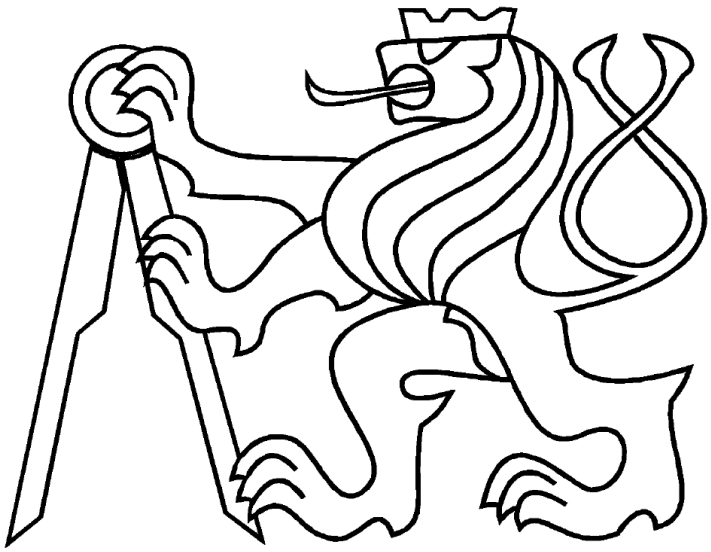
ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ

Fakulta Strojní



Diplomová práce

Návrh kompozitní kliky bicyklu

Praha, 2016 Autor: Stanislav Kubů

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Kubů** Jméno: **Stanislav** Osobní číslo: **397263**

Fakulta/ústav: **Fakulta strojní**

Zadávající katedra/ústav: **Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky**

Studijní program: **Strojní inženýrství**

Studijní obor: **Aplikovaná mechanika**

II. ÚDAJE K DIPLOMOVÉ PRÁCI

Název diplomové práce:

Návrh kompozitní kliky bicyklu

Název diplomové práce anglicky:

Design of composite bicycle crank

Pokyny pro vypracování:

1. Proveďte rešerši využití kompozitů se zaměřením na stavbu bicyklů, zejména na pohon kliky, části převodníku.
2. Navrhněte/realizujte experimentální (tenzometrická) měření za účelem určení namáhání těchto dílů.
3. Proveďte výpočty a konstrukční a technologický návrh možných variant výroby a materiálového složení kompozitové kliky převodníku.
4. Diskutujte vlivy technologických, materiálových a provozních parametrů a optimalizujte strukturu pro finální návrh s využitím analytických i MKP postupů.
5. Proveďte zhodnocení dosažených výsledků. Rozsah průvodní zprávy 50 stran + přílohy

Seznam doporučené literatury:

[1] Laš, V.: Mechanika kompozitních materiálů, skripta ZČU Plzeň, Plzeň
[2] Kollár, L. P., Springer, G.S.: Mechanics of Composite Structures, Cambridge University Press, Cambridge, 2003
[3] Barbero, E. J.: Introduction to Composite Material Design Second Edition, CRC Press, Boca Raton, 2011. Gay, D., Hoa,S.V., Tsai, S.W.: Composite materials. CRC PRess 2003.
[4] Mikšátko, P.: Kompozitový rám jízdního kola. Diplová práce FS ČVUT 2010.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) diplomové práce:

prof. Ing. Milan Růžička, CSc.

Jméno a pracoviště konzultanta(ky) diplomové práce:

Datum zadání diplomové práce: **12.04.2016** Termín odevzdání diplomové práce: **12.08.2016**

Platnost zadání diplomové práce: _____

Podpis vedoucí(ho) práce	Podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry	Podpis děkana(ky)

Neodevzdá-li student bakalářskou nebo diplomovou práci v určeném termínu, tuto skutečnost předem písemně zdůvodnil a omluva byla děkanem uznána, stanoví děkan studentovi náhradní termín odevzdání bakalářské nebo diplomové práce. Pokud se však student řádně neomluvil nebo omluva nebyla děkanem uznána, může si student zapsat bakalářskou nebo diplomovou práci podruhé

Diplomant bere na vědomí, že je povinen vypracovat diplomovou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v diplomové práci.

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

22. 6. 2016	
Datum převzetí zadání	Podpis studenta(ky)

© ČVUT v Praze, Design: ČVUT v Praze, VIC

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci vypracoval samostatně a využil jsem pouze podklady (literaturu, projekty ap.) uvedené v přiloženém seznamu.

V Praze dne ..... Podpis: .....

Poděkování

Rád bych tímto vyjádřil své poděkování všem lidem, kteří se na vzniku mé diplomové práce podíleli, v první řadě vedoucímu diplomové práce, Prof. Ing. Milanu Růžičkovi, CSc. za čas, ochotu, trpělivost a řadu rad, které mi poskytl a tak díky němu mohla tato práce vzniknout.

Anotační list

Jméno a příjmení autora:	Stanislav Kubů
Název diplomové práce:	Návrh kompozitní kliky bicyklu
Anglický název:	Design of composite bicycle crank
Akademický rok:	2015/2016
Ústav/ odbor:	Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky / odbor pružnosti a pevnosti
Vedoucí diplomové práce:	Prof. Ing. Milan Růžička, CSc.
Bibliografické údaje:	Počet stran: 85 Počet obrázků: 56 Počet tabulek: 25 Počet příloh: 5
Klíčová slova:	bicykl, klika, kompozit, analýza, MKP, optimalizace, návrh
Keywords:	bicycle, crank, composite, analysis, FEM, optimization, design

Abstrakt:

Tato diplomová práce ve své první části obsahuje rešerši, která rozebírá současnou situaci na poli kompozitových klik a je v ní popsána obecná problematika kompozitů. Následuje napěťová analýza různých průřezů klik a popis experimentálního měření pro zjištění provozního zatížení. Dále je rozebráno odvození analytického matematického modelu třívrstvého kompozitu, jenž je poté použit pro optimalizaci tvaru a skladby. Pro srovnání byla provedena také optimalizace pomocí metody konečných prvků. Z vypočtených výsledků vychází návrh kompozitové kliky, jenž je uveden v závěru práce.

Abstract:

This diploma thesis contains in its first part a background research, which analyses present situation in the field of composite bicycle cranks and there is described general issue of composites. It is followed by stress analysis of cranks with different cross sections and by description of experimental measurement of loading the crank. Furthermore, there is analyzed a derivation of a mathematical model for a composite, which is made by three plies, and it is used for an optimization of shape and structure. For comparision there was made also an optimization by using finite element method. Design of composite crank is based on optimization results and it is written in the end of this work.

Seznam použitého značení

R_m	*mez pevnosti*	$[MPa]$
ρ	*hustota*	$[kg \cdot m^{-3}]$
E	*Youngův modul pružnosti*	$[GPa]$
V_f	*objemový zlomek*	[%]
σ_a	*amplituda napětí*	[MPa]
F	*výslednice působící síly*	[N]
F_N	*normálová složka výslednice*	[N]
F_T	*tečná složka výslednice*	[N]
$F_{L,T,LT}$	*pevnost kompozitu v podélném a příčném směru vláken a smyková pevnost*	[MPa]
$\sigma_{L,T,LT}$	*napětí v podélném a příčném směru vláken kompozitu a smykové napětí*	[MPa]
$\varepsilon_{L,T,LT}$	*poměrné deformace*	[-]
S	*statický moment plochy k ose* ***z***	[mm^3]
β	*smykový koeficient*	[-]
E_x	*tahový modul pružnosti ve směru osy* ***x***	[GPa]
G_{xy}	*smykový modul pružnosti*	[GPa]
ϑ	*zkrut*	[rad/mm]
ν_f	*Poissonovo číslo vláken*	[-]
ν_m	*Poissonovo číslo matrice*	[-]
f_{12}^*	*vazební koeficient pevnostního kritéria Tsai - Wu*	[-]
τ_{xy}	*smykové napětí v rovině* ***xy***	[MPa]
σ_x	*napětí ve směru osy* ***x***	[MPa]
$J_{y,z}$	*kvadratické momenty k osám* ***y*** *a* ***z***	$[mm^4]$
J_k	*modul tuhosti v krutu*	$[mm^4]$
α_{F_T}	*úhel mezi složkami sil F_T a F_N při horní amplitudě síly F_T*	[°]
K_{DYN}	*dynamický součinitel*	[-]
$\theta_{1,2,3}$	*úhly odklonu směru vlákna od podélné osy pro vrstvy 1, 2 a 3*	[°]
$t_{1,2,3}$	*tloušťky vrstev laminátu*	$[mm]$
CF	*cílová funkce pro optimalizaci*	[-]
$\delta_{1\div5}$	*váhové koeficienty v optimalizační funkci*	[-]
A	*velikost plochy průřezu*	$[mm^2]$

Obsah

1 Úvod 12

2 Teorie kompozitů 14

2. 1 Složení kompozitních materiálů 14

2. 1. 1. Druhy výztuže 15

2. 1. 2. Druhy matricí 17

2. 1. 2. 1. Termosety 17

2. 1. 2. Termoplasty 18

2. 1. 3. Výrobní technologie kompozitních struktur 18

3 Kompozitové kliky a jejich vlastnosti 20

4 Rozbor normy ISO 4210 - 8 24

5 Analýza namáhání kliky 26

5. 1 Pevnostní kriterium pro kompozity 26

5. 2 Transformace napětí a deformace 27

5. 3 Napjatost kruhového průřezu 28

5. 4 Napjatost eliptického průřezu 30

5. 5 Napjatost obdélníkového průřezu 33

5. 6 Napjatost I - profilu 36

5. 7 Srovnání jednotlivých průřezů 38

6 Experimentální měření 40

6. 1 Měření výkonových hladin 42

6. 2. 1 Měření speciálních případů zatěžování - sprint a rozjezd 48

6. 2. 2 Měření speciálních případů zatěžování - sjezd po schodech 49

6. 3 Vyhodnocení experimentu 49

7 Analytická optimalizace tvaru a skladby kliky 51

7.1 Stanovení jednotlivých deformací 52

7.2 Odvození napjatosti v jednotlivých vrstvách od různých typů zatížení 55

7. 3 Materiály: 58

7. 4 Popis optimalizačního algoritmu 61

7. 5 Výsledky 62

8 MKP optimalizace 65

8. 1 Vytvoření modelu 65

8. 2 Propojení MATLAB - Abaqus 68

8. 3 Optimalizační smyčka 69
8. 4 Výsledky 71
9 Konstrukční návrh 74
9. 1 Technologie výroby 76
10 Závěrečné zhodnocení 81
11 Zdroje 82
12 Přílohy 85

Seznam obrázků

Obrázek č. 1: Porovnání různých kompozitních materiálů s kovy z hlediska jejich tuhosti a pevnosti 12
Obrázek č. 2: Rozdělení kompozitů z hlediska druhu vláken a skladby 14
Obrázek č. 3: Celková hmotnost jednotlivých klik 22
Obrázek č. 4: Průměrný průhyb jednotlivých klik 22
Obrázek č. 5: Poměr *TUHOST / HMOTNOST* jednotlivých klik 23
Obrázek č. 6: Klika ***THM Clavicula classic*** 23
Obrázek č. 7: Schéma dynamické zkoušky únavové životnosti podle ISO 4210 - 8 24
Obrázek č. 8: Únavové křivky kompozitních materiálů 25
Obrázek č. 9: Zjednodušené schéma zatížení kliky 26
Obrázek č. 10: Znázornění různých souřadnicových systému v jednosměrovém laminátu 28
Obrázek č. 11: Zobrazení průběhu ohybových napětí v kruhovém průřezu 29
Obrázek č. 12: Vykreslení kritických míst v eliptickém průřezu 32
Obrázek č. 13: Zobrazení kritických míst v obdélníkovém průřezu 34
Obrázek č. 14: Vykreslení kritických míst v klice o průřezu I - profilu 36
Obrázek č. 15: Jízdní trenažér pro měření zatížení kliky 40
Obrázek č. 16: Detailní záběr na nalepené tenzometry 41
Obrázek č. 17: Rozmístění nalepených tenzometrů po průřezu na ose pedálu 41
Obrázek č. 18: Zobrazení umístění tenzometrů na ose pedálu 41
Obrázek č. 19: Průběhy sil $\boldsymbol{FT}$, $\boldsymbol{FN}$ a $\boldsymbol{F}$ při výkonu 500 W 42
Obrázek č. 20: Vykreslení úhlu β 44
Obrázek č. 21: Detailní vykreslení průběhu sil FT, FN a F 45
Obrázek č. 22: Průběh tečné a normálové složky síly ***F*** v závislosti na úhlu β 46

Obrázek č. 23: Průměrné hodnoty horních amplitud tečné složky síly ***F*** 46
Obrázek č. 24: Průměrné hodnoty horních amplitud normálové složky síly ***F*** 47
Obrázek č. 25: Průměrné hodnoty horních amplitud výslednice ***F*** 47
Obrázek č. 26: Záznam sil při *sjezdu po schodech* 49
Obrázek č. 27: Znázornění oblastí s různými statickými momenty 57
Obrázek č. 28: Genetický algoritmus 61
Obrázek č. 29: Dohledávací lokální algoritmus *Fminsearch* 62
Obrázek č. 30: Vizualizace výsledků analytické optimalizace 64
Obrázek č. 31: Model - Part 65
Obrázek č. 32: Tvorba součásti 65
Obrázek č. 33: Trajektorie podélné osy kliky 66
Obrázek č. 34: Zadávání materiálových vlastností 66
Obrázek č. 35: Composite lay - up manager 67
Obrázek č. 36: Zadání okrajové podmínky 67
Obrázek č. 37: Zadání zatížení osamělými silami a momenty pro první step 68
Obrázek č. 38: Optimalizační smyčka 70
Obrázek č. 39: Optimalizační smyčka s paralelní kontrolou výpočtového času 71
Obrázek č. 40: Simulované žíhání 71
Obrázek č. 41: Dohledávání lokálního minima 72
Obrázek č. 42: Vykreslení vypočtené kliky a její skladby 73
Obrázek č. 43: Vizualizace levé kliky 74
Obrázek č. 44: Vizualizace pravé kliky 74
Obrázek č. 45: FIRST - Standard BB30 75
Obrázek č. 46: Řez axiálního zajištění kliky 75
Obrázek č. 47: Jádro levé kliky 76
Obrázek č. 48: Protažení vlákna mezi vložkou a podélnou částí 77
Obrázek č. 49: Ovinutí vrstvou o orientaci vláken $\theta \cong 0°$ 77
Obrázek č. 50: Ovinutí vrstvou o orientaci vláken $\theta \cong \pm 45°$ 77
Obrázek č. 51: Trajektorie navíjení převodníku 78
Obrázek č. 52: Model pro ovíjení převodníku 78
Obrázek č. 53: Praktická ukázka navinutí převodníku 79
Obrázek č. 54: Model pro ovíjení pravé kliky 79
Obrázek č. 55: Ovinutí pravé kliky - 1 80
Obrázek č. 56: Ovinutí pravé kliky - 2 80

Seznam tabulek

Tabulka č. 1: Srovnání vlastností různých typů vláken 16

Tabulka č. 2: Srovnání vlastností termosetových matricí 17

Tabulka č. 3: Srovnání vlastností termoplastových matricí 18

Tabulka č. 4: Srovnání dosažitelných objemových podílů podle výrobní technologie 18

Tabulka č. 5: Srovnání vlastností komerčně prodávaných klik 20

Tabulka č. 6: Korekční koeficienty pro krut obdélníkového průřezu 34

Tabulka č. 7: Výsledné velikosti ploch na mezi pevnosti pro jednotlivé tvary 39

Tabulka č. 8: Maximální naměřené hodnoty horních amplitud sil $\boldsymbol{FT}$, $\boldsymbol{FN}$ a $\boldsymbol{F}$ a minimální naměřená dolní amplituda normálové složky síly $\boldsymbol{F}$ 43

Tabulka č. 9: Průměrné hodnoty amplitud sil $\boldsymbol{FT}$, $\boldsymbol{FN}$ a $\boldsymbol{F}$ jejich střední hodnota a rozkmit 43

Tabulka č. 10: Vypsání úhlu α při jednotlivých amplitudách (Pozn.: dolní index značí sílu, která je pro daný úhel α v amplitudě) 44

Tabulka č. 11: Maximální hodnoty sil FT, FN a F a minimální hodnoty síly FN pro režimy zatížení *SPRINT* a *SJEZD* 48

Tabulka č. 12: Průměrné hodnoty horních amplitud sil FT, FN a F a dolní amplitudy síly FN pro režimy zatížení *SPRINT* a *SJEZD* 48

Tabulka č. 13: Poměry složek a výslednice pro různé režimy zatěžování 50

Tabulka č. 14: Vlastnosti kompozitů z vláken typu CN 58

Tabulka č. 15: Vlastnosti kompozitů z vláken typu YS 59

Tabulka č. 16: Vlastnosti vysokopevnostního kompozitu z vláken T - 700 60

Tabulka č. 17: Vlastnosti kompozitů z vláken CN a YS 60

Tabulka č. 18: Optimální hodnoty optimalizovaných parametrů 62

Tabulka č. 19: Rozměry vláken a svazků vláken 63

Tabulka č. 20: Počty svazků vláken v jednotlivých vrstvách pro výsledky analytické optimalizace 63

Tabulka č. 21: Deformace a velikost plochy pro optimální kliku 63

Tabulka č. 22: Optimální hodnoty z MKP optimalizace 72

Tabulka č. 23: Rozměry vláken a svazků vláken pro řešení pomocí MKP 73

Tabulka č. 24: Počty svazků vláken v jednotlivých vrstvách pro výsledky MKP optimalizace 73

Tabulka č. 25: Poměrné deformace a velikost průřezu kliky 73

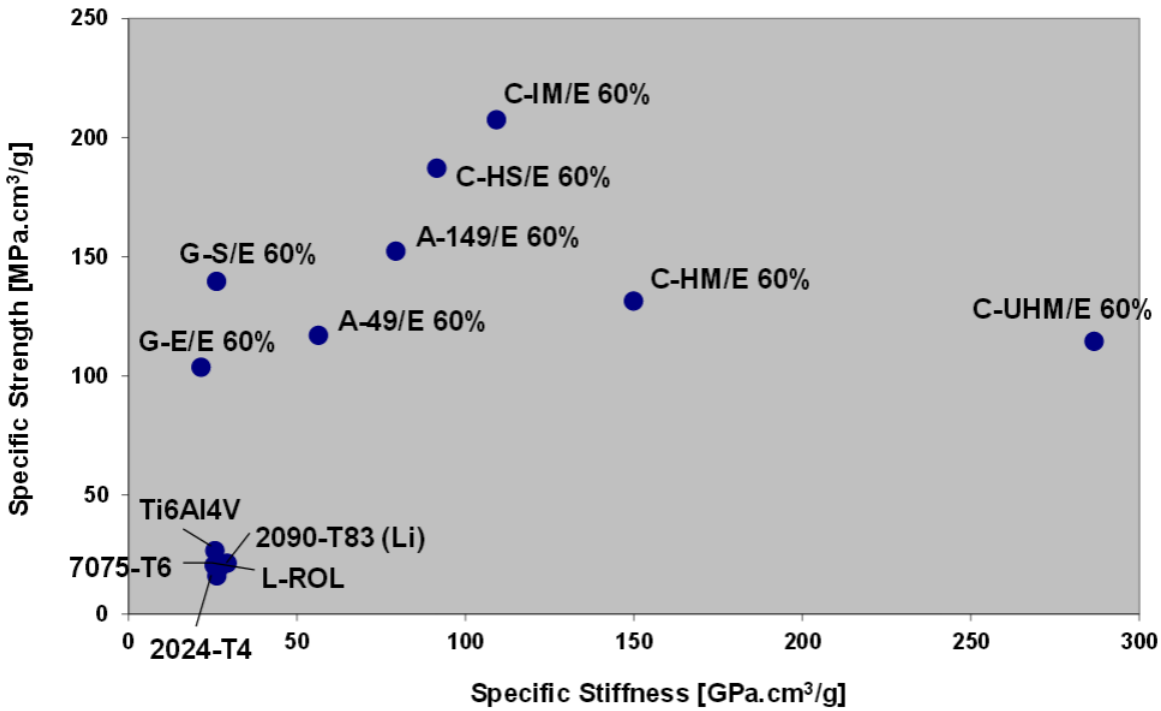
1 Úvod

Využití kompozitů je v dnešní době velmi dynamicky se rozvíjející částí strojírenství nejen ve sportovním odvětví, ale též v leteckém, automobilovém, kosmickém a dalším průmyslu. Kompozitové materiály mají specifické vlastnosti, jež je odlišují od kovových.

Mezi tyto vlastnosti patří např.:

- vyšší poměr meze pevnosti v tahu a hustoty R_m/ρ
- vyšší poměr Youngovo modulu pružnosti a hustoty E/ρ
- odolnost proti únavě, korozi a chemická odolnost
- tepelné a elektrické vlastnosti [1]

Pro lepší představu je zde uveden obrázek č. 1 – porovnání různých kompozitních materiálů s kovy z hlediska jejich tuhosti a pevnosti. V levém dolním okraji jsou vyobrazeny různé kovové slitiny. Ostatní modré tečky představují hodnoty pro jednotlivé kompozitové materiály.



Obrázek č. 1: Porovnání různých kompozitních materiálů s kovy z hlediska jejich tuhosti a pevnosti [1]

Z výše uvedených vlastností vyplývá aplikace těchto materiálů pro různé cíle, například pro zvýšení tuhosti strojních součástí při zachování hmotnosti, nebo zachování pevnosti při snížení hmotnosti a podobně. Jednou takovou aplikací se bude zabývat i tato práce, kdy firma FESTKA s. r. o. , vyrábějící rámy jízdních kol, měla zájem o vývoj kompozitové kliky, která by splňovala požadavky na zvýšení tuhosti a snížení hmotnosti.

V první části práce bude krátké seznámení s kompozity, rozebrání situace v současnosti vyráběných kompozitových klik a část normy ISO 4210-8 popisující požadavky na kliky jízdních kol.

Následovat bude analytický rozbor působících napětí pro různé druhy průřezů kliky, popis experimentálního zjišťování působících sil, a optimalizace jak analytická, tak konečněprvková.

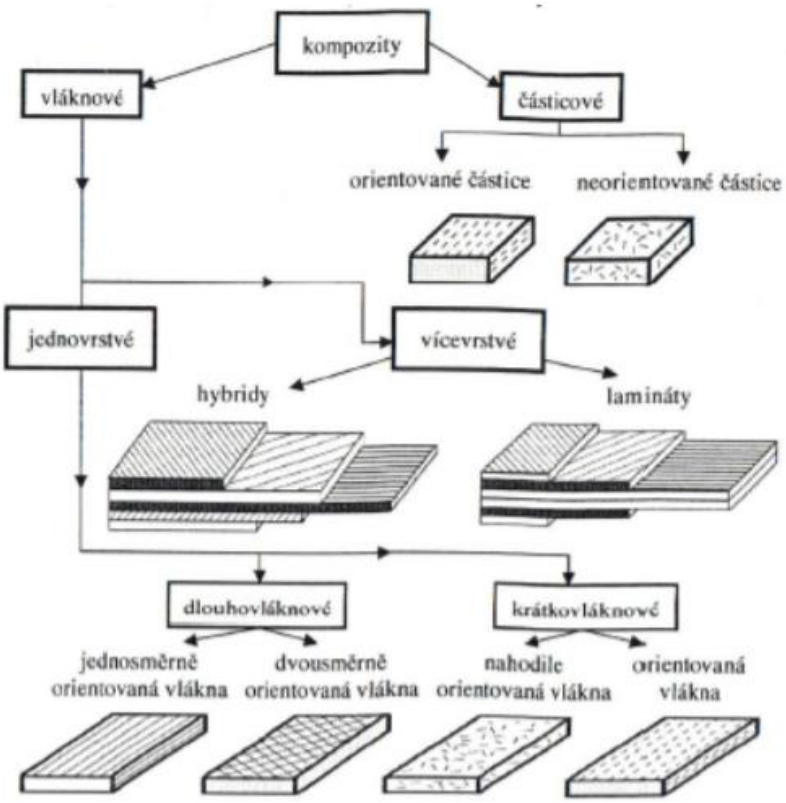
Na základě vypočtených výsledků z optimalizace se v závěru nachází konstrukční návrh, doplněný o možný technologický způsob výroby.

2 Teorie kompozitů

Kompozitní materiál je materiál složený ze dvou a více odlišných složek, z nichž tvrdší a pevnější složka se nazývá výztuž a spojitou část mající funkci pojiva tvoří matrice. Vlastnosti kompozitních materiálů závisí na vlastnostech složek, jejich podílu, geometrickém uspořádání výztuže v matrici a kvalitě mezisložkového rozhraní.

Kompozity mohou být děleny podle více kriterií. První vlastností, podle které kompozity dělíme, je charakter výztuže – může být částicový, či vláknový. Vláknové kompozity mohou být buď jednovrstevné, anebo vícevrstevné. Vícevrstevné kompozity se dělí na lamináty a hybridní lamináty, též nazývané jako tzv. „sendviče“. A konečně jednovrstevné kompozity dělíme na krátkovláknové a dlouhovláknové. [2]

Rozdělení kompozitů je patrné z obrázku č. 2.



Obrázek č. 2: Rozdělení kompozitů z hlediska druhu vláken a skladby [2]

2. 1 Složení kompozitních materiálů

Výztuž - má hlavní vliv na celkovou pevnost a tuhost

- Skleněná vlákna - E, S, D - sklo, křemenné sklo
- Uhlíková / Grafitová vlákna - HS, IM, HM, UHM
- Polymerická vlákna - aramidová, UHWM PE

- Bórová vlákna
- Keramická vlákna - SiC, Al_2O_3
- Kovová vlákna - nerezová ocel, W, Mo

Matrice – jejími funkcemi jsou spojení vláken výztuže, jejich ochrana a rozložení napětí mezi vlákny

- Polymerní – dále se dělí na termosety a termoplasty
- Kovové – slitiny Al, Ti, Mg, Ni
- Keramické - Al_2O_3, Si_3N_4, SiC

- Užití při vysokých teplotách

- Karbonové - tzv.“carbon – carbon composites (C-C)
  - aplikace při vysokých teplotách do 1650 °C
  - chirurgické implantáty
- Skleněné - vysokoteplotní aplikace
  - nižší cena, než u C-C kompozitů [1]

2. 1. 1. Druhy výztuže

Skleněná vlákna

- E - skla - nejrozšířenější
- S - skla - vyšší pevnost a tuhost
- D - skla - výroba krytů na radary a antény
- křemenné sklo - výroba krytů na radary a antény

Uhlíková vlákna

- HS (high strength) - vysokopevnostní vlákno
  - poměrná deformace okolo 2%
  - Youngův modul pružnosti okolo 240 GPa
- IM (intermediate modulus) - středněmodulové vlákno
  - poměrná deformace okolo 2%
  - Youngův modul pružnosti okolo 300 GPa
- HM (high modulus) - vysokomodulové vlákno
  - poměrná deformace okolo 1%
  - Youngův modul pružnosti okolo 450 GPa
- UHM (ultra high modulus) - ultra vysokomodulové vlákno
  - poměrná deformace okolo 0,4%
  - Youngův modul pružnosti do 935 GPa

Polymerická vlákna - vysoká houževnatost
- odolnost proti rázům
- vysoká otěruvzdornost a nízká pevnost v tlaku

- neprůstřelné vesty, pancéřování

Aramidová - aromatický polyamid -> aramid
- komereční označení - Kevlar, Twaron
- pohlcují vlhkost a jsou citlivá na UV záření [1]

Tabulka č. 1 srovnává vlastnosti, jako je průměr vlákna, hustota, pevnost v tahu, modul pružnosti v tahu a cena, výše uvedených druhů vláken.

