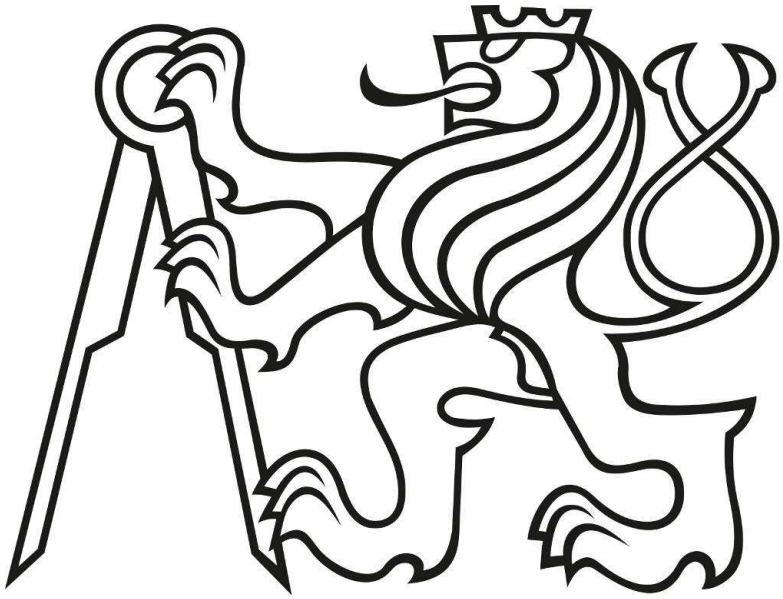
ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta strojní

Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky



Kruhový válec v homogenním proudovém poli s vlivem aktivního řízení

2016 Erik Flídr

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta strojní, Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky
Technická 4, 166 07 Praha 6 Akademický rok: 2015/2016

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

pro:	**Bc. Erika FLÍDRA**
program:	**Strojní inženýrství**
obor:	**Aplikovaná mechanika**
název česky:	**Kruhový válec v homogenním proudovém poli s vlivem aktivního řízení**
název anglicky:	**Circular Cylinder in Homogeneous Flow Field under Influence of Active Control**

Zásady pro vypracování:

1. Proveďte studii problému příčně obtékaného kruhového válce s možností aktivního řízení.
2. Proveďte fyzikálně matematický popis generátoru řídícího proudu.
3. Proveďte experimenty pro případy samotného generátoru, samotného válce a komplexní úlohy.
4. Proveďte analýzu dosažených výsledků a diskutujte řešenou problematiku.

Rozsah průvodní zprávy: cca 55 stran textu včetně obrázků

Rozsah grafických prací: Diagramy a obrázky ve vhodné formě

Seznam doporučené literatury:

1. M.Gad-El-Hak : Flow Control, Cambridge, University Press, New York, 2000

2. M.M.Zdravkovich : Flow around a Circular Cylinders, Oxford University Press, Oxford, 1997

3. E.Flídr, Z.Broučková, M.Pavelka, Z.Trávníček : Malý aerodynamický tunel pro vizualizaci proudového pole, Výzkumná zpráva ÚT AVČR Z-1520/15, 2015

4. další dostupná literatura a internetové odborné informační zdroje.

Vedoucí diplomové práce: Prof. Ing. Pavel Šafařík, CSc.

Konzultanti diplomové práce: Doc. Ing. Zdeněk Trávníček, CSc.
Ing. Zuzana Broučková

Datum zadání diplomové práce: 25. 4. 2016

Datum odevzdání diplomové práce: 17. 6. 2016

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE Fakulta strojní

Prof. Ing. Jiří Nožička, CSc.
Vedoucí Ú 12112

Prof. Ing. Michael Valášek, DrSc.
Děkan fakulty

V Praze dne 25. 4. 2016

Anotační list

Jméno autora:	Erik Flídr
Název práce:	Kruhový válec v homogenním proudovém poli s vlivem aktivního řízení
Název práce anglicky:	Circular Cylinder in Homogeneous Flow Field Influence of Active Control
Rok:	2016
Studijní program:	Aplikovaná mechanika
Ústav:	Ústav mechaniky tekutin a termodynamiky
Vedoucí práce:	prof. Ing. Pavel Šafařík, CSc.
Konzultanti práce:	doc. Ing. Zdeněk Trávníček, CSc., Ing. Zuzana Broučková
Bibliografické údaje:	Počet stran 56 Počet obrázků 37 Počet tabulek 2 Počet příloh 3
Klíčová slova:	Obtékání válce, aktivní řízení proudového pole, vizualizace
Keywords	Flow around cylinder, active flow control, synthetic jet, flow field visualization

Anotace

Experimentálně bylo vyšetřováno aktivní řízení proudového pole při obtékání kruhového válce s využitím syntetizovaných proudů. Vliv aktivního řízení byl zkoumán pomocí vizualizace v malém vizualizačním tunelu. Dále byly proměřeny frekvenční a výkonové charakteristiky generátoru syntetizovaného proudu.

Abstract

Active flow control around a circular cylinder using synthetic jets was experimentally investigated. Flow control was investigated by flow field visualization in a small wind tunnel. Frequency and power characteristic of a synthetic jet actuator were measured.

Děkuji prof. Ing. Pavlu Šafaříkovi, CSc., doc. Ing. Zdeňku Trávníčkovi, CSc. a Ing. Zuzaně Broučkové za veškerou pomoc a rady, které mi ochotně poskytli během vypracování diplomové práce. Dále děkuji Ústavu termomechaniky AV ČR, v. v. i. za umožnění experimentů (v rámci řešení GA ČR 14-08888S), které jsou předmětem této práce.

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

V Praze dne: ……. ……..

Obsah

Seznam obrázků a tabulek 3

Seznam nejdůležitějších označení 5

1. Úvod 7

1.2 Cíle práce 8

2. Obtékání válce 9

2.1 Parametry a podobnostní kritéria 9

2.2 Režimy obtékání 9

2.2.1 Laminární obtékání 9

2.2.2 Přechod do turbulence v úplavu 11

2.2.3 Přechod do turbulence ve smykové vrstvě 12

2.2.4 Přechod do turbulence v mezní vrstvě 12

2.2.5 Turbulentní obtékání 13

3. Syntetizovaný proud 14

3.1 Rychlost proudění 14

3.2 Parametry a podobnostní kritéria 15

3.3 Průtočná hybnost proudu 15

4. Aktivní řízení 16

4.1 Parametry řízení 16

4.2 Využití syntetizovaných proudů pro řízení 16

4.2.1 Řízení obtékání válce syntetizovaným proudem 16

5. Experimentální zařízení, přístroje a metody 18

5.1 Experimentální zařízení 18

5.1.1 Generátor syntetizovaného proudu 18

5.1.2 Vizualizační tunel 19

5.2 Přístroje a metody 21

5.2.1 Měření stavových veličin 21

5.2.2 Měření rychlosti 22

5.2.3 Měření napětí a proudu 22

5.2.4 Nejistoty měření 22

6. Výsledky provedených experimentů 25

6.1 Proudění aerodynamickým tunelem 25

6.1.1 Měření anemometrem se žhaveným drátkem 25

6.1.2 Vyhodnocení rychlosti z frekvence vírové řady 26

6.1.3 Vizualizace 27
6.2 Generátor syntetizovaného proudu 28
6.2.1 Frekvenční charakteristiky 28
6.2.2 Výkonové charakteristiky 30
6.2.3 Rychlostní profily 32
6.3 Aktivní řízení obtékání válce 38
6.3.1 Vizualizace 39

7. Závěr 47

8. Literatura 49

Přílohy 52

Příloha A – Konstanty pro výpočet rychlosti z frekvence vírové řady 52
Příloha B – Rezonanční frekvence generátoru 53
Příloha C – Odvození poměru průtočných hybností 55

Seznam obrázků a tabulek

Seznam obrázků

Obr. 1a) Závislost odporového součinitele C_D na Reynoldsově čísle, b) závislost Strouhalova na Reynoldsově čísle.
Obr. 2 Souřadné systémy.
Obr. 3 Schéma časového průběhu rychlosti.
Obr. 4 Interakce nabíhajícího a syntetizovaného proudu během vyfukovací částí periody a) tvorba uzavřené oblasti, b) tvorba otevřené oblasti.
Obr. 5 Generátor syntetizovaného proudu a) celkový pohled, b) detail obtékané části válce.
Obr. 6 Napájecí signály generátoru syntetizovaného proudu při frekvenci 30 Hz.
Obr. 7 Zapojení generátoru syntetizovaného proudu během měření frekvenčních a výkonových charakteristik.
Obr. 8 Vizualizační tunel.
Obr. 9 Schéma zapojení stroboskopu a generátoru syntetizovaného proudu při vizualizaci.
Obr. 10 Rychlost proudění tunelem a) při $n^1 = 25{,}0\ s^{-1}$, b) při $n_2 = 22{,}7\ s^{-1}$.
Obr. 11 Vizualizace obtékání válce bez řízení při u_1 a) osvětleno kontinuálním světlem, b) osvětleno stroboskopem s $f = 27{,}1$ Hz.
Obr. 12 Vizualizace obtékání válce bez řízení při u_2 a) osvětleno kontinuálním světlem, b) osvětleno stroboskopem s $f = 24{,}9$ Hz.
Obr. 13 Frekvenční charakteristiky generátoru.
Obr. 14 Frekvenční charakteristiky při napájení obdélníkovým signálem.
Obr. 15 Frekvenční charakteristika z měření reakční síly.
Obr. 16 Frekvenční charakteristika z měřeného proudu a napětí.
Obr. 17 Výkonová charakteristika pro $f = 30$ Hz a) celá závislost, b) detail rychlostí v oblasti s nízkým výkonem.
Obr. 18 Výkonové charakteristiky a) $f = 45$ Hz, b) $f = 60$ Hz, c) $f = 110$ Hz, d) $f = 160$ Hz, e – h) detaily oblastí s nízkým výkonem generátoru pro dané charakteristiky.
Obr. 19 Rychlostní profily ve vzdálenosti $y/D_o = 6$.
Obr. 20 Rychlostní profily ve vzdálenosti $y/D_o = 10$.
Obr. 21 Rychlostní profily ve vzdálenosti $y/D_o = 15$.
Obr. 22 Rozložení rychlosti v prostoru při $y/D_o = 6$, a) 3D závislost, b) vrstevnicový graf.
Obr. 23 Rozložení rychlosti v prostoru při y/Do = 10, a) 3D závislost, b) vrstevnicový graf.
Obr. 24 Rozložení rychlosti v prostoru při $y/D_o = 15$, a) 3D závislost, b) vrstevnicový graf.
Obr. 25 Závislost součinitele průtočné hybnosti C_μ na frekvenci f.
Obr. 26 Závislost součinitele hybnosti na výkonu a) $P = (0 – 2)$ W, b) detail oblasti s nízkým výkonem.
Obr. 27 Vizualizace řízení při $C_f = 1{,}00$ a) $\alpha = 0°$, b) $\alpha = 75°$, c) $\alpha = 120°$, d) $\alpha = 180°$.
Obr. 28 Detail uzavřené oblasti na náběžné straně válce.
Obr. 29 Vizualizace řízení při $C_f = 1{,}52$ a) $\alpha = 0°$, b) $\alpha = 75°$, c) $\alpha = 120°$, d) $\alpha = 180°$.
Obr. 30 Vizualizace řízení při $C_f = 1{,}99$ a) $\alpha = 0°$, b) $\alpha = 75°$, c) $\alpha = 120°$, d) $\alpha = 180°$.
Obr. 31 Vizualizace řízení při $C_f = 4{,}00$ a) $\alpha = 0°$, b) $\alpha = 75°$, c) $\alpha = 120°$, d) $\alpha = 180°$.
Obr. 32 Vizualizace řízení při $C_f = 5{,}99$ a) $\alpha = 0°$, b) $\alpha = 75°$, c) $\alpha = 120°$, d) $\alpha = 180°$.
Obr. 33 Vizualizace řízení při $C_f = 1{,}01$ a) $\alpha = 0°$, b) $\alpha = 75°$, c) $\alpha = 120°$, d) $\alpha = 180°$.
Obr. 34 Vizualizace řízení při $C_f = 1{,}51$ a) $\alpha = 0°$, b) $\alpha = 75°$, c) $\alpha = 120°$, d) $\alpha = 180°$.
Obr. 35 Vizualizace řízení při $C_f = 2{,}00$ a) $\alpha = 0°$, b) $\alpha = 75°$, c) $\alpha = 120°$, d) $\alpha = 180°$.
Obr. 36 Vizualizace řízení při $C_f = 3{,}99$ a) $\alpha = 0°$, b) $\alpha = 75°$, c) $\alpha = 120°$, d) $\alpha = 180°$.
Obr. 37 Vizualizace řízení při $C_f = 5{,}98$ a) $\alpha = 0°$, b) $\alpha = 75°$, c) $\alpha = 120°$, d) $\alpha = 180°$.

Seznam tabulek

Tabulka 1: Přehled parametrů vizualizačních experimentů při $C_\mu = 0{,}21$.
Tabulka 2: Přehled parametrů vizualizačních experimentů při $C_\mu = 1{,}02$.

Seznam nejdůležitějších označení

A	(m^2)	Plocha výstupního otvoru
b	(m)	Šířka měřicí oblasti vizualizačního tunelu
C_1	(1)	Konstanta v rovnici (3)
C_2	(1)	Konstanta v rovnici (3)
C_f	(1)	Poměr frekvencí
C_u	(1)	Poměr rychlostí
C_μ	(1)	Poměr průtočných hybností
d	(m)	Vnější průměr válce
D	(m)	Vnitřní průměr válce
D_D	(m)	Průměr membrány
D_o	(m)	Průměr výstupního otvoru
E	(V)	Napětí
f	(Hz)	Frekvence Kármánovy vírové řady
f_r	(Hz)	Rezonanční frekvence generátoru syntetizovaného proudu
f_{sj}	(Hz)	Frekvence syntetizovaného proudu
f_{teor}	(Hz)	Teoretická rezonanční frekvence generátoru syntetizovaného proudu
F	(N)	Síla působící na generátor
g	($m \cdot s^{-2}$)	Tíhové zrychlení
h	(m)	Výška měřicí oblasti vizualizačního tunelu
I	(A)	Proud
K_p	($N \cdot m^{-3}$)	Tuhost membrány
l	(m)	Obtékaná délka válce
L	(m)	Celková délka válce
L_e	(m)	Efektivní délka výstupního otvoru
L_0	(m)	Délka zdvihu
m	(kg)	Hmotnost
M	($kg \cdot m \cdot s^{-1}$)	Průtočná hybnost nabíhajícího proudu tekutiny
M_{sj}	($kg \cdot m \cdot s^{-1}$)	Průtočná hybnost syntetizovaného proudu
P	(W)	Výkon generátoru
p_b	(Pa)	Barometrický tlak
p_c	(Pa)	Celkový tlak
p_s	(Pa)	Statický tlak
Q	($m^3 \cdot s^{-1}$)	Objemový průtok
r	($J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)	Měrná plynová konstanta
R	(Ω)	Elektrický odpor
s	(m)	Délka měřicí oblasti vizualizačního tunelu
t	(s)	Čas
T	(K)	Termodynamická teplota
u	($m \cdot s^{-1}$)	Měřené hodnoty rychlosti
u_{max}	($m \cdot s^{-1}$)	Maximální rychlost syntetizovaného proudu
u_{RMS}	($m \cdot s^{-1}$)	Fluktuační složka rychlosti
U	($m \cdot s^{-1}$)	Střední rychlost proudění ve vizualizačním tunelu
U_{corr}	($m \cdot s^{-1}$)	Střední rychlost proudění ve vizualizačním tunelu po teplotní korekci
U_0	($m \cdot s^{-1}$)	Střední rychlost syntetizovaného proudu
x,y,z	(m)	Kartézské souřadnice generátoru syntetizovaného proudu
$x´,y´,z´$	(m)	Kartézské souřadnice vizualizačního tunelu

α	(°)	Úhel mezi nabíhajícím a řídícím proudem
θ	(°)	Úhel odtržení
ν	($m^2 \cdot s^{-1}$)	Kinematická viskozita
ρ	($kg \cdot m^{-3}$)	Hustota tekutiny
τ	(s)	Čas průchodu poruchy měřicím prostorem
ω	(s^{-1})	Úhlová frekvence
Re	(1)	Reynoldsovo číslo dle (1)
St	(1)	Strouhalovo číslo dle (2)
Re_{U0}	(1)	Reynoldsovo číslo dle (7)
St_{U0}	(1)	Strouhalovo číslo dle (8)
Re_c	(1)	Reynoldsovo číslo kritické

1. Úvod

Řízení proudových polí je v současné době velmi studovanou oblastí mechaniky tekutin. Na základě nutnosti přivádět energii dělí Gad-El-Hak [1] řízení na aktivní a pasivní. Při aktivním řízení je třeba dodávat do soustavy energii, příkladem může být využití syntetizovaného proudu. Pasivní řízení může být založeno například na změně geometrie tělesa nebo drsnosti jeho povrchu.

Řízení proudových polí nachází mnohá uplatnění ve vnitřní a vnější aerodynamice, kdy vhodnou volbou parametrů lze výrazně ovlivnit síly působící na obtékané těleso, například snížit odporovou a zvýšit vztlakovou sílu. Dále lze díky řízení snížit vibrace strojů.

Důvodem k řízení obtékání mohou být často uváděné katastrofy. K jedné z nich došlo 7. listopadu 1940 ve státě Washington v USA, kdy vírové struktury tvořící se za mostem Tacoma Narrows, měly za následek zničení mostní konstrukce. Další často zmiňovaná katastrofa se stala 1. listopadu 1965, kdy došlo k dalšímu kolapsu, tentokráte ke zničení chladicích věží elektrárny ve Ferrybridge v Anglii.

S rozvojem znalostí v dané oblasti, byl most podobné konstrukce v New Yorku vybaven zhruba 1,5 km dlouhým spoilerem, který definuje náběžnou a odtokovou hranu mostu. Díky tomu mohla být demontována vyztužující ocelová konstrukce, kterou byl most vybaven krátce po havárii mostu Tacoma.

Řešení problému vírových struktur tvořících se za obtékanými komíny spočívá v připevnění spirály na konec komína. Ta zabraňuje tvorbě vírových struktur.

Uvedená řešení jsou podle definice v [1] pasivním řízením.

Aktivní řízení se může uplatnit například v letectví, ve chvíli, kdy další změnou geometrie křídel již nelze dosáhnout výrazného zlepšení aerodynamických vlastností. Motivací pro výzkum Crowthera a Gomese [2] byla implementace generátoru syntetizovaného proudu jako mechanismu pro řízení obtékání při letu dopravního letadla. Jejich výzkum se zaměřil na hmotnost a energetickou náročnost generátoru syntetizovaného proudu. Ciuryla et al. [3] použili syntetizovaný proud k řízení odtržení mezní vrstvy na křídlech modelu Cessny 182, a dosáhli tak zvýšení vztlakové síly. Použitím syntetizovaného proudu Park et al. [4] dokázali snížit odporovou sílu působící na zjednodušený model automobilu. Dalším příkladem využití syntetizovaného proudu pro řízení může být práce Amitaye et al. [5].

Problematika řízení obtékání válce syntetizovaným proudem bude podrobně diskutována ve 4 kapitole.

Předkládaná diplomová práce se zabývá aktivním řízením proudového pole syntetizovaným proudem v případě příčně obtékaného kruhového válce. Daná úloha se skládá ze tří částí:

- První částí je problematika samotného obtékání válce.
- Druhou částí je vytvoření syntetizovaného proudu o vhodných parametrech pro řízení proudového pole.
- Třetí část spojuje první dvě v celek při využití syntetizovaného proudu k řízení proudového pole kolem válce.

Hlavní experimentální metodou je vizualizace proudového pole, která byla prováděna v malém aerodynamickém tunelu. Dále byly použity metody pro bodové měření rychlosti:

- Pneumometrická měření, kdy je rychlost vyhodnocována z rozdílu celkového a statického tlaku. Zde byla použita Pitotova sonda připojena na vhodné elektronické tlakoměry.
- Anemometr se žhaveným drátkem.

1.2 Cíle práce

Hlavním cílem je prokázat možnost aktivního řízení proudového pole syntetizovaným proudem v případě příčně obtékaného kruhového válce. Byly řešeny tyto dílčí úlohy:

- Rešerše řízení obtékání válce, definice parametrů a podobnostních čísel.
- Popis použitých zařízení a metod.
- Experimentální vyhodnocení rychlosti proudění uvnitř aerodynamického tunelu.
- Vyhodnocení frekvenčních a výkonových charakteristik a proměření rychlostních profilů generátoru syntetizovaného proudu.
- Vizualizace proudového pole při obtékání kruhového válce s aktivním řízením.
- Diskuze dosažených výsledků.

2. Obtékání válce

Jednou ze základních úloh mechaniky tekutin zabývající se obtékáním těles je úloha příčně obtékaného kruhového válce. Získané poznatky tohoto tématu podrobně shrnuje monografie Zdravkovich [6], stručněji o něm pojednává např. Williamson [7] a mnoho dalších autorů.

2.1 Podobnostní kritéria

Při popisu obtékání válce jsou používána dvě podobnostní kritéria. Prvním je Reynoldsovo číslo *Re*, které dává do poměru setrvačné a vazké síly, viz Noskievič et al. [8]. Zdravkovich [6] ho definuje ve tvaru:

$$Re = \frac{Ud}{\nu}, \tag{1}$$

kde U je rychlost nenarušeného proudu tekutiny, d je průměr válce a ν je kinematická viskozita.

Periodické děje popisuje Strouhalovo číslo *St*, což je poměr impulsních a setrvačných sil [8]. V [6] je definováno ve tvaru:

$$St = \frac{fd}{U}, \tag{2}$$

kde f je frekvence úplavu.

Mezi těmito dvěma podobnostními kritérii lze zavést vztah:

$$St = C_1 - \frac{C_2}{Re}, \tag{3}$$

kde C_1 a C_2 jsou konstanty, které uvádějí např. Williamson a Brown [9], Fey et al. [10], Wang et al. [11]. Tyto konstanty se mírně liší a jsou uvedeny v Příloze A.

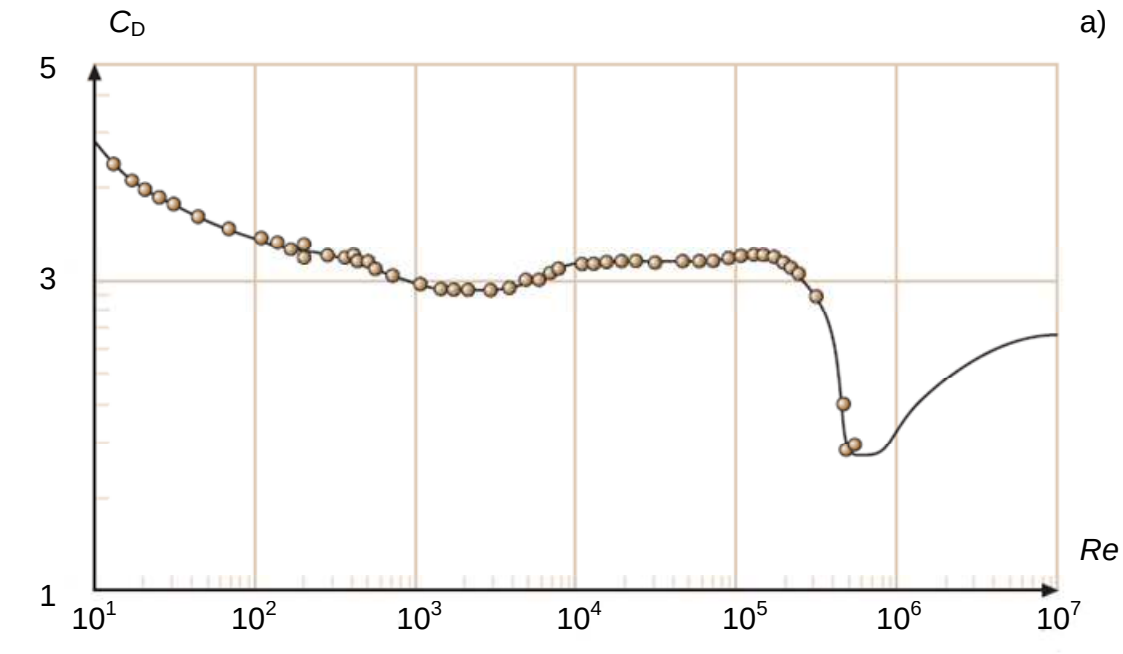
2.2 Režimy obtékání

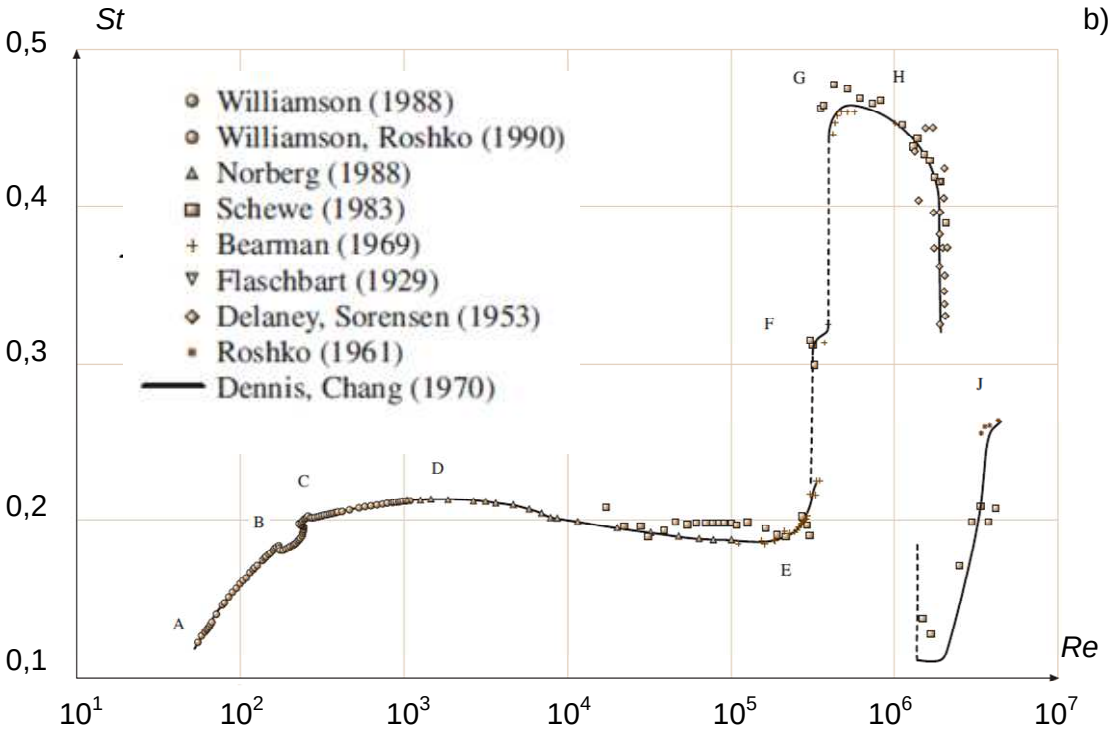
Se zvětšujícím se Reynoldsovým číslem prochází úplav za válcem pěti režimy podrobně popsanými v [6]. Laminárním obtékáním počínaje, přes přechod do turbulence v úplavu, smykových vrstvách a mezní vrstvě až k plně turbulentnímu obtékání. Tento vývoj má vliv na odporový součinitel obtékaného válce. Závislost odporového činitele C_D na *Re* a závislost *Re* - *St* pro všechny režimy shrnuje Obr. 1.

