



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební

Katedra hydrauliky a hydrologie

Analýza nejistot při měření chodu splavenin ve sklopném žlabu

**Uncertainty analysis of sediment transport measurements
in tilting flume**

bakalářská práce

Studijní program: Stavební inženýrství

Studijní obor: Vodní hospodářství a vodní stavby

Vedoucí práce: prof. Dr. Ing. Václav Matoušek

Jan Hlom

Praha 2016



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

Fakulta stavební

Tháškurova 7, 166 29 Praha 6

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

studijní program: Stavební inženýrství
studijní obor: Vodní hospodářství a vodní stavby
akademický rok: 2015/2016

Jméno a příjmení studenta: Jan Hlom
Zadávací katedra: K141 - Katedra hydrauliky a hydrologie
Vedoucí bakalářské práce: prof. Dr. Ing. Václav Matoušek
Název bakalářské práce: Analýza nejistot při měření chodu splavenin ve sklopném žlabu
Název bakalářské práce
v anglickém jazyce: Uncertainty analysis of sediment transport measurements in tilting flume

Rámcový obsah bakalářské práce: Popis a vyhodnocení standardních odchylek měřených veličin.
Posouzení míry citlivosti jednotlivých veličin popisujících transport sedimentu na nejistoty měřených
parametrů (vizuálně odečítaná tloušťka sedliny, měřená úroveň hladiny, průtok a podélný sklon).
Porovnání výsledků měření dopravní koncentrace sedimentu ve žlabu různými metodami.

Datum zadání bakalářské práce: 15.2.2016 Termín odevzdání: 20.05.2016
(vyplňte poslední den výuky příslušného semestru)

Pokud student neodevzdal bakalářskou práci v určeném termínu, tuto skutečnost předem písemně zdůvodnil a omluva byla děkanem uznána, stanoví děkan studentovi náhradní termín odevzdání bakalářské práce. Pokud se však student řádně neomluvil nebo omluva nebyla děkanem uznána, může si student zapsat bakalářskou práci podruhé. Studentovi, který při opakovaném zápisu bakalářskou práci neodevzdal v určeném termínu a tuto skutečnost řádně neomluvil nebo omluva nebyla děkanem uznána, se ukončuje studium podle § 56 zákona o VŠ č. 111/1998. (SZŘ ČVUT čl. 21, odst. 4)

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

.....
vedoucí bakalářské práce

.....
vedoucí katedry

Zadání bakalářské práce převzal dne:

.....
student

Formulář nutno vyhotovit ve 3 výtiscích – 1x katedra, 1x student, 1x studijní odd. (zašle katedra)

Nejpozději do konce 2. týdne výuky v semestru odešle katedra 1 kopii zadání BP na studijní oddělení a provede zápis údajů týkajících se BP do databáze KOS.

BP zadává katedra nejpozději 1. týden semestru, v němž má student BP zapsanou.

(Směrnice děkana pro realizaci studijních programů a SZZ na FSv ČVUT čl. 5, odst. 7)

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré použité informační zdroje v souladu s metodickým pokynem ČVUT 1/2009 „O dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací“.

.....
Místo zpracování, datum

.....
Jan Hlom

Poděkování

Chtěl bych tímto poděkovat vedoucímu bakalářské práce prof. Dr. Ing. Václavu Matouškovi za odborné vedení, rady a vřelý přístup. Další poděkování patří Ing. Štěpánu Zrostlíkovi a Ing. Janu Krupičkovi Ph.D. za jejich čas a hodnotné konzultace. Nakonec bych také rád poděkoval za podporu rodině.

ABSTRAKT

Předkládaná práce se zabývá popisem a vyhodnocením standardních odchylek měřených veličin při proudění s chodem splavenin ve sklopném žlabu. V práci je popsán recirkulační sklopný žlab, typický průběh pokusu, teoretický popis zájmových veličin a teorie chyb. Dále je provedeno vlastní vyhodnocení a posouzení vlivu míry zatížení dané měřené veličiny (výška sedliny, poloha hladiny, průtok, sklon žlabu) chybou měření a případné propagace těchto chyb do dalších vyhodnocovaných veličin. Dále jsou porovnávány výsledky dvou různých metod měření dopravní koncentrace sedimentu v proudící směsi – ve vertikálním potrubí a odběrem vzorku.

Klíčová slova: Transport sedimentu, analýza nejistot, dopravní koncentrace.

ABSTRACT

This study deals with the description and analysis of uncertainties of measurements in flow with sediment transport in a tilting flume. It describes the recirculating tilting flume, an experimental procedure, flow variables and basic principles of theory of errors. Furthermore, errors are analysed of selected variables (height of bed, water surface position, flow rate, flume inclination) and a propagation of the errors to other flow quantities is evaluated. Finally, results are compared of two different measuring methods for the delivered concentration of sediment used in our experimental setup – the method based on measurements of pressure differentials in a vertical invert pipe and the method based on sampling.

Key words: Sediment transport, uncertainty analysis, delivered concentration.

Obsah:

1.	Úvod	9
2.	Popis sklopného žlabu a průběhu měření.....	10
2.1	Sklopný žlab	10
2.2	Popis experimentů.....	11
2.3	Popis materiálů.....	12
3.	Zájmové fyzikální veličiny.....	14
3.1	Vlastnosti splavenin.....	14
3.2	Tečné napětí a třecí rychlost	14
3.3	Veličiny popisující transport sedimentu	16
3.4	Třecí rovnice pro dno.....	16
3.5	Transportní rovnice MPM.....	17
4.	Teorie chyb.....	18
4.1	Druhy chyb	18
4.2	Druhy chyb podle původu	19
4.2.1	Hrubé chyby	19
4.2.2	Soustavné chyby.....	19
4.2.3	Náhodné chyby	20
4.3	Chyby přímých měření	23
4.4	Chyby nepřímých měření	24
5.	Metodika vyhodnocení chyb měření na sklopném žlabu	25
5.1	Měřené veličiny.....	25
5.2	Předpoklady.....	25
5.3	Chyby jednotlivých veličin.....	26
5.3.1	Hloubka proudění.....	26
5.3.2	Sklon čáry energie.....	27
5.3.3	Průtok	28
5.3.4	Rychlost.....	28
5.3.5	Dopravní koncentrace	28
5.3.6	Shieldsovo číslo	28
6.	Vyhodnocení měření na sklopném žlabu.....	29
6.1	Výška sedliny.....	29
6.2	Sklon žlabu	31

6.3	Poloha hladiny.....	32
6.4	Průtok	33
6.5	Teplota.....	33
6.6	Chyby zájmových veličin	33
6.6.1	Průtok splavenin.....	35
6.6.2	Součinitel ztráty třením pro dno.....	36
7.	Vyhodnocení metod měření dopravní koncentrace.....	38
7.1	Měření dopravní koncentrace odebíráním vzorku	38
7.2	Měření dopravní koncentrace ve vertikálním potrubí.....	39
7.3	Porovnání měřených dopravních koncentrací	41
7.3.1	Dopravní koncentrace zjištěná ve vertikálách.....	41
7.3.2	Dopravní koncentrace zjištěná odebráním vzorku.....	42
7.3.3	Posouzení citlivosti na chyby při měření dopravní koncentrace	47
8.	Závěr	50
9.	Seznam zkratk a symbolů.....	52
10.	Literatura	54
11.	Seznam obrázků	55
12.	Seznam tabulek.....	56

1. Úvod

Tato práce se zabývá analýzou nejistot při měření intenzivního chodu splavenin ve sklopném žlabu Vodohospodářské laboratoře ČVUT v Praze. Ve sklopném žlabu jsou simulovány stavy intenzivního transportu sedimentu, které se v přírodě vyskytují např. při povodních na horských tocích. V přírodě není možné za těchto stavů provádět měření, které by v uspokojivé míře popsalo transport sedimentu – z tohoto důvodu jsou pokusy prováděny na sklopném žlabu v laboratoři. Výsledky měření na sklopném žlabu slouží ke kalibraci a ověření matematických modelů popisujících transport sedimentu. Výsledky výzkumu by měly posloužit ke zpřesnění předpovědí povodňových událostí a tudíž i k lepší ochraně obyvatel i majetku před povodněmi.

Náplní práce bude nejprve vyhodnocení standardních odchylek měřených veličin ve žlabu. Následně bude provedena citlivostní analýza veličin popisujících transport sedimentu v rozsahu daném nejistotami měřených parametrů, jako je např. vizuálně odečtená tloušťka sedliny. Další součástí práce je porovnání dvou různých metod měření dopravní koncentrace ve žlabu.

Cíle práce:

- ❖ Popis a vyhodnocení standardních odchylek měřených veličin
- ❖ Posouzení citlivosti vyhodnocovaných veličin na nejistoty měření
- ❖ Porovnání metod měření dopravní koncentrace

2. Popis sklopného žlabu a průběhu měření

Sklopný žlab se nachází ve Vodohospodářské laboratoři Českého vysokého učení technického v Praze. Žlab lze naklápět do sklonu 16.5° , což umožňuje dosáhnout vysokých hodnot dopravní koncentrace částic při měření chodu splavenin ve žlabu. Částice sedimentu recirkulují v uzavřeném okruhu žlabu společně s vodou – jedná se o recirkulační žlab.

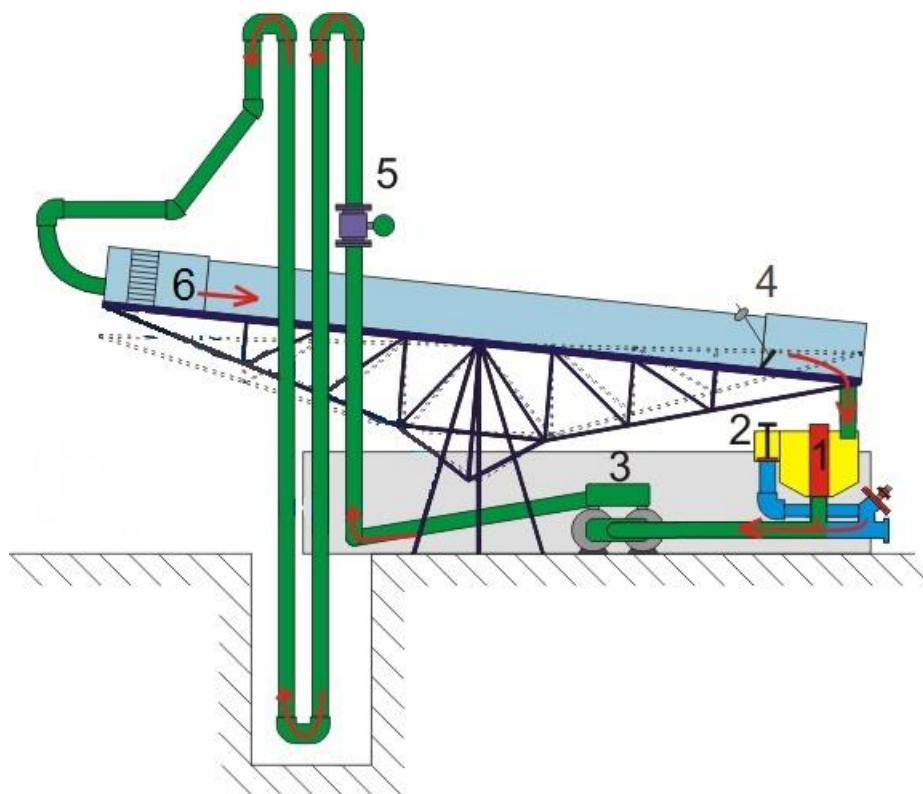
2.1 Sklopný žlab

Žlab je široký 0.2 m a dlouhý 8 m, nosná konstrukce žlabu je tvořena z ocelových profilů. Stěny jsou ze skla, aby bylo možné pozorovat interakci vody a částic. Dno je plastové. Schéma žlabu je na obrázku 1.

Na konci žlabu přepadá směs vody a částic přes nastavitelnou klapku do odpadní krabice, z které pokračuje do dolní nádrže. V dolní nádrži je možné uzavřít válcový uzávěr a tím zamezit koloběhu částic (voda přepadá přes přeliv se sítí a odtéká odpadním potrubím do zásobní nádrže na vodu). Pokud je válcový uzávěr otevřený, směs natéká do potrubí směrem ke dvěma odstředivým čerpadlům, které zajišťují koloběh směsi. Otáčky čerpadla lze přesně regulovat frekvenčním měničem. Průtok je nastavován otáčkami čerpadla. Na výtlačném potrubí za čerpadlem voda protéká vzestupným a sestupným potrubím, kde jsou měřeny tlakové rozdíly pomocí diferenčních tlakoměrů (Rosemount, DP1151), z nichž lze vypočítat střední dopravní koncentraci. Průtok směsi je měřen pomocí elektromagnetického průtokoměru (KROHNE, OPTIFLUX 5000) umístěného na potrubí. Za vertikálami pokračuje potrubí na začátek žlabu. Na začátku žlabu se nalézají voštiny, které usměřují a uklidňují proud vody. [1]

Ve žlabu se nachází 4 měrné sekce, které jsou ohraničeny 5 měrnými profily. Délka měrné sekce je 1 m. V měrném profilu je měřena poloha hladiny pomocí ultrazvukového hladinoměru (Pepperl-Fuchs, UC500-30GM-IUR2-V15). Poloha vrcholu dna a vrcholu transportní vrstvy je odečítána vizuálně podél žlabu na měřítkách s mezilehlou vzdáleností 0.5 m. [1]

Dále je teplotními čidly měřena teplota vzduchu a vody. Náklon žlabu je měřen elektronickým sklonoměrem (Pepperl-Fuchs, F99). [1]



Obr. 1 - Schéma sklopného žlabu [1]

Legenda: 1 – uzávěr na dně dolní nádrže, 2 – uzávěr pro zvětšení kapacity přelivu dolní nádrže, 3 – čerpadla, 4 – nastavitelná klapka, 5 – průtokoměr, 6 – nátok do žlabu

2.2 Popis experimentů

Všechny experimenty byly prováděny za podmínek horního režimu pohybu splavenin nad plochým dnem. V tomto režimu proudění sedimentu se vždy vytvořil stálý podélný sklon dna a nedocházelo k tvorbě útvarů na dně (duny, antiduny, apod.)

Experimentální linka se uváděla do provozu zapnutím čerpadel. Po spuštění čerpadel bylo vždy nutné několik minut počkat, než dojde k odzdušnění potrubí (to se projevilo tím, že do žlabu přestaly přitékat bublinky vzduchu). Dále bylo nutné odzdušnit hadičky vedoucí k tlakovým odběrům a zkontrolovat, zdali měřená koncentrace je při zavřeném válcovém uzávěru, tj. nulový přítok částic do potrubí, rovna nule. Otevřením válcového uzávěru na dně spodní nádrže se uvedly částice do oběhu. Po této proceduře bylo možné zahájit vlastní experiment.

Typický průběh experimentu začínal nastavením požadovaného průtoku směsi a požadované koncentrace. Průtok byl nastavován pomocí otáček čerpadla. Koncentrace byla nastavována pomocí náklonu žlabu a klapky na konci žlabu. Cílem bylo vytvořit v měrném úseku rovnoměrné proudění. Ze zkušeností vyplynulo, že proudění ve žlabu se nejvíce blíží rovnoměrnému, pokud sklon dna a žlabu je podobný. Po nastavení průtoku a koncentrace bylo vždy nutné počkat na ustálení proudění ve žlabu.

Po ustálení proudění a podélného sklonu sedimentu byl spuštěn záznam dat měřených veličin. Měřené veličiny byly zaznamenávány do počítače vybaveného A/D kartou pomocí aplikace vytvořené v prostředí Matlab Data Acquisition. Výsledkem experimentu byl časový záznam měřených dat. [1]

2.3 Popis materiálů

Pevnou fázi v experimentech představovaly plastové granule (neměkčené PVC, obchodní název TIULIT). Plastové částice byly použity záměrně, protože mají výrazně menší hustotu než křemičité částice, a lze s nimi dosáhnout vysokých hodnot dopravní koncentrace sedimentu na sklopném žlabu. V této práci jsou vyhodnocovány výsledky dvou použitých materiálů – TLT 25 a TLT 50. Vlastnosti materiálů byly zjišťovány laboratorně a hodnoty základních vlastností použitých materiálů jsou zobrazeny v tabulce 1.