Tabulka č. 1: Srovnání vlastností různých typů vláken [1]

	E - sklo	S - sklo	D - sklo	Quartz	HS	IM	HM	UHM	Kevlar 49	Kevlar 149	UHMPE
Průměr $[\mu m]$	9-13	9-13	9-13	5-10	5-10	5-10	5-10	5-10	5-10	5-10	5-10
Hustota $[g/mm^3]$	2,54	2,48	2,16	2,20	1,78	1,8	2,1	2,2	1,44	1,47	0,97
Modul pružnosti v tahu $[GPa]$	73	86	55	78	240	295	550	900	130	146	110
Pevnost v tahu $[GPa]$	3,4	4,4	2,5	3,4	4,4	5,6	3,6	3,8	3,6	3,4	2,7
Cena [$]	6				50	135	330	120	165		100

	Bór	SiC	AL_2O_3
Průměr $[\mu m]$	100	10-20	10-20
Hustota $[g/mm^3]$	2,59	3,04	3,95
Modul pružnosti v tahu $[GPa]$	400	400	340
Pevnost v tahu $[GPa]$	3,6	3,45	1,9
Cena [$]	550	240	

2. 1. 2. Druhy matricí

Polymerické - rozdělujeme je na termosety a termoplasty, kde zásadním rozdílem je, že termosety po vytvrzení již nelze znovu přetvarovat, na rozdíl od termoplastů, kde to po zahřátí na určitou teplotu jde.

2. 1. 2. 1. Termosety

- UP (unsaturated polyesters) - nenasycené polyestery
  - nízká cena, nízká viskozita a proto i horší přizpůsobivost tvaru
  - nižší pevnost, než u epoxidů
  - vysoká smrštivost při vytvrzování
  - nízká chemická odolnost
- VE - vinyl esterová pryskyřice
  - výborná chemická, tepelná a korozní odolnost
  - nižší smrštivost při vytvrzování
- EP - epoxidová pryskyřice
  - malá smrštivost
  - výborná přilnavost
  - dobrá chemická odolnost a dobré mechanické vlastnosti včetně houževnatosti
- PF - fenolová pryskyřice
  - nízká cena
  - nízká mechanická pevnost

[1]

V tabulce č. 2 je uvedeno srovnání vlastností výše zmíněných termosetových matric.

Tabulka č. 2: Srovnání vlastností termosetových matricí [1]

	UP	VE	EP	PF
Hustota $[g/mm^3]$	1,1-1,23	1,12-1,13	1,1-1,2	1,0-1,25
Modul pružnosti v tahu $[GPa]$	3,1-4,6	3,1-3,3	2,6-3,8	3,0-4,0
Pevnost v tahu $[MPa]$	50-75	70-80	60-85	60-80
Prodloužení [%]	1,0-6,5	3,0-8,0	1,5-8,0	1,8
Cena [$/kg]	1,1-2,2	2,6-4,4	2,6-40	0,9-1,2

2. 1. 2. Termoplasty

- PPS - Polyfenylensulfid
  - malá navlhavost
  - dobrá chemická odolnost
  - výborná otěruvzdornost
  - výborná rozměrová stálost
- PEI - polyetherimid
  - houževnatost
  - tepelná odolnost
- PEEK - poly-ether-ether-keton
  - výborná tepelná odolnost do 315 °C
  - vysoká houževnatost
- PI - termoplastové polyimidy
  - vysokoteplotní aplikace [1]

Tabulka č. 3 uvádí některé vlastnosti zde uvedených termoplastových matricí.

Tabulka č. 3: Srovnání vlastností termoplastových matricí [1]

	PPS	PEI	PEEK	PI
Hustota $[g/mm^3]$	1,35	1,27	1,30	1,35-1,48
Modul pružnosti v tahu $[GPa]$	3,8	3,3	3,5	3,6-4,1
Pevnost v tahu $[MPa]$	90	105	105	110-120
Prodloužení [%]	3	7	34	2,4-6
Cena [$/kg]	10-100	10-100	10-100	100

2. 1. 3. Výrobní technologie kompozitních struktur

Kompozitové součásti lze vyrábět různými technologiemi, z nichž každá má určitý vliv na výsledný objemový podíl výztuže a pojiva. Tabulka č. 4 srovnává jednotlivé technologie a dosažitelný objemový zlomek V_f.

Tabulka č. 4: Srovnání dosažitelných objemových podílů podle výrobní technologie [3]

Výrobní technologie	V_f [%]
Ruční kladení za mokra	10 - 38
Prepregy	50 - 70
RFI technologie	45 - 60
RTM technologie	25 - 65
VIP technologie	25 - 50

navíjení vláken	25 - 65
splétání (braiding)	45 - 65
Pultruze	43 - 83

3 Kompozitové kliky a jejich vlastnosti

V současné době se vyrábí již celá řada kompozitových klik pro jízdní kola, avšak zatím žádná komerčně vyráběná klika nedokáže svými vlastnostmi výrazně převyšovat kliky z kovových materiálů. Článek na webu fairwheelbikes.com "Road Bike Crank Test" srovnává současné špičkové modely klik jak z Al - slitin, tak z kompozitu. Kliky jsou srovnávány ve třech ohledech.

1. Maximální tuhost
2. Minimální váha
3. Poměr tuhosti a váhy

Tabulka č. 5 uvádí vlastnosti jednotlivých klik.

Tabulka č. 5: Srovnání vlastností komerčně prodávaných klik [4]

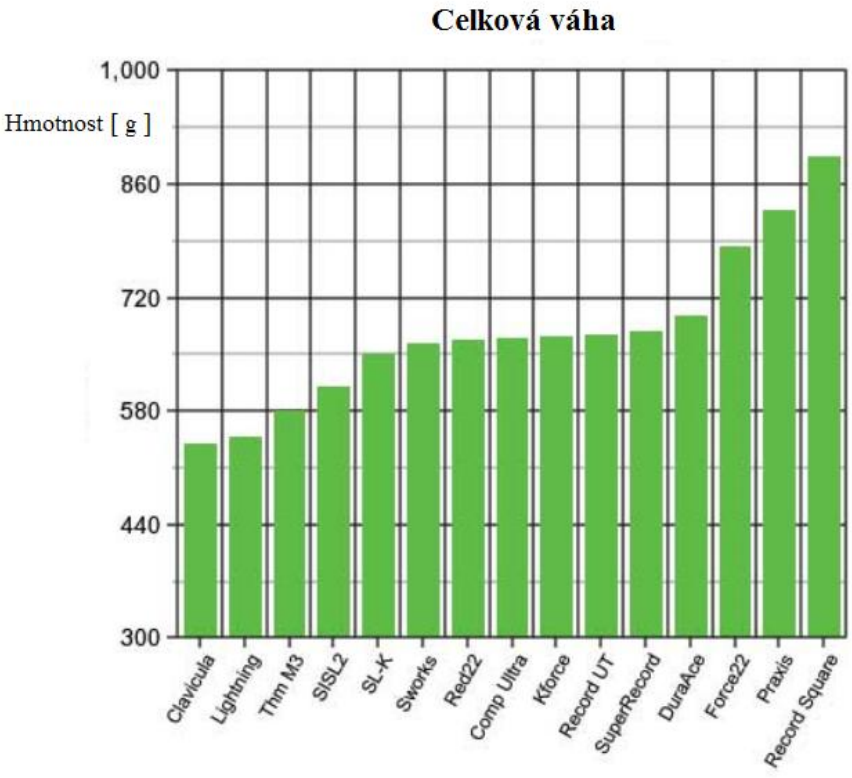
Název	**Materiál**	**Hmotnost [g]**	**Průměrný průhyb [mm]**	**Poměr TUHOST/HMOTNOST $[mm^{-1} \cdot g^{-1} \cdot 10^4]$**
THM Clavicula Classic (2014)	Kompozit	540,8	5,42	3,410
Specialized SWorks (2015)	Kompozit	663,2	5,01	3,013
Thm Clavicula M3 (2014)	Kompozit	579,9	5,80	2,972
Lightning Cycle Dynamics (2015)	Kompozit	548,2	6,36	2,870
FSA SL-K Light (2015)	Kompozit	651,6	5,51	2,747
Campagnolo Comp Ultra (2015)	Kompozit	669,8	5,40	2,764
SRAM Red22 (2014)	Kompozit	667,4	5,44	2,754
FSA K-Force Light (2015)	Kompozit	672,3	5,42	2,747
Campagnolo Super Record (2015)	Kompozit	678,3	5,5	2,680

Campagnolo Record UT Carbon (2014)	Kompozit	674,8	5,67	2,615
SRAM Force22 (2014)	Kompozit	782,3	5,65	2,261
Cannondale SISL2 (2015)	Al - slitina	609,4	5,58	2,943
Shimano Dura Ace 9000 (2014)	Al - slitina	698,0	5,83	2,460
Praxis / Turn Zayante (2015)	Al - slitina	828,8	5,06	2,383
Campagnolo Record (2006) Square Taper Alloy	Al - slitina	894,7	7,21	1,550

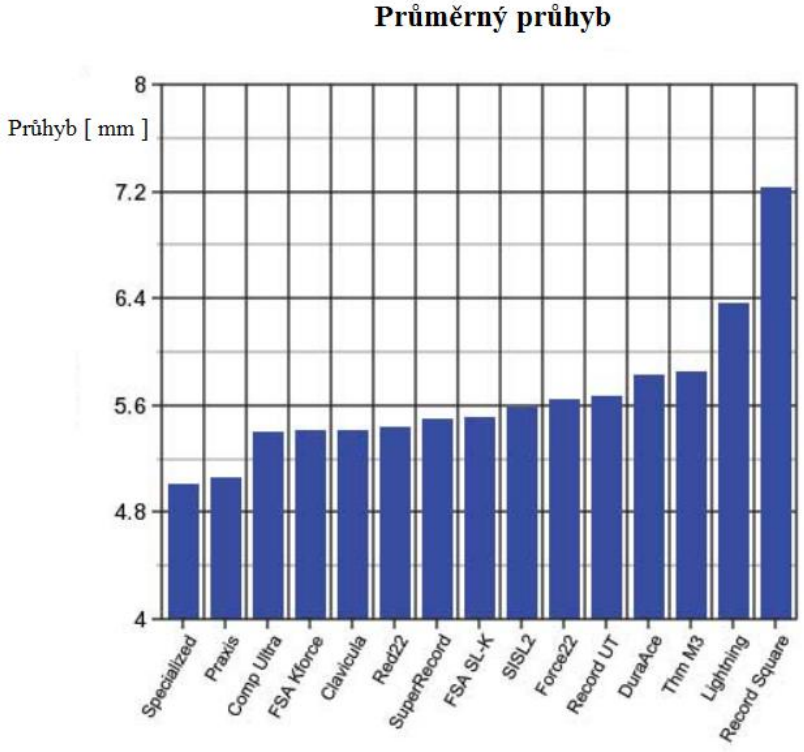
Obrázky č. 3, 4 a 5 zobrazují hmotnost klik uvedených v tabulce č. 5, průměrný průhyb pravé a levé kliky při zatížení závažím o hmotnosti 68,0 kg (150 liber). Tuhost se vypočte podle vzorce (1), která je následně použita pro výpočet poměru tuhosti a hmotnosti vzorcem (2). Tento poměr je znázorněn obrázkem č. 5.

$$Tuhost = \frac{1}{Průhyb} \qquad (1)$$

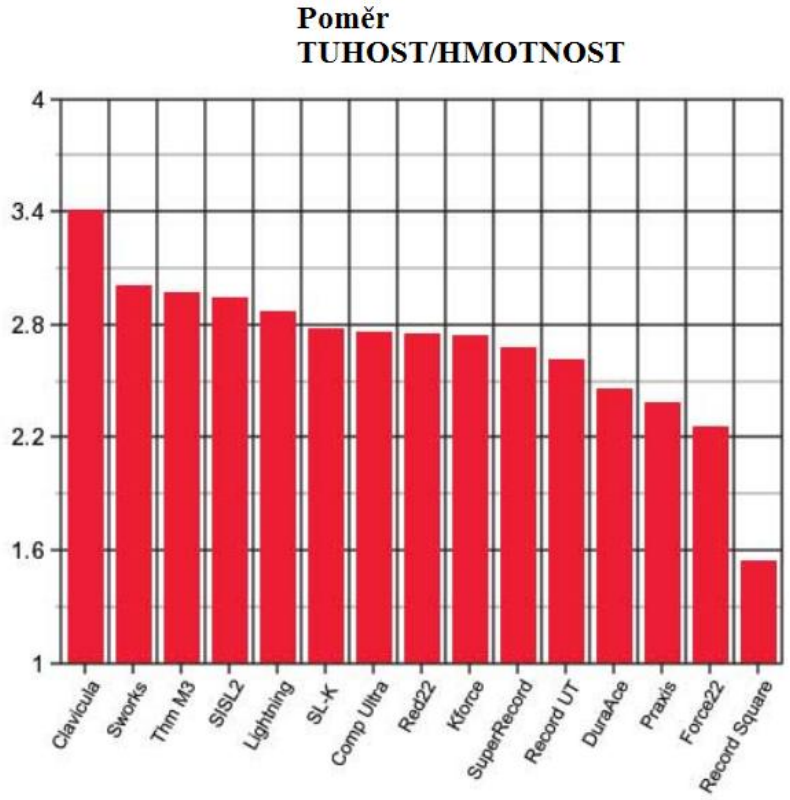
$$Poměr_{TUHOST/HMOTNOST} = \frac{Tuhost}{Hmotnost} \cdot 10^4 \qquad (2)$$



Obrázek č. 3: Celková hmotnost jednotlivých klik [4]



Obrázek č. 4: Průměrný průhyb jednotlivých klik [4]



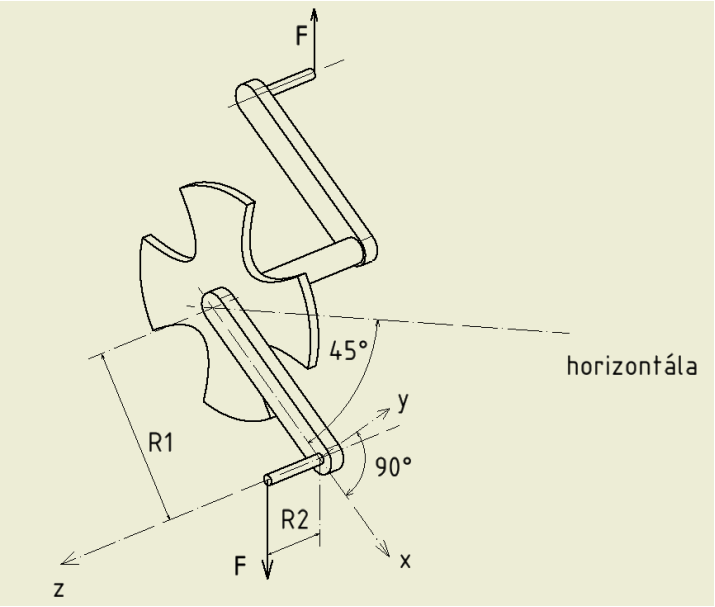
Obrázek č. 5: Poměr *TUHOST / HMOTNOST* jednotlivých klik [4]

Z výše uvedených grafů a tabulky vychází, co se poměru tuhosti a hmotnosti týče, nejlépe klika THM Clavicula Classic. Tato klika je z karbonu a je vyobrazena na obrázku č. 6. Je znát velký posun ve vývoji klik na porovnání kliky Campagnolo Record z roku 2006 a ostatními klikami ve všech třech ohledech. Co se ale týče porovnání hliník vs. kompozit, již není výhoda kompozitových klik příliš patrná (čtvrtá nejlepší klika ze všech z hlediska poměru *TUHOST / HMOTNOST* je z Al - slitiny, druhá nejtužší klika také), což ale odporuje dřívějšímu uvedení vlastnosti kompozitů, že tyto materiály vynikají nad kovy v poměru tuhost / hustota. Z toho vyplývá, že je na kompozitových klikách ještě mnoho věcí k vylepšení.

Obrázek č. 6: Klika ***THM Clavicula classic*** [4]

4 Rozbor normy ISO 4210 - 8

Před samotným návrhem kompozitové kliky je vhodné si ujasnit, co by taková klika měla splňovat za konkrétní požadavky. Tyto požadavky se dají nalézt v normě ISO 4210 - 8. Jedná se o normu pro jízdní kola s názvem: "*Bezpečnostní požadavky na jízdní kola - Zkušební metody pro systém pohonu a pedálů.*" V části normy, která se věnuje klikám, je popis dynamické zkoušky únavové životnosti. Je zde deklarováno, že osy klik jsou pootočeny od horizontály o 45° a zatěžování klik je provedeno cyklickou silou ***F,*** jejíž maximální hodnota je 1800 N a frekvence nesmí překročit 10 Hz. Klika silničního kola musí vydržet 100 000 cyklů tohoto zatížení. Na obrázku č. 7 je vyobrazené schéma takové zkoušky.



Obrázek č. 7: Schéma dynamické zkoušky únavové životnosti podle ISO 4210 - 8

Délka čepů pedálů od vnější plochy kliky, na nichž působí síla ***F,*** je 65 mm. V obrázku č. 7 je tedy rameno R2 délky 65 mm + polovina šířky kliky. Standardní délka kliky je 172, 5 mm, což je v obrázku č. 7 znázorněno ramenem R1. Síla ***F*** z obrázku č. 7 by v obrázku č. 9 byla rozložena do složek F_x a F_y, kde platí, že $F_x = -F_y = \\ = \cos 45° \cdot \boldsymbol{F}$. Složka F_z je nulová.

K výrobě kliky s vysokou statickou tuhostí hodláme použít vysokomodulová vlákna. V literatuře je velmi málo údajů o mechanických (statických i únavových) vlastnostech vzorků vyrobených z takových vláken.

Na obrázku č. 8 jsou vykresleny únavové křivky 3D struktury vyrobené ovíjením svazků jednosměrně orientovaného ultravysokomodulového vlákna CN80 s ovinem svazku vysokopevnostním vláknem T700. Dále jsou zde křivky i jednosměrně orientované struktury z vláken CN80. Křivky byly získány zkouškami na Ústavu mechaniky, biomechaniky a mechatroniky FS ČVUT, viz [5].

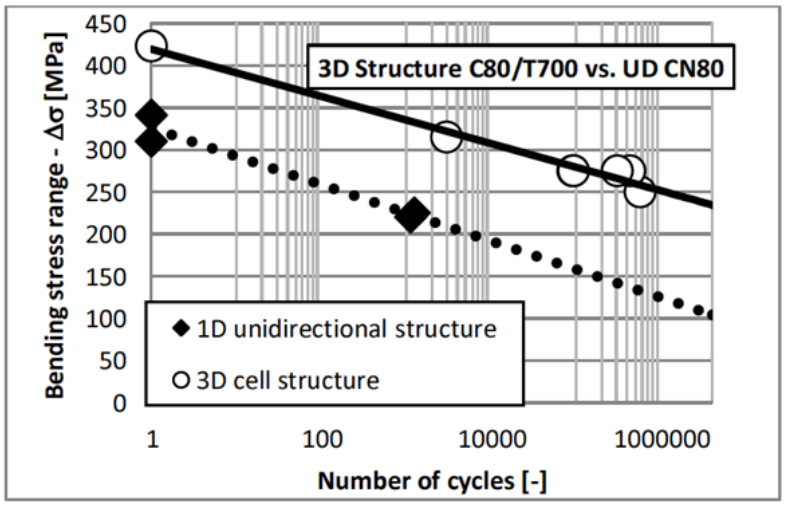
Pokusme se využít těchto dat a odhadnout, jaká by měla být maximální statická síla i únavová amplituda síly, aby byl splněn požadavek normy na výdrž 100 tis. cyklů, jak ho požaduje výše uvedená norma.

Z únavové křivky pro jednosměrnou strukturu podélně orientovaných vláken z vysokomodulového vlákna CN80, která byla popsána regresní rovnicí $y = 325{,}07737 \cdot x^{-0{,}04604}$ vybráním dvou bodů byly vypočteny materiálové parametry *C* a *w*, známé z mocninného popisu únavové křivky (3).

$$\sigma_a^w \cdot N = C \qquad (3)$$

Konstanty *C* a *w* vyšly následovně: $C = 3{,}639 \cdot 10^{54}$ a $w = 21{,}720$.

Jelikož norma ISO 4210 - 8 říká, že kliky silničního kola musí vydržet únavový test o 100 000 cyklech při zatížení ***F*** = 1800 N, lze po proložení přímky tímto bodem s využitím koeficientu (směrnice) *w* dopočítat koeficient *C2* a poté odhadnout průsečík vymezující statickou pevnost. Vychází, že pokud má klika vydržet 100 tisíc cyklů zatížení silou ***F*** = 1800 N, musí při statickém zatížení (1/2 cyklu) vydržet sílu nejméně 3058,2 N.

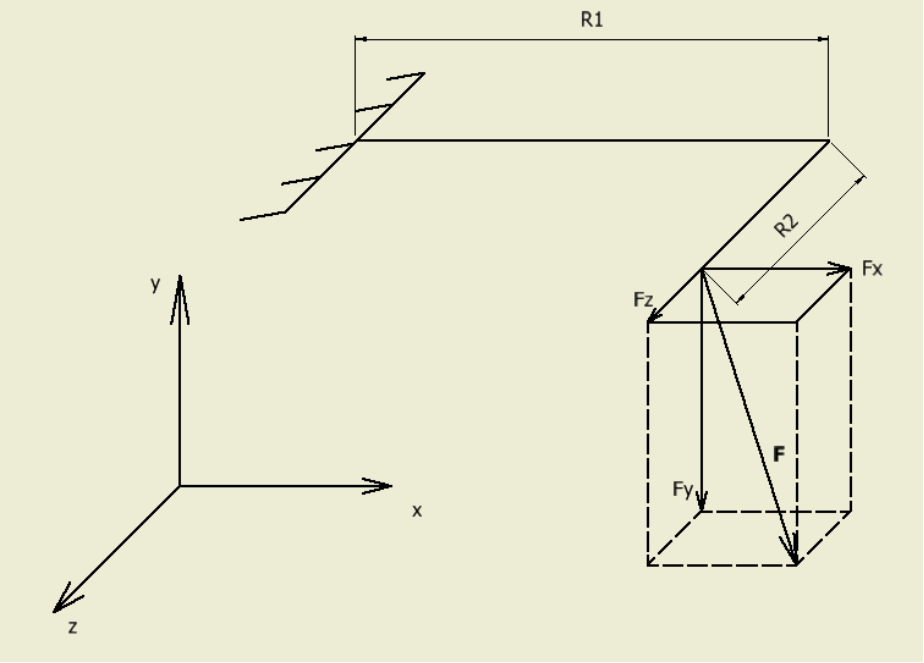


Obrázek č. 8: Únavové křivky kompozitních materiálů [5]

5 Analýza namáhání kliky

Tato kapitola ve svém začátku popíše, jaké síly na kliku působí, následovat bude seznámení s použitými pevnostními kritérii pro kompozity, základní popis transformace napětí v různých souřadnicových systémech a v závěru bude podrobné odvození napjatosti pro různé tvary průřezů kliky a jejich porovnání. Budeme uvažovat kruhový, eliptický, obdélníkový průřez a průřez I - profilu.

V průběhu jízdy na bicyklu je klika zatěžována cyklicky obecnou silou **F**, jež je vyvolávána šlapáním do pedálu. Na obrázku č. 9 je nakreslené zjednodušující schéma kliky s pedálem a působící obecnou silou $\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$, popsanou v kartézském souřadnicovém systému složkami F_x, F_y a F_z. Síla F_y je tečná síla k pohybu kliky a způsobuje činný výkon. Ostatní složky F_x a F_y tvoří jalový výkon a tak je pro ideální šlapání vhodné tyto složky minimalizovat. Složka F_z je složka působící v ose pedálu a F_x je normálová síla k průřezu kliky. Klika je zde znázorněna jako rameno o délce R1 = 172,5 mm, pedál jako rameno R2 = 65mm + polovina tloušťky kliky. Vetknutí je zjednodušené připojení kliky ke středovému uložení.



Obrázek č. 9: Zjednodušené schéma zatížení kliky

5. 1 Pevnostní kriterium pro kompozity

K hodnocení mezního stavu statické pevnosti pro homogenní a izotropní materiály se používají různá kriteria jako například podmínka největších smykových napětí (Guest), podmínka největšího normálového napětí (Rankine), podmínka hustoty

deformační energie potřebné na změnu tvaru (Mises) atd. Pro určitou úlohu je třeba zvolit příslušnou podmínku pevnosti podle doporučení či zkušeností. Pro kompozity nelze přímo používat pevnostní podmínky pro homogenní izotropní materiál. Pro hodnocení napjatosti v klice bude v této kapitole použito Tsai - Hillovo interaktivní kritérium. Tato podmínka je popsána rovnicí (4).

$$\left(\frac{\sigma_L}{F_L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{F_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{LT}}{F_{LT}}\right)^2 - \frac{\sigma_L \sigma_T}{F_L^2} = 1 \qquad (4) \qquad [2]$$

V rovnici (4) jsou uvedeny tyto proměnné:

- F_L - pevnost kompozitu v podélném směru vláken
- F_T - pevnost kompozitu v příčném směru vláken
- F_{LT} - smyková pevnost kompozitu
- σ_L - napětí v podélném směru vláken
- σ_T - napětí v příčném směru vláken
- σ_{LT} - smykové napětí

Jestliže je levá strana rovnice (4) menší, nebo rovna pravé straně, pevnostní podmínka je splněna a kompozit vydrží a naopak.

V kapitole č. 8 bude kromě Tsai - Hillova kritéria použito také kritérium Tsai - Wu, které je dáno rovnicí (5).

$$\left(\frac{1}{F_{Lt}} - \frac{1}{F_{Lc}}\right)\sigma_L + \left(\frac{1}{F_{Tt}} - \frac{1}{F_{Tc}}\right)\sigma_T + \frac{{\sigma_L}^2}{F_{Lt}F_{Lc}} + \frac{{\sigma_T}^2}{F_{Tt}F_{Tc}} + \frac{{\sigma_{LT}}^2}{{F_{LT}}^2} + 2f_{12}^* \frac{\sigma_L \sigma_T}{F_{Lt}F_{Lc}} = 1 \qquad (5)$$

V rovnici (5) vystupuje vazební koeficient f_{12}^*, který je dán rovnicí (6).

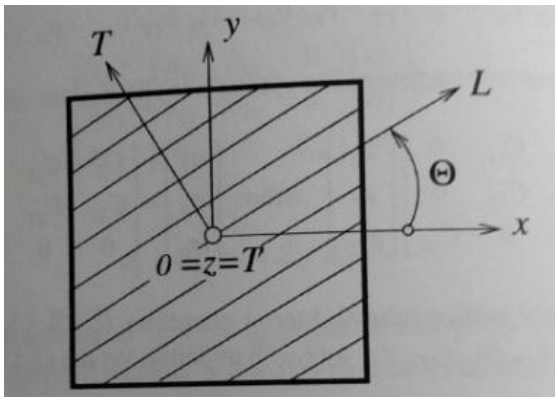
$$f_{12}^* = \frac{1}{2\sigma^2}\left\{1 - \left[F_{Lc} - F_{Lt} + \frac{F_{Lt}F_{Lc}}{F_{Tt}F_{Tc}}(F_{Tc} - F_{Tt})\right]\sigma + \left(1 + \frac{F_{Lt}F_{Lc}}{F_{Tt}F_{Tc}}\right)\sigma^2\right\} \qquad (6)$$

V rovnici (6) je uvedena proměnná σ, která značí zatížení, při kterém dojde k porušení při dvouosém testu. [2]

5. 2 Transformace napětí a deformace

Mechanické vlastnosti kompozitu závisí na geometrickém uspořádání výztuže. Jestliže je dán jednosměrový kompozit (viz. Obrázek č. 10), jehož souřadnicový systém O (L, T, T´) je pootočen od souřadnicového systému O (x, y, z) o úhel θ a je známo napětí v souřadnicovém systému O (x, y, z), je nutné toto napětí pro získání hodnot σ_L, σ_T a σ_{LT} transformovat. Pro tuto transformaci je použit vztah (7).