2.2.1 Laminární obtékání

Z hlediska vývoje změn, ke kterým dochází, lze tento režim dále členit:

- Obtékání bez odtržení v rozmezí $0 < Re < (4 – 5)$.
- Stacionární odtržení mezní vrstvy v rozmezí $(4 – 5) < Re < Re_c = (30 – 48)$.
- Periodické odplouvání vírů v rozmezí $Re_c = (30 – 48) < Re < (180 – 200)$.

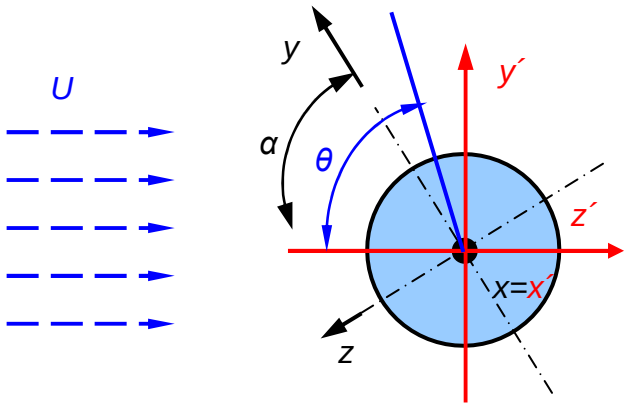




Obr. 1 a) Závislost odporového součinitele C_D na Reynoldsově čísle, b) závislost Strouhalova na Reynoldsově čísle – přejato z [12] a upraveno.

Obtékání bez odtržení

Někdy nazýváno plíživé proudění (v angličtině "creeping flow“). V této oblasti dominuje vliv vazkosti. Pro $Re \in (0 – 1)$ je obtékání válce symetrické vzhledem ke svislé i vodorovné ose. Se zvětšujícím se *Re* dochází k protažení oblasti za válcem (porušení symetrie vzhledem ke svislé ose), nicméně stále nedochází k odtržení mezní vrstvy. Za válcem se tedy netvoří úplav.



Obr. 2 Souřadné systémy – čárkovaný systém je spojen s aerodynamickým tunelem, nečárkovaný systém je spojen s generátorem syntetizovaného proudu.

Stacionární odtržení mezní vrstvy

Nárůst tlaku podél povrchu válce má za následek odtržení mezní vrstvy, čímž se vytvoří za válcem úplav. Za válcem se vytváří dva protiběžné víry, které se zvyšujícím se *Re* mohutní a zmenšují úhel odtržení θ (měřeno od přední stagnační linie, viz Obr. 2). Horní hranice stacionárního odtržení je dána hodnotou kritického Reynoldsova čísla Re_c = (30 – 48), viz Zdravkovich [6]. Někteří autoři tuto hodnotu zpřesňují, např. Williamson [9] udává hodnotu Re_c = 49. Při dosažení hodnoty Re_c dochází ke ztrátě stability a po proudu za válcem střídavě odplouvají dvojice protiběžných vírů.

Periodické odplouvání vírů

Za válcem se tvoří vírová stezka, někdy nazývána Kármánova vírová řada[1] (v angličtině "Kármán vortex street"). Periodické odplouvání vírů lze dále rozdělit na:

- Oblast stabilního dvourozměrného úplavu pro $Re_c < Re < Re_o$, kde Re_o je Reynoldsovo číslo, jehož hodnotu Zdravkovich [6] udává v rozmezí Re_o = (45 – 65). Dále ho zpřesňují např. Williamson [13] na hodnotu Re_o = 64 a König et al. [14] na Re_o = 65.
- Oblast nestabilního dvourozměrného úplavu pro hodnoty $Re_o < Re <$ (180 – 200)

Možnost využití frekvence Kármánovy vírové řady k určení rychlosti nabíhajícího proudění teoretickým výpočtem ukazuje např. Trávníček [15].

2.2.2 Přechod do turbulence v úplavu

Úplav se po proudu stává nestabilní. Se zvyšujícím se Reynoldsovým číslem se nestabilita šíří proti proudu a úplav přechází do turbulence. Současně dochází ke zmenšování úhlu odtržení θ, viz Obr. 2. Periodická vírová struktura za válcem je nyní trojrozměrná. Úplav je ohraničen laminární smykovou vrstvou. Tento režim Zdravkovich [6] dělí na:

- Přechod do turbulence při (180 – 200) < *Re* < (220 – 250).
- Formování nepravidelných vírů při (220 – 250) < *Re* < (350 – 400).

[1] Někdy bývá používán název Kármán-Bénard eddy street, Bénard totiž zkoumal vírovou stezku ještě před Kármánem, když ji vytvořil pohybem válce ve vodě a cukru.

Přechod do turbulence – Mód A
Laminární nestabilní úplav přechází do turbulence. Dochází ke změně charakteristické délky prostorové periody úplavu. Tato změna je doprovázena zřetelnou diskontinuitou v závislosti $St - Re$ při hodnotě $Re \approx 180$, kterou ukazuje Obr. 1b. Jelikož je tato hranice zatížena hysterezí, je podstatné, zda byla rychlost zvyšována, nebo naopak snižována.

Formování nepravidelných vírů – Mód B
Prostorová perioda se zjemňuje. Na spodní hranici v rozsahu Re = (230 – 260) úplav přeskakuje mezi oběma módy. Ani jeden z módů není stabilní, dokonce je možné, že existují oba zároveň [6].

2.2.3 Přechod do turbulence ve smykové vrstvě

Zatímco obtékání válce a odtržení mezní vrstvy zůstává laminární, smykové vrstvy přecházejí do turbulence. Z Obr. 1b je vidět, že v tomto režimu nabývá Strouhalovo číslo svého lokálního maxima, ze kterého poté klesá do svého lokálního minima. Tento režim Zdravkovich [6] dále dělí na:

- Vývoj přechodové vrstvy pro $(350 - 400) < Re < (103 - 2 \cdot 10^3)$.
- Formování přechodových vírů pro $(10^3 - 2 \cdot 10^3) < Re < (2 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4)$.
- Přechod do turbulence pro $(2 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4) < Re < (10^5 - 2 \cdot 10^5)$.

Vývoj přechodové vrstvy
Měřením anemometrem se žhaveným drátkem byla prokázána tvorba pravidelných turbulentních vírů, které odplouvají a rozptylují se v úplavu [6]. Směrem po proudu dochází v úplavu k rapidnímu poklesu kinetické energie těchto vírů. S rostoucím Reynoldsovým číslem se prodlužuje oblast, ve které dochází k tvorbě těchto vírů.

Formování přechodových vírů
Při hodnotě Re okolo 10^3 dochází k tvorbě malých vírových struktur. Tyto struktury tvoří za válcem řetězce, jejichž zabalováním se formují velké turbulentní víry [6]. Periodické odplouvání vírů vyvolává fluktuace tlaku na opačné straně válce, než vír odplouvá.

Přechod do turbulence
Při hodnotě $Re \approx 2 \cdot 10^4$ malé přechodové víry mizí, což má za následek zkrácení oblasti tvorby turbulentních vírů. V rozmezí hodnot Re $2 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^4$ je oblast tvorby vírů téměř konstantní [6]. Což se projevuje jako konstantní hodnota odporového součinitele, viz Obr. 1a.

2.2.4 Přechod do turbulence v mezní vrstvě

Výzkum ukázal, že k přechodu do turbulence v mezní vrstvě dochází pomalu a postupně. Zdravkovich [6] dělí tento režim dále na:

- Podkritické obtékání pro $(10^5 - 2 \cdot 10^5) < Re < (3 \cdot 10^5 - 3{,}4 \cdot 10^5)$.
- Obtékání s jednou separační bublinou pro $(3 \cdot 10^5 - 3{,}4 \cdot 10^5) < Re < (3{,}8 \cdot 10^5 - 4 \cdot 10^5)$.
- Obtékání se dvěma separačními bublinami pro $(3{,}8 \cdot 10^5 - 4 \cdot 10^5) < Re < (5 \cdot 10^5 - 10^6)$.
- Kritické obtékání pro $(5 \cdot 10^5 - 10^6) < Re < (3{,}5 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^6)$.
- Nadkritické obtékání pro $(3{,}5 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^6) < Re <$ (neznámé).

Podkritické obtékání
Dochází k prvnímu ovlivnění volných smykových vrstev podél separačních linií. Ty se k sobě přibližují, tím se prodlužuje oblast tvorby vírů. Víry se zpožďují, což má za následek snížení součinitele odporu (Obr. 1a), ale jejich struktura zůstává nezměněna. Rovněž dochází k mírnému nárůstu Strouhalova čísla (Obr. 1b).

Obtékání se separační bublinou
Náhlý konec podkritického obtékání je doprovázen prudkým nárůstem frekvence úplavu, který se projeví na Strouhalově čísle (Obr. 1b) a prudkým poklesem odporového součinitele (Obr. 1a). Nesymetrické rozložení tlaku po obou stranách válce zapříčiní opětovné přilnutí volné smykové vrstvy. Takto uzavřená oblast bývá nazývána separační bublina (v angličtině "separation bubble"). Objev tohoto jevu měřením tlaku při $Re = 2{,}13 \cdot 10^5$ učinil Eisner, viz Zdravkovich [6]. Tato bublina může zaujmout místo na libovolné straně válce, je-li však již vyvinuta, nemůže stranu válce změnit.

Obtékání se dvěma separačními bublinami
S dalším zvyšováním Reynoldsova čísla roste frekvence úplavu. Nadále dochází k poklesu součinitele odporu. Na opačné straně válce se vytváří druhá separační bublina. K dosažení symetrie při obtékání dochází však až s dalším navyšováním *Re*. Celá oblast je zatížena hysterezí, navíc při snižování *Re* mizí separační bubliny při nižší hodnotě, než při jaké vznikly.

Obě obtékání se separačními bublinami jsou navíc velmi citlivá na rušení. Změnou drsnosti povrchu, teploty nebo při turbulentním nabíhajícím proudu lze tvorbu separačních bublin potlačit.

Kritické obtékání
Fragmenty mizících separačních bublin rozrušují vírové struktury a přechodové linie. Tím je zabráněno tvorbě pravidelných vírových řad. Výše popsanými možnostmi lze separační bubliny potlačit a přejít z podkritické oblasti přímo do oblasti kritické. Zde také nabývá svého minima odporový součinitel, jehož hodnota je $C_D \approx 0{,}3$ – viz Obr. 1a.

Nadkritické obtékání
Dříve se mělo za to, že v této oblasti již neexistují pravidelné vírové struktury. Nicméně Roshko (1961) anemometrickým měřením ukázal, že při hodnotě $Re = 3{,}5 \cdot 10^6$ dochází k opětovné tvorbě pravidelných vírových struktur [6].

2.2.5 Turbulentní obtékání

Tohoto režimu je dosaženo, když všechny narušené oblasti proudění jsou plně turbulentní. Zdravkovich [6] neuvádí ani přibližnou hodnotu nástupu tohoto režimu. Reynoldsovo číslo zde může teoreticky nabývat až nekonečné hodnoty. Vzhledem k neměnícím se ovlivňujícím parametrům by mohly být odporový součinitel a frekvence úplavu považovány za neměnné, avšak vzhledem k tomu, že při vysokých rychlostech již nelze tekutinu považovat za nestlačitelnou a v kapalinách dochází ke kavitaci, budou tyto dva jevy ovlivňovat odporový součinitel a frekvenci úplavu. Při turbulentním proudění lze rozlišovat několik případů (Zdravkovich [6], Trávníček [15]):

- K přechodu dochází v těsné blízkosti náběžného bodu na válci, $\theta \leq 5°$.
- K přechodu dochází téměř v náběžném bodě, což je limitní případ, kdy $\theta \rightarrow 0°$.

3. Syntetizovaný proud

Syntetizovaný proud (v angličtině "synthetic jet") je proud tekutiny vyvolaný oscilačním pohybem pístu nebo membrány v uzavřené dutině, která je propojena s okolím vhodným otvorem, viz Smith a Glezer [16]. Pohybem membrány dochází k periodickému nasávání a vyfukování tekutiny do a z dutiny. Přestože je v ústí výstupního otvoru časově střední rychlost nulová, dochází během každého cyklu k tvorbě víru, neboť je tekutina do dutiny nasávána z širšího okolí, než do kterého je následně vytlačována. Proud je pak "syntetizován" z jednotlivých vírových struktur. S rostoucí vzdáleností dochází ke spojování struktur a vytváří se kontinuální turbulentní proud.

Výhody využití syntetizovaných proudů spočívají především v jednoduché konstrukci a malé hmotnosti generátoru. Rovněž pořizovací cena je nízká. Vzhledem k principu, na jakém syntetizovaný proud funguje, je patrná jeho další výhoda, a to generování proudu bez přívodu tekutiny. Proto nacházejí syntetizované proudy mnohá uplatnění. Lze je využít k řízení proudu tekutiny, viz např. Broučková [17, 18], Koso a Kinoshita [19], při ovlivnění mezní vrstvy Chaudhry a Zhong [20] a Schaeffler [21]. Využití nacházejí syntetizované proudy při řízení proudových polí při obtékání těles, viz Zhang et al. [22]. Syntetizovaný proud lze dále využít při chlazení nebo k intenzifikaci směšování v chemických procesech.

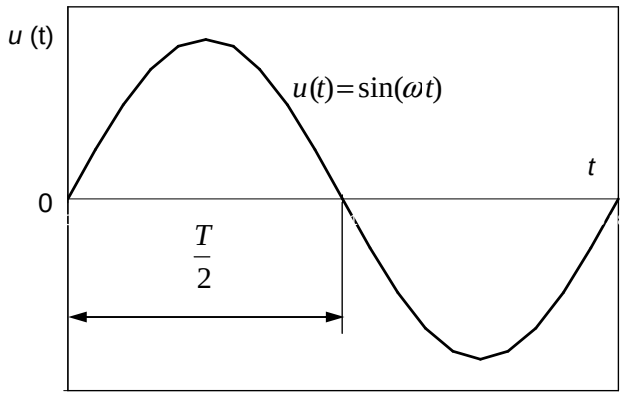
3.1 Rychlost proudění

Okamžitou rychlost lze při sinovém signálu popsat funkcí:

$$u(t) = u_{\max} \sin(\omega t), \tag{4}$$

kde t je čas, $\omega = 2\pi f_{sj}$ je úhlová rychlost.

Časový průběh rychlosti ukazuje Obr. 3.



Obr. 3 Schéma časového průběhu rychlosti.

Střední rychlost proudění lze v případě sinového průběhu rychlosti a při pístovém modelu proudu (v angličtině "slug flow model", viz [16]) získat integrací rovnice (4):

$$U_0 = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} u(t)dt = \frac{u_{\max}}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \sin(\omega t)dt = \frac{u_{\max}}{\pi}. \tag{5}$$

3.2 Podobnostní kritéria a parametry

Pro popis syntetizovaného proudu se zavádí dvě délková měřítka. Prvním je průměr otvoru D_o a druhým tzv. délka zdvihu (v angličtině "stroke length"), což je délka sloupce tekutiny vytlačeného během vyfukovací části periody a je dána vztahem:

$$L_0 = U_0 T \,, \tag{6}$$

kde U_0 je časově střední rychlost určená z vyfukovací části periody dle vztahu (5) a $T = 1/f_{sj}$ je doba jedné periody.

Na základě střední rychlosti proudu U_0 je definováno Reynoldsovo číslo ve tvaru:

$$Re_{U_0} = \frac{U_0 D_o}{\nu} \,. \tag{7}$$

Strouhalovo číslo je definováno ve tvaru [23]:

$$St_{U_0} = \frac{f_{sj} D_o}{U_0} \,, \tag{8}$$

kde f_{sj} je frekvence syntetizovaného proudu.

3.3 Průtočná hybnost proudu

Předpokládá se, že výslednou hybnost ovlivňuje pouze tekutina z vyfukovací části periody. Při sinovém signálu bude horní mez pro integraci $T/2$. Dosazením za $u(t)$ z rovnice (4) a následnou integrací lze získat vztah pro průtočnou hybnost ve tvaru:

$$M_{sj} = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \rho A u^2(t)\,dt = \frac{1}{T}\rho A u_{max}^2 \int_0^{\frac{T}{2}} \sin^2(\omega t)\,dt \,, \tag{9}$$

kde A je plocha otvoru.

Po provedení integrace a úpravě vyjde vztah:

$$M_{sj} = \rho \left[\frac{U_0 \pi}{2}\right]^2 \frac{\pi D_o^2}{4} \,. \tag{10}$$

4. Aktivní řízení proudových polí syntetizovaným proudem

Pro zajištění co největší účinnosti řízení je potřeba zabývat se interakcí nabíhajícího a syntetizovaného proudu. Z pochopení dějů, ke kterým při interakci dochází, lze následně vhodně volit parametry řízení s ohledem na danou úlohu. Stručné shrnutí dané problematiky podává Zhang et al. [22].

4.1 Parametry řízení

Pro popis úlohy řízení je vhodné zavést poměry některých veličin. Jedná se o poměry rychlostí, frekvencí a průtočných hybnosti. Poměr rychlostí lze zavést ve tvaru:

$$C_{\mathrm{u}} = \frac{U_0}{U}. \tag{11}$$

Poměr mezi frekvencí syntetizovaného proudu a periodickými jevy v úplavu je pak definován jako:

$$C_{\mathrm{f}} = \frac{f_{\mathrm{sj}}}{f}. \tag{12}$$

Bezrozměrný součinitel průtočných hybností Amitay et al. [24] uvádějí ve tvaru:

$$C_{\mu} = \frac{M_{\mathrm{sj}}}{M}, \tag{13}$$

kde M je průtočná hybnost nabíhajícího proudu tekutiny.

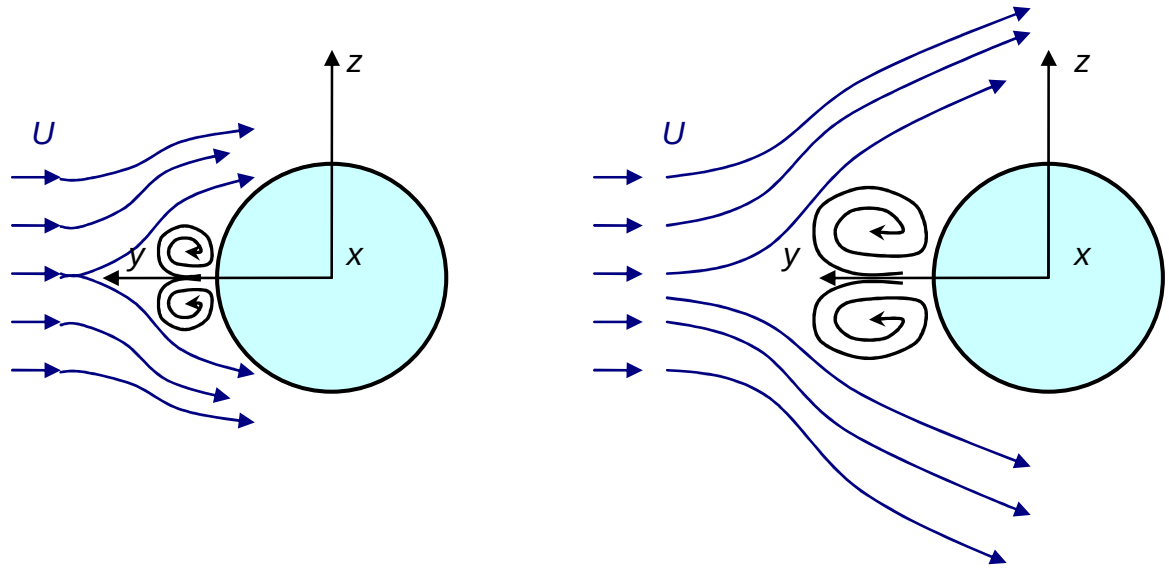
4.2 Využití syntetizovaných proudů pro řízení

Několik příkladů využití syntetizovaných proudů k řízení obtékání již bylo uvedeno v úvodu (kap. 1). Následující odstavec podrobněji rozebírá vliv řízení na obtékání válce.

4.2.1 Řízení obtékání válce syntetizovaným proudem

Jednou z prvních prací zabývajících se řízením obtékání válce syntetizovaným proudem byl článek Amitay et al. [24]. V rámci této práce se autoři zabývali vlivem součinitele hybnosti C_μ a úhlem α, který svírají syntetizovaný a nabíhající proud, viz Obr. 2, na řízení proudového pole kolem válce. Ukázali, že vhodnou volbou parametrů lze dosáhnout významného poklesu součinitele odporu a zvýšení součinitele vztlaku. Konkrétně při úhlu $\alpha = 100°$ zjistili, že hodnota vztlakového součinitele byla 0,55 při poklesu odporu o 30%. Wang et al. [25] experimentálně ukázali, že při $\alpha = 0°$ a nízkém Reynoldsově čísle Re_{U0} dochází během vyfukovací části periody k vytvoření uzavřené oblasti na náběžné straně válce (Obr. 4a) v důsledku interakce nabíhajícího a syntetizovaného proudu. Během sání pak víry odplouvají po povrchu válce. Tímto způsobem dochází k posunutí bodu odtržení. S rostoucím Reynoldsovým číslem se tato oblast zvětšuje, až nakonec dochází k jejímu "otevření", viz Obr. 4b. Wang a Feng [26] zkoumali vliv budící frekvence syntetizovaného proudu a hybnostního součinitele C_μ na vírovou řadu za válcem. Ukázali, že vlivem řízení dochází k šesti různým režimům odplouvání vírů v závislosti na zmíněných parametrech. Tyto režimy pak ovlivňují aerodynamické vlastnosti válce. Modifikací sinového budicího signálu se

zabývali Feng et al. [27] a Feng a Wang [28], kdy měnili poměr doby nasávání a vyfukování tekutiny z a do generátoru, čímž dosáhli změny rychlosti syntetizovaného proudu beze změny frekvence. Ukázali, že tímto způsobem lze změnit frekvenci vírové řady za válcem. Ma a Feng [29] ukázali, že vlivem řízení dochází ke změně přirozené frekvence úplavu, kdy se zvyšující se frekvencí syntetizovaného proudu dochází k uzamčení frekvence samobuzených kmitů vnějším buzením (v angličtině "lock-on effect"). Tensi et al. [30] navíc na povrch válce připevnili dva zdrsňující proužky (v angličtině "roughness strips") pod úhly $\pm 30°$ a následným řízením posunuli bod odtržení z 95° na 135°. Stručnější shrnutí dané problematiky pak např. uvádí Feng a Wang [31].



a) b)

Obr. 4 Interakce nabíhajícího a syntetizovaného proudu během vyfukovací částí periody a) tvorba uzavřené oblasti, b) tvorba otevřené oblasti.

