



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA STROJNÍ
Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Výpočty únosnosti tenkostěnných konstrukcí

Praha, 2016

Ondřej Horváth

Anotační list

Jméno autora:	Ondřej Horváth
Název DP česky:	Výpočty únosnosti tenkostěnných leteckých konstrukcí
Název DP anglicky:	Thin-walled aircraft structures load carrying capacity
Rok:	2016
Ústav:	Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky
Zadavatel:	EDAG Engineering CZ, spol. s r.o.
Studijní program:	Strojní inženýrství
Obor studia:	Aplikovaná mechanika
Vedoucí DP:	doc. Ing. Miroslav Španiel CSc
Počet stran:	74
Počet obrázků:	67
Klíčová slova:	Únosnost konstrukcí, algoritmizace, tenzometrie
Keywords:	Load carrying capacity, Algorithms, strain gauge measurements

Anotace:

Cílem této diplomové práce je vytvořit nástroj pro výpočet únosnosti vyztužených dutinových konstrukcí, popsat jej a experimentálně nebo výpočtově ověřit jeho funkčnost. Navržená metodika je zalgoritmizována v jazyce VBA. Praktická část práce je věnována experimentálnímu ověření výpočtového programu.

Annotation:

The main goal of this diploma thesis is to develop a program for load carrying capacity calculations of thin-walled cell structures and verify it computationally or by an experiment. Methodics of the calculation is programmed in VBA language. Practical part of this thesis deals with the verification by strain gauge measurements.



ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení:	Horváth	Jméno: Ondřej	Osobní číslo: 396998
Fakulta/ústav:	Fakulta strojní		
Zadávací katedra/ústav:	Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky		
Studijní program:	Strojní inženýrství		
Studijní obor:	Aplikovaná mechanika		

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Výpočty únosnosti tenkostěnných leteckých konstrukcí

Název diplomové práce anglicky:

Thin-walled aircraft structures load carrying capacity

Pokyny pro vypracování:

Vytvořte vhodný analytický nástroj pro návrh trupu letounu, který je konstruován jako tenkostěnná vyztužená dutinová skořepina. Nástroj ověřte experimentálně nebo výpočtově. K tomu:

- 1) Proveďte rešerši dutinových konstrukcí a způsobů výpočtu jejich únosnosti.
- 2) Navrhněte metodiku vhodnou pro výpočet sekce trupu.
- 3) Navrhněte odpovídající způsob algoritmizace a vytvořte automatizovaný prostředek (program, skript, tabulku) pro výpočet daného typu konstrukce
- 4) Verifikujte na experimentu nebo MKP řešení
- 5) Sepište zprávu (DP)

Doporučený rozsah: 50-60 stran

Seznam doporučené literatury:

[1] Bruhn, F.L. et al.: Analysis and design of flight vehicle structures. Philadelphia: G.W. Jacobs, 1973. ISBN 9780961523404
 [2] Píštěk, A.: Pevnost a životnost letadel. Skripta. Brno, VUT, 1988, 266 stran.
 [3] Špunda, J.: Stavební mechanika a pevnost letounu. Skripta. Brno, VAAZ, 1971, 197 stran

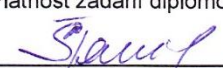
Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:


doc. Ing. Miroslav Španiel CSc.


Jméno a pracoviště konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **11.04.2016** Termín odevzdání diplomové práce: **12.08.2016**

Platnost zadání diplomové práce: _____

 Podpis vedoucí(ho) práce

 Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

 Podpis děkana(ky)

Neodevzdá-li student bakalářskou nebo diplomovou práci v určeném termínu, tuto skutečnost předem písemně zdůvodnil a omluva byla děkanem uznána, stanoví děkan studentovi náhradní termín odevzdání bakalářské nebo diplomové práce. Pokud se však student řádně neomluvil nebo omluva nebyla děkanem uznána, může si student zapsat bakalářskou nebo diplomovou práci podruhé

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

<u>21.4.2016</u> Datum převzetí zadání	<u>Horváth</u> Podpis studenta(ky)
---	---------------------------------------

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci zpracoval samostatně, podle pokynů vedoucího práce a použil jsem literárních pramenů a informací, které cituji a uvádím v seznamu použitých informačních zdrojů.

V Praze dne: 10. 8. 2016

Podpis: 

Poděkování:

Ačkoliv je pod touto prací podepsán pouze jeden autor, nikdy by její obsah nemohl vzniknout bez pomoci mnoha lidí, kterým bych chtěl poděkovat. Chtěl bych poděkovat vedoucímu své práce, doc. Ing. Miroslavu Španielovi, CSc. za jeho cenné rady a připomínky při vývoji programu a psaní této práce. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Robertu Theinerovi, Ph.D. za rady ohledně měření a poskytnutí zkušební vzorku. Dík patří i všem, kteří zkušební vzorek repasovali, v čele s panem Jaroslavem Dylem. Za přípravu, realizaci a následné připomínky k vyhodnocení experimentu bych chtěl poděkovat Ing. Ivanu Jeřábkoví, Ph.D. Velký dík patří kolegům z firmy EDAG Engineering, kteří mi dávali odpovědi na otázky týkající se pevnostních výpočtů letadel a pomáhali s transporty zkušební vzorku.

OBSAH

Přehled použitých symbolů a zkratek.....	8
1 Úvod.....	9
1.1 Rešerše literatury k zadanému tématu	9
1.2 Vybrané pojmy z letecké terminologie, užívané v práci.....	11
2 Teoretická východiska práce.....	12
2.1 Rovnováha vnitřních a vnějších sil.....	12
2.2 Znaménková konvence a kladné směry zatížení	13
2.3 Řešení normálového napětí	13
2.3.1 Čistý tah/tlak	13
2.3.2 Ohyb	14
2.4 Řešení smykového napětí	15
2.4.1 Smykové napětí dutinové konstrukci, zatížené krouticím momentem.....	15
2.4.2 Smykové napětí v nosníku zatíženém posouvající silou.....	16
2.5 Ztráta stability.....	17
2.5.1 Stabilita tenkých desek.....	17
2.5.2 Kritické napětí potahových polí při kombinovaném zatížení	21
2.5.3 Ztráta stability potahu mezi nýty	21
2.5.4 Stabilita profilů	22
3 Metodika výpočtu Únosnosti.....	26
3.1 Přístup k zjištění únosnosti tenkostěnné konstrukce	26
3.2 Řešení normálového napětí v tenkostěnné dutinové konstrukci.....	26
3.2.1 Výpočet statických charakteristik.....	26
3.2.2 Výpočet napětí v souřadném systému spojeným s těžištěm	29
3.2.3 Metoda redukčních součinitelů.....	30
3.2.4 Spolupůsobící šířka potahu	30
3.3 Řešení smykového napětí v tenkostěnné dutinové konstrukci.....	31
3.4 Rozšíření teorie pro různé materiály v konstrukci	33

4	Algoritmizace metodiky	34
4.1	Diskretizace geometrie	34
4.2	Výpočty napětí diskretizovaného modelu.....	36
4.2.1	Výpočet napětí	36
4.2.2	Výpočet kritického napětí	36
4.3	Zatížení řešeného průřezu.....	37
4.4	Program BALC.....	37
4.4.1	Obecně o programu BALC	37
4.4.2	Vstupní data	38
4.4.3	Zatížení a podmínky výpočtu.....	40
4.4.4	Vývojový diagram výpočtu	41
4.4.5	Výsledky výpočtu BALC a jejich interpretace.....	42
4.4.6	Porovnání s běžně užívaným programem.....	46
5	Experimentální verifikace Programu.....	48
5.1	Prvotní kroky k experimentální verifikaci.....	48
5.2	Příprava zkušebního vzorku.....	50
5.3	Příprava k tenzometrickému měření napjatosti	51
5.4	Průběh zkoušky.....	54
5.5	Metodika vyhodnocení pevnostní zkoušky	56
5.6	Průběhy napětí z měření	58
5.6.1	Průběhy napětí podélníků.....	58
5.6.2	Vyhodnocení signálů potahových polí	62
5.7	Porovnání experimentálních dat a výsledků programu BALC.....	64
6	Závěr.....	69
6.1	Možnosti dalšího vývoje	69
	Použité informační zdroje.....	70
	Seznam uvedených obrázků.....	71

PŘEHLED POUŽITÉHO ZNAČENÍ

A	Plocha	[mm ²]
b	Délka potahového pole (mezi podélníky)	[mm]
c	Koeficient okrajových podmínek	[1]
C_e	Součinitel, který závisí na počtu volných hran profilu	[1]
E	Modul pružnosti materiálu v tahu.	[MPa]
F	Funkce napětí	[N/mm]
F_{cr}	Síla, kterou generuje potah po ztrátě stability	[N]
i	Počet půlvln, index pořadí prvku	[1]
I_i	Kvadratický moment plochy k ose i	[mm ⁴]
k_c	Parametr řešení, koeficient rozměrů a o.p.	[1]
k_i	Koeficient průřezových charakteristik	[mm ⁻⁴]
k_u	Parametr okrajových podmínek, uložení	[1]
K	Redukční součinitel (K-faktor)	[1]
K_s	Součinitel zohledňující okrajové podmínky	[1]
r	Poloměr zakřivení potahového prvku	[mm]
s	rozteč nýtů	[mm]
S_z	statický moment k těžištní ose z od části účinného průřezu mezi myšleným řezem a uvažovaným místem v	[mm ³]
t	Tloušťka, čas	[mm], [s]
T_i	Posouvající síla ve směru osy i	[N/mm]
α	úhel mezi osou x letounu a směrem hlavního napětí, úhel natočení podélníku, potahového prvku	[°]
ε	Deformace	[1], [$\mu\text{m}/\text{m}$]
$\Delta p^{(j)}$	Změna délky průvodiče v iteračním kroku j	[mm]
λ	Štíhlostní poměr	[1]
ν	Poissonova konstanta materiálu	[1]
ρ	Poloměr setrvačnosti	[mm]
σ_c	Napětí v tlaku	[MPa]
σ_{cr}	Kritické napětí v tlaku	[MPa]
$\overline{\sigma}_{cr}$	Kritické napětí v tlaku při kombinovaném zatížení	[MPa]
σ_{cs}	Napětí při lokální ztrátě stability	[MPa]
σ_{cy}	Mez kluzu materiálu	[MPa]
τ	Napětí ve smyku	[MPa]
τ_{cr}	Kritické napětí ve smyku	[MPa]

1 ÚVOD

Tato diplomová práce se zabývá výpočty únosnosti tenkostěnných vyztužených dutinových konstrukcí, v praktické rovině tedy konstrukcí tvořící trup některých letounů.

Ačkoliv jsou v současné době používány hlavně programy na základě Metody konečných prvků, v letectví je stále určitá část výpočtů prováděna konvenčně, tedy kombinací analytického a empirického přístupu.

MKP nemusí být ve fázi návrhu trupu vždy účelné, vzhledem k velkému vlivu imperfekcí jak na potahové, tak i na vyztužující části. Právě ve fázi návrhu letounu, kdy je třeba provést výpočet s mnoha variantami geometrie i zatížení, mají význam výpočtové nástroje využívající určitá zjednodušení a základní teorii pružnosti a pevnosti.

Cílem této diplomové práce bylo vyvinout algoritmus pro firmu EDAG, která mimo jiné spolupracuje s firmami leteckého průmyslu v oblasti pevnostních výpočtů. Tento program by měl usnadnit práci při pevnostních výpočtech ve fázi návrhu letounu a zvýšit tak produktivitu při vývojových pracích.

Algoritmus byl vyvinut na základě v oboru uznávané literatury. Souhrn teoretických a metodických poznatků, z kterých program vychází, je uveden v kapitolách 2 a 3.

V kapitole 4 je program popsán a porovnán s běžně užívaným programem. Kapitola 5 je praktickou částí této práce, která popisuje experimentální ověření vyvinutého programu.

1.1 Rešerše literatury k zadanému tématu

Množství literatury zabývající se pevnostní analýzou je široké. Díla, jejichž rešerše následují, se leckdy obsahově kryjí, dohromady však obsahují veškerou teorii pružnosti a pevnosti, která je pro praktický výpočet únosnosti leteckého trupu nutná.

[1] Elmer Franklin Bruhn: ANALYSIS AND DESIGN OF FLIGHT VEHICLE STRUCTURES

Tento literární zdroj má z hlediska výpočtů únosnosti letadlových trupů zásadní význam, jelikož všechny dílčí úkony kontroly jednotlivých prvků spojuje dohromady a dává tak ucelený pohled pro analýzu. Tím je z hlediska dále zmíněných knih výjimečný. Široce pojatý obsah díla v úvodní části shrnuje základní poznatky mechaniky podajných, ale i tuhých těles. V dalších částech knihy se autor zabývá teorií pevnosti prvků, které jsou pro letadla charakteristická. Dále už se, kromě kapitoly o Elasticitě a Termoelasticitě, věnuje ryze praktickým výpočtům, z části navazující na teoretický úvod, z části odkazující se na empirické vztahy a diagramy. Vzhledem k tomu, že je ve většině světa tento literární zdroj uznáván i pro certifikační výpočty, považuji tuto knihu za hlavní zdroj.

[2] Michael Chung-Yung Niu: AIRFRAME STRUCTURAL DESIGN

Později vydaná kniha než předchozí literární zdroj se v zásadě obsahem shoduje, protože v zástupných příkladech aplikuje teorii základních stavebních prvků letadel. Odlišuje se zejména kapitolou, která se zabývá výřezy – Cutouts. Je zde v ukázkových příkladech okolí montážních otvorů, dveří a dalších koncentrátorů napětí vysvětlen přístup a provedena kontrola napjatosti. Praktický význam má i část věnována experimentálním zkouškám v leteckých konstrukcích.

[3] Jean-Claude Flabel: PRACTICAL STRESS ANALYSIS FOR DESIGN ENGINEERS: DESIGN & ANALYSIS OF AEROSPACE VEHICLE STRUCTURES

Rozsahem menší, avšak velmi zajímavě napsaná kniha klade na důraz analýzu základních prvků: potahů a podélných výztuh letadla. Na rozdíl od výše zmíněných knih je zde detailně rozebrána problematika ztráty stability potahu mezi nýty. Hlavní odlišností je menší počet témat, rovnic i příkladů, ale vyšší zastoupení psaného textu, který umožňuje hlubší porozumění základním principům při analýze tenkostěnných konstrukcí, například globální a lokální ztráta stability.

[4] Antonín Píštěk: PEVNOST A ŽVOTNOST LETADEL

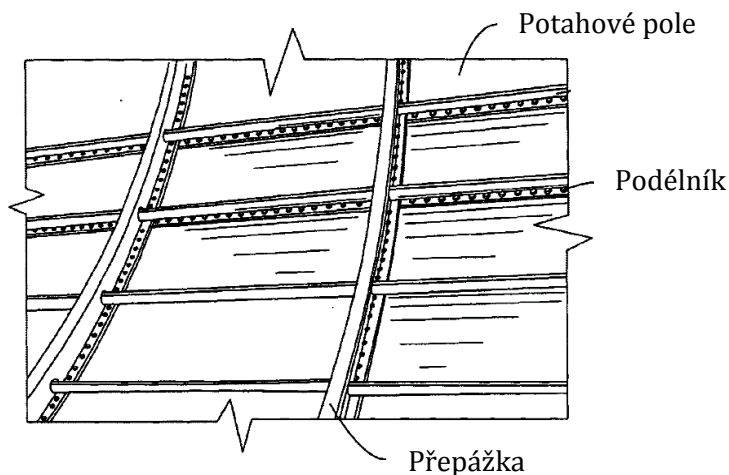
Velký přínos této knihy vidím mimo jiné ve vysvětlení a použití fenoménu smykových toků při výpočtu dutinových konstrukcí. Je zde vysvětleno chování otevřených konstrukcí při zatížení posouvající silou. Značný rozsah v knize zaujímá řešení stability tenkostěnných desek a to jak v tlaku, tak ve smyku. Kromě kapitoly zabývající se pevností letadlových komponentů nabízí autor i pohled na jejich chování při cyklickém zatěžování a vývoj leteckých konstrukcí.

[5] Jaromír Špunda: STAVEBNÁ MECHANIKA A PEVNOST LETOUNU

Autor mimo jiné popisuje v detailech význam účinné šířky potahu a její použití při analýze vyztužených dutinových konstrukcí. Dalším významným prvkem skript je teorie smykových toků od krutu a posouvající síly v uzavřených nesymetrických konstrukcích s tenkou stěnou potahu. Důležitou je také kapitola zabývající se zachycením obecného zatížení o šesti složkách jednotlivými prvky vyztužené dutinové konstrukce.

1.2 Vybrané pojmy z letecké terminologie, užívané v práci

Každé specifické odvětví má svou terminologii, která usnadňuje komunikaci. I letecký průmysl má řadu pojmů, které se běžně nevyskytují, ale je účelné je užívat. Pojmy z letecké terminologie, uvedené v této diplomové práci, jsou ilustrovány na Obr. 1-1 nebo dále popsány.



Obr. 1-1 Konstrukce trupu, převzato z Anast, P. Z. Patent Light weight and high strength fuselage US 6,648,273 B2, Nov 18, 2003.

Přepážky jsou prvky, které udávají konstrukci tvar v řezech kolmých na podélnou osu letounu.

Podélníky jsou prvky, které vyztužují konstrukci potahových polí. Podílí se zejména na přenosu normálových napětí.

Potahová pole tvoří rozhraní mezi vnitřním prostorem letounu a okolím. Přenášejí zejména smykové toky.

Smykový tok je definován rovnicí (1-1). Průběh smykového napětí τ po tloušťce potahu uvažujeme vzhledem k malé tloušťce a velké vzdálenosti od smykového středu za konstantní.

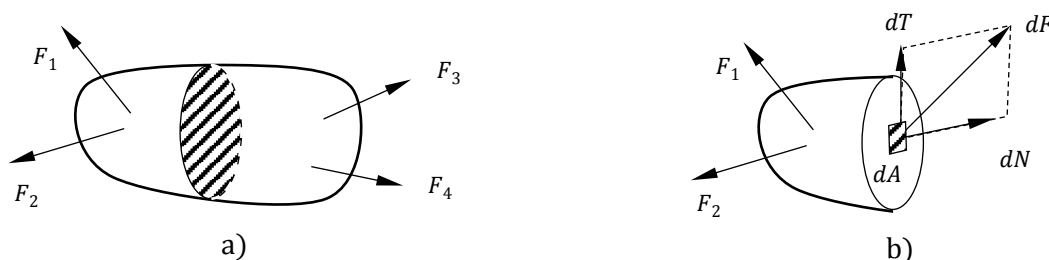
$$q = \tau \cdot t \quad (1-1)$$

2 TEORETICKÁ VÝCHODISKA PRÁCE

Základem dalšího řešení je technická mechanika, aplikovaná na letecké konstrukce. Technická mechanika je založena na zjednodušených analytických výpočtových modelech složených z prvků s typickou geometrií (nosníky, desky) a zatěžováním. Řešení vychází z propojení jednotlivých modelů, založených na podmínkách rovnováhy a kompatibility do celku, který je v dané oblasti modelem skutečné konstrukce. Tato kapitola shrnuje základní přístupy výpočtů napětí, které budou dále použity. Jedná se zejména o stanovení napjatosti v konstrukci a stanovení napětí při ztrátě stability potahových prvků a podélníků.

2.1 Rovnováha vnitřních a vnějších sil

Uvažujme těleso na Obr. 2-1 a, které je ve statické rovnováze. Výslednice všech vnějších sil na těleso působících je nulová. Těleso je ve statické rovnováze, pokud je v rovnováze i každá část tělesa, vzniklá například řezem. Vedeme-li tělesem řez, na ploše řezu musí pro zachování rovnováhy působit vnitřní silové účinky, které uvedou tuto část do rovnováhy.



Obr. 2-1: Rovnováha vnitřních a vnějších sil

Průběh vektorové funkce vnitřní síly po průřezu je funkcí vnějšího zatížení. Uvažujme elementární část plochy v řezu dA . Na tuto plochu působí elementární síla dF , v obecném směru vůči normále plošky dA , jak ukazuje Obr. 2-1 b. Sílu dF můžeme rozdělit do dvou složek:

- 1) Složka dN , vzniklá průmětem dF do normály plošky dA
- 2) Složka dT , vzniklá průmětem dF do roviny plošky dA

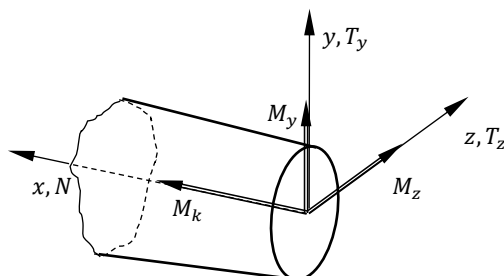
Vztáhneme-li složku dN (dT), k ploše dA , mluvíme o normálovém (smykovém) napětí.

$$\sigma = \frac{dN}{dA} \qquad \tau = \frac{dT}{dA} \qquad (2-1)$$

V následujících kapitolách bude na základech tohoto přístupu postavena detailnější teorie. V kapitolách 2.3 a 2.4 je uvedena teorie pro základní geometrie tak, jak je uváděna ve skriptech a učebnicích pružnosti a pevnosti, např. [6]. V kapitole 3 se již vyskytují přístupy, které mají omezenou platnost pro konstrukce, jejichž únosnost je obsahem této práce.

2.2 Znaménková konvence a kladné směry zatížení

Vzhledem k tomu, že se tato práce zabývá zejména chováním konstrukčních prvků liniového charakteru (nosníků, prutů) zatěžovaných tlakem, je jako kladné napětí bráno napětí tlakové. I z hlediska algoritmizace je tento přístup vhodnější. Na Obr. 2-2 jsou zakresleny kladné směry zatížení. Vektory momentů respektují pravidlo pravé ruky.



Obr. 2-2: Kladné směry zatížení

2.3 Řešení normálového napětí

Následující kapitoly popisují, jakým způsobem se na normálovém napětí v myšleném průřezu vetknutého nosníku podílejí různé složky obecného zatížení.

2.3.1 Čistý tah/tlak

Je-li totožná nositelka zatěžující osové síly s nositelkou normály plochy řezu v těžišti, jedná se o čistý tah. Znamená to, že vnější síla nezpůsobuje žádný ohyb v průřezu. Pokud budeme uvažovat homogenní materiál, je v celém průřezu konstantní napětí o velikosti:

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (2-2)$$

Kde je:

N	Normálová síla	[N]
A	Plocha průřezu	[mm ²]

2.3.2 Ohyb

Bernoulliho hypotéza ohybu nosníků staví na myšlence, že průřezy rovinné a kolmé k ose prutu před deformací zůstávají rovinnými a kolnými k deformované ose.

Odvozením, které je provedeno např. v [6], je možno dojít ke vztahu pro rovinný ohyb,

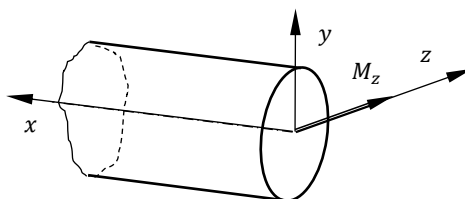
$$\sigma = \frac{M_z}{I_z} \cdot y \quad (2-3)$$

Kde je:

M_z	Ohybový moment ve směru osy z	[N·mm]
I_z	Kvadratický moment plochy k ose z	[mm ⁴]

Obdobně by vztah platil i pro zatížení ohybovým momentem v ose y, která prochází těžištěm průřezu. Vektor ohybového momentu působící v rovině řezu (zy) v obecném směru, lze rozložit do kombinace ohybových momentů M_z a M_y . V případě lineární teorie platí zákon superpozice, můžeme tedy psát rovnici pro prostorový ohyb profilů s alespoň jednou osou souměrnosti.

$$\sigma = \frac{M_y}{I_z} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y \quad (2-4)$$



Obr. 2-3: Zatížení profilu ohybovým momentem

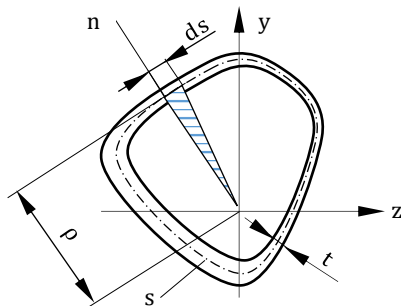
Celou situaci ilustruje Obr. 2-3. Pro obecný průřez bez osy souměrnosti však výše zmíněný vzorec neplatí. Řešením je stanovení hlavních centrálních kvadratických momentů a polohy hlavních centrálních os. Ty u nesymetrického profilu přebírají roli souřadnicových os profilů souměrných. Následně je třeba transformovat zatížení a souřadnice profilu do souřadnicového systému daného hlavními centrálními osami. V kapitole 3.2 bude vysvětlen přístup, který využívá stejného principu, ale není nutno souřadnice a zatížení transformovat. Pro analýzu tenkostěnných dutinových konstrukcí je tato cesta vhodnější.

2.4 Řešení smykového napětí

Tato kapitola rozebírá vliv zatížení, které způsobují smykovou (tečnou) složku vektoru napětí. Po minulé kapitole, kde byl řešen vliv dvou ohybových momentů M_z , M_y a normálové síly N zbývá v základní teorii vyjádřit vliv momentu, působícím v ose x M_x a sil, které působí v rovině řezu kolmé na osu x , tedy T_z a T_y .

2.4.1 Smykové napětí dutinové konstrukci, zatížené krouticím momentem

Obecný tenkostěnný dutinový průřez s proměnlivou tloušťkou stěny je na Obr. 2-4.



Obr. 2-4: Krut nekuhového tenkostěnného průřezu

Z teorie krutu nekuhového průřezu vychází, že smykové napětí je závislé na spádu vrchlíku napětí. Tuto rovnici můžeme přepsat podle následujícího řádku. S vědomím, že u tenkostěnné konstrukce jsou vnitřní a vnější hrana průřezu souměrně blízké, platí rovnost konstantě.

$$\tau = - \frac{dF}{dn} \quad - dF = \tau \cdot dn = konst. \quad (2-5)$$

Kde je:

F	Funkce napětí	[N/mm]
n	Souřadnice ve směru vnější normály	

V kapitole 1.2 byl zaveden smykový tok. Ten je dle rovnice (2-5) konstantní v celé dutině. Na Obr. 2-4 tedy působí smykový tok q na délkovém elementu ds střednice stěny dutiny. Tento element je ve vzdálenosti ρ od počátku souřadnicového systému.

