kromě mnoha jiných využití zaujímají významné místo v oblasti inženýrské geodézie a průmyslové metrologie, kde slouží pro kvalitativní a kvantitativní vyhodnocování tvaru a rozměrů různých prvků a systémů v oblasti strojírenství a stavebnictví, čímž spadají také do skupiny bezkontaktních metod měření deformací stavebních a strojních konstrukcí a prvků. Optické skenery mohou pracovat na různých principech [48,49,50], vždy však jde o to, že skenovací systém provádí prostorovou transformaci vstupujícího světelného svazku pomocí vhodných optických systémů tak, aby vystupující svazek měl požadovaný tvar a prostorovou orientaci [49]. Dále se pak různými metodami analyzuje světlo odražené od skenovaného objektu, z čehož lze určit jeho tvar, rozměry atd. V této kapitole bude popsán princip běžně používaných skenovacích systémů založených na lomu a odrazu laserového paprsku, kde z informace o směru a vzdálenosti k aktuálně skenovanému bodu jsme schopni určit jeho polohu ve vztahu k poloze skeneru. Tímto způsobem se vyhodnotí celé mračno bodů ležících ve skenovaném prostoru.

3.2.1. Optické skenery založené na lomu a odrazu světla

V této části budou stručně popsány základní způsoby rozmetání laserového paprsku do skenovaného prostoru. Patří sem [49] (3.2.1.1) rotující zrcadlo, (3.2.1.2) soustava dvou rotujících zrcadel, (3.2.1.3) rotující polygon a (3.2.1.4) rotující polygon a rotující zrcadlo. Pro

odraz paprsku, jehož jednotkový směrový vektor je \mathbf{s} , od zrcadlové plochy s normálou \mathbf{n} platí [51]

$$\mathbf{s}' = \mathbf{s} - 2\mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{s}), \quad (3.8)$$

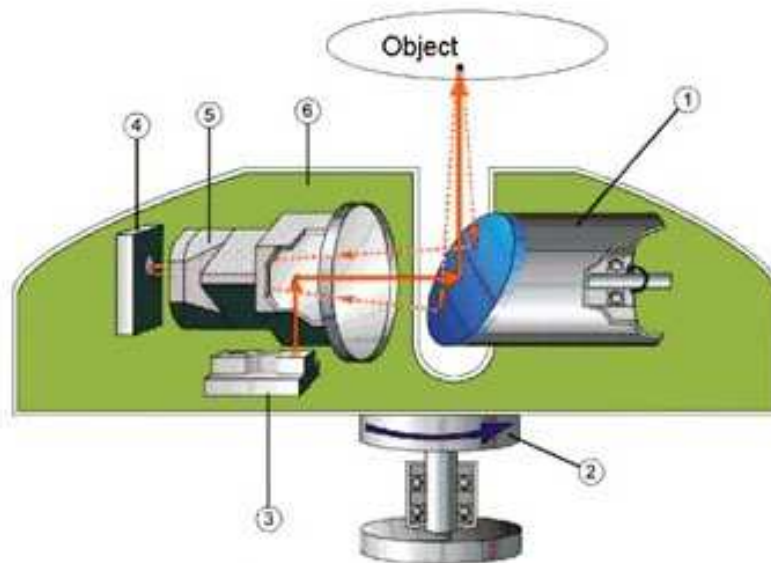
kde \mathbf{s}' je směrový vektor odraženého paprsku. Jak je známo z matematiky [52], pro rotaci vektoru \mathbf{a}_0 o úhel φ kolem osy dané vektorem \mathbf{b} platí

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 \cos(\varphi) + \mathbf{b}(\mathbf{b}\mathbf{a}_0)(1 - \cos(\varphi)) + (\mathbf{b} \times \mathbf{a}_0)\sin(\varphi), \quad (3.9)$$

kde \mathbf{a} je pootočený vektor.

3.2.1.1. Rotující zrcadlo

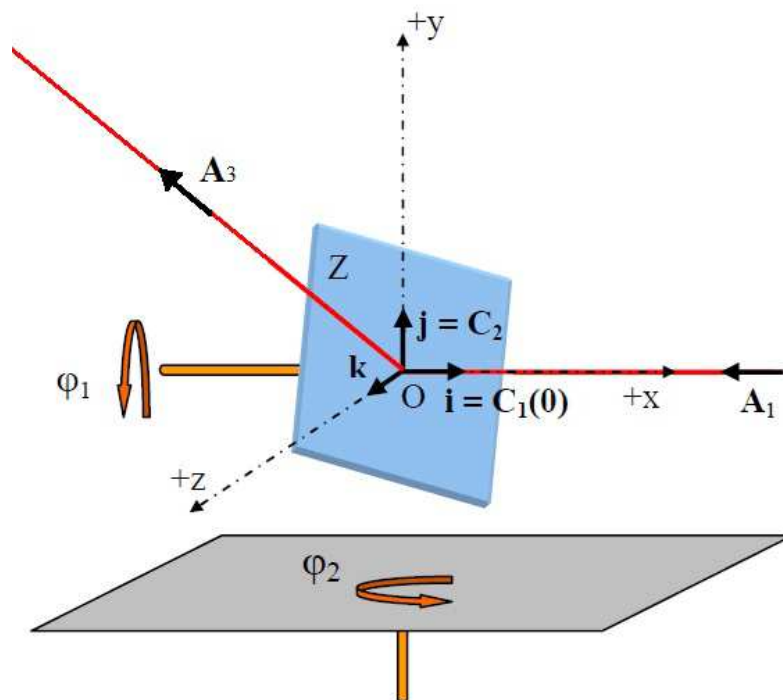
U tohoto systému rotuje jedno zrcadlo okolo vodorovné osy, což zajišťuje rozmetání světelného svazku ve vertikálním směru. Pro rozmetání ve směru horizontálním se tedy musí celý systém navíc otáčet okolo svislé osy. Na Obr. 46 je znázorněno schéma skeneru Surphaser® 25HS [49].



Obr. 46 Schéma 3D skeneru Surphaser® 25HS [49]

(1 rotující zrcadlo, 2 rotační hlava, laserová dioda, 4 senzor, 5 přijímací čočka, 6 uzávěrka)

Uvažujme nyní situaci znázorněnou na Obr. 47. Paprsek, který je dán jednotkovým směrovým vektorem \mathbf{A}_1 , dopadá na zrcadlo Z , které se otáčí kolem osy \mathbf{C}_1 o úhel φ_1 . Osa zrcadla nechť protíná zrcadlo v jeho středu. Střed zrcadla uvažujeme v počátku souřadnic. Krom toho se celý skener otáčí kolem osy dané jednotkovým směrovým vektorem \mathbf{C}_2 o úhel φ_2 . Výsledný paprsek vystupující ze skeneru je pak dán jednotkovým vektorem \mathbf{A}_3 [53].



Obr. 47 Odraz paprsku v jednozrcadlovém skeneru [53]

Odraz paprsku od zrcadla Z popíšeme vztahy (3.8) a (3.9). Pro otočení jednotkového normálového vektoru zrcadla okolo osy \mathbf{C}_1 platí

$$\mathbf{N}(\varphi_1) = \mathbf{N}(0)\cos(\varphi_1) + \mathbf{C}_1(\mathbf{C}_1\mathbf{N}(0))(1 - \cos(\varphi_1)) + (\mathbf{C}_1 \times \mathbf{N}(0))\sin(\varphi_1), \quad (3.10)$$

kde $\mathbf{N}(0)$ je počáteční poloha jednotkového normálového vektoru zrcadla, \mathbf{C}_1 je jednotkový směrový vektor osy otáčení zrcadla a φ_1 je úhel otočení zrcadla. Pro jednotkový vektor \mathbf{A}_2 paprsku odraženého od zrcadla natočeného pouze okolo osy \mathbf{C}_1 platí

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1 - 2\mathbf{N}(\varphi_1)(\mathbf{N}(\varphi_1)\mathbf{A}_1), \quad (3.11)$$

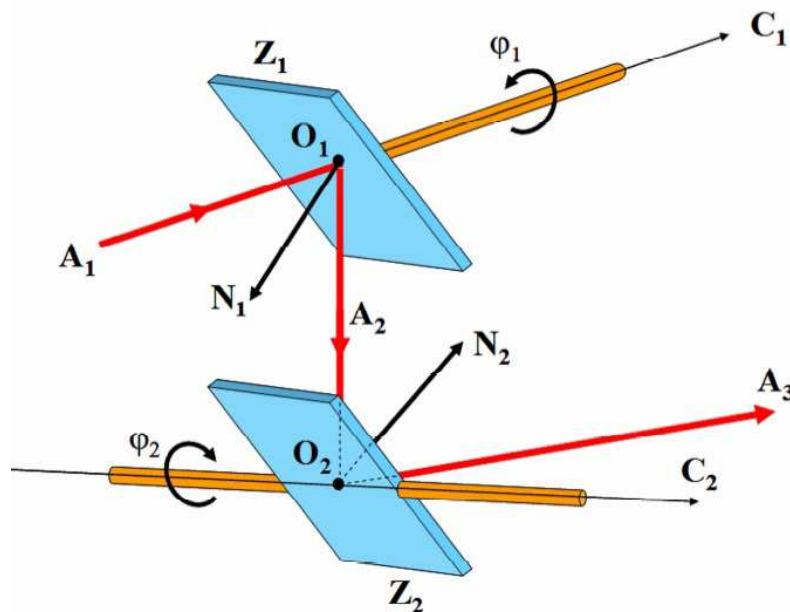
kde \mathbf{A}_1 je jednotkový směrový vektor dopadajícího paprsku. Vzhledem k tomu, že se celý skener ještě otáčí okolo osy \mathbf{C}_2 o úhel φ_2 , bude pro výsledný jednotkový vektor paprsku \mathbf{A}_3 vycházejícího ze skeneru platit

$$\mathbf{A}_3 = \mathbf{A}_2 \cos(\varphi_2) + \mathbf{C}_2 (\mathbf{C}_2 \mathbf{A}_2) (1 - \cos(\varphi_2)) + (\mathbf{C}_2 \times \mathbf{A}_2) \sin(\varphi_2). \quad (3.12)$$

Podrobnějším popisem průchodu paprsku jednozrcadlovým skenerem se zabývají práce [49,53].

3.2.1.2. Soustava dvou rotujících zrcadel

Tento systém využívá dvou zrcadel rotujících okolo dvou různých os a tím zajišťuje rozmetání paprsku do skenovaného prostoru. Uvažujme soustavu dvou rovinných zrcadel Z_1 a Z_2 znázorněnou na Obr. 48. Zrcadlo Z_1 se otáčí okolo osy mající jednotkový vektor \mathbf{C}_1 a protínající rovinu zrcadla v bodě O_1 . Zrcadlo Z_2 se otáčí okolo osy mající jednotkový vektor \mathbf{C}_2 a protínající rovinu zrcadla v bodě O_2 . Dále necht' \mathbf{N}_1 a \mathbf{N}_2 jsou jednotkové normálové vektory k zrcadlům Z_1 a Z_2 a \mathbf{A}_1 je jednotkový směrový vektor paprsku vstupujícího do soustavy a dopadajícího na zrcadlo Z_1 , \mathbf{A}_2 je jednotkový směrový vektor paprsku odraženého od zrcadla Z_1 a dopadajícího na zrcadlo Z_2 a \mathbf{A}_3 je jednotkový směrový vektor paprsku odraženého od zrcadla Z_2 a vystupujícího ze soustavy skeneru.



Obr. 48 Odraz paprsku v soustavě dvou rotujících zrcadel [53]

Pro vektor \mathbf{A}_2 paprsku odraženého od zrcadla Z_1 a dopadajícího na zrcadlo Z_2 platí podle vztahu (3.8)

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1 - 2\mathbf{N}_1(\varphi_1)(\mathbf{N}_1(\varphi_1)\mathbf{A}_1), \quad (3.13)$$

kde \mathbf{A}_1 je jednotkový směrový vektor paprsku dopadajícího na zrcadlo Z_1 a $\mathbf{N}_1(\varphi_1)$ je normálový vektor k zrcadlu Z_1 po jeho otočení o úhel φ_1 . Pro vektor \mathbf{A}_3 paprsku odraženého od zrcadla Z_2 a vystupujícího ze soustavy skeneru pak platí

$$\mathbf{A}_3 = \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{N}_2(\varphi_2)(\mathbf{N}_2(\varphi_2)\mathbf{A}_2), \quad (3.14)$$

kde \mathbf{A}_2 je jednotkový směrový vektor paprsku dopadajícího na zrcadlo Z_2 a $\mathbf{N}_2(\varphi_2)$ je normálový vektor k zrcadlu Z_2 po jeho otočení o úhel φ_2 . Pro normálový vektor $\mathbf{N}_1(\varphi_1)$ platí

$$\mathbf{N}_1(\varphi_1) = \mathbf{N}_1(0)\cos(\varphi_1) + \mathbf{C}_1(\mathbf{C}_1\mathbf{N}_1(0))(1 - \cos(\varphi_1)) + (\mathbf{C}_1 \times \mathbf{N}_1(0))\sin(\varphi_1), \quad (3.15)$$

kde $\mathbf{N}_1(0)$ je počáteční poloha jednotkového normálového vektoru zrcadla Z_1 , \mathbf{C}_1 je jednotkový směrový vektor osy otáčení zrcadla Z_1 a φ_1 je úhel otočení zrcadla Z_1 . Analogicky pro normálový vektor $\mathbf{N}_2(\varphi_2)$ platí

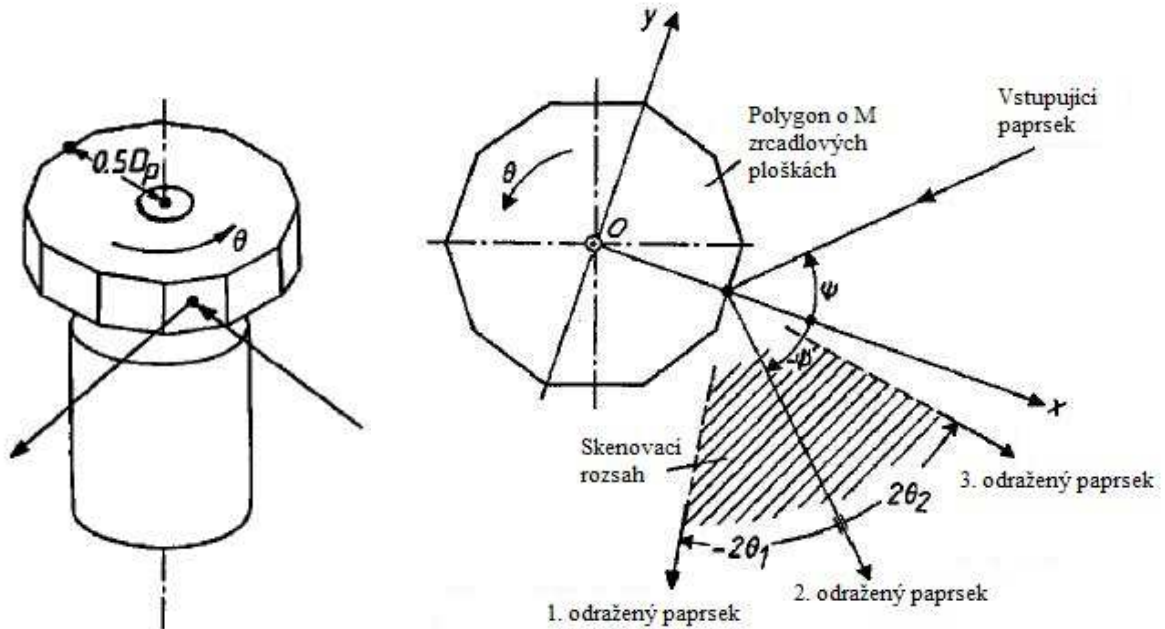
$$\mathbf{N}_2(\varphi_2) = \mathbf{N}_2(0)\cos(\varphi_2) + \mathbf{C}_2(\mathbf{C}_2\mathbf{N}_2(0))(1 - \cos(\varphi_2)) + (\mathbf{C}_2 \times \mathbf{N}_2(0))\sin(\varphi_2), \quad (3.16)$$

Podrobnějším popisem průchodu paprsku systémem skeneru se dvěma zrcadly se zabývají práce [49,53].

3.2.1.3. Rotující polygon

Rozmetání paprsku je u polygonového skeneru dosaženo odrazem paprsku od mnohostranného rotujícího zrcadla. Bez použití tohoto způsobu rozmetání paprsku v kombinaci s dalším zrcadlem, nebo otáčením celého systému okolo další osy je možné skenovat body ležící pouze v jedné rovině. Skenovací rozsah závisí na počtu plošek zrcadlového polygonu a obecně platí pravidlo, že čím méně plošek polygon má, tím větší je skenovací rozsah. Skenovací svazek musí být v příčném směru mnohem užší než stěna polygonu. Obr. 49 ukazuje pravidelný polygon o M stranách rovnoběžných s osou rotace a Obr. 50 znázorňuje dopadající paprsek, odražený paprsek při odrazu na začátku nově natočené plošky (1), odražený paprsek v obecné poloze (2) a odražený paprsek těsně před

přechodem na následující plošku, tím je vymezen skenovací rozsah. Úhel mezi dopadajícím paprskem a osou x je označen jako ψ a úhel natočení zrcadlového polygonu okolo jeho osy otáčení jako θ .

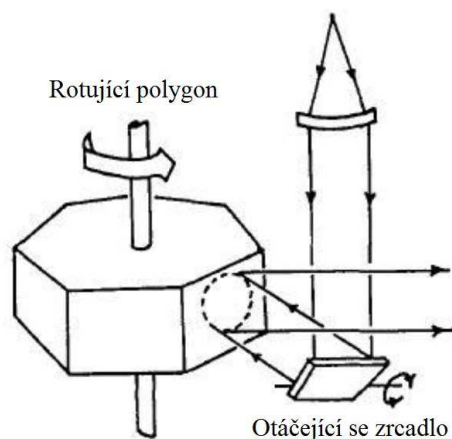


Obr. 49 Pravidelný zrcadlový polygon o M ploškách [49]

Obr. 50 Odraz paprsku od polygonu v závislosti na jeho natočení [49]

3.2.1.4. Rotující polygon a rotující zrcadlo

Pokud požadujeme, aby skener s rotujícím polygonem byl schopen skenovat body ve více různých rovinách, je nutné do systému přidat prvek, který zajistí rozmetání paprsku do druhého směru. Toho se nejčastěji dosahuje přidáním rotujícího zrcadla do soustavy skeneru. Existuje více různých možností uspořádání rotujícího zrcadlového polygonu a zrcadla, jedna z nich je schematicky naznačena na Obr. 51.

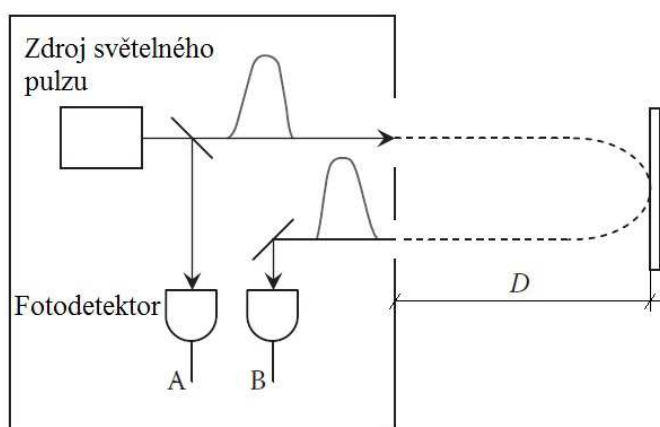


Obr. 51 Příklad schématu skenovacího systému se soustavou rotujícího polygonu a zrcadla [49]

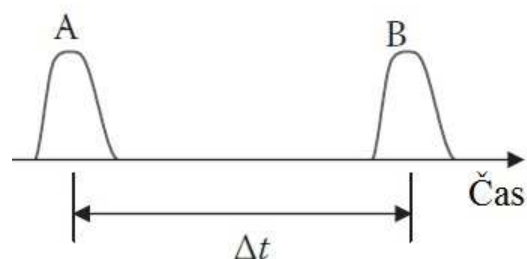
Bližše se problematikou polygonových skenerů zabývá například [48,49].

3.2.2. Měření vzdálenosti metodou „time of flight“

Jednou ze základních veličin, kterou je potřeba znát při určování polohy skenovaného bodu v prostoru, je přímá vzdálenost skeneru od skenovaného bodu. Ta je nejčastěji měřena dvěma metodami [50], z nichž první je amplitudová modulace laserového paprsku a následné měření fázového posunu odraženého signálu oproti signálu vyslanému (kapitola 3.1.3.2) a druhá je měření doby, za kterou světelný impulz urazí měřenou vzdálenost tam a zpět, tzv. metoda „time of flight“. Princip metody je naznačen na Obr. 52. a Obr. 53.