Součinitel průtočné hybnosti používaný v rámci této práce je dán vztahem, kde rychlost U_0 je vždy vyhodnocena jako průměrná hodnota z měřených rychlostí u:

$$C_\mu = \frac{nM_{sj}}{M} = \frac{14\rho \frac{\pi D_o^2}{4}\left(\frac{\pi U_0}{2}\right)^2}{\rho dl U^2} = \frac{7\pi^3}{8}\frac{D_o^2}{dl}\frac{U_0^2}{U^2}, \qquad (14)$$

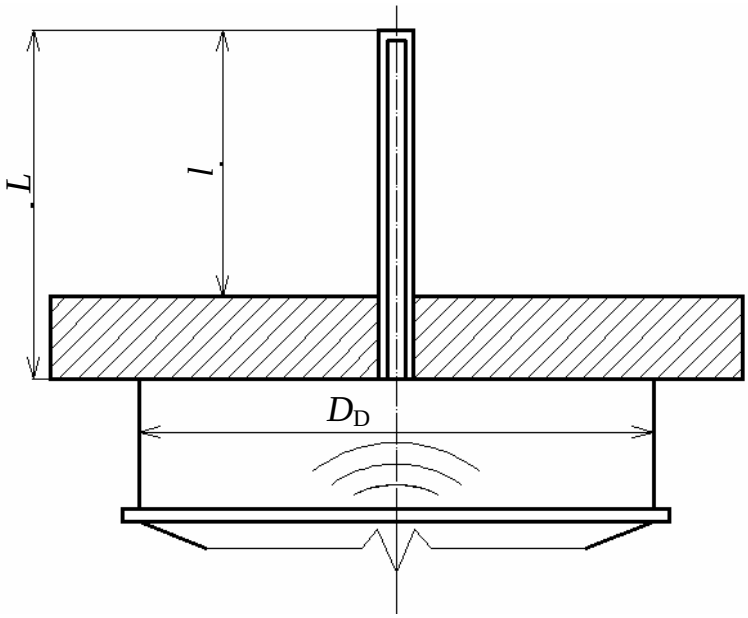
kde l je délka obtékané části válce. Odvození je uvedeno v Příloze C.

5. Experimentální zařízení, přístroje a metody

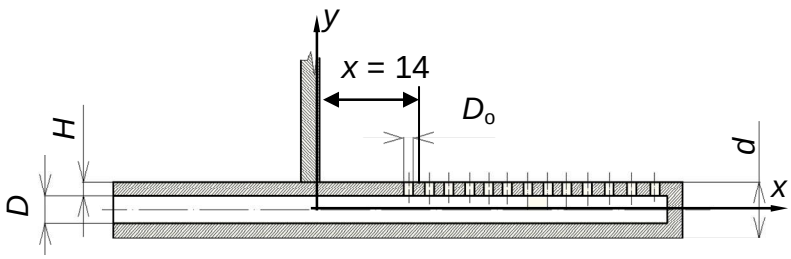
5.1 Experimentální zařízení

5.1.1 Generátor syntetizovaného proudu

V této práci byl použit generátor sestávající z reproduktoru a válcové dutiny, viz Obr. 5. Propojení s okolím bylo realizováno válcovou trubkou o vnitřním průměru $D = 3$ mm, vnějším průměru $d = 4$ mm, délce $L = 54$ mm a tloušťce stěny $H = 0{,}5$ mm. Ve stěně trubky bylo vyvrtáno 14 otvorů o průměru $D_o = 1{,}05$ mm s roztečí 2 mm. Byl použit reproduktor Monacor SP-7/4S s membránou o průměru $D_D = 53$ mm, jejíž tuhost byla $K_p = 4{,}8 \cdot 10^5$ N·m^{-3}. Uzavřená dutina měla výšku 10 mm.



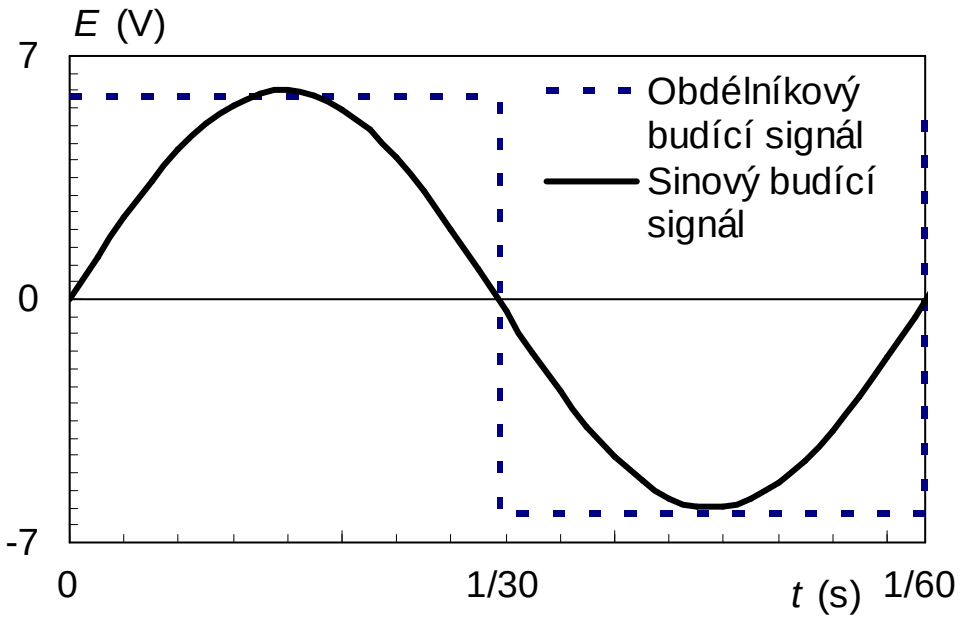
a)



b)

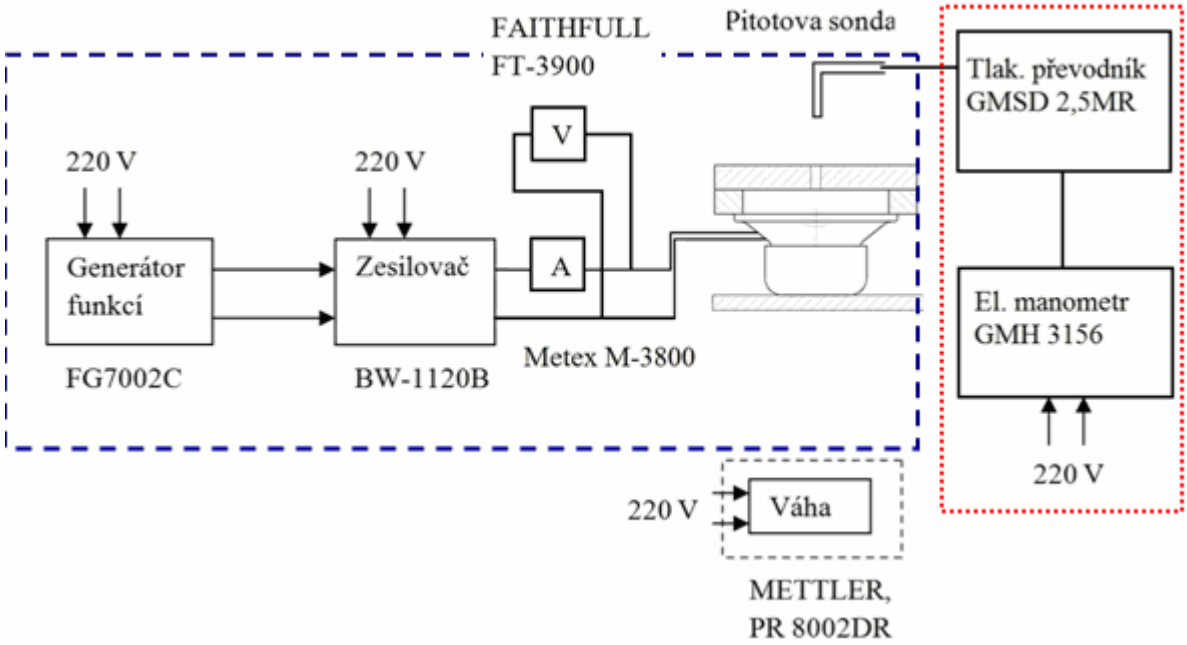
Obr. 5 Generátor syntetizovaného proudu a) celkový pohled, b) detail obtékané části válce.

Reproduktor byl napájen sinovým signálem z generátoru funkcí FG7002C vedeným přes zesilovač BW-1120B. V pracích [27] a [28] byl zkoumán vliv změny budícího signálu na řízení. Jako ukázka jiného než sinového napájecího signálu, byl k napájení zvolen obdélníkový signál. Oba napájecí signály při frekvenci $f = 60$ Hz ukazuje Obr. 6.



Obr. 6 Napájecí signály generátoru syntetizovaného proudu při frekvenci 60 Hz.

Zapojení generátoru syntetizovaného proudu během měření frekvenčních a výkonových charakteristik ukazuje Obr. 7.



Obr. 7 Zapojení generátoru syntetizovaného proudu během měření frekvenčních a výkonových charakteristik.

Rezonanční chování syntetizovaného proudu

Pro generátor syntetizovaného proudu Obr. 5a) byla odvozena teoretická rezonanční frekvence f_{teor}. Odvození (Příloha B) je založeno na zákonu zachování energie a předpokladu nestlačitelnosti tekutiny. V tomto případě je dále uvažována stejná výstupní rychlost proudu

ve všech otvorech. Dále je při odvození využita rovnice kontinuity. Rezonanční frekvence se pak určí vztahem:

$$f_{\text{teor}} = \frac{7}{\pi}\left[\frac{D_{\text{o}}^2}{D_{\text{D}}}\right]\sqrt{\frac{K_{\text{p}}}{\rho\left(D^2 L + 14 D_{\text{o}}^2 L_{\text{e}}\right)}}, \tag{15}$$

kde D je vnitřní průměr trubky, L je délka trubky, L_{e} je efektivní délka otvoru, viz Škvor [32] a K_{p} je tuhost membrány.

Efektivní délka otvoru je dána vztahem:

$$L_{\text{e}} = H + \frac{8}{3\pi} D_{\text{o}}, \tag{16}$$

kde H je délka výstupního otvoru.

5.1.2 Vizualizační tunel

Vizualizace byla prováděna v malém aerodynamickém tunelu otevřeného typu, viz Obr. 8, Flídr et al. [33]. Tunel byl na vstupu opatřen dvěma laminarizačními (1) síty za účelem snížení fluktuační složky rychlosti. Za síty byla umístěna tryska (2), v níž byl umístěn letecký profil (3) se zabudovanou trubicí pro přívod vizualizačního média. Následoval samotný vizualizační prostor (4) o rozměrech (350 × 460 × 29) mm = (výška × délka × šířka), který byl ukončen přepážkou (5) s rovnoměrně rozmístěnými otvory po celé výšce tunelu. Proudění tunelem bylo vyvoláno ventilátorem (6), který byl poháněn čtyřpólovým synchronním motorem (7). Předřazením odporu mohly být motoru sníženy otáčky ventilátoru z n_1 = 25,0 s^{-1} na n_2 = 22,7 s^{-1}. Tunel byl zakončen výstupní trubicí (8).

Generátor vodní mlhy

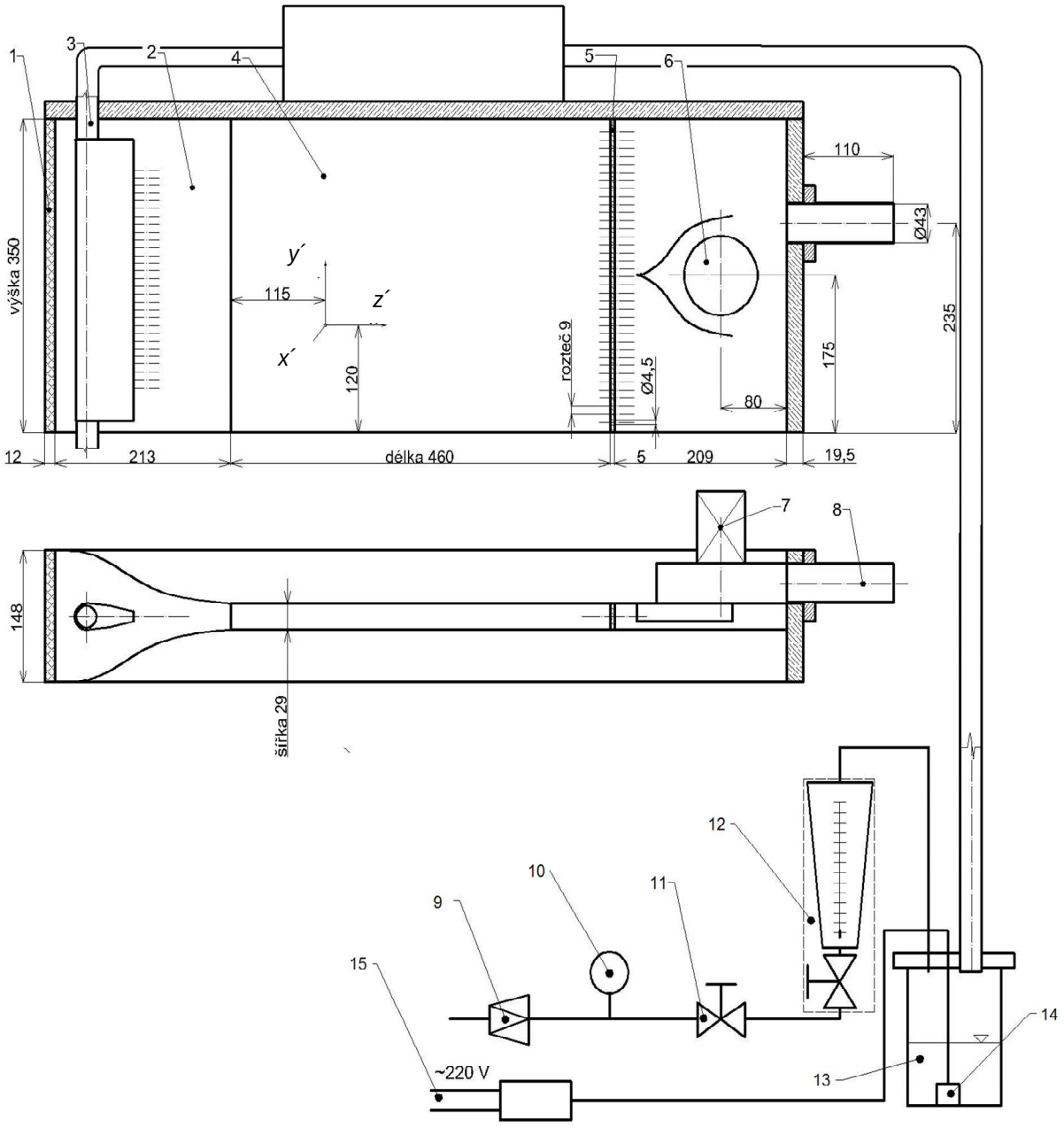
Jako vizualizační médium byla použita vodní mlha generovaná ultrazvukovým generátorem Mini Nebler s frekvencí f = 1,745 MHz. Ultrazvukový generátor pracuje na obráceném piezoelektrickém jevu, kdy přiváděné napětí bylo přeměňováno na deformaci piezoelementu. Podrobný popis uvádí např. Erhart [34].

Přívod vizualizačního média, mlhy, byl realizován pomocí tlakového vzduchu přiváděného z rozvodu budovy, dále pokračoval přes redukční ventil (9), manometr (10), regulační ventil (11) k rotametru (12). Z rotametru byl vzduch veden do sklenice (13) skrz otvor v jejím víku. Sklenice byla z části naplněna deionizovanou vodou. V ní byl umístěn ultrazvukový generátor vodní mlhy (14). Zde byla tvořena mlha. Ta byla ze sklenice odváděna druhým otvorem ve víku a vedena hadicí a trubicemi přes klapku k rozváděcím trubicím uvnitř tunelu. Podrobný popis tunelu je zpracován v [33].

Osvětlení

Osvětlení vizualizační oblasti tunelu zajišťuje 10 kusů bílých diod umístěných v jedné řadě na společném chladiči. V tomto uspořádání lze ovládacím panelem přepínat mezi kontinuálním a stroboskopickým osvětlením tunelu. Podrobný popis osvětlení je uveden ve zprávě [33].

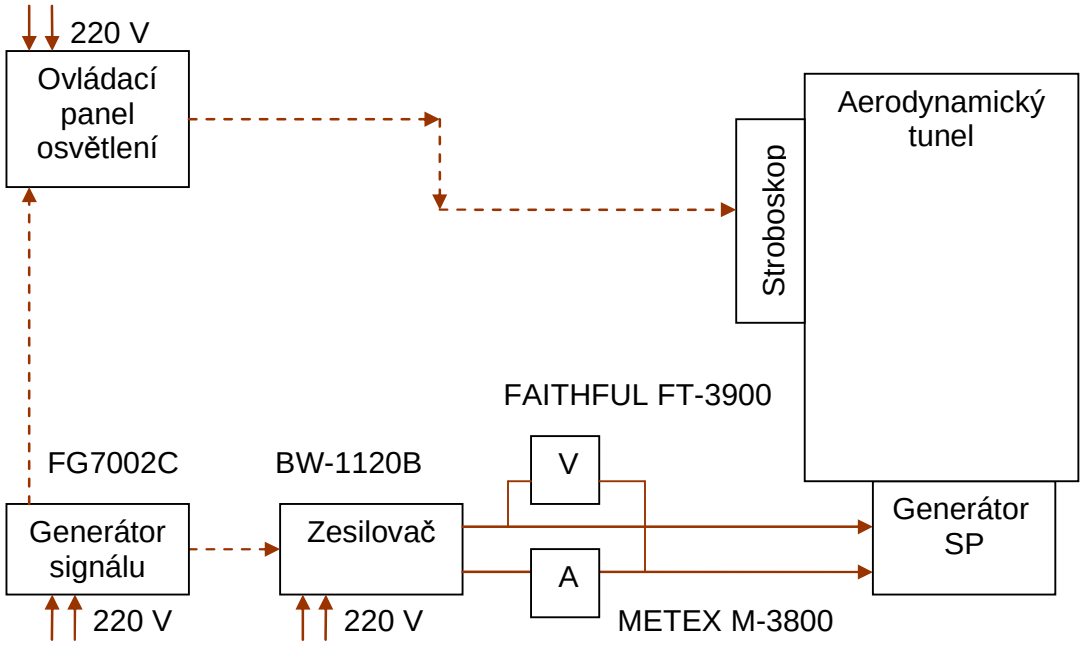
Celkové uspořádání experimentu je ukázáno na Obr. 9.



Obr. 8 Vizualizační tunel: 1 – laminarizační síta, 2 – tryska, 3 – letecký profil, 4 – měřicí prostor, 5 – přepážka, 6 – ventilátor, 7 – elektromotor, 8 – výstupní trubice, 9 – redukční ventil, 10 – manometr, 11 – regulační ventil, 12 – manometr, 13 – sklenice s vodou, 14 – ultrazvukový generátor vodní mlhy, 15 – napájení střídavým elektrickým proudem.

Digitální záznam obrazu

Při vizualizaci byl k pořízení fotografií použit fotoaparát Canon PowerShot G7, který byl ovládán pomocí PC. V této práci byla délka expozice nastavena na 1s. Při pořizování videozáznamu k vyhodnocení rychlosti proudění byla snímkovací frekvence 30 snímků za sekundu a rozlišení 640 × 480 pixelů.



Obr. 9 Schéma zapojení stroboskopu a generátoru syntetizovaného proudu při vizualizaci.

5.2 Přístroje a metody

5.2.1 Měření stavových veličin

Teplota laboratoře byla měřena teploměrem Labortherm – N s rozlišením 0,2 °C. Při měření anemometrem se žhaveným drátkem byl použit teploměr THERM 2280-3 s rozlišením 0,01 K a s přesností 0,03 % FS ± 1 digit. Jako snímač teploty byl použit termistor NTC s přesností 0,05 K.

Barometrický tlak byl měřen staničním barometrem Fischer se stupnicí s rozlišením 1 hPa.

Při měření tlaku Pitotovou sondou byl použit tlakový převodník GMSD 2,5MR s rozsahem 0 – 250 Pa, přesností ±0,2 % FS (hystereze a linearita), ±1 % FS (vliv teploty) a s rozlišením 0,1 Pa. Z tlakového převodníku byl signál veden na elektronický manometr GMH 3156 s přesností ±0,1 % FS ±1 digit.

5.2.2 Měření rychlosti

Rychlost proudění byla vyhodnocována na základě měření Pitotovou sondou a anemometrem se žhaveným drátkem.

Pitotova sonda

Pitotova sonda je trubice, jejíž otevřený konec je otočen proti proudící tekutině. Na druhé straně je uzavřena manometrem. Pitotova sonda měří celkový tlak, pokud je znám tlak statický, lze z Bernoulliho rovnice určit rychlost proudění [10]:

$$u = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}, \tag{17}$$

kde $\Delta p = p_c - p_s$ (rozdíl tlaků celkového a statického) je tlak kinetický.

Hustota byla určena ze stavové rovnice ideálního plynu:

$$\rho = \frac{p_\mathrm{b}}{rT}, \tag{18}$$

kde p_b je barometrický tlak, r je měrná plynová konstanta (r = 288 J·kg^{-1}·K^{-1}, se zohledněním vlhkosti vzduchu v laboratoři za běžných podmínek) a T je termodynamická teplota.

Použita Pitotova sonda byla kolmo zabroušená trubka o vnějším průměru 2 mm a světlosti 1,5 mm. Tato sonda byla připojena na tlakový převodník silikonovou hadičkou.

5.2.3 Měření napětí a proudu

Měření proudu a napětí bylo prováděno dvěma multimetry. Napětí bylo měřeno multimetrem FAITHFUL FT-3900. Při měření napětí byla přesnost přístroje ± 0,8% rdg. Proud byl měřen multimetrem METEX M-3800 s přesností ± 1,8% rdg. Během měření frekvenční charakteristiky a vizualizace byl udržován konstantní příkon (součin proudu a napětí, rovnice (38)). Otáčky ventilátoru byly měřeny multimetrem Volcraft VC 840.

5.2.4 Měření relativního přírůstku hmotnosti

K určení reakční síly proudu byla použita laboratorní váha METTLER, Toledo, PR 8002DR s maximálním zatížením 1600g, přesností ±0,02g (linearita) a s rozlišením 0,01g.

5.2.5 Nejistoty měření

Rychlost proudění byla určena pokaždé jako nepřímo měřená veličina. Střední kvadratická chyba $\sigma_{\bar{y}}$ nepřímo měřené veličiny y závisí na středních chybách $\sigma_{\mathrm{x}i}$ všech nepřímo měřených veličin x_i, viz Kohout et al. [35].

$$\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\sigma_{x_i}\right)^2}. \tag{19}$$

Měření Pitotovou sondou

Při měření Pitotovou sondou byla rychlost proudění spočtena dle rovnice (17). Jedná se tedy o nepřímo měřenou veličinu. Střední kvadratická chyba byla dána:

$$\sigma_{\bar{u}} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2rT}{p_\mathrm{b}\Delta p}}\sigma_{p_\mathrm{c}}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2rT\Delta p}{p_\mathrm{b}^3}}\sigma_{p_\mathrm{b}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2r\Delta p}{p_\mathrm{b}T}}\sigma_{T}\right)^2}. \tag{20}$$

Relativní chyba je pak dána jako:

$$\frac{\sigma_{\bar{u}}}{u} = \sqrt{\frac{1}{4}\left[\left(\frac{\sigma_{p_\mathrm{c}}}{\Delta p}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{p_\mathrm{b}}}{p_\mathrm{b}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{T}}{T}\right)^2\right]}. \tag{21}$$

Jako ukázka chyby při měření Pitotovou sondou je vybrán jeden bod z měření frekvenční charakteristiky s parametry P = 2,012 W, f = 45 Hz a x = 24 mm. Při tomto měření byla relativní chyba:

$$\frac{\sigma_{\bar{u}}}{u} = 0{,}021 .$$

Rychlost pak byla u = (5,80 ± 0,24) m·s^{-1} s pravděpodobností 95%. Vzhledem k řádu jednotlivých členů, je vidět, že na relativní chybu má největší vliv první člen z rovnice (21), neboť je řádu 10^{-2} zatímco druhý a třetí člen jsou řádu 10^{-6} respektive 10^{-7}. S klesajícím Δp a zanedbáním druhého a třetího členu relativní chyba narůstá a v limitním případě $\Delta p \rightarrow 0$ se relativní chyba blíží k nekonečnu. Z toho vyplývá, že měření malých tlaků má pouze informativní charakter.