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos^2\theta & sin^2\theta & 2sin\theta cos\theta \\ sin^2\theta & cos^2\theta & -2sin\theta cos\theta \\ -sin\theta cos\theta & sin\theta cos\theta & cos^2\theta - sin^2\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \qquad (7)$$



Obrázek č. 10: Znázornění různých souřadnicových systému v jednosměrovém laminátu [2]

Pro transformaci deformace je uveden vztah (8). [2]

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ 2\varepsilon_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos^2\theta & sin^2\theta & sin\theta cos\theta \\ sin^2\theta & cos^2\theta & -sin\theta cos\theta \\ -2sin\theta cos\theta & 2sin\theta cos\theta & cos^2\theta - sin^2\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \qquad (8)$$

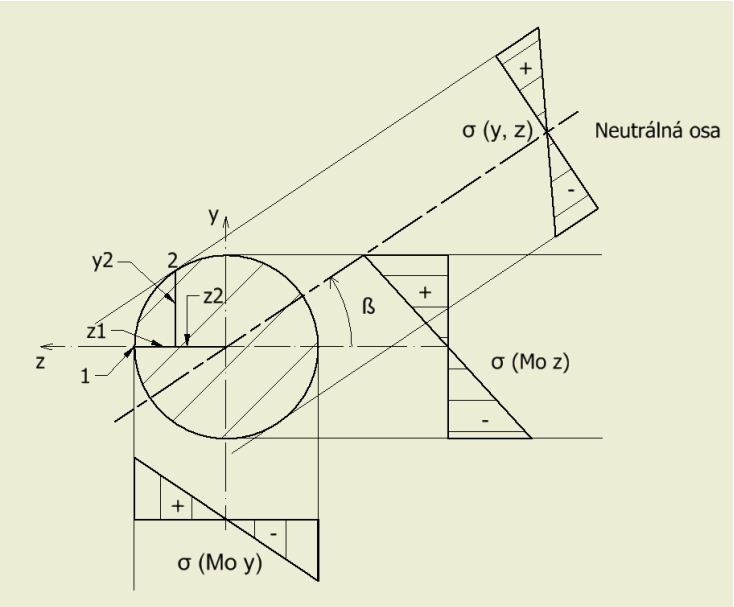
5. 3 Napjatost kruhového průřezu

Uvažujme nyní, že by klika měla kruhový průřez konstantní plochy po celé své délce. Při výše předpokládaném zatížení vzniká v klice krut a ohyb od sil F_x a F_y, a dále smykové namáhání od posouvající síly T_y. Na kruhovém průřezu jsou dvě kritická místa, kde musíme kontrolovat pevnostní podmínku. První kritický bod je na ose **z,** kde je maximální smykové napětí a druhý je v místě maximálního ohybového napětí, což je místem nejvzdálenějších vláken od neutrálné osy. Poloha neutrálné osy se určí podle vztahu (9), kdy úhel β značí, o kolik se neutrálná osa pootočila ve směru hodinových ručiček od osy **z.**

$$tan\,\beta = \frac{M_{oy}}{M_{oz}} = \frac{-F_x \cdot R2}{F_y \cdot R1} = \frac{-R2}{R1} \qquad (9)$$

V literatuře [7] je uvedeno, že momenty mají kladná znaménka, vyvolávají-li v prvním kvadrantu tahové napětí. To pro moment M_{oy} z rovnice (9) neplatí a proto je u něj uvedeno záporné znaménko.

Vzhledem ke směru smykových čar je jasné, že krajní vlákna na ose **z** budou na jedné straně součtem smyku od krutu a posouvající síly a na druhé straně jejich rozdílem. Protože smysl otáčení krouticího momentu působí proti směru hodinových ručiček, je větší smykové napětí v místě o souřadnicích (0; z1). Na obrázku č. 11 je schéma s vyznačenými kritickými místy čísly 1 a 2, vykreslenou neutrálnou osou a s průběhy jednotlivých ohybových napětí.



Obrázek č. 11: Zobrazení průběhu ohybových napětí v kruhovém průřezu

1. kritické místo - osa z

Toto místo je popsáno v krajním vlákně na ose z.

V tomto místě je tedy nulové ohybové napětí od ohybového momentu

$M_{o_z} = F_y \cdot R1$, je zde smykové napětí od torze a posouvající síly, dále pak napětí od tahu a ohybového momentu $M_{o_y} = F_x \cdot R2$.

$$\boldsymbol{\tau_{KRUT}} = \frac{F_y \cdot R2}{\pi \cdot \frac{d^3}{16}}$$

$$\boldsymbol{\tau_{SMYK}} = \frac{F_y \cdot S}{\frac{\pi \cdot d^4}{64} \cdot 2r} = \frac{F_y}{\frac{\pi \cdot d^4}{64} \cdot 2r} \cdot \int y \cdot dA =$$

$$= \frac{F_y}{\frac{\pi \cdot d^4}{64} \cdot 2r} \cdot \int_0^r 2 \cdot dz \cdot \int_0^{r \cdot \sqrt{1-\left(\frac{z}{r}\right)^2}} y \cdot dy = \frac{4 \cdot F_y}{3 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{TAH}} = \frac{4 \cdot F_x}{\pi \cdot d^2}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{OHYB}} = \frac{M_{Oy}}{J_y} \cdot z1 + \frac{M_{Oz}}{J_z} \cdot y1 = \frac{M_{Oy}}{J_y} \cdot \frac{d}{2} + \frac{M_{Oz}}{J_z} \cdot 0 = \frac{F_x \cdot R2}{\frac{\pi \cdot d^3}{32}}$$

$$\tau_{KRUT} + \tau_{SMYK} = \tau_{xy}$$

$$\sigma_{TAH} + \sigma_{OHYB} = \sigma_x$$

Pro kontrolu napjatosti je třeba vypočtené napjatosti τ_{xy} a σ_x transformovat podle vztahu (7) a poté získané napjatosti $\sigma_{L,T,LT}$ dosadit do pevnostní podmínky (4).

2. kritické místo

Nachází se v místě krajních vláken, kde působí maximální ohybové napětí. Ohybové napětí zde natahuje vlákna ve směru osy kliky = osa **x**. Toto místo je v obrázku popsáno souřadnicemi y2, z2, které se získají pomocí rovnic (10) a (11).

$$y2 = r \cdot \sin(90° - \beta) \qquad (10)$$

$$z2 = r \cdot \cos(90° - \beta) \qquad (11)$$

$$\boldsymbol{\sigma_{OHYB}} = \frac{M_{Oy}}{J_y} \cdot z2 + \frac{M_{Oz}}{J_z} \cdot y2 =$$

$$= \frac{F_x \cdot R2}{\frac{\pi \cdot d^4}{64}} \cdot r\cos(90° - \beta) + \frac{F_y \cdot R1}{\frac{\pi \cdot d^4}{64}} \cdot r \cdot \sin(90° - \beta)$$

$$\boldsymbol{\sigma_{TAH}} = \frac{4 \cdot F_x}{\pi \cdot d^2}$$

$$\boldsymbol{\tau_{KRUT}} = \frac{F_y \cdot R2}{\pi \cdot \frac{d^3}{16}}$$

$$\boldsymbol{\tau_{SMYK}} = \frac{F_y \cdot S}{\frac{\pi \cdot d^4}{64} \cdot 2r \cdot \cos(90° - \beta)} = \frac{F_y}{\frac{\pi \cdot d^4}{64} \cdot 2r \cdot \cos(90° - \beta)} \cdot \int y \cdot dA =$$

$$= \frac{64 \cdot F_y \cdot z2 \cdot \left(\frac{d^2}{4} - y2^2 - z2^2/3\right)}{\pi \cdot d^5 \cdot \cos(90 - \beta)}$$

$$\tau_{KRUT} + \tau_{SMYK} = \tau_{xy}$$

$$\sigma_{TAH} + \sigma_{OHYB} = \sigma_x$$

V tomto místě musí být opět splněna pevnostní podmínka (4).

5. 4 Napjatost eliptického průřezu

Jako další příklad uvažujme, že by klika měla eliptický průřez konstantní plochy po celé své délce.

Elipsa je v rovině **yz** určena rovnicí (12).

$$\left(\frac{y}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{b}\right)^2 = 1 \qquad (12)$$

Oproti kruhovému průřezu jsou u elipsy dva parametry, které určují velikost průřezu. Jsou to poloosy **a** a **b**, kde **b** je délka vodorovné poloosy a **a** svislé poloosy. Opět jako při rozboru kruhového nosníku, i zde jsou dvě kritická místa 1 a 2. V místě 1 je maximální smykové napětí a v místě 2 je maximální ohybové napětí. Musí být splněna pevnostní podmínka ve tvaru (4).

Jelikož je řešen prostorový ohyb, znovu je nutné vyřešit polohu neutrálné osy. Ta se získá výpočtem úhlu β podle vzorce (13).

$$\tan\beta = \frac{J_z}{J_y} \cdot \tan\alpha = \frac{J_z}{J_y} \cdot \frac{M_{Oy}}{M_{Oz}} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot a^3 b}{\frac{\pi}{4} \cdot a \cdot b^3} \cdot \frac{-F_x \cdot R2}{F_y \cdot R1} = \frac{-a^2}{b^2} \cdot \frac{R2}{R1} \qquad (13)$$

Kritické místo 1 je na ose **z** a to na souřadnici (0, b).

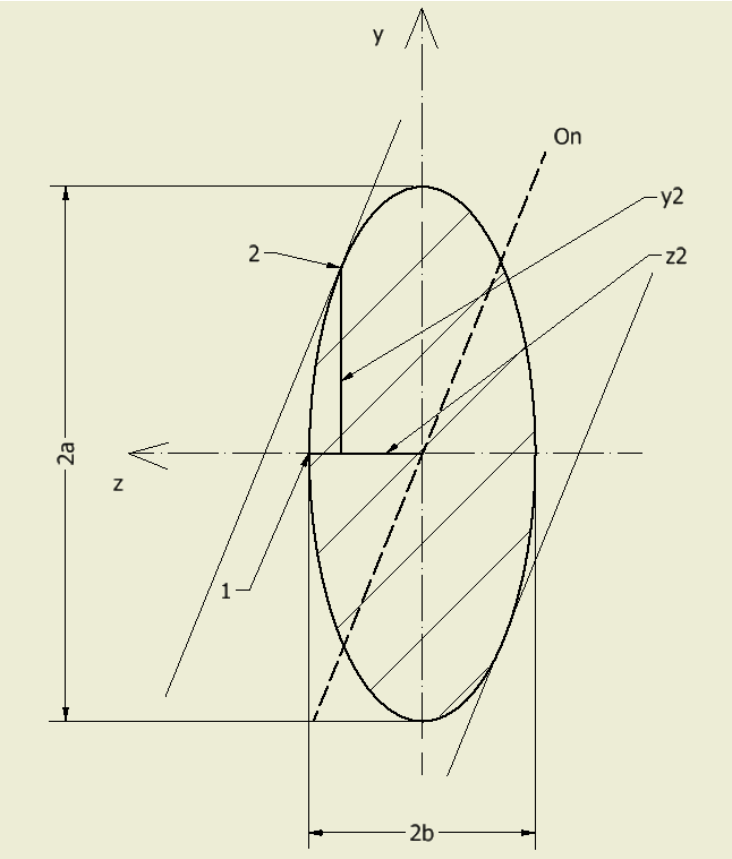
Pro získání kritického místa 2 se postupuje tak, že ve vztahu (14) se rovnice tečny rovnoběžné s neutrálnou osou musí rovnat rovnici elipsy,

$$y = z \cdot \tan\beta + K = a \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{z}{b}\right)^2} \quad , \qquad (14)$$

kde se prvně musí vypočítat konstanta ***K*** z předpokladu, že upravená rovnice (14) na kvadratický tvar (15) bude mít nulový diskriminant. To zajistí, že rovnice přímky v levé části (14) bude rovnicí tečny k elipse. Po získání hodnoty ***K*** již lze vyřešit kvadratickou rovnici (15) a výsledkem je souřadnice kritického místa z2. Pro vyšetření souřadnice y2 nyní stačí dosadit bod z2 do rovnice (14).

$$z^2 \cdot \left(\tan^2\beta + \left(\frac{a}{b}\right)^2\right) + z \cdot 2 \cdot K \cdot \tan\beta + (K^2 - a^2) = 0 \qquad (15)$$

Na obrázku č. 12 je vyobrazena elipsa se svými poloosami, neutrálnou osou a kritickými místy 1 a 2.



Obrázek č. 12: Vykreslení kritických míst v eliptickém průřezu

Kritické místo 1:

Je zde nejvyšší smykové napětí a navíc zde působí tozní napětí, ohybové napětí a tahové napětí.

$$\boldsymbol{\tau_{SMYK}} = \frac{F_y \cdot S}{\frac{\pi \cdot a^3 b}{4} \cdot 2b} = \frac{F_y}{\frac{\pi \cdot a^3 b}{4} \cdot 2b} \cdot \int y \cdot dA =$$

$$= \frac{F_y}{\frac{\pi \cdot a^3 b}{4} \cdot 2b} \cdot \int_0^b 2 \cdot dz \cdot \int_0^{a \cdot \sqrt{1-\left(\frac{z}{b}\right)^2}} y \cdot dy =$$

$$= \frac{F_y \cdot (\frac{2a^2 b}{3})}{\frac{\pi}{2} a^3 b^2} = \frac{4 \cdot F_y}{3 \cdot \pi \cdot a \cdot b}$$

$$\boldsymbol{\tau_{KRUT}} = \frac{2 \cdot F_y \cdot R2}{\pi \cdot ab^2} \quad [8]$$

$$\boldsymbol{\sigma_{TAH}} = \frac{F_x}{\pi \cdot a \cdot b}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{OHYB}} = \frac{M_{Oy}}{J_y} \cdot z1 + \frac{M_{Oz}}{J_z} \cdot y1 = \frac{M_{Oy}}{J_y} \cdot b + \frac{M_{Oz}}{J_z} \cdot 0 =$$

$$= \frac{F_x \cdot R2}{\frac{\pi}{4} \cdot a \cdot b^3} \cdot b = \frac{F_x \cdot R2}{\frac{\pi}{4} \cdot a \cdot b^2}$$

$$\sigma_{xy} = \tau_{KR} + \tau_{SM}$$

$$\sigma_x = \sigma_{ohyb} + \sigma_{tah}$$

Pro kontrolu napjatosti se použije stejný postup, jako v kapitole 5.3.

Kritické místo 2:

V tomto místě je nejvyšší ohybové namáhání.

$$\boldsymbol{\tau_{SMYK}} = \frac{F_y \cdot S}{\frac{\pi \cdot a^3 b}{4} \cdot 2(b - z2)} = \frac{F_y}{\frac{\pi \cdot a^3 b}{4} \cdot 2(b - z2)} \cdot \int_0^{b-z2} 2 \cdot dz \cdot \int_{y2}^{a \cdot \sqrt{1-\left(\frac{z}{b}\right)^2}} y \cdot dy =$$

$$= \frac{2 \cdot F_y \left(z2 \cdot \frac{(3 \cdot a^2 - 3 \cdot y2^2)}{3} - \frac{a^2 \cdot z2^3}{3 \cdot b^2} \right)}{(\pi \cdot a^3 b \cdot z2)}$$

$$\boldsymbol{\tau_{KRUT}} = \sqrt{{\tau_{xz}}^2 + {\tau_{xy}}^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{F_y \cdot R2}{a^3 \cdot b} \cdot y2\right)^2 + \left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{F_y \cdot R2}{b^3 \cdot a} \cdot z2\right)^2}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{TAH}} = \frac{F_x}{\pi \cdot a \cdot b}$$

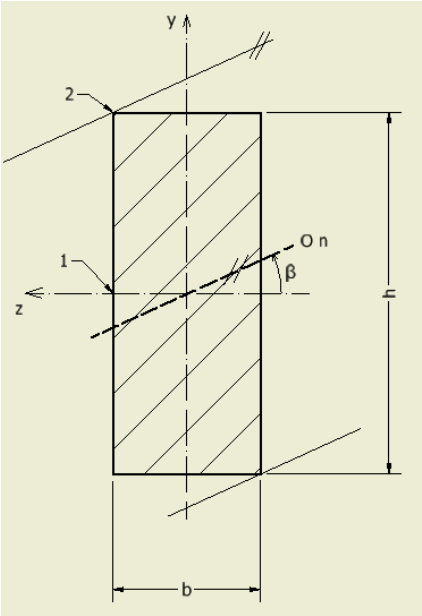
$$\boldsymbol{\sigma_{OHYB}} = \frac{M_{Oy}}{J_y} \cdot z2 + \frac{M_{Oz}}{J_z} \cdot y2 = \frac{F_x \cdot R2}{\frac{\pi}{4} \cdot a \cdot b^3} \cdot z2 + \frac{F_y \cdot R1}{\frac{\pi}{4} \cdot b \cdot a^3} \cdot y2$$

$$\sigma_{xy} = \tau_{KR} + \tau_{SM}$$

$$\sigma_x = \sigma_{ohyb} + \sigma_{tah}$$

5. 5 Napjatost obdélníkového průřezu

Obdélníkový průřez (obrázek č. 13) je charakterizován stranami **b** a **h**. Kritická místa tohoto průřezu jsou v místě nejvzdálenějších vláken od neutrálné osy a na ose **z**, kde je maximální smykové napětí.



Obrázek č. 13: Zobrazení kritických míst v obdélníkovém průřezu

Úhel β určující polohu neutrálné osy se vypočetl podle rovnice (16).

$$\tan\beta = \frac{J_z}{J_y} \cdot \tan\alpha = \frac{J_z}{J_y} \cdot \frac{M_{Oy}}{M_{Oz}} = \frac{\frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3}{\frac{1}{12} \cdot h \cdot b^3} \cdot \frac{-F_x \cdot R2}{F_y \cdot R1} = \frac{-h^2}{b^2} \cdot \frac{R2}{R1} \qquad (16)$$

Kritické místo 1:

$$\boldsymbol{\tau_{KRUT}} = \frac{M_K}{Jk} \cdot b \quad pro\ b < h$$

Maximální napětí od torze nastává uprostřed delší strany. Bude uvažován předpoklad, že napětí uprostřed kratší strany je rovné tomuto napětí, což sice není pravda, ale tento předpoklad je na straně bezpečnosti.

$$\boldsymbol{\tau_{KRUT}} = \frac{M_K}{Jk} \cdot h \qquad pro\ h < b$$

Pro polární kvadratický moment průřezu se použije vztah (17) [8]. V případě, že je poměr většího rozměru k menšímu nižší, než deset, je zapotřebí použít korekční koeficienty z tabulky č. 6.

Tabulka č. 6: Korekční koeficienty pro krut obdélníkového průřezu [8]

h/b	1	1,2	1,5	2	2,5	3	5	8	10	∞
α	0,208	0,219	0,231	0,246	0,258	0,267	0,292	0,307	0,312	0,333
γ	0,1406	0,1661	0,1958	0,2287	0,2490	0,2630	0,2914	0,3070	0,3120	0,3333

$$Jk = \frac{1}{3}h \cdot b^3 \quad pro\ b < h; \qquad Jk = \frac{1}{3}b \cdot h^3 \quad pro\ h < b \qquad (17)$$

$$\boldsymbol{\tau_{SMYK}} = \frac{F_y \cdot (b \cdot \frac{h}{2}) \cdot h/4}{Jzt \cdot b} = \frac{3 \cdot F_y}{2 \cdot b \cdot h}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{OHYB}} = \frac{M_{Oy}}{J_y} \cdot z1 + \frac{M_{Oz}}{J_z} \cdot y1 = \frac{F_x \cdot R2}{\frac{1}{12} \cdot h \cdot b^3} \cdot \frac{b}{2} + \frac{F_y \cdot R1}{\frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3} \cdot 0 = \frac{6 \cdot F_x \cdot R2}{h \cdot b^2}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{TAH}} = \frac{F_x}{b \cdot h}$$

$$\sigma_{xy} = \tau_{KR} + \tau_{SM}$$

$$\sigma_x = \sigma_{ohyb} + \sigma_{tah}$$

Kritické místo 2:

$$\boldsymbol{\tau_{KRUT}} = 0$$

$$\boldsymbol{\tau_{SMYK}} = 0$$

$$\boldsymbol{\sigma_{OHYB}} = \frac{M_{Oy}}{J_y} \cdot z2 + \frac{M_{Oz}}{J_z} \cdot y2 = \frac{F_x \cdot R2}{\frac{1}{12} \cdot h \cdot b^3} \cdot \frac{b}{2} + \frac{F_y \cdot R1}{\frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3} \cdot \frac{h}{2}$$

$$= \frac{6 \cdot F_x \cdot R2}{h \cdot b^2} + \frac{6 \cdot F_y \cdot R1}{b \cdot h^2}$$

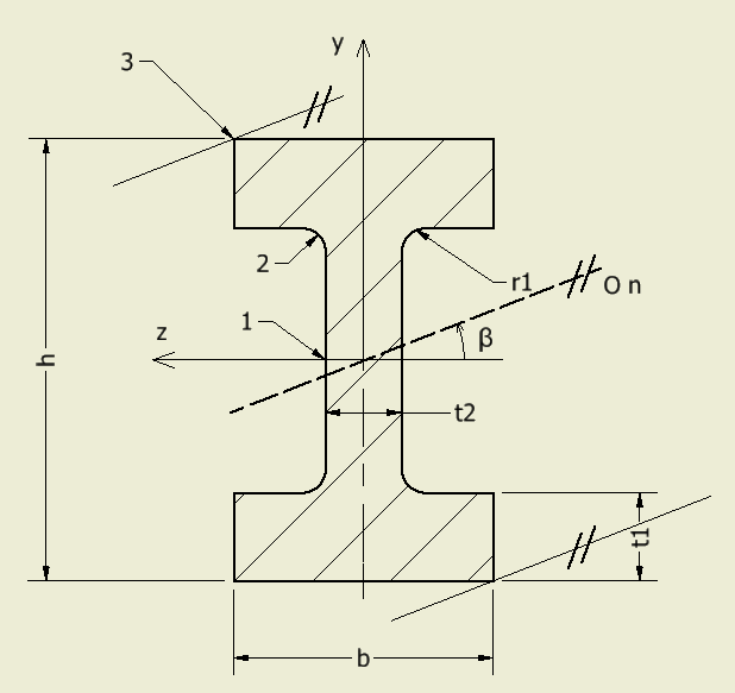
$$\boldsymbol{\sigma_{TAH}} = \frac{F_x}{b \cdot h}$$

$$\sigma_{xy} = \tau_{KR} + \tau_{SM} = 0$$

$$\sigma_x = \sigma_{ohyb} + \sigma_{tah}$$

5. 6 Napjatost I - profilu

Průřez I - profilu je dán pěti parametry - h, b, t1, t2 a r1. Na obrázku č. 14 je takový průřez okótován. Jsou na něm znázorněna i kritická místa 1, 2 a 3.



Obrázek č. 14: Vykreslení kritických míst v klice o průřezu I - profilu

Obdobně jako v předchozích případech se i zde musel spočítat úhel β pro vyšetření polohy neutrálné osy.

$$\tan\beta = \frac{J_z}{J_y}\cdot\tan\alpha = \frac{J_z}{J_y}\cdot\frac{M_{Oy}}{M_{Oz}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{12}\cdot(t2\cdot(h-2\cdot t1)^3 + b\cdot h^3 - b\cdot(h-2\cdot t1)^3)}{\frac{1}{12}\cdot\left(t2^3\cdot(h-2\cdot t1) + h\cdot b^3 - b^3\cdot(h-2\cdot t1)\right)}\cdot\frac{-F_x\cdot R2}{F_y\cdot R1} =$$

$$= \frac{-(t2\cdot(h-2\cdot t1)^3 + b\cdot h^3 - b\cdot(h-2\cdot t1)^3)}{\left(t2^3\cdot(h-2\cdot t1) + h\cdot b^3 - b^3\cdot(h-2\cdot t1)\right)}\cdot\frac{R2}{R1} \qquad (18)$$

Kritické místo 1:

V místě 1 je nulové ohybové napětí od momentu M_{Oz}, zato zde působí maximální smykové napětí od posouvající síly, torze, tah a ohybový moment M_{Oy}.

$$\boldsymbol{\tau_{Smyk}} = \frac{F_y\cdot S}{Jz\cdot t2} = \frac{F_y\cdot(t2\cdot\frac{h}{2} + t1\cdot(b-t2))^2}{Jz\cdot 2\cdot t2^2} \quad ,$$

$$\boldsymbol{\tau_{KRUT}} = \frac{M_{KC}}{Jkc}\cdot t2 = \frac{F_y\cdot R2}{Jkc}\cdot t2 \quad ,$$

kde

$$Jz = \frac{1}{12} \cdot (t2 \cdot (h - 2 \cdot t1)^3 + b \cdot h^3 - b \cdot (h - 2 \cdot t1)^3)$$

a

$$Jkc = \frac{1}{3}(h - t1 \cdot 2) \cdot t2^3 + \frac{2}{3} b \cdot t1^3 \quad .$$

$$\boldsymbol{\sigma_{OHYB}} = \frac{M_{Oy}}{J_y} \cdot z1 + \frac{M_{Oz}}{J_z} \cdot y1 =$$

$$= \frac{F_x \cdot R2}{\frac{1}{12} \cdot \left(t2^3 \cdot (h - 2 \cdot t1) + h \cdot b^3 - b^3 \cdot (h - 2 \cdot t1)\right)} \cdot \frac{t2}{2} =$$

$$= \frac{6 \cdot F_x \cdot R2 \cdot t2}{\left(t2^3 \cdot (h - 2 \cdot t1) + h \cdot b^3 - b^3 \cdot (h - 2 \cdot t1)\right)}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{TAH}} = \frac{F_x}{2 \cdot b \cdot t1 + t2 \cdot (h - 2 \cdot t1)}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{KR} + \tau_{SM}$$

$$\sigma_x = \sigma_{ohyb} + \sigma_{tah}$$

Kritické místo 2:

Zde se provádí kontrola rohu, neboť je zde koncentrace smykových napětí od krutu.

$$\boldsymbol{\tau_{SMYK}} = \frac{F_y \cdot S}{Jz \cdot t2} = \frac{F_y \cdot \left(\frac{b}{2} - \frac{t2}{2}\right) \cdot t1 \cdot (\frac{h}{2} - t1/2)}{\frac{1}{12} \cdot (t2 \cdot (h - 2 \cdot t1)^3 + b \cdot h^3 - b \cdot (h - 2 \cdot t1)^3) \cdot t2} \quad ,$$

$$\boldsymbol{\tau_{KRUT}} = \vartheta \cdot G \cdot r1 + \frac{C}{r1} \quad ,$$

kde

$$\vartheta \cdot G = \frac{M_K}{Jkc} = \frac{F_y \cdot R2}{Jkc}$$

a

$$C = -\vartheta \cdot G \cdot \frac{r2^2 - r1^2}{2 \cdot \ln(\frac{r2}{r1})} \quad .$$

$$\boldsymbol{\sigma_{OHYB}} = \frac{M_{Oy}}{J_y} \cdot z2 + \frac{M_{Oz}}{J_z} \cdot y2 =$$

$$= \frac{F_x \cdot R2}{\frac{1}{12} \cdot \left(t2^3 \cdot (h - 2 \cdot t1) + h \cdot b^3 - b^3 \cdot (h - 2 \cdot t1)\right)} \cdot \frac{t2}{2} +$$

$$+ \frac{F_y \cdot R1}{\frac{1}{12} \cdot (t2 \cdot (h - 2 \cdot t1)^3 + b \cdot h^3 - b \cdot (h - 2 \cdot t1)^3) \cdot t2} \cdot \frac{\frac{h}{2} - t1}{2}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{TAH}} = \frac{F_x}{2 \cdot b \cdot t1 + t2 \cdot (h - 2 \cdot t1)}$$

$$\sigma_{xy} = \tau_{KR} + \tau_{SM}$$

$$\sigma_x = \sigma_{ohyb} + \sigma_{tah}$$

Kritické místo 3:

Toto místo je nejvzdálenější od neutrálné osy, tudíž je zde nejvyšší ohybové napětí.

$$\boldsymbol{\sigma_{OHYB}} = \frac{M_{Oy}}{J_y} \cdot z3 + \frac{M_{Oz}}{J_z} \cdot y3 =$$

$$= \frac{F_x \cdot R2}{\frac{1}{12} \cdot \left(t2^3 \cdot (h - 2 \cdot t1) + h \cdot b^3 - b^3 \cdot (h - 2 \cdot t1)\right)} \cdot \frac{b}{2} +$$

$$+ \frac{F_y \cdot R1}{\frac{1}{12} \cdot (t2 \cdot (h - 2 \cdot t1)^3 + b \cdot h^3 - b \cdot (h - 2 \cdot t1)^3) \cdot t2} \cdot \frac{\frac{h}{2}}{2}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{TAH}} = \frac{F_x}{2 \cdot b \cdot t1 + t2 \cdot (h - 2 \cdot t1)}$$

$$\boldsymbol{\tau_{KRUT}} = 0$$

$$\boldsymbol{\tau_{SMYK}} = 0$$

$$\sigma_{xy} = \tau_{KR} + \tau_{SM} = 0$$

$$\sigma_x = \sigma_{ohyb} + \sigma_{tah}$$

5. 7 Srovnání jednotlivých průřezů

S výše odvozenými vztahy jednotlivých průřezů bylo provedeno dimenzování za účelem minimalizace hmotnosti, tedy aby plochy průřezu byly co nejmenší. Cílem tohoto dimenzování bylo zjistit, který tvar využívá materiál nejlépe. Dimenzování proběhlo pro tři režimy zatížení se silou výslednice $F = 3058{,}2\ N$. Při prvním režimu byla tato síla rovnoměrně rozdělená do svých dvou složek $F_T = F_y = 2162{,}5\ N$ a $F_N = F_x = 2162{,}5\ N$. Další dva režimy byly takové, že výslednice se rovnala buď jedné

$F = F_T = 3058{,}2\ N$, anebo druhé složce. $F = F_N = 3058{,}2\ N$. Takto zvolené režimy zajistí splnění normy ISO 4210 - 8 (viz. výpočet v kapitole 4). Při výpočtu se uvažoval jednosměrný laminát s úhlem natočení vláken $\theta = 0°$.