Obr. 52 Princip měření vzdálenosti metodou „time of flight“ [45]



Obr. 53 Princip měření vzdálenosti metodou „time of flight“ [45]

Měřená vzdálenost D se spočítá jako

$$D = \frac{c \cdot \Delta t}{2}, \quad (3.16)$$

kde c je rychlost šíření světla ve vakuu a Δt je časový interval mezi vyslaným a odraženým světelným impulzem. Dnešní systémy založené na tomto principu nerozpoznávají časový interval Δt pouze elektronicky, ale také díky bleskovým A/D převodníkům zaznamenávají průběh intenzity odraženého impulsu v závislosti na čase v digitální formě, což umožňuje podrobněji analyzovat odražené impulzy a zvyšovat přesnost měření. Množství impulzů, které skener vyšle za časovou jednotku 1s se udává jako PRR („pulse repetition rate“).

3.2.3. Parametry komerčně vyráběných optických skenerů

Název	Typ zrcadlové soustavy	Způsob měření vzdálenosti	Zorné pole	Dosah [m]	Rychlost body/s	Přesnost	
			[°]			délková	úhlová
Leica ScanStation P40 [54]	*	Time of flight	360 x 270	270	1000000	1,2mm + 10ppm	8" x 8"
Riegl VZ-400 [55]	Rotující polygon	Time of flight	360 x 100	600	300000	5mm	*
Surphaser 100 HSX [56]	*	Měření fázového posunu	360 x 270	50	1000000	0,7mm/15m	15" x 15"
Faro Focus 3D X130 [57]	jedno-zrcadlový	Měření fázového posunu	360 x 300	130	976000	2mm	*

* Informace nebyla výrobcem uvedena v datasheetu přístroje

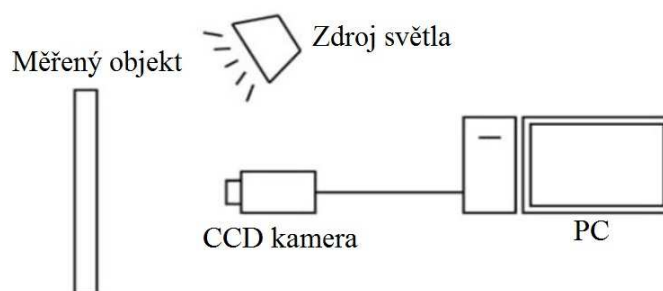
Použitím laserových optických skenerů v praxi pro měření deformací se zabývá například práce [46], která porovnává výsledky měření deformace mostní konstrukce trigonometrickou metodou a laserovým skenováním, nebo dále pak práce [58] zabývající se měřením dynamických deformací mostní konstrukce.

3.3. Zobrazovací metody

Zobrazovací metody využívají všeobecně pro měření topografie, posuvů a deformací různých ploch porovnání mezi jednotlivými digitálními snímky objektu, z jejichž rozdílu je možné při znalosti určitých parametrů měřicího systému určit neznámý tvar, posuny, či deformace daného objektu. V anglické literatuře je tato metoda uváděna jako [2,59-64] „digital image correlation“. Existuje celá řada způsobů využití této metody pro 2D i 3D měření [2,59-64]. V této kapitole bude zjednodušeně popsán princip rozpoznávání posunu určitého bodu na digitálním snímku, bude provedena podrobná teoretická analýza vlastností bezkontaktního systému pro měření převážně průmyslových a inženýrských stavebních konstrukcí a ukázán možný způsob využití pro měření průhybu mostní konstrukce. Dále bude v této kapitole představena metoda použití kamery a projektoru, která spočívá v promítnutí proužků, jejichž intenzita se sinusově mění, na měřený objekt a sejmutí minimálně tří snímků s různým fázovým posunem promítaných proužků. Z těchto tří snímků je možné zjistit přesný tvar měřeného objektu. Pokud tedy tento proces provedeme na konstrukci před deformací a po deformaci, je z rozdílu těchto dvou tvarů možné určit velikosti průhybů, či deformací. Metod, u kterých se využívá projekce určitého vzoru na měřený objekt a jeho následné snímání, existuje celá řada, některé jsou uvedeny například v [60].

3.3.1. Základní princip rozpoznávání posunu bodu

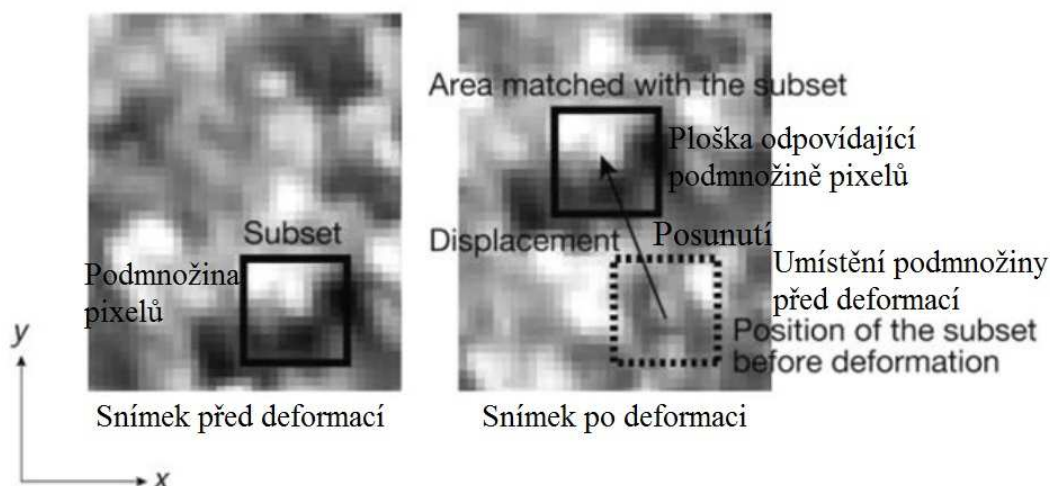
Typický příklad sestavy pro měření zobrazovací metodou je znázorněn na Obr. 54.



Obr. 54 Příklad schématu sestavy pro 2D měření zobrazovací metodou

Povrch objektu je pozorován pomocí CCD kamery s objektivem [63], nejprve je zaznamenán snímek před deformací konstrukce a následně po deformaci konstrukce. Tyto snímky jsou porovnány za účelem zjištění velikosti deformace tak, že algoritmus vyhledává jednotlivé

body na prvním snímku, které odpovídají bodům na druhém snímku. Protože je náročné najít odpovídající si body pouze porovnáváním jednotlivých pixelů, jsou pro porovnávání použity například plošky 20x20 pixelů. Každá tato podmnožina bodů snímku má jedinečné rozdělení intenzity světla, u které se předpokládá, že se v průběhu deformace nemění. Na Obr. 55 je příklad snímků povrchu objektu před a po deformaci.



Obr. 55 Příklad snímků povrchu objektu před a po deformaci [63]

Posun podmnožiny pixelů ze snímku před deformací je nalezen na snímku po deformaci vyhledáním plošky se stejným rozdělením intenzity světla, jako je na zvolené podmnožině pixelů. Jakmile je tato vybraná podmnožina pixelů nalezena na deformovaném snímku, je možné určit velikost posunu. Pro využití tohoto principu je nutné zvolit na povrchu konstrukce plošku, které bude možné odlišit od zbytku povrchu a jejichž posuny budou sledovány, to je možné například připevněním značek na konstrukci (viz. dále body označené LED diodami). Příklady funkcí používaných při porovnávání digitálních snímků jsou vyjádřené vztahy (3.17) a (3.18). První je založen na velikosti rozdílu intenzity světla jednotlivých porovnávaných pixelů podmnožiny [63]

$$R(x, y, x^*, y^*) = \sum |F(x, y) - G(x^*, y^*)| \quad (3.17)$$

a druhý je normalizovaná vzájemná korelace vyjádřená vztahem [63]

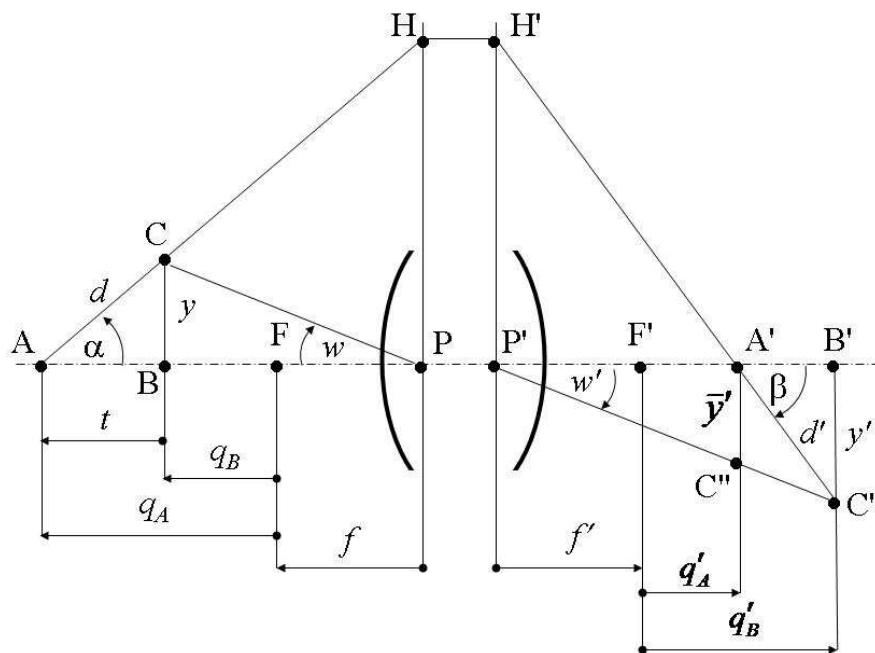
$$C(x, y, x^*, y^*) = \frac{\sum F(x, y) G(x^*, y^*)}{\sqrt{\sum F(x, y)^2 \sum G(x^*, y^*)^2}} \quad (3.18)$$

kde $F(x,y)$ a $G(x^*,y^*)$ jsou hodnoty stupňů šedi jednotlivých pixelů podmnožiny na nedeformovaném a deformovaném snímku, (x,y) a (x^*,y^*) jsou souřadnice pixelů dané podmnožiny před a po deformaci. Symbol Σ vyjadřuje sumu hodnot v dané podmnožině pixelů. Parametry posunu jsou tedy získány v případě vztahu (3.17) hledáním minima funkce $R(x, y, x^*, y^*)$, nebo v případě vztahu (3.18) maxima funkce $C(x, y, x^*, y^*)$.

3.3.2. Teoretická analýza bezkontaktního měřicího systému

3.3.2.1. Zobrazení předmětů ležících v rovině skloněné k optické ose rotačně symetrické optické soustavy

Zabývejme se nyní odvozením vztahu pro ostré zobrazení bodů ležících v předmětovém prostoru na přímce skloněné k optické ose rotačně symetrické ideální optické soustavy, tj. optické soustavy, která nám zobrazuje bod jako bod, přímku jako přímku a rovinu jako rovinu.



Obr.56 Zobrazení předmětů ležících v rovině skloněné k optické ose soustavy

Uvažujme zobrazení dvou různých bodů optickou soustavou Obr.56. Prvním bodem necht' je bod A, který leží na optické ose optické soustavy a ve vzdálenosti q_A od předmětového ohniska F optické soustavy a druhým bodem necht' je bod C, který leží ve vzdálenosti y od

optické osy soustavy a ve vzdálenosti q_B od předmětového ohniska F optické soustavy. F' je obrazové ohnisko optické soustavy. Obrazem bodu A je bod A' a obrazem bodu C je bod C', který se nachází ve vzdálenosti y' od optické osy soustavy. Body P a P' jsou hlavní body optické soustavy. Pro zobrazení optickou soustavou ve vzduchu platí následující vztahy [51]

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{q'}{f'} = \frac{f'}{q}, \quad (3.19)$$

$$qq' = -f'^2, \quad (3.20)$$

kde značí m příčné zvětšení optické soustavy a f' ohniskovou vzdálenost optické soustavy. Význam ostatních veličin je patrný z Obr. 56. Přímka procházející body A a C, nacházejícími se v předmětovém prostoru, svírá s optickou osou soustavy úhel α (α je záporné), pro který platí

$$\tan\alpha = \frac{y}{q_A - q_B}. \quad (3.21)$$

Obdobně přímka procházející body A' a C', nacházejícími se v obrazovém prostoru, svírá s optickou osou soustavy úhel β (β je kladné), pro který platí

$$\tan\beta = \frac{y'}{q'_A - q'_B} = \frac{y'q_Aq_B}{f'^2(q_A - q_B)} = \tan\alpha \frac{q_A}{f'} = \frac{\tan\alpha}{m_A}, \quad (3.22)$$

kde jsme užili vztah (3.20). Označíme-li si nyní $h = \overline{PH}$ a $h' = \overline{P'H'}$, potom podle Obr. 56 platí

$$\tan\alpha = \frac{h}{q_A - f'}, \quad \tan\beta = \frac{h'}{q'_A + f'} = \frac{h'q_A}{f'(q_A - f')}. \quad (3.23)$$

Užitím vztahů (3.22) a (3.23) potom dostáváme

$$\frac{h'q_A}{f'(q_A - f')} = \left(\frac{h}{q_A - f'} \right) \frac{q_A}{f'}$$

a tedy

$$h = h'. \quad (3.24)$$

Můžeme tedy vyslovit následující větu (*Scheimpflugova podmínka*):

Zobrazuje-li optická soustava body ležící na přímce skloněné k optické ose soustavy a procházející osovým bodem předmětu, potom obrazy těchto bodů budou ležet na přímce procházející obrazem osového bodu předmětu, přičemž obě přímky budou protínat hlavní roviny optické soustavy ve stejných výškách.

Aplikujme nyní předcházející vztahy na problematiku triangulačních senzorů [2,64-66]. Předpokládejme, že v obrazové rovině, která je skloněna o úhel β vzhledem k optické ose soustavy se nachází detektor záření (např. CCD maticový senzor), který nám umožňuje změřit vzdálenost $d' = \overline{A'C'} = -y'/\sin\beta$ (d' je kladné a y' je záporné). Chceme-li nyní určit, jaká vzdálenost $t = q_A - q_B$ v předmětovém prostoru odpovídá hodnotě d' na detektoru, budeme postupovat následujícím způsobem. Z rovnice (3.22) dostáváme

$$y'(q_A - t) = t f' \tan\alpha \quad (3.25)$$

a tedy

$$t = \frac{y'q_A}{f' \tan\alpha + y'} = \frac{d'q_A \sin\beta}{d' \sin\beta - f' \tan\alpha} = \frac{d'q_A}{d' - \frac{f'^2}{q_A \cos\beta}}. \quad (3.26)$$

Tato rovnice je základní rovnicí tzv. *triangulační deflektometrické metody*. Veličiny f' , α , β a q_A jsou známy a jsou dány konstrukčními parametry měřicího zařízení. Změřením veličiny d' tj. vzdálenosti obrazu bodu C' od bodu A' pak z předcházející rovnice můžeme vypočítat vzdálenost t .

Užitím vztahu (3.26) dostáváme pro vzdálenost d' následující vztah

$$d' = \left(\frac{f'^2}{q_A \cos\beta} \right) \left(1 - \frac{q_A}{q_B} \right). \quad (3.27)$$

Diferenciací vztahu (3.27) dostáváme

$$\delta d' = \left(\frac{f'^2}{\cos \beta} \right) \frac{\delta q_B}{q_B^2}. \quad (3.28)$$

Vztah (3.28) nám umožňuje vypočítat změnu δd polohy stopy na detektoru odpovídající změně veličiny q_B o hodnotu δq_B . Veličina δq_B je chyba měření triangulačního senzoru. Jestliže tedy určíme polohu stopy na senzoru s přesností $\delta d'$, potom pro chybu měření ze vztahu (3.28) dostáváme

$$\delta q_B = q_B^2 \left(\frac{\cos \beta}{f'^2} \right) \delta d'. \quad (3.29)$$

Při výpočtu parametrů triangulačního senzoru pak postupujeme následujícím způsobem. Volíme hodnoty: q_A , α , d a t . Užitím rovnic (3.22) a (3.26) potom pro určení ohniskové vzdálenosti f' objektivu dostáváme následující rovnici

$$f'^4 + (q_A \tan \alpha)^2 f'^2 - (q_A d')^2 (1 - q_A/t)^2 = 0. \quad (3.30)$$

Jak je z Obr. 56 a vztahu (3.22) patrné, platí

$$d = \overline{AC} = -y/\sin \alpha, \quad d' = \overline{A'C'} = -y'/\sin \beta, \quad \tan \beta = \frac{\tan \alpha}{m_A}, \quad m_B = y'/y \quad (3.31)$$

a tedy

$$\frac{d'}{d} = \frac{y'}{y} \left(\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \right) = m_B \sqrt{\frac{m_A^2 + \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}} = m_B \sqrt{m_A^2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}, \quad (3.32)$$

kde jsme užili vztahy

$$\sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} \quad \text{a} \quad \sin \beta = \frac{\tan \beta}{\sqrt{1 + \tan^2 \beta}}. \quad (3.33)$$

Vztah (3.32) nám tedy v obecném případě umožňuje vypočítat velikost obrazu d' úsečky d skloněné k optické ose soustavy o úhel α . Existují zde dva zvláštní případy, a sice kdy

$\alpha = 0^\circ$ (úsečka d leží na optické ose soustavy) a $\alpha = 90^\circ$ (úsečka d je kolmá na optickou osu soustavy). V prvním případě ze vztahu (3.32) dostáváme

$$\frac{d'}{d} = m_A m_B \quad (\alpha = 0^\circ), \quad (3.34)$$

v druhém případě pak platí

$$\frac{d'}{d} = m_B \quad (\alpha = 90^\circ), \quad (3.35)$$

kde m_A resp. m_B je příčné zvětšení pro bod A resp. B.

Výše uvedená obecná analýza byla provedena pro případ, že při zobrazení byla splněna Scheimpflugova podmínka, tj. detektor záření se nacházel v rovině skloněné k optické ose soustavy o úhel β .

Zabývejme se nyní případem, kdy detekční rovina, v níž leží detektor obrazu, je kolmá na optickou osu soustavy a bude procházet bodem A'. Obrazem bodu C v této rovině bude bod C'', který bude ležet ve vzdálenosti \bar{y}' od optické osy soustavy. Jak je z Obr. 56 patrné, platí

$$\tan w' = -\frac{\bar{y}'}{f' + q'_A} = -\frac{y'}{f' + q'_B}. \quad (3.36)$$

Užitím vztahu (3.19) dostáváme pro vzdálenost \bar{y}' následující vztah

$$\bar{y}' = y' \left(\frac{1 - m_A}{1 - m_B} \right). \quad (3.37)$$

Jak je z Obr. 56 patrné, platí

$$y' = d' \sin \beta. \quad (3.38)$$

Dosadíme-li nyní vztah (3.38) do vztahu (3.37) a užijeme-li vztahy (3.33) a (3.31), dostáváme

$$\bar{y}' = \frac{d'}{\sqrt{1 + (m_A / \tan \alpha)^2}} \left(\frac{1 - m_A}{1 - m_B} \right) = d' e. \quad (3.39)$$

Vztah (3.39) nám udává, jakou velikost \bar{y}' bude mít obraz d' měřené úsečky d v rovině procházející bodem A kolmo na optickou osu soustavy.

Vzhledem k tomu, že se měřený objekt (např. most) bude nacházet ve velké vzdálenosti od měřicího systému (např. CCD kamera), budou absolutní hodnoty $|m_A| \ll 1$ a $|m_B| \ll 1$ a $m_A \approx m_B$ ($m_A = m_B$ pro $\alpha = 90^\circ$). Užitím vztahu (3.19)

$$m_A = \frac{f'}{q_A}, \quad t = -d \cdot \cos \alpha$$

dostáváme pro příčné zvětšení m_B následující vztah

$$m_B = \frac{f'}{q_B} = \frac{f'}{q_A - t} = \frac{f'}{q_A + d \cdot \cos \alpha} = \frac{f'}{\frac{f'}{m_A} + d \cdot \cos \alpha} = \frac{m_A}{1 + \frac{d \cos \alpha}{f'} m_A} \approx m_A - \frac{d \cos \alpha}{f'} m_A^2 \quad (3.40)$$

Veličinu e ve vztahu (3.39) můžeme přibližně vyjádřit ve tvaru

$$e = \frac{1}{\sqrt{1 + (m_A / \tan \alpha)^2}} \left(\frac{1 - m_A}{1 - m_B} \right) \approx \frac{1 - m_A^2}{\sqrt{1 + (m_A / \tan \alpha)^2}} \quad (3.41)$$

a tedy

$$\bar{y}' \approx d' \frac{1 - m_A^2}{\sqrt{1 + (m_A / \tan \alpha)^2}}, \quad (3.42)$$

kde jsme užili přibližný vztah ($m_A \approx m_B$)

$$\left(\frac{1 - m_A}{1 - m_B} \right) \approx (1 - m_A)(1 + m_B) \approx (1 - m_A)(1 + m_A) = (1 - m_A^2), \quad (3.43)$$

Jak je ze vztahu (3.40) patrné, bude hodnota výrazu $e \approx 1$ ($e = 1$ pro $\alpha = 90^\circ$) a chyba měření v rovině kolmé na optickou osu soustavy bude malá. Můžeme tedy, pro v praxi nejčastěji používaný rozsah úhlu $\alpha \in (60^\circ \div 90^\circ)$, položit $\bar{y}' \approx d'$. V tabulce 1 jsou uvedeny hodnoty e

pro různé hodnoty m_A a úhlu α . Veličina $e(m_A, m_B, \alpha)$ představuje první, přesný výraz ve vztahu (3.41), zatímco veličina $e(m_A, \alpha)$ představuje druhý, přibližný výraz ve vztahu (3.41).