Měření proudu a napětí

Během experimentů byl udržován stálý zdánlivý příkon generátoru daný vztahem:

$$P = EI . \tag{22}$$

Příkon byl tedy nepřímo měřenou veličinou. Střední kvadratická chyba tedy byla:

$$\sigma_{\bar{P}} = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial E}\sigma_E\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial I}\sigma_I\right)^2} = \sqrt{(I\sigma_E)^2 + (E\sigma_I)^2} . \tag{23}$$

Relativní chyba byla dána:

$$\frac{\sigma_{\bar{P}}}{P} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_E}{E}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2} . \tag{24}$$

Pro případ P = 2 W byla relativní chyba vzhledem k přesnosti přístrojů:

$$\frac{\sigma_{\bar{P}}}{P} = 0{,}020$$

Příkon byl P = (2,00 ± 0,08) W s pravděpodobností 95%.

6. Výsledky provedených experimentů

6.1 Proudění aerodynamickým tunelem

Proudění aerodynamickým tunelem bylo zkoumáno dopodrobna zkoumáno ve zprávě [33]. Rychlost proudění uvnitř tunelu bylo vyhodnoceno na základě třech metod:

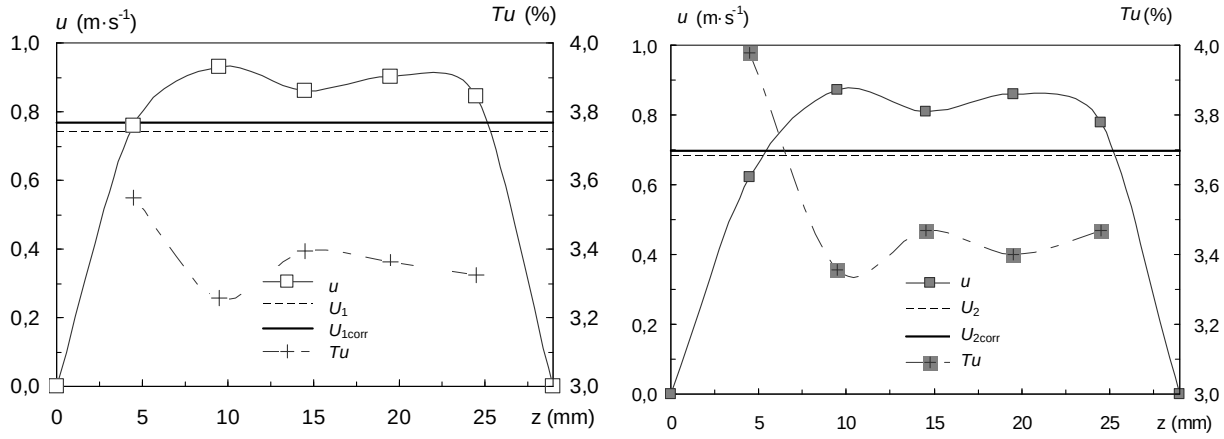
- Měření rychlosti pomocí anemometru se žhaveným drátkem.
- Vypočtení rychlosti proudění z frekvence vírové řady za obtékaným válcem.

Přičemž měření anemometrem bylo použito v [33], výpočet rychlosti z frekvence vírové řady za válcem, pak byl použit v rámci této práce.

6.1.1 Měření anemometrem se žhaveným drátkem

Použitý anemometr byl podrobně popsán v [33]. Sonda byla umístěna v otvoru v zadní stěně vizualizačního prostoru v počátku souřadných systému, viz Obr. 7. Uvnitř tunelu byly v pěti bodech daných souřadnicemi $y´ = z´ = 0$ mm a $x´ = (4{,}5;\ 9{,}5;\ 14{,}5;\ 19{,}5;\ 24{,}5)$ mm změřeny rychlosti proudění. Zároveň byly vyhodnoceny i fluktuační složky rychlosti pro oboje otáčky ventilátoru n_1 a n_2.

Ke každé naměřené hodnotě rychlosti byla změřena i teplota. Ta se pohybovala v rozmezí od 23,4 do 24,1°C. Jelikož teplota během měření neodpovídala teplotě při kalibraci anemometru, byly tyto hodnoty ještě korigovány na teplotu, viz [33]. Výsledné rychlostní profily, intenzita turbulence a střední rychlosti proudění uvnitř tunelu jsou na Obr. 10.



a) b)

Obr. 10 Rychlost proudění tunelem a) při $n_1 = 25{,}0\ s^{-1}$, b) při $n_2 = 22{,}7\ s^{-1}$.

Za předpokladu stejného profilu proudění po celé výšce tunelu (předpokládala se nulová tloušťka mezní vrstvy na spodní a vrchní stěně tunelu) byly integrací určeny objemové průtoky vztahem:

$$Q = h\int_0^b u(z)dz\,, \tag{25}$$

kde h = 350 mm je výška vizualizačního prostoru, b = 29 mm je šířka prostoru, viz Obr. 6.

Střední rychlost proudění pak byla dána:

$$U = \frac{Q}{bh} = \frac{1}{b}\int_0^b u(z)dz\,. \tag{26}$$

Integrací rychlostních profilů byly určeny střední rychlosti proudění uvnitř tunelu pro oboje otáčky ventilátoru:

- Při otáčkách n_1 byl průtok $Q_1 = 0{,}0075\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$, čemuž odpovídala střední rychlost $U_1 = 0{,}74\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
- Při otáčkách n_2 byl průtok $Q_2 = 0{,}0069\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$, čemuž odpovídala střední rychlost $U_2 = 0{,}68\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Po provedení teplotní korekce došlo k navýšení středních rychlostí v tunelu na hodnoty $U_{1\mathrm{corr}} = 0{,}77\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, a $U_{2\mathrm{corr}} = 0{,}70\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Turbulence proudění

Z měření anemometrem byly rovněž určeny fluktuační složky rychlosti, viz Obr. 10. Pro popis turbulence se zavádí bezrozměrná hodnota fluktuací, která se obvykle nazývá intenzita turbulence, např. Jørgensen [36]. Intenzita turbulence je dána vztahem:

$$Tu = \frac{u_{\mathrm{RMS}}}{u}, \tag{27}$$

kde u_{RMS} je fluktuační složka rychlosti a u je časově střední hodnota rychlosti měřená ve stejném bodě.

Pro oboje otáčky ventilátoru byla určena intenzita turbulence. Její hodnota se pohybovala v rozsahu $Tu = 0{,}033 \div 0{,}040$.

6.1.2 Vyhodnocení rychlosti z frekvence vírové řady

Rychlost proudění v tunelu byla vyhodnocena i na základě frekvence vírové řady za obtékaným válcem. K vyhodnocení byl použit vztah (3), ze kterého lze odvodit rychlost dosazením za Reynoldsovo a Strouhalovo číslo ze vztahů (1) a (2). Rychlost pak lze psát ve tvaru:

$$u = \frac{1}{4}\left[\frac{C_2}{C_1}\sqrt{\frac{\nu}{d}} + \sqrt{\left(\frac{C_2}{C_1}\right)^2\frac{\nu}{d} + 4\frac{fd}{C_1}}\right]^2. \tag{28}$$

Kinematická viskozita byla určena vztahem dle Goldsteina a Choa [37]:

$$\nu = 0{,}1556\left(\frac{T + 273{,}15}{298{,}16}\right)^{1{,}7774}\left(\frac{1{,}013\cdot 10^5}{p_b}\right)10^{-4}. \tag{29}$$

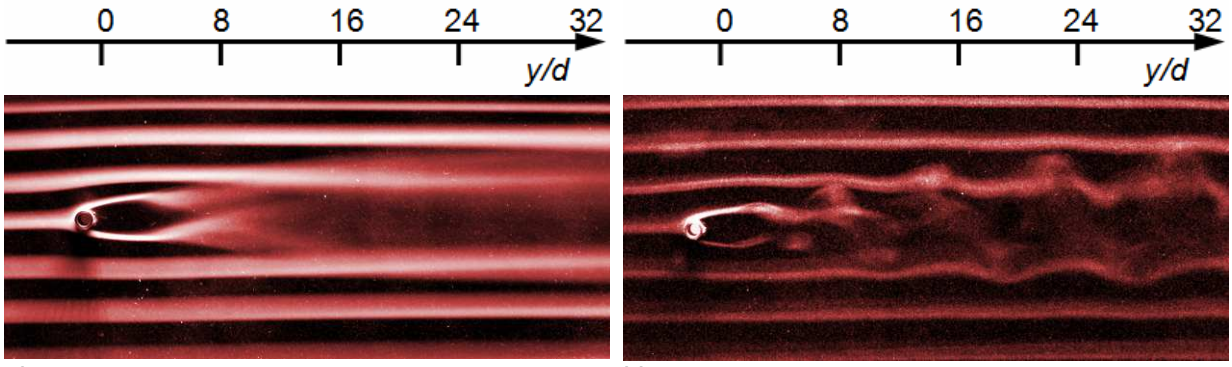
Při teplotě $T = 297{,}95$ K a barometrickém tlaku $p_{\mathrm{b}} = 98500$ Pa byla kinematická viskozita $\nu = 1{,}598\cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^2 \cdot s^{-1}}$. Přirozená frekvence vírové řady při n_1 byla $f_1 = 27{,}12$ Hz, při n_2 pak

f_2 = 24,9 Hz. Konstanty použité k výpočtu byly voleny dle práce Wanga et al. [11] a jejich hodnoty byly C_1 = 0,2660 a C_2 = 1,0160. Na základě těchto dat byly vypočteny rychlosti proudění uvnitř tunelu U_1 = 0,59 m·s^{-1} a U_2 = 0,55 m·s^{-1}.

6.1.3 Vizualizace obtékání válce

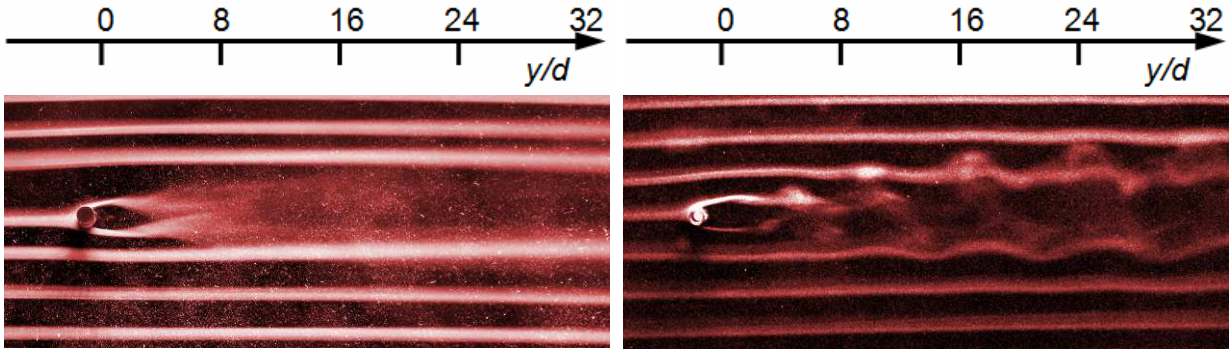
Vizualizace byla prováděna při obou rychlostech proudění, tedy při U_1 = 0,77 m·s^{-1} a při U_2 = 0,70 m·s^{-1}. Reynoldsovo číslo válce při U_1 bylo Re_1 = 193 při U_2 pak Re_2 = 175. Strouhalovo číslo na základě U_1 a f_1 bylo St_1 = 0,141 respektive při U_2 a f_2 bylo St_2 = 0,142.

Na Obr. 11 je vizualizace obtékání válce při U_1. Na Obr 11a) bylo použito kontinuální osvětlení, na Obr. 11b) bylo použito stroboskopické osvětlení s frekvencí f_1 = 27,1 Hz , která byla shodná s frekvencí Kármánovy vírové stezky za válcem. Na Obr. 12a) je vizualizace obtékání válce při U_2 s kontinuálním osvětlením, na Obr. 12b) je pak ukázána vírová stezka při frekvenci vírové řady f_2 = 24,9 Hz. Z Obr. 11 a 12b) je vidět, že při nižší rychlosti nabíhajícího U_2 proudu byla oblast tvorby víru za válcem mírně protáhlá oproti případu s vyšší rychlostí U_1. Gravitační síla působící na kapičky mlhy, způsobila jejich pokles. Z tohoto důvodu jsou obě fotografie pootočeny o úhel 1,5°. V obou případech byl úhel odtržení na obou stranách válce zhruba θ = 80°.



a) b)

Obr. 11 Vizualizace obtékání válce bez řízení při U_1 a) osvětleno kontinuálním světlem, b) osvětleno stroboskopicky s f = 27,12 Hz.



a) b)

Obr. 12 Vizualizace obtékání válce bez řízení při U_2 a) osvětleno kontinuálním světlem, b) osvětleno stroboskopicky s f = 24,9 Hz.

6.2 Generátor syntetizovaného proudu

Pro generátor syntetizovaného proudu byly vyhodnoceny frekvenční a výkonové charakteristiky. Rovněž byly proměřeny rychlostní profily podél osy generátoru. Frekvenční charakteristiky byly vyhodnoceny na základě:

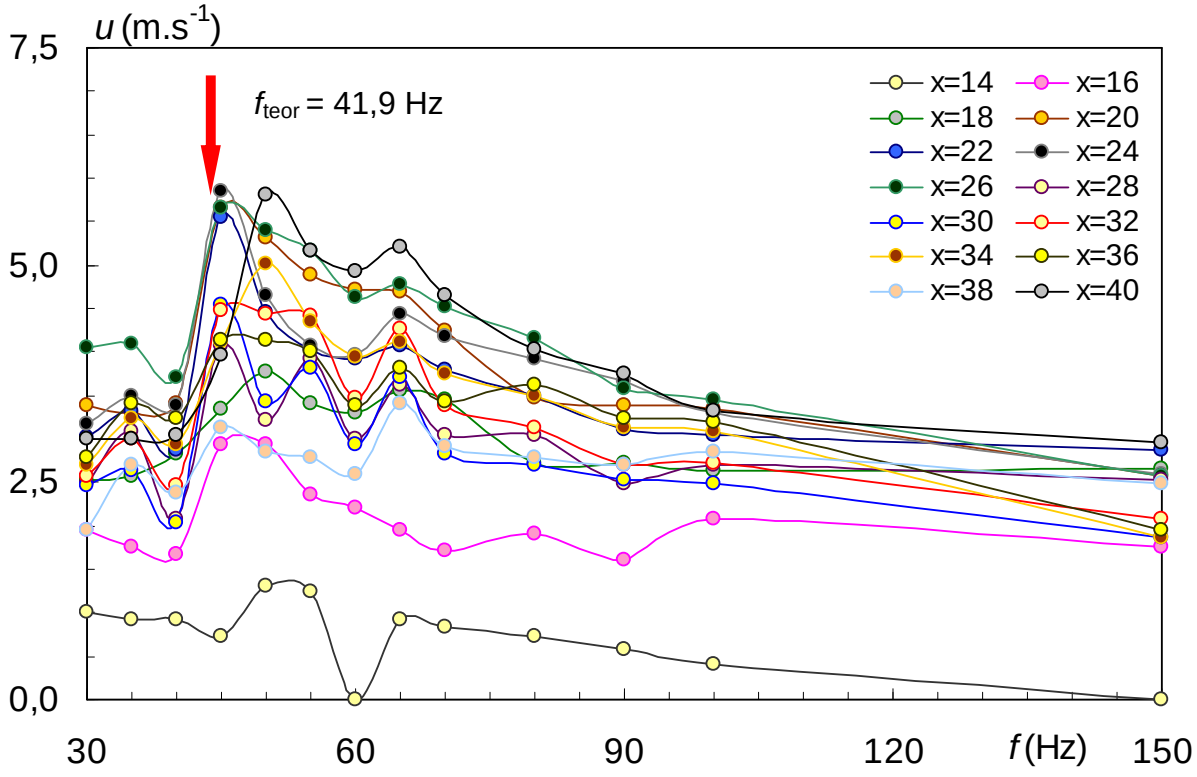
- Měření Pitotovou sondou.
- Měření relativního přírůstku hmotnosti.
- Z měření elektrických veličin (napětí a proudu).

Výkonové charakteristiky pak byly vyhodnocovány pouze na základě měření Pitotovou sondou.

6.2.1 Frekvenční charakteristiky generátoru

Měření Pitotovou sondou

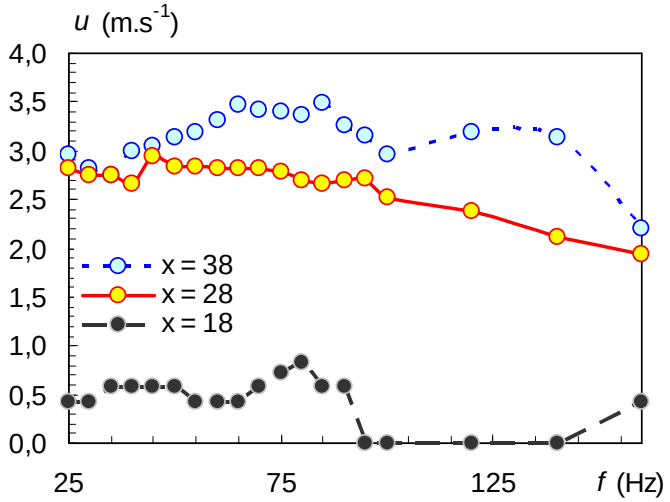
Frekvenční charakteristiky byly vyhodnoceny pro rozsah frekvencí f = 30 – 150 Hz. Pitotova sonda byla umístěna ve vzdálenosti $y/D_o = 6$. První měření bylo v bodě x = 14 mm a z = 0 mm. Krok traverzace podél vodorovné osy x pak byl 2 mm, viz Obr. 5. Při vyhodnocení frekvenčních charakteristik byl udržován konstantní výkon generátoru P = 2 W, který byl určován z měřeného napětí a proudu vztahem (17).



Obr. 13 Frekvenční charakteristiky generátoru.

Z výsledků je vidět, že hodnota rezonanční frekvence je přibližně 45 Hz pro všechna měření. V Obr. 13 je vynesena i teoretická rezonanční frekvence určená vztahem (15). Patrná je dobrá shoda teoretického výpočtu s výsledky z měření, přestože během odvození bylo použito mnoho zjednodušujících předpokladů.

Frekvenční charakteristika v rozsahu frekvencí f = 25 – 150 Hz byla vyhodnocena rovněž při napájení generátoru obdélníkovým signálem. Během měření byl udržován konstantní výkon P = 0,4 W. Pitotova sonda byla umístěna ve vzdálenosti $y/D_o = 6$. Celkem byly charakteristiky měřeny ve třech místech x = 18, 28 a 38 mm a z = 0 mm. Výsledek experimentu ukazuje Obr. 14.



Obr. 14 Frekvenční charakteristiky při napájení obdélníkovým signálem.

Při napájení obdélníkovým signálem nebylo prokázáno rezonanční chování generátoru v rozsahu měřených frekvencí.

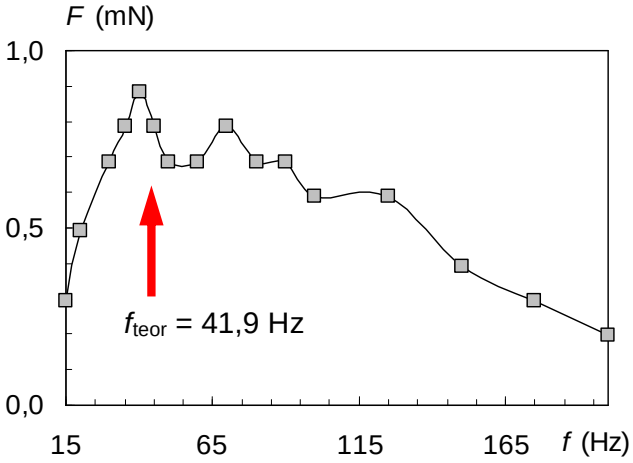
Měření zdánlivého přírůstku hmotnosti

Ne vždy je možné k vyhodnocení frekvenčních charakteristik použít výše zmíněné metody. Důvodem může být například složitá geometrie výstupních otvorů generátoru syntetizovaného proudu. V předchozí práci [38] byla ukázána možnost použití metody vážení pro vyhodnocení frekvenční charakteristiky. Tuto metodu dále používali např. Broučková a Trávníček [39], Trávníček et al. [40], nebo Kooijman a Ouweltjes [41].

Během vyhodnocování reakční síly byl vypnutý generátor umístěn na laboratorní váhu METTLER Toledo PR 8002DR, která byla následně vynulována. Po zapnutí generátoru byl měřen zdánlivý přírůstek jeho hmotnosti. Rozsah zkoumaných frekvencí byl f = 15 – 200 Hz. Během měření opět udržován konstantní výkon P = 2 W. Síla vyvolaná zdánlivou změnou hmotnosti generátoru se pak určí vztahem:

$$F = mg \,, \tag{30}$$

kde m je změřený nárůst hmotnosti a g = 9,80665 je tíhové zrychlení.



Obr. 15 Frekvenční charakteristika z měření reakční síly.

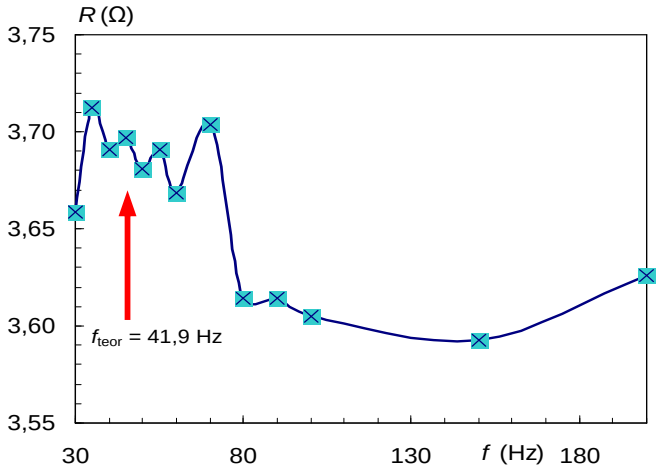
Z Obr. 15 je vidět, že i zde je teoreticky určená rezonanční frekvence v dobré shodě s naměřenými daty. Z porovnání Obr. 13 a 15 vyplývá dobrá shoda obou použitých metod.

Měření proudu a napětí

Ukazuje se, že při nízkém výkonu generátoru lze frekvenční charakteristiky zkoumat na základě měřeného napětí a proudu. Pro vyhodnocení frekvenční charakteristiky byl proto nastaven konstantní výkon na hodnotu $P = 0{,}1$ W. Frekvenční charakteristika je pak vyhodnocena na základě impedance dané vztahem:

$$R = \frac{E}{I}. \tag{31}$$

Z Obr. 16 je vidět, že tvar frekvenční charakteristiky odpovídá ostatním použitým metodám, kdy k výraznému poklesu impedance dochází zhruba při hodnotě $f = 80$ Hz.



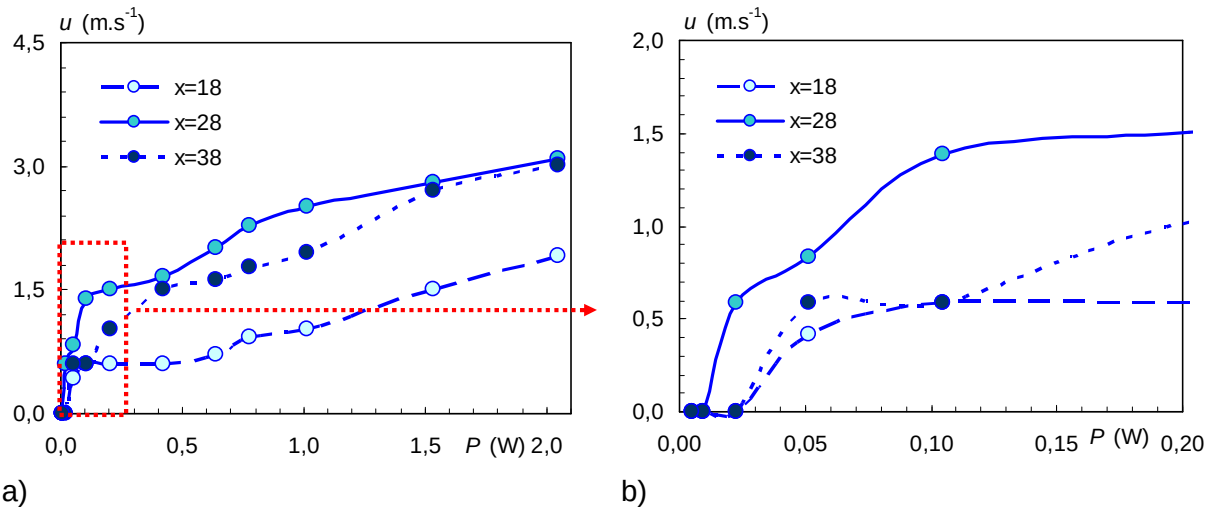
Obr. 16 Frekvenční charakteristika z měřeného proudu a napětí.