Smykový tok na délkovém elementu ds a rameni ρ způsobí elementární moment:

$$dM_k = q \cdot \rho \cdot ds \quad (2-6)$$

Smykový tok můžeme vytknout jako konstantu a integrovat po uzavřené křivce (střednici) s .

$$M_k = q \oint_{(s)} \rho \cdot ds \quad (2-7)$$

Na Obr. 2-4 si lze všimnout, že vyšrafovaný trojúhelník má plochu poloviny členu $\rho \cdot ds$. Výsledek integrálu v rovnici (2-7) je tedy roven dvojnásobku plochy dutiny ohraničené střednicí, tedy A_s .

$$\oint_{(s)} \rho \cdot ds = A_s \qquad M_k = q \cdot 2 \cdot A_s \qquad (2-8)$$

Z výše uvedené rovnice vyjádříme smykový tok a smykové napětí, které je na rozdíl od smykových toků závislé na aktuální tloušťce stěny.

$$q = \frac{M_k}{2 \cdot A_s} \qquad \tau = \frac{M_k}{2 \cdot A_s \cdot t} \qquad (2-9)$$

2.4.2 Smykové napětí v nosníku zatíženém posouvající silou

Poslední dvě složky obecného zatížení představuje posouvající síla. Místo práce s vektorem a jeho orientací opět využijeme rozkladu do souřadnicových os, z čehož vzniknou dvě složky smykového napětí.

Odvození v [6], vycházející ze zákona o sdružených smykových napětích, rovnováhy elementu a v závěru aplikací Schwedlerovy věty, dává pro obdélníkový průřez s výškou značně převyšující šířku vzorec, známý též jako Žuravského věta.

$$\tau_y = \frac{T_y \cdot S_z}{I_z \cdot b} \qquad (2-10)$$

Kde je:

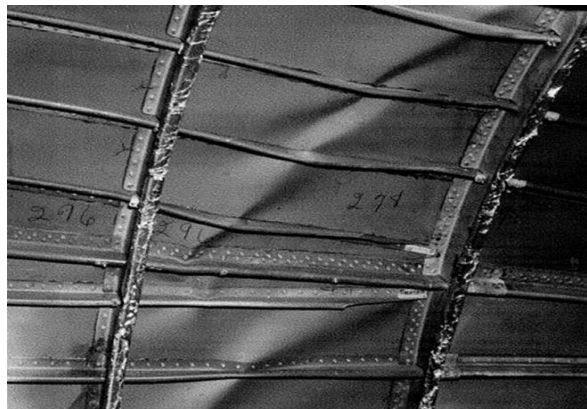
T_y	Posouvající síla ve směru osy y	[N/mm]
S	Statický moment odříznuté části plochy k neutrální ose z	[mm ³]

2.5 Ztráta stability

Jedním z mezních stavů tenkostěnných konstrukcí je při statickém zatížení ztráta stability. Ze základních konstrukčních prvků trupu, které jsou vidět na Obr. 1-1, bývají ztrátou stability ohroženy zejména potahové prvky a podélníky.



Obr. 2-6: Ukázka potahového plechu trupu B-52 po ztrátě stability, převzato z <http://shellbuckling.com/>



Obr. 2-6: Ztráta stability podélníku, převzato z <http://www.aeronauticausa.com/>

2.5.1 Stabilita tenkých desek

Již při nižších zatíženích se projevuje ztráta stability potahových polí. Tento jev však neznamená zhroucení celého letounu. Potahový plech i po případné ztrátě stability – dosažení kritického napětí plní do jisté míry svůj účel. U některých letounů lze pozorovat zvlnění plechu, která jsou projevem ztráty stability, i při běžných manévrech. Zásadní pro další výpočet je fakt, že po ztrátě stability napětí v desce nerespektuje Hookeův zákon. Původní tuhost desky se rapidně sníží.

Stabilita tenkých rovných desek v tlaku

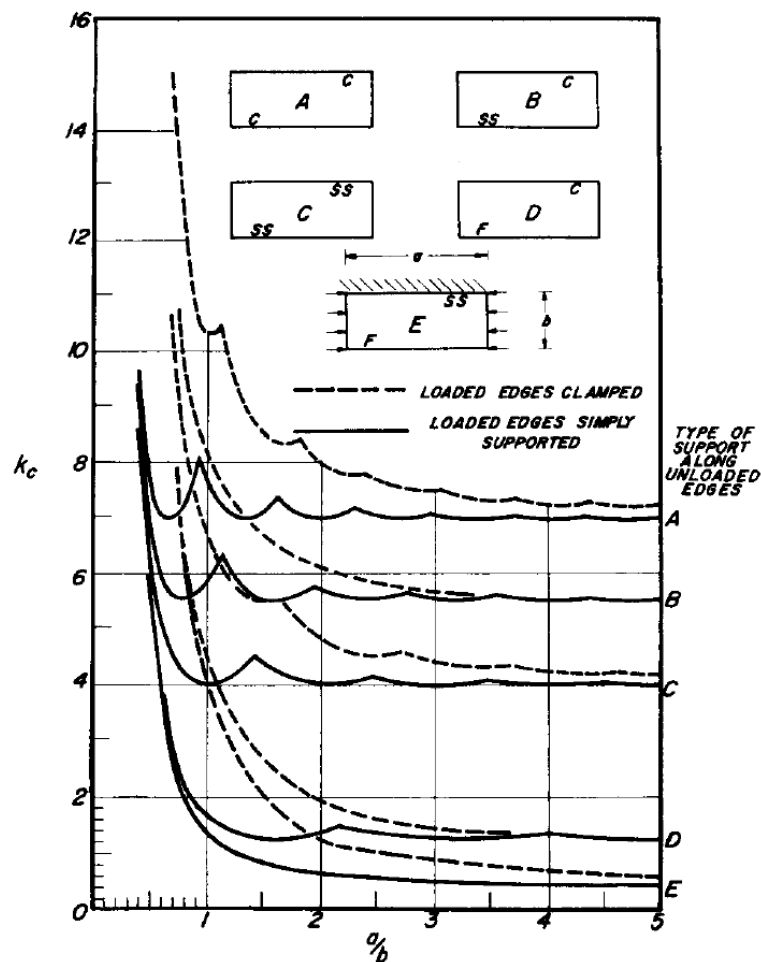
Odvození rovnice pro kritické napětí desek je analogické k odvození kritického napětí při Eulerově vzpěru. Místo diferenciální rovnice 2. řádu je však nutno řešit parciální diferenciální rovnici 4. řádu. Goniometrickou substitucí, provedenou v [7], nalezneme řešení, jehož parametrem jsou rozměry a uvažovaný počet půlvln na potahu:

$$k_c(i; b; l) = k_u \cdot \left(\frac{i \cdot b}{l} + \frac{l}{i \cdot b} \right)^2 \quad (2-11)$$

Kde je:

k_c	Parametr řešení, koeficient rozměrů a o.p.	[1]
k_u	Parametr okrajových podmínek, uložení	[1]
i	Počet půlvln	[1]
b	Délka potahového pole (mezi podélníky)	[mm]
l	Šířka potahového pole (mezi přepážkami)	[mm]

Pro určení hodnoty této funkce používají diagramy s proměnnou l/b potahového prvku (v obrázku Obr. 2-7 je tento poměr značen jako a/b). Do tohoto diagramu lze zakreslit křivky pro různý počet půlvln. V souladu s fyzikální podstatou jevu je jako funkční hodnota $f(i; b; l)$ pro daný poměr l/b brána taková hodnota, která pro různá i nabývá nejmenší hodnoty.



Obr. 2-7: Diagram k určení koeficientu k_c , převzato z [1]

V praxi se užívají diagramy, zahrnující i vliv okrajových podmínek k_u . Na průběhu závislosti jsou také vidět jednotlivé konvexní části, vztahující se k danému počtu půlvln.

Výsledná rovnice je tak poloempirická, vzhledem k okrajovým podmínkám. Zahrnuje taktéž typ materiálu, charakterizovaný konstantami E a ν .

$$\sigma_{cr} = k_c \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2-12)$$

Kde je:

σ_{cr}	Kritické napětí v tlaku rovného potahového prvku	[MPa]
E	Modul pružnosti materiálu v tahu.	[MPa]
ν	Poissonova konstanta materiálu	[1]

Stabilita tenkých zakřivených desek v tlaku

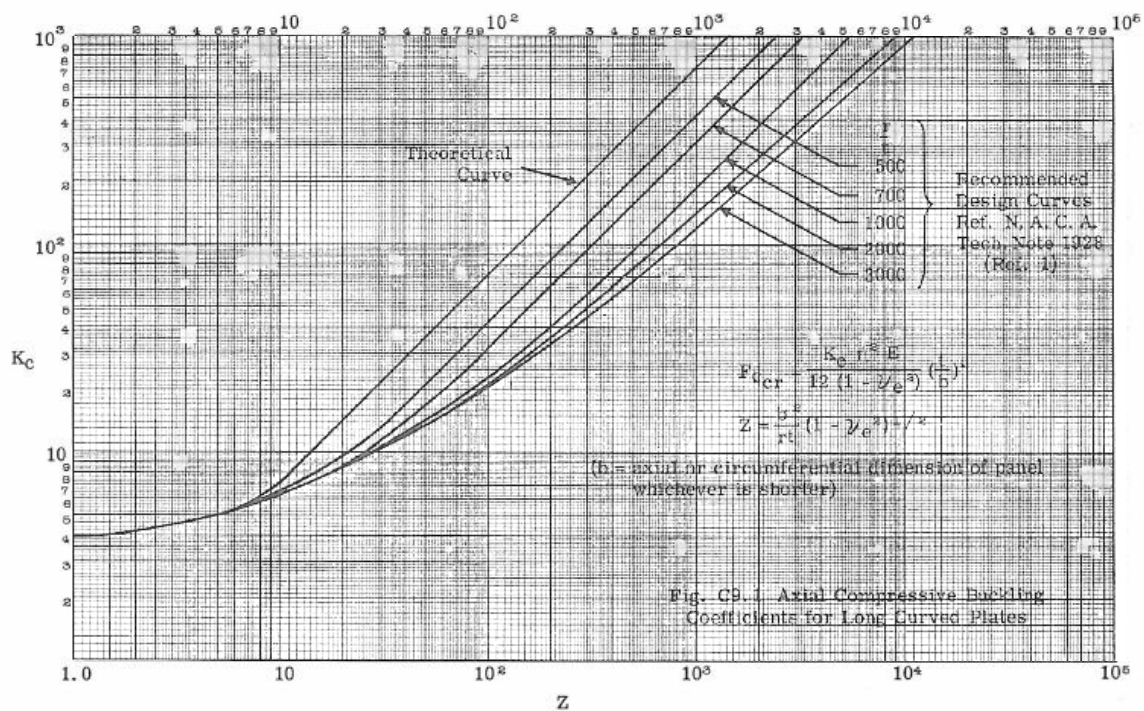
Zakřivená potahová pole se používají častěji a v souladu s následujícími rovnicemi mají znatelně větší únosnost. Podle Bruhna – [1] se použije stejná rovnice, ale s jiným koeficientem - K_c . Ten je závislý na koeficientu Z , který je funkcí rozměrů a materiálu.

$$Z = \frac{b^2}{r \cdot t} \sqrt{1 - \nu^2} \tag{2-13}$$

Kde je:

r Poloměr zakřivení potahového prvku [mm]

Pro zjištění hodnoty K_c je opět nutno použít diagram. Tentokrát však založen zejména na experimentech. Jednotlivé křivky se vztahují k danému poměru radiusu a tloušťky prvku.



Obr. 2-8: Diagram pro určení K_c , převzato z [1]

Pro Z , které je dáno rozměry se tedy odečte z Obr. 2-8 hodnota K_c , která se použije v následující rovnici pro výsledné kritické napětí zakřiveného potahového pole.

$$\sigma_{cr} = K_c \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \tag{2-14}$$

Pro návrhový odhad Bruhn ve své knize [1] uvádí pro zakřivená potahová pole také zjednodušený vzorec, vycházející z empirie a platící v intervalu běžných rozměrů.

$$\sigma_{cr} = 0,3 \cdot E \frac{t}{r} \tag{2-15}$$

Zmíněný přístup, užívající tytéž diagramy a tytéž rovnice používá ve své knize [2] i Niu. Určitou odlišnost v řešení a podstatné zjednodušení, při zachování podobných výsledků, přináší Píšťek v díle [4]. Vychází se ze stejné rovnice, jako (2-14). Pro obvyklé konstrukční řešení potahových prvků letadel lze dle Píšťka tato rovnice přepsat jako:

$$\sigma_{cr} = \pi^2 \frac{E}{3(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 + \frac{E}{4\pi^2} \left(\frac{t}{r}\right)^2 \quad (2-16)$$

Máme tak dva členy, které se vztahují k základním geometrickým charakteristikám: délce a zakřivení. Z výsledků zkoušek dle [4] vychází následující vzorec. Lze si všimnout podobnosti s (2-15).

$$\sigma_{cr} = 3,3 \cdot E \left(\frac{t}{b}\right)^2 + 0,24 \cdot E \frac{t}{r} \quad (2-17)$$

Stabilita desek ve smyku

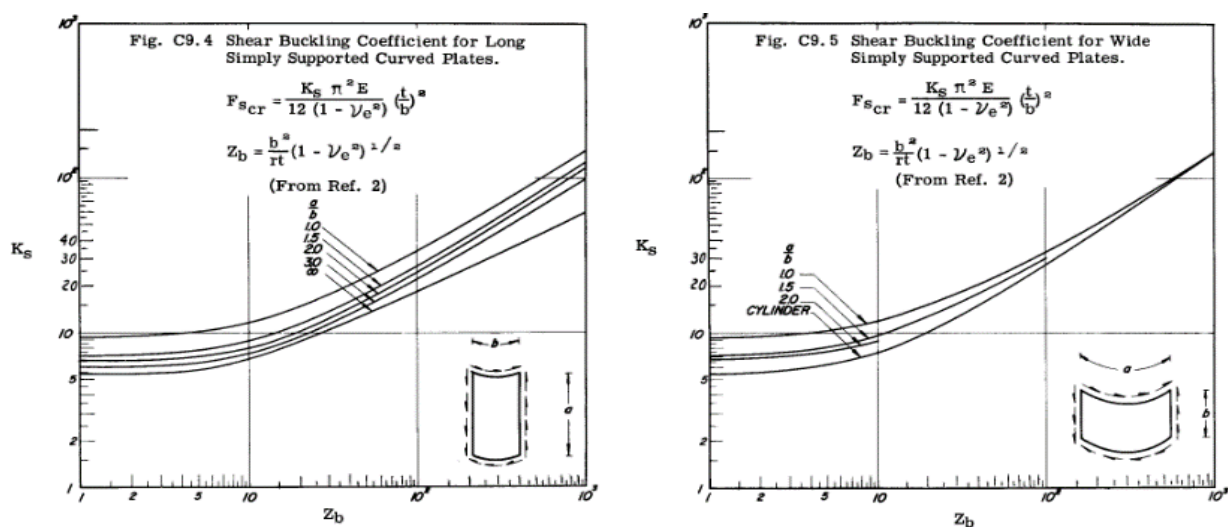
Při zvyšování posouvající síly nebo krouticího momentu dojde u potahového pole k překročení jeho kritického napětí ve smyku a zvlní se. Tlakem namáhaná myšlená vlákna vybočí, ale tahová vlákna stále přenášejí napětí. Deska dle Bruhna [1] ztratí stabilitu při kritickém napětí:

$$\tau_{cr} = K_S \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2-18)$$

Kde je:

K_S Součinitel zohledňující okrajové podmínky [1]

Pro určení K_S se používají diagramy, které jsou závislé na koeficientu Z_b . Výpočet Z_b se řídí stejnou rovnicí - (2-13) jako výpočet Z .



Obr. 2-9: Diagramy pro určení K_S

2.5.2 Kritické napětí potahových polí při kombinovaném zatížení

Ze studií Schildcrouta a Steina, na něž se Bruhn [1] odkazuje je hodnota kritického napětí ovlivněna kombinovaným namáháním,

$$R_s^2 + R_c = 1 \quad (2-19)$$

Kde byly zavedeny substitute:

$$R_c = \frac{\sigma_c}{\sigma_{cr}} \quad R_s = \frac{\tau}{\tau_{cr}} \quad (2-20)$$

Pro výpočet kritického napětí, při kterém kombinovaně namáhané potahové pole ztratí stabilitu v tlaku, platí:

$$\overline{\sigma}_{cr} = \sigma_c \left(\frac{2}{R_c + \sqrt{R_c^2 + 4R_s^2}} \right) \quad (2-21)$$

Kde je:

σ_c	Napětí v tlaku	[MPa]
τ	Smykové napětí	[MPa]
$\overline{\sigma}_{cr}$	Kritické napětí v tlaku při komb. zatížení	[MPa]
σ_{cr}	Kritické napětí v tlaku	[MPa]
τ_{cr}	Kritické napětí ve smyku	[MPa]

2.5.3 Ztráta stability potahu mezi nýty

Potah, který je přinýtován k podélníku může ztratit stabilitu ještě před dosažením kritického napětí v podélníku. V tomto případě mluvíme o tzv. inter-rivet bucklingu, neboli ztrátě stability mezi nýty. I když je podélník schopen přenášet vyšší napětí, potah přenesení jen napětí kritické, což přináší určitá omezení při stanovení efektivní plochy, kterou se zabývá kapitola 3.2.4. Pro výpočet použijeme vzorec z [3]:

$$\sigma_{ir} = c \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{s} \right)^2 \quad (2-22)$$

Kde je:

c	koeficient zahrnující okrajové podmínky	[1]
s	rozteč nýtů	[mm]

c	Typ spojení potahu a podélníku
4,0	Šrouby, Tvrdé nýty (Hi-Lock)
3,5	Bodové svary
3,0	Trhací nýty
1,5	Nýty uzpůsobené k přenosu tahu
1,0	Nýty uzpůsobené k přenosu smyku

Tab. 2-1: Koeficient nýtování

2.5.4 Stabilita profilů

Oproti potahovým prvkům je ztráta stability podélníku vážný problém. Vliv deformace způsobené podélníkem po ztrátě stability má náhodný charakter. Ani v současné době není možné, vzhledem k velkému vlivu imperfekcí, spolehlivě určit vývoj chování konstrukce po první ztrátě stability podélníku. Konzervativní pohled na výpočet únosnosti letecké konstrukce tak velí považovat konstrukci za nedostačující, pokud dojde ke ztrátě stability alespoň jednoho podélníku. Následující kapitola ukazuje postupy výpočtu kritického napětí podélníku. Ačkoliv ve vyvíjeném programu není část určující kritické napětí podélníků zahrnuta, je toto téma pro únosnost zásadní a do programu bude doplněno na základě následujících dvou kapitol.

Ztráta stability podélníku nastává při tzv. kritickém tlakovém napětí. V závislosti na geometrii podélníku můžeme rozlišit dva základní typy ztráty stability. Globální ztráta stability se projevuje u dlouhých prutů a její řešení vychází z řešení dle Eulera. K posuzování „délky“ prutů se zavádí pojem štíhlostní poměr nebo štíhlost. Ta v sobě zahrnuje geometrické charakteristiky, na nichž mez stability závisí. Štíhlostní poměr je definován jako:

$$\lambda = \frac{L}{\rho} \quad (2-23)$$

Kde je:

L	Délka prutu	[mm]
ρ	Poloměr setrvačnosti	[mm]

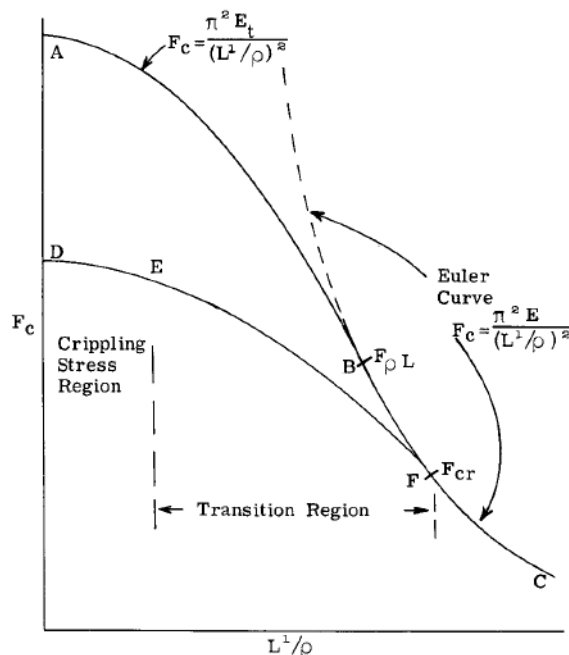
Poloměr setrvačnosti definujeme jako:

$$\rho = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (2-24)$$

Kde je:

I	Moment setrvačnosti plochy	[mm ⁴]
A	Plocha prutu	[mm ²]

Při snižování štíhlostního poměru je možno stabilitní chování popsat Johnson-Eulerovým vztahem. Pro „krátké“ pruty – nízká štíhlostní čísla je zásadní lokální ztráta stability – crippling. Průběh závislosti kritického napětí na štíhlosti je na Obr. 2-10.



Obr. 2-10: Závislost řešení kritického napětí na štíhlostním poměru, převzato z [1]

2.5.4.1 Globální ztráta stability (Column buckling)

Tato teorie vychází z Eulerovy teorie vzpěru, kdy při kritické síle v podélníku vznikají velké posuvy i rotace a dochází k jeho elastickému hroucení. Tento typ ztráty stability se v leteckých konstrukcích projevuje zřídka, vzhledem k nižším štíhlostním poměrům, než je oblast řešení Eulerova vzpěru.

$$\sigma_c = \frac{c\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2-25)$$

Kde je:

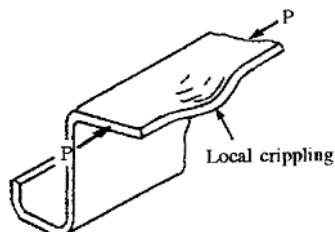
σ_{cg}	Kritické napětí při globální ztrátě stability	[MPa]
c	Koeficient okrajových podmínek, blíže např. v [3]	[1]

Častěji než s pruty kontrolovanými na ztrátu stability podle Eulerova se setkáme s pruty s nižším štíhlostním poměrem, které se kontrolují podle semiempirických vztahů známých jako Johnson-Eulerovy. Přejít mezi oběma řešeními je dán mezní štíhlostí, která se pohybuje mezi 70-90, v závislosti na napětí σ_{cs} , jehož význam bude diskutován dále. Johnson-Eulerův vztah pro výpočet kritického napětí podélníku je dán následující rovnicí:

$$\sigma_c = \sigma_{cs} - \frac{\sigma_{cs}^2}{4\pi^2 E} \left(\frac{L}{\rho}\right)^2 \quad (2-26)$$

2.5.4.2 Lokální ztráta stability (Column crippling)

K lokální ztrátě stability dochází u tvářených nebo vytlačovaných profilů, jejichž tloušťka je řádově menší než výška a šířka. Hlavním znakem lokální ztráty stability je, že probíhá jen v určitém místě profilu, zatímco stabilnější části mají stále možnost přenášet zatížení. Projevem je lokální deplanace průřezu. Odvození exaktního vztahu pro tuto problematiku není dle [2] možný, proto je nutno použít následující empirické metody.



Obr. 2-11 Projev lokální ztráty stability, převzato z [2]

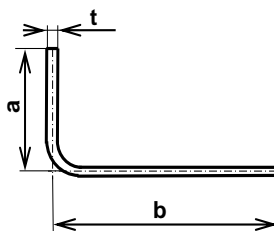
Needhamova metoda

Profil je rozdělen na L-sekce, pak platí pro každou sekci rovnice:

$$\frac{\sigma_{cs}}{(\sigma_{cy} \cdot E)^{0,5}} = \frac{C_e}{\left(\frac{b'}{t}\right)^{0,75}} \quad (2-27)$$

Kde je:

σ_{cs}	Napětí při lokální ztrátě stability	[MPa]
σ_{cy}	Mez kluzu materiálu	[MPa]
b'/t	Součinitel rozměrů = $(a+b)/2t$	[1]
C_e	Součinitel, který závisí na počtu volných hran profilu	[1]
$C_e = 0,316$	Dvě volné hrany	
$C_e = 0,342$	Jedna volná hrana	
$C_e = 0,366$	Žádná volná hrana	



Obr. 2-12: L-sekce

Napětí při lokální ztrátě stability lze následně určit pomocí váženého průměru,

$$\sigma_{cs} = \frac{\sum \sigma_{cs,i}}{\sum A_i} \quad (2-28)$$

Kde je:

A_i Plocha L-sekce [mm²]

Gerardova metoda

Gerardova metoda je zobecněním metody dle Needhama.

Pro ohýbané a uzavřené profily lze napětí při lokální ztrátě stability určit z následující rovnice.

Výsledek se dle zkoušek pohybuje v intervalu $\pm 10\%$.

$$\frac{\sigma_{cs}}{\sigma_{cy}} = 0,56 \cdot \left[\left(\frac{gt^2}{A} \right) \cdot \left(\frac{E}{\sigma_{cy}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{0,85} \quad (2-29)$$

Kde je:

t	Tloušťka profilu	[mm]
A	Plocha profilu	[mm ²]
g	Počet rovných stran, ze kterých se profil tvoří plus počet řezů nutných k rozdělení na sekce s volnými hranami	[1]

Pro profily s rovnými stranami: T, H, X. Následující rovnice se pohybuje v $\pm 5\%$ limitech.

$$\frac{\sigma_{cs}}{\sigma_{cy}} = 0,67 \cdot \left[\left(\frac{gt^2}{A} \right) \cdot \left(\frac{E}{\sigma_{cy}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{0,40} \quad (2-30)$$

Pro profily se Z a J: se dvěma zaobleními. Výsledek se dle zkoušek pohybuje v intervalu $\pm 10\%$.

$$\frac{\sigma_{cs}}{\sigma_{cy}} = 3,2 \cdot \left[\left(\frac{t^2}{A} \right) \cdot \left(\frac{E}{\sigma_{cy}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{0,75} \quad (2-31)$$

Maximální hodnoty napětí pro lokální ztrátu stability

Výsledky z empirických rovnic podléhají hornímu omezení dle následující tabulky.