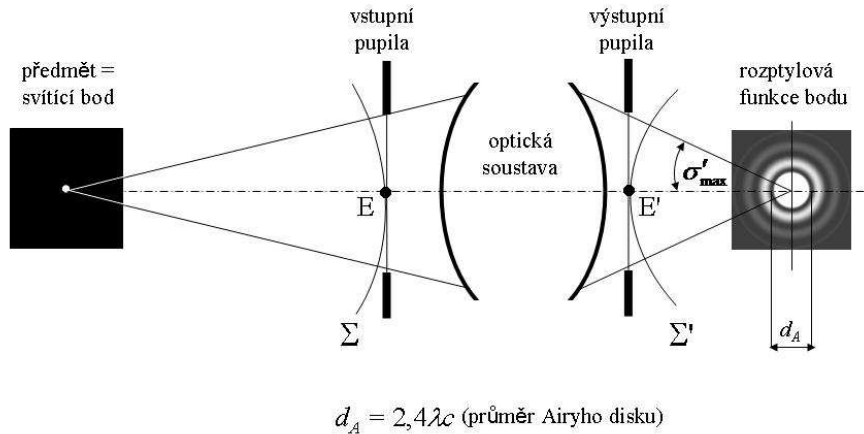
Tabulka 1

$$d=1000 \text{ mm}, f'=100 \text{ mm}$$

m_A	$\alpha_1 [^\circ]$	m_B	$e(m_A, m_B, \alpha_1)$	$e(m_A, \alpha_1)$	$\alpha_2 [^\circ]$	m_B	$e(m_A, m_B, \alpha_2)$	$e(m_A, \alpha_2)$
-0,1	90	-0,1	1	0,990000	80	-0,12101	0,981102	0,989846
-0,05	90	-0,05	1	0,997500	80	-0,05475	0,995454	0,997461
-0,025	90	-0,025	1	0,999375	80	-0,02613	0,998885	0,999365
-0,01	90	-0,01	1	0,999900	80	-0,01018	0,999824	0,999898
-0,005	90	-0,005	1	0,999975	80	-0,00504	0,999956	0,999975
m_A	$\alpha_3 [^\circ]$	m_B	$e(m_A, m_B, \alpha_3)$	$e(m_A, \alpha_3)$	$\alpha_4 [^\circ]$	m_B	$e(m_A, m_B, \alpha_4)$	$e(m_A, \alpha_4)$
-0,1	70	-0,15198	0,954246	0,989345	60	-0,2	0,915143	0,988354
-0,05	70	-0,06031	0,990108	0,997335	60	-0,06667	0,983965	0,997085
-0,025	70	-0,02734	0,997683	0,999334	60	-0,02857	0,996424	0,999271
-0,01	70	-0,01035	0,999643	0,999893	60	-0,01053	0,999463	0,999883
-0,005	70	-0,00509	0,999912	0,999973	60	-0,00513	0,999868	0,999971

Zabývejme se nyní výpočtem ohniskové vzdálenosti objektivu CCD kamery, použité pro měření. Předpokládejme, že CCD senzor bude mít tvar obdélníka a stranách a a b ($a > b$) a čtvercové pixely o velikosti strany p . Dále předpokládejme, že se bod A měřeného předmětu bude nacházet ve vzdálenosti q_A od předmětového ohniska F objektivu (Obr. 56). Předpokládejme dále, že objektiv budeme považovat za fyzikálně dokonalou optickou soustavu (bezaberační objektiv) [51]. Na Obr. 57 je znázorněno zobrazení bodu rotačně

symetrickou optickou soustavou, kde Σ je sférická vlnoplocha vstupující do optické soustavy, Σ' je sférická vlnoplocha vystupující z optické soustavy a σ'_{\max} je aperturní úhel v obrazovém prostoru.



Obr.57 Zobrazení bodu rotačně symetrickou optickou soustavou

Obrazem bodu není bod, ale "ploška" vyznačující se určitým rozdělením energie, tzv. rozptylová funkce bodu. Průměr centrální části rozptylové funkce, kde je soustředěno přibližně 84% energie vystupující z optické soustavy, je tzv. Airyho disk (Obr. 57). Jak je známo z teorie optického zobrazení [51], je průměr d_A Airyho disku roven

$$d_A = 2,4 \lambda c, \quad (3.44)$$

kde $c = 1/2 \sin \sigma'_{\max}$ je clonové číslo optické soustavy a λ je vlnová délka světla.

Nyní si vypočítáme ohniskovou vzdálenost f' objektivu. Předpokládejme, že známe vzdálenost $L = 2d$ dvou bodů, jejichž posun chceme měřit. Nechť bod A je střední bod této úsečky (měřeného předmětu) a nachází se ve vzdálenosti q_A od předmětového ohniska F objektivu (Obr. 56). Užitím vztahu (3.19) dostáváme

$$m_A = \frac{f'}{q_A} \approx \frac{\bar{y}'}{d} \text{ a tedy } f' = q_A m_A = \left(\frac{q_A}{d} \right) \bar{y}'. \quad (3.45)$$

Požadujeme např., aby jedna polovina zobrazované úsečky délky $L = 2d$ zaujímala na CCD senzoru délku $\bar{y}' = a/3$, tj. obraz celé úsečky pak měl délku $L' = 2\bar{y}' = (2/3)a$. Dosazením do vztahu (3.45) pak pro ohniskovou vzdálenost objektivu dostáváme

$$f' = \left(\frac{q_A}{d}\right)\bar{y}' = \left(\frac{q_A}{3d}\right)a. \quad (3.46)$$

Vztahy (3.44), (3.45) resp. (3.46) nám umožňují vypočítat clonové číslo a ohniskovou vzdálenost objektivu.

Při výpočtu parametrů měřicího systému můžeme např. postupovat následujícím způsobem:

- 1) zvolíme si rozsah vzdáleností $|q_A| \in (|q_{A\min}| \div |q_{A\max}|)$ měřeného objektu v jakém má měřicí systém fungovat
- 2) zvolíme si objektiv mající ohniskovou vzdálenost $f' \in (f'_{\min} \div f'_{\max})$, tak, aby byl splněn vztah $|m_A| = f'_{\min}/|q_{A\min}| = f'_{\max}/|q_{A\max}|$, kde m_A je příčné zvětšení objektivu. Tato podmínka zaručuje, že obraz určité úsečky na měřeném objektu bude na CCD senzoru stále stejně veliký a to pro všechny vzdálenosti měřeného objektu $|q_A| \in (|q_{A\min}| \div |q_{A\max}|)$. Je-li c clonové číslo námi vybraného objektivu, potom průměr Airyho disku určíme ze vztahu (3.44), platí: $d_A = 2.4\lambda c$.
- 3) zvolíme si požadovanou přesnost měření δl na měřeném objektu a vypočítáme si velikost obrazu $\delta l' = |m_A|\delta l$ úsečky δl na CCD senzoru. CCD senzor pak vybereme takový, jehož pixel bude mít stranu přibližně o velikosti $p = \delta l'$.
- 4) Je-li splněna podmínka $d_A = p$, potom vzdálenost obrazů dvou bodů předmětu na CCD senzoru určíme jednoduše jako počet pixelů mezi těmito dvěma obrazy. Není-li tato podmínka splněna $d_A \neq p$, potom musíme vzdálenost obrazů dvou bodů předmětu na CCD senzoru určit jako vzdálenost maxim rozptylové funkce příslušející těmto dvěma bodům.

V případě, že nevíme, v jaké vzdálenosti od měřeného objektu se nacházíme, pak postupujeme tím způsobem, že na měřeném objektu si umístíme dvě značky (např. dvě svítící LED) jejichž vzájemnou vzdálenost g si změříme. Pak nastavíme objektiv na nějakou hodnotu

ohniskové vzdálenosti např. f'_0 a změříme vzájemnou vzdálenost obrazů těchto značek na CCD senzoru, necht' je to např. hodnota g' . Pro příčné zvětšení m_0 pak platí: $|m_0| = g'/g$. Pro vzdálenost q_A měřeného objektu od předmětového ohniska objektivu pak platí: $|q_A| = f'_0|m_0|$. Daný problém je tím řešen.

Přesnost měření ovlivňuje také teplota prostředí, ve kterém měření probíhá. Provádíme-li měření v určitém časovém intervalu (např. několika hodin, dnů apod.), pravděpodobně dojde i ke změně teploty (např. v průběhu dne apod.). To bude mít za následek změnu délky měřeného úseku v důsledku teplotní roztažnosti měřeného objektu. Jeli L_0 délka měřeného úseku při teplotě t_0 a L délka měřeného úseku při teplotě t , potom platí

$$\Delta L = L - L_0 = L_0\alpha(t - t_0) = L_0\alpha\Delta t, \quad (3.47)$$

kde α je součinitel délkové roztažnosti materiálu. Pro beton je $\alpha_{beton} \approx 10 \cdot 10^{-6} [K^{-1}]$ a pro ocel $\alpha_{ocel} \approx 12 \cdot 10^{-6} [K^{-1}]$. Např. pro vzdálenost $L = 2000$ mm dvou značek na betonové konstrukci dojde při změně teploty o $\Delta t = 20^\circ$ k prodloužení této vzdálenosti o hodnotu $\Delta L = 0.4$ mm. Požadujeme-li např. přesnost měření 1 mm, můžeme chybu vzniklou teplotní roztažností měřeného objektu v prvním přiblížení zanedbat.

3.3.2.2. Příklad výpočtu parametrů měřicího systému

Ukažme si nyní na příkladu výpočet základních parametrů zařízení pro měření deformací např. mostních konstrukcí apod. Předpokládejme, že vzdálenost dvou bodů (např. dvou svítících LED) na měřeném objektu je $L = 2d$.

1. zvolíme si rozsah vzdáleností $|q_A| \in (25 \text{ m} \div 100 \text{ m})$ měřeného objektu
2. Jako objektiv + tělo fotoaparátu si můžeme zvolit např.:
objektiv Canon EF 100-400mm f/4,5-5,6L IS USM + tělo Canon EOS 5DS (50,6Mpx o velikosti pixelu $4 \mu\text{m} \times 4 \mu\text{m}$):

$$|m_A|_{Canon} = f'_{\max} / |q_{A\max}| = 0.4/100 = 0.004$$

nebo objektivy:

Tamron 150-600mm f/5,0-6.3 Di VC USD,

Sigma 150-600mm f/5,0-6,3 DG OS HSM

+ tělo Canon EOS 5DS (50,6Mpx o velikosti $4\mu\text{m} \times 4\mu\text{m}$):

$$|m_A|_{\text{Tamron, Sigma}} = f'_{\text{max}} / |q_{A \text{ max}}| = 0.6 / 100 = 0.006$$

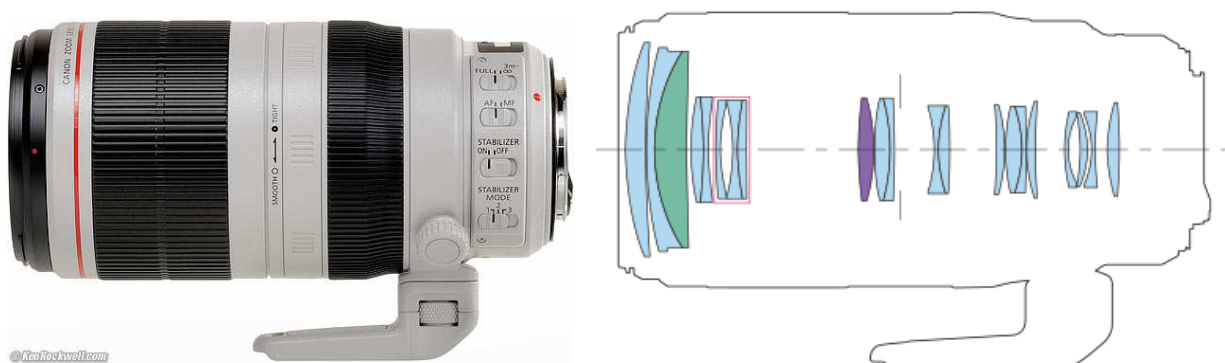
3. zvolíme si požadovanou přesnost měření např. $\delta l = 1 \text{ mm}$ na měřeném objektu a vypočítáme si velikost obrazu $\delta l' = |m_A| \delta l$ úsečky δl na CCD senzoru.

$$\delta l'_{\text{Canon}} = 0.004 \text{ mm}, \quad \delta l'_{\text{Tamron, Sigma}} = 0.006 \text{ mm}$$

CCD senzor pak vybereme takový, jehož pixel bude mít stranu o velikosti $p = \delta l'$.

4. Abychom snížili vliv aberací objektivu co nejvíce, můžeme zaclonit objektiv na clonové číslo $c = 8 \div 11$. Pro průměr Airyho disku pak, pro vlnovou délku $\lambda = 0,00055 \text{ mm}$ dostáváme: $d_A(c = 8) = 0,0106 \text{ mm}$ a $d_A(c = 11) = 0,0145 \text{ mm}$. Toto jsou hodnoty větší, než je velikost pixelu ($4\mu\text{m} \times 4\mu\text{m}$) těla Canon EOS 5DS a tedy polohu maxima rozptylové funkce na CCD senzoru musíme najít pomocí vhodného software, kde je možno snadno dosáhnout subpixelovou přesnost v určení polohy tohoto maxima a to i s ohledem na zkreslení objektivu.

Na Obr. 58 a Obr. 59 jsou obrázky objektivu Canon EF 100-400mm f/4,5-5,6L IS USM, jeho optické soustavy a těla fotoaparátu Canon EOS 5DS

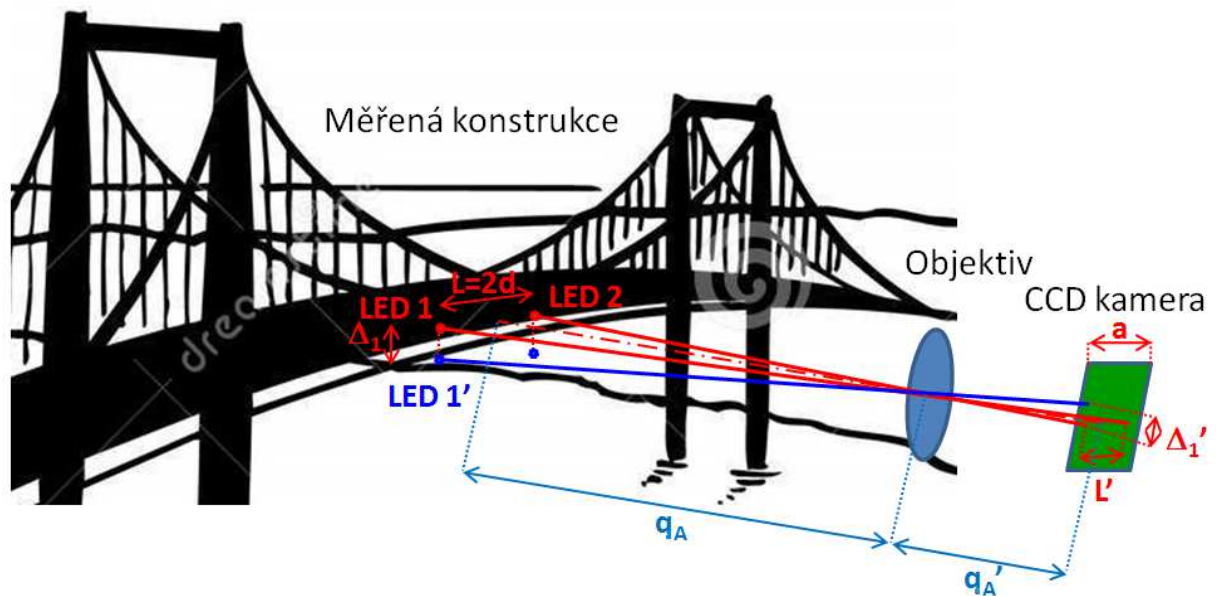


Obr.58 Objektiv Canon EF 100-400mm f/4,5-5,6L IS USM



Obr.59 Tělo fotoaparátu Canon EOS 5DS

Situace měření průhybů mostní konstrukce je znázorněna na Obr. 60.



Obr. 60 Schéma měření průhybu mostní konstrukce

Na konstrukci jsou ve známé vzdálenosti $L = 2d = 1000\text{mm}$ umístěny vysocí svítivé LED diody (LED 1 a LED 2 na Obr. 60). Takto rozmístěné světelné body jsou pozorovány ze vzdálenosti $|q_A| \in (25\text{ m} \div 100\text{ m})$ od předmětového ohniska objektivu Canon EF 100-400mm f/4,5-5,6L IS USM s tělem Canon EOS 5DS s čipem CMOS o rozlišení 8688×5792 pixelů

s velikostí pixelu $4\mu m \times 4\mu m$. CCD senzor je umístěn ve vzdálenosti q_A' od obrazového ohniska objektivu $f' \in (100mm \div 400mm)$.

Zvětšení objektivu je $|m_A|_{Canon} = f'_{max} / |q_{Amax}| = 0.4/100 = 0.004$. Vzdálenost mezi LED diodami $L = 1000mm$ se tedy na CMOS čip promítne, jako vzdálenost $L' = |m_A|_{Canon} \times L = 0,004 \times 1000 = 4mm$.

Situaci takto zaznamenáme do prvního snímku. Po zatížení mostu zaznamenáme situaci do druhého snímku. Porovnáním těchto dvou snímků metodami uvedenými v kapitole (3.3.1) zjistíme, že velikost obrazu posunu je např. $\Delta'_1 = 20 \mu m$. Skutečný posun se pak jednoduše spočte z příčného zvětšení jako $\Delta_1 = \frac{\Delta'_1}{|m_A|_{Canon}} = \frac{0,02}{0,004} = 5mm$. Přesnost metody je v tomto případě $\delta = \frac{p}{|m_A|_{Canon}} = \frac{4 \mu m}{0,004} = 1 mm$

3.3.3. Metoda projekce proužků se sinusovým průběhem intenzity na měřenou plochu

Tato v dnešní době často používaná metoda využívá fázového posunu množiny sinusoidálních vzorů promítaných na měřený objekt (Obr. 61 a Obr. 62). Při využití tří sinusoidálních vzorů budou intenzity každého pixelu o souřadnicích (x,y) charakterizovány [60]

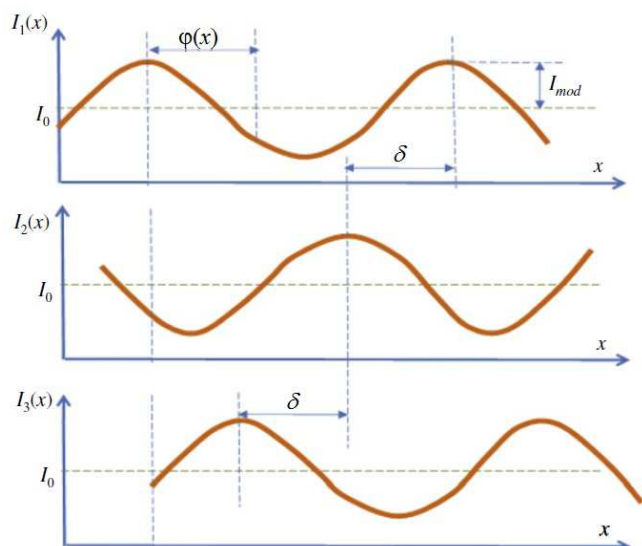
$$I_1(x, y) = I_0(x, y) + I_{mod}(x, y) \cos(\varphi(x, y) - \delta), \quad (3.48a)$$

$$I_2(x, y) = I_0(x, y) + I_{mod}(x, y) \cos(\varphi(x, y)), \quad (3.48b)$$

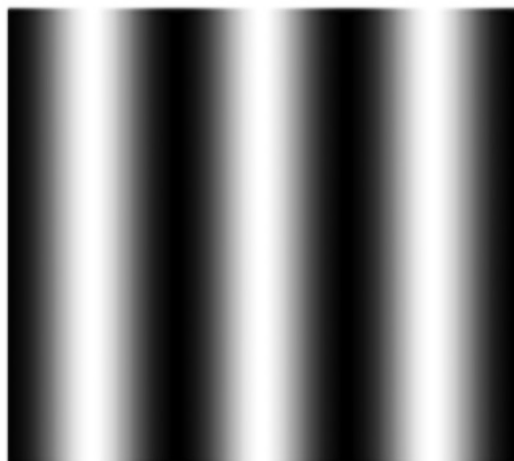
$$I_3(x, y) = I_0(x, y) + I_{mod}(x, y) \cos(\varphi(x, y) + \delta), \quad (3.48c)$$

kde $I_1(x, y)$, $I_2(x, y)$ a $I_3(x, y)$ jsou intenzity tří promítnutých sinusoidálních vzorů v bodě (x, y) , $I_0(x, y)$ je konstantní hodnota intenzity získaná vlivem pozadí, $I_{mod}(x, y)$ je amplituda modulované intenzity, $\varphi(x, y)$ je fáze a $\delta = 2/3\pi$ je fázový posun pro tři vzory. Informace o fázi je pak dána vztahem [60]

$$\varphi' = \arctan \left[\sqrt{3} \frac{I_1(x,y) - I_3(x,y)}{2I_2(x,y) - I_1(x,y) - I_3(x,y)} \right], \quad (3.49)$$



Obr. 61 Průběhy tří fázově posunutých sinusoidálních vzorů [60]

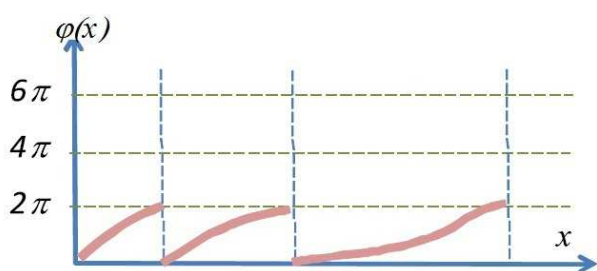


Obr. 62 Příklad promítaného vzoru [60]

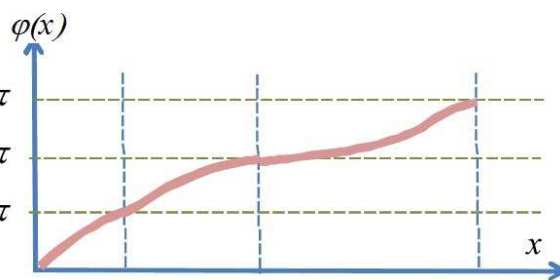
Funkce arctan je pro násobky 2π nespojitá, odstranění vlivu nespojitosti (unwrapping) provedeme přičtením násobků 2π (Obr. 63 a Obr. 64)

$$\varphi = \varphi' + 2k\pi, \quad (3.50)$$

kde k je celé číslo označující projekční periodu.