6.2.2 Výkonové charakteristiky

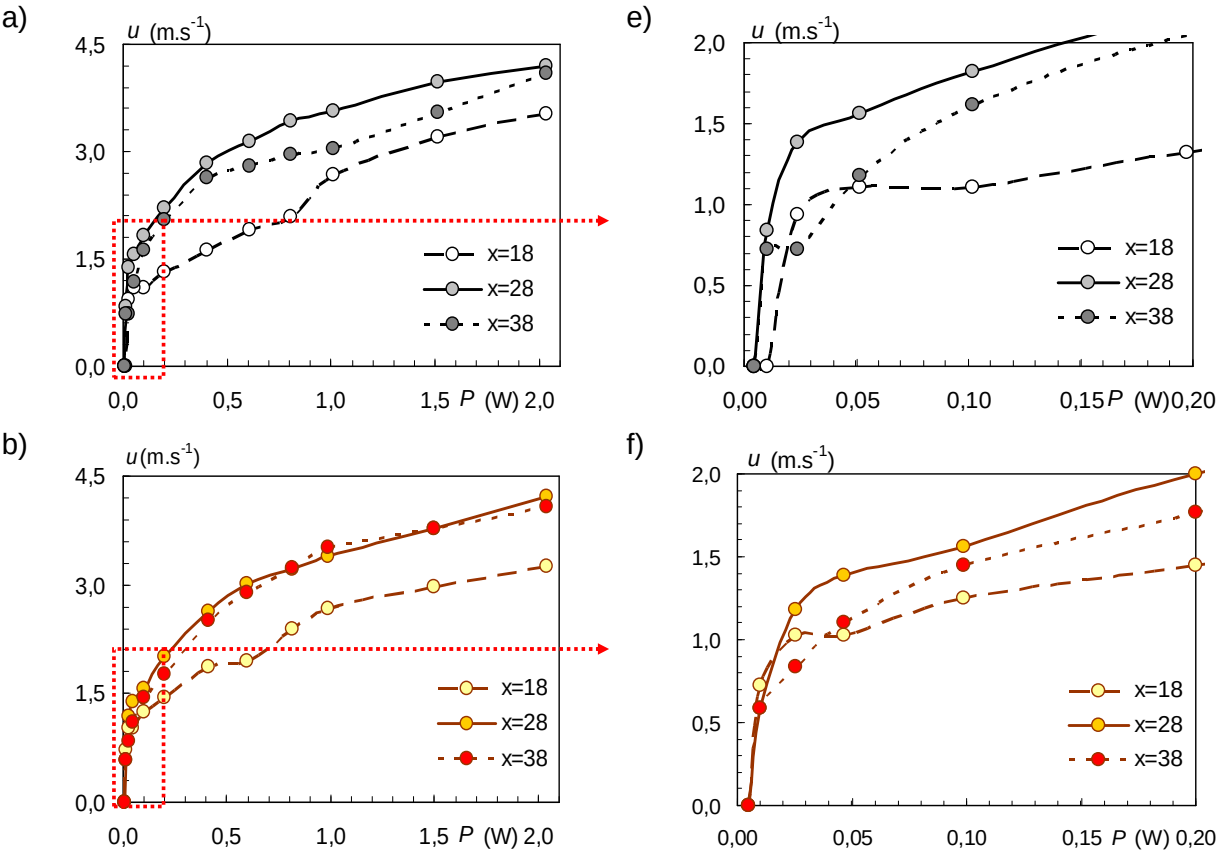
Při změně frekvence syntetizovaného proudu dochází ke změně jeho rychlosti a tím i změně součinitele hybnosti C_μ. Aby bylo možné porovnávat čistě vliv frekvence na vírovou řadu za válcem je tedy nutné při změně frekvence zaručit konstantní velikost výstupní rychlosti a součinitele průtočné hybnosti. Díky tomu že rychlost proudu není závislá pouze na frekvenci, ale i na výkonu generátoru lze ji s jeho pomocí regulovat.

Výkonové charakteristiky byly měřeny pro pět frekvencí generátoru a to $f = 30$, 45, 60, 110 a 160 Hz. Pitotova sonda byla opět umístěna ve vzdálenosti $y/D_o = 6$. Charakteristiky byly měřeny ve třech bodech $x = 18$, 28 a 38 mm a $z = 0$ mm. Obr. 16 ukazuje výkonové charakteristiky pro frekvenci $f = 30$ Hz.

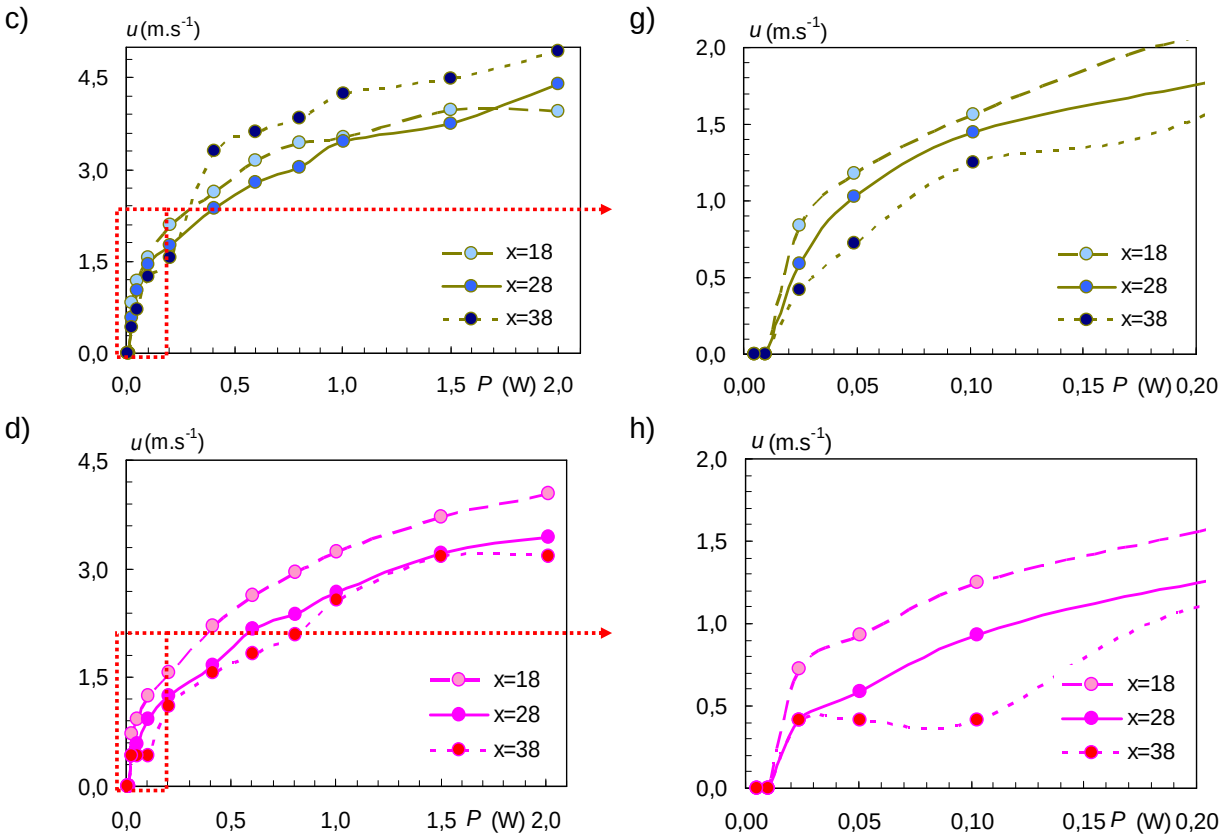
Z naměřených charakteristik je patrné, že při snižování výkonu docházelo k poklesu rychlosti. Obr. 17b) ukazuje detail oblasti s nízkým výkonem, kde je vidět, že při malých hodnotách výkonu je proud slabý a patrně se nachází blízko hranice existence, viz Trávníček et al. [42], Holman et al. [43].



Obr. 17 Výkonová charakteristika pro *f* = 30 Hz a) celá závislost, b) detail rychlostí v oblasti s nízkým výkonem.



Obr. 18 Výkonové charakteristiky a) *f* = 45 Hz, b) *f* = 60 Hz, e, f) detaily oblastí s nízkým výkonem generátoru pro dané charakteristiky.



Obr. 18 Výkonové charakteristiky c) f = 110 Hz, d) f = 160 Hz, g, h) detaily oblastí s nízkým výkonem generátoru pro dané charakteristiky.

Výkonové charakteristiky pro frekvence f = 45, 60, 110 a 160 Hz jsou na Obr. 18a – h). Stejně jako v případě frekvence f = 30 Hz i v ostatních případech byl proud při nízkých hodnotách slabý a nacházel se blízko hranice existence [42, 43].

6.2.3 Rychlostní profily

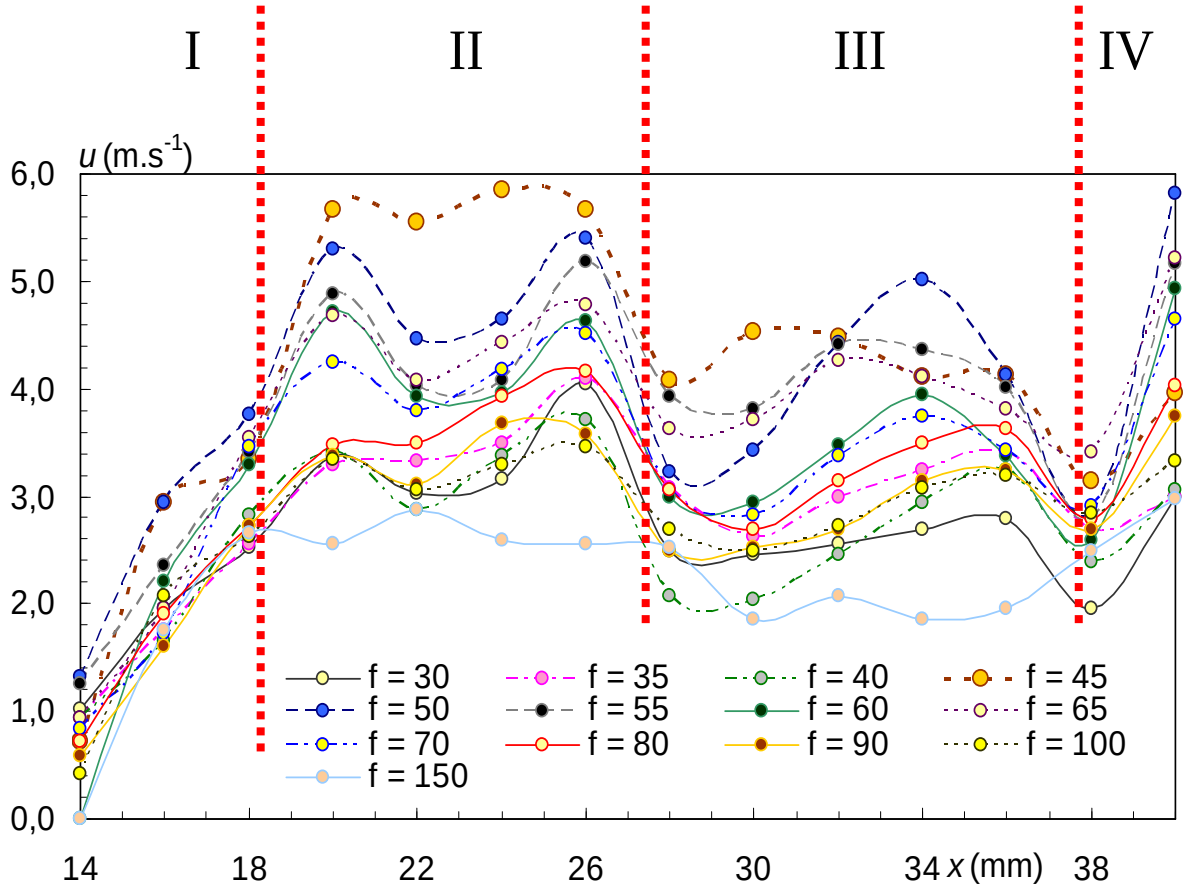
Profily byly změřeny ve třech vzdálenostech od výstupních otvorů a to y/D_o = 6, 10 a 15. Krok traverzace podél vodorovné osy x pak byl 2 mm s prvním měřením v bodě x = 14 mm, poslední bod měření byl v x = 40 mm a z = 0 mm. Během měření byl udržován konstantní výkon generátoru P = 2 W.

Na Obr. 19 jsou rychlostní profily ve vzdálenosti y/D_o = 6. Z obrázku je patrné nerovnoměrné rozložení výstupní rychlosti v jednotlivých částech válce I, II, III a IV.

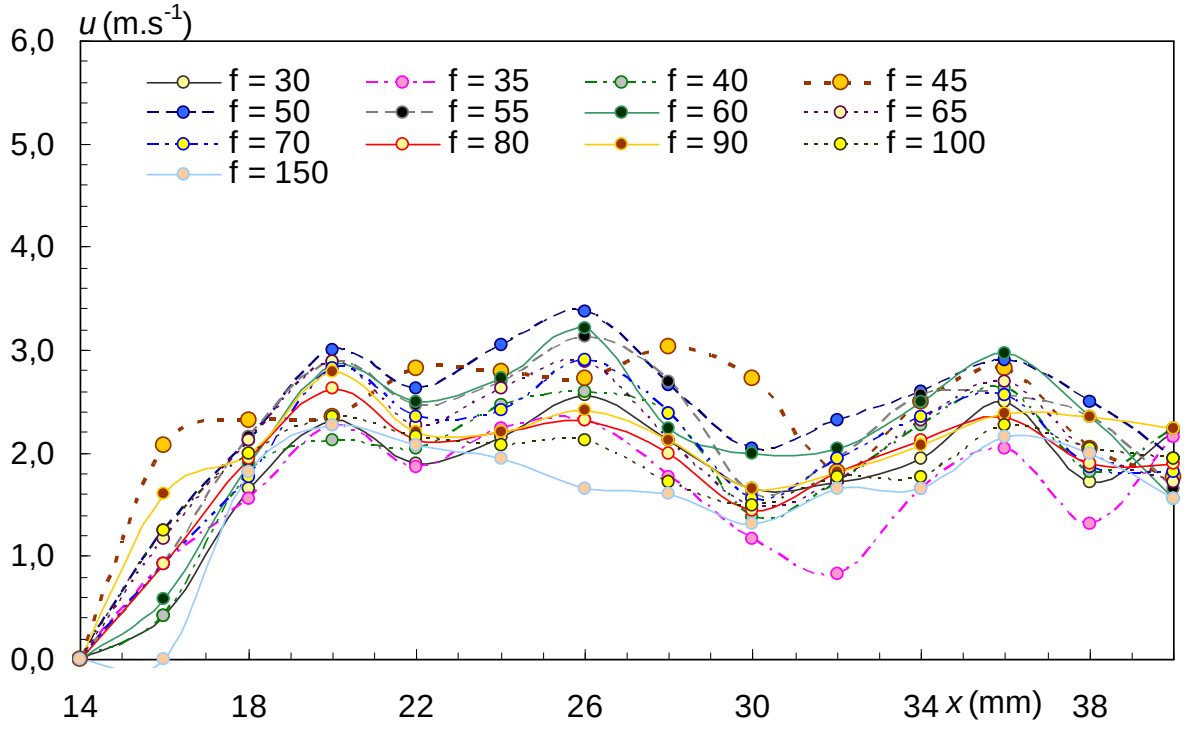
Na Obr. 20 jsou ukázány rychlostní profily ve vzdálenosti. Z obrázku je znát pokles rychlosti. Dalším pozorovaným jevem bylo vyrovnávání rychlostí podél osy x v důsledku interakcí jednotlivých syntetizovaných proudů.

Z Obr. 21, kdy byly profily měřeny ve vzdálenosti y/D_o = 15, je patrný další pokles rychlosti s rostoucí souřadnicí y. Vyrovnávání rychlosti nadále pokračovalo.

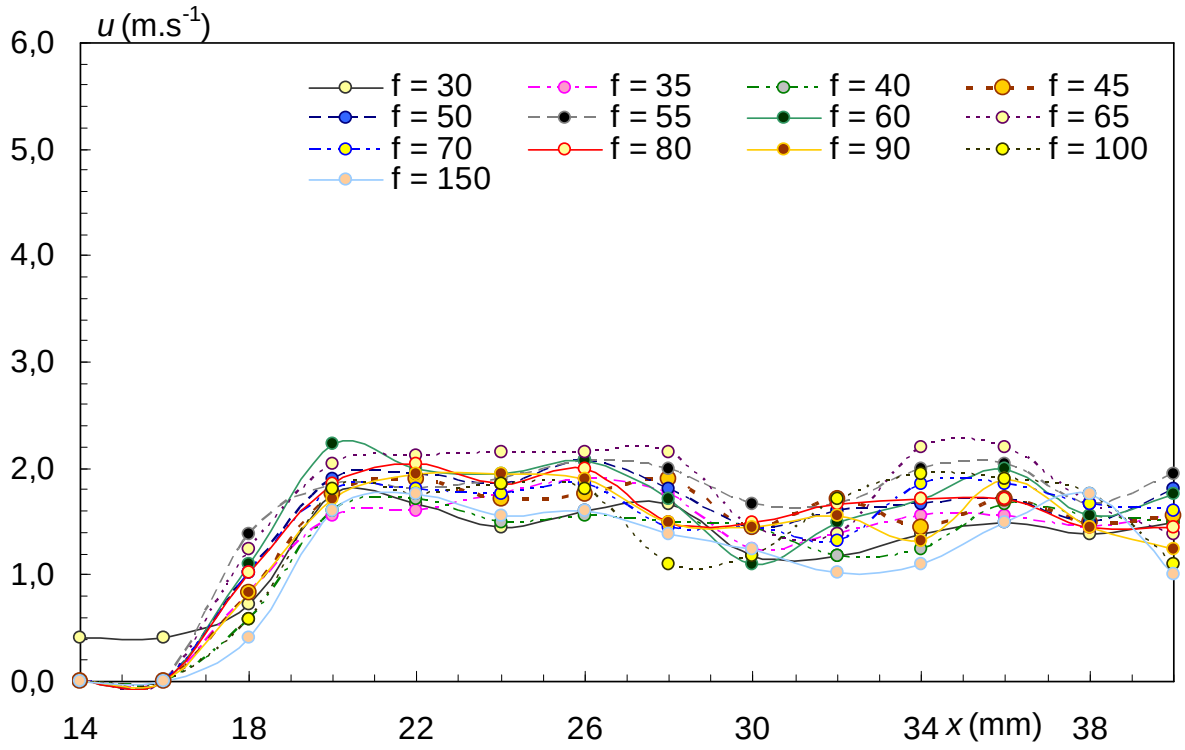
Profily byly změřeny rovněž v prostoru. Měření opět probíhala ve vzdálenostech y/D_o = 6, 10 respektive 15. Krok traverzace podél vodorovné osy x byl 2 mm s prvním měřením v bodě x = 14 mm a posledním bodem měření v x = 40 mm. V ose z byl krok traverzace 1 mm s rozsahem měření $z \in$ (-5, 5) mm.



Obr. 19 Rychlostní profily ve vzdálenosti $y/D_o = 6$.



Obr. 20 Rychlostní profily ve vzdálenosti $y/D_o = 10$.

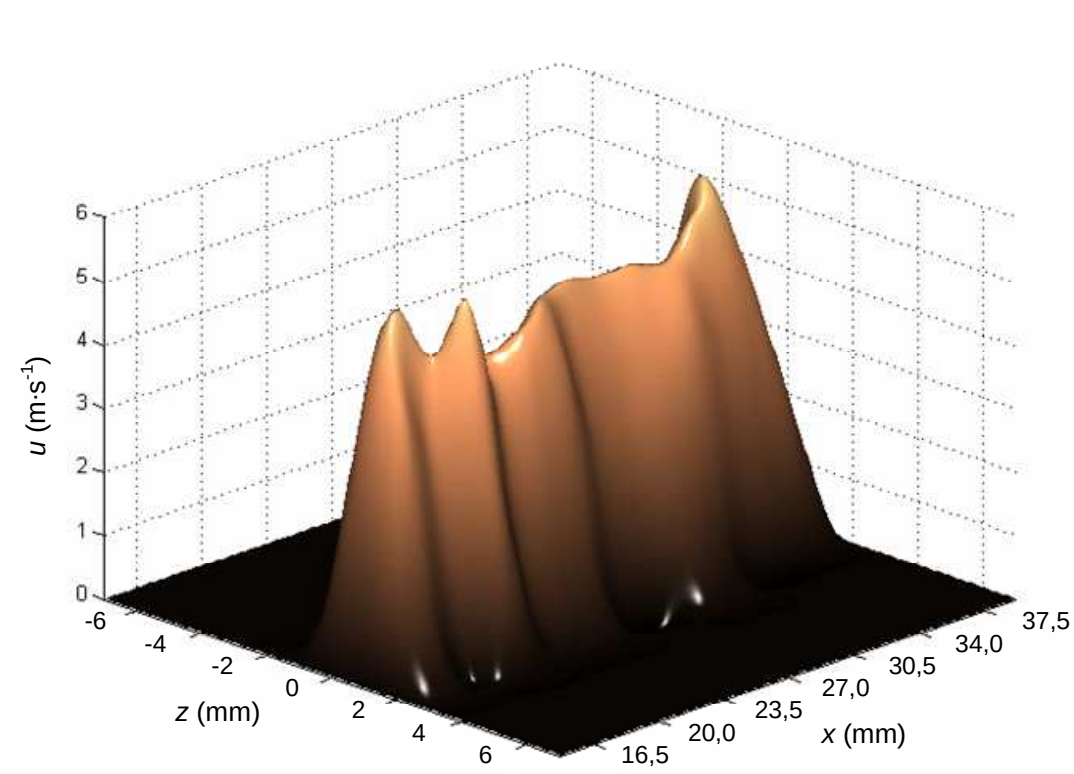


Obr. 21 Rychlostní profily ve vzdálenosti $y/D_o = 15$.

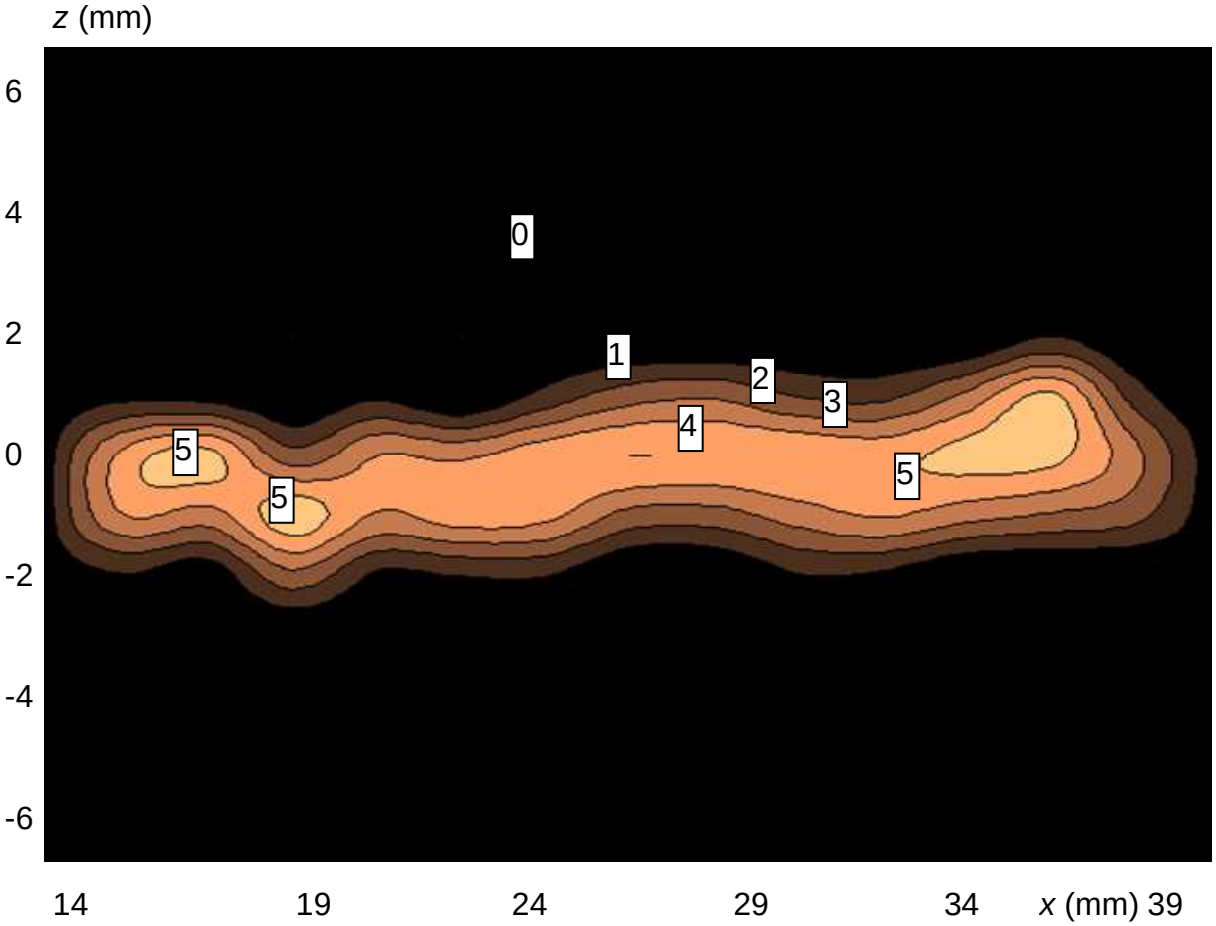
Obr. 22 ukazuje úplné rozložení rychlostí v prostoru pro $y/D_o = 6$. Na Obr. 22a) je prostorový graf rychlostí, zatímco Obr. 22b) ukazuje vrstevnicový graf. Závislosti ukazují, že na nerovnoměrné výstupní rychlosti měla velký geometrická nepřesnost generátoru, kdy jednotlivé otvory nebyly vevrtány přesně v řadě. Vzhledem k rozložení rychlosti v prostoru je vidět, že při měření v $z = 0$ mm, nebyla měřená rychlost v daném místě x vždy maximální. Z měření vyplývá, že nedocházelo k tak výrazným rozdílům maximální rychlosti mezi jednotlivými místy měření x, jak by se mohlo zdát z Obr. 19 – 21.