Tabulka č. 7 uvádí vypočtené velikosti průřezů jednotlivých tvarů klik na mezi pevnosti. Teoreticky vycházel nejlépe I - profil. Jako druhý vycházel nejlépe profil eliptický.

Tabulka č. 7: Výsledné velikosti ploch na mezi pevnosti pro jednotlivé tvary

Tvar	Kruh	Elipsa	Obdélník	I - profil
Průřez A $[mm^2]$	617,9	477,8	670,6	341,5

6 Experimentální měření

Z kapitoly č. 4 je znám první odhad zatížení, které by měla klika vydržet. Je ale důležité také vyšetřit, jak je klika namáhána při skutečném šlapání.

V laboratoři biomechaniky člověka proběhlo v r. 2005 měření na cyklistickém trenažéru konstruovaném pro účely výzkumu biomechanického působení sil při šlapání, viz diplomová práce Zuzany Andrlíkové - *Měření silových složek působících na pedál jízdního kola* [6].

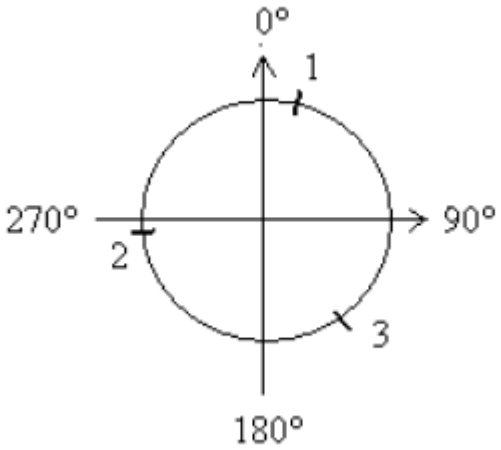
Pro účely této diplomové práce bylo využito zařízení k analogickému měření, aby byly získány podklady pro dimenzování kliky bicyklu. Na obrázku č. 15 je vyfocený jízdní trenažér. Silové účinky byly určovány z analýzy namáhání osy pedálu. Na ose pravého pedálu byly instalovány tři tenzometry umístěné pod vzájemnými úhly 120 stupňů, jak je patrné z obrázku č. 17.

Obrázek č. 15: Jízdní trenažér pro měření zatížení kliky

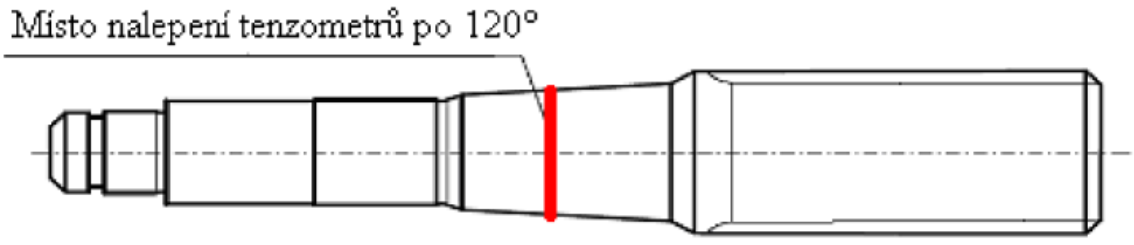
Při tomto měření bylo možné určit působení tečné a normálové síly k pohybu kliky. Tečná síla $\boldsymbol{F_T}$ odpovídá složce síly $\boldsymbol{F}$ působící proti směru osy **y** ze schématu na obrázku č. 7 a normálová síla $\boldsymbol{F_N}$ složce síly $\boldsymbol{F}$ působící ve směru osy **x.** Byly změřeny časové průběhy sil při různých režimech jízdy. Nejprve se měřily síly v různých konstantních výkonových hladinách, konkrétně při výkonech 100, 200, 300, 400 a 500 Wattů. Dále se zjišťovalo, jaké síly budou na klice působit při určitých specifických režimech šlapání. Tyto režimy byly následující - *rozjezd*, *sprint*, kde byly měřeny síly pro zvýšení rychlosti jízdy, a *sjezd po schodech*, při němž byla klika dynamicky zatěžována rázy z přejíždění schodů.

Obrázek č. 16 ukazuje detail na instalované tenzometry na ose pedálu kliky. Obrázek č. 18 potom zobrazuje místo nalepení tenzometrů na ose pedálu.

Obrázek č. 16: Detailní záběr na nalepené tenzometry



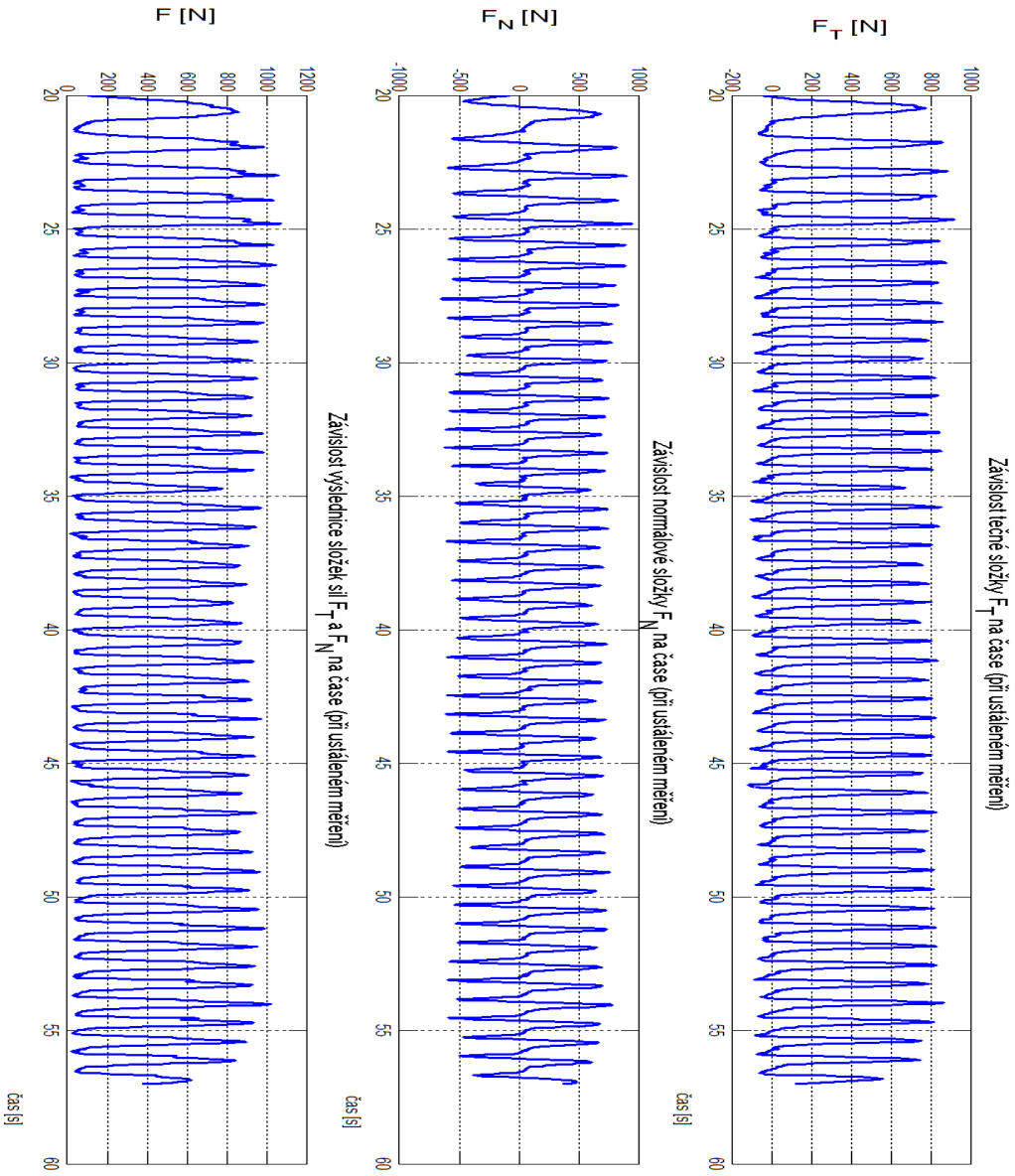
Obrázek č. 17: Rozmístění nalepených tenzometrů po průřezu na ose pedálu [6]



Obrázek č. 18: Zobrazení umístění tenzometrů na ose pedálu [6]

6. 1 Měření výkonových hladin

Jak již bylo popsáno v kapitole č. 6, byly měřeny síly při konstantních výkonových hladinách od 100 Wattů do 500 Wattů. Obrázek č. 19 zobrazuje průběhy sil $\boldsymbol{F_T, F_N}$ a jejich výslednici $\boldsymbol{F}$ pro výkon 500 Wattů.



Obrázek č. 19: Průběhy sil $\boldsymbol{F_T, F_N}$ a $\boldsymbol{F}$ při výkonu 500 W

Z tohoto obrázku je při detailní analýze záznamu patrné, že amplitudy tečné složky, normálové složky a výslednice $\boldsymbol{F}$ nastávají v rozdílných časech. Nastávají zde čtyři extrémní režimy zatížení, jimž bude věnována pozornost. Jedná se o maximální horní amplitudy sil F_T, F_N a F a o maximální dolní amplitudu síly F_N. Tabulka č. 8 shrnuje maximální velikosti těchto amplitud.

Tabulka č. 8: Maximální naměřené hodnoty horních amplitud sil $\boldsymbol{F_T, F_N}$ a $\boldsymbol{F}$ a minimální naměřená dolní amplituda normálové složky síly $\boldsymbol{F}$

$P\ [W]$	100	200	300	400	500
$F_{T_{MAX}}\ [N]$	370, 4	415, 4	705, 8	826, 2	907, 5
$F_{N_{MAX}}\ [N]$	332, 8	335, 5	687, 8	913, 9	934, 6
$F_{N_{MIN}}\ [N]$	-207,4	-262,4	-481, 6	-600, 7	-657, 1
$F\ [N]$	455, 5	463, 5	823, 2	1033, 4	1069, 0

V tabulce č. 9 jsou uvedeny průměrné hodnoty horních a dolních amplitud sil F_T, F_N a F, jejich rozkmit a střední hodnota.

Tabulka č. 9: Průměrné hodnoty amplitud sil $\boldsymbol{F_T, F_N}$ a $\boldsymbol{F}$ jejich střední hodnota a rozkmit

$P\ [W]$	100	200	300	400	500
$F_{T_{PRŮM-HORNÍ}}\ [N]$	$274{,}3 \pm 33{,}3$	$297{,}8 \pm 36{,}9$	$568{,}8 \pm 60{,}6$	$757{,}9 \pm 50{,}9$	$805{,}9 \pm 42{,}5$
$F_{T_{PRŮM-DOLNÍ}}\ [N]$	$-96{,}4 \pm 21{,}0$	$-57{,}4 \pm 12{,}9$	$-97{,}4 \pm 9{,}3$	$-89{,}2 \pm 13{,}2$	$-79{,}6 \pm 17{,}6$
$F_{T_{STŘEDNÍ\ HODNOTA}}\ [N]$	$88{,}9 \pm 18{,}2$	$120{,}2 + 19{,}1$	$237{,}1 \pm 29{,}2$	$334{,}8 \pm 26{,}9$	$363{,}9 \pm 24{,}8$
$F_{T_{ROZKMIT}}\ [N]$	$370{,}7 \pm 54{,}3$	$355{,}2 \pm 49{,}8$	$666{,}2 \pm 69{,}9$	$847{,}1 \pm 64{,}1$	$885{,}5 \pm 60{,}1$
$F_{N_{PRŮM-HORNÍ}}\ [N]$	$231{,}3 \pm 33{,}9$	$195{,}6 \pm 53{,}6$	$467{,}9 \pm 74{,}9$	$667{,}0 \pm 80{,}5$	$714{,}7 \pm 77{,}9$
$F_{N_{PRŮM-DOLNÍ}}\ [N]$	$-134{,}2 \pm 25{,}7$	$-153{,}9 \pm 28{,}2$	$-338{,}9 \pm 53{,}8$	$-504{,}0 \pm 54{,}4$	$-537{,}8 \pm 58{,}8$
$F_{N_{STŘEDNÍ\ HODNOTA}}\ [N]$	$48{,}6 \pm 19{,}7$	$20{,}9 \pm 30{,}6$	$64{,}5 \pm 24{,}4$	$81{,}5 \pm 34{,}5$	$88{,}4 \pm 40{,}8$
$F_{N_{ROZKMIT}}\ [N]$	$365{,}5 \pm 59{,}6$	$349{,}5 \pm 81{,}8$	$806{,}7 \pm 128{,}7$	$1171{,}0 \pm 134{,}9$	$1252{,}5 \pm 136{,}7$
$F_{PRŮM-HORNÍ}\ [N]$	$317{,}7 \pm 42{,}7$	$316{,}9 \pm 48{,}1$	$635{,}3 \pm 72{,}1$	$826{,}0 \pm 76{,}3$	$934{,}8 \pm 60{,}1$
$F_{PRŮM-DOLNÍ}\ [N]$	$57{,}3 \pm 21{,}8$	$32{,}4 \pm 13{,}7$	$41{,}3 \pm 18{,}1$	$16{,}9 \pm 6{,}7$	$34{,}2 \pm 8{,}7$
$F_{STŘEDNÍ\ HODNOTA}\ [N]$	$187{,}6 \pm 25{,}3$	$174{,}6 \pm 25{,}4$	$338{,}9 \pm 40{,}5$	$423{,}4 \pm 38{,}4$	$485{,}5 \pm 30{,}6$

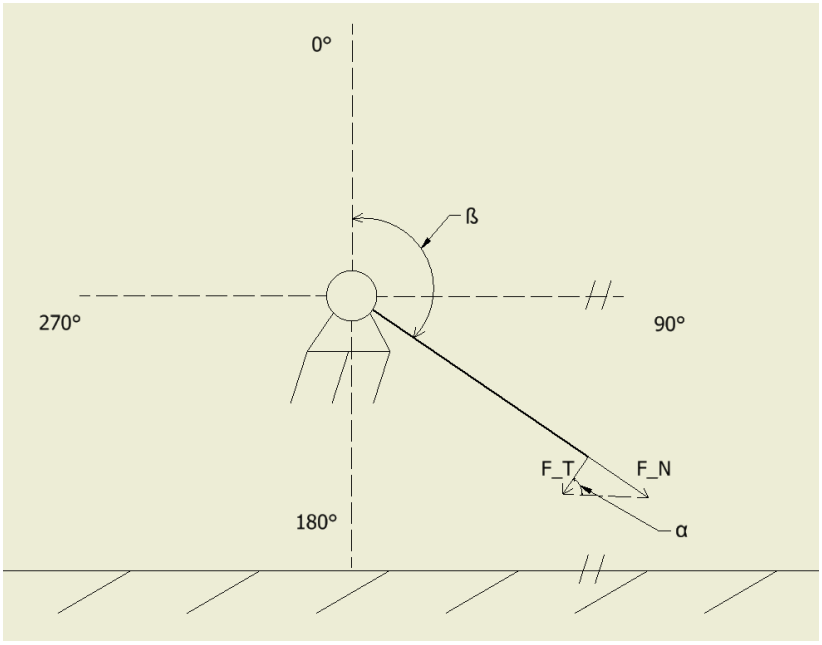
$F_{ROZKMIT}\ [N]$	$260{,}4 \pm 64{,}5$	$284{,}5 \pm 61{,}8$	$594{,}0 \pm 90{,}2$	$809{,}1 \pm 83{,}0$	$900{,}6 \pm 68{,}8$

Tabulka č. 10 dává přehled o úhlu α. Úhel α je definován následujícím vztahem: $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_N}{F_T}\right)$. Z tohoto úhlu lze získat informaci o poměru normálové a tečné složky síly $\boldsymbol{F}$. Tento úhel je v tabulce vypsán pro všechny výkonové hladiny při horních amplitudách složek F_T, F_N a výslednice $\boldsymbol{F}$ a pro dolní amplitudy složky F_N.

Tabulka č. 10: Vypsání úhlu α při jednotlivých amplitudách (Pozn.: dolní index značí sílu, která je pro daný úhel α v amplitudě)

$P\ [W]$	100	200	300	400	500
$\alpha_{F_T}\ [°]$	$21{,}7 \pm 8{,}2$	$8{,}9 \pm 9{,}2$	$15{,}1 \pm 6{,}5$	$5{,}8 \pm 6{,}6$	$19{,}7 \pm 9{,}5$
$\alpha_{F_{N_MAX}}\ [°]$	$59{,}4 \pm 9{,}1$	$50{,}0 \pm 10{,}3$	$52{,}7 \pm 3{,}7$	$59{,}5 \pm 3{,}3$	$55{,}0 \pm 4{,}3$
$\alpha_{F_{N_MIN}}\ [°]$	$-74{,}2 \pm 13{,}7$	$-68{,}8 \pm 20{,}2$	$-67{,}7 \pm 8{,}6$	$-68{,}2 \pm 8{,}0$	$-69{,}0 \pm 5{,}5$
$\alpha_F\ [°]$	$38{,}2 \pm 9{,}4$	$21{,}6 \pm 16{,}1$	$37{,}1 \pm 8{,}2$	$40{,}5 \pm 16{,}5$	$40{,}5 \pm 7{,}5$

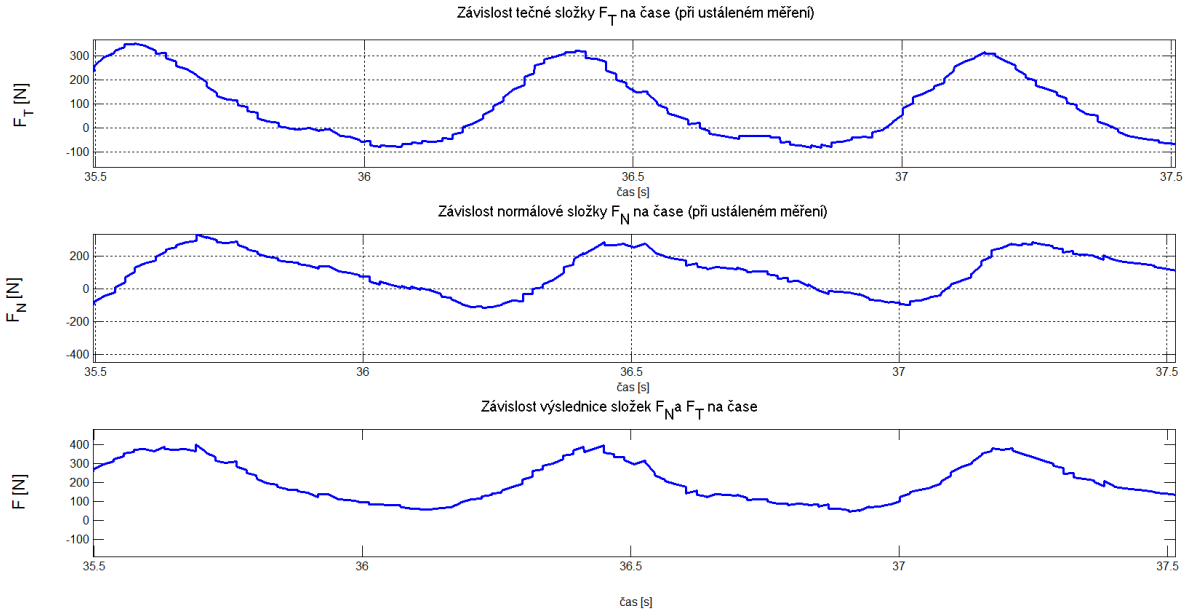
Pro snadnější další popis zatížení kliky je zde obrázek č. 20, na kterém je znázorněn úhel β.



Obrázek č. 20: Vykreslení úhlu β

V diplomové práci [6] je navíc popsán průběh velikosti tečné a normálové síly v závislosti na úhlu natočení kliky vůči zemi. Tento parametr v našich měřeních snímán nebyl. Využijeme těchto výsledků.

Na obrázku č. 22 jsou vyobrazeny průběhy těchto sil. Nízký úhel α_{F_T} odpovídá očekávání, že maximální tečná síla by měla nastat v situaci, kdy je klika vodorovná se zemí a normálová síla je tedy téměř nulová, což potvrzuje i obrázek č. 22. Maximální normálová síla nastává v momentě, kdy míří osa kliky kolmo k zemi (úhel β je přibližně 180°), respektive kolmo od země. V prvním případě je normálová síla kladná, což značí, že je klika zatížena tahem, v druhém případě je klika zatížena tlakem. Maximální hodnota výslednice nastává ve chvíli, kdy velikost tečné síly již klesá ze svého maxima, naopak normálová síla svého maxima teprve dosáhne. To je patrné z obrázku č. 21 zobrazujícího detail na tři amplitudy periody zatěžujícího cyklu při výkonu 100 W.

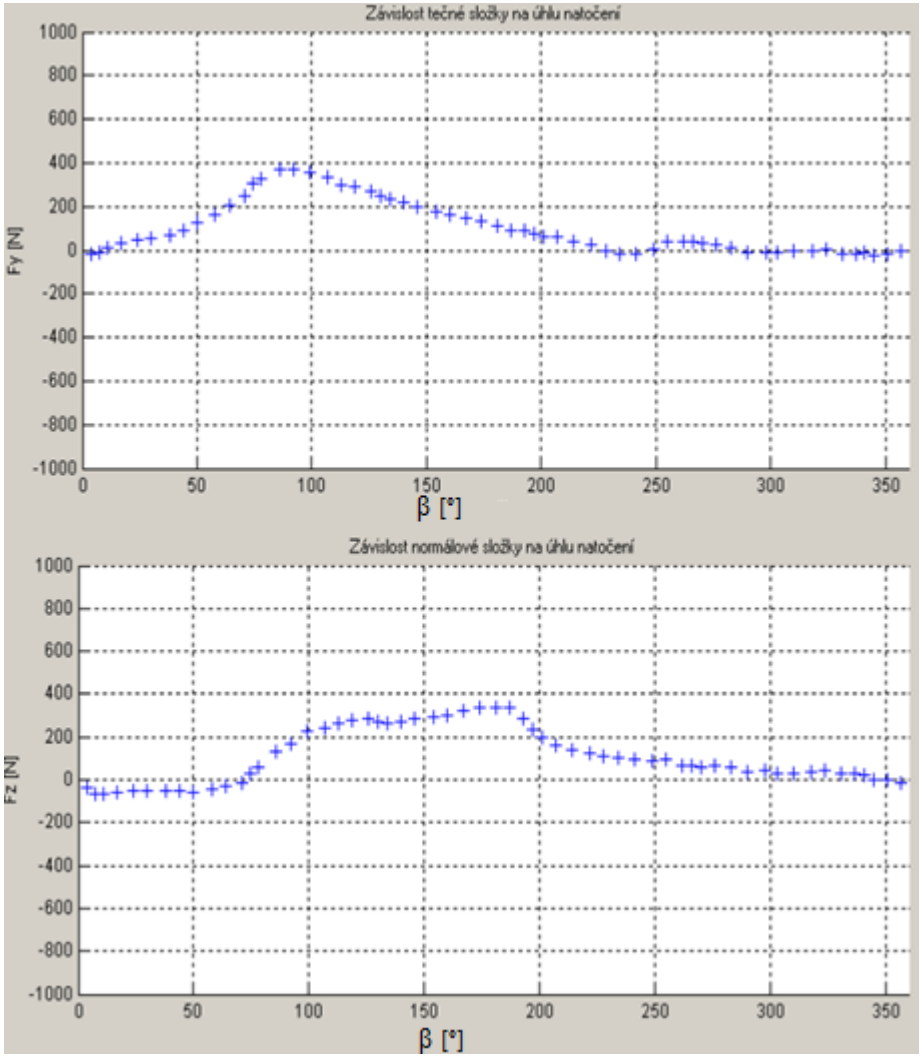


Obrázek č. 21: Detailní vykreslení průběhu sil F_T, F_N a F

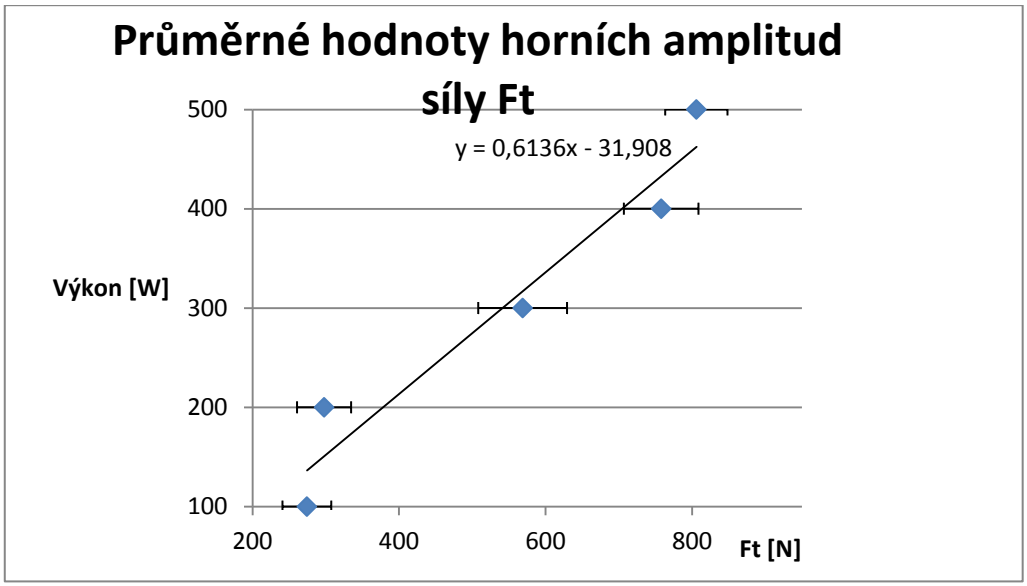
Z toho vyplývá, že maximální sílu jezdec vydává mezi úhly $\beta = 90°$ a $\beta = 180°$. Při pohledu na obrázky č. 21 a 22 lze přibližně odhadnout, že maximum výslednice **F** by mohlo nastávat pro úhel $\beta = 135°$. Tento úhel svírá klika s vertikálou také při dynamickém únavovém testu, který byl popsán v kapitole č. 4.

Bylo ověřováno, zda lze předpokládat lineární závislost mezi výkonem šlapání a velikostí dané složky, resp. výslednicí sil působící na pedál při šlapání.

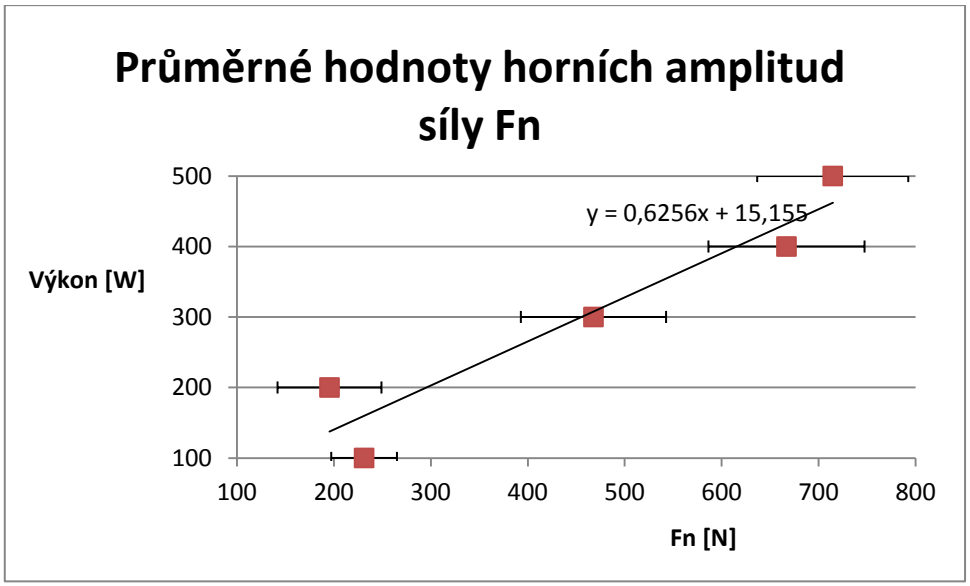
Obrázky č. 23, 24 a 25 ukazují, jak rostly průměrné horní aplitudy sil F_T, F_N a F.