Typ profilu	Max. σ_{cs}
L profily	$0,7 \cdot \sigma_{cy}$
Profily s více zaobleními	$0,8 \cdot \sigma_{cy}$
T, X, H profily	$0,8 \cdot \sigma_{cy}$
Profily se dvěma zaobleními	$0,9 \cdot \sigma_{cy}$

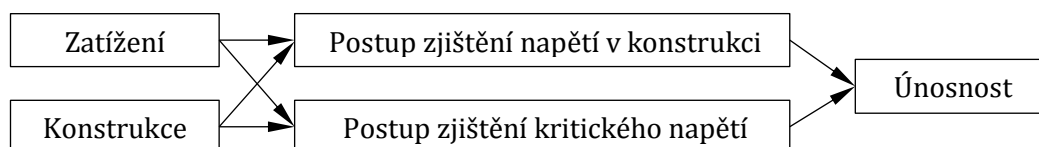
Tab. 2-2: Maximální hodnoty napětí pro crippling

3 METODIKA VÝPOČTU ÚNOSNOSTI

V kapitole 2 byla shrnuta základní teorie výpočtu napětí. Tato kapitola se již zabývá výpočtem únosnosti – schopnosti přenášet zatížení u konstrukcí, které již mají charakter vyztužené, prizmatické, dutinové konstrukce, tedy konstrukce, jejíž model je v konvenčních výpočtech letounů používán.

3.1 Přístup k zjištění únosnosti tenkostěnné konstrukce

Únosnost, tedy schopnost přenášet zatížení, ztrácí vyztužená tenkostěnná konstrukce například při ztrátě stability podélníku. Dalšími mezními stavy ve statické rovině může být například pevnost nýtů, v závislosti na namáhání od zdeformovaného potahu. Tuto oblast však v dle [1] není možno analyticky popsat, řeší se často vysokým koeficientem bezpečnosti nýtů. Únosnost proti sobě klade vypočtené hodnoty napětí v konstrukci a hodnoty napětí kritických pro jednotlivé prvky, jak ukazuje Obr. 3-1.



Obr. 3-1: Vývojový diagram zjištění únosnosti

3.2 Řešení normálového napětí v tenkostěnné dutinové konstrukci

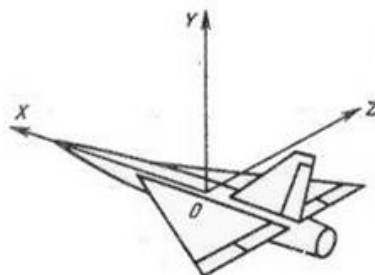
Normálová napětí ovlivňují tři složky zatížení. Ohybové momenty M_z , M_y a tahová síla N . Základní teorie vychází z homogenního materiálu, který je schopen přenášet prakticky jakékoliv napětí. Základní teorie, zmíněná v kapitole 2.3.2 neuvažuje změnu chování konstrukce při ztrátě stability potahových prvků. Ztráta stability potahových prvků se však projevuje při zlomku zatížení, potřebného ke ztrátě stability podélníků. Hledáme tedy postup, který by tento jev zohlednil. Běžně užívanou taktikou lineárního výpočtu při nelineárním chování je v letectví podle [4] tzv. Metoda redukčních součinitelů, Bruhn tuto metodu v [1] nazývá K-metodou.

3.2.1 Výpočet statických charakteristik

Pod pojmem zadaná geometrie vyztužené dutinové konstrukce se obvykle rozumí souřadnice střednicových bodů potahu, které tvoří profil trupu a dále souřadnice, které jednoznačně určují polohu a orientaci podélníků. Dále je nutno znát jejich typ a rozměry průřezů podélníků. Následující kapitoly popisují určení statických charakteristik.

3.2.1.1 Výpočet těžiště profilu trupu

V počátku výpočtu je nutno určit polohu středu hmotnosti profilu, který bývá zadán v globálním souřadnicovém systému letounu na Obr. 3-2, který odpovídá souřadnému systému definovanému v 2.2



Obr. 3-2: Souřadný systém letounu, převzato z <http://www.slavetind.cz/>

Polohu těžiště profilu \bar{z} v globálním systému určíme na základě známého vzorce:

$$\bar{z}_0 = \frac{\sum A_i \cdot z'_i}{\sum A_i} \quad (3-1)$$

Kde je:

A_i	Plocha prvku i (podélníku, potahového pole nebo jeho části)	[mm ²]
z'_i	Poloha těžiště prvku i v globálním souřadnicovém systému	[mm]

Obdobný výpočet můžeme provést i pro polohu těžiště v ose y . Nyní je nutno přepočítat rozměry poloh těžišť (ramen) do lokálního souřadnicového systému daného řezu, jehož počátek je dán polohou těžiště.

$$z_{i0} = z'_i - \bar{z}_0 \quad (3-2)$$

Kde je:

z_{i0}	Poloha prvku i vůči těžišti - nultá iterace	[mm]
\bar{z}_0	Poloha těžiště poloha těžiště průřezu v globálním souřadnicovém systému	[mm]

3.2.1.3 Výpočet kvadratického momentu plochy

Kvadratický moment nejprve určíme podle známých pravidel pro jednotlivé prvky s ozn. i (podélníky, potahová pole) v jejich lokálním souřadnicovém systému s počátkem v těžišti. na základě jejich rozměrů, dostaneme I_{zli} , I_{yli} , tedy momenty setrvačnosti plochy prvku k jednotlivým lokálním osám. Doplníme je o výpočet Deviačního momentu každého prvku I_{zyl_i} . Lokální osy setrvačnosti jednotlivých prvků nejsou rovnoběžné s osami souřadného systému průřezu (trupu), svírají mezi sebou úhel α , proto je nutná následující transformace:

$$I'_{zli} = \frac{1}{2}(I_{zli} + I_{yli}) + \frac{1}{2}(I_{zli} - I_{yli}) \cos 2\alpha - I_{zyl_i} \sin 2\alpha \quad (3-3)$$

$$I'_{yli} = \frac{1}{2}(I_{zli} + I_{yli}) - \frac{1}{2}(I_{zli} - I_{yli}) \cos 2\alpha_i - I_{zyl_i} \sin 2\alpha_i \quad (3-4)$$

$$I'_{zyl_i} = \frac{1}{2}(I_{zli} - I_{yli}) \sin 2\alpha_i - I_{zyl_i} \cos 2\alpha_i \quad (3-5)$$

Kvadratické momenty jednotlivých prvků v lokálním souřadnicovém systému profilu pak přepočteme pomocí Steinerovy věty do souřadnicového systému průřezu (trupu):

$$I_{zi} = I'_{zli} + A_i \cdot y_i^2 \quad (3-6)$$

$$I_{yi} = I'_{yli} + A_i \cdot z_i^2 \quad (3-7)$$

$$I_{zyl_i} = I'_{zyl_i} + A_i \cdot z_i \cdot y_i \quad (3-8)$$

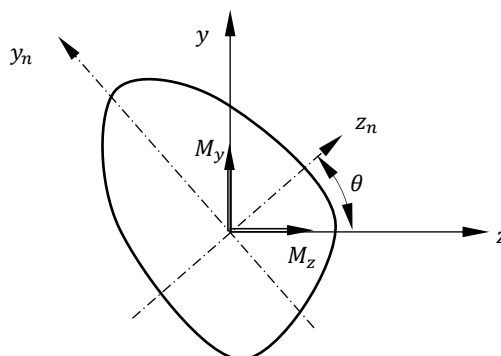
Vzhledem k tomu, že kvadratický moment je aditivní veličina, celkový kvadratický moment průřezu vyjádříme jako součet přes prvky. (Pro I_z je postup obdobný).

$$I_z = \sum_i I_{zi} \quad (3-9)$$

$$I_{zy} = \sum_i I_{zyl_i} \quad (3-10)$$

3.2.2 Výpočet napětí v souřadném systému spojeném s těžištěm

Pro obecné, tedy i nesouměrné průřezy je výpočet napětí možno provést více způsoby. Kromě metody zakládající se na hlavních centrálních osách v průřezu existuje i metoda respektující původní souřadný systém v těžišti profilu. Tato metoda je pro výpočet únosnosti vhodnější. Mějme obecný profil, který je zatížen ohybovými momenty M_z a M_y .



Obr. 3-3: Zatížení ohybovými momenty a hlavní osy průřezu

Tento profil má, jak ukazuje Obr. 3-3, hlavní osy průřezu, které procházejí těžištěm a jsou natočeny o neznámý úhel θ vůči osám souřadnicového systému. Ohybové momenty můžeme rozložit do hlavních os setrvačnosti. Poté platí:

$$\sigma = k_y \cdot y_n + k_z \cdot z_n \quad (3-11)$$

Kde je:

k_y	Koeficient napětí pro osu y_n	[MPa/mm]
σ_{lin}	Hodnota napětí z lineární teorie	[MPa]

Pro transformaci mezi souřadnicovými systémy můžeme napsat následující pravidla:

$$z_n = z \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta \quad (3-12)$$

$$y_n = -z \cdot \sin \theta + y \cdot \cos \theta \quad (3-13)$$

Pro dodržení rovnováhy musí platit:

$$M_z = \int_{(A)} \sigma \cdot dA \cdot y \quad (3-14)$$

Dosadíme-li do této rovnice z rovnic (3-11), (3-12) a (3-13), získáme rovnici pro dvě neznámé: $\sin \theta$ a $\cos \theta$. Doplněním rovnovážné rovnice pro M_y a tomtéž dosazení dostáváme dohromady dvě rovnice pro dvě neznámé. Pro vyřešení a dosazení neznámých do (3-11), (3-12) a (3-13), následné úpravě vychází rovnice pro napětí obecného profilu, zatížené ohybovými momenty M_z a M_y . Díky superpozici normálových napětí můžeme do následující rovnice zahrnout i napětí od normálové síly. Normálové napětí v původním souřadném systému tedy popisuje následující rovnice:

$$\sigma = (k_3 \cdot M_y + k_1 M_z) \cdot z - (k_2 \cdot M_z + k_1 \cdot M_y) \cdot y + \frac{N}{A} \quad (3-15)$$

Kde je:

k_i Koeficient z rovnic (3-16) [mm⁴]

$$k_1 = \frac{I_{zy}}{I_y \cdot I_z - I_{zy}^2} \quad k_2 = \frac{I_y}{I_y \cdot I_z - I_{zy}^2} \quad k_3 = \frac{I_z}{I_y \cdot I_z - I_{zy}^2} \quad (3-16)$$

3.2.3 Metoda redukčních součinitelů

Tato metoda vychází ze základní myšlenky, kterou jsme definovali již v kapitole 2.1, řešící rovnováhu. Tuhost desky po ztrátě stability je minimální oproti původnímu stavu. Běžně se uvažuje, že maximální napětí, které je potah schopen přenést, je právě to na mezi stability. Pro určité zatížení tak už není možné uvažovat lineární průběh napětí ze základní teorie, na rozdíl od rovnováhy vnitřních a vnějších sil. Uvažujme tedy, že potahové pole přeneše maximálně kritickou sílu, jako násobek kritického napětí v těžišti a plochy. Budeme-li redukovat tloušťku potahového pole v poměru lineárního a kritického napětí, potahové pole po ztrátě stability bude vždy generovat maximálně kritickou sílu.

$$F_{cr} = A \cdot \sigma_{cr} = A \cdot \sigma_{lin} \cdot \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{lin}} = A \cdot \sigma_{lin} \cdot K \quad (3-17)$$

Kde je:

F_{cr}	Síla, kterou generuje potah po ztrátě stability	[N]
σ_{lin}	Hodnota napětí z lineární teorie	[MPa]
K	Redukční součinitel (K-faktor)	[1]

Touto redukcí pro každé potahové pole tak vzniká změna v geometrii, čemuž je nutno přizpůsobit i statické charakteristiky průřezu. Výpočet je tak nutno provádět iteračně. Jak tvrdí Bruhn i kapitola 4.4.5, iterační proces konverguje velmi rychle, většinou do 10 iterací. Přístup, jak se vyrovnat s nelinearitou procesu hroucení, je tedy založen na lineární teorii výpočtu ohybového napětí s tím, že se konstrukce v každém iteračním kroku mění. Vlivem vzdálení těžiště od redukovaných prvků se přerozděluje napětí do podélníků.

3.2.4 Spolupůsobící šířka potahu

Pokud ke ztrátě stability mezi nýty nedojde, můžeme dle výsledků zkoušek uvažovat, že potahové pole v určité vzdálenosti od podélníku je schopno přenést stejné tlakové napětí jako podélník, aniž by ztratilo stabilitu. Takováto oblast je definována spolupůsobící (efektivní) šířkou w , pro kterou lze například v Špundově knize [5] nalézt více vztahů. Konzervativní, a pro algoritmizaci vhodnější, je přístup spolupůsobící šířky vztažené k tloušťce potahu:

$$w_i = 15 \cdot t_i \quad (3-18)$$

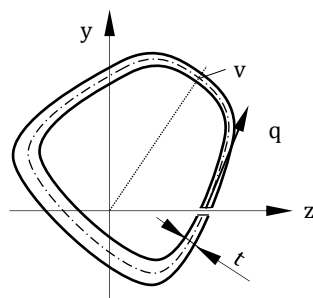
Celková nosná šířka je souměrná podle umístění podélníku, na každou stranu pak připadá efektivní délka 15 tlouštěk potahu. Efektivní plochu je možno jednoduše určit jako:

$$A_{ef} = w_i \cdot t_i + w_{i+1} \cdot t_{i+1} \quad (3-19)$$

Uvažujeme-li u podélníku spolupůsobící šířku potahu, je nutno naopak snížit o tento rozměr šířku sousedních potahových polí.

3.3 Řešení smykového napětí v tenkostěnné dutinové konstrukci

Na rozdíl od kapitoly 2.4.2 - Smykové napětí v nosníku zatíženém posouvající silou se následující postup vztahuje k dutinové konstrukci. Ve výše zmíněné kapitole byl uvažován nosník s výškou značně převyšující jeho šířku (tloušťku). Dle [6] je možno, vzhledem tomu, že smyková napětí jsou tečná ke střednici, uvažovat uvedené vztahy i pro výpočet napětí v dutinové konstrukci. Dutinu je však nutno rozdělit myšleným řezem, aby byla staticky určitá, viz. Obr. 3-4 Pak lze jednoznačně určit průběh smykových toků od smykových sil T_z, T_y . Uvedme opět Žuravského vzorec, tentokrát s vazbou na danou geometrii.



Obr. 3-4: Geometrie dutiny s myšleným řezem

$$\tau_y \cdot t = q_y = \frac{T_y \cdot S_z}{I_z} \quad (3-20)$$

Kde je:

S_z statický moment k těžištní ose z od části účinného průřezu mezi myšleným řezem a uvažovaným místem v [mm³]

Pro geometrii průřezu tvořenou více prvky můžeme S_z psát jako:

$$S_{z_i} = \sum_i y_{t_i} \cdot A_i \quad (3-21)$$

Rovnice (3-20) dává řešení smykových toků pro konstrukce disponující alespoň jednou osou souměrnosti.

Kladný směr smykových napětí udává vektor tečný na střednici ve směru, který je na Obr. 3-4. Pro zajištění obecnosti je teorii nutno rozšířit, a to podobným způsobem jako byla rozšířena teorie ohybu. K tomuto uijeme tzv. K-metodu, kterou v [1] popisuje Bruhn. Využijeme koeficienty k_i ze statických charakteristik průřezu:

$$q_z = (k_3 \cdot T_z - k_1 \cdot T_y) \cdot S_y \quad (3-22)$$

$$q_y = (k_2 \cdot T_y - k_1 \cdot T_z) \cdot S_z \quad (3-23)$$

Pro reálný výpočet je třeba geometrii diskretizovat, se souvislou dutinou z Obr. 3-4 se v reálné konstrukci zřídka setkáme. Nahradíme elementární úseky ds částmi střednice Δs_i . Je taktéž nutno do výpočtu zahrnout vliv vyztužujících prvků na statický moment plochy. U vyztuženého průřezu je vhodné uvažovat průřez podélné výztuhy spolu s účinnou částí potahu (efektivní) soustředěný v místě spojení výztuhy s potahem. Smykové toky q_y a q_z vytvořené v otevřeném průřezu zůstanou sice v silové rovnováze se silami T_y , T_z , ale vyvozují k počátku moment, daný součtem:

$$M_q = \sum_i [q_{zi} + q_{yi}] \cdot \rho_i \cdot \Delta s_i \quad (3-24)$$

Kde je:

Δs_i Délka prvku [mm]

Obecně není splněna rovnováha s momentem M_x vyvolaným zatížením, který má být zachycen smykem v uvažovaném řezu.

Ve skutečnosti je daný průřez uzavřen, takže může vzniknout konstantní smykový tok q_c , pro něhož platí, že:

- 1) Nedává žádnou výslednici, takže neruší rovnováhu sil ve směru obou souřadných os
- 2) Dává moment $q_c \cdot 2A$, takže je splněna momentová rovnováha k počátku s rovnicí:

$$M_x - M_q - q_c \cdot 2A = 0 \quad (3-25)$$

Z této rovnice určíme tzv. uzavírací smykový tok, neboli q_c :

$$q_c = \frac{M_x - M_q}{2A} \quad (3-26)$$

Výsledný smykový tok od posouvajících sil je daný součtem:

$$q = q_z + q_y + q_c \quad (3-27)$$

Ze smykového toku a znalosti tloušťky potahového pole v daném místě určíme smykové napětí.

Díky uvažované ztrátě stability při kombinovaném zatížení se hodnota smykového napětí projeví v kritickém napětí kombinovaně zatíženého potahu a tím pádem i v metodě redukčních součinitelů, má tedy vliv na únosnost prvků v normálovém směru. Pevnost ve smyku není v dále popsaném programu řešena, vzhledem k poměrně malým napětím. Pro detailní vyšetřování napětí po ztrátě stability ve smyku zakřivených desek je nutno zapojit složitější teorii zahrnující vliv diagonálního tahového pole. Vzhledem k návrhovému charakteru dále popsaného programu není tento postup uvažován.

3.4 Rozšíření teorie pro různé materiály v konstrukci

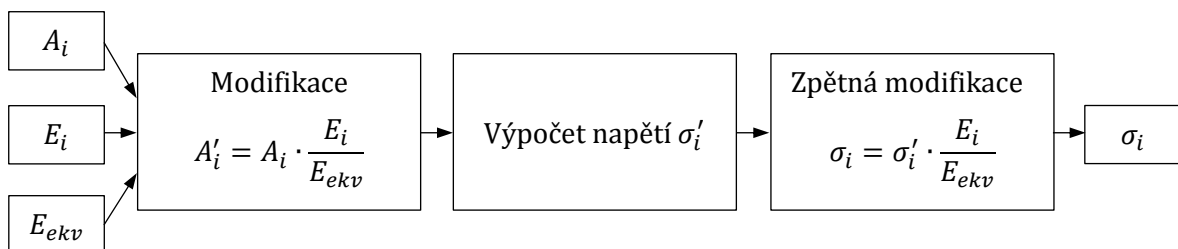
Při výpočtu doposud uvedených vzorců a postupů byl uvažován homogenní průřez. V praxi je však při konstrukci trupu použito více materiálů s různými materiálovými charakteristikami. To je nutno při výpočtech zohlednit. Použijeme tedy tzv. metodu Ekvivalentního modulu. Vychází se ze silové ekvivalence každého prvku, kterou reprezentuje rovnice (3-28).

Postup je takový, že se u každého prvku v závislosti na poměru modulů pružnosti v tahu modifikuje jeho plocha. Výpočet proběhne s upravenými plochami a v posledním kroku se napětí opět vynásobí dříve použitým poměrem, jak je ukazuje Obr. 3-5. V průběhu výpočtu tak počítáme s průřezem, který je z jednoho (ekvivalentního) materiálu, na jehož volbě nezáleží.

$$F'_i = F_i \quad (3-28)$$

$$\sigma'_i \cdot A'_i = \sigma_i \cdot A_i$$

$$\sigma_i = \sigma'_i \cdot \frac{A'_i}{A_i} = \sigma'_i \cdot \frac{E_i}{E_{ekv}}$$



Obr. 3-5: Postup metody Ekvivalentního modulu

Při výpočtech např. těžiště využíváme faktu, že charakteristická pevnost, tedy poměr modulu pružnosti a hustoty nabývá u konstrukčních materiálů letadel podobných hodnot. V opačném případě by bylo nutné do výpočtu zahrnout vliv hustoty.

4 ALGORITMIZACE METODIKY

Tato kapitola je věnována praktické realizaci metodiky výpočtu únosnosti, tedy přechodem z rovnic pro spojitě průřezy na rovnice pro konstrukce s diskrétními prvky.

Výpočtovým modelem je řez dutinové konstrukce, u trupů letadel geometrie mezi dvěma přepážkami. Tomuto řezu jsou přiřazeny vnitřní silové účinky (normálové a příčné síly, ohybové a kroutící momenty) stanovené např. metodou řezu v podélném směru x letounu.

Tento řez je složen z podélníků a potahových polí, která jsou vymezena polohou podélníků a vzdáleností mezi přepážkami. V řezu je možno popsat geometrii potahu střednicí a tloušťkou, jak je vidět na Obr. 4-1.

Právě zadávané body na střednicích jsou nutné pro diskretizaci geometrie, kterou rozebírá následující kapitola. Ta pojednává v detailech o způsobu diskretizace, např. vlivu počtu bodů na umístění podélníků a zakřivení potahového pole, označení geometrie po diskretizaci nebo třeba o úhlu natočení podélníku ve vztahu ke geometrii.

Další částí kapitoly 4 je část zabývající se výpočty napětí pro geometrii po diskretizaci a posuzováním únosnosti ve vztahu ke skutečné geometrii. Poslední část kapitoly 4 je věnována výpočtovému programu BALC, který byl v rámci této diplomové práce vyvinut.

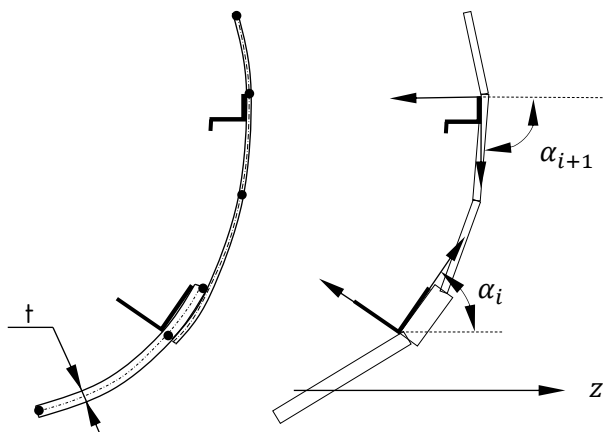
4.1 Diskretizace geometrie

Potahová pole v konstrukci mohou mít různě složité tvary, ty jsou z hlediska algoritmizace aproximovány prvky, které budou dále nazývány potahovými prvky (v programu sheet part). Tyto prvky mají obdélníkový tvar a jejich poloha je dána dvěma body, uprostřed kratších stran, které jsou změřeny ze střednic potahových prvků, nejčastěji z CAD modelu.

V závislosti na složitosti skutečné geometrie je tak nutno zvážit počet geometrických bodů, minimálně je třeba zadat body, kterým náleží počátek lokálního souřadného systému podélníku. Tento bod je vzhledem k změřené střednici potahu posunut ve směru vnitřní normály o poloviny tloušťky potahového prvku.

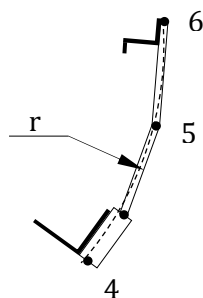
Označení potahových prvků v programu BALC se skládá z po sobě jdoucích čísel, udávající pořadí vložených bodů geometrie, oddělené pomlčkou (3-4). Označení potahových polí v programu je dáno označením vztažných bodů podélníků, ohraničující potahové pole, tedy např. 2-6.

Úhel natočení podélníku α je vypočten jako průměr úhlů natočení sousedních potahových prvků, ten lze jednoznačně určit z polohy hraničních bodů. Úhel α_i se uvažuje jako orientovaný od kladného směru osy z . Profily obecně nejsou souměrné, záleží tedy na jejich orientaci. V 4.4.2 je uvedena orientace lokálního souřadného systému. Do programu lze zadat i orientace opačná, jdoucí proti kladnému smyslu osy z . Na základě rozměrů podélníku, jeho úhlu natočení α a polohy vztažného bodu na potahu lze určit poloha těžiště podélníku, ve které se například určuje jeho normálové napětí.



Obr. 4-1: Diskretizace geometrie, vlevo nediskretizovaná část průřezu se zadanými body střednic, vpravo její aproximace s úhly natočení podélníků.

Stabilita zakřivených desek je navíc závislá na poloměru zakřivení r . V programu je použita rovnice (2-17). Z analytické geometrie v rovině lze na základě znalosti polohy třech bodů určit poloměr křivosti kružnice, která jimi prochází. Okrajové body potahového pole na Obr. 4-2 jsou body, k nimž se vztahují podélníky. Mezi nimi může být různý počet bodů geometrie. Pokud není mezi podélníky ani jeden bod geometrie, nebo leží na jejich lineární spojnici, uvažuje se toto potahové pole za rovinné. V případě alespoň jednoho bodu mezi podélníky, neležící na jejich lineární spojnici, již uvažován poloměr zakřivení. Pokud je z různých důvodů bodů mezi podélníky více, je v programu BALC možno zvolit, který z vnitřních bodů bude pro výpočet poloměru uvažován. Tento bod je při výpočtu poloměru r označen jako „Point 2“.