Obr. 23 pak ukazuje měření pro $y/D_o = 10$. Z obrázků je patrný již zmiňovaný pokles rychlosti s rostoucí vzdáleností a rozšíření proudu ve směru z.

Na Obr. 24 je rozložení rychlosti v prostoru pro $y/D_o = 15$. Je patrný další pokles rychlosti a rozšíření proudu ve směru z.

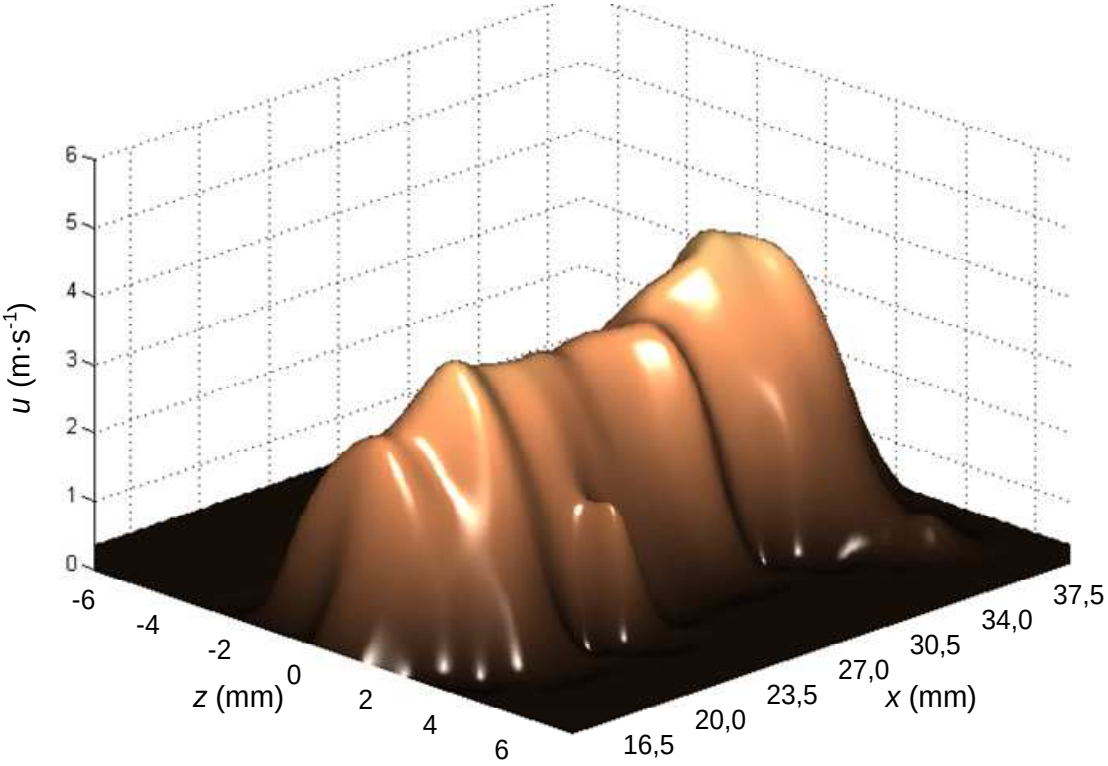


a)

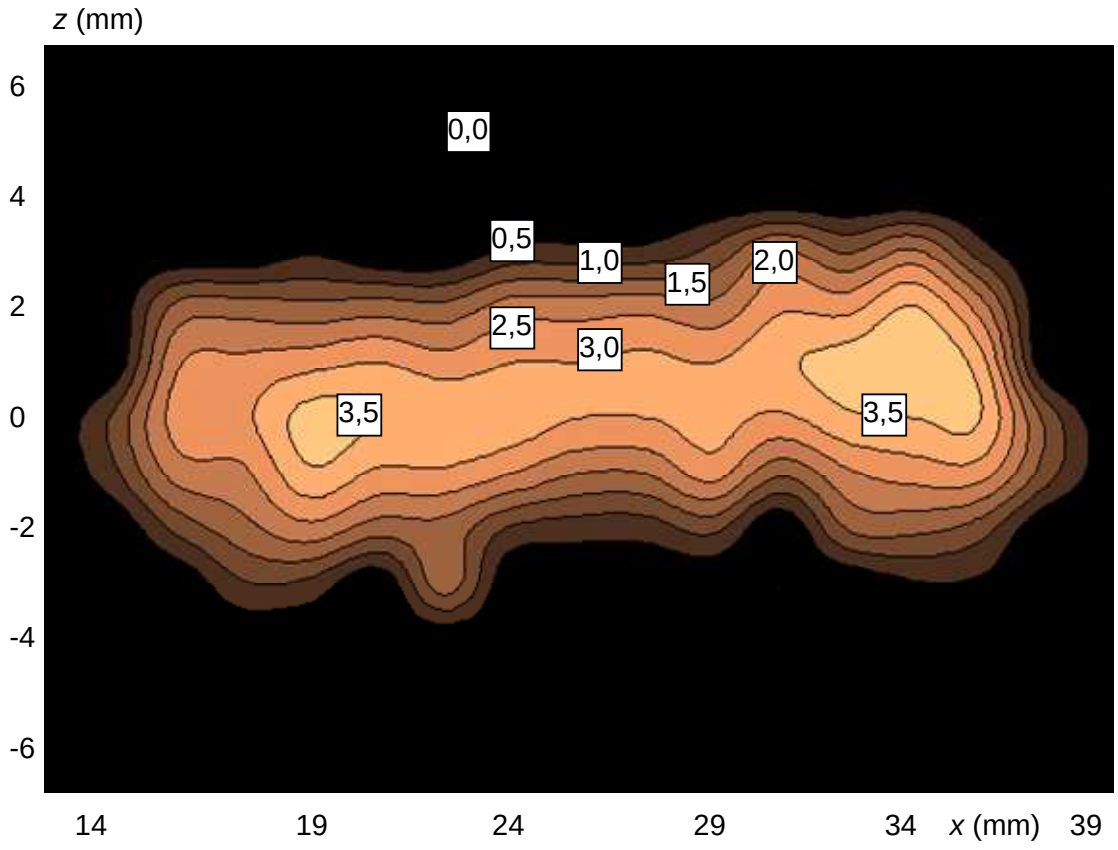


b)

Obr. 22 Rozložení rychlosti v prostoru při y/D_o = 6, a) 3D závislost, b) vrstevnicový graf.

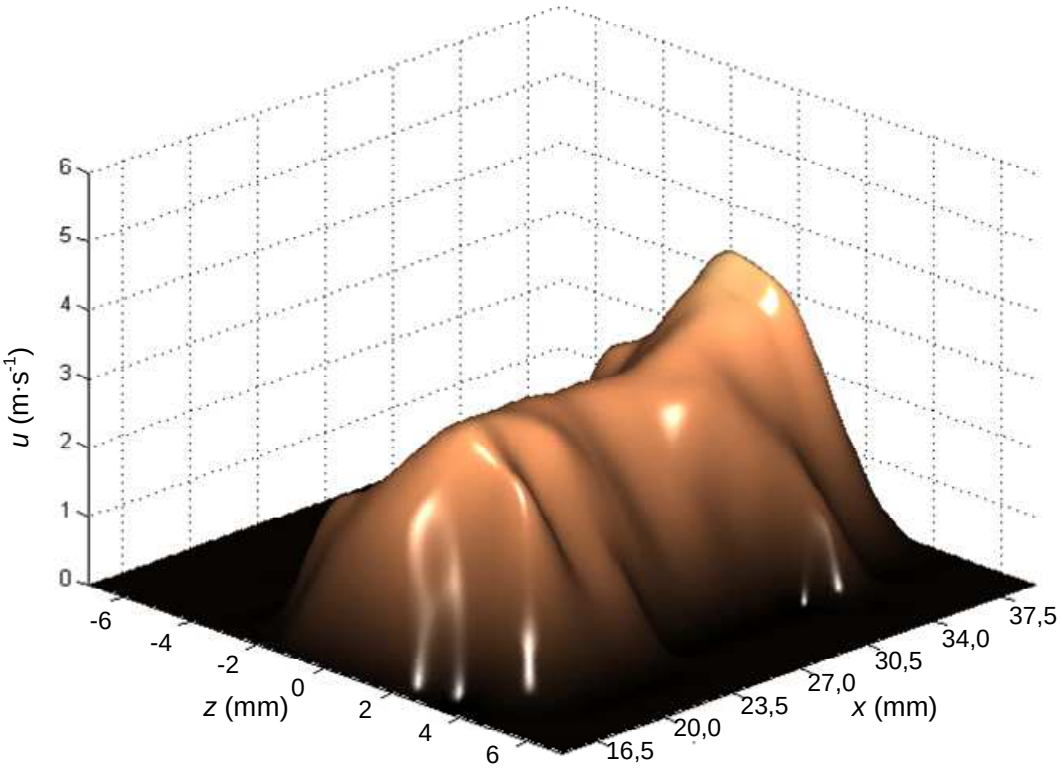


a)

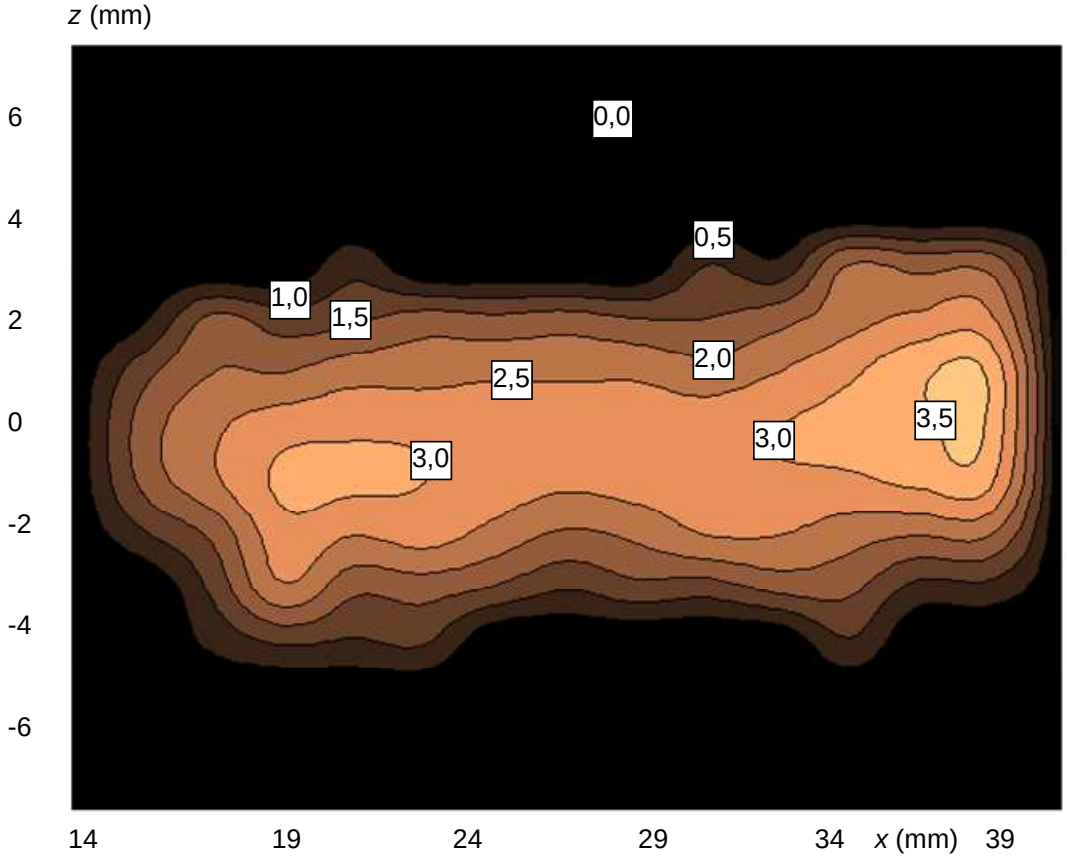


b)

Obr. 23 Rozložení rychlosti v prostoru při y/Do = 10, a) 3D závislost, b) vrstevnicový graf.



a)



b)

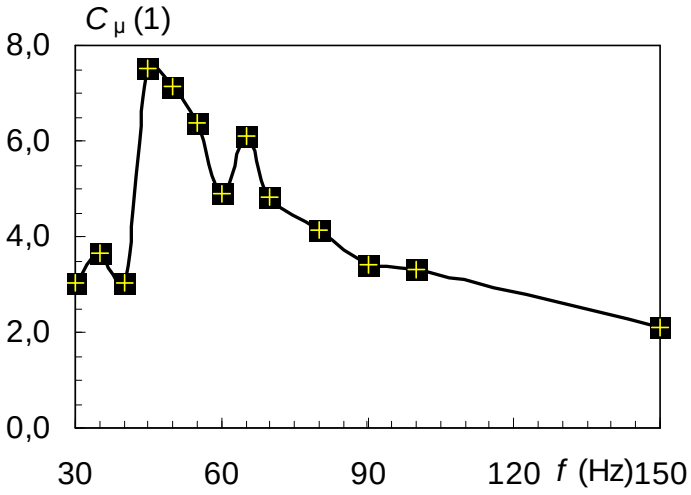
Obr. 24 Rozložení rychlosti v prostoru při y/D_o = 15, a) 3D závislost, b) vrstevnicový graf.

6.3 Aktivní řízení obtékání válce

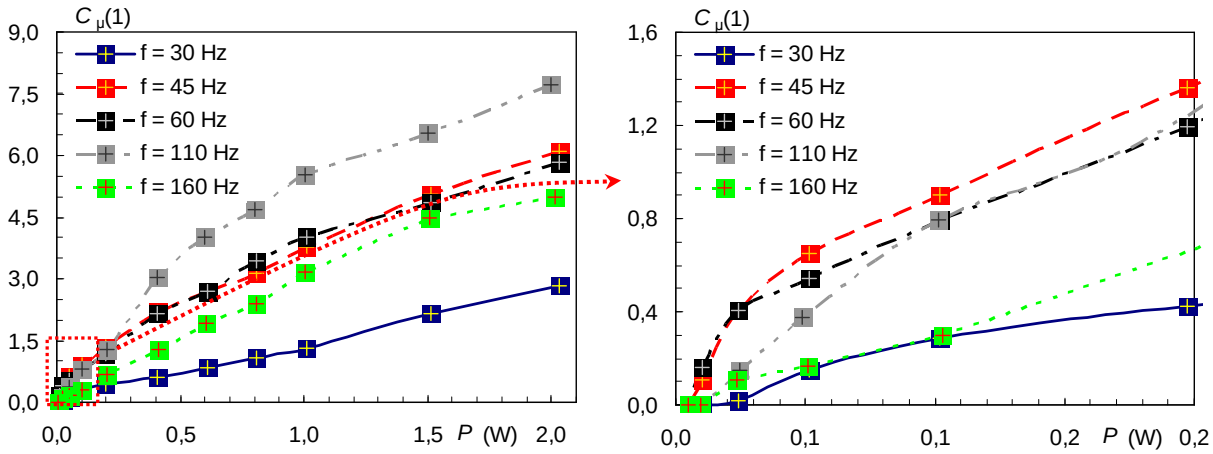
Aktivní řízení bývá nejčastěji popisováno na základě bezrozměrného součinitele průtočné hybnosti C_μ, viz Amitay et al. [24]. Součinitel C_μ je určován na základě rovnice (14), z kapitoly 4. Podle hodnoty součinitele lze rozdělit řízení na tři části:

- $C_\mu < 1$, jedná se o řízení nabíhajícího proudu,
- $C_\mu = 1$, zde se jedná o interakci dvou proudů,
- $C_\mu > 1$, úloha se obrací a původně řídící proud je řízen nabíhajícím proudem.

Závislost součinitele hybnosti C_μ na frekvenci při výkonu generátoru $P = 2$ W ukazuje Obr. 25. Z obrázku je patrné, že při $P = 2$ W by se při jakékoliv frekvenci syntetizovaného proudu z měřeného rozsahu jednalo právě o případ, kdy by byl původně zamýšlený řídící proud řízen proudem nabíhajícím.



Obr. 25 Závislost součinitele průtočné hybnosti C_μ na frekvenci f.



Obr. 26 Závislost součinitele průtočné hybnosti C_μ na výkonu a) $P = (0 – 2)$ W, b) detail oblasti s nízkým výkonem.

Obr. 26 ukazuje závislosti součinitele průtočné hybnosti na výkonu generátoru. Na základě výkonových, frekvenčních charakteristik a závislosti C_μ na P byly následně voleny parametry pro řízení obtékání.

6.3.1 Vizualizace

Rychlost nabíhajícího proudu byla $U = 0{,}77$ m·s^{-1}, čemuž odpovídalo Reynoldsovo číslo válce $Re = 193$. Přirozená frekvence vírové řady byla $f = 27{,}12$ Hz, a odpovídající $St = 0{,}141$. Rychlost U_0 byla vždy pro danou frekvenci a výkon generátoru vyhodnocena jako průměrná hodnota z měřených rychlostí u. Hodnota rychlosti syntetizovaného proudu pak byla změnou výkonu při změně frekvence udržována na $U_0 = 0{,}7$ m·s^{-1}. Po dosazení do vztahů (12) a (13) dostáváme konstantní hodnoty poměru rychlostí $C_u = 0{,}91$ a $C_\mu = 0{,}21$. Úhly mezi řídícím a nabíhajícím proudem byly voleny tak, aby byl řídící proud umístěn ve stagnačních bodech ($\alpha = 0°$ a 180°), úhel $\alpha = 75°$ odpovídá zhruba místu odtržení proudu a při úhlu $\alpha = 120$ je syntetizovaný proud umístěn do místa, kde v případě bez řízení je proud odtržený. Přehled měněných parametrů při vizualizaci shrnuje Tabulka 1.

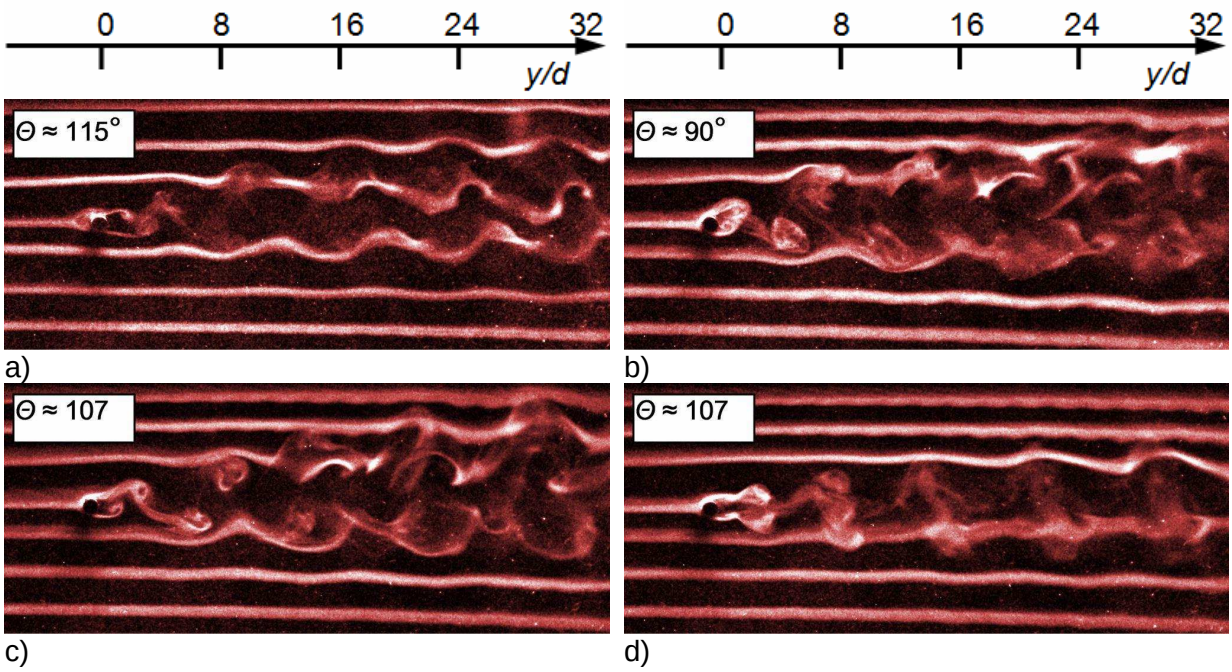
Tabulka 1: Přehled parametrů vizualizačních experimentů při $C_\mu = 0{,}21$

α (°)	P (W)	f_{si} (Hz)	St_{U0} (1)	C_f (1)
0 75 120 180	**0,080**	**27,2**	*0,041*	*1,00*
0 75 120 180	**0,015**	**41,2**	*0,062*	*1,52*
0 75 120 180	**0,015**	**53,9**	*0,081*	*1,99*
0 75 120 180	**0,030**	**108,4**	*0,163*	*4,00*
0 75 120 180	**0,080**	**162,4**	*0,244*	*5,99*

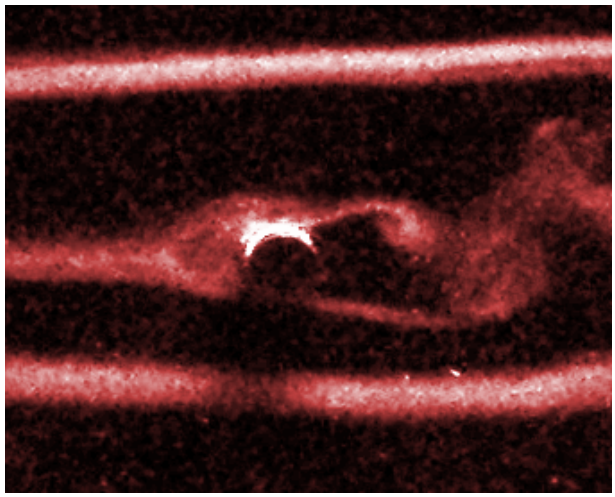
Nastavené hodnoty
Vypočtené hodnoty

Jako při vizualizaci bez řízení, i zde se projevilo působení tíhové síly na kapičky mlhy a veškeré fotografie jsou proto pootočeny o úhel 1,5°. Ve všech obrázcích je vynesen přibližný úhel odtržení proudu měřený od náběžné stagnační linie. Vliv řízení byl zkoumán na horní straně válce, a proto i vyznačený úhel odtržení je měřen na stejné straně.

Obr. 27a – d) ukazuje vizualizaci při $C_f = 1{,}00$ dle Tabulky 1. Vlivem řízení dochází ke zkrácení oblasti tvorby vírů za válcem oproti případu bez řízení. Ve všech případech je patrné posunutí bodu odtržení po povrchu válce, které má za následek zmenšení šířky úplavu. Při umístění řídícího proudu do zadního stagnačního bodu ($\alpha = 180°$) je vidět, že obtékání je symetrické, kdy víry odplouvají po obou stranách válce zároveň. Na Obr. 27a) je patrná uzavřená oblast na náběžné straně válce, což je ve shodě s pozorováním Wanga et al. [25], detail této oblasti pak ukazuje Obr. 28.