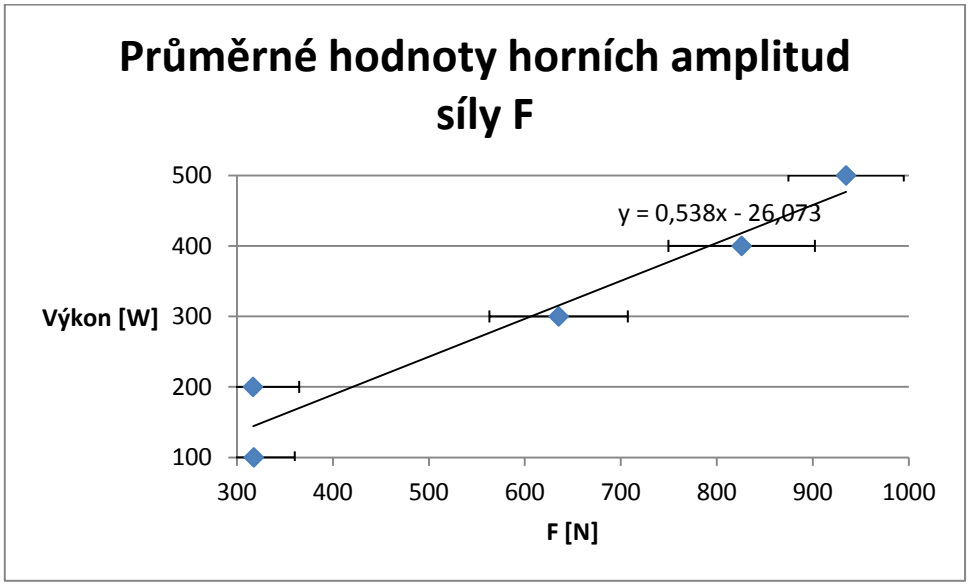
Obrázek č. 22: Průběh tečné a normálové složky síly ***F*** v závislosti na úhlu β [6]



Obrázek č. 23: Průměrné hodnoty horních amplitud tečné složky síly ***F***



Obrázek č. 24: Průměrné hodnoty horních amplitud normálové složky síly ***F***



Obrázek č. 25: Průměrné hodnoty horních amplitud výslednice ***F***

Jak je vidět, tečná a normálová složka, ale i jejich výslednice se přibližně lineárně zvyšovali s rostoucím výkonem. Pouze hodnota u výkonové hladiny 200 wattů této přímé úměře příliš neodpovídá, to je však způsobeno tím, že při měření byl na trenažéru přehozen jiný převod, než pro ostatní hladiny.

6. 2. 1 Měření speciálních případů zatěžování - sprint a rozjezd

Průběhy sil F_T, F_N a F se pro režim sprintu a rozjezdu příliš neliší od obrázku č. 19. Tabulka č. 11 uvádí maximální hodnoty horních amplitud těchto sil, minimální hodnotu dolní amplitudy normálové složky síly $\boldsymbol{F}$ a úhly α_{F_T}, $\alpha_{F_{N_MAX}}$, $\alpha_{F_{N_MIN}}$ a α_F.

Tabulka č. 11: Maximální hodnoty sil F_T, F_N a F a minimální hodnoty síly F_N pro režimy zatížení *SPRINT* a *SJEZD*

SPRINT							
$F_T\ [N]$	$F_{N_MAX}[N]$	$F_{N_MIN}[N]$	$F\ [N]]$	$\alpha_{F_T}\ [°]$	$\alpha_{F_{N_MAX}}[°]$	$\alpha_{F_{N_MIN}}[°]$	$\alpha_F\ [°]$
929,2	979,0	$-772,8$	1113,7	$14,2 \pm 11,0$	$59,7 \pm 3,9$	$-65,8 \pm 5,5$	$51,2 \pm 4,9$
ROZJEZD							
$F_T\ [N]$	$F_{N_MAX}[N]$	$F_{N_MIN}[N]$	$F\ [N]]$	$\alpha_{F_T}\ [°]$	$\alpha_{F_{N_MAX}}[°]$	$\alpha_{F_{N_MIN}}[°]$	$\alpha_F\ [°]$
814,7	774,9	$-645,1$	920,6	$14,3 \pm 9,6$	$55,6 \pm 6,4$	$-62,3 \pm 8,7$	$41,1 \pm 7,0$

V tabulce č. 12 jsou poté uvedeny průměrné hodnoty horních a dolních amplitud sil F_T, F_N a F, jejich střední hodnoty a rozkmit.

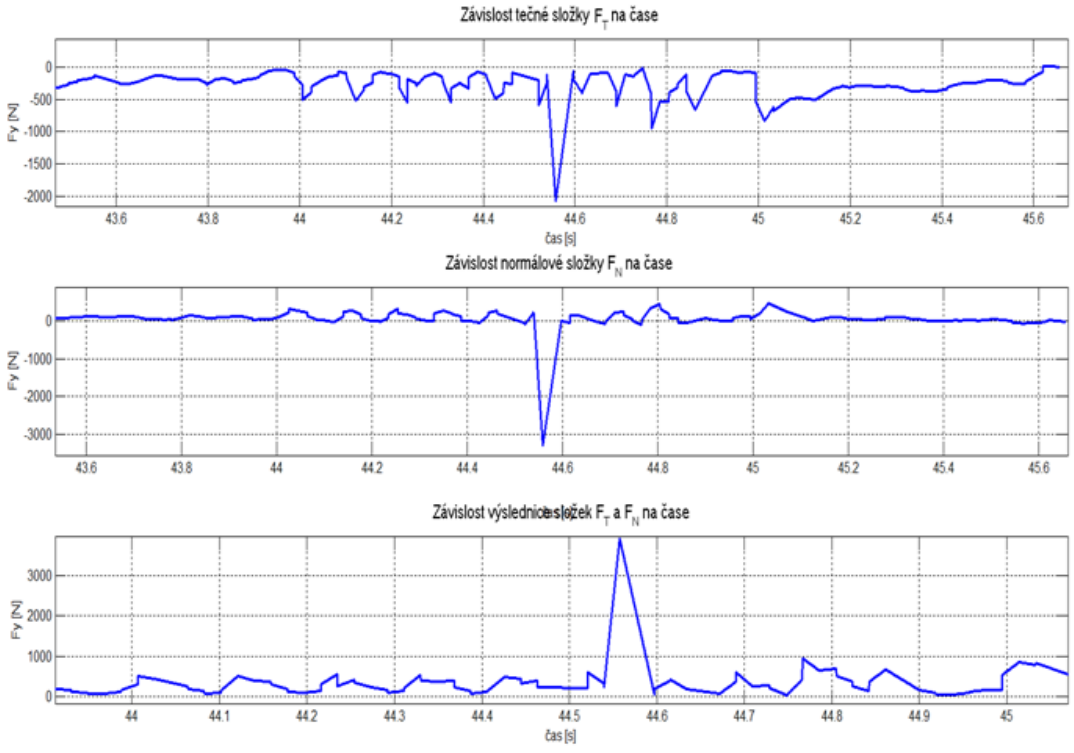
Tabulka č. 12: Průměrné hodnoty horních amplitud sil F_T, F_N a F a dolní amplitudy síly F_N pro režimy zatížení *SPRINT* a *SJEZD*

REŽIM JÍZDY	SPRINT	ROZJEZD
$F_{T_{PRŮM-HORNÍ}}\ [N]$	$798,6 \pm 84,7$	$705,2 \pm 82,6$
$F_{T_{PRŮM-DOLNÍ}}\ [N]$	$-73,4 \pm 14,7$	$-75,6 \pm 15,8$
$F_{T_{STŘEDNÍ\ HODNOTA}}\ [N]$	$367,1 \pm 37,4$	$321,3 \pm 42,0$
$F_{T_{ROZKMIT}}\ [N]$	$872,0 \pm 99,4$	$780,8 \pm 98,4$
$F_{N_{PRŮM-HORNÍ}}\ [N]$	$815,9 \pm 101,4$	$590,6 \pm 124,3$
$F_{N_{PRŮM-DOLNÍ}}\ [N]$	$-649,0 \pm 77,0$	$-483,2 \pm 87,7$
$F_{N_{STŘEDNÍ\ HODNOTA}}\ [N]$	$91,7 \pm 29,2$	$53,7 \pm 49,5$
$F_{N_{ROZKMIT}}\ [N]$	$1464,9 \pm 178,4$	$1073,8 \pm 212,0$
$F_{PRŮM-HORNÍ}\ [N]$	$986,8 \pm 87,0$	$790,9 \pm 99,8$
$F_{PRŮM-DOLNÍ}\ [N]$	$29,6 \pm 13,6$	$45,2 \pm 8,6$
$F_{STŘEDNÍ\ HODNOTA}\ [N]$	$508,2 \pm 40,2$	$425,5 \pm 41,7$
$F_{ROZKMIT}\ [N]$	$957,2 \pm 100,6$	$745,7 \pm 108,4$

Při sprintu byly vyvinuty vyšší síly, než při rozjezdu. Úhly mezi složkami tečné a normálové síly jsou přibližně srovnatelné s úhly při ustáleném šlapání pro výkonové hladiny.

6. 2. 2 Měření speciálních případů zatěžování - sjezd po schodech

Při tomto měřeném režimu se sjíždělo na kole jedno mezipatro v budově strojní fakulty. Klika byla zatížena rázy od jednotlivých schodů a rázem při dojezdu na podlahu spodního patra. Tento ráz byl pouhým okem znatelně větší, než rázy od jednotlivých schodů. Obrázek č. 26 ukazuje průběh sil F_T, F_N a F při sjezdu po schodech. Je vidět, že v přibližně v čase 44, 5 s nastává nejvyšší ráz. Při měření byla však naměřena pouze jediná hodnota, z čehož lze usuzovat, že se jedná o technickou chybu v měření, kdy naměřená hodnota neodpovídá žádné reálně proběhlé hodnotě, ale jde o naměřený ruch.



Obrázek č. 26: Záznam sil při *sjezdu po schodech*

6. 3 Vyhodnocení experimentu

Jak již bylo napsáno, při šlapání jsou čtyři extrémní režimy zatížení, které je potřeba kontrolovat.

1. Maximální hodnoty tečné síly
2. Maximální hodnoty normálové síly
3. Minimální hodnoty normálové síly
4. Maximální hodnoty výslednice

Z tabulek č. 8 a č. 11 je zřejmé, že v absolutní hodnotě bude normálová síla vždy větší při amplitudě maximální normálové složky. Jak bylo ukázáno v předchozí kapitole, zabývající se rozborem napětí v klice, normálová síla způsobuje v klice hlavně ohybové napětí, při kterém orientace síly, jež toto napětí způsobuje, nehraje roli, proto nebude dále režimu č. 3 věnována pozornost.

Maximální hodnota výslednice byla naměřena o velikosti 1113,7 N a působí přibližně pod úhlem $\beta = 135°$. Úhel α mezi složkami sil F_T a F_N je zde zhruba 45°. Při amplitudách výslednice nabývá úhel α hodnoty kolem 45° pravidelně.

Pokud nastává maximální amplituda tečné složky síly $\boldsymbol{F}$, je průměrná hodnota úhlu $\alpha_{F_T} = 14{,}2°$ a pro případ maximální hodnoty normálové složky síly $\boldsymbol{F}$ je tato hodnota o velikosti $\alpha_{F_N} = 56{,}0°$.

Tabulka č. 13 udává poměr mezi maximální naměřenou velikostí výslednice $\boldsymbol{F}$ a jejími složkami pro jednotlivé zatěžovací režimy.

Tabulka č. 13: Poměry složek a výslednice pro různé režimy zatěžování

REŽIM ZATĚŽOVÁNÍ	$\frac{F_T}{F}$	$\frac{F_N}{F}$
100 W	0,813	0,731
200 W	0,896	0,724
300 W	0,857	0,835
400 W	0,799	0,884
500 W	0,848	0,874
SPRINT	0,834	0,879
ROZJEZD	0,885	0,840
PRŮMĚR:	0,847	0,824

Jestliže tedy bude uvažována síla pro dimenzování $F = 3058{,}2\ N$, která byla vypočtena v kapitole č. 4, pak jednotlivé složky v různých režimech zatěžování vypadají následovně:

1. *Maximální hodnoty tečné síly:* $F_T = 0{,}847 \cdot 3058{,}2 = 2590{,}3\ N$
   $F_N = 2590{,}3 \cdot \tan(14{,}2°) = 655{,}4\ N$
2. *Maximální hodnoty normálové síly:* $F_N = 0{,}824 \cdot 3058{,}2 = 2520{,}0\ N$
   $F_T = \frac{2520{,}0}{\tan(56{,}0°)} = 1699{,}8\ N$
3. *Maximální hodnoty výslednice:* $F_T = 3058{,}2 \cdot \cos(45°) = 2162{,}5\ N = F_N$

Pro tyto extrémní režimy bude provedeno dimenzování v kapitolách č. 7 a 8.

7 Analytická optimalizace tvaru a skladby kliky

Doposud jsme uvažovali pouze jednosměrná vlákna orientovaná podél délky kliky. Skutečná součást bude i z technologických důvodů zahrnovat různé orientace vláken. Pokusme se úhly vláken optimalizovat z multikriteriálního hlediska důležitých parametrů a to pro dutý eliptický profil kliky. Lze také uvažovat, že vrstvy kompozitu bude možné navíjet z různých typů vláken (materiálu). V kapitole č. 5 bylo odvozeno, že nejvýhodnější reálně vyrobitelný tvar je eliptický. Proto bude v této kapitole řešena trubka o profilu duté elipsy.

V prostředí programu MATLAB byl naprogramován algoritmus optimálního návrhu kliky bicyklu. V této kapitole je popsáno odvození cílové funkce, která je poté optimalizována. Odvození proběhlo pro předpoklad skladby ze tří vrstev o tloušťkách $\boldsymbol{t1}$, $\boldsymbol{t2}$ a $\boldsymbol{t3}$ a orientaci vláken $\boldsymbol{\theta_1}, \boldsymbol{\theta_2}$ a $\boldsymbol{\theta_3}$. Vnější hrana trubky je popsána dvěma poloosami $\boldsymbol{a}$ a $\boldsymbol{b}$. V každé vrstvě navíc může být jiný materiál. Cílová funkce je tedy funkcí všech argumentů v závorce na pravé straně rovnice (19).

$$CF = CF(\theta_1, \theta_2, \theta_3, t_1, t_2, t_3, a, b, materiál_1, materiál_2, materiál_3) \qquad (19)$$

Cílem optimalizace je dostat trubku co nejlehčí, co nejtužší a takovou, která vyhoví pevnostním podmínkám.

Cílová funkce bude tedy součtem všech maximálních deformací z různých stavů zatěžování a velikostí plošného průřezu, jelikož hmotnost je funkce plochy tohoto průřezu. Navrhněme tuto funkci ve tvaru:

$$CF = \delta_1 \cdot \max(\boldsymbol{u}) + \delta_2 \cdot \max(\boldsymbol{v}) + \delta_3 \cdot \max(\boldsymbol{w}) + \delta_4 \cdot \max(\boldsymbol{zkrut}) + \\ + \delta_5 \cdot \max(\boldsymbol{A}) \qquad (20)$$

Koeficienty δ_1 až δ_5 jsou váhové koeficienty a byly získány tak, že optimalizace byla puštěna pro maximalizaci jednotlivých dílčích kritérií a převrácená hodnota této maximální velikosti byla oním váhovým kritériem. Cílem bylo stanovit váhu tak, aby jednotlivé součiny v rovnici (20) nabývaly hodnot od nuly do jedné.

Pro každou kombinaci vstupních parametrů ze závorky v rovnici (19) byly nejprve spočítány pevnostní podmínky a v případě, že nebyly splněny, byla pro tyto parametry cílové funkci záměrně přiřazena její nevýhodná hodnota - jednalo se o tzv. penalizaci.

Pro lepší orientaci poslouží obrázek č. 9. Hodnota síly F_z byla zanedbána a hodnoty sil F_x a F_y se měnily v závislosti na režimu zatížení. Tyto režimy byly tři a odpovídaly režimům, odvozeným v kapitole č. 6. 3.

1) $F_x = 655{,}4\ N; F_y = 2590{,}3\ N$
2) $F_x = 2520{,}0\ N; F_y = 1699{,}8\ N$
3) $F_x = 2162{,}5\ N; F_y = 2162{,}5\ N$

7.1 Stanovení jednotlivých deformací

Stanovení posuvu v ose *x*:

Pro výpočet posuvu **u,** který je způsoben tahem síly F_x ve směru podélné osy kliky. Byl využit homogenizační model kde $\langle E \cdot A \rangle_{eq}$ je ekvivalentní tahová tuhost a vypočte se pomocí rovnice (22). [9]

$$\boldsymbol{u} = \frac{F_x \cdot R1}{\langle E \cdot A \rangle_{eq}} \qquad (21),$$

$$\langle E \cdot A \rangle_{eq} = \sum_{i=1}^{3} E_i \cdot A_i \qquad (22)$$

Homogenizační model slouží pro stanovení ekvivalentních tuhostí a následnému počítání deformací se vzorci jako pro izotropní materiály.

Velikost plochy A_i je plocha jedné vrstvy a vypočte se jako rozdíl elipsy své vnější hranice a své vnitřní hranice. $A_i = \pi \cdot (A_{ext} \cdot B_{ext} - A_{int} \cdot B_{int})$ a jednotlivé moduly pružnosti E_i jsou vypočteny podle rovnice (23). [2]

$$E_{xi} = \left(\frac{1}{E_{Li}} cos^4\theta + \frac{1}{E_{Ti}} sin^4\theta + \left(\frac{1}{G_{LTi}} - 2\frac{\nu_{LTi}}{E_{Li}}\right) sin^2\theta cos^2\theta\right)^{-1} \qquad (23)$$

Stanovení posuvu v ose *z*:

Tento posuv je vyvolán ohybovým momentem, vybuzeným excentrickou tahovou silou F_x na rameni R2. Posuv byl vypočten pomocí Mohrova integrálu.

$$\boldsymbol{w} = \frac{1}{\langle E \cdot J_y \rangle_{eq}} \cdot \int_0^{R1} F_x \cdot R2 \cdot x \cdot dx = \frac{F_x \cdot R2 \cdot R1^2}{2 \cdot \langle E \cdot J_y \rangle_{eq}} \qquad (24)$$

Člen $\langle E \cdot J_y \rangle_{eq}$ je ekvivalentní ohybová tuhost vůči ose **y** a vypočte se analogicky s rovnicí (22). [9]

$$\langle E \cdot J_y \rangle_{eq} = \sum_{i=1}^{3} E_i \cdot J_{y_i} \qquad (25)$$

Jednotlivé kvadratické momenty setrvačnosti se vypočtou rovnicemi (26) a (27). [8]

$$J_{y_i} = \frac{\pi}{4}\left({A_{ext}}^3 \cdot B_{ext} - {A_{int}}^3 \cdot B_{int}\right) \qquad (26)$$

$$J_{z_i} = \frac{\pi}{4}\left({B_{ext}}^3 \cdot A_{ext} - {B_{int}}^3 \cdot A_{int}\right) \qquad (27)$$

Stanovení posuvu v ose *y*:

Tento posuv je vyvolán ohybovým momentem od síly F_y na rameni R1, ale také od posouvající síly F_y. Výsledný posuv je součtem jednotlivých posuvů. Posuv od ohybového momentu byl opět vypočítán pomocí Mohrova integrálu v rovnici (28). Ekvivalentní ohybová tuhost se počítá stejně jako v rovnici (25).

$$\boldsymbol{v_{Mo}} = \frac{1}{\langle E \cdot J_z \rangle_{eq}} \cdot \int_0^{R1} F_y \cdot x \cdot x \cdot dx = \frac{F_x \cdot R1^3}{3 \cdot \langle E \cdot J_z \rangle_{eq}} \qquad (28)$$

Pro výpočet posuvu od posouvající síly platí rovnice (29), kde $\langle G \cdot A \rangle_{eq}$ je ekvivalentní smyková tuhost a β je smykový koeficient. [9]

$$\boldsymbol{v_{T_{pos}}} = \frac{\beta}{2\langle G \cdot A \rangle_{eq}} \cdot \int_0^{R1} {F_y}^2 \cdot dx = \frac{\beta \cdot {F_y}^2 \cdot R1}{2\langle G \cdot A \rangle_{eq}} \qquad (29)$$

$$\langle G \cdot A \rangle_{eq} = \sum_{i=1}^{3} G_i \cdot A_i \qquad (30)$$

Jednotlivé smykové moduly pružnosti lze vypočítat pomocí rovnice (31). [2]

$$G_{xy_i} = \left(2\left(\frac{2}{E_{L_i}} + \frac{2}{E_{T_i}} + 4\frac{\nu_{LTi}}{E_{L_i}} - \frac{1}{G_{LT_i}}\right) \cdot sin^2\theta_i \cdot cos^2\theta_i\right)^{-1} \qquad (31)$$

Součinitel β byl odvozen podle vztahu (32) za použití numerické integrace v programu MATLAB pomocí funkce integral2. [7]

$$\beta = \frac{A}{{J_z}^2} \iint_{(A)} \left(\frac{S(y)}{b(y)}\right)^2 \cdot dA \qquad (32)$$

V rovnici (32) použitý kvadratický moment k ose *z* se vypočte následovně:

$$J_z = \frac{\pi}{4}(b^3 \cdot a - (b - t1 - t2 - t3)^3 \cdot (a - t1 - t2 - t3))$$

Celkový posuv se tedy vypočte takto: $\boldsymbol{v = v_{T_{pos}} + v_{Mo}}$.

Stanovení zkrutu ϑ:

Deformační podmínka pro zkrut kompozitové trubky, která je složena z více vrstev o rozdílných vlastnostech, je taková, že zkrut všech vrstev musí být stejný. Pro následující odvození byl stanoven předpoklad, že jednotlivé vrstvy jsou tenkostěnné uzavřené profily. Ze Stokesovy rovnice $2 \cdot \vartheta \cdot G \cdot A_S = \oint_{(s)} \tau_s \cdot ds$ [8] byl vyjádřen zkrut ϑ, kde $\tau_s = \frac{M_k}{2 \cdot n \cdot A_S}$.

$$\vartheta = \frac{1}{2 \cdot G \cdot A_S} \oint_{(s)} \tau_s \cdot ds = \frac{M_k}{4 \cdot G \cdot {A_S}^2} \oint_{(s)} \frac{ds}{n} \qquad (33)$$

Zde A_S je plocha průřezu ohraničená střednicí, *n* je tloušťka stěny, pro toto odvození je v každé vrstvě tloušťka konstantní po délce obvodu a křivkový integrál $\oint_{(s)} ds$ je obvod elipsy. Třívrstvý kompozit je dvakrát staticky neurčitý, proto jsou potřeba dvě deformační podmínky.

$$\vartheta_1 = \vartheta_2$$
$$\vartheta_3 = \vartheta_2$$

Musí také platit rovnice rovnováhy, kdy celkový krouticí moment je součtem dílčích momentů přenesených jednotlivými vrstvami: $M_k = M_{k1} + M_{k2} + M_{k3}$. Celkový krouticí moment je roven součinu síly F_y a ramena R2. Následuje dosazení do deformačních podmínek a vyjádření dílčích momentů:

$$\frac{M_{k1}}{4 \cdot G_{x1} \cdot {A_{S1}}^2 \cdot t1} \oint_{(s1)} ds = \frac{M_k - M_{k2} - M_{k3}}{4 \cdot G_{x1} \cdot {A_{S1}}^2 \cdot t1} \oint_{(s1)} ds = \frac{M_{k2}}{4 \cdot G_{x2} \cdot {A_{S2}}^2 \cdot t2} \oint_{(s2)} ds$$

Substituce: $A_{SUBST} = \frac{\oint_{(s1)} ds}{4 \cdot G_{x1} \cdot {A_{S1}}^2 \cdot t1}$; $B_{SUBST} = \frac{\oint_{(s2)} ds}{4 \cdot G_{x2} \cdot {A_{S2}}^2 \cdot t2}$; $C_{SUBST} = \frac{\oint_{(s3)} ds}{4 \cdot G_{x3} \cdot {A_{S3}}^2 \cdot t3}$

Vyjádření momentu M_{k2}:

$$A_{SUBST} \cdot (M_k - M_{k2} - M_{k3}) = B_{SUBST} \cdot M_{k2}$$
$$M_{k2} = \frac{A_{SUBST} \cdot (M_k - M_{k3})}{A_{SUBST} + B_{SUBST}}$$
$$B_{SUBST} \cdot M_{k2} = \frac{A_{SUBST} \cdot B_{SUBST}(M_k - M_{k3})}{A_{SUBST} + B_{SUBST}} = C_{SUBST} \cdot M_{k3}$$

Vyjádření momentu M_{k3}:

$$M_{k3} = \frac{\frac{A_{SUBST} \cdot B_{SUBST}(M_k)}{A_{SUBST} + B_{SUBST}}}{C_{SUBST} + \frac{A_{SUBST} \cdot B_{SUBST}}{A_{SUBST} + B_{SUBST}}} \qquad (34)$$

Nyní je již možné vypočítat zkrut ϑ_3 a dopočítat jednotlivé momenty M_{k1} a M_{k2}.

$$\vartheta_3 = \frac{M_{k3} \oint_{(s3)} ds}{4 \cdot G_{x3} \cdot {A_{S3}}^2 \cdot t3} \qquad (35)$$

Jak vyplývá z deformačních podmínek, zkruty všech vrstev jsou stejné, a proto budeme uvažovat, že celkový zkrut je roven vyjádřenému zkrutu ϑ_3. $=> \boldsymbol{\vartheta} = \vartheta_3$

Nyní jsou připraveny všechna kritéria obsažená v cílové funkci (20). Teď je zapotřebí pro každou vypočtenou deformaci ověřit, že bude splněna pevnostní podmínka a pokud ne, hodnota cílové funkce se bude penalizovat. Bude použito pevnostní kritérium Tsai - Hill (4).

7.2 Odvození napjatosti v jednotlivých vrstvách od různých typů zatížení

Než budeme kontrolovat různé režimy zatížení, je nutné si uvědomit, jaké napjatosti vznikají v jednotlivých vrstvách od různých typů namáhání.

Napětí od tahu:

Jelikož je trubka složena z různě poddajných vrstev, které mají všechny stejnou deformaci **u**, jež se vypočte dle vztahu (21), je jasné, že se celková síla F_x rozloží do dílčích sil, podobně, jako při odvozování zkrutu. Proto by měla platit rovnice (36).

$$\boldsymbol{u} = \frac{F_x \cdot R1}{\langle E \cdot A \rangle_{eq}} = \frac{F_{x1} \cdot R1}{E_{x1} \cdot A_1} = \frac{F_{x2} \cdot R1}{E_{x2} \cdot A_2} = \frac{F_{x3} \cdot R1}{E_{x3} \cdot A_3} \qquad (36)$$

Dílčí síla F_{xi} se tedy vyjádří rovnicí (37) a napjatost se dopočte vztahem (38).

$$F_{xi} = \frac{F_x \cdot E_{xi} \cdot A_i}{\langle E \cdot A \rangle_{eq}} \qquad (37)$$

$$\sigma_{xi} = \frac{F_{xi}}{A_i} \qquad (38)$$

Napětí od ohybu v rovině *xy*:

Pro napětí ve vrstvě ***i*** platí Hookeův zákon, tedy $\sigma_{xi} = E_{xi} \cdot \varepsilon_i$, kde relativní prodloužení ε_i lze vypočítat jako součin křivosti $\kappa = -v'' = \frac{M_o}{\langle EJ \rangle_{eq}}$ a ramena $\boldsymbol{y}$ od neutrálné osy. Ze symetrie je zřejmé, že neutrálná osa bude procházet středem nosníku. Kontrolované napětí tedy bude vždy na vnější hraně vrstvy, protože zde bude větší rameno $\boldsymbol{y}$. Napětí σ_{xi} lze tedy vyjádřit rovnicí (39).

$$\sigma_{xi} = E_{xi} \cdot \varepsilon_i = E_{xi} \cdot \kappa \cdot y = E_{xi} \cdot \frac{M_o}{\langle EJ_z \rangle_{eq}} \cdot y \qquad (39)$$

Pozn.: Pro ohyb v rovině ***xz*** vystupuje ve vzorci (39) místo ramena $\boldsymbol{y}$ rameno $\boldsymbol{z}$ a místo ohybové tuhosti $\langle EJ_z \rangle_{eq}$ je ve vzorci (39) tuhost $\langle EJ_y \rangle_{eq}$.