Tabulka 1 – Základní vlastnosti použitých materiálů

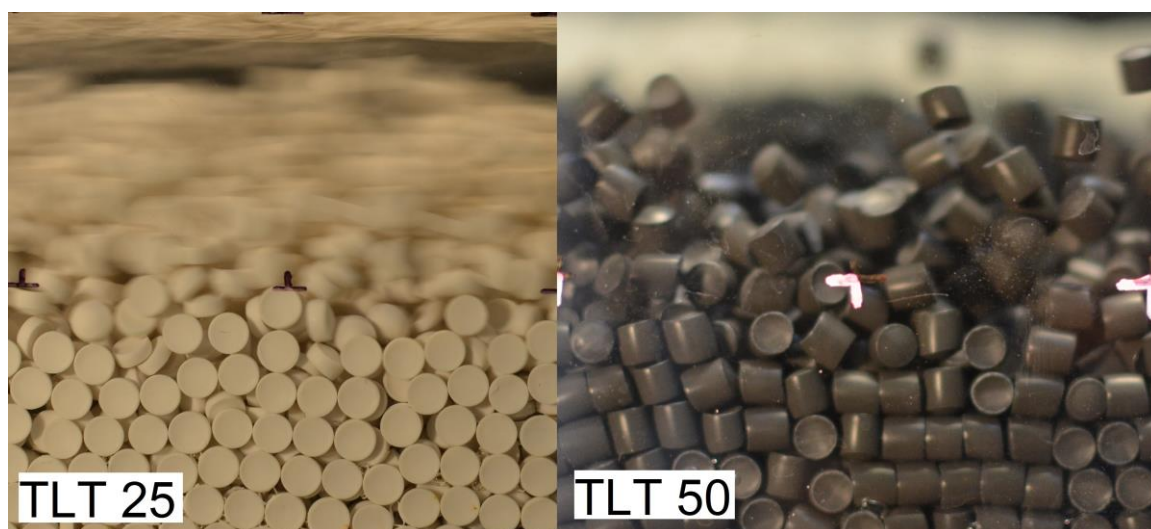
	ρ [kg/m ³]	ϕ [°]	v_{sed} [m/s]	d_{50} [mm]
TLT25	1381	40	0.11	4.23
TLT50	1307	60	0.15	5.23

ρ – hustota částic, ϕ – úhel vnitřního tření pod vodou, v_{sed} – usazovací rychlost, d_{50} – střední velikost zrna

Materiál TLT 25 je tvořen bílými částicemi ve tvaru čočky o průměru cca 4.2 mm a výšce 2.2 mm. Tyto částice mají nižší usazovací rychlost, což je způsobeno výrazně nižší výškou částic oproti TLT 50.

Materiál TLT 50 je tvořen černými válci o průměru 4.8 mm a výšce 4.9 mm. Materiály jsou zobrazeny na fotografiích (obrázek 2).

Oba materiály jsou stabilní a nevykazovaly známky mechanického opotřebení i po mnoha hodinách oběhu směsi ve žlabu.



Obr. 2 – Materiály pevné fáze

3. Zájmové fyzikální veličiny

V této kapitole je zobrazen souhrn vlastností splavenin a charakteristik proudění směsi.

3.1 Vlastnosti splavenin

Hustota splaveninové částice je poměrem její hmotnosti m a objemu V . Běžně se hustota křemičitých splavenin v přírodě pohybuje okolo hodnoty $\rho_s=2650 \text{ kg/m}^3$.

$$\rho_s = \frac{m}{V} [\text{kg} / \text{m}^3] \quad (3-1)$$

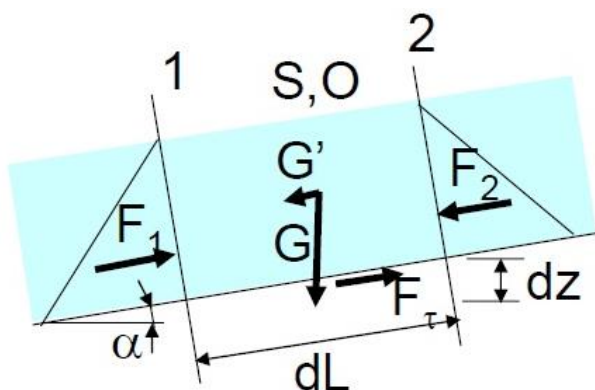
Relativní hustota splaveninové částice je poměr hustoty splaveninové částice vůči hustotě vody.

$$s = \frac{\rho_s}{\rho_w} [-] \quad (3-2)$$

Střední velikost zrna se značí d_{50} . Hodnota střední velikosti zrna je rovna statistickému průměru velikosti jednotlivých zrn. Při síťovém rozboru je hodnota d_{50} rovna velikosti oka, kterým propadne 50% všech zm.

3.2 Tečné napětí a třecí rychlost

Eroze zmitého dna a transport materiálu začíná při překročení kritického tečného napětí působícího na povrch dna. Při překročení kritického tečného napětí začíná převažovat unášecí síla vodního proudu, která překoná odpor částice a uvede ji do pohybu.



Obr. 3 - Odvození vztahu pro tečné napětí [2]

Odvození vztahu pro tečné napětí za předpokladu rovnoměrného proudění:

Schéma pro odvození vztahu je zobrazeno na obrázku 3.

Tlakové síly F_1 a F_2 jsou si rovny a vzájemně se vyruší. [2]

Tíha dílku vody o délce dL limitně blíží se nule je rovna G . [2]

$$G = g \cdot \rho \cdot dL \cdot S [N] \quad (3-3)$$

Sklon dna je roven výrazu (3-4), pro malé úhly lze považovat $\sin(\alpha)$ roven $\operatorname{tg}(\alpha)$. [2]

$$\frac{dz}{dL} = \sin(\alpha) \approx \operatorname{tg}(\alpha) = i \quad (3-4)$$

Síla působící ve směru pohybu – G' . [2]

$$G' = G \cdot \sin(\alpha) = g \cdot \rho \cdot S \cdot dL \cdot i [N] \quad (3-5)$$

Síla působící proti pohybu – třecí síla - F_τ . [2]

$$F_\tau = \tau_o \cdot O \cdot dL [N] \quad (3-6)$$

Rovnováhou sil (3-5) a (3-6) lze odvodit vzorec pro výpočet tečného napětí τ_o působícího na dno (3-7). [2]

$$G' = F_\tau \Rightarrow \rho \cdot g \cdot S \cdot dL \cdot i = \tau_o \cdot O \cdot dL$$

$$\tau_o = \rho \cdot g \cdot R \cdot i [Pa] \quad (3-7)$$

Poměr průtočného profilu vůči omočenému obvodu je roven hydraulickému poloměru. [2]

$$R = \frac{S}{O} [m] \quad (3-8)$$

Tečné napětí na dně je často vyjadřováno pomocí třecí rychlosti v_* . [2]

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = \sqrt{g \cdot R \cdot i} [m/s] \quad (3-9)$$

3.3 Veličiny popisující transport sedimentu

Střední dopravní koncentrace splavenin je poměr průtoku splavenin v transportované směsi vůči celkovému průtoku směsi.

$$C_{vd} = \frac{Q_s}{Q} \cdot 100\% [\%] \quad (3-10)$$

Shieldsovo číslo je bezrozměrné číslo popisující smykové napětí na povrchu dna. Shieldsovo číslo vyjadřuje poměr setrvačné síly proudící vody nade dnem, která svým smykovým účinkem působí jako hnací síla na dnové částice, vůči hmotnosti částice zmenšené o vliv vztlakové síly. [3]

$$\theta = \frac{\tau}{\rho_w \cdot (s-1) \cdot g \cdot d} = \frac{v_*^2}{(s-1) \cdot g \cdot d} \quad (3-11)$$

Einsteinovo číslo je bezrozměrné číslo popisující objemový průtok dnových splavenin. „Einsteinovo číslo je poměrem průtoku dnových splavenin a sedimentačního toku reprezentovaného součinem usazovací rychlosti částice a průměru částice.“ [3]

$$\Phi = \frac{q_s}{\sqrt{(s-1) \cdot g \cdot d^3}} \quad (3-12)$$

3.4 Třecí rovnice pro dno

Pro horní režim rovného dna (UPB) lze vypočítat součinitel ztráty třením tření povrchu dna λ_b například pomocí logaritmické třecí rovnice pro hydraulicky drsné dno (k_s = ekvivalentní drsnostní výška povrchu dna, R_b = hydraulický poloměr příslušný dnu). Hodnota konstanty B_s je pro tlakové proudění v potrubí rovna 14.8 a pro otevřené koryto se udává 11.1. Pro zrnité dno se drsnostní výška k_s vyjadřuje například v poměru vůči zmu (například d_{50}) – k_s/d_{50} . [4]

$$\sqrt{\frac{8}{\lambda_b}} = 2.5 \cdot \ln \left(\frac{B_s \cdot R_b}{k_s} \right) \quad (3-13)$$

3.5 Transportní rovnice MPM

Základní tvar transportní rovnice MPM (Meyer-Peter and Müller) pro chod dnových splavenin lze zapsat: [4]

$$\Phi = \alpha \cdot (\theta - \theta_{crit})^\beta \quad (3-14)$$

Rovnice udává vztah mezi Shieldsovým (3-11) a Einsteinovým (3-12) číslem. Einsteinovo číslo udává bezrozměrný objemový průtok dnových splavenin na jednotkovou šířku žlabu, přenásobením šířkou žlabu lze získat průtok dnových splavenin Q_s . α a β jsou koeficienty MPM rovnice. θ_{crit} je kritické Shieldsovo číslo pro začátek pohybu splavenin. [4]

4. Teorie chyb

O žádné změřené fyzikální veličině nelze říci, že byla změřena absolutně přesně. Každé sebedokonalejší měření je zatíženo chybou. Chyby vznikají v důsledku nedokonalostí našich smyslů, nepřesností měřících přístrojů a nestálosti okolních podmínek (časová a místní proměnlivost teploty, tlaku a vlhkosti,...). Do výsledků se také propagují vnější vlivy jako otřesy budovy, případně vnější silová pole. Kvalitu měření a výsledky měření lze ohodnotit pomocí teorie chyb. [5]

„Základním axionem, který musíme vždy mít v paměti je: Žádné měření není dobrým měřením, pokud není určena jeho chyba.“ [5]

4.1 Druhy chyb

Chybu měření označíme jako ε , ε je rovno rozdílu naměřené hodnoty x_m a skutečné hodnoty měřené veličiny x . Skutečnou hodnotu měřené veličiny ovšem neznáme, a proto nelze tento vztah přímo používat. [5]

$$\varepsilon_x = x_m - x \quad (4-1)$$

Pomocí teorie chyb nalézáme nejlepší odhad x_0 skutečné hodnoty x měřené veličiny X (snažíme se získat co nejmenší rozptyl naměřených hodnot). Dále určujeme přesnost tohoto odhadu pomocí absolutní chyby ϑ_ξ . Absolutní chyba neurčuje odchylku od skutečné hodnoty, ale charakterizuje interval, v kterém se s určitou pravděpodobností bude skutečná hodnota nalézat. Pravděpodobnost, že se skutečná hodnota bude nalézat v intervalu $(x - \vartheta_\xi, x + \vartheta_\xi)$ je závislá na použitém pravděpodobnostním intervalu, viz dále. Výsledek je uváděn ve tvaru $x=x_0 \pm \vartheta_\xi$. [5]

Chybu lze zapsat jako rozdíl naměřené veličiny x od střední hodnoty veličiny x_0 , v tomto případě mluvíme o chybě absolutní $\varepsilon_{x,abs}$. Absolutní chyba má stejný rozměr - jednotky jako měřená veličina. [6]

$$\varepsilon_{x,abs} = x - x_0 \quad (4-2)$$

Poměr absolutní chyby $\varepsilon_{x,abs}$ vůči skutečné hodnotě veličiny x_0 se nazývá relativní chyba měření $\varepsilon_{x,rel}$. Relativní chyba je bezrozměrná veličina a často je udávána v procentech. Relativní chybou lze porovnávat přesnost měření fyzikálních veličin s odlišným rozměrem. [6]

$$\varepsilon_{x,rel} = \frac{\varepsilon_{x,abs}}{x_0} \quad (4-3)$$

4.2 Druhy chyb podle původu

Chyby lze dělit podle původu do tří skupin na hrubé, soustavné a náhodné.

4.2.1 Hrubé chyby

Hrubé chyby jsou způsobeny únavou nebo nepozorností pozorovatele, případně chybou přístroje. Velké hrubé chyby jsou na první pohled patrné, jelikož se výrazně odlišují od ostatních hodnot. Hrubé chyby nezahnujeme do výsledků, protože by nepřiměřenou mírou ovlivnily výsledky měření. Případně místo nich provádíme kontrolní a opravná měření. Výsledek měření můžeme prohlásit za hrubou chybu, pokud se liší od střední hodnoty o více než trojnásobek směrodatné odchylky. [5,6]

4.2.2 Soustavné chyby

Soustavné chyby jsou způsobovány neustále toutéž příčinou. Příčinu soustavných chyb nejsme obvykle schopni předem zjistit. Navenek se soustavné chyby projevují tím, že při opakování měření je hodnota veličiny systematicky vyšší nebo nižší než její správná hodnota. Soustavné chyby jsou způsobovány metodou použitou pro měření, měřicím zařízením či samotnou osobou provádějící měření (chyby osobní). [6]

Chyby vznikající použitou metodou jsou zapříčiněny nepřesností, nedokonalostí, neúplností nebo nevhodností použité metody. Pokud například zjišťujeme hmotnost předmětů vážením na vzduchu, vzniká soustavná chyba v důsledku neuvažování různé vztahové síly, která se liší v důsledku rozdílné teploty respektive hustoty vzduchu. Těmto chybám se můžeme vyvarovat použitím jiné vhodnější metody. [6]

Chyby zapříčiněné měřicím zařízením vznikají v důsledku nevhodného nebo nevhodně provedeného zařízení. Tuto chybu lze z části odstranit použitím korekčních činitelů. [6]

Osobní chyby jsou závislé na schopnostech pozorovatele. Například každý pozorovatel jinak soustavně zaokrouhluje čtení hodnot na stupnici nahoru nebo dolů. Osobní chybu lze minimalizovat větším počtem pozorovatelů. [6]

4.2.3 Náhodné chyby

Náhodné chyby nejsou pravidelné jako chyby soustavné, jsou způsobeny vnějšími a vnitřními vlivy, které není možno plně kontrolovat (kolísání teploty, tlaku vzduchu, elektromagnetické rušení, seismičita, kolísání měřené veličiny,...). V jeden okamžik se může najednou propagovat velké množství chyb, tudíž se tyto chyby chovají zcela náhodně. [5,6]

Chyby zapříčiněné jednotlivými nezávisle působícími vlivy se nazývají elementární chyby. Výsledná náhodná chyba měření ε je součtem elementárních chyb ε_i . [6]

$$\varepsilon = \sum \varepsilon_i \quad (4-4)$$

Předpokládáme, že pravděpodobnost výskytu kladných i záporných chyb je stejná. Na výsledek měření působí náhodné chyby a tudíž sám výsledek je náhodná veličina. K vyšetření náhodných chyb je třeba použít statistické zákonitosti. Statistické zákonitosti lze plně uplatnit pouze pro dostatečně velký počet měření ($n \rightarrow \infty$). Pro menší počet měřených hodnot nahrazujeme některé charakteristiky náhodných veličin výběrovými charakteristikami. Na základě počtu pravděpodobnosti lze pro každou měřenou veličinu zjistit její nejpravděpodobnější hodnotu. [6]

„Spojitá funkce $p(x)$, jež udává rozdělení pravděpodobnosti výskytu náhodné veličiny v celém intervalu přípustných hodnot, se nazývá hustota pravděpodobnosti. Pravděpodobnost, že náhodná veličina x bude ležet v intervalu (α, β) je.“ [6]