Obr. 63 Vliv nespojitosti funkce arctan pro násobky 2π [60]



Obr. 64 Odstranění vlivu nespojitosti funkce arctan pro násobky 2π (unwrapping) [60]

Je důležité poznamenat, že unwrapping nám poskytuje pouze relativní informace o fázi. Abychom byli schopni určit 3D souřadnice (x, y, z) neznámého povrchu je nutné znát rozdíl

mezi fází zjištěné na referenční rovině a fází zjištěné při měření tohoto neznámého povrchu [60,65].

3.3.4. Příklady využití zobrazovacích metod v praxi

Zobrazovací metody nacházejí využití ve stavebnictví [62,63,75], kde například práce [62,63] se zabývají měřením deformací při statickém zatěžování mostních konstrukcí a [75] měřením deformací při dynamických zatíženích. Dalšími odvětvími jsou například zdravotnictví (stomatologie, plastická chirurgie), automobilový a strojírenský průmysl [60].

3.4. Reflektometrické metody

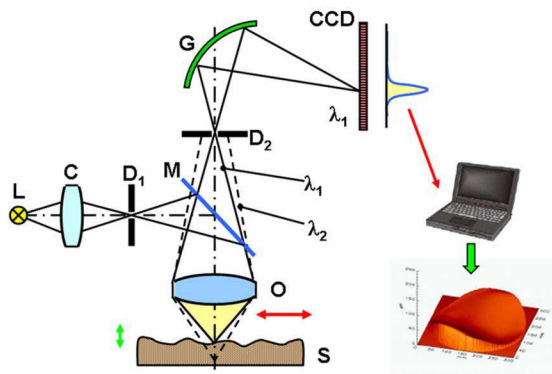
Reflektometrickými metodami měření rozumíme metody, kterými jsou deformace zjišťovány analýzou světelného záření odraženého od měřeného povrchu v jeho určitém bodě. Další možností je umístění množství světelných zdrojů s větší koherenční délkou (postačí laserové LED diody) v určité síti bodů na měřené konstrukci a sledování posunů jejich světelných stop. V této kapitole bude nejprve popsán princip funkce chromatického senzoru a uvedeny jeho možné parametry, dále pak bude podrobněji provedena analýza metody měření natočení v jednotlivých bodech konstrukce, ze kterého pak lze určit průhybovou funkci.

3.4.1. Chromatický senzor

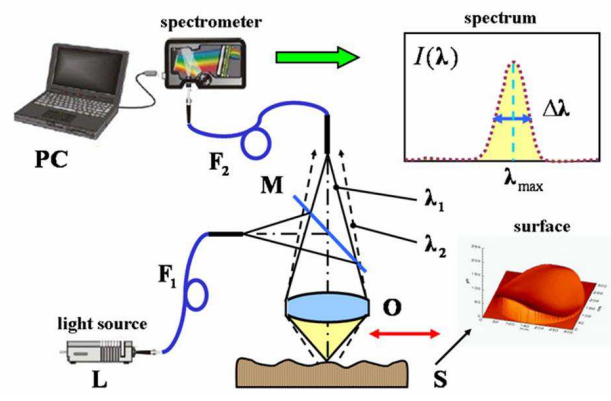
3.4.1.1. Základní princip

Chromatický konfokální senzor [78] využívá pro měření vzdálenosti disperze optických materiálů, ze kterých jsou vyrobeny prvky optických soustav (čočky, hranoly). Z geometrické optiky [51] je známo, že poloha místa, do kterého je světlo soustředěno, závisí krom jiného na vlnové délce světla. Tento jev se nazývá chromatická aberace optické soustavy a je na něm založen princip chromatického konfokálního senzoru (Obr. 65). Polychromatické světlo vyzařované ze zdroje L je kondenzorem C soustředěno do malého otvoru ve clonce D_1 . Dále se pak světlo odráží od částečně propustného zrcadla M a je objektivem O, který se vyznačuje velmi velkou podélnou chromatickou aberací, soustředěno na měřený předmět. V obrazové rovině objektivu O je umístěna clonka D_2 s malým otvorem, kterým projde pouze vlnová délka světelného záření λ_1 , která byla objektivem O soustředěna přesně na povrch měřeného předmětu. Světlo o vlnové délce λ_2 soustředěné mimo měřený povrch je clonkou D_2 odcloněno, protože neprojde jejím malým otvorem. Za clonkou D_2 je umístěna například

konkávní difrakční mřížka G, která prošlé světlo o vlnové délce λ_1 soustředí na CCD senzor. Světlo s různými vlnovými délkami je soustředěno difrakční mřížkou G do různých míst a podle polohy světelné stopy na CCD senzoru jsme schopni zjistit měřenou vzdálenost. Měřením vzdálenosti k neznámé ploše v husté síti bodů zjistíme pro každý bod souřadnice (x,y,z) a pomocí počítače můžeme snadno zrekonstruovat tvar měřeného povrchu.



Obr. 65 Princip funkce chromatického konfokálního senzoru [78]



Obr. 66 Praktická realizace měření chromatickým konfokálním senzorem [78]

Schéma praktické realizace pro měření chromatickým konfokálním senzorem je na Obr. 66. Světlo vyzařující ze světelného zdroje je zavedeno do multimódového optického vlákna F_1 , jehož výstup považujeme za bodový zdroj světla. Světlo odražené od měřeného povrchu je objektivem O soustředěno do druhého optického vlákna F_2 , jehož výstup je zaveden do komerčně dostupného spektrometru. Výstupem ze spektrometru je rozptylová funkce soustavy o pološířce $\Delta\lambda$ s maximem λ_{\max} .

3.4.1.2. Komerčně vyráběné chromatické senzory

Vybrané parametry konfokálních senzorů výrobců Micro-Epsilon a STIL [79,80]:

Výrobce a model	Micro-Epsilon IFS 2405-10	STIL Initial 12 CL5/MG35
Měřicí rozsah	10 mm	12 mm
Začátek měřicího rozsahu	asi 50 mm	29 mm
Průměr měřicí stopy	16 μm	16,5 μm
Maximální úhel odklonu od normály	$\pm 17^\circ$	$\pm 14^\circ$
Rozlišení	60 nm	400 nm
Přesnost	neuveдена	900 nm



Obr. 67 Chromatický konfokální senzor společnosti Micro-Epsilon [79]



Obr. 68 Sestava pro měření společnosti STIL [80]

3.4.2. Bezkontaktní optická metoda měření průhybu a deformací mostních konstrukcí

3.4.2.1. Princip měřicí metody

Popišme si nyní základní princip námi navrhované metody pro měření průhybu velkých nosníků a mostních konstrukcí. Uvažujme optický systém složený z řady dělicích hranolů nebo dělicích destiček (Obr. 69 a Obr. 70), který nám rozdělí světelný svazek vycházející ze zdroje světla na N dílčích svazků. Požadujeme dále, aby intenzita světla všech dílčích svazků byla stejná. Tato podmínka bude splněna, budou-li odrazivosti jednotlivých hranolů nebo

destiček různé. Jednoduchým výpočtem lze ukázat, že pro splnění výše uvedené podmínky musí odrazivost R_i i -tého hranolu nebo destičky splňovat následující vztah

$$R_i = \frac{1}{N - i + 1}, \quad (3.51)$$

kde N je počet dělících hranolů nebo destiček a $i = 1, 2, \dots, N$. Pro $i = N$ pak ze vztahu (3.51) dostáváme $R_N = 1$.

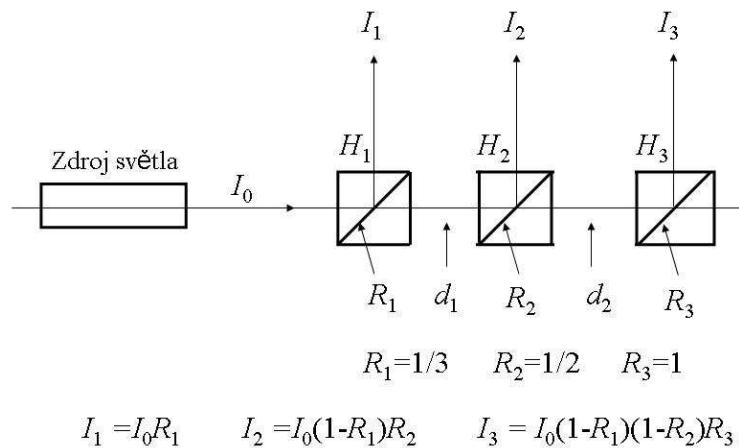
Pro intenzitu I_i svazku světla odraženého od i -tého hranolu nebo destičky platí

$$I_i = I_0 R_i \prod_{k=1}^{i-1} (1 - R_k), \quad (3.52)$$

kde I_0 je intenzita světla vycházející ze zdroje světla. Dosadíme-li vztah (3.51) do vztahu (3.52) vidíme, že intenzita světla odraženého od jednotlivých hranolů nebo destiček je stejná (konstantní), tedy $I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_N = I_0 / N$. V tabulce 2 jsou uvedeny odrazivosti jednotlivých hranolů nebo destiček a to pro různé hodnoty N .

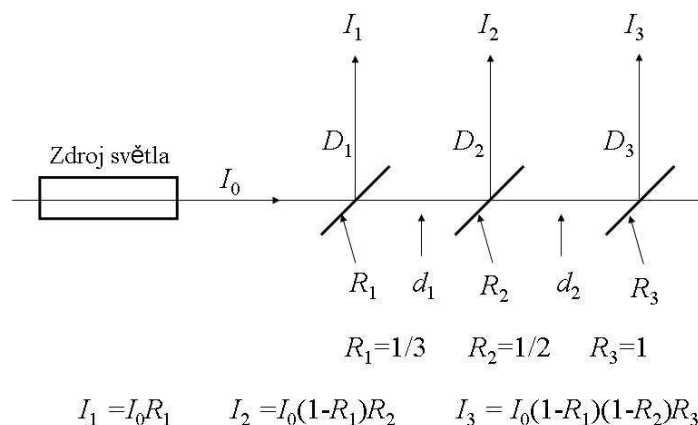
Tabulka 2

Počet hranolů N	Odrazivost									
	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	R_{10}
3	0,333	0,5	1							
4	0,25	0,333	0,5	1						
5	0,2	0,25	0,333	0,5	1					
6	0,167	0,2	0,25	0,333	0,5	1				
7	0,143	0,167	0,2	0,25	0,333	0,5	1			
8	0,125	0,143	0,167	0,2	0,25	0,333	0,5	1		
9	0,111	0,125	0,143	0,167	0,2	0,25	0,333	0,5	1	
10	0,1	0,111	0,125	0,143	0,167	0,2	0,25	0,333	0,5	1



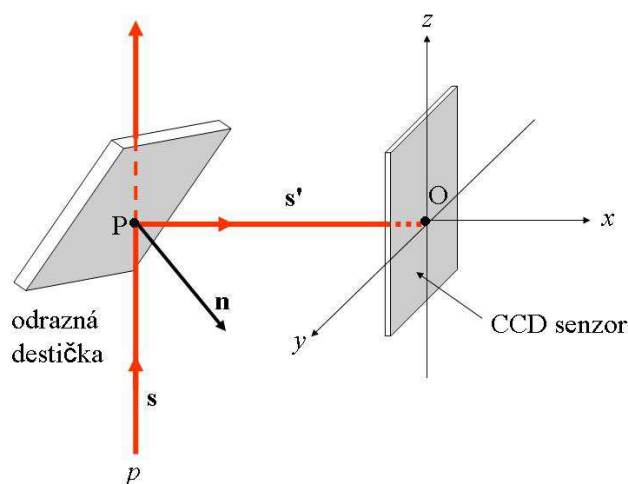
Obr.69 Příklad optického systému složeného ze tří dělicích hranolů

Na Obr. 69 je znázorněna jedna z možných realizací tohoto optického systému pro $N = 3$, kde H_i značí i -tý dělicí optický hranol, I_0 je intenzita světla vystupující ze zdroje světla (laser, laserová dioda apod.) a I_i je intenzita světla vystupující z i -tého dělicího hranolu. Jsou-li odrazivosti jednotlivých hranolů voleny podle vztahu (1), potom platí, že $I_1 = I_2 = I_3 = I_0/3$. Veličiny d_1 a d_2 pak značí vzdálenosti mezi jednotlivými dělicími hranoly. Hranoly jsou volně uloženy v prostoru podél jim společné přímky, kterou je osa světelného svazku vycházejícího ze zdroje světla. Stejné schéma bude i pro případ, že místo hranolů budou použity destičky ze skla nebo jiného materiálu (např. křemen – malá teplotní roztažnost) a které mají stejnou odrazivost, jako mají hranoly. Na Obr. 70 je znázorněno schéma optického systému s destičkami, kde D_i značí i -tou dělicí destičku.



Obr.70 Příklad optického systému složeného ze tří dělicích destiček

Ukažme si nyní použití výše uvedeného optického systému na případě měření průhybu nějakého objektu (nosníku, mostu apod). Na Obr. 71 je znázorněno schéma detektoru stopy světelného svazku. Detektor (detekční hlavice) je složen z jedné částečně odrazné destičky, která se nachází před detektorem světelné stopy. Odrazná destička a detektor světelné stopy jsou spolu pevně spojeny tak, aby se jejich vzájemná poloha neměnila. Jako detektor světelné stopy může být použita např. levná CCD kamera bez objektivu. Paprsek světla p vycházející ze zdroje záření (laser, laserová dioda apod.) je určen směrovým vektorem s a protíná destičku v bodě P. Sklon odrazné destičky je určen vektorem normály n . Paprsek odražený od destičky má směrový vektor s' a protíná CCD senzor obecně v bodě S, který má vzhledem k lokální souřadné soustavě senzoru s počátkem v bodě O, souřadnice (y_s, z_s) . Na Obr. 71 je znázorněna situace v tzv. základní poloze (nenatočený stav), kdy vektor s' a protíná CCD v bodě O. Dojde-li k pootočení detekční hlavice, potom se průsečík odraženého paprsku s rovinou CCD senzoru posune do jiného místa na CCD senzoru vzhledem k jeho poloze v nenatočeném stavu. Souřadnice tohoto nového bodu můžeme snadno zjistit s vysokou přesností (např. s přesností jednoho pixelu a lepší) a pomocí nich pak můžeme určit úhel natočení detekční hlavice vzhledem k jejímu původnímu (nenatočenému) stavu. Z úhlu natočení pak můžeme určit průhyb měřeného objektu (nosníku, mostu apod.) v místě, kde je detekční hlavice umístěna. Rozmístíme-li na určitém úseku měřeného objektu řadu těchto hlavic, pak můžeme určit průhyb měřeného objektu na tomto úseku a to ne jen při statickém zatížení, ale i při dynamickém zatížení, kdy se průhyb měřeného objektu rychle mění s časem (např. při průjezdu nákladního automobilu po mostě apod.).



Obr.71 Schéma detekční hlavice

Abychom si určili, o jakou hodnotu se posune stopa paprsku na senzoru při naklopení detekční hlavice o úhel φ kolem přímky jdoucí bodem P a mající směrový vektor \mathbf{b} budeme postupovat následujícím způsobem. Nejdříve si určíme změnu vektoru normály \mathbf{n} v důsledku rotace hlavice a pak se zákona odrazu určíme směrový vektor \mathbf{s}' paprsku odraženého od pootočené destičky a následně pak jeho průsečík s rovinou CCD senzoru.

Jak je známo z matematiky [52], pro rotaci vektoru \mathbf{a}_0 o úhel φ kolem osy dané vektorem \mathbf{b} platí

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 \cos \varphi + \mathbf{b}(\mathbf{b}\mathbf{a}_0)(1 - \cos \varphi) + (\mathbf{b} \times \mathbf{a}_0) \sin \varphi, \quad (3.53)$$

kde \mathbf{a} je pootočený vektor. Použijme nyní tento vztah pro určení nového (pootočeného) vektoru normály k destičce, platí tedy

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}_0 \cos \varphi + \mathbf{b}(\mathbf{b}\mathbf{n}_0)(1 - \cos \varphi) + (\mathbf{b} \times \mathbf{n}_0) \sin \varphi, \quad (3.54)$$

kde \mathbf{n}_0 je vektor normály destičky v počáteční (nenatočené) poloze a \mathbf{n} je vektor normály destičky po jejím pootočení o úhel φ . Pomocí zákona odrazu [51]

$$\mathbf{s}' = \mathbf{s} - 2\mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{s}) \quad (3.55)$$

pak určíme směrový vektor \mathbf{s}' paprsku odraženého na pootočené destičce. Je-li \mathbf{d}_0 směrový vektor normály k CCD senzoru v původní (nenatočené) poloze, potom se tento vektor, v důsledku pootočení, změní na vektor \mathbf{d} , který určíme ze vztahu

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_0 \cos \varphi + \mathbf{b}(\mathbf{b}\mathbf{d}_0)(1 - \cos \varphi) + (\mathbf{b} \times \mathbf{d}_0) \sin \varphi \quad (3.56)$$

Nyní již můžeme určit úhel β mezi tímto vektorem a vektorem \mathbf{s}' odraženého paprsku, platí

$$\cos \beta = \mathbf{d}\mathbf{s}'. \quad (3.57)$$

Za předpokladu, že osa otáčení prochází bodem P tj. bod P leží na průhybové čáře (detekční hlavice je umístěna na boční straně nosníku Obr. 71) pak pro velikost δ posunu stopy svazku na CCD senzoru pak platí

$$\delta = L \operatorname{tg} \beta, \quad (3.58)$$

kde $L = \overline{PO}$ je vzdálenost středu destičky od středu CCD senzoru.

V praxi je nejdůležitější případ, kdy je odrazná destička v původním (neotočeném) stavu skloněna o úhel $\varepsilon_0 = 45^\circ$ vůči paprsku laseru, pak můžeme její normálový vektor zapsat ve tvaru $\mathbf{n}_0 = (\cos \varepsilon_0, 0, -\sin \varepsilon_0)$. Uvažujeme-li směrový vektor osy otáčení detektoru $\mathbf{b} = (1, 0, 0)$, směrový vektor laserového paprsku $\mathbf{s} = (0, 0, 1)$ a vektor normály k CCD senzoru $\mathbf{d}_0 = (1, 0, 0)$. Otočí-li se nyní detekční hlavice o úhel φ kolem osy mající směrový vektor \mathbf{b} , pak užitím vztahu (3.54) dostáváme pro otočený vektor normály \mathbf{n} vztah

$$\mathbf{n} = (\cos \varepsilon_0, \sin \varepsilon_0 \sin \varphi, -\sin \varepsilon_0 \cos \varphi). \quad (3.59)$$

Dosazením vztahu (3.59) do vztahu (3.55) pak dostaneme pro směrový vektor \mathbf{s}' paprsku odraženého od destičky vztah

$$\mathbf{s}' = (\sin 2\varepsilon_0 \cos \varphi, \sin^2 \varepsilon_0 \sin 2\varphi, 1 - \sin 2\varepsilon_0 \cos^2 \varphi). \quad (3.60)$$

Dále pak dosazením vztahu (3.59) do vztahu (3.56) obdržíme

$$\mathbf{d} = \mathbf{b} = (1, 0, 0). \quad (3.61)$$

Dosaďme nyní vztahy (3.60) a (3.61) do vztahu (3.57), dostáváme

$$\cos \beta = \cos \varphi, \quad (3.62)$$

tedy

$$\beta = \varphi. \quad (3.63)$$

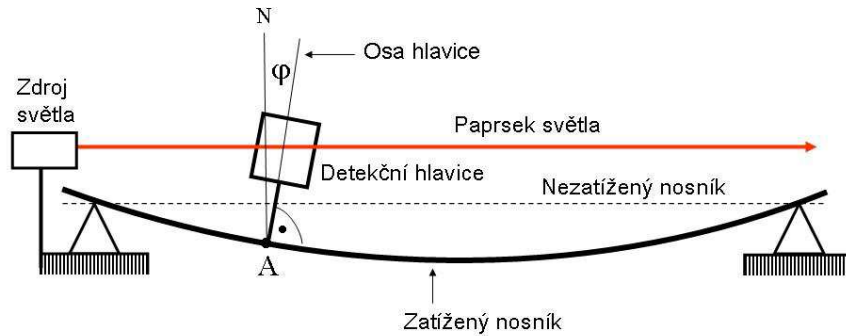
Vztah (6) má pak tvar

$$\delta = L \operatorname{tg} \varphi. \quad (3.64)$$

Změříme-li tedy posun δ stopy paprsku na CCD senzoru, můžeme ze vztahu (3.64) vypočítat veličinu $\operatorname{tg} \varphi$, pomocí které pak můžeme určit průhyb nosníku (mostu apod.).