Obr. 4-2: Rádus potahového prvku

4.2 Výpočty napětí diskretizovaného modelu

Následující podkapitoly popisují aplikaci teorie na výpočtový model po geometrické diskretizaci.

4.2.1 Výpočet napětí

V kapitole 3.2.1 byly uvedeny rovnice pro výpočet statických charakteristik obecného průřezu, který se skládá z více prvků (ploch), stejného materiálu. Tyto rovnice lze po modifikaci ploch prvků dle kapitoly 3.4 využít i pro průřezy s prvky z různých materiálů. Index i nyní označuje pořadí jednotlivých sheet partů a podélníků. Napětí v jednotlivých potahových prvcích a podélnících je uvažováno jako napětí v jejich těžišti. Toto napětí je poté použito v metodě redukčních součinitelů.

4.2.2 Výpočet kritického napětí

Výpočet kritického napětí podélníků je poměrně obsáhlý. Vzhledem k velké míře proměnných při tomto výpočtu – viz kapitola 2.5.4 a nutnosti zahrnout vliv geometrie ve směru osy x , je pro prvotní návrh programu BALC hodnota kritického napětí uvažována jako vstupní. Je jí tedy nutno zadat uživatelem. Únosnost podélníku je určena jako poměr zadaného kritického napětí a napětí v těžišti podélníku, které bylo vypočteno programem.

4.2.2.1 Kritické napětí potahových polí

Pro výpočet kritického napětí rovných desek v tlaku z rovnice (2-12) je nutno znát koeficient okrajových podmínek, ten můžeme odečíst z Obr. 2-7, kde uvažujeme typ uložení C. Konzervativní hodnotou koeficientu k_c je 4. Dále je nutno určit šířku potahového pole – rozměru mezi podélníky. Pro geometrii po diskretizaci ji můžeme určit jako součet délek jednotlivých potahových prvků, tedy:

$$b_{k-l} = \sum_{i=k}^l \sqrt{(z_{i+1} - z_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \quad (4-1)$$

Ostatní členy vztahující se k potahovému prvku je nutno zadat ve formě vstupních dat, vyjma zakřivení, jehož určení je popsáno v kapitole 4.1.

K výpočtu kritického napětí ve smyku byla užita rovnice (2-18) s použitím diagramů na Obr. 2-9, závislých na geometrii a materiálu prvku. Ze závislostí ve zmíněných diagramech byly vytvořeny funkce, které na základě parametrů potahového pole určují hodnotu K_s , nutnou pro stanovení kritického napětí ve smyku.

Metoda redukčních součinitelů tak porovnává kombinované kritické napětí na potahovém poli s napětím určeným v těžišti potahového prvku.

4.3 Zatížení řešeného průřezu

Program BALC se zabývá zejména postupem výpočtu napětí a následné stanovené únosnosti ze zadané geometrie, materiálových charakteristik a zatížení. Stanovení zatížení v daném průřezu letounu je i v současnosti složitou kapitolou, zahrnující např. i aeroelasticitu. Ve fázi návrhu je při konvenčních výpočtech běžně užíván zjednodušený model trupu, jakožto nosníku a zatížení je stanovováno metodou řezu. Zatížení řešeného geometrického řezu je tedy jedním ze vstupů, které je nutno do programu BALC zadat. Detailnější popis zadání zatížení je v kapitole 4.4.3.

4.4 Program BALC

Následující kapitola si klade za cíl seznámit čtenáře s obsluhou a postupem výpočtu v programu BALC, který slouží k výpočtu únosnosti jednodutinových vyztužených konstrukcí.

4.4.1 Obecně o programu BALC

Jméno programu bylo pro jednodušší komunikaci určeno v závislosti na základním zdroji [1] a účelu jako: Bruhn Approach Load-carrying-capacity Calculator. Tento program je po konzultaci v zadavatelské firmě napsaný v jazyce VBA (Visual Basic for Applications) s uživatelským rozhraním MS Excel. Aparát výpočtu je z hlediska programování v několika úrovních. Nejvyšší úroveň, přebírající kontrolu nad hlavním výpočtem je skript v Excelu, neboli Makro. Pod touto úrovní je řada funkcí, které byly pro účely výpočtu do programu doplněny. Nejnižší úroveň v programu představují vzorce a vazby mezi jednotlivými buňkami Excelu. Toto dělení se ukázalo jako účelné vzhledem k výpočetnímu času. Stejná operace v Excelu může trvat různě dlouho, v závislosti na úrovni, ve které je zpracována. Nejrychlejší reakci představují operace na nejnižší úrovni – vzorce. Nejvyšší úroveň programu – VBA skript je sice nejpomalejší, ale např. pro iterační výpočet nejvhodnější. Úpravami skriptu programu bylo dosaženo citelné redukce rychlosti výpočtu. Z řádu desítek minut byl výpočtový čas redukován do řádu desítek sekund. Za dobu několika měsíčního testování nebyl spuštěn výpočet, který by trval déle než jednu minutu. Jednotlivé kroky výpočtu se nacházejí v oddělených listech. Patří mezi ně list pro import geometrie, dále list pro specifikaci podélníků a potahových polí průřezu. Další list je věnován zatížení, podmínkám výpočtu a jeho spuštění. Poslední aktivní list je věnován výsledkům napětí a únosnosti. Ostatní listy představují možný vhled do mezikroků programu, aby bylo možné jej jednodušeji modifikovat a samotný postup výpočtu byl jednodušeji pochopitelný.

4.4.2 Vstupní data

Souřadnice [z,y] bodů průřezu je nejprve nutno vložit do sloupců karty „geometry“. Tato karta slouží jakožto databáze geometrií pro případné modifikace. Maximální počet geometrií průřezu je 14. Maximální počet vkládaných bodů je 125, s možností zvýšení. Body je nutno vkládat popořadě, proti směru hodinových ručiček. Bývá zvykem je vkládat od průsečíku s kladnou osou z, pokud existuje, nebo bodem jemu blízkým. Tento první bod však musí být vztažným bodem podélníku. Poslední zadaný bod v konstrukci musí být totožný s bodem prvním, aby byla geometrie uzavřena.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	1	1y	2	2y	3	3y	4	4y	5	5y	6	6y
2	z	y	z	y	z	y	z	y	z	y	z	y
3	-12	10,5	-11,2	9,8	15	0	150	0	0	10	0	20
4	-8,48	18,98	-7,92	17,72	13,86	5,74	138,6	57,4	3,83	9,24	-7	20
5	0	22,5	0	21	10,61	10,61	106,1	106,1	7,07	7,07	-14	20
6	8,48	18,98	7,92	17,72	5,74	13,86	57,4	138,6	9,24	3,83	-14	12
7	12	10,5	11,2	9,8	0	15	0	150	10	0	-14	4
8	12	0	11,2	-9,8	-5,74	13,86	-57,4	138,6	9,24	-3,83	-14	-4
9	12	-10,5	7,92	-17,72	-10,61	10,61	-106,1	106,1	7,07	-7,07	-14	-12
10	8,48	-18,98	0	-21	-13,86	5,74	-138,6	57,4	3,83	-9,24	-14	-20
11	0	-22,5	-7,92	-17,72	-15	0	-150	0	0	-10	-7	-20
12	-8,48	-18,98	-11,2	-9,8	-13,86	-5,74	-138,6	-57,4	-3,83	-9,24	0	-20
13	-12	-10,5	-11,2	9,8	-10,61	-10,61	-106,1	-106,1	-7,07	-7,07	7	-20
14	-12	0			-5,74	-13,86	-57,4	-138,6	-9,24	-3,83	14	-20
15	-12	10,5			0	-15	0	-150	-10	0	14	-12
16					5,74	-13,86	57,4	-138,6	-9,24	3,83	14	-4
17					10,61	-10,61	106,1	-106,1	-7,07	7,07	14	4
18					13,86	-5,74	138,6	-57,4	-3,83	9,24	14	12
19					15	0	150	0	0	10	0	20

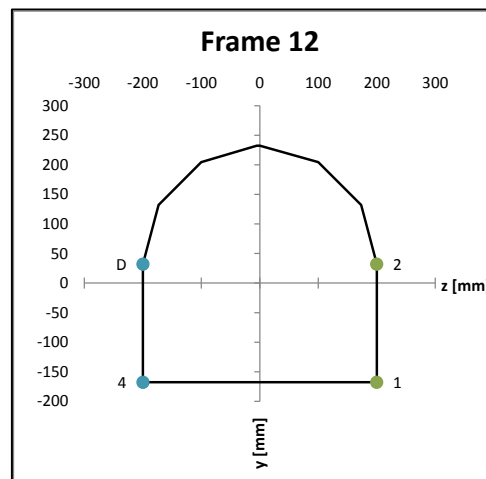
Obr. 4-3: Databáze geometrií (přepážek)

Další kartou je UI – user interference neboli uživatelské rozhraní. Zde se zadává geometrie výpočtového modelu. V programu je uživatel barevně „upozorněn“ na nutnost zadání. Tyto sloupce jsou vyznačeny cihlovou barvou. V Kartě UI je tedy nejprve nutno zadat, kterou geometrii má program načíst. Odkazuje se tedy na minulou kartu geometry. Do načtené geometrie se zadává, který z načtených bodů je vztažným bodem podélníku (vzhledem k offsetu o polovinu tloušťky potahu souřadný systém podélníku neleží přímo v daném bodě, proto je nazván bodem vztažným).

Jak již bylo zmíněno, skutečná geometrie potahu je nahrazena obdélníky mezi jednotlivými body geometrie neboli potahovými prvky. Těm je nutno přiřadit tloušťku. Přiřazení podélníků do bodů a určení tlouštěk potahových prvků je vidět na Obr. 4-6.

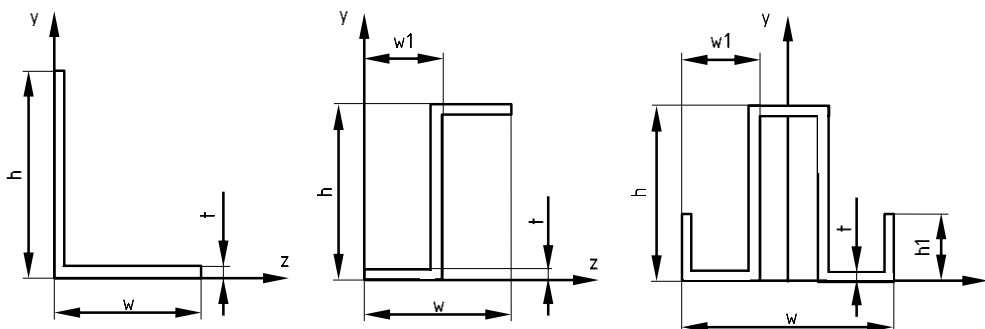
point	z [mm]	y [mm]	Stringer ID	Sheet part	Sheet part thick. [mm]	A' [mm ²]
1	200	-167,75	1	1 - 2	0,5	100,0
2	200	32,25	2	2 - 3	0,5	51,8
3	173,2	132,25		3 - 4	0,5	51,4
4	100	204,55		4 - 5	0,5	51,9
5	0	232,25		5 - 6	0,5	2,5
6	-5	232,25		6 - 7	0,5	49,5
7	-100	204,55		7 - 8	0,5	51,4
8	-173,2	132,25		8 - 9	0,5	51,8
9	-200	32,25	D	9 - 10	0,5	100,0
10	-200	-167,75	4	10 - 11	0,5	200,0
11	200	-167,75				

Obr. 4-6: List UI - přiřazení polohy podélníků a tloušťky potahových prvků



Obr. 4-5: Geometrie průřezu s místy a označením podélníků

Následující část zadání je věnována podélníkům. Jejich pozice je již určena, dále je nutno specifikovat jeho typ, (zatím program obsahuje tři geometrie podélníků: L, Z a Omega) orientaci a rozměry. Označení jednotlivých rozměrů je vidět na Obr. 4-4.



Obr. 4-4: Značení rozměrů průřezu podélníků

Další parametr podélníků je jeho modul pružnosti v tahu a ekvivalentní modul, zmíněný v kapitole 3.4. Jako poslední je nutno zadat kritické napětí podélníku. Zpětnou vazbou pro uživatele je z hlediska geometrie možnost vygenerovat graf s označením pozic podélníků (viz. Obr. 4-5), z hlediska samotného podélníku jeho úhel (viz. Obr. 4-1) a plocha.

Point	Stringer ID	z str [mm]	y str [mm]	Stringer	type	w [mm]	h [mm]	t [mm]	(w1) [mm]	(h1) [mm]	E [MPa]	Critical stress [MPa]	α - angle of the stringer [°]	A' [mm ²]
1	1	199,8	-167,6	L15x15x1	L	15	15	1			71000	62,3	45,0	29
2	2	199,8	32,2	L15x15x1	L	15	15	1			71000	63,2	97,5	29
9	D	-199,8	32,2	L15x15x1	L	15	15	1			71000	63,2	-97,5	29
10	4	-199,8	-167,6	L15x15x1	L	15	15	1			71000	63,2	-45,0	29

Obr. 4-7: Specifikace podélníků

Poslední část listu se zabývá potahovými poli. Ta jsou číslovány podle čísla počátečního a koncového bodu geometrie. Materiál je specifikován modulem pružnosti v tahu a Poissonovým číslem. Pro zjištění kritických napětí je nutno zadat rozteč přepážek – délku potahového pole, značenou a . Další dva sloupce se vztahují k radiusu potahového pole. Jak již bylo zmíněno v 4.2.2.1. sloupec „point 2 shift“ označuje pořadí bodu 2, který je uvažován při výpočtu poloměru zakřivení, od bodu 1. V případě rovného potahu je zde nastavena hodnota jednoho milionu. Poslední informace ohledně potahového pole je jeho délka b určena dle (4-1).

Sheet	Sh E [MPa]	Sh Poisson Ratio [1]	a (frame distance) [mm]	point 2 shift [1]	R [mm]	sheet length b [mm]
1 - 2	71000	0,33	470	1	1000000	200
2 - 9	71000	0,33	470	3	200	621
9 - 10	71000	0,33	470	1	1000000	200
10 - 1	71000	0,33	470	1	1000000	400

Obr. 4-8: List UI - specifikace potahových polí

4.4.3 Zatížení a podmínky výpočtu

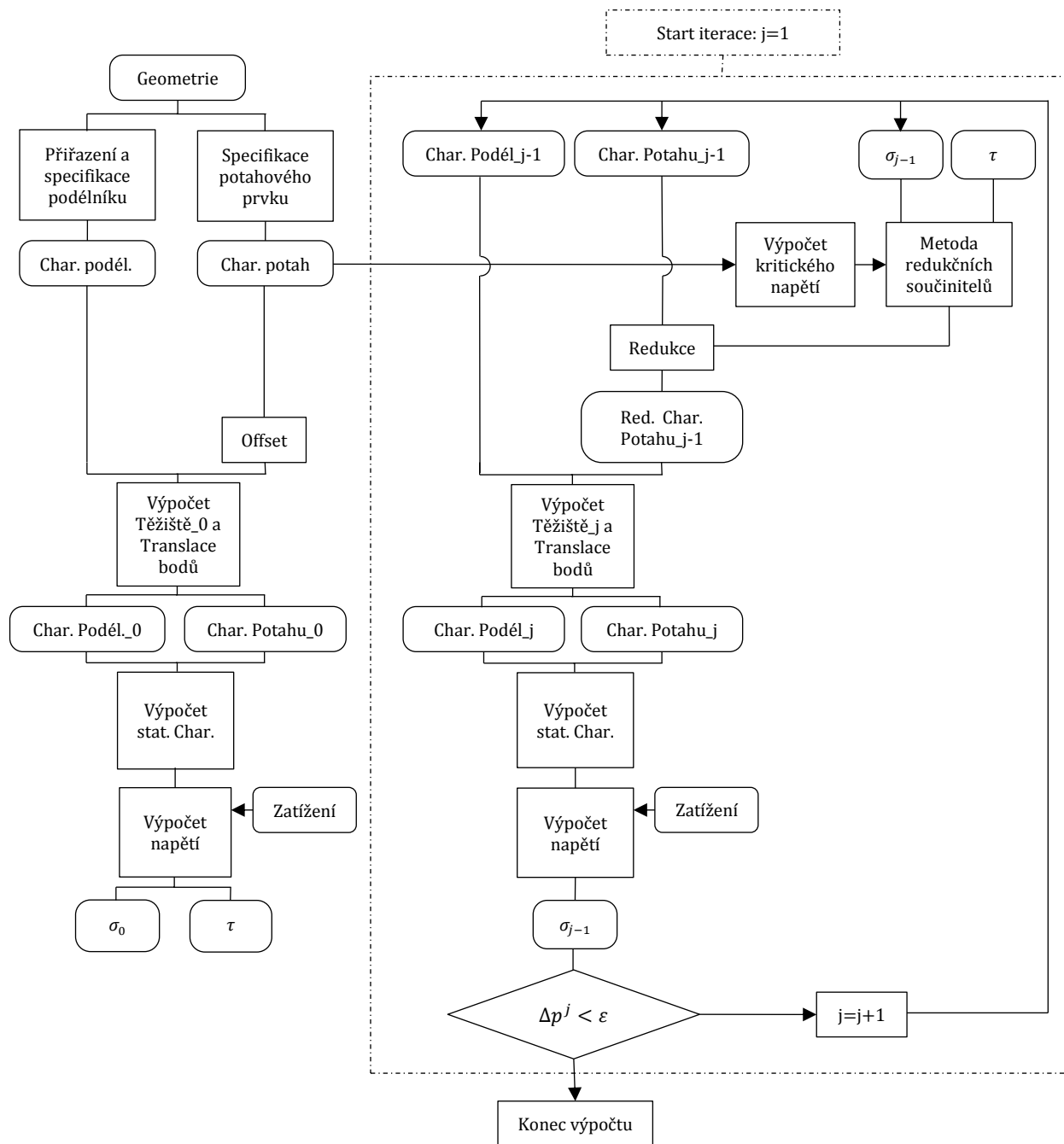
Zatížení řezu a jeho orientace respektuje kapitolu 2.2. a vztahuje se k osám těžiště. Nastavení výpočetních parametrů zahrnuje volbu násobku efektivní šířky. Místo 15 tlouštěk může být z hlediska ztráty stability mezi nýty zvolena nižší konstanta. Buckling coefficient umožňuje volbu číselného koeficientu u 2. členu rovnice (2-17) pro kritické napětí. Volbou tohoto koeficientu tak lze v rovnici měnit váhu tohoto členu. Posledním parametrem před spuštěním samotného výpočtu je kritérium pro ukončení iteračního výpočtu ε . Jak bylo uvedeno v metodě redukčních součinitelů - 3.2.3, konstrukce se v každém kroku mění, dokud nedosáhne rovnováhy. Určitým měřítkem této změny je délka průvodiče Δp , spojující těžiště průřezů dvou po sobě následujících iterací. Je-li při iteraci dosažena hodnota nižší než ε , výpočet končí.

			Calculation parameters	
Normal force in x direction	N	[N]	0	Eff length coef.
Transversal force in y direction	Ty	[N]	0	15 [1]
Transversal force in z direction	Tz	[N]	1 000	Buckling coefficient
Moment around x axis (torque)	Mx	[N-mm]	1	0,22 [1]
Moment around y axis (bending)	My	[N-mm]	0	ε (COG change - END crit.)
Moment around z axis (bending)	Mz	[N-mm]	5 000 000	0,15 [mm]

Obr. 4-9: List Loading - specifikace zatížení a podmínek výpočtu

$$\Delta p^{(j)} = \sqrt{\left(z_t^{(j)} - z_t^{(j-1)}\right)^2 + \left(y_t^{(j)} - y_t^{(j-1)}\right)^2} \quad (4-2)$$

4.4.4 Vývojový diagram výpočtu

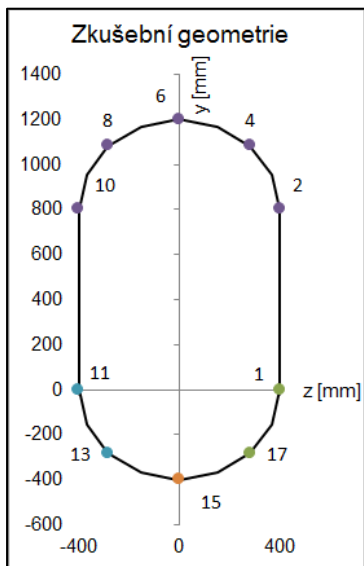


Obr. 4-10: Vývojový diagram výpočtu

Uvedený vývojový diagram popisuje základní rysy programu. Detailní schéma se všemi vazbami mezi jednotlivými výpočty by ztratilo na přehlednosti. Charakteristikou (Char.) je pro zjednodušení myšlen souhrn specifikací daného prvku. Metodou redukčních součinitelů se pak mění tloušťka – jedna z charakteristik. Zaoblené části diagramu ukazují na data, obdélníkové části značí operace. Kosočtverec ukazuje posouzení podmínky ukončení výpočtu.

4.4.5 Výsledky výpočtu BALC a jejich interpretace

Pro prezentaci výsledků byl zvolen následující průřez dutinové konstrukce, vyztužené deseti podélníky dle Tab. 4-1 specifikace a potahovými poli dle Tab. 4-2. Tloušťka všech potahových polí je 0,6 mm. Konstrukce je vyrobena z duralu.



Obr. 4-11: Uvažovaná geometrie

Sheet	Sh E [MPa]	Sh Poisson Ratio [1]	a (frame distance) [mm]	point 2 shift [1]	r [mm]	sheet length b [mm]
1 - 2	71000	0,33	470	1	1000000	800
2 - 4	71000	0,33	470	1	400	312
4 - 6	71000	0,33	470	1	400	312
6 - 8	71000	0,33	470	1	400	312
8 - 10	71000	0,33	470	1	400	312
10 - 11	71000	0,33	470	1	1000000	800
11 - 13	71000	0,33	470	1	400	312
13 - 15	71000	0,33	470	1	400	312
15 - 17	71000	0,33	470	1	400	312
17 - 1	71000	0,33	470	1	400	312

Tab. 4-2: Charakteristiky potahových polí

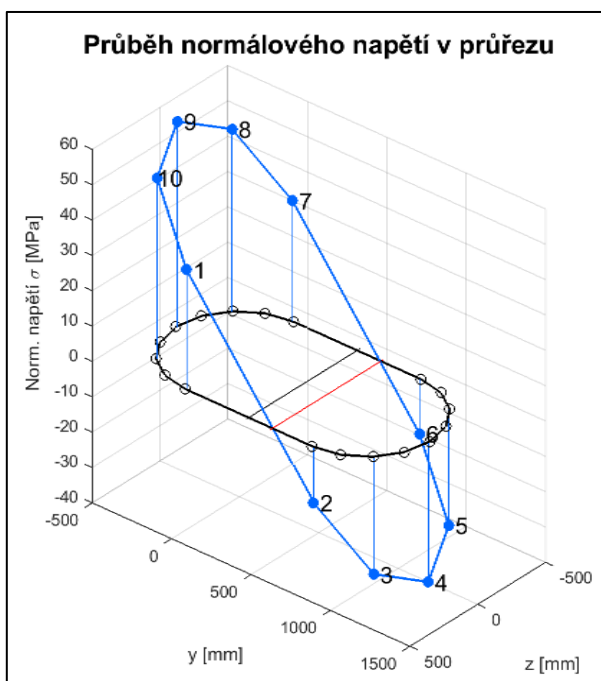
Stringer ID	Stringer	type	w [mm]	h [mm]	t [mm]	(w1) [mm]	(h1) [mm]	E [MPa]	Critical stress [MPa]	α - angle of the stringer [°]
1	L15x15x1	L	15	15	1			71000	62,3	84,4
2	L15x15x1	L	15	15	1			71000	63,2	95,6
4	L15x15x1	L	15	15	1			71000	63,2	135,0
6	O30x20x1	O	30	20	1	5	10	71000	151	180,0
8	L15x15x1	L-	15	15	1			71000	63,2	45,0
10	L15x15x1	L-	15	15	1			71000	63,2	84,4
11	L15x15x1	L-	15	15	1			71000	63,2	95,6
13	L15x15x1	L-	15	15	1			71000	63,2	135,0
15	O30x20x1	O	30	20	1	5	10	71000	151	0,0
17	L15x15x1	L	15	15	1			71000	63,2	45,0

Tab. 4-1: Charakteristiky podélníků

				Calculation parameters	
Normal force in x direction	N	[N]	0	Eff length coef.	
Transversal force in y direction	Ty	[N]	4 000	15	[1]
Transversal force in z direction	Tz	[N]	0	Buckling coefficient	
Moment around x axis (torque)	Mx	[N·mm]	1	0,24	[1]
Moment around y axis (bending)	My	[N·mm]	0	ϵ (COG change - END crit.)	
Moment around z axis (bending)	Mz	[N·mm]	40 000 000	0,5	[mm]

Tab. 4-4: Zatížení průřezu a parametry výpočtu

Zatížení průřezu je v Tab. 4-4. Takového zatížení je nereálné, ale lze na něm výsledky snadno interpretovat. Výpočet trval přibližně 10 sekund. Graf napětí po průřezu na: Obr. 4-12 ukazuje i posun neutrální osy, způsobenou hroucením potahových prvků ve spodní části průřezu.