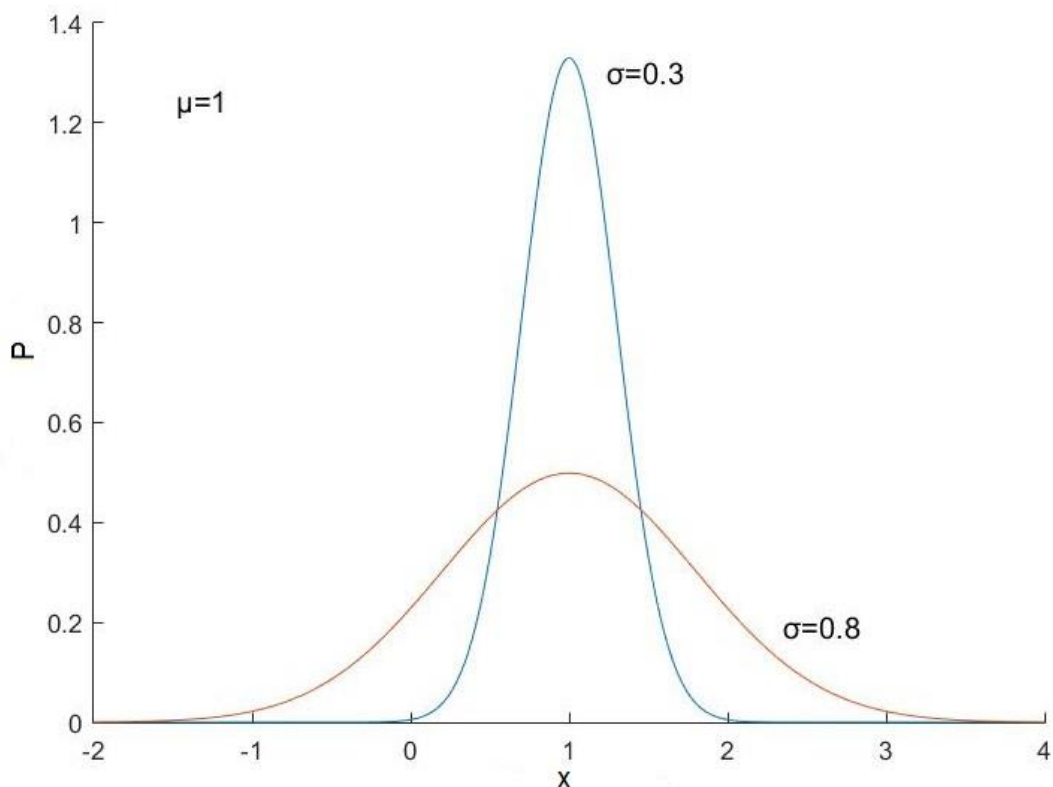
$$p(\alpha, \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} p(x) \quad (4-5)$$

Hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny je dána funkcí, která se nazývá normální zákon rozdělení náhodné veličiny: [6]

$$p(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (4-6)$$

μ – střední hodnota (vyjadřuje nejpravděpodobnější hodnotu měření), σ směrodatná odchylka, σ^2 rozptyl náhodné veličiny (vyjadřuje míru rozptýlenosti jednotlivých veličin). Čím

větší je rozptyl, tím větší je rozptýlenost jednotlivých měření. Hodnota s největší četností výskytu je střední hodnota - viz obrázek 4. [6]



Obr. 4 – Měření se stejnou střední hodnotou, ale rozdílným rozptylem [5]

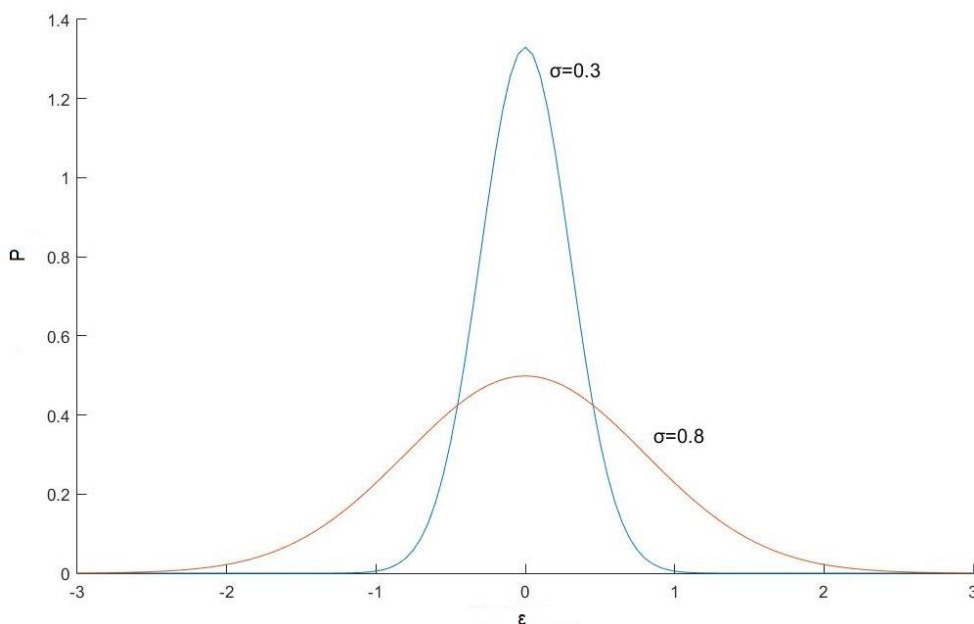
Považujeme-li náhodnou chybu měřené veličiny za náhodnou veličinu, lze psát pro hustotu rozdělení náhodných chyb: [6]

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{\varepsilon^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (4-7)$$

Vzorec 4-7 se nazývá Gaussův normální zákon chyb. Z Gaussova normálního zákona chyb vyplývá, že četnost chyb klesá s rostoucí chybou, tj. že malé chyby jsou častější než velké chyby. Střední hodnota náhodných chyb je rovna nule, jelikož pravděpodobnost výskytu kladných a záporných chyb je stejná (viz obrázek 5). Pro hodnocení chyb je nutné použít jinou charakteristiku – směrodatnou odchylku daného rozdělení. [6]

$$\sigma' = \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{n}} \quad (4-8)$$

Kde σ' je velikost směrodatné odchylky základního souboru, ε je velikost chyby a n je počet měření. Pro výběrový soubor měřených hodnot se používá tzv. výběrová směrodatná odchylka (vzorec 4-12).



Obr. 5 - Porovnání měření s různou směrodatnou odchylkou

Chyby měření se interpretují jako pravděpodobné chyby ϑ . Pravděpodobná chyba je charakterizována tím, kolik procent chyb se nachází ve spolehlivostním intervalu $(-\vartheta, \vartheta)$. Rovnicí (4-9) lze vypočítat velikost pravděpodobné chyby měření pro daný spolehlivostní interval. [6]

$$\int_{-\vartheta}^{\vartheta} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{\varepsilon^2}{2 \cdot \sigma^2}} d\varepsilon = \xi / 100 \quad (4-9)$$

Pravděpodobnou chybu ϑ_{ξ} , s intervalem spolehlivosti pravděpodobnosti výskytu chyby $\xi\%$, lze vyjádřit následovně: [6]

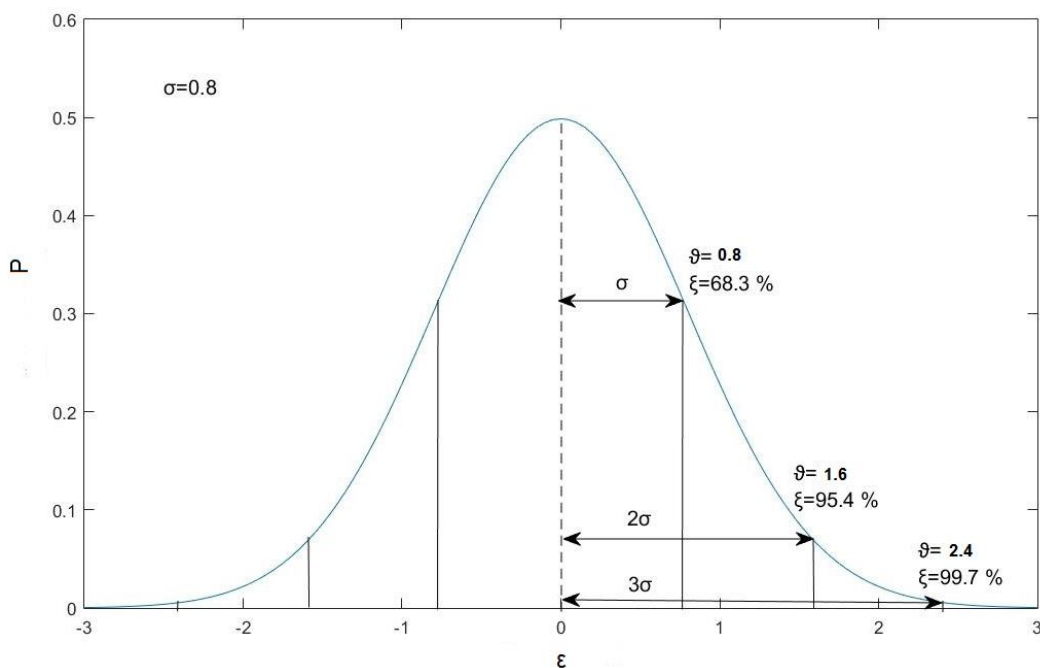
$$\vartheta_{\xi} = v_{\xi} \cdot \sigma \quad (4-10)$$

v_{ξ} je koeficient pro příslušný spolehlivostní interval. Používané intervaly spolehlivosti jsou zobrazeny v tabulce 2. Pokud je chyba větší než trojnásobek směrodatné odchylky (nazýváme ji krajní chyba), považujeme ji za hrubou chybu a vylučujeme ji ze souboru měřených dat. Velikost intervalu spolehlivosti pro krajní chybu je 99.7 % (viz Obr. 6). [6]

Tabulka 2 - Intervaly spolehlivosti [5]

ξ [%]	v_{ξ}
50	0.674
90	1.645
95	1.960
99	2.576

ξ – interval spolehlivosti pravděpodobnosti výskytu chyby, v_{ξ} – koef. spolehlivostního intervalu



Obr. 6 – Interval spolehlivosti pro krajní chybu [5]

4.3 Chyby přímých měření

Pokud veličinu X měříme přímo, měření opakujeme n -krát za stejných podmínek, získáme nejpravděpodobnější hodnotu x_0 a její směrodatnou odchylku σ . Nejpravděpodobnější hodnotu určíme jako aritmetický průměr: [6]

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (4-11)$$

Výsledky provedených měření jsou výběrovým souborem měření a nepopisují celý statistický soubor, proto používáme výběrovou směrodatnou odchylku. Výběrová směrodatná odchylka (též nazývána standardní odchylka) se určí jako: [6]

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{(n-1)}} \quad (4-12)$$

Výběrová směrodatná odchylka charakterizuje míru variability naměřených hodnot. Čím je větší, tím více se hodnoty liší. Pravděpodobnou chybu měření lze určit dle vztahu (4-10). [6]

Pokud potřebujeme uvážit chybu měření a například chybu způsobenou neustáleností proudění je třeba tyto nezávislé chyby složit dohromady. Pro celkovou směrodatnou odchylku σ , která vznikla složením nezávislých směrodatných odchylek σ_1 a σ_2 , platí: [5]

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (4-13)$$

4.4 Chyby nepřímých měření

Některé fyzikální veličiny nejsme schopni měřit přímo. Provedeme přímá měření jiných veličin, na kterých je zkoumaná veličina závislá, a dle fyzikálního zákona veličinu výpočtem zjistíme. Například hustotu zjišťujeme na základě měření objemu a hmotnosti zkoumané látky, výsledná hustota je podílem těchto veličin. [6]

Máme veličinu y , která je funkcí n dalších veličin x_i , a tato funkce je spojitě diferencovatelná na celém svém definičním oboru. [6]

$$y = f(x_i) = f(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) \quad (4-14)$$

Nejpravděpodobnější hodnotu veličiny \bar{y} získáme dosazením nejpravděpodobnějších hodnot \bar{x}_i . [6]

$$\bar{y} = f(\bar{x}_i) = f(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \dots + \bar{x}_n) \quad (4-15)$$

Odhad standardní odchylky nepřímo měřené veličiny lze nalézt pomocí zákona přenášení středních chyb. Ten určuje standardní odchylku nepřímo měřené veličiny σ_y , která je funkcí měřených veličin x_i a jejich standardních odchylek σ_i . [6]

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot \sigma_i^2} \quad (4-16)$$

Tímto způsobem je v této práci vypočtena standardní odchylka Shieldsova čísla.

5. Metodika vyhodnocení chyb měření na sklopném žlabu

Veškerá naměřená data jsou vyhodnocována pomocí funkcí vytvořených v prostředí Matlab Ing. Janem Krupičkou Ph.D.. Funkce si načte surová naměřená integrální data, provede vlastní vyhodnocení a exportuje výsledky. V této kapitole je zobrazen nástin metodiky vyhodnocení a postup pro zjištění odhadu standardních odchylek.

5.1 Měřené veličiny

Při měření na sklopném žlabu jsou zaznamenávány tyto veličiny – výška sedliny v měrných profilech $y_{b,i}$, sklon dna žlabu α , poloha hladiny vzhledem ke dnu žlabu H_i , průtok směsi okruhem Q_m , teplota T , vzdálenost měrných profilů L_j , šířka žlabu b , Časový záznam tlakových spádů ve vertikálách Δp^\uparrow a Δp^\downarrow . Měrné profily jsou indexovány po proudu, n měrných profilů tvoří $m = n - 1$ měrných úseků.

5.2 Předpoklady

Při odhadu nejistoty měřené veličiny z rozptylu časového záznamu s velkou frekvencí záznamu se předpokládá, že krátkodobé fluktuace jsou způsobeny turbulentním charakterem proudění a tudíž nepředstavují nejistotu. Z tohoto důvodu jsou časové záznamy vyhlazeny klouzavými průměry o délce $T_{avg} = 1s$ a z nich jsou vypočteny standardní odchylky, které interpretují neustálenost jevu v delším časovém měřítku.

Odhady minimálních standardních odchylek:

- ❖ absolutní odchylka odečtu polohy sedliny $\sigma_{yb,\min} = \varepsilon_{yb,abs} = 0.0015 m$
- ❖ relativní odchylka měření průtoku $\sigma_{Q,rel} = \varepsilon_{Q,rel} = 0.01$
- ❖ absolutní odchylka měření průtoku $\sigma_{Q,cvd} = \varepsilon_{Q,abs} = 0.0002 m^3 / s$
- ❖ absolutní odchylka měření dopravní koncentrace $\sigma_{Cvd,m} = \varepsilon_{Cvd,abs} = 0.01$

Minimální standardní odchylka pro polohu sedliny je stanovena jako interval ($y_b-1.5$, $y_b+1.5$) tj. velikost intervalu 3 mm. Minimální chyby pro měření tlakových rozdílů, průtoků (odhad chyb na základě zkušeností z trubního okruhu v Ústavu pro hydrodynamiku AV ČR) a dopravní koncentrace jsou podrobně rozebrány v [7].

5.3 Chyby jednotlivých veličin

V této podkapitole jsou zobrazeny postupy vedoucí ke zjištění odhadu standardních odchylek zkoumaných veličin. Základním podkladem pro tvorbu této podkapitoly byl základní popis vyhodnocování dat od autora vyhodnocovacích skriptů Ing. Jana Krupičky Ph.D..