Pozn2.: Pro prostorový ohyb od momentu M_{oy} v rovině ***xy*** a momentu M_{oz} v rovině ***xz*** platí, že celkové napětí σ_{xi} je součtem napjatostí od obou momentů.

$$\sigma_{xi} = E_{xi} \cdot \frac{M_{oy}}{\langle EJ_z \rangle_{eq}} \cdot y + E_{xi} \cdot \frac{M_{oz}}{\langle EJ_y \rangle_{eq}} \cdot z \qquad (40)$$

Napětí od posouvající síly:

Smykové napětí od posouvající síly je dáno Žuravského vzorcem (41).

$$\tau_{xy} = \frac{T \cdot S}{J_z \cdot b} \qquad (41)$$

Pro zatížení posouvající silou $T = F_y$ vznikne průhyb, jenž je dán rovnicí (29).

Tento průhyb je vztažen ke středu nosníku, který je středem i pro všechny vrstvy, z čehož vyplývá, že průhyb od posouvající síly F_y je roven průhybům jednotlivých vrstev od dílčích sil F_{yi} (analogicky s odvozením pro napětí od tahu). Toto je dáno rovnicí (42).

$$\boldsymbol{v_{T_{pos}}} = \frac{\beta \cdot {F_y}^2 \cdot R1}{2\langle G \cdot A \rangle_{eq}} = \frac{\beta \cdot {F_{y1}}^2 \cdot R1}{2G_{x1} \cdot A_1} = \frac{\beta \cdot {F_{y2}}^2 \cdot R1}{2G_{x2} \cdot A_2} = \frac{\beta \cdot {F_{y3}}^2 \cdot R1}{2G_{x3} \cdot A_3} \qquad (42)$$

Dílčí síla se tedy vypočte podle rovnice (43).

$$F_{yi} = \frac{{F_y}^2 G_{xi} \cdot A_i}{\langle G \cdot A \rangle_{eq}} \qquad (43)$$

Smykové napětí od těchto posouvajících sil v místě, které je dáno souřadnicemi ***y***, ***z*** je tedy následující:

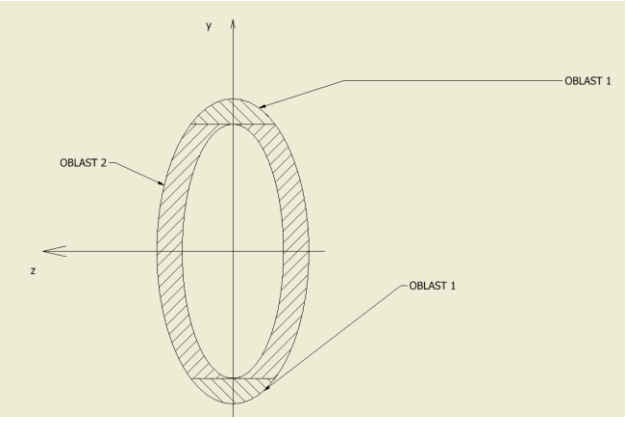
Pro oblast 1)

$$\tau_{xyi} = \frac{F_{yi} \cdot \int_0^z 2 \cdot dz \cdot \int_y^{a \cdot \sqrt{1-\left(\frac{z}{b}\right)^2}} y \cdot dy}{J_{zi} \cdot 2 \cdot t1} \qquad (44)$$

Pro oblast 2)

$$\tau_{xyi} = \frac{F_{yi} \cdot \left(\int_0^z 2 \cdot dz \cdot \int_y^{a \cdot \sqrt{1-\left(\frac{z}{b}\right)^2}} y \cdot dy - \int_0^z 2 \cdot dz \cdot \int_y^{(a-t) \cdot \sqrt{1-\left(\frac{z}{b-t}\right)^2}} y \cdot dy \right)}{J_{zi} \cdot 2 \cdot t1} \qquad (45)$$

Na obrázku č. 27 jsou tyto oblasti znázorněny.



Obrázek č. 27: Znázornění oblastí s různými statickými momenty

Napětí od torze:

Napětí na střednicích jednotlivých vrstev od dílčích krouticích momentů, odvozených v kapitole č. 7.1, se vypočítá rovnicí (46).

$$\tau_{Si} = \frac{M_{ki}}{2 \cdot t_i \cdot A_{si}} \qquad (46)$$

Toto napětí však se vzdáleností od středu nosníku bude ještě stoupat o hodnotu $\Delta\tau_i/2$.

Kontrolované napětí tedy bude vypadat takto:

$$\tau_i = \tau_{Si} + \frac{\Delta\tau_i}{2} = \frac{M_{ki}}{2 \cdot t_i \cdot A_{si}} + \vartheta \cdot G_{xi} \cdot t_i \qquad (47)$$

Výpočet celkové napjatosti:

Při všech třech zkoumaných režimech zatěžování působí na kliku síly F_x a F_y. Výsledné napětí v klice tedy bude superpozicí všech dílčích napjatosti. Napjatost v jednotlivých vrstvách pro první kritické místo se tedy vypočte podle rovnic (48) a (49) a pro druhé kritické podle rovnic (50) a (51) nebo (52).

1. kritické místo (na ose z):

$$\sigma_{xi} = \frac{F_{xi}}{A_i} + E_{xi} \cdot \frac{F_{xi} \cdot R2}{\langle EJ_y \rangle_{eq}} \cdot z \qquad (48)$$

$$\tau_i = \frac{M_{ki}}{2 \cdot t_i \cdot A_{si}} + \vartheta \cdot G_{xi} \cdot t_i +$$

$$+ \frac{F_{yi} \cdot \left(\int_0^b 2 \cdot dz \cdot \int_0^{a \cdot \sqrt{1-\left(\frac{z}{b}\right)^2}} y \cdot dy - \int_0^{b-t} 2 \cdot dz \cdot \int_y^{(a-t) \cdot \sqrt{1-\left(\frac{z}{b-t}\right)^2}} y \cdot dy \right)}{J_{zi} \cdot 2 \cdot ti} \qquad (49)$$

2. kritické místo (místo největšího ohybového momentu):

$$\sigma_{xi} = \frac{F_{xi}}{A_i} + E_{xi} \cdot \frac{F_{xi} \cdot R2}{\langle EJ_y \rangle_{eq}} \cdot z2 + E_{xi} \cdot \frac{F_{yi} \cdot R1}{\langle EJ_z \rangle_{eq}} \cdot y2 \qquad (50)$$

Pro výpočet smykového napětí existují dva vzorce a to podle toho, jestli se kritické místo nalézá v oblasti 1, nebo oblasti 2. Oblasti jsou vykreslené na obrázku č. 27. O tom, v které oblasti se pohybuji, rozhodne souřadnice ***y2.*** Pokud je vyšší, než je hodnota poloosy ***A_ext*** **- tloušťka laminátu**, bude se počítat v oblasti 1 a naopak.

Pro oblast 1 se pak smykové napětí vypočte podle vzorce (51), pro oblast 2 podle vzorce (52).

$$\tau_i = \frac{M_{ki}}{2 \cdot t_i \cdot A_{si}} + \vartheta \cdot G_{xi} \cdot t_i + \\ + \frac{F_{yi} \cdot \left(\int_0^{z2} 2 \cdot dz \cdot \int_{y2}^{a \cdot \sqrt{1-\left(\frac{z}{b}\right)^2}} y \cdot dy \right)}{J_{zi} \cdot 2 \cdot ti} \qquad (51)$$

$$\tau_i = \frac{M_{ki}}{2 \cdot t_i \cdot A_{si}} + \vartheta \cdot G_{xi} \cdot t_i + \\ + \frac{F_{yi} \cdot \left(\int_0^{z2} 2 \cdot dz \cdot \int_{y2}^{a \cdot \sqrt{1-\left(\frac{z}{b}\right)^2}} y \cdot dy - \int_0^{z2-t} 2 \cdot dz \cdot \int_{y2}^{(a-t) \cdot \sqrt{1-\left(\frac{z}{b-t}\right)^2}} y \cdot dy \right)}{J_{zi} \cdot 2 \cdot ti} \qquad (52)$$

Odvození souřadnic ***y2, z2*** je provedeno v kapitole č. 5. 4, str. 29.

Aby bylo možné ověřit Tsai-Hillovo pevnostní kritérium (4), je potřeba získané napjatosti z každé vrstvy transformovat do souřadnicového systému O (L, T, LT). K tomu se využije vztah z kapitoly č. 5. 2 (7).

7. 3 Materiály:

Při optimalizaci bylo také naprogramováno, aby algoritmus vybíral ideální materiály. Byly uvažovány kompozitní materiály z uhlíkových vláken - jednak z vysokomodulových PITCH vláken (vlákna typu CN, resp. vlákna YS - výrobce Nippon Graphite Fiber Corp.) a dále vysokopevnostních vláken typu PAN (vlákna T700 - výrobce Toray Industries, Inc.). Vlastnosti těchto materiálů jsou uvedeny v tabulkách č. 14, 15 a 16. V literatuře [10] a [11] nebylo k níže uvedeným vlastnostem kompozitů uvedeno, jaká matrice byla použita. Při výpočtech některých vlastností kompozitů se uvažovala epoxidová matrice s vlastnostmi z literatury [13].

Tabulka č. 14: Vlastnosti kompozitů z vláken typu CN [10]

	CN - 60	CN - 80	CN - 90
Kompozitové vlastnosti			
Pevnost v tahu F_{Lt} [MPa]	1800	1800	1800
Modul pružnosti E_{Lt} [GPa]	400	450	550

Protažení ve směru L %	0, 37	0, 31	0, 33
Pevnost v tahu F_T [MPa]	32	33	25
Modul pružnosti E_T [GPa]	5, 4	5, 6	5, 4
Protažení ve směru T %	0, 6	0,6	0,47
Objemový podíl Vf %	52	56	55
Ohybová pevnost ve směru osy L [MPa]	790	720	690
Pevnost v tlaku F_{Lc} [MPa]	400	380	370
Modul pružnosti v tlaku E_{Lc} [GPa]	340	407	540
Smyková pevnost F_{LT} [MPa]	81	80	60

Tabulka č. 15: Vlastnosti kompozitů z vláken typu YS [11]

	YS - 80 A	YS - 90 A	YS - 95 A
Kompozitové vlastnosti			
Pevnost v tahu F_{Lt} [MPa]	1960	1900	1900
Modul pružnosti E_{Lt} [GPa]	470	520	540
Protažení ve směru L %	0, 4	0, 3	0, 3
Pevnost v tahu F_T [MPa]	32	25	25
Modul pružnosti E_T [GPa]	5,9	5, 6	5, 5
Objemový podíl Vf %	60	60	60
Pevnost v tlaku F_{Lc} [MPa]	380	360	340
Modul pružnosti v tlaku E_{Lc} [GPa]	460	520	540
Smyková pevnost F_{LT} [MPa]	64	60	60

Tabulka č. 16 byla sestavena z literatury [12] a výpočtů (Poissonovo číslo, příčný modul pružnosti a smykový modul pružnosti).

Poissonovo číslo ν_{LT} se dopočte pomocí směšovacího pravidla:

$$\nu_{LT} = V_f \cdot \nu_f + (1 - V_f) \cdot \nu_m$$

Smykový modul pružnosti se poté dopočítá podle vzorce (53).

$$G_{LT} = \frac{E_T}{2 \cdot (1 + \nu_{LT})} \qquad (53)$$

Výpočet příčného modulu pružnosti kompozitu z vláken T700 je uveden v rovnici (54) [2].

$$E_T = \frac{E_m}{1 - V_f \left(1 - \frac{E_m}{E_f}\right)} = \frac{3200}{1 - 0{,}6 \left(1 - \frac{3200}{230000}\right)} = 7836{,}5\ MPa \qquad (54)$$

Tabulka č. 16: Vlastnosti vysokopevnostního kompozitu z vláken T - 700

Materiál	kompozit T-700 / epoxidová pryskyřice
Objemový podíl	60 %
Podélná pevnost v tahu F_{Lt}	2 450 [MPa]
Podélná pevnost v tlaku F_{Lc}	1 570 [MPa]
Příčná pevnost v tahu F_{Tt}	70 [MPa]
Příčná pevnost v tlaku F_{Tc}	70 [MPa]
Smyková pevnost F_{LT}	98 [MPa]
Podélný modul pružnosti E_L	135 000 [MPa]
Příčný modul pružnosti E_T	7 836,5 [MPa]
Smykový modul pružnosti G_{LT}	2 924,1 [MPa]
Poissonovo číslo	0,34

V tabulce č. 17 jsou uvedeny hodnoty Poissonových čísel matrice, vláken, výsledného kompozitu a smykového modulu pružnosti pro daný kompozit. Hodnota ν_m epoxidové pryskyřice byla získána z [13].

Hodnoty ν_f byly nalezeny zde [14].

Tabulka č. 17: Vlastnosti kompozitů z vláken CN a YS

Materiál	V_f [%]	ν_f	ν_m	ν_{LT}	$G_{LT}\ [MPa]$
CN - 60	52	0,11	0,35	0,2252	2203,7

CN - 80	56	0,088	0,35	0,2033	2326,9
CN - 90	55	0,08	0,35	0,2015	2247,2
YS - 80 A	60	0,087	0,35	0,1922	2474,4
YS - 90 A	60	0,078	0,35	0,1868	2359,3
YS - 95 A	60	0,076	0,35	0,1856	2319,5

7. 4 Popis optimalizačního algoritmu

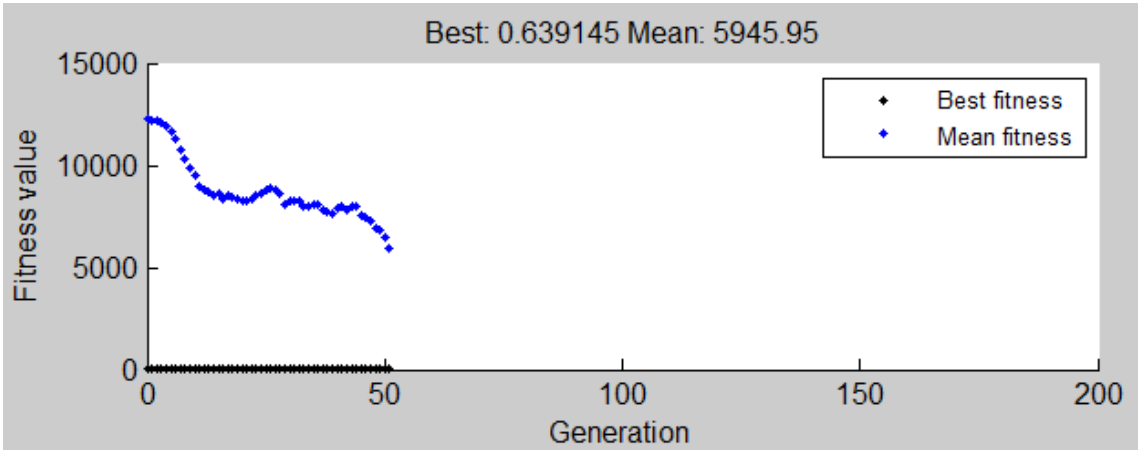
Pro výše popsané sestavení cílové funkce byl použit optimalizační algoritmus pro hledání globálního minima - genetický algoritmus. Výsledky byly použity jako vstupní vektory pro dohledávací optimalizační algoritmus pro hledání lokálního minima. V programu MATLAB se volal jako funkce "fminsearch". Konkrétně se jedná o algoritmus "Nelder - Mead simplex direct search". [15]

Genetický algoritmus používá procesy, které napodobují prvky známé z přírody - dědičnost, mutace, přirozený výběr a křížení. Principem je vytvoření generace, jež se skládá z různých vektorů vstupních parametrů. S každou další generací se lepší řešení. V první generaci je populace složena z náhodného výběru. Pro vytvoření nové generace se vhodní jedinci zmodifikují (mutace a křížení) a tak se dosáhne v další generaci lepších výsledků. [16]

Nastavení genetického algoritmu bylo následující:

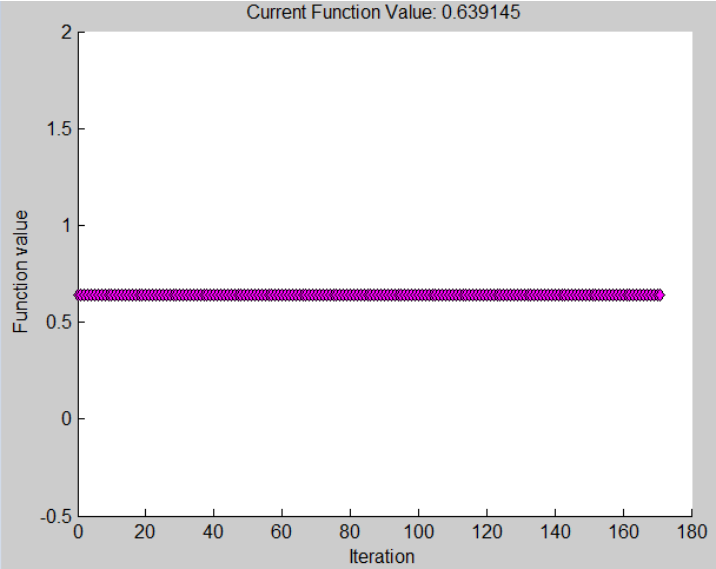
- počet členů jedinců v populaci = 2000
- maximální počet generací = 200
- tolerance pro zastavení $= 10^{-4}$ - pokud je rozdíl průměrné hodnoty mezi dvěma generacemi menší než tato tolerance, algoritmus se zastaví

Na obrázku č. 28 je vidět, jak postupně klesala průměrná hodnota jednotlivých generací. Minimální hodnota jedinců v každé generaci splývá s vodorovnou osou. Důvodem je, že velké množství jedinců v generaci bylo penalizováno, proto je průměrná hodnota v generaci řádově jinde, než minimální hodnota.



Obrázek č. 28: Genetický algoritmus

Obrázek č. 29 zobrazuje hledání lokálního minima. Jelikož se v průběhu lokálního optimalizačního algoritmu nezměnila hodnota cílové funkce, našel již genetický algoritmus řešení, které je lokálním minimem a vzhledem k nastavení genetického algoritmu dost možná jde o globální minimum. To však nelze říci určitě.



Obrázek č. 29: Dohledávací lokální algoritmus *Fminsearch*

7. 5 Výsledky

Po skončení genetického algoritmu byl výsledek $f_{min} = 0{,}639145$, což byl stejný výsledek jako po proběhnutí dohledávacího algoritmu *Fminsearch*. Tabulka č. 18 vypisuje vypočtené výsledky pro nejnižší hodnotu cílové funkce:

Tabulka č. 18: Optimální hodnoty optimalizovaných parametrů

θ_{1opt} [°]	-0,0344
θ_{2opt} [°]	45,6806
θ_{3opt} [°]	0,1468
t_{1opt} $[mm]$	0,9140
t_{2opt} $[mm]$	3,9448
t_{3opt} $[mm]$	3,0092
a_{opt} $[mm]$	19,3244
b_{opt} $[mm]$	24,8606
$materiál_{1opt}$	CN - 80
$materiál_{2opt}$	CN - 60
$materiál_{3opt}$	CN - 80

Důležitá věc, kterou si musíme uvědomit, je, že jestliže budeme navíjet vrstvu pod úhlem 45°, tak ve chvíli, kdy vlákno dospěje ke konci kliky a začne se vracet zpět, bude

pod úhlem -45°. Z toho vyplývá, že vrstva č. 2 bude rozdělena do dvou částí o orientacích $\theta_{2opt} = \pm 45{,}6806°$ a tloušťkách $\frac{t_{2opt}}{2} = 1{,}9724\ mm.$

Další důležitou informací je, kolik vláken tedy v jednotlivých vrstvách nakonec bude. O tom informují tabulky č. 19 a č. 20. V tabulce č. 19 jsou uvedeny hodnoty průměru jednotlivých vláken, velikost plochy průřezu tohoto vlákna a velikost plochy průřezu, pokud připočteme přes objemový podíl matrici. Tabulka č. 20 dává informace o velikostech ploch jednotlivých vrstev a kolik svazků vláken je pro tuto plochu potřeba.

Tabulka č. 19: Rozměry vláken a svazků vláken [20], [21]

Materiál	*Ø vlákna* $[\mu m]$	*Plocha svazku* $[mm^2]$	V_f [%]	*Plocha svazku vláken s matricí* $[mm^2]$
CN - 60 - 6K	10,00490	0,472	52	0,908
CN - 80 - 6K	9,88894	0,461	56	0,823

Tabulka č. 20: Počty svazků vláken v jednotlivých vrstvách pro výsledky analytické optimalizace

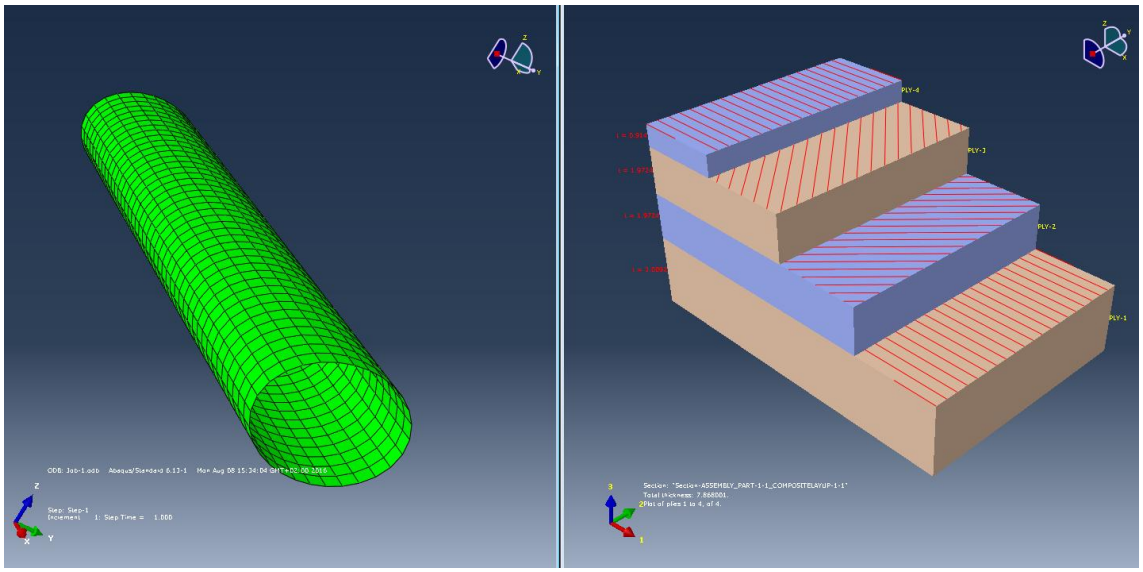
Číslo vrstvy	*Plocha vrstvy* $[mm^2]$	*Plocha svazku vláken s matricí* $[mm^2]$	*Počet svazků ve vrstvě* $[ks]$
1	124,249	0,823	151
2	250,242	0,908	276
3	250,242	0,908	276
4	297,396	0,823	362

Tabulka č. 21 vypisuje maximální hodnoty jednotlivých deformací a velikost plochy průřezu nosníku.

Tabulka č. 21: Deformace a velikost plochy pro optimální kliku

$\max(\boldsymbol{u})$ $[mm]$	$\max(\boldsymbol{w})$ $[mm]$	$\max(\boldsymbol{v})$ $[mm]$	$\max(\boldsymbol{\vartheta})$ $[°/mm]$	A $[mm^2]$
0,00185	0,0742	0,382	0,0056	897,7

Obrázek č. 30 vykresluje vypočtený tvar kliky a jeho skladbu.



Obrázek č. 30: Vizualizace výsledků analytické optimalizace

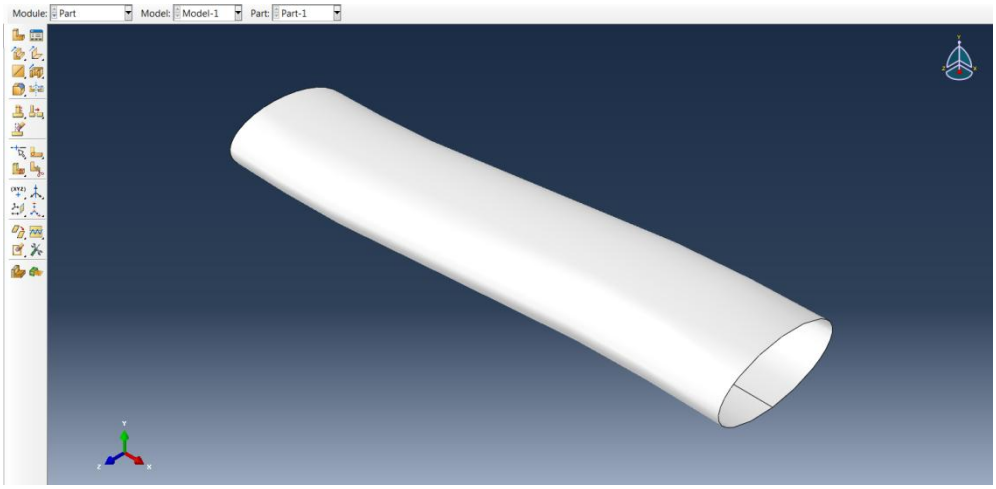
8 MKP optimalizace

Cílem této kapitoly je popis tvorby a realizování výpočtu pomocí MKP. Bude popsáno vytvoření zjednodušeného modelu těla kliky, popis propojení programů MATLAB a Abaqus, popis optimalizační smyčky a vyhodnocení výsledků. MKP model může být tvarově složitější, než uvažované analytické "nosníkové" modely.

Cílem je stanovit stejné proměnné, jako v kapitole č. 7, tedy poloosy ***a*** a ***b***, tloušťky a materiály jednotlivých vrstev a jejich orientaci (pootočení o úhel θ od podélné osy těla kliky ***x***).

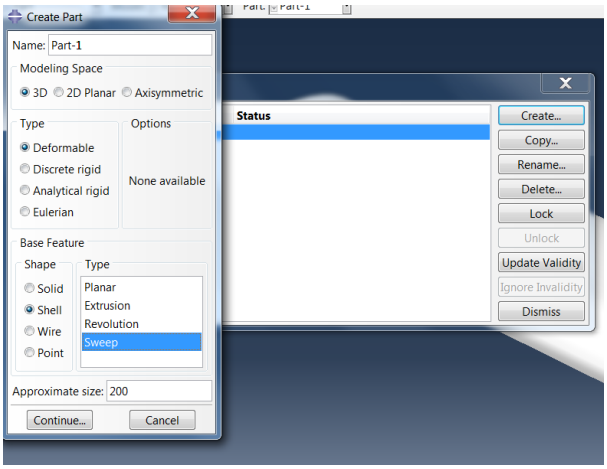
8. 1 Vytvoření modelu

V modulu "Part" byl vytvořen model, který je znázorněn na obrázku č. 31.