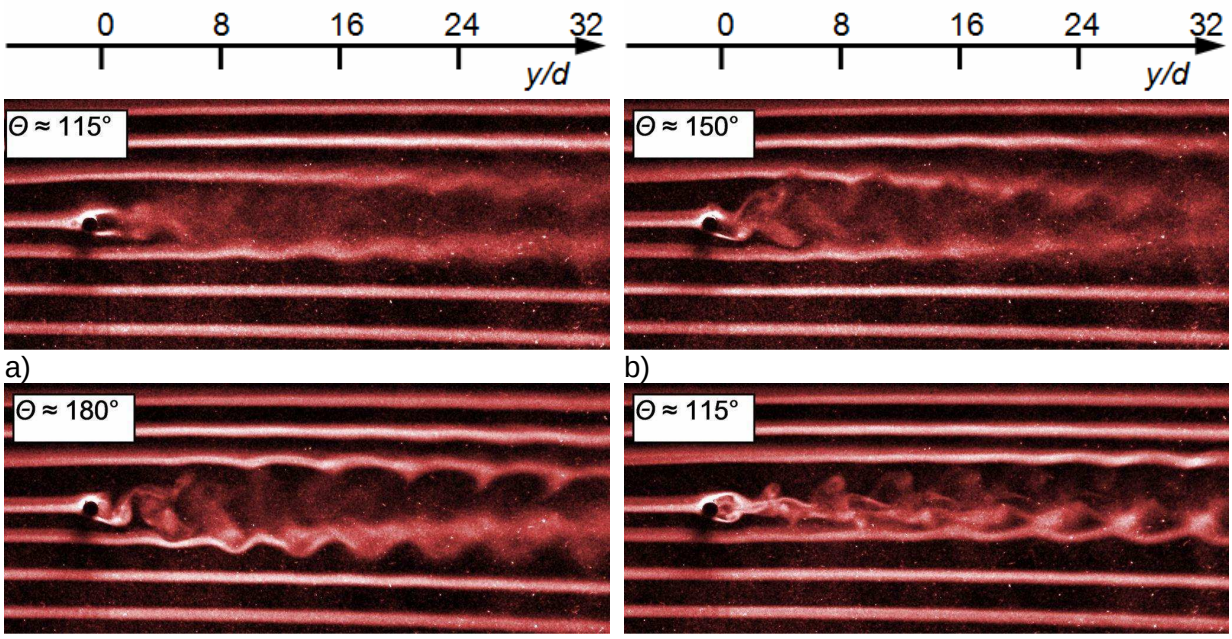


Obr. 27 Vizualizace řízení při C_f = 1,00 a) α = 0°, b) α = 75°, c) α = 120°, d) α = 180°.



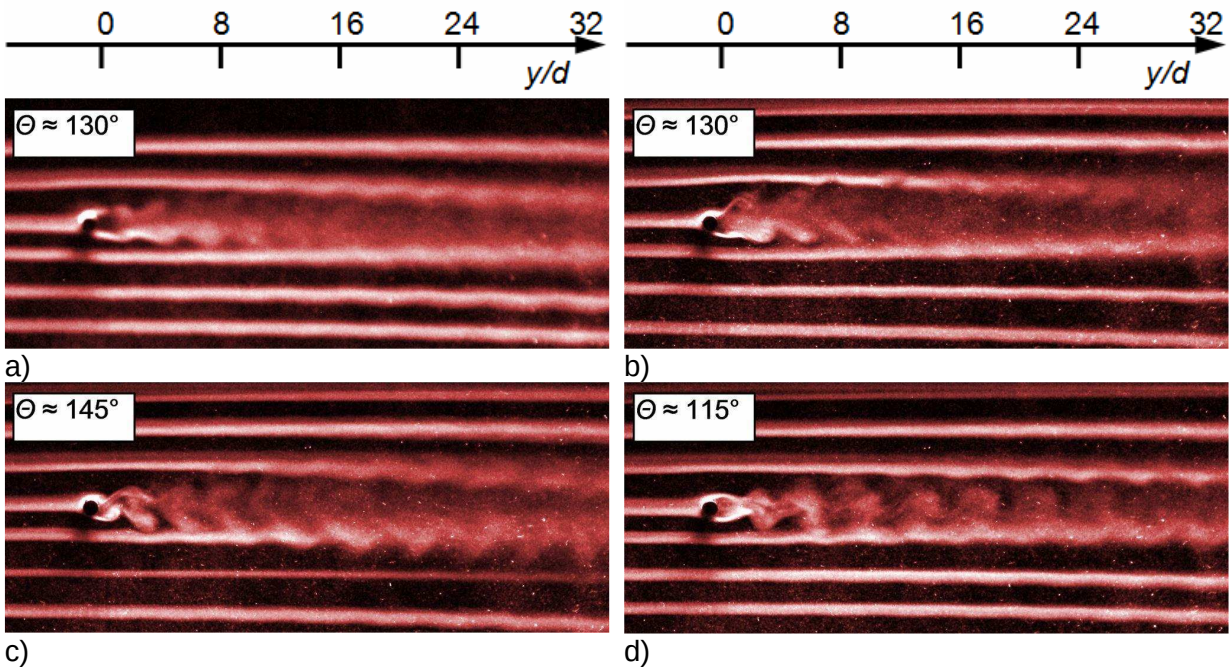
Obr. 28 Detail uzavřené oblasti na náběžné straně válce.

Na Obr. 29 je vizualizace při C_f = 1,52. S rostoucí frekvencí řídícího proudu je patrná zjemněná struktura vírů v úplavu. Důsledkem bylo zmenšení jeho šířky. Rovněž je patrné posunutí bodu odtržení. Při umístění řídícího proudu do stagnačních bodů bylo navíc obtékání symetrické, viz Obr. 29a a d). Na Obr. 29b) (α = 75°) je patrný velký posun bodu odtržení na horní straně válce, zatímco na spodní straně válce docházelo k odtržení zhruba pod stejným úhlem jako v případě bez řízení. V případě kdy byl řídící proud umístěn pod úhlem α = 120°, nedocházelo na horní straně válce k odtržení vůbec, zatímco na spodní straně docházelo k posunu odtržení.



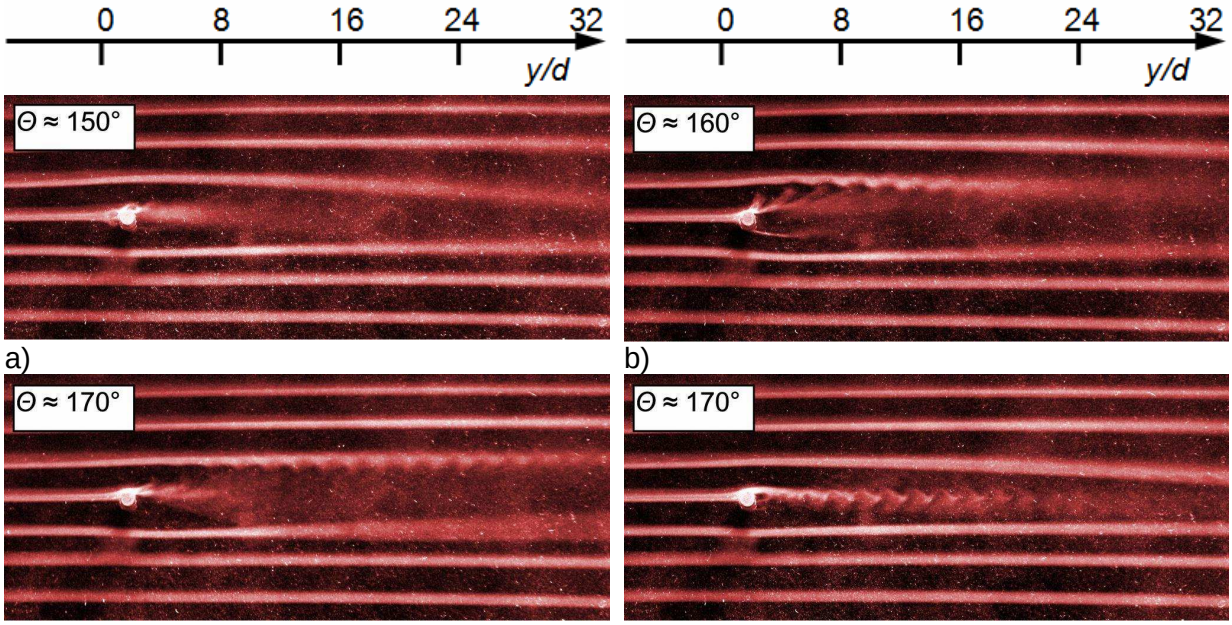
Obr. 29 Vizualizace řízení při C_f = 1,52 a) α = 0°, b) α = 75°, c) α = 120°, d) α = 180°.

Zvýšení C_f na 1,99 mělo za následek další zjemnění vírových struktur v úplavu, rovněž je patrné že došlo k jeho zúžení. Tentokráte nebyla tolik patrná uzavřená oblast na náběžné straně válce, viz Obr. 30a). Důvodem mohlo být zachycení nasávací části periody, kdy k tvorbě uzavřené oblasti dle Wanga et al. [27] nedochází.



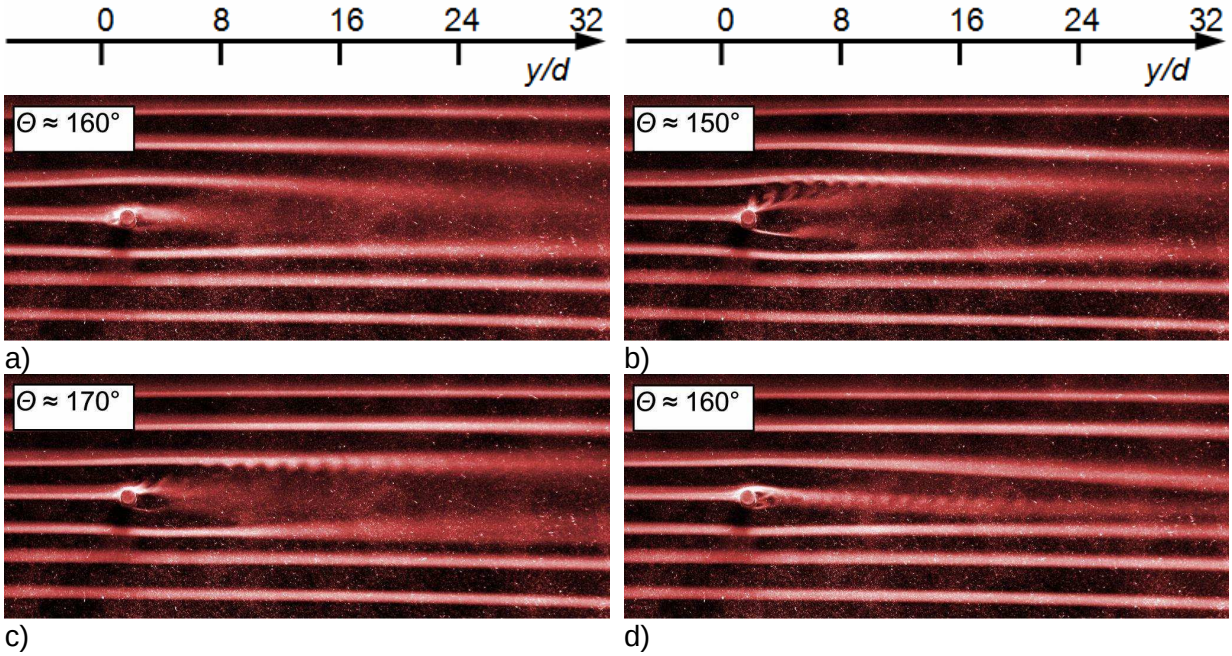
Obr. 30 Vizualizace řízení při C_f = 1,99 a) α = 0°, b) α = 75°, c) α = 120°, d) α = 180°.

Obr. 31 ukazuje vizualizaci při C_f = 4,00. Z vizualizace je patrné, že v tomto případě nedocházelo k tvorbě Kármanovy vírové řady za válcem a struktury v úplavu byly tvořeny syntetizovaným proudem během vyfukovací části periody. Rovněž docházelo k dalšímu zmenšení šířky úplavu, kdy při umístění řídícího proudu do stagnačních bodů je vidět, že šířka úplavu zhruba odpovídala průměru válce d = 4 mm.



Obr. 31 Vizualizace řízení při C_f = 4,00 a) α = 0°, b) α = 75°, c) α = 120°, d) α = 180°.

Obr. 32 zachycuje řízení obtékání při C_f = 5,99. Se zvětšením frekvence řídícího proudu již nyní nedocházelo k výrazným změnám oproti případu C_f = 4,00. Patrné je pouze další zjemnění struktur generovaných do nabíhajícího proudu.



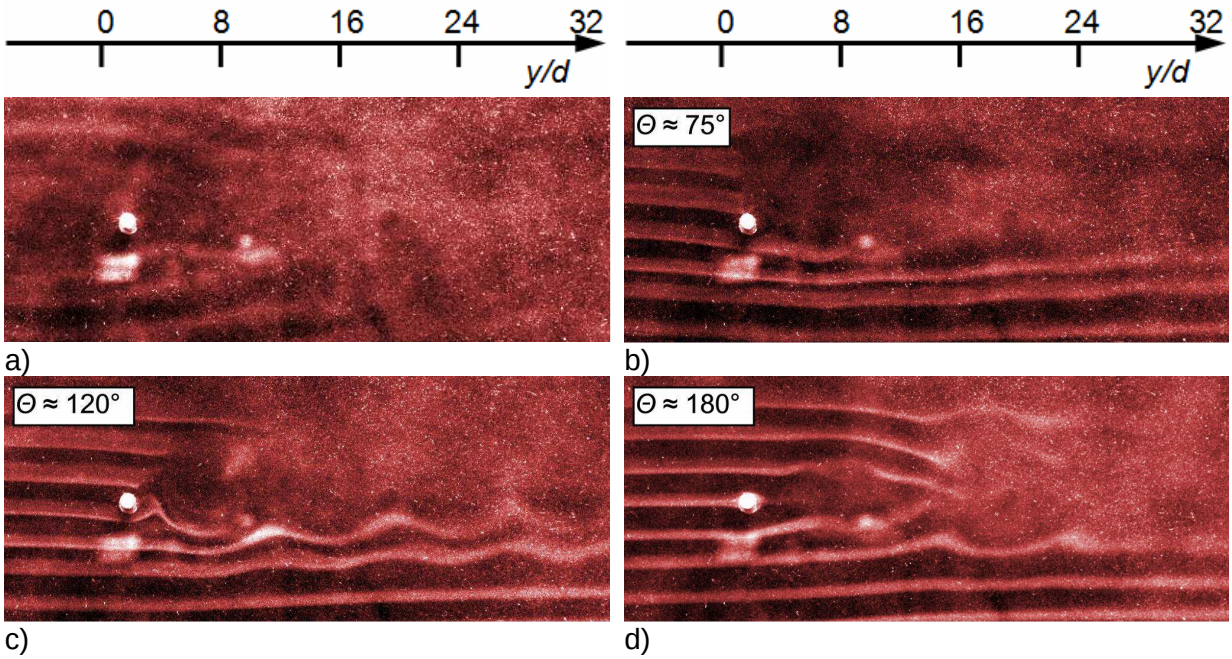
Obr. 32 Vizualizace řízení při C_f = 5,99 a) α = 0°, b) α = 75°, c) α = 120°, d) α = 180°.

Dále byla provedena vizualizace při nezměněných parametrech válce (Re = 197, St = 0,141), byla ovšem zvýšena rychlost řídícího proudu na hodnotu U_0 = 1,5 m·s^{-1}. Tím byl dán poměr rychlostí C_u = 1,97 a poměr průtočných hybností C_μ = 1,02. Úhly mezi nabíhajícím a řídícím proudem byly voleny jako v předchozím případě. Měněné parametry shrnuje Tabulka 2.

Tabulka 2: Přehled parametrů vizualizačních experimentů při C_μ = 1,02

α (°)	P (W)	f_{sj} (Hz)	St_{U0} (1)	C_f (1)
0 75 120 180	**0,75**	**27,3**	*0,041*	*1,01*
0 75 120 180	**0,12**	**41,0**	*0,062*	*1,51*
0 75 120 180	**0,15**	**54,2**	*0,081*	*2,00*
0 75 120 180	**0,16**	**108,2**	*0,163*	*3,99*
0 75 120 180	**0,32**	**162,3**	*0,244*	*5,98*

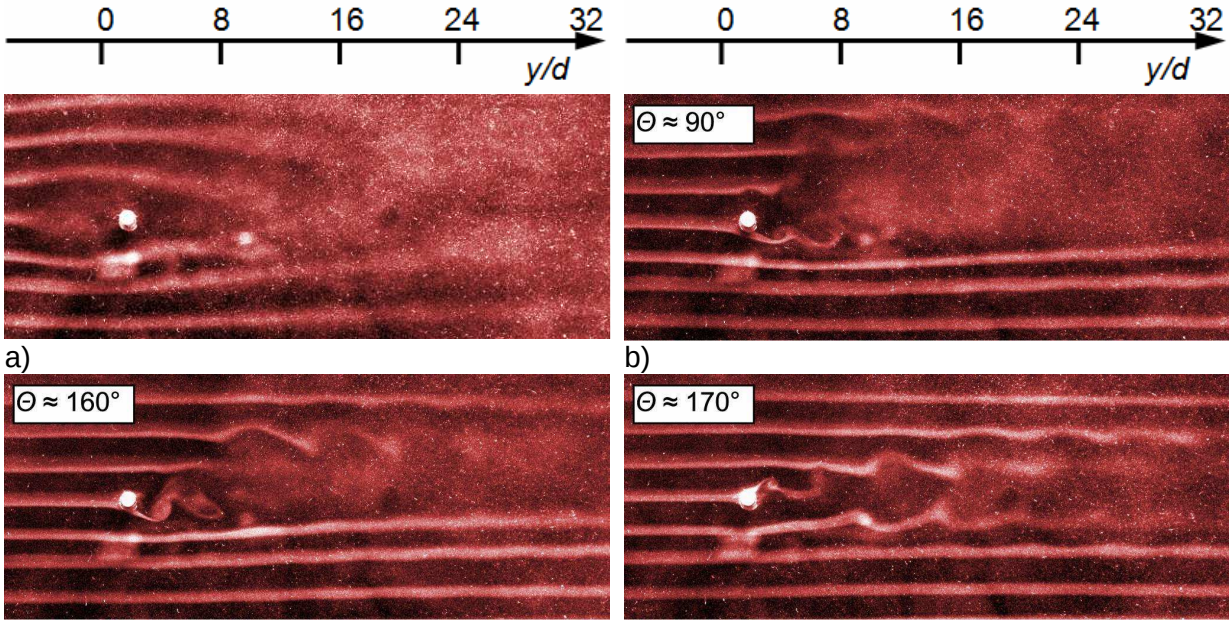
Nastavené hodnoty
Vypočtené hodnoty



Obr. 33 Vizualizace řízení při C_f = 1,01 a) α = 0°, b) α = 75°, c) α = 120°, d) α = 180°.

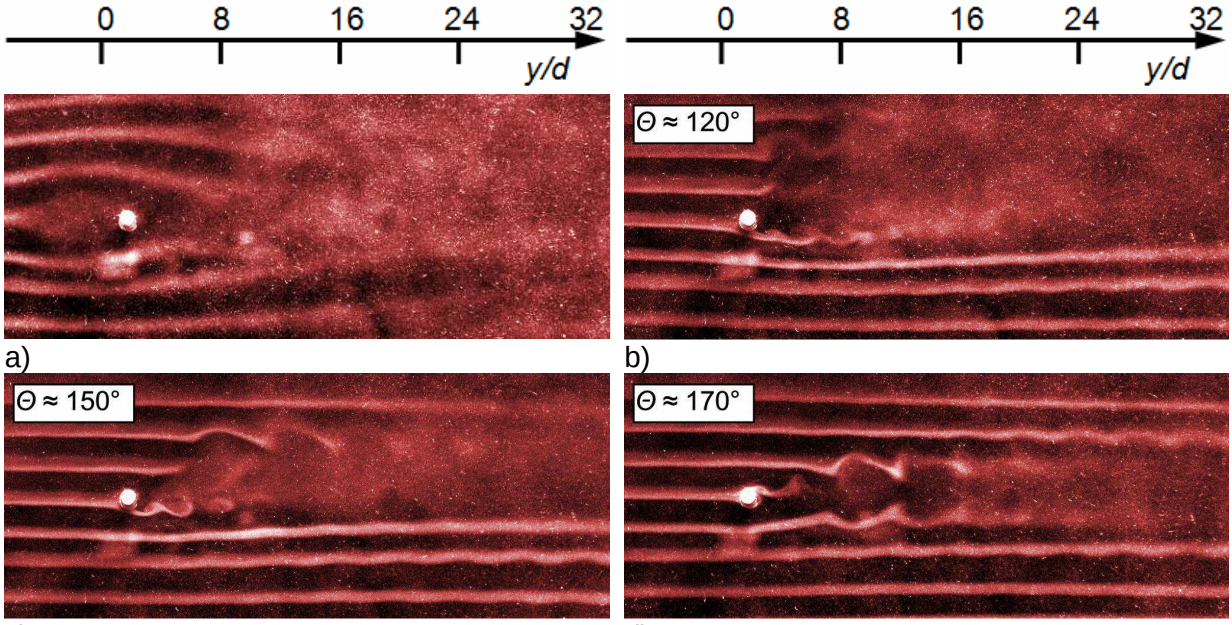
Na Obr. 33 je ukázána vizualizace při C_f = 1,01. Z obrázku je patrné, že při zvýšení poměru průtočných hybností na hodnotu C_μ = 1,02 docházelo k interakci řídícího a nabíhajícího proudu, jak bylo uvedeno výše. V případě umístění syntetizovaného proudu do

předního stagnačního bodu docházelo k rozrušení proudového pole v celé zkoumané oblasti, viz Obr. 33a). Vlivem větší průtočné hybnosti řídícího proudu docházelo k odtržení vždy v místě jeho umístění (α = 75 a 120°), viz Obr. 33b, c). Při umístění syntetizovaného proudu pod úhlem α = 180° nedocházelo k odtržení na horní ani spodní straně válce, viz Obr. 33d).



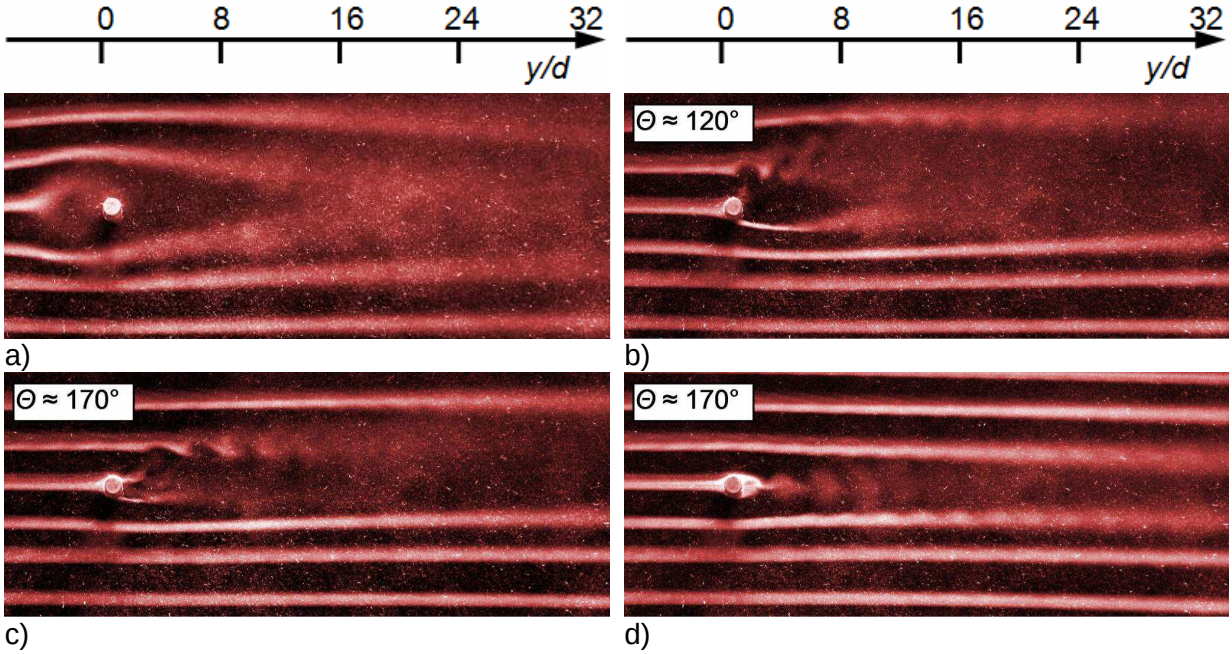
Obr. 34 Vizualizace řízení při C_f = 1,51 a) α = 0°, b) α = 75°, c) α = 120°, d) α = 180°.

Na Obr. 34 je ukázána vizualizace při C_f = 1,51. Při umístění syntetizovaného proudu do náběžného stagnačního bodu docházelo opět k ovlivnění celého proudového pole kolem válce, nicméně zvýšení frekvence způsobilo menší dopad na oblast před válcem, viz Obr. 34a). Umístěním syntetizovaného proudu pod úhly α = 75 a 120° mělo při zvýšení C_f za následek posunutí bodu odtržení po povrchu válce jak je vidět z Obr. 34b a c). Při úhlu α = 180° je z Obr. 34d) patrné, že došlo k posunutí bodu odtržení na obou stranách válce.