5.3.1 Hloubka proudění

V každém měřném profilu byla měřena poloha hladiny vůči dnu žlabu hladinoměrem. Standardně bylo snímáno 480 poloh hladiny každým hladinoměrem. Z naměřených hodnot byl vypočten časový průměr polohy H_i , od kterého se odečetla vizuálně odečtená poloha dna $y_{b,i}$. Pro každý profil se tímto způsobem získá hloubka proudění:

$$h_i = H_i - y_{b,i} \quad (5-1)$$

Dále byla vypočtena výška sedliny uprostřed měřného úseku:

$$y_{b,j} = (y_{b,i} + y_{b,i+1}) / 2 \quad (5-2)$$

a střední výška sedliny:

$$y_b = \text{průměr}(y_{b,j}) \quad (5-3)$$

Nejistota v odečtu polohy sedliny byla odhadnuta z intervalu hloubek za předpokladu rovnoměrného rozdělení pravděpodobnosti:

$$\sigma_{y_{b,f}} = [\max(h_i) - \min(h_i)] / (2 \cdot \sqrt{3}) \quad (5-4)$$

Standardní odchylka polohy sedliny a tudíž i hloubky proudění je určena:

$$\sigma_{y_b} = \max(\sigma_{y_{b,\min}}; \sigma_{y_{b,f}}) \quad (5-5)$$

tj. větší z hodnot - minimální chyba v určení polohy sedliny nebo nejistota v určení polohy sedliny odhadnuta z intervalu hloubek.

5.3.2 Sklon čáry energie

Poloha čáry energie nade dnem žlabu byla v každém měrném profilu určena jako:

$$H_{e,i} = H_i \cdot \cos(\alpha) + V_i^2 / 2 \cdot g \quad (5-6)$$

Dále byly určeny hydraulické gradienty v měrných sekcích mezi měrnými profily:

$$i_{e,i} = \sin(\alpha) + (H_{e,i} - H_{e,i+1}) / L_i \quad (5-7)$$

Poté byla provedena optimalizace počtu měrných profilů zahrnutých do vyhodnocení tak, aby rozptyl sklonu čáry energie byl co nejmenší. Tato procedura vyřadila měrné úseky, které se výrazně lišily od ostatních úseků. Často docházelo k vyřazení prvního měrného úseku, který byl ovlivněn nátokem do žlabu.

Dále byl vypočten časový záznam rozdílů poloh hladiny v sousedních profilech:

$$\Delta H_j(t) = [H_i(t) - H_{i+1}(t)] \quad (5-8)$$

a vyhlazen klouzavým průměrem o délce:

$$T_{avg} = 1s : \Delta H_j(t) \xrightarrow{T_{avg}} \overline{\Delta H_j(t)} \quad (5-9)$$

Poté byla vypočtena standardní odchylka fluktuací rozdílů polohy hladiny v sousedních profilech (dle vzorce 4-12):

$$\sigma_{\Delta H,j} = std(\overline{\Delta H_j(t)}) \quad (5-10)$$

a standardní odchylka fluktuací rozdílů kóty hladiny v sousedních profilech:

$$\sigma_{\Delta H\alpha,j} = \sigma_{\Delta H,j} \cdot \cos(\alpha) . \quad (5-11)$$

Standardní odchylka stanovení sklonu čáry energie v jednotlivých úsecích byla vypočtena ze standardní odchylky rozdílu kót hladin v krajních profilech měrných profilů (zanedbává se fluktuace rychlostní výšky):

$$\sigma_{iel,j} = \sigma_{\Delta H\alpha,j} / L_j \quad (5-12)$$

Dále bylo třeba pro stanovení výsledné odchylky určit rozdíly průměrného sklonu čáry energie od sklonů čáry energie v jednotlivých úsecích:

$$\Delta_{ie,j} = i_e - i_{e,j} . \quad (5-13)$$

Celková výsledná standardní odchylka ve stanovení sklonu čáry energie vznikne složením chyby měření a neustálenosti:

$$\sigma_{ie} = \sqrt{\frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m (\sigma_{iel,j}^2 + \Delta_{ie,j}^2)} \quad (5-14)$$

5.3.3 Průtok

Standardní odchylku měření průtoku lze vyjádřit jako:

$$\sigma_{Q,m} = \sigma_{Q,rel} \cdot Q \quad (5-15)$$

Celková výsledná standardní odchylka pro stanovení průtoku vzniká složením chyby měření a neustálenosti:

$$\sigma_Q = \sqrt{\sigma_{Q,m}^2 + \sigma_{Q,f}^2} \quad (5-16)$$

5.3.4 Rychlost

Standardní odchylka ve stanovení rychlosti:

$$\sigma_V = \sigma_Q / A \quad (5-17)$$

Pro stanovení standardní odchylky jsou zanedbány fluktuace plochy.

5.3.5 Dopravní koncentrace

Standardní odchylka ve stanovení dopravní koncentrace:

$$\sigma_{Cvd} = \sigma_{Cvd,m} / \sqrt{N_{Cvd}} \quad (5-18)$$

N_{Cvd} je počet použitých metod pro stanovení koncentrace, v případě sklopného žlabu je $N_{Cvd}=1$.

5.3.6 Shieldsovo číslo

Standardní odchylka Shieldsova čísla je vypočtena na základě vztahu, dle kterého lze vypočítat odhad standardní odchylky nepřímo měřené veličiny (vzorec 4-16), pomocí numerické derivace a iterace.

6. Vyhodnocení měření na sklopném žlabu

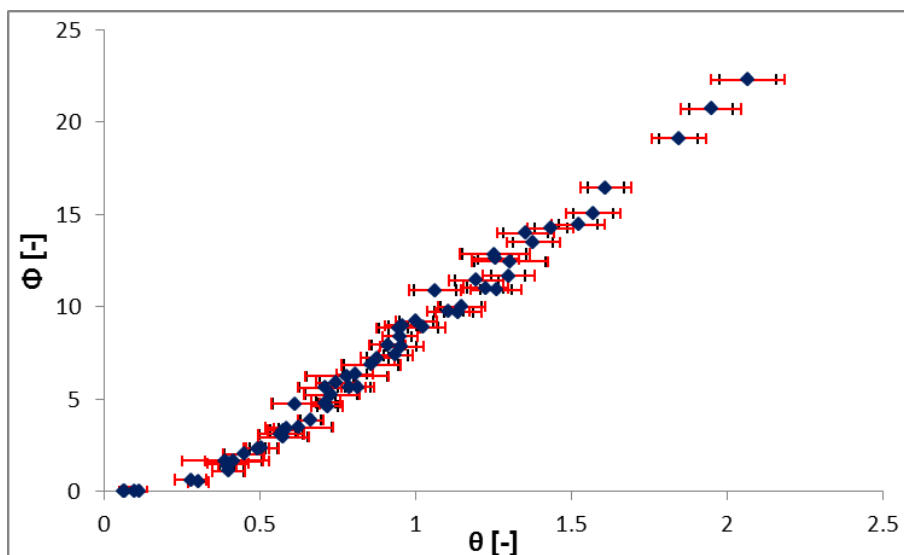
Na sklopném žlabu jsou měřeny tyto veličiny – výška sedliny, sklon žlabu, poloha hladiny vůči dnu, průtok směsi, teplota vody a tlakové spády ve vertikálách. Cílem této kapitole je zjistit, který vstup obsahuje největší nejistotu měření a jak tato nejistota ovlivňuje výsledky měření.

6.1 Výška sedliny

Výška sedliny je odečítána vizuálně v pěti měrných profilech po délce žlabu pomocí měřítek nalepených na skleněné stěně. Vizuální odečet výšky sedliny je také zatížen individuální chybou pozorovatele. Odečtení výšky sedliny není jednoznačné, poloha vrcholu sedliny bývá odhadnuta na rozhraní dvou vrstev částic, z nichž dolní vrstva je v klidu a horní vrstva je v pohybu. Případně pokud se horní vrstva pohybuje skokově, odečte se poloha výšky sedliny v horní vrstvě v závislosti na době pohybu respektive klidu dle názoru pozorovatele.

Chyba v určení polohy sedliny je vyhodnocována jako větší z hodnot, minimální hodnota standardní odchylky odečtu polohy sedliny $\sigma_{yb,min}$ nebo nejistota polohy sedliny určená z intervalu hloubek. Pro materiály TLT25 a TLT 50 vychází pro všechny měřené stavy hodnota chyby jako $\sigma_{yb,min}$.

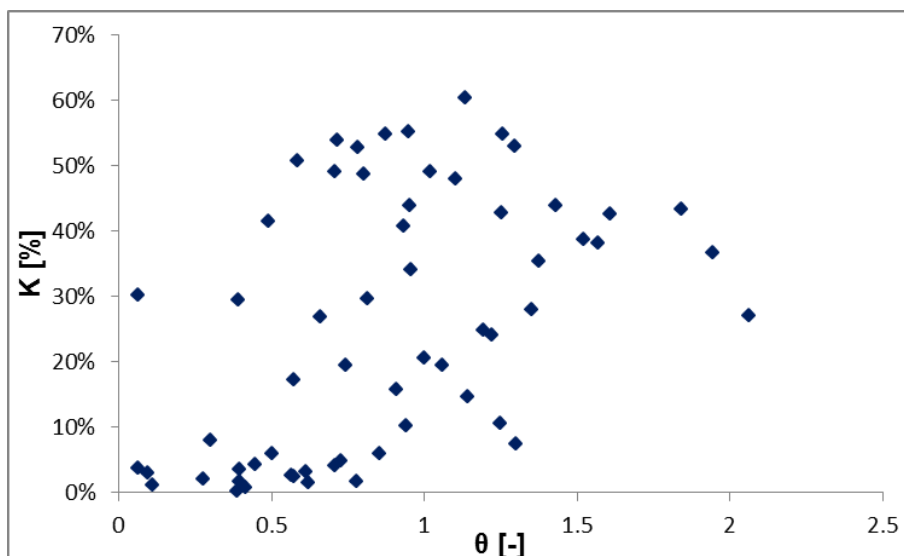
Dříve byla odhadována minimální hodnota standardní odchylky polohy odečtu sedliny jako $\sigma_{yb,min}=1.5$ mm. Z pozorování při měření vyplynulo, že ideální minimální hodnota pro částice větší než 3 mm, je polovina výšky částice. Pro materiály TLT50 a TLT25 je to shodná hodnota $\sigma_{yb,min}=2.5$ mm (tj. ± 2.5 mm = 5 mm (velikost jedné částice)). Na obrázku 7 je zobrazen vliv zvětšení minimální standardní odchylky odečtu polohy sedliny pro materiál TLT 50. Rozdíl hodnot standardních odchylek Shieldsova čísla způsobeného změnou minimální hodnoty standardní odchylky polohy sedliny se pohybuje v intervalu 0.001–0.03 v závislosti na velikosti Shieldsova čísla.



Obr. 7 – Porovnání velikostí standardních odchylek Shieldsova čísla (červeně je zobrazena hodnota standardní odchylky pro $\sigma_{yb}=2.5$, černě je zobrazena hodnota standardní odchylky pro $\sigma_{yb}=1.5$)

Na obrázku 8 je zobrazeno procentuální zvětšení standardní odchylky Shieldsova čísla – K , zapříčiněné zvětšením minimální standardní odchylky odečtu polohy sedliny z hodnoty 1.5 mm na hodnotu 2.5 mm. Procentuální zvětšení K je definováno výrazem 6-1. Z grafu je jasně patrné, že zvětšení standardní odchylky polohy odečtu sedliny způsobuje pro některé měřené stavy zvětšení odchylky až o 50%.

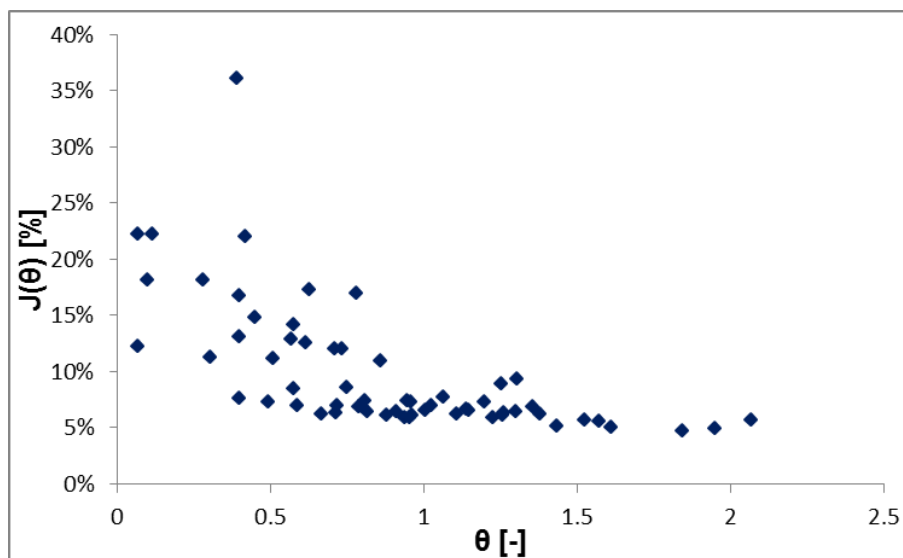
$$K = \frac{\sigma_{\theta, yb=2.5} - \sigma_{\theta, yb=1.5}}{\sigma_{\theta, yb=1.5}} \cdot 100\% \quad (6-1)$$



Obr. 8 – Procentuální zvětšení standardní odchylky

Na obrázku 9 je zobrazen procentuální poměr standardní odchylky vůči Shieldsovu číslu - $J(\theta)$ v závislosti na velikosti Shieldsova čísla. Poměr standardní odchylky Shieldsova čísla vůči Shieldsově číslu je definován vztahem 6-2. Z grafu je jasně patrné, že největší relativní chyby je dosaženo při měření stavů s malými hodnotami Shieldsova čísla.

$$J(i) = \frac{\sigma_i}{i} \cdot 100\% \quad (6-2)$$



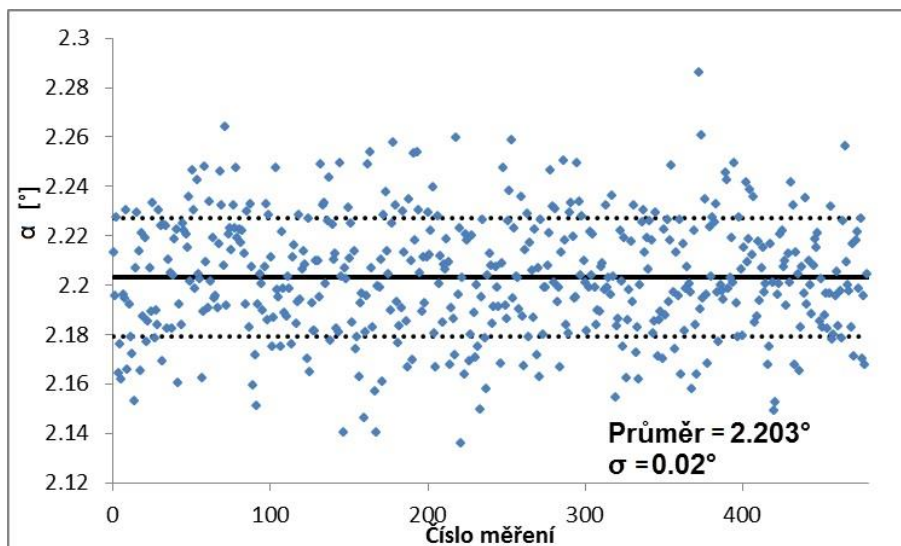
Obr. 9 – Velikost standardní odchylky vůči Shieldsovu číslu ($\sigma_{yb}=2.5$ mm)

6.2 Sklon žlabu

Sklon žlabu je měřen snímačem náklonu Pepperl-Fuchs F99, přesnost udávaná výrobcem je $\pm 0.02^\circ$. Sklon žlabu dna vstupuje do výpočtu sklonu čáry energie a sklonu dna.

Sklon čáry energie je získán součtem sklonu žlabu a sklonu hladiny. Nejistota ve sklonu hladiny se pohybuje v rozmezí $\pm 0.06 - 0.16^\circ$, je tedy 3x až 8x větší než nejistota způsobená měřením sklonu žlabu, nejistotu měření sklonu žlabu lze v tomto případě zanedbat. Sklon dna je získán součtem sklonu žlabu a sklonu sedliny ve žlabu, nejistota v odečtu výšky sedliny je mnohem větší než nejistota měření sklonu žlabu a proto i v tomto případě lze nejistotu měření sklonu žlabu zanedbat.

Na obrázku 10 je zobrazen záznam měření sklonu žlabu, standardní odchylka měření je 0.02° , tj. chyba deklarovaná výrobcem. Chybu měření způsobuje nejen vliv chyby přístroje, ale i vnější vliv – chvění celého žlabu, které také jistě ovlivňuje výsledek měření sklonu žlabu.