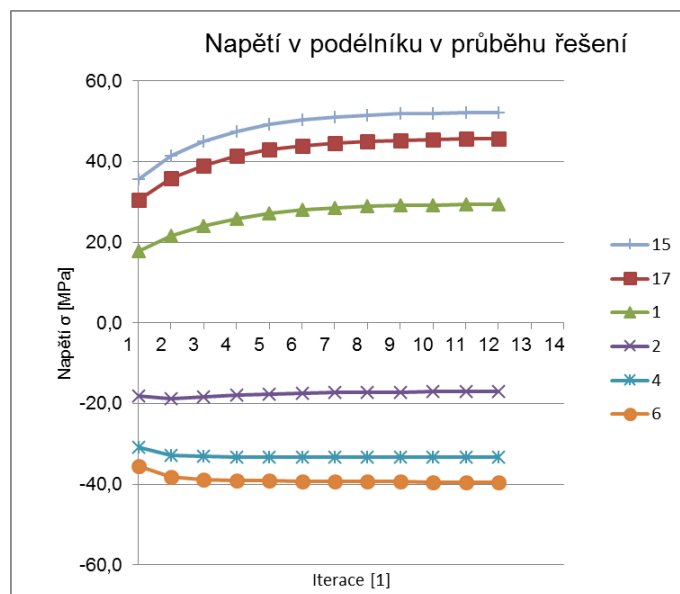


Obr. 4-12: Průběh normálového napětí po průřezu

point no.	stringer ID	$\sigma_{_0}$ [MPa] (Stringer COG)	$\sigma_{_11}$ [MPa] (Stringer COG)
1	1	17,8	29,3
2	2	-18,2	-17,0
4	4	-30,7	-33,2
6	6	-35,5	-39,4
8	8	-30,7	-33,2
10	10	-18,2	-17,0
11	11	17,8	29,3
13	13	30,5	45,7
15	15	35,5	52,2
17	17	30,5	45,7

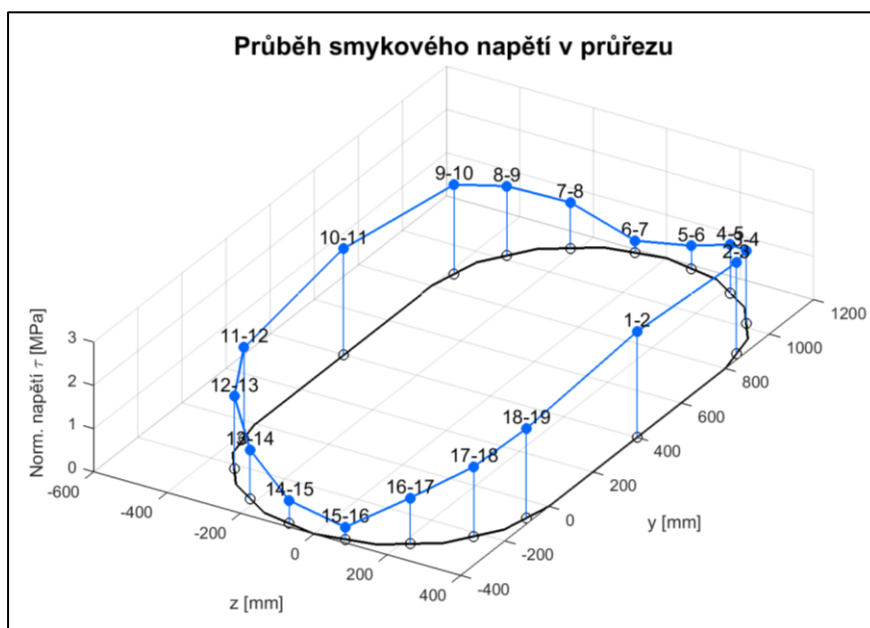
Tab. 4-3: Normálové napětí v podélnících, 1. a poslední iterace

Na Obr. 4-12 je vidět, jakým způsobem konstrukce v průběhu výpočtu mění své napětí v podélnících. Konstrukce ztrácí vlivem redukce potahových ploch svou tuhost a napětí v podélnících roste do té doby, než dojde k rovnováze s vnějšími silovými účinky. Poté se průběh napětí ustálí. Můžeme také pozorovat rozdílný průběh napětí tlačných a tažených podélníků. Ačkoliv se u obou absolutní hodnota napětí zvyšuje, u prvků tlačných je tento projev daleko výraznější. Můžeme tedy sledovat rozdíl mezi lineární teorií, bez uvažování ztráty stability potahových prvků v Tab. 4-3 a výsledek iteračního výpočtu metody redukčních součinitelů. Rozdíl mezi oběma řešeními je výrazný. V maximum nárůst o 65% původní hodnoty.



Obr. 4-14: Napětí průběhu řešení

Smyková napětí promlouvají do výše zmíněného iteračního postupu, ale v průběhu výpočtu jsou neměnná. Zatížení posouvající silou způsobuje smykové napětí v potahových prvcích, jehož průběh je na Obr. 4-13: Průběh smykového napětí v průřezu a vypočtené hodnoty v Tab. 4-5. Opět jsou zobrazeny hodnoty v těžištích potahových prvků. Průběh respektuje teorii uvedenou v kapitolách 2 a 3.



Obr. 4-13: Průběh smykového napětí v průřezu

sheet part	Tau sheet part [MPa]
1 - 2	2,5
2 - 3	2,1
3 - 4	1,7
4 - 5	1,1
5 - 6	0,5
6 - 7	0,3
7 - 8	1,1
8 - 9	1,6
9 - 10	2,1
10 - 11	2,5
11 - 12	2,1
12 - 13	1,7
13 - 14	1,1
14 - 15	0,5
15 - 16	0,3
16 - 17	1,1
17 - 18	1,6
18 - 19	2,1

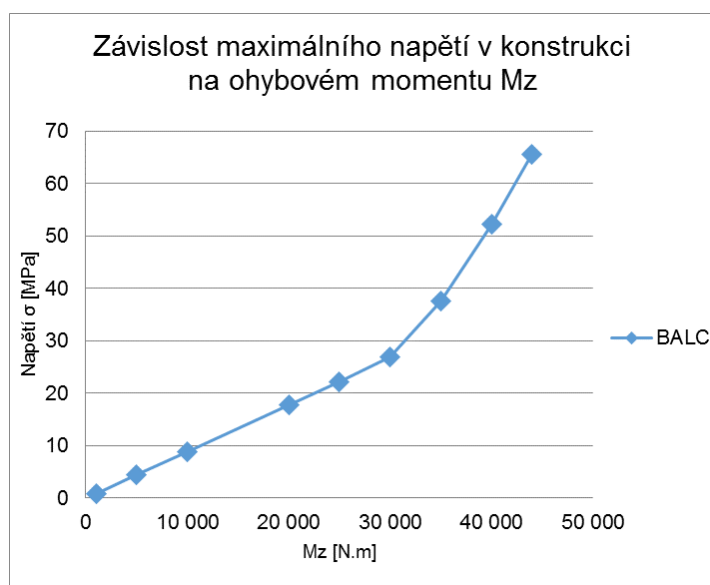
Tab. 4-5: Smykové napětí

Výstupním údajem programu je při znalosti kritických napětí podélníků únosnost průřezu sekce trupu. Informaci o únosnosti podélníků a potahových prvků shrnuje Tab. 4-6. Je tedy možno vidět, že nejbližší ztrátě únosnosti jsou podélníky 13 a 17, protože podélník 15, nejvzdálenější od neutrální osy, je jiného typu s vyšším kritickým napětím. V případě koeficientu bezpečnosti větším než 100, nebo u prvků namáhaného na tah je uvedena zástupná hodnota 100. Jedná se o vysoké zatížení, blízko ztráty stability podélníku, proto jsou všechna tlačena potahová pole po ztrátě stability. Smyková ztráta stability postihla největší, rovinná potahová pole. Kombinovaná únosnost je spočtena dle 2.5.2.

Stringer ID	k stringer	Sheet	Sigma sheet	k_sigma sheet	k_tau sheet	k_comb sheet
1	2,123	1 - 2	6,4	0,024	0,1	0,02
2	100	2 - 4	-21,3	100,000	7,0	6,75
4	100	4 - 6	-35,8	100,000	13,0	12,18
6	100	6 - 8	-35,8	100,000	13,9	12,97
8	100	8 - 10	-21,3	100,000	7,1	6,89
10	100	10 - 11	6,4	0,024	0,1	0,02
11	2,153	11 - 13	42,3	0,627	7,0	0,62
13	1,383	13 - 15	51,9	0,510	13,0	0,51
15	2,892	15 - 17	51,9	0,510	13,9	0,51
17	1,384	17 - 1	42,3	0,627	7,1	0,62

Tab. 4-6: Výsledek výpočtu únosnosti

Obr. 4-15 ukazuje vliv narůstajícího momentu na maximální napětí, konkrétně na napětí v podélníku 15. Zpočátku lineární průběh je následován nelineární fází při hroucení jednotlivých potahových polí. Po této fázi již potah na statické charakteristiky průřezu nemá velký vliv, průběh vykazuje opět znaky linearity, ale s odlišnou směrnicí, danou statickými charakteristikami podélníků. Posouvající síla byla pro všechny hodnoty momentu M_z rovna hodnotě 4000 N.

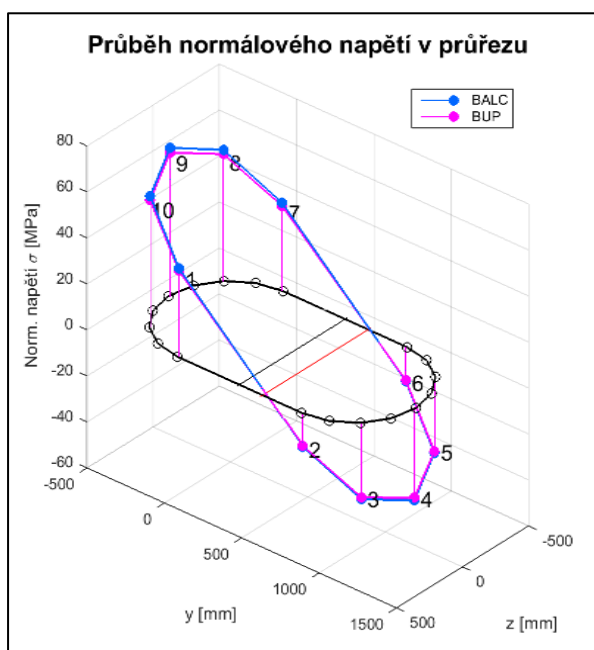


Obr. 4-15: Závislost max. napětí na M_z

4.4.6 Porovnání s běžně užívaným programem

Nově vyvinutý program bylo třeba jako celek verifikovat. Kromě pevnostní zkoušky, kterou se zabývá následující kapitola, byl k tomuto účelu použit program, který je běžně v českém leteckém průmyslu využíván na výpočet únosnosti dutinových konstrukcí. Vzhledem k závazkům zadavatelské firmy EDAG Engineering CZ bude v této diplomové práci zmíněný program nazván zkratkou BUP – běžně užívaný program. Tento program, na rozdíl od programu BALC používá odlišný model ztráty stability zakřivených desek. Rozdíl je v koeficientu u členu zohledňující zakřivení, což je druhý člen rovnice (2-17). Hodnota tohoto koeficientu u BUP je 0,2. Pro srovnání bylo využito možnosti programu BALC tento koeficient měnit.

Obr. 4-16 ukazuje srovnání výsledků napětí v těžištích podélníků. Bylo použito totožné zatížení, jako je uvedeno v Tab. 4-4. Průběhy si tvarově odpovídají a jak ukazuje Tab. 4-7, odchylka je v řádu jednotek procent. Hypoteticky může být chyba způsobena odlišným způsobem stanovení statických charakteristik z podélníků. Zkoumání rozdílů v programech však není hlavním cílem této práce.

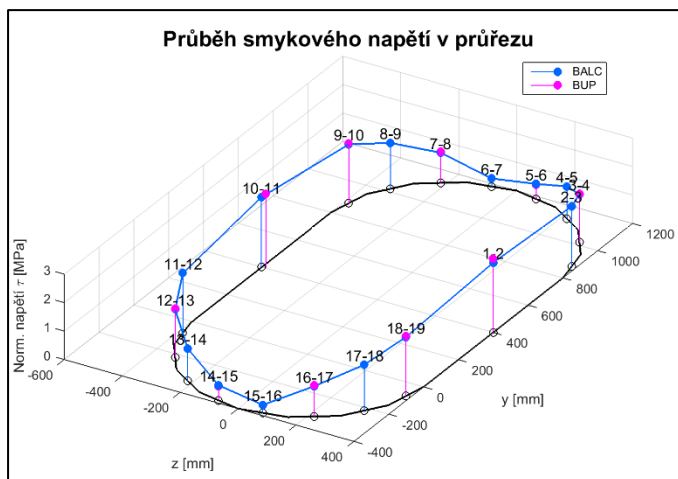


Obr. 4-16: Porovnání normálových napětí

Porovnání normálového napětí			
Stringer ID	BALC	BUP	odchylka [%]
1	38,5	37,5	2,6
2	-14,8	-14,3	3,2
4	-33,4	-32,6	2,5
6	-40,5	-39,4	2,9
8	-33,4	-32,7	2,2
10	-14,8	-14,4	2,5
11	38,5	37,2	3,5
13	57,3	55,4	3,3
15	64,8	62,7	3,3
17	57,3	55,5	3,1

Tab. 4-7: Porovnání normálových napětí

Na Obr. 4-17 můžeme vidět srovnání smykového napětí. Malý rozdíl může být opět způsoben tím, jakým způsobem se v potahových prvcích napětí vyhodnocuje. Program BALC uvažuje mezi jednotlivými body geometrie lineární rozložení, což může způsobovat chyby u větších potahových polí. I tak je uvedená odchylka vzhledem k uplatnění programu zanedbatelná.

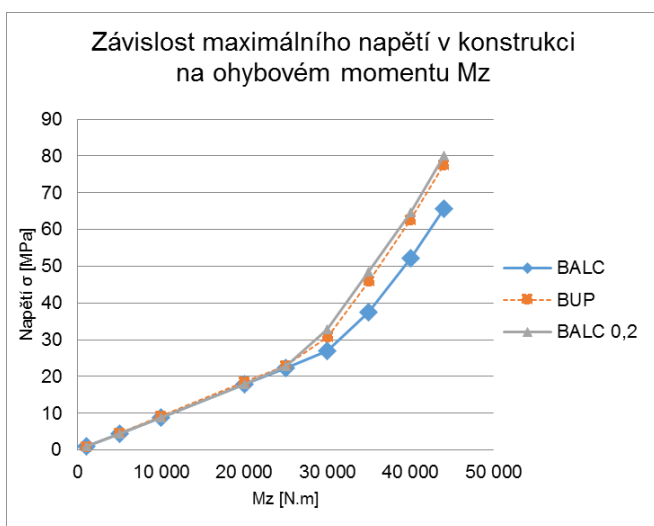


Porovnání smykového napětí			
Sheet	BALC	BUP	odchylka [%]
1 - 2	2,5	2,6	-4,3
2 - 4	1,7	1,7	-0,4
4 - 6	0,5	0,5	-0,1
6 - 8	1,1	1,1	-0,3
8 - 10	2,1	2,1	-0,4
10 - 11	2,5	2,6	-4,3
11 - 13	1,7	1,7	-0,4
13 - 15	0,5	0,5	-0,3
15 - 17	1,1	1,1	-0,3
17 - 1	2,1	2,1	-0,3

Tab. 4-8: Porovnání smykového napětí

Obr. 4-17: Porovnání smykového napětí

Srovnání maximálního napětí v konstrukci, podélníku 15, v závislosti na ohybovém momentu se v případě Píšťkova modelu pro ztrátu stability pochopitelně poměrně liší. Snížíme-li však koeficient z 0,24 na 0,2, průběhy jsou si mnohem bližší. O uspokojující shodě svědčí i malá odchylka v lineární oblasti, jelikož se v ní model hroucení neprojevuje.



Porovnání max. norm. napětí			
Mz [N.m]	BALC 0,2	BUP	odchylka %
1000	0,9	0,9	0,0
5000	4,4	4,5	2,2
10000	8,9	9,2	3,1
20000	17,8	18,4	3,3
25000	22,8	22,9	0,4
30000	32,9	30,8	-6,8
35000	48,4	46,0	-5,2
40000	64,8	62,7	-3,3
44000	80,0	77,5	-3,2

Tab. 4-9: Porovnání max. norm. napětí na Mz

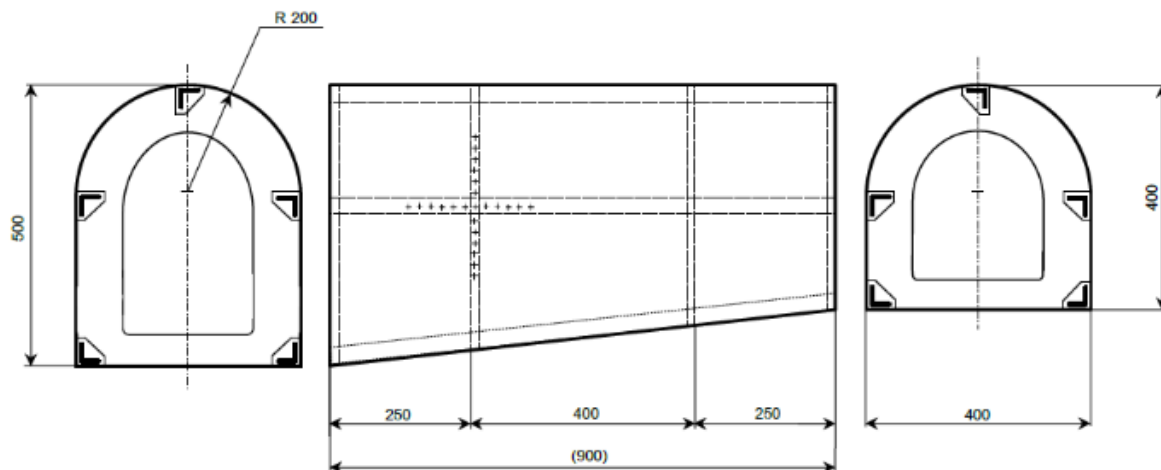
Obr. 4-18: Porovnání závislosti max. norm. napětí na Mz

5 EXPERIMENTÁLNÍ VERIFIKACE PROGRAMU

5.1 Prvotní kroky k experimentální verifikaci

Myšlenka realizovat experiment a podepřít tak program výsledky ze skutečné konstrukce vznikla krátce po prvotní myšlence realizovat výpočetní program, tedy v září roku 2015. Po konzultaci se zadavatelskou firmou EDAG byl na pevnostní zkoušku přidělen určitý rozpočet. Protože se na poměry pevnostních zkoušek nejednalo o vysokou částku, bylo nutno hledat kompromisy a volit cesty, které se někdy ukázaly jako slepé. Touha po experimentu však byla natolik silná, že nakonec byl nalezen způsob jak jej realizovat.

Prvotní návrh cílil na minimální pořizovací cenu vzorku. Zkoušet jednotlivá potahová pole nebo samotné podélníky by znamenalo opakovat mnohokrát provedenou práci. Ačkoliv by se jednalo o velmi levnou variantu, nesplnila by účel ověřit funkci programu BALC. V úvahu tak připadala zkouška celé části trupu, s podélníky, potahovými poli a přepážkami. Byla proto navržena jednoduchá geometrie tenkostěnné konstrukce se čtyřmi přepážkami a pěti podélníky, připomínající zadní část menšího letounu. Tento návrh již geometricky splňoval dané požadavky. Problémy nastaly při uvážení další významné části experimentu – zavedení okrajových podmínek. Jak zavedení sil, tak i vazeb by, podle několika oslovených odborníků, nebylo pro tuto konstrukci dostatečně podobné realitě při provozu letadla.



Obr. 5-1: Prvotní návrh zkušebního vzorku

V úvahu tak připadalo vyrobit část trupu tak, aby bylo možno zavést skutečně působící síly (od svislých a vodorovných ocasních ploch), nebo pořídit vyřazený letoun obdobné konstrukce a upravit jej pro účely zkoušky. Obě varianty se po čase ukázaly jak z finančního, tak i časového hlediska nerealizovatelné. Po konzultaci na Ústavu letadlové techniky s jeho vedoucím Ing. Robertem Theinerem Ph.D. však hledání zkušebního vzorku nabralo správný směr.

Zmíněný ústav se podílel na vývoji jednomístného ULL letounu Skyleader 100 společnosti Jihlavan airplanes, s.r.o.

Z vývojových prací, konkrétně pevnostní zkoušky zadní části trupu tohoto letounu se na Ústavu letadlové techniky dochoval zkušební vzorek. Právě ten byl panem Ing. Robertem Theinerem, Ph.D. doporučen pro repasi a opětovnou zkoušku. Data z minulých zkoušek by pro ověření programu BALC bohužel nebyla dostačující, jelikož bylo měřeno napětí pouze ve dvou spodních podélnících a průhyb trupu, což bylo pro charakter tehdejší zkoušky postačující.

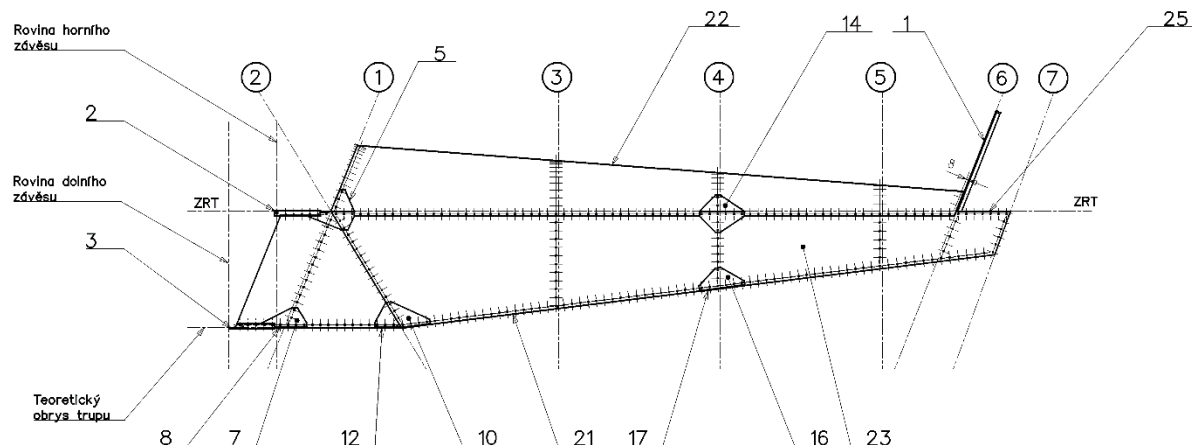


Obr. 5-2: Skyleader 100, převzato z <http://www.skyleader.aero/>

Výsledkem tehdejších vývojových prací na ÚLT bylo mimo jiné i vyztužení spodních podélníků a zkouška takto vyztužené konstrukce do lomu, proto byla repase doporučena. Repase měla probíhat ve firmě Jihlavan airplanes, kam byl vzorek transportován. Po stanovení rozsahu prací a cenového odhadu však bylo nutno z finančních důvodů tuto variantu zamítnout. Hledání firmy nebo instituce, která by byla schopna opravné práce vykonat za zlomek ceny, nakonec vedlo ke Střední odborné škole civilního letectví v Praze-Ruzyni, kde byla možnost využít zkušenosti mistrů a snahu tamních studentů. Po prvním jednání s vedením školy a vedoucím odborného výcviku oboru Letecký mechanik, panem Jaroslavem Deylem, byla zmíněná repase domluvena, tentokrát již s náklady umožňující zkoušku realizovat.

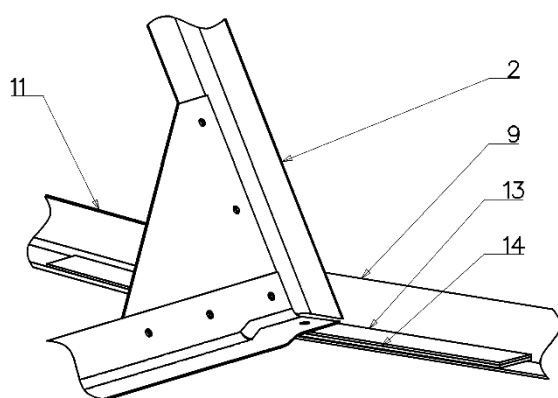
5.2 Příprava zkušební vzorku

Na Obr. 5-3 je vidět část výkresu zkušební vzorku. Jedná se o duralovou konstrukci, vyztuženou čtyřmi L podélníky. Horní podélníky jsou tvářené, z plechu tloušťky 0,8 mm. Spodní podélníky jsou profily L18x18x1,5. Po zkoušce z roku 2009 bylo nutno vyměnit všechny prvky, které byly plasticky deformovány. Jednalo se o spodní a boční potahové plechy, výztuže spodního i bočního potahu ve spodní části přepážky 2, neboli pozice 12 a 10.



Obr. 5-3: Výkres zkušební vzorku

Spodní podélníky jsou děleny ve dvou místech, a to u přepážky 2 a přepážky 4. Na Obr. 5-5 je vidět detail spojení podélníků u přepážky 2, které při zkoušce z roku 2009 nepřeneslo zatížení, jak je vidět na Obr. 5-5. Nedošlo však ke ztrátě stability podélníků, proto byly po narovnání opět použity. Spojení jednotlivých dílů je pomocí trhacích nýtů. Materiál potahů, výztuh a spojek byl společně s nýty vzhledem k udržení mechanických vlastností materiálu objednán z firmy Jihlavan airplanes.



Obr. 5-5: Detail spojení podélníků a přepážky 2



Obr. 5-5: Geometrie po trvalé deformaci

Na Obr. 5-6 jsou fotografie z průběhu repase v dílnách SOŠ Ruzyně.



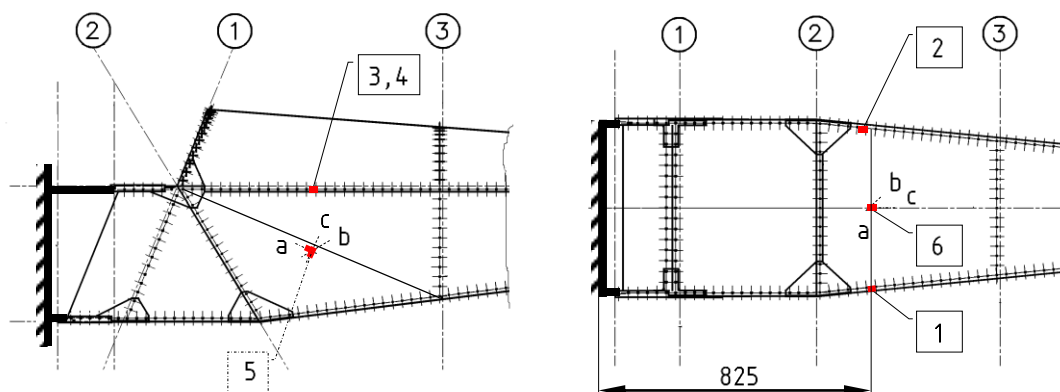
Obr. 5-6: Repase zkušební vzorku

Po repasi bylo třeba vnější povrch potahu přebarvit matnou bílou barvou, na které byla z důvodu lepšího snímání obrazu při ztrátě stability potahu vytvořena čtvercová síť.