Na Obr. 72 je uvedeno principiální schéma měření průhybu nosníku (nebo mostu) uloženého na dvou podporách. Zdroj světla je umístěn mimo měřený nosník, aby jeho poloha nebyla ovlivněna průhybem nosníku. Paprsek světla vycházející ze zdroje světla je tedy pevná přímka v prostoru, jejíž poloha a směr nezávisí na průhybu nosníku. Detekční hlavice je upevněna v bodě A kolmo k měřenému nosníku a její osa svírá úhel φ (úhel otočení hlavice)

s normálou N k nezatíženému nosníku. Detekční hlavice se v důsledku prohnutí nosníku otáčí kolem osy procházející bodem A a kolmé na rovinu obrázku.



Obr.72 Měření průhybu nosníku

Jak je známo z teorie pružnosti a pevnosti, je úhel sklonu průhybové čáry dán vztahem

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dw}{ds} \approx \frac{dw}{dz}, \quad (3.65)$$

kde w značí průhyb a ds je element oblouku průhybové čáry a z je z -tová souřadnice (směr paprsku světla). Změříme-li tedy úhel φ pro řadu hodnot souřadnice z , pak můžeme průhyb w_k měřeného nosníku, v místě daném souřadnicí z_k , vypočítat integrací vztahu (3.65), platí

$$w_k = C + \int_{z=z_1}^{z=z_k} \operatorname{tg} \varphi \, dz \approx C + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{n=k} [(\operatorname{tg} \varphi)_{n+1} + (\operatorname{tg} \varphi)_n] \Delta z, \quad (3.66)$$

kde C je konstanta. Daný problém, tj. určení průhybu nosníku, je tím řešen.

3.4.2.2. Příklad

Jako příklad si uvedeme výpočet posunutí stopy paprsku na CCD senzoru. Volme pro jednoduchost polohu detekční hlavice vzhledem k průhybové čáře tak, že bod P (Obr. 71) leží na průhybové čáře (detekční hlavice je umístěna na boční straně nosníku Obr. 71) a CCD senzor se nachází ve vzdálenosti $L = \overline{PO} = 50 \text{ mm}$. Předpokládejme dále, že úhel otočení $\varphi = 1^\circ$ a odrazná destička je skloněna o úhel 45° vzhledem k paprsku. Vektor normály neotočené odrazné destičky je tedy $\mathbf{n}_0 = (\cos 45^\circ, 0, -\sin 45^\circ)$, směrový vektor osy otočení je $\mathbf{b} = (1, 0, 0)$, směrový vektor neotočené normály k CCD senzoru je $\mathbf{d}_0 = (1, 0, 0)$ a směrový

vektor paprsku dopadajícího na destičku je $\mathbf{s} = (0, 0, 1)$. Užitím vztahů (3.54) až (3.58) dostáváme:

$$\mathbf{n} = (0.7071, 0.0123, -0.7070), \quad \mathbf{s}' = (0.9998, 0.0174, 0.0003), \quad \beta = 1^\circ, \quad \delta = 0.8728 \text{ mm}.$$

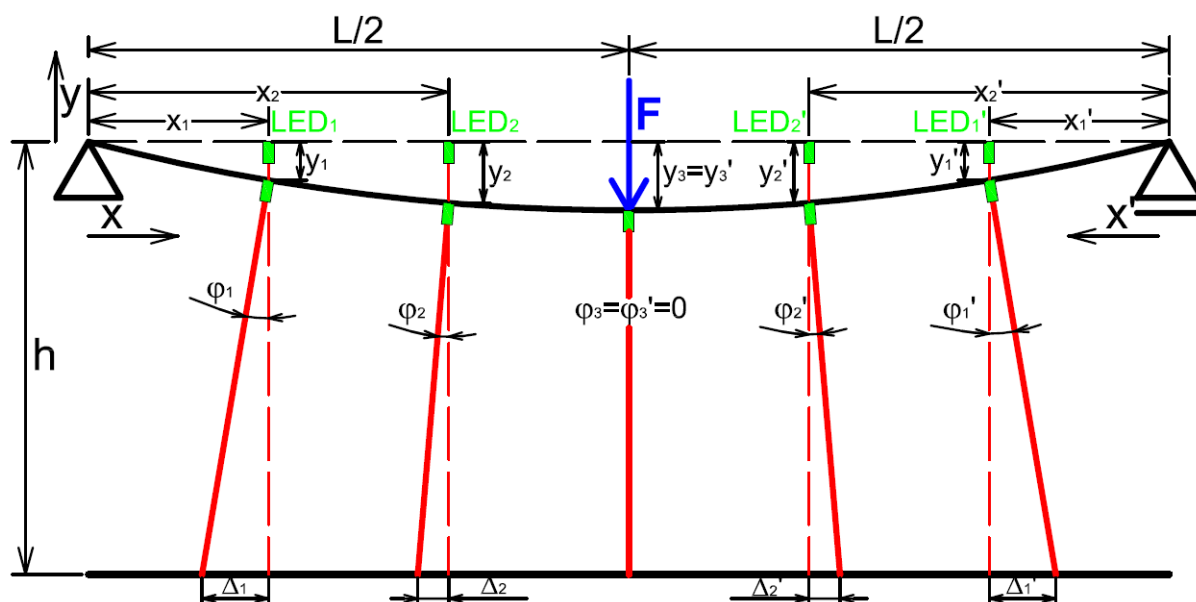
Stopa paprsku se tedy, při úhlu otočení $\varphi = 1^\circ$, posune v rovině CCD senzoru o hodnotu $\delta = 0.8728 \text{ mm}$. Běžná digitální CCD kamera má velikost jednoho pixelu $4 \mu\text{m} \times 4 \mu\text{m}$ a tedy snadno tento posun stopy paprsku vyhodnotí.

4. Návrh a experimentální ověření reflektometrické metody

V této kapitole bude navržena a experimentálně ověřena jedna z variant reflektometrické metody měření úhlu natočení v jednotlivých bodech konstrukce.

4.1. Princip metody

Metoda je pro jednoduchost ukázána na příkladu měření na prostém nosníku zatíženém uprostřed osamělou silou neznámé velikosti. Princip je znázorněn na Obr.73.



Obr.73 Schéma navrhované reflektometrické metody

Na nezátíženém prostě podepřeném nosníku délky L jsou ve vzdálenostech x_n od levého konce a vzdálenostech x'_n od pravého konce ($n = 1, 2, \dots$) umístěny laserové LED diody svítící ve směru kolmém na osu nosníku x . Světelný paprsek laserové diody dopadá na měřící rovinu rovnoběžnou s rovinou xz (osa z směřuje kolmo na obrázek ve směru ke čtenáři) a vytváří zde svou stopu. Vzdálenost měřící roviny od nezátíženého nosníku je dána výškou h . Zatížíme-li nosník uprostřed neznámou osamělou silou, nosník se prohne a každý průřez po jeho délce se pootočí o úhel $\varphi(x)$, resp. $\varphi'(x')$, což způsobí, že stopy laserových diod umístěných v daných bodech konstrukce se na měřící rovině posunou o vzdálenosti $\Delta_n(x_n)$,

resp. $\Delta'_n(x'_n)$. Změříme-li tyto posuny stop jednotlivých laserových diod v důsledku zatížení nosníku oproti nezatíženému stavu a známe-li vzdálenost h měřící roviny od nezatíženého nosníku, jsme schopni určit přibližné hodnoty tangent úhlů natočení v měřených bodech konstrukce podle vztahu vyplívajícího z Obr. 73

$$\operatorname{tg} \varphi_n(x_n) = \frac{\Delta_n}{h - y_n} \approx \frac{\Delta_n}{h}, \quad (4.1)$$

kde n je pořadové číslo měřeného bodu a y je hodnota průhybu nosníku v měřeném bodě. Za předpokladu, že vzdálenost h měřící roviny od nosníku je mnohonásobně větší, než předpokládané průhyby y_n , lze pro prvotní výpočet tangent úhlů natočení hodnoty y_n zanedbat (4.1). Ze znalosti dostatečného množství hodnot x_n a φ_n jsme schopni např. metodou nejmenších čtverců tuto závislost vyjádřit jako

$$\operatorname{tg} \varphi(x) = f(x), \quad (4.2)$$

kde $f(x)$ je aproximovaná funkční závislost souřadnice x a tangenty úhlu natočení φ .

Jak je známo z teorie pružnosti a pevnosti, je tangenta úhlu sklonu průhybové čáry dána vztahem

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{ds} \approx \frac{dy}{dx}, \quad (4.3)$$

kde ds je nekonečně malý přírůstek délky střednice deformované konstrukce.

Integrací vztahu (4.3) dostáváme rovnici průhybu

$$y(x) = \int \operatorname{tg} \varphi(x) dx + C_2, \quad (4.4)$$

kde C_2 je integrační konstanta určená okrajovou podmínkou.

Zabývejme se nyní otázkou, jaký tvar by měla mít výsledná funkce průhybu prostého nosníku, známe-li charakter a umístění zatížení (osamělá síla uprostřed nosníku).

Základní rovnice průhybové čáry je určena vztahem [86]

$$\frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} = \frac{M(x)}{EJ} = G(x), \quad (4.5)$$

Kde $y(x)$ je funkce průhybu, $M(x)$ je funkce průběhu ohybového momentu, E je modul pružnosti materiálu a J je moment setrvačnosti daného průřezu.

Zavedeme proměnnou p

$$y' = \frac{dy}{dx} = p, \quad y'' = \frac{dp}{dx}. \quad (4.6)$$

Vyloučením dx z těchto dvou rovnic dostáváme

$$dx = \frac{dy}{p} \quad \text{a tedy} \quad y'' = \frac{dp}{dx} = p \frac{dp}{dy}. \quad (4.7)$$

Dosazením do rovnice (4.5) obdržíme

$$\frac{p dp}{\sqrt{1+p^2}^3} = G(x) dy = G(x) dx \frac{dy}{dx} = p G(x) dx. \quad (4.8)$$

Po úpravě pak dostáváme

$$\frac{dp}{\sqrt{1+p^2}^3} = G(x) dx. \quad (4.9)$$

Integrací rovnice (4.9) dostáváme

$$\int \frac{dp}{\sqrt{1+p^2}^3} = \frac{p}{\sqrt{1+p^2}} = \int G(x) dx + C_1. \quad (4.10)$$

Tuto rovnici vyřešíme vzhledem k p , dostáváme

$$\frac{p^2}{1+p^2} = [\int G(x) dx + C_1]^2 = g(x) \quad (4.11)$$

a tedy

$$p = \frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{g(x)}}{\sqrt{1-g(x)}}. \quad (4.12)$$

Integrací vztahu (4.12) pak dostáváme

$$y = \int \frac{\sqrt{g(x)}}{\sqrt{1-g(x)}} dx + C_2. \quad (4.13)$$

Rovnice (4.13) je řešením základní rovnice průhybové čáry.

Pro nosník délky L volně uložený na dvou podporách, který je zatížen osamělou silou F uprostřed nosníku, je ohybový $M(x)$ moment ve vzdálenosti x od podpory dán vztahem

$$M(x) = \frac{1}{2} Fx. \quad (4.14)$$

$$\int G(x)dx = \int \frac{Fx}{2EJ} dx = \frac{F}{2EJ} \int x dx + C_1 = \frac{F}{4EJ} x^2 + C_1. \quad (4.15)$$

Tedy

$$g(x) = [Kx^2 + C_1]^2, \quad (4.16)$$

kde jsme označili

$$K = \frac{F}{4EJ}. \quad (4.17)$$

Dosazením do vztahu (4.13) dostáváme

$$y = \int p dx + C_2 = \int \frac{\sqrt{g(x)}}{\sqrt{1-g(x)}} dx + C_2 = \int \frac{Kx^2 + C_1}{\sqrt{1-(Kx^2 + C_1)^2}} dx + C_2. \quad (4.18)$$

Integrál (4.18) nelze integrovat pomocí elementárních funkcí a představuje nám obecný vztah pro průhyb y nosníku.

Předpokládejme nyní, že průhyb y bude vzhledem k délce l nosníku malý, tedy

$$y' = \frac{dy}{dx} = p \ll 1. \quad (4.19)$$

Za tohoto předpokladu, můžeme vztah (4.18) přibližně vyjádřit ve tvaru

$$y = \int \frac{Kx^2 + C_1}{\sqrt{1 - (Kx^2 + C_1)^2}} dx + C_2 \approx \int [Kx^2 + C_1 + (Kx^2 + C_1)^3 / 2] dx + C_2, \quad (4.20)$$

kde jsme použili vztah ($\alpha \ll 1$)

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \alpha}} \approx 1 + \alpha / 2. \quad (4.21)$$

Označíme-li

$$y_0 = \int (Kx^2 + C_1) dx, \quad y_1 = \int [(Kx^2 + C_1)^3 / 2] dx, \quad (4.22)$$

potom platí

$$y \approx y_0 + y_1 + C_2. \quad (4.23)$$

Vztah (4.23) je přesnějším vyjádřením průhybu nosníku než udává klasické řešení y_0 .

Vyjádříme si nyní hodnoty konstant C_1 a C_2 pro zjednodušené řešení, při kterém ve vztahu (4.23) zanedbáváme člen y_1 , potom platí

$$y \approx y_0 + C_2 = \int (Kx^2 + C_1) dx + C_2 = \frac{Kx^3}{3} + C_1x + C_2. \quad (4.24)$$

Integrační konstantu C_2 získáme dosazením okrajové podmínky $y = 0$ pro $x = 0$ do vztahu (4.24), tedy

$$0 = \frac{K0^3}{3} + C_1 \cdot 0 + C_2 \rightarrow C_2 = 0. \quad (4.25)$$

Integrační konstantu C_1 získáme dosazením okrajové podmínky $\frac{dy}{dx} = 0$ pro $x = L/2$ do vztahu (4.24), tedy

$$\frac{dy}{dx} = Kx^2 + C_1 \rightarrow 0 = K\left(\frac{L}{2}\right)^2 + C_1 \rightarrow C_1 = -K\left(\frac{L}{2}\right)^2 = -\frac{FL^2}{16EJ}. \quad (4.26)$$

Zjednodušený tvar průhybové čáry prostě podepřeného nosníku zatíženého uprostřed osamělou silou je tedy po dosazení vztahů (4.17), (4.25) a (4.26) do vztahu (4.24) vyjádřen

$$y = \frac{F}{12EJ}x^3 - \frac{FL^2}{16EJ}x \quad (4.27)$$

Vyjádříme nyní hodnoty konstant C_1 a C_2 pro přesnější variantu řešení, tedy případ, kdy člen y_1 ve vztahu (4.23) není zanedbán, potom platí

$$y = \int (Kx^2 + C_1) dx + \int [(Kx^2 + C_1)^3 / 2] dx + C_2. \quad (4.28)$$

Po integraci ve vztahu (4.28) dostáváme

$$y = \frac{K^3}{14}x^7 + \frac{3K^2}{10}C_1x^5 + \frac{K}{3}x^3 + \frac{K}{2}C_1^2x^3 + \frac{1}{2}C_1^3x + C_1x + C_2 \quad (4.29)$$

Integrační konstantu C_2 získáme dosazením okrajové podmínky $y = 0$ pro $x = 0$ do vztahu (4.29), tedy

$$0 = \frac{K^3}{14}0^7 + \frac{3K^2}{10}C_10^5 + \frac{K}{3}0^3 + \frac{K}{2}C_1^20^3 + \frac{1}{2}C_1^30 + C_10 + C_2 \rightarrow C_2 = 0. \quad (4.30)$$

Integrační konstantu C_1 získáme dosazením okrajové podmínky $\frac{dy}{dx} = 0$ pro $x = L/2$ do vztahu (4.29), tedy

$$\frac{dy}{dx} = \frac{K^3}{2}x^6 + \frac{3K^2}{2}C_1x^4 + \frac{3K}{2}C_1^2x^2 + Kx^2 + \frac{C_1^3}{2} + C_1 \quad (4.31)$$

$$0 = \frac{K^3}{2} \left(\frac{L}{2}\right)^6 + \frac{3K^2}{2} C_1 \left(\frac{L}{2}\right)^4 + \frac{3K}{2} C_1^2 \left(\frac{L}{2}\right)^2 + K \left(\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{C_1^3}{2} + C_1$$

$$C_1 = -\frac{KL^2}{4} = -\frac{FL^2}{16EJ}$$

Přesný tvar průhybové čáry prostě podepřeného nosníku zatíženého uprostřed osamělou silou je tedy po dosazení vztahů (4.17), (4.30) a (4.31) do vztahu (4.29) vyjádřen jako

$$y = \frac{F^3}{896E^3J^3} x^7 - \frac{3F^3L^2}{2560E^3J^3} x^5 + \frac{F^3L^4}{2048E^3J^3} x^3 + \frac{F}{12EJ} x^3 - \frac{F^3L^6}{8192E^3J^3} x - \frac{FL^2}{16EJ} x. \quad (4.32)$$

Porovnejme nyní výsledky obou způsobů výpočtu na hodnotě maximálního průhybu uprostřed při konkrétních parametrech experimentálního nosníku, na kterém bude ověřována reflektometrická metoda. Tyto parametry jsou

$$L = 500\text{mm}, b = 20\text{mm}, h = 5\text{mm}, J = \frac{bh^3}{12} = \frac{20 \cdot 5^3}{12} = 208,33\text{mm}^4, E \cong 12000\text{MPa},$$

kde b je šířka nosníku a h je výška nosníku. Velikost zatěžovací síly je $F \cong 10\text{N}$.

V případě zjednodušeného výpočtu nám po dosazení konkrétních hodnot do vztahu (4.27) vyjde maximální průhyb (v polovině nosníku)

$$y_{MAX,1} = 10,417 \text{ mm}.$$

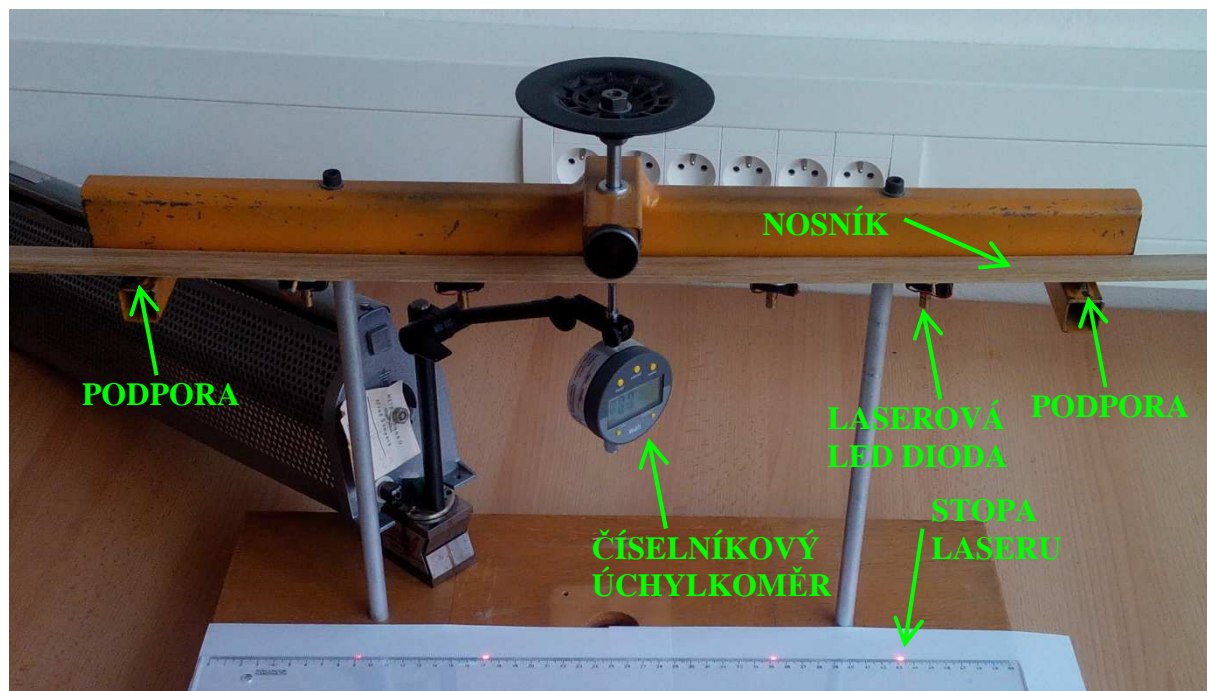
V případě přesnějšího výpočtu nám po dosazení konkrétních hodnot do vztahu (4.32) vyjde maximální průhyb (v polovině nosníku)

$$y_{MAX,2} = 10,431 \text{ mm}.$$

Z výše uvedeného vyplývá, že pokud v našem případě použijeme zjednodušený výpočet, dopustíme se chyby pouze $\delta = \frac{y_{MAX,2} - y_{MAX,1}}{y_{MAX,2}} = \frac{10,431 - 10,417}{10,431} = 0,13\%$, což je zanedbatelné.