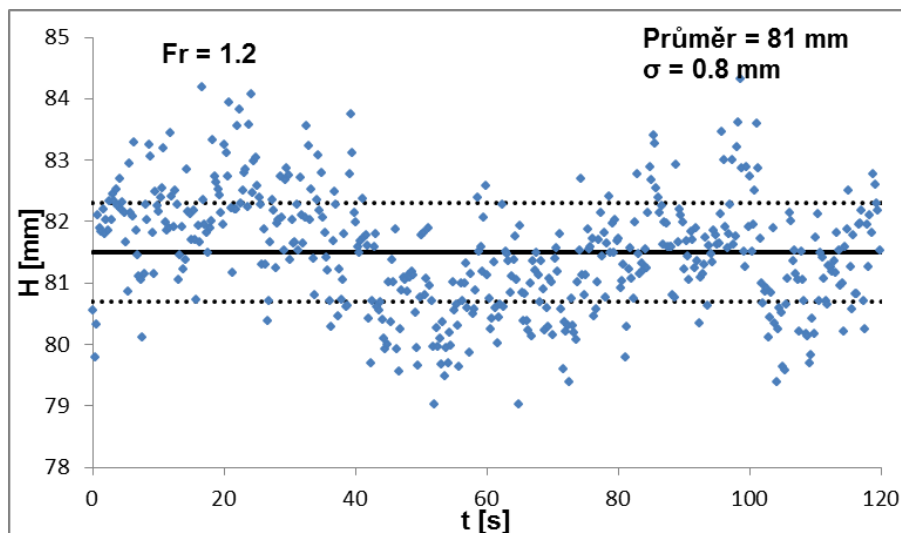
Obr. 10 – Časová řada hodnot sklonu žlabu
(– průměrná hodnota, - - - pás standardní odchylky)

6.3 Poloha hladiny

Poloha hladiny vůči dnu je měřena ultrazvukovou sondou. Poloha hladiny vstupuje do výpočtu sklonu čáry energie a hloubky proudění.

Sklon čáry energie je získán součtem sklonu žlabu a sklonu hladiny. Nejistota v měření polohy hladiny je zhruba 3x až 8x větší než nejistota měření sklonu žlabu (viz. kapitola 6.2) a proto je s ní třeba počítat. Hloubka proudění ve žlabu se vypočítá jako rozdíl hladiny a polohy sedliny. V tomto případě je standardní odchylka měření polohy hladiny více než 3x menší vůči standardní odchylce odečtu polohy sedliny, a proto lze chybu měření polohy hladiny v tomto případě zanedbat.

Na obrázku 11 je zobrazen záznam polohy hladiny v měrném profilu, standardní odchylka měření je 0.8 mm. Froudovo číslo bylo při daném měření rovno 1.2. V časovém záznamu lze rovněž pozorovat neustálenost proudění ve žlabu, v průběhu lze identifikovat procházející vlny.



Obr. 11 – Časový záznam poloh hladin (— průměrná hodnota, - - pás standardní odchylky)

6.4 Průtok

Průtok směsi je měřen magneticko-indukčním průtokoměrem. Při měření průtoku se odkazujeme na odhad chyby zpracované na základě zkušeností z trubního okruhu Ústavu pro hydrodynamiku (viz [7]) – relativní chyba měření průtoku je 0.01. Chyba měření průtoku ovlivňuje velikost chyby rychlosti proudění ve žlabu. Měření průtoku magneticko-indukčním průtokoměrem lze považovat za přesné měření.

6.5 Teplota

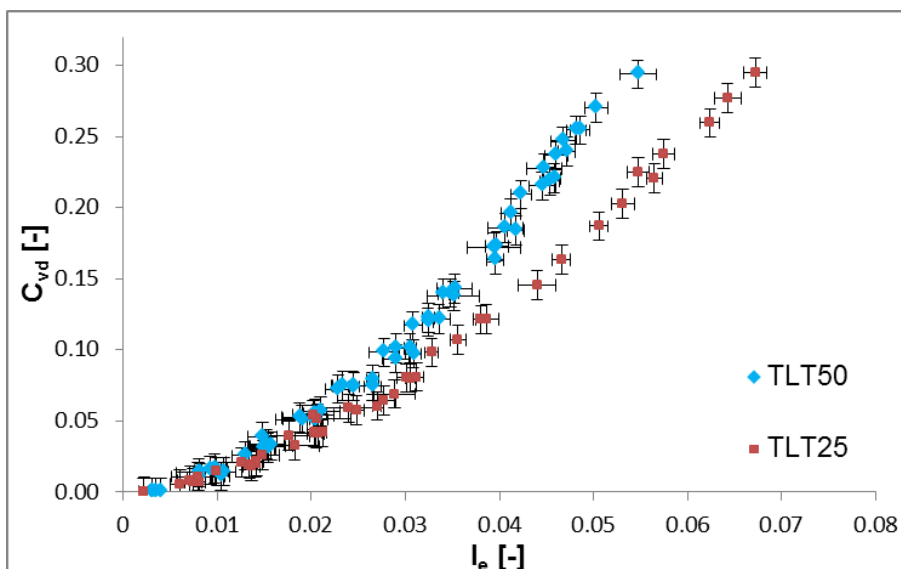
Teplota vody je měřena teplotním čidlem, dle teploty vody je určena její hustota. Standardní odchylka měření teploty se pohybuje v řádech tisícín stupně. Za předpokladu, že je čidlo správně kalibrováno, vzniká při měření teploty velice malá zanedbatelná chyba.

6.6 Chyby zájmových veličin

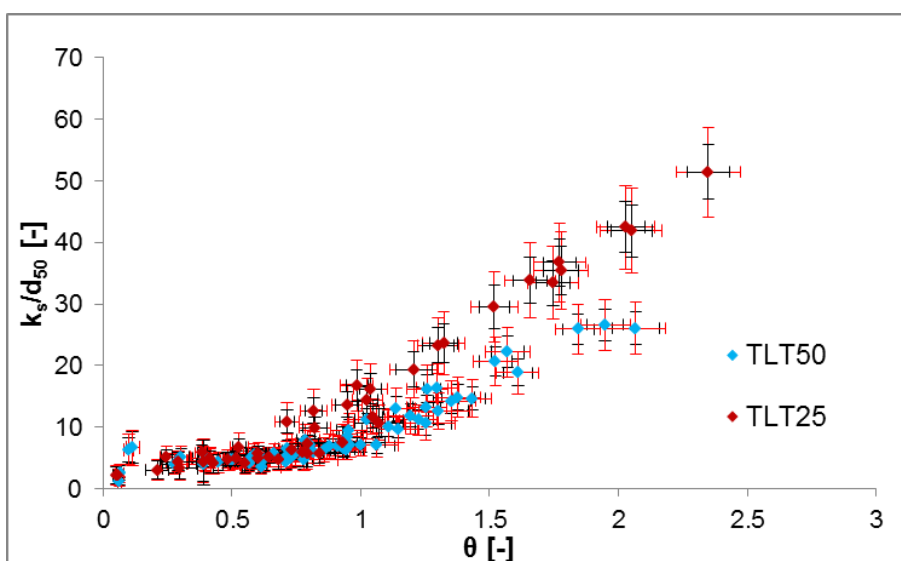
Z výše uvedené analýzy vyplývá, že největší chyby vznikají při vizuálním odečtu výšky sedliny ve žlabu. Chyby odečtu výšky sedliny se dále propagují do chyby hloubky proudění, sklonu dna ve žlabu, relativní drsnosti dna, Shieldsova čísla,....

Velikost standardních odchylek koncentrace a sklonu čáry energie je zobrazena na obrázku 12. Na obrázku 13 je zobrazena závislost relativní drsnosti dna na Shieldsově čísle, černě jsou zobrazeny chybové úsečky, pro které byla uvažována minimální standardní

odchylka odečtu polohy sedliny 1.5 mm, červeně jsou zobrazeny chybové úsečky, pro které byla uvažována minimální standardní odchylka odečtu polohy sedliny 2.5 mm (tj. \pm polovina výšky částice). Z grafu je jasně patrný významný vliv chyby způsobené odečtem polohy sedliny.



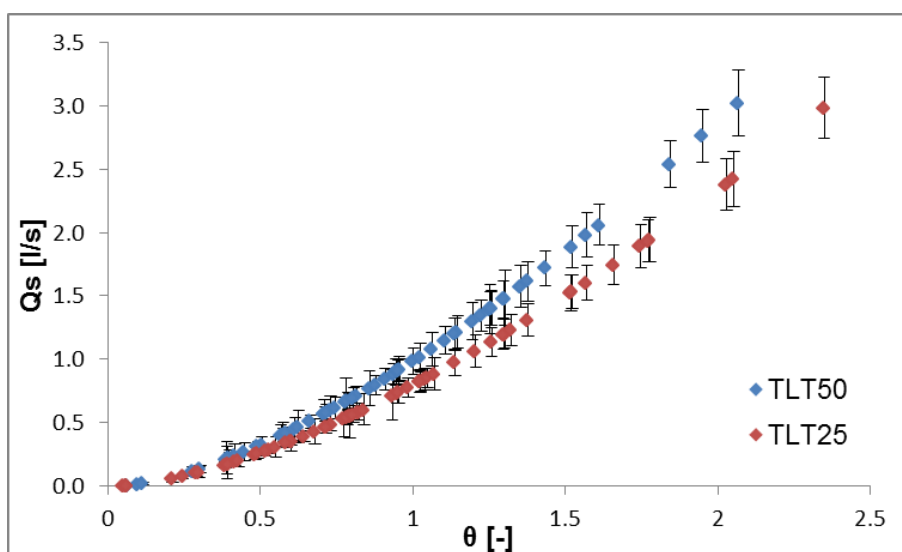
Obr. 12 – Závislost koncentrace na sklonu čáry energie
(Chybové úsečky zobrazují velikost standardních odchylek)



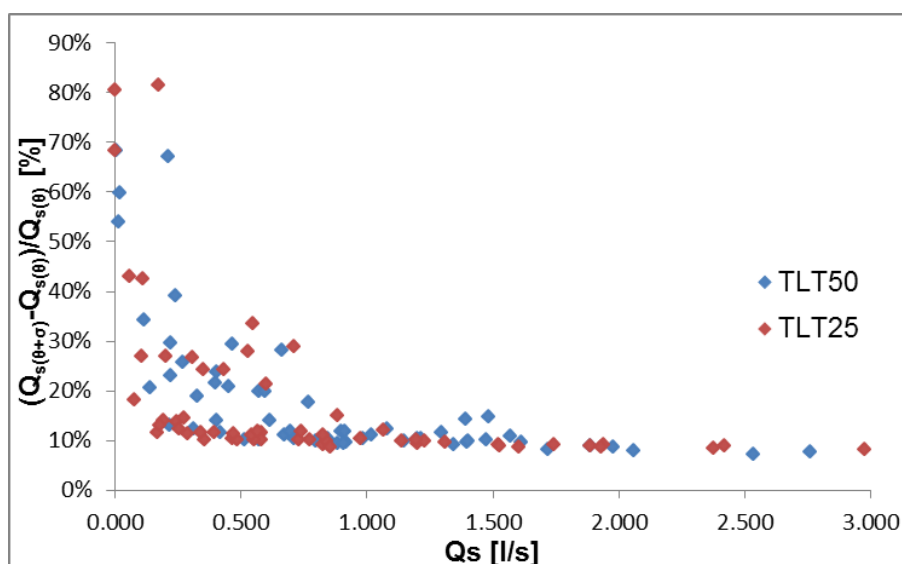
Obr. 13 – Závislost relativní drsnosti dna na Shieldsově čísle
(Černé chybové úsečky – standardní odchylka $\sigma_{yb,min}=1.5$ mm, červené chybové úsečky – standardní odchylka $\sigma_{yb,min}=2.5$ mm)

6.6.1 Průtok splavenin

Průtok splavenin lze vypočítat například pomocí transportní rovnice typu MPM (3-14). Hodnoty koeficientů mohou být např. $\alpha=8$, $\beta=1.5$ a $\theta_{crit}=0.045$, tato kombinace hodnot je použita pro výpočty v této kapitole. Ze získaného Einsteinova čísla lze jednoduše získat hodnotu q_s , která je po přenásobení šířkou dna rovna hodnotě celkového průtoku dnových splavenin Q_s . Výsledný průtok dnových splavenin je zobrazen na obrázku 14. Na obrázku 15 je zobrazena velikost relativního zvětšení Q_s v důsledku zvětšení hodnoty Shieldsova čísla o jeho standardní odchylku. Z obrázku je zřejmé, že pro malé hodnoty Shieldsova čísla tvoří relativní rozdíl hodnot Q_s až 50 %.



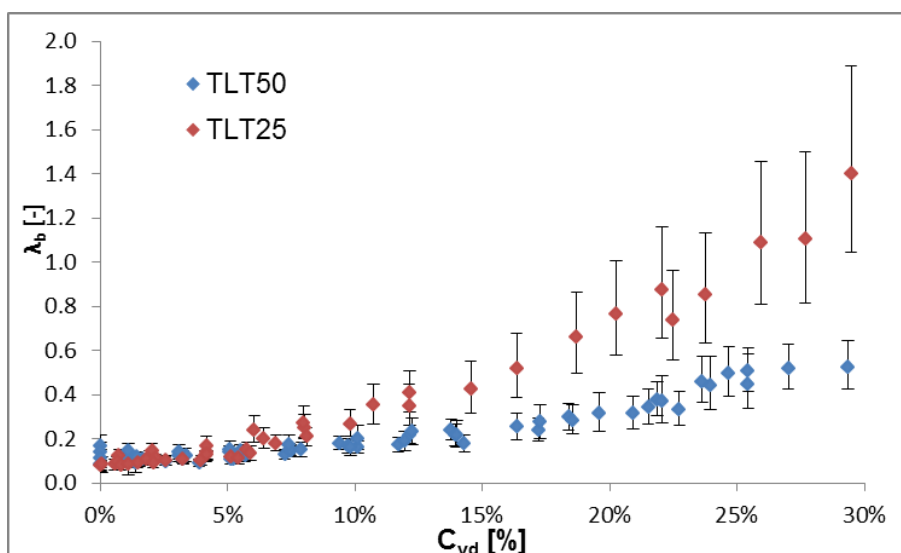
Obr. 14 – Závislost průtoku dnových splavenin na Shieldsově čísle dle MPM rovnice (Chybovými úsečkami jsou zobrazeny hodnoty rozptylu Q_s , které jsou způsobeny zvětšením a zmenšením hodnoty Shieldsova čísla o jeho standardní odchylku)



Obr. 15 – Závislost velikosti relativního rozptylu Q_s (způsobeného vnesenou chybou θ) na Q_s

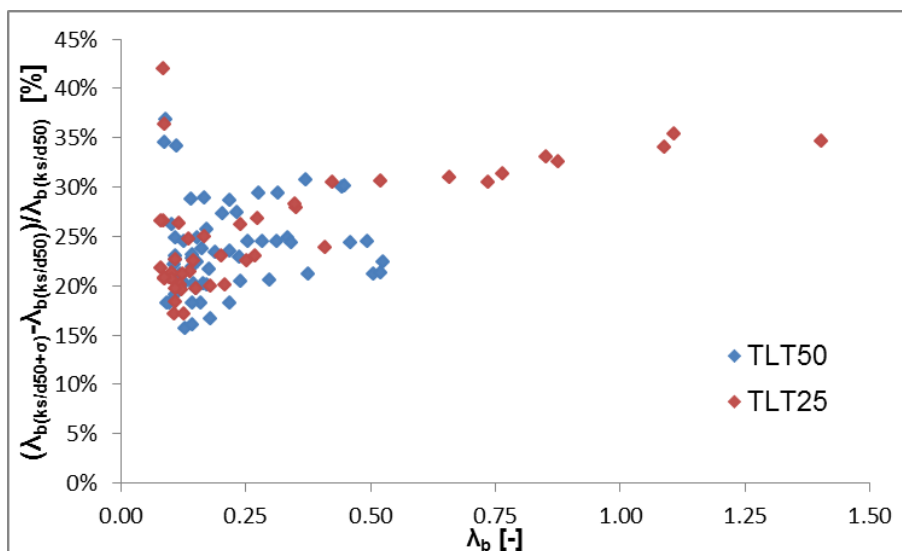
6.6.2 Součinitel ztráty třením pro dno

Součinitel ztráty třením pro dno λ_b lze vypočítat například z logaritmické třecí rovnice pro dno (3-13) pomocí ekvivalentní drsnostní výšky k_s . Závislost velikosti vypočítaného součinitele ztráty třením vůči střední dopravní koncentraci je zobrazena na obrázku 16. Na obrázku 17 je zobrazen relativní rozdíl hodnot součinitele ztráty třením způsobený vnesenou chybou drsnostní výšky k_s . Rozdíl hodnot λ_b se pohybuje v rozmezí 15-30% hodnoty λ_b získané z naměřené hodnoty k_s/d_{50} .