5.3 Příprava k tenzometrickému měření napjatosti

Z Ruzyňského letiště byl vzorek převezen zpět do laboratoří Ústavu letadlové techniky na Karlově náměstí. Zde bylo nutno provést přípravné práce pro realizaci experimentu. Zejména osadit vzorek tenzometry a zavést do modelu okrajové podmínky.

Při rozhodování, kam umístit tenzometry, hrála hlavní roli možnost porovnání dat z měření s výsledky z programu BALC, osazeny tedy byly všechny podélníky průřezu. Schéma umístění tenzometrů je na Obr. 5-7. Všechny měřiče, kromě jednoho spodního podélníku, byly umístěny do jedné roviny, rovnoběžné s rovinou vetknutí vzorku. Pro měření na spodních podélnících byly totiž využity původní tenzometry z minulé zkoušky, které nebyly vzhledem k podélníku ve stejné pozici, proto je jeden z tenzometrů o 10 mm mimo uvažovanou rovinu. Tenzometry jsou na všech podélnících umístěny ve vodorovných částech profilu. Pro porovnání smykových napětí byla zvolena dvě místa. Uprostřed bočního potahu v daném řezu, tedy poblíž těžiště, kde by mělo být maximální smykové napětí a dále uprostřed spodního potahu, kde lze naopak očekávat minimální smykové napětí. Na obou potahových polích byly použity tenzometrické růžice, aby bylo možno měřit současně i normálové napětí a vyhodnocovat ztrátu stability. Vyhodnocení signálů z potahových polí tak, aby je bylo možno porovnat s hodnotami z programu, přesahuje náplň této práce. Bude tak provedeno v rámci dalších prací na vývoji programu. Na bočním potahu, kde lze očekávat směr zvlnění potahu rovnoběžný s úhlopříčkou potahového pole byla růžice orientována tak, aby byla jeho osa a rovnoběžná s touto úhlopříčkou.



Obr. 5-7: Schéma umístění tenzometrů

POZICE	UMÍSTĚNÍ	UVAŽOVANÝ TYP NAPJATOSTI	POČET KANÁLŮ	NÁZEV KANÁLU		
				a	b	c
1	Podélník pravý spodní	1D	3	1a	1b	1c
2	Podélník levý spodní	1D	3	2a	2b	2c
3	Podélník pravý horní	1D	1	-	-	3
4	Podélník levý horní	1D	1	-	-	4
5	Potahové pole mezi přepážkami 2 a 3, levé	2D	3	5a	5b	5c
6	Potahové pole mezi přepážkami 2 a 3, spodní	2D	3	6a	6b	6c
(7)	Na hydraulickém válci - siloměr	1D	1	-	-	7

Tab. 5-1: Umístění a označení kanálů tenzometrů

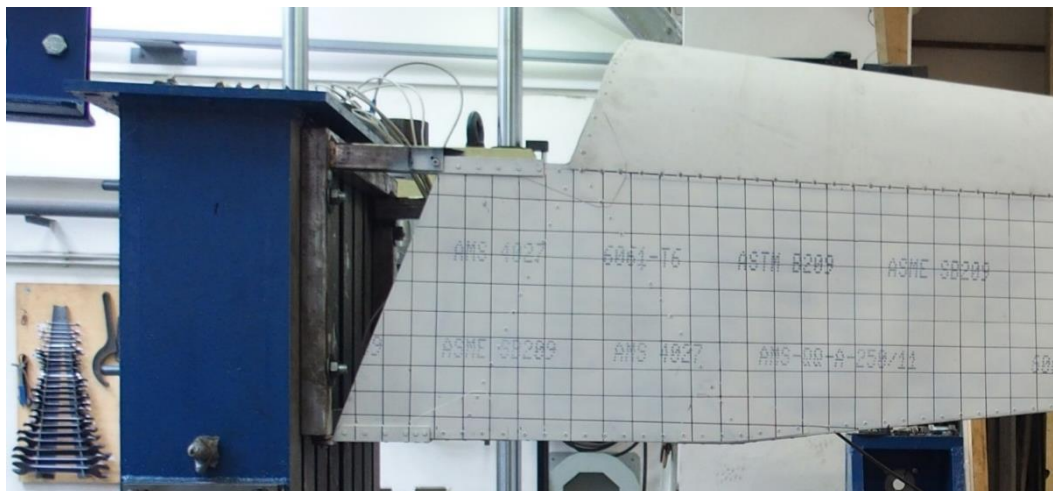
Na konstrukci byla vyznačena místa a orientace tenzometrů, které tam byly následně nainstalovány a zapojeny Ing. Romanem Jeřábkem, Ph.D., který vedl i minulou zkoušku a mohl tak předat svoje zkušenosti. Byly použity tenzometry HBM ve čtvrtmůstkovém zapojení s identifikačním listem, který je součástí příloh. Kompenzace na příčnou deformaci nebyla vzhledem k požadované přesnosti měření provedena. Chyba tímto způsobená je v řádu desetin procent. Teplotní kompenzace byla řešena použitím tenzometru se stejnou teplotní roztažností jako zkoušený materiál. Teplotu lze taktéž považovat za konstantní v průběhu zkoušky.



Obr. 5-8: Postup instalace tenzometru

Obr. 5-8 ve zjednodušení ukazuje postup aplikace tenzometru. Před samotným lepením je vždy třeba připravit povrch, aby se zamezilo odlepení tenzometrů při měření.

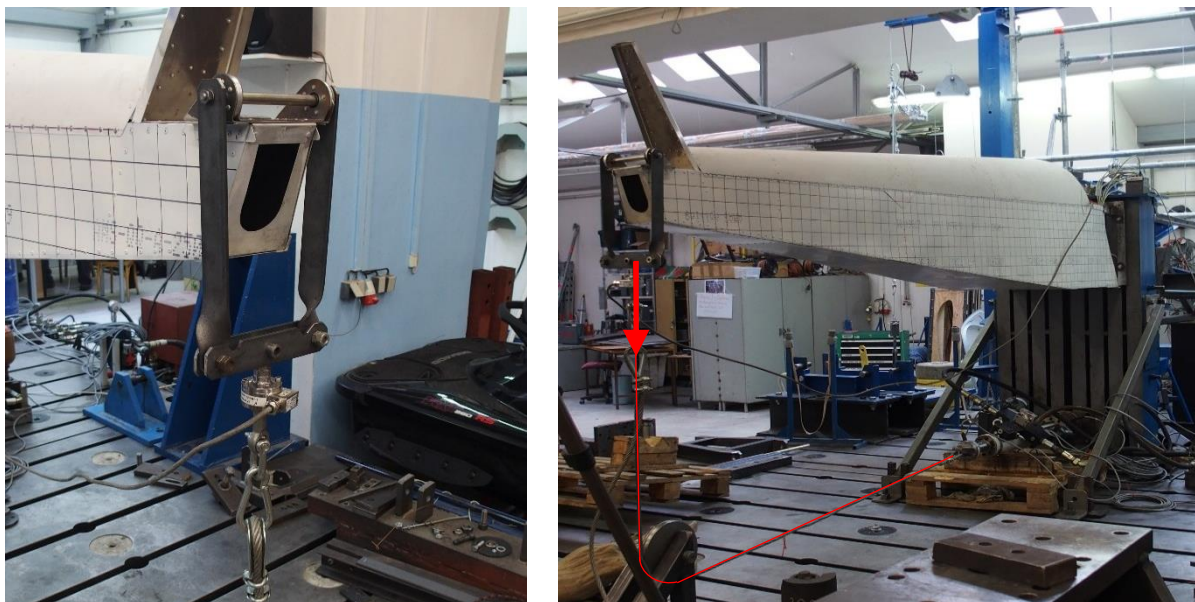
Geometrické okrajové podmínky, tedy upevnění vzorku, je řešeno vetknutím do ocelových desek na zkušebně. K tomu byl využit svařenec, šroubově spojen s kovánými, která jsou tvrdými nýty připevněna k podélníkům, jak ukazuje Obr. 5-9.



Obr. 5-9: Upevnění zkušebního vzorku

Toto upevnění je samozřejmě idealizované, není ale daleko od reality v letounu, neboť v místech vetknutí zadní část trupu navazuje na střední část letounu – centropoplán, kde jsou vetknuta i křídla, tudíž se jedná o poměrně tuhou strukturu.

Zatížení bylo zavedeno do kování vodorovných ocasních ploch, tedy do míst, kde se při reálném provozu skutečně síla přenáší. Na Obr. 5-10 je vidět způsob zavedení síly. Na osu procházející kováním působí dva segmenty z pásové oceli. V řetězci je dále zapojen měřič síly, který navazuje na lano, přes kladku spojené s horizontálně uloženým hydraulickým válcem.



Obr. 5-10: Zavedení zatížení

5.4 Průběh zkoušky

Signály ze všech snímačů byly vedeny do měřicí ústředny National Instruments a dále pak ukládány se snímkovací frekvencí 10 Hz. Zatížení bylo řízeno softwarem LabVIEW. Pro lepší statistickou věrohodnost a taktéž vymezení vůlí bylo pro každou hladinu maximálního zatížení provedeno několik pulzujících cyklů. Zatížení probíhalo postupně v určitých hladinách, podle zatěžovacího diagramu na Obr. 5-11., tedy v max. hodnotách síly: 500, 1000, 1500, 1800, 2000.



Obr. 5-11: Zatěžovací diagram

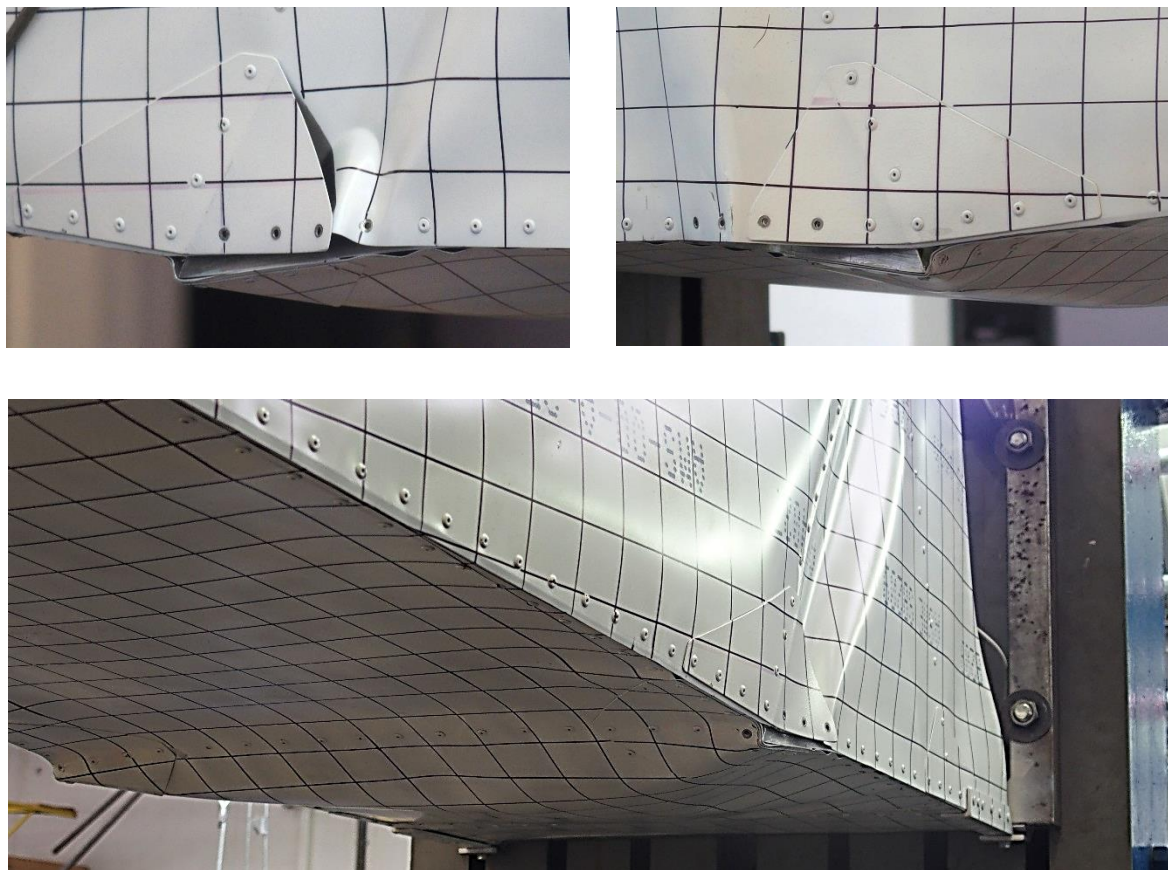
Zkouška z roku 2009 skončila odtržením nýtů a následnou deformací spojek v oblasti 2. přepážky, jak ukazuje Obr. 5-5 při hodnotě síly přibližně 2700 N. Pro určení maximální síly 2000 N v experimentu byl zohledněn vliv opravných praxí, zejména převrtávání nýtů.

Již od nejnižší hladiny zatěžování se viditelně i zvukově projevovalo hroucení spodního a bočních potahových plechů. Při zvyšování zatížení se projevovala, kromě hroucení plechů, i značná (desítky mm) posunutí v oblasti zavedení zatížení.



Obr. 5-12: Potahové plechy po ztrátě stability

Při dosažení maximální hodnoty zatěžující síly 2000 N došlo k podobnému mechanismu poruchy jako v minulé zkoušce, z roku 2009. Nýty v kritické oblasti zalomení trupu – spodních výztužení 2. přepážky již nebyly schopny přenést zatížení, jak od podélníků, tak od potahu, který byl v těchto místech značně ovlivněn ztrátou stability. Prakticky okamžitě se vlivem ztráty spojení s bočním potahem zdeformovaly výztuhy, spojky a spodní potah v této oblasti. Podélníky tak již ztratily vzájemný kontakt a došlo k zborcení.



Obr. 5-13: Fotografie zborcené struktury

Je na místě se ptát, proč nebyla konstrukce vyztužena tak, aby k podobnému mechanismu borbění nedošlo. Odpovědí na tuto otázku je značná míra organizačních prací a komunikace s mnoha stranami na experimentu se podílejících a v neposlední řadě souhra nepříznivých okolností, zmíněných v kapitole 5.1. Ačkoliv o způsobu repase trupu vědělo několik zkušených odborníků, autor této práce bere zodpovědnost za toto pochybení na sebe. Řešením by bylo např. použít pevnější nýty i spojky a výztuhy v dolních rozích doplnit o další, které by spojovaly boční a spodní potahový plech. I přes to se podařilo změřit napětí v určitém intervalu zatížení tak, aby byla správná funkce programu ověřena.

5.5 Metodika vyhodnocení pevnostní zkoušky

Tenzometry vyhodnocují změnu napětí, způsobenou změnou odporu tenzometru, závislého na prodloužení měřicí mřížky. Přes převodní vztah, udávaný výrobcem je následně změna napětí přepočítána na deformaci mřížky. Všechny signály jsou snímány v závislosti na čase. Výstupním souborem z měření je tak časová závislost deformací v $[\mu m/m]$ jednotlivých kanálů. Pro získání mechanického napětí je tak třeba využít následující vzorce, vycházející z teorie pružnosti.

Pro měřiče, u kterých je dle Tab. 5-1 uvažována 1-D napjatost, při experimentu tedy tenzometry 1,2,3 a 4 na podélnících platí:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (5-1)$$

Spodní podélníky jsou osazeny růžicemi, uvažuje se tedy signál z mřížky rovnoběžné s uvažovaným normálovým napětím.

Pro tenzometrické růžice, kde je uvažována 2D napjatost je nutno nejdříve vyhodnotit hlavní napětí, které se následně dosazují do rozšířeného Hookeova zákona. Detailně je toto téma zpracováno např. v [8]. Značení jednotlivých směrů respektuje značení na Obr. 5-14.



Obr. 5-14: Příklad označení kanálů na vzorku

Hlavní poměrná prodloužení určíme podle následující rovnice:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_c}{2}\right)^2 + \left(\varepsilon_b - \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2}\right)^2} \quad (5-2)$$

Hlavní napětí lze pak určit na základě rozšířeného Hookeova zákona:

$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{1 - \nu^2} [\varepsilon_{1,2} + \nu \cdot \varepsilon_{2,1}] \quad (5-3)$$

Orientace os hlavních napětí plyne z Mohrovy kružnice 2D napjatosti jako:

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{arctg} \left[\frac{2 \cdot \varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c)}{\varepsilon_a - \varepsilon_c} \right] \quad (5-4)$$

Vzhledem k natočení tenzometru 5 do směru diagonály potahového pole je tedy nutno stanovit ze změřených deformací hlavní deformace a napětí, orientované vzhledem k tenzometrické růžici o úhel φ a následně je přepočítat podle rovnic (5-5) a (5-6) do napětí normálového (přibližně rovnoběžného s osou x letounu) a napětí smykového. Teorie k tomuto potřebná je obsažena např. v [6].

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \cos 2\alpha \quad (5-5)$$

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad (5-6)$$

Kde α je úhel mezi osou x letounu a směrem hlavního napětí, neboli

$$\alpha = \delta + \varphi \quad (5-7)$$

Ke δ je úhel mezi diagonálou potahového pole a osou x letounu.

Zmíněná teorie pro vyhodnocení platí do ztráty stability, poté již signály nelze považovat za relevantní, neboť v sobě obsahují i výrazný vliv deformace vlivem ztráty stability. To je důvod pro značnou náročnost vyhodnocení signálů z potahových polí.

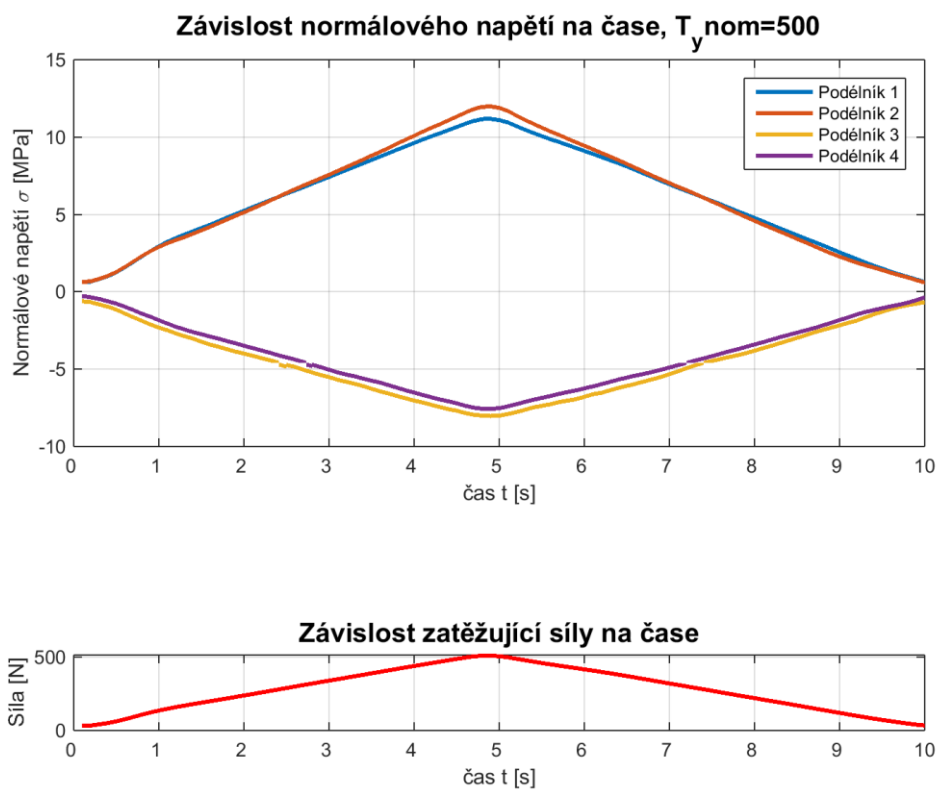
5.6 Průběhy napětí z měření

Tato kapitola ukazuje výsledky tenzometrického měření. Ze signálů deformací byla dle předešlé kapitoly vypočítána napětí. V první části se jedná o napětí v podélnících, kde se uvažuje 1D napjatost a v druhé části napětí v potahových polích, ke kterému je přidán komentář.

5.6.1 Průběhy napětí podélníků

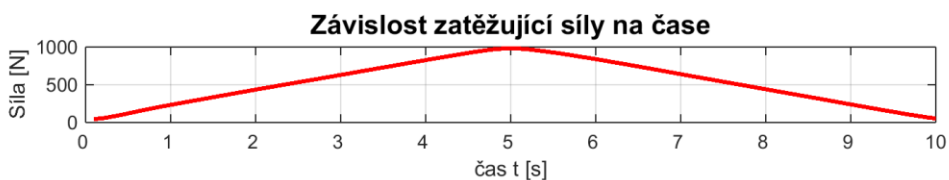
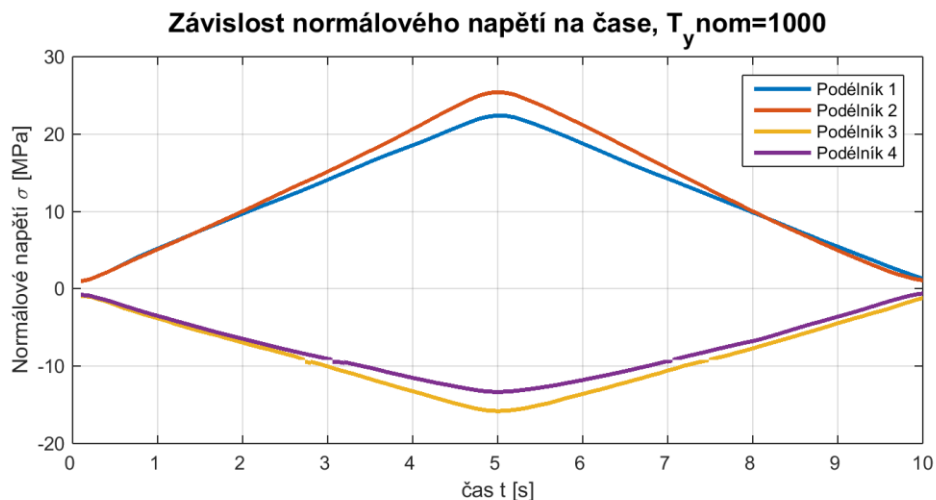
Následující grafy ukazují průběhy napětí jednotlivých podélníků v závislosti na aplikovaném zatížení, jehož průběh je taktéž znázorněn.