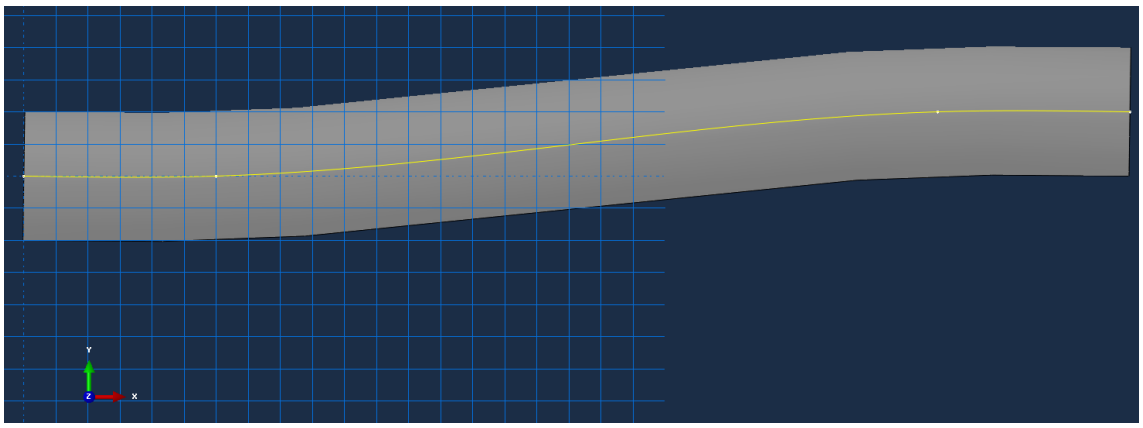
Obrázek č. 31: Model - Part

V part - manageru byl tento model vytvořen pomocí volby Shape -> shell, Type -> sweep, tedy tažením skořepiny. To je vidět na obrázku č. 32.



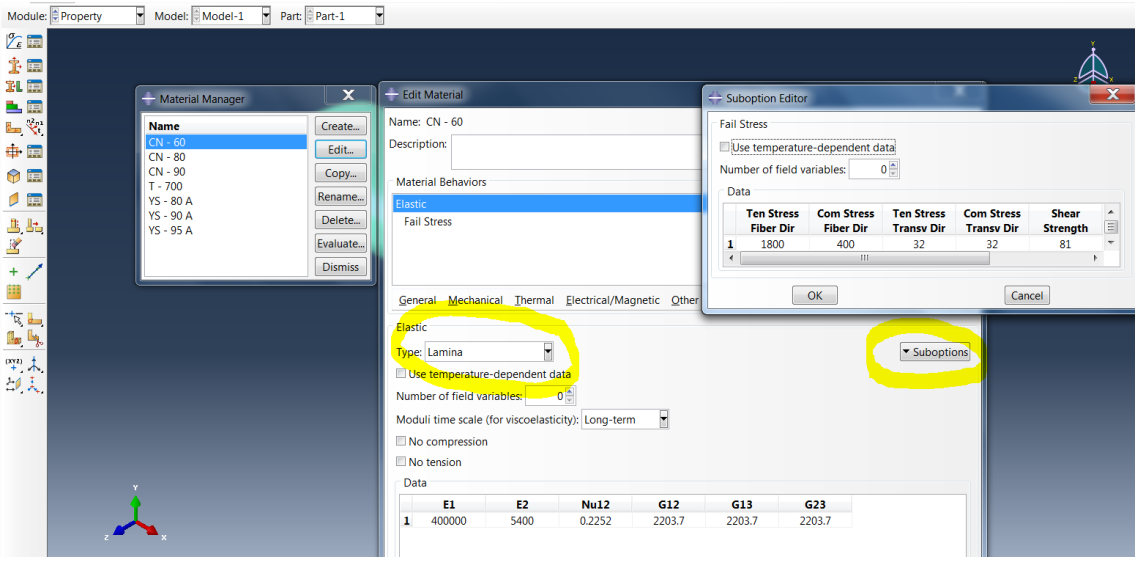
Obrázek č. 32: Tvorba součásti

Jelikož je osa reálné kliky vždy mírně vyhnutá směrem od osy bicyklu, byl i tento model tažen podél křivky, která je znázorněna na obrázku č. 33. Rozdíl souřadnice ***y*** počátečního a konečného bodu je 10 mm.



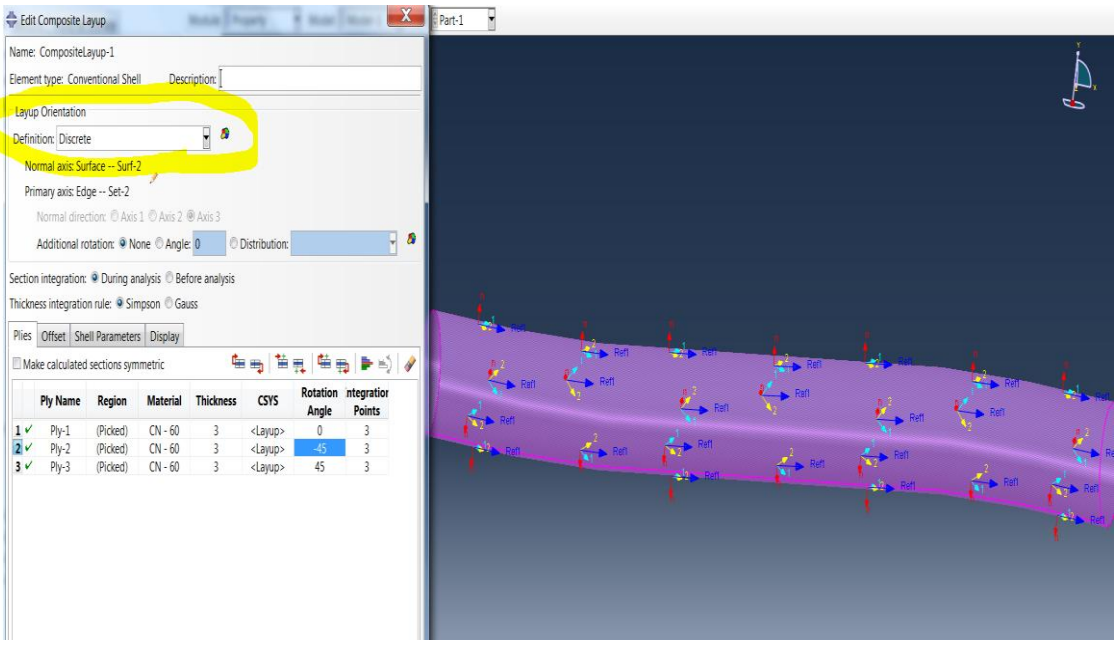
Obrázek č. 33: Trajektorie podélné osy kliky

V modulu "property" byly vytvořeny jednotlivé materiály za využití dat z tabulek č. 11, 12, 13 a 14 z kapitoly č. 7.3. Na obrázku č. 34 je vidět nastavení materiálu CN - 60. Bylo zadáno elastické chování typu "lamina" a v "suboptions" byly nastaveny kritické pevnosti v podélném a příčném směru a také smyková pevnost. I v MKP výpočtech bude uvažováno Tsai - Hillovo a dále Tsai - Wu pevnostní kritérium.



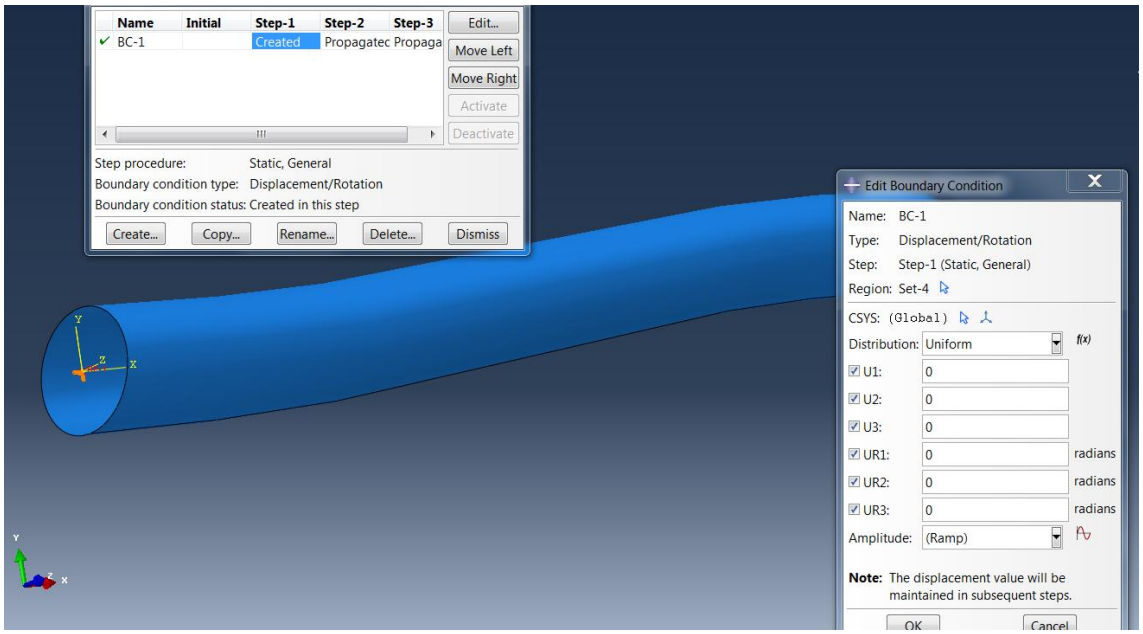
Obrázek č. 34: Zadávání materiálových vlastností

Materiálové vlastnosti byly přiřazeny vytvořené části za použití funkce "Composite layup manager", ve které se zadávají vlastnosti skladby, jako je tloušťka, orientace a materiál vrstev. Také se zde zadává souřadný systém pro celou část, ten byl nyní zvolen diskrétně, tedy pro každý element se přiřadí jeho vlastní lokální souřadnicový systém. Na obrázku č. 35 jsou vykresleny orientace některých částí, referenční souřadnice je souřadnice, která je kolmá k jednotlivým průřezům, souřadnice v podélném směru vláken je zde označena číslovkou 1. Normála musí směřovat z těla kliky ven.



Obrázek č. 35: Composite lay - up manager

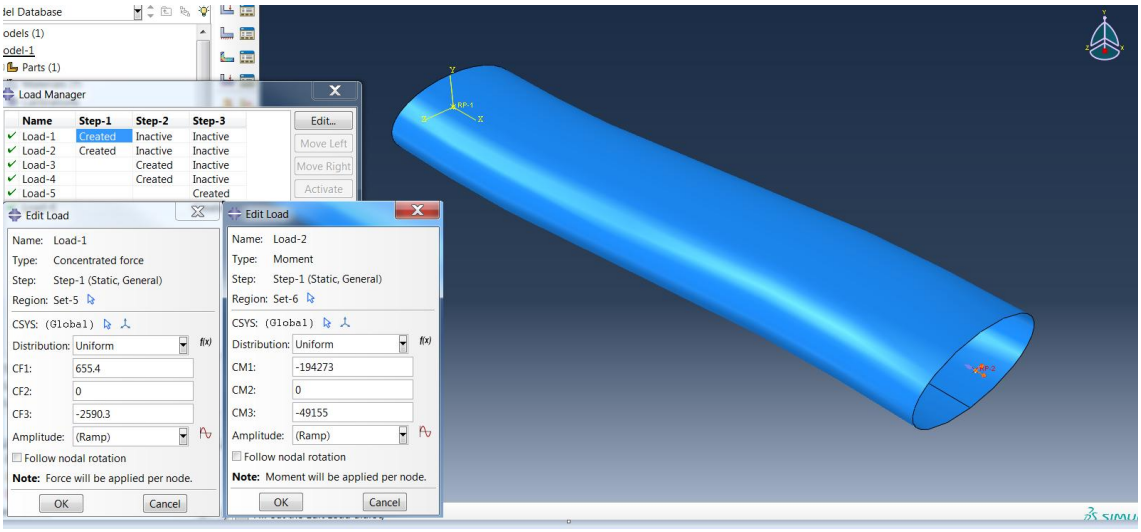
Okrajová podmínka byla zadána tak, že referenční bod uprostřed jednoho konce kliky, spojený s okrajem kliky funkcí "coupling", byl zbaven všech stupňů volnosti, což je patrné z obrázku č. 36.



Obrázek č. 36: Zadání okrajové podmínky

Stejně jako v analytické optimalizaci, i zde byly použity tři režimy zatěžování. Každý režim měl svůj vlastní "step" a tedy pro každý "step" bylo deklarováno jiné zatížení. Pro každý režim byla vytvořena dvě zatížení - jedno byla osamělá síla a druhé osamělý moment. Tyto silové účinky byly zadány do středu průřezu druhého konce kliky, než byla zadána okrajová podmínka, což bylo ale v rozporu se skutečností, kdy síla působí na pedál ve vzdálenosti 65 mm od okraje kliky. Tento rozdíl od skutečnosti

zde kompenzovaly ony osamělé momenty. Pro každý "step" se poté pouze měnily hodnoty složek těchto silových účinků. Na obrázku č. 37 je zadání pro první "step", tedy režim, kdy $F_N = 655{,}4\ N$ a $F_T = 2590{,}3$. Velikost momentu je zde rovna $M = \begin{pmatrix} -F_T \cdot (rameno) \\ 0 \\ -F_N \cdot (rameno) \end{pmatrix}$. Hodnota $\boldsymbol{rameno} = R2 + \boldsymbol{b}$, kde $\boldsymbol{b}$ je velikost poloosy kliky a ***rameno*** se zadává parametricky přímo ve skriptu, o tom bude ale ještě řeč v další kapitole.



Obrázek č. 37: Zadání zatížení osamělými silami a momenty pro první step

Velikosti jednotlivých elementů byly nastaveny globálně přibližně 4 mm, tvar elementů byl čtvercově dominantní a typ elementů byl zvolen S4R.

8. 2 Propojení MATLAB - Abaqus

Během všech kroků, které uživatel udělá v grafickém prostředí programu Abaqus se tyto kroky ukládají v pracovním adresáři do souboru *.jnl. Tento soubor lze změnit jednoduchým otevřením v textovém editoru a novým uložením se změnou přípony na *.py. Jedná se o skript v jazyce Python. [17]

Takto uložený skript "nazev_skriptu.py" lze jednoduše spustit MATLABem pomocí příkazu "system(['Abaqus cae ','script=nazev_skriptu.py']);", což je v podstatě zadání do příkazového řádku "cmd". Takovýto příkaz spustí program Abaqus a provede všechny kroky, jako provedl sám uživatel, včetně natáčení kamery a podobně až do vytvoření a spuštění "jobu" v modulu Job - manager.

Pokud by příkaz v MATLABu vypadal takto: "system(['Abaqus cae ','noGUI=nazev_skriptu.py']);", proběhne tentýž proces, jako v minulém případě, pouze s tím rozdílem, že se nespustí grafické prostředí programu Abaqus a příkaz končí ve chvíli, kdy se dopočtou definované "joby".

Ve chvíli, kdy uživatel otevře výsledky těchto výpočtů, začne se stejně jako v případě souboru *.jnl ukládat každý jeho krok, tentokrát do souboru Abaqus.rpy. Opět

stačí v grafickém prostředí nadefinovat to, co je potřebné, po ukončení programu Abaqus otevřít soubor Abaqus.rpy a uložit jej jako *.py soubor v jazyce Python.

V případě této optimalizace byly nadefinovány výstupní reporty pro všechny tři stepy, ve kterých byly hodnoty poměrných deformací a hodnoty pevnostních kritérií Tsai - Hill a Tsai - Wu ve všech integračních bodech všech vrstev v každém elementu. Tento skript lze opět spustit stejným způsobem, jako je napsáno v předchozích dvou odstavcích.

8. 3 Optimalizační smyčka

Pro MKP optimalizaci bylo jako globální optimalizační algoritmus vybráno simulované žíhání. Simulované žíhání je pravděpodobnostní optimalizační metoda. Simulované žíhání je schopno dočasně zhoršit řešení a tím se dostat z lokálních minim. Na začátku je zadána teplota, která se snižuje s tím, jak hodnota cílové funkce klesá. Čím je tato teplota nižší, tím také klesá pravděpodobnost zhoršení. S ohledem na výpočtový čas byl použit tento algoritmus, jelikož dosahuje uspokojivých výsledků mnohem dříve, než genetický algoritmus. [18]

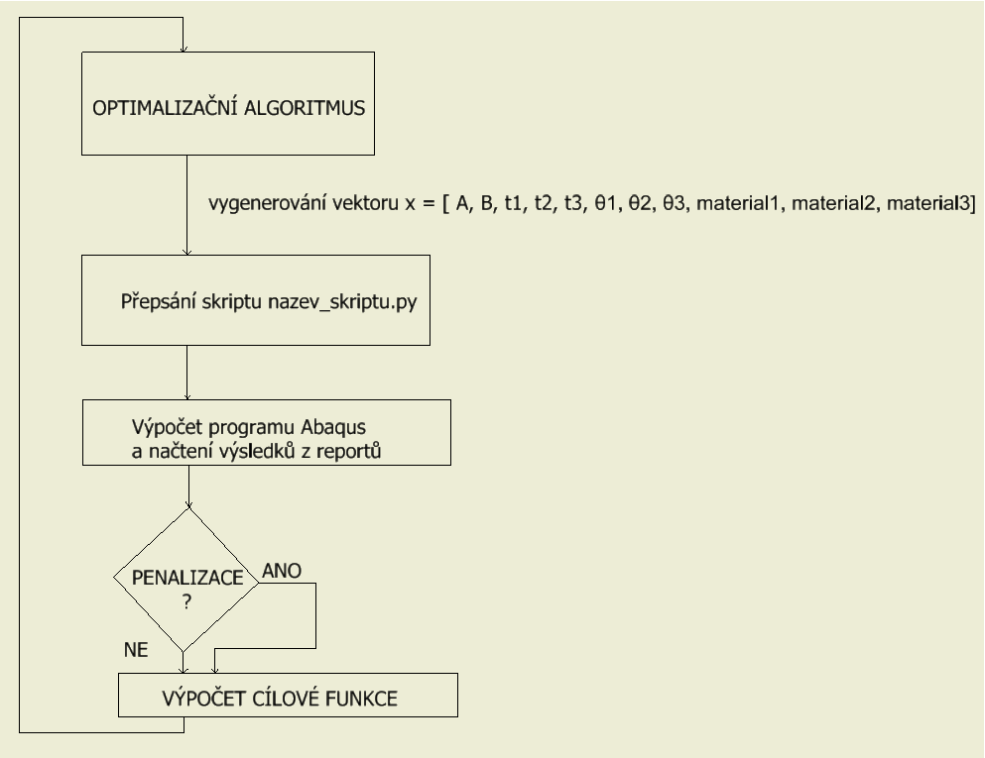
Optimalizační algoritmus změní vstupní vektor optimalizovaných proměnných, tento vektor vstupuje do funkce, kde hned v úvodu proběhnou vnitřní funkce přepisující zdrojový kód skriptu nazev_skriptu.py. Po přepsání skriptu se spustí výpočet v programu Abaqus. Když skončí výpočet, spustí se skript pro vytvoření výsledkových reportů. Poté hlavní funkce v MATLABu z těchto reportů vyčte výsledky, v případě nesplnění pevnostních podmínek je penalizuje a vypočte hodnotu cílové funkce. Ta je dána rovnicí (55).

$$CF = \delta_1 \cdot CF1 + \delta_2 \cdot CF2 + \delta_3 \cdot CF3 + \delta_4 \cdot CF4 \qquad (55)$$

Proměnné CF1 až CF3 jsou vždy větší z dvojice - maximální poměrná deformace $\varepsilon_{11}(\varepsilon_{22}$ nebo $\varepsilon_{12})$ vs. absolutní hodnota minimální poměrné deformace. Proměnnná CF4 je velikost plochy průřezu, což je funkcí hmotnosti kliky.

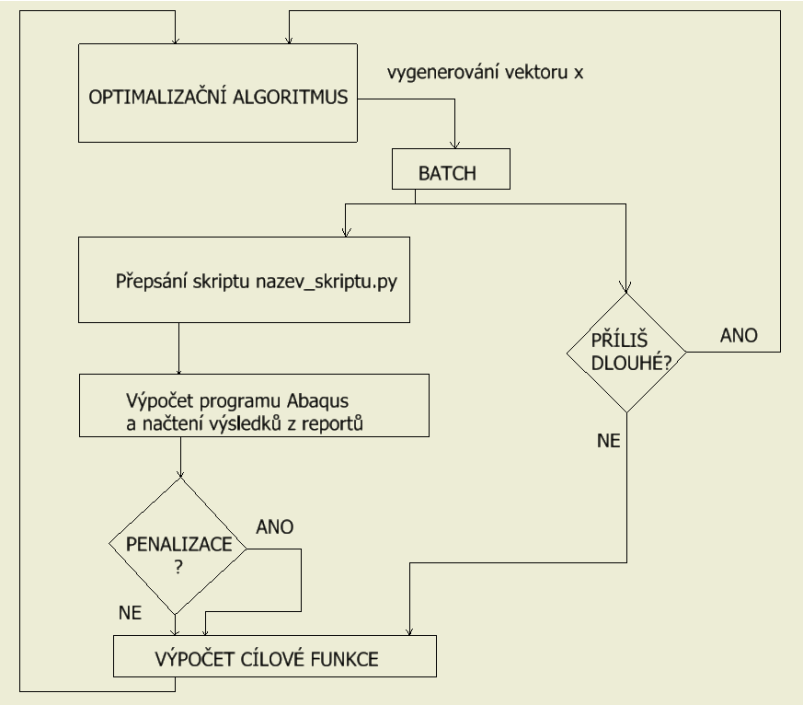
Jelikož byl výpočet této optimalizační smyčky časově náročný, nešlo odhadnout váhové koeficienty v rovnici (55) stejně, jako se to provedlo v analytické optimalizaci. Z toho důvodu se provedl pouze hrubý odhad, kdy bylo známo, že hodnoty CF1 až CF3 dosahují hodnot v řádech $1 \cdot 10^{-3}$, z toho důvodu se koeficienty δ_1 až δ_3 rovnají tisíci. Analogicky se určil koeficient $\delta_4 = 0{,}001$. Nyní by měly hodnoty všech kritérií být řádově stejné.

Schéma na obrázku č. 38 popisuje optimalizační smyčku.



Obrázek č. 38: Optimalizační smyčka

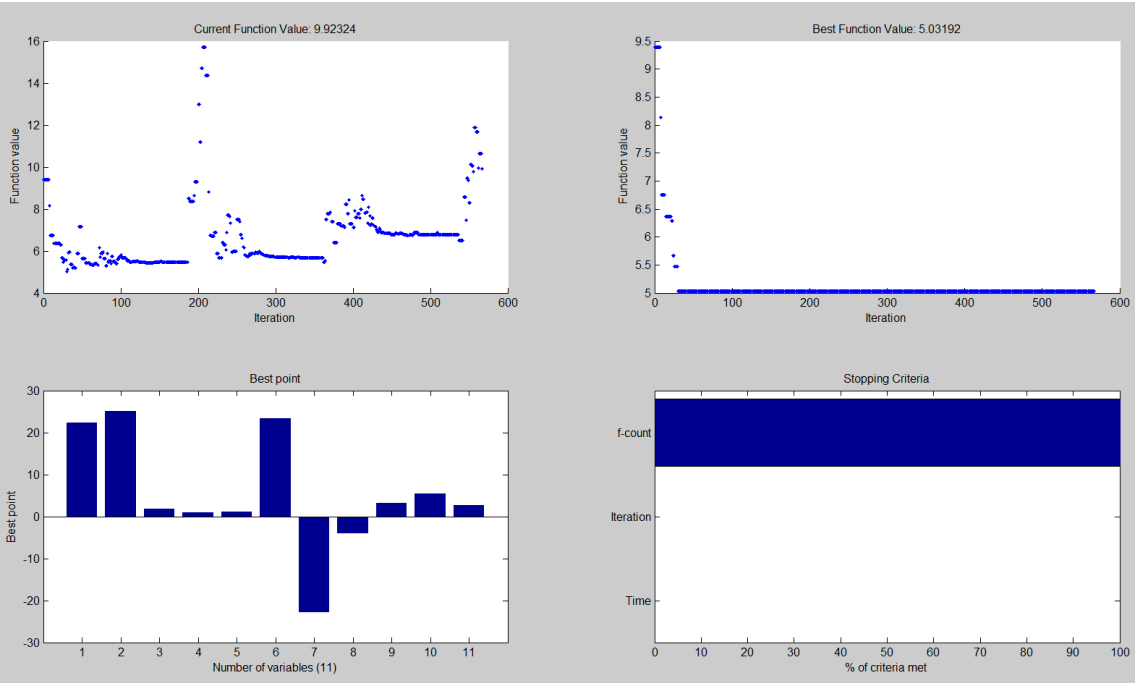
Výpočet se však čas od času zdánlivě bezdůvodně zastavil při výpočtu programu Abaqus a tak iterace neskončila, proto bylo nutné doplnit toto schéma o paralelní kontrolu výpočtového času. Pokud by výpočet trval déle než 5 minut, tak se automaticky ukončila právě probíhající iterace a pokračovalo se dalšími. Tato paralelní kontrola byla v MATLABu provedena pomocí funkce "batch", ve které se kód rozdělí na dvě sekce. V jedné probíhá smyčka z obrázku č. 38 a v druhé se kontroluje, zda už skončil výpočet programu Abaqus a pokud ještě neskončil, zkontroluje se výpočtový čas jedné iterace. V případě potřeby je iterace ukončena. To je znázorněno na obrázku č. 39.



Obrázek č. 39: Optimalizační smyčka s paralelní kontrolou výpočtového času

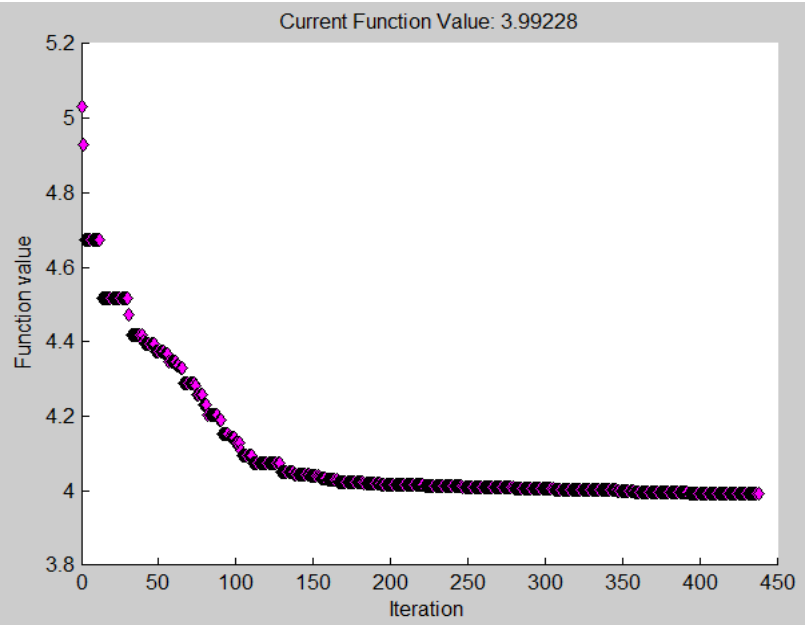
8. 4 Výsledky

Na obrázku č. 40 je vpravo nahoře vidět, jak simulované žíhání postupně nacházelo stále lepší řešení, vlevo nahoře jsou vypočtené hodnoty cílové funkce pro každou iteraci a vpravo dole je vyobrazen právě počítaný vektor vstupních proměnných.



Obrázek č. 40: Simulované žíhání

Opět byl použit dohledávací algoritmus "Fminsearch". Na obrázku č. 41 je vykresleno postupné nalézání stále lepších výsledků tohoto algoritmu.



Obrázek č. 41: Dohledávání lokálního minima

Tabulka č. 22 dává informace o výsledném vektoru pro nejnižší hodnotu cílové funkce.

Tabulka č. 22: Optimální hodnoty z MKP optimalizace

θ_{1opt} [°]	16,373
θ_{2opt} [°]	-17,539
θ_{3opt} [°]	-0,735
t_{1opt} $[mm]$	0,960
t_{2opt} $[mm]$	0,797
t_{3opt} $[mm]$	0,589
a_{opt} $[mm]$	34,998
b_{opt} $[mm]$	34,970
$materiál_{1opt}$	YS - 90 A
$materiál_{2opt}$	T - 700
$materiál_{3opt}$	YS - 80 A

Jak bylo psáno již v kapitole č. 7, každá vrstva odkloněná od podélné osy o úhel θ musí mít další vrstvu, která bude odkloněna o úhel $-\theta$. To je zde přibližně splněno vrstvami 1 a 3.

Opět nás zajímají počty vláken v jednotlivých vrstvách kliky. Tuto informaci přináší tabulky č. 23 a č. 24.