Obr. 16 – závislost součinitele ztráty třením pro dno z logaritmické rovnice na dopravní koncentraci sedimentu

(Chybovými úsečkami jsou zobrazeny hodnoty rozptylu λ_b , které jsou způsobeny zvětšením a zmenšením hodnoty k_s/d_{50} o její standardní odchylku)



Obr. 17 - Závislost relativní velikosti rozdílu λ_b (způsobeného vnesenou chybou k_s/d_{50} do logaritmické rovnice) na λ_b

7. Vyhodnocení metod měření dopravní koncentrace

Na sklopném žlabu je v současné době možné měřit střední dopravní koncentraci částic v proudící směsi dvěma způsoby. Dopravní koncentraci je možné zjistit na základě odebrání vzorku proudící směsi nebo na základě rozdílu hydraulických gradientů měřených v sestupném a vzestupném vertikálním potrubí.

7.1 Měření dopravní koncentrace odebráním vzorku

Nejjednodušší způsob pro zjištění koncentrace je odebrání vzorku. Po dokončení měření každého stavu byl odebrán kontrolní vzorek pro porovnání s koncentrací měřenou ve vertikálách. Aby bylo možné považovat vzorek za reprezentativní, bylo jej třeba odebírat po vhodně dlouhou dobu. Tato doba nesměla být příliš krátká, ale zároveň nesměla být příliš dlouhá, aby nedošlo k ovlivnění vlastního proudění v důsledku odebírání částic v recirkulačním žlabu. Vzorek byl odebírán do pytle v dolní nádrži a čas byl měřen pomocí stopky. Typická délka odebírání vzorku se pohybovala v závislosti na koncentraci od 5 do 20 vteřin. Následně byl vzorek vážen pod vodou pomocí závěsné váhy.

Následně už jde velmi jednoduše vypočítat koncentraci ze známého celkového průtoku Q_m , doby odebírání vzorku t , hmotnosti vzorku pod vodou m_w , hustoty materiálu ρ_s a hustoty vody ρ_w :

$$C_{vd} = \frac{m_w}{t \cdot Q_m} \cdot \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w} \cdot 100\% \quad [\%] \quad (7-1)$$

Výhoda této metody spočívá v její jednoduchosti. Nevýhodou této metody je zásah do ustáleného stavu a nemožnost rychlého opakování měření při stejném stavu. Pokud je vzorek odebrán, pro opakování měření je nutné vzorek vrátit zpět do oběhu a počkat dokud nedojde k ustálení proudění.

7.2 Měření dopravní koncentrace ve vertikálním potrubí

Koncentrace ve vertikálách se zjišťuje na základě rozdílných hydraulických gradientů ve vzestupném a sestupném potrubí. Měřená tlaková diference je součtem statického tlaku transportované směsi a ztrát třením. Hydraulické gradienty se liší z důvodu rozdílné hustoty transportované směsi. Ve vzestupném potrubí je hustota větší, protože zde částice proudí pomaleji než v sestupném potrubí. Ve vzestupném potrubí působí usazovací rychlost částic proti směru proudění a v sestupném potrubí působí usazovací rychlost částic ve směru proudění. Při zavedení předpokladu, že ztráty třením jsou v obou větvích stejně velké, lze koncentraci vyjádřit vztahem: [7,8]

$$C_{vd} = \frac{i^{\uparrow} - i^{\downarrow}}{2 \cdot (s-1)} \quad (7-2)$$

i^{\uparrow} je hydraulický gradient ve vzestupném potrubí, i^{\downarrow} je hydraulický gradient v sestupném potrubí a s je relativní hustota splaveninové částice. Podle Clift & Clift (1981) se tímto řešením dopouštíme ve velké většině případů maximální absolutní chyby hodnoty koncentrace 1 %. [8]

Clift & Clift (1981) bere v potaz vliv částic na třecí ztráty. Ve vzestupné vertikále je větší střední objemová koncentrace částic a tudíž hustota transportované směsi. Toto může ovlivnit velikost třecích ztrát. Tudíž se ztráty v sestupné a vzestupné vertikále mohou mírně lišit v důsledku rozdílu hustot transportované směsi. Rozdíly v hustotách jsou závislé na usazovací rychlosti dopravovaných částic. Pro zohlednění vlivu rušené sedimentace částic ve vertikálách byly použity vztahy pro rušenou sedimentaci od autorů Richardson-Zaki. Ztráty třením jsou modelovány pomocí modelu ekvivalentní kapaliny (Equivalent-liquid model^[7]). [7,8]

Řešení autorů Clift & Clift (1981) pracuje s exponentem m ze vztahu pro rušenou sedimentaci autorů Richardson-Zaki. Exponent m je empirický koeficient závislý na částicovém Reynoldsově čísle a relativním částicovém čísle d/D , kde d je velikost částice, D je průměr potrubí a v_p je rychlost částice. [7]

$$Re_p = \frac{v_p \cdot d}{\nu} \quad (7-3)$$

Koeficient m lze vypočítat při známém částicovém Reynoldsově čísle na základě následujících vztahů: [7]

$$\begin{aligned}
 m &= 4.65 + 19.5 \cdot d / D & \text{Re}_p < 0.2 \\
 m &= (4.35 + 17.5 \cdot d / D) \cdot \text{Re}_p^{-0.03} & 0.2 < \text{Re}_p < 1 \\
 m &= (4.45 + 18 \cdot d / D) \cdot \text{Re}_p^{-0.1} & 1 < \text{Re}_p < 200 \\
 m &= 4.45 \cdot \text{Re}_p^{-0.1} & 200 < \text{Re}_p < 500 \\
 m &= 2.39 & 500 < \text{Re}_p
 \end{aligned} \tag{7-4}$$

Rychlost částice při rušené sedimentaci $v_{ruš}$ podle autorů Richardson-Zaki lze zapsat ve tvaru: [7]

$$v_{ruš} = v_{sed} \cdot (1 - C_v)^m \tag{7-5}$$

Ztráty třením jsou modelovány pomocí modelu ekvivalentní kapaliny (Equivalent-liquid model^[7]), který platí pro homogenní směs newtonské kapaliny a pevných částic. Model vytvoří ze směsi vody a částic ekvivalentní kapalinu, která má změněnou hustotu vůči vodě. Mění se pouze hustota kapaliny, viskozita zůstává stejná jako pro vodu. Transportované částice jsou velké, tudíž se nedopouštíme chyby, pokud neuvažujeme změnu viskozity kapaliny. Hydraulický gradient směsi i_m lze vyjádřit jako hydraulický gradient samotné kapaliny i_f zvětšený koeficientem A' závislým na relativní hustotě směsi s_m : [7]

$$i_m = i_f \cdot [A' \cdot (s_m - 1) + 1] = i_f \cdot [A' \cdot C_{vd} \cdot (s - 1) + 1] \tag{7-6}$$

Koeficient A' může nabývat hodnot od 0 do 1. Pokud je A' rovno 1, celkový hydraulický gradient je přímo úměrný relativní hustotě směsi. Pokud je A' rovno 0, lze koncentraci počítat dle vztahu 7-2. Pokud uvažujeme, že A' není rovno nule, ztráty v sestupném a vzestupném potrubí se budou lišit (budou se lišit kvůli rozdílné relativní hustotě směsi). Výslednou koncentraci získáme ze soustavy rovnic: [7, 8]

$$\begin{aligned}
 C_v^\uparrow + C_v^\downarrow &= \frac{(i^\uparrow - i^\downarrow)}{(s - 1)} - i_f \cdot A' \cdot (C_v^\uparrow - C_v^\downarrow) \\
 C_v^\uparrow - C_v^\downarrow &= \frac{(C_v^\uparrow + C_v^\downarrow) \cdot \left[(1 - C_v^\downarrow)^m + (1 - C_v^\uparrow)^m \right]}{2 \cdot v_{směsi} / v_{ruš} + \left[(1 - C_v^\downarrow)^m - (1 - C_v^\uparrow)^m \right]} \\
 C_{vd} &= C_v^\downarrow \cdot \left[1 + v_{ruš} / v_{směsi} \cdot (1 - C_v^\downarrow)^m \right] = C_v^\uparrow \cdot \left[1 - v_{ruš} / v_{směsi} \cdot (1 - C_v^\uparrow)^m \right]
 \end{aligned} \tag{7-7}$$

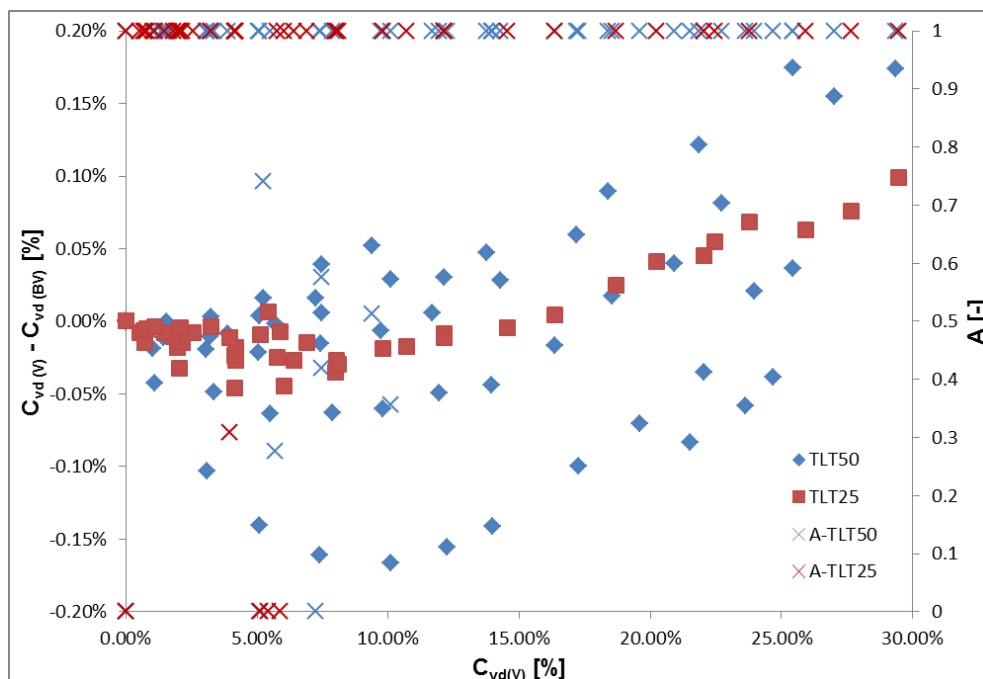
Soustavu rovnic je nutné řešit iterativně. Exponent m počítáme dle vztahu Richardson-Zaki (7-4), hydraulický gradient čisté vody je počítán na základě kalibračního měření prováděného s čistou vodou.

7.3 Porovnání měřených dopravních koncentrací

V rámci měření provedených na sklopném žlabu lze porovnávat 3 hodnoty naměřené dopravní koncentrace – koncentrace zjištěná odebráním vzorku, koncentrace zjištěná z rozdílných hydraulických gradientů ve vertikálním potrubí (s a bez zahrnutí vlivu transportovaných částic na třecí ztráty).

7.3.1 Dopravní koncentrace zjištěná ve vertikálách

Porovnáním hodnot získaných z vertikálního potrubí sklopného žlabu lze konstatovat, že hodnoty dopravní koncentrace vypočítané se zanedbáním vlivu částic na tření – $C_{vd(BV)}$ se liší maximálně o 0.2 % (absolutní hodnota dopravní koncentrace) vůči dopravní koncentraci vypočítané s vlivem částic na tření – $C_{vd(V)}$. Z obrázku 18 lze vyzorovat, že pro hodnoty dopravní koncentrace nižší než 15 %, je hodnota dopravní koncentrace bez zahrnutí vlivu částic na třecí ztráty větší než hodnota koncentrace se zahrnutím vlivu částic na třecí ztráty. Pro hodnoty dopravní koncentrace nad 15 % je hodnota dopravní koncentrace bez zahrnutí vlivu částic na třecí ztráty menší než hodnota koncentrace se zahrnutím vlivu částic na třecí ztráty. Tento trend je zřejmý pro materiál TLT25, pro materiál TLT50 lze tento trend pozorovat v širším pásmu rozptylu hodnot. Koeficient A' , s kterým počítá model ekvivalentní kapaliny má téměř pro všechny vyhodnocené koncentrace velikost 1 a nelze vyzorovat závislost mezi koeficientem A' a velikostí koncentrace.



Obr. 18 – Rozdíl koncentrace s vlivem částic na tření a bez vlivu na tření vůči koncentraci

7.3.2 Dopravní koncentrace zjištěná odebráním vzorku

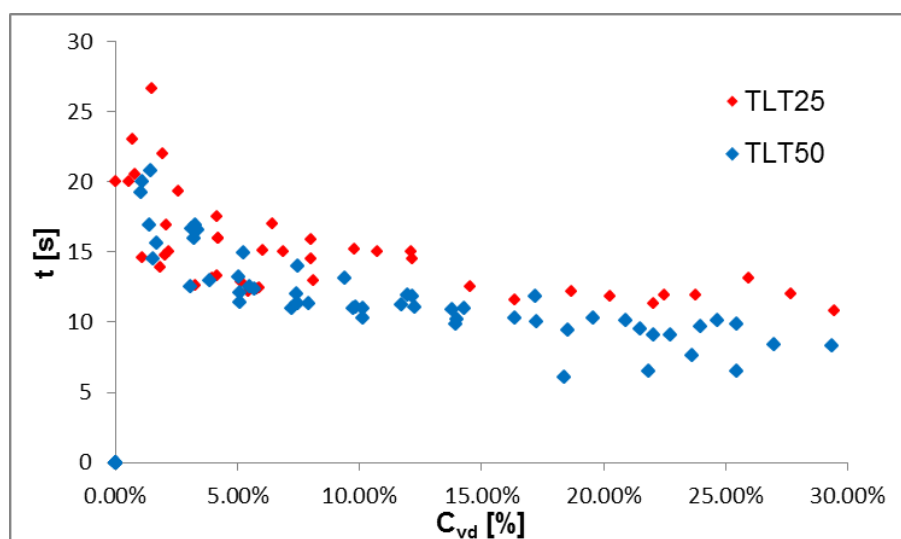
Odběrem vzorku se zjišťuje hodnota pro kontrolu dopravní koncentrace vypočítané z rozdílu hydraulických gradientů ve vzestupném a sestupném potrubí. Rozdíl metod může být způsoben chybou měření hydraulických gradientů, ovlivněním proudění ve žlabu při odebírání vzorku, chybami při odebírání vzorku (tj. při vážení vzorku a stopování času).

Průměrná hodnota rozdílu koncentrací pro materiál TLT50 je téměř rovna nule (0.1‰), to je znakem toho, že mezi metodami není systematický rozdíl. Standardní odchylka rozdílu koncentrací je rovna 1 % a potvrzuje tak odhad minimální hodnoty standardní odchylky pro měření koncentrace na sklopném žlabu dle Krupičky, 2014^[7]. Pro rozdíly koncentrací není patrný žádný trend v závislosti na koncentraci či velikosti průtoku.