Průběhy napětí v podélnících pro nominální zatížení 500N



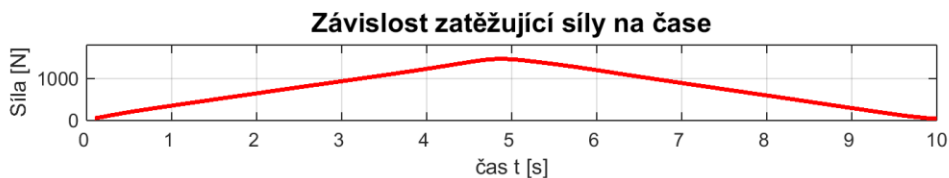
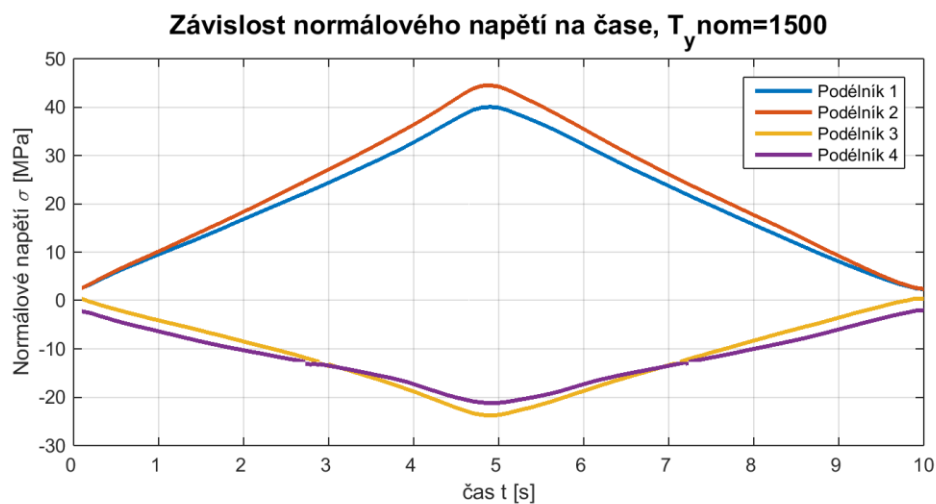
Obr. 5-15: Průběhy napětí a zatížení, $T_y=500$ N

Průběhy napětí v podélnících pro nominální zatížení 1000N



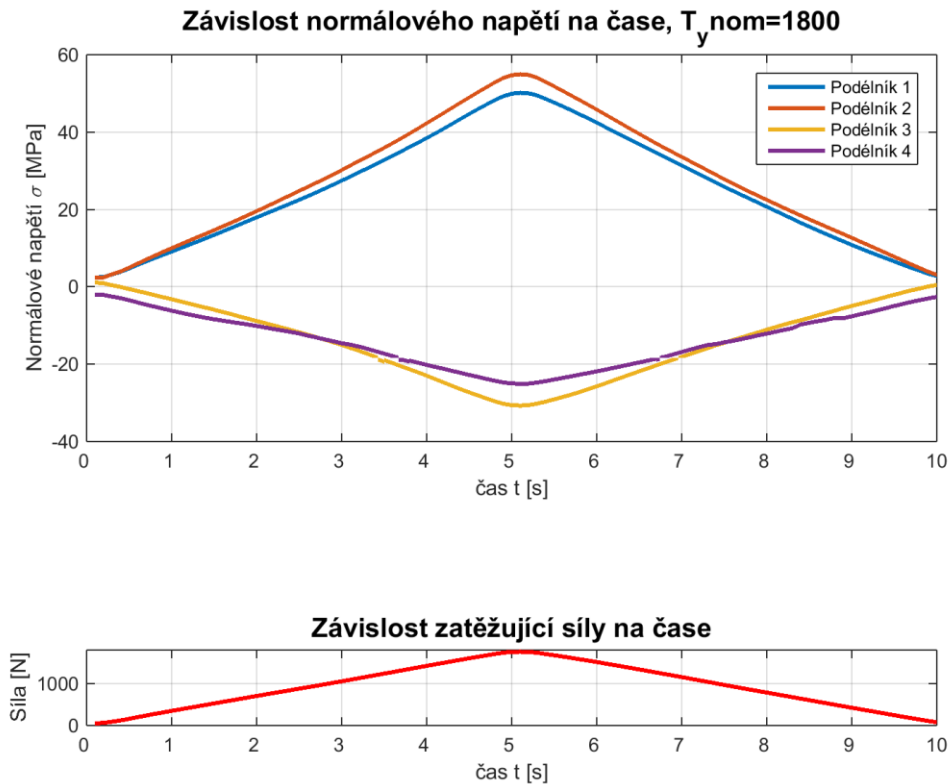
Obr. 5-16: Průběhy napětí a zatížení, $T_y=1000$ N

Průběhy napětí v podélnících pro nominální zatížení 1500N:



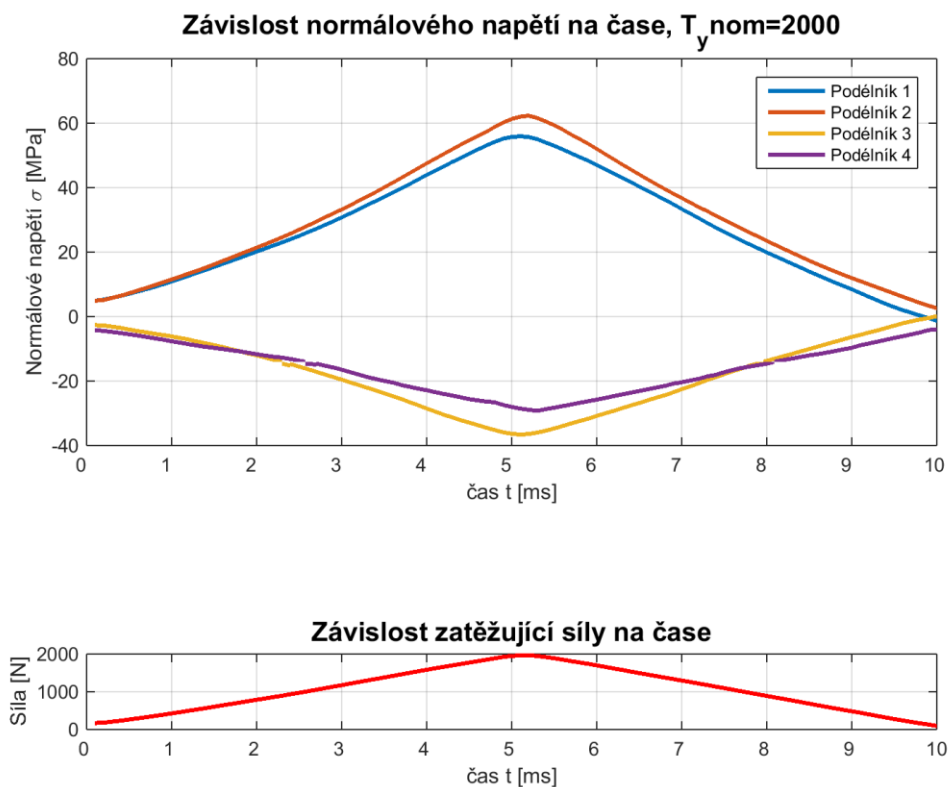
Obr. 5-17: Průběhy napětí a zatížení, $T_y=1500$ N

Průběhy napětí v podélnících pro nominální zatížení 1800 N:



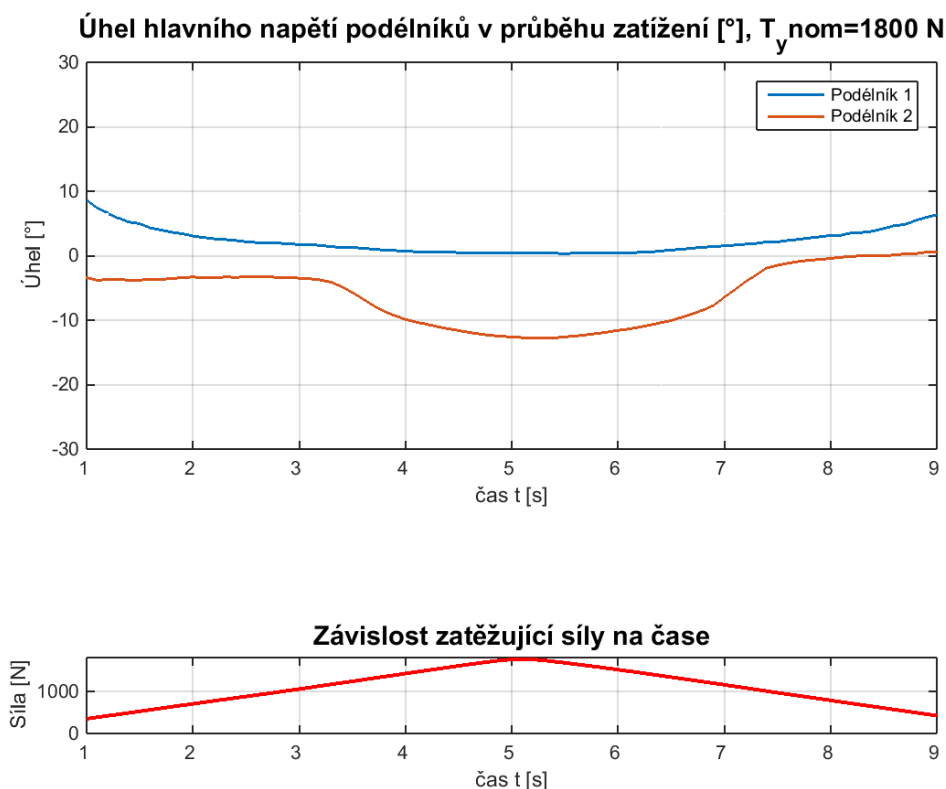
Obr. 5-19: Průběhy napětí a zatížení, $T_y=1800$ N

Průběhy napětí v podélnících pro nominální zatížení 2000 N:



Obr. 5-18: Průběhy napětí a zatížení, $T_y=2000$ N

Průběhy napětí ukazují na určité zvláštnosti, které je třeba interpretovat. Nejvýraznější zvláštností je odchylka napětí při maximálním zatížení. Vzhledem k osazení spodních podélníků tenzometrickými růžicemi je možno dle kapitoly 5.5 vyhodnotit sklon osy hlavního napětí. Na Obr. 5-20 jsou tyto průběhy zobrazeny pro nominální zatížení 1800 N. Maximální úhel natočení hl. napětí je 12° u podélníku 2. Přepočet dle (5-5) do normálového směru způsobuje změny v jednotkách procent, které mohou být z části důvodem odchylek. Průběhy úhlu α pro odlišné hodnoty nominálního zatížení jsou v obdobných intervalech, nejsou však stejné. Například pro nominální zatížení 1000 N vykazuje nulové odchýlení hl. os podélník 2 z čehož lze usuzovat, že je odchýlení způsobeno deformacemi potahových polí.



Obr. 5-20: Průběh natočení os hlavních napětí

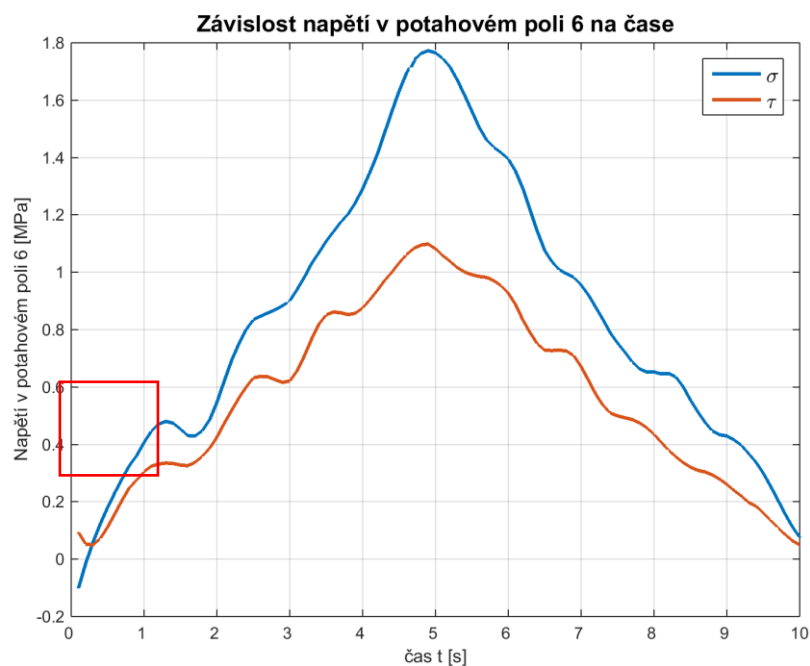
Měřená místa na podélnících 1 a 2 leží, jak bylo již uvedeno, ve dvou rovinách, kolmých na osu x vzorku. Jsou od sebe vzdáleny 10 mm, rozdíl by tedy neměl být výrazný. (Programem BALC byl rozdíl určen v hodnotách v řádu desetin MPa pro maximální zatížení 2000 N. Dalším možným vysvětlením může být ztráta stability potahu mezi nýty, podle kapitoly 2.5.3 Dosadíme-li do rovnice známé rozměry a konstanty materiálu, vyjde hodnota $\sigma_{ir} = 59 \text{ MPa}$, tedy nad hladinou všech napětí, vyjma maxima při nejvyšším zatížení. Proto důvod rozdílu nelze ve ztrátě stability mezi nýty hledat.

Další nejasností ve změřených hodnotách jsou napětí tažených podélníků (3,4), které by měly mít stejný průběh, není tomu tak. Porovnáme-li tyto průběhy se závislostí pro tlačené podélníky, dojdeme k závěru, že existuje ovlivnění podélníků v závislosti na jejich poloze (pravý/levý, resp. Sudý a lichý). Podélníky, nacházející se v geometrii pod sebou, vykazují podobnou anomálii. Vliv tedy dle názoru autora této práce může být způsoben zavedením zatížení nebo technologickou chybou v průběhu repase, která se projevuje nesouměrným chováním. Jak ukazuje kapitola 5.7, je i tak možno změřená napětí tlačných podélníků porovnat s poměrně dobrou shodou s programem BALC i BUP.

5.6.2 Vyhodnocení signálů potahových polí

Prvotní myšlenkou experimentu bylo taktéž porovnat napětí potahových prvků s výsledkem z programu BALC. Měření schopné určovat napjatost v potahovém poli po ztrátě stability by muselo být provedeno na mnoha místech potahu, aby se zamezilo vlivu deformací způsobených ztrátou stability na deformaci způsobenou napětím. Existuje postup separace zmíněného vlivu, ale jedná se z hlediska vyhodnocení o časově náročnou činnost, která by byla mimo charakter této práce.

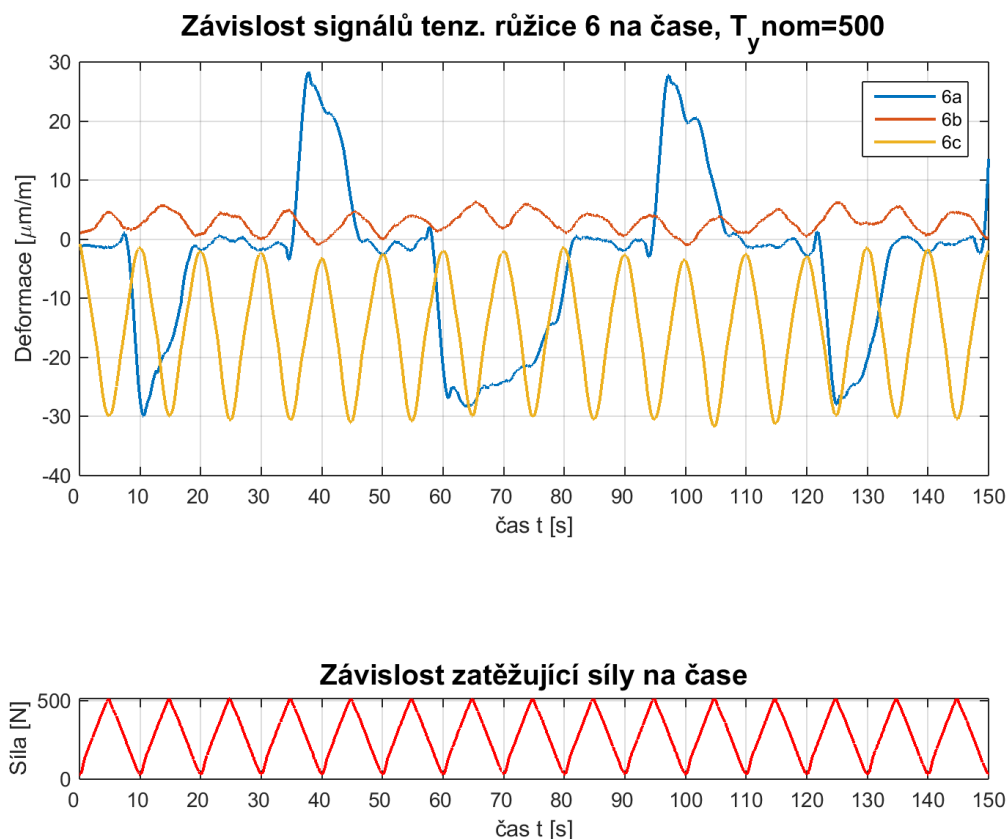
Data z tenzometrických růžic 5 a 6 tak budou využity zadavatelskou firmou EDAG pro další odladění programu BALC, zejména pro určení napětí pro ztrátu stability a jeho porovnání se známými vztahy. Tento jev lze z určit ze změřených signálů jako místo, při němž se u lineárního zatížení projevují nelineární průběhy napětí nebo vzniká skok či propad v napětí jak smykovém tak normálovém. Ilustrace tohoto je na Obr. 5-21.



Obr. 5-21: Průběh napětí v potahovém poli, $T_y=500\text{ N}$

V čase přibližně 1,2 s lze vidět první výraznou změnu obou průběhů zvýrazněnou červeným obdélníkem. Tento průběh signalizuje ztrátu stability potahového pole. Hodnotu 0,49 MPa lze porovnat se vztahy z kapitoly 2.5.1, z kterých pro danou geometrii vychází 0,34 MPa. Na první pohled je tato shoda pro výpočty technické mechaniky nedostatečná, je však nutno přihlédnout jak k podmínkám zkoušky: nedokonalá geometrie, nedokonale zavedené zatížení, tak k charakteru ztráty stability, který se vyznačuje svou náhodností a taktéž určité přibližnosti výpočtového vzorce.

O tom, že signály z potahových polí nelze jednoduše vyhodnotit svědčí i průběh měřeného signálu na Obr. 5-22. Signál 6a, kolmý na podélnou osu vzorku nevykazuje přímo chování závislé na zatížení. Je zde vidět, že se signál vykazuje určitou hysterezi. Záporných extrémů je sice dosaženo při odlehčení a do kladných hodnot signál začíná stoupat po dosažení maximální hodnoty zatížení. Neděje se tak ale vždy a fáze v záporných hodnotách mají na rozdíl od fází v kladných hodnotách různou délku trvání. Zatěžování 15 cykly, které se zdálo jako dostatečně dlouhé by tak pro detailnější zkoumání signálů mělo být delší.



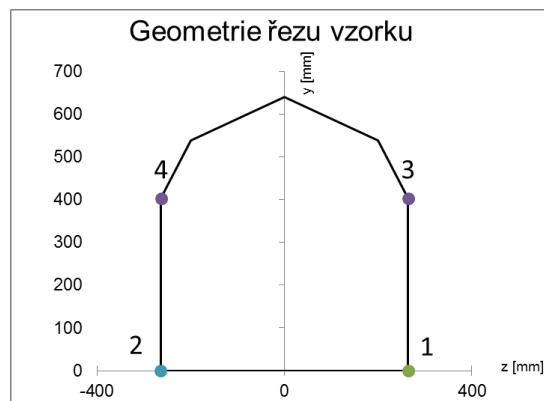
Obr. 5-22: Závislost signálů kanálu 6 a síly

5.7 Porovnání experimentálních dat a výsledků programu BALC

Vstupní geometrií do programu BALC je geometrie řezu vzorku, ve kterém jsou umístěny tenzometry 1 a 3 až 6. Geometrie tohoto řezu byla na vzorku změřena. Charakteristiky materiálů byly stanoveny na základě výkresové dokumentace.

point	z [mm]	y [mm]	Stringer ID	Sheet part	Sheet part thick. [mm]
1	264	0	1	1 - 2	0,5
2	264	404	3	2 - 3	0,5
3	200	540		3 - 4	0,5
4	0	640		4 - 5	0,5
5	-200	540		5 - 6	0,5
6	-264	404	4	6 - 7	0,5
7	-264	0	2	7 - 8	0,5
8	264	0			

Obr. 5-25: Specifikace geometrie



Obr. 5-23: Graf zadané geometrie s podélníky

Sheet	Sh E [MPa]	Sh Poisson Ratio [1]	a (frame distance) [mm]	point 2 shift [1]	r [mm]	sheet length b [mm]
1 - 2	69000	0,33	605	1	1000000	404
2 - 6	69000	0,33	610	1	267	748
6 - 7	69000	0,33	605	1	1000000	404
7 - 1	69000	0,33	583	1	1000000	528

Obr. 5-26: charakteristiky potahových polí

Point	Stringer ID	Stringer	type	w [mm]	h [mm]	t [mm]	(w1) [mm]	(h1) [mm]	E [MPa]	Critical stress [MPa]
1	1	L18x18x1,5	L	18	18	1,5			73000	52
2	3	L18x18x0,8	L-	18	18	0,8			73000	145
6	4	L18x18x0,8	L	18	18	0,8			73000	145
7	2	L18x18x1,5	L-	18	18	1,5			73000	52

Obr. 5-24: Charakteristiky podélníků

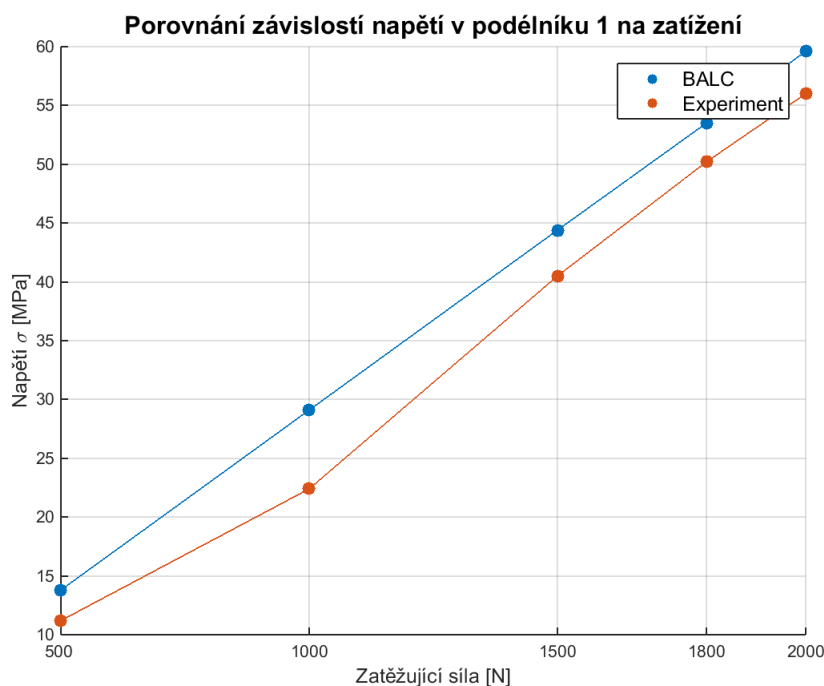
Zatížení posouvající silou odpovídá hodnotě zatěžující síly. Působící moment byl stanoven jako násobek zatěžující síly a jejího kolmého ramena k uvažovanému řezu na vzorku. Parametr spolupůsobící šířky potahu nabývá klasické hodnoty 15 tlouštěk, vzhledem k nedosažení ztráty stability potahu mezi nýty.

				Calculation parameters	
Normal force in x direction	N	[N]	0	Eff length coef.	
Transversal force in y direction	Ty	[N]	2 000	15	[1]
Transversal force in z direction	Tz	[N]	0	Buckling coefficient	
Moment around x axis (torque)	Mx	[N·mm]	1	0,24	[1]
Moment around y axis (bending)	My	[N·mm]	0	ε (COG change - END crit.)	
Moment around z axis (bending)	Mz	[N·mm]	4 150 000	0,5	[mm]

Tab. 5-2: Zatížení pro nom. hodnotu síly 2000

Koeficient ztráty stability potahových prvků je standartní, tedy dle Píšťka. Parametr ukončení výpočtu je dle Obr. 5-31 dostačující.

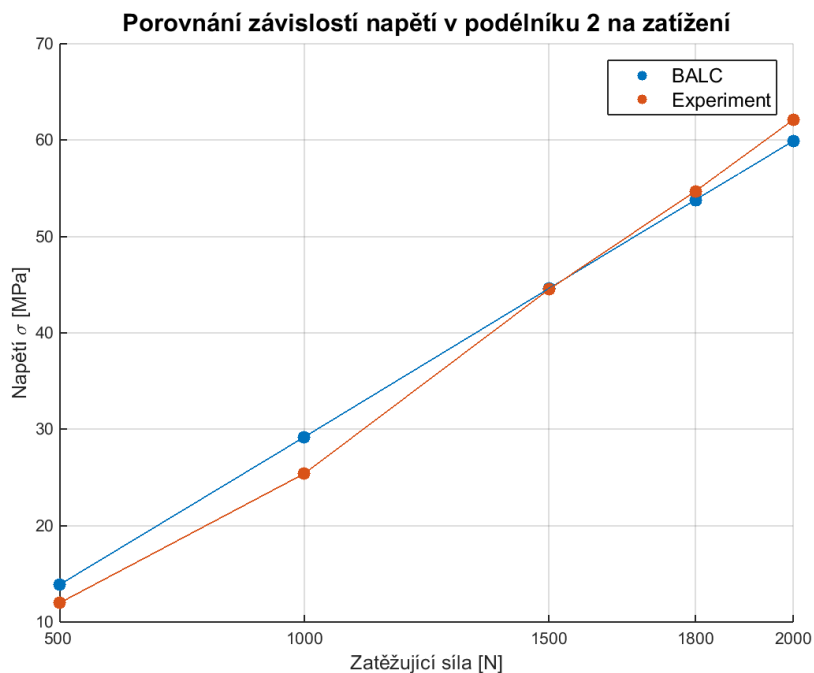
Následují porovnání, pro tlačené podélníky odděleně, dále pro oba horní společně. Porovnání všech dostupných prostředků pro stanovení napětí, tedy programů BALC, BUP a naměřených závislostí je provedeno na v Tab. 5-3 a Obr. 5-30.



Obr. 5-27 Porovnání závislosti napětí v podélníku 1 na zatížení

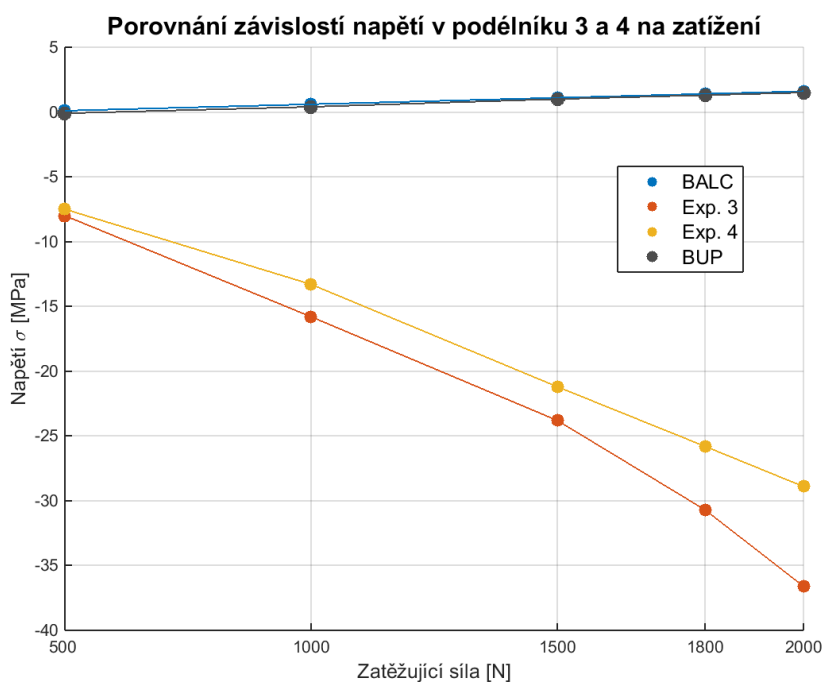
Porovnání podélníku 1, na rozdíl od podélníku 2, vykazuje určitou chybu, která se však výrazně nemění. Zda se jedná o systematickou chybu při vyhodnocení nebo chybu způsobenou již při měření, vlivem repasované geometrie není možno jednoduše určit.

Porovnání napětí v podélníku 2 již vykazuje dobrou shodu, pokud uvažíme jednoduchost výpočtového modelu, geometrii ovlivněnou repasí a taktéž zjednodušené určení zatížení.



Obr. 5-28: Porovnání závislosti napětí v podélníku 2 na zatížení

Překvapením je porovnání průběhu podélníků 3 a 4, tedy horních podélníků. Program BALC využívá metodu redukčních součinitelů, která způsobuje změnu polohy uvažovaného těžiště v závislosti na únosnosti potahových prvků. Tímto se program vyrovnává s prvky, které nesou různá zatížení a je díky tomu schopen postihnout napětí v tlačných podélnících.