4.2. Ověření metody

Metoda byla ověřena na modelu prostě podepřeného nosníku uprostřed zatíženého osamělou silou. Sestava pro měření je ve schematické podobě znázorněna na Obr. 73, skutečný experiment je na Obr. 74.

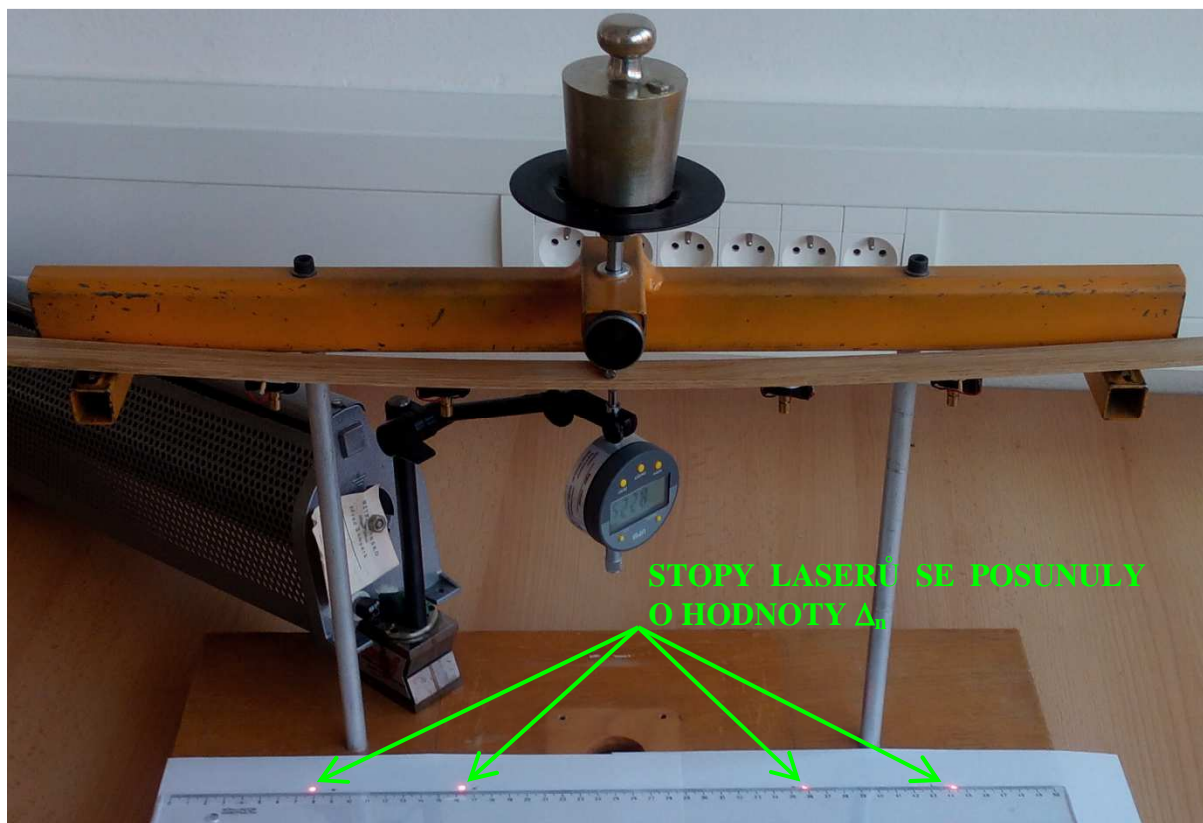


Obr.74 Experimentální ověření reflektometrické metody – 1.měření, nezatížený nosník

Parametry měřicí sestavy dle Obr. 73 jsou následující. Vzdálenost podpor $L = 500 \text{ mm}$, vzdálenost laserových diod od podpor $x_1 = 83,33 \text{ mm}$, $x_2 = 166,66 \text{ mm}$, $x_1' = 83,33 \text{ mm}$, $x_2' = 166,66 \text{ mm}$, vzdálenost nedeformovaného nosníku od měřící roviny při prvním měření $h_1 = 273 \text{ mm}$ a při druhém měření $h_2 = 2158 \text{ mm}$. Vzdálenosti h_1 a h_2 byly měřeny laserovým dálkoměrem Leica DISTO.

Poloha jednotlivých laserových stop nezatíženého a následně zatíženého nosníku byla při prvním měření (Obr. 74 a Obr. 75) focena digitálním fotoaparátem vedle pravítka a posuny byly následně vyhodnoceny s dostatečným zvětšením na PC. Po zatížení nosníku (Obr. 75) se stopy jednotlivých diod posunuly tímto způsobem

$$\Delta_1(x_1) = -11,7 \text{ mm}, \Delta_2(x_2) = -7,2 \text{ mm}, \Delta_1'(x_1') = -11,4 \text{ mm}, \Delta_2'(x_2') = -7 \text{ mm},$$



Obr.75 Experimentální ověření reflektometrické metody – 1.měření, zatížený nosník

Vzhledem k tomu, že měřený nosník byl zatěžován přesně v polovině, předpokládáme, že se chová symetricky, tedy úhel natočení v polovině nosníku $\varphi_3(x_3 = 250)$ je nulový a absolutní hodnoty úhlů natočení na pravé polovině nosníku jsou stejné, jako na levé. Rozdíly v odečtených velikostech posunů na levé a na pravé polovině nosníku jsou tedy v tomto případě přisouzeny nepřesnosti odečtu.

Podle přibližného vztahu (4.1) spočteme hodnoty tangent úhlů natočení v jednotlivých bodech

$$\operatorname{tg} \varphi_1(x_1) = -0,0429, \quad \operatorname{tg} \varphi_2(x_2) = -0,0264, \quad \operatorname{tg} \varphi_1'(x_1') = -0,0418, \quad \operatorname{tg} \varphi_2'(x_2') = -0,0256 \text{ mm},$$

Dosazením (4.27) do (4.3) dostáváme teoretický tvar průběhu tangenty úhlů natočení průřezů v závislosti na souřadnici x pro prostý nosník zatížený uprostřed osamělou silou jako

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \frac{dy}{dx} = \left(\frac{F}{12EJ} x^3 - \frac{FL^2}{16EJ} x \right)' = \frac{F}{4EJ} x^2 - \frac{FL^2}{16EJ} = ax^2 + c. \quad (4.33)$$

Abychom získali hodnoty konstant a a c , musíme vyřešit následující lineární soustavu rovnic metodou nejmenších čtverců

$$\begin{pmatrix} x_1^2 & 1 \\ x_2^2 & 1 \\ x_3^2 & 1 \\ x_1'^2 & 1 \\ x_2'^2 & 1 \\ x_3'^2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\operatorname{tg} \varphi_1| \\ |\operatorname{tg} \varphi_2| \\ |\operatorname{tg} \varphi_3| \\ |\operatorname{tg} \varphi_1'| \\ |\operatorname{tg} \varphi_2'| \\ |\operatorname{tg} \varphi_3'| \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 83,33^2 & 1 \\ 166,66^2 & 1 \\ 250^2 & 1 \\ 83,33^2 & 1 \\ 166,66^2 & 1 \\ 250^2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0429 \\ 0,0264 \\ 0 \\ 0,0418 \\ 0,0256 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.34)$$

Soustava byla vyřešena programem Matlab, $a = -0,00000076026$, $c = 0,04741$.

Integrací vztahu (4.33) a dosazením konstant spočítaných ze soustavy rovnic (4.34) dostáváme vztah pro průhyb

$$y = \int ax^2 + c \, dx = \frac{a}{3}x^3 + cx = -0,00000025342x^3 + 0,04741x. \quad (4.35)$$

Nyní jsme schopni spočítat průhyb uprostřed nosníku po dosazení do vztahu (4.35) za $x = x_3 = L/2 = 250 \, \text{mm}$

$$y_{\max,1} = y(250) = -0,00000025342 \cdot 250^3 + 0,04741 \cdot 250 = 7,89 \, \text{mm}.$$

Výsledek lze zpřesnit tak, že ze vztahu pro průhyb (4.35) vypočítáme hodnoty y_n

$$y_1 = y_1' = y(x_1 = 83,33) = 3,804 \, \text{mm}, \quad y_2 = y_2' = y(x_2 = 166,66) = 6,728 \, \text{mm},$$

které následně dosadíme do přesnějšího vztahu (4.1) a vypočítáme zpřesněné tangenty úhlů natočení

$$\operatorname{tg} \varphi_1(x_1) = -0,0435, \quad \operatorname{tg} \varphi_2(x_2) = -0,0270, \quad \operatorname{tg} \varphi_1'(x_1') = -0,0423, \quad \operatorname{tg} \varphi_2'(x_2') = -0,0263 \, \text{mm},$$

Tyto zpřesněné hodnoty dosadíme do soustavy rovnic (4.34) místo původních hodnot $\operatorname{tg} \varphi_n$ a soustavu vyřešíme, tím jsme získali přesnější hodnoty konstant $a = -0,00000077186$ a $c = 0,0482$, tedy přesnější rovnici průhybu

$$y = \frac{a}{3}x^3 + cx = -0,00000025729x^3 + 0,0482x. \quad (4.36)$$

Nyní jsme schopni spočítat přesněji průhyb uprostřed nosníku po dosazení do vztahu (4.36) za $x = x_3 = L/2 = 250 \text{ mm}$

$$y_{\max,2} = y(250) = -0,00000025729 \cdot 250^3 + 0,0482 \cdot 250 = 8,031 \text{ mm}.$$

Hodnota průhybu uprostřed nosníku změřená číselníkovým úchylkoměrem je $y_{\dot{U}CH} = 8,264 \text{ mm}$, tedy chyba, které jsme se při prvním měření dopustili, je

$$\delta_1 = \left| \frac{y_{\dot{U}CH} - y_{\max,2}}{y_{\dot{U}CH}} \right| = \left| \frac{8,264 - 8,031}{8,264} \right| = 0,028 = 2,8 \%$$

Druhé měření probíhalo stejným způsobem, jako první, s tím rozdílem, že nosník byl otočený, tedy laserové LED diody svítily na strop místnosti, jehož vzdálenost od nosníku byla, jako při prvním měření, změřena laserovým dálkoměrem Leica DISTO, $h_2 = 2158 \text{ mm}$. Vzhledem k tomu, že nebylo možné fotit polohu laserových stop současně s pravítkem, bylo nutné upnout fotoaparát do stativu, umístit ho pokud možno rovnoběžně s rovinou stropu, nastavit tak, aby se laserové stopy nacházely přibližně uprostřed snímku a změřit jeho vzdálenost od roviny stropu. Následně byly vyfoceny dva snímky z naprosto totožného místa, první při nezátíženém a druhý při zatíženém nosníku. Aby bylo možné ze snímků odečíst skutečné posuny laserových stop, je nutná kalibrace fotoaparátu. Ta byla v našem případě provedena vyfocením 50 cm pravítka z totožné vzdálenosti, jakou jsme naměřili od fotoaparátu k rovině stropu. Díky mnohonásobně větší vzdálenosti měřící roviny při druhém měření, než při prvním, vzrostla citlivost měření.

Hodnoty posunů laserových stop odečtené z vyfocených snímků jsou

$$\Delta_1(x_1) = 97 \text{ mm}, \Delta_2(x_2) = 61 \text{ mm}, \Delta_1'(x_1') = 95 \text{ mm}, \Delta_2'(x_2') = 61 \text{ mm},$$

s přesností cca 2 mm. Z těchto hodnot se stejným způsobem, jako při prvním měření, určil pomocí jedné iterace maximální průhyb

$$y_{\max,2} = 8,403 \text{ mm},$$

tedy chyba, které jsme se při druhém měření dopustili, je

$$\delta_2 = \left| \frac{y_{\dot{U}CH} - y_{\max,2}}{y_{\dot{U}CH}} \right| = \left| \frac{8,264 - 8,403}{8,264} \right| = 0,017 = 1,7 \%$$

4.3. Závěr

V této kapitole byla představena a ověřena jedna z variant reflektometrické metody. Ukázalo se, že i při zhoršených měřicích podmínkách (odečítání posunů pravítkem) lze při dostatečné vzdálenosti měřicí roviny dosáhnout velice přesných výsledků. V našem případě bylo polehčující okolností to, že jsme přesně znali charakter a umístění zatížení (osamělá síla uprostřed nosníku), tedy bylo potřeba měřit pouze minimální počet bodů a byl předem známý tvar, ve kterém jsme hledali funkci tangent úhlů natočení. V případě, že bychom charakter a umístění zatížení neznali, bylo by nutné měřit více bodů a aproximovat funkci tangent natočení polynomem vyššího stupně tak, aby co možná nejlépe vystihovala námi naměřené hodnoty.

5. Závěr

V práci byly postupně uvedeny poznatky, které pomáhají k pochopení principů a využití vybraných metod k měření konstrukcí ve stavebním a strojném průmyslu.

Nejprve byly popsány principy a možné způsoby využití běžně používaných kontaktních metod, mezi které patří léty prověřené odporové tenzometry, různé typy extenzometrů, přesné lankové snímače, nebo v dnešní době hojně používané optovláknové senzory, které téměř ve všech směrech převyšují odporové tenzometry a je možné je do měřené konstrukce zabudovat na celou dobu její životnosti.

V další kapitole byly vysvětleny principy bezkontaktních metod, jako jsou například metody geodetické a laserové optické skenery. Byly uvedeny dosažitelné přesnosti v současné době dostupných přístrojů a příklady měření těmito metodami v praxi. Dále pak byla zmíněna metoda měření tvaru ploch pomocí projekce a snímání vzoru na měřenou plochu a podrobněji popsána zobrazovací metoda na příkladu měření průhybů mostních konstrukcí. Na konci této kapitoly byla představena nová reflektometrická metoda měření deformací dlouhých liniových konstrukcí (např. mostů) fungující na principu měření úhlů natočení ve známých bodech konstrukce a jejich následnou aproximací vhodnou funkční závislostí. Integrací takto získané funkční závislosti získáváme průhybovou funkci, ze které jsme schopni určit průhyb v libovolném místě měřené konstrukce.

Poslední kapitola byla věnována ověření jedné z variant reflektometrické metody měření úhlů natočení v daných bodech konstrukce, byly odvozeny přesné i zjednodušené vztahy pro průhyb prostého nosníku zatíženého uprostřed osamělou silou a bylo konstatováno, že i pro velikosti průhybů, které v inženýrské praxi nelze z hlediska mezního stavu použitelnosti dopustit (např. $\frac{1}{50}$ rozpětí), naprosto dostačují běžně používané zjednodušené vztahy.

6. Literatura

- [1] NOVAK, Jiri a Antonin MIKS. Modern optoelectronic methods for non-contact deformation measurement in industry. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. 2002, vol. 4, issue 6, S413-S420. DOI: 10.1088/1464-4258/4/6/389.
- [2] *Springer handbook of experimental solid mechanics*. Berlin: Springer, 2008, xxx, 1097 p. ISBN 9780387268835.
- [3] http://static3.tme.eu/products_pics/7/3/3/73338368669a521b1fff24d636c6bf7e/46394.jpg
- [4] <http://www.hbmdoc.com/fileadmin/mediapool/hbmdoc/technical/s1265.pdf>
- [5] CHEN-JUNG LI, A.GALIP ULSOY, HIGH-PRECISION MEASUREMENT OF TOOL-TIP DISPLACEMENT USING STRAIN GAUGES IN PRECISION FLEXIBLE LINE BORING, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 13, Issue 4, July 1999, Pages 531-546, ISSN 0888-3270
- [6] WALD F., UHLÍŘ A., ŠTUIBEROVÁ M.: Nosník v konstrukci za požáru, *Konference Bratislava 2006*
- [7] <http://www.hbm.cz/Aplikace/tenzometry.pdf>
- [8] EDITOR-IN-CHIEF, JOHN G. *Measurement, instrumentation, and sensors handbook CRCnetBASE, 1999*. Boca Raton, Fla.: Chapman & Hall/CRCnetBASE, 1999. ISBN 084932145x.
- [9] WALCHER, Hans. *Position sensing: angle and distance measurement for engineers*. New York: Butterworth-Heinemann, 1994, xi, 256 p. ISBN 075061157x.
- [10] http://www.a-tech.ca/doc_technote/LVDT_Principle_ATI.pdf
- [11] <http://www.a-tech.ca/series.php?id=941>
- [12] <http://www.epsilontech.com/4030.htm>
- [13] http://www.a-tech.ca/doc_application/4K_4030_application_ATI.pdf
- [14] <http://epsilon.tech.com/products.htm>
- [15] <http://www.zwick.com/en/products/extensometers/contact-type-extensometers.html>
- [16] <http://automatizace.hw.cz/lankov%C3%A9-sn%C3%ADma%C4%8De-elektromechanick%C3%A9-m%C4%9B%C5%99en%C3%AD-vzd%C3%A1lenosti>
- [17] http://www.a-tech.ca/doc_technote/Draw_Wire_Operating_Principle_ATI.pdf
- [18] http://www.a-tech.ca/doc_series/WS10ZG_ATI.pdf

- [19] http://www.micro-epsilon.cz/download/products/_displacement/dax--wireSENSOR-P200--en.html
- [20] HVOZDENSKÝ, P. *Kvantifikace a zvyšování přesnosti měření průhybu mostů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství 2008, 72 s. z toho přílohy 5 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Jiří Perníkář, CSc
- [21] MEASURES, RAYMOND M. *Structural monitoring with fiber optic technology*. San Diego, Calif.: Academic, c2001, xvii, 716 p. ISBN 0124874304.
- [22] DELEPINE-LESOILLE, Sylvie, Erick MERLIOT, Yves GAUTIER. Optical fiber strain sensors for use in civil engineering: State-of-the-art, industrial applications and outlook. BLPC n°272 october/november 2008, s. 123-140
- [23] KRÁL, Jaromír, Miroslav VOKÁČ, Petr BOUŠKA. *Optovláknové extenzometry* Příručka. Praha: ČVUT, 2009
- [24] C.D. BUTTER, G.B. HOCKER: Fiber optics strain gauge, *Appl. Opt.* 17(18), 2867–2869 (1978)
- [25] <http://www.safibra.cz>
- [26] INAUDI, Daniele, Nicoletta CASANOVA, Gilbert STEINMANN, Jean-Francois MATHIER, Giovanni MARTINOLA. SOFO: Tunnel Monitoring with Fiber Optic Sensors
- [27] INAUDI, Daniele. SOFO Sensors for Static and Dynamic Measurements
- [28] http://www.smartec.ch/content/download/1039/8889/file/SDS%2012%201020%20MuST%20Strain%20Sensor_va_0.pdf
- [29] http://www.micronoptics.com/uploads/library/documents/datasheets/sensors/Micron_Opt_iOp_os3100.pdf
- [30] <http://ce-monitoring.com/wp-content/uploads/2013/07/nperamos-sensor-01.jpg>
- [31] <http://smartfibres.com/docs/SmartPatch.pdf>
- [32] http://www.safibra.cz/download.php?group=stranky3_soubory&id=200
- [33] http://www.micronoptics.com/uploads/library/documents/datasheets/sensors/Micron_Optics_os3600.pdf
- [34] LIMA, Hugo F., Romeu da Silva VICENTE, Rogério N. NOGUEIRA, Ilda ABE, Paulo Sérgio de Brito ANDRE, Catarina FERNANDES, Hugo RODRIGUES, Humberto VARUM, Hypolito José KALINOWSKI, Aníbal COSTA a João de Lemos PINTO.