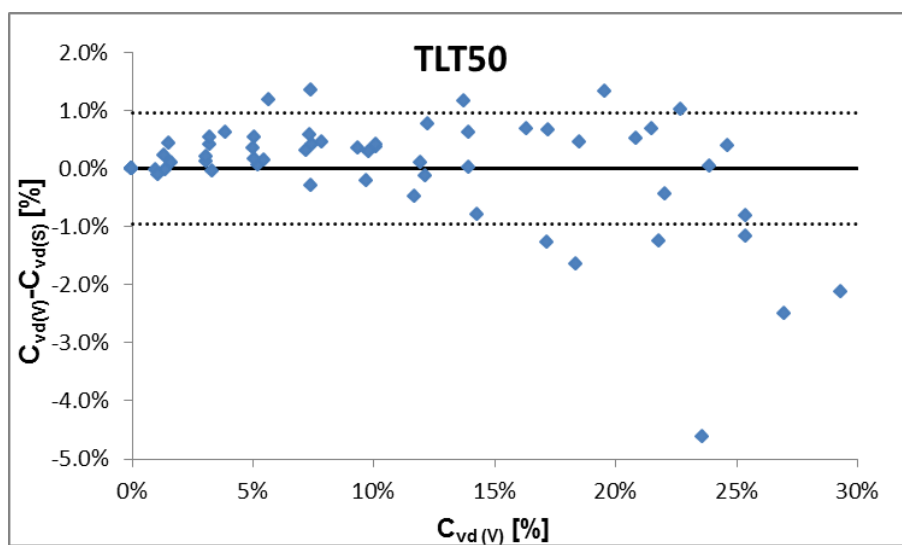
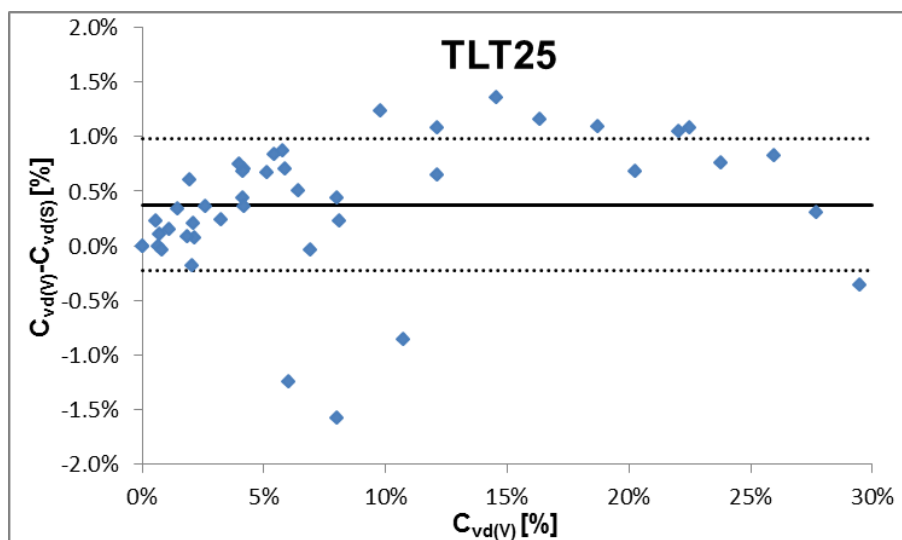
Průměrná hodnota rozdílu koncentrací pro materiál TLT25 je rovna 0.4 %. Mezi metodami se vyskytuje systematická chyba o velikosti 0.4 %. Systematická chyba může být způsobena delší dobou odebírání vzorku, které ovlivnilo proudění v recirkulačním žlabu. Na obrázku 19 je zobrazena doba odebírání vzorku v závislosti na velikosti koncentrace, pro materiál TLT25 je doba odběru delší než pro materiál TLT50, kde mezi metodami k systematické chybě nedocházelo. Standardní odchylka rozdílu koncentrací je rovna 0.6 %.

Pro rozdíly koncentrací není patrný žádný trend v závislosti na koncentraci či velikosti průtoku.

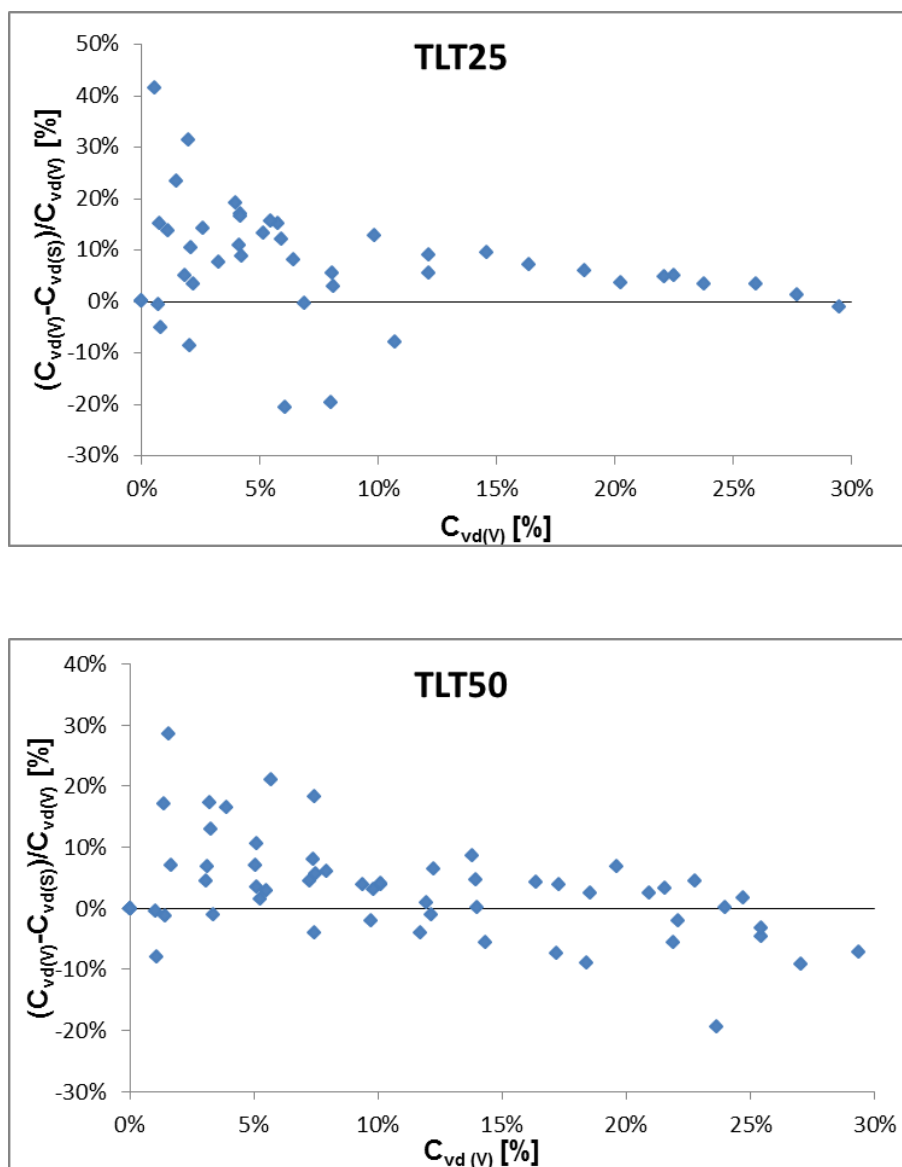
Grafické porovnání měřených koncentrací pomocí vertikál $C_{vd(V)}$ a odebráním vzorku $C_{vd(S)}$ je zobrazeno na obrázcích 20, 21 a 22. Na obrázku 21 je zřetelné, že relativní rozdíl metod měření dopravní koncentrace klesá s velikostí měřené koncentrace.



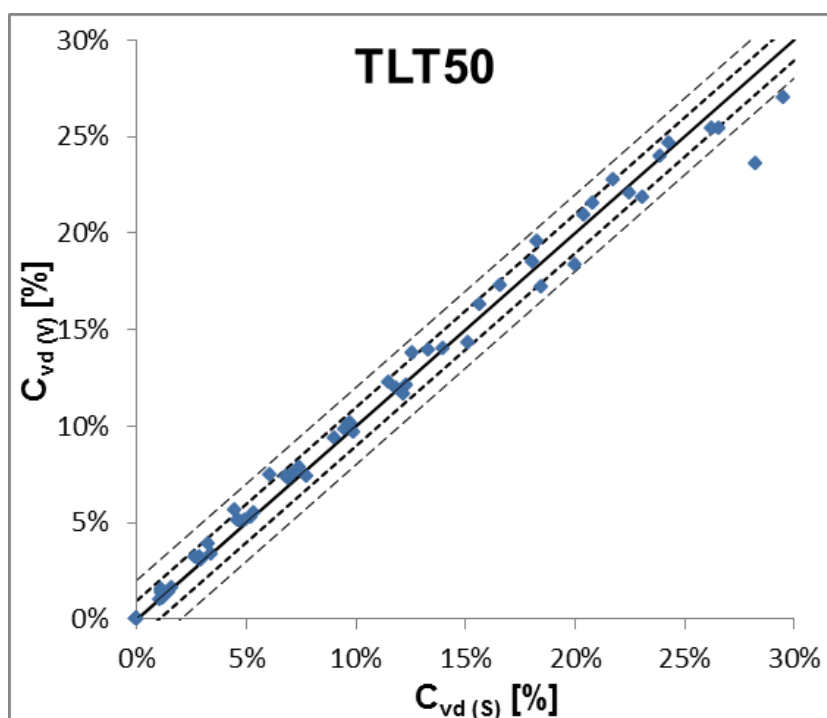
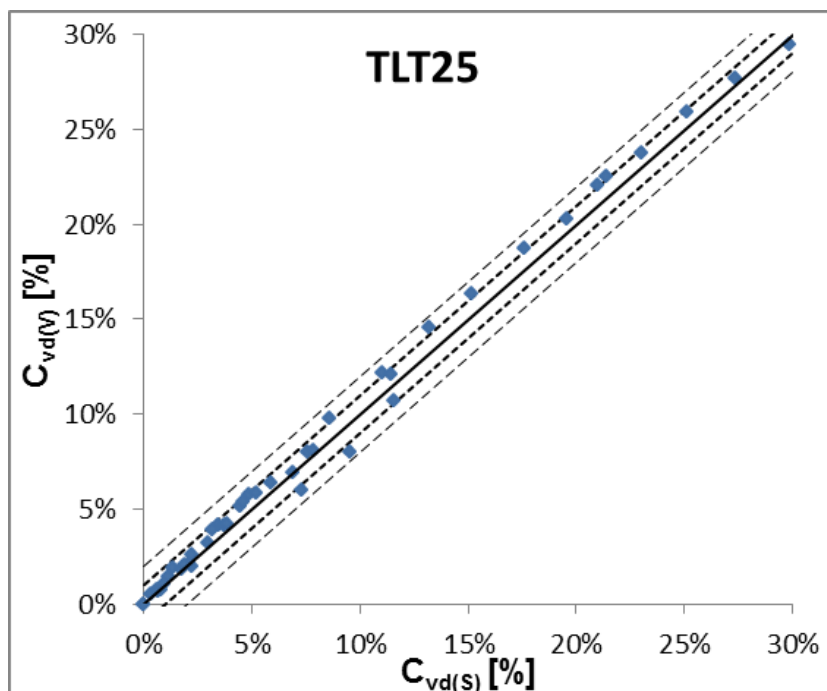
Obr. 19 – porovnání doby odběru vzorku v závislosti na koncentraci



Obr. 20 – Rozdíl měřených koncentrací dle dvou metod vůči koncentraci z vertikál
(— průměrná hodnota, - - pás standardní odchylky)



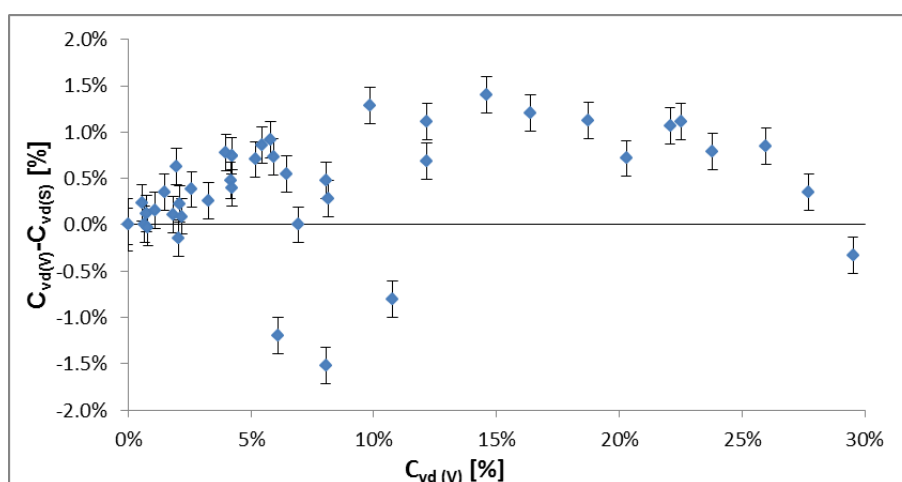
Obr. 21 – Velikost relativních rozdílů měřených koncentrací dle dvou metod vůči koncentraci z vertikál



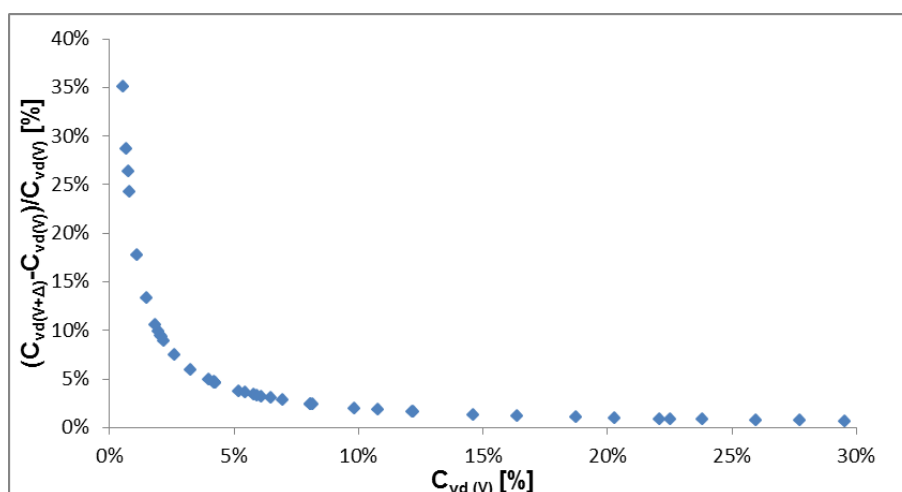
Obr. 22 - Porovnání metod měření koncentrace
- - - - - přímky značící absolutní rozdíl $\pm 1 \%$
- - - - - přímky značící absolutní rozdíl $\pm 2 \%$

7.3.3 Posouzení citlivosti na chyby při měření dopravní koncentrace

Pro zjištění vlivu chyby měření tlakových rozdílů ve vertikálním potrubí je na obrázku 23 zobrazena chyba o velikosti ± 3 mm. Modré body jsou hodnoty získané z měřených hodnot tlakových rozdílů, chybové úsečky zobrazují vliv chyby měření tlakové difference ± 3 mm. Pro materiál TLT25 je velikost chyby $\pm 0.2\%$ C_{vd} odpovídající tlakovému rozdílu ± 3 mm nezávisle na měřené koncentraci. To znamená, že pro malé hodnoty koncentrace není tato chyba zanedbatelná, ovšem pro větší hodnoty nehraje významnou roli (velikost relativní chyby je zobrazena na obrázku 24).