Obr. 5-29: Porovnání závislosti napětí v podélnících 3 a 4 na zatížení

U konstrukce se tak imaginární těžiště v programu posunulo až nad těžiště horních podélníků, což způsobilo výsledné nízké tlakové napětí. Porovnání hodnot napětí mezi programy BALC a BUP ukazuje téměř dokonalou shodu. Data z měření podélníků nejsou výrazněji ovlivněna ztrátou stability potahových polí a ukazují očekávaný průběh, tedy tahové napětí.

Jak však ukazuje porovnání s běžně užívaným programem na uvedeném grafu i v kapitole 4.4.6, programovací chyba v programu BALC není. Jedná se tak zřejmě o chybu přístupu, který byl v případě programu BALC převzat z [1]. Tento postup tak při podobných konstrukcích, jako byla zkoušena, význam tažených podélníků podhodnocuje, aby byl schopen spolehlivě určit napětí v podélnících tlačných, které jsou pro únosnost trupu zásadní. Tento důležitý závěr je taktéž uveden ve vznikajícím manuálu k programu. To, že Bruhnův přístup tuto poznámku neobsahuje lze vysvětlit zaměřením na větší, tužší konstrukce než byl zkoušený vzorek.

I když se, jak bylo uvedeno v kapitole 5.4, nedosáhlo ztráty stability podélníku, stěžejní část, tedy určení tlakového napětí v podélnících dané konstrukce, byla díky experimentu ověřena. Ačkoliv by pro ztrátu stability podélníku bylo třeba zatížit konstrukci přibližně dvojnásobnou silou, je možné uvedené výsledky považovat za schopné verifikace. Na Obr. 5-30 je vidět téměř lineární průběh závislosti napětí. Vzhledem k tomu, že potahová pole v konstrukci již ztratila stabilitu, měly by v souladu s teorií pružnosti lineárními zůstat. V návaznosti na Obr. 4-18 je vlastně celý průběh v lineární oblasti za změnou směrnice, způsobenou borcením potahových prvků.

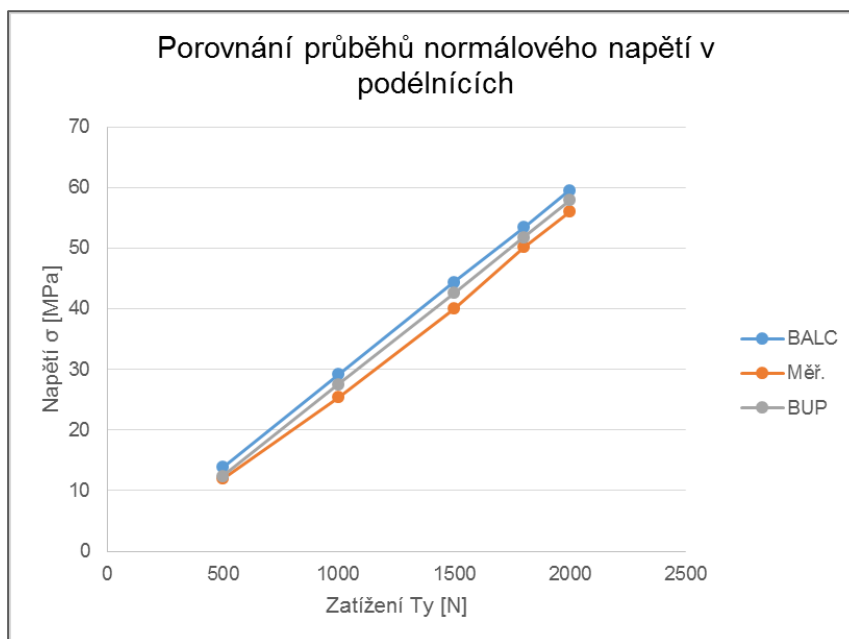
Následující tabulka shrnuje pro porovnání hodnoty jednotlivých napětí tlačných podélníků. Porovnává se vždy ten podélník, který vykazuje menší úhel natočení hlavních napětí vůči směru podélné osy podélníku.

Ty	Mz	Uvaž. Podélník	Úhel hl. os	Napětí [MPa]			Odchylka BALC- měř
			α [°]	BALC	Měř.	BUP	%
500	1042500	2	0,2	13,9	12,0	12,4	13,67
1000	2085000	2	0,3	29,2	25,4	27,6	13,01
1500	3112500	1	1,7	44,4	40,0	42,6	9,91
1800	3735000	1	0,4	53,5	50,2	51,8	6,17
2000	4150000	1	1,1	59,6	56,0	57,9	6,04

Tab. 5-3: Porovnání výsledků napětí podélníků

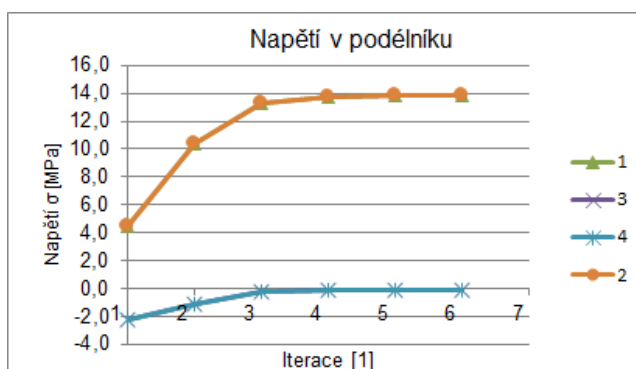
Porovnání programu BALC s BUP i měřenými daty v Tab. 5-3 vykazuje poměrně dobrou shodu, uvážíme-li mnohá zjednodušení programu a vliv repase na strukturu vzorku.

Z porovnání i grafu na Obr. 5-31 je vidět, že hodnoty napětí z programu BALC jsou vyšší než ostatní hodnoty. Tento fakt si lze vysvětlit tím, že postup výpočtu, který používá program BALC i konstitutivní vztahy v něm užívané jsou poměrně konzervativní, jelikož se jedná o program určený pro fázi prvotního návrhu, nikoliv finální optimalizaci, lze tuto vlastnost akceptovat. V opačném případě je možno měnit parametry výpočtu. To je však starostí uživatele programu. Shoda experimentu s BUP je lepší než s programem BALC. Běžně užívaný program však má poměrně dlouhou historii. Za tuto dobu prošel jistě určitou optimalizací, o čemž lepší výsledky svědčí. Program BALC má tuto cestu před sebou.



Obr. 5-30: Porovnání průběhů normálového napětí v podélnících

Na Obr. 5-31 lze vidět, jakým způsobem se mění napětí v horních a spodních podélnících při výpočtu v hladině zatížení 500 N. Je také vidět, že v 6. iteraci již program dospěl do stabilního stavu rovnováhy, výpočet je tedy ukončen. Je opět možné si všimnout rozdílnosti řešení při započítání veškerých ploch, tedy i potahů – napětí v 1. iteraci a výsledného řešení.



Obr. 5-31: Napětí v podélnících v průběhu výpočtu

6 ZÁVĚR

V rámci diplomové práce byla vytvořena rešerše doporučené literatury pro pevnostní výpočty. Byla shrnuta teorie vztahující se k výpočtům únosnosti tenkostěnných konstrukcí. Podařilo se vytvořit program, do kterého byla implementována zmíněná teorie tak, aby umožnil výpočet statické únosnosti obecného průřezu s určitými vyztužujícími prvky. Program je schopen zohlednit ztrátu stability potahových polí a to jak v normálovém tak smykovém módu při výpočtu únosnosti vyztuženého průřezu. K tomu je užita iterační metoda redukčních součinitelů. Program je schopen počítat se všemi složkami zatížení a uvažuje i rozdílné vlastnosti materiálů v průřezu. Jako programovací jazyk byl využit Visual Basic for Applications s uživatelským prostředím v MS Excel. Výsledky výpočtů byly porovnány s běžně užívaným programem v českém leteckém průmyslu, s odchylkou v řádu jednotek procent.

Významná část diplomové práce byla věnována experimentální verifikaci výpočtu napětí. Pro tento účel byl vyhledán zkušební vzorek, kterým byla zadní část trupu letounu Skyleader 100, zorganizována jeho repase a provedena pevnostní zkouška s tenzometrickým měřením napětí. Změřená napětí na tlakově namáhaných podélnících vykazují poměrně dobrou shodu s výsledky z vyvinutého programu. V rámci experimentu byla taktéž zjištěna určitá omezení naprogramované metodiky, která byla doplněna do vznikajícího manuálu pro budoucí uživatele programu. Závěrem experimentu je taktéž značný vliv opravných prací na únosnost konstrukcí podobných zkoušené. Ačkoliv se tato diplomová práce řídila zadáním, které bylo dle názoru jejího autora splněno, program se nachází na samotném počátku a mnohá témata, zmíněna v následující kapitole, bohužel nebylo možno z časových důvodů dořešit.

6.1 Možnosti dalšího vývoje

V první fázi je nutno program BALC přizpůsobit uživatelům, což lze učinit až na základě užívání. Ačkoliv bylo programu věnováno maximální úsilí, bude třeba jej nechat prověřit časem, doladit zejména jeho uživatelské prostředí a manuál. Možností vývoje programu je mnoho, například rozšířit knihovnu typů podélníků a zautomatizovat výpočet jejich kritického napětí. Další modifikací může být uvažování konstrukce s proměnným průřezem. K optimalizaci vztahů pro ztrátu stabilitu potahových prvků bude třeba vyhodnotit jejich data z pevnostní zkoušky. Nadstavbou programu, umožňující výpočet např. konstrukcí křídel je rozšíření pro vícedutinové konstrukce.

POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] E.F. BRUHN .. [ET AL.]. *Analysis and design of flight vehicle structures*. Philadelphie: G.W. Jacobs, 1973. ISBN 9780961523404.
- [2] MICHAEL C.Y. NIU. *Airframe stress analysis and sizing*. 3rd ed. Hong Kong: Conmilit Press, 2011. ISBN 9789627128120.
- [3] FLABEL, Jean-Claude. *Practical stress analysis for design engineers: design and analysis of aerospace vehicle structures*. 1st ed. Hayden Lake, Idaho: Lake City Pub. Co., 1997, xvi, 685 p. ISBN 0964701405.
- [4] PÍŠTĚK, Antonín. *Pevnost a životnost letadel*. 1. vyd. Brno: Vysoké učení technické, 1988, 266 s.
- [5] ŠPUNDA, Jaromír. *Stavební mechanika a pevnost letounu*. Brno: Vojenská akademie Antonína Zápotockého, 1971, 197 s. Učební texty vysokých škol (Vojenská akademie Antonína Zápotockého).
- [6] MICHALEC, Jiří. *Pružnost a pevnost I*. 3. vyd. V Praze: České vysoké učení technické, 2009. ISBN 978-80-01-04224-3.
- [7] ŘEZNÍČEK, Jan. *Pevnost letadel a motorů* [online]. Praha: České vysoké učení technické-Fakulta strojní 2015 [cit. 2016-07-11]. Dostupné z: http://pruznost.unas.cz/PLM_15_16_600.pdf
- [8] VALENTA, František. *Pružnost a pevnost III*. Vyd. 2. přeprac. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2002. ISBN 80-01-02480-6.


SEZNAM UVEDENÝCH OBRÁZKŮ

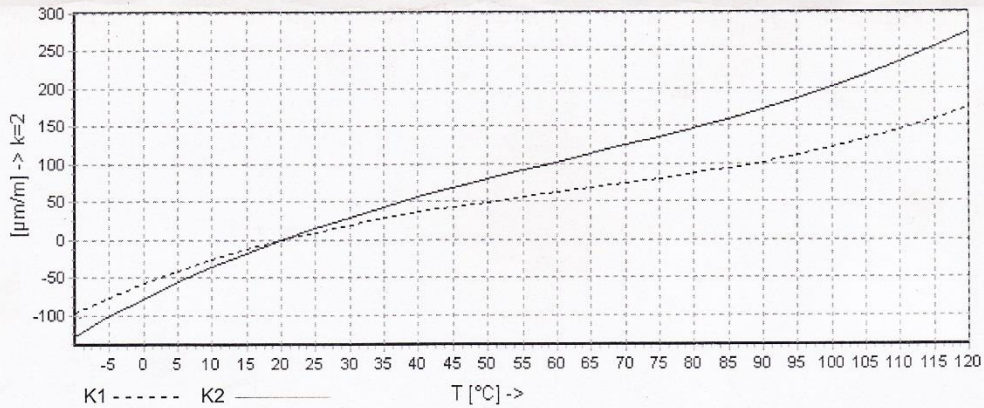
Obr. 1-1 Konstrukce trupu, převzato z Anast, P. Z. Patent Light weight and high strength fuselage US 6,648,273 B2, Nov 18, 2003.....	11
Obr. 2-1: Rovnováha vnitřních a vnějších sil.....	12
Obr. 2-2: Kladné směry zatížení.....	13
Obr. 2-3: Zatížení profilu ohybovým momentem.....	14
Obr. 2-4: Krut nekruhového tenkostěnného průřezu.....	15
Obr. 2-6: Ukázka potahového plechu trupu B-52 po ztrátě stability, převzato z http://shellbuckling.com/	17
Obr. 2-6: Ztráta stability podélníku, převzato z http://www.aeronauticausa.com/	17
Obr. 2-7: Diagram k určení koeficientu k_c , převzato z [1]	18
Obr. 2-8: Diagram pro určení K_c , převzato z [1]	19
Obr. 2-9: Diagramy pro určení K_s	20
Obr. 2-10: Závislost řešení kritického napětí na štíhlostním poměru, převzato z [1]	23
Obr. 2-11 Projev lokální ztráty stability, převzato z [2]	24
Obr. 2-12: L-sekce.....	24
Obr. 3-1: Vývojový diagram zjištění únosnosti.....	26
Obr. 3-2: Souřadný systém letounu, převzato z http://www.slavetind.cz/	27
Obr. 3-3: Zatížení ohybovými momenty a hlavní osy průřezu.....	29
Obr. 3-4: Geometrie dutiny s myšleným řezem.....	31
Obr. 3-5: Postup metody Ekvivalentního modulu	33
Obr. 4-1: Diskretizace geometrie, vlevo nediskretizovaná část průřezu se zadanými body střednic, vpravo její aproximace s úhly natočení podélníků.	35
Obr. 4-2: Rádus potahového prvku	35
Obr. 4-3: Databáze geometrií (přepážek).....	38
Obr. 4-4: Značení rozměrů průřezu podélníků.....	39
Obr. 4-5: Geometrie průřezu s místy a označením podélníků.....	39
Obr. 4-6: List UI - přiřazení polohy podélníků a tloušťky potahových prvků	39
Obr. 4-7: Specifikace podélníků	39
Obr. 4-8: List UI - specifikace potahových polí.....	40
Obr. 4-9: List Loading - specifikace zatížení a podmínek výpočtu	40
Obr. 4-10: Vývojový diagram výpočtu.....	41
Obr. 4-11: Uvažovaná geometrie.....	42
Obr. 4-12: Průběh normálového napětí po průřezu.....	43
Obr. 4-13: Průběh smykového napětí v průřezu	44

Obr. 4-14: Napětí průběhu řešení	44
Obr. 4-15: Závislost max. napětí na M_z	45
Obr. 4-16: Porovnání normálových napětí.....	46
Obr. 4-17: Porovnání smykového napětí	47
Obr. 4-18: Porovnání závislosti max. norm. napětí na M_z	47
Obr. 5-1: Prvotní návrh zkušební vzorku	48
Obr. 5-2: Skyleader 100, převzato z http://www.skyleader.aero/	49
Obr. 5-3: Výkres zkušební vzorku.....	50
Obr. 5-5: Geometrie po trvalé deformaci	50
Obr. 5-5: Detail spojení podélníků a přepážky 2.....	50
Obr. 5-6: Repase zkušební vzorku	51
Obr. 5-7: Schéma umístění tenzometrů.....	52
Obr. 5-8: Postup instalace tenzometru	52
Obr. 5-9: Upevnění zkušební vzorku	53
Obr. 5-10: Zavedení zatížení	53
Obr. 5-11: Zatěžovací diagram	54
Obr. 5-12: Potahové plechy po ztrátě stability	54
Obr. 5-13: Fotografie zborcené struktury.....	55
Obr. 5-14: Příklad označení kanálů na vzorku.....	56
Obr. 5-15: Průběhy napětí a zatížení, $T_y=500$ N.....	58
Obr. 5-16: Průběhy napětí a zatížení, $T_y=1000$ N	59
Obr. 5-17: Průběhy napětí a zatížení, $T_y=1500$ N	59
Obr. 5-18: Průběhy napětí a zatížení, $T_y=2000$ N	60
Obr. 5-19: Průběhy napětí a zatížení, $T_y=1800$ N	60
Obr. 5-20: Průběh natočení os hlavních napětí.....	61
Obr. 5-21: Průběh napětí v potahovém poli, $T_y=500$ N	62
Obr. 5-22: Závislost signálů kanálu 6 a síly.....	63
Obr. 5-23: Graf zadané geometrie s podélníky	64
Obr. 5-24: Charakteristiky podélníků.....	64
Obr. 5-25: Specifikace geometrie	64
Obr. 5-26: charakteristiky potahových polí.....	64
Obr. 5-27 Porovnání závislosti napětí v podélníku 1 na zatížení	65
Obr. 5-28: Porovnání závislosti napětí v podélníku 2 na zatížení	66
Obr. 5-29: Porovnání závislosti napětí v podélnících 3 a 4 na zatížení	66
Obr. 5-30: Porovnání průběhů normálového napětí v podélnících	68
Obr. 5-31: Napětí v podélnících v průběhu výpočtu.....	68

PŘÍLOHA 1.

Specifikační list tenzometrů 1,2,5,6

	Dehnungsmeßstreifen Strain Gauges Jauges d'extensométrie	Bestellnummer Order No. No. de référence	1-RY93-6/120 <i>Tilkavan</i>
		Typ Type Type	6/120RY93
Widerstand Resistance Résistance	120 Ω ± 0.5 %	Stückzahl Contents Quantité	5 1
k-Faktor Gauge factor Facteur k	Gitter A: 2.08 ± 1 % Gitter B: 2.11 ± 1 % Gitter C: 2.12 ± 1 %	Temperaturkoeffizient des k-Faktors Temperature coefficient of gauge factor Coefficient de température du facteur k	126 ± 10 [10 ⁻⁶ / °C] (-10...+45°C)
Querempfindlichkeit Transverse Sensitivity Sensibilité transverse	Gitter A: +0.9 % Gitter B: -1.0 % Gitter C: -1.0 %	Folienlos Lot Lot de la feuille	A364/02
Temperaturkompensation: Angepaßt für Temperature Compensation: Compensated for Compensation de température: Compensation pour	Aluminium mit Aluminium with Aluminium avec	Herstellungslos Batch Lot de fabrication	812031969
		α = 23 [10 ⁻⁶ / °C]	



$$\epsilon_s(T) = -57.8 + 3.51 \cdot T - 3.75 \cdot 10^{-2} \cdot T^2 + 2.03 \cdot 10^{-4} \cdot T^3 + 0.0333 \cdot L \cdot (T-20) \mu\text{m/m} \pm 0.3 (\mu\text{m/m}) \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Alle technischen Daten nach OIML IR 62, bei Beachtung der abweichenden Toleranzangaben auch nach VDI/VDE 2635. Geben Sie bei Rückfragen bitte DMS-Typ und Herstellungs-Los an.

All technical data in accordance with OIML IR 62, also compliant with VDI/VDE 2635 if deviating tolerances are observed. In case of further inquiries please indicate gauge type and batch number.

Toutes caractéristiques techniques selon OIML IR 62 et VDI/VDE 2635 pour les indications différentes de tolérance. Pour toutes questions, indiquer le type de la jauge ainsi que le lot de fabrication.

Comportement en température des jauges d'extensométrie appliquées sur des matériaux dont les coefficients de dilatation thermique α sont indiqués au verso. Mesuré au d'une variation continue de la température.

Curve 1: Jauges sans fils de sortie

Curve 2: Jauges avec fils de sortie (longueur unitaire du fil de 30 mm). Lorsque les fils sont plus courts, le comportement en température se trouvera entre les deux courbes 1 et 2. Le dernier terme de l'équation détermine avec exactitude l'influence des fils de sortie.
T = température en °C L = longueur unitaire des fils en mm

Temperaturgang der Dehnungsmeßstreifen bei Applikationen mit untaetig angegebenen Wärmeausdehnungskoeffizienten α. Gemessen bei kontinuierlicher Temperaturänderung.

Kennlinie 1: DMS ohne Anschlußbändchen

Kennlinie 2: DMS mit Anschlußbändchen (30mm einfache Bändchenlänge). Bei gekürzten Bändchen liegt der Temperaturgang zwischen Kennlinie 1 und 2. Die numerische Darstellung erlaubt, den Temperaturgang für jede Bändchenlänge exakt zu errechnen.
T = Temperatur in °C L = einfache Bändchenlänge in mm


The Thermal output refers to strain gauges when bonded to materials with coefficient of thermal expansion α given overleaf. Values are measured at a continuous temperature progression.

Curve 1: Gauges without connecting leads

Curve2: Gauges with connecting leads (simple lead length of 30mm). If the leads are shorter, then the thermal output lies between curve 1 and 2. The numeric approximation allows the calculation of the thermal output for any lead length.
T = temperature in °C L = simple lead length in mm

PŘÍLOHA 2.

Specifikační list tenzometrů 3,4



**Dehnungsmeßstreifen
Strain Gauges
Jauges d'extensométrie**

Typ
US-Type **6/120LY43**

Stückzahl
Quantity
Quantité **1000** mit with ohne without Applikationshilfe
Application aid
Support d'aide à l'application

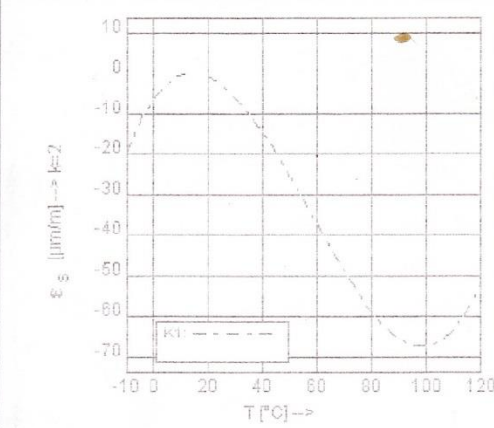
Widerstand Resistance Résistance	120 [Ω]	+ 0.30	[%]	Temperaturkoeffizient des k-Faktors Temperature coefficient of gauge factor	126 ± 10	[10 ⁻⁶ /°C]
		- 0.30	[%]			
k-Faktor Gauge factor Facteur k	2,10	± 1	[%]	Coefficient de température du facteur k	(-10 ... +45 °C)	
Querempfindlichkeit Transverse Sensitivity Sensibilité transverse			-0.2 [%]	Artikel Nr. Part No. No. de Réf.	1-LY43-6/120	
			[%]	Folienlos Lot Lot de la feuille	A249/05/03	
				Herstellungslos Batch Lot de fabrication	812000336/00	

Temperaturkompensation: Angepaßt für
Temperature Compensation: Compensated for
Compensation de température: Compensation pour

α = 23 [10⁻⁶/°C]

Stahl
Steel
Acier
 Alumi-
nium
 Sonstige
Other
Autre

Alle technischen Daten nach OIML IR 62, bei Beachtung der abweichenden Toleranzangaben auch nach VDI/VDE 2635. Geben Sie bei Rückfragen bitte DMS-Typ und Herstellungs-Los an.
All technical data in accordance with OIML IR 62, also compliant with VDI/VDE 2635 if deviating tolerances are observed. In case of further inquiries please indicate gauge type and batch number.
Toutes caractéristiques techniques selon OIML IR 62 et VDI/VDE 2635 pour les indications différentes de tolérance. Pour toutes questions, indiquer le type de la jauge ainsi que le lot de fabrication.



$\epsilon_s(T) = -6.4 + 0.95 T - 3.79 \cdot 10^{-2} T^2 + 2.23 \cdot 10^{-4} T^3 \pm 0.3 (\mu\text{m/m}) \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$

Temperaturgang der Dehnungsmeßstreifen bei Applikation auf Werkstoffen mit umseitig angebenem Wärmeausdehnungskoeffizienten α. Gemessen bei kontinuierlicher Temperaturänderung.
Kennlinie 1: DMS ohne Anschlußbändchen
Kennlinie 2: DMS mit Anschlußbändchen (30 mm einfache Bändchenlänge). Bei gekürzten Bändchen liegt der Temperaturgang zwischen Kennlinie 1 und 2. Die numerische Darstellung erlaubt, den Temperaturgang für jede Bändchenlänge exakt zu errechnen.
T = Temperatur in °C L = einfache Bändchenlänge in mm

The **Thermal output** refers to strain gauges when bonded to materials with the coefficient of thermal expansion α given overleaf. Values are measured at a continuous temperature progression.
Curve 1: Gauges without connecting leads
Curve 2: Gauges with connecting leads (simple lead length of 30 mm). If the leads are shorter, then the thermal output lies between curve 1 and 2. The numeric approximation allows the calculation of the thermal output for any lead length.
T = temperature in °C L = simple lead length in mm

Comportement en température des jauges d'extensométrie appliquées sur des matériaux dont les coefficients de dilatation thermique α sont indiqués au verso. Mesuré au cours d'une variation continue de la température.
Courbe 1: Jauges sans fils de sortie
Courbe 2: Jauges avec fils de sortie (longueur unitaire du fil de 30 mm). Lorsque les fils sont plus courts, le comportement en température se trouvera entre les deux courbes 1 et 2. Le dernier terme de l'équation détermine avec exactitude l'influence des fils de sortie.
T = température en °C L = longueur unitaire des fils en mm

HOTTINGER BALDWIN MESSTECHNIK
HBM WÄGETECHNIK GMBH
Im Tiefen See 45, D-64293 Darmstadt
Tel.: +49-1805-223249; Telefax: +49/6151/803586
<http://www.hbmwt.com>

wt 12.97 - 30.0 wd