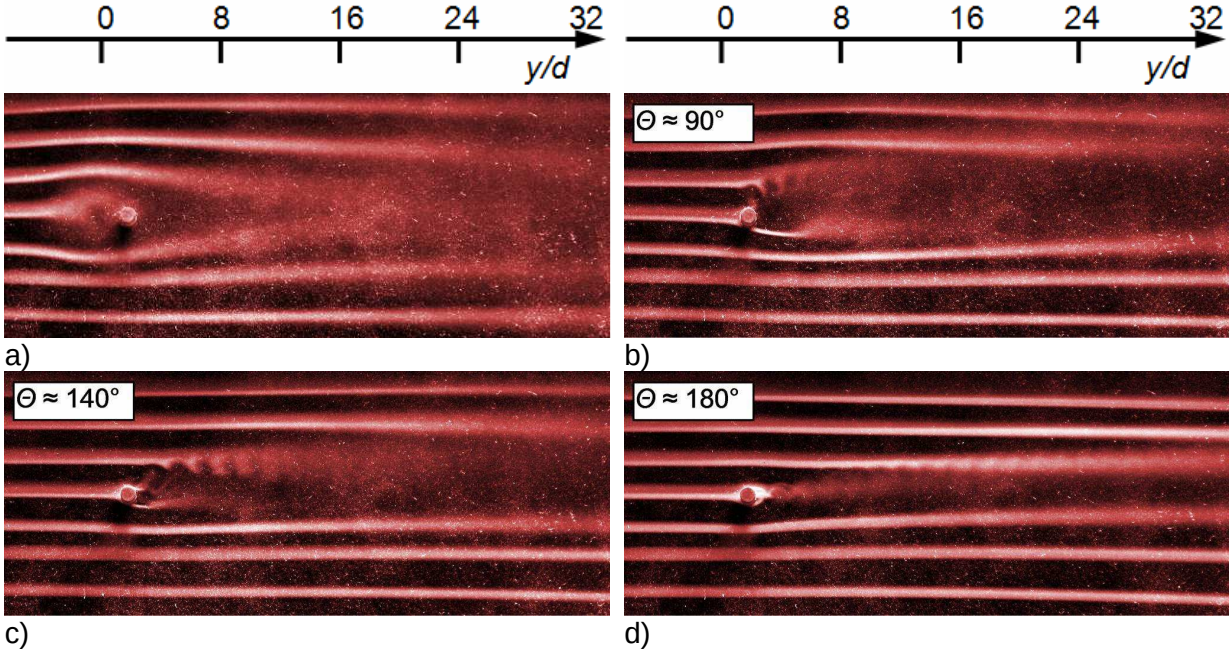
Obr. 35 Vizualizace řízení při C_f = 2,00 a) α = 0°, b) α = 75°, c) α = 120°, d) α = 180°.

Obr. 35 zobrazuje vizualizaci při C_f = 2,00. Při α = 0° je dobře patrná otevřená oblast, která byla vytvořena v důsledku interakce řídícího a nabíhajícího proudu, viz Obr. 35a). Na Obr. 35b – d) je pak patrné, že byl opět posunut bod odtržení po povrchu válce jako v předchozím případě.



Obr. 36 Vizualizace řízení při C_f = 3,99 a) α = 0°, b) α = 75°, c) α = 120°, d) α = 180°.

Se zvýšením poměru frekvencí na C_f = 3,99 došlo ke zjemnění struktur generovaných syntetizovaným proudem. Ze zvýšením frekvence syntetizovaného proudu byla zmenšena otevřená oblast na náběžné straně válce, viz Obr. 36a). Opět byl posunut bod odtržení, Obr. 36b, c). V případě umístění řídícího proudu do zadního stagnačního bodu byl vytvořen symetrický úplav, jak ukazuje Obr. 36d).



Obr. 37 Vizualizace řízení při C_f = 5,98 a) α = 0°, b) α = 75°, c) α = 120°, d) α = 180°.

Obr. 37 ukazuje vizualizaci při C_f = 5,98. Zvýšením poměru frekvencí byla opět zmenšena otevřená oblast na náběžné straně válce, jak ukazuje Obr. 37a). Rovněž byl opět posunut bod

odtržení, viz Obr. 37c – d). Při úhlu α = 75 a 120° jsou dobře vidět struktury syntetizovaného proudu, které byly generovány do proudu hlavního, viz Obr. 37b, c). Při úhlu α = 180° byl opět úplav za válcem symetrický.

Provedené experimenty ukázaly významný vliv řízení na periodický úplav za válcem. Byly zjištěny tyto vlivy:

- Zvýšení frekvence syntetizovaného proudu mělo za následek zjemnění struktury úplavu.
- Bylo dosaženo výrazného posunutí bodu odtržení. Při součiniteli průtočných hybností C_μ = 0,21 byl bod odtržení posunut na hodnoty $\theta \approx 130 - 160°$. Při C_μ = 1,02 byl opět posunut bod odtržení na hodnoty $\theta \approx 90 - 160°$. V případě umístění syntetizovaného proudu bylo dokonce dosaženo úplného přilnutí proudu, viz Obr. 37d).
- Vlivem řízení při C_μ = 0,21 vždy docházelo ke zmenšení šířky úplavu. Při C_μ = 1,02 byl tento efekt pozorován při umístění syntetizovaného proudu mimo přední stagnační bod (α = 0°).
- Při umístění řídícího proudu do předního (α = 0°) nebo zadního stagnačního bodu (α = 180°) docházelo k tvorbě symetrického úplavu, kdy víry po obou stranách válce odplovaly současně, viz Obr. 27d), 29a,d), 31a,d), 32d), 33d), 36d) a 37d).
- Při C_μ = 0,21 má úplav za válcem frekvenci vynucenou řídícím syntetizovaným proudem. Tento jev bývá označován jako uzamknutí frekvence samobuzených kmitů vnějším buzením (v angličtině "lock-on effect") [44, 45]. V důsledku toho docházelo při zvýšení frekvence řídícího proudu ke zjemnění struktur v úplavu.

7. Závěr

Hlavním tématem této práce bylo aktivní řízení proudového pole při obtékání válce za použití syntetizovaných proudů. V teoretické části byly popsány tři části, ze kterých se daná problematika skládá. Konkrétně se jednalo o rešerši režimů obtékání válce, popis syntetizovaného proudu a rešerši aktivního řízení obtékání s využitím syntetizovaných proudů.

Experimentálně pak byly řešeny tři hlavní části:

Obtékání válce

Byla provedena vizualizace obtékání válce bez řízení. Ze změřené frekvence vírové řady za válcem byla vyhodnocena rychlost proudění uvnitř vizualizačního tunelu. Při n_1 byla frekvence vírové řady $f_1 = 27{,}12$ Hz, tomu odpovídalo Strouhalovo číslo $St_1 = 0{,}141$ a Reynoldsovo číslo $Re_1 = 193$. Ze vztahu (28) pak byla stanovena rychlost proudění $U_1 = 0{,}59\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Při n_2 byla frekvence vírové řady $f_2 = 24{,}90$ Hz, tomu odpovídalo Strouhalovo číslo $St_2 = 0{,}142$ a Reynoldsovo číslo $Re_2 = 175$. Ze vztahu (28) pak byla stanovena rychlost proudění $U_2 = 0{,}55\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Generátor syntetizovaného proudu

Pro generátor syntetizovaného proudu byly zkoumány frekvenční a výkonové charakteristiky. Rovněž byly proměřeny rychlostní profily.

- Frekvenční charakteristiky byly vyhodnoceny na základě měření Pitotovou sondou, z měření reakční síly a z měřeného proudu a napětí (z impedance). Na základě provedených experimentů byla vyhodnocena hodnota rezonanční frekvence jako $f_r = 45$ Hz. Tento výsledek je v dobré shodě s teoretickým výpočtem, který udává hodnotu $f_{teor} = 41{,}9$ Hz.
- Proměřením rychlostních profilů bylo ukázáno, že předpoklad rovnoměrné výstupní rychlosti z jednotlivých otvorů může být považován za relativně přesný, pokud je vzato v úvahu prostorové uspořádání proudu, kdy v důsledku složitého způsobu generování proudů a geometrickým nepřesnostem generátoru dochází k vybočování některých syntetizovaných proudů.

Aktivní řízení

Vliv aktivního řízení byl zkoumán pomocí vizualizace proudového pole. Celkem bylo studováno čtyřicet případů řízení. Ukázalo se, že vlivem řízení dochází k následujícím jevům:

- Došlo k posunutí bodu odtržení.
- Šířka úplavu byla zmenšena.
- Zvýšením frekvence řídícího proudu byla zjemněna struktura úplavu.
- Umístěním řídícího proudu do předního ($\alpha = 0°$) nebo zadního ($\alpha = 180°$) stagnačního bodu v některých případech došlo k vytvoření symetrického úplavu.
- Se zvýšením součinitele průtočných hybností z hodnoty $C_\mu = 0{,}21$ na hodnotu $C_\mu = 1{,}02$ nebylo možné již hovořit o řízení proudu, ale jednalo se o interakci dvou proudů, jak potvrdila vizualizace.

Práce prokázala, že lze využít syntetizovaný proud k řízení proudového pole při obtékání válce. Prováděné experimenty podaly shodující se výsledky s dostupnou literaturou,

konkrétně se především jednalo o tvorbu uzavřené a otevřené oblasti na náběžné straně válce v důsledku interakce řídícího a nabíhajícího proudu, jak uvádí [25].

8. Literatura

[1] M. Gad-El-Hak, Flow Control, Cambridge, University Press, New York 2000.

[2] W.J. Crowther, L. T. Gomes, An Evaluation of the Mass and Power Scaling of Synthetic Jet Actuator Flow Control Technology for Civil Transport Aircraft Applications, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I, Vol. 222, s. 357 – 372, 2008.

[3] M. Ciuryla, Y. Liu, J. Farnsworth, Ch. Kwan, M. Amitay, Flight Control Using Synthetic Jets on a Cessna 182 Model, Journal of Aircraft, Vol. 44, s. 642 – 653, 2007.

[4] H. Park, J-H. Cho, J. Lee, D-H. Lee, K. H. Kim, Experimental Study on Synthetic Jet Array for Aerodynamic Drag Reduction of a Simplified Car, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 27, s. 3721 – 3731, 2013.

[5] M. Amitay, D. Pitt, A. Glezer, Separation Control in Duct Flows, Journal of Aircraft, Vol. 39, s. 616 – 620, 2002.

[6] M. M. Zdravkovich, Flow around a Circular Cylinders, Oxford University Press, 1997.

[7] C. H. K. Williamson, Vortex Dynamics in the Cylinder Wake, Annual Reviews Fluid Mechanics, Vol. 28, s. 477 – 539, 1996.

[8] J. Noskievič, et al., Mechanika tekutin, Praha: SNTL 1987.

[9] C. H. K. Williamson, G. L. Brown, A Series in $(1/\sqrt{Re})$ to Represent the Strouhal – Reynolds Number Relationship of the Cylinder Wake, Journal of Fluids and Structures, Vol. 12, s.1073 – 1085, 1998.

[10] U. Fey, M. König, H. Eckelmann, A New Strouhal – Reynolds Number Relationship for the Circular Cylinder in the Range $47 < Re < 2\times10^2$, Physics of Fluids, Vol. 10, s. 1547 – 1549, 1998.

[11] A-B. Wang, Z. Trávníček, K-C. Chia, On the Relationship of Effective Reynolds Number and Strouhal Number for the Laminar Vortex Shedding of a Heated Circular Cylinder, Physics of Fluids, Vol. 12, s.1401 – 1400, 2000.

[12] Handbook of Experimental Fluid Mechanics, Eds. C. Tropea, A.L. Yarin, J.F. Foss, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2007.

[13] C. H. K. Williamson, Oblique and Parallel Mode of Vortex Shedding in the Wake of a Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 206, s. 579 – 627, 1989.

[14] M. König, H. Eisenlohr, H. Eckelmann, The Fine Structure in the Strouhal – Reynolds Number Relationship of the Laminar Wake of a Circular Cylinder, Physic of Fluids A, Vol. 2, s. 1607 – 1614, 1990.

[15] Z. Trávníček, Neizotermické úplavy a impaktní proudy, Habilitační práce, Technická Univerzita v Liberci Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií, 2014.

[16] B.L. Smith, A. Glezer, The Formation and Evolution of Synthetic Jets, Physics of Fluids, Vol. 10, s. 2281 – 2297, 1998.

[17] Z. Broučková, Řízení proudu vzduchu syntetizovaným proudem, Bakalářská práce, FS ČVUT v Praze: 2010.

[18] Z. Broučková, Aktivní řízení proudu v koaxiálním uspořádání, Diplomová práce, FS ČVUT v Praze: 2012.

[19] T. Koso, T. Kinoshita, Agitated Turbulent Flowfield of a Circular Jet with an Annular Synthetic Jet Actuator, Journal of Fluid Science and Technology, vol. 3, s. 323 – 333, 2008.

[20] I. A. Chaudhry, S. Zhong, A Single Circular Synthetic Jet Issued into Turbulent Boundary Layer, Journal of Visualization, vol. 17, s. 101 – 111, 2014.

[21] N. Schaeffler, The Interaction of a Synthetic Jet and Turbulent Boundary Layer, AIAA Paper 2003-643, 2003.

[22] P-F. Zhang, J-J. Wang, L-H. Feng, Review of Zero-Net-Mass-Flux Jet and Its Application in Separation Flow Control, E - Technological Sciences, Vol. 51, s. 1315 - 1344, 2008.
[23] J. E. Cater, J. Soria, The Evaluation of Round Zero-Net-Mass-Flux Jets, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 472, s. 167 – 200, 2002.
[24] M. Amitay, A. Honohan, M. Trautman, A. Glezer, Modification of the Aerodynamic Characteristics of Bluff Bodies Using Fluidic Actuators, AIAA Paper 97-2004, 1997.
[25] J-J. Wang, L-H. Feng, Ch-J. Xu, Experimental Investigations on Separation Control and Flow Structure around a Circular Cylinder with Synthetic Jet, E - Technological Sciences, vol. 50, s. 550 –559, 2007.
[26] L-H. Feng, J-J. Wang, Modification of a Circular Cylinder Wake with Synthetic Jet: Vortex Shedding Modes and Mechanism, European Journal of Mechanics B/ Fluids, vol. 43, s. 14 – 32, 2014.
[27] L-H. Feng, J-J. Wang, Ch. Pan, Effect of Novel Synthetic Jet on Wake Vortex Shedding Modes of a Circular Cylinder, Journal of Fluid and Structures, vol. 26, s. 900 – 917, 2010.
[28] L-H. Feng, J-J. Wang, Synthetic Jet Control of Separation in the Flow over a Circular Cylinder, Experiments in Fluid, vol. 53, s. 467 – 480, 2012.
[29] L-Q. Ma, L-H. Feng, Experimental Investigation on Control of Vortex Shedding Mode of a Circular Cylinder Using Synthetic Jets Placed at Stagnation Point, Science China, Technological Science, vol. 56, s. 158 – 170, 2013.
[30] J. Tensi, I. Boué, F. Paillé, G. Dury, Modification of the Wake behind a Circular Cylinder by Using Synthetic Jets, Journal of Visualization, vol. 5, s. 37 – 44, 2002.
[31] L-H. Feng, J-J. Wang, Active Control for Flow over a Bluff Body, Proceedings of 16th International Symposium on Flow Vizualization, June 24-28, Okinawa, Japan, 2014.
[32] Z. Škvor, Acoustic and Electro-acoustic, Praha: Academia 2001.
[33] E. Flídr, Z. Broučková, M. Pavelka, Z. Trávníček, Malý aerodynamický tunel pro vizualizaci proudového pole, Výzkumná zpráva ÚT AV ČR Z1520/15, Praha 2015.
[34] J. Erhart, Ultrazvukové rozprašování kapalin, 3Pól 2011, 2/10, s12. Přístup 7.11.2015, dostupné z: http://3pol.cz/1040-ultrazvukove-rozprasovani-kapalin
[35] Z. Kohout, Laboratorní cvičení z fyziky, Praha: ČVUT, 2009.
[36] F.J. Jørgensen, How to Measure Turbulence with Hot-wire Anemometers – a practical guide, DANTEC Dynamics, 2002.
[37] R.J. Goldstein, H.H. Cho, A Review of Mass Transfer Measurements Using Naphtalene Sublimation, Experimental Thermal and Fluid Science, vol. 10, s. 416 – 434, 1995.
[38] E. Flídr, P. Šafařík, Z. Trávníček, Z. Broučková, Měření frekvence a rychlosti vzduchu v syntetizovaném proudu, Proceedings of Students´ Work in the Year 2013/2014, ČVUT v Praze Fakulta Strojní: 2014, s. 5 – 18.
[39] Z. Broučková, Z. Trávníček, Visualization Study of Hybrid Synthetic Jet, Journal of Visualization, vol. 18, s. 581 – 593, 2015.
[40] Z. Trávníček, A. I. Fedorchenko, A-B. Wang, Enhancement of Synthetic Jets by Means of an Integrated Valve-less Pump Part I. Design of the Actuator, Sensors and Actuators A, vol. 120. s. 232 – 240, 2004.
[41] G. Kooijman, O. Ouweltjes, Finite Diference Time Domain Electroacustit Model for Synthetic Jet Actuators including Nonlinear Flow Resistance, The Jornal of the Acoustical Society of America, vol. 125, s. 1911 – 1918, 2009.
[42] Z. Trávníček, Z. Broučková, J. Kordík, Formation Criterion for Axisymetric Synthetic Jets at High Stokes Numbers, AIAA Journal, vol. 50, s. 2012 – 2017, 2012.
[43] R. Holman, Y. Utturkar, R. Mittal, B.L. Smith, L. Cattafesta, Formation Criterion for Synthetic Jets, AIAA Journal, vol. 43, s. 2110 – 2116, 2005.

[44] L. H. Feng, J. J. Wang, Circular Cylinder Vortex-Synchronization Control with a Synthetic Jet Positioned at the Rear Stagnation Point, Journal of Fluid Mechanics, vol. 662, s. 232 – 259, 2010.
[45] W. Kim, J. Y. Yoo, J. Sung, Dynamics of Vortex Lock-on in a Perturbed Cylinder Wake, Physics of Fluids, vol. 18, s. 1 – 20, 2006.

Příloha A – Konstanty pro výpočet rychlosti z frekvence vírové řady

Konstanty jsou používány pro výpočet rychlosti z frekvence vírové řady za válcem v odstavci 6.1.2.

Williamson a Brown [9] udávají hodnoty:
C_1 = 0,2665, C_2 = 1,0175 pro Re = (49 – 180)
C_1 = 0,2234, C_2 = 0,3490 pro Re = (230 – 1200)

Fey et al. [10] udávají hodnoty:
C_1 = 0,2684, C_2 = 1,0356 pro Re = (47 – 180)
C_1 = 0,2437, C_2 = 0,8607 pro Re = (180 – 230)
C_1 = 0,4291, C_2 = 3,6735 pro Re = (230 – 240)
C_1 = 0,2257, C_2 = 0,4402 pro Re = (360 – 1300)

Wang et al. [11] uvádějí hodnoty konstant:
C_1 = 0,2660, C_2 = 1,0160 pro Re = (47,5 – 163)

Příloha B – Rezonanční frekvence generátoru

Výsledek odvození je použit v odstavci 5.1.1. Odvození je provedeno za následujících předpokladů: nestlačitelná tekutina, stejná rychlost ve všech výstupních otvorech.

Výchylka membrány je popsána rovnicí:

$$x = x_{\max} \sin(\omega t) = x_{\max} \sin(2\pi f t), \tag{30}$$

kde $\omega = 2\ \pi \cdot f$ a kde potom f je frekvence kmitající membrány, t je čas a $x_{\max}$ je maximální výchylka membrány.

Rychlost membrány se určí derivací rovnice (30) podle času:

$$v(t) = \frac{\partial x}{\partial t} = 2\pi f\, x_{\max} \cos(2\pi f t). \tag{31}$$

Dále se z rovnice kontinuity určí rychlost tekutiny vystupující z jednotlivých otvorů:

$$v(t)\frac{\pi D_{\mathrm{D}}^2}{4} = u(t)\frac{14\pi D_{\mathrm{O}}^2}{4}, \tag{32}$$

kde $D_{\mathrm{D}} = 53$ mm je průměr membrány a $D_{\mathrm{O}} = 1{,}05$ mm je průměr jednoho výstupního otvoru. Odtud pak pro rychlost platí:

$$u(t) = v(t)\frac{D_{\mathrm{D}}^2}{14 D_{\mathrm{O}}^2}. \tag{33}$$

Pro odvození rezonanční frekvence se vychází z přeměny potenciální energie membrány E_{pot} reproduktoru v kinetickou energii hmoty E_{kin} kmitající v trubičce.

$$E_{\mathrm{pot}} = E_{\mathrm{kin}}. \tag{34}$$

Potenciální energie je dána:

$$E_{\mathrm{pot}} = \frac{1}{2} K_{\mathrm{p}} A_{\mathrm{D}} x_{\max}^2, \tag{35}$$

kde A_{D} je plocha membrány a K_{p} je tuhost membrány.

Kinetická energie je pak dána, vztahem:

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} m u^2(t), \tag{36}$$

kde m je hmotnost kmitajícího vzduchu.

Předpoklad kmitání vzduchu v celém objemu trubičky plus v každém otvoru s efektivní délkou L_e danou vztahem:

$$L_e = H + \frac{8}{3\pi} D_O , \tag{37}$$

kde H = 0,5 mm je tloušťka stěny trubky.

Hmotnost kmitajícího vzduchu je pak vyjádřena:

$$m = \rho \left[\frac{\pi D^2}{4} L + \frac{14\pi D_O^2}{4} L_e \right], \tag{38}$$

kde L = 54 mm je délka trubičky.

Vztahy (35 – 38) jsou dosazeny do rovnice (34):

$$\frac{1}{2} \rho \left[\frac{\pi D^2}{4} L + \frac{14\pi D_O^2}{4} L_e \right] \left[2\pi f x_{max} \frac{D_D^2}{14 D_O^2} \right]^2 = \frac{1}{2} K_p A_D x_{max}^2 . \tag{39}$$

Po vykrácení a vyjádření frekvence vyjde vztah:

$$f = \frac{7}{\pi} \left[\frac{D_O^2}{D_D} \right] \sqrt{\frac{K_p}{\rho \left(D^2 L + 14 D_O^2 L_e \right)}} . \tag{40}$$

Po dosazení číselných hodnot z odstavce 5.1.1 vychází rezonanční frekvence f = 41,9 Hz.

Příloha C - Odvození součinitele průtočných hybností

Při sinusovém napájecím signálu je dán časový průběh rychlosti vztahem:

$$u(t) = u_{\max} \sin(\omega t)\,, \tag{41}$$

kde $u_{\max}$ je maximální hodnota okamžité rychlosti, t je čas a ω je úhlová rychlost daná vztahem $\omega = 2\pi f$, v němž f je frekvence, což je převrácená hodnota periody $f = 1/T$.

Průtočná hybnost syntetizovaného proudu je odvozena za předpokladu pístového modelu, tzn. že se tekutina ve výstupním otvoru i jeho okolí chová jako píst. Za předpokladu, že se na výsledné průtočné hybnosti bude podílet pouze vyfukovací část periody, bude horní mez integrace při sinusovém signálu rovna $T/2$. Pak budeme integrovat:

$$M_{\mathrm{sj}} = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} A_0 \rho u^2(t)dt = \frac{A_0 \rho u_{\max}^2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \sin^2(\omega t)dt\,, \tag{42}$$

kde ρ je hustota tekutiny, A_0 je plocha výstupního otvoru.

$$M_{\mathrm{sj}} = \frac{A_0 \rho u_{\max}^2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} \frac{1}{2}\left[1-\cos(2\omega t)\right]dt = \frac{A_0 \rho u_{\max}^2}{2T}\left(\left[t\right]_0^{\frac{T}{2}} - \left[\frac{T}{4\pi}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right]_0^{\frac{T}{2}}\right) =$$

$$= \frac{A_0 \rho u_{\max}^2}{2T}\frac{T}{2} = \frac{A_0 \rho u_{\max}^2}{4} = \frac{\pi D_0^2}{4}\rho\left(\frac{\pi U_0}{2}\right)^2$$

Průtočná hybnost syntetizovaného proudu má potom tvar:

$$M_{\mathrm{sj}} = \rho\frac{\pi D_0^2}{4}\left(\frac{\pi U_0}{2}\right)^2\,, \tag{43}$$

kde U_0 je časově střední rychlost určená na základě $u(t)$ v ose proudu vztahem:

$$U_0 = \frac{1}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} u(t)dt = \frac{u_{\max}}{\pi}\,. \tag{44}$$

Průtočná hybnost nabíhajícího proudu v tunelu je pak určena vztahem:

$$M = \rho d l U^2\,, \tag{45}$$

kde U je rychlost nabíhající tekutiny, l je obtékané část válce a d je jeho průměr.

Součinitel průtočné hybnosti je pak dán poměrem:

$$C_{\mu} = \frac{nM_{\mathrm{sj}}}{M}, \tag{46}$$

kde $n = 14$ je počet výstupních otvorů.

Po dosazení vztahů (43) a (45) do rovnice (46) a úpravě má součinitel průtočných hybností tvar:

$$C_{\mu} = \frac{14\rho \frac{\pi D_0^2}{4}\left(\frac{\pi U_0}{2}\right)^2}{\rho d l U^2} = \frac{7\pi^3}{8}\frac{D_0^2}{dl}\frac{U_0^2}{U^2}. \tag{47}$$