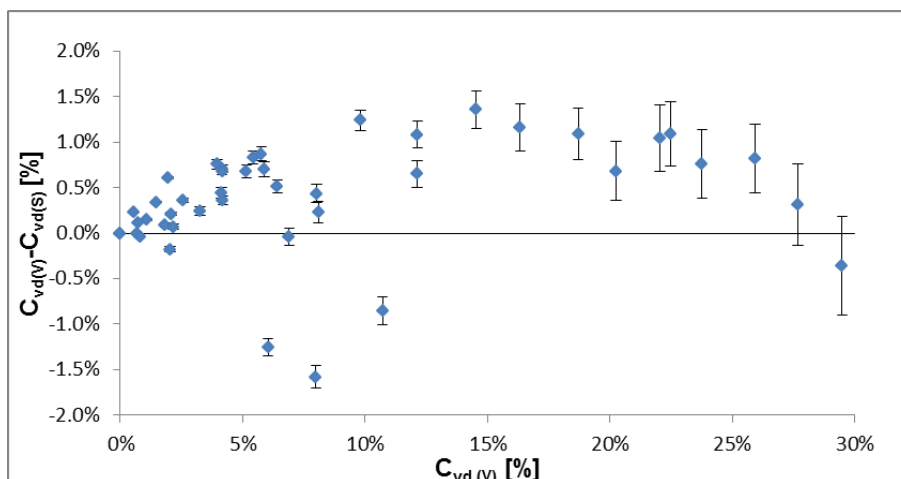


Obr. 23 – Chyby měření tlakových rozdílů

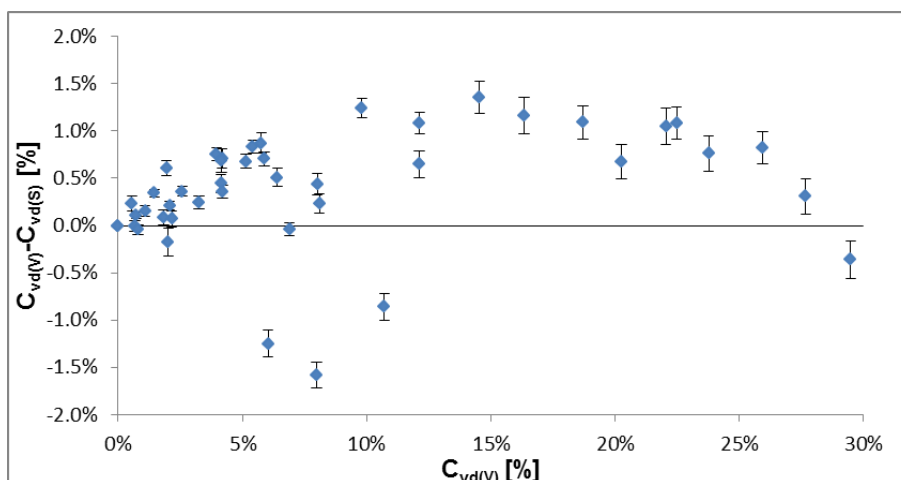


Obr. 24 – Velikost relativní chyby měření tlakových rozdílů
 ($C_{vd(V+\Delta)}$ = velikost koncentrace s uměle vnesenou chybou)

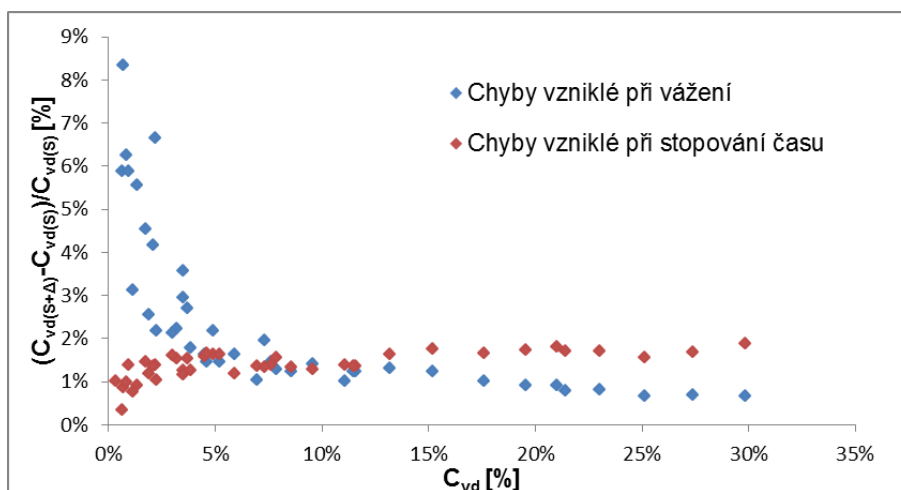
Dále lze uvažovat chyby způsobené při odběru vzorku – chybu při vážení a chybu při měření doby odběru vzorku. Na obrázcích 25 a 26 je zobrazen vliv chyby ± 0.2 s při odběru vzorku, respektive ± 0.05 kg při vážení vzorku. Modrými značkami jsou označeny hodnoty získané z naměřených hodnot a chybové úsečky zobrazují chyby (kladné i záporné). Na obrázku 27 jsou zobrazeny relativní velikosti chyb způsobené chybou při vážení vzorku a při stopování času. Z grafu je patrné, že zásadní mohou být pouze chyby vzniklé chybou při vážení vzorku pro malé hodnoty měřené koncentrace (cca do $C_{vd}=5\%$).



Obr. 25 – Chyby při měření času odebrání vzorku



Obr. 26 – Chyby při vážení vzorku



Obr. 27 – Velikost relativní chyby při měření koncentrace odběrem vzorku ($C_{vd(s+\Delta)}$ = velikost koncentrace s uměle vnesenou chybou)

8. Závěr

Z provedených analýz vyplynuly následující závěry – vstupní veličina, která je nejvíce zatížena chybou a nejvíce ovlivňuje výsledky měření je odečet polohy sedliny ve žlabu. Z toho plyne, že při měření by měl být kladen největší důraz na správné odečtení polohy sedliny, odečet by měl probíhat po ustálení proudění ve žlabu. Ideálně by měl být odečet proveden více pozorovateli a jejich čtení by se mělo zprůměrovat. Pro částice větší než 3 mm by měla být uvažována minimální chyba v odečtu polohy sedliny jako polovina výšky částice.

Poloha hladiny vůči dnu měřená ultrazvukovým hladinoměrem je zatížena významně menší chybou než výška sedliny. Pro určení hloubky proudění lze chybu polohy hladiny zanedbat. Pro určení chyby sklonu čáry energie je nutné počítat s chybou určení polohy hladiny, protože tato chyba je významně větší než chyba měření sklonu žlabu.

Chyba v určení sklonu žlabu, který je měřený snímačem náklonu, je významně menší než chyby polohy sedliny a polohy hladiny, které vstupují do výpočtu sklonu dna respektive sklonu čáry energie a proto lze chybu měření sklonu žlabu zanedbat.

Relativní velikost chyby měření průtoku byla převzata z poznatků trubního okruhu Ústavu pro hydrodynamiku. Měření průtoku magneticko-indukčním průtokoměrem lze považovat za přesné měření.

Rozdíl hodnoty koncentrace s a bez zahrnutí vlivu částic na třecí ztráty se pro materiály TLT25 a TLT50 pohyboval v rozmezí ± 0.2 %. Zanedbáním vlivu částic na třecí ztráty nedochází ke vzniku velké chyby, zvláště pro velké hodnoty dopravní koncentrace. Porovnáním hodnot dopravní koncentrace získané na základě rozdílů hydraulických gradientů ve vertikálním potrubí a hodnot koncentrace získané odebíráním vzorku, byl potvrzen odhad absolutní chyby měření koncentrace 1 %. Průměrný rozdíl měření koncentrací ve vertikálách a vzorku byl pro materiál TLT50 roven nule, mezi metodami nebyla systematická chyba. Ovšem pro materiál TLT25 byl průměrný rozdíl metod 0,4 %, vertikály udávaly větší hodnotu koncentrace. Systematická chyba může být způsobena dobou odebírání vzorku, která byla delší než v případě materiálu TLT50, kde mezi metodami nebyla systematická chyba. Relativní rozdíl hodnot měřené koncentrace dvěma způsoby dosahoval pro malé koncentrace (cca do $C_{vd} = 5\%$) až 30 %, což není zanedbatelná hodnota.

Dále bylo posuzováno, jak je velikost chyby koncentrace citlivá na chyby měření hydraulického gradientu, doby odběru vzorku a chyby při vážení vzorku. Chyba měření hydraulického gradientu je významná při měření malých hodnot dopravní koncentrace (cca do 3%), pro tyto malé hodnoty dopravní koncentrace může způsobit relativní chybu dopravní koncentrace až 30 %. Chybou měření doby odběru vzorku je dosahováno relativních chyby o maximální velikosti 2%. Chybou vážení vzorku je dosahováno pro malé hodnoty dopravní koncentrace (cca do 3 %) relativní chyby až 10 %. Z provedené analýzy plyne, že významné mohou být chyby při měření tlakových gradientů a chyby při vážení vzorku, ovšem pouze pro malé hodnoty dopravní koncentrace.

Z provedené analýzy vyplývá, že metoda měření dopravní koncentrace pomocí rozdílu hydraulických gradientů ve vertikálním potrubí poskytuje poměrně dobré a spolehlivé výsledky, zvláště pro vyšší hodnoty dopravní koncentrace.

9. Seznam zkratek a symbolů

A	Plocha	[m ²]
B _s	konstanta třecí rovnice pro dno	[-]
C _{vd}	střední dopravní koncentrace	[-]
d	velikost zrna	[m]
d ₅₀	střední velikost zrna	[m]
D	průměr potrubí	[m]
g	gravitační zrychlení	[m/s ²]
G	gravitační síla	[N]
H	kóta hladiny	[m]
h	hloubka proudění	[m]
i	sklon dna/hydraulický gradient	[-]
J _θ	procentuální poměr σ(θ) vůči θ	[%]
K	procentuální zvětšení stand. odchylky θ	[%]
k _s	drsnostní výška	[m]
L	délka	[m]
m	hmotnost	[kg]
O	omocžený obvod	[m]
p	tlak	[m v. s.]
P	četnost výskytu	[-]
q _s	objemový průtok dnových splavenin na jednotkovou šířku dna	[m ² /s]
R	hydraulický poloměr	[m]
R _b	hydraulický poloměr příslušný dnu	[m]
s	relativní hustota splaveninové částice	[-]
s _m	relativní hustota směsi	[-]
S	plocha	[m ²]
T	teplota	[°C]
v	rychlost	[m/s]
v _{sed}	usazovací rychlost částic	[m/s]
v _{ruš}	usazovací rychlost částic při rušené sedimentaci	[m/s]
v*	třecí rychlost	[m/s]
V	objem	[m ³]
V _s	objem pevné fáze	[m ³]
y	poloha dna	[m]
λ _b	součinitel ztráty třením pro dno	[-]
ρ _w	hustota vody	[kg/m ³]
ρ _s	objemová hustota splavenin	[kg/m ³]
ε	chyba jednoho měření	
μ	střední hodnota měření	
σ	směrodatná odchylka	

σ'	směrodatná odchylka základního souboru	
σ^2	rozptyl	
ϑ	pravděpodobná chyba	
v_ξ	koefficient pravděpodobnostního intervalu	
ν	kinematická viskozita	[m ² /s]
τ_0	tečné napětí na dně	[Pa]
ϕ	úhel vnitřního tření pod vodou	[°]
θ	Shieldsovo číslo	[-]
Φ	Einsteinovo číslo	[-]

10. Literatura

- [1] Zrostlík, Š.; Pícek, T.; Krupička, J.; Bareš, V.; Matoušek, V. (2014). *Rozdělení rychlosti v otevřeném kanálu s intenzivním pohybem hrubozrného sedimentu: srovnání experimentálních metod. 28th Symposium on anemometry*. 3. – 4. června 2014, Holany, Česká republika. Ústav hydrodynamiky AV ČR, 2014. Str. 112 – 119. ISBN: 978-80-87117-11-8.
- [2] Kolektiv autorů katedry hydrauliky a hydrologie (K141), Fsv ČVUT v Praze (2009). *Hydraulika otevřených koryt*. [online], [cit. 12. března 2016]. Fakulta stavební ČVUT, Katedra hydrauliky a hydrologie. Dostupné z: http://hydraulika.fsv.cvut.cz/Hydraulika/Hydraulika/Predmety/Hya/ke_stazeni/prednasky/07_hydraulika_otevrenych_koryt.pdf
- [3] Sklenář, Petr. *Pohyb hrubozrných splavenin v bystřinách*. [online] Katedra hydrauliky a hydrologie ČVUT v Praze. [cit. 12. března 2016]. Dostupné z: http://hydraulika.fsv.cvut.cz/Toky/Predmety/RIN/ke_stazeni/prednasky/8/pohybhrubsp_lav.pdf
- [4] Matoušek, V. .; Krupička, J.; Pícek, T. (2012). *Validation of transport and friction formulae for upper plane bed by experiments in rectangular pipe. 5th Conference on Contemporary Problems of Environmental Engineering*. 2012, Polanica Zdroj, Polsko.
- [5] *Chyby měření* [online]. Západočeská univerzita, katedra fyziky. [cit. 13. března 2016]. Dostupné z: http://www.kfy.zcu.cz/dokumenty/FP1/chyby_mereni.pdf
- [6] Novák, Jan. *Základy teorie chyb a zpracování fyzikálních měření*. [online]. Fsv ČVUT v Praze, katedra fyziky. [cit. 13. března 2016]. Dostupné z: <http://webfyzika.fsv.cvut.cz/PDF/teoriechyb.pdf>
- [7] Krupička, Jan. *Mathematical and Physical Modelling of Pipe Flow of Settling Slurries*. Praha ČVUT, 2014. Disertační práce. ČVUT v Praze, Fakulta stavební, Katedra hydrauliky a hydrologie. Vedoucí práce Prof. Dr. Ing. Václav Matoušek.
- [8] Clift, R.; Clift, D. H. M. (1981): *Continuous measurement of the density of flowing slurries*, Int. J. Multiphase. Flow, Vydání. 75, str. 555–561.

11. Seznam obrázků

Obr. 1 - Schéma sklopného žlabu [1].....	11
Obr. 2 – Materiály pevné fáze	13
Obr. 3 - Odvození vztahu pro tečné napětí [2].....	14
Obr. 4 – Měření se stejnou střední hodnotou, ale rozdílným rozptylem [5]	21
Obr. 5 - Porovnání měření s různou směrodatnou odchylkou.....	22
Obr. 6 – Interval spolehlivosti pro krajní chybu [5]	23
Obr. 7 – Porovnání velikostí standardních odchylek Shieldsova čísla	30
Obr. 8 – Procentuální zvětšení standardní odchylky	30
Obr. 9 – Velikost standardní odchylky vůči Shieldsovu číslu	31
Obr. 10 – Časová řada hodnot sklonu žlabu	32
Obr. 11 – Časový záznam poloh hladin.....	33
Obr. 12 – Závislost koncentrace na sklonu čáry energie.....	34
Obr. 13 – Závislost relativní drsnosti dna na Shieldsově čísle.....	34
Obr. 14 – Závislost průtoku dnových splavenin na Shieldsově čísle dle MPM rovnice.....	35
Obr. 15 – Závislost velikosti relativního rozptylu Q_s (způsobeného vnesenou chybou θ) na Q_s	36
Obr. 16 – závislost součinitele ztráty třením pro dno z logaritmické rovnice na dopravní koncentraci sedimentu	36
Obr. 17 - Závislost relativní velikosti rozdílu λ_b (způsobeného vnesenou chybou k_s/d_{50} do logaritmické rovnice) na λ_b	37
Obr. 18 – Rozdíl koncentrace s vlivem částic na tření a bez vlivu na tření vůči koncentraci..	42
Obr. 19 – porovnání doby odběru vzorku v závislosti na koncentraci	43
Obr. 20 – Rozdíl měřených koncentrací dle dvou metod vůči koncentraci z vertikál	44
Obr. 21 – Velikost relativních rozdílů měřených koncentrací dle dvou metod vůči koncentraci z vertikál	45
Obr. 22 - Porovnání metod měření koncentrace	46
Obr. 23 – Chyby měření tlakových rozdílů.....	47
Obr. 24 – Velikost relativní chyby měření tlakových rozdílů	47
Obr. 25 – Chyby při měření času odebírání vzorku.....	48
Obr. 26 – Chyby při vážení vzorku.....	48
Obr. 27 – Velikost relativní chyby při měření koncentrace odběrem vzorku	49

12. Seznam tabulek

Tabulka 1 – Základní vlastnosti použitých materiálů	12
Tabulka 2 - Intervaly spolehlivosti [5]	22