- Structural Health Monitoring of the Church of Santa Casa da Misericórdia of Aveiro Using FBG Sensors. *IEEE Sensors Journal* [online]. 2008, vol. 8, issue 7, s. 1236-1242 [cit. 2015-03-20]. DOI: 10.1109/jsen.2008.926177.
- [35] T.H.T. CHAN, L. YU, H.Y. TAM, Y.Q. NI, S.Y. LIU, W.H. CHUNG, L.K. CHENG, Fiber Bragg grating sensors for structural health monitoring of Tsing Ma bridge: Background and experimental observation, *Engineering Structures*, Volume 28, Issue 5, April 2006, Pages 648-659, ISSN 0141-0296
- [36] HÁNEK, P. a kol.: *Stavební geodézie*. Česká technika – nakladatelství ČVUT, Praha 2007, 133 s. ISBN 978-80-01-03707-2.
- [37] ŠVEC, M. a kol.: *Stavební geodézie 10 (Praktická výuka)*. Vydavatelství ČVUT, Praha 2000.
- [38] http://k154.fsv.cvut.cz/~stroner/ING2/ing2_pred_12.ppt
- [39] TAKALO, Mikko; ROUHIAINEN, Paavo. On System Calibration of Digital Level. http://www.iv2004.ethz.ch/programm/Poster/P_12_IV2004.pdf
- [40] INGENSAND, Hilmar. The evolution of digital levelling techniques-limitations and new solutions. *The importance of heights. FIG, Gävle, Sweden*, 1999, 59-68.
- [41] http://www.allenprecision.com/media/catalog/product/L/e/Leica_Sprinter150M.jpg
- [42] http://geog.sfsu.edu/sites/sites7.sfsu.edu.geog/files/Sprinter-150-200-250_UM_V1-0-0_Book1EN.pdf
- [43] <http://geog.sfsu.edu/sites/sites7.sfsu.edu.geog/files/leica-builder-user-manual.pdf>
- [44] http://www.allenprecision.com/media/catalog/product/l/e/leica_builder100.jpg
- [45] YOSHIZAWA, Tōru. *Handbook of optical metrology: principles and applications*. Boca Raton: CRC Press, c2009, xiii, 730 p. ISBN 0849337607.
- [46] JURGA, V. *Analýza průhybu mostní konstrukce*. Praha: Vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební 2013, 91 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Rudolf Urban, Ph.D.
- [47] ŠVÁBENSKÝ, O., ZVĚŘINA, P. Deformation Measurement of Railway Bridge Abutment Pier. In *Proceedings of the 3rd International FIG Conference on Engineering Surveying*. Bratislava: FIG, 2004. p. 100 (p.) ISBN: 87-90907-34- 5.
- [48] MARSHALL, Gerald F. *Handbook of optical and laser scanning*. New York: Marcel Dekker, c2004, xii, 792 p. Optical engineering (Marcel Dekker, Inc.), v. 90. ISBN 0824755693.

- [49] ROBB, T. *Optické skenovací systémy*. Praha:Vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební 2009, 61 s. Vedoucí diplomové práce Prof. RNDr. Antonín Mikš, CSc.
- [50] PFEIFER, Norbert; BRIESE, Christian. *Laser scanning-Principles and applications*. na, 2007.
- [51] A. Mikš: *Aplikovaná optika* (Vydavatelství ČVUT, 2009).
- [52] G. A. Korn and T. M. Korn, *Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems, and formulas for reference and review* (Dover, New York, 2000).
- [53] POKORNÝ, P. *Teoretické základy jednozrcadlových a dvouzrcadlových optických skenerů*. Praha:Vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební 2012, 81 s. Vedoucí bakalářské práce Prof. RNDr. Antonín Mikš, CSc.
- [54] http://leica-geosystems.com/downloads123/hds/hds/general/brochures-datasheet/Leica_ScanStation_P30-P40_Civil_DS_en.pdf
- [55] http://www.riegl.com/uploads/tx_pxriegl/downloads/10_DataSheet_VZ-400_2014-09-19.pdf
- [56] <http://www.surphaser.com/pdf/Surphaser%20100HSX.pdf>
- [57] http://www.geostar.fi/user_data/doc/0_FARO_Focus3D_X_130_Laser_Scanner_Tech_Sheet.pdf
- [58] TRUONG-HONG, Linh; LAEFER, Debra F. USING TERRESTRIAL LASER SCANNING FOR DYNAMIC BRIDGE DEFLECTION MEASUREMENT. 2014.
- [59] MCNEILL, S. R., et al. Measurement of surface profile using digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 1997, 37.1: 13-20.
- [60] GENG, Jason. Structured-light 3D surface imaging: a tutorial. *Advances in Optics and Photonics*, 2011, 3.2: 128-160.
- [61] GÅSVIK, Kjell J. *Optical metrology*. 3rd ed. Hoboken, N.J.: J. Wiley & Sons, c2002, x, 360 p. ISBN 0470843004-.
- [62] YONEYAMA, S., et al. Bridge deflection measurement using digital image correlation. *Experimental Techniques*, 2007, 31.1: 34-40.
- [63] YONEYAMA, Satoru; MURASAWA, Go. Digital image correlation. *Experimental Mechanics*. Eolss Publishers, 2009.
- [64] K. H. GROTE, E.K. ANTOSSON, *Springer Handbook of Mechanical Engineering*, (Springer, Berlin 2009).

- [65] F. TRÄGER, *Handbook of Laser and Optics*, Springer, 2007).
- [66] T. PFEIFER, *Production metrology*, (Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2002).
- [67] N. SUGA, *Metrology Handbook: The Science of Measurement*, (Mitutoyo Ltd. 2007).
- [68] J. A. BOSH, *Coordinate measuring machines and systems*, (CRC Press, 1995).
- [69] D. C. WILLIAMS, *Optical Methods in Engineering Metrology*, (Chapman & Hall, 1993).
- [70] F. M. SANTOYO, *Handbook of optical metrology*, (CRC Press, 2008).
- [71] R. LEACH, *Optical Measurement of Surface Topography*, Springer 2011.
- [72] K. HARDING, *Handbook of Optical Dimensional Metrology*, Taylor & Francis 2013.
- [73] R. G. DORSCH, G. HÄUSLER, J. M. HERRMANN, Laser triangulation: fundamental uncertainty in distance measurement, *Appl. Opt.* **33**, 1306-1314 (1994).
- [74] G. VOSSelman, H. G. Maas, *Airborne and Terrestrial Laser Scanning*, Taylor & Francis, 2010.
- [75] MURRAY, Christopher. Dynamic Monitoring of Rail and Bridge Displacements Using Digital Image Correlation. 2013.
- [76] A. ZHAI, Y. CAO, Z. HUANG, "On-line phase measuring profilometry based on a single frame of deformed pattern", *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, Volume 123, Issue 14, 1311-1315 (2012).
- [77] https://www.teledynedalsa.com/public/sensors/datasheets/FTF9168M_datasheet_20130530.pdf
- [78] P. POKORNÝ, J. OPAT, A. MIKŠ, Metody měření topografie ploch. *Jemná mechanika a optika*. 2013, roč. 58, č. 10, s. 301-303.
- [79] <http://www.micro-epsilon.cz/download/products/cat--confocalDT--en.pdf>
- [80] http://www.stilsa.com/catalog2/pdf/STILSA_Initial_CCS_CHR.pdf
- [81] D. V. JÁUREGUI, K. R. WHITE, C. B. WOODWARD, K. R. LEITCH, Noncontact Photogrammetric Measurement of Vertical Bridge Deflection, *Journal of Bridge Engineering*, **8**, No.4, p.212-222 (2003).
- [82] HOU, X.M.; YANG, X.S. Using inclinometers to measure bridge deflection. *J. Bridge Eng.* **2005**, *10*, 564–569.
- [83] KIM, N.S.; CHO, N.S. Estimating deflection of a simple beam model using fiber optic Bragg-grating sensors. *Exp. Mech.* **2004**, *44*, 433–439.

- [84] F. M. SMOLKA and T. P. CAUDELL, "Surface profile measurement and angular deflection monitoring using a scanning laser beam: a noncontact method," *Appl. Opt.* **17**, 3284-3289 (1978).
- [85] A. MIKŠ, P. POKORNÝ, 3D optické skenery. *Jemná mechanika a optika*. 2012, roč. 57, č. 5, s. 137-141.
- [86] TIMOSHENKO, Stephen P.; GOODIER, J. N. Theory of elasticity. *International Journal of Bulk Solids Storage in Silos*, 2014, 1.4.

7. Seznam příloh

7.1. Kopie článku z recenzovaného časopisu JMO

4
2015

JMO

JEMNÁ MECHANIKA A OPTIKA FINE MECHANICS AND OPTICS

Connecting Global Competence



LIGHT APPLIED

JAKÝM ZPŮSOBEM UMÍ FOTONIKA ROZSVÍTIT I VAŠE PODNIKÁNÍ?

Odpověď naleznete u nás.

ISSN 0447-5441
Index 46 723

22.-25. ČERVNA 2015, VÝSTAVIŠTĚ MNICHOV

22. vedoucí světový veletrh a kongres pro komponenty, systémy a aplikací optických technologií

www.world-of-photonics.com

LASER World of **PHOTONICS**

Návštěvníký servis zajišťuje: EXPO-Consult + Service, spol. s r.o., Tel. +420 545 176 158, +420 545 176 159, info@expocs.cz

REDAKČNÍ RADA

Předseda: RNDr. Milošlav VYCHODIL, CSc., Meopta-optika, s.r.o., Píerov, mobil: 731 439 380

Členové: RNDr. Ing. Ján BARTL, CSc., ÚM SAV, Bratislava, prof. RNDr. Dr. Zdeněk BOUCHAL, UP, Olomouc, doc. RNDr. Monoka BOŽÍKOVÁ, Ph.D., SPU, Nitra, Ing. Ondřej ČÍP, Ph.D., UPT AV ČR, v.v.i., Brno, Ing. Alexandr DEJNEKA, Ph.D., FZÚ AV ČR, v.v.i., Praha; doc. RNDr. Ondřej HADERKA, Ph.D., SLO UP a FZÚ AV ČR, Olomouc, prof. Ing. Pavol HORŇÁK, DrSc., STU, Bratislava, doc. Ing. Jan HOŠEK, Ph.D., ČVUT Praha, prof. RNDr. Miroslav HRABOVSKÝ, DrSc., SLO UP a FZÚ AV ČR, Olomouc, RNDr. Vladimír CHLUP, Olomouc, RNDr. Lubomír JASTRABÍK, CSc., FZÚ AV ČR, v.v.i., Praha, RNDr. Pavel KLENOVSKÝ, Český metrologický institut, Brno, Ing. Jiří KRŠEK, VUT, Brno, doc. RNDr. Vojtěch KRÉSALEK, CSc., UTB, Zlín, Ing. Jan KŮR, Mesing, spol.s.r.o., Brno, prof. Ing. Martin LIBRA, CSc., ČZU, PRAHA, prof. RNDr. Miroslav LIŠKA, DrSc., VUT, Brno, RNDr. Zdeněk LOŠTÁK, Meopta-optika, s.r.o., Píerov, prof. Ing. Petr LOUDA, CSc., TU, Liberec, doc. RNDr. Miroslav MILER, DrSc., ÚFE AV ČR, v.v.i., Praha, prof. Ing. Jiří NOVÁK, Ph.D., ČVUT, Praha, prof. RNDr. Jan PEŘINA, DrSc., UP, Olomouc, Mgr. Sylvie PETROVÁ, LF MU, Brno, prof. Ing. Jaromír PIŠTORA, CSc., VŠB - TU, Ostrava, RNDr. Michael PROUZA, Ph.D., FZÚ AV ČR, v.v.i., Praha, RNDr. Dagmar SENDERÁKOVÁ, Ph.D., UK, Bratislava, RNDr. Petr SCHOVÁNEK, SLO UP a FZÚ AV ČR, Olomouc, prof. RNDr. Anton ŠTRBA, CSc., UK, Bratislava, doc. Ing. Olga TŮMOVÁ, CSc., Západočeská univerzita, Plzeň. Čestný člen Ing. Zdeněk MARTÍNEK, Nové město nad Metují

Gerd HÄUSLER, Lehrstuhl für Optik, Universität Erlangen - Nürnberg, Erlangen (Germany), Michael J. LALOR, Liverpool John Moores University, U. K.; Paul RAUSNITZ, TCI New York, U. S. A.; Rodney J. SOUKUP, University of Nebraska-Lincoln, U. S. A.; M. C. TEICH, Boston University, U. S. A.; Emil WOLF, University of Rochester, U. S. A.

JEMNÁ MECHANIKA A OPTIKA

Vydává Fyzikální ústav Akademie věd České republiky, v.v.i. za spoluúčasti The International Society for Optical Engineering (SPIE/CS) v Nakladatelství Fyzikálního ústavu Akademie věd České republiky, v.v.i.

Ředitel FZÚ AV ČR, v.v.i.: prof. Jan ŘÍDKÝ, DrSc.

Odpovědný zástupce vydavatele: prof. RNDr. Miroslav HRABOVSKÝ, DrSc.

Šéfredaktor: dipl. tech. Jaroslav NEVŘALA

Adresa redakce v Olomouci (předplatné, nakladatelské služby):

SLO UP a FZÚ AV ČR, 17. listopadu 50, 772 07 Olomouc,

tel.: 585 631 576, fax: 585 631 531, e-mail: eva.pelclova@upol.cz

Adresa redakce v Píerově (šéfredaktor): Kabelíkova 1, 750 02 Píerov,

mobil: 776 011 925, e-mail: eva.pelclova@upol.cz

Otisk povoleno se svolením redakce a se zachováním autorských práv. Nevyžádané materiály se nevrací. Za původnost a správnost příspěvků odpovídají autoři.

Vychází: 10x ročně (z toho 2 čísla jako dvojčísla)

Předplatné: Celoroční 420,- Kč/rok. Ceny jsou jednotné pro Českou i Slovenskou republiku. Do všech ostatních zemí je časopis JMO distribuován za jednotnou cenu 10 EUR/ks. Pro členy SPIE/CS činí předplatné 120,- Kč/rok. Předplatné pro studenty Bc., Mgr., Ph.D. a studenty středních škol při osobním odběru činí 120 Kč/rok; v případě zaslání poštou 300,- Kč/rok.

Rozšiřuje vydavatel a Podniková prodejna Meopta-optika, s.r.o., Píerov, Kabelíkova 1, 750 02 Píerov.

V Slovenské republice je kontaktní místo: RNDr. Dagmar Sendaráková, Ph.D., katedra experimentální fyziky FMFI UK, Mlynská dolina F2/149, SK-842 48 Bratislava, tel. 00421 260 295 391,

e-mail: senderakova@fmph.uniba.sk

V Slovenské republice rozšiřuje a objednávky přijímá:

prof. Ing. Ivo Čáp, CSc., JSMF pobočka Žilina, ul. 1. mája 32, 010 01 Žilina, e-mail: ivo.cap@fel.uniza.sk

Tiskne TYPoServis Holešov, Masarykova 650, 769 01 Holešov,

tel.: 573 398 746, e-mail: dtp@typoservis.cz

Inzerce: redakce, Kabelíkova 1, 750 02 Píerov,

tel.: 581 243 441, mobil: 776 011 925, e-mail: eva.pelclova@upol.cz

Odborné články jsou lektorovány.

© JEMNÁ MECHANIKA A OPTIKA 2015

JEMNÁ MECHANIKA A OPTIKA

VĚDECKO-TECHNICKÝ ČASOPIS
ROČNÍK 60 4/2015

OBSAH

Veletrh LASER World of PHOTONICS 2015 123

Rozhovor s Jiřím Herinkem, ředitelem Vědeckotechnického parku Univerzity Palackého v Olomouci 125

Měření vlastností povrchu křemíku ovlivněného laserem
(H. Chmelíčková, H. Hiklová, R. Ošťádal) 126

Deflektometrická metoda rekonstrukce optických ploch
(J. Opat, A. Mikš) 129

Stanovení velikosti noční myopie pomocí vybraných testových znaků za mezopických podmínek
(H. Rýparová, F. Pluháček) 132

Bezkontaktní optická metoda měření průhybu a deformací mostních konstrukcí (F. Šmejkal, A. Mikš) 136

Technické pokyny pro autory 139

Možnosti využití energie výfukových plynů ve spalovacích motorech (J. Hurtečák, J. Volf) 140

Aplikácia metódy invariantných momentov na rozpoznávanie obrazu a klasifikáciu obuvi
(R. Grznárik, J. Valíček, M. Harničárová, Z. Hutyravá, E. Benčíková) 142

Profesor Gerd Häusler oslavil 70. narodeniny a 40 let působení na univerzitě v Erlangenu (P. Pavlíček) 144

Světelné znečištění od motorových vozidel (M. Miler) 146

Veletrh AMPER 2015 (F. Hamrozi) 148

Forum Optonika 2015 (P. Tománek) 150

Tisková konference o spolupráci Českého svazu biatlonu a Meopty (Z. Veselá) 151

Bližší informace o poslání časopisu, pokyny pro autory, obsah časopisu apod. je uveden na internetu: <http://jmo.fzu.cz/>

Informace o předplatném podá, objednávky přijímá, objednávky do zahraničí vyřizuje: SLO UP a FZÚ AV ČR, 17. listopadu 50, 772 07 Olomouc, tel.: 585 631 576, e-mail: eva.pelclova@upol.cz.

Cena čísla 40 Kč včetně DPH

Bezkontaktní optická metoda měření průhybu a deformací mostních konstrukcí

V článku je analyzována bezkontaktní optická metoda měření průhybu mostních konstrukcí pomocí soustavy odrazných hranolů nebo destiček, jejichž hodnota odrazivosti je volena tak, aby intenzita světla odraženého od jednotlivých hranolů nebo destiček byla stejná. Navržená metoda je realizačně velmi jednoduchá, poskytuje však velmi přesné výsledky ve srovnání s běžně užívanými metodami a umožňuje měření i rychle probíhajících dějů.

1. ÚVOD

Měření deformací a tvaru průmyslových konstrukcí a prvků je jednou z velmi důležitých oblastí průmyslové metrologie. Existuje řada metod, jak realizovat měření deformací a tvaru ploch [1–34]. V principu lze tyto metody rozdělit do dvou skupin, a to na metody kontaktní [30–34], kdy se měřicí systém dotýká měřeného objektu, a metody bezkontaktní [1–29], kdy nedochází ke kontaktu měřicího systému s měřeným objektem. V případech, kdy nejsou rozměry měřeného objektu příliš velké, je k dispozici celá řada různých metod, které poskytují různý stupeň přesnosti. Problémy však nastávají v případě rozlehlých průmyslových konstrukcí (budovy, mosty apod.) a prvků (např. nosníků apod.), kde již je výběr vhodných a dostatečně přesných metod dosti problematický.

V oblasti stavebnictví má velký význam měření průhybu mostních konstrukcí, a proto se této problematice budeme v tomto článku věnovat. V práci [2] je uvedeno srovnání vlastností několika vybraných metod používaných v této oblasti. Cílem této práce je ukázat jednu metodu pro bezkontaktní měření průhybu velkých nosníků a mostních konstrukcí, která je po experimentální stránce poměrně jednoduchá, vyznačuje se však, ve srovnání s jinými metodami, velkou přesností a také je finančně málo náročná.

2. PRINCIP MĚŘICÍ METODY

Popíšeme základní princip námi navrhované metody pro měření průhybu velkých nosníků a mostních konstrukcí. Uvažujme optický

systém složený z řady dělicích hranolů nebo dělicích destiček (obr. 1 a obr. 2), který rozdělí světelný svazek vycházející ze zdroje světla na N dílčích svazků. Požadujeme dále, aby intenzita světla všech dílčích svazků byla stejná. Tato podmínka bude splněna, budou-li odrazivosti jednotlivých hranolů nebo destiček různé. Jednoduchým výpočtem lze ukázat, že pro splnění výše uvedené podmínky musí odrazivost R_i i -tého hranolu nebo destičky splňovat následující vztah

$$R_i = \frac{1}{N - i + 1}, \quad (1)$$

kde N je počet dělicích hranolů nebo destiček a $i = 1, 2, \dots, N$. Pro $i = N$ pak ze vztahu (1) dostáváme $R_N = 1$.

Pro intenzitu I_i svazku světla odraženého od i -tého hranolu nebo destičky platí

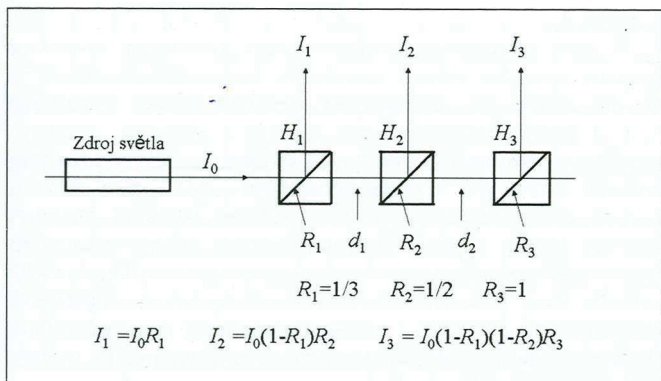
$$I_i = I_0 R_i \prod_{k=1}^{i-1} (1 - R_k), \quad (2)$$

kde I_0 je intenzita světla vycházející ze zdroje světla. Dosadíme-li vztah (1) do vztahu (2) vidíme, že intenzita světla odraženého od jednotlivých hranolů nebo destiček je stejná (konstantní), tedy $I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_N = I_0/N$.

V tabulce 1 jsou uvedeny odrazivosti jednotlivých hranolů nebo destiček, a to pro různé hodnoty N .