Tabulka č. 23: Rozměry vláken a svazků vláken pro řešení pomocí MKP [22], [23], [24]

Materiál	*Ø vlákna* $[\mu m]$	*Plocha svazku* $[mm^2]$	V_f [%]	*Plocha svazku vláken s matricí* $[mm^2]$
YS - 90 A - 6K	7,09838	0,237	60	0,395
T - 700S - 12K	6,8671	0,444	60	0,740
YS - 80 A - 6K	7,13101	0,240	60	0,400

Tabulka č. 24: Počty svazků vláken v jednotlivých vrstvách pro výsledky MKP optimalizace

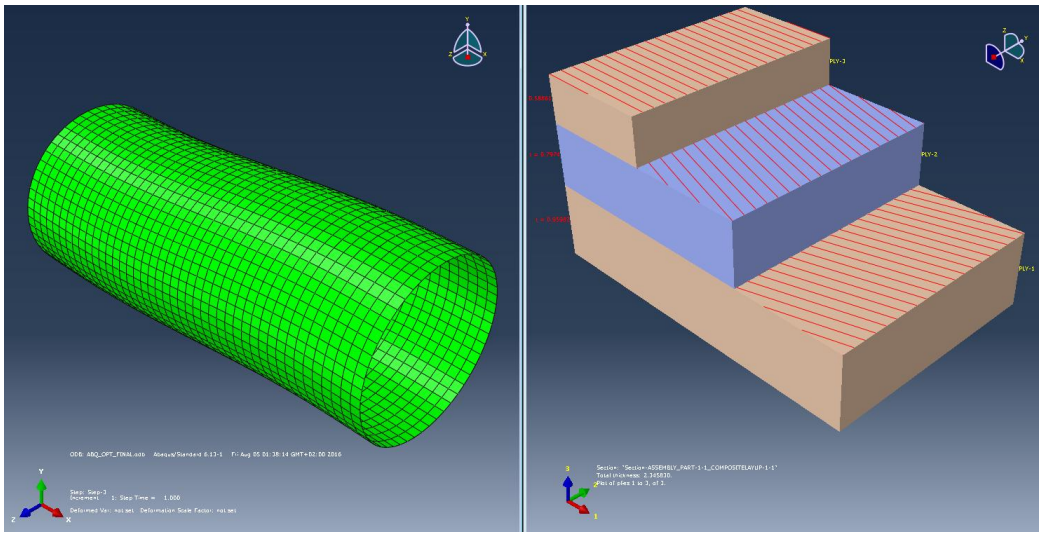
Číslo vrstvy	*Plocha vrstvy* $[mm^2]$	*Plocha svazku vláken s matricí* $[mm^2]$	*Počet svazků ve vrstvě* $[ks]$
1	206,8384	0,395	524
2	176,1183	0,740	238
3	132,719	0,400	332

V tabulce č. 25 jsou uvedeny jednotlivé deformace maximální poměrné deformace a velikost plochy.

Tabulka č. 25: Poměrné deformace a velikost průřezu kliky

$\max(\boldsymbol{\varepsilon_{11}})$ $[-]$	$\max(\boldsymbol{\varepsilon_{22}})$ $[mm]$	$\max(\boldsymbol{\varepsilon_{12}})$ $[mm]$	A $[mm^2]$
$3{,}081 \cdot 10^{-4}$	$7{,}331 \cdot 10^{-4}$	$8{,}886 \cdot 10^{-4}$	515,6

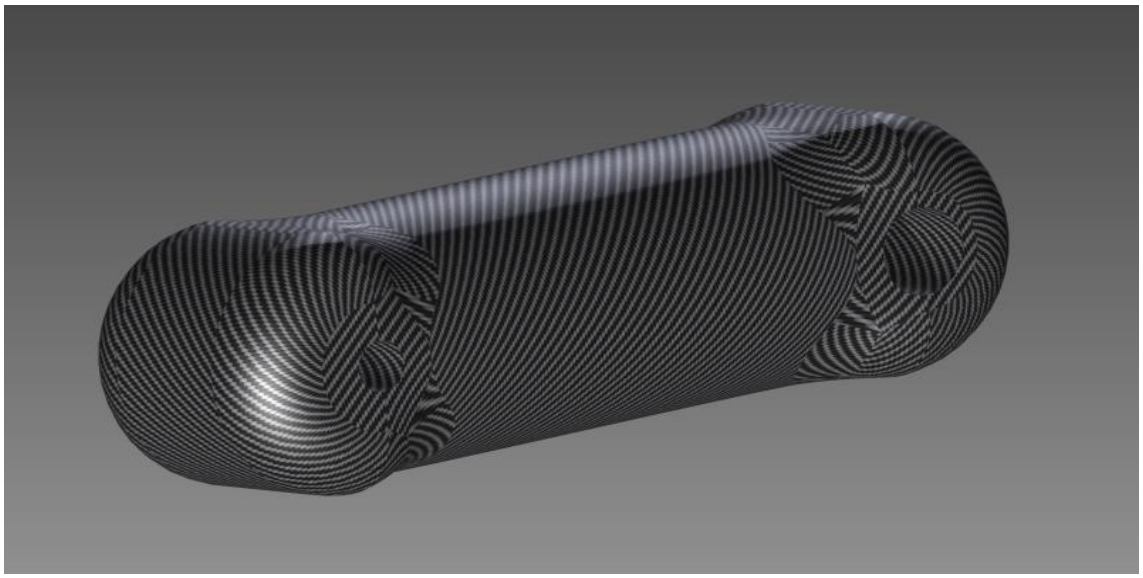
Obrázek č. 42 ilustruje výsledné tělo kliky a jeho skladbu.



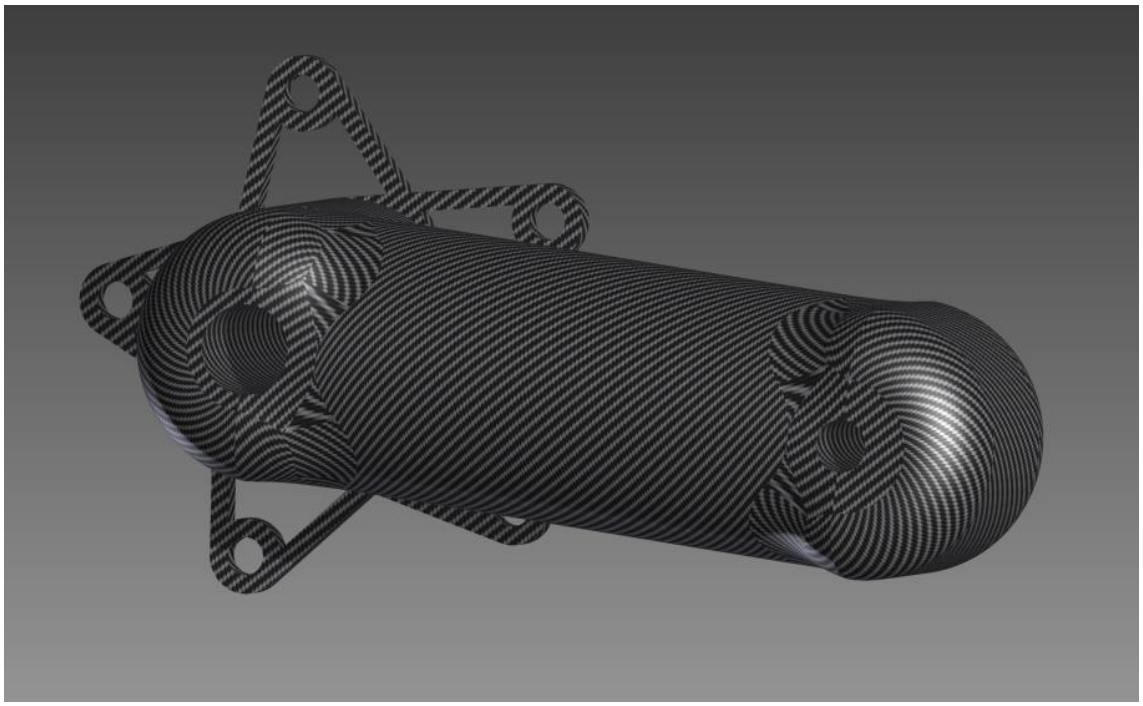
Obrázek č. 42: Vykreslení vypočtené kliky a její skladby

9 Konstrukční návrh

Na základě vypočtených dat z kapitoly č. 8 vznikl konstrukční návrh, který bude v této kapitole představen. Obrázky č. 43 a 44 jsou vizualizace modelu návrhu levé a pravé kliky.



Obrázek č. 43: Vizualizace levé kliky



Obrázek č. 44: Vizualizace pravé kliky

Velikost průměru díry pro závit pedálu je 14 mm, průměr roztečné kružnice převodníku je 130 m a přenos krouticího momentu z kliky na řetěz bude z levé kliky

přenesen drážkováním v otvoru o průměru 24 mm na osu mezi klikami. Pro středové uložení se uvažuje použití ložisek kompatibilních se středovým uložením Shimano standard. Na obrázku č. 45 je výrobek od firmy FIRST - ložiskový domek pro Standard BB30, který má průměr díry pro osu mezi klikami o velikosti 24 mm.

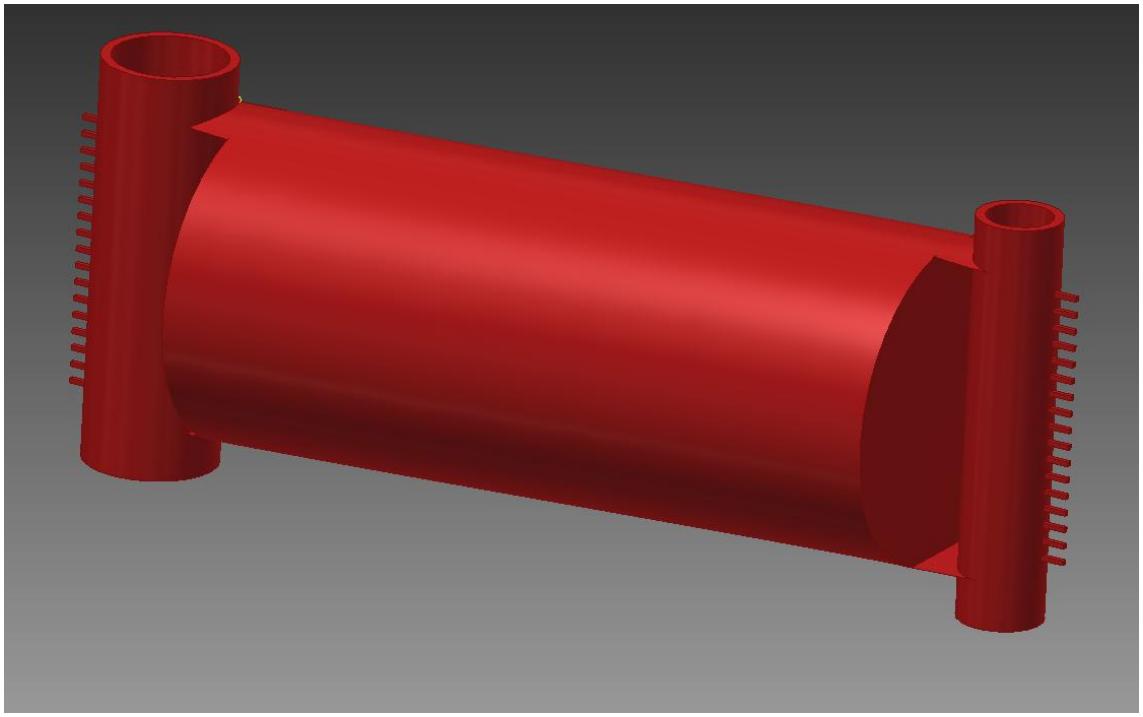
Obrázek č. 45: FIRST - Standard BB30 [19]

Průměry děr pro šrouby v převodníku jsou 10 mm. Osa bude v klikách axiálně zajištěna šroubem v ose - viz obrázek č. 46, kde červená součást je tělo kliky, žlutá je osa, spojující obě kliky a šedivá je šroub, který kliku axiálně zajistil.

Obrázek č. 46: Řez axiálního zajištění kliky

9. 1 Technologie výroby

Předpokládaný způsob výroby je použití technologie podélného navíjení. Na obrázku č. 47 je zjednodušený model jádra, které bude ovíjeno.



Obrázek č. 47: Jádro levé kliky

Podélná část má tvar dutiny eliptické trubky, jejíž rozměry byly vypočteny v kapitole č. 8. Tato část by měla být ideálně z co nejlehčího materiálu, v úvahu připadá například polystyrén. Koncové trubky s jehličkami značí kovové vložky pro upevnění pedálu a středové osy, které budou k polystyrénovému zbytku přilepeny. Vlákno se tedy bude navíjet přibližně podle vypočtených směrů z kapitoly č. 8, kdy se vlákno vždy ovine jednou kolem kovové vložky a poté následuje ovin směrem k druhé vložce. Na obrázcích č. 48 a č. 49 jsou vyobrazeny pokusy o ovíjení hliněného modelu. Na obrázku č. 48 je znázorněno protažení vlákna mezi trubkou, která je zde myšlena jako kovová vložka, a podélnou částí kliky. Jehličky na kovových vložkách slouží pro zachytávání vlákna a pro možnost volby orientace vlákna. Obrázek č. 49 ukazuje ovinutí vrstvou o orientaci $\theta \cong 0°$. Je zde však vidět, že vlákna se musí vyhnout otvorům do kovových vložek (v hliněném modelu byly tyto "otvory" znázorněny ohraničením pomocí špendlíků). Po skončení ovíjení a vytvrzení kompozitu se předpokládá, že se případné vystupující jehličky zabrousí, stejně jako koncové části kovových vložek, které sloužily pouze pro ohraničení místa, kudy nesmí vést vlákna. Také bude potřeba vyfrézovat plochy pro dosednutí domků ložisek, pedálu a šroubu, který slouží pro axiální pojištění středové osy.

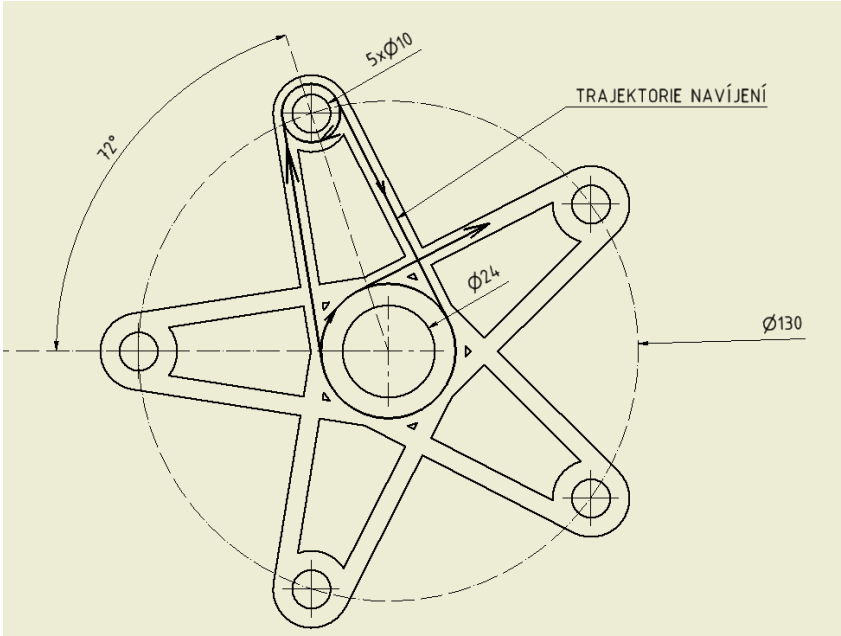
Obrázek č. 48: Protažení vlákna mezi vložkou a podélnou částí

Obrázek č. 49: Ovinutí vrstvou o orientaci vláken $\theta \cong 0°$

Na obrázku č. 50 je fotografie ovinutí jádra vrstvou o orientaci $\theta \cong \pm 45°$.

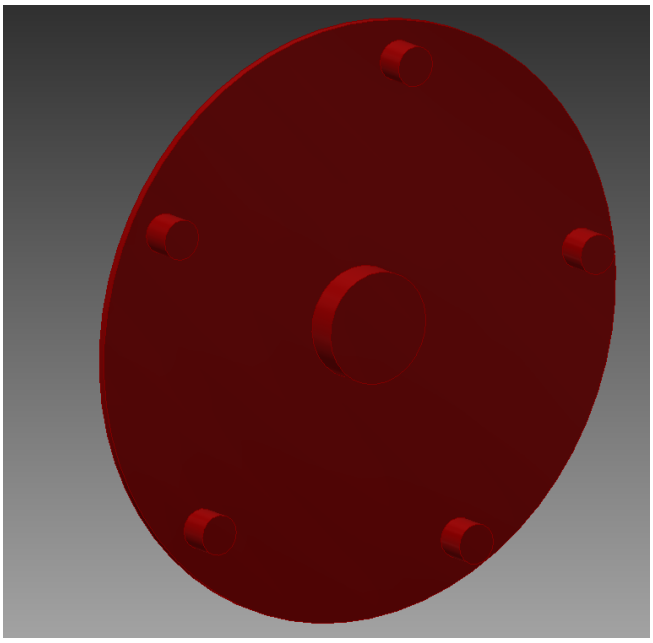
Obrázek č. 50: Ovinutí vrstvou o orientaci vláken $\theta \cong \pm 45°$

Pravá klika se od levé bude lišit tím, že k již ovinutému jádru přibude ještě ovinutí převodníku. Na obrázku č. 51 je vykreslena trajektorie vlákna v převodníku. Jedná se o pětiúhelník s roztečnou kružnicí o poloměru 130 mm. Myšlenka je taková, že se nejprve ovine tělo kliky a na závěr, když je vlákno na té straně, kde má být převodník, tak vlákno přestane ovíjet jádro kliky a navine celý převodník.



Obrázek č. 51: Trajektorie navíjení převodníku

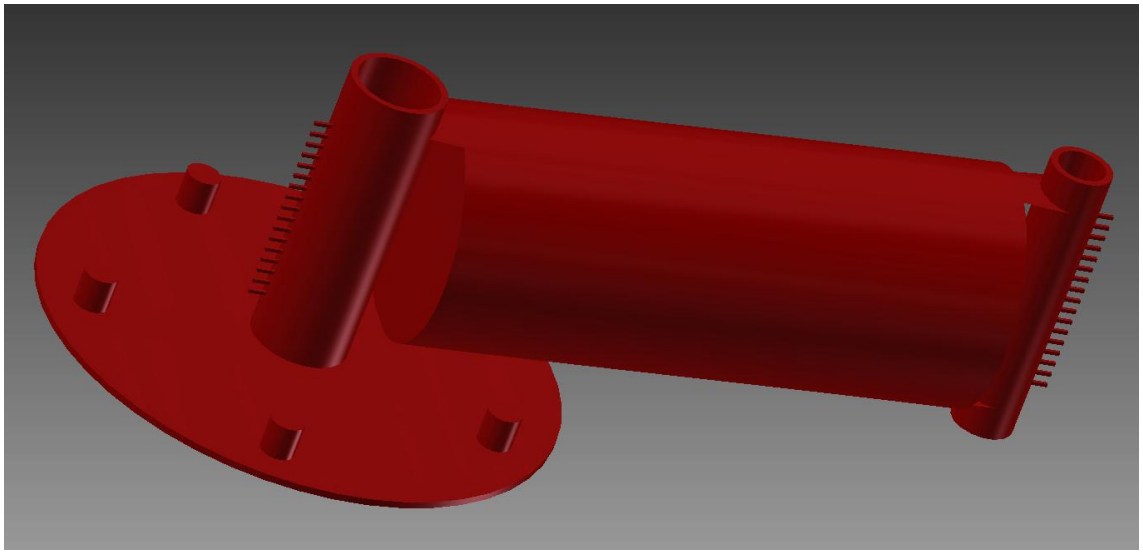
Obrázek č. 52 ukazuje model pro navíjení převodníku a na obrázku č. 53 je praktická realizace.



Obrázek č. 52: Model pro ovíjení převodníku

Obrázek č. 53: Praktická ukázka navinutí převodníku

Na obrázcích č. 54, č. 55 a č. 56 je nejprve vykreslen celý model pro ovíjení pravé kliky - tedy kombinace modelů z obrázků č. 47 a č. 52 - a následují opět fotografie pokusu o realizaci navinutí vlákna kolem modelu z obrázku č. 54.



Obrázek č. 54: Model pro ovíjení pravé kliky

Obrázek č. 55: Ovinutí pravé kliky - 1

Obrázek č. 56: Ovinutí pravé kliky - 2

10 Závěrečné zhodnocení

Z rešerše v úvodu práce o klikách, které jsou v současnosti špičkou na trhu, vyplynulo, že nejlepší kliky z Al - slitin jsou téměř srovnatelné s klikami z kompozitu. Z toho plyne, že se zatím žádnému výrobci nedaří využít potenciál kompozitních materiálů na poli klik a je zde velký prostor pro zlepšení tohoto výrobku. Deformace optimalizované kliky z kapitoly č. 7, jsou řádově menší, než průhyby komerčních klik, i přesto, že zatížení bylo pro případ testu komerčních klik menší než režimy zatěžování optimalizované kliky. V kapitole č. 8 vznikl výpočet tvaru, který se blížil analytickému výsledku. Lze tedy očekávat, že i deformace modelu kliky, jenž vycházel z výpočtů kapitoly č. 8, budou vycházet lépe, než tomu bylo pro komerčně vyráběné kliky. Teoreticky byl tedy splněn cíl práce, kterým bylo vyvinutí lepší kliky, než jsou v současnosti na trhu. Pro plnou jistotu by však musel vzniknout reálný prototyp, na kterém by se experimentálně potvrdily, anebo vyvrátily vypočtené výsledky.

Další prostor pro zlepšení ve vývoji by mohl být v přesnějším určení zatížení, pro které by měla klika být dimenzována. Konkrétně se jedná o to, že při experimentálním měření by bylo dosaženo relevantnějších výsledků, pokud by kliky zatěžoval profesionální jezdec, ideálně v provozu, místo na trenažéru.

Také by mohlo přinést vylepšení, pokud by se pro návrh převodníku použily nástroje programu Abaqus pro topologické optimalizace.

11 Zdroje

[1] CABRNOCH, Bohuslav. *Composite Materials and their Properties* [online] [cit. 19. 4. 2016]. Dostupné z: http://drone.fsid.cvut.cz/mcmfolder/Composite%20materials%20and%20their%20properties_2015.pdf

[2] LAŠ, V. *Mechanika kompozitních materiálů.* 2. přepracované vydání. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2008.

[3] CABRNOCH, Bohuslav. *Manufacturing Processes of Composite Structures* [online] [cit. 19. 4. 2016]. Dostupné z: http://drone.fsid.cvut.cz/mcmfolder/Manufacturing_process_2015.pdf

[4] Článek. *fairwheelbikes.com*: *Road Bike Crank Test* [online [cit. 22. 7. 2016]. Dostupné z: http://blog.fairwheelbikes.com/reviews-and-testing/road-bike-crank-testing/

[5] HAD, Jiří, Milan DVOŘÁK a Milan RŮŽIČKA, *Determination of fatigue properties of 3D composite structure in bending and shear,* Bulletin of applied mechanics Vol. 7, No. 28 , 2011, ISSN 1801-1217 , pp. 76-80.

[6] ANDRLÍKOVÁ, Zuzana. *Měření silových složek působících na pedál jízdního kola*. Praha, 2006. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze. Fakulta strojní.

[7] MICHALEC, Jiří a kolektiv. *Pružnost a pevnost I.* Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2008.

[8] MICHALEC, Jiří a kolektiv. *Pružnost a pevnost II.* Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2006.

[9] GAY, Daniel, Suong V. HOA a StephenW. TSAI, *Composite materials - Design and applications,* CRC Press, Boca Raton, 2003

[10] Data: ngfworld.com: *Granoc Yarn XN Series* [online] [cit. 19. 4. 2016]. Dostupné z: http://www.ngfworld.com/dcms_media/other/GRANOCXNCNfiber2016.pdf

[11] Data: ngfworld.com: *Granoc Yarn YS-A Series* [online] [cit. 29. 6. 2016]. Dostupné z: http://www.ngfworld.com/dcms_media/other/YSAfiber2014.pdf

[12] Data: toraycfa.com: *T700S DATA Sheet* [online] [cit. 10. 7. 2016]. Dostupné z: http://www.toraycfa.com/pdfs/T700SDataSheet.pdf

[13] Článek. Researchgate.net: *Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of figre-reinforced composite laminates* [online [cit. 19. 4. 2016]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/A_S_Kaddour2/publication/222487048_Chapter_21_Lamina_properties_lay-up_configurations_and_loading_conditions_for_a_range_of_fibre_reinforced_composite_laminates/links/54b3b9c10cf28ebe92e2fdac.pdf

[14] Data: composite-oracle.com: *Composite Oracle - Fibers - Granoc CN-80-A2S 12K* [online] [cit. 19. 4. 2016]. Dostupné z: http://www.composite-oracle.com/fibers.asp?ID=173&sponsors=&fibertype=

[15] Článek. Mathworks.com: *Fminsearch* [online] [cit. 17. 7. 2016]. Dostupné z: http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fminsearch.html

[16] Článek. Wikipedia.org: *Genetický algoritmus* [online] Poslední změna 13. 01. 2016 08:49. [cit. 17. 7. 2016]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Genetick%C3%BD_algoritmus

[17] Článek. Harvard.edu: *Learn Abaqus script in one hour* [online] [cit. 23. 7. 2016]. Dostupné z: http://bertoldi.seas.harvard.edu/files/bertoldi/files/learnabaqusscriptinonehour.pdf

[18] Článek. Wikipedia.org: *Simulované žíhání* [online] Poslední změna 12. 02. 2016 11:48. [cit. 29. 6. 2016]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Simulovan%C3%A9_%C5%BE%C3%ADh%C3%A1n%C3%AD

[19] Obrázek. Biketone.cz: *Ložiska pro standard BB30 FIRST P24S pro Shimano 42/24 mm černá* [online] [cit. 24. 7. 2016]. Dostupné z: http://www.biketone.cz/loziska-pro-standard-bb30-first-p24s-pro-shimano-42-24-mm-cerna-first-logo-klic-t30_d413.html

[20] Data: composite-oracle.com: *Composite Oracle - Fibers - Granoc Yarn CN-60 6K* [online] [cit. 8. 8. 2016]. Dostupné z: http://www.composite-oracle.com/main.asp?q=200&mainq=3&vq=1&idn=114

[21] Data: composite-oracle.com: *Composite Oracle - Fibers - Granoc Yarn CN-80 6K* [online] [cit. 8. 8. 2016]. Dostupné z: http://www.composite-oracle.com/fibers.asp?id=126&sponsors=&fibertype=

[22] Data: composite-oracle.com: *Composite Oracle - Fibers - Granoc Yarn YS-90A 6K* [online] [cit. 8. 8. 2016]. Dostupné z: http://www.composite-oracle.com/fibers.asp?id=139&sponsors=&fibertype=

[23] Data: composite-oracle.com: *Composite Oracle - Fibers - Torayca T700S 12K* [online] [cit. 8. 8. 2016]. Dostupné z: http://www.composite-oracle.com/fibers.asp?id=56&sponsors=&fibertype=

[24] Data: composite-oracle.com: *Composite Oracle - Fibers - Granoc Yarn YS-80A 6K* [online] [cit. 8. 8. 2016]. Dostupné z: http://www.composite-oracle.com/fibers.asp?id=134&sponsors=&fibertype=

12 Přílohy

Všechny přílohy jsou přiloženy v elektronické podobě na CD.

1. Kompletní zdrojové kódy pro analytickou optimalizaci
   [CD]/PŘÍLOHY/ANALYTIC_optimalizace/analytic_optimalizace.rar
2. Kompletní zdrojové kódy pro MKP optimalizaci
   [CD]/PŘÍLOHY/MKP_optimalizace/MKP_optimalizace.rar
3. Kompletní zdrojové kódy pro napěťovou analýzu
   [CD]/PŘÍLOHY/Napěťová analýza/nap_analyza.rar
4. 3D CAD modely pro konstrukční a technologickou část
   [CD]/PŘÍLOHY/CAD/CAD.rar
5. Naměřená data a jejich statistické vyhodnocení včetně zdrojového kódu
   [CD]/PŘÍLOHY/Vyhodnocení experimentu/experiment.rar