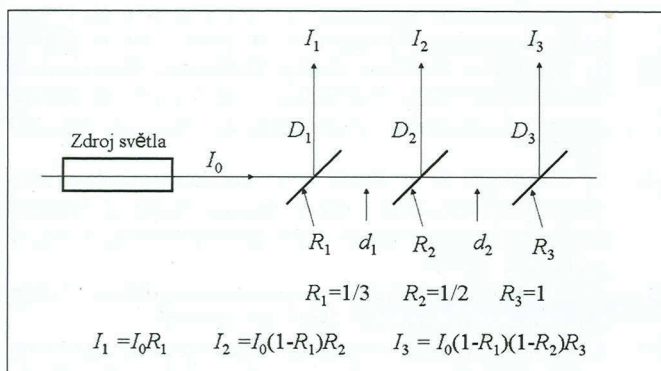
Tabulka 1

Počet hranolů N	Odrazivost									
	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9	R_{10}
3	0,333	0,5	1							
4	0,25	0,333	0,5	1						
5	0,2	0,25	0,333	0,5	1					
6	0,167	0,2	0,25	0,333	0,5	1				
7	0,143	0,167	0,2	0,25	0,333	0,5	1			
8	0,125	0,143	0,167	0,2	0,25	0,333	0,5	1		
9	0,111	0,125	0,143	0,167	0,2	0,25	0,333	0,5	1	
10	0,1	0,111	0,125	0,143	0,167	0,2	0,25	0,333	0,5	1



Obr. 1 Příklad optického systému složeného ze tří dělicích hranolů

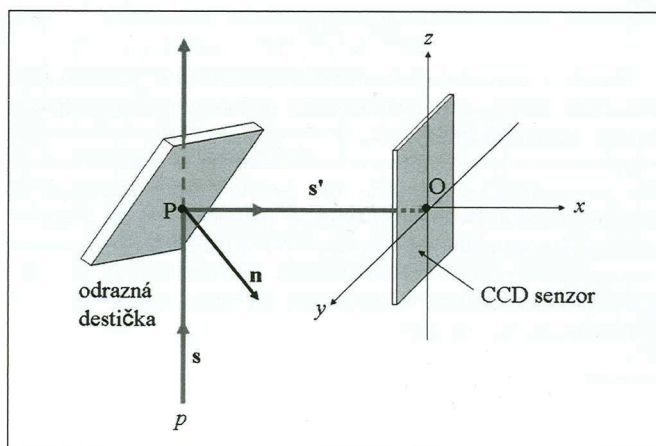
Na obr. 1 je znázorněna jedna z možných realizací tohoto optického systému pro $N = 3$, kde H_i značí i -tý dělicí optický hranol, I_0 je intenzita světla vystupující ze zdroje světla (laser, laserová dioda apod.) a I_i je intenzita světla vystupující z i -tého dělicího hranolu. Jsou-li odrazivosti jednotlivých hranolů voleny podle vztahu (1), potom platí, že $I_1 = I_2 = I_3 = I_0/3$. Veličiny d_1 a d_2 pak značí vzdálenosti mezi jednotlivými dělicími hranoly. Hranoly jsou volně uloženy v prostoru podél jim společné přímky, kterou je osa světelného svazku vycházejícího ze zdroje světla. Stejně schéma bude i pro případ, že místo hranolů budou použity destičky ze skla nebo jiného materiálu (např. křemen má nízkou teplotní roztažnost) a které mají stejnou odrazivost jako hranoly. Na obr. 2 je znázorněno schéma optického systému s destičkami, kde D_i značí i -tou dělicí destičku.



Obr. 2 Příklad optického systému složeného ze tří dělicích destiček

Ukažme použití výše uvedeného optického systému na případě měření průhybu nějakého objektu (nosníku, mostu apod.). Na obr. 3 je znázorněno schéma detektoru stopy světelného svazku. Detektor (detekční hlavice) je složen z jedné částečně odrazné destičky, která se nachází před detektorem světelné stopy. Odrazná destička a detektor světelné stopy jsou spolu pevně spojeny tak, aby se jejich vzájemná poloha neměnila. Jako detektor světelné stopy může být použita např. levná CCD kamera bez objektivu. Paprsek světla p vycházející ze zdroje záření (laser, laserová dioda apod.) je určen směrovým vektorem s a protíná destičku v bodě P. Sklon odrazné destičky je určen vektorem normály n . Paprsek odražený od destičky má směrový vektor s' a protíná CCD senzor obecně v bodě S, který má vzhledem k lokální souřadné soustavě senzoru, s počátkem v bodě O, souřadnice (y_s, z_s) . Na obr. 3 je znázorněna situace v tzv. základní poloze (nenatočený stav), kdy vektor s' protíná CCD v bodě O. Dojde-li k pootočení detekční hlavice, potom se průsečík odraženého paprsku s rovinou CCD senzoru posune do jiného místa na CCD senzoru vzhledem k jeho poloze v nenatočeném stavu. Souřadnice tohoto nového bodu můžeme snadno zjistit s vysokou přesností (např. s přesností jednoho pixelu a lepší) a pomocí nich pak určit úhel natočení detekční hlavice vzhledem k jejímu

původnímu (nenatočenému) stavu. Z úhlu natočení pak můžeme určit průhyb měřeného objektu (nosníku, mostu apod.) v místě, kde je detekční hlavice umístěna. Rozmístíme-li na určitém úseku měřeného objektu řadu těchto hlavice, pak můžeme určit průhyb měřeného objektu na tomto úseku, a to nejen při statickém, ale i při dynamickém zatížení, kdy se průhyb měřeného objektu rychle mění s časem (např. při průjezdu nákladního automobilu po mostě apod.).



Obr. 3 Schéma detekční hlavice

Abychom určili, o jakou hodnotu se posune stopa paprsku na senzoru při naklopení detekční hlavice o úhel φ kolem přímky jdoucí bodem P a mající směrový vektor b , budeme postupovat následujícím způsobem. Nejdříve určíme změnu vektoru normály n v důsledku rotace hlavice a pak se zákona odrazu určíme směrový vektor s' paprsku odraženého od pootočené destičky a následně pak jeho průsečík s rovinou CCD senzoru.

Jak je známo (např. [35]) pro rotaci vektoru a_0 o úhel φ kolem osy dané vektorem b platí

$$a = a_0 \cos \varphi + b(ba_0)(1 - \cos \varphi) + (b \times a_0) \sin \varphi, \quad (3)$$

kde a je pootočený vektor. Použijme nyní tento vztah pro určení nového (pootočeného) vektoru normály k destičce, platí

$$n = n_0 \cos \varphi + b(bn_0)(1 - \cos \varphi) + (b \times n_0) \sin \varphi. \quad (4)$$

kde n_0 je vektor normály destičky v počáteční (nenatočené) poloze a n je vektor normály destičky po jejím pootočení o úhel φ . Pomocí zákona odrazu [36]

$$s' = s - 2n(ns) \quad (5)$$

pak určíme směrový vektor s' paprsku odraženého na pootočené destičce. Je-li d_0 směrový vektor normály k CCD senzoru v původní (nenatočené) poloze, potom se tento vektor, v důsledku pootočení, změní na vektor d , který určíme ze vztahu

$$d = d_0 \cos \varphi + b(bd_0)(1 - \cos \varphi) + (b \times d_0) \sin \varphi. \quad (6)$$

Nyní již můžeme určit úhel β mezi tímto vektorem a vektorem s' odraženého paprsku, platí

$$\cos \beta = ds'. \quad (7)$$

Za předpokladu, že osa otáčení prochází bodem P, tj. bod P leží na průhybové čáře (detekční hlavice je umístěna na boční straně nosníku obr. 3), pak pro velikost δ posunu stopy svazku na CCD senzoru platí

$$\delta = L \operatorname{tg} \beta, \quad (8)$$

kde $L = PO$ je vzdálenost středu destičky od středu CCD senzoru.

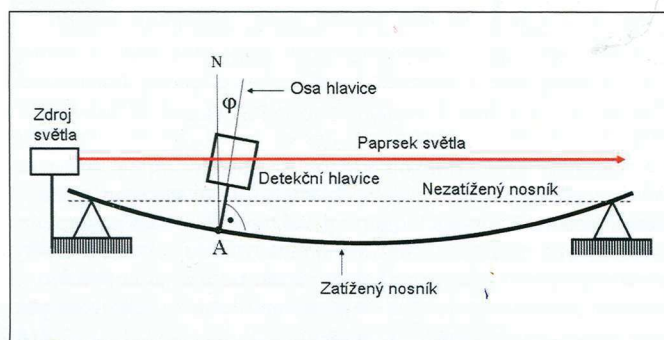
V případě, že odrazná destička je v původním stavu skloněna o 45° vůči paprsku laseru, můžeme její normálový vektor zapsat $\mathbf{n}_0 = (\cos 45^\circ, 0, -\sin 45^\circ)$. Uvažujeme-li směrový vektor osy otočení detektoru $\mathbf{b} = (1, 0, 0)$, směrový vektor laserového paprsku $\mathbf{s} = (0, 0, 1)$ a vektor normály k CCD senzoru $\mathbf{d}_0 = (1, 0, 0)$, vyjde po dosazení do vztahů (2–5), že

$$\cos \beta = \cos \varphi, \quad (9)$$

tedy

$$\beta = \cos \varphi. \quad (10)$$

Na obr. 4 je uvedeno principiální schéma měření průhybu nosníku (nebo mostu) uloženého na dvou podporách. Zdroj světla je umístěn mimo měřený nosník, aby jeho poloha nebyla ovlivněna průhybem nosníku. Paprsek světla vycházející ze zdroje světla je tedy pevná přímka v prostoru, jejíž poloha a směr nezávisí na průhybu nosníku. Detekční hlavice je upevněna v bodě A kolmo k měřenému nosníku a její osa svírá úhel φ (úhel otočení hlavice) s normálou N k nezatiženému nosníku. Detekční hlavice se v důsledku prohnutí nosníku otáčí kolem osy procházející bodem A a kolmé na rovinu obrázku.



Obr. 4 Měření průhybu nosníku

Jak je známo z teorie pružnosti a pevnosti, je úhel sklonu průhybové čáry dán vztahem

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dw}{ds} \approx \frac{dw}{dz}, \quad (11)$$

kde w značí průhyb, ds je element oblouku průhybové čáry a z je z -tová souřadnice (směr paprsku světla). Změříme-li tedy úhel φ pro řadu hodnot souřadnice z , pak můžeme průhyb w_k měřeného nosníku, v místě daném souřadnicí z_k , vypočítat integrací vztahu (11), platí

$$w_k = \int_{z=z_1}^{z=z_k} \operatorname{tg} \varphi \, dz. \quad (12)$$

Daný problém, tj. určení průhybu nosníku, je tím řešen.

3. PŘÍKLAD

Jako příklad uvedeme výpočet posunutí stopy paprsku na CCD senzoru. Volme pro jednoduchost polohu detekční hlavice vzhledem k průhybové čáře tak, že bod P (obr. 3) leží na průhybové čáře (detekční hlavice je umístěna na boční straně nosníku obr. 3) a CCD senzor se nachází ve vzdálenosti $L = PO = 50$ mm. Předpokládejme dále, že úhel otočení $\varphi = 1^\circ$ a odrazná destička je skloněna o úhel 45° vzhledem k paprsku. Vektor normály neotočené odrazné destičky je tedy $\mathbf{n}_0 = (\cos 45^\circ, 0, -\sin 45^\circ)$, směrový vektor osy otočení je $\mathbf{b} = (1, 0, 0)$, směrový vektor neotočené normály k CCD senzoru je $\mathbf{d}_0 = (1, 0, 0)$ a směrový vektor paprsku dopadajícího na destičku je $\mathbf{s} = (0, 0, 1)$. Užitím vztahů (2) až (6) dostáváme: $\mathbf{n} = (0,7071, 0,0123, -0,7070)$, $\mathbf{s}' = (0,9998, 0,0174, 0,0003)$, $\beta = 1^\circ$, $\delta = 0,8728$ mm.

Stopa paprsku se tedy, při úhlu otočení $\varphi = 1^\circ$, posune v rovině CCD senzoru o hodnotu $\delta = 0,8728$ mm. Běžná digitální CCD kamera má rozměry jednoho pixelu $4 \mu\text{m} \times 4 \mu\text{m}$, a tedy snadno tento posun stopy paprsku vyhodnotí.

4. ZÁVĚR

V tomto článku jsme se zabývali velmi přesnou bezkontaktní optickou metodou měření stavebních konstrukcí založenou na principu měření úhlového natočení v různých bodech konstrukce pomocí nezávislého laserového paprsku a detektoru natočení, který je v daném bodě pevně spojen s konstrukcí. Byly odvozeny základní vztahy pro výpočet odrazivosti jednotlivých dělicích hranolů, z nichž každý je umístěn v jednom detektoru. Dále byl odvozen postup výpočtu úhlu natočení ze známé vzdálenosti mezi těžišti laserového paprsku před a po natočení získané z CCD snímače, který je umístěn v detektoru. Tato metoda je díky své jednoduchosti, přesnosti a možnosti použití na poměrně velkou vzdálenost vhodná například pro statická i dynamická měření průhybů mostních konstrukcí.

Práce byla vypracována za podpory grantu SGS14/110/OH-K1/2T/11 Českého vysokého učení technického v Praze.

Literatura

- [1] N. Suga, Metrology Handbook: The Science of Measurement, (Mitutoyo Ltd. 2007).
- [2] P. Kuras, T. Owerko, L. Ortyl, R. Kocierz, P. Kohut, K. Holak, K. Krupinsky, Comparison of Methods for Measuring Deflection and Vibration of Bridges, Joint International Symposium on Deformation Monitoring 01, (2011)
- [3] S. Yoneyama, A. Kitagawa, S. Iwata, K. Tani, H. Kikuta, Bridge Deflection Measurement Using Digital Image Correlation, Experimental Techniques, **31**, Issue 1, 34–40, (2007).
- [4] S. Yoneyama, H. Ueda, Bridge Deflection Measurement Using Digital Image Correlation with Camera Movement Correction, Materials Transactions, **53**, No. 2, p. 285–290 (2012).
- [5] D. V. Jáuregui, K. R. White, C. B. Woodward, K. R. Leitch, Noncontact Photogrammetric Measurement of Vertical Bridge Deflection, Journal of Bridge Engineering, **8**, No. 4, p.212–222 (2003).
- [6] Hou, X.M.; Yang, X.S. Using inclinometers to measure bridge deflection. *J. Bridge Eng.* **2005**, *10*, 564–569.
- [7] Kim, N.S.; Cho, N.S. Estimating deflection of a simple beam model using fiber optic Bragg-grating sensors. *Exp. Mech.* **2004**, *44*, 433–439.
- [8] F. M. Smolka and T. P. Caudell, „Surface profile measurement and angular deflection monitoring using a scanning laser beam: a noncontact method,“ *Appl. Opt.* **17**, 3284–3289 (1978).
- [9] P. Pokorný, J. Opat, A. Mikš, Metody měření topografie ploch. *Jemná mechanika a optika*. 2013, roč. 58, č. 10, s. 301–303.
- [10] A. Mikš, P. Pokorný, 3D optické skenery. *Jemná mechanika a optika*. 2012, roč. 57, č. 5, s. 137–141.
- [11] A. Mikš, J. Novák, J. Opat, P. Pokorný, Metoda rekonstrukce tvaru měřené optické plochy pomocí deflektometrického principu, *Jemná mechanika a optika*. 2013, roč. 58, č. 3, s. 89–93.
- [12] A. Mikš, J. Opat, Měření topografie rotačně symetrických optických ploch pomocí gradientní deflektometrické metody. *Jemná mechanika a optika*. 2013, roč. 58, č. 3, s. 85–89.
- [13] M. Rosete-Aguilar, R. Díaz-Urbe: Profile testing of spherical surfaces by laser deflectometry, *Appl. Opt.* **32**, 4690–4697 (1993).
- [14] S. Zhang, „Recent progresses on real-time 3D shape measurement using digital fringe projection techniques“, *Optics and Lasers in Engineering* **48**, 149–158 (2010).

- [15] F. Chen, G.M.Brown, M.Song, „Overview of three-dimensional shape measurement using optical methods“, *Opt. Eng.* **39**(1) 10–22 (2000).
- [16] G. F. Marshall, G.F.Stutz *Handbook of optical and laser scanning*. Taylor & Francis Group, 2011.
- [17] G. Vosselman, H.G. Maas, *Airborne and Terrestrial Laser Scanning*, Taylor & Francis, 2010.
- [18] <http://www.surphaser.com>
- [19] <http://hds.leica-geosystems.com>
- [20] <http://www.topcon.com>
- [21] <http://www.riegl.com>
- [22] <http://laser-scanner.faro.com>
- [23] P. Pokorný, J. Opat, A. Mikš, *Metody měření topografie ploch. Jemná mechanika a optika*. 2013, roč. 58, č. 10, s. 301–303.
- [24] A. Mikš, P. Pokorný, *3D optické skenery. Jemná mechanika a optika*. 2012, roč. 57, č. 5, s. 137–141.
- [25] A. Mikš, J. Novák, J. Opat, P. Pokorný, *Metoda rekonstrukce tvaru měřené optické plochy pomocí deflektometrického principu, Jemná mechanika a optika*. 2013, roč. 58, č. 3, s. 89–93.
- [26] A. Mikš, J. Opat, *Měření topografie rotačně symetrických optických ploch pomocí gradientní deflektometrické metody. Jemná mechanika a optika*. 2013, roč. 58, č. 3, s. 85–89.
- [27] M. Rosete-Aguilar, R. Díaz-Urbe: *Profile testing of spherical surfaces by laser deflectometry*, *Appl. Opt.* **32**, 4690–4697 (1993).
- [28] R. Leach, *Optical Measurement of Surface Topography*, Springer, 2011.
- [29] T. Yoshizawa, *Handbook of Optical Metrology: Principles and Applications*, CRC Press, 2009.
- [30] <http://www.micro-epsilon.cz/>
- [31] <http://www.mitutoyo.co.jp/eng/>
- [32] http://corporate.zeiss.com/en_de/home.html
- [33] www.taylor-hobson.com
- [34] www.mahr.com
- [35] G. A. Korn and T. M. Korn, *Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems, and formulas for reference and review* (Dover, New York, 2000).
- [36] A. Mikš: *Aplikovaná optika* (Vydavatelství ČVUT, 2009).

Filip Šmejkal, České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, katedra fyziky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6 – Dejvice, tel: 224 357 913, e-mail: filip.smejkal@seznam.cz

prof. RNDr. Antonín Mikš, CSc., České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, katedra fyziky, Thákurova 7, 166 29 Praha 6 – Dejvice, tel.: 224 354 948, e-mail: miks@fsv.cvut.cz

Technické pokyny pro autory

Příspěvky se přijímají v elektronické formě.

Požadavky na textovou část: Text musí být pořízen v editoru MS WORD, doporučuje se font Times New Roman, velikost písma 12, dvojitě řádkování, formát stránky A4. Ve všech částech příspěvku použijte stejný font. Text pište do jednoho sloupce se zarovnáním k levému okraji, klávesu ENTER používejte pouze na konci odstavce.

Rovnice a vzorce uváděné na samostatných řádcích musí být vytvořeny modulem pro matematiku editoru MS WORD, rovnice a vzorce, které jsou součástí textu na řádku, zapisujte pomocí vložených symbolů, nikoliv zmíněným modulem. Při psaní matematických a chemických výrazů dodržujte základní pravidla: Veličiny pište kurzívou, matice tučně stojatě (antikva), vektory a skaláry tučnou kurzívou. Úplný (totální) diferenciál „d“ vždy stojatě. Ludolfovo číslo „ π “ stojatě. Indexy, pokud vyjadřují veličinu, pište kurzívou, v opačném případě stojatě (např. max, min apod.). Imaginární jednotku „i“ stejně jako „j“ v elektrotechnice pište stojatě.

Dodržujte pravidla českého pravopisu; za interpunkčními znaménky je vždy mezera. Rovněž tak před a za znaménky „+“, „-“, „=“ apod. je vždy mezera.

Požadavky na obrázky a grafy: Grafickou část příspěvku nevčleňujte do textu, ale dodávejte ji jako samostatné grafické soubory typu *.CDR, *.EPS, *.TIF, *.JPG a *.AI (vektorovou grafiku jako *.EPS

nebo *.AI soubory, bitmapovou grafiku jako *.TIF nebo *.JPG soubory). V žádném případě nedodávejte obrázek v souboru typu *.doc. Bitmapové soubory pro černobílé kresby musí mít rozlišení alespoň 600 dpi, pro černobílé fotografie nejméně 200 dpi a pro barevné nejméně 300 dpi. Při generování obrázků v COREL DRAW do souboru typu *.EPS převedte text do křivek. U souborů typu *.JPG použijte takový stupeň komprese, aby byla zachována co nejlepší kvalita obrázku. Velikost písma v obrázcích by neměla klesnout pod 1,5 mm (při předpokládané velikosti obrázku po zalomení do tiskové strany).

Pokyny k předávání příspěvku

Ke každému textu nebo grafice musí být přiložen kontrolní výtiisk nebo fotografie.

Dále je třeba, aby k článku autor dodal překlad resumé a názvu článku do anglického (českého – slovenského) jazyka, klíčová slova, jména všech autorů včetně titulů, jejich plných adres, telefonického spojení a případně e-mailové adresy.

Soubory je možno dodat na CD. Ke každému příspěvku připojte seznam všech předávaných souborů a u každého souboru uveďte pomocí jakého software byl vytvořen.

Příspěvky zasílejte na adresu: Redakce časopisu JMO, SLO UP a FZÚ AV ČR, 17. listopadu 50, 772 07 Olomouc.